

# Interacción neutrino-núcleo a energías intermedias

Manuel Valverde Hermosilla

24 de mayo de 2007





# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>7</b>
<b>2. Dispersión cuasielástica mediada por corrientes cargadas</b>	<b>11</b>
2.1. Reacciones nucleares inclusivas. Fórmulas generales	11
2.2. El tensor hadrónico y la auto-energía del bosón $W$ en el medio nuclear	13
2.3. Contribución cuasi-elástica a $\Pi_W^{\mu\nu}(q; \rho)$	16
2.3.1. La autoenergía $\Pi_W^{\mu\nu}(q)$	18
2.4. El teorema de bajas densidades y la sección eficaz $\nu N \rightarrow lN$ en el vacío	19
2.5. Correcciones de medio nuclear	20
2.5.1. Balance energético y distorsión Coulombiana	21
2.5.2. Correlaciones de largo alcance. RPA	22
2.5.3. Interacción en el estado final	27
2.6. Extensión del modelo a antineutrinos	30
2.7. Resultados	31
2.7.1. Reacciones inclusivas a bajas energías	32
2.7.2. Reacciones inclusivas QE a energías intermedias	35
2.8. Incertidumbres del modelo	38
2.8.1. Fuentes de errores teóricos	41
2.8.2. Resultados de la simulación	42
2.8.3. Errores sistemáticos	43
<b>3. Observables de polarización</b>	<b>53</b>
3.1. Formalismo y cinemática	54
3.2. Resultados	56
<b>4. Captura muónica en núcleos</b>	<b>67</b>
4.1. Introducción y formalismo	67
4.2. Resultados y comparación con el experimento	70
4.3. Comparación con un modelo de capas extremo	71
4.3.1. Modelo de capas: Formalismo	73

4.3.2.	El límite estático del gas de Fermi . . . . .	80
4.3.3.	Resultados . . . . .	81
<b>5.</b>	<b>Emisión de nucleones inducida por neutrinos</b>	<b>91</b>
5.1.	Procesos inclusivos QE mediados por corrientes neutras . . . . .	92
5.2.	Contribución cuasi-elástica a $\Pi_Z^{\mu\nu}(q; \rho)$ . . . . .	93
5.3.	Resultados para reacciones inclusivas . . . . .	96
5.4.	La simulación Monte Carlo . . . . .	97
5.4.1.	Cinemática del nucleón emitido . . . . .	98
5.4.2.	Propagación del nucleón . . . . .	99
5.4.3.	La interacción NN en el medio . . . . .	100
5.5.	Resultados . . . . .	100
<b>6.</b>	<b>Estudio de las reacciones de producción de piones <math>\nu_l + N \rightarrow l + N' + \pi</math> y <math>\nu_l + N \rightarrow \nu'_l + N' + \pi</math></b>	<b>109</b>
6.1.	Producción de piones en CC . . . . .	110
6.1.1.	Cinemática y sección eficaz . . . . .	110
6.1.2.	Relaciones de isospín . . . . .	112
6.1.3.	Modelo dinámico de la reacción $WN \rightarrow N'\pi$ . . . . .	113
6.1.4.	Las amplitudes $\langle p\pi^+   j_{cc+}^\mu(0)   p \rangle$ y $\langle n\pi^+   j_{cc+}^\mu(0)   n \rangle$ . . . . .	119
6.2.	Producción de piones en NC . . . . .	120
6.3.	Resultados . . . . .	124
6.3.1.	Producción de piones inducida por CC . . . . .	124
6.3.2.	Producción de piones mediada por corrientes neutras . . . . .	127
<b>7.</b>	<b>Asimetrías neutrino-antineutrino en reacciones de producción de piones</b>	<b>137</b>
7.1.	Cinemática y secciones eficaces . . . . .	138
7.2.	Asimetrías neutrino-antineutrino . . . . .	140
7.2.1.	Asimetrías neutrino-antineutrino según el modelo del cap. 6 . . . . .	142
<b>8.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>145</b>
<b>A.</b>	<b>Anchuras de desintegración y autoenergías. Reglas de Cutkosky</b>	<b>147</b>
A.1.	Bosones . . . . .	148
A.2.	Fermiones . . . . .	149
<b>B.</b>	<b>Propagadores del nucleón en el medio y funciones de Lindhard</b>	<b>151</b>
B.1.	El propagador del nucleón en un gas de Fermi . . . . .	151
B.2.	Funciones de Lindhard relativistas . . . . .	152
B.3.	Funciones de Lindhard no-relativistas . . . . .	153

<b>C. Tensores de nucleón</b>	<b>157</b>
C.1. Corrientes cargadas . . . . .	157
C.1.1. Aproximación de impulso . . . . .	157
C.1.2. Correcciones RPA . . . . .	158
C.2. Corrientes neutras . . . . .	159
C.2.1. Aproximación de impulso . . . . .	159
C.2.2. Correcciones RPA en NC . . . . .	160
<b>D. PWIA: Un test para el modelo de capas</b>	<b>161</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>163</b>



# Capítulo 1

## Introducción

Una de las escasas evidencias de física más allá del Modelo Estándar son las oscilaciones de sabor de neutrinos, que indican que estas partículas son masivas. El descubrimiento de las primeras evidencias de oscilaciones de neutrinos atmosféricos en SuperKamiokande [1], posteriormente confirmadas con neutrinos solares (SNO [2]) y con neutrinos producidos en reactores nucleares (KamLand [3]) y aceleradores de protones (K2K [4]), puso en marcha un enorme esfuerzo experimental dedicado a determinar las propiedades de estas partículas: los ángulos de mezcla de sabor y la posible fase que induciría violación de CP en la matriz MNS [5], las diferencias de masas y su jerarquía, la posible existencia de neutrinos estériles [6], la naturaleza de Dirac o Majorana de los términos de masa del lagrangiano . . .

En la actualidad una limitación importante en estos experimentos proviene de las incertidumbres sistemáticas, véase [7], entre cuyas principales fuentes aparece la sección eficaz de interacción neutrino-núcleo. Por ejemplo, en SuperKamiokande (véase tab. 1.1), las secciones eficaces son la segunda fuente de error sistemático más importante. Podemos citar textualmente: “. . . much better understanding of the neutrino interactions in this energy range is essential for the future atmospheric neutrino experiments to contribute to neutrino oscillation physics.” [8].

En la fig. 1.1 podemos ver el espectro energético de neutrinos en algunos experimentos actuales. Las secciones eficaces de neutrino a las energías relevantes para estos experimentos se muestran en la fig. 1.2. En general estos experimentos están diseñados para maximizar la amplitud de oscilación, lo que suele llevar a espectros de neutrinos con un máximo en torno a energías de 1 GeV. Los mecanismos de reacción dominantes en este rango de energías, absorción cuasi-elástica (*quasi-elastic* QE) y producción de un pión, están fuertemente corregidos por efectos del medio nuclear.

En la mayoría de programas de simulación para estos experimentos [10–13] se utilizan versiones bastante simples del gas de Fermi, e.g. [14], que no describen demasiado bien los resultados experimentales de dispersión de electrones por núcleos (véase p.ej. [15]). Es por tanto de indudable interés mejorar la descripción de las secciones eficaces neutrino-núcleo para neutrinos con energías del orden desde centenares de MeV hasta unos pocos GeV [16].

En [17–19] se desarrolló un modelo para dispersión de electrones por núcleos en un rango de



Source	sub-GeV	Multi-GeV
Predicted ( $\nu_\mu/\nu_e$ ) flux ratio	5 %	5 %
$\mu/e$ separation	2 %	3 %
1-ring / 2-ring separation	3 %	6 %
Absolute energy calibration	1 %	4.1 %
Charged-current cross section	3.6 %	4.3 %
Neutral-current cross section	3 %	4 %
...	< 1 %	< 1 %
Total	7.8 %	12 %

Tabla 1.1: Fuentes de error sistemático en la medida de la razón de flujos  $(\mu/e)_{\text{Data}} / (\mu/e)_{\text{MC}}$  en SuperKamiokande. Tomado de [9].

energías intermedias (energías de excitación nuclear de hasta unos 400 o 500 MeV). Este modelo parte de un gas de Fermi en aproximación de densidad local, incluyendo de forma sistemática correcciones de hasta orden  $\rho^2$  (siendo  $\rho$  la densidad nuclear). De esta forma se considera no sólo el canal de absorción del fotón virtual por un nucleón ( $\gamma^*N \rightarrow N$ ), sino también absorción por dos y tres nucleones ( $\gamma^*NN \rightarrow NN$ ,  $\gamma^*NNN \rightarrow NNN$ ) y canales de producción de piones ( $\gamma^*N \rightarrow N\pi$ ). Este modelo describe con precisión los resultados experimentales, como se aprecia por ejemplo en la fig. 1.3.

En esta tesis hemos tratado de extender el modelo desarrollado en [17–19] para describir reacciones débiles en núcleos. En primer lugar nos hemos centrado en procesos QE neutrino-núcleo mediados por corrientes cargadas y neutras, ver caps. 2–5. En estos capítulos se describen satisfactoriamente los escasos resultados experimentales existentes de secciones eficaces QE inducidas por corrientes cargadas de neutrino. En el cap. 5 se estudian las secciones eficaces de emisión de nucleones que, dada la imposibilidad de detectar el neutrino saliente, son las principales magnitudes observables en reacciones neutrino-núcleo mediadas por corrientes neutras. Se utiliza una simulación Monte Carlo para describir la propagación de los nucleones salientes a través del núcleo. En la sec. 2.8 del cap. 2 se estiman los errores teóricos del modelo. Para ello hemos utilizado técnicas Monte Carlo para propagar las incertidumbres de los diversos parámetros del mismo en las secciones eficaces calculadas.

En el cap. 3 calculamos efectos nucleares sobre observables de polarización de los leptones finales, que pueden ser relevantes en experimentos de aparición de  $\nu_\tau$ .

También hemos estudiado la reacción de captura muónica inclusiva en núcleos (cap. 4), la cual, debido a la abundancia de datos experimentales, supone un buen test para modelos de reacciones débiles en núcleos a baja energía. De nuevo hemos obtenido un excelente acuerdo con el experimento. En este contexto, también hemos comparado las predicciones de un modelo de capas y un gas de Fermi, para estimar efectos de tamaño finito del núcleo.

A energías de excitación superiores, por encima de la región del pico QE, empiezan a ser re-

levantes los procesos de producción de piones (veáse fig. 1.2). En la difusión de electrones por núcleos [17–19] ya se mostró la necesidad de incluir términos no resonantes, además del comúnmente utilizado de polo de la resonancia  $\Delta(1232)$ . Es lógico suponer que estos términos serán igualmente importantes en reacciones inducidas por neutrinos. Por tanto, antes de estudiar la producción de piones en reacciones  $\nu$ -núcleo, es necesario contar con un modelo para la producción de un pión en reacciones  $\nu$ -nucleón que incluya estos términos de fondo. Este estudio se presenta en el cap. 6. Como consecuencia de la inclusión de estas contribuciones no resonantes aparecen asimetrías neutrino-antineutrino (cap. 7) que pueden ser explotadas para determinar la quiralidad de haces de neutrinos con energías por debajo del umbral de producción de leptones cargados pero por encima del umbral de producción de piones.

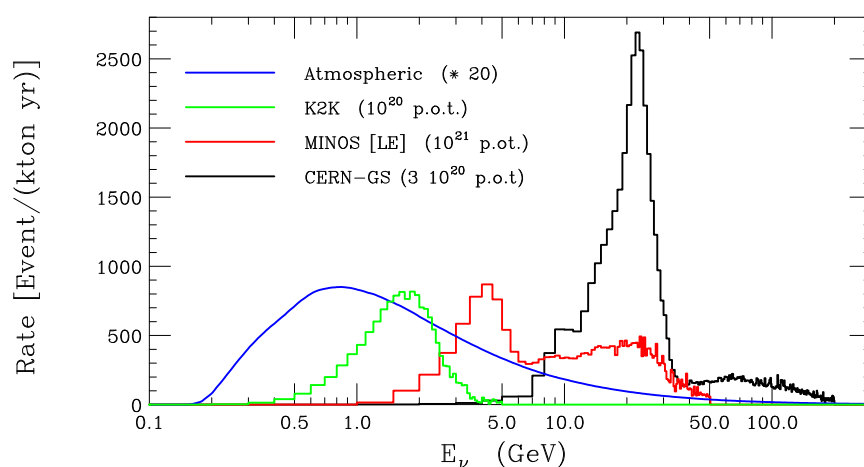


Figura 1.1: Espectro de  $\nu$  en varios experimentos. Tomado de [20].

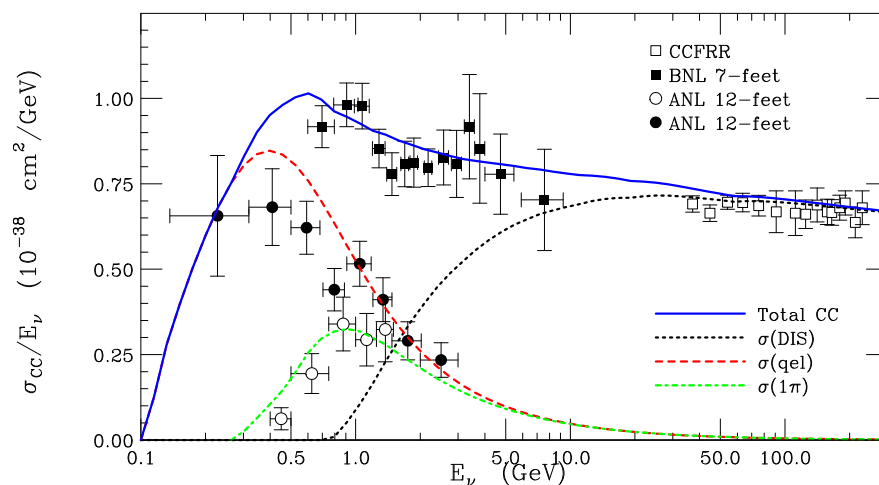


Figura 1.2: Sección eficaz de  $\nu$ . Tomado de [20].

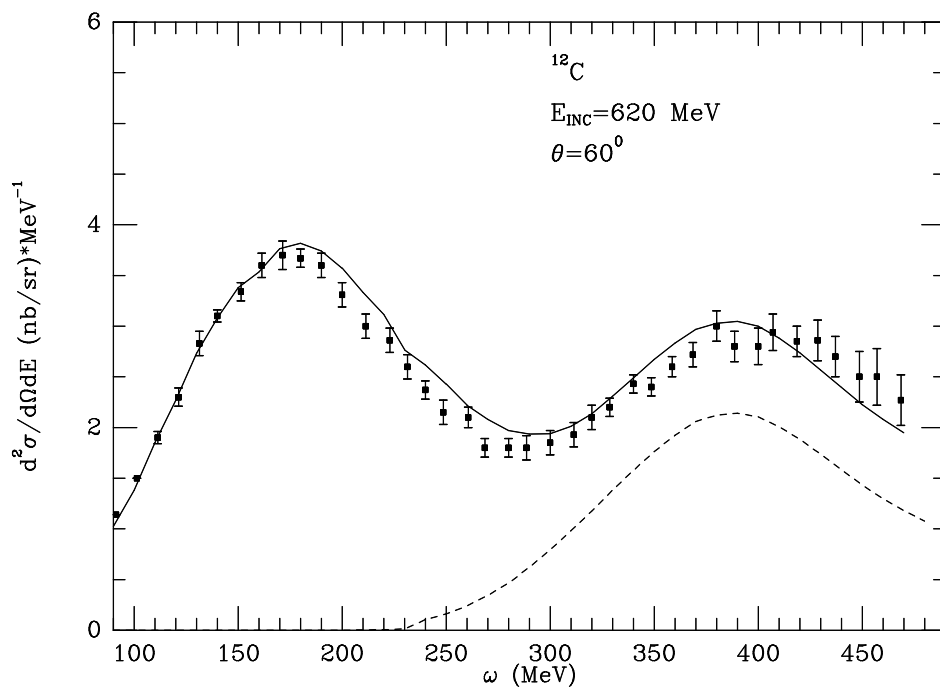


Figura 1.3: Sección eficaz doblemente diferencial para la reacción  $^{12}\text{C}(e, e')X$ . Tomado de [17].

## Capítulo 2

# Dispersión cuasielástica mediada por corrientes cargadas<sup>1</sup>

### 2.1. Reacciones nucleares inclusivas. Fórmulas generales

En esta sección encontraremos expresiones generales para las secciones eficaces de dispersión de neutrinos por núcleos mediada por corrientes cargadas:

$$\nu_l(k) + A_Z(p) \rightarrow l^-(k') + X, \quad (2.1)$$

donde la  $X$  en el estado final indica que el estado final del núcleo no es detectado, de manera que hay que realizar una suma sobre todos los posible estados finales que contribuyen a la sección eficaz de dicha reacción. El leptón saliente  $l^-$  sí es detectado.

En la mayor parte de esta tesis seguiremos los siguientes convenios: normalizaremos los espinores como  $\bar{u} = 2m$ , definiremos el tensor completamente antisimétrico  $\epsilon_{0123} = +1$  y la métrica como  $g^{\mu\nu} = (+, -, -, -)$ . La sección eficaz doblemente diferencial correspondiente a la reacción de ec. (2.1) viene dada por:

$$\frac{d^2\sigma_{\nu l}}{d\Omega(\hat{\mathbf{k}}')dE'_l} = \frac{|\mathbf{k}'|}{|\mathbf{k}|} \frac{G^2}{4\pi^2} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu} \quad (2.2)$$

donde  $L$  y  $W$  son los tensores leptónico y hadrónico. El tensor leptónico viene dado por:

$$L_{\mu\nu} = L_{\mu\nu}^s + iL_{\mu\nu}^a = k'_\mu k'_\nu + k'_\nu k'_\mu - g_{\mu\nu} k \cdot k' + i\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k'^\alpha k'^\beta \quad (2.3)$$

que puede separarse en dos partes reales: una simétrica  $L_s^{\mu\nu}$  y otra antisimétrica  $L_a^{\mu\nu}$ . El tensor hadrónico se define:

$$W^{\mu\nu} = \frac{(2\pi)^3}{2M_i} \sum_f \delta^4(P'_f - P - q) \langle f | j_{cc}^\mu(0) | i \rangle \langle f | j_{cc}^\nu(0) | i \rangle^* \quad (2.4)$$

---

<sup>1</sup>Capítulo basado en los resultados de [21] y [22].

donde  $P^\mu$  es el cuadrimento del nucleo inicial ( $P^2 = M_i^2$ ),  $P_f$  el cuadrimento del estado hadrónico final  $|f\rangle$  y  $q = k - k'$  el cuadrimento transferido al núcleo. La barra sobre la sumatoria indica una suma sobre todos los posibles estados finales y un promedio sobre los spines de los estados nucleares iniciales. Estamos asumiendo estados normalizados según  $\langle \mathbf{p} | \mathbf{p}' \rangle = (2\pi)^3 2p_0 \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}')$  y que la suma sobre estados finales  $f$  incluye una integración  $\int \frac{d^3 \mathbf{p}_j}{(2\pi)^3 2E_j}$  para cada partícula  $j$  de las que forman el sistema final. La corriente cargada (CC) viene dada por:

$$j_{cc}^\mu = \bar{\Psi}_u \gamma^\mu (1 - \gamma_5) (\cos \theta_C \Psi_d + \sin \theta_C \Psi_s) \quad (2.5)$$

con  $\Psi_u$ ,  $\Psi_d$  y  $\Psi_s$  los campos de los quarks ligeros  $u$ ,  $d$  y  $s$  respectivamente y  $\theta_C$  el ángulo de Cabibbo ( $\cos \theta_C = 0.974$ ).

A veces en la literatura aparecen los tensores leptónico y hadrónico definidos como los complejo-conjugados de nuestras definiciones. Esto es irrelevante debido a que el único observable físico es la sección eficaz, que no se ve afectada por esta redefinición, ya que  $L^{\mu\nu} W_{\mu\nu} = L^{\mu\nu*} W_{\mu\nu}^*$  es un número real.

Para obtener la ec. (2.2) hemos aproximado la interacción débil por una interacción de contacto. Esto supone realizar dos aproximaciones en

$$D_{\mu\nu}(q) = \frac{-g_{\mu\nu} + q_\mu q_\nu / M_W^2}{q^2 - M_W^2 + i\epsilon} \quad (2.6)$$

el propagador del bosón  $W$ :

1. despreciar los términos  $q^\mu q^\nu / M_W^2$ . Esto introduce una corrección del orden  $(m_l / M_W)^2$ , que en el peor de los casos ( $m_l = m_\tau$ ) es del orden del 0.02 % y en el caso de corrientes neutras es nula (suponiendo neutrinos sin masa),
2. despreciar el cuadrimento  $q^2$  frente a la masa del bosón,  $M_W = 80.425(38)$  GeV. La corrección en la sección eficaz es del orden de  $1/(1 - q^2/M_W^2)^2$ , despreciable para las cinemáticas relevantes en nuestro trabajo.

El modelo de Salam-Weinberg predice  $g = e \sin \theta_W$  con  $e > 0$  la carga del electrón y  $\theta_W$  el ángulo de Weinberg, de manera que obtenemos un valor para  $G$  la constante de Fermi,  $G = \sqrt{2}g^2/8M_W^2 = 1.1664 \times 10^{-11}$  MeV<sup>-2</sup> con  $M_W$  la masa del bosón  $W$ .

Por construcción del tensor hadrónico, ec. (2.4), se cumple

$$W^{\mu\nu} = W_s^{\mu\nu} + iW_a^{\mu\nu} \quad (2.7)$$

con  $W_s^{\mu\nu}$  ( $W_a^{\mu\nu}$ ) un tensor real simétrico (antisimétrico). Basándonos en argumentos de invariancia Lorentz podemos escribir el tensor hadrónico en función de seis funciones de estructura  $W_i(q^2)$  escalares y reales:

$$\frac{W^{\mu\nu}}{2M_i} = -g^{\mu\nu} W_1 + \frac{P^\mu P^\nu}{M_i^2} W_2 + \frac{q^\mu q^\nu}{M_i^2} W_4 + \frac{P^\mu q^\nu + P^\nu q^\mu}{2M_i^2} W_5 + i \frac{\epsilon^{\mu\nu\gamma\delta} P_\gamma q_\delta}{2M_i^2} W_3 + i \frac{P^\mu q^\nu - P^\nu q^\mu}{2M_i^2} W_6. \quad (2.8)$$

Trabajaremos en el sistema del laboratorio (LAB), en que el núcleo inicial está en reposo  $P^\mu = (M_i, \mathbf{0})$  y con el vector  $\mathbf{q}$  en la dirección del eje Z. Podemos escribir estas funciones de estructura en términos de las componentes del tensor hadrónico

$$W_1 = \frac{W^{xx}}{2M_i}, \quad (2.9)$$

$$W_2 = \frac{1}{2M_i} \left[ W^{00} + W^{xx} + \left( \frac{q^0}{|\mathbf{q}|} \right)^2 (W^{zz} - W^{xx}) - 2 \frac{q^0}{|\mathbf{q}|} \text{Re } W^{0z} \right], \quad (2.10)$$

$$W_3 = -i \frac{W^{xy}}{|\mathbf{q}|}, \quad (2.11)$$

$$W_4 = \frac{M_i}{\mathbf{q}^2} \frac{W^{zz} - W^{xx}}{2}, \quad (2.12)$$

$$W_5 = \frac{1}{|\mathbf{q}|} \left[ \text{Re } W^{0z} - \frac{q^0}{|\mathbf{q}|} (W^{zz} - W^{xx}) \right], \quad (2.13)$$

$$W_6 = \frac{\text{Im } W^{0z}}{|\mathbf{q}|}. \quad (2.14)$$

De esta manera, tras contraer con el tensor leptónico se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \sigma_{\nu l}}{d\Omega(\hat{\mathbf{k}}') dE'_l} &= \frac{|\mathbf{k}'| E'_l M_i G^2}{\pi^2} \left\{ 2W_1 \sin^2 \frac{\theta'}{2} + W_2 \cos^2 \frac{\theta'}{2} - W_3 \frac{E_\nu + E'_l}{M_i} \sin^2 \frac{\theta'}{2} \right. \\ &+ \frac{m_l^2}{E'_l (E'_l + |\mathbf{k}'|)} \left[ W_1 \cos \theta' - \frac{W_2}{2} \cos \theta' + \frac{W_3}{2} \left( \frac{E'_l + |\mathbf{k}'|}{M_i} - \frac{E_\nu + E'_l}{M_i} \cos \theta' \right) \right. \\ &\left. \left. + \frac{W_4}{2} \left( \frac{m_l^2}{M_i^2} \cos \theta' + \frac{2E'_l (E'_l + |\mathbf{k}'|)}{M_i^2} \sin^2 \frac{\theta'}{2} \right) - W_5 \frac{E'_l + |\mathbf{k}'|}{2M_i} \right] \right\} \quad (2.15) \end{aligned}$$

donde  $E_\nu$  es la energía del neutrino incidente y  $\theta'$  el ángulo entre los vectores  $\mathbf{k}'$  y  $\mathbf{k}$ . Es interesante hacer notar que  $W_6$  no aparece en la sección eficaz inclusiva. Esto se debe a que, la contribución  $P^\mu q^\nu - P^\nu q^\mu$  al contraerse con el término antisimétrico del tensor leptónico viola invariancia bajo inversión temporal. De hecho, al calcularlo con nuestro modelo observamos que se anula idénticamente. Más detalles sobre este tipo de fenómenos se dan en el cap. 7.

## 2.2. El tensor hadrónico y la auto-energía del bosón $W$ en el medio nuclear

En esta sección relacionaremos la auto-energía de un neutrino en materia nuclear con la sección eficaz de la ec. (2.15). De este modo podremos usar un modelo basado en el formalismo de la teoría de muchos cuerpos (*many body framework*, MBF)<sup>2</sup> para obtener la sección eficaz a partir

<sup>2</sup>Un texto clásico sobre teoría de muchos cuerpos aplicada a la física nuclear es el libro de Fetter y Walecka [15]. Una introducción al modelo aquí utilizado puede leerse en [23].

de la auto-energía  $\Pi_W^{\mu\nu}(q)$  del bosón gauge  $W^+$ , en donde incorporaremos sistemáticamente las correcciones de medio nuclear.

Comenzaremos calculando la auto-energía  $\Sigma_\nu^r(k; \rho)$  de un neutrino de cuádrimomento  $k$  y helicidad  $r$ , moviéndose en un gas de Fermi de protones y neutrones de densidades  $\rho_p$  y  $\rho_n$ , siendo la densidad nuclear  $\rho = \rho_p + \rho_n$ . Esta auto-energía se corresponde con el diagrama de la fig. 2.1:

$$-i\Sigma_\nu^r(k; \rho) = \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \bar{u}_r(\mathbf{k}) \times \left\{ -i\frac{g}{2\sqrt{2}}\gamma_L^\mu iD_{\mu\alpha}(q) \left[ -i\Pi_W^{\alpha\beta}(q; \rho) \right] iD_{\beta\gamma}(q) i\frac{k' + m_l}{k'^2 - m_l^2 + i\epsilon} \left[ -i\frac{g}{2\sqrt{2}} \right] \gamma_L^\gamma \right\} u_r(\mathbf{k}) \quad (2.16)$$

siendo  $\Pi_W^{\alpha\beta}(q; \rho)$  la auto-energía en el medio nuclear del bosón  $W^+$  virtual y  $\gamma_L^\mu = \gamma^\mu(1 - \gamma_5)$ . En principio sólo las componentes *left-handed* contribuyen a la auto-energía, sin embargo sumaremos sobre las dos posibles polarizaciones del neutrino  $\Sigma_\nu(k; \rho) = \sum_r \Sigma_\nu^r(k; \rho)$ , ya que las matrices  $\gamma_L$  eliminan las componentes estériles *right-handed* y la suma de espinores permite calcular el elemento de matriz de la ec. (2.16) haciendo uso de las técnicas usuales de las matrices de Dirac. De esta forma llegamos a la expresión

$$\Sigma_\nu(k; \rho) = \frac{8iG}{\sqrt{2}M_W^2} \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{L_{\eta\mu}\Pi_W^{\mu\eta}(q; \rho)}{k'^2 - m_l^2 + i\epsilon} \quad (2.17)$$

para la autoenergía del neutrino.

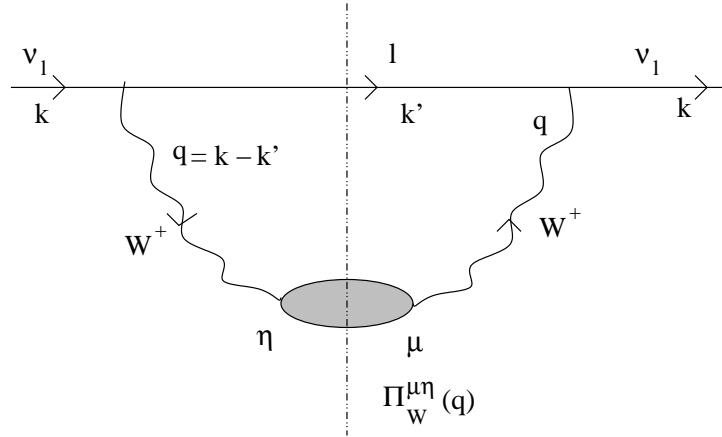


Figura 2.1: Diagrama de Feynman para la auto-energía de un neutrino en un medio nuclear.

Las partículas incidentes desaparecen del flujo elástico a un ritmo determinado por

$$\Gamma(k; \rho) = -\frac{1}{k^0} \text{Im} \Sigma_\nu(k; \rho) \quad (2.18)$$

donde  $\Gamma(k; \rho)$  es la anchura de desintegración, véase el ap. A. Naturalmente  $\Gamma dt$  es una probabilidad de interacción, que multiplicada por un área diferencial  $dS$

$$d\sigma = \Gamma(k; \rho) dt dS = -\frac{1}{k^0} \text{Im} \Sigma_\nu(k; \rho) dt dS = -\frac{1}{|\mathbf{k}|} \text{Im} \Sigma_\nu(k; \rho) d^3\mathbf{r} \quad (2.19)$$

define la sección eficaz. Así podemos escribir la sección eficaz como una integral sobre todo el volumen nuclear de la auto-energía del neutrino:

$$\sigma = -\frac{1}{|\mathbf{k}|} \int d^3\mathbf{r} \text{Im} \Sigma_\nu(k; \rho(\mathbf{r})) \quad (2.20)$$

donde hemos considerado  $\Sigma_\nu$  como una función de la densidad nuclear en cada punto del núcleo. Esto equivale a trabajar en un gas de Fermi en la aproximación de densidad local (*local density approximation*, LDA).

Para calcular la parte imaginaria de  $\Sigma_\nu$  usaremos las reglas de Cutkosky [24]. Así llegamos a:

$$\text{Im} \Sigma_\nu(k) = \frac{8G}{\sqrt{2}M_W^2} \int \frac{d^3\mathbf{k}'}{(2\pi)^3} \frac{\Theta(q^0)}{2E'_l} \text{Im} [\Pi_W^{\mu\eta}(q; \rho) L_{\eta\mu}] , \quad (2.21)$$

donde  $\Theta(x)$  es la función paso o de Heavyside. Sustituyendo ec. (2.21) en ec. (2.20) obtenemos una expresión para la sección eficaz doblemente diferencial:

$$\frac{d^2\sigma_{\nu l}}{d\Omega(\hat{\mathbf{k}}') dk'^0} = -\frac{|\mathbf{k}'|}{|\mathbf{k}|} \frac{G^2}{4\pi^2} \left( \frac{2\sqrt{2}}{g} \right)^2 \int \frac{d^3\mathbf{r}}{2\pi} [L_{\mu\eta}^s \text{Im} (\Pi_W^{\mu\eta} + \Pi_W^{\eta\mu}) - L_{\mu\eta}^a \text{Re} (\Pi_W^{\mu\eta} - \Pi_W^{\eta\mu})] \Theta(q^0) \quad (2.22)$$

y comparando con la ec. (2.2), las componentes simétrica y antisimétrica del tensor hadrónico  $W^{\mu\nu} = W_s^{\mu\nu} + iW_a^{\mu\nu}$  vienen dadas por:

$$W_s^{\mu\sigma} = -\Theta(q^0) \left( \frac{2\sqrt{2}}{g} \right)^2 \int \frac{d^3\mathbf{r}}{2\pi} \text{Im} [\Pi_W^{\mu\sigma} + \Pi_W^{\sigma\mu}] (q; \rho) , \quad (2.23)$$

$$W_a^{\mu\sigma} = -\Theta(q^0) \left( \frac{2\sqrt{2}}{g} \right)^2 \int \frac{d^3\mathbf{r}}{2\pi} \text{Re} [\Pi_W^{\mu\sigma} - \Pi_W^{\sigma\mu}] (q; \rho) , \quad (2.24)$$

que son trivialmente funciones reales.

El siguiente paso es encontrar una expresión para la auto-energía  $\Pi_W^{\mu\sigma}$ , del bosón  $W^+$  en el medio nuclear. Siguiendo la ref. [17], realizaremos un desarrollo de dicha auto-energía en potencias de densidad, incluyendo todos los posibles modos de absorción del bosón gauge: absorción por un nucleón (modo cuasi-elástico), por dos o incluso tres nucleones, producción de mesones ( $\pi, \rho \dots$ ) reales y virtuales, excitación de  $\Delta(1232)$  y otras resonancias del nucleón, etc. Algunos de estos modos se representan diagramáticamente en la fig. 2.2.

Hasta este punto la discusión ha sido completamente general y el formalismo podría aplicarse a cualquier proceso inclusivo. En la siguiente sección nos centraremos en la región cuasi-elástica (*quasi-elastic* QE).



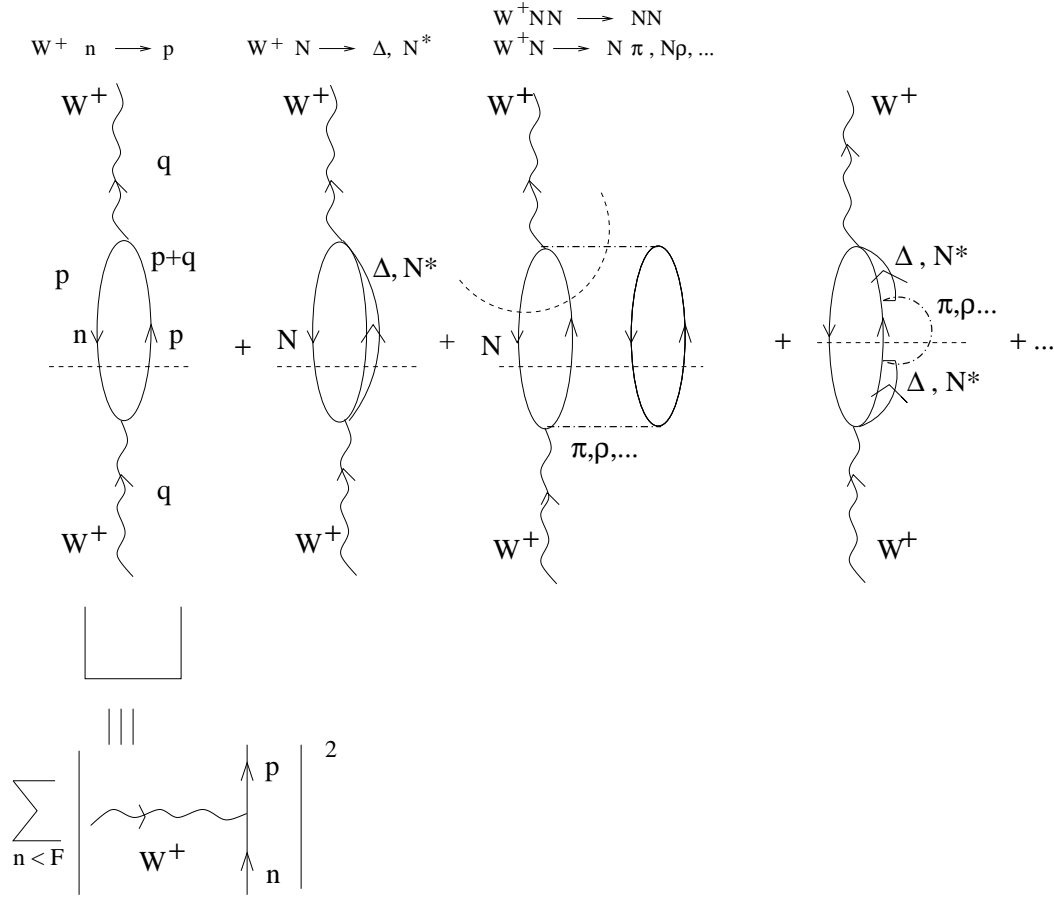


Figura 2.2: Representación diagramatica de algunos diagramas que contribuyen a la auto-energía del bosón  $W^+$ .

### 2.3. Contribución cuasi-elástica a $\Pi_W^{\mu\nu}(q; \rho)$

El bosón virtual  $W^+$  puede ser absorbido por un nucleón dando lugar a lo que se conoce como contribución QE a la respuesta nuclear. Esto se corresponde con la excitación de un estado intermedio partícula-hueco (1p-1h) tal y como se muestra en el primer diagrama de la fig. 2.2. Para evaluar tal contribución es necesario conocer dos elementos: el propagador  $S(p; \rho)$  de un nucleón con momento  $p$  en materia nuclear de densidad  $\rho$ , y el vértice correspondiente a la interacción  $W + N \rightarrow N$ .

En el Apéndice B se detalla cómo obtener el propagador de un nucleón en un gas de Fermi:

$$S(p; \rho) = (\not{p} + M)G(p; \rho), \quad (2.25)$$

$$G(p; \rho) = \frac{1}{p^2 - M^2 + i\epsilon} + \frac{2\pi i}{2E(\mathbf{p})} \delta(p^0 - E(\mathbf{p})) \Theta(k_F - |\mathbf{p}|) \quad (2.26)$$

con  $k_F(r) = (3\pi^2\rho(r)/2)^{1/3}$  el momento de Fermi local,  $M = 940$  MeV la masa del nucleón y

$E(\mathbf{p}) = \sqrt{M^2 + \mathbf{p}^2}$ . Trabajaremos en un gas de Fermi asimétrico, con diferentes superficies de Fermi para protones,  $k_F^p$  y para neutrones,  $k_F^n$ , lo que implica reemplazar  $\rho/2 = (\rho_p + \rho_n)/2$  en la ecuación anterior por  $\rho_p$  o  $\rho_n$ , las densidades de protones y neutrones.

El vértice de la corriente  $W^+n \rightarrow p$  se obtiene a partir del elemento de matriz de la corriente cargada

$$\langle p; \mathbf{p}' = \mathbf{p} + \mathbf{q} | j_{cc}^\alpha(0) | n; \mathbf{p} \rangle = \bar{u}(\mathbf{p}') (V^\alpha - A^\alpha) u(\mathbf{p}) \quad (2.27)$$

donde las corrientes vectorial y axial del nucleón

$$V^\alpha = 2 \cos \theta_C \times \left[ F_1^V(q^2) \gamma^\alpha + i \frac{\mu_V F_2^V(q^2)}{2M} \sigma^{\alpha\nu} q_\nu \right], \quad (2.28)$$

$$A^\alpha = \cos \theta_C \times [G_A(q^2) \gamma^\alpha \gamma_5 + G_P(q^2) q^\alpha \gamma_5] \quad (2.29)$$

se parametrizan en términos de factores de forma invariantes Lorentz. Éstas son las expresiones más generales compatibles con la ecuación de Dirac y las simetrías que asumimos en la dinámica del problema, básicamente invariancia Lorentz, T y CPT. La conservación de la corriente vectorial (CVC) elimina términos con dependencia en  $q^\mu$ . En lo que respecta a la parte axial supondremos invariancia bajo G-paridad [25] para prescindir de un término  $(p^\alpha + p'^\alpha) \gamma_5$  (corrientes de segunda clase). En [26] se realizó un test experimental de esta hipótesis que no mostró evidencias de dichas corrientes.

Por otra parte, la simetría de isospín permite relacionar los factores de forma isovectoriales  $F_1^V$  y  $\mu_V F_2^V$

$$F_1^V(q^2) = \frac{F_1^p(q^2) - F_1^n(q^2)}{2}, \quad \mu_V F_2^V(q^2) = \frac{\mu_p F_2^p(q^2) - \mu_n F_2^n(q^2)}{2} \quad (2.30)$$

con los factores de forma electromagnéticos de Dirac  $F_1$  y Pauli  $F_2$  para protón  $F_1^p$ ,  $\mu_p F_2^p$  y neutrón  $F_1^n$ ,  $\mu_n F_2^n$ . Los factores de forma electromagnéticos han sido medidos experimentalmente y existen varias parametrizaciones en la literatura. La que usaremos en esta memoria es la de Galster y colaboradores [27], que analizaron resultados experimentales de dispersión de electrones por deuterio. En dicha referencia los factores de forma eléctrico  $G_E$  y magnético  $G_M$

$$F_1^N = \frac{G_E^N + \tau G_M^N}{1 + \tau}, \quad \mu_N F_2^N = \frac{G_M^N - G_E^N}{1 + \tau}, \quad (2.31)$$

conocidos como factores de forma de Sachs, se parametrizan según

$$G_E^p = \frac{G_M^p}{\mu_p} = \frac{G_M^n}{\mu_n} = -(1 + \lambda_n \tau) \frac{G_E^n}{\mu_n \tau} = \left( \frac{1}{1 - q^2/M_D^2} \right)^2 \quad (2.32)$$

con  $\tau = -q^2/4M^2$ ,  $M_D = 0.843$  GeV,  $\lambda_n = 5.6$  y los valores usuales para los momentos magnéticos  $\mu_p = 2.792847$ ,  $\mu_n = -1.913043$ . Actualmente se dispone de nuevas parametrizaciones [28], sin embargo en esta memoria seguiremos usando las clásicas de Galster, ya que éstas se ajustaron a datos más cercanos al rango cinemático que estudiaremos en las siguientes secciones. Además,

como veremos en Sec. 2.8, las incertidumbres en los parámetros relacionados con el modelo son dominantes frente a las provenientes de los factores de forma.

Si suponemos que la parte pseudoescalar de la corriente ( $q^\alpha \gamma_5$ ) está dominada por un diagrama de polo de pión<sup>3</sup> la divergencia de la corriente axial queda:

$$q_\alpha A^\alpha = 2 \cos \theta_C \times \left[ 2MG_A(q^2) + \frac{q^2 f_\pi g_{\pi NN}(q^2)}{m_\pi^2 - q^2} \right] \gamma^5, \quad (2.33)$$

dónde  $f_\pi \approx 93 \text{ MeV}$  es la constante de desintegración del pión y  $g_{\pi NN}$  es la constante del acoplamiento pseudo-vector<sup>4</sup> pión-nucleón. Suponiendo conservación parcial de la corriente axial (*partially conserved axial current*, PCAC):  $\partial^\alpha A_\alpha \sim m_\pi^2$ , en el límite quirral ( $m_\pi^2 \rightarrow 0$ ) se obtiene una relación entre el factor de forma pión-nucleon y el factor de forma axial  $G_A(q^2)$ :

$$2MG_A(q^2) = f_\pi g_{\pi NN}(q^2). \quad (2.34)$$

Para  $q^2 = 0$  se obtiene la relación de Goldberger-Treiman [31], que está confirmada con una precisión del 3%. Así tomaremos

$$G_P(q^2) = G_A(q^2) \frac{2M}{m_\pi^2 - q^2} \quad (2.35)$$

para el factor de forma pseudoescalar.

La dependencia de  $G_A(q^2)$  en  $q^2$  es más difícil de determinar. Lo que se hace comúnmente es suponer un factor de forma axial dipolar:

$$G_A(q^2) = \frac{g_A}{(1 - q^2/M_A^2)^2} \quad (2.36)$$

por analogía con los factores de forma vectoriales. Los parámetros  $g_A$  y  $M_A$  se obtienen a partir del ajuste a datos experimentales. Así, en la desintegración  $\beta$ , se determina un valor  $g_A = 1.26$  para el acoplamiento vector axial. Más difícil es obtener la masa de corte axial  $M_A$ , para lo cual existen dos métodos, con resultados ligeramente discrepantes: en electroproducción de piones se obtiene  $M_A = 1.069 \text{ GeV}$ ; valores ligeramente menores, en torno a  $M_A = 1.026 \text{ GeV}$ , se obtienen con neutrinos. Una revisión de estos resultados se puede consultar en [29]. Nosotros adoptaremos el valor obtenido en [32] a partir de la reacción  $\nu + n \rightarrow \mu^- p$  en deuterio:  $M_A = 1.049 \text{ GeV}$ . En [33] se intentó ajustar  $G_A(q^2)$  con dependencias monopolares o tripolares, con resultados peores por 1.5 desviaciones estándar que cuando se utiliza una forma dipolar.

### 2.3.1. La autoenergía $\Pi_W^{\mu\nu}(q)$

Con los ingredientes discutidos en la sección anterior podemos calcular la auto-energía  $\Pi_W^{\mu\nu}(q; \rho)$  correspondiente al primer diagrama de la fig. 2.2:

$$-i\Pi_W^{\mu\nu}(q) = -\cos^2 \theta_C \left( \frac{g}{2\sqrt{2}} \right)^2 \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} A^{\mu\nu}(p, q) G(p; \rho_n) G(p + q; \rho_p) \quad (2.37)$$

<sup>3</sup>Otras contribuciones a este término son 200 veces menores para  $q^2 = 0$ , véanse [29, 30].

<sup>4</sup>Estamos usando el lagrangiano  $\mathcal{L}_{\pi NN} = (g_{\pi NN}/2M) \Psi_N \gamma_\mu \gamma_5 \tau \Psi_n \cdot \partial^\mu \pi$ .

donde el tensor  $A^{\mu\nu}$  viene dado por:

$$A^{\mu\nu}(p, q) = \text{Tr} \left\{ \left[ 2F_1^V \gamma^\mu - 2i \frac{\mu_V F_2^V}{2M} \sigma^{\mu\alpha} q_\alpha - G_A \left( \gamma^\mu \gamma_5 - \frac{2M}{m_\pi^2 - q^2} q^\mu \gamma_5 \right) \right] \times \right. \\ \left. (\not{p} + \not{q} + M) \left[ 2F_1^V \gamma^\nu + 2i \frac{\mu_V F_2^V}{2M} \sigma^{\nu\beta} q_\beta - G_A \left( \gamma^\nu \gamma_5 + \frac{2M}{m_\pi^2 - q^2} q^\nu \gamma_5 \right) \right] (\not{p} + M) \right\}. \quad (2.38)$$

Al realizar las trazas en el espacio de Dirac se obtienen expresiones que se dan explícitamente en el apéndice C.1. La autoenergía de ec. (2.37) nos permite obtener el tensor hadrónico:

$$W^{\mu\nu}(q) = -\frac{\cos^2 \theta_C}{2M^2} \int_0^\infty dr r^2 \left\{ 2\Theta(q^0) \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{M}{E(\mathbf{p})} \frac{M}{E(\mathbf{p} + \mathbf{q})} \right. \\ \times \Theta(k_F^n(r) - |\mathbf{p}|) \Theta(|\mathbf{p} + \mathbf{q}| - k_F^p(r)) (-\pi) \\ \left. \times \delta(q^0 + E(\mathbf{p}) - E(\mathbf{p} + \mathbf{q})) A^{\nu\mu}(p, q)|_{p^0=E(\mathbf{p})} \right\}. \quad (2.39)$$

Es interesante comentar:

- La función paso  $\Theta(|\mathbf{p} + \mathbf{q}| - k_F^p(r))$  da cuenta del bloqueo de Pauli sobre los estados de protón (partícula saliente en el proceso  $W^+ + n \rightarrow p$ ) por debajo del nivel de Fermi.
- La integral en  $\int d^3 \mathbf{p} \Theta(k_F^n(r) - |\mathbf{p}|)$  representa la suma sobre todos los estados de un mar de Fermi de neutrones, lo que se conoce en la literatura como *Fermi motion*.
- La función  $\delta$  asegura la conservación de energía.

Las integrales sobre trimomentos pueden hacerse analíticamente y escribirse en función de la parte imaginaria de la función de Lindhard (ver Ap. B). De esta forma y gracias a las ecs. (B.8)–(B.17) se puede evaluar la integración en  $d^3 \mathbf{p}$  en la ec. (2.39).

Hasta este punto el tratamiento ha sido completamente relativista y no existen limitaciones (excepto las relativas a posibles efectos de quarks en los factores de forma) al cuadrimomento transferido al núcleo, que puede ser comparable o superior a la masa del nucleón. En la sección siguiente incluiremos una serie de correcciones importantes debidas a efectos del medio nuclear. Para describir estos efectos haremos uso de una interacción efectiva no-relativista entre nucleones, de manera que, para ser consistentes, deberemos considerar una versión no-relativista del tensor hadrónico. Esto se realiza sin más que sustituir los factores  $M/E(\mathbf{p})$  y  $M/E(\mathbf{p} + \mathbf{q})$  en ec. (2.39) por la unidad. Las expresiones resultantes también se dan en el apéndice B.

## 2.4. El teorema de bajas densidades y la sección eficaz

### $\nu N \rightarrow l N$ en el vacío

En el límite de bajas densidades nucleares cualquier modelo nuclear debería reproducir los resultados en el vacío. Este teorema se conoce como teorema de bajas densidades (*low density*

*theorem*, LDT). En nuestro modelo podemos recuperar este límite aproximando la parte imaginaria de la función de Lindhard

$$\text{Im } \bar{U}_R(q, k_F^n, k_F^p) \approx -\pi \rho_n \frac{M}{E(\mathbf{q})} \delta(q^0 + M - E(\mathbf{q})) . \quad (2.40)$$

En este límite la energía del leptón saliente está fijada completamente una vez que se desprecia el momento de los nucleones en el mar de Fermi, con lo que las funciones de estructura  $W_i$  son proporcionales a la delta de Dirac de energías y el tensor hadrónico queda

$$W^{\mu\nu} = \frac{N \cos^2 \theta_C}{8ME(\mathbf{q})} \delta(q^0 + M - E(\mathbf{q})) A^{\nu\mu} \Big|_{p=(M,0)} \quad (2.41)$$

con  $N$  el número de neutrones. De esta manera es fácil comprobar

$$\sigma_{\nu_l + A_Z \rightarrow l^- + X} \approx N \sigma_{\nu_l + n \rightarrow l^- + p} \quad (2.42)$$

y que por tanto se verifica el LDT.

Es sencillo obtener la sección eficaz del proceso  $\nu_l + n \rightarrow l^- + p$ , que viene dada por

$$\sigma_{\nu l} = \frac{G^2 \cos^2 \theta_C}{8\pi(s - M^2)^2} \int_{q_{\min}^2}^{q_{\max}^2} dq^2 L_{\mu\nu} A^{\nu\mu} \Big|_{p=(M,0)} \quad (2.43)$$

donde los tensores  $L^{\mu\nu}$  y  $A^{\mu\nu}$  están definidos en ecs. (2.3) y (C.1) respectivamente.  $s = (2E_\nu + M)M$  es la masa invariante del sistema. Los límites de integración vienen dados por

$$q_{\min}^2 = m_l^2 - 2E_\nu(E_l' - |\mathbf{k}'|) \quad (2.44)$$

$$q_{\max}^2 = m_l^2 - 2E_\nu(E_l' + |\mathbf{k}'|) \quad (2.45)$$

con  $E_\nu$ ,  $E_l'$  y  $\mathbf{k}'$  las energías y momentos en el sistema de referencia LAB y la variable  $q^2$  puede relacionarse con el ángulo de dispersión  $\theta'$  según  $q^2 = (k - k')^2 = m_l^2 - 2E_\nu(E_l' - |\mathbf{k}'| \cos \theta')$ . La contracción de los tensores en ec. (2.43) da como resultado

$$L_{\mu\nu} A^{\nu\mu} \Big|_{p=(M,0)} = (q^2 - m_l^2) \left\{ a_1 + \frac{s}{2} a_2 - \frac{q^2}{2} a_3 - a_4 \frac{m_l^2}{2} \right\} + (s - M^2) \left\{ \frac{s - M^2}{2} a_2 - q^2 a_3 \right\} \quad (2.46)$$

con las funciones de estructura de nucleón  $a_i(q^2)$  definidas en ec. (C.6).

Para obtener la sección eficaz del proceso inducido por antineutrinos,  $\bar{\nu}_l + p \rightarrow l^+ + n$ , basta con reemplazar  $a_3$  por  $-a_3$ .

## 2.5. Correcciones de medio nuclear

Hasta ahora hemos descrito el núcleo como un gas de Fermi de nucleones no correlacionados. Esta aproximación es poco realista para energías bajas e intermedias, véase por ejemplo la discusión en el texto de Fetter y Walecka [15].

En esta sección introducimos los elementos de nuestro modelo que suponen una mejora sobre el modelo de gas de Fermi en LDA. Este formalismo ha sido utilizado extensivamente para estudiar una gran variedad de fenómenos de física nuclear y hadrónica: átomos piónicos, colisiones pión-núcleo, hipernúcleos y lo que es más relevante para nuestro trabajo, absorción de fotones y dispersión de electrones por núcleos [34–38].

### 2.5.1. Balance energético y distorsión Coulombiana

En primer lugar hay que tener en cuenta la energía mínima de excitación, o *Q-value*

$$Q = M(A_{Z+1}) - M(A_Z) \quad (2.47)$$

necesaria para realizar la transición hasta el estado fundamental del núcleo final, ec. (2.1), véanse refs. [39–43]. En un gas de Fermi no existe este *gap* y por lo tanto pueden producirse excitaciones partícula-hueco con una pequeña energía

$$Q_{\text{LFG}}(r) = E_F^p(r) - E_F^n(r). \quad (2.48)$$

Por ejemplo, la transición  $^{12}\text{C}_{\text{gs}} \rightarrow ^{12}\text{N}_{\text{gs}}$  tiene  $Q = 16.827$  MeV, un valor que es relevante para reacciones que involucren transferencias de energía del orden de las decenas de MeV. Para tener todo esto en cuenta reemplazaremos

$$q^0 \rightarrow q^0 - [Q - Q_{\text{LFG}}(r)] \quad (2.49)$$

en la ec. (2.39) a la hora de calcular el tensor hadrónico.

Por otra parte, el leptón saliente es una partícula cargada que se mueve en un campo Coulombiano generado por la distribución de carga positiva del núcleo  $\rho_{\text{ch}}(r)$ . Para implementar este efecto seguiremos la aproximación semiclásica de las refs. [41–44]. En este esquema se inserta una auto-energía en el propagador del leptón intermedio en el diagrama de auto-energía del neutrino de la fig. 2.1. Desarrollemos dicha auto-energía a primer orden en el potencial Coulombiano:

$$\Sigma_C = 2k'^0 V_C(r), \quad (2.50)$$

donde  $V_C(r)$  es el potencial Coulombiano generado por una densidad esférica de carga:

$$V_C(r) = -4\pi\alpha \left[ \frac{1}{r} \int_0^r dr' r'^2 \rho_{\text{ch}}(r') + \int_r^{+\infty} dr' r' \rho_{\text{ch}}(r') \right] \quad (2.51)$$

con  $\alpha = 1/137.036$  la constante de estructura fina y la distribución de carga,  $\rho_{\text{ch}}$ , normalizada a  $Z$ . Al evaluar la parte imaginaria del diagrama de auto-energía  $\Sigma_\nu$  del neutrino tenemos que poner el propagador intermedio del leptón

$$\frac{1}{k'^2 - m_l^2 - 2k'^0 V_C(r) + i\epsilon} \quad (2.52)$$

en capa de masas. Siguiendo las reglas de Cutkosky y despreciando correcciones cuadráticas en  $V_C$  reemplazamos ec. (2.52) por:

$$-i\pi \frac{\delta(k'^0 - E'_l)}{k'^0} \Theta(\hat{E}'_l(r) - m_l) \quad (2.53)$$

con  $E'_l$ , la energía asintótica del leptón (cuando el potencial Coulombiano  $V_C$  es despreciable), y la energía local del leptón  $\hat{E}'_l(r)$  definida

$$\hat{E}'_l(r) + V_C(r) = \sqrt{m_l^2 + \mathbf{K}^2(r)} + V_C(r) = E'_l \quad (2.54)$$

de manera que se conserve la energía. Debido al potencial Coulombiano, el momento del leptón no se conserva y es una función de  $\mathbf{r}$ , tomando el valor asintótico  $\mathbf{k}'$  a largas distancias. De este modo sustituiremos  $\mathbf{q}$  por una función local  $\mathbf{q}'(r) = \mathbf{k} - \mathbf{K}(r)$  en la ec. (2.39). Además, al tener en cuenta la dependencia en  $r$  del trimomento en la integral  $\int d^3\mathbf{k}'$  en la ec. (2.21) aparece una corrección al espacio fásico:

$$|\mathbf{K}(r)|\hat{E}'_l(r)/|\mathbf{k}'|E'_l. \quad (2.55)$$

Este método de tener en cuenta la corrección Coulombiana (CB) tiene un claro parecido con la aproximación del momento efectivo modificada (*modified effective momentum approximation*) utilizada en [45]. El uso de la aproximación de ondas planas en la región de interacción equivale a suponer que el potencial Coulombiano no modifica la dirección de las partículas que abandonan el núcleo. El potencial Coulombiano no debería alterar de forma apreciable el paquete de ondas del leptón cargado saliente, que es asintóticamente esférico. El único efecto sería frenarlo levemente y así cambiar la longitud de onda y la amplitud según se mueve hacia  $r$  mayores. Como se muestra en [45] este método es bastante preciso para muones de baja energía. Para electrones y positrones se suele usar la función de Fermi  $F(Z, E'_l)$  [46]. De todo modos, las correcciones son pequeñas, relevantes únicamente para reacciones cerca del umbral cinemático en núcleos pesados.

## 2.5.2. Correlaciones de largo alcance. RPA

Hasta ahora hemos supuesto que la interacción neutrino-nucleón no está afectada por el hecho de que los nucleones estén inmersos en un medio nuclear. Sin embargo, la intensidad del acoplamiento electrodébil se modifica de manera muy apreciable por las correlaciones entre nucleones ligados. Este *quenching* de la respuesta nuclear es un fenómeno que se conoce bien desde los experimentos sobre desintegraciones  $\beta$  en los años 70 [47, 48]. Para calcular este efecto en reacciones neutrino-núcleo seguiremos un formalismo que ya ha sido usado con éxito para describir las interacciones de fotones [49] y electrones [17] con núcleos en el rango de energías intermedias.

La idea básica de este formalismo consiste en sustituir la respuesta nuclear que se obtiene al considerar una única excitación partícula-hueco (1p-1h) por una inserción RPA. Ésta última consiste en una serie de diagramas partícula-agujero, como los mostrados en fig. 2.3. Al trabajar en un gas de Fermi las funciones de onda de nucleones son ondas planas, por lo que dicha serie puede calcularse analíticamente.

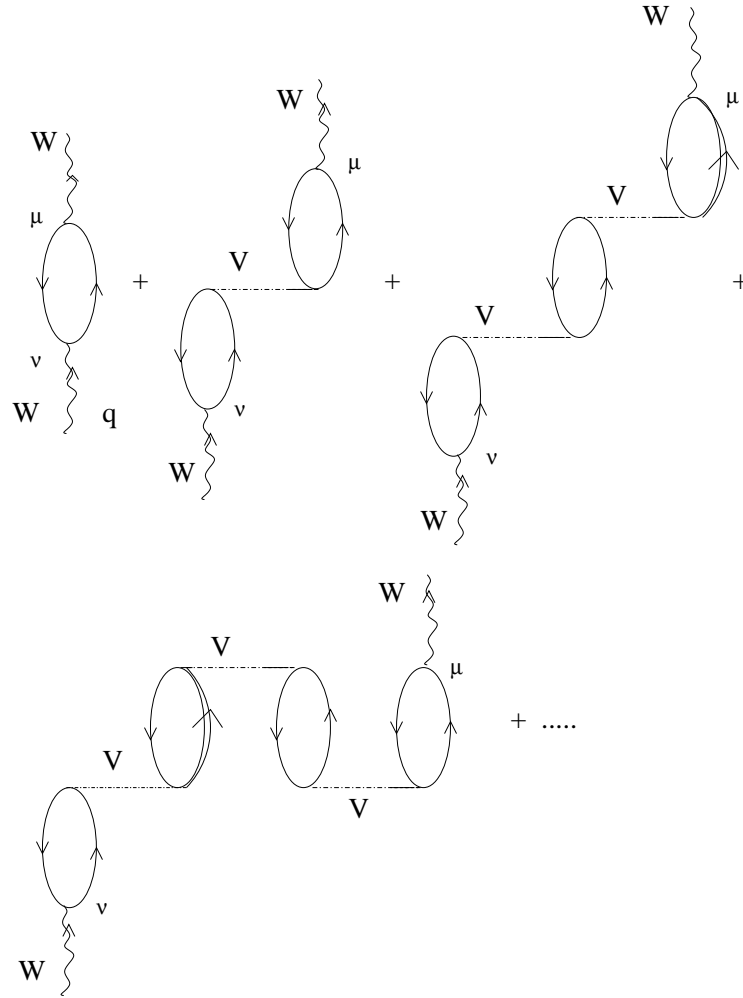


Figura 2.3: Conjunto de diagramas irreducibles responsables de los efectos de polarización (RPA) en la contribución 1p1h a la auto-energía del  $W^+$ .

Para describir la interacción partícula-hueco, denotada como  $V$  en la fig. 2.3 usaremos una interacción efectiva de tipo Landau-Migdal:

$$V = c_0 \{ f_0(\rho) + f'_0(\rho) \tau_1 \tau_2 + g_0(\rho) \sigma_1 \sigma_2 + g'_0(\rho) \sigma_1 \sigma_2 \tau_1 \tau_2 \} , \quad (2.56)$$

donde  $\sigma$  y  $\tau$  son matrices de Pauli en el espacio de espín e isospín del nucleón, respectivamente. Dicha interacción es de contacto, es decir, en el espacio de posiciones tiene una forma  $V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \propto \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$ , determinada en las refs. [50, 51]. En estos trabajos dichos coeficientes se ajustaron para reproducir momentos eléctricos y magnéticos, probabilidades de transición y resonancias gigantes de tipo eléctrico y magnético. Estas parametrizaciones tienen una dependencia



explícita en la densidad para la parte escalar de la interacción:

$$f_i(\rho(r)) = \frac{\rho(r)}{\rho(0)} f_i^{(in)} + \left[ 1 - \frac{\rho(r)}{\rho(0)} \right] f_i^{(ex)} \quad (2.57)$$

con unos valores para los coeficientes:

$$\begin{aligned} f_0^{(in)} &= 0.07 & f_0'^{(ex)} &= 0.45 \\ f_0^{(ex)} &= -2.15 & f_0'^{(in)} &= 0.33 \\ g_0 &= 0.575 & g_0' &= 0.725 \end{aligned} \quad (2.58)$$

y  $c_0 = 380 \text{ MeV fm}^3$ . La descripción del canal  $S = T = 1$  (operador  $\sigma\sigma\tau\tau$ ) se puede mejorar [52] usando una interacción que tenga en cuenta explícitamente el intercambio de mesones  $\pi$  y  $\rho$ . Para ello separamos las partes longitudinal  $V_l$  y transversal  $V_t$  de la interacción:

$$c_0 g_0'(\rho) \sigma_1 \sigma_2 \tau_1 \tau_2 \rightarrow \tau_1 \tau_2 \sum_{i,j=1}^3 \sigma_1^i \sigma_2^j V_{ij}^{\sigma\tau}, \quad (2.59)$$

$$V_{ij}^{\sigma\tau} = \hat{\mathbf{q}}_i \hat{\mathbf{q}}_j V_l(q) + (\delta_{ij} - \hat{\mathbf{q}}_i \hat{\mathbf{q}}_j) V_t(q), \quad (2.60)$$

donde  $\hat{\mathbf{q}} = \mathbf{q}/|\mathbf{q}|$  y los potenciales de los canales longitudinal y transversal vienen dados por:

$$V_l(q^0, \mathbf{q}) = \frac{f^2}{m_\pi^2} \left\{ \left( \frac{\Lambda_\pi^2 - m_\pi^2}{\Lambda_\pi^2 - q^2} \right)^2 \frac{\mathbf{q}^2}{q^2 - m_\pi^2} + g_l'(q) \right\} \quad (2.61)$$

con

$$\frac{f^2}{4\pi} = 0.08, \quad \Lambda_\pi = 1200 \text{ MeV} \quad (2.62)$$

para el canal longitudinal y

$$V_t(q^0, \mathbf{q}) = \frac{f^2}{m_\pi^2} \left\{ C_\rho \left( \frac{\Lambda_\rho^2 - m_\rho^2}{\Lambda_\rho^2 - q^2} \right)^2 \frac{\mathbf{q}^2}{q^2 - m_\rho^2} + g_t'(q) \right\} \quad (2.63)$$

con

$$C_\rho = 2, \quad \Lambda_\rho = 2500 \text{ MeV}, \quad m_\rho = 770 \text{ MeV} \quad (2.64)$$

para el canal transversal.

Las funciones  $g_l'(q)$  y  $g_t'(q)$  aparecen como consecuencia de la introducción de correlaciones de corto alcance (*short range correlations*, SRC) en la interacción nucleón-nucleón. La dependencia en momento de estas funciones es bastante suave, y suele despreciarse, tomando así dichas funciones un valor constante común, que se conoce como parámetro de Landau. Esto supone básicamente asumir una repulsión de tipo *hard-core* para la interacción nucleón-nucleón a cortas distancias. Nosotros usaremos para estos parámetros el valor usual en la literatura:  $g_l'(q) = g_t'(q) = g' = 0.63$ ,

como ya se hizo en [17] para estudiar dispersión de electrones por núcleos. Nótese cómo este valor da lugar a un valor para  $g'f^2/m_\pi^2$  consistente con  $c_0g'_0$ .

Como ya se puso de relevancia en [52], la resonancia  $\Delta(1232)$  juega un papel relevante en procesos nucleares a bajas energías, aunque la cinemática no permita la producción de piones. Aquí tendremos en cuenta otros efectos incluyendo inserciones de estados  $\Delta h$  en la serie RPA. Dados los números cuánticos de esta resonancia ( $J = 3/2, I = 3/2$ ) la interacción efectiva  $\Delta h$ -ph sólo afectará a los canales vector-isovector de la respuesta. Asumiremos una forma para la interacciones efectivas ph- $\Delta h$  y  $\Delta h$ - $\Delta h$  idéntica a la de las ecs.(2.61) y (2.63), pero sustituyendo los operadores  $\sigma$  y  $\tau$  por los operadores de transición<sup>5</sup> entre espacios de espín e isospín 1/2 a 3/2:  $\sigma \rightarrow \mathbf{S}$  y  $\tau \rightarrow \mathbf{T}$ , respectivamente. Además por cada  $\Delta$  que reemplace a un nucleón habrá que sustituir:  $f \rightarrow f^* = 2.13f$ , [52].

Las líneas  $V$  en la fig. 2.3 indican la interacción efectiva descrita en los párrafos anteriores. Debido a la estructura de isospín del acoplamiento  $W^+NN$  los términos isoscalares en la interacción efectiva ( $f_0$  y  $g_0$ ) no intervienen en corrientes cargadas. Por consistencia con la naturaleza no-relativista de la interacción efectiva barión-barión en el núcleo despreciaremos los términos de orden  $\mathcal{O}(p^2/M^2)$  cuándo sumemos la serie RPA. A continuación damos un ejemplo de cómo se suma uno de los términos de esta serie, en concreto el dominante, proporcional a  $G_A^2$ .

Para empezar, examinemos el término vector axial  $G_A\gamma^\mu\gamma_5\tau_+/2$ . Los operadores escalera en el espacio de isospín:  $\tau_\pm = \tau_x \pm i\tau_y$  son responsables de las transiciones  $n \rightarrow p$  y  $p \rightarrow n$  y están normalizados según  $\tau^+|n\rangle = 2|p\rangle$ . La reducción no-relativista del operador a primer orden en una expansión  $p/M$  es

$$G_A u_{r'}(\mathbf{p}') \frac{\tau_+}{2} \gamma^\mu \gamma_5 u_r(\mathbf{p}) = 2MG_A \chi_{r'}^\dagger \left( -g^{\mu i} \sigma^i + g^{\mu 0} \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} + \mathbf{p}')}{2M} + \dots \right) \frac{\tau_+}{2} \chi_r, \quad (2.65)$$

donde  $\mathbf{p}' = \mathbf{p} + \mathbf{q}$  y  $\chi_r$  es una función de onda no-relativista de nucleón con índices de espín e isospín, sumamos sobre los índices repetidos  $i = 1, 2, 3$  y los puntos suspensivos<sup>6</sup> indican correcciones de orden  $\mathcal{O}(p^2/M^2, p'^2/M^2, q^0/M)$ . En la aproximación de impulso esta corriente daría lugar a un tensor CC de nucleón

$$A^{\mu\nu}(p, q)|_{\text{ax vec}}^{NR} = 8M^2 (\mathcal{A}_1^{\mu\nu} + \mathcal{A}_2^{\mu\nu}) \quad (2.66)$$

$$\mathcal{A}_1^{\mu\nu} = G_A^2 g^{\mu i} g^{\nu j} \delta^{ij}, \quad \mathcal{A}_2^{\mu\nu} = -G_A^2 (g^{\mu i} g^{\nu 0} + g^{\mu 0} g^{\nu i}) \frac{(2\mathbf{p} + \mathbf{q})^i}{2M} \quad (2.67)$$

con  $i, j = 1, 2, 3$  y de nuevo sumamos sobre índices repetidos. Este tensor  $A^{\mu\nu}(p, q)|_{\text{ax vec}}^{NR}$  puede también obtenerse directamente de la reducción no-relativista de  $A^{\mu\nu}(p, q)$  en la ec. (C.1).  $\mathcal{A}_1$  proviene del operador dominante  $-g^{\mu i} \sigma^i \tau_+/2$  e involucra la traza de  $G_A^2 \sigma^i \sigma^j$  (contribución de la excitación 1p1h representada en el primer diagrama de fig. 2.3).

<sup>5</sup>Estos operadores están normalizados de manera que sus elementos de matriz sean iguales a los coeficientes de Clebsch-Gordan, es decir, sus elementos de matriz reducidos son iguales a 1.

<sup>6</sup>Nótese que  $q^0/M$  es de orden  $|\mathbf{q}|^2/M^2$ .

Consideremos primero este operador y, para simplificar, el término directo de la función de Lindhard. La estructura de espín de este operador implica que el término escalar  $f'_0$  de la interacción efectiva no contribuye a estos términos de la serie RPA, de manera que sólo nos quedamos con la parte  $\sum_{ij} V_{ij}^{\sigma\tau} \sigma_1^i \sigma_2^j \tau_1 \tau_2$  de la interacción efectiva. Fijémonos ahora en los diagramas irreducibles relativos a las excitaciones de uno y dos estados partícula agujero, diagramas primero y segundo de la fig. 2.3. La contribución de estos diagramas a la auto-energía del bosón  $W^+$  es:

$$\begin{aligned} \Pi_W^{ij} &\propto \langle p | \frac{\tau_+}{2} | n \rangle \langle n | \frac{\tau_-}{2} | p \rangle \frac{\bar{U}}{2} \text{Tr} (\sigma^i \sigma^j) \\ &+ \langle p | \frac{\tau_+}{2} | n \rangle \langle n | \boldsymbol{\tau} | p \rangle \cdot \langle p | \boldsymbol{\tau} | n \rangle \langle n | \frac{\tau_-}{2} | p \rangle \left( \frac{\bar{U}}{2} \right)^2 \sum_{k,l=1}^3 \text{Tr} (\sigma^i \sigma^l) \text{Tr} (\sigma^k \sigma^j) V_{lk}^{\sigma\tau} \\ &= \bar{U} (q, k_F^n, k_F^p) (\delta^{ij} + 2\bar{U} (q, k_F^n, k_F^p) V_{\sigma\tau}^{ij}) . \end{aligned} \quad (2.68)$$

con  $\bar{U}$  la función de Lindhard no relativista definida en la ec. B.19. La excitación de tres estados ph contribuye con

$$\bar{U} (2\bar{U})^2 \sum_k V_{\sigma\tau}^{ik} V_{\sigma\tau}^{kj} = \bar{U} (2\bar{U})^2 (\hat{q}_i \hat{q}_j V_l^2 + (\delta_{ij} - \hat{q}_i \hat{q}_j) V_t^2) \quad (2.69)$$

a  $\Pi_W^{ij}$ . De este modo la suma de toda la serie implícita en fig. 2.3 da lugar a dos series geométricas independientes, una en el canal longitudinal y otra en el transversal. Por tanto, podemos incorporar el efecto de la renormalización mediante la sustitución

$$\begin{aligned} \delta^{ij} \text{Im} \bar{U} (q, k_F^n, k_F^p) &\rightarrow \\ \text{Im} \left\{ \bar{U} (q, k_F^n, k_F^p) \left( \frac{\hat{q}^i \hat{q}^j}{1 - 2\bar{U} (q, k_F^n, k_F^p) V_l(q)} + \frac{\delta^{ij} - \hat{q}^i \hat{q}^j}{1 - 2\bar{U} (q, k_F^n, k_F^p) V_t(q)} \right) \right\} &= \\ \text{Im} \bar{U} (q, k_F^n, k_F^p) \left( \frac{\hat{q}^i \hat{q}^j}{|1 - 2\bar{U} (q, k_F^n, k_F^p) V_l(q)|^2} + \frac{\delta^{ij} - \hat{q}^i \hat{q}^j}{|1 - 2\bar{U} (q, k_F^n, k_F^p) V_t(q)|^2} \right) & \quad (2.70) \end{aligned}$$

en el tensor hadrónico  $W^{\mu\nu}$ .

La inclusión de los estados  $\Delta$ h y los términos cruzados en la función de Lindhard que no aparecen en la función  $\bar{U}$  se realiza sustituyendo  $2\bar{U}$  por  $U(q, k_F) = U_N + U_\Delta$  en el denominador de ec. (2.70). Para más detalles ver ap. B. Los distintos acoplamientos para N y  $\Delta$  se incorporan en  $U_N$  y  $U_\Delta$  de manera que podemos usar las mismas interacciones  $V_l$  y  $V_t$  para las excitaciones ph y  $\Delta$ h [52]. Al tomar  $\mathbf{q}$  en la dirección del eje Z resulta que las contribuciones de la corriente axial vector a las componentes transversales ( $xx, yy$ ) y longitudinal  $zz$  del tensor hadrónico están renormalizadas por factores distintos,  $1/|1 - U(q, k_F) V_t(q)|^2$  frente a  $1/|1 - U(q, k_F) V_l(q)|^2$ .

Prestemos ahora atención al término  $\mathcal{A}_2$  en la ec. (2.67), que proviene de la interferencia entre los operadores  $-g^{\mu i} \sigma^i \tau_+ / 2$  y  $\tau_+ g^{\mu 0} (\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} + \mathbf{p}')) / 4M$  de la ec. (2.65). Al considerar la serie RPA completa tenemos que sustituir

$$8M^2 \frac{q^0}{|\mathbf{q}|} G_A^2 \text{Im} \bar{U} (q, k_F^n, k_F^p) \rightarrow 8M^2 \frac{q^0}{|\mathbf{q}|} G_A^2 \frac{\text{Im} \bar{U} (q, k_F^n, k_F^p)}{|1 - U(q, k_F) V_l(q)|^2} \quad (2.71)$$

en las componentes  $0z$  y  $z0$  del tensor hadrónico  $W^{\mu\nu}$ .

Este procedimiento se ha repetido para todas las contribuciones al tensor hadrónico de nucleón  $A^{\mu\nu}$ . En el ap. C.1 damos expresiones para las componentes relevantes  $(00, 0z, zz, xx, xy)$ . Sólo hemos calculado las correcciones para los dos primeros términos en la expansión de la corriente en  $p/M$ . Una excepción a esta regla se ha hecho para los términos de tipo magnético  $\mu_V F_2^V |\mathbf{q}|/M$ , que hemos supuesto de orden  $\mathcal{O}(0)$  en la expansión  $p/M$ , ya que  $\mu_V$  puede tomar un valor relativamente grande.

Para acabar esta sección discutiremos las diferencias entre nuestro esquema para la polarización RPA y el empleado por Oset y colaboradores en las referencias [41–44]. En primer lugar, en estas referencias no se tuvo en cuenta el término escalar-isovector de la interacción efectiva  $ph$ . Existen además ciertas diferencias respecto al tratamiento tensorial de la función de respuesta RPA. En el esquema seguido en esta tesis y desarrollado para dispersión de electrones en [17], primero evaluamos la contribución 1p-1h al tensor hadrónico y todas las correcciones RPA a sus distintas componentes. En un segundo paso contraemos el tensor hadrónico con el tensor leptónico y obtenemos la sección eficaz según la ec. (2.2). Las correcciones RPA no sólo dependen de los diferentes términos del tensor nucleónico ( $G_A^2, (F_V^1)^2, F_V^1 F_V^2 \dots$ ), si no que, como se ve en la ec. (2.70), son diferentes según la componente del tensor que está siendo renormalizada.

En las referencias [41–44] estos pasos se realizan en orden inverso. Primero se contraen los tensores leptónico y hadrónico, sin tener en cuenta los efectos de polarización del medio. Esta contracción, salvo factores cinemáticos, se nota como  $\overline{\sum} \sum |T|^2$  en las citadas referencias. En un segundo paso se estudian los efectos de la polarización del medio en los distintos términos, tal y como hemos hecho en esta tesis. De este modo, para un término dado, no se puede estudiar el efecto de la RPA en cada uno de las componentes del tensor hadrónicos por separado. Como ejemplo, en la corrección al término axial-axial (ec. (2.67)), los autores de [41–44] realizaban la sustitución

$$G_A^2 \rightarrow G_A^2 \left( \frac{2}{3|1 - U(q, k_F) V_t(q)|^2} + \frac{1}{3|1 - U(q, k_F) V_l(q)|^2} \right) \quad (2.72)$$

que nosotros podemos recuperar si contraemos la ec. (2.70) con  $\delta_{ij}$  y reemplazamos  $2\overline{U} \rightarrow U$ . De este modo la ec. (2.72) es estrictamente correcta, despreciando términos de orden  $p/M$ , sólo para la contribución a  $\overline{\sum} \sum |T|^2$  que sale de contraer el tensor hadrónico con el término en  $g^{\mu\nu}$  del tensor leptónico. Por lo tanto la prescripción de la ec. (2.72) no es correcta para las contribuciones que surgen de la contracción con los términos  $k'_\mu k_\sigma + k'_\sigma k_\mu$  del tensor leptónico con los contribución axial-axial del tensor hadrónico  $W^{\mu\nu}$ . De todos modos en procesos a baja energía como captura muónica (donde esta aproximación fue usada por primera vez y el trimomento del muón puede despreciarse) ésta es una aproximación razonable.

### 2.5.3. Interacción en el estado final

Una vez que el bosón  $W$  virtual produce la excitación  $ph$ , el nucleón saliente puede colisionar numerosas veces con los demás nucleones del medio, con la consiguiente emisión de más nu-

cleones. El resultado es una reducción de la respuesta QE en el pico y una redistribución de la respuesta hacia mayores momentos transferidos. Para describir este efecto hay que tener cuidado a la hora de distinguir entre procesos inclusivos y exclusivos. En estos últimos el estado final del núcleo es detectado. Así, para estos últimos es posible utilizar potenciales ópticos para describir la aparición de nuevos canales aparte del generado por la excitación 1ph, que reducen parte del flujo del canal cuasielástico. Sin embargo, para observables inclusivos, donde todos los canales abiertos contribuyen a la respuesta, es necesario otro enfoque.

En nuestro MBF describiremos la FSI usando propagadores del nucleón *vestidos* con auto-energías realistas que dependen explícitamente del momento y la energía del nucleón. Para ello haremos uso del modelo semifenomenológico de la referencia [53]. Las funciones espectrales de nucleón obtenidas a partir de estas auto-energías se comparan razonablemente bien con las obtenidas a partir de modelos microscópicos como los de las refs. [54–58] Además, esta autoenergía mantiene una dependencia en energías y momentos, que otros modelos utilizados en *scattering* de neutrinos [59, 60] no tienen en cuenta. Las auto-energías de [53] tienen una parte imaginaria proveniente de componentes tipo 2p2h que es equivalente al uso de funciones de onda correlacionadas evaluadas mediante interacciones realistas NN. Así consideraremos el diagrama de la fig. 2.4, donde las líneas a trazos representan una interacción NN en el medio nuclear [52, 53].

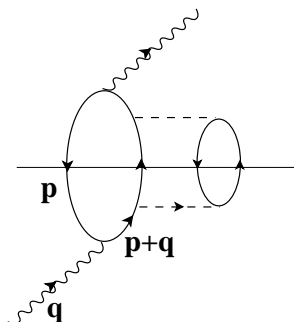


Figura 2.4: Diagrama de auto-energía de un  $W^{+-}$  obtenido a partir del primer diagrama en fig. 2.2 vistiendo el propagador del estado partícula de nucleón en la excitación ph.

Aquí hay que tener cuidado, ya que la parte imaginaria de este diagrama es divergente. Esta divergencia aparece al poner los estados 2p-2h de la fig. 2.4 en capa de masas, pues tenemos el propagador de nucleón con momento  $p+q$  que puede ser puesto en capa de masas, ya que el bosón  $W$  es virtual. Este diagrama describe la probabilidad por unidad de tiempo de que un nucleón absorba el bosón  $W^+$  multiplicada por la probabilidad de que el nucleón final colisione con otro nucleón. Como el nucleón es real (y por lo tanto su vida media es infinita) dicha probabilidad es infinita.

El problema se puede resolver [61] si tenemos en cuenta que el nucleón en el gas de Fermi adquiere una autoenergía, cuya parte imaginaria le proporciona una vida media finita (para colisiones). Esto es tenido en cuenta al iterar, en el sentido de la ecuación de Dyson, la inserción de auto-energía de la fig. 2.5 en la línea de nucleón.

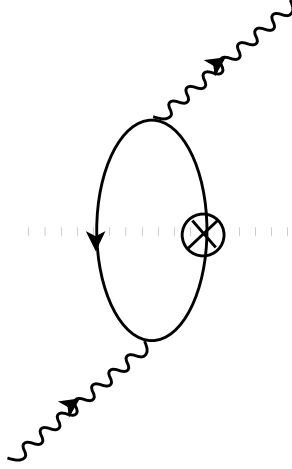


Figura 2.5: Inserción de la auto-energía de nucleón en la línea de nucleón de la partícula estado.

De esta manera el propagador de partícula del nucleón en la ec. (2.26) se sustituye por un propagador convenientemente renormalizado  $G_{\text{FSI}}(p; \rho)$  que incluye la auto-energía  $\Sigma(p^0, \mathbf{p}; \rho)$  del nucleón en el medio

$$G_{\text{FSI}}(p; \rho) = \frac{1}{p^0 - \bar{E}(\mathbf{p}) - \Sigma(p^0, \mathbf{p}; \rho)} \quad (2.73)$$

donde hemos definido  $\bar{E}(\mathbf{p}) = M + \mathbf{p}^2/2M$ . Esta expresión utiliza una reducción no-relativista del propagador de nucleón en la ec. (2.26), ya que el modelo [53] utilizado para calcular la auto-energía  $\Sigma(p^0, \mathbf{p}; \rho)$  del nucleón no es relativista. Además, éste se calculó en materia nuclear simétrica, lo que hemos tenido en cuenta a la hora de presentar nuestros resultados.

Alternativamente al lenguaje de auto-energías del nucleón podemos utilizar la representación [15] de funciones espectrales

$$G_{\text{FSI}}(p; \rho) = \int_{-\infty}^{\mu} d\omega \frac{S_h(\omega, \mathbf{p}; \rho)}{p^0 - \omega - i\epsilon} + \int_{\mu}^{\infty} d\omega \frac{S_p(\omega, \mathbf{p}; \rho)}{p^0 - \omega + i\epsilon} \quad (2.74)$$

donde  $S_h, S_p$  son las funciones espectrales de hueco y partícula relacionadas con la auto-energía del nucleón  $\Sigma$  mediante

$$S_{p,h}(\omega, \mathbf{p}; \rho) = \mp \frac{1}{\pi} \frac{\text{Im} \Sigma(\omega, \mathbf{p}; \rho)}{[\omega - \bar{E}(\mathbf{p}) - \text{Re} \Sigma(\omega, \mathbf{p}; \rho)]^2 + [\text{Im} \Sigma(\omega, \mathbf{p}; \rho)]^2} \quad (2.75)$$

con  $\omega \geq \mu$  o  $\omega \leq \mu$  para  $S_p$  y  $S_h$ , respectivamente. El potencial químico  $\mu$  está definido según

$$\mu = M + \frac{k_F^2}{2M} + \text{Re} \Sigma(\mu, k_F). \quad (2.76)$$

Mediante la ec. (2.74) podemos reescribir el propagador de ph o la función de Lindhard de manera que incorpore los efectos de auto-energía del nucleón en el medio, y obtenemos para la parte

imaginaria:

$$\text{Im } \bar{U}_{FSI}(q; \rho) = -\frac{\Theta(q^0)}{4\pi^2} \int d^3\mathbf{p} \int_{\mu-q^0}^{\mu} d\omega S_h(\omega, \mathbf{p}; \rho) S_p(q^0 + \omega, \mathbf{p} + \mathbf{q}; \rho). \quad (2.77)$$

Comparando la expresión anterior con la ordinaria para la parte imaginaria de la función de Lindhard, ec. (B.19), se observa que, para tener en cuenta los efectos FSI en un medio simétrico de densidad  $\rho$ , debe sustituirse

$$2 \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \Theta(k_F^n(r) - |\mathbf{p}|) \Theta(|\mathbf{p} + \mathbf{q}| - k_F^n(r)) (-\pi) \delta(q^0 + \bar{E}(\mathbf{p}) - \bar{E}(\mathbf{p} + \mathbf{q})) A^{\nu\mu}(p, q)|_{p^0=\bar{E}(\mathbf{p})} \quad (2.78)$$

por

$$-\frac{1}{4\pi^2} \int d^3\mathbf{p} \int_{\mu-q^0}^{\mu} d\omega S_h(\omega, \mathbf{p}; \rho) S_p(q^0 + \omega, \mathbf{p} + \mathbf{q}; \rho) A^{\nu\mu}(p, q)|_{p^0=\bar{E}(\mathbf{p})} \quad (2.79)$$

en la expresión del tensor hadrónico de la ec. (2.39). Las integrales en  $d^3\mathbf{p}$  y  $d\omega$  no son triviales de calcular ya que en una amplia región cinemática las funciones espectrales son muy estrechas y se comportan prácticamente como funciones delta de Dirac. Para simplificar el cálculo numérico y ya que la parte imaginaria de la auto-energía de nucleón para los estados hueco es mucho menor que para los estados partícula a energías de excitación intermedias, aproximaremos  $\text{Im } \Sigma \approx 0$  para estados hueco. En [62] se mostró que esto es una buena aproximación. De este modo tomamos

$$S_h(\omega, \mathbf{p}; \rho) = \delta(\omega - \hat{E}(\mathbf{p})) \Theta(\mu - \hat{E}(p)) \quad (2.80)$$

donde  $\hat{E}(p)$  es la energía de nucleón asociada al momento  $\mathbf{p}$  obtenida de manera auto-consistente a partir de la ecuación

$$\hat{E}(\mathbf{p}) = \bar{E}(\mathbf{p}) + \text{Re } \Sigma(\hat{E}(\mathbf{p}), \mathbf{p}; \rho). \quad (2.81)$$

Es importante mantener la parte real de la auto-energía en los estados hueco al renormalizar los propagadores de partícula, puesto que hay términos en las auto-energías de nucleón prácticamente independientes del momento que cancelan en el propagador  $ph$ , donde las dos energías se sustraen.

## 2.6. Extensión del modelo a antineutrinos

Los resultados de este modelo para reacciones inducidas por antineutrinos:

$$\bar{\nu}_l(k) + A_Z(p) \rightarrow l^+(k') + X \quad (2.82)$$

se obtienen fácilmente sin más que tener en cuenta pequeñas modificaciones a las expresiones dadas para reacciones inducidas por neutrinos en las secciones anteriores:

- Cambiar el signo de los términos que violan paridad (imaginarios puros) en el tensor leptónico. Esto supone cambiar el signo del término  $W_3$  en la expresión de la ec. (2.15) para la sección eficaz doblemente diferencial.
- Reemplazar la auto-energía del bosón  $W^+$  ec. (2.26) por la del bosón  $W^-$ . Ésto se logra intercambiando el papel de protones y neutrones en todas las fórmulas:  $\bar{\Pi}_W^{\mu\nu}(\rho_n, \rho_p) = \Pi_W^{\mu\nu}(\rho_p, \rho_n)$ . En núcleos simétricos ambas expresiones son idénticas.
- Cambiar el signo del potencial Coulombiano  $V_C$ , que pasa a ser repulsivo para leptones cargados positivamente.
- Corregir en la ec. (2.49) para el balance energético del LFG; y utilizar la diferencia  $\bar{Q} - \bar{Q}_{\text{LFG}}(r)$ , donde  $\bar{Q} = M(A_{Z-1}) - M(A_Z)$  y  $\bar{Q}_{\text{LFG}}(r) = E_F^n(r) - E_F^p(r)$ .

## 2.7. Resultados

En esta sección presentaremos resultados obtenidos con nuestro modelo para diferentes observables en varios núcleos de interés.

Las densidades de carga del núcleo se han tomado del análisis de medidas experimentales [63, 64]. Para obtener densidades de protón hemos tenido en cuenta el efecto del tamaño finito del protón y hemos desconvolucionado la densidad de centros de protón, siguiendo el procedimiento descrito en la sección II de [65].

La densidad de neutrones es más difícil de obtener experimentalmente. Es necesario por tanto, recurrir a modelos teóricos. Aquí hemos usado distribuciones similares a las de carga (convenientemente normalizadas), pero corregidas siguiendo el desarrollo de la matriz densidad inspirado en cálculos Hartree-Fock de [66], que han sido corroborados por los datos en átomos piónicos [65]. El tamaño finito del neutrón se ha tenido en cuenta mediante un procedimiento análogo al de protones para obtener la densidad de centros de neutrones.

Las densidades así obtenidas siguen una distribución del tipo oscilador armónico modificado (*modified harmonic oscillator*, MHO)

$$\rho(r) = \rho_0 \left[ 1 + a \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] e^{-(r/R)^2} \quad (2.83)$$

en núcleos con  $Z \leq 8$ . Para los demás núcleos se tiene una distribución

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)} \quad (2.84)$$

conocida como de Fermi con 2 parámetros libres (2pf). Los valores usados para los parámetros en los distintos núcleos se recopilan también en la tabla 2.1.

Para calcular los  $Q$ -values hemos tomado las masas experimentales de los núcleos, según aparecen en [67]. Los valores obtenidos se dan en la tab. 2.1.



Núcleo	$R_p$ [fm]	$R_n$ [fm]	$a_p$ [fm]*	$a_n$ [fm]	$Q$ [MeV]	$\overline{Q}$ [MeV]
$^{12}\text{C}$	1.692	1.692	1.082	1.082	16.827	13.880
$^{16}\text{O}$	1.833	1.815	1.544	1.529	14.906	10.931
$^{18}\text{O}$	1.881	1.975	1.544	2.048	1.144	14.413
$^{23}\text{Na}$	2.773	2.81	0.54	0.54	3.546	4.887
$^{40}\text{Ar}$	3.47	3.64	0.569	0.569	0.994	7.991
$^{40}\text{Ca}$	3.51	3.43	0.563	0.563	13.809	1.822
$^{44}\text{Ca}$	3.573	3.714	0.563	0.563	3.142	6.170
$^{75}\text{As}$	4.492	4.64	0.58	0.58	0.353	1.688
$^{112}\text{Cd}$	5.38	5.58	0.58	0.58	2.075	4.462
$^{208}\text{Pb}$	6.624	6.890	0.549	0.549	2.368	5.512

Tabla 2.1: Parámetros para las densidades de carga ( $R_p$ ,  $a_p$ ) y materia de neutrones ( $R_n$ ,  $a_n$ ) para varios núcleos. Las parametrizaciones siguen los perfiles de las ecuaciones ec. (2.83) para C y O y ec. (2.84) para los demás núcleos. Notar que el parámetro  $a$  en la distribución MHO no tiene dimensiones. También mostramos los  $Q(\overline{Q})$ -values.

### 2.7.1. Reacciones inclusivas a bajas energías

En esta sección presentamos las predicciones de nuestro modelo para las reacciones inclusivas  $^{12}\text{C}(\nu_\mu, \mu^-)X$  y  $^{12}\text{C}(\nu_e, e^-)X$  a bajas energías del neutrino incidente, menores de 200 MeV.

Estas cinemáticas resultan en unas energías de excitación del núcleo bastante bajas,  $\sim 30$  MeV. En estas regiones algunas aproximaciones de nuestro modelo están menos justificadas pero podemos considerarlas aceptables si limitamos nuestro estudio a secciones eficaces integradas. En concreto, en la subsec. 2.5.3 aproximamos la parte imaginaria de los estados de hueco a cero:  $\text{Im } \Sigma_h$ . Esta aproximación no está justificada para excitaciones con energías menores de 50 MeV, ya que (ver [53]) a estas energías la parte imaginaria de la auto-energía de partículas y huecos es comparable. Sin embargo, como veremos en las secciones siguientes los efectos de FSI para observables integrados son pequeños, del orden del 5–10% y por tanto no incluiremos la FSI en los cálculos a bajas energías presentados en esta sección.

Por otro lado, cabe esperar que en este rango de energías los efectos de tamaño finito del núcleo sean relevantes y deban ser tenidos en cuenta. De hecho, estas reacciones excitan estados discretos y resonancias gigantes [68] y por lo tanto esperamos la aparición de picos estrechos en la distribución de energías del leptón saliente. Naturalmente un gas de Fermi no reproduce adecuadamente este tipo de efectos<sup>7</sup>. Sin embargo, como mostraremos en sec. 4.3, este tipo de efectos son poco relevantes en observables integrados, siempre menores del 5 o 10%.

Compararemos los resultados de nuestro modelo con los resultados experimentales para secciones eficaces integradas. En estos experimentos se tienen haces de neutrinos no monocromáticos

<sup>7</sup>Aunque es conveniente señalar que en [50, 51] se utilizó la interacción efectiva de la ec. (2.56) como mecanismo para estudiar propiedades de algunas resonancias gigantes.

con un espectro  $W(E_\nu)$  con energías comprendidas entre  $E_\nu^{\min}$  y  $E_\nu^{\max}$ . De esta manera lo que se mide son secciones eficaces promediadas:

$$\bar{\sigma} = \frac{\int_{E_\nu^{\min}}^{E_\nu^{\max}} dE_\nu \sigma(E_\nu) W(E_\nu)}{\int_{E_\nu^{\min}}^{E_\nu^{\max}} dE_\nu W(E_\nu)}. \quad (2.85)$$

En el experimento LSND [69–72] se empleó un haz de neutrinos muónicos, provenientes de la desintegración de piones cargados en vuelo. El espectro de estos neutrinos [69] se muestra en el panel inferior derecho de fig. 2.6. En el caso de experimentos con neutrinos electrónicos el haz se obtiene a partir de la desintegración de muones en reposo. El espectro está bien descrito por una distribución de Michel:

$$W(E_\nu) \propto E_\nu^2 (E_\nu^{\max} - E_\nu) \quad (2.86)$$

con  $E_\nu^{\max} = (m_\mu^2 - m_e^2) / 2m_\mu$  y  $E_\nu^{\min} = 0$ .

Los resultados para las reacciones  $^{12}\text{C}(\nu_\mu, \mu^-)X$  y  $^{12}\text{C}(\nu_e, e^-)X$  se muestran en la fig. 2.6 y las tablas 2.2 y 2.3. En los cálculos se ha usado una cinemática no relativista para los nucleones y no se han tenido en cuenta los efectos de FSI. El acuerdo con el experimento resulta bastante bueno y para ello es imprescindible tener en cuenta los efectos de medio nuclear. La simple prescripción de multiplicar por 6 (número de neutrones en  $^{12}\text{C}$ ) la sección eficaz elemental  $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$  sobreestima las secciones eficaces por un factor 5 para neutrinos muónicos (40 para neutrinos electrónicos). La inclusión de efectos de mar de Fermi, bloqueo de Pauli (equivalentes a un modelo de gas de Fermi) y un correcto balance energético describen correctamente el orden de magnitud de la reacción. Sin embargo, es necesario incluir efectos de RPA y distorsión Coulombiana para alcanzar una buena descripción de los datos.

En la tabla 2.2 se comparan nuestros resultados con las predicciones de otros modelos teóricos. A primera vista nuestro modelo puede parecer demasiado simple en comparación con los modelos de capas (*shell model*, SM) de [73, 74] o la RPA en el continuo (*continuum RPA*, CRPA) de [68]; sin embargo comienza a ser válido una vez que la energía de excitación del núcleo es lo bastante grande como para que muchos estados nucleares finales contribuyan al proceso. Naturalmente, sólo podemos aplicarlo a procesos inclusivos, en los que se realiza una suma sobre todos los estados nucleares finales y no está diseñado para evaluar la contribución de estados nucleares individuales a la sección eficaz. La aplicación de este método a núcleos finitos mediante la LDA ya se llevó a cabo con éxito para procesos inclusivos con fotones reales [49] y virtuales [17]. El presente modelo puede verse como una extensión de estos trabajos a procesos con neutrinos, que involucran además a la corriente axial.

En los paneles centrales de la fig. 2.6 se muestran las distribuciones de energía del leptón saliente cerca del máximo de  $\sigma(E_\nu)W(E_\nu)$ . En estas gráficas se aprecia el rango de energías transferidas al núcleo: 25–30 MeV para neutrinos muónicos y  $< 10$  MeV para neutrinos electrónicos. Naturalmente un espectro realista presentaría transiciones a estados discretos y picos en la distribución del continuo. Sin embargo, como veremos más claramente en sec. 4.3, la respuesta integrada en energías no se ve muy afectada por este tipo de efectos de tamaño finito.

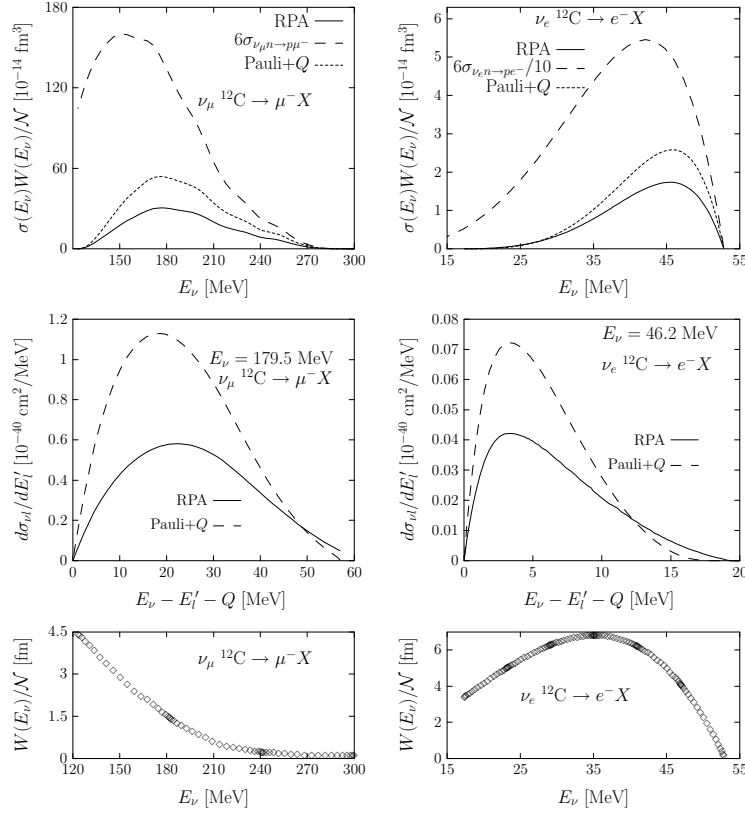


Figura 2.6: Predicciones para las reacciones  $^{12}\text{C}(\nu_\mu, \mu^-)X$  (paneles de la izquierda) y  $^{12}\text{C}(\nu_e, e^-)X$  (paneles de la derecha). Los resultados se han obtenido usando cinemática no relativista para los nucleones y sin incluir efectos FSI. **Arriba**: Secciones eficaces multiplicadas por el flujo, en función de la energía del neutrino. Además del modelo completo con correlaciones RPA pero sin FSI (línea sólida, “RPA”), presentamos resultados sin RPA ni correcciones Coulombianas (línea de puntos, “Pauli+Q”), y también el modelo de nucleón libre (línea de rayas (“ $6\sigma(\nu n \rightarrow p l^-)$ ”). **Centro**: Secciones eficaces diferenciales para energías fijas de neutrino,  $E_{\nu_\mu} = 179.5$  MeV (izquierda) y  $E_{\nu_e} = 46.2$  MeV (derecha), en función de la energía transferida al núcleo. **Abajo**: Espectro de neutrinos muónicos (izquierda) y electrónicos (derecha).

La interacción efectiva  $\text{ph}(\Delta\text{h})\text{-ph}(\Delta\text{h})$  usada para el cálculo de la serie RPA ha sido testada en numerosos procesos nucleares: [17, 34–38, 49]. La inclusión en la RPA de los grados de libertad de la  $\Delta(1232)$  supone una reducción de la sección eficaz promedio del proceso  $^{12}\text{C}(\nu_\mu, \mu^-)X$  del orden del 15 %, mientras que para  $^{12}\text{C}(\nu_e, e^-)X$  la reducción es sólo del 4 %. Esto se debe que las energías de excitación nucleares relevantes en el caso de  $\nu_e$  son mucho más pequeñas ( $\leq 10$  MeV) que para el caso del experimento LSND ( $\sim 25\text{--}30$  MeV). También es importante el tratamiento riguroso de las correcciones RPA (véanse los comentarios de 2.5.2): en [43] se predice para el experimento de LSND una sección eficaz de  $\bar{\sigma} = (16.7 \pm 1.4) \times 10^{-40}$  cm<sup>2</sup>, que es un 40 % mayor que el obtenido en nuestros cálculos, usando una forma muy similar para la interacción efectiva  $\text{ph}(\Delta\text{h})\text{-ph}(\Delta\text{h})$ .

	LDT	Pauli+Q	RPA	SM [73]	SM [74]	CRPA [68]
$\sigma(\nu_\mu, \mu^-)$	66.1	20.7	11.9	13.2	15.2	19.2
$\sigma(\nu_e, e^-)$	5.97	0.19	0.14	0.12	0.16	0.15

Tabla 2.2: Secciones eficaces promediadas para las reacciones  $^{12}\text{C}(\nu_\mu, \mu^-)X$  y  $^{12}\text{C}(\nu_e, e^-)X$  en unidades  $10^{-40} \text{ cm}^2$ . Denotamos nuestras predicciones como en fig. 2.6. También citamos resultados teóricos de otros grupos.

	LSND'95 [69]	LSND'97 [70]	LSND'02 [71]
$\sigma(\nu_\mu, \mu^-)$	$8.3 \pm 0.7 \pm 1.6$	$11.2 \pm 0.3 \pm 1.8$	$10.6 \pm 0.3 \pm 1.8$
	KARMEN [75]	LSND [72]	LAMPF [76]
$\sigma(\nu_e, e^-)$	$0.15 \pm 0.01 \pm 0.01$	$0.15 \pm 0.01 \pm 0.01$	$0.141 \pm 0.023$

Tabla 2.3: Resultados experimentales de las secciones eficaces  $^{12}\text{C}(\nu_\mu, \mu^-)X$  y  $^{12}\text{C}(\nu_e, e^-)X$  en unidades  $10^{-40} \text{ cm}^2$ .

## 2.7.2. Reacciones inclusivas QE a energías intermedias

En esta subsección presentaremos resultados para secciones eficaces de neutrinos y antineutrinos electrónicos y muónicos para varios núcleos a energías intermedias. En este rango de energías (150–400 MeV para  $\nu_e$  y 250–500 para  $\nu_\mu$ ) nuestro modelo es fiable no sólo para observables integrados (ver Sec. 2.7.1), si no también para secciones eficaces diferenciales. La principal limitación de nuestro modelo provendrá del uso de cinemáticas no relativistas para los nucleones, que suponen correcciones del 5–10 %.

En la fig. 2.7 se estudian las correcciones a la sección eficaz como consecuencia de la introducción de distorsión Coulombiana y de correlaciones RPA. La inclusión de estos efectos es importante para neutrinos y antineutrinos en todo el rango de energías considerado, con correcciones del orden del 20–60 %. La correcciones RPA reducen las secciones eficaces especialmente a bajas energías, pero sus efectos son relevantes incluso para las energías más altas estudiadas en este trabajo, con supresiones del orden del 20–30 %. La distorsión Coulombiana del leptón cargado aumenta la sección eficaz de neutrinos, mientras que el efecto para antineutrinos es el inverso. El efecto disminuye con la energía del neutrino incidente. Para neutrinos el efecto relativo de las dos correcciones simultáneas RPA+CB, es similar para todos los núcleos estudiados. En el caso de antineutrinos hay una moderada dependencia de estas correcciones en  $A$  y  $Z$ . Para un leptón cargado positivamente la repulsión Coulombiana tiende a reducir el momento efectivo dentro del núcleo, de manera que el factor de corrección del espacio fásico  $|\mathbf{K}(r)|\hat{E}'_l(r)/|\mathbf{k}'|E'_l$  es menor que la unidad, y disminuye según aumenta  $Z$ . Por otro lado, la supresión RPA disminuye cuando dicho momento efectivo aumenta y crece con  $A$ . La combinación de estos efectos explica la dependencia encontrada para antineutrinos. Además estos efectos disminuyen con la energía del antineutrino,

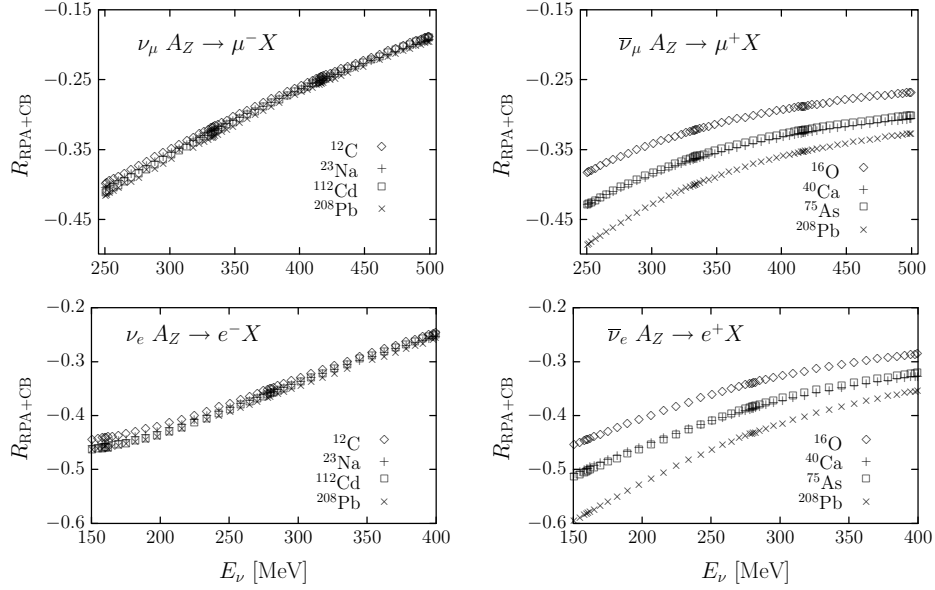


Figura 2.7: Correcciones RPA y Coulombianas a secciones eficaces QE para neutrinos y antineutrinos electrónicos y muónicos, para diferentes núcleos. Hemos tratado los nucleones relativísticamente y no hemos tenido en cuenta correcciones FSI.  $R_{\text{RPA+CB}}$  se define cómo  $(\sigma_{\text{RPA+CB}} - \sigma_0)/\sigma_0$ , donde  $\sigma_0$  no incluye correcciones RPA o CB, mientras que  $\sigma_{\text{RPA+CB}}$  sí lo hace.

por lo que las curvas de la derecha de la fig. 2.7 se aproximan ligeramente entre sí. En el caso de neutrinos, las dependencias en  $A$  generadas por la RPA y la CB tienden a cancelarse. Las diferencias encontradas entre las gráficas para neutrinos muónicos y electrónicos se deben a los diferentes momentos que ambos leptones tienen a igual energía.

En la fig. 2.8 se muestran secciones eficaces para neutrinos y antineutrinos divididas por el número de neutrones y protones respectivamente. Al igual que en la gráfica anterior, hemos usado el modelo completo de la Sec. 2.5 con cinemática relativista para los nucleones e ignorando correcciones FSI. Podemos apreciar que las secciones eficaces de neutrinos escalan bien con el número de neutrones, mientras que existen diferencias claras para las secciones eficaces de antineutrinos. Esto puede explicarse siguiendo argumentos similares a los dados para la fig. 2.7. Para ilustrar la importancia de los efectos nucleares, también hemos incluido los resultados obtenidos para las secciones eficaces en nucleones libres (LDT en las gráficas).

En la fig. 2.9 se muestran secciones eficaces diferenciales en función de la energía transferida al núcleo  $E_{\nu} - E'$ , para varios núcleos y energías de neutrino. Hemos utilizado la misma versión de nuestro modelo que en las dos gráficas anteriores. Puede apreciarse el *scaling* aproximado con  $A$  así como la relevancia de la inclusión de efectos nucleares RPA. Para neutrinos electrónicos se obtienen resultado análogos a éstos.

En la fig. 2.10 mostramos la sección eficaz doblemente diferencial  $d\sigma/dE'_l d|\mathbf{q}|$  para la dispersión QE de neutrinos muónicos en  $^{40}\text{Ca}$ . En el panel superior comparamos la distribución del ángulo de dispersión del leptón saliente para tres valores diferentes de la energía transferida al

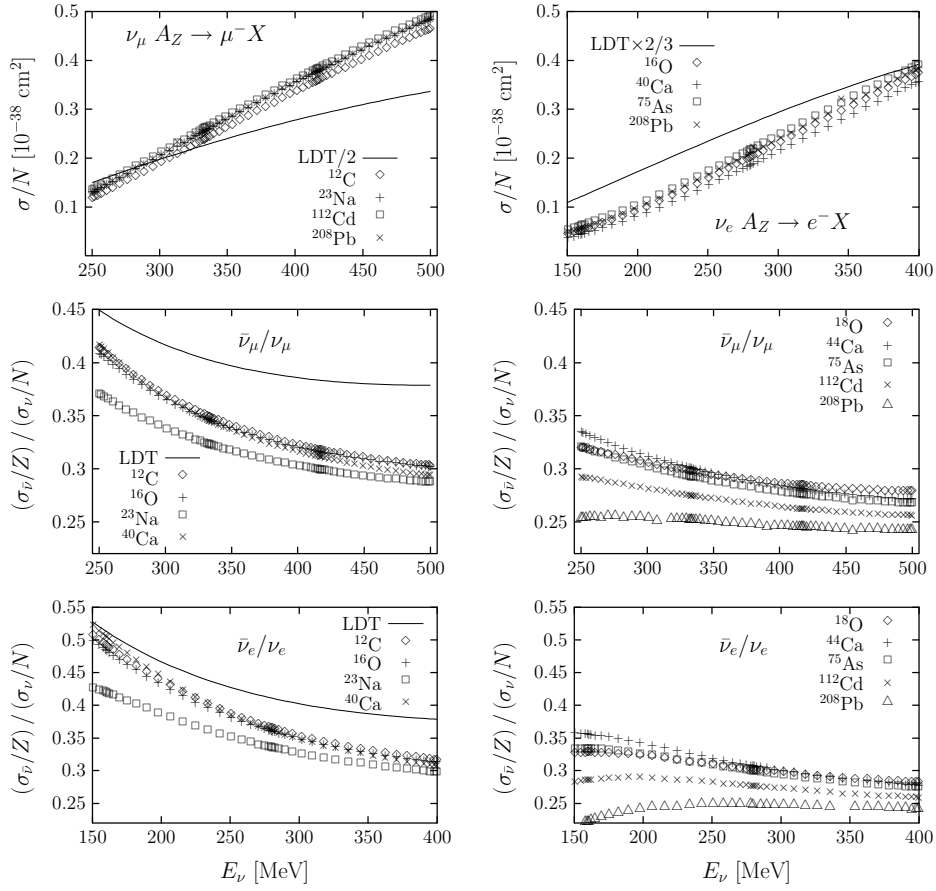


Figura 2.8: Secciones eficaces QE inclusivas inducidas por neutrinos y antineutrinos y razones para neutrinos y antineutrinos en varios núcleos. Hemos utilizado el modelo nuclear completo, usando cinemática relativista para los nucleones y sin incluir efectos FSI. También mostramos las predicciones de un modelo de partícula libre (“LDT”).

núcleo. En el panel inferior mostramos los efectos debidos a la inclusión de FSI para una de las energías transferidas del panel superior. También mostramos los efectos de la cinemática relativista para los nucleones. La posición del pico QE es la esperada, en torno a  $|\mathbf{q}| \sim \sqrt{2Mq^0}$ . Como ya anticipamos en la sec. 2.5.3, la FSI ensancha la distribución a la vez que reduce la respuesta en el pico. Ambos efectos se compensan, de manera que la distribución integrada apenas se ve afectada por los efectos FSI; ésta tan sólo produce una disminución en la respuesta integrada del orden del 1 % cuándo incluimos los efectos de RPA.

En la fig. 2.11 se muestran secciones eficaces diferenciales en función de la energía transferida para neutrinos y antineutrinos electrónicos en  $^{16}\text{O}$ . En el panel superior se compara un modelo con correlaciones RPA y CB (leyenda RPA) con un gas de Fermi (Pauli+Q). Podemos observar cómo aparece la respuesta típica QE con un pico en la distribución de  $q^0 \sim \mathbf{q}^2/2M$ . En el panel inferior se estudian los efectos de la FSI. De nuevo encontramos la reducción en la respuesta inducida por la RPA. También se observa la redistribución de la respuesta provocada por los efectos de FSI.

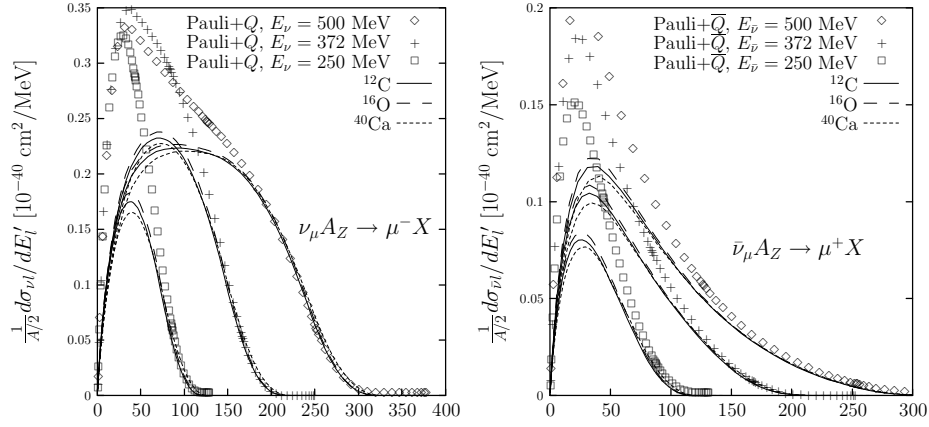


Figura 2.9: Secciones eficaces diferenciales en función de la energía transferida al núcleo  $E_\nu - E'$ . Los resultados, denotados como “Pauli+Q” o “Pauli+ $\bar{Q}$ ” se han obtenido en  $^{12}\text{C}$  y no incluyen efectos RPA, FSI o CB. Los demás resultados se han obtenido con el modelo completo relativista sin FSI.

En la tab. 2.4 se recopilan los resultados de nuestro modelo para las secciones eficaces QE para diferentes energías del neutrino incidente. En esta tabla estudiamos en detalle los efectos de la FSI en observables integrados. Cuando los efectos de polarización del medio nuclear (RPA) no se tienen en cuenta, la FSI reduce la respuesta significativamente (15–30 %). Estas reducciones ya han sido presentadas en un esquema [59] parecido al nuestro pero que no tenía en cuenta ni la polarización del medio ni la dependencia de la auto-energía en el momento del nucleón. Sin embargo, una vez incluidas los efectos de RPA, la inclusión de FSI sólo induce pequeñas reducciones en la sección eficaz integrada ( $\sim 5\%$ ), a veces incluso aumenta ligeramente la sección eficaz total. Estos efectos se entienden mejor si miramos la fig. 2.12, donde se muestra la sección eficaz diferencial de neutrinos muónicos con  $E_\nu = 375$  MeV en  $^{16}\text{O}$ . Se aprecia cómo la FSI aumenta la sección eficaz para altas energías transferidas, donde las correcciones por RPA son despreciables. Sin embargo, las correcciones FSI disminuyen la sección eficaz en la zona del pico QE, donde los efectos RPA son más apreciables.

## 2.8. Incertidumbres del modelo

Como hemos visto en las secciones precedentes, nuestro modelo para la sección eficaz QE depende de numerosos parámetros, tales como factores de forma, densidades nucleares, acoplamientos efectivos, etc. Naturalmente, asociado a estos valores existe una incertidumbre, que se traduce en una incertidumbre en las predicciones de las secciones eficaces. Muchos de estos valores están bien determinados experimentalmente, como por ejemplo los factores de forma vectoriales, etc. Sin embargo, otros como los factores de forma axiales, las densidades de neutrones, etc. tienen una gran incertidumbre debido a la dificultad de los experimentos a partir de los cuáles se obtienen sus valores.

$E_\nu$ [MeV]		$\sigma [^{16}\text{O}(\nu_\mu, \mu^-)X] [10^{-40} \text{ cm}^2]$			$\sigma [^{16}\text{O}(\bar{\nu}_\mu, \mu^+)X] [10^{-40} \text{ cm}^2]$		
		REL	NOREL	FSI	REL	NOREL	FSI
500	Pauli + Q	460.0	497.0	431.6	155.8	168.4	149.9
	RPA	375.5	413.0	389.8	113.4	126.8	129.7
375	Pauli + Q	334.6	354.8	292.2	115.1	122.6	105.0
	RPA	243.1	263.9	243.9	79.8	87.9	87.5
250	Pauli + Q	155.7	162.2	122.5	63.4	66.4	52.8
	RPA	94.9	101.9	93.6	38.8	42.1	40.3

$E_\nu$ [MeV]		$\sigma [^{16}\text{O}(\nu_e, e^-)X] [10^{-40} \text{ cm}^2]$			$\sigma [^{16}\text{O}(\bar{\nu}_e, e^+)X] [10^{-40} \text{ cm}^2]$		
		REL	NOREL	FSI	REL	NOREL	FSI
310	Pauli + Q	281.4	297.4	240.6	98.1	104.0	87.2
	RPA	192.2	209.0	195.2	65.9	72.4	73.0
220	Pauli + Q	149.5	156.2	121.2	60.7	63.6	51.0
	RPA	90.1	97.3	92.8	36.8	40.0	40.2
130	Pauli + Q	37.0	38.3	28.8	21.1	21.9	16.9
	RPA	20.6	22.3	23.3	10.9	11.9	12.8

Tabla 2.4: Secciones eficaces integradas para neutrinos (izquierda) y antineutrinos (derecha), muónicos (arriba) y electrónicos (abajo). Presentamos resultados para cinemáticas de los nucleones relativista (“REL”) y no relativista. En este último caso presentamos resultados con (“FSI”) o sin FSI (“NOREL”) Las leyendas “RPA” y “Pauli+Q” indican cuándo y cuándo no se han incluido RPA y correcciones Coulombianas.



Factores de forma	Interacción efectiva
$M_D = 0.843 \pm 0.042 \text{ MeV}$	$f_0^{(\text{in})} = 0.33 \pm 0.03$
$\lambda_n = 5.6 \pm 0.6$	$f_0^{(\text{ex})} = 0.45 \pm 0.05$
$M_A = 1.05 \pm 0.14 \text{ GeV}$	$f = 1.00 \pm 0.10$
$g_A = 1.26 \pm 0.01$	$f^* = 2.13 \pm 0.21$
	$\Lambda_\pi = 1200 \pm 120 \text{ MeV}$
	$C_\rho = 2.0 \pm 0.2$
	$\Lambda_\rho = 2500 \pm 250 \text{ MeV}$
	$g' = 0.63 \pm 0.06$

Tabla 2.5: Valores centrales y errores de los parámetros de nuestro modelo.

Esta incertidumbre afecta a los resultados de cualquier modelo nuclear y debería ser tenida en cuenta. Si no es así resulta difícil comparar con otros modelos nucleares y conocer la fiabilidad de las predicciones. Un tratamiento estadístico es de especial interés para poder incluir las incertidumbres en la sección eficaz neutrino-núcleo en los análisis de oscilaciones de neutrinos. Para abordar este problema hemos utilizado técnicas Monte Carlo para estimar las incertidumbres asociadas a nuestro modelo.

En primer lugar hemos localizado las principales fuentes de error en nuestro modelo y les hemos asignado una incertidumbre. Cuando ha sido posible hemos utilizado el error experimental. En el caso de parámetros dependientes de modelo no siempre aparece un error citado en la bibliografía. En estos casos hemos asumido un error que cubriese de forma realista las diferencias con resultados experimentales o modelos microscópicos. A continuación hemos propagado estos errores a nuestras predicciones mediante una simulación numérica. Hemos supuesto que nuestros parámetros estaban representados por distribuciones de probabilidad gaussianas sin correlacionar y, mediante una simulación Monte Carlo (MC), hemos obtenido la distribución derivada asociada a los observables predichos en nuestro modelo.

Naturalmente nuestro modelo tiene incertidumbres sistemáticas asociadas a la validez de las hipótesis en que se basa. Estas incertidumbres son más difíciles de cuantificar. De todos modos, haremos algún comentario sobre ellas en la sec. 2.8.3.

Aquí es necesario hacer una aclaración. En ningún caso hemos hecho un ajuste de parámetros a resultados experimentales. En este sentido, los parámetros que aparecen en nuestro modelo no son parámetros libres. Todos los valores que hemos utilizado se han tomado o bien de resultados experimentales o bien de ajustes (caso de los parámetros de la interacción efectiva, ec. (2.56)) tomados de la bibliografía.

## 2.8.1. Fuentes de errores teóricos

### Constantes supuestas sin error

Las masas de los leptones, hadrones, constantes de acoplamiento electrodébiles, momentos magnéticos de nucleones, etc. se consideran sin error.

### Factores de forma neutrino-nucleón

En la parametrización de Galster, ec. (2.32), para los factores de forma electromagnéticos aparecen dos parámetros libres (admitiendo que la carga y los momentos magnéticos se conocen exactamente): la masa dipolar  $M_D$  y el parámetro  $\lambda_n$  [27]. El factor de forma axial  $G_A(q^2)$  introduce dos nuevos parámetros:  $g_A$  y la masa axial  $M_A$ . El factor de forma axial pseudo-escalar está controlado por PCAC asumiendo dominancia del polo del pión, véase sec. 2.3. Consideramos que la PCAC no introduce errores sistemáticos, pero asumiremos una incertidumbre algo superior a la utilizada comúnmente en la literatura para  $g_A$ .

Tenemos por tanto cuatro parámetros como *input*, ya que no tenemos en cuenta incertidumbres en los momentos magnéticos del nucleón:  $M_d$ ,  $\lambda_n$ ,  $g_A$  y  $M_A$ . El PDG [77] recopila varias determinaciones<sup>8</sup> de  $G_A(0)/G_V(0)$  a partir de experimentos de  $\beta$ -decay. Los resultados toman valores entre 1.25 y 1.27, de manera que asumiremos un valor  $g_A = 1.26 \pm 0.01$ , aunque el error medio citado en el PDG es tres veces menor. Para la masa de corte axial adoptamos el valor  $M_A = 1.05 \pm 0.14$  GeV a partir del análisis de la reacción  $\nu + d \rightarrow \mu^- pp$  llevado a cabo en [78, 79]. Para los parámetros  $M_D$  y  $\lambda_n$  asumimos errores relativos del 5 % y el 10 %, respectivamente. En tab. 2.5 recopilamos estos resultados.

### Interacción efectiva barión-barión en materia nuclear

De la interacción efectiva ec. (2.56) sólo son relevantes los canales isovectoriales ( $\tau_1 \tau_2$ ) en corrientes cargadas. De ahí que sólo tengamos en cuenta los parámetros  $f$ ,  $\Lambda_\pi$ ,  $C_\rho$ ,  $\Lambda_\rho$ ,  $g'$ ,  $f_0^{(in)}$  y  $f_0^{(ex)}$ . Al extender el modelo para incluir la  $\Delta$  aparece también  $f^*$ . La función  $g'$  tiene una dependencia suave en el momento transferido, que despreciaremos y supondremos dentro de nuestro error. Supondremos un 10 % de error para estos parámetros, véase tab. 2.5. Para la constante  $c_0$  no hemos considerado ningún error, ya que sólo aparece multiplicando a los parámetros  $f_0^{(in)}$  y  $f_0^{(ex)}$ , cuyo error ya ha sido tenido en cuenta.

### Auto-energía del nucleón

Como ya describimos en sec. 2.5.3, nuestro modelo utiliza unos propagadores de nucleón que incluyen la auto-energía del nucleón en el medio nuclear. La parte real de esta auto-energía modifica las relaciones de dispersión, mientras que la parte imaginaria tiene en cuenta los posible

---

<sup>8</sup>Asumimos  $g_V(0) = 1$  de acuerdo con la hipótesis de CVC.

canales de absorción por más de un nucleón. El resultado es una redistribución de la respuesta nuclear, con una reducción en el pico QE. El modelo usado para calcular esta auto-energía [53] es semi-fenomenológico y por lo tanto es difícil identificar sus parámetros. Hemos asumido una incertidumbre del 10 % en la auto-energía del nucleón, que cubre las discrepancias entre las predicciones de este modelo y las de otros modelos microscópicos. Además, por razones de rapidez de cálculo hemos despreciado la parte imaginaria de la auto-energía del nucleón a la hora de calcular las bandas de error teórico. Esta aproximación está justificada ya que, como veremos en la sec. 2.8.2, la inclusión de la anchura del nucleón en el medio supone un efecto muy pequeño frente al de la parte real de la auto-energía.

### **Densidades de materia de protones y neutrones**

Hemos supuesto unos errores para los parámetros (ver tab. 2.1) que determinan las densidades de carga y materia nuclear del 5 %. En el caso de densidades de carga los errores citados en [63,64] son un orden de magnitud inferiores. Por lo tanto, nuestra estimación del error cubre con seguridad tanto la desconvolución del tamaño finito de los nucleones como la incertidumbre en la densidad de materia de neutrones.

### **2.8.2. Resultados de la simulación**

Como hemos indicado, realizamos una simulación MC, generando una muestra con 2000 conjuntos diferentes de valores para los parámetros indicados en la sección anterior con los valores medios y desviaciones estándar citados en la tab. 2.5. Hemos comprobado que con muestras de 1500 valores los resultados aquí mostrados son estables. Para cada uno de estos conjuntos hemos calculado diferentes observables de interés. Generamos de este modo una distribución de probabilidad para estos observables y obtenemos bandas de error para dichos observables descartando el 16 % de los valores inferiores y superiores en la muestras derivadas. De esta manera obtenemos un intervalo de confianza del 68 % para los observables calculados en nuestro modelo.

En la fig. 2.13 presentamos los resultados de este procedimiento para secciones eficaces inclusivas. Como dijimos antes, la parte imaginaria de la auto-energía de los nucleones no ha sido tenido en cuenta en nuestro cálculo de los errores. En estas gráficas mostramos (ver Full model en las gráficas) los resultados obtenidos cuando usamos la auto-energía completa. Si comparamos con la línea roja central, que es la del mismo modelo pero despreciando dicha anchura del nucleón, podemos observar que el efecto es muy pequeño, casi despreciable y desde luego mucho menor que el error debido al resto de parámetros.

Comparando con las líneas marcadas con la leyenda “Pauli”, vemos que los efectos nucleares más allá del bloqueo de Pauli son muy importantes, mucho mayores que las incertidumbres de nuestro modelo.

En oxígeno hemos separado las contribuciones al error debidas a la incertidumbre en las densidades nucleares y los parámetros que entran en nuestro modelo del núcleo. La importancia de

estos efectos disminuye con la energía, pero son siempre dominantes frente a la incertidumbre en el conocimiento de los factores de forma para la transición débil  $W + N \rightarrow N'$ .

Las incertidumbres en nuestro modelo son del orden del 10–15 %, comparables con las incertidumbres en los parámetros. Esto indica que nuestras predicciones son estables frente a errores en los parámetros y que no existe ningún tipo de *fine tuning*.

En la fig. 2.14 comparamos las distribuciones generadas de secciones eficaces para un par de energías con Gaussianas de igual media y varianza. Podemos observar que las incertidumbres en nuestro modelo pueden ser consideradas en buena aproximación como distribuciones de tipo Gaussiano.

En la fig. 2.15 se muestran las incertidumbres en observables diferenciales, de donde se deducen conclusiones análogas a las obtenidas para observables integrados.

Uno de los observables más relevantes en el análisis de experimentos de oscilaciones es la razón entre secciones eficaces integradas

$$\frac{\sigma(\mu)}{\sigma(e)} \equiv \frac{\sigma(\nu_\mu + A_Z \rightarrow \mu^- + X)}{\sigma(\nu_e + A_Z \rightarrow e^- + X)}. \quad (2.87)$$

En este tipo de observables es de esperar que se produzca una cancelación en los errores. Este efecto se confirma en fig. 2.16, donde las incertidumbres de nuestras predicciones se reducen al 1 %. Las diferencias entre nuestro modelo y otros más simples del estilo del gas de Fermi (Pauli en fig. 2.16) alcanzan el 5 %, que es significativamente mayor que el error (1 %) de nuestras predicciones. Esto es consistente con los resultados de [80–82]. De nuevo, ver fig. 2.17, obtenemos que una distribución gaussiana en estos observables describe apropiadamente nuestras incertidumbres para  $\sigma(\mu)/\sigma(e)$ .

### 2.8.3. Errores sistemáticos

No hemos tenido en cuenta en nuestro análisis algunas limitaciones de nuestro modelo, que pueden considerarse como errores sistemáticos. Estos errores están relacionados con la validez de ciertas hipótesis que hemos asumido.

En primer lugar, en nuestro modelo hemos usado una cinemática no relativista para los nucleones, para ser consistentes con la interacción efectiva no relativista barión-barión en el medio, ec. (2.56). Como se puede apreciar comparando las columnas REL y NO-REL en la tab. 2.4, esta hipótesis resulta en reducciones del orden del 5–10 % en las secciones eficaces integradas de neutrinos y antineutrinos. Estas correcciones no dependen significativamente del núcleo considerado. Este efecto disminuye cuando se considera la razón  $\sigma(\mu)/\sigma(e)$ . En la fig. 2.18 se ve cómo el efecto de las correcciones relativistas es despreciable, menor que el 1 % en el rango de energías considerado en nuestro trabajo.

Por otra parte, se podría suponer que una descripción basada en un gas de Fermi es demasiado pobre y que sería apropiado adoptar un tratamiento más realista que la LDA para tener en cuenta los efectos de tamaño finito del núcleo. Sin embargo, en las refs. [17, 34–38, 49], donde se utilizó

un modelo parecido a este para estudiar reacciones inducidas por fotones, electrones y piones, ya se mostró la validez de este tratamiento cuando las energías de excitación del núcleo son del orden de 100 MeV o mayores. Estas conclusiones pueden extrapolarse a energías de excitación menores si nos limitamos a observables integrados. Como mostraremos en el cap. 4, la validez de esta aproximación radica en que los observables inclusivos involucran una suma sobre todos los estados finales del núcleo, en contraste con los observables exclusivos, en que se seleccionan estados finales bien determinados del núcleo, y por lo tanto se tiene más sensibilidad a los detalles de la función de onda del nucleón ligado que interacciona con el leptón. Por otro lado, la sencillez del modelo de gas de Fermi nos ha permitido tratar adecuadamente una serie de efectos dinámicos, como la RPA y la FSI. Estos efectos son muy difíciles de implementar en modelos de núcleo finito, dónde en muchas ocasiones se sobresimplifica la descripción de la dinámica para utilizar descripciones más elaboradas de la función de onda del nucleón.

En resumen, es razonable asumir unos errores relativos del orden del 10–15 % para los cálculos de secciones eficaces QE de neutrinos (diferenciales e integradas) obtenidas siguiendo el modelo descrito en esta tesis. En observables del tipo  $\sigma(\mu)/\sigma(e)$  la incertidumbre es ciertamente menor, del orden del 5 % y está dominada por efectos de tamaño finito del núcleo.

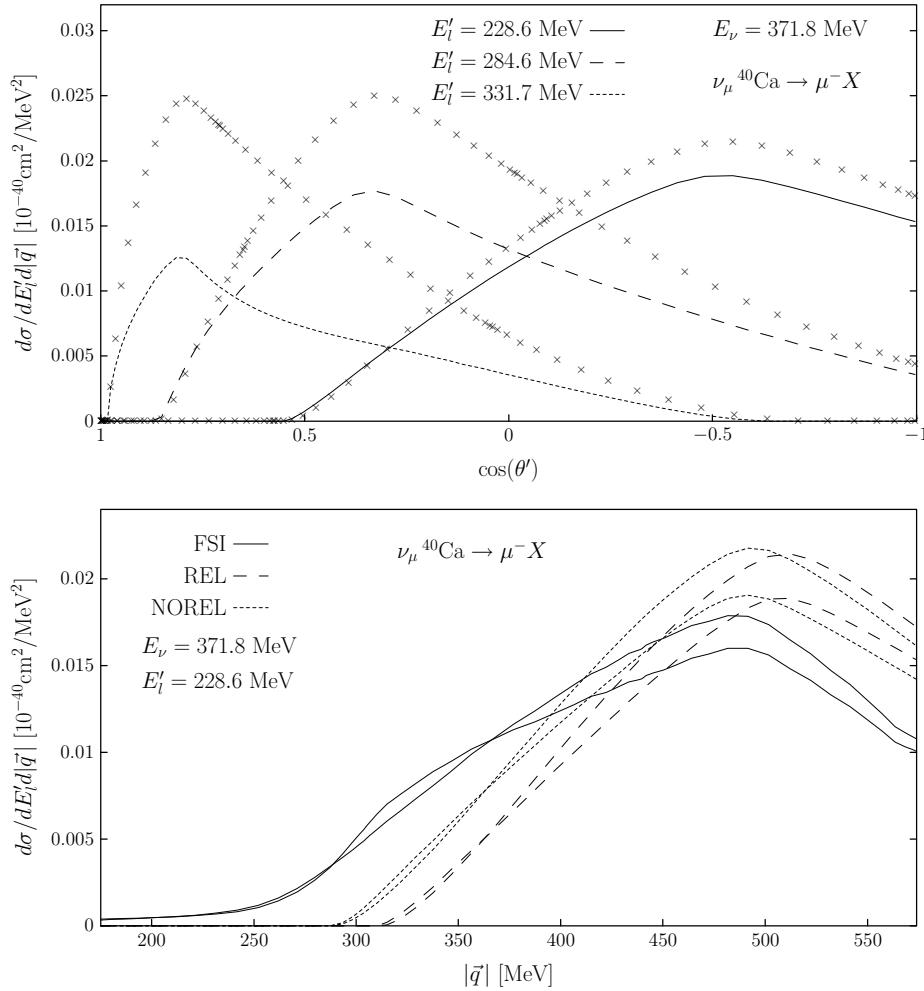


Figura 2.10: Secciones eficaces diferenciales para neutrinos muónicos de energía  $E_\nu = 371.8 \text{ MeV}$  en  $^{40}\text{Ca}$  en función del ángulo de dispersión del leptón (arriba) y del momento transferido (abajo). **Arriba:** Modelo nuclear sin FSI y con cinemática relativista para los nucleones, a varias energías del muón saliente. Las cruces se han obtenido sin tener en cuenta ni RPA ni CB; las curvas, con el modelo completo sin FSI. **Abajo:** Resultados para  $E'_\mu = 228.6 \text{ MeV}$  relativistas (rayas largas, “REL”) y no relativistas. Para éste último caso mostramos resultado con (línea solida, “FSI”) y sin FSI (rayas cortas, “NOREL”). También mostramos el efecto de RPA y CB (líneas inferiores en el pico). El área bajo las curvas (en unidades de  $10^{-40} \text{ cm}^2/\text{MeV}$ ) es 3.50 (REL), 3.87 (NOREL) y 3.77 (FSI) sin considerar RPA o CB, y 3.13 (REL), 3.49 (NOREL) y 3.53 (FSI) cuando estos efectos son tenidos en cuenta.

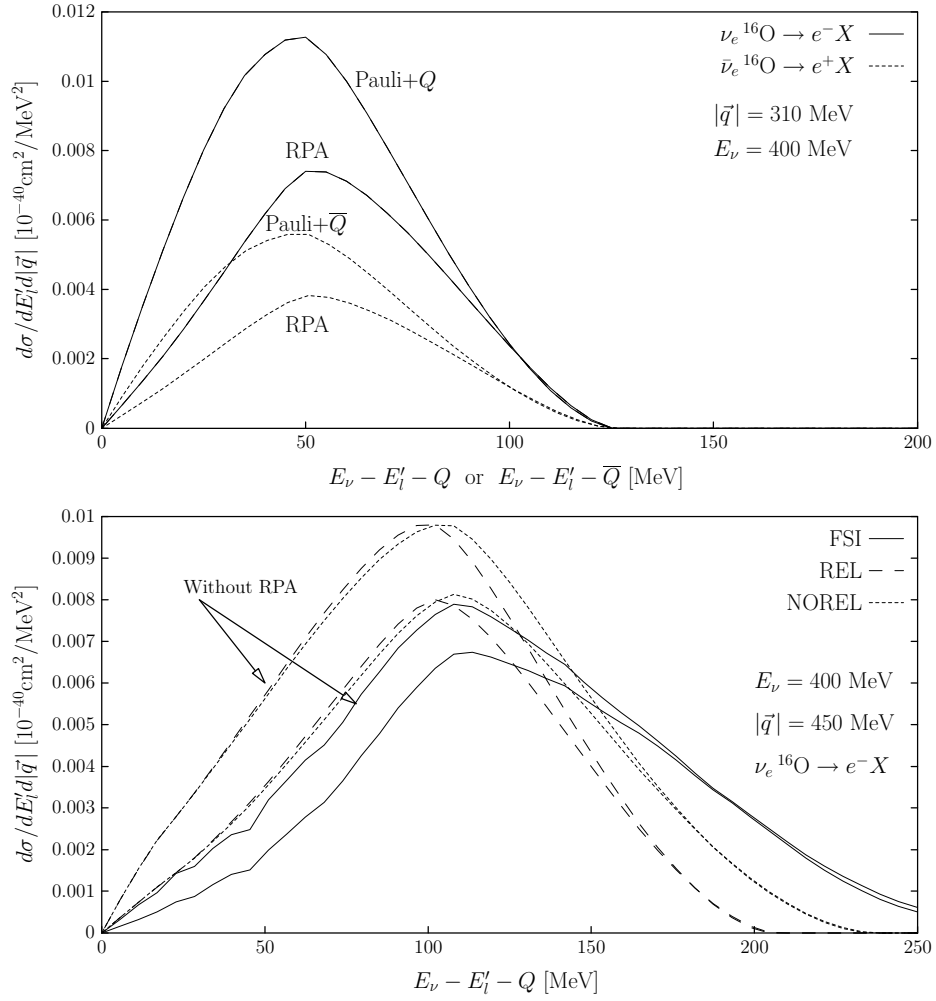


Figura 2.11: Secciones eficaces diferenciales para  $\nu_e$  y  $\bar{\nu}_e$  en  $^{16}\text{O}$  en función de la energía de la energía de excitación para valores fijos del trimomento transferido y  $E_{\nu, \bar{\nu}} = 400$  MeV. **Arriba:** Resultados con el modelo totalmente relativista sin FSI, con (“RPA”) y sin correcciones RPA y CB (“Pauli+ $Q(\bar{Q})$ ”). **Abajo:** Notación análoga a la del panel inferior de la fig. 2.10. Las áreas bajo las curvas son (unidades  $10^{-40} \text{ cm}^2/\text{MeV}$ ) 1.02 (REL), 1.13 (NOREL) y 1.01 (FSI) cuando no incluimos RPA y CB, y 0.79 (“REL”), 0.90 (“NOREL”) y 0.85 (“FSI”) cuándo tenemos en cuenta dichos efectos nucleares.

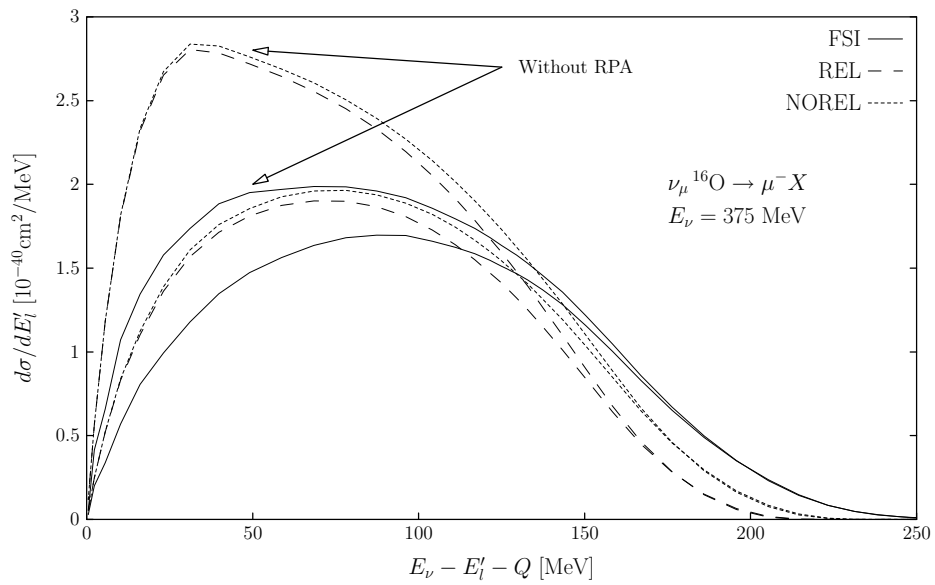


Figura 2.12: Sección eficaz diferencial de neutrinos muónicos ( $E_\nu = 375$  MeV) en  $^{16}\text{O}$ . Se muestran resultados para cinemáticas relativistas (“REL”) y no relativistas. En este último caso mostramos resultados con (“FSI”) y sin (“NOREL”) efectos de FSI. También mostramos los efectos de RPA y distorsión Coulombiana (líneas inferiores en la región del pico). Las secciones eficaces integradas para cada caso se dan en tab. 2.4.



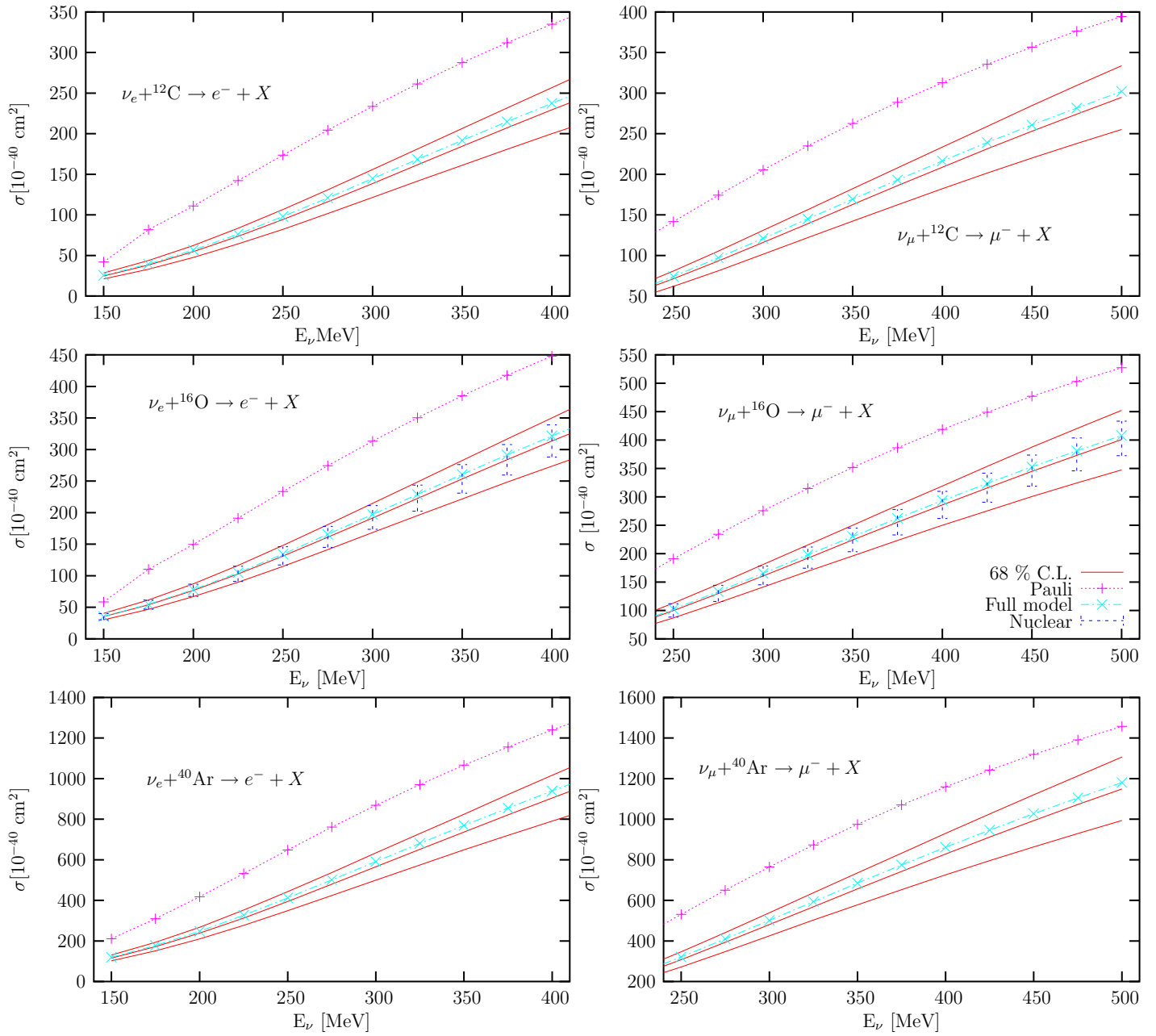


Figura 2.13: Secciones eficaces inclusivas QE mediadas por corrientes cargadas inducidas por neutrinos muónicos y electrónicos en carbono, oxígeno y argón en función de la energía del neutrino. “Full Model” indica resultados obtenidos con el modelo nuclear completo incluyendo RPA, correcciones Coulombianas y auto-energía de los nucleones. “Pauli” no incluye estos efectos. Siempre hemos usado cinemática no relativista para los nucleones. Las líneas rojas indican los límites de los intervalos de confianza al 68%. La barra de error (“Nuclear”) para oxígeno señalan las incertidumbres del modelo debidas a los errores en las densidades de materia y los parámetros que dependen del modelo nuclear: potencial efectivo RPA y auto-energías de los nucleones.

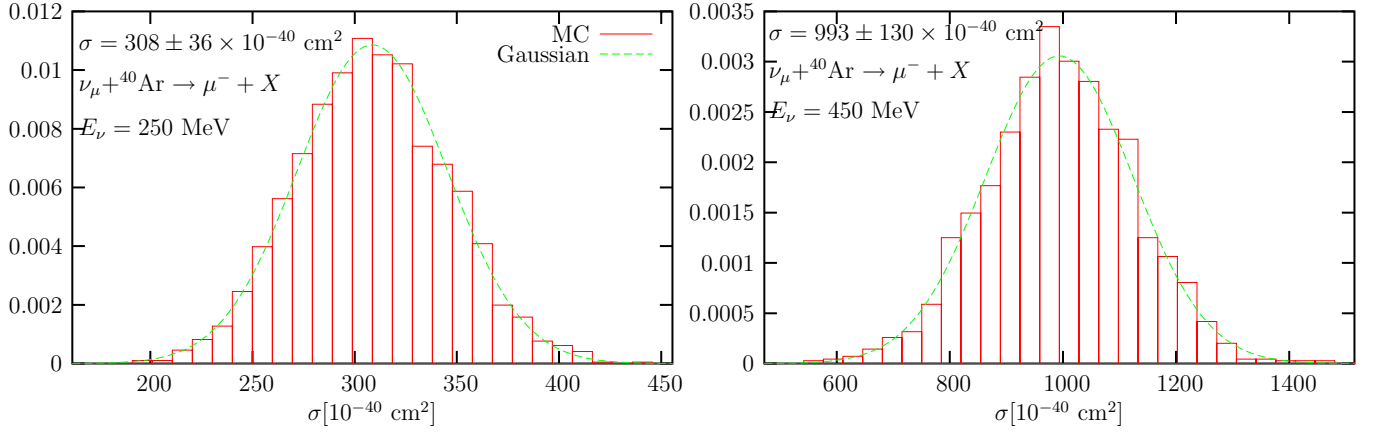


Figura 2.14: Distribuciones para secciones eficaces totales. Las líneas discontinuas indican distribuciones Gaussianas con las medias y varianzas indicadas en los paneles.

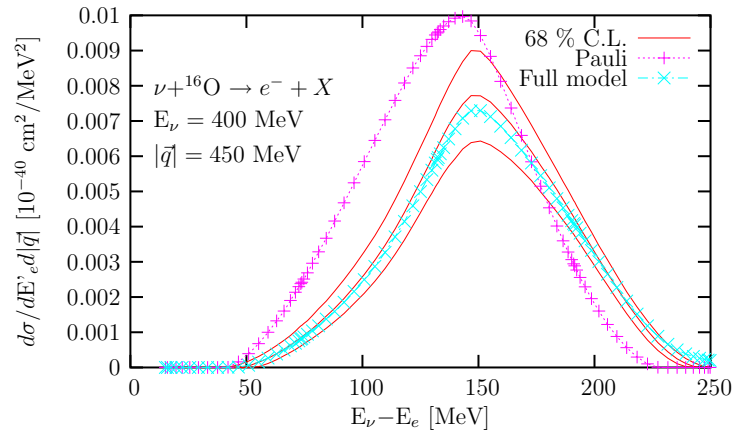


Figura 2.15: Sección eficaz diferencial para neutrinos electrónicos de 400 MeV en  ${}^{16}\text{O}$ , para una transferencia de momento fija a 450 MeV. Usamos cinemática no-relativista para el nucleón. Resultados denotados como “Full model” usan la versión completa de nuestro modelo, mientras que los denotados como “Pauli” han sido obtenidos sin tener en cuenta RPA, distorsión Coulombiana y efectos de auto-energía del nucleón. También damos las bandas de error con unos intervalos de confianza del 68 % (líneas rojas o sólidas).

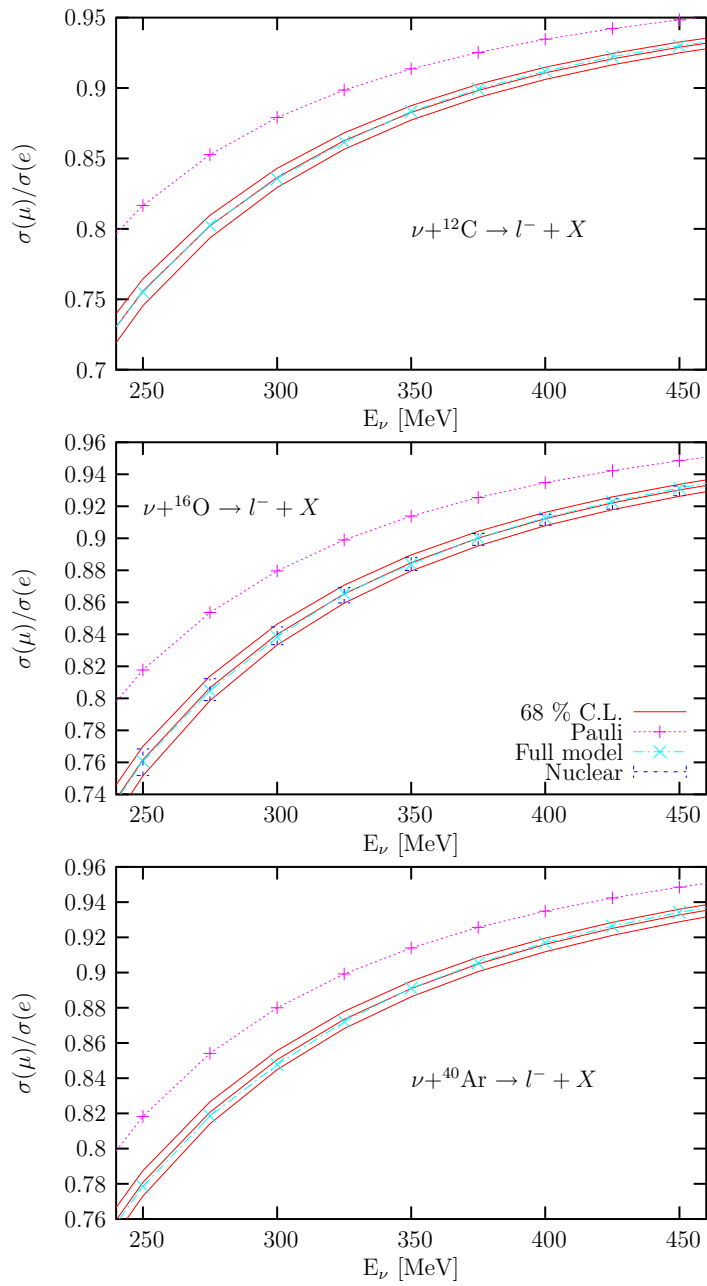


Figura 2.16: Razones de secciones eficaces integradas de neutrinos muónicos y electrónicos. La leyenda sigue el esquema de fig. 2.13.

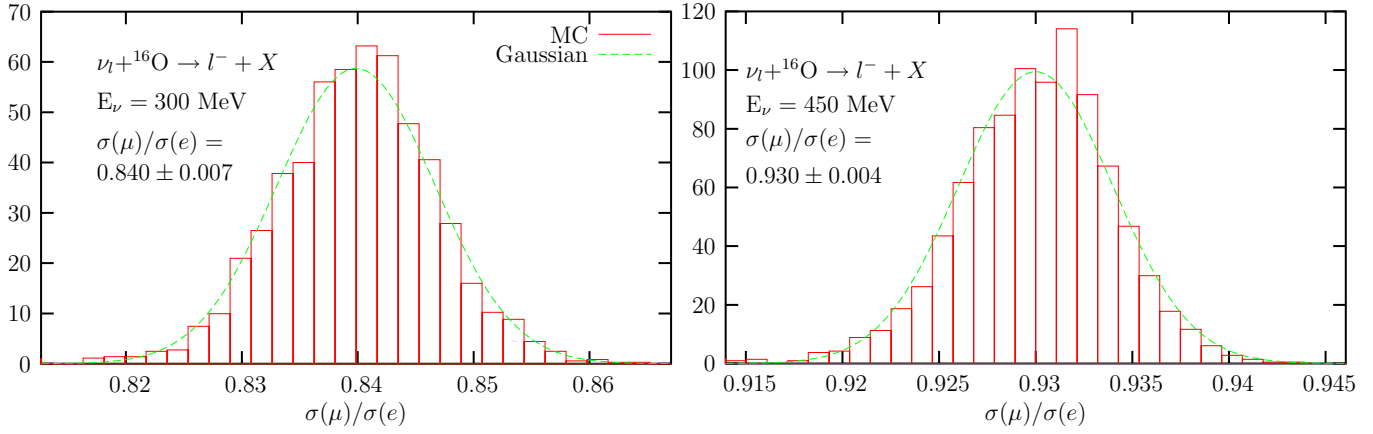


Figura 2.17: Distribuciones de las incertidumbres MC para las razones  $\sigma(\mu)/\sigma(e)$  de secciones QE en oxígeno para neutrinos de energías 300 MeV (panel izquierdo) y 450 MeV (panel derecho). Las líneas discontinuas muestran las distribuciones gaussianas con valores centrales y desviaciones indicadas en cada panel.

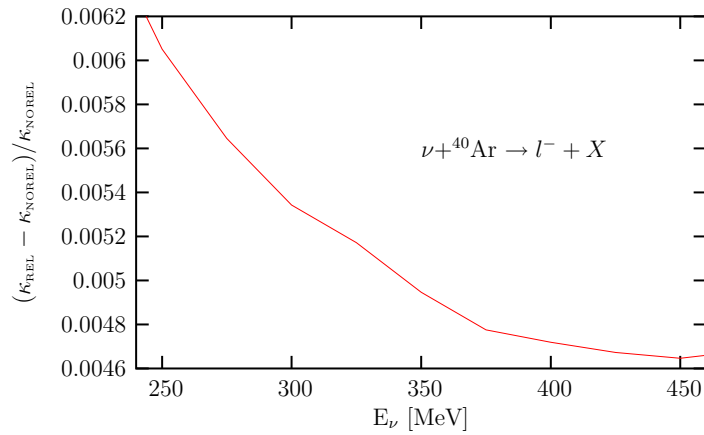


Figura 2.18: Correcciones relativas a la razón  $\sigma(\mu)/\sigma(e)$ , en  ${}^{40}\text{Ar}$ , debidas al uso de cinemáticas no relativistas para los nucleones. Llamamos  $\kappa_{\text{REL}}$  ( $\kappa_{\text{NOREL}}$ ) a la razón  $\sigma(\mu)/\sigma(e)$  entre un modelo de gas de Fermi con LDA y balance energético corregido, usando cinemáticas relativista (no relativista). Así,  $\kappa_{\text{NOREL}}$  sería la línea denotada como “Pauli” en fig. 2.16.



## Capítulo 3

# Observables de polarización<sup>1</sup>

En este capítulo desarrollaremos una aplicación adicional del modelo del cap. 2 para la dispersión QE de neutrinos con corrientes cargadas. Estudiaremos observables de polarización del leptón emitido y los efectos de medio nuclear en dichos observables.

Como es bien sabido, en el modelo estándar la interacción electro-débil (ver e.g. [84]) viola maximalmente paridad, de manera que sólo interactúa la componente de quiralidad antiparalela o *left-handed* (paralela o *right-handed*) de los neutrinos (antineutrinos). En la práctica, la masa de los neutrinos es mucho menor que su momento, de forma que tienen una helicidad bien definida. Sin embargo en corrientes cargadas aparecen leptones con masas que pueden ser del orden de su momento. Estos leptones pueden por tanto adquirir polarizaciones en direcciones que no sean necesariamente las de su momento.

Como se discutirá en la ec. (3.5) la componente transversal de la polarización es proporcional a la masa del leptón, de modo que en las escalas de energías que estamos estudiando, esta componente de polarización sólo será relevante para muones ( $m_\mu = 105.658369 \pm 0.000009$  MeV) y taus ( $m_\tau = 1776.99^{+0.299}_{-0.26}$  MeV). Los electrones pueden considerarse como partículas sin masa a estos efectos ( $m_e = 0.51099892 \pm 0.000004$  MeV).

El caso del  $\tau$  es de especial relevancia ya que debido a su corta vida media ( $\tau = (290.6 \pm 1.0) \times 10^{-15}$  s [77]) no se observa como tal, si no que se detecta una lluvia (*shower*) de partículas secundarias, cuya distribución es sensible a la dirección del espín del  $\tau$ . Algunos experimentos propuestos<sup>2</sup> para medir las oscilaciones  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$  esperan detectar la señal de producción de  $\tau$ 's a través de las reacciones ( $\nu_\tau, \tau^-$ ) o ( $\bar{\nu}_\tau, \tau^+$ ). La información sobre la polarización del  $\tau$  es valiosa, ya que se espera que el número de  $\tau$ 's observado no sea muy grande [86–88]. La polarización del leptón también es relevante en experimentos de oscilaciones  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  para separar los sucesos ( $\nu_e, e$ ) del fondo proveniente de la producción de electrones secundarios tras oscilaciones  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$  [89].

El estudio de la polarización del leptón en reacciones ( $\nu_l, l$ ) también es interesante desde el pun-

---

<sup>1</sup>Capítulo basado en los resultados de [83].

<sup>2</sup>El más relevante quizá sea el proyecto CNGS [85], que lanza un haz de neutrinos desde el CERN al laboratorio del Gran Sasso, dónde están instalados los detectores ICARUS y OPERA.

to de visto teórico, ya que los observables de polarización pueden resultar sensibles a ingredientes de los modelos nucleares diferentes de los que dominan las secciones eficaces integradas. De todos modos el régimen cinemático óptimo para observar leptones no longitudinalmente polarizados es limitado. La razón está en que para grandes momentos (comparados con la masa) los leptones finales están completamente polarizados con helicidad negativa. Ése es el caso de reacciones  $(\nu_e, e)$  en la mayoría de experimentos. En el caso de producción de muones es de esperar que exista alguna pequeña componente de polarización transversal para energías moderadamente grandes. El caso más interesante es el de  $\tau$ -neutrinos, debido a la gran masa del leptón  $\tau$ .

Los estudios previos sobre los observables de polarización del leptón en reacciones inducidas por neutrinos han considerado estos observables sobre el nucleón en un rango amplio de cinemáticas, tanto QE como en el régimen de dispersión profundamente inelástica (*deep inelastic scattering*, DIS) [89–94]. Pero los detectores de neutrinos están basados en la interacción del neutrino con núcleos atómicos (e.g.  $^{40}\text{Ar}$  en ICARUS) y, en principio, las polarizaciones deberían calcularse con modelos realistas para el núcleo. Los efectos de física nuclear sobre estas polarizaciones suelen obviarse en estos cálculos, aduciendo que las energías involucradas en el problema son bastante altas. Para algunas cinemáticas relevantes, sin embargo, efectos de medio nuclear como los estudiados en el cap. 2, podrían ser importantes.

En este capítulo utilizaremos el modelo del cap. 2 para estudiar los efectos nucleares sobre estos observables de polarización en reacciones QE inclusivas  $^A Z(\nu_l, l)X$  para muones y taus. En la sec. 3.1 desarrollaremos el formalismo relevante para estudiar la polarización del leptón final y analizaremos la cinemática de las reacciones para identificar las situaciones más interesantes. En la sec. 3.2 presentaremos los resultados obtenidos con nuestro modelo nuclear y expondremos nuestras conclusiones.

### 3.1. Formalismo y cinemática

La reacción que estudiaremos en este capítulo será la mostrada en la fig. 3.1, donde se definen las variables cinemáticas usadas en este capítulo. La sección eficaz sin polarizar  $\Sigma_0$  para un proceso QE se obtiene sumando sobre todos los posible estados de polarización del leptón saliente y fue estudiada en el cap. 2. Puede escribirse (ver ec. (2.15)) cómo:

$$\Sigma_0 \equiv \frac{d^2\sigma_{\nu l}}{d\Omega' dE'_l} = \frac{|\mathbf{k}'| G^2 M_i}{\pi^2} F, \quad (3.1)$$

dónde  $F$  está definido

$$F = \left( 2W_1 + \frac{m_l^2}{M_i^2} W_4 \right) (E'_l - |\mathbf{k}'| \cos \theta') + W_2 (E'_l + |\mathbf{k}'| \cos \theta') - W_5 \frac{m_l^2}{M_i} \mp \frac{W_3}{M_i} \left( E_\nu E'_l + |\mathbf{k}'|^2 - (E_\nu + E'_l) |\mathbf{k}'| \cos \theta' \right) \quad (3.2)$$

usando siempre la misma notación y convenios que en el cap. 2.

Suponiendo que la polarización del leptón final se mide en la dirección espacial de un vector  $s^\mu$  que verifica  $s^2 = -1$ , podemos escribir la sección eficaz con polarización en la dirección de  $s^\mu$ ,  $\Sigma$  como:

$$\Sigma = \frac{1}{2}\Sigma_0 (1 + s_\mu P^\mu) \quad (3.3)$$

que sirve como definición del vector de polarización  $P^\mu$ . En la fig. 3.1 se muestra la dirección de

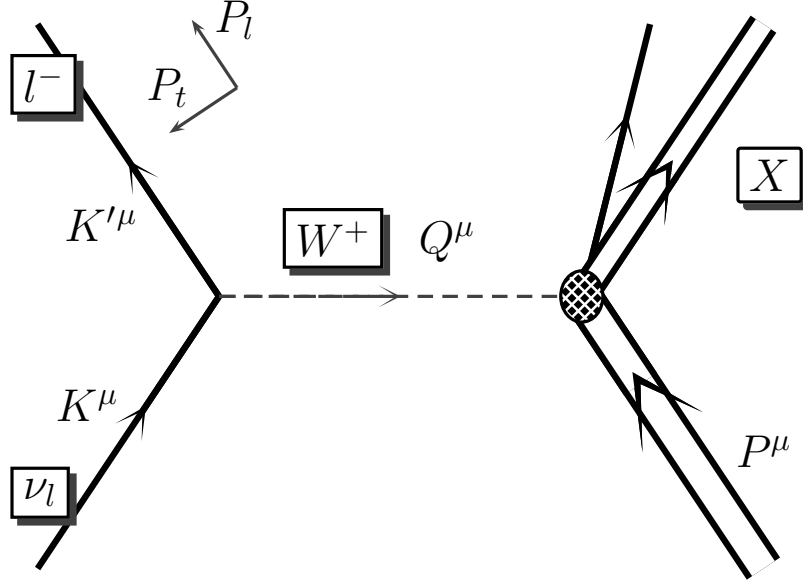


Figura 3.1: Cinemática de la reacción. Mostramos el plano de dispersión y las direcciones de las dos componentes de polarización del leptón  $P_l$  y  $P_t$ .

las componentes relevantes del vector de polarización en el sistema LAB.  $P_l$  es la componente longitudinal paralela al momento  $\mathbf{k}'$  y  $P_t$  es la componente transversal, perpendicular a  $\mathbf{k}'$  y al plano de dispersión definido por  $\mathbf{k}$  y  $\mathbf{k}'$ . La tercera componente del vector de polarización sería perpendicular al momento del leptón y al plano de dispersión  $\mathbf{k} \times \mathbf{k}'$ , pero puede comprobarse fácilmente (ver e.g. [91]) que se anula idénticamente en el modelo estándar. La expresión para estas componentes de polarización en término de las funciones de estructura  $W_i$  definidas en ec. (2.8) es:

$$P_l = \mp \left\{ \left( 2W_1 - \frac{m_l^2}{M_i^2} W_4 \right) (|\mathbf{k}'| - E'_l \cos \theta') + W_2 (|\mathbf{k}'| + E'_l \cos \theta') - W_5 \frac{m_l^2}{M_i} \cos \theta' \mp \frac{W_3}{M_i} ((E_\nu + E'_l) |\mathbf{k}'| - (E_\nu E'_l + |\mathbf{k}'|^2) \cos \theta') \right\} / F \quad (3.4)$$

para la componente longitudinal y

$$P_t = \mp m_l \sin \theta' \left( 2W_1 - W_2 - \frac{m_l^2}{M_i^2} W_4 + W_5 \frac{E'_l}{M_i} \mp W_3 \frac{E_\nu}{M_i} \right) / F \quad (3.5)$$



para la componente transversal. En el límite de leptones sin masa ( $m_l \rightarrow 0$ ) recuperamos los resultados para partículas con helicidad bien definida  $P_l = 1$  y  $P_t = 0$ . La dependencia lineal de  $P_t$  en  $m_l$  implica que este observable alcanzará los mayores valores para el caso del  $\tau$ , mientras que en el rango de energías de nuestro interés ( $\sim 10^2$  MeV) será despreciable en el caso de electrones.

Pasemos a discutir la cinemática del problema para identificar los casos de interés para nuestro modelo. Para un valor fijo de energía del neutrino  $E_\nu$  y de la definición de cuadrimento transferido,  $q^\mu = k^\mu - k'^\mu = (\omega, \mathbf{q})$ , se obtiene el módulo  $|\mathbf{q}|$  del trimomento transferido

$$|\mathbf{q}|^2 = \omega^2 - m_l^2 + 2E_\nu(E_\nu - \omega) - 2E_\nu \sqrt{(E_\nu - \omega)^2 - m_l^2} \cos \theta'. \quad (3.6)$$

Para un valor dado del ángulo de dispersión  $\theta'$ , la anterior ecuación nos da  $|\mathbf{q}|$  en función de la energía transferida  $\omega$ . El caso  $\theta' = 0, \pi$  nos da la frontera de la cinemática permitida en el plano  $(\omega, |\mathbf{q}|)$ . Es relevante en este trabajo identificar la región en que el régimen QE es dominante. De ésta manera podemos seleccionar las cinemáticas que estén dentro de la región permitida y cerca de la curva del pico QE

$$\omega \sim (q^2 - \omega^2)/2M. \quad (3.7)$$

Ejemplos de estas cinemáticas para neutrinos muónicos y tauónicos se dan en fig. 3.2 y 3.3 respectivamente.

El caso del muón se muestra en la fig. 3.2 para cuatro valores de energía del neutrino, entre  $E_\nu = 500$  y  $1500$  MeV. En cada panel se enseñan las cinemáticas posibles en el plano  $(\omega, |\mathbf{q}|)$  para varios valores del ángulo de dispersión  $\theta' = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ$  y  $50^\circ$ . Las líneas sólidas corresponden al límite cinemático  $\theta' = 0^\circ$ . El valor máximo para la energía transferida  $\omega_{\max} = E_\nu - m_l$  es el límite derecho de la región permitida. En la gráfica sólo mostramos energías transferidas  $\omega < 500$  MeV, ya que debemos limitarnos a la región no-relativista en que nuestro modelo es válido. Ésta misma limitación es aplicable al trimomento transferido,  $|\mathbf{q}| < 600$  MeV/ $c$ .

Un estudio similar para  $\tau$  se muestra en fig. 3.3, para energías del neutrino entre  $E_\nu = 4$  y  $15$  GeV y ángulos de dispersión  $\theta' = 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ, 10^\circ$  y  $12^\circ$ . En contraste con el caso anterior el régimen QE no es accesible en algunas de éstas cinemáticas. Por ejemplo, para  $E_\nu = 4$  GeV, el máximo de la curva de ec. (3.7) está por debajo de la curva  $\theta' = 0^\circ$  para  $\omega < 200$  MeV y para alcanzar la región QE uno debe ir hasta altos momentos transferidos  $q \sim 800$  MeV/ $c$ . Así, para poder cubrir la región QE con valores suficientemente pequeños de  $\omega$  y  $q$  debemos tener neutrinos con energías de al menos  $7$  GeV. Más aún, para energías grandes el trimomento transferido aumenta muy rápidamente con el ángulo de dispersión, de manera que sólo podemos utilizar nuestro modelo nuclear para el estudio de ángulos de dispersión muy pequeños.

## 3.2. Resultados

Los resultados obtenidos con el modelo de cap. 2 se muestran en las figs. 3.4–3.8. En ellas indicamos con una línea de puntos los resultados de nuestro modelo sin incluir correcciones RPA, CB o FSI, lo que equivale a un gas de Fermi con un correcto balance energético (ver ec. (2.49)).

También mostramos los resultados con el modelo completo con RPA pero sin incluir FSI, línea de trazos. Nuestro modelo completo incluyendo FSI se indica con la línea continua.

En la fig. 3.4 enseñamos resultados típicos para la reacción  $(\nu_\mu, \mu^-)$  para la sección eficaz y las dos componentes de la polarización  $P_l$  y  $P_t$ . La energía del neutrino es de 500 MeV y los valores del trimomento transferido (300, 400 y 500 MeV) corresponden a ángulos de dispersión de  $30^\circ$  o mayores. En las secciones eficaces se puede apreciar el comportamiento típico del pico QE, y los efectos que sobre éste producen la RPA (gran reducción para  $\omega$  pequeño y pequeño desplazamiento del pico) y la FSI (desplazamiento de la respuesta a mayores valores de transferencia de energía).

Respecto a los observables de polarización, vemos como la componente longitudinal  $P_l$  es cercana a 1 en todas las cinemáticas, mientras que  $P_t$  tiene una pequeña componente ( $\sim -0.2$ ), bastante independiente de  $|\mathbf{q}|$ . La inclusión de la RPA no cambia estos resultados. La razón es que las componentes de polarización se obtienen como un cociente de combinaciones lineales de funciones de estructura nuclear  $W_i$ , de manera que la RPA afecta de manera bastante similar al numerador y al denominador de las ecs.(3.4), (3.5). Lo mismo puede decirse de los efectos de la FSI, excepto para la cola de  $\omega$  alto. El LFG no describe esta región cinemática, que sí es descrita cuando se incluye la FSI. Sin embargo, la sección eficaz QE en estas regiones es muy pequeña, de manera que su efecto en las polarizaciones debe resultar difícil de observar experimentalmente.

También se investigó la región cinemática de mayores energías correspondiente al segundo panel de la Fig. 3.2. En estos casos la polarización transversal es despreciable y puede considerarse el leptón como completamente polarizado en la dirección longitudinal.

Un ejemplo de los resultados obtenidos para los leptones  $\tau$  se muestra en la fig. 3.5, donde se representan secciones eficaces QE de la reacción  $(\nu_\tau, \tau^-)$  para los mismos valores de  $|\mathbf{q}|$  de la fig. 3.4 con neutrinos de  $E_\nu = 7$  GeV. Si nos fijamos en la fig. 3.1 podemos ver que para los tres valores de  $|\mathbf{q}|$  considerados, el máximo del pico cuasielástico está dentro de la región de cinemáticas permitidas. El caso  $|\mathbf{q}| = 300$  MeV es el más cercano a la frontera, de forma que la sección eficaz tiende a 0 justo después de alcanzar el máximo, mientras que para mayores valores de  $|\mathbf{q}|$  se extiende hasta la región de mayor transferencia de energía. Los correcciones debidas a los efectos nucleares son similares a las observadas en el caso de neutrinos muónicos, a excepción de la cola de altas energías inducida por la FSI, que entra ahora en la zona de cinemáticas prohibidas.

Respecto a la componentes de polarización, la longitudinal es negativa, pero claramente mayor que  $-1$ . Por otro lado aparece una apreciable componente  $P_t$  con valores  $\sim -0.25$ . La magnitud de  $P_t$  aumenta ligeramente con  $|\mathbf{q}|$  y, como en el caso de muones, los efectos nucleares son bastante pequeños.

Un cuadro más claro con resultados parecidos surge al analizar la fig. 3.6 para  $\nu_\tau$  con energía 10 GeV, correspondiente al tercer panel de fig. 3.1 donde el pico QE está dentro de la zona cinemáticamente permitida. En este caso la componente longitudinal  $P_l$  es más cercana a  $-1$ , mientras que la componente transversal  $P_t$  es algo menor que en el caso anterior. Resultados no mostrados aquí para  $E_\nu = 15$  GeV confirman esta tendencia y muestran que las polarizaciones alcanzan los valores extremos  $P_l = -1$  y  $P_t = 0$ , con efectos nucleares completamente despreciables.

Otro tipo de resultados se muestran en la fig. 3.7 para neutrinos  $\nu_\tau$  con una energía de 7 GeV, esta vez fijando el ángulo de dispersión  $\theta'$  y mostrando resultados en función de  $\omega$ , la energía

transferida. De esta manera nos mantenemos siempre en la región de cinemáticas permitidas, moviéndonos sobre cada una de las líneas del segundo panel de la fig. 3.3. Sólo estudiamos valores pequeños de  $\theta'$  para evitar alcanzar  $|\mathbf{q}|$  muy altos fuera del rango de validez de nuestro modelo. Para estos ángulos, los máximos del pico QE se alcanzan en  $|\mathbf{q}| \sim 300, 400$  y  $600$  MeV respectivamente. De esta manera, excepto quizá para la cola de alto  $\omega$  a partir de  $\theta' = 4^\circ$ , podemos confiar en la validez de nuestro modelo más allá de correcciones por cinemática relativista del nucleón. Los efectos nucleares son de nuevo los esperados, aunque quizá valga la pena comentar que la corrección RPA disminuye con el ángulo de dispersión. La componente de polarización  $P_l$  es más o menos independiente del ángulo y toma valores entre  $-0.9$  y  $-0.8$ . La componente transversal  $P_t$  es idénticamente nula, ec. (3.5) para  $\theta' = 0$ , pero alcanza valores no despreciables para los demás ángulos, entre  $-0.2$  y  $-0.5$ . Respecto a las correcciones por RPA y FSI en estos observables de polarización, el efecto es inobservable a bajas energías. Sin embargo se observa que para la cola de alto  $\omega$  y  $\theta' = 0^\circ$  la actuación combinada de la RPA y la FSI modifica  $P_l$  de  $-0.6$  a  $-0.8$ . También se aprecia un efecto, aunque menor, en  $P_t$  para  $\theta' = 2^\circ$ . Para valores mayores del ángulo de dispersión el efecto es de nuevo despreciable.

Para acabar esta discusión, en la fig. 3.8 mostramos una representación alternativa de los observables de polarización: la polarización total, definida como el módulo del vector de polarización:

$$|\mathbf{P}| = \sqrt{P_l^2 + P_t^2}, \quad (3.8)$$

y su ángulo

$$\theta_p = \arctan(P_t/P_l) \quad (3.9)$$

con respecto a la dirección opuesta a la dirección longitudinal  $-\mathbf{k}'$ . En los resultados de la fig. 3.8 la polarización total  $|\mathbf{P}|$  toma valores entre  $0.8$  y  $0.9$  para  $\theta' = 0^\circ$  y aumenta con el ángulo de dispersión. Para  $\theta' = 0^\circ$  el ángulo  $\theta_p$  es también cero, esto es, el vector de polarización está completamente alineado con  $-\mathbf{k}'$ , sin componentes transversales. La polarización total puede interpretarse [95] como la fracción de partículas dispersada con helicidad negativa. Un valor distinto de la unidad indica que existe una cierta fracción de partículas con helicidad positiva. La dirección más probable para el espín de la partícula dispersada está determinado por el ángulo  $\theta_p$ . Para  $\theta' = 2^\circ$  este ángulo está entre  $15^\circ$  y  $25^\circ$ , y aumenta un poco para  $\theta' = 4^\circ$ . Los resultados de fig. 3.8 muestran un aumento considerable de la polarización total debido a efectos RPA y FSI para  $\theta' = 0^\circ$ , efectos que se hacen despreciables para ángulos  $\theta' = 2^\circ$  y mayores. Por otro lado, para  $\theta' = 2^\circ$  encontramos una apreciable reducción del ángulo de polarización  $\theta_p$  debido a efectos nucleares, pero es de nuevo despreciable para valores mayores del ángulo de dispersión.

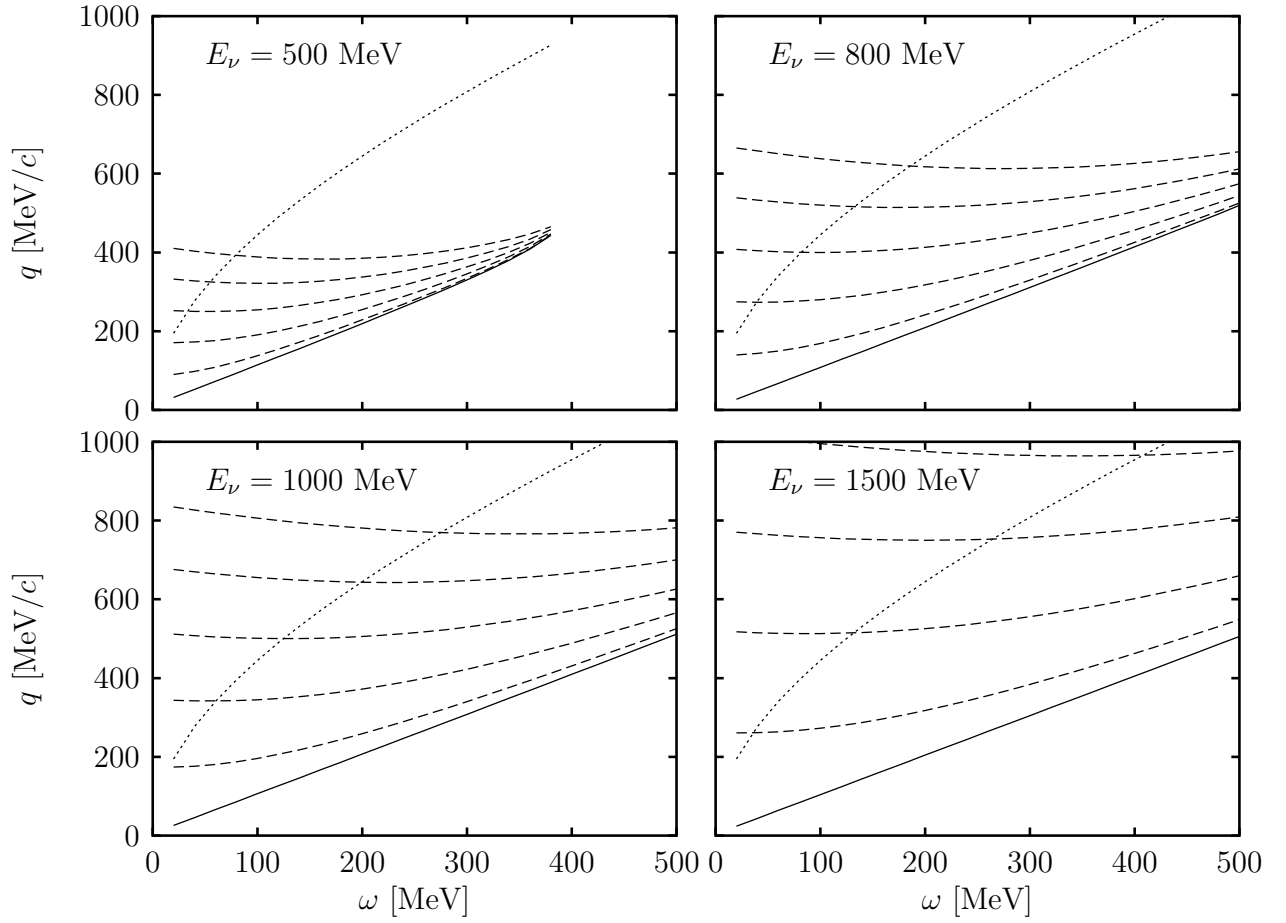


Figura 3.2: Cinemáticas permitidas para la reacción  $(\nu_\mu, \mu)$  en el plano  $(\omega, |\mathbf{q}|)$ . La línea punteada es el centro del pico QE,  $\omega = |\mathbf{q}|^2 / (2M)$ . Las demás líneas en cada panel muestran el valor del módulo del momento transferido  $|\mathbf{q}|$  en función de la energía transferida para una energía fija de neutrino y varios valores del ángulo de dispersión  $\theta'$ . La línea sólida es para  $\theta' = 0$ , los demás curvas mostradas corresponden con, de abajo arriba,  $\theta' = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ$  y  $50^\circ$ .

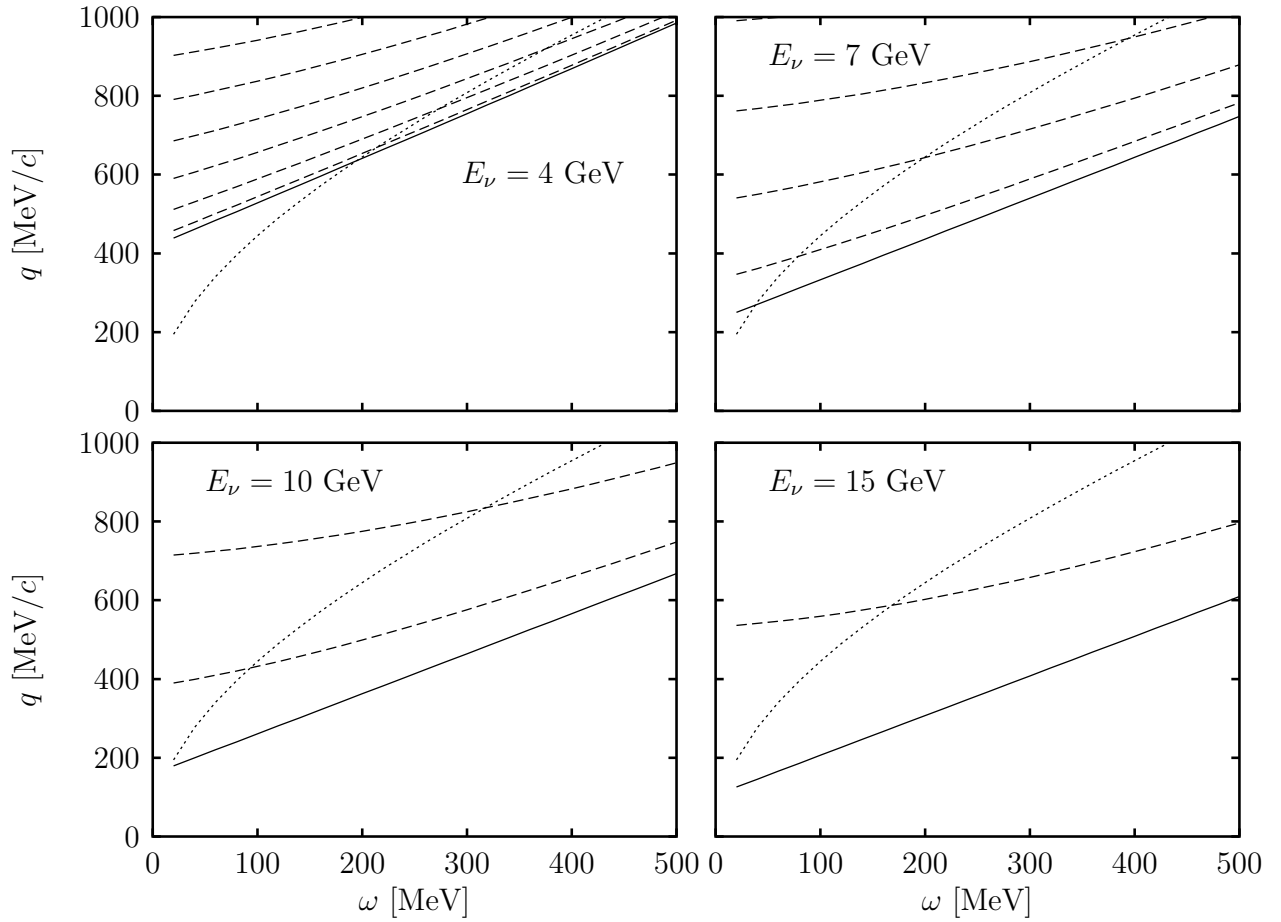


Figura 3.3: Cinemáticas permitidas para la reacción  $(\nu_\tau, \tau)$  en el plano  $(\omega, q)$ . La línea punteada es el centro del pico QE,  $\omega \simeq |\mathbf{q}^2|/2M$ . Las demás líneas en cada panel muestran el valor del módulo del momento transferido  $|\mathbf{q}|$  en función de la energía transferida para una energía fija de neutrino y varios valores del ángulo de dispersión  $\theta'$ . La línea sólida es para  $\theta' = 0$ , los demás curvas mostradas corresponden con, de abajo arriba,  $\theta' = 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ, 10^\circ$  y  $12^\circ$ .

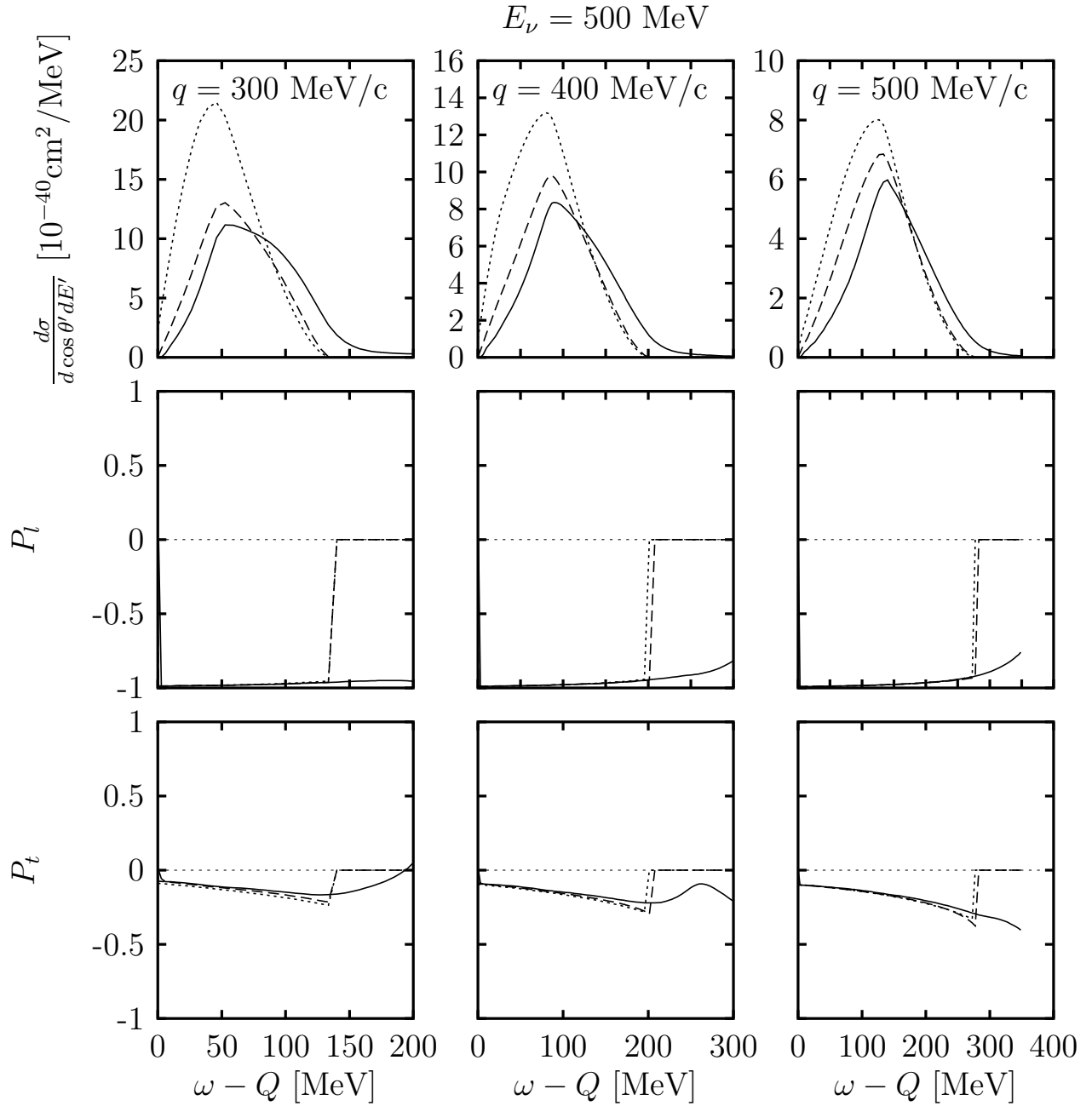


Figura 3.4: Sección eficaz diferencial y componentes de polarización para la reacción  $^{40}\text{Ar}(\nu_\mu, \mu)X$  ( $E_\nu = 500 \text{ MeV}$ ) en función de la energía transferida menos el  $Q$  experimental. Se muestran tres valores de momento transferido,  $|\mathbf{q}| = 300, 400$  y  $500 \text{ MeV}/c$ .

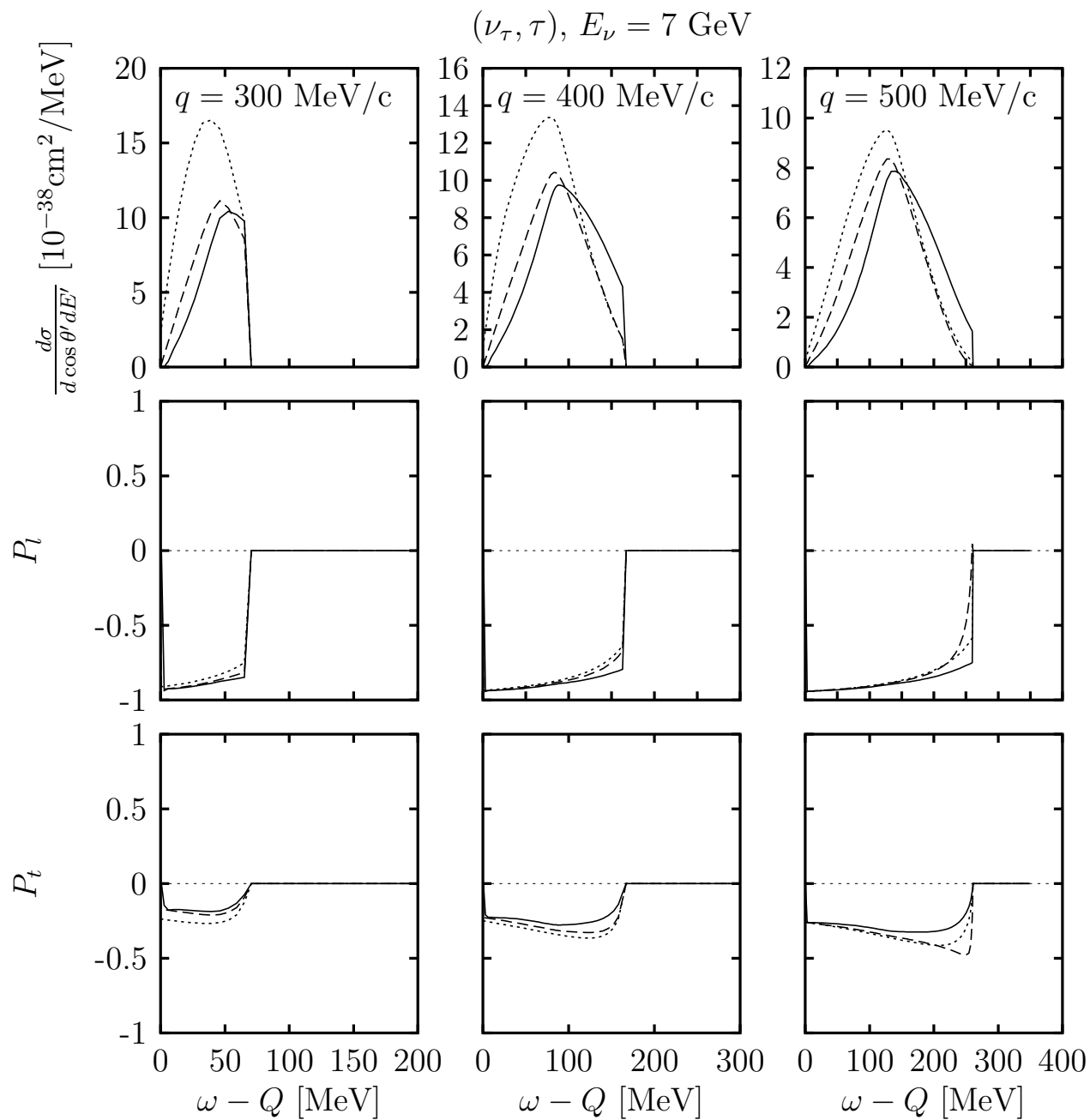


Figura 3.5: Igual que Fig. 3.4 para  $\tau$ -neutrinos de 7 GeV.

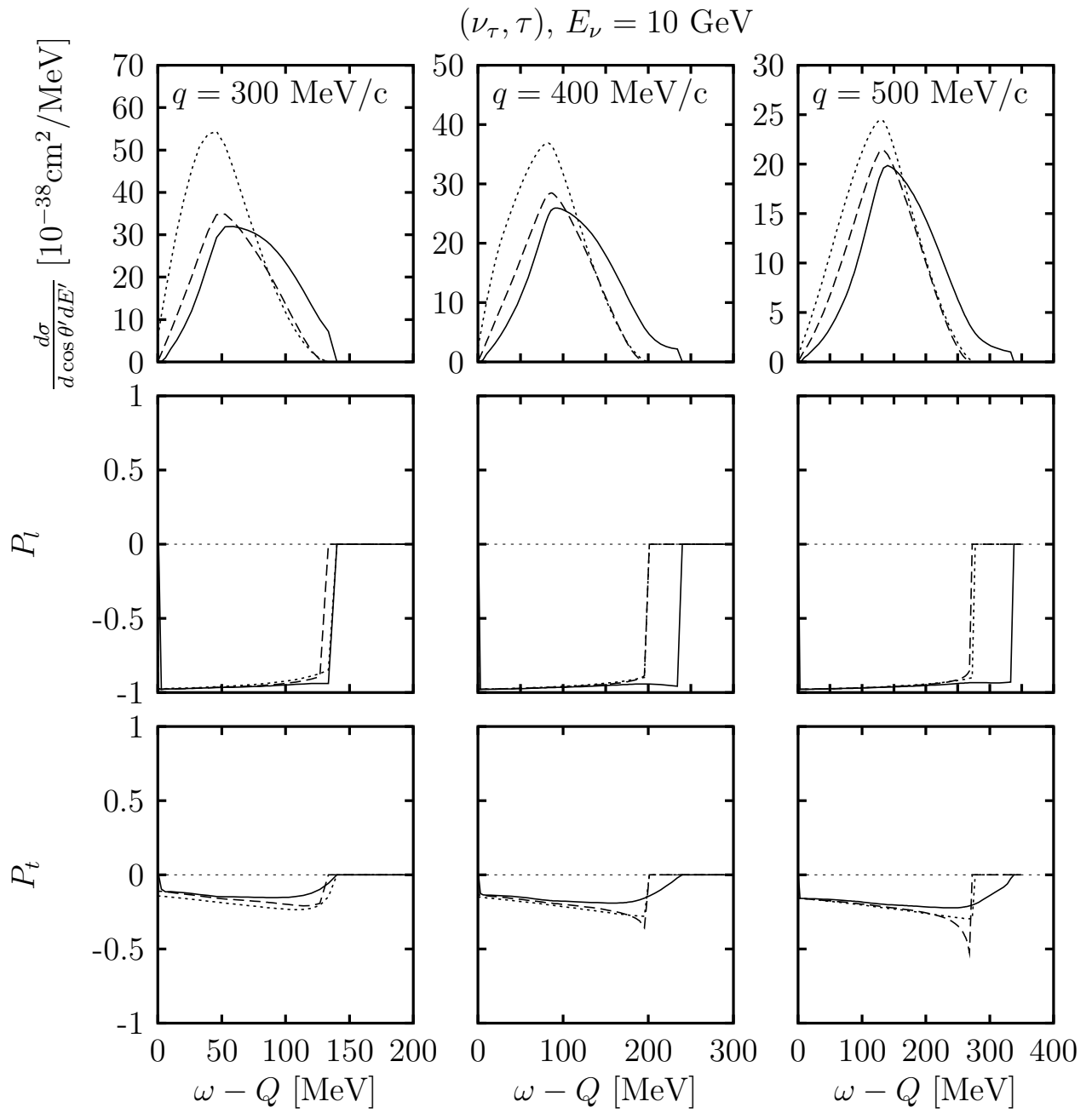


Figura 3.6: Igual que Fig. 3.5 para  $\tau$ -neutrinos de 10 GeV.



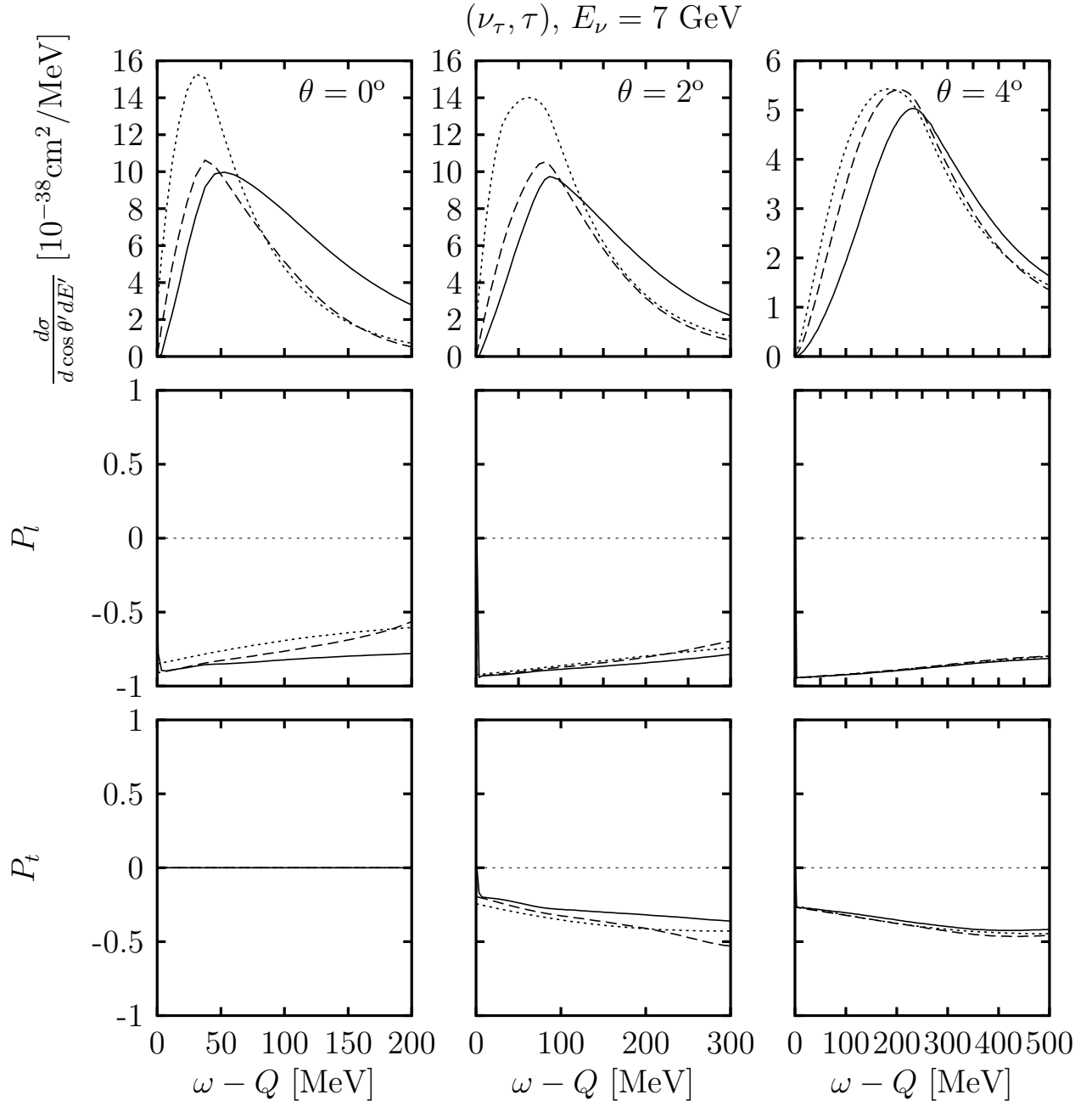


Figura 3.7: Igual que fig. 3.5, fijando el ángulo de dispersión  $\theta'$  en lugar del trimomento transferido  $|\mathbf{q}|$ . Se muestran  $\theta' = 0^\circ, 2^\circ$  y  $4^\circ$ .

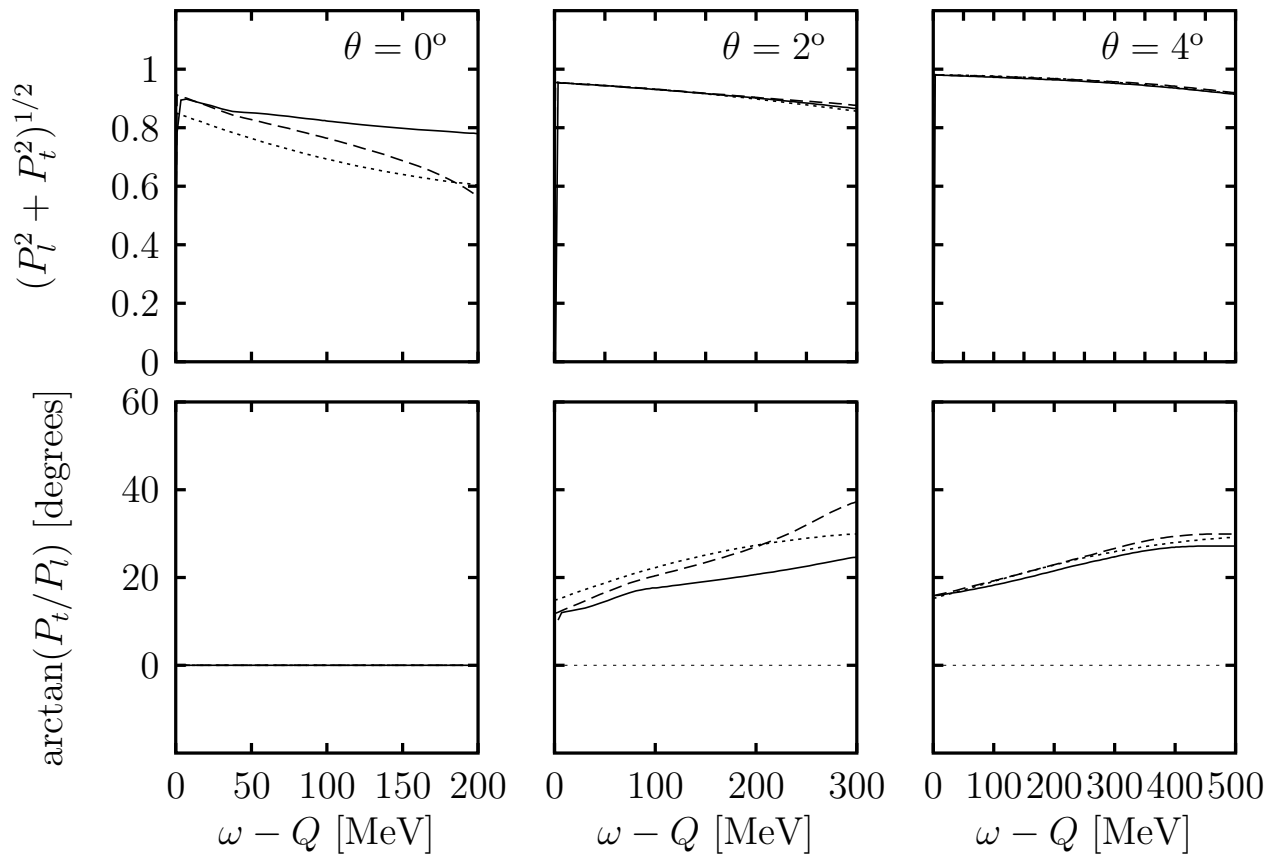


Figura 3.8: Módulo y dirección del vector de polarización con respecto a la dirección  $-l$  para  $\tau$ -neutrinos de 7 GeV y tres ángulos de dispersión correspondientes a las cinemáticas de fig. 3.7.



# Capítulo 4

## Captura muónica en núcleos<sup>1</sup>

### 4.1. Introducción y formalismo

En este capítulo estudiaremos la reacción



donde un muón ligado a un núcleo es absorbido por éste, emitiendo un neutrino muónico. La dinámica que gobierna este proceso está claramente relacionada con la de la dispersión cuasielástica de antineutrinos mediada por corrientes cargadas, con la particularidad de que la energía transferida al núcleo en esta reacción está limitada por la energía disponible que, supuesto el muón en reposo, es la masa del muón  $m_{\mu} = 105.65$  MeV. Esto hace que la energía transferida al núcleo en esta reacción sea bastante baja, casi siempre menor de  $\approx 20$  MeV. Esto garantiza que la única contribución relevante al proceso será la debida a absorción por un nucleón, de manera que se pueden despreciar los demás procesos representados en la fig. 2.2.

La relevancia de esta reacción en el contexto de esta tesis viene del hecho de que existe una extensa colección de mediciones precisas de la anchura de desintegración de átomos muónicos a lo largo de toda la tabla periódica<sup>2</sup>, lo que la convierte en un banco de pruebas ideal para estudiar la validez de los distintos modelos nucleares de dispersión QE de neutrinos a bajas energías.

En principio, nuestro modelo no está diseñado para estudiar procesos a energías de excitación tan bajas. De hecho no reproduce fenómenos bien conocidos de la estructura nuclear, como resonancias en el espectro continuo y transiciones discretas. Sin embargo y como mostraremos en este capítulo al comparar con un modelo de capas, la LDA es una buena aproximación a la hora de estudiar la anchura integrada, y de hecho proporciona una de las mejores descripciones a lo largo de la tabla periódica.

Nuestro modelo para la captura del muón se basa en el desarrollado en el cap. 2 para la dispersión QE neutrino-núcleo. La principal diferencia vendrá de la necesidad de tener en cuenta que el

---

<sup>1</sup>Este capítulo se basa en [21, 96].

<sup>2</sup>Ver [97] para un estudio general de los experimentos sobre captura muónica en núcleos.

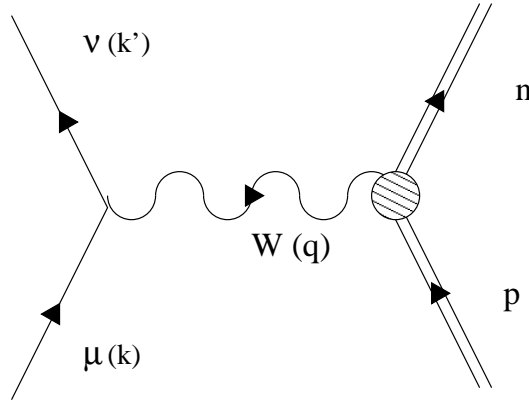


Figura 4.1: Esquema de la reacción ec. 4.1 a nivel nucleónico.

muón capturado no está en un estado de momento bien definido, si no en un estado ligado análogo al de un electrón en un átomo hidrogenoide.

Nuestra evaluación de la anchura de desintegración  $\Gamma$  en un núcleo finito sigue dos pasos. En primer lugar evaluaremos la anchura de desintegración  $\hat{\Gamma}(\rho_p, \rho_n)$  promediada sobre el espín del muón en reposo en un mar de Fermi de protones y neutrones con  $Z \neq N$ . Aquí tendremos en cuenta los efectos nucleares que ya indicamos en el cap.2, en concreto el correcto balance energético y las correlaciones RPA. En un segundo paso haremos uso de una aproximación LDA e integraremos sobre el volumen nuclear teniendo en cuenta la densidad de probabilidad de presencia del muón

$$\Gamma = \int d^3\mathbf{r} |\phi_{1s}(\mathbf{r})|^2 \hat{\Gamma}(\rho_p(r), \rho_n(r)) \quad (4.2)$$

dónde  $\phi_{1s}(\mathbf{r})$  es la función de onda del muón en el estado 1s desde el que tiene lugar la captura.

Para justificar que el muón está en el estado fundamental 1s es interesante describir cómo se forman los átomos muónicos. Los átomos muónicos se producen al lanzar un haz de muones contra un blanco compuesto por núcleos del material que se quiere estudiar. Con una cierta probabilidad el campo electromagnético del núcleo captura un muón en una órbita muy excitada. El muón atrapado por el núcleo sufre transiciones (análogas a las de un átomo excitado) hasta que llega al estado de mínima energía en el que se producirá la desaparición del muón por captura QE. Éste proceso de desexcitación se completa antes de que el muón se desintegre debido a la larga vida media del muón ( $\sim 10^{-8}$  s). Para hallar la función de onda del estado ligado del muón resolveremos una ecuación de Schrödinger, con correcciones relativistas, para un potencial Coulombiano. Este problema es análogo al de un átomo hidrogenoide, pero debido a la mayor masa del muón ( $m_\mu \simeq 200m_e$ ) el radio medio de la órbita del muón es mucho menor<sup>3</sup>, del orden de  $2 \times 10^2/Z$  fm. Si tenemos en cuenta que el radio nuclear es del orden de unos cuantos fm ( $R \propto 1.1A^{1/3}$  fm) resulta que puede considerarse que el muón tiene una gran probabilidad de encontrarse dentro del núcleo; luego es

<sup>3</sup>Según la fórmula del radio de Bohr ( $a_\infty \propto 1/m_e - /Z$ )

sensible a los detalles de la distribución de carga nuclear  $\rho_{ch}$ . Así, hemos utilizado un potencial Coulombiano local:

$$V_C(r) = -4\pi\alpha \left[ \frac{1}{r} \int_0^r dr' r'^2 \rho_{ch}(r') + \int_r^{+\infty} dr' r' \rho_{ch}(r') \right], \quad (4.3)$$

mejorando la aproximación usual de suponer un núcleo puntual. La función de onda en el estado fundamental corresponde al estado  $1s$ . También hemos tenido en cuenta en el hamiltoniano una corrección por polarización del vacío, tal y como se describe en [24]. Los resultados obtenidos para las energías de ligadura de diversos átomos muónicos se muestran en la tab. 4.1 Al derivar la ec. (4.2) hemos supuesto que cada *porción* del muón está rodeado por un mar de Fermi de protones y neutrones de densidades  $\rho_p(r)$ ,  $\rho_n(r)$ . La LDA asume pues que la interacción tiene un alcance nulo, o lo que es igual, es independiente del momento transferido  $\mathbf{q}$ . En procesos de captura muónica la dependencia en  $\mathbf{q}$  de la reacción es extremadamente débil, como ya se investigó en [39, 40], de manera que la aproximación LDA es razonablemente válida.

Cómo hicimos para dispersión de neutrinos podemos relacionar la anchura en materia nuclear con la autoenergía  $\Sigma_\mu^r(\rho_p(r), \rho_n(r))$ , (ver fig.4.2), de un muón en reposo y espín  $r$ . La evaluación

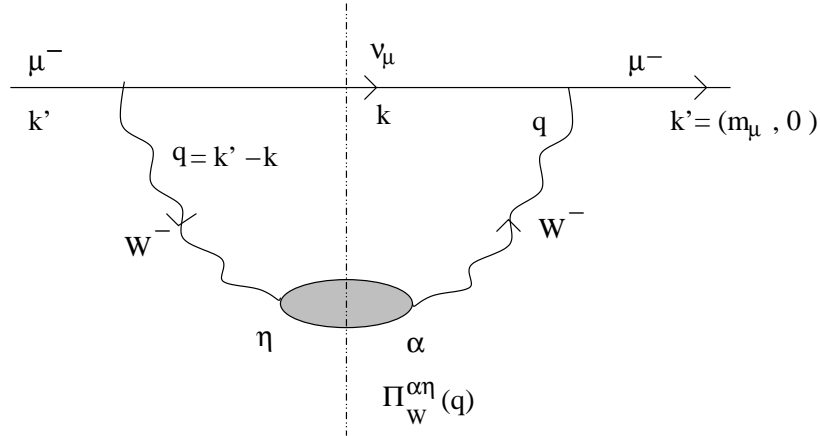


Figura 4.2: Representación diagramática de la auto-energía de un muón en reposo en materia nuclear.

de este diagrama de autoenergía es análoga a la del neutrino en la fig.2.1, por lo que no daremos detalles, salvo notar que debemos incluir un factor  $1/2$  al promediar sobre los dos estados físicos de espín del muón. La interacción está ahora mediada por un bosón  $W^-$ , como en el caso de la dispersión de antineutrinos, y por tanto las contribuciones que violan paridad cambian de signo. La expresión resultante es:

$$\hat{\Gamma}(\rho_p(r), \rho_n(r)) = -\frac{1}{m_\mu} \frac{4G}{\sqrt{2}M_W^2} \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{\Theta(q^0)}{2|\mathbf{k}|} \text{Im} \left\{ \overline{\Pi}_W^{\mu\nu}(q; \rho_p(r), \rho_n(r)) L_{\mu\nu} \right\} \quad (4.4)$$

con  $q^0 = m_\mu - |\mathbf{k}|$  y  $|\mathbf{q}| = |\mathbf{k}|$ . Como ya hemos indicado, en las condiciones cinemáticas de este

proceso, a la autenergía del  $W^-$  sólo contribuye el modo QE, de modo que:

$$\begin{aligned}\hat{\Gamma}(\rho_p(r), \rho_n(r)) &= \frac{G^2 \cos^2 \theta_C}{m_\mu} \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{1}{2|\mathbf{k}|} L_{\mu\nu} \mathcal{T}^{\mu\nu}(q; \rho_p, \rho_n) \\ &= \frac{G^2 \cos^2 \theta_C}{2\pi^2} \int_0^{+\infty} \mathbf{k}^2 \left( -t_1 + \frac{t_2}{2} + |\mathbf{k}| t_3 + \frac{m_\mu^2}{2} t_4 + m_\mu t_5 \right) d|\mathbf{k}|\end{aligned}\quad (4.5)$$

dónde el tensor  $\mathcal{T}^{\mu\nu}$  está definido como

$$\begin{aligned}\mathcal{T}^{\mu\nu}(q; \rho_p, \rho_n) &= -\frac{2\Theta(q^0)}{4M^2} \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{M}{E(\mathbf{p})} \frac{M}{E(\mathbf{p} + \mathbf{q})} \delta(q^0 + E(\mathbf{p}) - E(\mathbf{p} + \mathbf{q})) \\ &\quad \times \Theta(k_F^p(r) - |\mathbf{p}|) \Theta(|\mathbf{p} + \mathbf{q}| - k_F^n(r)) (-\pi) A_{\text{RPA}}^{\mu\nu}(p, q)|_{p^0=E(\mathbf{p})} \\ &\equiv t_1 g^{\mu\nu} + t_2 l^\mu l^\nu + i t_3 \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} l_\alpha q_\beta + t_4 q^\mu q^\nu + t_5 (l^\mu q^\nu + l^\nu q^\mu)\end{aligned}\quad (4.6)$$

con  $l^\mu = (1, \mathbf{0})$ .

Las similitudes con la ec. (2.39) son claras, y de nuevo podemos hacer las integrales analíticamente escribiéndolas en función de la parte imaginaria de la función de Lindhard. El límite no relativista que adoptaremos se obtiene sustituyendo los factores  $M/E(\mathbf{p})$  y  $M/E(\mathbf{p} + \mathbf{q})$  por 1.

Por último tendremos en cuenta la energía de ligadura del muón  $B_\mu^{1s} > 0$ , y reemplazaremos  $m_\mu \rightarrow \hat{m}_\mu = m_\mu - B_\mu^{1s}$ . De esta manera el balance energético debe corregirse reemplazando

$$q^0 \rightarrow q^0 - [\bar{Q} - \bar{Q}_{\text{LFG}}(r)] = \hat{m}_\mu - |\mathbf{k}| - [\bar{Q} - \bar{Q}_{\text{LFG}}(r)] \quad (4.7)$$

en las ecs. (4.5), (4.6).

## 4.2. Resultados y comparación con el experimento

Los resultados obtenidos según el modelo descrito en la sección precedente para las anchuras de captura muónica inclusiva en núcleos se muestran en la tabla 4.1, donde además se comparan con una compilación de datos experimentales, [98]. El acuerdo con el experimento es extremadamente bueno, y se reproducen los resultados con precisiones en ocasiones del 1 %, bastante mejores que las incertidumbres de cualquier modelo teórico. La inclusión de efectos de polarización del medio son importantes, ya que reducen las anchuras predichas por el gas de Fermi no relativista en un 30–40 %. Es interesante señalar que el acuerdo es bastante bueno para todos los elementos de la tabla periódica. Ésto es muy importante, ya que existe una variación de casi tres órdenes de magnitud en los valores de las anchuras cuando se pasa de  $^{12}\text{C}$  a  $^{208}\text{Pb}$ . La mayor discrepancia con los datos experimentales se tiene precisamente para el  $^{12}\text{C}$ : del orden del 15 %.

Si recordamos los resultados de tab. 2.2 para secciones eficaces podemos concluir que nuestro modelo proporciona una de las mejores predicciones para la captura muónica inclusiva en  $^{12}\text{C}$  y las mediciones de LSND para la reacción  $^{12}\text{C}(\nu_\mu, \mu^-)X$  en el umbral de producción de muones.

	$B_\mu^{1s}$ [MeV]	Pauli+ $\overline{Q}$ [ $10^4 s^{-1}$ ]	RPA [ $10^4 s^{-1}$ ]	Exp [ $10^4 s^{-1}$ ]
$^{12}\text{C}$	0.100	5.42	3.21	$3.78 \pm 0.03$
$^{16}\text{O}$	0.178	17.56	10.41	$10.24 \pm 0.06$
$^{18}\text{O}$	0.178	11.94	7.77	$8.80 \pm 0.15$
$^{23}\text{Na}$	0.336	58.38	35.03	$37.73 \pm 0.14$
$^{40}\text{Ca}$	1.064	465.5	257.9	$252.5 \pm 0.6$
$^{44}\text{Ca}$	1.063	318	189	$179 \pm 4$
$^{75}\text{As}$	2.624	1148	679	$609 \pm 4$
$^{112}\text{Cd}$	4.861	1825	1078	$1061 \pm 9$
$^{208}\text{Pb}$	10.510	1939	1310	$1311 \pm 8$

Tabla 4.1: Anchuras de captura total de muón para diferentes núcleos. Los resultados experimentales (“Exp”) se han tomado de [98]; cuando en dicha referencia aparece citado más de un experimento hemos usado un promedio  $\overline{\Gamma}/\sigma^2 = \sum_i \Gamma_i/\sigma_i^2$ , con  $1/\sigma^2 = \sum_i 1/\sigma_i^2$ . Los resultados teóricos se han obtenido usando cinemática no relativista para el nucleón. (i) “Pauli+ $\overline{Q}$ ” se ha obtenido de ec. (4.5) sin incluir RPA ni FSI, pero teniendo en cuenta el valor de  $\overline{Q}$ ; (ii) “RPA” denota el cálculo completo incluyendo efectos de correlaciones RPA. Mostramos también los valores utilizados para las energías de ligadura del átomo muónico  $B_\mu^{1s}$ .

Por último, en la fig. 4.3 mostramos la distribución de energías del neutrino  $\nu_\mu$  emitido en  $^{12}\text{C}$ , ec. (4.1). La energía transferida al núcleo final (en este caso  $^{12}\text{Be}$ ) varía entre 0 y 20 MeV. Naturalmente nuestro modelo no muestra ningún detalle del espectro de excitación del núcleo final. En principio, sería de esperar que un tratamiento más realista del tamaño finito del núcleo produjera resultados muy distintos a los nuestros. Sin embargo, como veremos en las secciones siguientes, los detalles de estructura nuclear no afectan apenas a las anchuras integradas.

### 4.3. Comparación con un modelo de capas extremo

Los resultados obtenidos en sec. 4.2 indican que, para reacciones inclusivas, la validez de la aproximación de gas de Fermi local (LFG) puede extenderse a energías nucleares de excitación menores de lo que parece razonable esperar. En esta sección veremos que el LFG predice razonablemente bien los valores de observables integrados a bajas energías, aunque no sea capaz de describir los detalles finos de las distribuciones diferenciales. De hecho, a estos observables contribuyen tanto los estados del discreto como los del continuo, incluyendo estados colectivos como resonancias gigantes [99], que son imposibles de reproducir con un modelo de gas de Fermi. A pesar de esto, cuando se suma sobre los todos los posibles estados finales, la información relativa a estos detalles del espectro se pierde y sólo permanece la contribución global al observable inclusivo. De este modo este tipo de observables son más sensibles a cantidades globales del sistema como el balance energético o la distribución de nucleones. Conclusiones semejantes ya se extrajeron de estudios de la captura radiativa de átomos piónicos [100].



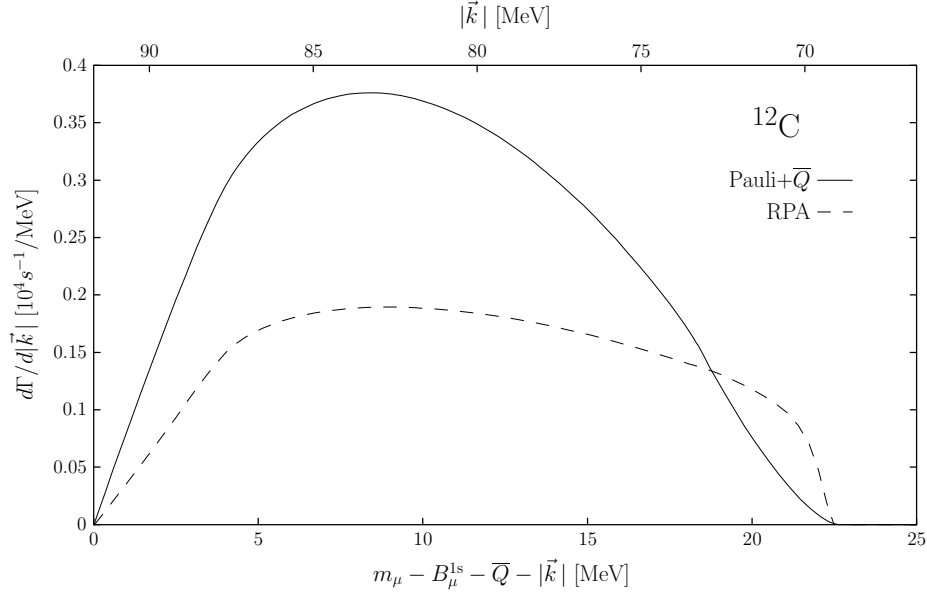


Figura 4.3: Anchura diferencial de captura muónica en función de de la energía del neutrino saliente (eje horizontal superior) o equivalentemente, en función de la energía transferida al núcleo final (eje horizontal inferior) para  $^{12}\text{C}$ . Los dos cálculos están referidos como en tab. 4.1.

Existen numerosos cálculos microscópicos de reacciones inclusivas neutrino-núcleo y de captura muónica, basadas en modelos RPA o modelos de capas en grandes bases [74, 101–104], modelo de capas relativista [105] o el método de la función de Green [106]; todos los cuales incluyen los efectos de tamaño finito del núcleo. De todos modos, de la comparación directa de estos modelos con el LFG de la sec. 4.1 no es posible deducir la importancia del tratamiento de núcleo finito. Esto se debe a que en cada uno de estos modelos los distintos efectos, ya sean interacciones residuales, funciones de onda de modelo de capas, operadores de corriente, etc. se implementan de distinta manera, con lo que es imposible separar el impacto de los efectos de tamaño finito del resto de correcciones de medio nuclear. Todo esto sugiere que antes de comparar los modelos más sofisticados es conveniente comprender los casos más simples que no incluyan correlaciones nucleares.

De este modo hemos elegido como modelo *de prueba* un modelo de capas (*shell model*, SM) extremo: consideraremos los nucleones como estados monoparticulares en un potencial de Woods-Saxon. No tendremos en cuenta ni efectos de correlaciones de largo alcance (RPA) ni de mezcla de configuraciones. Además, usaremos el límite estático de la corriente cargada (CC) de nucleón para simplificar el cálculo y extraer las conclusiones más limpiamente. Por último, compararemos estos resultados con los obtenidos con un modelo LFG sin incluir correcciones del tipo RPA y en el límite estático de la CC del nucleón.

Los efectos de núcleo finito deberían disminuir conforme aumenta la masa del núcleo. Para comprobar estos efectos y tener un estudio más completo compararemos los resultados en varios núcleos de doble capa cerrada a lo largo de la tabla periódica:  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$  y  $^{208}\text{Pb}$ .

### 4.3.1. Modelo de capas: Formalismo

Consideremos el muón negativo ligado a un núcleo inicial  $\frac{A}{Z}X$  que se desintegra según la ec. (4.1). Supondremos que el muón se encuentra en un estado  $1s$  cuya función de onda normalizada a la unidad

$$\phi_{1s}(\mathbf{r}) = \phi_{1s}(r) = \frac{R_{1s}(r)}{\sqrt{4\pi}} \quad (4.8)$$

ya fue discutida en sec. 4.1. Supondremos un neutrino  $\nu_\mu$  en el estado final con cuadrimento  $k^{\mu'} = (\epsilon', \mathbf{k}')$ . La corriente leptónica (ver fig. 4.1) lleva asociada un elemento de matriz

$$\langle \nu_\mu | j^\mu(x) | \mu \rangle = \ell^\mu \phi_{1s}(x) e^{ik' \cdot x} \quad (4.9)$$

donde  $x^\mu = (t, \mathbf{r})$  es la coordenada espacio-temporal del muón,  $\phi_{1s}(x)$  la función de onda dependiente del tiempo para el muón:

$$\phi_{1s}(x) = \phi_{1s}(\mathbf{r}) e^{-i\epsilon t}, \quad (4.10)$$

$\epsilon$  la energía del muón (incluida la energía de ligadura) y finalmente  $\ell^\mu$  es el vector leptónico. Ya que tratamos el muón como una partícula no relativista, podemos describirlo con un espinor de Pauli  $\chi$ , que da lugar a un espinor de Dirac en el espacio de momentos  $u_\mu(0) = (\chi, 0)$ . Esto equivale a despreciar el momento del muón en la parte puramente cinemática del problema; sin embargo mantendremos la dependencia espacial de la función de onda. En términos de este espinor el vector leptónico se escribe:

$$\ell^\mu = \left[ \frac{m'}{V\epsilon'} \right]^{1/2} \bar{u}_\nu(\mathbf{k}') \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u_\mu(0), \quad (4.11)$$

dónde  $V$  es el volumen de normalización de la onda plana del neutrino y  $m'$  su masa, que haremos tender a cero al final del desarrollo. Para esta sección hemos optado por el convenio de normalización de espinores  $\bar{u}u = 1$ , como en el texto de Bjorken y Drell [95].

Cómo ya se discutió anteriormente (ver discusión tras ec. (2.6)) usaremos una aproximación de contacto para la interacción débil. De esta manera el elemento de matriz de la matriz  $S$  asociado al proceso de la Figura 4.1 es:

$$S_{fi} = -2\pi i \delta(E_f - E_i - \omega) \frac{G}{\sqrt{2}} \ell^\mu \langle f | \tilde{J}_\mu(-\mathbf{k}') | i \rangle, \quad (4.12)$$

dónde  $|f\rangle$  y  $|i\rangle$  son los estados final e inicial del núcleo, con energías  $E_f$  y  $E_i$ , respectivamente,  $\omega = \epsilon - \epsilon'$  es la energía transferida por el leptón y hemos introducido el operador efectivo de corriente  $\tilde{J}_\mu(\mathbf{q}) = \tilde{J}_\mu(-\mathbf{k}')$ , que es la transformada de Fourier:

$$\tilde{J}_\mu(-\mathbf{k}') = \int d^3\mathbf{r} e^{-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}} \tilde{J}_\mu(\mathbf{r}). \quad (4.13)$$

de  $\tilde{J}_\mu(\mathbf{r})$ , definido en el espacio de coordenadas como:

$$\tilde{J}_\mu(\mathbf{r}) = J_\mu(\mathbf{r}) \phi_{1s}(r). \quad (4.14)$$

Para obtener la anchura de desintegración a partir del elemento de matriz  $S$  ec. (4.12) podemos utilizar (ver p. ej. [107]):

$$d\Gamma = \frac{1}{\epsilon} \prod_f \left( \frac{d^3 p_f}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_f} \right) S_{fi} \quad (4.15)$$

dónde  $\epsilon$  es la energía del muón inicial y los términos entre paréntesis tienen en cuenta la contribución al espacio fásico de todos los estados finales  $f$ . Llegados a este punto podemos distinguir dos casos, dependiendo de si el estado nuclear final es un estado del espectro discreto (el fundamental o uno excitado), o de si es un estado del continuo, con un neutrón de energía positiva.

En el caso de una transición al discreto, donde la energía del neutrino saliente viene fijada por conservación de energía, la anchura de la transición del estado nuclear inicial  $i$  al estado final  $f$  se escribe:

$$\Gamma_{i \rightarrow f} = \frac{G^2}{2\pi} \frac{\epsilon'}{m_\mu} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu}^{i \rightarrow f}(q), \quad (4.16)$$

dónde  $q$  es el módulo del momento transferido al núcleo  $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$ ,  $\eta^{\mu\nu}$  es el tensor leptónico definido

$$\eta_{\mu\nu} = k'_\mu k'_\nu + k'_\nu k'_\mu - g_{\mu\nu} m_\mu \epsilon' + i \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k^\alpha k'^\beta \quad (4.17)$$

y  $W_{\mu\nu}^{i \rightarrow f}$  es el tensor hadrónico, que para este caso particular adopta la forma

$$W_{\mu\nu}^{i \rightarrow f}(q) = \overline{\sum_{M_f, M_i}} \langle f | \tilde{J}_\mu(\mathbf{q}) | i \rangle^* \langle f | \tilde{J}_\nu(\mathbf{q}) | i \rangle, \quad (4.18)$$

dónde la barra sobre la sumatoria quiere decir que promediamos sobre la tercera componente de espín del estado nuclear inicial  $M_i$  y sumamos sobre la del estado nuclear final  $M_f$ . Trabajaremos en un sistema de referencia dónde  $\mathbf{q}$  está el eje  $z$ .

En el caso de la parte continua del espectro del estado nuclear final, la anchura toma la forma:

$$\frac{d\Gamma_c}{d\epsilon'} = \frac{G^2}{2\pi} \frac{\epsilon'}{m_\mu} \eta^{\mu\nu} W_{\mu\nu}^{(c)}(q, \omega), \quad (4.19)$$

siendo el tensor hadrónico:

$$W_{\mu\nu}^{(c)}(q, \omega) = \overline{\sum_{i,f}} \delta(E_f - E_i - \omega) \langle f | \tilde{J}_\mu(\mathbf{q}) | i \rangle^* \langle f | \tilde{J}_\nu(\mathbf{q}) | i \rangle \quad (4.20)$$

y de nuevo se promedia (suma) sobre estados iniciales (finales del continuo) de espín.

La contracción de los tensores leptónico y hadrónico se simplifica notablemente si elegimos un sistema de referencia en el que el momento transferido  $\mathbf{q}$  esté en la dirección del eje  $z$ . De esta manera, y suponiendo que el muón está en reposo ( $k^\mu = (m_\mu, \mathbf{0})$ ), nos queda una expresión para la anchura diferencial:

$$\frac{d\Gamma_c}{d\epsilon'} = \frac{G^2}{2\pi} \epsilon'^2 (R_C + R_L - 2R_{CL} + R_T + 2R_{T'}) \quad (4.21)$$

y una expresión análoga para la anchura de desintegración a estados discretos. Hemos introducido las funciones de respuesta en término de componentes del tensor hadrónico

$$R_C = W^{00} \quad (4.22)$$

$$R_{CL} = -\frac{1}{2} (W^{03} + W^{30}) \quad (4.23)$$

$$R_L = W^{33} \quad (4.24)$$

$$R_T = W^{11} + W^{22} \quad (4.25)$$

$$R_{T'} = -\frac{i}{2} (W^{12} - W^{21}) \quad (4.26)$$

que contienen la información relevante acerca de la estructura y la dinámica del núcleo [108, 109].

La anchura total de desintegración para el proceso inclusivo

$$\Gamma = \sum_f \Gamma_{i \rightarrow f} + \int_0^{\epsilon'_{\max}} \frac{d\Gamma_c}{d\epsilon'} d\epsilon' \quad (4.27)$$

se obtiene sumando sobre todos los estados finales accesibles e integrando sobre el espectro continuo.

**Desarrollo multipolar** Debido a la simetría esférica del potencial Woods-Saxon los estados monoparticulares del SM tienen buenos números cuánticos de momento angular:  $|i\rangle = |J_i M_i\rangle$ ,  $|f\rangle = |J_f M_f\rangle$ . Es por tanto conveniente calcular los elementos de matriz mediante un suma analítica en terceras componentes de momento angular total, haciendo uso del teorema de Wigner-Eckart. Para ello desarrollaremos los operadores de corriente como suma de operadores de rango  $J$  con momento angular bien definido:

$$\tilde{J}_0(q) = \sqrt{4\pi} \sum_{J=0}^{\infty} i^J [J] \hat{C}_{J0}(q) \quad (4.28)$$

$$\tilde{J}_z(q) = -\sqrt{4\pi} \sum_{J=0}^{\infty} i^J [J] \hat{L}_{J0}(q) \quad (4.29)$$

$$\tilde{J}_m(q) = -\sqrt{2\pi} \sum_{J=0}^{\infty} i^J [J] \left[ \hat{E}_{Jm} + m \hat{M}_{Jm}(q) \right], \quad m = \pm 1 \quad (4.30)$$

dónde hemos introducido la notación  $[J] \equiv \sqrt{2J+1}$  y en la última ecuación hemos introducido las componentes esféricas del vector corriente:  $J_{\pm 1} = \mp (J_x \pm J_y)/\sqrt{2}$ . Los operadores de esta expansión son los operadores Coulombiano, longitudinal, transversal eléctrico y transversal

magnético, definidos como:

$$\hat{C}_{J_0}(q) = \int d^3\mathbf{r} j_J(qr) Y_{J_0}(\hat{\mathbf{r}}) \tilde{\mathbf{J}}_0(\mathbf{r}) \quad (4.31)$$

$$\hat{L}_{J_0}(q) = \frac{i}{q} \int d^3\mathbf{r} \nabla [j_J(qr) Y_{J_0}(\hat{\mathbf{r}})] \cdot \tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{r}) \quad (4.32)$$

$$\hat{E}_{J_m}(q) = \frac{1}{q} \int d^3\mathbf{r} \nabla \times [j_J(qr) \mathbf{Y}_{JJ_m}(\hat{\mathbf{r}})] \cdot \tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{r}) \quad (4.33)$$

$$\hat{M}_{J_m}(q) = \int d^3\mathbf{r} j_J(qr) \mathbf{Y}_{JJ_m}(\hat{\mathbf{r}}) \cdot \tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{r}) \quad (4.34)$$

dónde  $j_J$  son las funciones esféricas de Bessel de orden  $J$  y  $\mathbf{Y}_{JJ_m}$  es un armónico esférico vectorial. Debemos hacer notar que en las expansiones (4.28), (4.29) y (4.30) no hemos hecho uso de ninguna propiedad específica del operador de corriente electro-débil (CC). Hemos tenido en cuenta la expansión de la onda plana que aparece en la transformada de Fourier (4.13) en término de funciones esféricas de Bessel y armónicos esféricos:

$$e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} = 4\pi \sum_{lm} i^l j_l(kr) Y_{lm}^*(\hat{\mathbf{k}}) Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) \quad (4.35)$$

y el cambio de base de una base de momento angular orbital y espín a una de momento angular total, que resulta en un cambio de base de armónicos esféricos a una de armónicos esféricos vectoriales. Más detalles sobre esta expansión aparecen en [108, 110, 111]; para un compendio de fórmulas sobre momento angular véase [112].

Ahora, si insertamos las expansiones (4.28), (4.29), (4.30) en las definiciones del tensor hadrónico (4.18), (4.20) y sumamos sobre terceras componentes de momento angular obtenemos el desarrollo multipolar de las respuestas inclusivas:

$$R_C = \frac{4\pi}{2J_i + 1} \sum_J |C_J|^2 \quad (4.36)$$

$$R_L = \frac{4\pi}{2J_i + 1} \sum_J |L_J|^2 \quad (4.37)$$

$$R_{CL} = \frac{2\pi}{2J_i + 1} \sum_J (C_J^* L_J + L_J^* C_J) \quad (4.38)$$

$$R_T = \frac{4\pi}{2J_i + 1} \sum_J (|E_J|^2 + |M_J|^2) \quad (4.39)$$

$$R_{T'} = -\frac{2\pi}{2J_i + 1} \sum_J (E_J^* M_J + M_J^* E_J) \quad (4.40)$$

para las funciones de respuesta del espectro discreto y análogas expresiones pero con una integral sobre estados finales y una función delta de conservación de energía  $\sum_f \delta(E_f - E_i - \omega)$ , para el

espectro continuo. Los coeficientes multipolares en estas sumas :

$$C_J(q) = \langle f | \hat{C}_J(q) | i \rangle, \quad (4.41)$$

$$L_J(q) = \langle f | \hat{L}_J(q) | i \rangle, \quad (4.42)$$

$$E_J(q) = \langle f | \hat{E}_J(q) | i \rangle, \quad (4.43)$$

$$M_J(q) = \langle f | \hat{M}_J(q) | i \rangle \quad (4.44)$$

son los elementos de matriz reducidos correspondientes a los operadores multipolares.

Los valores de  $J$  y  $J_f$  están relacionados a través de las reglas de conservación del momento angular  $|J_i - J_f| \leq J \leq J_i + J_f$ . En el caso particular de núcleos con momento total cero  $J_i = 0$ , como los núcleos de capa cerrada considerados en este trabajo, tenemos  $J_f = J$ .

Obviamente la suma sobre multipolos de orden  $J$  es en principio infinita. Por lo tanto es necesario fijar un  $J$  máximo para el cual la suma de multipolos sea convergente. En cálculos con el modelo PWIA, véase el Apéndice D, hemos comprobado que para el caso de captura muónica bastan con los cinco primeros multipolos para que la suma sea convergente.

**La corriente débil cargada** En esta sección utilizaremos el hamiltoniano débil  $V - A$  para definir una corriente  $J^\mu = V^\mu - A^\mu$ . Como dijimos antes, nos restringiremos al límite estático. De esta manera desarrollamos los elementos de matriz de las corrientes vectorial

$$V^\mu(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = \bar{u}(\mathbf{p}') \left[ 2F_1^V \gamma^\mu + i \frac{\mu_V F_2^V}{2M} \sigma^{\mu\nu} q_\nu \right] u(\mathbf{p}) \quad (4.45)$$

y axial

$$A^\mu(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = \bar{u}(\mathbf{p}') [G_A \gamma^\mu \gamma^5 + G_P q^\mu \gamma^5] u(\mathbf{p}) \quad (4.46)$$

quedándonos con el término dominante en potencias de  $p/M$ ,  $p'/M$ , con  $M$  la masa del nucleón y  $q^\mu = (\omega, \mathbf{q})$  el cuadrimento transferido al núcleo ( $q^2 = \omega^2 - \mathbf{q}^2$ );  $\mathbf{p}$  y  $\mathbf{p}'$  son, respectivamente, los momentos inicial y final del nucleón.

Para la corriente vectorial el resultado es simplemente:

$$J_V^0 \simeq 2F_1^V \quad (4.47)$$

$$\mathbf{J}_V = \mathbf{V} \simeq 0 \quad (4.48)$$

y para la axial nos quedaríamos en principio con:

$$J_A^0 \simeq 0 \quad (4.49)$$

$$\mathbf{J}_A = \mathbf{A} \simeq G_A \boldsymbol{\sigma}. \quad (4.50)$$

En la corriente axial debemos hacer notar que si asumimos PCAC (*partially conserved axial current*), el factor de forma pseudoescalar  $G_P$  es de orden  $\mathcal{O}(M)$ :

$$G_P = \frac{2M}{m_\pi^2 - q^2} G_A \quad (4.51)$$

por lo que debemos añadir a las corrientes en el límite estático:

$$J_P^0 = A^0 \simeq -\frac{G_A}{m_\pi^2 - q^2}(\mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\sigma})\omega \quad (4.52)$$

$$\mathbf{J}_P = \mathbf{A} \simeq -\frac{G_A}{m_\pi^2 - q^2}(\mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\sigma})\mathbf{q}. \quad (4.53)$$

La CC total en el límite estático es:

$$J^0 = 2F_1^V + \frac{G_A}{m_\pi^2 - q^2}(\mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\sigma})\omega \quad (4.54)$$

$$\mathbf{J} = -G_A\boldsymbol{\sigma} + \frac{G_A}{m_\pi^2 - q^2}(\mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\sigma})\mathbf{q}. \quad (4.55)$$

La inclusión de los términos siguientes en el desarrollo  $|\mathbf{p}|/M$ , no considerados aquí puede suponer una contribución no totalmente despreciable a la anchura total; pero el límite estático simplifica el cálculo y debe ser suficiente para nuestro objetivo de evaluar los efectos de tamaño finito comparando el modelo de gas de Fermi con el modelo de capas.

**Elementos de matriz multipolares de la corriente** Los diferentes multipolos de las corrientes vectorial, axial y pseudoescalar ( $J_V^0$ ,  $\mathbf{J}_A$  y  $J_P^\mu$ ) introducidos en la ec. (4.55), se calculan siguiendo el formalismo de la referencia [113], dónde se discutió la contribución de la corriente neutra electro-débil a la violación de paridad en el contexto de dispersión de electrones. En nuestro caso a la corriente vectorial sólo contribuye el término de primer orden  $J_V^0 = 2F_1^V$ . Por lo tanto, sólo los multipolos Coulombianos de esta corriente entran en nuestros cálculos. Los elementos de matriz reducidos entre funciones de onda de nucleón final ( $l_p, j_p$ ) e inicial ( $l_h, j_h$ ) vienen dadas por

$$\langle p || \hat{C}_J(q) || h \rangle = 2F_1^V P_{l_p+l_h+J}^+ [J] a_J I_J(q). \quad (4.56)$$

Aquí hemos usado la notación  $P_n^+$  para la función de paridad (=1 si  $n$  es par y 0 si  $n$  es impar), y hemos definido la función  $I_J(q)$

$$I_J(q) = \int_0^\infty dr r^2 j_J(qr) R_p^*(r) R_h(r) \phi_\mu(r) \quad (4.57)$$

que contiene la información de las funciones de onda monoparticulares de los nucleones que intervienen en la reacción y del muón ligado. Finalmente el coeficiente de acoplamiento  $a_J$  está definido en términos de coeficientes  $3j$ ,

$$a_J \equiv \frac{(-1)^{j_p+1/2} [j_p] [j_h]}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} j_p & j_h & J \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \quad (4.58)$$

que son proporcionales a los coeficientes de Clebsh-Gordan [112].

En el caso de la corriente axial sólo consideramos la corriente espacial  $\mathbf{J}_A = G_A \boldsymbol{\sigma}$ , así que sólo entran en nuestros cálculos los elementos de matriz longitudinal y transversal (eléctrico y magnético):

$$\langle p || \hat{L}_J^A(q) || h \rangle = i G_A P_{l_p+l_h+J+1}^+ \frac{a_J}{[J]} \times [(\kappa_p + \kappa_h - J) I_{J-1}(q) + (\kappa_p + \kappa_h + J + 1) I_{J+1}(q)] \quad (4.59)$$

$$\begin{aligned} \langle p || \hat{E}_J^A(q) || h \rangle &= -i G_A P_{l_p+l_h+J+1}^+ \frac{a_J}{\sqrt{J(J+1)}[J]} \\ &\times [(J+1 + \kappa_p + \kappa_h) J I_{J+1}(q) + (J - \kappa_p - \kappa_h) (J+1) I_{J-1}(q)] \end{aligned} \quad (4.60)$$

$$\langle p || \hat{M}_J^A(q) || h \rangle = G_A P_{l_p+l_h+J}^+ \frac{a_J [J]}{\sqrt{J(J+1)}} (\kappa_p - \kappa_h) I_J(q), \quad (4.61)$$

dónde hemos introducido la notación  $\kappa_p = (-1)^{j_p+l_p+\frac{1}{2}}(j_p + \frac{1}{2})$ . Es interesante notar que los multipolos longitudinal y eléctrico tienen paridades anormales, *i.e.*  $l_p + l_h + J = \text{impar}$ , mientras que el magnético tiene paridad normal  $l_p + l_h + J = \text{par}$ , como es de esperar para corrientes axiales.

En el caso de la corriente pseudoescalar (ecs.(4.52,4.53)), los multipolos pueden relacionarse con las componentes longitudinales de la corriente axial  $J_A^z = G_A \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{q}}$ . Usando la expansión (4.29) para la corriente longitudinal tenemos para la componente 0:

$$J_P^0 = -\frac{\omega q}{m_\pi^2 - Q^2} J_A^z = \frac{\omega q}{m_\pi^2 - Q^2} \sqrt{4\pi} \sum_J i^J [J] \hat{L}_{J0}^A. \quad (4.62)$$

Comparando con (4.28) obtenemos que los operadores Coulombiano de la corriente pseudoescalar son proporcionales a los multipolos longitudinales de la corriente axial,

$$\hat{C}_{J0}^P = \frac{\omega q}{m_\pi^2 - Q^2} \hat{L}_{J0}^A \quad (4.63)$$

y una relación idéntica existe para los elementos de matriz. Como la parte espacial de la corriente pseudoescalar es proporcional a  $\mathbf{q}$ , no tiene componentes transversales. Sólo intervienen los multipolos longitudinales, que son de nuevo proporcionales a los axiales

$$\hat{L}_{J0}^P = -\frac{q^2}{m_\pi^2 - Q^2} \hat{L}_{J0}^A, \quad (4.64)$$

y de nuevo una relación similar se establece entre los elementos de matriz.

En la presente aproximación estática, dónde no hay multipolos transversales para la corriente vectorial, la función de respuesta  $R_{T'}$  es idénticamente nula, porque sólo la interferencia entre los multipolos eléctrico y magnético de las corrientes axial y vectorial, respectivamente (y viceversa), entraría en ecs. (4.22) a (4.26).



### 4.3.2. El límite estático del gas de Fermi

En la aproximación LFG primero calculamos la anchura de desintegración de un átomo muónico en materia nuclear asimétrica  $\Gamma_{FG}[\rho_P, \rho_N]$  con densidades

$$\rho_P = k_{FP}^3/3\pi^2, \quad \rho_N = k_{FN}^3/3\pi^2, \quad (4.65)$$

dónde  $k_{FP}$  y  $k_{FN}$  son los momentos de Fermi de protones y neutrones, respectivamente. Podemos usar el formalismo desarrollado en la sec. 4.1 y en [113] usando las corrientes cargadas definidas en las ecs. (4.54) y (4.55) para obtener una anchura diferencial de desintegración:

$$\frac{d\Gamma_{FG}}{d\epsilon'} = \frac{G^2}{\pi} \epsilon'^2 [4F_{1V}^2 + G_A^2(3 + C_P^2 - 2C_P)] R_0, \quad (4.66)$$

dónde hemos introducido el factor proveniente del factor de forma pseudo-escalar:

$$C_P \equiv \frac{m\epsilon'}{m_\pi^2 - q^2}, \quad (4.67)$$

y dónde la función  $R_0$ :

$$2R_0 = -\frac{1}{\pi} \text{Im}\bar{U} \quad (4.68)$$

está relacionada con la parte imaginaria de la función de Lindhard (ver ap. B).

Los factores  $\epsilon_{FP} = k_{FP}^2/2M$  y  $\epsilon_{FN} = k_{FN}^2/2M$  son las energías de Fermi no-relativistas para protones y neutrones, respectivamente. Naturalmente, en el gas de Fermi no aparecen contribuciones a la anchura provenientes del espectro discreto que sí aparecen en el modelo de capas (4.20).

De esta manera podemos dar resultados para núcleos finitos siguiendo los pasos dados para el LFG en la sec. 4.1. De nuevo obtenemos los momentos de Fermi correspondientes a las densidades en cada punto del núcleo e integramos en todo el volumen nuclear según las ecs. (4.2).

De las correcciones nucleares introducidas en la sec. 4.2, sólo tendremos en cuenta las relativas al correcto balance energético. Éste aparece naturalmente en el SM, pues los parámetros del campo medio de protones y neutrones están ajustados a las energías monoparticulares del espectro y a la diferencia de masas experimental entre el núcleo inicial y el estado fundamental del núcleo final. Para comparar ambos modelos es por tanto necesario corregir las energías en el modelo de gas de Fermi. De esta manera incluimos tanto el  $Q$ -value de la reacción:

$$\bar{Q} = M({}_{Z-1}^A Y) - M({}_Z^A X) = \omega_{\min} \quad (4.69)$$

como el gap de energías de Fermi:

$$\epsilon_{\text{gap}} = \epsilon_{FN} - \epsilon_{FP}, \quad (4.70)$$

tal y como mencionamos en sec. 2.5.1.

### 4.3.3. Resultados

En este apartado mostramos los resultados obtenidos con los modelos presentados en la sección anterior en varios núcleos de doble capa cerrada para los que el modelo de capas es más fiable:  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$  y  $^{208}\text{Pb}$ .

Las funciones de onda del núcleo en el modelo de capas extremo vienen dadas como determinantes de Slater de funciones de onda monoparticulares, soluciones del potencial de Woods-Saxon:

$$V(r) = V_0 f(r, R_0, a_0) - V_{LS} \frac{2\mathbf{l} \cdot \boldsymbol{\sigma}}{r} \frac{df(r, R_0, a_0)}{dr} + V_C(r), \quad (4.71)$$

donde

$$f(r, R_0, a_0) = \frac{1}{1 + \exp \frac{r-R_0}{a_0}} \quad (4.72)$$

y  $V_C(r)$  es, para protones, el potencial de Coulomb creado por una esfera con carga  $Z - 1$  veces la del protón y un radio  $R_C$ ; para neutrones dicho potencial es nulo. Los parámetros del potencial suelen ajustarse a las energías experimentales de los nucleones de la capa de valencia o al radio de carga. En nuestro caso ajustamos dichos parámetros al  $Q$ -value experimental de la reacción (4.1), para poder comparar con nuestro modelo de gas de Fermi. En el modelo de capas la diferencia de energía entre los estados final e inicial del núcleo es la diferencia entre las energías monoparticulares de los nucleones en las correspondientes capas de valencia.

$$\omega = \epsilon_p - \epsilon_h \quad (4.73)$$

dónde  $\epsilon_p$  y  $\epsilon_h$  son las autoenergías solución de la ec. de Schrödinger para partículas (neutrones) y agujeros (protones) En el caso que nos ocupa el  $Q$ -value vendrá dado por la diferencia entre las energías de la primera capa desocupada de neutrones y la última capa ocupada de protones, que corresponde a la conversión de un protón en la capa de valencia a un neutrón sobre el mar de Fermi.

Esto sólo fija una condición en el potencial de la ec. (4.71), y son necesarias condiciones adicionales para determinar los distintos parámetros del potencial. Por lo tanto, partiremos de las parametrizaciones dadas en las referencias [100, 113, 114], pero modificándolas en lo necesario para reproducir el balance energético experimental. De esta manera hemos generado varios conjuntos de parametrizaciones que reproducen el  $Q$ -value experimental. Esto nos permitirá estudiar la dependencia de nuestros resultados con el modelo nuclear. Las diversas parametrizaciones utilizadas en este trabajo se muestran en las tablas 4.2 y 4.3.

Como los únicos estados monoparticulares relevantes para la captura muónica son los estados ocupados de protones y los estados de neutrones por encima de la energía de Fermi, en la Tabla 4.4 sólo indicamos las energías de los niveles relevantes para el cálculo del  $Q$ -value de los cuatro núcleos, para las distintas parametrizaciones que hemos usado. En el modelo de capas el número de estados discretos es finito. De esta manera, las transiciones de neutrones por encima del último nivel discreto contribuyen al espectro continuo, que nosotros obtendremos resolviendo la ec. de Schrödinger con energías positivas. Para más detalles sobre las soluciones del espectro continuo ver [100, 113, 114].

Núcleo	Parametrización	$V_0^P$	$V_{LS}^P$	$V_0^N$	$V_{LS}^N$	$r_0$	$a_0$
$^{12}\text{C}$	WS1	-52.38	-20.30	-50.85	-24.11	1.25	0.57
	WS2	-62.38	-3.20	-50.85	-18.40		
	WS3	-62.38	-3.20	-38.30	-3.15		
$^{16}\text{O}$	WS1	-52.50	-0.60	-52.50	-0.60	1.27	0.53
	WS2	-52.50	-7.00	-42.80	-6.54		
	WS3	-50.00	0.00	-50.00	0.00		
$^{40}\text{Ca}$	WS1	-50.45	-4.83	-48.66	-5.20	1.25	0.53
	WS2	-57.50	-11.11	-55.00	-2.30		
	WS3	-57.50	-11.114	-53.00	-5.10		

Tabla 4.2: Parámetros del potencial de Woods-Saxon usados en  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$  and  $^{40}\text{Ca}$  para protones (P) y neutrones (N). Las unidades son MeV para  $V_0$  y fm para  $a_0$  y  $r_0$ . Los parámetros de radios reducidos  $r_0$  se definen según  $R_0 = r_0 A^{1/3}$ . El radio de Coulomb se elige  $R_C = R_0$ .

		$V_0$	$V_{LS}$	$r_0$	$a_0$	$r_{LS}$	$a_{LS}$
WS1	P	-60.4	-7.45	1.26	0.79	1.21	0.59
	N	-46.9	-5.64	1.21	0.66	1.17	0.64
WS2	P	-60.4	-6.75	1.26	0.79	1.21	0.59
	N	-43.5	-6.08	1.26	0.66	1.17	0.64

Tabla 4.3: Parámetros del potencial de Woods-Saxon usados en  $^{208}\text{Pb}$  para protones (P) y neutrones (N). Unidades como en tab. 4.2. Nótese que los parámetros del potencial espín-órbita son distintos de los utilizados en la parte central del potencial.

Para comparar de manera consistente con el LFG es preciso usar las mismas densidades en éste modelo que en el modelo de capas. Usaremos como *input* en el LFG las densidades de protones y neutrones obtenidas en el modelo de capas, para cada parametrización del potencial WS. Éstas vienen dadas por:

$$\rho_P(\mathbf{r}) = \sum_{\text{protones}} \frac{2j+1}{4\pi} |R_{nlj}(r)|^2, \quad (4.74)$$

dónde  $R_{nlj}(r)$  son las funciones de onda radiales de protones. La expresión para neutrones es similar.

En la Tabla 4.5 mostramos los resultados obtenidos para los cuatro núcleos estudiados y para las distintas parametrizaciones utilizadas en este trabajo. Para cada parametrización del potencial WS damos en la tercera columna la contribución del espectro discreto a la anchura de desintegración, mientras que en la cuarta damos la anchura total (suma de contribuciones del discreto y del continuo). En la quinta columna mostramos los resultados obtenidos con el modelo LFG con

Núcleo		WS1	WS2	WS3	exp
<sup>12</sup> C	<i>P1p<sub>3/2</sub></i>	-15.96	-18.38	-18.13	
	<i>N1p<sub>1/2</sub></i>	-2.08	-4.50	-4.25	
	<i>Q-value</i>	13.88	13.88	13.88	13.880
<sup>16</sup> O	<i>P1p<sub>1/2</sub></i>	-15.31	-12.77	-13.76	
	<i>N1d<sub>5/2</sub></i>	-4.39	-1.84	-2.83	
	<i>Q-value</i>	10.92	10.93	10.93	10.931
<sup>40</sup> Ca	<i>P1d<sub>3/2</sub></i>	-8.33	-8.78	-8.78	
	<i>N1f<sub>7/2</sub></i>	-6.51	-6.95	-6.954	
	<i>Q-value</i>	1.83	1.83	1.83	1.822
<sup>208</sup> Pb	<i>P3s<sub>1/2</sub></i>	-8.19	-8.19		
	<i>N2g<sub>9/2</sub></i>	-2.68	-2.68		
	<i>Q-value</i>	5.51	5.51		5.512

Tabla 4.4: Energías monoparticulares en MeV usadas en los ajustes para el correcto balance energético de la captura muónica. Los valores experimentales aparecen en la última columna.

las densidades de nucleones calculadas a partir de la ec. (4.74). En la última columna aparecen las diferencias relativas, en tanto por ciento, entre las anchuras totales calculadas según los dos modelos.

Por último debemos hacer notar que la integración del espectro continuo es delicada desde el punto de vista numérico debido a la presencia de resonancias del potencial a bajas energías de excitación nuclear. Ésto requiere un estudio detallado de cada núcleo y cada potencial para determinar la posición y la anchura de las diversas resonancias con la precisión requerida, que en ciertos casos pueden afectar mucho a los valores finales de la anchura en el continuo. Para integrar, primero se realizó un barrido fino para localizar la posición de las resonancias. Luego se integró con paso variable para tener en cuenta la rápida variación de la anchura de desintegración en el entorno de las resonancias.

A continuación analizamos en detalle los resultados obtenidos para cada uno de los núcleos estudiados.

<sup>12</sup>C Para este núcleo hemos utilizado tres parametrizaciones del potencial, denotadas WS1, WS2 y WS3 en la Tabla 4.2. En la Tabla 4.5 podemos ver que para los potenciales WS1 y WS2 los resultados de LFG y WS son muy similares, con diferencias del orden  $\sim 2-3\%$ . En el caso WS3 las diferencias son del orden del 14%.

Todos los potenciales están ajustados para reproducir el valor experimental del *Q-value*. De entre todos los potenciales el WS1 es el más realista, pues está ajustado también a las energías de separación de protones y neutrones, de manera que reproduce razonablemente las masas de los núcleos <sup>13</sup>N y <sup>13</sup>C. En núcleos simétricos como el <sup>12</sup>C es razonable que los parámetros para protones

Núcleo		discreto	total	LFG	%
$^{12}\text{C}$	WS1	0.3115	0.4406	0.4548	3.2
	WS2	0.3179	0.4289	0.4360	1.7
	WS3	0.2746	0.5510	0.4732	-14.1
$^{16}\text{O}$	WS1	1.113	1.282	1.360	6.1
	WS2	0.590	1.118	1.392	24.3
	WS3	1.154	1.332	1.387	4.1
$^{40}\text{Ca}$	WS1	29.10	37.12	36.73	-1.1
	WS2	27.79	33.79	34.90	3.3
	WS3	26.28	32.73	35.03	7.0
$^{208}\text{Pb}$	WS1	215.6	390.3	399.4	2.3
	WS2	266.8	467.4	439.5	-5.9

Tabla 4.5: Anchuras integradas en unidades  $10^5 \text{ s}^{-1}$  para los distintos núcleos y potenciales de Woods-Saxon, comparadas con los resultados LFG usando las correspondientes densidades de nucleones. La contribución del discreto en el modelo de capas aparece en la segunda columna (discreto). La última columna se define:  $\% = (\text{LFG} - \text{total})/\text{total}$ .

y neutrones tengan valores parecidos. Ésto obliga a usar un valor muy grande para el acoplamiento espín-órbita  $V_{LS}$  si queremos reproducir el  $Q$ -value, como se aprecia en la parametrización WS1. En el caso WS2 hemos usados valores completamente distintos para protones y para neutrones. Para protones hemos usado una parametrización similar a la presentada en [115], con un pozo más atractivo que el de WS1, pero un espín-órbita  $V_{LS}$  menos intenso. La parametrización de neutrones es similar a la de WS2. Finalmente, en WS3 hemos usado tanto para protones como para neutrones un valor pequeño del potencial espín órbita, lo que nos fuerza a usar un pozo mucho menos atractivo para neutrones que para protones, para compensar la repulsión electrostática.

Estas variaciones en los parámetros del potencial producen no sólo variaciones en las energías monoparticulares, sino también cambios en las densidades, como puede apreciarse en la Figura 4.4(a). Según aumenta la profundidad del pozo, mayor es la densidad en el interior del núcleo. Esto se aprecia bien en el caso de WS3, donde la densidad de protones ( $r \rightarrow 0$ ) es aproximadamente 3/2 la de neutrones. Es en este caso donde obtenemos peores resultados en la comparación entre WS y LFG. Los momentos de Fermi de protones y neutrones son en este caso claramente distintos, lo que da lugar a que el gap entre las energías de protones y neutrones (ec. (4.70)) sea en este caso negativo ( $\epsilon_{FN} < \epsilon_{FP}$ ). Por lo tanto, esta densidad en el modelo LFG permite que un protón cerca de la superficie del mar de Fermi, decaiga espontáneamente a un neutrón sobre dicha superficie. Esta situación no es realista, ya que en el modelo WS, para este núcleo precisamente, los neutrones están menos ligados que los protones, y por lo tanto tienen energías mayores. Otro argumento en contra de la verosimilitud de este conjunto de parámetros es que, según las propiedades de los núcleos de doble capa cerrada con  $N \simeq Z$ , la densidad de protones y neutrones debe ser similar.

En la Figura 4.4(b) mostramos las anchuras de desintegración en  $^{12}\text{C}$  para las distintas parametrizaciones. En los paneles de la izquierda mostramos las contribuciones del modelo LFG y la parte continua del espectro del modelo SM. En los paneles de la derecha se muestran las anchuras parciales  $\Gamma_{i \rightarrow f}$  del espectro discreto en el modelo SM. Como era de esperar, las anchuras diferenciales de ambos modelos son completamente diferentes. La mayor diferencia la encontramos para la parametrización WS1, debido a la presencia de una resonancia de neutrones muy alta y estrecha a unos 87 MeV en el espectro SM. Si tenemos en cuenta esta diferencia entre las anchuras diferenciales es notable observar que la anchura integrada toma valores similares en ambos modelos, ver tab. 4.5. En todos los casos la mayor contribución a la anchura total en el SM proviene de la transición (discreta) al estado fundamental del  $^{12}\text{N}$ , lo que es lógico si tenemos en cuenta que esta transición se describe como una transición monoparticular  $p_{3/2} \rightarrow p_{1/2}$  cuyas funciones de onda son muy similares, independientemente del potencial. Es interesante mencionar también que existen transiciones a estados discretos inmersas en el continuo, es decir, con energías de excitación mayores que la energía de separación, particularmente para protones iniciales en la capa 1s. Si hubiéramos realizado un tratamiento riguroso de las interacciones residuales (como p. ej. la RPA) sería de esperar que estas transiciones contribuyesen a las resonancias gigantes del espectro continuo.

**$^{16}\text{O}$**  En el caso del  $^{16}\text{O}$  las anchuras integradas en LFG y SM son muy parecidas para las parametrizaciones WS1 y WS3, mientras que para WS2 la anchura del LFG es un 24 % mayor que en el SM. Estas diferencias se pueden entender examinando las densidades del  $^{16}\text{O}$  en la fig. 4.5(a). Vemos que el caso WS2 proporciona densidades poco realistas, ya que la densidad de protones en el centro del núcleo es mayor que la de neutrones. Este hecho contradice lo que se espera de un núcleo de doble capa cerrada como el  $^{16}\text{O}$ , donde los protones están menos ligados que los neutrones debido a la repulsión electrostática. Debe también tenerse en cuenta que el  $^{16}\text{O}$  es un núcleo complejo, puesto que es difícil ajustar el  $Q$ -value a partir de las parametrizaciones existentes en la literatura [100, 113]. En efecto, en el modelo de capas el  $Q$ -value es la diferencia entre las energías de los estados  $N1d_{5/2}$  y  $P1p_{1/2}$ , ver Tabla 4.4. El efecto de la parte espín-órbita del potencial tiende a aumentar  $\epsilon(p_{1/2})$  y a disminuir  $\epsilon(d_{5/2})$ , lo que implica disminuir el  $Q$ -value. En estas circunstancias para obtener el valor aproximado  $Q \sim 11$  MeV, se necesita un valor pequeño de  $V_{LS}$  (WS1) o subir el pozo de neutrones con respecto al de protones (WS2), a costa de hacer los neutrones menos ligados que los protones. La primera opción es preferible, pues permite obtener densidades similares para protones y neutrones. En WS3 hacemos precisamente  $V_{LS} = 0$  para maximizar la diferencia entre las dos capas. Para este núcleo mostramos las anchuras parciales en la fig. 4.5(b). En los tres casos vemos cómo la mayor contribución a las anchuras en el SM proviene de la parte discreta del espectro (ver también Tabla 4.5).

**$^{40}\text{Ca}$**  A priori los efectos de tamaño finito del núcleo deberían disminuir conforme aumenta la masa del núcleo. Esto se confirma a la vista de tab. 4.5, donde para  $^{40}\text{Ca}$  las diferencias entre LFG y SM no superan el 7 %. En los casos WS2 y WS3 hemos mantenido las parametrizaciones de

protones usados comúnmente en la literatura y hemos modificado las de neutrones para ajustar el  $Q$ -value. Como éste no tiene un valor muy grande ( $Q = 1.8$  MeV), en este caso no es necesario variar mucho los parámetros típicos del pozo de neutrones. En el caso WS1 hemos tratado de mantener los parámetros para  $P$  y  $N$  lo más parecidos posible. Como se aprecia en la Figura 4.6(a) las densidades de protones y de neutrones no varían demasiado con la parametrización y las densidades de protones se mantienen por debajo de las de neutrones.

Las anchuras diferenciales (fig. 4.6(b)) presentan ahora una estructura más compleja que para los núcleos más ligeros estudiados anteriormente: aparecen más resonancias en el continuo y el espectro discreto presenta muchas más transiciones. Sin embargo, la anchura integrada compara muy bien, como ya hemos discutido, con la obtenida en el modelo LFG.

<sup>280</sup>Pb En la Tabla 4.5 presentamos los resultados para la anchura integrada de captura muónica en <sup>208</sup>Pb usando dos parametrizaciones distintas del potencial: WS1 y WS2. Este es el único caso en el que usamos diferentes parámetros para los radios de protones y neutrones en el potencial (ver Tabla 4.3), debido a que el <sup>208</sup>Pb es un núcleo asimétrico en isospín. Para los dos potenciales, los resultados obtenidos con el LFG son similares a los del SM, con diferencias del 3 y el 6%. El  $Q$ -value experimental (4.69) es similar al obtenido a partir de parametrizaciones típicas [113], [116]. Además, variaciones relativamente pequeñas de dichas parametrizaciones resultan en grandes variaciones del orden de llenado de los niveles, de manera que debemos variar poco las parametrizaciones del potencial si queremos ajustar al  $Q$ -value a la vez que respetamos el orden de los niveles. En este caso es crucial tener en cuenta el tratamiento de materia nuclear asimétrica en el LFG, porque las densidades de protones y neutrones son claramente distintas, como se aprecia en la fig. 4.7(a), de aquí que sea imprescindible tener en cuenta el gap de las ecs. (4.69) y (4.70).

El núcleo <sup>280</sup>Pb es el más delicado desde el punto de vista numérico, debido a (véase fig. 4.7(b)) la gran cantidad de resonancias que aparecen en el espectro continuo.

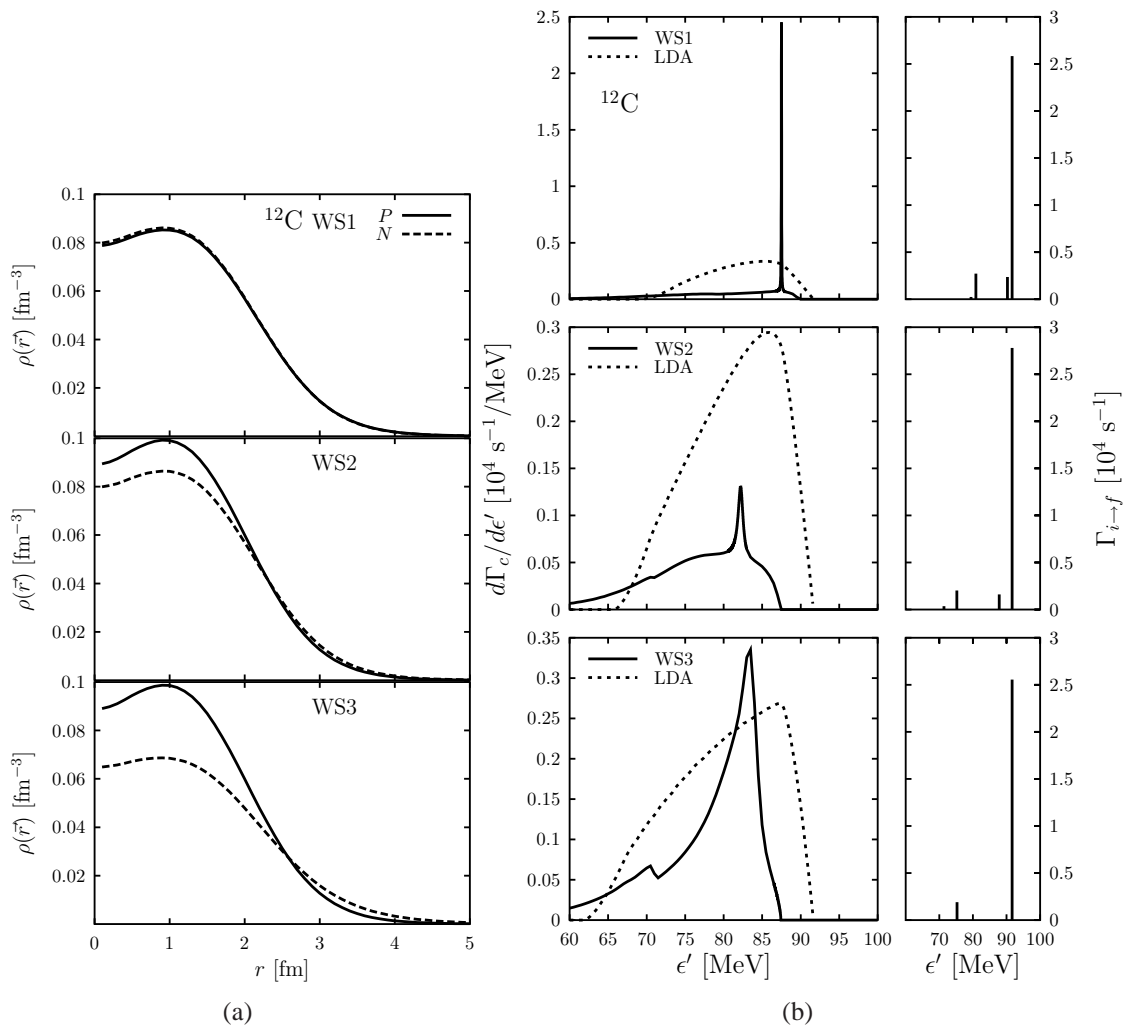


Figura 4.4: En fig. 4.4(a) mostramos las densidades de protones y neutrones para los distintos potenciales WS en  $^{12}\text{C}$ . La figura de la derecha (fig. 4.4(b)) muestra la anchura diferencial en  $^{12}\text{C}$  obtenida con el modelo SM (panel izquierdo), comparadas con LFG y anchuras parciales a estados discretos (panel derecho) en función de la energía del neutrino emitido, para los distintos potenciales WS considerados.



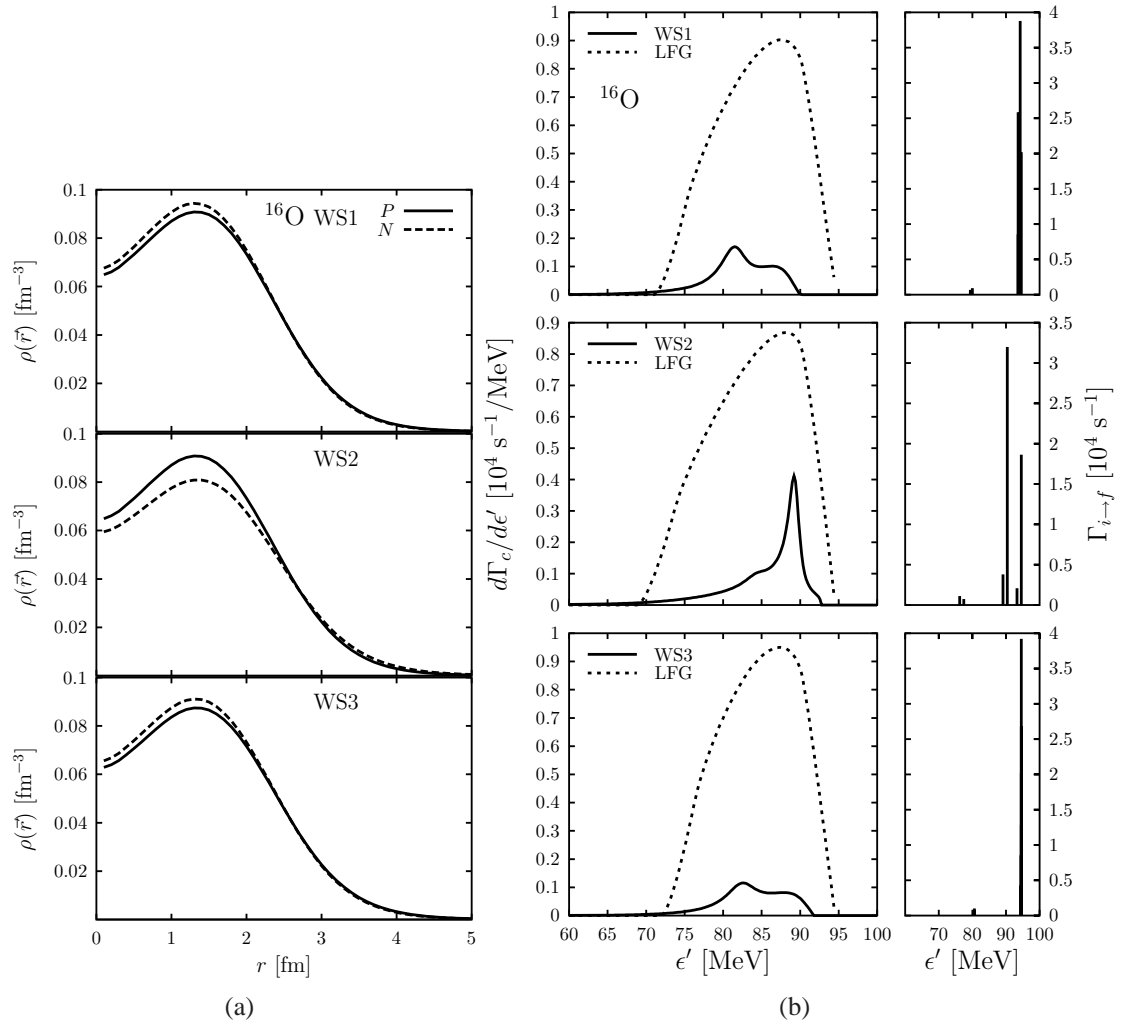


Figura 4.5: Como en la Figura 4.4, pero para  $^{16}\text{O}$ .

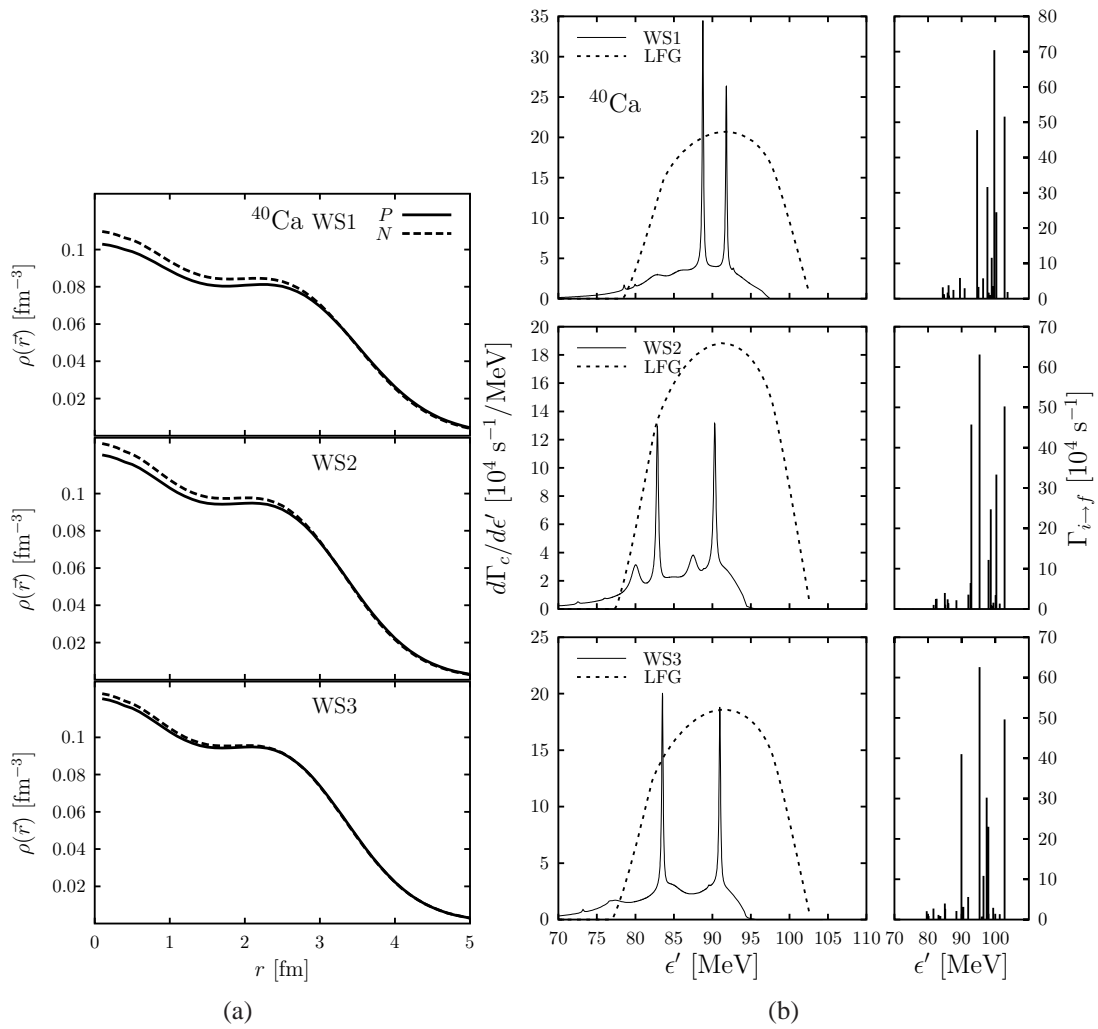


Figura 4.6: Igual que fig. 4.5 para  $^{40}\text{Ca}$ .

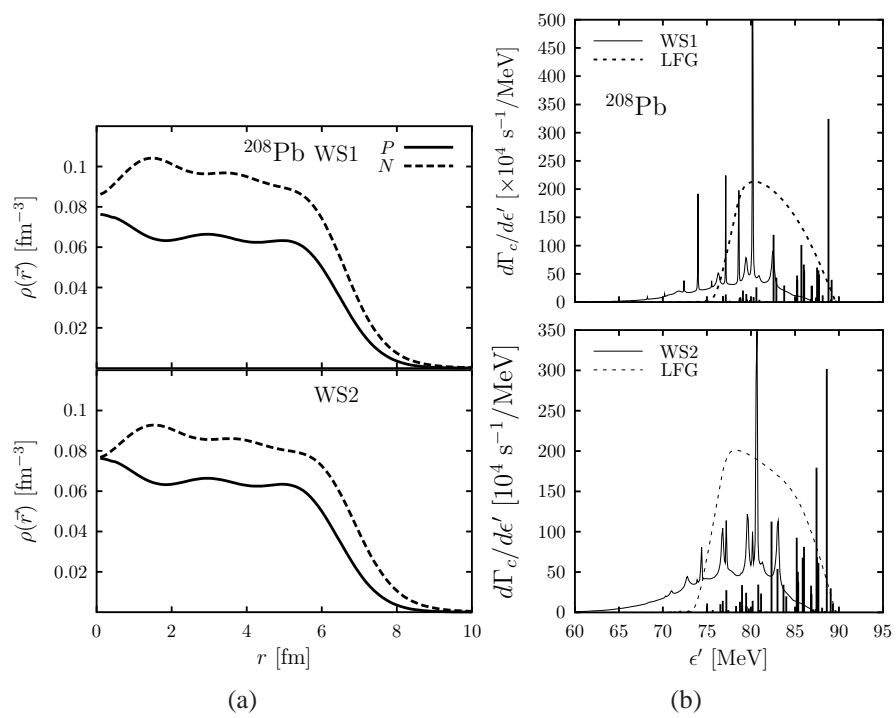


Figura 4.7: Como fig. 4.5, para  $^{208}\text{Pb}$ . En este caso mostramos la contribuci3n del continuo, en unidades de  $10^4 \text{ s}^{-1}$  en el mismo panel que el discreto.

## Capítulo 5

# Emisión de nucleones inducida por neutrinos<sup>1</sup>

En los capítulos precedentes hemos investigado las reacciones inclusivas neutrino-núcleo inducidas por corrientes cargadas de neutrinos ( $\nu, l^-$ ) y ( $\bar{\nu}, l^+$ ), en las que se detecta el leptón final cargado. En procesos gobernados por corrientes neutras (*neutral currents*, NC) no hay tal leptón, de manera que la única información disponible proviene de la parte nuclear de la reacción. Lo más común es detectar los hadrones emitidos en reacciones del tipo

$$\nu(k) + A_Z(P) \rightarrow \nu(k') + N(p') + X, \quad (5.1)$$

conocidas como reacciones semi-inclusivas. En este tipo de reacciones no se detecta el estado final del núcleo, pero se tiene información procedente de los nucleones emitidos. En principio también es posible tener piones en el estado final (o incluso hiperones [118]); sin embargo, para las cinemáticas estudiadas en este trabajo la mayoría de los nucleones aparecen con momentos por debajo del umbral inelástico ( $p = 800$  MeV). De este modo podemos limitarnos a estudiar la emisión de nucleones para corrientes neutras y cargadas. Si quisieramos describir la emisión de piones deberíamos, para ser consistentes, tener además en cuenta los procesos elementales de producción de piones en el vacío.

Para describir la dinámica de los nucleones detectados en este tipo de reacciones es necesario ir más allá de lo que se conoce como aproximación de impulso con ondas planas (*plane wave impulse approximation*, PWIA). En esta aproximación se desprecia cualquier tipo de interacción entre el nucleón primario (el que absorbe el bosón gauge) y el sistema nuclear residual. Ésta es una aproximación bastante pobre para describir secciones eficaces de emisión de nucleones. De todas maneras este modelo se utiliza con frecuencia para estudiar la razón entre secciones eficaces de emisión de protones y neutrones ( $\nu, p$ )/( $\nu, n$ ), que es en principio menos sensible a efectos de *rescattering* a bajas densidades nucleares. Otro enfoque utilizado con frecuencia en la bibliografía es la aproximación de impulso con ondas distorsionadas (*distorted wave impulse approximation*,

---

<sup>1</sup>El trabajo de este capítulo se presentó en [117].

DWIA), donde la función de onda del nucleón emitido se obtiene como la solución a una ecuación de onda (de Schrödinger o Dirac) en un potencial óptico. Dicho potencial suele ajustarse a datos de dispersión elástica de nucleones por núcleos, de manera que la parte imaginaria tiene en cuenta la absorción del nucleón en canales inelásticos. A energías del nucleón por encima de 1 GeV se suele usar el modelo de Glauber [119], que es una extensión para dispersión múltiple de la aproximación eikonal. En este modelo la onda plana del nucleón emitido es modulada por una fase que tiene en cuenta la absorción en canales no detectados. Esta clase de esquemas han sido ampliamente utilizados para el estudio de reacciones  $(e, e'p)$ , en que el núcleo final es detectado en un estado bien determinado, sea el fundamental o uno excitado. Sin embargo hay que tener cuidado a la hora de extender estos modelos a reacciones inclusivas, en las que el estado del núcleo final no se conoce y por lo tanto hay que sumar las contribuciones de todos los posibles estados finales. La distorsión de la onda del nucleón primario elimina todos los sucesos en que éste colisiona con otros nucleones, de manera que en una DWIA los nucleones que interaccionan *desaparecen*, cuando en realidad sólo han salido del núcleo con una energía o un ángulo distinto del inicial, y contribuyen por tanto a la sección eficaz. Las deficiencias de estos modelos para procesos inclusivos se ponen claramente de manifiesto cuando tenemos en cuenta la emisión de nucleones secundarios inducidos por el *rescattering* del nucleón primario. Este caso es especialmente dramático en el caso de corrientes cargadas. En modelos PWIA o DWIA sólo se espera observar protones [neutrones] en el estado final de las reacciones  $(\nu, l^-)$ ,  $(\bar{\nu}, l^+)$ . Sin embargo, como mostraremos más adelante, el *rescattering* del nucleón primario induce la emisión de neutrones [protones] secundarios. La distorsión por un potencial real no elimina los sucesos correspondientes a la colisión del nucleón primario; pero tampoco tiene en cuenta los posibles cambios de dirección o energía del nucleón primario, ni los procesos con emisión de varios nucleones.

En este capítulo estudiaremos la contribución QE a los procesos inclusivos del tipo  $(\nu_l, N)$ ,  $(\nu_l, l^- N)$ ,  $(\bar{\nu}_l, N)$  y  $(\bar{\nu}_l, l^+ N)$ . Para ello partiremos del modelo del cap. 2 para la reacción inclusiva en el caso de CC y lo extenderemos al caso de corrientes neutras. Para describir la dinámica de nucleones emitidos usaremos una simulación Monte Carlo (MC), de manera que tendremos en cuenta todos los nucleones emitidos, ya sean primarios o secundarios.

## 5.1. Procesos inclusivos QE mediados por corrientes neutras

En esta sección nos centraremos en la reacción inclusiva inducida por neutrinos mediante corrientes neutras

$$\nu(k) + A_Z(P) \rightarrow \nu(k') + X, \quad (5.2)$$

siguiendo la notación del cap. 2. La sección eficaz doblemente diferencial con respecto a las variables cinemáticas del neutrino saliente viene dada por:

$$\frac{d^2\sigma_{(\nu\nu)(\bar{\nu}\bar{\nu})}}{d\Omega(\hat{\mathbf{k}})'dE_l'} = \frac{|\mathbf{k}'|^2 M_i G^2}{4\pi^2} \left\{ 2W_1 \sin^2 \frac{\theta'}{2} + W_2 \cos^2 \frac{\theta'}{2} \mp W_3 \frac{|\mathbf{k}| + |\mathbf{k}'|}{M_i} \sin^2 \frac{\theta'}{2} \right\} \quad (5.3)$$

con  $\mathbf{k}$  y  $\mathbf{k}'$  los momentos de los neutrinos en LAB. Las tres funciones de estructura  $W_i(q^2)$  se definen a partir del tensor hadrónico

$$\begin{aligned} \frac{W^{\mu\sigma}}{2M_i} &= \frac{1}{4M_i^2} \overline{\sum}_f (2\pi)^3 \delta^4(P_f' - P - q) \langle f | j_{nc}^\mu(0) | i \rangle \langle f | j_{nc}^\sigma(0) | i \rangle^* \\ &= -g^{\mu\nu} W_1 + \frac{P^\mu P^\nu}{M_i^2} W_2 + i \frac{\epsilon^{\mu\nu\gamma\delta} P_\gamma q_\delta}{2M_i^2} W_3 + \frac{q^\mu q^\nu}{M_i^2} W_4 + \frac{P^\mu q^\nu + P^\nu q^\mu}{2M_i^2} W_5 + i \frac{P^\mu q^\nu - P^\nu q^\mu}{2M_i^2} W_6 \end{aligned} \quad (5.4)$$

de manera idéntica a la ec. (2.4), pero esta vez el operador es la corriente neutra del nucleón:

$$j_{nc}^\mu = \overline{\Psi}_u \gamma^\mu \left(1 - \frac{8}{3} \sin^2 \theta_W - \gamma_5\right) \Psi_u - \overline{\Psi}_d \gamma^\mu \left(1 - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W - \gamma_5\right) \Psi_d - \overline{\Psi}_s \gamma^\mu \left(1 - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W - \gamma_5\right) \Psi_s \quad (5.5)$$

con  $\Psi_u$ ,  $\Psi_d$  y  $\Psi_s$  los campos de quark  $u$ ,  $d$  y  $s$  respectivamente, y  $\theta_W$  el ángulo de Weinberg ( $\sin^2 \theta_W = 0.231$ ). Nótese que en el límite de neutrinos sin masa las funciones de estructura  $W_{4,5,6}$  no contribuyen a la sección eficaz. La sección eficaz para reacciones inducidas por antineutrinos se obtiene cambiando el signo al término que induce violación de paridad,  $W_3$ .

Siguiendo el esquema presentado en el cap. 2, calculamos la autoenergía del neutrino y la expresamos en términos de la del bosón gauge  $Z^0$  en el medio. Así obtenemos una expresión para la componentes del tensor hadrónico

$$W_s^{\mu\sigma} = -\Theta(q^0) \left( \frac{4 \cos \theta_W}{g} \right)^2 \int \frac{d^3 \mathbf{r}}{2\pi} \text{Im} [\Pi_Z^{\mu\sigma} + \Pi_Z^{\sigma\mu}] (q; \rho), \quad (5.6)$$

$$W_a^{\mu\sigma} = -\Theta(q^0) \left( \frac{4 \cos \theta_W}{g} \right)^2 \int \frac{d^3 \mathbf{r}}{2\pi} \text{Re} [\Pi_Z^{\mu\sigma} - \Pi_Z^{\sigma\mu}] (q; \rho) \quad (5.7)$$

que definen  $W^{\mu\sigma} = W_s^{\mu\sigma} + iW_a^{\mu\sigma}$ .

El siguiente paso sería calcular la contribución de los distintos modos de absorción del bosón  $Z^0$ , véase Fig. 5.1, al tensor hadrónico.

## 5.2. Contribución cuasi-elástica a $\Pi_Z^{\mu\nu}(q; \rho)$

El bosón  $Z^0$  puede ser absorbido por un nucleón, como en el primer diagrama de la Fig. 5.1, dando lugar a la respuesta QE para el caso de corrientes neutras. Para evaluar este diagrama el único elemento que no ha sido ya introducido en capítulos anteriores es el vértice  $Z^0 NN$

$$\langle N; \mathbf{p}' = \mathbf{p} + \mathbf{q} | j_{nc}^\alpha(0) | N; \mathbf{p} \rangle = \bar{u}(\mathbf{p}') (V_N^\alpha - A_N^\alpha) u(\mathbf{p}) \quad (5.8)$$

dónde las corrientes vectorial y axial del nucleón vienen dadas por:

$$V^\alpha = 2 \times \left[ F_1^Z(q^2) \gamma^\alpha + i \frac{\mu_Z F_2^Z(q^2)}{2M} \sigma^{\alpha\nu} q_\nu \right]_N \quad (5.9)$$

$$A^\alpha = [G_A^Z(q^2) \gamma^\alpha \gamma_5 + G_P^Z(q^2) q^\alpha \gamma_5]_N \quad (5.10)$$

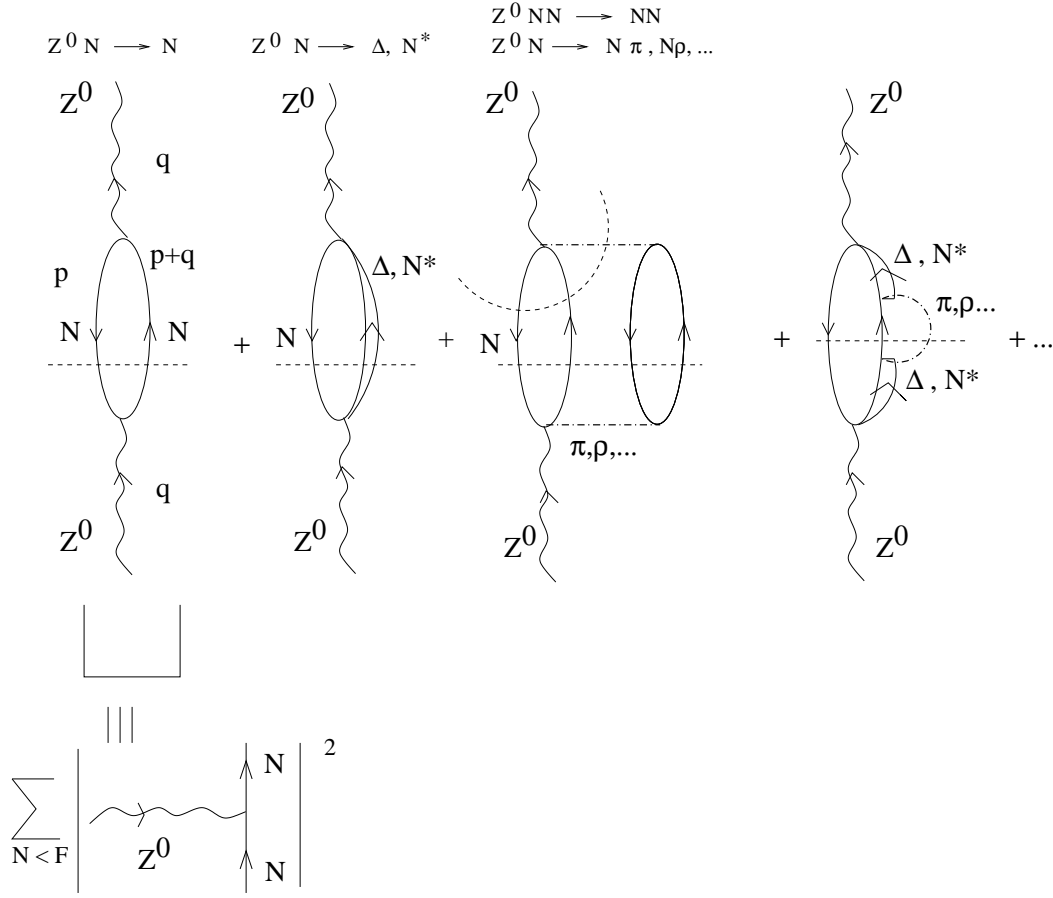


Figura 5.1: Representación diagramática de varios procesos que contribuyen a la auto-energía del  $Z^0$  en el medio nuclear.

de nuevo asumiendo CVC y que no hay corrientes de segunda clase (invariancia bajo G-paridad).

Los factores de forma para corrientes neutras pueden expresarse como combinación lineal de factores de forma

$$F_i^Z = (1 - 2 \sin^2 \theta_W) \left[ \pm F_i^3(q^2) + \frac{1}{6} F_i^8(q^2) \right] - \frac{1}{6} F_i^0(q^2) \quad (5.11)$$

con  $i = p, n$ , y que se corresponden con las corrientes vectoriales triplete, octete y singlete:  $[\bar{u}\gamma^\mu u - \bar{d}\gamma^\mu d]/2$ ,  $[\bar{u}\gamma^\mu u + \bar{d}\gamma^\mu d - 2\bar{s}\gamma^\mu s]$ ,  $[\bar{u}\gamma^\mu u + \bar{d}\gamma^\mu d + \bar{s}\gamma^\mu s]$ . De esta manera podemos relacionar estos factores de forma con los isovectoriales  $F_{1,2}^V$ :

$$(F_1^Z)^{p,n} = \pm F_1^V - 2 \sin^2 \theta_W F_1^{p,n} - \frac{1}{2} F_1^s \quad (5.12)$$

$$(\mu_Z F_2^Z)^{p,n} = \pm \mu_V F_2^V - 2 \sin^2 \theta_W \mu_{p,n} F_2^{p,n} - \frac{1}{2} \mu_s F_2^s, \quad (5.13)$$

dónde los factores de forma  $F_1^s$  y  $\mu_s F_2^s$  dan cuenta del contenido de extrañeza del nucleón. Algo análogo puede hacerse para la parte axial

$$(G_{A,P}^Z)^{p,n} = \pm G_{A,P} - G_{A,P}^s \quad (5.14)$$

dónde  $G_{A,P}$  se corresponde con las corrientes de quark  $[\bar{u}\gamma^\mu\gamma_5 u - \bar{d}\gamma^\mu\gamma_5 d] / 2$  y el factor de forma axial de extrañeza  $G_{A,P}^s(q^2)$  con la corriente  $\bar{s}\gamma^\mu\gamma_5 s$ . La parte pseudoscalar no contribuye a la sección eficaz diferencial para NC si despreciamos la masa del neutrino. Para los factores de forma extraños asumimos la parametrización:

$$G_A^s(q^2) = \frac{g_A^s}{(1 - q^2/(M_A^s)^2)^2} \quad (5.15)$$

$$F_1^s(q^2) = \mu_s F_2^s(q^2) = 0 \quad (5.16)$$

con  $g_A^s = -0.15$  y  $M_A^s = 1049$  MeV, obtenidas en el análisis de [120]. La determinación experimental de estos factores de forma es especialmente complicada y necesita combinar resultados de violación de paridad en dispersión de electrones polarizados y dispersión elástica de neutrinos. En [121] se resume la actual situación de estos experimentos. Es interesante mencionar la propuesta de FINESSE [122] para medir este tipo de observables mediante dispersión de neutrinos del haz de Booster en Fermilab.

Con estos elementos llegamos a una expresión análoga a la ec. (2.39) para corrientes neutras

$$\begin{aligned} W^{\mu\nu}(q) = & -\frac{1}{2M^2} \int_0^\infty dr r^2 \left\{ 2\Theta(q^0) \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{M}{E(\mathbf{p})} \frac{M}{E(\mathbf{p}+\mathbf{q})} \right. \\ & \times \sum_{N=n,p} \Theta(k_F^N(r) - |\mathbf{p}|) \Theta(|\mathbf{p}+\mathbf{q}| - k_F^N(r)) (-\pi) \\ & \left. \times \delta(q^0 + E(\mathbf{p}) - E(\mathbf{p}+\mathbf{q})) A_N^{\nu\mu}(p, q)|_{p^0=E(\mathbf{p})} \right\} \end{aligned} \quad (5.17)$$

donde el tensor  $A^{\nu\mu}$  está definido en sec. C.2.

No existe un umbral de energía (*Q-value*) para que se produzcan reacciones neutrino-núcleo inclusivas inducidas por NC. Sin embargo, a la hora de estudiar observables semi-inclusivos es necesario tener en cuenta la energía de separación de los nucleones, no sólo en procesos mediados por NC si no también por CC. Tampoco existen efectos debidos a dispersión Coulombiana del leptón final.

Con respecto a la RPA el tratamiento es análogo al de CC. La mayor diferencia proviene del hecho de que ahora contribuyen también los canales isoscalares de la interacción efectiva (ec. (2.56)). Por simplicidad hemos calculado la corrección RPA en un medio nuclear simétrico (igual densidad



de protones y neutrones). De esta manera se obtiene una corrección

$$\begin{aligned} \delta W_{\text{RPA}}^{\mu\nu} = & -\frac{1}{2M^2} \int_0^\infty dr r^2 \left\{ 2\Theta(q^0) \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{M}{E(\mathbf{p})} \frac{M}{E(\mathbf{p} + \mathbf{q})} \right. \\ & \times \Theta(k_F(r) - |\mathbf{p}|) \Theta(|\mathbf{p} + \mathbf{q}| - k_F(r)) (-\pi) \\ & \left. \times \delta(q^0 + E(\mathbf{p}) - E(\mathbf{p} + \mathbf{q})) \delta A_{\text{RPA}}^{\nu\mu}(p, q)_{p^0=E(\mathbf{p})} \right\} \end{aligned} \quad (5.18)$$

que debe añadirse al tensor hadrónico de la ec. (5.17) para tener en cuenta los efectos de polarización del medio. Expresiones para las componentes 00, 0z, zz, xx y xy del tensor hadrónico se dan en la sec. (C.2). Es interesante hacer notar que los términos  $f_0$ ,  $f'_0$  y  $g_0$  no excitan la resonancia  $\Delta$  de manera que sólo involucran la función de Lindhard de nucleón  $U_N$ .

Por último los efectos debidos a la FSI se calculan tal y como hicimos en la subsec. 2.5.3. Como ya vimos en la fig. 2.13 y se verá también en la fig. 5.3, podemos suponer que la parte imaginaria de la autonergía del nucleón  $\text{Im } \Sigma$  es 0 en los estados de partícula. De esta manera estamos despreciando la anchura del nucleón y sólo tenemos en cuenta el cambio en las relaciones de dispersión. Esta aproximación es extremadamente buena y supone un considerable ahorro computacional, que será imprescindible cuándo llevemos a cabo las simulaciones MC.

### 5.3. Resultados para reacciones inclusivas

En esta sección presentamos resultados para la sección eficaz QE para NC inducidas por neutrinos y antineutrinos, prestando especial atención a los efectos de medio nuclear. Los valores numéricos de las energías de separación  $Q_p$  y  $Q_n$  para protones y nucleones se han tomado a partir de los valores experimentales de las masas nucleares [67] y se muestran en tab. 5.1.

Núcleo	$Q_p(A_Z)$	$Q_n(A_Z)$	$Q_p(A_{Z+1})$	$Q_n(A_{Z-1})$
$^{16}\text{O}$	12.127	15.663	-0.536	2.489
$^{40}\text{Ar}$	12.528	9.869	7.582	5.830
$^{40}\text{Ca}$	8.328	15.641	0.539	7.799
$^{208}\text{Pb}$	8.008	9.001	3.707	3.790

Tabla 5.1: Energías experimentales de separación  $Q_{p(n)}$  de protones (neutrones) de los núcleos relevantes en reacciones mediadas por corrientes neutras y cargadas inducidas por neutrinos y antineutrinos. Damos valores en MeV.

En la Fig. 5.2 mostramos secciones eficaces integradas a energías bajas e intermedias. A energías mayores la producción de piones se vuelve relevante. En esta figura podemos apreciar que la simple consideración de efectos debidos al bloqueo de Pauli resulta relevante incluso a las energías

más altas estudiadas. La inclusión de la polarización RPA también resulta importante, y produce modificaciones muy significativas de la sección eficaz diferencial. Por otro lado, la magnitud de este efecto depende débilmente del isospín y la masa atómica, y resulta más relevante en los núcleos más pesados, como era de esperar. El efecto es similar al obtenido en procesos mediados por CC, aunque aquí también exploremos las partes isoscalares de la interacción efectiva y el umbral de energías sea distinto. La inclusión de efectos FSI no tiene grandes consecuencias en observables integrados, como ya se puso de relevancia en el cap. 2.

Cómo ya hicimos para CC podemos recuperar fácilmente la expresión para la sección eficaz neutrino-nucleón en el vacío con la intención de comparar con el límite de bajas densidades de nuestro modelo y comprobar que se cumple el LDT (teorema de bajas densidades). La sección eficaz del proceso  $\nu_l + N \rightarrow \nu_l + N$  viene dada por

$$\sigma_{\nu\nu} = \frac{G^2}{32\pi(s - M^2)^2} \int_{\frac{-(s-M^2)^2}{s}}^0 dq^2 \left\{ q^2 \left( a_1 + \frac{s}{2}a_2 - \frac{q^2}{2}a_3 \right) + (s - M^2) \left( \frac{s - M^2}{2}a_2 - q^2a_3 \right) \right\} \quad (5.19)$$

dónde  $s = (2E + M)M$  es la variable de Mandelstam y  $|\mathbf{k}| = E_\nu$  es la energía del neutrino incidente en el sistema LAB.  $q^2$  se relaciona con el ángulo de dispersión  $\theta'$  del neutrino en LAB mediante  $q^2 = (k - k')^2 = -2|\mathbf{k}||\mathbf{k}'|(1 - \cos \theta')$ . La expresión para el proceso de antineutrinos  $\bar{\nu}_l + N \rightarrow \bar{\nu}_l + N$  se obtiene reemplazando  $a_3$  por  $-a_3$ . Las funciones  $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_3$  se definen en ecs. (C.17)–(C.20). Las predicciones que se derivan del del LDT también se muestran en la figura.

En la fig. 5.3 mostramos el espectro de energías del neutrino saliente para dos energías del neutrino incidente. Aunque este tipo de observables no sean accesibles experimentalmente, son útiles para poner de manifiesto el efecto de las correcciones de medio nuclear. Los efectos son similares a los encontrados en el cap. 2 para CC. La RPA reduce la sección eficaz en casi todo el rango de energías, aunque su efecto se debilita al aumentar la energía transferida al núcleo. La inclusión de efectos de FSI ensancha el espectro y permite mayores transferencias de energía. La mayor parte de este efecto se debe a la inclusión de la parte real de la auto-energía del nucleón, como puede apreciarse en la figura.

En la Fig. 5.4 mostramos el cociente  $\sigma_\nu/\sigma_{\bar{\nu}}$  en un par de núcleos y los comparamos con la predicción para un nucleón libre. Los efectos no son demasiado relevantes, pero parecen aumentar con la energía del neutrino y la masa del núcleo.

## 5.4. La simulación Monte Carlo

Hasta ahora hemos estudiado las secciones eficaces inclusivas inducidas por CC y NC. Hemos obteniendo expresiones para la sección eficaz diferencial  $d^2\sigma/d\Omega'dE'$  del proceso de absorción del bosón  $W^\pm$  o  $Z^0$  por un nucleón (canal QE). Estas expresiones se obtienen tras realizar una integral sobre todo el volumen del núcleo. De este modo para una transferencia fija de momento  $q^\mu$  podemos seleccionar aleatoriamente el punto del núcleo donde se lleva a cabo dicha absorción según una distribución de probabilidades con perfil  $d^5\sigma/d\Omega'dE'd^3\mathbf{r}$ .

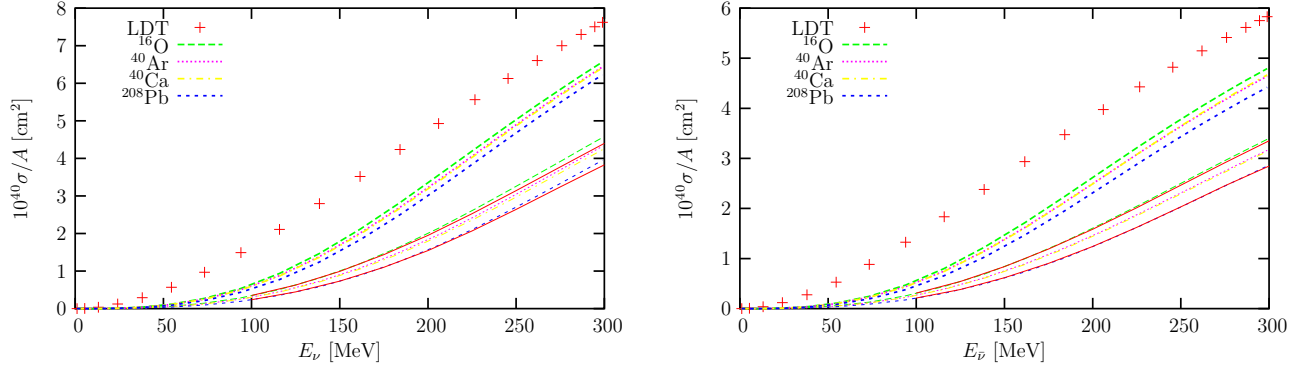


Figura 5.2: Sección eficaz de los procesos  $\nu(\bar{\nu}) + A \rightarrow \nu(\bar{\nu}) + X$  en función de la energía del neutrino incidente. Cruces:  $(\sigma_{\nu(\bar{\nu})+p \rightarrow \nu(\bar{\nu})+p} + \sigma_{\nu(\bar{\nu})+n \rightarrow \nu(\bar{\nu})+n})/2$ . Banda intermedia: se incluyen efectos de bloqueo de Pauli. Banda inferior: Se incluyen efectos de bloqueo de Pauli y RPA. Las dos líneas sólidas de la banda inferior corresponden a las predicciones del modelo completo (incluyendo FSI) para  $^{16}\text{O}$  y  $^{208}\text{Pb}$ . Los paneles derecho e izquierdo presentan resultados para neutrino y antineutrino, respectivamente.

A partir del punto donde tiene lugar la absorción, simulamos la trayectoria del nucleón emitido mediante un método MC de manera que obtenemos secciones eficaces de los procesos semi-inclusivos del tipo de la ec. (5.1).

#### 5.4.1. Cinemática del nucleón emitido

Para simular la trayectoria del nucleón emitido al absorber el bosón gauge en un proceso QE es preciso partir de la distribución de momentos del nucleón. Esto podría hacerse sin realizar la integral sobre los momentos  $\mathbf{p}$  de los nucleones del mar de Fermi, (véase p. ej. ec. (5.17)) ya que el nucleón emitido tiene un momento  $\mathbf{p} + \mathbf{q}$ . Nosotros optamos en este trabajo por un procedimiento alternativo: generar eventos aleatoriamente con un peso  $d^5\sigma/d\Omega' dE' d^3\mathbf{r}$ . Así para cada evento en el que un bosón de cuadrimomento  $q^\mu$  es absorbido en un punto  $\mathbf{r}$  del núcleo, elegimos aleatoriamente un momento  $\mathbf{p}$  por debajo del nivel de Fermi local,  $|\mathbf{p}| < k_F(r)$ . El vector  $\mathbf{p} + \mathbf{q}$  determina la dirección del momento del nucleón emitido. Para obtener su energía imponemos conservación de la energía. Para ello, en este punto y en el resto de la simulación asumiremos que el nucleón se mueve en un gas de Fermi bajo un potencial atractivo igual a la energía local de Fermi, y por lo tanto:

$$\tilde{E}' = \tilde{E}(\mathbf{p}) + q^0 \quad (5.20)$$

dónde  $\tilde{E}(\mathbf{p}) = \sqrt{\mathbf{p}^2 + M^2} - k_F^2(r)/2M$ . Esta expresión nos proporciona el módulo del momento del nucleón saliente

$$\mathbf{p}'^2 = \left( \tilde{E}' + \frac{k_F^2(r)}{2M} \right)^2 - M^2. \quad (5.21)$$

Naturalmente, si  $|\mathbf{p}'| < k_F(r)$  la emisión del nucleón está bloqueada por el principio de Pauli, de manera que no contribuye al proceso y debemos elegir otro momento  $\mathbf{p}$ . Con respecto a la carga

del nucleón esta se determina trivialmente en procesos mediados por CC: es un protón (neutrón) en reacciones inducidas por (anti-)neutrinos; Para NC se elige de acuerdo con el peso relativo de cada una de las dos contribuciones (protones y neutrones) a la sección eficaz.

### 5.4.2. Propagación del nucleón

La dinámica del nucleón en el medio nuclear está determinada por un potencial óptico complejo. La parte imaginaria de este potencial está relacionada con la probabilidad de que el nucleón sufra una colisión cuasielástica con los nucleones del medio, de manera que se emitan nuevos nucleones y el nucleón primario desaparezca del canal elástico<sup>2</sup>. Nuestra simulación MC tiene en cuenta explícitamente estas colisiones, almacenando la información de todos los posibles nucleones emitidos hasta que abandonen el núcleo. Para determinar las trayectorias (clásicas) de los nucleones entre colisión y colisión usaremos la parte real del potencial. Así seguimos la trayectoria de todos los nucleones hasta que abandonan el núcleo. En ese momento  $k_F = 0$  y el nucleón está en capa de masas.

Como ya se hiciera en [18, 123] utilizaremos

$$V(r) = V_\infty - \mathcal{E}(r) = -\frac{k_F^2}{2M} = -\frac{1}{2M} \left[ \frac{3}{2} \pi^2 \rho(r) \right]^{2/3} \quad (5.22)$$

como la parte real del potencial nucleón-núcleo, que representa la interacción de un nucleón con un potencial promedio generado por el resto de nucleones. Con esta elección aseguramos que la energía total del nucleón emitido sea la diferencia entre su energía cinética y la energía de Fermi,  $k_F^2/2M$ .

Con respecto a las colisiones, seguimos cada nucleón emitido desplazándolo una distancia  $d$  de manera que  $Pd \ll 1$ , dónde  $P$  es la probabilidad por unidad de longitud de tener una colisión cuasielástica. Las nuevas posición  $\mathbf{r}'$  y momento  $\mathbf{p}'$  se obtienen a partir de:

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} + \frac{\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} d, \quad (5.23)$$

$$\mathbf{p}' = \mathbf{p} - \frac{\partial V}{\partial \mathbf{r}} \frac{E(\mathbf{p}) d}{p |\mathbf{r}|} \quad (5.24)$$

que se deducen de la ecuaciones de Hamilton, o equivalentemente, de imponer conservación de energía y momento angular.

En cada uno de estos pasos, nuestro código selecciona aleatoriamente, según las probabilidades de reacción nucleón-nucleón de subsec. (5.4.3), si el nucleón colisiona o no. Si no hay colisión, movemos el nucleón de nuevo. Si se produce una colisión  $NN$  seleccionamos aleatoriamente un nucleón del mar de Fermi y elegimos un  $\cos \theta_{CM}$  de acuerdo con la expresión ec. (5.25), dónde se tienen en cuenta correcciones de medio nuclear (polarización, bloqueo de Pauli y momento de los nucleones en el mar de Fermi).

---

<sup>2</sup>A energías mayores a las aquí consideradas aparecen también canales de producción de piones.

Este método supone una aproximación semiclásica al problema del transporte cuántico de nucleones. La validez de esta aproximación para nucleones con una energía cinética mayor de 30 MeV fue establecida en [123]; para energías menores la aproximación semiclásica resulta deficiente. Para que esta limitación no influya demasiado en nuestros resultados supondremos que los nucleones con energías cinéticas por debajo de 30 MeV no inducen más colisiones secundarias. Por esto no mostraremos resultados para nucleones con energías cinéticas por debajo de 30 MeV.

### 5.4.3. La interacción NN en el medio

Para calcular la probabilidad de interacción de un nucleón en el medio partimos de las secciones eficaces NN en el vacío<sup>3</sup>. Estas secciones eficaces deben modificarse para dar cuenta de ciertos efectos de medio nuclear. Para ello utilizamos (ver [123] para más detalles) la expresión:

$$\hat{\sigma}^{N_1 N_2} = \int d\Omega_{\text{CM}} \frac{d\sigma^{N_1 N_2}}{d\Omega_{\text{CM}}} C_T(\mathbf{q}, \rho) \Theta \left( \kappa - \frac{|\mathbf{P} \cdot \mathbf{p}_{\text{CM}}|}{|\mathbf{P}| |\mathbf{p}_{\text{CM}}|} \right) \quad (5.25)$$

dónde  $\mathbf{p}_{\text{CM}}$  es el momento del nucleón en el sistema CM de los dos nucleones,  $P^\mu$  el cuadrivector total del sistema  $NN$  en el sistema de referencia del núcleo en reposo y  $s = P^2 = (p_1 + p_2)^2$  la masa invariante al cuadrado del sistema de dos nucleones  $N_1$  y  $N_2$ . La función  $\Theta$ , donde hemos definido

$$\kappa = x\Theta(1 - |x|) + \frac{x}{|x|}\Theta(|x| - 1) \quad (5.26)$$

y

$$x = \frac{P^0 p_{\text{CM}}^0 - \epsilon_F \sqrt{s}}{|\mathbf{P}| |\mathbf{p}_{\text{CM}}|} \quad (5.27)$$

introduce el efecto del bloqueo de Pauli.  $C_T$  es el factor definido en C.13, que introduce efectos de polarización en la interacción NN en el medio. De este modo el camino libre medio  $\lambda$  de un nucleón en el medio viene dado por:

$$\frac{1}{\lambda(N_1)} = 4 \int \frac{d^3 \mathbf{p}_2}{(2\pi)^3} \left[ \Theta(k_F^p(r) - |\mathbf{p}_2|) \frac{Z}{A} \hat{\sigma}^{N_1 p}(s) + \Theta(k_F^n(r) - |\mathbf{p}_2|) \frac{(A - Z)}{A} \hat{\sigma}^{N_1 n}(s) \right] \frac{|\mathbf{p}_1^{\text{lab}}|}{|\mathbf{p}_1|} \quad (5.28)$$

El factor  $|\mathbf{p}_1|/|\mathbf{p}_1^{\text{lab}}|$  corrige la diferencia de flujo entre el sistema LAB y el sistema del nucleón.

## 5.5. Resultados

En esta sección presentamos resultados para reacciones de emisión de nucleones inducidos por NC y CC de neutrinos y antineutrinos, enfatizando las correcciones debidas a efectos de medio nuclear: bloqueo de Pauli, RPA, FSI y *rescattering* de los nucleones emitidos. Por consistencia con

---

<sup>3</sup>Usamos la parametrización [123], que se construyó a partir de los datos experimentales de HERA en el CERN.

los modelos usados al introducir ciertas correcciones usaremos cinemática no-relativista para los nucleones. Los efectos de esta aproximación ya fueron estudiados en el cap. 2, donde comprobamos que eran pequeños en el rango de energías estudiado.

**Espectro de nucleones en procesos mediados por CC** En la fig. 5.5 se muestra el espectro de nucleones producidos en CC inducidas en argón por neutrinos y antineutrinos muónicos con  $E_\nu = 500$  MeV. Naturalmente los neutrinos interactúan mediante corrientes cargadas únicamente con los neutrones del núcleo inicial produciendo protones; pero estos protones primarios pueden colisionar con otros nucleones de manera que éstos últimos también sean eyectados. La principal consecuencia es un desplazamiento del espectro de protones hacia energías cinéticas menores. Además aparece un número importante de nucleones secundarios de menor energía cinética, algunos de ellos, neutrones. La reducción del flujo de protones salientes a altas energías puede describirse adecuadamente con un modelo DWIA. Sin embargo, los demás efectos, en especial la emisión de nucleones secundarios, no son descritos adecuadamente.

La emisión de nucleones secundarios es especialmente relevante en el caso de reacciones inducidas por antineutrinos. En este caso el nucleón primario (un neutrón) es difícil de detectar. Sin embargo, puede emitir protones como consecuencia del *rescattering*, de manera que si no se tienen en cuenta estos efectos un suceso en el que se detecta un protón en coincidencia con un muón podría ser fácilmente malinterpretado.

**Espectro de nucleones en procesos mediados por NC** La distribución de energías de los nucleones emitidos en el caso de NC se muestra en las figs. 5.6 y 5.7 para argón y oxígeno, respectivamente. En ambos casos puede apreciarse el efecto importante del *rescattering* de los nucleones.

Para neutrinos de 500 MeV aparece una reducción de la respuesta a altas energías, pero se aprecia que estos nucleones reaparecen en la parte de bajas energías del espectro. Para neutrinos de 150 MeV el efecto es parecido aunque no se aprecie tanto debido al corte que imponemos a 30 MeV. Cómo era de esperar el efecto es menor en núcleos más ligeros, cómo se ve en Fig. 5.7. En todos los casos el espectro de protones y neutrones es parecido.

Nuestros resultados sin incluir el *rescattering* pueden compararse con los de otros cálculos, como los de [124, 125] y [126, 127]. En estos últimos, que usan potenciales ópticos, el efecto principal es reducir la sección eficaz en todo el espectro de energías, en lugar de desplazar la respuesta a energías menores, en contraste con el efecto que nosotros hemos encontrado. También es interesante señalar que los resultados del modelo de capas [125] son bastantes similares a nuestro gas de Fermi.

Finalmente en Fig. 5.8 mostramos el efecto que sobre el espectro de nucleones tienen los efectos de medio como la RPA y la parte real de la auto-energía del nucleón (FSI). Podemos ver que la mayor reducción en la respuesta ocurre para los nucleones de menor energía.

**Distribuciones angulares** La distribución angular de los nucleones emitidos también se ve afectada por los efectos de *rescattering*. En el panel izquierdo de la fig. 5.9 mostramos los espectros de

protones y neutrones para la reacción  $\nu_\mu + {}^{40}\text{Ar} \rightarrow \mu^- + X$ . Por comparación también mostramos los resultados para protones sin *rescattering*, dónde, como ya dijimos antes, no aparecen neutrones en el estado final. Una vez tenido en cuenta el *rescattering* de los nucleones la distribución aparece menos picada hacia adelante. La distribución de neutrones es más plana incluso, ya que éstos proceden únicamente de procesos secundarios y no del proceso primario neutrino-nucleón. Para procesos mediados por NC (panel derecho de la fig. 5.9) la situación es más simétrica para protones y neutrones, tal y como ocurre para los espectros de energía.

**Distribuciones energía-ángulo** En la fig. 5.10 se muestran resultados para secciones eficaces doblemente diferenciales inducidas por NC y CC. Tres de los cuatro paneles comparten una característica común con cálculos previos (ver p. ej. Fig. 1 de [124] y Fig. 5 de [125]): a ángulos de dispersión pequeños existen dos picos, uno de ellos a bajas energías, que convergen en un sólo pico para valores mayores del ángulo de dispersión. Como se mostró en [125], el uso de distribuciones de momentos de nucleón obtenidas a partir de funciones de onda del modelo de capas produce rasgos menos pronunciados que el gas de Fermi de [124].

De todas maneras nuestros resultados son incluso más suaves que los de [125] aunque nuestro modelo parte de un gas de Fermi en LDA. Ésto es debido a los fuertes efectos que produce el *rescattering* en la distribución de ángulos y energías; como puede apreciarse en el panel de fig. 5.10(b), que muestra la distribución energía-ángulo para emisión de neutrones en el proceso  $\nu_\mu + {}^{16}\text{O} \rightarrow \mu^- + n + X$ . En este caso todos los neutrones provienen de colisiones secundarias NN y se distribuyen por todo el espacio fásico disponible sin ningún rasgo reseñable excepto la acumulación a bajas energías.

**Razones protón-neutron** El cociente entre la distribución de protones y neutrones en reacciones QE en principio depende del factor de forma de extrañeza del nucleón y en particular al parámetro  $g_A^s$ . Nuestros resultados en  ${}^{16}\text{O}$  para este observable se muestran en la fig. 5.11. Para núcleos ligeros y bajas energías encontramos resultados similares a los de la referencia [128], donde se incluyeron efectos RPA, o a los de [124]. El principal ingrediente adicional de nuestro modelo es el *rescattering* de nucleones. De todos modos esta corrección no es relevante para núcleos ligeros a bajas energías debido a la menor densidad promedio y a que la mayor parte de los nucleones secundarios están por debajo de nuestro umbral de 30 MeV.

La sensibilidad a efectos de *rescattering* es mayor en núcleos más pesados como  ${}^{40}\text{Ar}$  y para mayores energías del neutrino, véase fig. 5.12, donde se puede apreciar claramente la importancia de los nucleones secundarios en la parte del espectro de bajas energías.

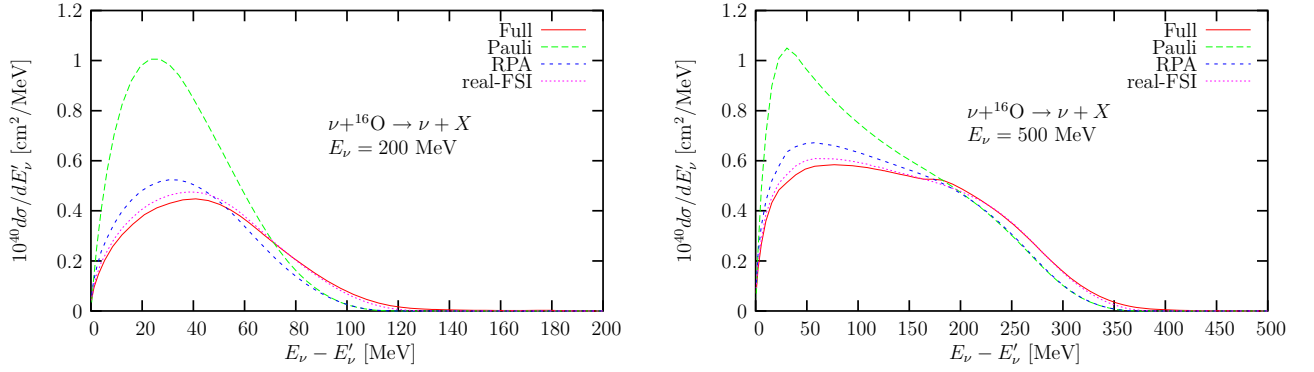


Figura 5.3: Sección eficaz  $d\sigma/dE_{\nu'}$ , en función de la energía transferida al núcleo para dos energías distintas del neutrino incidente. Líneas a trazos discontinuos largos: *Pauli blocking*. Trazos discontinuos cortos: *Pauli blocking* + RPA. Línea de puntos: Pauli + RPA + FSI, considerando sólo la parte real de la autoenergía del nucleón. Línea sólida: modelo completo.

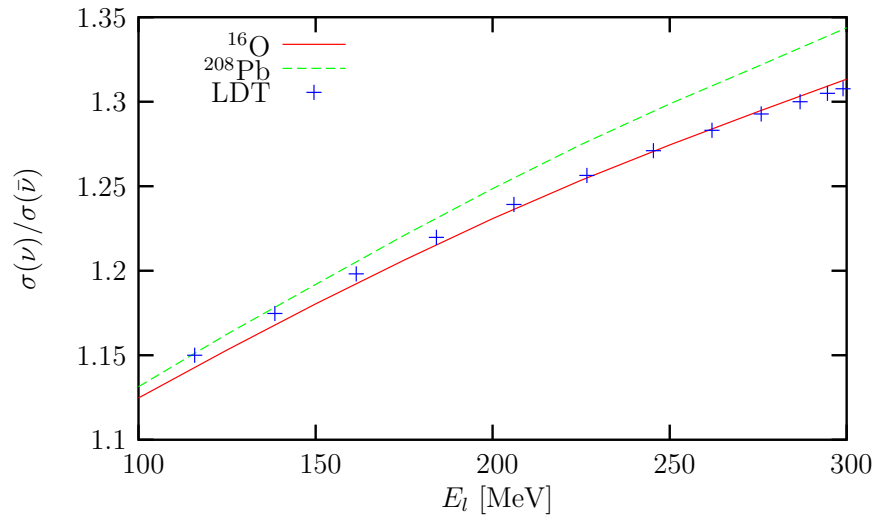


Figura 5.4: Cociente  $\sigma_{\nu}/\sigma_{\bar{\nu}}$  para  $\nu(\bar{\nu}) + A \rightarrow \nu'(\bar{\nu}') + X$  en función de la energía. LDT indica los resultados del modelo de nucleón libre. Los resultados en  $^{16}\text{O}$  y  $^{208}\text{Pb}$  se han obtenido utilizando el modelo completo.



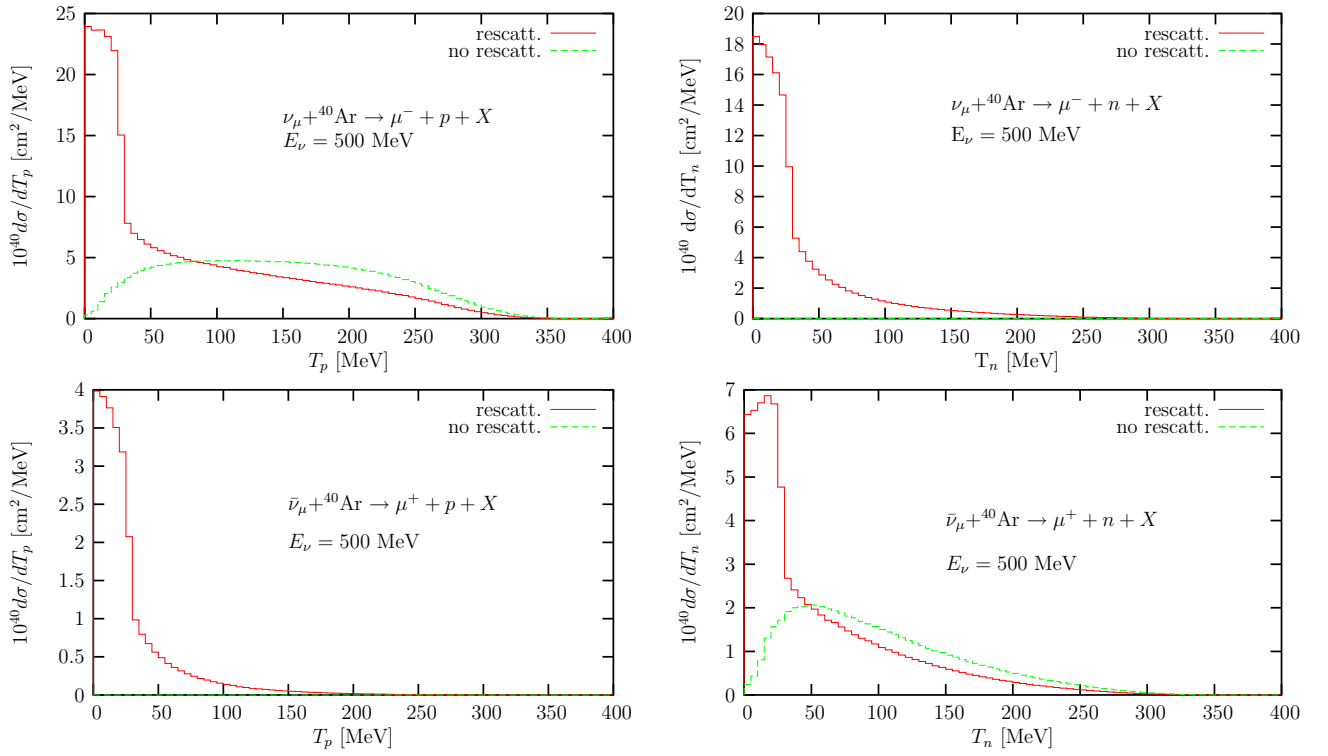


Figura 5.5: Secciones eficaces para las reacciones  ${}^{40}\text{Ar}(\nu_\mu, \mu^- + N)$  (paneles superiores) y  ${}^{40}\text{Ar}(\bar{\nu}_\mu, \mu^+ + N)$  (paneles inferiores) en función de la energía cinética del nucleón emitido con neutrinos incidentes de energía  $E_\nu = 500$  MeV. Los paneles izquierdos y derechos corresponden a la emisión de protones y neutrones, respectivamente. El histograma a trazos muestra resultados sin *rescattering*; la línea sólida (modelo completo) tiene en cuenta el efecto de colisiones secundarias, gracias a la simulación MC.

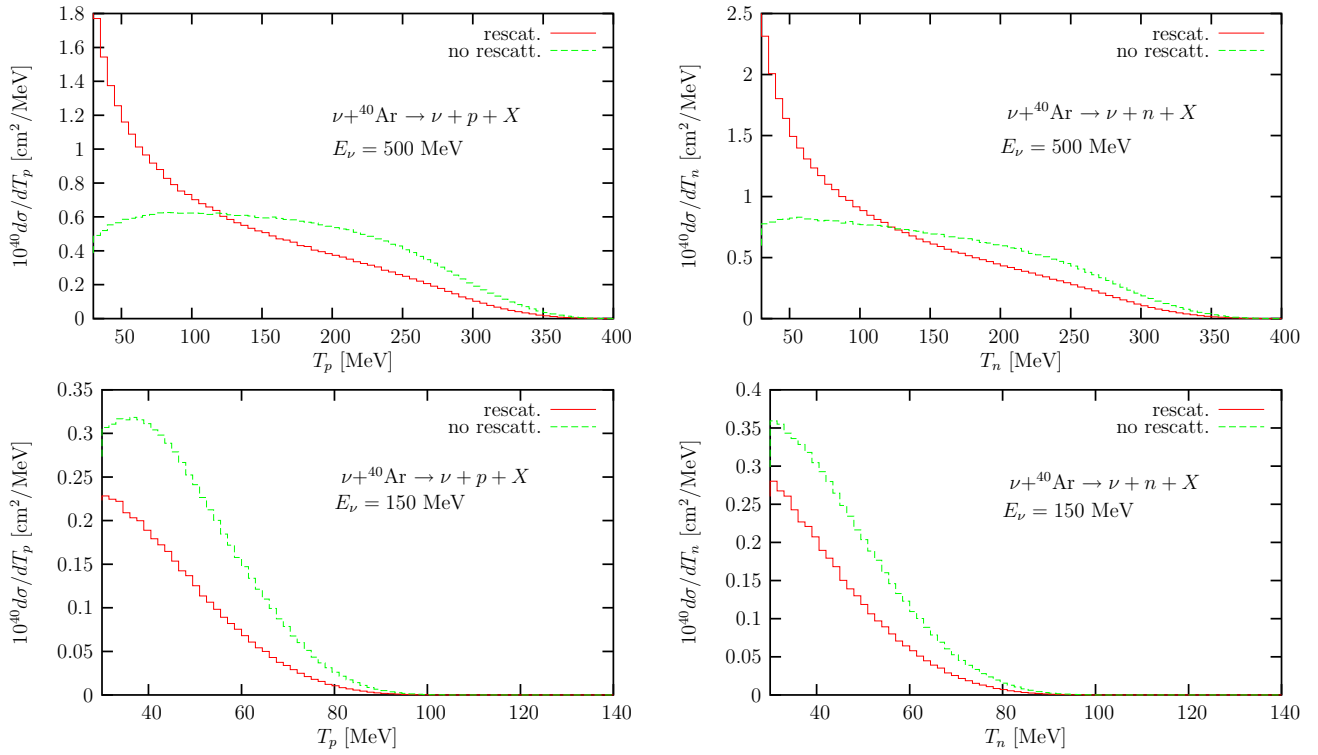


Figura 5.6: Secciones eficaces para corrientes neutras en  ${}^{40}\text{Ar}(\nu, N)$  a 500 MeV (paneles superiores) y 150 MeV (paneles inferiores) en función de la energía cinética del nucleón final. Los paneles izquierdo y derecho se corresponden con emisión de protones y neutrones, respectivamente. El histograma a trazos muestra resultados sin *rescattering*; la línea sólida muestra resultados obtenidos con el modelo completo.

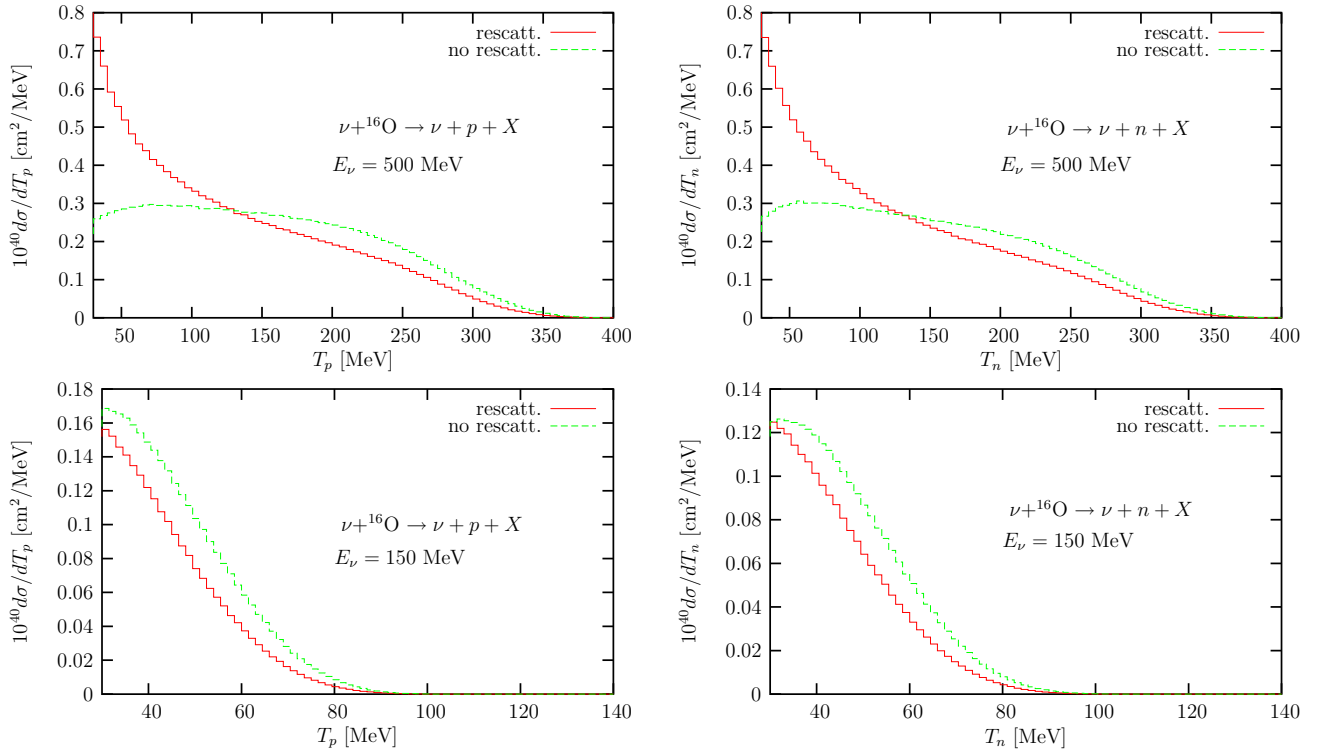


Figura 5.7: Cómo Fig. 5.6 para oxígeno.

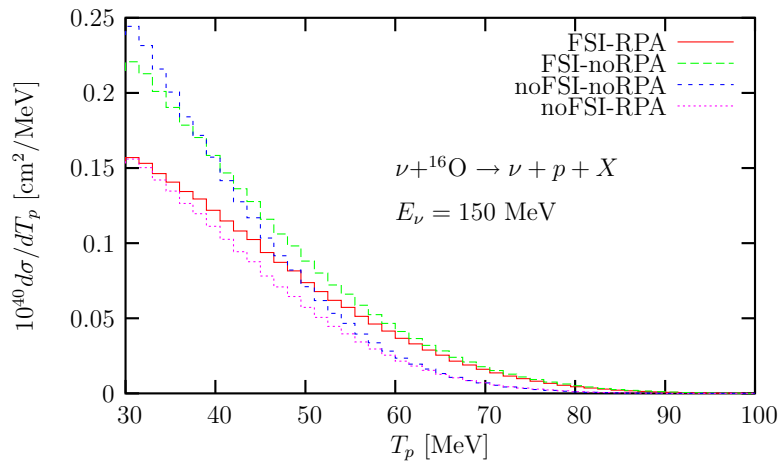


Figura 5.8:  $d\sigma/dT'_p$  para oxígeno a  $E_\nu = 150$  MeV en función de la energía cinética del protón final, para distintas versiones de nuestro modelo, incluyendo o no efectos RPA y FSI. En todos los casos tenemos en cuenta el *rescattering* de los nucleones emitidos mediante la simulación MC.

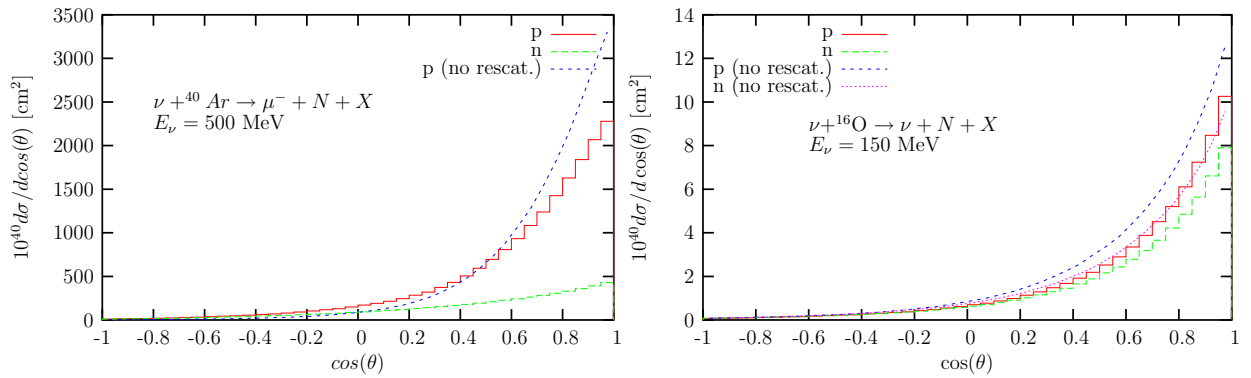


Figura 5.9: Distribución angular de los nucleones emitidos en reacciones  $^{40}\text{Ar}(\nu_\mu, \mu^- + N + X)$  (izquierda) y  $^{16}\text{O}(\nu, \nu' + N + X)$  (derecha). La línea a trazos muestra resultados para protones sin *rescattering* y el histograma sólido (de puntos) muestra resultados obtenidos para protones (neutrones) mediante el modelo completo. En ningún caso se tiene en cuenta la contribución de nucleones emitidos con energías menores de 30 MeV.

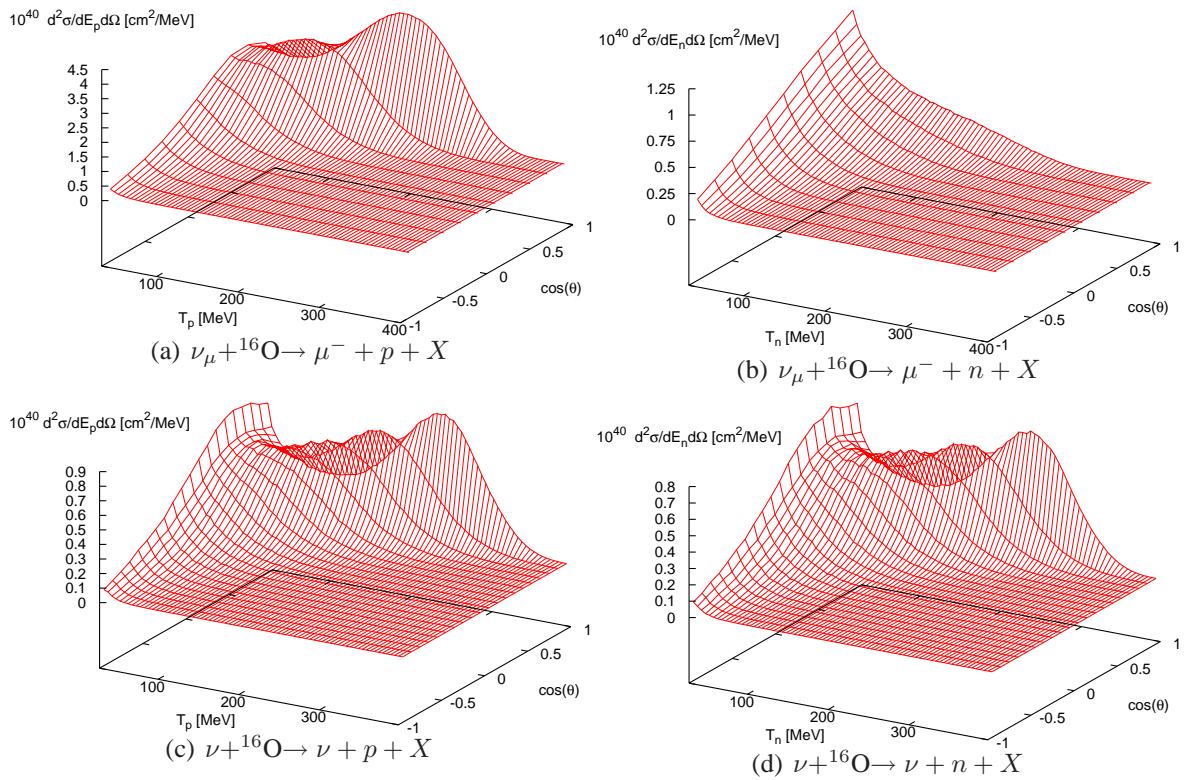


Figura 5.10: Secciones eficaces  $d^2\sigma/d\Omega dE$  con neutrinos incidentes de 500 MeV para las reacciones indicadas. Hemos usado el modelo nuclear completo incluyendo *rescattering*.

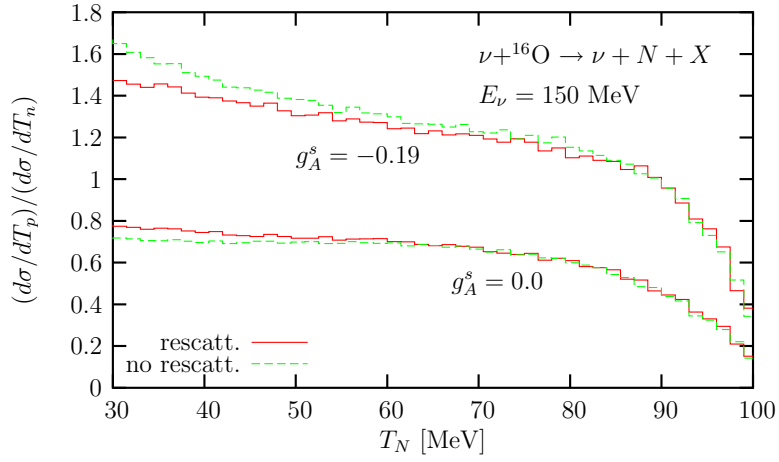


Figura 5.11: Razón entre las secciones eficaces diferenciales  $d\sigma/dT$ , para protones y para neutrones en la reacción  $\nu+^{16}\text{O}\rightarrow\nu'+N+X$  con  $E_\nu=150$  MeV en función de la energía cinética del nucleón. Histograma a trazos: resultados obtenidos sin tener en cuenta el *rescattering* del nucleón. Histograma sólido: modelo completo.

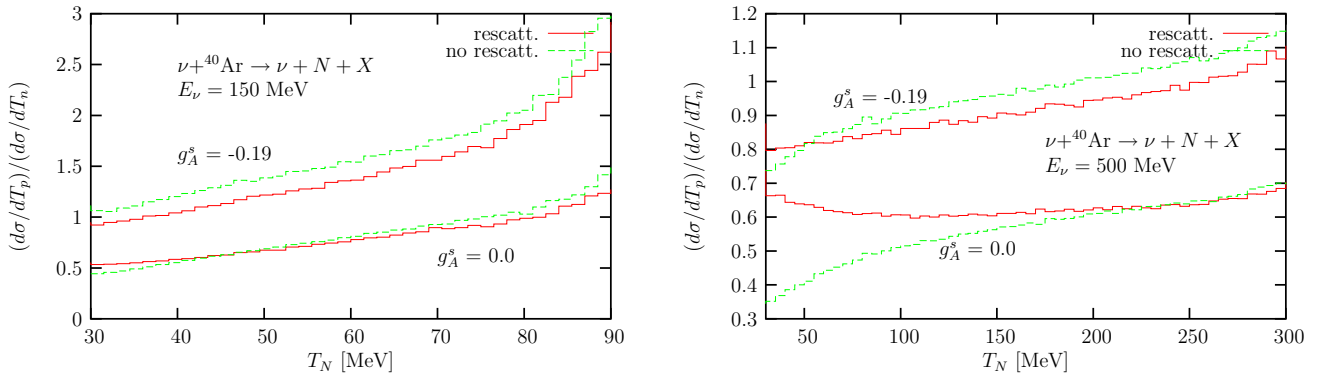


Figura 5.12: Cómo Fig. 5.11 para la reacción  $\nu+^{40}\text{Ar}\rightarrow\nu'+N+X$  y neutrinos de  $E_\nu=150$  MeV (panel izquierdo) y  $E_\nu=500$  MeV (panel derecho).

## Capítulo 6

### Estudio<sup>1</sup> de las reacciones de producción de piones $\nu_l + N \rightarrow l + N' + \pi$ y

$$\nu_l + N \rightarrow \nu'_l + N' + \pi$$

En los capítulos precedentes nos hemos centrado en el canal QE de la respuesta nuclear inducida por neutrinos. Este proceso es dominante (ver fig. (1.1)) en la región de energías del neutrino por debajo de 500 MeV. Sin embargo, en torno al GeV el canal de producción de un pión es competitivo y debe ser tenido en cuenta. Por ejemplo para neutrinos atmosféricos, estudiados en el detector de Kamioka, los procesos con un pión en el estado final resultan ser el 20 % de los producidos por procesos QE. Además, los piones emitidos por corrientes neutras contribuyen al fondo de las reacciones donde se producen leptones cargados en detectores Cerenkov. En concreto  $\pi^\pm$  y  $\mu^\pm$  producen señales parecidas en los detectores Cerenkov, mientras que los dos fotones que constituyen la señal de un  $\pi^0$  pueden confundirse con el anillo de radiación Cerenkov de electrones o positrones. Más aún, la producción de  $\pi^0$  en corrientes neutras puede jugar un papel importante a la hora de distinguir [130] entre los mecanismos de oscilaciones  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$  y  $\nu_\mu \rightarrow \nu_{\text{sterile}}$ .

El enfoque que estamos siguiendo en esta tesis para describir las reacciones nucleares se basa en estudiar primero la reacción para nucleones libres, para a partir de la misma construir un modelo de la reacción nuclear mediante técnicas de muchos cuerpos. En la literatura generalmente se asume el modelo de dominancia de la resonancia  $\Delta(1232)$  para reacciones de producción de un pión; éste modelo supone que el pión proviene de la desintegración de una  $\Delta$  que ha sido excitada por el neutrino. Sin embargo, en los procesos de electroproducción de piones es bien conocido que existen otros mecanismos que contribuyen a la producción de piones a bajas energías.

En este capítulo desarrollaremos un modelo para la reacción

$$\nu_l(k) + N(p) \rightarrow l(k') + N'(p') + \pi(k_\pi) \quad (6.1)$$

que incluya, además de la contribución de la resonancia  $\Delta$ , otros mecanismos no resonantes (fondo

---

<sup>1</sup>Este trabajo se basa en el trabajo [129].

o *background*). Para ello partiremos de un modelo  $\sigma$  no-lineal [131] para piones y nucleones, que implementa el patrón de rotura espontánea de la simetría quiral de QCD.

Como veremos, la inclusión de estos diagramas no resonantes da lugar a correcciones relevantes al modelo de dominancia de la  $\Delta$ . Esto sugiere un reajuste de los parámetros para la transición débil  $N\Delta$ .

## 6.1. Producción de piones en CC

### 6.1.1. Cinemática y sección eficaz

En esta sección damos expresiones generales para la sección eficaz de la reacción

$$\nu_l(k) + N(p) \rightarrow l + N'(p') + \pi(k_\pi). \quad (6.2)$$

La generalización para reacciones inducidas por antineutrinos es obvia. Las variables cinemáticas en el sistema de referencia en el que el nucleón está en reposo (LAB) se definen en la fig. 6.1. Los momentos del neutrino inicial  $\mathbf{k}$  y el leptón final  $\mathbf{k}'$  definen el momento transferido  $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$ ; el momento del pión es  $\mathbf{k}_\pi$ .

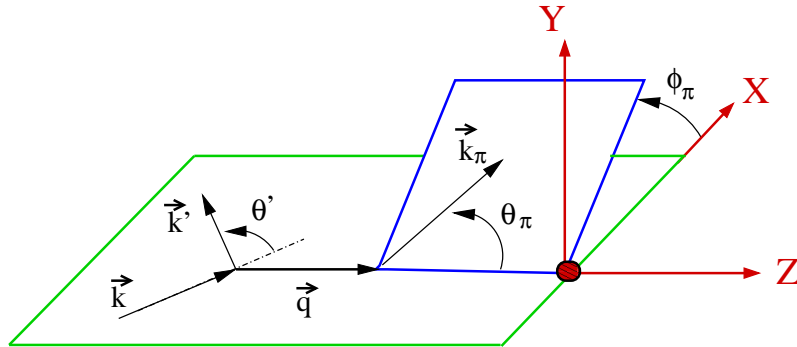


Figura 6.1: Definición de las variables cinemáticas usadas.

En el estado final hay  $3 \times 3$  variables cinemáticas independientes. Si eliminamos cuatro haciendo uso de conservación de energía y momento tenemos cinco variables cinemáticas independientes. Podemos elegir como variables independientes la energía  $E'$  del leptón final y las direcciones del pión y el leptón saliente<sup>2</sup>. Con estas definiciones y usando los mismos convenios que en el cap. 2 obtenemos la sección eficaz diferencial

$$\frac{d^5 \sigma_{\nu l}}{dE' d\Omega(\hat{\mathbf{k}}') d\Omega(\hat{\mathbf{k}}_\pi)} = \frac{|\mathbf{k}'|}{|\mathbf{k}|} \frac{G^2}{4\pi^2} \int_0^{+\infty} \frac{d|\mathbf{k}_\pi| |\mathbf{k}_\pi|^2}{E_\pi} L_{\mu\sigma}^{(\nu)} (W_{CC\pi}^{\mu\sigma})^{(\nu)} \quad (6.3)$$

<sup>2</sup>Nótese como la simetría de rotación sobre el eje definido por la dirección del neutrino incidente hace que la integral sobre ángulo azimutal del leptón saliente sea trivial.

en términos del tensor leptónico de la ec. (2.3) y del tensor hadrónico

$$(W_{CC\pi}^{\mu\sigma})^{(\nu)} = \frac{1}{4M} \overline{\sum}_{\text{spins}} \int \frac{d^3\mathbf{p}'}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E'_N} \delta^4(p' + k_\pi - q - p) \langle N'\pi | j_{cc+}^\mu(0) | N \rangle \langle N'\pi | j_{cc+}^\sigma(0) | N \rangle^* \quad (6.4)$$

donde la barra sobre la sumatoria denota un promedio sobre los espines de las partículas iniciales y una suma sobre los espines de las finales. En este tensor existe una dependencia explícita en  $\delta(p'^0 + k_\pi^0 - q^0 - p^0)$  que se emplea para integrar sobre  $|\mathbf{k}_\pi|$  en la ec. (6.3). La cantidad  $\int d\Omega_\pi L_{\mu\sigma}^{(\nu)}(W_{CC\pi}^{\mu\sigma})$  es un escalar, de manera que podemos hacer un *boost* en la dirección del momento transferido (que define el eje Z) y referir la dirección del pión  $\hat{\mathbf{k}}_\pi$  en el sistema de referencia donde el centro de masas del sistema  $\pi N$  está en reposo ( $\mathbf{p}' + \mathbf{k}_\pi = 0$ ). Este procedimiento es usual en el estudio de electroproducción de piones. Nótese como esta transformación de Lorentz no cambia el valor del ángulo azimutal del pión  $\phi_\pi$ .

También es posible expresar la sección eficaz en término de las variables escalares de Mandelstam  $W^2 \equiv (p'_n + k_\pi)^2$  y  $t \equiv q^2 = (k - k')^2$

$$\frac{d^3\sigma_a}{dt dW} = \frac{d^3\sigma_a}{d\Omega(\hat{\mathbf{k}}') dE'} \times \frac{\pi W}{ME|\mathbf{k}'|} \quad (6.5)$$

para CC ( $a = \nu l$ ) y NC ( $a = \nu\nu$ ). La ventaja de usar estas variables es que permite controlar directamente  $W$ , la masa invariante del sistema  $\pi N$ , de manera que no entremos en la región en que otras resonancias por encima de la  $\Delta$ , como la Roper  $N^*(1440)$ , etc. son relevantes. Los límites cinemáticos para  $t$  y  $W$  se pueden determinar de manera directa, véase p. ej. [132], obteniendo así

$$m_\pi + M \leq W \leq \sqrt{s} - m_l \quad (6.6)$$

con  $s \equiv (k + p)^2$ . El umbral de energía del neutrino para producción de piones es  $E_\nu \geq m_\pi + m_l + (m_\pi + m_l)^2/2M$ . Para una masa invariante  $W$  del sistema  $\pi N$  determinada, la variable  $t$  debe cumplir  $t^- \leq t \leq t^+$ , con

$$t^\pm = m_l^2 - \frac{1}{2s} \left[ (s + m_l^2 - W^2)(s - m_N^2) \mp \lambda^{1/2}(s, 0, M^2) \lambda^{1/2}(s, m_l^2, W^2) \right], \quad (6.7)$$

donde  $\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz$ . También es conveniente realizar las integrales en  $t$  y  $W$  en orden inverso, de manera que para un valor fijo de  $t$  es necesario conocer los límites de integración<sup>3</sup> en  $W$ :

$$W_{\min} \equiv M + m_\pi \leq W \leq \frac{[s + t - M^2 - m_l^2] [-st + M^2 m_l^2]}{[s - M^2] [m_l^2 - t]} \equiv W_{\max}(q^2), \quad (6.8)$$

donde para NC,  $m_l = 0$  y el rango total de  $t$  viene dado por  $t_{\min}(W = m_\pi + M) \leq t \leq t_{\max}(W = m_\pi + M)$ .

<sup>3</sup>Nótese que la fórmula equivalente en [133] contiene alguna errata.



### 6.1.2. Relaciones de isospín

Las corrientes cargadas pueden escribirse como las componentes esféricas  $\pm 1$  de un operador vectorial en el espacio de isospín. Así, si definimos

$$\Psi_q = \begin{pmatrix} \Psi_u \\ \Psi_d \end{pmatrix} \quad (6.9)$$

podemos escribir

$$\bar{\Psi}_u \Gamma^\mu \Psi_d = -\bar{\Psi}_q \Gamma^\mu \frac{\tau_{+1}^1}{\sqrt{2}} \Psi_q, \quad (6.10)$$

$$\bar{\Psi}_d \Gamma^\mu \Psi_u = \bar{\Psi}_q \Gamma^\mu \frac{\tau_{-1}^1}{\sqrt{2}} \Psi_q \quad (6.11)$$

donde  $\Gamma^\mu = \cos \theta_C \gamma^\mu (1 - \gamma_5)$ , y las componentes esféricas de  $\tau$  están definidas

$$\tau_0^1 = \tau_z, \quad \tau_{\pm 1}^1 = \mp \frac{\tau_x \pm i\tau_y}{\sqrt{2}} \quad (6.12)$$

a partir de sus componentes cartesianas. Haciendo uso de estas relaciones y del teorema de Wigner-Eckart encontramos que todos los elementos de matriz  $\langle N'\pi | j_{cc\pm}^\mu(0) | N \rangle$  para cualquier canal de carga están completamente determinados por dos de ellos. Por ejemplo, si elegimos como elementos de matriz independientes  $\langle p\pi^+ | j_{cc+}^\mu(0) | p \rangle$  y  $\langle n\pi^+ | j_{cc+}^\mu(0) | n \rangle$  tenemos

$$\langle p\pi^0 | j_{cc+}^\mu(0) | n \rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}} [\langle p\pi^+ | j_{cc+}^\mu(0) | p \rangle - \langle n\pi^+ | j_{cc+}^\mu(0) | n \rangle] \quad (6.13)$$

$$\langle p\pi^- | j_{cc-}^\mu(0) | p \rangle = \langle n\pi^+ | j_{cc+}^\mu(0) | n \rangle \quad (6.14)$$

$$\langle n\pi^- | j_{cc-}^\mu(0) | n \rangle = \langle p\pi^+ | j_{cc+}^\mu(0) | p \rangle \quad (6.15)$$

$$\langle n\pi^0 | j_{cc-}^\mu(0) | p \rangle = -\langle p\pi^0 | j_{cc+}^\mu(0) | n \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [\langle p\pi^+ | j_{cc+}^\mu(0) | p \rangle - \langle n\pi^+ | j_{cc+}^\mu(0) | n \rangle] \quad (6.16)$$

que junto con la relación  $L_{\mu\sigma}^{(\bar{\nu})} = L_{\sigma\mu}^{(\nu)}$  determinan todas las amplitudes relevantes para procesos de producción de piones en CC, inducidos tanto por neutrinos como por antineutrinos.

También es posible relacionar la parte vectorial de estos elementos de matriz con los de la corriente electromagnética  $s_{em}^\mu(0)$

$$\begin{aligned} s_{em}^\mu &= \frac{2}{3} \bar{\Psi}_u \gamma^\mu \Psi_u - \frac{1}{3} \bar{\Psi}_d \gamma^\mu \Psi_d - \frac{1}{3} \bar{\Psi}_s \gamma^\mu \Psi_s \\ &= \frac{1}{6} \bar{\Psi}_q \gamma^\mu \Psi_q - \frac{1}{3} \bar{\Psi}_s \gamma^\mu \Psi_s + \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{\Psi}_q \gamma^\mu \frac{\tau_0^1}{\sqrt{2}} \Psi_q \end{aligned} \quad (6.17)$$

donde los dos primeros términos son operadores escalares de isospín y el último es la componente 0 del isovector  $\tau_0^1$ . Así es fácil obtener

$$\frac{1}{\cos\theta_C} \langle p\pi^+ | V_{cc^+}^\mu(0) | p \rangle = \sqrt{2} \langle n\pi^0 | s_{em}^\mu(0) | n \rangle + \langle p\pi^- | s_{em}^\mu(0) | n \rangle \quad (6.18)$$

$$\frac{1}{\cos\theta_C} \langle n\pi^+ | V_{cc^+}^\mu(0) | n \rangle = \sqrt{2} \langle p\pi^0 | s_{em}^\mu(0) | p \rangle - \langle p\pi^- | s_{em}^\mu(0) | n \rangle \quad (6.19)$$

que relacionan la corriente vectorial y la electromagnética de manera análoga a la obtenida para expresar los factores de forma de la reacción QE en función de los factores de forma electromagnéticos del nucleón, ver ec. (2.30).

### 6.1.3. Modelo dinámico de la reacción $WN \rightarrow N'\pi$

**El modelo SU(2)  $\sigma$  no-lineal** Para describir la interacción entre piones y nucleones usaremos un lagrangiano efectivo que implementa el patrón de rotura espontánea de la simetría quiral de QCD:

$$\mathcal{L}_{N\pi} = \bar{\Psi} i\gamma^\mu [\partial_\mu + \mathcal{V}_\mu] \Psi - M\bar{\Psi}\Psi + g_A \bar{\Psi} \gamma^\mu \gamma_5 \mathcal{A}_\mu \Psi + \frac{1}{2} \text{Tr} [\partial_\mu U^\dagger \partial^\mu U] \quad (6.20)$$

donde  $\Psi = \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix}$  es el campo del nucleón. Los campos  $\mathcal{V}_\mu$  y  $\mathcal{A}_\mu$  vienen determinados por un campo matricial  $\xi$  construido según

$$\mathcal{V}_\mu = \frac{1}{2} (\xi \partial_\mu \xi^\dagger + \xi^\dagger \partial_\mu \xi) , \quad (6.21)$$

$$\mathcal{A}_\mu = \frac{i}{2} (\xi \partial_\mu \xi^\dagger - \xi^\dagger \partial_\mu \xi) \quad (6.22)$$

a partir del campo de pión<sup>4</sup>  $\phi$ . Los campos de pión son los bosones de Goldstone asociados a la rotura espontánea de la simetría quiral  $SU(2)_V \times SU(2)_A$ . El campo matricial  $\xi$  queda determinado por su relación con  $U$ , una matriz  $2 \times 2$  definida

$$U = \frac{f_\pi}{\sqrt{2}} \exp \frac{i\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi}}{f_\pi} = \frac{f_\pi}{\sqrt{2}} \xi^2 \quad (6.23)$$

con  $f_\pi \simeq 93$  MeV, la constante de desintegración del pión. El campo matricial

$$\xi = \exp \frac{i\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi}}{2f_\pi} \quad (6.24)$$

se transforma bajo  $SU(2)_V \times SU(2)_A$  según

$$\xi \xrightarrow{SU(2)_V} T_V \xi T_V^\dagger, \quad \xi \xrightarrow{SU(2)_A} T_A^\dagger \xi T_A = \Lambda \xi T_A^\dagger \quad (6.25)$$

---

<sup>4</sup>Usamos un convenio en el que  $\phi \equiv (\phi_x - i\phi_y)/\sqrt{2}$  crea un  $\pi^-$  o destruye un  $\pi^+$  y la componente  $\phi_z$  crea o destruye un  $\pi^0$ .

donde  $T_V = \exp(-i\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\theta}_V)/2$  y  $T_A = \exp(-i\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\theta}_A)/2$  son transformaciones globales pertenecientes a  $SU(2)_V$  y  $SU(2)_A$ , respectivamente. En cuanto a  $\Lambda = \exp(-i\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\theta}_\Lambda)/2$ , es una matriz unitaria que depende de la transformación axial  $T_A$  y de los campos bosónicos de Goldstone  $\phi$ .

Por otro lado el campo de nucleón  $\Psi$ , transforma según

$$\Psi \xrightarrow{SU(2)_V} T_V \Psi, \quad \Psi \xrightarrow{SU(2)_A} \Lambda \Psi \quad (6.26)$$

de manera que cada término del lagrangiano de la ec. (6.20) es invariante por separado respecto a transformaciones del grupo quiral  $SU(2)_V \times SU(2)_A$ . Podemos por tanto tomar la constante de acoplamiento axial entre piones y nucleones  $g_A \neq 1$ , respetando simetría quiral. Como ya hicimos en el capítulo dedicado a la interacción QE usaremos  $g_A = 1.26$ .

Podemos introducir términos que rompen la simetría  $SU(2)_A$  del tipo:

$$m_\pi^2 \frac{f_\pi}{2\sqrt{2}} \text{Tr}(U + U^\dagger - \sqrt{2}f_\pi) \quad (6.27)$$

para dar masa a los piones. Añadiendo este término a la ec. (6.20) obtenemos una expresión para el lagrangiano efectivo

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi}[i\partial - M]\Psi + \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}m_\pi^2\phi^2 + \mathcal{L}_{\text{int}}^\sigma \quad (6.28)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{int}}^\sigma = & \frac{g_A}{f_\pi} \bar{\Psi} \gamma^\mu \gamma_5 \frac{\boldsymbol{\tau}}{2} (\partial_\mu \phi) \Psi - \frac{1}{4f_\pi^2} \bar{\Psi} \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} (\phi \times \partial^\mu \phi) \Psi - \frac{g_A}{6f_\pi^3} \bar{\Psi} \gamma^\mu \gamma_5 \left[ \phi^2 \frac{\boldsymbol{\tau}}{2} \partial_\mu \phi - (\phi \partial_\mu \phi) \frac{\boldsymbol{\tau}}{2} \phi \right] \Psi \\ & + \frac{m_\pi^2}{24f_\pi^2} (\phi^2)^2 - \frac{1}{6f_\pi^2} (\phi^2 \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - (\phi \partial_\mu \phi)(\phi \partial^\mu \phi)) + \mathcal{O}(1/f_\pi^4) \end{aligned} \quad (6.29)$$

y se han despreciado términos de orden  $\mathcal{O}(1/f_\pi^4)$ . Podemos ver que el acoplamiento  $N\pi$  es de tipo pseudovector. Si redefinimos la constante de acoplamiento en la manera usual  $g_{\pi NN}/2M = f/m_\pi$ , llegamos a

$$f = \frac{m_\pi}{2f_\pi} g_A \quad (6.30)$$

y recuperamos la relación Goldberger-Treiman [31] que ya introdujimos en la ec. (2.34).

Para obtener las corrientes vector y axial asociadas a este lagrangiano haremos uso del teorema de Nöther (ver p. ej. [107]). Por tanto necesitamos las expresiones para las transformaciones de los campos  $\Psi$  y  $\phi$  bajo rotaciones  $SU(2)_V$  y  $SU(2)_A$ . Si partimos de ec. (6.25) llegamos a:

$$\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\theta}_\Lambda = \frac{\phi \times \boldsymbol{\tau}}{2f_\pi} \boldsymbol{\theta}_A + \mathcal{O}(1/f_\pi^3) \quad (6.31)$$

$$\delta\phi \stackrel{SU(2)_V}{=} \boldsymbol{\theta}_V \times \phi + \mathcal{O}(1/f_\pi^3), \quad \delta\phi \stackrel{SU(2)_A}{=} f_\pi \boldsymbol{\theta}_A + \frac{\phi(\phi \cdot \boldsymbol{\theta}_A) - \boldsymbol{\theta}_A \phi^2}{3f_\pi} + \mathcal{O}(1/f_\pi^3) \quad (6.32)$$

$$\delta\Psi \stackrel{\text{SU}(2)_V}{=} -i\frac{\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\theta}_V}{2}\Psi, \quad \delta\Psi \stackrel{\text{SU}(2)_A}{=} -i\frac{(\boldsymbol{\phi} \times \boldsymbol{\tau}) \cdot \boldsymbol{\theta}_A}{4f_\Pi}\Psi + \mathcal{O}(1/f_\pi^3) \quad (6.33)$$

donde  $\delta\phi$  y  $\delta\Psi$  denotan variaciones infinitesimales de los campos. A partir de estas transformaciones y del lagrangiano de la ec. (2.16) llegamos a las siguientes expresiones para las corrientes vector y axial:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}^\mu = & \underbrace{\phi \times \partial^\mu \phi}_{\mathbf{V}_a^\mu} + \underbrace{\bar{\Psi} \gamma^\mu \frac{\boldsymbol{\tau}}{2} \Psi}_{\mathbf{V}_b^\mu} + \underbrace{\frac{g_A}{2f_\pi} \bar{\Psi} \gamma^\mu \gamma_5 (\boldsymbol{\phi} \times \boldsymbol{\tau}) \Psi}_{\mathbf{V}_c^\mu} \\ & \underbrace{-\frac{1}{4f_\pi^2} \bar{\Psi} \gamma^\mu [\boldsymbol{\tau} \phi^2 - \boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi})] \Psi - \frac{\phi^2}{3f_\pi^2} (\boldsymbol{\phi} \times \partial^\mu \boldsymbol{\phi})}_{\mathbf{V}_d^\mu} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{f_\pi^3}\right) \end{aligned} \quad (6.34)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^\mu = & \underbrace{f_\pi \partial^\mu \boldsymbol{\phi}}_{\mathbf{A}_a^\mu} + \underbrace{g_A \bar{\Psi} \gamma^\mu \gamma_5 \frac{\boldsymbol{\tau}}{2} \Psi}_{\mathbf{A}_b^\mu} + \underbrace{\frac{1}{2f_\pi} \bar{\Psi} \gamma^\mu (\boldsymbol{\phi} \times \boldsymbol{\tau}) \Psi}_{\mathbf{A}_c^\mu} \\ & \underbrace{+ \frac{2}{3f_\pi} [\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\phi} \cdot \partial^\mu \boldsymbol{\phi}) - \phi^2 \partial^\mu \boldsymbol{\phi}] - \frac{g_A}{4f_\pi^2} \bar{\Psi} \gamma^\mu \gamma_5 [\boldsymbol{\tau} \phi^2 - \boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi})]}_{\mathbf{A}_d^\mu} \Psi + \mathcal{O}\left(\frac{1}{f_\pi^3}\right) \end{aligned} \quad (6.35)$$

que determinan el vértice débil de absorción del bosón- $W$ . De esta manera y salvo factores de normalización, las ecs. (6.34) y (6.35) definen la realización de la corriente electrodébil  $j_{cc}^\mu$  para un sistema de piones y nucleones. Cada término de estas corrientes está relacionado con un proceso físico:  $\mathbf{A}_a^\mu$  y  $\mathbf{V}_a^\mu$  con la desintegración del bosón  $W$  a uno o dos piones, respectivamente;  $\mathbf{A}_b^\mu$  y  $\mathbf{V}_b^\mu$  proporcionan los acoplamientos vector y axial  $WNN$ ;  $\mathbf{A}_c^\mu$  y  $\mathbf{V}_c^\mu$  dan lugar a términos de contacto  $WNN\pi$ . Finalmente,  $\mathbf{A}_d^\mu$  y  $\mathbf{V}_d^\mu$  contribuyen a procesos con más de un pión en el estado final e introducen correcciones, diagramas con un *loop*, en procesos con un sólo pión en el estado final. Para fijar la normalización global de las corrientes exigimos consistencia con las corrientes vector y axial de nucleón que definimos en ecs. (2.27) y (2.28)

$$\langle p; \mathbf{p}' = \mathbf{p} + \mathbf{q} | j_{cc+}^\alpha(0) | n; \mathbf{p} \rangle = \cos \theta_C \bar{u}(p') [V_N^\alpha(q) - A_N^\alpha(q)] u(p) \quad (6.36)$$

donde

$$V_N^\alpha(q) = 2 \times \left[ F_1^V(q^2) \gamma^\alpha + i\mu_V \frac{F_2^V(q^2)}{2M} \sigma^{\alpha\nu} q_\nu \right], \quad (6.37)$$

$$A_N^\alpha(q) = G_A(q^2) \times \left[ \gamma^\alpha \gamma_5 + \frac{q}{m_\pi^2 - q^2} q^\alpha \gamma_5 \right] \quad (6.38)$$

con normalización idénticas a las usadas en capítulos anteriores. Nótese que en la parte axial hemos sustituido  $2M$  por  $q$  en el término pseudoscalar de la ec. (2.29), para asegurar PCAC en el caso de que el nucleón no esté en capa de masas. Así es fácil ver como la componente esférica  $+1$

$$[A_b^\mu]_{+1} = -\frac{[A_b^\mu]_x + i[A_b^\mu]_y}{\sqrt{2}} \quad (6.39)$$

de  $\mathbf{A}_b^\mu$  nos da la contribución axial, en  $q^2 = 0$ , de la transición débil  $W^+ n \rightarrow p$ , salvo una constante global  $-\sqrt{2} \cos \theta_C$ . Además,  $-\sqrt{2}[A_a^\mu]_{+1}$  y el acoplamiento  $\pi NN$  en  $\mathcal{L}_{\text{int}}^\sigma$  dan lugar al término  $q^\mu \gamma_5$  en ec. (6.38). Del mismo modo vemos como la corriente  $-\sqrt{2} \cos \theta_C [V_b^\mu]_{+1}$  proporciona el término de Dirac en la parte vectorial, para  $q^2 = 0$ , de la transición débil  $W^+ n \rightarrow p$ . De la anterior discusión concluimos que

$$-\sqrt{2} \cos \theta_C ([V^\mu]_{+1} - [A^\mu]_{+1}) \quad (6.40)$$

proporciona el vértice de absorción  $W^+$  en el elemento de matriz  $\langle N' \pi | j_{cc+}^\mu(0) | N \rangle$ , correctamente normalizado.

La parte magnética en ec. (6.37) no es generada por este lagrangiano, que supone que nucleones y piones son partículas puntuales. Por lo tanto, mejoramos el modelo incluyendo la dependencia en  $q^2$  de los factores de forma de ec. (2.28) y añadiendo el término magnético  $F_2^V$  al vértice de absorción del  $W^+$ . Para los factores de forma utilizaremos las mismas parametrizaciones que en la sec. 2.3.

**Los vértices  $WN\Delta$  y  $\Delta N\pi$**  A energías intermedias, la excitación de la resonancia  $\Delta(1232)$  domina las reacciones de producción de piones inducidas por neutrinos. Para estudiar esta reacción es preciso por tanto incluir explícitamente la contribución de la resonancia  $\Delta$ . El vértice  $WN\Delta$  puede parametrizarse (véase [134]<sup>5</sup>) en términos de

$$\langle \Delta^+; p_\Delta = p + q | j_{cc+}^\mu(0) | n; p \rangle = \bar{u}_\alpha(\mathbf{p}_\Delta) \Gamma^{\alpha\mu}(p, q) u(\mathbf{p}) \cos \theta_C, \quad (6.41)$$

donde

$$\begin{aligned} \Gamma^{\alpha\mu}(p, q) = & \left[ \frac{C_3^V}{M} (g^{\alpha\mu} \not{q} - q^\alpha \gamma^\mu) + \frac{C_4^V}{M^2} (g^{\alpha\mu} q \cdot p_\Delta - q^\alpha p_\Delta^\mu) + \frac{C_5^V}{M^2} (g^{\alpha\mu} q \cdot p - q^\alpha p^\mu) + C_6^V g^{\mu\alpha} \right] \gamma_5 \\ & + \left[ \frac{C_3^A}{M} (g^{\alpha\mu} \not{q} - q^\alpha \gamma^\mu) + \frac{C_4^A}{M^2} (g^{\alpha\mu} q \cdot p_\Delta - q^\alpha p_\Delta^\mu) + C_5^A g^{\alpha\mu} + \frac{C_6^A}{M^2} q^\mu q^\alpha \right] \end{aligned} \quad (6.42)$$

con  $p_\Delta = p + q$ . Los factores de forma  $C_{3,4,5,6}^V$  y  $C_{3,4,5,6}^A$  son escalares Lorentz dependientes de  $q^2$  y son reales si asumimos invariancia bajo inversión temporal.  $u^\alpha(\mathbf{p})$  es el espinor de Rarita-Schwinger [136] para la  $\Delta^+$ .

<sup>5</sup>En esta referencia el signo de  $C_5^A(0)$  aparece cambiado, véase el comentario en [135].

El vértice  $N\Delta\pi$  viene dado por

$$\mathcal{L}_{\pi N\Delta} = \frac{f^*}{m_\pi} \bar{\Psi}_\mu \mathbf{T}^\dagger (\partial^\mu \phi) \Psi + \text{h.c.}, \quad (6.43)$$

donde  $\Psi^\mu$  es un campo de Rarita-Schwinger para campos  $J^\pi = 3/2^+$ ,  $\mathbf{T}^\dagger$  es el operador<sup>6</sup> de transición entre estados de isospín 1/2 y 3/2 y  $f^* = 2.13f$ . Si imponemos la relación de Goldberger-Treiman llegamos a

$$C_5^A(0) = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{f_\pi}{m_\pi} f^* \sim 1.15 \quad (6.44)$$

que da lugar a la contribución dominante en el diagrama del polo de la  $\Delta$ .

Para  $G^{\mu\nu}(p_\Delta)$ , el propagador de la  $\Delta$  en el espacio de momentos, usaremos la expresión

$$G^{\mu\nu}(p_\Delta) = \frac{P^{\mu\nu}(p_\Delta)}{p_\Delta^2 - M_\Delta^2 + iM_\Delta\Gamma_\Delta} \quad (6.45)$$

con  $M_\Delta$  la masa de la resonancia en el pico ( $\sim 1232$  MeV),  $P^{\mu\nu}$  el operador de proyección sobre las componentes de espín 3/2 y  $\Gamma_\Delta$  la anchura de la  $\Delta$  en reposo. Hemos utilizado para el propagador de la  $\Delta$  la expresión de [137]:

$$P^{\mu\nu}(p_\Delta) = -(p_\Delta + M_\Delta) \left[ g^{\mu\nu} - \frac{1}{3} \gamma^\mu \gamma^\nu - \frac{2}{3} \frac{p_\Delta^\mu p_\Delta^\nu}{M_\Delta^2} + \frac{1}{3} \frac{p_\Delta^\mu \gamma^\nu - p_\Delta^\nu \gamma^\mu}{M_\Delta} \right] \quad (6.46)$$

que reproduce la forma correcta en el límite no-relativista. Existen expresiones alternativas para el proyector, pero de todas maneras las discrepancias sólo son relevantes lejos del pico, donde la resonancia desempeña un papel poco relevante.

Para la anchura  $\Gamma_\Delta$ , utilizaremos la expresión de [52], obtenida a partir del lagrangiano de ec. (6.43) teniendo en cuenta correcciones relativistas

$$\Gamma_\Delta(s) = \frac{1}{6\pi} \left( \frac{f^*}{m_\pi} \right)^2 \frac{M}{\sqrt{s}} \left[ \frac{\lambda^{\frac{1}{2}}(s, m_\pi^2, M^2)}{2\sqrt{s}} \right]^3 \Theta(\sqrt{s} - M - m_\pi) \quad (6.47)$$

que reproduce correctamente la dependencia en el momento angular  $\Gamma \sim p_\pi^{2l}$ .

Imponiendo conservación de la corriente vectorial se obtiene  $C_V^6 = 0$ . Los otros tres factores de forma vectoriales suelen estudiarse mediante el análisis de los multipolos de las amplitudes de foto y electroproducción de piones en la región de la  $\Delta$ . La mayoría de estos estudios asumen dominancia del dipolo magnético  $M_{1+}$ , lo que lleva a  $C_5^V = 0$ , y alguna relación entre  $C_4^V$  y  $C_3^V$ . Recientemente, en el trabajo [138] se relajó esta condición y se incluyó el efecto de los multipolos

---

<sup>6</sup>Este operador es un vector bajo rotaciones de isospín y en nuestro convenio está definido de manera que su elemento de matriz irreducible es 1.

subdominantes<sup>7</sup>:

$$C_3^V = \frac{2.13}{(1 - q^2/M_V^2)^2} \times \frac{1}{1 - q^2/4M_V^2}, \quad (6.48)$$

$$C_4^V = \frac{-1.51}{(1 - q^2/M_V^2)^2} \times \frac{1}{1 - q^2/4M_V^2}, \quad (6.49)$$

$$C_5^V = \frac{0.48}{(1 - q^2/M_V^2)^2} \times \frac{1}{1 - q^2/0.776M_V^2} \quad (6.50)$$

con  $M_V = 0.84$  GeV, que será la parametrización que adoptemos. En la parte axial el término dominante es  $C_A^5$  que puede relacionarse con el factor de forma pseudoescalar  $C_A^6$  mediante la hipótesis de PCAC. Como la teoría no impone más restricciones, es necesario realizar un ajuste para  $C_3^A(q^2)$ ,  $C_4^A(q^2)$  y  $C_5^A(q^2)/C_5^A(0)$ . Los datos experimentales disponibles provienen de dos antiguos experimentos de cámara de burbujas, ANL [140, 141] y BNL [79, 142]. Para simplificar el análisis se suele suponer

$$C_4^A(q^2) = -\frac{C_5^A(q^2)}{4}, \quad (6.51)$$

$$C_3^A(q^2) = 0 \quad (6.52)$$

como se deduce del modelo de Adler [143]. La contribución de  $C_A^4$  es pequeña y  $C_3^A = 0$  es compatible con los cálculos de dispersión [143, 144]. De esta manera en [133] se usó una parametrización

$$C_5^A(q^2) = \frac{1.2}{(1 - q^2/M_{A\Delta}^2)^2} \times \frac{1}{1 - (q^2/3M_{A\Delta}^2)}, \quad (6.53)$$

$$C_6^A(q^2) = C_5^A(q^2) \frac{M^2}{m_\pi^2 - q^2} \quad (6.54)$$

con  $M_{A\Delta} = 1.05$ . Hacemos notar que la contribución de  $C_6^A$  es proporcional a la masa del leptón saliente.

Para los demás canales de isospín usamos el teorema de Wigner-Eckart y para evaluar el vértice  $W\Delta \rightarrow N$  utilizamos

$$\begin{aligned} \langle N; p' | j_{cc+}^\mu(0) | \Delta; p_\Delta = p' - q \rangle &= \langle \Delta; p_\Delta = p' - q | j_{cc-}^\mu(0) | N; p' \rangle^* \\ &= -\frac{(\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2} | t_N, -1, t_\Delta)}{(\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2} | -\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2})} \{ \bar{u}_\alpha(\mathbf{p}_\Delta) \Gamma^{\alpha\mu}(p', -q) u(\mathbf{p}') \cos \theta_C \}^* \end{aligned} \quad (6.55)$$

con  $(t_1, t_2, t | m_1, m_2, m)$  coeficientes de Clebsch-Gordan y  $t_N$  y  $t_\Delta$  las terceras componentes de isospín del nucleón y la  $\Delta$  respectivamente.

---

<sup>7</sup>Recientes datos experimentales muestran una contribución del dipolo eléctrico  $E_{1+}/M_{1+} \sim -2.5\%$  y del multipolo escalar  $S_{1+}/M_{1+} \sim -2.5\%$  [139].

### 6.1.4. Las amplitudes $\langle p\pi^+ | j_{cc+}^\mu(0) | p \rangle$ y $\langle n\pi^+ | j_{cc+}^\mu(0) | n \rangle$

En esta subsección usaremos el modelo desarrollado en la subsec. 6.1.3 para encontrar las amplitudes  $\langle p\pi^+ | j_{cc+}^\mu(0) | p \rangle$  y  $\langle n\pi^+ | j_{cc+}^\mu(0) | n \rangle$ , que denotaremos como  $(j_{cc+}^\mu)_{p\pi^+}$  y  $(j_{cc+}^\mu)_{n\pi^+}$ . Las amplitudes  $\langle N'\pi | j_{cc\pm}^\mu(0) | N \rangle$  para los demás canales pueden obtenerse a partir de las relaciones de la subsec. 6.1.2.

Utilizando las corrientes definidas en las ecs. (6.34), (6.35) y los vértices  $\pi NN$ ,  $\pi\pi NN$  (ec. (6.29)) y  $\pi N\Delta$  (ec. (6.43)) obtenemos los siete diagramas de Feynman de la fig. 6.2.

Para asegurar que mantenemos conservación de la corriente vectorial una vez incluida la dependencia con  $q^2$  en los factores de forma de Dirac  $F_1^V$  de la parte vectorial del vértice  $WNN$  hemos incluido factores de forma  $F_{PF}(q^2)$  y  $F_{CT}^V(q^2)$  en los operadores  $V_a^\mu$  y  $V_c^\mu$ . De esta manera tenemos en cuenta, aunque sea parcialmente, la estructura del nucleón. No hemos incluido correcciones de orden superior en el desarrollo quiral.

Nuestro modelo es una extensión para el sector axial del utilizado en [17] para estudiar la reacción  $eN \rightarrow e'N\pi$ , que a su vez se basaba en el modelo desarrollado en [145], aunque existen algunas diferencias relacionadas con los factores de forma y la reducción no-relativista que se realizó en [17].

Obtenemos las siguientes amplitudes

$$\begin{aligned}
j_{cc+}^\mu \Big|_{\Delta P} &= iC^\Delta \frac{f^*}{m_\pi} \sqrt{3} \cos \theta_C \frac{k_\pi^\alpha}{p_\Delta^2 - M_\Delta^2 + iM_\Delta \Gamma_\Delta} \bar{u}(\mathbf{p}') P_{\alpha\beta}(p_\Delta) \Gamma^{\beta\mu}(p, q) u(\mathbf{p}) \\
j_{cc+}^\mu \Big|_{C\Delta P} &= iC^{C\Delta} \frac{f^*}{m_\pi} \frac{1}{\sqrt{3}} \cos \theta_C \frac{k_\pi^\beta}{p_\Delta^2 - M_\Delta^2 + iM_\Delta \Gamma_\Delta} \bar{u}(\mathbf{p}') \hat{\Gamma}^{\mu\alpha}(p', q) P_{\alpha\beta}(p'_\Delta) u(\mathbf{p}) \\
j_{cc+}^\mu \Big|_{NP} &= -iC^{NP} \frac{g_A}{\sqrt{2}f_\pi} \cos \theta_C \bar{u}(\mathbf{p}') k_\pi \gamma_5 \frac{\not{p} + \not{q} + M}{(p+q)^2 - M^2 + i\epsilon} [V_N^\mu(q) - A_N^\mu(q)] u(\mathbf{p}), \\
j_{cc+}^\mu \Big|_{CNP} &= -iC^{CNP} \frac{g_A}{\sqrt{2}f_\pi} \cos \theta_C \bar{u}(\mathbf{p}') [V_N^\mu(q) - A_N^\mu(q)] \frac{\not{p}' - \not{q} + M}{(p' - q)^2 - M^2 + i\epsilon} k_\pi \gamma_5 u(\mathbf{p}), \\
j_{cc+}^\mu \Big|_{CT} &= -iC^{CT} \frac{1}{\sqrt{2}f_\pi} \cos \theta_C \bar{u}(\mathbf{p}') \gamma^\mu (g_A F_{CT}^V(q^2) \gamma_5 - F_\rho((q - k_\pi)^2)) u(\mathbf{p}), \\
j_{cc+}^\mu \Big|_{PP} &= -iC^{PP} F_\rho((q - k_\pi)^2) \frac{1}{\sqrt{2}f_\pi} \cos \theta_C \frac{q^\mu}{q^2 - m_\pi^2} \bar{u}(\mathbf{p}') \not{q} u(\mathbf{p}), \\
j_{cc+}^\mu \Big|_{PF} &= -iC^{PF} F_{PF}(q^2) \frac{g_A}{\sqrt{2}f_\pi} \cos \theta_C \frac{(2k_\pi - q)^\mu}{(k_\pi - q)^2 - m_\pi^2} 2M \bar{u}(\mathbf{p}') \gamma_5 u(\mathbf{p}),
\end{aligned} \tag{6.56}$$

donde hemos definido  $p_\Delta = p+q$ ,  $p'_\Delta = p'-q$  y  $\hat{\Gamma}^{\mu\alpha}(p', q) = \gamma^0 [\Gamma^{\alpha\mu}(p', -q)]^\dagger \gamma^0$ . Los coeficientes  $C^\Delta$ ,  $C^{C\Delta}$ ,  $C^{NP}$ ,  $C^{CNP}$ ,  $C^{CT}$ ,  $C^{PP}$  y  $C^{PF}$  son factores dependientes del canal que se definen en la tab. 6.1.

Es interesante hacer notar que en el término de pión en vuelo (*pion in flight* PF) y polo de pión (*pion pole* PP) la transición débil es puramente vectorial (axial). La contribución proporcional a  $g_A$



	$W^+p \rightarrow p\pi^+$	$W^+n \rightarrow n\pi^+$
$C^\Delta$	1	1/3
$C^{C\Delta}$	1	3
$C^{NP}$	0	1
$C^{CNP}$	1	0
$C^{CT}$	1	-1
$C^{PP}$	1	-1
$C^{PF}$	1	-1

Tabla 6.1: Factores de isospín que aparecen en la ec. (6.56)

en el diagrama CT proviene de la transición vectorial. Imponemos

$$F_{PF}(q^2) = F_{CT}^V(q^2) = 2F_1^V(q^2) = F_1^p - F_1^n \quad (6.57)$$

para preservar CVC. Además, hemos añadido un factor de forma

$$F_\rho(t) = \frac{1}{1 - t/m_\rho^2} \quad (6.58)$$

en el término PP para tener en cuenta la dominancia del mesón vectorial  $\rho$  ( $m_\rho = 0.7758$  GeV) en el acoplamiento  $\pi\pi NN$ . Para preservar PCAC es necesario incluir el mismo factor en la contribución axial a CT.

En el término de pión en vuelo ( $PF$ ) hay un acoplamiento  $\pi NN$  con un pión virtual. Usualmente se incluye un factor de forma para tener en cuenta que el pión puede no estar en capa de masas. Para preservar CVC sería necesario multiplicar por el mismo factor el término CT y la parte de  $F_1^V$  en los términos de polo de nucleón NP y CNP. Este fue el esquema adoptado en [17] para estudiar la reacción  $eN \rightarrow e'N\pi$ , donde se vio que los cambios eran moderadamente pequeños. En el caso de producción débil hay mayores fuentes de error<sup>8</sup> y las mediciones experimentales son más pobres que en el caso de electroproducción de manera que no hemos introducido esta corrección.

## 6.2. Producción de piones en NC

La sección eficaz diferencial para la producción de piones por neutrinos sobre el nucleón mediadas por corrientes neutras

$$\nu_l(k) + N(p) \rightarrow \nu_l(k') + N(p') + \pi(k_\pi) \quad (6.59)$$

<sup>8</sup>Factores de forma de la  $\Delta$ , efectos *off shell* del pión en el diagrama PP,...

viene dada por

$$\frac{d^5\sigma_{\nu\nu}}{d\Omega(\hat{\mathbf{k}}')dE'd\Omega(\hat{\mathbf{k}}_\pi)} = \frac{|\mathbf{k}'|}{|\mathbf{k}|} \frac{G^2}{16\pi^2} \int_0^{+\infty} \frac{d|\mathbf{k}_\pi||\mathbf{k}_\pi^2|}{E_\pi} L_{\mu\sigma}^{(\nu)} (W_{\text{NC}\pi}^{\mu\sigma})^{(\nu)} \quad (6.60)$$

donde estamos usando una cinemática idéntica que en el caso de CC. El tensor leptónico es ahora ortogonal al momento transferido  $q^\mu$ , esto es,  $L_{\mu\sigma}q^\mu = L_{\mu\sigma}q^\sigma = 0$ . La principal diferencia proviene de la definición del tensor hadrónico

$$(W_{\text{NC}\pi}^{\mu\sigma})^{(\nu)} = \frac{1}{4M} \overline{\sum}_{\text{spins}} \int \frac{d^3\mathbf{p}'}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E'_N} \delta^4(p' + k_\pi - q - p) \langle N'\pi | j_{\text{nc}}^\mu(0) | N \rangle \langle N'\pi | j_{\text{nc}}^\sigma(0) | N \rangle^* \quad (6.61)$$

donde ahora la corriente neutra a nivel de quark es

$$\begin{aligned} j_{\text{nc}}^\mu &= \bar{\Psi}_u \gamma^\mu (1 - \frac{8}{3} \sin^2 \theta_W - \gamma_5) \Psi_u - \bar{\Psi}_d \gamma^\mu (1 - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W - \gamma_5) \Psi_d - \bar{\Psi}_s \gamma^\mu (1 - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W - \gamma_5) \Psi_s \\ &= \bar{\Psi}_q \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \tau_0^1 \Psi_q - 4 \sin^2 \theta_W s_{\text{em}}^\mu - \bar{\Psi}_s \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \Psi_s \end{aligned} \quad (6.62)$$

con  $\theta_W$  el ángulo de Weinberg,  $\sin^2 \theta_W = 0.231$ . Es obvio que

$$(W_{\text{NC}\pi}^{\mu\sigma})^{(\bar{\nu})} = (W_{\text{NC}\pi}^{\mu\sigma})^{(\nu)}, \quad (6.63)$$

de manera que la única diferencia entre la reacción inducida por  $\nu$  y  $\bar{\nu}$  proviene de las diferencias en el tensor leptónico.

La corriente neutra de la ec. (6.62) puede escribirse

$$j_{\text{nc}}^\mu = \bar{\Psi}_q \gamma^\mu (1 - 2 \sin^2 \theta_W - \gamma_5) \tau_0^1 \Psi_q - 4 \sin^2 \theta_W s_{\text{em,IS}}^\mu - \bar{\Psi}_s \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \Psi_s \quad (6.64)$$

en términos de

$$s_{\text{em,IS}}^\mu = \frac{1}{6} \bar{\Psi}_q \gamma^\mu \Psi_q - \frac{1}{3} \bar{\Psi}_s \gamma^\mu \Psi_s, \quad (6.65)$$

que es la llamada corriente electromagnética isoscalar.

La simetría de isospín relaciona los elementos de matriz de la parte isovectorial (término  $\tau_0^1$ ) de la corriente  $j_{\text{nc}}^\mu$  con las partes vector  $V_{\text{cc}+}^\mu$  y axial  $A_{\text{cc}+}^\mu$  de la corriente  $j_{\text{cc}+}^\mu = V_{\text{cc}+}^\mu - A_{\text{cc}+}^\mu$ ,

$$\begin{aligned} \langle p\pi^0 | \bar{\Psi}_q \gamma^\mu (1 - 2 \sin^2 \theta_W - \gamma_5) \tau_0^1 \Psi_q | p \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2} \cos \theta_C} \\ &\times \left\{ (1 - 2 \sin^2 \theta_W) [\langle p\pi^+ | V_{\text{cc}+}^\mu | p \rangle + \langle n\pi^+ | V_{\text{cc}+}^\mu | n \rangle] - [\langle p\pi^+ | A_{\text{cc}+}^\mu | p \rangle + \langle n\pi^+ | A_{\text{cc}+}^\mu | n \rangle] \right\} \end{aligned} \quad (6.66)$$

$$\begin{aligned} \langle n\pi^+ | \bar{\Psi}_q \gamma^\mu (1 - 2 \sin^2 \theta_W - \gamma_5) \tau_0^1 \Psi_q | p \rangle &= -\frac{1}{\cos \theta_C} \\ &\times \left\{ (1 - 2 \sin^2 \theta_W) [\langle p\pi^+ | V_{cc+}^\mu | p \rangle - \langle n\pi^+ | V_{cc+}^\mu | n \rangle] - [\langle p\pi^+ | A_{cc+}^\mu | p \rangle - \langle n\pi^+ | A_{cc+}^\mu | n \rangle] \right\} \end{aligned} \quad (6.67)$$

$$\langle n\pi^0 | \bar{\Psi}_q \gamma^\mu (1 - 2 \sin^2 \theta_W - \gamma_5) \tau_0^1 \Psi_q | n \rangle = \langle p\pi^0 | \bar{\Psi}_q \gamma^\mu (1 - 2 \sin^2 \theta_W - \gamma_5) \tau_0^1 \Psi_q | p \rangle \quad (6.68)$$

$$\langle p\pi^- | \bar{\Psi}_q \gamma^\mu (1 - 2 \sin^2 \theta_W - \gamma_5) \tau_0^1 \Psi_q | n \rangle = -\langle n\pi^+ | \bar{\Psi}_q \gamma^\mu (1 - 2 \sin^2 \theta_W - \gamma_5) \tau_0^1 \Psi_q | p \rangle \quad (6.69)$$

mientras que para la parte isoscalar de la corriente electromagnética tenemos

$$\langle n\pi^+ | s_{\text{em,IS}}^\mu | p \rangle = \langle p\pi^- | s_{\text{em,IS}}^\mu | n \rangle = \sqrt{2} \langle p\pi^0 | s_{\text{em,IS}}^\mu | p \rangle = -\sqrt{2} \langle n\pi^0 | s_{\text{em,IS}}^\mu | n \rangle \quad (6.70)$$

con

$$\langle p\pi^0 | s_{\text{em,IS}}^\mu | p \rangle = -\frac{\langle n\pi^0 | s_{\text{em}}^\mu | n \rangle - \langle p\pi^0 | s_{\text{em}}^\mu | p \rangle}{2}. \quad (6.71)$$

Para calcular  $\langle N\pi^0 | s_{\text{em}}^\mu(0) | N \rangle$ , derivamos la corriente electromagnética asociada al lagrangiano SU(2) de la ec. (6.28)

$$s_{\text{em}}^\mu = \bar{\Psi} \gamma^\mu \left( \frac{1 + \tau_z}{2} \right) \Psi + \frac{ig_A}{2f_\pi} \bar{\Psi} \gamma^\mu \gamma_5 (\tau_{-1}^1 \phi^\dagger + \tau_{+1}^1 \phi) \Psi + i (\phi^\dagger \partial^\mu \phi - \phi \partial^\mu \phi^\dagger) + \dots \quad (6.72)$$

donde sólo nos hemos quedado con los términos que contribuyen a la producción de un pión en ausencia de correcciones quirales de orden superior. De esta manera nuestro modelo para  $\gamma N \rightarrow \pi N$  consistiría en términos directo y cruzado de nucleón, contacto y pión en vuelo. Como hicimos para CC complementamos dicho modelo con

1. la dependencia en  $q^2$  inducida por los factores de forma de Dirac  $F_1^{p,n}$ ,
2. la contribución magnética al vértice  $\gamma NN$  y
3. los diagramas directo y cruzado del polo de la  $\Delta(1232)$  [17].

La  $\Delta$  no contribuye a los términos isoscales de la corriente. Además, de la ec. (6.72) se ve que ni el término de pión en vuelo ni el de contacto contribuyen a la fotoproducción de  $\pi^0$ . Para calcular  $\langle n\pi^0 | s_{\text{em}}^\mu(0) | n \rangle - \langle p\pi^0 | s_{\text{em}}^\mu(0) | p \rangle$ , nos basta por tanto con los términos directo y cruzado de nucleón

$$\begin{aligned} \frac{\langle n\pi^0 | s_{\text{em}}^\mu | n \rangle - \langle p\pi^0 | s_{\text{em}}^\mu | p \rangle}{2} &= i \frac{g_A}{2f_\pi} \\ &\times \bar{u}(\mathbf{p}') \times \left\{ k_\pi \gamma_5 \frac{\not{p} + \not{q} + M}{(p+q)^2 - M^2 + i\epsilon} \left[ F_1^{\text{IS}}(q^2) \gamma^\mu + i\mu_{\text{IS}} \frac{F_2^{\text{IS}}(q^2)}{2M} \sigma^{\mu\nu} q_\nu \right] \right. \\ &\quad \left. + \left[ F_1^{\text{IS}}(q^2) \gamma^\mu + i\mu_{\text{IS}} \frac{F_2^{\text{IS}}(q^2)}{2M} \sigma^{\mu\nu} q_\nu \right] \frac{\not{p}' - \not{q} + M}{(p'-q)^2 - M^2 + i\epsilon} k_\pi \gamma_5 \right\} u(\mathbf{p}) \end{aligned} \quad (6.73)$$

con

$$F_1^{\text{IS}}(q^2) = \frac{1}{2} [F_1^p(q^2) + F_1^n(q^2)] , \quad (6.74)$$

$$\mu_{\text{IS}} F_2^{\text{IS}}(q^2) = \frac{1}{2} [\mu_p F_2^p(q^2) + \mu_n F_2^n(q^2)] \quad (6.75)$$

los factores de forma isoscalares del nucleón.

Finalmente prestaremos atención a los elementos de matriz isoscalares correspondientes al operador  $\bar{\Psi}_s \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \Psi_s$  que son sensibles al contenido extraño de los hadrones. Debido a su contenido isoscalar tenemos

$$\begin{aligned} \langle n\pi^+ | (\bar{\Psi}_s \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \Psi_s) | p \rangle &= \langle p\pi^- | (\bar{\Psi}_s \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \Psi_s) | n \rangle \\ &= \sqrt{2} \langle p\pi^0 | (\bar{\Psi}_s \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \Psi_s) | p \rangle = -\sqrt{2} \langle n\pi^0 | (\bar{\Psi}_s \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \Psi_s) | n \rangle , \end{aligned} \quad (6.76)$$

para los que la contribución de la resonancia  $\Delta$  y de términos generados por la transición  $Z^0 \rightarrow \pi$  se anula. Por ello, y asumiendo un modelo para la reacción  $Z^0 N \rightarrow N' \pi$  similar al de la reacción CC, deberíamos considerar las contribuciones del polo de nucleón directo y cruzado, el término de contacto y los términos de pión en vuelo a los elementos de matriz del operador  $\bar{\Psi}_s \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \Psi_s$ . La contribución de los dos primeros términos es

$$\begin{aligned} \langle p\pi^0 | (\bar{\Psi}_s \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \Psi_s) (0) | p \rangle &= -i \frac{g_A}{2f_\pi} \\ &\times \bar{u}(\mathbf{p}') \left\{ k_\pi \gamma_5 \frac{\not{p} + \not{q} + M}{(p+q)^2 - M^2 + i\epsilon} \left[ F_1^s(q^2) \gamma^\mu + i\mu_s \frac{F_2^s(q^2)}{2M} \sigma^{\mu\nu} q_\nu - G_A^s(q^2) \gamma^\mu \gamma_5 - G_P^s q^\mu \gamma_5 \right] \right. \\ &\left. + \left[ F_1^s(q^2) \gamma^\mu + i\mu_s \frac{F_2^s(q^2)}{2M} \sigma^{\mu\nu} q_\nu - G_A^s(q^2) \gamma^\mu \gamma_5 - G_P^s q^\mu \gamma_5 \right] \frac{\not{p}' - \not{q} + M}{(p'-q)^2 - M^2 + i\epsilon} k_\pi \gamma_5 \right\} u(\mathbf{p}) \end{aligned} \quad (6.77)$$

donde  $F_1^s$ ,  $\mu_s F_2^s$ ,  $G_A^s$  and  $G_P^s$  son los factores de forma extraños que ya definimos en sec. 5.2. La parte pseudoscalar de la corriente no contribuye a NC para neutrinos sin masa y para el resto de los factores de forma usaremos el fit II de la referencia [120] (ver ecs. (5.15) y (5.16)) como ya hicieramos en sec. 5.2.

La parte vectorial de ec. (6.77) se conserva (es ortogonal a  $q^\mu$ ) independientemente de  $F_1^s$ . Por argumentos de conservación de paridad y momento angular un diagrama del tipo pión en vuelo sólo puede contribuir a la parte vectorial del elemento de matriz del operador  $\bar{\Psi}_s \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \Psi_s$  y su contribución debe ser proporcional a  $(2k_\pi - q)^\mu \bar{u}(\mathbf{p}') \gamma_5 u(\mathbf{p})$ , como en la ec. (6.56). Suponiendo una estructura del tipo  $\bar{u}(\mathbf{p}') \gamma_5 \gamma^\mu u(\mathbf{p})$  como en el término de contacto de la ec. (6.56) para la parte vector de la contribución de  $\bar{\Psi}_s \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \Psi_s$ , podemos concluir que ambas contribuciones deben de anularse para asegurar CVC. Por último, dentro de nuestro esquema no es posible descartar una posible contribución axial al término de contacto de  $\langle p\pi^0 | \bar{\Psi}_s \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \Psi_s | p \rangle$  que, por sencillez, despreciaremos. De esta manera podemos asumir que el de matriz  $\langle p\pi^0 | \bar{\Psi}_s \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \Psi_s | p \rangle$  está determinado por las contribuciones de la ec. (6.77).

## 6.3. Resultados

En esta sección mostraremos resultados para secciones eficaces diferenciales e integradas de reacciones de producción de un pión en nucleones mediadas por CC y NC e inducidas por neutrinos y antineutrinos. Como es usual en la literatura trabajaremos en el sistema de referencia CM del sistema  $\pi N$  saliente para definir las variables angulares del pión y en LAB para definir la cinemática de los leptones.

En la mayor parte de nuestros análisis nos restringiremos al estudio de la región cinemática  $W \leq 1.4$  GeV para la masa invariante del sistema  $\pi N$ . De esta manera no necesitamos tener en cuenta resonancias con masas superiores a la de la  $\Delta$ , en particular la Roper  $P_{11}(1440)$ ,  $D_{13}(1520)$  y  $S_{11}(1535)$  [138]. Además, para masas invariantes superiores, la expansión quiral, utilizada para determinar las contribuciones no resonantes, no funciona o al menos sería necesario incluir órdenes superiores del desarrollo, [146–148]. De esta manera limitamos el espacio fásico disponible para la reacción. Para una energía del neutrino dada, esta reducción puede ser más o menos relevante a la hora de describir secciones eficaces integradas, (ver fig. 6.3). Para el caso de neutrinos de 1 GeV, de relevancia para los experimentos de CC en ANL [140, 141] y BNL [79, 142] la mayor parte del espacio fásico satisface la condición  $W \leq 1.4$  GeV.

### 6.3.1. Producción de piones inducida por CC

Para reacciones inducidas por CC existen resultados obtenidos en experimentos realizados durante finales de los años 70 y la primera mitad de los años 80. En estos experimentos un haz no monocromático de neutrinos muónicos incide sobre una cámara de burbujas. En concreto en ANL [140, 141] se hacía incidir un haz, con un espectro de energías con un máximo a aproximadamente 1 GeV, sobre una cámara de burbujas de 12 pies rellena con hidrógeno y deuterio, aunque la mayor parte de los datos provienen del deuterio. En BNL [79, 142] se utilizó una cámara de 7 pies rellena de deuterio. En la fig. 8 de [149] para ANL y fig. 7 de [78] para BNL se muestran las correspondientes distribuciones de energías de los neutrinos incidentes.

Para anti-neutrinos muónicos existen datos de secciones eficaces totales en los canales  $\pi^- p$ ,  $\pi^0 n$  y  $\pi^- n$  con y sin cortes cinemáticos  $W \leq 1.4$  GeV provenientes de Gargamelle (CERN PS) [150]. El espectro de energías de los neutrinos en este experimento presentaba un máximo alrededor de 1.5 GeV.

Existen datos de experimentos con haces de entre 5 y 100 GeV (cámara de burbujas de 15 pies en FNAL [151]) y entre 5 y 120 GeV con una energía media de 25 GeV para neutrinos y antineutrinos (CERN [152]). A energías tan altas la sección eficaz integrada satura y la dependencia en  $E_\nu$  es irrelevante, sin embargo al imponer cortes cinemáticos en  $W$  se disminuye enormemente la estadística del experimento, de manera que no hemos considerado sus datos en este trabajo.

Para empezar nos fijaremos en la sección eficaz diferencial  $d\sigma/dq^2$  promediada con el flujo<sup>9</sup> de neutrinos incidentes para la reacción  $\nu_\mu p \rightarrow \mu^- p \pi^+$  medida en ANL y BNL con el corte cinemático

---

<sup>9</sup>  $d\bar{\sigma}/dq^2 = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} dE (d\sigma(E)/dq^2) \Phi(E) / \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} dE \Phi(E)$  y análogamente para otros observables.

$W \leq 1.4$  GeV. En [153] se ajustaron los factores de forma de la  $\Delta$  a datos de electroproducción y dispersión de neutrinos en BNL. Esta parametrización reproduce razonablemente los datos de ANL [133], ver línea a trazos en el panel izquierdo de la fig. 6.4. El acuerdo con los datos de ANL empeora notablemente cuando incluimos los términos no resonantes requeridos por simetría quiral (ver líneas raya-punto). Dado que el término dominante en el diagrama directo de la  $\Delta$  es  $C_5^A$ , este desacuerdo sugiere un reajuste de este factor de forma. Asumiendo una forma dipolar como en la ec. (6.53), realizamos un ajuste a los datos de ANL y obtenemos

$$C_5^A(0) = 0.870 \pm 0.075, \quad M_{A\Delta} = 0.982 \pm 0.082 \text{ GeV} \quad (6.78)$$

con un coeficiente de correlación gaussiano  $r = -0.85$  y  $\chi^2/d.o.f. = 0.4$ . El valor ajustado de la masa axial está en buen acuerdo con las estimaciones de entre 0.95 y 0.84 GeV dadas en la referencia original de ANL [141] y en [133]. Por otro lado observamos una fuerte corrección (del orden del 30 %) a la relación Goldberger-Teiman no diagonal, ec. (6.44). Datos de una reciente simulación de QCD en el retículo (fig. 4 de [154]) parecen indicar que la razón  $(\sqrt{2/3}f_\pi f^*/m_\pi)/C_5^A(0)$  puede ser significativamente mayor que la unidad para masas físicas del pión.

Los datos de ANL fueron obtenidos en exposiciones de deuterio, de manera que podrían estar afectadas por efectos nucleares. Estos efectos se estudiaron en [155], donde se estimó que deberían ser inferiores al 7 %. La línea sólida en el panel izquierdo de la fig. 6.4 muestran la bondad de nuestro ajuste. Además, también mostramos las bandas que marcan el límite de confianza del 68 % obtenidas a partir de los errores gaussianos correlacionados del ajuste de la ec. (6.78). Podemos apreciar que, aunque en el canal  $\pi^+p$  la contribución relativa del polo de la  $\Delta$  es mayor que en los otros canales, la contribución de los diagramas no resonantes es muy relevante. No incluimos los datos de BNL en el ajuste, porque carecen de normalización absoluta.

En la fig. 6.5 mostramos las secciones eficaces integradas de los procesos  $\nu_\mu p \rightarrow \mu^- p \pi^+$ ,  $\nu_\mu n \rightarrow \mu^- p \pi^0$  y  $\nu_\mu n \rightarrow \mu^- n \pi^+$  estudiados en ANL, con el corte cinemático  $W < 1.4$  GeV, en función de la energía del neutrino. Damos predicciones con tres modelos distintos: sólo la contribución de  $\Delta P$  con  $C_5^A(0) = 1.2$ ,  $M_{A\Delta} = 1.05$  GeV y el modelo desarrollado en este trabajo, con los valores anteriores para  $C_5^A(0)$  y  $M_{A\Delta}$  y nuestro ajuste de ec. (6.78). Como se aprecia en las distintas gráficas describimos razonablemente bien los datos, encontrando las mayores discrepancias en el canal  $\pi^+n$ , que por otro lado, debido a la dificultad en detectar el neutrón, es el más delicado desde el punto de vista experimental. La inclusión de los términos quirales mejora el acuerdo global con el experimento, comparando con el caso en que sólo se considera el mecanismo de  $\Delta P$ . En el caso de los canales  $\pi^+n$  y  $\pi^0n$  la reducción de la contribución del mecanismo  $\Delta P$  al usar el valor de  $C_5^A(0)$  de la ec. 6.78 se compensa por la inclusión de los diagramas de fondo. Nuestros resultados son similares a los obtenidos en [156], dónde se incluyeron términos no resonantes inducidos por intercambio de mesones  $\rho$  y  $\omega$ . También se muestran en estas figuras las secciones eficaces medidas por BNL, que no incluyen el corte cinemático en  $W$  [142]. El efecto de incluir todo el espacio fásico relevante es despreciable para neutrinos con energías menores de 1 GeV (véase tabla III de [141]); pero se vuelve reseñable por encima de dicho límite, por lo que no mostramos secciones eficaces de BNL por encima de dicha energía. El presente modelo con

los términos de fondo no resonantes y  $C_5^A(0) = 1.2$  describe mejor los datos de BNL (véase la línea raya-punto). De todas maneras queremos hacer notar la notable inconsistencia entre los datos de ambos experimentos ANL y BNL.

En la fig. 6.6 estudiamos las distribuciones de sucesos respecto al ángulo azimutal del pion y la masa invariante del sistema pión-nucleón saliente en el experimento de ANL. La inclusión de terminos no resonantes mejora la descripción de las distribuciones experimentales. Es muy importante la contribución de los términos de fondo no resonantes en la región próxima al umbral de producción de piones.

En la fig. 6.7 comparamos las predicciones de nuestro modelo con los datos del experimento CERN-PS [150] para secciones eficaces de antineutrinos muónicos. Aunque nuestro modelo no reproduce los datos experimentales podemos considerar que mejora las predicciones del modelo de  $\Delta P$ . Vale la pena recordar que, por simetría de isospín, tenemos  $\langle n\pi^- | j_{cc-}^\mu(0) | n \rangle = \langle p\pi^+ | j_{cc+}^\mu(0) | p \rangle$ . Así pues, la única diferencia dinámica entre la reacción  $\nu_\mu p \rightarrow \mu^- p\pi^+$ , que describimos correctamente (véase fig. 6.5), y la reacción  $\bar{\nu}_\mu n \rightarrow \mu^+ p\pi^-$  es el signo del término antisimétrico del tensor leptónico ( $L_{\mu\sigma}^{(\bar{\nu})} = L_{\sigma\mu}^{(\nu)}$ ). De este manera, si ignoramos los términos que violan paridad en la parte antisimétrica del tensor hadrónico la sección eficaz para ambas reacciones debe ser idéntica, salvo por interferencias entre los términos vector y axial de la corriente hadrónica. De todos modos, estas interferencias no afectan a la suma de secciones eficaces  $\sigma(\nu_\mu p \rightarrow \mu^- p\pi^+) + \sigma(\bar{\nu}_\mu n \rightarrow \mu^+ p\pi^-)$ , excepto por su contribución al término que viola paridad de la parte simétrica del tensor hadrónico. Por ejemplo para  $E = 3$  GeV, el valor experimental de esta suma está en torno a  $0.8 \times 10^{-38}$  cm<sup>2</sup>, mientras que nuestra mejor predicción teorica es del orden de un 10 % mayor que este número. Ésto sugiere posibles inexactitudes experimentales o que la discrepancia no puede eliminarse enteramente mediante la inclusión de fases relativas entre las contribuciones teóricas a las partes vector y axial de la corriente. Datos más precisos, posiblemente disponibles en un futuro cercano de los experimentos MiniBoone y T2K, junto con el teorema de Watson podrían determinar las posibles fases relativas entre las contribuciones resonante y de fondo.

A continuación estudiaremos la dependencia de la sección eficaz respecto del ángulo azimutal  $\phi_\pi$ . A partir de la descomposición del tensor hadrónico que discutiremos en detalle en el siguiente capítulo (ecs. (7.4)–7.7) tenemos que la dependencia más general posible de la sección eficaz respecto  $\phi_\pi$  es

$$\frac{d^5\sigma_{\nu l}}{d\Omega(\hat{\mathbf{k}}')dE'd\Omega^*(\hat{\mathbf{k}}_\pi)} = \frac{|\mathbf{k}'|}{|\mathbf{k}|} \frac{G^2}{4\pi^2} \{A^* + B^* \cos \phi_\pi^* + C^* \cos 2\phi_\pi^* + D^* \sin \phi_\pi^* + E^* \sin 2\phi_\pi^*\} . \quad (6.79)$$

En las figs. 6.8 y 6.9 comparamos simultáneamente resultados para las reacciones  $\nu_\mu n \rightarrow \mu^- p\pi^0$  y  $\bar{\nu}_\mu p \rightarrow \mu^+ n\pi^0$ . Gracias a la simetría de isospín (ec. (6.16)), el tensor hadrónico es el mismo para ambos procesos y por lo tanto, sólo se diferencian por los acoplamientos de los leptones, que inducen un cambio de signo en la parte antisimétrica del tensor leptónico. De este modo, en analogía con las ecs. (7.12) y (7.13), las funciones de estructura  $C^*$  y  $E^*$  son iguales para ambas reacciones, mientras que las contribuciones antisimétricas a  $A^*$ ,  $B^*$  y  $D^*$  cambian el signo de neutrinos a anti-

neutrinos. Fijamos  $E = 1.5$  GeV y  $q^2 = -0.5$  GeV<sup>2</sup>, valores típicos de ANL y consideramos dos masas invariantes diferentes  $W = 1150$  MeV y  $W = M_\Delta = 1232$  MeV, para estudiar mejor los efectos de los términos quirales no resonantes en las funciones de respuesta definidas en ec. (6.79). Los resultados de las figs. 6.8 y 6.9 muestran claramente las diferencias entre las funciones de estructura de neutrino y antineutrino, así como el efecto de los términos no resonantes. Por ejemplo, en el caso de  $W = M_\Delta$ , las funciones  $A^*$  de neutrino y antineutrino difieren en un factor tres, lo que induce una diferencia por un factor parecido en las secciones eficaces integradas. Los términos de fondo tienen una mayor influencia en los canales de antineutrino que en los de neutrino. Por otro lado, para  $W = 1150$  MeV el mecanismo  $\Delta P$  se vuelve subdominante y las funciones de estructura están dominados por los términos de fondo y su interferencia con el término  $\Delta P$ .

La interferencia entre el mecanismo  $\Delta P$  y el resto de diagramas no resonantes es responsable de que las funciones de estructura  $D^*$  y  $E^*$  no se anulen. Estas funciones de estructura inducen dependencias de la sección eficaz en  $\sin \phi_\pi$  y  $\sin 2\phi_\pi$ , que como veremos en el capítulo siguiente, surgen de los términos que violan paridad en la descomposición del tensor hadrónico de las ecs. (7.4)–(7.7). Estas contribuciones a la sección eficaz cuántuple diferencial desaparecen cuando integramos en el ángulo sólido del pión, respetándose la naturaleza escalar (salvo el factor  $|\mathbf{k}'|/|\mathbf{k}|$ ) de la sección eficaz triple diferencial  $d^3\sigma_{\nu,l}/d\Omega(\hat{\mathbf{k}}')dE'$ . Nótese que el sistema de coordenadas utilizado para definir  $\Omega(\hat{\mathbf{k}}_\pi)$  involucra el pseudo-vector  $\mathbf{k}' \times \mathbf{k}$  para definir el eje Y, que induce la naturaleza no invariante bajo paridad de  $d^5\sigma/d\Omega(\hat{\mathbf{k}}')dE'd\Omega(\hat{\mathbf{k}}_\pi)$ . En procesos de electroproducción de piones, el tensor leptónico es totalmente simétrico y la parte simétrica del tensor hadrónico no contiene términos con un tensor de Levi-Civita, ya que la interacción electromagnética preserva paridad. De aquí que en ese caso,  $d^5\sigma/d\Omega(\hat{\mathbf{k}}')dE'd\Omega(\hat{\mathbf{k}}_\pi)$  sea invariante bajo paridad.

### 6.3.2. Producción de piones mediada por corrientes neutras

Apenas existen medidas experimentales de procesos de producción de piones mediados por NC a energías intermedias. En el *run* con freón-propano del experimento Gargamelle en el CERN [158] se midieron secciones eficaces para todos los canales de corrientes neutras y una energía media del neutrino en torno a 2.2 GeV, y se presentaron en forma de cocientes NC/CC. Recientemente estos datos han sido reanalizados [159] y se presentan en forma de secciones eficaces sin cortes cinemáticos en  $W$ . También hay resultados de experimentos usando la cámara de 12 pies de Argonne con un espectro de neutrinos ( $0.3 \leq E \leq 1.5$ ) GeV. En este último experimento se presentaron resultados para el canal  $\nu n \rightarrow \nu p \pi^-$  [160] y para las razones de secciones eficaces [161]  $R_+ = \sigma(\nu p \rightarrow \nu n \pi^+)/\sigma(\nu p \rightarrow \mu^- p \pi^+)$ ,  $R_0 = \sigma(\nu p \rightarrow \nu p \pi^0)/\sigma(\nu p \rightarrow \mu^- p \pi^+)$  [161] y  $R_- = \sigma(\nu n \rightarrow \nu p \pi^-)/\sigma(\nu p \rightarrow \mu^- p \pi^+)$  [160].

En la tab. 6.2 comparamos nuestros resultados para las razones  $R_+$ ,  $R_0$  y  $R_-$  con los datos de ANL. Hemos usado para nuestros cálculos el modelo completo definido por los diagramas de al fig. 6.2 y los parámetros de la ec. (6.78) para un rango de energías del neutrino  $E = 0.6$ –1.2 GeV. El acuerdo con el experimento es bastante bueno, si tenemos en cuenta los errores experimentales.



	Experimento	Nuestro modelo
$R_+ = \sigma(\nu p \rightarrow \nu n \pi^+)/\sigma(\nu p \rightarrow \mu^- p \pi^+)$	$0.12 \pm 0.04$ [161]	0.10–0.12
$R_0 = \sigma(\nu p \rightarrow \nu p \pi^0)/\sigma(\nu p \rightarrow \mu^- p \pi^+)$	$0.09 \pm 0.05$ [161]	0.14–0.18
$R_- = \sigma(\nu n \rightarrow \nu p \pi^-)/\sigma(\nu p \rightarrow \mu^- p \pi^+)$	$0.11 \pm 0.022$ [160]	0.09–0.12

Tabla 6.2: Cocientes entre secciones eficaces NC y CC. Los datos experimentales se han tomado de las refs. [160] ( $R_-$ ), y [161] ( $R_0, R_+$ ). Nuestro modelo incluye los diagramas no resonantes y el ajuste de la ec. 6.78. No se tienen en cuenta cortes cinemáticos.

En la tab. 6.3 presentamos resultados para secciones eficaces totales de producción de piones y comparamos con los resultados del reanálisis [159] de los datos originales de Gargamelle. El acuerdo con los datos es bueno. De todos modos hay que recalcar que no hemos tenido en cuenta cortes en la cinemática de manera que para  $E = 2.2$  GeV nuestro modelo tiene mayores incertidumbres que las debidas a los errores en el ajuste de la ec. (6.78).

	Hawker-Gargamelle	Nuestro modelo
$\sigma(\nu p \rightarrow \nu p \pi^0)$	$0.130 \pm 0.020$	$0.105 \pm 0.006$
$\sigma(\nu p \rightarrow \nu n \pi^+)$	$0.080 \pm 0.020$	$0.091 \pm 0.003$
$\sigma(\nu n \rightarrow \nu n \pi^0)$	$0.080 \pm 0.020$	$0.104 \pm 0.006$
$\sigma(\nu n \rightarrow \nu p \pi^-)$	$0.110 \pm 0.030$	$0.082 \pm 0.003$

Tabla 6.3: Secciones eficaces NC en unidades  $10^{-38}$  cm<sup>2</sup> para varios canales. Los datos corresponden al reanálisis [159] de los datos originales de Gargamelle [158]. Para nuestros resultados hemos asumido un haz monocromático de neutrinos de  $E = 2.2$  GeV usando nuestro modelo completo de la fig. 6.2 y los parámetros de nuestro ajuste,  $C_5^A(0) = 0.867 \pm 0.075$ ,  $M_{A\Delta} = 0.985 \pm 0.082$  GeV, sin incluir cortes cinemáticos en  $W$ . Los errores en nuestros resultados se refieren a la incertidumbre en el ajuste de  $C_5^A(0)$  y  $M_{A\Delta}$ .

En el panel izquierdo de la fig. 6.10 mostramos nuestros resultados para la sección eficaz  $\nu n \rightarrow \nu p \pi^-$  en función de la energía y comparamos con las medidas de ANL [160]. Para comparar mejor con los datos damos resultados con y sin el corte cinemático  $W \leq 1.4$  GeV. Para neutrinos con energías menores de 1 GeV, el corte apenas afecta a la sección eficaz, y encontramos una buena descripción de los datos. En el panel derecho presentamos la sección eficaz diferencial en función de  $W$  en el mismo canal para neutrinos de 1 GeV. Podemos apreciar claramente el pico de la  $\Delta(1232)$ . Los términos de fondo no-resonantes dominan la sección eficaz cerca del umbral de producción de piones y producen un ligero desplazamiento del pico hacia masas invariantes menores. En ambos paneles podemos ver que la disminución de la contribución del mecanismo  $\Delta P$  debida al cambio en  $C_5^A(0)$  se compensa con la inclusión de los términos de fondo.

En el panel izquierdo de la fig.6.11 estudiamos el efecto del contenido de extrañeza del nucleón en nuestro modelo. Encontramos que los efectos de  $g_A^s$  son menores que la incertidumbre debida al

ajuste del factor de forma  $C_5^A(q^2)$  a partir de los datos de ANL. De manera parecida, los resultados del panel derecho de fig. 6.11 muestran que la parte isovector de la NC domina completamente la reacción de producción de piones en el rango de energías estudiado. Esto se debe a que, como se deduce de las ecs. (6.69), (6.70) y (6.76), las dos secciones eficaces estudiadas en la figura sólo se diferencian en la interferencia entre las partes isovector e isoscalar de la NC. Es interesante mencionar que las secciones eficaces inducidas por anti-neutrinos son del orden de 2 o 3 veces más pequeñas que las inducidas por neutrinos, como se deduce de comparar las predicciones para el estado final  $p\pi^-$  mostradas en el panel izquierdo de fig. 6.10 y el panel derecho de fig. 6.11.

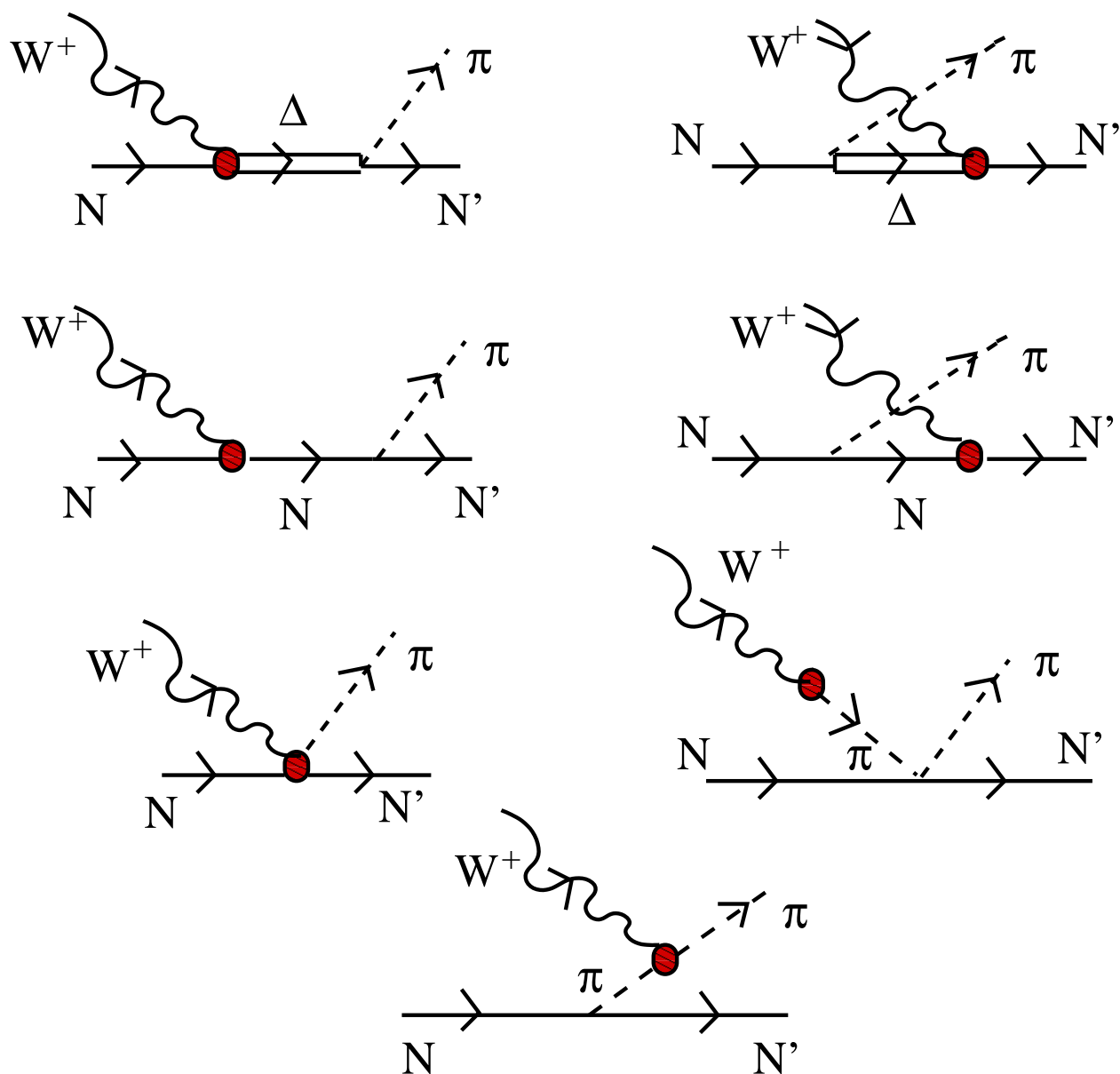


Figura 6.2: Modelo para la reacción  $W^+N \rightarrow N'\pi$ . Consta de siete diagramas: Directo y cruzado de  $\Delta(1232)$  (primera fila) y nucleon (segunda fila), contacto y polo de pión (tercera fila) y pión en vuelo; que denotaremos en este trabajo como:  $\Delta P$ ,  $C\Delta P$ ,  $NP$ ,  $CNP$ ,  $CT$ ,  $PP$  y  $PF$ , respectivamente. El círculo en los diagramas representa la transición débil.

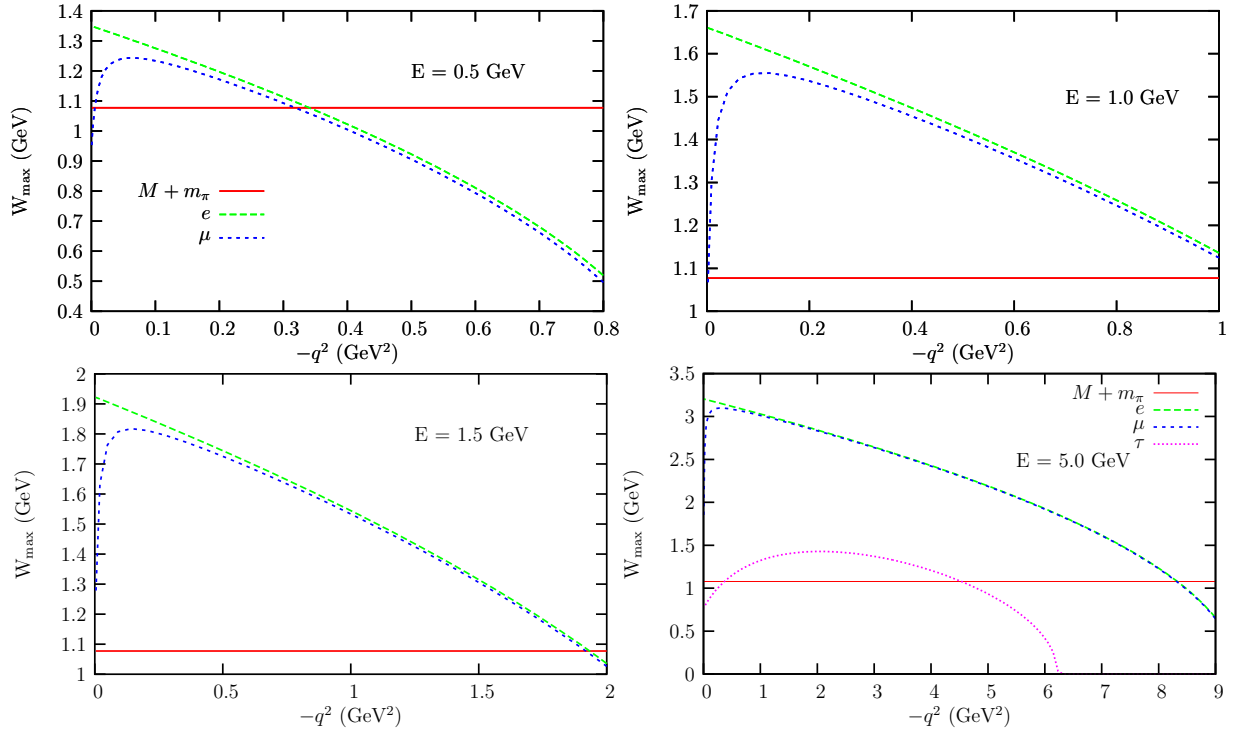


Figura 6.3: Límite superior de integración  $W_{\max}$  en función de  $q^2$  (ec. (6.8)) para energías del neutrino incidente  $E = 0.5, 1.0, 1.5$  y  $5$  GeV y distintos sabores del leptón saliente. En todos los casos la línea horizontal marca el umbral mínimo del espacio fásico  $M + m_\pi$ .

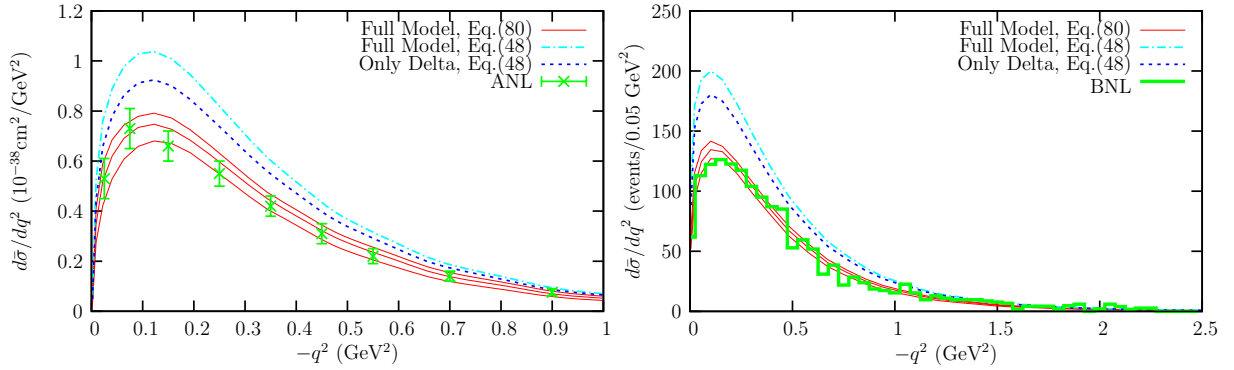


Figura 6.4: Sección eficaz diferencial en  $q^2$  promediada sobre el flujo de neutrinos incidentes de la reacción  $\nu_\mu p \rightarrow \mu^- p \pi^+$ , con corte cinemático en  $W \leq 1.4$  GeV comparada con ANL [141] (izquierda) y BNL [142] (derecha). Las líneas discontinuas denotan la contribución del mecanismo del polo de la  $\Delta^{++}$  con  $C_5^A(0) = 1.2$  y  $M_{A\Delta} = 1.05$  GeV. Las líneas raya-punto y sólidas se obtuvieron a partir del modelo completo (fig. 6.2) con  $C_5^A(0) = 1.2$ ,  $M_{A\Delta} = 1.05$  GeV (raya-punto) y con nuestro ajuste  $C_5^A(0) = 0.867$ ,  $M_{A\Delta} = 0.985$  GeV (sólida), respectivamente. También mostramos las bandas que marcan el límite de confianza del 68 % obtenidas a partir de los errores gaussianos correlacionados del ajuste de la ec. (6.78).

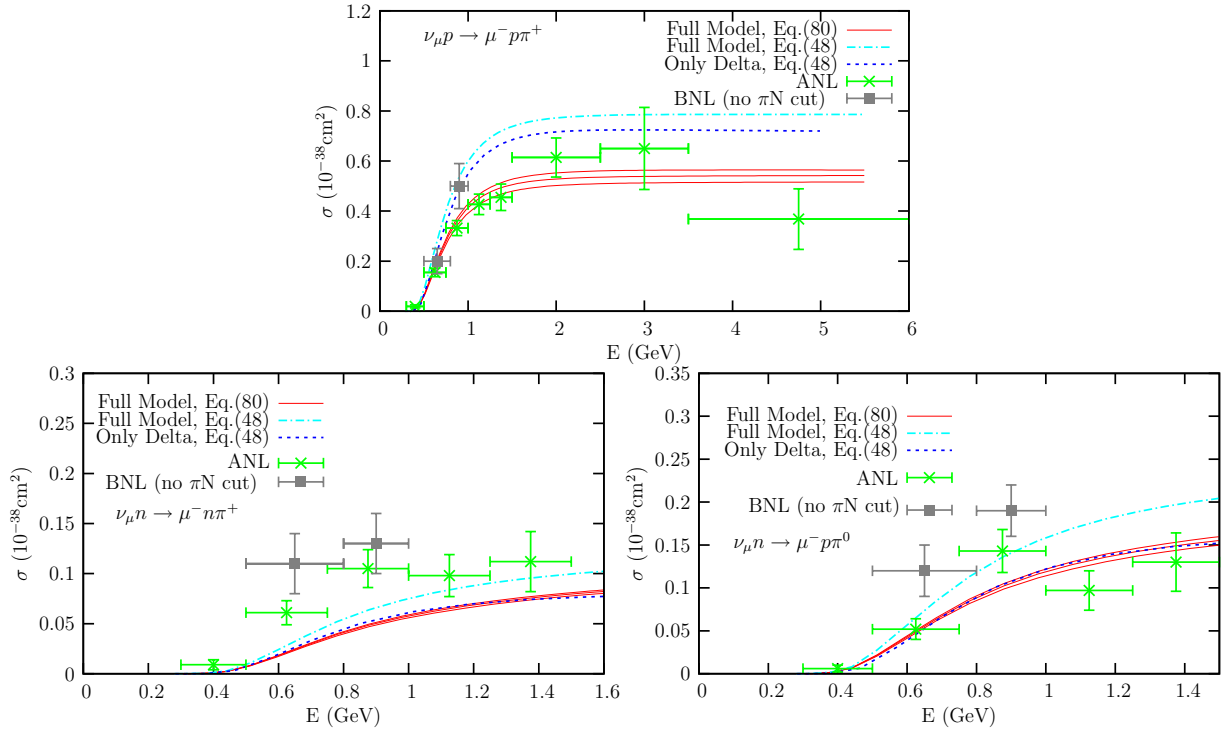


Figura 6.5: Resultados experimentales y teóricos para secciones eficaces integradas de los procesos  $\nu_\mu p \rightarrow \mu^- p \pi^+$ ,  $\nu_\mu n \rightarrow \mu^- p \pi^0$  y  $\nu_\mu n \rightarrow \mu^- n \pi^+$ , en función de la energía del neutrino. Los resultados de ANL [141] y los cálculos teóricos incluyen el corte cinemático en  $W < 1.4$  GeV. Las líneas siguen el mismo convenio que fig. 6.4. También mostramos datos de BNL [142] que no incluyen el corte  $W < 1.4$  GeV en la masa invariante de  $\pi N$ .

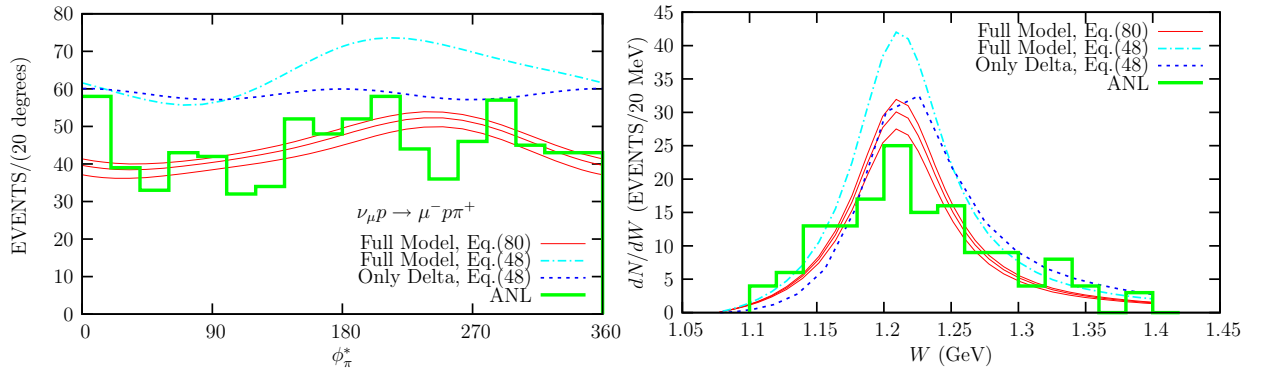


Figura 6.6: Distribución de sucesos respecto al ángulo azimutal del pión (panel izquierdo) y respecto a la masa invariante del sistema  $\pi N$  (panel derecho) promediada al flujo de ANL con el corte cinemático  $W < 1.4$  GeV para el estado final  $\mu^- p \pi^+$ . Los datos experimentales se han tomado de [141] y [157], respectivamente. Las líneas se han denotado como en fig. 6.4.

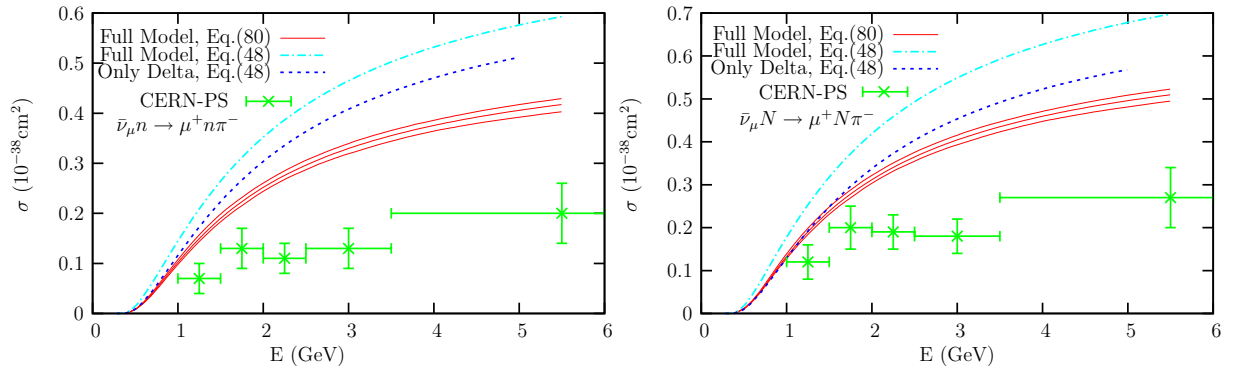


Figura 6.7: Dependencia en energía de las secciones eficaces integradas para  $\bar{\nu}_\mu n \rightarrow \mu^+ \pi^- n$  (panel izquierdo) y producción de  $\pi^-$  (panel derecho), con corte cinemático en  $W < 1.4$  GeV. Los datos experimentales se tomaron del experimento CERN-PS. Las líneas siguen el mismo convenio que fig. 6.4. [150].

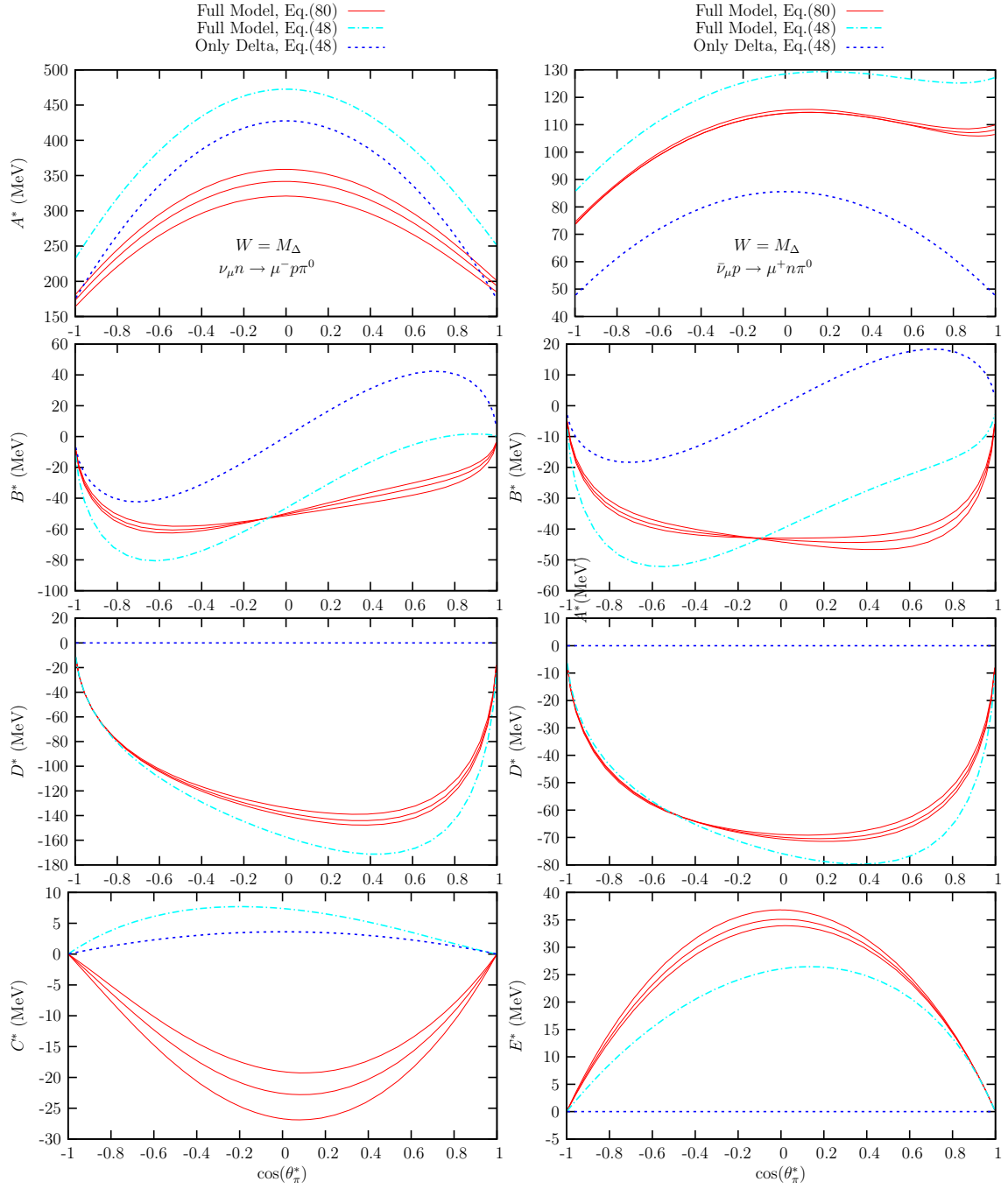


Figura 6.8: Dependencia en el ángulo polar del pión de las funciones de estructura definidas en ec. (6.79) para las reacciones  $\nu_\mu n \rightarrow \mu^- p \pi^0$  y  $\bar{\nu}_\mu p \rightarrow \mu^+ n \pi^0$ . La energía del neutrino incidente es  $E = 1.5 \text{ GeV}$  con  $q^2 = -0.5 \text{ GeV}^2$ ,  $W = M_\Delta$  y el ángulo polar del pión está referido al sistema  $\pi N$  CM. Las funciones de estructura  $A^*$ ,  $B^*$  y  $D^*$  para neutrino (antineutrino) están dispuestas en los tres paneles superiores de la derecha (izquierda). Las funciones  $C^*$  y  $E^*$ , que son idénticas para ambas reacciones, se muestran en la última fila. La notación es idéntica que para las figuras anteriores.

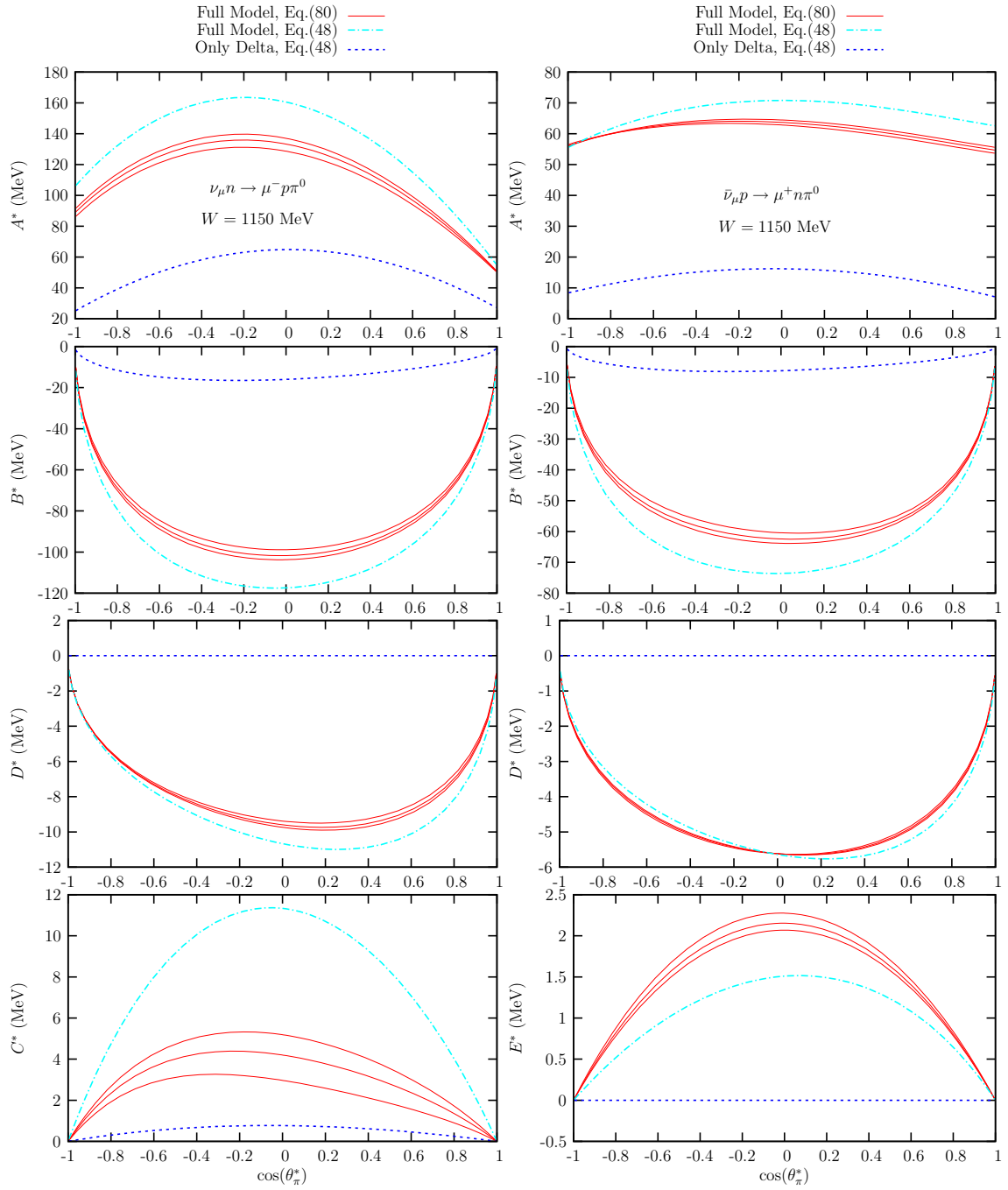


Figura 6.9: Ídem que fig. 6.8 para  $W = 1150$  MeV.



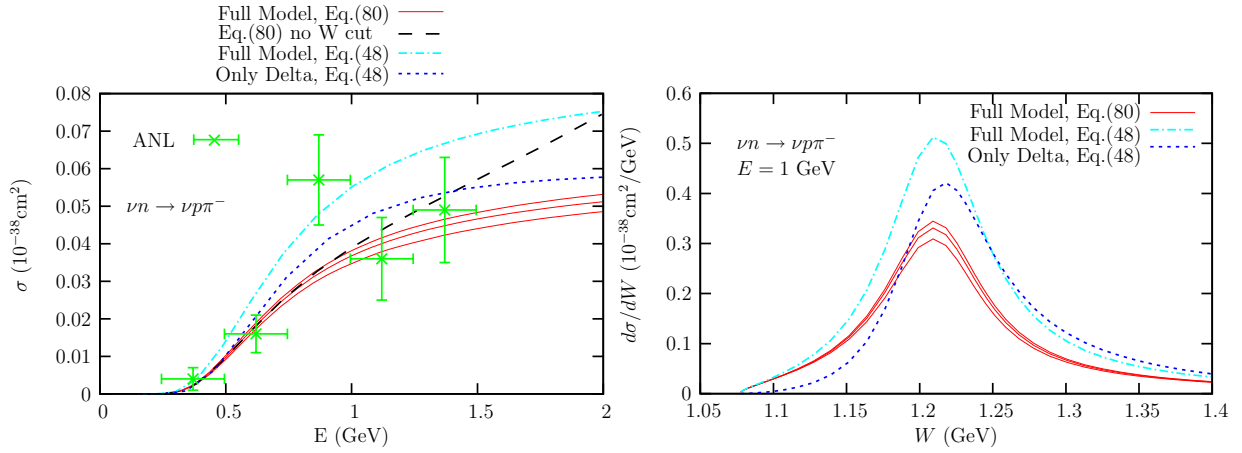


Figura 6.10: Secciones eficaces totales (panel izquierdo) y diferenciales en  $W$  (derecho) para neutrinos con energía de 1 GeV, ambos para la reacción  $\nu n \rightarrow \nu p \pi^-$ . Los datos experimentales en el panel izquierdo se han tomado de [160] y no incluyen el corte cinemático en  $W$ . Las líneas siguen la misma notación que fig. 6.4. En todos los casos hemos limitado el espacio fásico  $W \leq 1.4$  GeV. La línea a trazos largos del panel izquierdo denota los resultados con nuestro modelo cuándo no incluimos el corte en  $W$ .

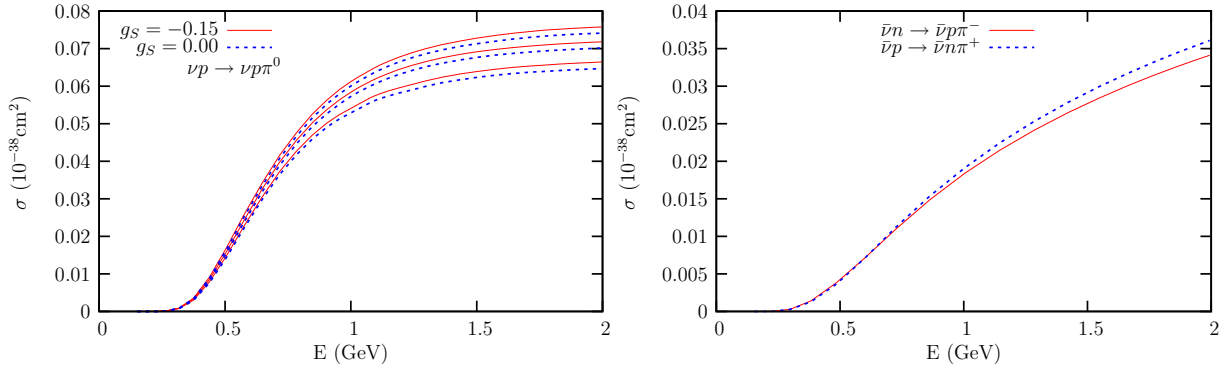


Figura 6.11: Secciones eficaces totales para las reacciones  $\nu p \rightarrow \nu p \pi^0$  (panel izquierdo),  $\bar{\nu} n \rightarrow \bar{\nu} p \pi^-$  y  $\bar{\nu} p \rightarrow \bar{\nu} n \pi^+$  (panel derecho), con el corte  $W \leq 1.4$  GeV, en función de la energía del neutrino o antineutrino incidente. En el panel izquierdo mostramos resultados obtenidos con dos valores distintos del contenido de extrañeza del nucleón ( $g_S$  en ec. (5.15)). Usamos el modelo completo de la fig. 6.2 y nuestro ajuste (ec. 6.78) incluyendo bandas de 68 % CL deducidas para el factor de forma  $C_5^A(q^2)$ . En el panel derecho no incluimos las bandas CL y  $g_S = -0.15$ .

## Capítulo 7

# Asimetrías neutrino-antineutrino en reacciones de producción de piones<sup>1</sup>

Los neutrinos de la familia del tau se distinguen trivialmente de los antineutrinos por encima del umbral de producción de taus. Por conservación del número leptónico un neutrino genera un  $\tau^-$  mientras que un antineutrino produce un  $\tau^+$ , revelando así la naturaleza del neutrino incidente. Por debajo de dicho umbral, los neutrinos sólo interactúan con núcleos mediante corrientes neutras, de manera que el (anti-)neutrino saliente no es detectado.

A pesar de esta limitación existen varios fenómenos en que es interesante distinguir entre neutrinos y antineutrinos: violación de CP en oscilaciones  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$  [163], supernovas [164], ...

Recientemente, Jachowicz y colaboradores sugirieron que en procesos neutrino-núcleo mediados por corrientes neutras, las diferencias de helicidad entre neutrinos y antineutrinos inducían algunas asimetrías en la polarización de los nucleones emitidos [165]. De ahí los autores concluyen que estas asimetrías representan una manera potencial de distinguir neutrinos de antineutrinos por debajo del umbral de producción de .

En este capítulo introducimos un método alternativo para distinguir neutrinos tauónicos de antineutrinos tauónicos, por encima del umbral de producción de piones. Nuestro método no se basa en ningún modelo nuclear, ni está afectado por efectos nucleares (distorsión de la onda del nucleón saliente, etc.). Mostraremos cómo aparecen asimetrías neutrino-antineutrino tanto en las secciones eficaces totales integradas como en la distribuciones del ángulo azimutal del pión emitido. La definición de las asimetrías sólo dependen de invariancia Lorentz. Experimentalmente, para definir las asimetrías angulares es necesario que se mida el momento y la carga del pión emitido y que se determine el plano de dispersión del neutrino. Dado que el neutrino emitido no es detectado, para fijar el plano de dispersión es necesario medir el momento del nucleón emitido y tener cierto conocimiento de la dirección del momento del neutrino incidente.

Las asimetrías que introduciremos son independientes de la familia leptónica y podrían determinarse experimentalmente usando haces de neutrinos muónicos o electrónicos, aprovechando

---

<sup>1</sup>Este capítulo se basa en la referencia [162].

la universalidad de la interacción de neutrinos mediadas por corrientes cargadas. Para estimar el tamaño de estas asimetrías utilizaremos el modelo descrito en el cap. 6.

## 7.1. Cinemática y secciones eficaces

En este capítulo usaremos la misma notación que en el cap. 6 para la reacción

$$\nu_l(k) + N(p) \rightarrow \nu_l(k') + N(p') + \pi(k_\pi) \quad (7.1)$$

de producción de piones por NC. Podemos omitir las referencias explícitas a  $\nu$  o  $\bar{\nu}$ , ya que se cumple

$$L_{\mu\sigma}^{(\bar{\nu})} = L_{\sigma\mu}^{(\nu)}, \quad (W_{\text{NC}\pi}^{\mu\sigma})^{(\bar{\nu})} = (W_{\text{NC}\pi}^{\mu\sigma})^{(\nu)} \quad (7.2)$$

para reacciones inducidas por antineutrinos. Por simplicidad también omitiremos la etiqueta NC $\pi$  en la expresión del tensor hadrónico  $W^{\mu\sigma}$ .

Analizemos con detenimiento ciertas propiedades del tensor hadrónico. Por definición, el tensor hadrónico cumple

$$W^{\mu\sigma} = W_s^{\mu\sigma} + iW_a^{\mu\sigma}, \quad (7.3)$$

donde  $W_s^{\mu\sigma}$  ( $W_a^{\mu\sigma}$ ) es un tensor real (anti-)simétrico. Podemos separar el tensor hadrónico en dos partes  $W_s^{\mu\nu} = (W_{s,a}^{\mu\nu})^{\text{PC}} + (W_{s,a}^{\mu\nu})^{\text{PV}}$ , determinadas por 19 funciones escalares de estructura  $W_i(q^2, p \cdot q, p \cdot k_\pi, k_\pi \cdot q)$  definidas

$$(W_s^{\mu\nu})^{\text{PC}} = W_1 g^{\mu\nu} + W_2 p^\mu p^\nu + W_3 q^\mu q^\nu + W_4 k_\pi^\mu k_\pi^\nu + W_5 (q^\mu p^\nu + q^\nu p^\mu) + W_6 (q^\mu k_\pi^\nu + q^\nu k_\pi^\mu) + W_7 (p^\mu k_\pi^\nu + p^\nu k_\pi^\mu) \quad (7.4)$$

$$(W_s^{\mu\nu})^{\text{PV}} = W_8 (q^\mu \epsilon_{\alpha\beta\gamma}^\nu k_\pi^\alpha p^\beta q^\gamma + q^\nu \epsilon_{\alpha\beta\gamma}^\mu k_\pi^\alpha p^\beta q^\gamma) + W_9 (p^\mu \epsilon_{\alpha\beta\gamma}^\nu k_\pi^\alpha p^\beta q^\gamma + p^\nu \epsilon_{\alpha\beta\gamma}^\mu k_\pi^\alpha p^\beta q^\gamma) + W_{10} (k_\pi^\mu \epsilon_{\alpha\beta\gamma}^\nu k_\pi^\alpha p^\beta q^\gamma + k_\pi^\nu \epsilon_{\alpha\beta\gamma}^\mu k_\pi^\alpha p^\beta q^\gamma) \quad (7.5)$$

$$(W_a^{\mu\nu})^{\text{PV}} = W_{11} (q^\mu p^\nu - q^\nu p^\mu) + W_{12} (q^\mu k_\pi^\nu - q^\nu k_\pi^\mu) + W_{13} (p^\mu k_\pi^\nu - p^\nu k_\pi^\mu) \quad (7.6)$$

$$(W_a^{\mu\nu})^{\text{PC}} = W_{14} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_\alpha q_\beta + W_{15} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_\alpha k_{\pi\beta} + W_{16} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_\alpha k_{\pi\beta} + W_{17} (q^\mu \epsilon_{\alpha\beta\gamma}^\nu k_\pi^\alpha p^\beta q^\gamma - q^\nu \epsilon_{\alpha\beta\gamma}^\mu k_\pi^\alpha p^\beta q^\gamma) + W_{18} (p^\mu \epsilon_{\alpha\beta\gamma}^\nu k_\pi^\alpha p^\beta q^\gamma - p^\nu \epsilon_{\alpha\beta\gamma}^\mu k_\pi^\alpha p^\beta q^\gamma) + W_{19} (k_\pi^\mu \epsilon_{\alpha\beta\gamma}^\nu k_\pi^\alpha p^\beta q^\gamma - k_\pi^\nu \epsilon_{\alpha\beta\gamma}^\mu k_\pi^\alpha p^\beta q^\gamma), \quad (7.7)$$

que son funciones reales y escalares Lorentz. Aunque  $W^{\mu\nu}$  no es ortogonal a  $q^\mu$ , los términos  $W_3, W_5, W_6, W_8, W_{11}, W_{12}$  y  $W_{17}$  no contribuyen a la sección eficaz diferencial porque el tensor leptónico es ortogonal a  $q^\mu$  en el caso de neutrinos sin masa.

Hemos separado dos contribuciones al tensor hadrónico  $W^{\text{PC}}$  y  $W^{\text{PV}}$  según su comportamiento bajo paridad al contraerse con el tensor leptónico. La parte PV (*parity violating*) al contraerse

con  $L^{\mu\nu}$  resulta en un objeto pseudo-escalar. Esto se comprueba fácilmente al notar que la parte simétrica de  $L^{\mu\nu}$  no contiene ningún pseudo-tensor de Levi-Civita  $\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$ , mientras que su parte antisimétrica viene dada por dicho pseudo-tensor. Así, para obtener un objeto invariante bajo paridad la parte simétrica del tensor hadrónico no debería contener ningún pseudo-tensor de Levi-Civita, mientras que en la parte antisimétrica sólo deberían aparecer términos proporcionales a dicho pseudo-tensor. En procesos de electroproducción de piones no aparece ningún término con el tensor Levi-Civita, de manera que, como corresponde a un proceso electromagnético que conserva paridad, la sección eficaz cinco veces diferencial  $d^5\sigma/dE'd\Omega(\hat{\mathbf{k}}')d\Omega(\hat{\mathbf{k}}_\pi)$  es invariante bajo paridad.

Por otra parte, bajo inversión temporal, y teniendo en cuenta el carácter antiunitario del operador  $T$ , tenemos

$$L_{\mu\nu}^{(\nu)} \rightarrow (L^{\mu\nu})^{(\nu)}, \quad (W_{\mu\nu})_{\text{PC}} \rightarrow (W^{\mu\nu})^{\text{PC}}, \quad (W_{\mu\nu})^{\text{PV}} \rightarrow -(W^{\mu\nu})^{\text{PV}} \quad (7.8)$$

y por lo tanto  $L_{\mu\nu}^{(\nu)}W^{\mu\nu}$  no es tampoco  $T$ -invariante, debido a la presencia de términos PV en el tensor hadrónico. Esto no significa que exista violación de invariancia bajo inversión temporal en el proceso [166]. Invariancia bajo inversión temporal implica

$$|M_{i \rightarrow f}|^2 = |M_{Tf \rightarrow Ti}|^2 \quad (7.9)$$

con  $Ti$  y  $Tf$  los estados obtenidos por inversión temporal de los estados  $i$  y  $f$  invirtiendo momentos, espines, etc. . . Cuando tratamos con procesos electrodebiles, que pueden ser tratados a primer orden en teoría de perturbaciones, la matriz de transición  $i \rightarrow f$  puede aproximarse por el operador hermítico  $H_I$ . En estas condiciones  $|M_{Tf \rightarrow Ti}| \approx |M_{Ti \rightarrow Tf}|$  y obtenemos

$$|M_{i \rightarrow f}|^2 = |M_{Tf \rightarrow Ti}|^2 \approx |M_{Ti \rightarrow Tf}|^2. \quad (7.10)$$

La ecuación anterior implicaría que en la transición  $i \rightarrow f$  no podrían aparecer correlaciones que cambien de signo bajo  $T$ , como las inducidas por  $(W^{\mu\nu})^{\text{PV}}$ . Así, a primer orden en el hamiltoniano de interacción, dicho tensor debería anularse. De todos modos, en el estado final de nuestro proceso tenemos hadrones, cuya interacción fuerte no permite un tratamiento perturbativo y no podemos aproximar el operador de transición por  $H_I$ . Por lo tanto la ec. (7.10) ya no se cumple e invariancia bajo inversión temporal no prohíbe la existencia de un tensor  $(W^{\mu\nu})^{\text{PV}}$  no nulo. En resumen, además de violaciones genuinas de inversión temporal (a nivel de hamiltoniano [167]) la existencia de interacciones fuertes en el estado final permiten la existencia de correlaciones no invariantes bajo  $T$  en  $L_{\mu\nu}W^{\mu\nu}$ , inducidas por el tensor hadrónico  $(W^{\mu\nu})^{\text{PV}}$ . Estos fenómenos ya fueron estudiados [166, 167] en el contexto de estudios sobre violación de invariancia bajo  $T$ , puesto que, tal y como se desprende de la discusión anterior, efectos de interacción en el estado final pueden enmascarar efectos genuinos de violación de invariancia temporal.

Tras esta discusión estamos en condiciones de estudiar la dependencia con respecto al ángulo azimutal del pión  $\phi_\pi$  de la sección eficaz diferencial. En nuestro sistema de referencia, en el que

identificamos el plano de dispersión definido por  $\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{k}'$  con el plano XZ encontramos  $(L_s^{(\nu)})_{0y} = (L_s^{(\nu)})_{xy} = (L_s^{(\nu)})_{zy} = (L_a^{(\nu)})_{0x} = (L_a^{(\nu)})_{0z} = (L_a^{(\nu)})_{xz} = 0$ , y de ahí

$$\begin{aligned}
\int_0^{+\infty} \frac{d|\mathbf{k}_\pi|k_\pi^2}{E_\pi} (L_s^{(\nu)})_{\mu\nu} W_s^{\mu\nu} &= \int_0^{+\infty} \frac{d|\mathbf{k}_\pi|k_\pi^2}{E_\pi} \left\{ (L_s^{(\nu)})_{00} W_s^{00} + 2(L_s^{(\nu)})_{0x} W_s^{0x} + 2(L_s^{(\nu)})_{0z} W_s^{0z} \right. \\
&\quad \left. + (L_s^{(\nu)})_{xx} W_s^{xx} + (L_s^{(\nu)})_{yy} W_s^{yy} + (L_s^{(\nu)})_{zz} W_s^{zz} + 2(L_s^{(\nu)})_{xz} W_s^{xz} \right\} \\
&= A_s + B_s \cos \phi_\pi + C_s \cos 2\phi_\pi + D_s \sin \phi_\pi + E_s \sin 2\phi_\pi \\
\int_0^{+\infty} \frac{d|\mathbf{k}_\pi|k_\pi^2}{E_\pi} (L_a^{(\nu)})_{\mu\nu} W_a^{\mu\nu} &= 2 \int_0^{+\infty} \frac{d|\mathbf{k}_\pi|k_\pi^2}{E_\pi} \left\{ (L_a^{(\nu)})_{0y} W_a^{0y} + (L_a^{(\nu)})_{xy} W_a^{xy} + (L_a^{(\nu)})_{yz} W_a^{yz} \right\} \\
&= -A_a - B_a \cos \phi_\pi - D_a \sin \phi_\pi
\end{aligned} \tag{7.11}$$

que define la dependencia explícita<sup>2</sup> en  $\phi_\pi$ . Los términos PV del tensor hadrónico dan lugar a las contribuciones sin  $\phi_\pi$  y sin  $2\phi_\pi$ , provenientes de términos proporcionales a  $k_\pi^y$ . Gracias a la ec. (7.2) tenemos

$$\begin{aligned}
\frac{d^5 \sigma_\nu}{d\Omega(\hat{\mathbf{k}}') dE' d\Omega(\hat{\mathbf{k}}_\pi)} &= \\
\frac{|\mathbf{k}'|}{|\mathbf{k}|} \frac{G^2}{16\pi^2} \left\{ A_s + A_a + (B_s + B_a) \cos \phi_\pi + C_s \cos 2\phi_\pi + (D_s + D_a) \sin \phi_\pi + E_s \sin 2\phi_\pi \right\} &\tag{7.12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d^5 \sigma_{\bar{\nu}}}{d\Omega(\hat{\mathbf{k}}') dE' d\Omega(\hat{\mathbf{k}}_\pi)} &= \\
\frac{|\mathbf{k}'|}{|\mathbf{k}|} \frac{G^2}{16\pi^2} \left\{ A_s - A_a + (B_s - B_a) \cos \phi_\pi + C_s \cos 2\phi_\pi + (D_s - D_a) \sin \phi_\pi + E_s \sin 2\phi_\pi \right\} &\tag{7.13}
\end{aligned}$$

para reacciones inducidas por neutrinos y antineutrinos, respectivamente.

## 7.2. Asimetrías neutrino-antineutrino

De las ecuaciones ec. (7.12) y (7.13) vemos que surgen asimetrías neutrino-antineutrino tanto en la sección eficaz integrada como en la sección eficaz diferencial respecto al ángulo azimutal del pión. Para las secciones eficaces integradas tenemos

$$\sigma_\nu = \frac{G^2}{16\pi^2 |\mathbf{k}|} \int d\Omega(\hat{\mathbf{k}}') dE' d\Omega(\hat{\mathbf{k}}_\pi) |\mathbf{k}'| (A_s + A_a) \tag{7.14}$$

<sup>2</sup>Las funciones de estructura son función de los escalares Lorentz,  $p \cdot k_\pi$  y  $k_\pi \cdot q$ , independientes de  $\phi_\pi$  cuando tomamos el eje Z en la dirección de  $\mathbf{q}$ .

para neutrinos y

$$\sigma_{\nu} = \frac{G^2}{16\pi^2|\mathbf{k}|} \int d\Omega(\hat{\mathbf{k}}') dE' d\Omega(\hat{\mathbf{k}}_{\pi}) |\mathbf{k}'| (A_s - A_a) \quad (7.15)$$

para antineutrinos, mientras que para las distribuciones azimutales, relaciones del tipo

$$\begin{aligned} \frac{d^5\sigma}{d\Omega(\hat{\mathbf{k}}') dE' d\Omega(\hat{\mathbf{k}}_{\pi})}(\phi_{\pi}) - \frac{d^5\sigma}{d\Omega(\hat{\mathbf{k}}') dE' d\Omega(\hat{\mathbf{k}}_{\pi})}(\phi_{\pi} + \pi) \Big|_{\nu} = \\ \{(B_s + B_a) \cos \phi_{\pi} + (D_s + D_a) \sin \phi_{\pi}\} \frac{|\mathbf{k}'|}{|\mathbf{k}|} \frac{G^2}{8\pi^2} \end{aligned} \quad (7.16)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^5\sigma}{d\Omega(\hat{\mathbf{k}}') dE' d\Omega(\hat{\mathbf{k}}_{\pi})}(\phi_{\pi}) - \frac{d^5\sigma}{d\Omega(\hat{\mathbf{k}}') dE' d\Omega(\hat{\mathbf{k}}_{\pi})}(\phi_{\pi} + \pi) \Big|_{\bar{\nu}} = \\ \{(B_s - B_a) \cos \phi_{\pi} + (D_s - D_a) \sin \phi_{\pi}\} \frac{|\mathbf{k}'|}{|\mathbf{k}|} \frac{G^2}{8\pi^2} \end{aligned} \quad (7.17)$$

identifican asimetrías neutrino-antineutrino. Es de esperar que las mediciones de observables diferenciales en experimentos de neutrinos tengan una pobre estadística. Para incrementarla es conveniente estudiar las relaciones de ecs. (7.16) y (7.17) para secciones eficaces parcialmente integradas.

Definir la distribución azimutal del pión, integrando sobre la cinemática del nucleón saliente y el ángulo polar del pión exige cierto cuidado. En nuestro sistema de referencia,  $\mathbf{q}$  está en la dirección Z, de manera que es necesario rotar el sistema de referencia para cada suceso, de manera que  $\mathbf{k}$  y  $\mathbf{k}'$  estén contenidos en el plano XZ. Podemos partir de la expresión para

$$\sigma_{\nu} = \frac{G^2}{16\pi^2|\mathbf{k}|} \int \frac{d^3\mathbf{k}'}{|\mathbf{k}'|} \frac{d^3\mathbf{k}_{\pi}}{E_{\pi}} L_{\mu\sigma}^{(\nu)}(k, k') W^{\mu\sigma}(p, q, k_{\pi}) \quad (7.18)$$

Para realizar estas integrales podemos fijar un sistema de coordenadas XYZ, y dado que la contracción tensorial  $L_{\mu\sigma}^{(\nu)}(k, k') W^{\mu\sigma}(p, q, k_{\pi})$  es invariante bajo rotaciones, podemos evaluar

$$L_{\mu\sigma}^{(\nu)}(Rk, Rk') W^{\mu\sigma}(Rp, Rq, Rk_{\pi}) \quad (7.19)$$

donde, para cada  $\mathbf{k}'$ ,  $R$  es la rotación que lleva  $\mathbf{q}$  y  $\mathbf{k} \times \mathbf{k}'$  a los ejes Z e Y, respectivamente. Dicha rotación depende de  $\mathbf{k}'$  pero es independiente de  $\mathbf{k}_{\pi}$ . Entonces llegamos a

$$\begin{aligned} \sigma_{\nu} &= \frac{G^2}{16\pi^2|\mathbf{k}|} \int \frac{d^3\mathbf{k}'}{|\mathbf{k}'|} \frac{d^3k_{\pi}}{E_{\pi}} L_{\mu\sigma}^{(\nu)}(Rk, Rk') W^{\mu\sigma}(Rp, Rq, Rk_{\pi}) \\ &= \frac{G^2}{16\pi^2|\mathbf{k}|} \int \frac{d^3k'}{|\mathbf{k}'|} \frac{d^3k_{\pi}}{E_{\pi}} L_{\mu\sigma}^{(\nu)}(Rk, Rk') W^{\mu\sigma}(Rp, Rq, k_{\pi}), \end{aligned} \quad (7.20)$$

donde en el último paso, para un  $\mathbf{k}'$  fijo, hemos hecho un cambio en las variables del pión  $k_{\pi} \rightarrow k_{\pi}^R \equiv Rk_{\pi}$ , y por simplicidad a la variable muda  $\mathbf{k}_{\pi}^R$  la hemos llamado de nuevo  $\mathbf{k}_{\pi}$ . Finalmente,

si usamos coordenadas esféricas  $\mathbf{k}_\pi = |\mathbf{k}_\pi|(\sin \theta_\pi \cos \phi_\pi, \sin \theta_\pi \sin \phi_\pi, \cos \theta_\pi)$  para la integral del pión llegamos a

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_\nu}{d\phi_\pi} &= \frac{G^2}{16\pi^2|\mathbf{k}|} \int \frac{d^3\mathbf{k}'}{|\mathbf{k}'|} \frac{d|\mathbf{k}_\pi||\mathbf{k}_\pi|^2 d\cos\theta_\pi}{E_\pi} L_{\mu\sigma}^{(\nu)}(Rk, Rk') W^{\mu\sigma}(Rp, Rq, k_\pi) \\ &= \frac{G^2}{16\pi^2|\mathbf{k}|} \int \frac{d^3\mathbf{k}'}{|\mathbf{k}'|} d(\cos\theta_\pi) \\ &\quad \times \{A_s + A_a + (B_s + B_a) \cos \phi_\pi + C_s \cos 2\phi_\pi + (D_s + D_a) \sin \phi_\pi + E_s \sin 2\phi_\pi\} \\ &= \mathcal{A}_s + \mathcal{A}_a + (\mathcal{B}_s + \mathcal{B}_a) \cos \phi_\pi + \mathcal{C}_s \cos 2\phi_\pi + (\mathcal{D}_s + \mathcal{D}_a) \sin \phi_\pi + \mathcal{E}_s \sin 2\phi_\pi \end{aligned} \quad (7.21)$$

ya que tenemos  $Rk$  en la dirección del eje  $Z$  y  $Rk$  y  $Rk'$  están contenidos en el plano  $XZ$ , y por lo tanto podemos usar los resultados de la ec. (7.12).

En las ecuaciones anteriores  $\phi_\pi$  es el ángulo azimutal del pión en el sistema rotado  $XYZ$ , esto es el ángulo entre el plano de dispersión definido por los vectores  $\mathbf{k}$  y  $\mathbf{k}'$  y el plano del pión definido por los vectores  $\mathbf{q}$  y  $\mathbf{k}_\pi$ . Es fácil ver que  $\phi_\pi$  está definido como el ángulo formado por los vectores  $(\mathbf{k} \times \mathbf{k}') \times \mathbf{q}$  y  $\mathbf{k}_\pi - (\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{q})\mathbf{q}/|\mathbf{q}|^2$ , de manera que es invariante bajo rotaciones.

De la discusión anterior es fácil obtener

$$\frac{1}{2} \left( \frac{d\sigma(\phi_\pi)}{d\phi_\pi} - \frac{d\sigma(\phi_\pi + \pi)}{d\phi_\pi} \right) \Big|_\nu = (\mathcal{B}_s + \mathcal{B}_a) \cos \phi_\pi + (\mathcal{D}_s + \mathcal{D}_a) \sin \phi_\pi \quad (7.22)$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{d\sigma(\phi_\pi)}{d\phi_\pi} + \frac{d\sigma(\phi_\pi + \pi)}{d\phi_\pi} \right) \Big|_{\bar{\nu}} = (\mathcal{B}_s - \mathcal{B}_a) \cos \phi_\pi + (\mathcal{D}_s - \mathcal{D}_a) \sin \phi_\pi \quad (7.23)$$

para neutrinos y antineutrinos respectivamente.

Ya que el momento del neutrino emitido no es detectado, es necesario detectar el nucleón emitido para determinar el plano de dispersión del neutrino. El procedimiento sería detectar el pión y el nucleón emitido en coincidencias, y a partir de ahí reconstruir el momento transferido  $\mathbf{q} = \mathbf{p}' + \mathbf{k}_\pi$ , en el sistema LAB donde  $\mathbf{p} = \mathbf{0}$ .

Todas estas asimetrías pueden usarse para distinguir  $\tau$ -neutrinos de  $\tau$ -antineutrinos. Las funciones de respuesta  $A_s \pm A_a$ ,  $B_s \pm B_a$  y  $D_s \pm D_a$ , las secciones eficaces  $\sigma_\nu$ ,  $\sigma_{\bar{\nu}}$  y las cantidades parcialmente integradas  $\mathcal{B}_s \pm \mathcal{B}_a$  y  $\mathcal{D}_s \pm \mathcal{D}_a$  son independientes de la familia de neutrino. Pueden, por tanto ser determinadas experimentalmente mediante haces de neutrinos muónicos o electrónicos y utilizarse para determinar la naturaleza del flujo de  $\tau$ -(anti)neutrinos incidentes. De esta manera no es necesario basarse en ningún modelo teórico para obtener las asimetrías aquí propuestas.

### 7.2.1. Asimetrías neutrino-antineutrino según el modelo del cap. 6

Las anteriores sugerencias para distinguir neutrinos y antineutrinos serían de poco valor si los términos  $A_a$ ,  $B_a$  y  $D_a$  son mucho menores que  $A_s$ ,  $B_s$  y  $D_s$ . En un modelo usual de dominancia de la resonancia  $\Delta$ , aunque sí aparecen asimetrías neutrino-antineutrino en las secciones eficaces

totales de producción de piones, no aparecen asimetrías angulares. Por todo esto hemos usado un modelo que incluye términos no resonantes (fondo), en concreto el del cap. 6, para estimar el valor de estas asimetrías. Será precisamente la interferencia de estos términos de fondo con el diagrama de polo de la resonancia  $\Delta$  lo que genere las correlaciones no invariantes bajo  $T$  que son las responsables de las asimetrías angulares neutrino-antineutrino.

En la fig. 7.1 mostramos las secciones eficaces totales de producción de piones mediadas por NC en nucleones en función de la energía del neutrino o el antineutrino. Al igual que el capítulo anterior, incluimos el corte en la masa invariante del sistema  $\pi N$ ,  $W \leq 1.4$  GeV. También incluimos los resultados del experimento de ANL [160] para la reacción  $\nu n \rightarrow \nu p \pi^-$ . En los resultados experimentales no se implementó el corte en  $W$ ; en [141] se muestra que esto no afecta a las secciones eficaces totales para neutrinos con energías por debajo de 1 GeV. La inclusión de dicho corte sólo afecta por tanto al último punto experimental, dando lugar a variaciones del orden del 20 %, en torno a la mitad del error experimental. Los resultados de la fig. 7.1 son significativos, ya que las diferencias entre neutrinos y antineutrinos son siempre grandes, en torno a un factor dos, en todos los canales. Esto confirma que este observable puede utilizarse para distinguir neutrinos de antineutrinos.

Para acabar nos centramos en las asimetrías angulares y mostramos en fig. 7.2 resultados para  $\mathcal{B}_s \pm \mathcal{B}_a$  y  $\mathcal{D}_s \pm \mathcal{D}_a$  definidos en ecs. (7.22) y (7.23) para el canal  $p\pi^-$ . En los demás canales obtuvimos resultados similares. En ambos paneles podemos apreciar claras asimetrías. En particular  $\mathcal{D}_s + \mathcal{D}_a$  y  $\mathcal{D}_s - \mathcal{D}_a$  tienen signos opuestos. La diferencia entre el número de sucesos para los cuales el pión sale por encima del plano de los neutrinos  $N_{abv}$  y aquellos en los que el pión sale por debajo  $N_{blw}$  es  $4(\mathcal{D}_s + \mathcal{D}_a)$  [ $4[\mathcal{D}_s - \mathcal{D}_a]$ ] para reacciones inducidas por neutrinos [antineutrinos]. Así el signo de esta diferencia determinaría la quiralidad del haz de neutrinos incidentes. De todos modos debemos mencionar que la asimetría basada en la sección eficaz total (fig. 7.1) proporcionaría una señal con una mayor significancia estadística. La causa de esto se encuentra en que la razón  $(N_{abv} - N_{blw})/(N_{abv} + N_{blw})$  sería del orden de  $10^{-2}$  o menor. Asimetrías basadas en la función de respuesta  $\mathcal{B}$  no serían tan desfavorables desde el punto de vista estadístico.



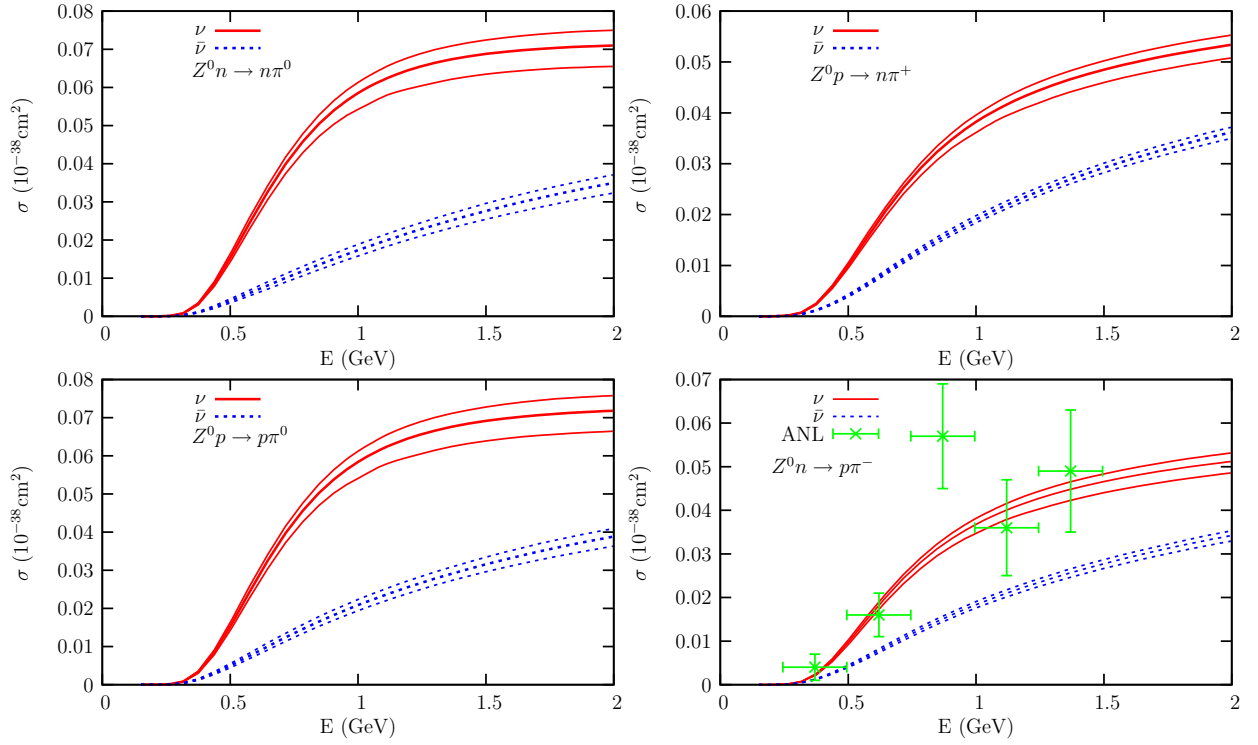


Figura 7.1: Secciones eficaces de producción de piones mediadas por NC, en función de la energía del neutrino incidente. Hemos introducido un corte en la masa invariante pión-nucleón  $W \leq 1.4$  GeV. La línea central representa el resultado de nuestro modelo teórico, incluyendo (líneas externas) bandas de CL al 68 %, inferidas de las incertidumbres de los parámetros de ec. (6.78). Los datos experimentales de producción de  $\pi^-$  se han tomado de [160].

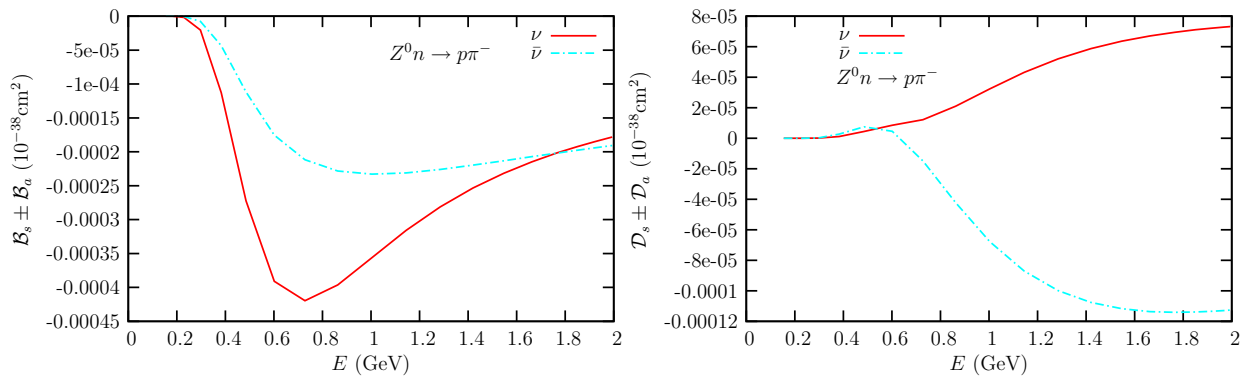


Figura 7.2: Predicciones de nuestro modelo quiral para  $\mathcal{B}_s \pm \mathcal{B}_a$  y  $\mathcal{D}_s \pm \mathcal{D}_a$  (ecs. (7.22) y (7.23)) en función de la energía del (anti)neutrino incidente.

# Capítulo 8

## Conclusiones

En este trabajo hemos desarrollado un modelo para estudiar las reacciones de dispersión de neutrinos por núcleos en la región del pico quasi-elástico y un régimen de energías intermedias, relevante para experimentos de oscilación de neutrinos. Hemos estudiado reacciones mediadas por corrientes neutras y cargadas e inducidas tanto por neutrinos como por antineutrinos.

Nuestro modelo parte de un gas de Fermi en aproximación de densidad local, pero incluye una serie de efectos debidos al medio nuclear relevantes a energías intermedias: dispersión Coulombiana del leptón cargado saliente, correlaciones de largo alcance (polarización del medio tipo RPA), auto-energía del nucleón en el medio (FSI)... Hemos comprobado que, tal y como ocurría para procesos inducidos por electrones y fotones, la inclusión de estos efectos de dinámica nuclear, en particular RPA y FSI, produce modificaciones muy importantes de la respuesta del gas de Fermi ante sondas débiles. La polarización del medio (RPA) resulta esencial para obtener una descripción aceptable de los datos. Por otro lado, los efectos FSI producen cambios significativos de la forma de las secciones eficaces diferenciales, pero producen cambios menores en las secciones eficaces integradas, comparables con las incertidumbres teóricas del modelo, una vez incluido los efectos de RPA.

A bajas energías (menores de 100 MeV de energía de excitación nuclear) no se debe esperar que partiendo de un gas de Fermi se puedan describir los detalles del espectro energético de las partículas salientes, ya que éste se ve afectado por transiciones discretas y resonancias gigantes nucleares. Sin embargo, nuestro modelo reproduce satisfactoriamente los resultados experimentales existentes de observables inclusivos: secciones eficaces integradas de dispersión neutrino-núcleo y anchuras totales de la captura muónica por núcleos. Ésto confirma que los efectos de tamaño finito del núcleo son poco relevantes para observables de tipo inclusivo, como queda corroborado en la comparación que se realiza en el capítulo 4 entre resultados obtenidos con un gas de Fermi y con un modelo de capas para la captura muónica inclusiva nuclear.

Por el contrario, los efectos dinámicos de medio nuclear (RPA y FSI) son importantes en todo el rango de energías estudiado en este trabajo. De hecho, es imprescindible tenerlos en cuenta si queremos describir las secciones eficaces con precisiones del orden o menores del 10 %. A energías del orden de centenares de MeV existen pocos resultados experimentales. A pesar de esto tenemos

confianza en nuestro modelo, ya que un modelo análogo [17–19] es capaz de reproducir con precisión las medidas de secciones eficaces inclusivas en experimentos de dispersión de electrones por núcleos.

Hemos estudiado también en este contexto, observables de polarización del leptón final en procesos mediados por corrientes cargadas. Estos observables no resultan ser, sin embargo, muy sensibles a efectos nucleares para la mayor parte de las cinemáticas de interés en experimentos de aparición de leptones  $\tau$ .

Hemos también estimado las incertidumbres que afectan a las secciones eficaces predichas por nuestro modelo e inducidas por las indeterminaciones en los *inputs* del mismo. No hemos encontrado fuertes dependencias y nuestro modelo resulta estable frente a variaciones de los parámetros microscópicos, como factores de forma, densidades nucleares y parámetros del potencial efectivo de la interacción ph-ph. Encontramos errores relativos del orden del 10–15 % para las secciones eficaces diferenciales en la región de energías intermedias. Las incertidumbres en observables del tipo  $\sigma(\mu)/\sigma(e)$ , de vital importancia en análisis de experimentos de oscilaciones, son menores, del orden del 5 %.

También hemos estudiado reacciones de emisión de nucleones inducidas por neutrinos. Estas reacciones son de especial relevancia para el estudio de procesos gobernados por corrientes neutras ante la imposibilidad de detectar el neutrino saliente. Se ha utilizado una simulación Monte Carlo para propagar los nucleones en su camino a través del núcleo. Hemos puesto de manifiesto las deficiencias de las técnicas DWIA, diseñadas para el estudio de observables exclusivos, para describir estos procesos donde el estado nuclear final no es detectado.

Como primer paso para extender nuestro modelo de la dispersión neutrino-núcleo a la región del pico de la resonancia  $\Delta$  y del “dip” (región entre los picos QE y de la  $\Delta$ ) hemos estudiado procesos de producción de un pión en reacciones neutrino-nucleón:  $\nu_l + N \rightarrow l + N' + \pi$  y  $\nu_l + N \rightarrow \nu'_l + N' + \pi$ . Nuestro modelo incluye, además del término de polo de la  $\Delta$ , una serie de contribuciones no resonantes, determinadas por el patrón de rotura espontánea de simetría quiral de QCD. Estos términos de fondo producen efectos significativos en las secciones eficaces integradas y diferenciales, incluyendo las distribuciones angulares del pión emitido. Estos efectos mejoran la descripción de los resultados experimentales, cuando se compara con los resultados de los modelos que sólo incluyen el mecanismo de la  $\Delta$ . Como en el caso de reacciones inducidas por electrones, éste tipo de contribuciones no resonantes resultan ser dominantes en la región próxima al umbral de producción de piones, y hacen necesario un reajuste de los parámetros de la transición débil  $W + N \rightarrow \Delta$ . Nuestro re-análisis apunta a violaciones de alrededor de un 30 % de la relación de Goldberger-Treiman en el sector no diagonal  $N - \Delta$ .

Otra consecuencia interesante de la inclusión de estos términos de fondo en reacciones de producción de piones es la aparición de asimetrías de paridad y quiralidad. Éstas últimas podrían ser útiles a la hora de distinguir entre neutrinos y antineutrinos por debajo del umbral de producción de leptones cargados.

# Apéndice A

## Anchuras de desintegración y autoenergías. Reglas de Cutkosky

La anchura de desintegración inclusiva  $\Gamma$  de una partícula es la suma de las contribuciones de cada uno de los posibles canales de desintegración  $\Gamma = \sum_i \Gamma_i$ , dónde  $\Gamma_i$  es la anchura debida al canal  $i$ -ésimo. A cada una de estas anchuras les podemos asociar un diagrama de autoenergía construido a partir del diagrama del proceso que contribuye a dicha anchura y su simétrico especular ver fig. A.1. Para cada uno de estos canales la anchura de desintegración es

$$\Gamma = \frac{(2\pi)^4}{2E} \int \prod_f \left( \frac{d^3 \mathbf{p}_f}{(2\pi)^3 2E_f} \right) \delta^4 \left( p - \sum_f p_f \right) \sum_f |i \langle F | -iT' | I \rangle|^2 \quad (\text{A.1})$$

dónde hemos factorizado la  $i$  proveniente de cada vértice<sup>1</sup> y el subíndice  $f$  recorre todos los estados de las partículas finales.

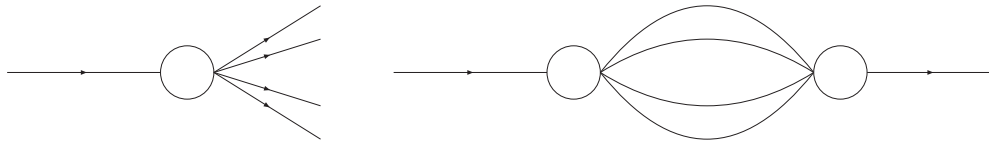


Figura A.1: Diagrama de desintegración y su asociado de autoenergía

<sup>1</sup>Recordemos cómo  $S = T \exp \left( i \int d^4x \mathcal{L}_i(x) \right)$ , de manera que  $T' = -iT$ .  $T$  es el operador de ordenación temporal.

## A.1. Bosones

La autenergía del diagrama de autenergía para un bosón es:

$$-i\Pi = \int \prod_f \left( \frac{d^4 p_f}{(2\pi)^4} P(p_f) N_f \right) (2\pi)^4 \delta^4 \left( p - \sum_f p_f \right) \sum_f i \langle F | -iT' | I \rangle i \langle I | (-iT')^\dagger | F \rangle \quad (\text{A.2})$$

dónde hemos definido los propagadores  $P_f$  de las partículas en el estado final

$$P(p_f) = \frac{i}{p_f^2 - m_f^2 + i\epsilon} \quad (\text{A.3})$$

y  $N_f = 1$  para bosones y  $N_f = \not{p}_f + m_f$  para fermiones.

Probemos

$$\sum_f i \langle F | -iT' | I \rangle \left( \prod_f N_f \right) i \langle I | (-iT')^\dagger | F \rangle = - \sum_f |i \langle F | -iT' | I \rangle|^2, \quad (\text{A.4})$$

que es obvio en el caso de que sólo haya bosones en el estado final. En el caso de que además haya fermiones, conservación del número fermiónico impone que estos deben de aparecer en parejas.

En esta situación la igualdad ec. (A.4) se sigue de

$$- \text{Tr} \left( (\not{p}_2 - m_2) \tilde{\Gamma}^\mu (\not{p}_1 + m_1) \Gamma^\nu \right) |i|^2 = - \text{Tr} \left( \Gamma^\nu (\not{p}_1 + m_1) \Gamma^\mu (-\not{p}_2 + m_2) \right) i^2 \quad (\text{A.5})$$

dónde hemos introducido un vértice Lorentz genérico  $\Gamma^\mu$ ,  $\tilde{\Gamma}^\mu = \gamma^0 \Gamma^\mu \gamma^0$ . Gracias a la propiedad  $\text{Tr} (\gamma^\mu \gamma^\nu \dots \gamma^\rho \gamma^\sigma) = \text{Tr} (\gamma^\sigma \gamma^\rho \dots \gamma^\nu \gamma^\mu)$  de las trazas de matrices de Dirac la ec. (A.4) se satisface automáticamente.  $\tilde{\Gamma}^\mu = \Gamma^\mu$  es una condición satisfecha por los vértices vector ( $\gamma^\mu$ ), axial ( $\gamma_5 \gamma^\mu$ ) y del tipo  $i\gamma_5 q^\mu$ .

Probemos a continuación

$$\text{Im} \left\{ i \int \prod_f \left( \frac{d^4 p_f}{(2\pi)^4} P(p_f) \right) (2\pi)^4 \delta^4 \left( p - \sum_f p_f \right) \right\} = \frac{(2\pi)^4}{2} \int \prod_f \left( \frac{d^3 \mathbf{p}_f}{(2\pi)^3 2E_f} \right) \delta^4 \left( p - \sum_f p_f \right) \quad (\text{A.6})$$

para lo cual usaremos de forma iterativa el mecanismo que mostraremos a continuación para el caso elemental de la fig.A.2.

$$\begin{aligned} I &= \text{Im} \left\{ i \int \frac{d^4 p_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4 p_2}{(2\pi)^4} \frac{i}{p_1^2 - m_1^2 + i\epsilon} \frac{i}{p_2^2 - m_2^2 + i\epsilon} (2\pi)^4 \delta^4 (p - p_1 - p_2) \right\} \\ &= \text{Im} \left\{ -i \int \frac{d^3 \mathbf{p}_1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 \mathbf{p}_2}{(2\pi)^3} (2\pi)^3 \delta^3 (\mathbf{p} - \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \right. \\ &\quad \left. \times \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dw}{2\pi} \frac{1}{w^2 - \mathbf{p}_1^2 - m_1^2 + i\epsilon} \frac{1}{(w - p^0)^2 - \mathbf{p}_2^2 - m_2^2 + i\epsilon} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

para realizar la integral en  $dw$ , atendemos a la estructura analítica del integrando, ver fig. A.3:

$$I = \text{Im} \left\{ \int \frac{d^3 \mathbf{p}_1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 \mathbf{p}_2}{(2\pi)^3} (2\pi)^3 \delta^3 (\mathbf{p} - \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \times \left( \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{2\pi} \frac{1}{-x^2 - \mathbf{p}_1^2 - m_1^2} \frac{1}{(ix - p^0)^2 - \mathbf{p}_2^2 - m_2^2} - \frac{1}{2w_{\mathbf{p}_2}} \frac{\Theta(p^0 - w_{\mathbf{p}_2})}{(w_{\mathbf{p}_2} - p^0)^2 - \mathbf{p}_1^2 - m_1^2 + i\epsilon} \right) \right\} \quad (\text{A.8})$$

con la definición  $w_{\mathbf{p}} = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$ . Dado que en la primera integral se cumple que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx f(x) = \int_0^{+\infty} dx [f(x) + f(-x)] = \int_0^{+\infty} dx [f(x) + f^*(x)] \quad (\text{A.9})$$

entonces es puramente real, con lo cual tenemos

$$I = \text{Im} \int \frac{d^3 \mathbf{p}_1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 \mathbf{p}_2}{(2\pi)^3} (2\pi)^3 \delta^3 (\mathbf{p} - \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \frac{-1}{2w_{\mathbf{p}_2}} \text{Im} \left\{ \frac{\Theta(p^0 - w_{\mathbf{p}_2})}{(w_{\mathbf{p}_2} - p^0)^2 - \mathbf{p}_1^2 - m_1^2 + i\epsilon} \right\}. \quad (\text{A.10})$$

Utilizando que

$$\text{Im} \left\{ \frac{\Theta(p^0 - w_{\mathbf{p}_2})}{(w_{\mathbf{p}_2} - p^0)^2 - \mathbf{p}_1^2 - m_1^2 + i\epsilon} \right\} = -\frac{\pi \delta(p^0 - w_{\mathbf{p}_1} - w_{\mathbf{p}_2})}{2w_{\mathbf{p}_1}} \quad (\text{A.11})$$

obtenemos

$$I = \frac{(2\pi)^4}{2} \int \frac{d^3 \mathbf{p}_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3 \mathbf{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \delta^4(p - p_1 - p_2) \quad (\text{A.12})$$

lo que demuestra ec. (A.6).

Por lo tanto de las ecs. (A.5) y (A.6) concluimos que para un bosón

$$\Gamma = -\text{Im} \frac{\Pi}{E}. \quad (\text{A.13})$$

## A.2. Fermiones

Para un fermión de polarización  $r$  se verifica que

$$\Gamma = -2m \text{Im} \frac{\tilde{\Pi}}{E} \quad (\text{A.14})$$

$$\tilde{\Pi} = \frac{\bar{u}_r(p) \Pi u_r(p)}{2m}, \quad (\text{A.15})$$

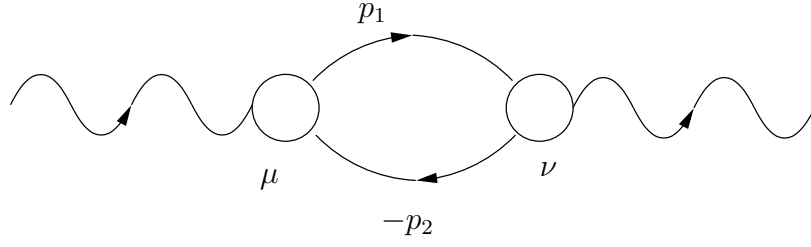


Figura A.2: Diagrama de Feynman para la auto-energía de bosón.

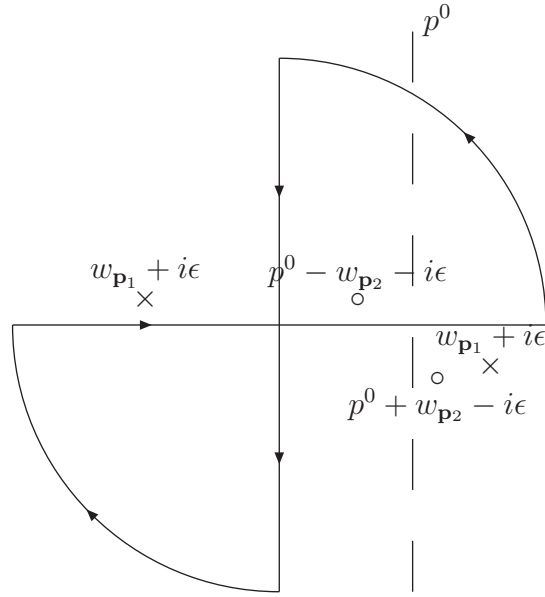


Figura A.3: Estructura de los polos de la integral ec. (A.7).

siendo la única diferencia respecto al caso bosónico que ahora  $\Pi$  es una matriz. En efecto, tenemos que

$$\begin{aligned}
 -\frac{1}{2m} \sum_f |i \langle F | -iT' | I \rangle|^2 &= i^2 \frac{\bar{u}_r(p) \tilde{\Gamma}^\mu T_{\mu\nu} (p_1 + m_1) \Gamma^\nu u_r(p)}{2m} \\
 &= \frac{1}{2m} \sum_f \bar{u}_r(p) i \langle F | -iT' | I \rangle \prod_f N_f i \langle I | (-iT')^\dagger | F \rangle u_r(p)
 \end{aligned} \tag{A.16}$$

donde  $T^{\mu\nu}$  es el tensor Lorentz asociado al propagador bosónico. La ec. (A.16) sustituye a ec. (A.4) y por tanto

$$\frac{\Gamma}{2m} = -\text{Im} \frac{\Pi}{E} \tag{A.17}$$

se deduce de ec. (A.13).

# Apéndice B

## Propagadores del nucleón en el medio y funciones de Lindhard

### B.1. El propagador del nucleón en un gas de Fermi

Partiendo de un campo fermiónico  $\psi$  con espín  $S = 1/2$

$$\psi(x) = \sum_{r,\mathbf{p}} \frac{1}{\sqrt{(2VE(\mathbf{p}))}} [c_r(\mathbf{p}) u_r(\mathbf{p}) e^{-ipx} + d_r^\dagger(\mathbf{p}) v_r(\mathbf{p}) e^{ipx}] \quad (\text{B.1})$$

donde  $c_r(\mathbf{p})$  y  $d_r(\mathbf{p})$  son operadores destrucción para estados de fermiones y antifermiones con helicidad  $r$  y momento  $\mathbf{p}$ , respectivamente. En el gas de Fermi el estado fundamental no es el vacío  $|0\rangle$ , estado de cero partículas y antipartículas y que por tanto queda aniquilado por estos operadores, si no un estado de  $n$  partículas sin interacción  $|\psi_0\rangle$  con momentos  $\mathbf{p}$  por debajo del momento de Fermi,  $|\mathbf{p}| \leq k_F$ .

Podemos hacer un cambio de notación para introducir los estados de creación y destrucción de partícula y agujero

$$\begin{aligned} c(\mathbf{p}) &\rightarrow c(\mathbf{p}) & |\mathbf{p}| > k_F \\ c(\mathbf{p}) &\rightarrow b^\dagger(\mathbf{p}) & |\mathbf{p}| \leq k_F \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

de manera que aniquilar un estado por debajo del nivel de Fermi equivale a crear un estado agujero y análogamente

$$\begin{aligned} c^\dagger(\mathbf{p}) &\rightarrow c^\dagger(\mathbf{p}) & |\mathbf{p}| > k_F \\ c^\dagger(\mathbf{p}) &\rightarrow b(\mathbf{p}) & |\mathbf{p}| \leq k_F \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

aniquilar un estado agujero supone crear un estado partícula. También introducimos la función

$$n(\mathbf{p}) = \begin{cases} 1, & |\mathbf{p}| \leq k_F \\ 0, & |\mathbf{p}| > k_F \end{cases} \quad (\text{B.4})$$



de manera que el campo de nucleón ec. (B.1) podemos reescribirlo

$$\psi(x) = \sum_{r, \mathbf{p}} \frac{1}{\sqrt{(2VE(\mathbf{p}))}} \times [(n(\mathbf{p}) b_r^\dagger(\mathbf{p}) + (1 - n(\mathbf{p})) c_r(\mathbf{p})) u_r(\mathbf{p}) e^{-ipx} + d_r^\dagger(\mathbf{p}) v_r(\mathbf{p}) e^{ipx}] . \quad (\text{B.5})$$

De esta manera se llega directamente al propagador de un nucleón en un gas de Fermi:

$$\begin{aligned} iG(x_1 - x_2) &= \langle \psi_0 | \mathbb{T} (\psi_\alpha(x_1)) \bar{\psi}_\beta(x_2) | \Psi_0 \rangle \\ &= \int \frac{d^4p}{2\pi^4} \frac{\not{p} + M}{p^2 - M^2 + i\epsilon} e^{-ip(x_1 - x_2)} + 2\pi i \int \frac{d^4p}{2\pi^4} n(\mathbf{p}) \frac{\not{p} + M}{2E(\mathbf{p})} \delta(p^0 - E(\mathbf{p})) e^{-ip(x_1 - x_2)} . \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Esta expresión es idéntica a la del propagador en el vacío, salvo por el segundo sumando, que introduce el bloqueo de Pauli para nucleones con momento por debajo del mar de Fermi.

## B.2. Funciones de Lindhard relativistas

La función de Lindhard aparece en la evaluación de propagadores de estados fermiónicos partícula-agujero. Definimos  $\bar{U}(q, k_F^n, k_F^p)$  la función de Lindhard relativista en un medio nuclear asimétrico,

$$\bar{U}_R(q, k_F^n, k_F^p) = 2 \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{M}{E(\mathbf{p})} \frac{M}{E(\mathbf{p} + \mathbf{q})} \frac{\Theta(k_F^n - |\mathbf{p}|) \Theta(|\mathbf{p} + \mathbf{q}| - k_F^p)}{q^0 + E(\mathbf{p}) - E(\mathbf{p} + \mathbf{q}) + i\epsilon} + (q \rightarrow -q) \quad (\text{B.7})$$

donde la segunda contribución tiene en cuenta el diagrama cruzado del propagador ph.

La parte imaginaria de esta función se calcula cuando los estados intermedios se ponen en capa de masas, y tenemos nucleones reales. Para energías transferidas positivas ( $q^0 > 0$ ) sólo el término directo contribuye a la parte imaginaria de la ec. (B.7), resultando

$$\begin{aligned} \text{Im} \bar{U}_R(q, k_F^n, k_F^p) &= \int d^3\mathbf{p} \mathcal{F}_R(q, \mathbf{p}, k_F^n, k_F^p) \\ &= -M^2 \frac{\Theta(q^0) \Theta(-q^2)}{2\pi|\mathbf{q}|} \Theta(E_F^n - E_F^p + q^0) \Theta(E_F^n - \mathcal{E}_R^p) (E_F^n - \mathcal{E}_R^p) \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

con

$$\mathcal{F}_R(q, \mathbf{p}, k_F^n, k_F^p) = -\frac{M^2}{4\pi^2} \frac{\Theta(q^0) \delta(q^0 + E(\mathbf{p}) - E(\mathbf{p} + \mathbf{q}))}{E(\mathbf{p}) E(\mathbf{p} + \mathbf{q})} \Theta(k_F^n - |\mathbf{p}|) \Theta(|\mathbf{p} + \mathbf{q}| - k_F^p) \quad (\text{B.9})$$

con

$$\mathcal{E}_R^p = \text{Max} \left\{ M, E_F^p - q^0, \frac{-q^0 + |\mathbf{q}| \sqrt{1 - 4M^2/q^2}}{2} \right\} \quad (\text{B.10})$$

y la energía de Fermi relativista es  $E_F^{n,p} = \sqrt{M^2 + (k_F^{n,p})^2}$ .

Otras expresiones relevantes relacionadas con estas integrales y que aparecen al evaluar el tensor hadrónico de la ec. (2.39) son

$$T_R^0(q, k_F^n, k_F^p) = \int d^3\mathbf{p} \mathcal{F}_R(q, \mathbf{p}, k_F^n, k_F^p) E(\mathbf{p}) = \frac{1}{2} (E_F^n + \mathcal{E}_R^p) \text{Im} \bar{U}_R(q, k_F^n, k_F^p) \quad (\text{B.11})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_R(q, k_F^n, k_F^p) &= \int d^3\mathbf{p} \mathcal{F}_R(q, \mathbf{p}, k_F^n, k_F^p) \mathbf{p} \\ &= \left( \frac{q^2}{2|\mathbf{q}|^2} \text{Im} \bar{U}_R(q, k_F^n, k_F^p) + \frac{q^0}{|\mathbf{q}|^2} T_R^0(q, k_F^n, k_F^p) \right) \mathbf{q} \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

$$\begin{aligned} R_R^{00}(q, k_F^n, k_F^p) &= \int d^3\mathbf{p} \mathcal{F}_R(q, \mathbf{p}, k_F^n, k_F^p) E^2(\mathbf{p}) \\ &= \frac{1}{3} \left( (E_F^n)^2 + (\mathcal{E}_R^p)^2 + \mathcal{E}_R^p E_F^n \right) \text{Im} \bar{U}_R(q, k_F^n, k_F^p) \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_R(q, k_F^n, k_F^p) &= \int d^3\mathbf{p} \mathcal{F}_R(q, \mathbf{p}, k_F^n, k_F^p) E(\mathbf{p}) \mathbf{p} \\ &= \left( \frac{q^2}{2|\mathbf{q}|^2} T_R^0(q, k_F^n, k_F^p) + \frac{q^0}{|\mathbf{q}|^2} R_R^{00}(q, k_F^n, k_F^p) \right) \mathbf{q} \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

$$R_R^{ij}(q, k_F^n, k_F^p) = \int d^3\mathbf{p} \mathcal{F}_R(q, \mathbf{p}, k_F^n, k_F^p) p^i p^j = \frac{a_R - b_R}{2} \delta^{ij} + \frac{3b_R - a_R}{2|\mathbf{q}|^2} q^i q^j \quad (\text{B.15})$$

con

$$a_R(q, k_F^n, k_F^p) = R_R^{00}(q, k_F^n, k_F^p) - M^2 \text{Im} \bar{U}_R(q, k_F^n, k_F^p) \quad (\text{B.16})$$

y

$$b_R(q, k_F^n, k_F^p) = \frac{1}{4|\mathbf{q}|^2} \left\{ q^4 \text{Im} \bar{U}_R(q, k_F^n, k_F^p) + 4(q^0)^2 R_R^{00}(q, k_F^n, k_F^p) + 4q^2 q^0 T_R^0(q, k_F^n, k_F^p) \right\} \quad (\text{B.17})$$

y los índices  $i, j = 1, 2, 3$ .

### B.3. Funciones de Lindhard no-relativistas

Si utilizamos una relación de dispersión no relativista para el nucleón

$$E(\mathbf{p}) \approx M + \frac{\mathbf{p}^2}{2M} \equiv \bar{E}(\mathbf{p}) \quad (\text{B.18})$$

tenemos que, por consistencia, debemos sustituir los factores  $M/E(\mathbf{p})$ ,  $M/E(\mathbf{p} + \mathbf{q}) \sim 1$  en las definiciones de función de Lindhard y en todas las integrales dadas en la sección anterior.

De esta manera las funciones de la sección anterior toman la forma:

$$\bar{U}(q, k_F^n, k_F^p) = 2 \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{\Theta(k_F^n - |\mathbf{p}|) \Theta(|\mathbf{p} + \mathbf{q}| - k_F^p)}{q^0 + \bar{E}(\mathbf{p}) - \bar{E}(\mathbf{p} + \mathbf{q}) + i\epsilon} + (q \rightarrow -q) \quad (\text{B.19})$$

$$\begin{aligned} \text{Im } \bar{U}(q, k_F^n, k_F^p) &= \int d^3 \mathbf{p} \mathcal{F}(q, \mathbf{p}, k_F^n, k_F^p) \\ &= -M^2 \frac{\Theta(q^0) \Theta(-q^2)}{2\pi|\mathbf{q}|} \Theta(\bar{E}_F^n - \bar{E}_F^p + q^0) \Theta(\bar{E}_F^n - \mathcal{E}^p) (\bar{E}_F^n - \mathcal{E}^p) \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

con

$$\mathcal{F}(q, \mathbf{p}, k_F^n, k_F^p) = -\frac{1}{4\pi^2} \Theta(q^0) \delta(q^0 + \bar{E}(\mathbf{p}) - \bar{E}(\mathbf{p} + \mathbf{q})) \Theta(k_F^n - |\mathbf{p}|) \Theta(|\mathbf{p} + \mathbf{q}| - k_F^p) \quad (\text{B.21})$$

y las definiciones

$$\mathcal{E}^p = \text{Max} \left\{ \bar{E}_F^p - q^0, M + \frac{1}{2M} \left( \frac{Mq^0}{|\mathbf{q}|} - \frac{|\mathbf{q}|}{2} \right)^2 \right\} \quad (\text{B.22})$$

y  $\bar{E}_F^{n,p} = M + (k_F^{n,p})^2 / 2M$ .

Por otra parte tenemos,

$$T^0(q, k_F^n, k_F^p) = \int d^3 \mathbf{p} \mathcal{F}(q, \mathbf{p}, k_F^n, k_F^p) \bar{E}(\mathbf{p}) = \frac{1}{2} (\bar{E}_F^n + \mathcal{E}^p) \text{Im } \bar{U}(q, k_F^n, k_F^p) \quad (\text{B.23})$$

$$\mathbf{T}(q, k_F^n, k_F^p) = \int d^3 \mathbf{p} \mathcal{F}(q, \mathbf{p}, k_F^n, k_F^p) \mathbf{p} = \left( -\frac{1}{2} + \frac{Mq^0}{|\mathbf{q}|^2} \right) \text{Im } \bar{U}(q, k_F^n, k_F^p) \mathbf{q} \quad (\text{B.24})$$

$$\begin{aligned} R^{00}(q, k_F^n, k_F^p) &= \int d^3 \mathbf{p} \mathcal{F}(q, \mathbf{p}, k_F^n, k_F^p) \bar{E}^2(\mathbf{p}) \\ &= \frac{1}{3} \left( (\bar{E}_F^n)^2 + (\mathcal{E}^p)^2 + \mathcal{E}^p \bar{E}_F^n \right) \text{Im } \bar{U}(q, k_F^n, k_F^p) \end{aligned} \quad (\text{B.25})$$

$$\mathbf{R}(q, k_F^n, k_F^p) = \int d^3 \mathbf{p} \mathcal{F}(q, \mathbf{p}, k_F^n, k_F^p) \bar{E}(\mathbf{p}) \mathbf{p} = \left( \frac{Mq^0}{|\mathbf{q}|^2} - \frac{1}{2} \right) T^0(q, k_F^n, k_F^p) \mathbf{q} \quad (\text{B.26})$$

$$R^{ij}(q, k_F^n, k_F^p) = \int d^3 \mathbf{p} \mathcal{F}(q, \mathbf{p}, k_F^n, k_F^p) p^i p^j = \frac{a-b}{2} \delta^{ij} + \frac{3b-a}{2|\mathbf{q}|^2} q^i q^j \quad (\text{B.27})$$

con

$$a(q, k_F^n, k_F^p) = 2M \left\{ T^0(q, k_F^n, k_F^p) - M \text{Im } \bar{U}(q, k_F^n, k_F^p) \right\} \quad (\text{B.28})$$

y

$$b(q, k_F^n, k_F^p) = \frac{1}{4|\mathbf{q}|^2} (2Mq^0 - |\mathbf{q}|^2)^2 \text{Im } \bar{U}(q, k_F^n, k_F^p). \quad (\text{B.29})$$

También aparece en nuestros cálculos la función de Lindhard  $U_\Delta$  para los estados  $\Delta$ , que se estudia detalladamente en [168]. Su expresión es:

$$U_\Delta(q) = \frac{16}{9} \left[ \frac{f^*}{f} \right]^2 \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{n(k)}{q^0 + E(\mathbf{k}) - \omega_R - \epsilon(\mathbf{k} + \mathbf{q}) + i\Gamma((k+q)/2)} + (q \rightarrow -q) \quad (\text{B.30})$$

dónde  $\omega_R = m_\Delta - M$  y  $\Gamma(q)$  es la anchura en el vacío de la Delta. Esta anchura es idénticamente 0 por debajo del umbral de producción de piones.

En materia nuclear simétrica suele definirse la función de Lindhard de nucleón  $U_N(q, k_F) = 2\bar{U}(q, k_F, k_F)$ , que incluye un factor 2 de isospín. También es útil la función de Lindhard  $U = U_N + U_\Delta$ , que incluye los propagadores de nucleón y de la  $\Delta$ .



# Apéndice C

## Tensores de nucleón

### C.1. Corrientes cargadas

#### C.1.1. Aproximación de impulso

Si efectuamos las trazas de la ec. (2.38) teniendo en cuenta que en la ec. (2.39) los nucleones en estados partícula y agujero están en capa de masas,  $p^2 = (p + q)^2 = M^2$ ,  $2p \cdot q + q^2 = 0$ , llegamos a

$$\begin{aligned} A^{\mu\nu}(p, q) = & 16(F_1^V)^2 \left\{ (p + q)^\mu p^\nu + (p + q)^\nu p^\mu + \frac{q^2}{2} g^{\mu\nu} \right\} - 16F_1^V \mu_V F_2^V (q^\mu q^\nu - q^2 g^{\mu\nu}) \\ & + 2q^2 (\mu_V F_2^V)^2 \left\{ 4g^{\mu\nu} - 4\frac{p^\mu p^\nu}{M^2} - 2\frac{p^\mu q^\nu + q^\mu p^\nu}{M^2} - q^\mu q^\nu \left( \frac{4}{q^2} + \frac{1}{M^2} \right) \right\} \\ & + 4G_A^2 \left\{ 2p^\mu p^\nu + q^\mu p^\nu + p^\mu q^\nu + g^{\mu\nu} \left( \frac{q^2}{2} - 2M^2 \right) - \frac{2M^2(2m_\pi^2 - q^2)}{(m_\pi^2 - q^2)^2} q^\mu q^\nu \right\} \\ & - 16iG_A (F_1^V + \mu_V F_2^V) \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_\alpha p_\beta, \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

que admite una descomposición

$$A^{\mu\nu}(p, q) = a_1 g^{\mu\nu} + a_2 \left( p^\mu p^\nu + \frac{p^\mu q^\nu + p^\nu q^\mu}{2} \right) + ia_3 \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_\alpha q_\beta + a_4 q^\mu q^\nu \quad (\text{C.2})$$

y de ec. (C.1) tenemos

$$a_1(q^2) = 8q^2 \left\{ (F_1^V + \mu_V F_2^V)^2 + G_A^2 \left( \frac{1}{4} - \frac{M^2}{q^2} \right) \right\} \quad (\text{C.3})$$

$$a_2(q^2) = 32(F_1^V)^2 - 8(\mu_V F_2^V)^2 \frac{q^2}{M^2} + 8G_A^2 \quad (\text{C.4})$$

$$a_3(q^2) = 16G_A(F_1^V + \mu_V F_2^V) \quad (\text{C.5})$$

$$a_4(q^2) = -\frac{8q^2}{M^2}(\mu_V F_2^V)^2 \left( \frac{M^2}{q^2} + \frac{1}{4} \right) - \frac{8M^2 G_A^2}{m_\pi^2 - q^2} \left( \frac{q^2}{m_\pi^2 - q^2} + 2 \right) - 16F_1^V \mu_V F_2^V \quad (\text{C.6})$$

### C.1.2. Correcciones RPA

Cuando tenemos en cuenta las correcciones RPA asumimos que el momento transferido  $\mathbf{q}$  va en la dirección del eje  $z$  y despreciamos contribuciones de orden  $\mathcal{O}(k_F \mathbf{p}^2/M^2, k_F \mathbf{p}'^2/M^2, k_F q^0/M)$ . Así llegamos a las expresiones

$$\begin{aligned} \frac{A_{\text{RPA}}^{00}}{4M^2} &= 8(F_1^V)^2 \left\{ \mathbf{C}_N \left( \frac{E(\mathbf{p})}{M} \right)^2 + \frac{q^2/4 + q^0 E(\mathbf{p})}{M^2} \right\} - 4\mathbf{C}_N F_1^V \mu_V F_2^V \frac{q^2}{M^2} \\ &\quad - 2\frac{q^2}{M^2}(\mu_V F_2^V)^2 \left\{ \frac{\mathbf{p}^2 + q^0 E(\mathbf{p}) + (q^0)^2/4}{M^2} + \frac{(q^0)^2}{q^2} \right\} \\ &\quad + 2G_A^2 \left\{ \frac{q^0 E(\mathbf{p}) + q^2/4 + \mathbf{p}^2}{M^2} - \mathbf{C}_L \frac{(q^0)^2}{m_\pi^2 - q^2} \left( \frac{q^2}{m_\pi^2 - q^2} + 2 \right) \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

$$\begin{aligned} \frac{A_{\text{RPA}}^{0z}}{4M^2} &= 4(F_1^V)^2 \left\{ \mathbf{C}_N \frac{E(\mathbf{p})}{M} \frac{2p_z + |\mathbf{q}|}{M} + \frac{q^0 p_z}{M^2} \right\} - 4F_1^V \mu_V F_2^V \frac{q^0 |\mathbf{q}|}{M^2} \\ &\quad - \frac{q^2}{M^2}(\mu_V F_2^V)^2 \left\{ \frac{E(\mathbf{p})}{M} \frac{2p_z + |\mathbf{q}|}{M} + 2\frac{q^0 |\mathbf{q}|}{q^2} + \frac{q^0 (2p_z + |\mathbf{q}|)}{2M^2} \right\} \\ &\quad + 2G_A^2 \left\{ \mathbf{C}_L \frac{E(\mathbf{p})}{M} \frac{2p_z + |\mathbf{q}|}{2M} + \frac{q^0 p_z}{2M^2} - \mathbf{C}_L \frac{q^0 |\mathbf{q}|}{m_\pi^2 - q^2} \left( \frac{q^2}{m_\pi^2 - q^2} + 2 \right) \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

$$\begin{aligned} \frac{A_{\text{RPA}}^{zz}}{4M^2} &= 8(F_1^V)^2 \left\{ \frac{p_z^2 + |\mathbf{q}|p_z - q^2/4}{M^2} \right\} - 4 \left( \frac{q^0}{M} \right)^2 F_1^V \mu_V F_2^V \\ &\quad - 2\frac{q^2}{M^2}(\mu_V F_2^V)^2 \left\{ \left( \frac{2p_z + |\mathbf{q}|}{2M} \right)^2 + \frac{(q^0)^2}{q^2} \right\} \\ &\quad + 2G_A^2 \left\{ \mathbf{C}_L + \frac{p_z^2 + |\mathbf{q}|p_z - q^2/4}{M^2} - \mathbf{C}_L \frac{q^2}{m_\pi^2 - q^2} \left( \frac{q^2}{m_\pi^2 - q^2} + 2 \right) \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

$$\begin{aligned} \frac{A_{\text{RPA}}^{xx}}{4M^2} &= 8(F_1^V)^2 \left\{ \frac{p_x^2 - q^2/4}{M^2} \right\} - 4\mathbf{C}_T \frac{q^2}{M^2} F_1^V \mu_V F_2^V \\ &\quad - 2\frac{q^2}{M^2}(\mu_V F_2^V)^2 \left\{ \mathbf{C}_T + \frac{p_x^2}{M^2} \right\} + 2G_A^2 \left\{ \mathbf{C}_T + \frac{p_x^2 - q^2/4}{M^2} \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

$$\frac{A_{\text{RPA}}^{xy}}{4M^2} = 4iG_A(F_1^V + \mu_V F_2^V) \left( \frac{q^0 p_z}{M^2} - \mathbf{C}_T \frac{|\mathbf{q}|E(\mathbf{p})}{M^2} \right) \quad (\text{C.11})$$

con los coeficientes de polarización definidos como

$$\mathbf{C}_N(\rho) = \frac{1}{|1 - c_0 f'(\rho) U_N(q, k_F)|^2} \quad (\text{C.12})$$

$$\mathbf{C}_T(\rho) = \frac{1}{|1 - U(q, k_F) V_t(q)|^2} \quad (\text{C.13})$$

$$\mathbf{C}_L(\rho) = \frac{1}{|1 - U(q, k_F) V_l(q)|^2} \quad (\text{C.14})$$

dónde  $U_N$  es la función de Lindhard de nucleón y  $U = U_N + U_\Delta$  contiene también la contribución de la resonancia  $\Delta(1232)$  según están definidos en ap.B.

Para preservar la estructura Lorentz del tipo  $q^\mu q^\nu$  en los términos pseudoscalar-pseudoscalar y pseudoscalar-axial del tensor CC, hemos mantenido las correcciones RPA en los términos

$$\frac{(q^0)^2}{m_\pi^2 - q^2} \left( \frac{q^2}{m_\pi^2 - q^2} + 2 \right) \quad (\text{C.15})$$

de  $A_{\text{RPA}}^{00}$ , a pesar de su dependencia en  $(q^0/|\mathbf{q}|)^2 \approx \mathcal{O}(q^2/M^2)$ .

## C.2. Corrientes neutras

### C.2.1. Aproximación de impulso

En el caso de reacciones inclusivas inducidas por corrientes neutras el tensor de nucleón tiene una forma general:

$$A_N^{\mu\nu}(p, q) = a_1^N g^{\mu\nu} + a_2^N \left( p^\mu p^\nu + \frac{p^\mu q^\nu + p^\nu q^\mu}{2} \right) + ia_3^N \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_\alpha q_\beta + a_4^N q^\mu q^\nu \quad (\text{C.16})$$

con

$$a_1(q^2) = 8q^2 \left\{ (F_1^Z + \mu_Z F_2^Z)^2 + (G_A^Z)^2 \left( \frac{1}{4} - \frac{M^2}{q^2} \right) \right\} \quad (\text{C.17})$$

$$a_2(q^2) = 32(F_1^Z)^2 - 8(\mu_Z F_2^Z)^2 \frac{q^2}{M^2} + 8(G_A^Z)^2 \quad (\text{C.18})$$

$$a_3(q^2) = 16G_A^Z (F_1^Z + \mu_Z F_2^Z) \quad (\text{C.19})$$

$$a_4(q^2) = -\frac{8q^2}{M^2} (\mu_Z F_2^Z)^2 \left( \frac{M^2}{q^2} + \frac{1}{4} \right) - 16F_1^Z \mu_Z F_2^Z \quad (\text{C.20})$$

dónde hemos omitido un índice obvio  $N = n, p$  en los factores de forma.



## C.2.2. Correcciones RPA en NC

AL igual que en el caso de CC tomamos  $\mathbf{q}$  en la dirección  $z$  y tras sumar la serie RPA, y despreciando correcciones relativistas de orden superior llegamos a las correcciones RPA en materia nuclear simétrica

$$\begin{aligned} \frac{\delta A_{\text{RPA}}^{00}}{2M^2} &= 8 \left[ \frac{E(\mathbf{p})}{M} \right]^2 \left\{ (\mathbf{C}_{\mathbf{N}} - 1) [(F_1^Z)^p - (F_1^Z)^n]^2 + (\mathbf{D}_{\mathbf{N}} - 1) [(F_1^Z)^p + (F_1^Z)^n]^2 \right\} \\ &\quad - 4 \frac{q^2}{M^2} \left\{ (\mathbf{C}_{\mathbf{N}} - 1) [(F_1^Z)^p - (F_1^Z)^n] [(\mu_Z F_2^Z)^p - (\mu_Z F_2^Z)^n] \right. \\ &\quad \left. + (\mathbf{D}_{\mathbf{N}} - 1) [(F_1^Z)^p + (F_1^Z)^n] [(\mu_Z F_2^Z)^p + (\mu_Z F_2^Z)^n] \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.21})$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta A_{\text{RPA}}^{0z}}{2M^2} &= \left[ \frac{E(\mathbf{p})}{M} \frac{2p_z + |\mathbf{q}|}{M} \right] \left\{ 4(\mathbf{C}_{\mathbf{N}} - 1) [(F_1^Z)^p - (F_1^Z)^n]^2 + 4(\mathbf{D}_{\mathbf{N}} - 1) [(F_1^Z)^p + (F_1^Z)^n]^2 \right. \\ &\quad \left. + (\mathbf{C}_{\mathbf{L}} - 1) [(G_A^Z)^p - (G_A^Z)^n]^2 + (\mathbf{E}_{\mathbf{N}} - 1) [(G_A^Z)^p + (G_A^Z)^n]^2 \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.22})$$

$$\frac{\delta A_{\text{RPA}}^{zz}}{2M^2} = 2(\mathbf{C}_{\mathbf{L}} - 1) [(G_A^Z)^p - (G_A^Z)^n]^2 + 2(\mathbf{E}_{\mathbf{N}} - 1) [(G_A^Z)^p + (G_A^Z)^n]^2 \quad (\text{C.23})$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta A_{\text{RPA}}^{xx}}{2M^2} &= -2 \frac{q^2}{M^2} \left\{ (\mathbf{C}_{\mathbf{T}} - 1) [(\mu_Z F_2^Z)^p - (\mu_Z F_2^Z)^n]^2 + (\mathbf{E}_{\mathbf{N}} - 1) [(\mu_Z F_2^Z)^p + (\mu_Z F_2^Z)^n]^2 \right\} \\ &\quad - 4 \frac{q^2}{M^2} \left\{ (\mathbf{C}_{\mathbf{T}} - 1) [(F_1^Z)^p - (F_1^Z)^n] [(\mu_Z F_2^Z)^p - (\mu_Z F_2^Z)^n] \right. \\ &\quad \left. + (\mathbf{E}_{\mathbf{N}} - 1) [(F_1^Z)^p + (F_1^Z)^n] [(\mu_Z F_2^Z)^p + (\mu_Z F_2^Z)^n] \right\} \\ &\quad + 2(\mathbf{C}_{\mathbf{T}} - 1) [(G_A^Z)^p - (G_A^Z)^n]^2 + 2(\mathbf{E}_{\mathbf{N}} - 1) [(G_A^Z)^p + (G_A^Z)^n]^2 \end{aligned} \quad (\text{C.24})$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta A_{\text{RPA}}^{xy}}{2M^2} &= -4i \frac{|\mathbf{q}|E(\mathbf{p})}{M^2} \left\{ (\mathbf{C}_{\mathbf{T}} - 1) [(G_A^Z)^p - (G_A^Z)^n] [(F_1^Z + \mu_Z F_2^Z)^p - (F_1^Z + \mu_Z F_2^Z)^n] \right. \\ &\quad \left. + (\mathbf{E}_{\mathbf{N}} - 1) [(G_A^Z)^p + (G_A^Z)^n] [(F_1^Z + \mu_Z F_2^Z)^p + (F_1^Z + \mu_Z F_2^Z)^n] \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.25})$$

dónde los coeficientes de polarización  $\mathbf{C}_{\mathbf{N}}$ ,  $\mathbf{C}_{\mathbf{T}}$  y  $\mathbf{C}_{\mathbf{L}}$  están definidos en ecs. (C.12)-(C.14) y

$$\mathbf{D}_{\mathbf{N}}(\rho) = \frac{1}{|1 - c_0 f_0(\rho) U_{\mathbf{N}}(q, k_F)|^2}, \quad (\text{C.26})$$

$$\mathbf{E}_{\mathbf{N}}(\rho) = \frac{1}{|1 - c_0 g_0(\rho) U_{\mathbf{N}}(q, k_F)|^2} \quad (\text{C.27})$$

son los coeficientes de polarización inducidos por los términos isoscalares de la interacción efectiva.

## Apéndice D

### PWIA: Un test para el modelo de capas

Los cálculos en el modelo de capas han sido testeados mediante una comparación con el modelo de ondas planas factorizadas en aproximación de impulso, (*factorized plane-wave impulse approximation*, PWIA) [115]. En este modelo no hay interacción de estado final, por lo que las funciones de onda de neutrón son ondas planas. De esta manera los elementos de matriz del tensor hadrónico (4.20) se pueden calcular trivialmente en términos del producto de un elemento de matriz de corriente monoparticular multiplicado por la transformada de Fourier de una función de solapamiento que depende del *missing momentum*. Este enfoque es parecido al dado en [169] para la reacción  $(e, e'p)$ , pero aquí la función de solapamiento incluye la contribución de la función de onda del muón ligado. Además son necesarias una integración en momentos y una suma sobre los estados iniciales si queremos obtener resultados para la reacción inclusiva de captura muónica.

Este enfoque PWIA es equivalente a suponer que los estados finales de nuestro modelo de capas no sienten el potencial Wood-Saxon. De esta manera podemos chequear hasta que punto nuestra expansión en multipolos es correcta y fijar el número de multipolos que debemos conservar en la sumatoria sobre  $J$  de las ecuaciones (4.36), (4.37), (4.38), (4.39), (4.40). Cuando sumamos los cinco primeros cinco multipolos las diferencias entre el modelo PWIA y el shell model con neutrones libres en el estado final se hacen despreciables.



# Bibliografía

- [1] Y. Fukuda, T. Hayakawa, E. Ichihara, K. Inoue, K. Ishihara, H. Ishino, Y. Itow, T. Kajita, J. Kameda, S. Kasuga, K. Kobayashi, Y. Kobayashi, Y. Koshio, M. Miura, M. Nakahata, S. Nakayama, A. Okada, K. Okumura, N. Sakurai, M. Shiozawa, Y. Suzuki, Y. Takeuchi, Y. Totsuka, S. Yamada, M. Earl, A. Habig, and E. Kearns. Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos. *Phys. Rev. Lett.*, 81(8):1562–1567, Aug 1998.
- [2] Q. R. Ahmad et al. Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral-current interactions in the sudbury neutrino observatory. *Phys. Rev. Lett.*, 89:011301, 2002.
- [3] T. Araki et al. Measurement of neutrino oscillation with KamLAND: Evidence of spectral distortion. *Phys. Rev. Lett.*, 94:081801, 2005.
- [4] E. Aliu et al. Evidence for muon neutrino oscillation in an accelerator- based experiment. *Phys. Rev. Lett.*, 94:081802, 2005.
- [5] Z. Maki, M. Nakagawa, and S. Sakata. Remarks on the unified model of elementary particles. *Prog. Theor. Phys.*, 28:870, 1962.
- [6] A. A. Aguilar-Arevalo et al. A search for electron neutrino appearance at the  $\Delta m^2 \sim 1 \text{ eV}^2$  scale. 2007.
- [7] Kajita T. and Okumura K., editors. *International Workshop on Sub-Dominant Oscillation Effects in Atmospheric Neutrino Experiments, Kashiwa, Japan*. Universal Academy Press, 2004.
- [8] T. Kajita. Toward precision study of atmospheric neutrino oscillations. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, 159:15–20, 2006.
- [9] Takaaki Kajita and Yoji Totsuka. Observation of atmospheric neutrinos. *Rev. Mod. Phys.*, 73:85–118, 2001.
- [10] Y. Hayato. Neut. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, 112:171–176, 2002.

- [11] J. Kameda. Review of neut. 2002. Prepared for 5th RCCN International Workshop on Subdominant Oscillation Effects in Atmospheric Neutrino Experiments, Kashiwa, Japan, 9-11 Dec 2004.
- [12] D. Casper. The nuance neutrino physics simulation, and the future. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, 112:161–170, 2002.
- [13] F. Cavanna and O. Palamara. Geneve: A monte carlo generator for neutrino interactions in the intermediate-energy range. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, 112:183–187, 2002.
- [14] R. A. Smith and E. J. Moniz. Neutrino reactions on nuclear targets. *Nucl. Phys.*, B43:605, 1972. [Erratum-ibid. B101:547,1975].
- [15] A.L. Fetter and J.D. Walecka. *Quantum Theory Of Many Particle Systems*. McGraw-Hill, New York, 1971.
- [16] Véase la serie de conferencias NUINT.
- [17] A. Gil, J. Nieves, and E. Oset. Many body approach to the inclusive  $(e, e')$  reaction from the quasielastic to the delta excitation region. *Nucl. Phys.*, A627:543–598, 1997.
- [18] A. Gil, J. Nieves, and E. Oset. Inclusive  $(e, e'N)$ ,  $(e, e'NN)$ ,  $(e, e'\pi)$  ... in nuclei. *Nucl. Phys.*, A627:599–619, 1997.
- [19] Amparo Gil. *Interacción de electrones con núcleos en el rango de energías intermedias*. PhD thesis, Univ. de Valencia, 1997.
- [20] Paolo Lipari. Neutrino oscillation studies and the neutrino cross section. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, 112:274–287, 2002.
- [21] J. Nieves, J. E. Amaro, and M. Valverde. Inclusive quasi-elastic charged-current neutrino-nucleus reactions. *Phys. Rev.*, C70:055503, 2004. [Erratum-ibid. C72 (2005) 019902].
- [22] M. Valverde, J. E. Amaro, and J. Nieves. Theoretical uncertainties on quasielastic charged-current neutrino nucleus cross sections. *Phys. Lett.*, B638:325–332, 2006.
- [23] J. Nieves. Quantum field theoretical methods in many body systems. *Czech. J. Phys.*, 46:673–720, 1996.
- [24] C. Itzykson and J. B. Zuber. *Quantum field theory*. McGraw-Hill Book Company, New York, 1980.
- [25] Steven Weinberg. Charge symmetry of weak interactions. *Phys. Rev.*, 112:1375–1379, 1958.
- [26] L. A. Ahrens et al. A study of the axial vector form-factor and second class currents in anti-neutrino quasielastic scattering. *Phys. Lett.*, B202:284–288, 1988.

- [27] S. Galster et al. Elastic electron-deuteron scattering and the electric neutron form-factor at four momentum transfers  $5 \text{ fm}^{-2} < q^2 < 14 \text{ fm}^{-2}$ . *Nucl. Phys.*, B32:221–237, 1971.
- [28] H. Budd, A. Bodek, and J. Arrington. Modeling quasi-elastic form factors for electron and neutrino scattering. 2003.
- [29] V. Bernard, L. Elouadrhiri, and Ulf-G. Meißner. Axial structure of the nucleon. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 28:R1–R35, 2002.
- [30] D. Barquilla-Cano, A. J. Buchmann, and E. Hernandez. Partial conservation of axial current and axial exchange currents in the nucleon. *Nucl. Phys.*, A714:611–631, 2003.
- [31] M. L. Goldberger and S. B. Treiman. Form-factors in  $\beta$  decay and muon capture. *Phys. Rev.*, 111:354–361, 1958.
- [32] T. Kitagaki et al. High-energy quasielastic  $\nu_\mu n \rightarrow \mu^- p$  scattering in deuterium. *Phys. Rev.*, D28:436–442, 1983.
- [33] K. L. Miller, S. J. Barish, A. Engler, R. W. Kraemer, B. J. Stacey, M. Derrick, E. Fernandez, L. Hyman, G. Levman, D. Koetke, B. Musgrave, P. Schreiner, R. Singer, A. Snyder, S. Toaff, D. D. Carmony, G. M. Radecky, V. E. Barnes, A. F. Garfinkel, R. Ammar, D. Coppage, D. Day, R. Davis, N. Kwak, and R. Stump. Study of the reaction  $\nu_\mu d \rightarrow \mu^- pp_s$ . *Phys. Rev. D*, 26:537–542, 1982.
- [34] L. L. Salcedo, E. Oset, M. J. Vicente-Vacas, and C. Garcia-Recio. Computer simulation of inclusive pion nuclear reactions. *Nucl. Phys.*, A484:557, 1988.
- [35] C. García-Recio, E. Oset, L. L. Salcedo, D. Strottman, and M. J. López. Pion-nucleus elastic scattering in a local approximation to the delta-hole model. *Nuclear Physics A*, 526:685–702, May 1991.
- [36] J. Nieves, E. Oset, and C. Garcia-Recio. Many-body approach to low-energy pion-nucleus scattering. *Nuclear Physics A*, 554:554–579, March 1993.
- [37] E. Oset, P. F. de Córdoba, L. L. Salcedo, and R. Brockmann. Decay modes of sigma and lambda hypernuclei. *Phys. Rept.*, 188:79–145, April 1990.
- [38] C. Albertus, J. E. Amaro, and J. Nieves. What does free space  $\Lambda\Lambda$  interaction predict for  $\Lambda\Lambda$  hypernuclei? *Phys. Rev. Lett.*, 89:032501, 2002.
- [39] H. C. Chiang, E. Oset, and P. Fernandez de Cordoba. Muon capture revisited. *Nucl. Phys.*, A510:591, 1990.
- [40] Nimai C. Mukhopadhyay, H. C. Chiang, S. K. Singh, and E. Oset. Inclusive muon capture in light nuclei. *Phys. Lett.*, B434:7–13, 1998.

- [41] S. K. Singh and E. Oset. Quasielastic neutrino (anti-neutrino) reactions in nuclei and the axial vector form-factor of the nucleon. *Nucl. Phys.*, A542:587–615, 1992.
- [42] T. S. Kosmas and E. Oset. Charged current neutrino nucleus reaction cross-sections at intermediate-energies. *Phys. Rev.*, C53:1409–1415, 1996.
- [43] S. K. Singh, Nimai C. Mukhopadhyay, and E. Oset. Inclusive neutrino scattering in  $^{12}\text{C}$ : Implications for  $\nu_\mu$  to  $\nu_e$  oscillations. *Phys. Rev.*, C57:2687–2692, 1998.
- [44] S. K. Singh and E. Oset. Inclusive quasielastic neutrino reactions in  $^{12}\text{C}$  and  $^{16}\text{O}$  at intermediate-energies. *Phys. Rev.*, C48:1246–1258, 1993.
- [45] J. Engel. Approximate treatment of lepton distortion in charged-current neutrino scattering from nuclei. *Phys. Rev.*, C57:2004–2009, 1998.
- [46] H. Behrens and W. Bühring. *Electron radial wave functions and nuclear beta decay*. Clarendon, Oxford, 1982.
- [47] D. H. Wilkinson. Renormalization of the axial-vector coupling constant in nuclear  $\beta$ -decay (II). *Nucl. Phys.*, A209:470–484, 1973.
- [48] D. H. Wilkinson. Renormalization of the axial-vector coupling constant in nuclear  $\beta$ -decay (III). *Nucl. Phys.*, A225:365–381, 1974.
- [49] R. C. Carrasco and E. Oset. Interaction of real photons with nuclei from 100 MeV to 500 MeV. *Nucl. Phys.*, A536:445–508, 1992.
- [50] J. Speth, V. Klemt, J. Wambach, and G. E. Brown. The influence of the  $\pi$  and  $\rho$  exchange potential on magnetic properties of nuclei. *Nuclear Physics A*, 343:382–416, 1980.
- [51] J. Speth, E. Werner, and W. Wild. Theory of finite Fermi systems and application to the lead region. *Phys. Rep.*, 33:127–208, 1977.
- [52] E. Oset, H. Toki, and W. Weise. Pionic modes of excitation in nuclei. *Phys. Rep.*, 83:281–380, 1982.
- [53] P. Fernandez de Cordoba and E. Oset. Semiphenomenological approach to nucleon properties in nuclear matter. *Phys. Rev.*, C46:1697–1709, 1992.
- [54] S. Fantoni and V. R. Pandharipande. Momentum distribution of nucleons in nuclear matter. *Nuclear Physics A*, 427:473–492, 1984.
- [55] S. Fantoni, B. L. Friman, and V. R. Pandharipande. Correlated basis theory of nucleon optical potential in nuclear matter. *Nuclear Physics A*, 399:51–65, 1983.

- [56] A. Ramos, A. Polls, and W. H. Dickhoff. Single-particle properties and short-range correlations in nuclear matter. *Nuclear Physics A*, 503:1–52, 1989.
- [57] C. Mahaux, P. F. Bortignon, R. A. Broglia, and C. H. Dasso. Dynamics of the shell model. *Phys. Rep.*, 120:1–4, 1985.
- [58] H. Mütter, G. Knehr, and A. Polls. Momentum distribution in nuclear matter and finite nuclei. *Phys. Rev. C*, 52:2955–2968, 1995.
- [59] C. Bleve et al. Effects of nuclear re-interactions in quasi-elastic neutrino nucleus scattering. *Astropart. Phys.*, 16:145–155, 2001.
- [60] K. M. Graczyk and J. T. Sobczyk. Algebraic solution of RPA equations for CC quasi-elastic neutrino-nucleus scattering. *European Physical Journal C*, 31:177–185, 2003.
- [61] L. L. Salcedo, E. Oset, D. Strottman, and E. Hernandez. Experimental test of three-body pion absorption. *Phys. Lett.*, B208:339, 1988.
- [62] Claudio Ciofi degli Atti, S. Liuti, and S. Simula. Nucleon spectral function in complex nuclei and nuclear matter and inclusive quasielastic electron scattering. *Phys. Rev.*, C41:2474–2478, 1990.
- [63] C. W. De Jager, H. De Vries, and C. De Vries. Nuclear charge and magnetization density distribution parameters from elastic electron scattering. *Atom. Data Nucl. Data Tabl.*, 14:479–508, 1974.
- [64] C. W. De Jager, H. De Vries, and C. De Vries. Nuclear charge and magnetization density distribution parameters from elastic electron scattering. *Atom. Data Nucl. Data Tabl.*, 36:495–536, 1987.
- [65] C. Garcia-Recio, J. Nieves, and E. Oset. Neutron distributions from pionic atoms. *Nuclear Physics A*, 547:473–487, 1992.
- [66] J. W. Negele and D. Vautherin. Neutron star matter at subnuclear densities. *Nucl. Phys.*, A207:298–320, 1973.
- [67] R. B. Firestone and V. S. Shirley, editors. *Table of Isotopes*. John Wiley & Sons, New York, 8 edition, 1996.
- [68] E. Kolbe, K. Langanke, G. Martinez-Pinedo, and P. Vogel. Neutrino nucleus reactions and nuclear structure. *J. Phys.*, G29:2569–2596, 2003.
- [69] M. Albert, C. Athanassopoulos, L. B. Auerbach, D. Bauer, R. Bolton, B. Boyd, R. L. Burman, I. Cohen, D. O. Caldwell, B. D. Dieterle, J. B. Donahue, A. M. Eisner, A. Fazely, F. J. Federspiel, G. T. Garvey, R. M. Gunasingha, V. Highland, J. Hill, R. Imlay, K. Johnston,



- W. C. Louis, A. Lu, A. K. Mann, J. Margulies, K. McIlhany, W. Metcalf, and R. A. Reeder. Measurement of the reaction  $^{12}\text{C}(\nu_\mu, \mu^-)X$  near threshold. *Phys. Rev. C*, 51:R1065–R1069, 1995.
- [70] C. Athanassopoulos et al. Measurements of the reactions  $^{12}\text{C}(\nu_\mu, \mu^-)^{12}\text{N}(\text{g.s.})$  and  $^{12}\text{C}(\nu_\mu, \mu^-)X$ . *Phys. Rev.*, C56:2806–2819, 1997.
- [71] L. B. Auerbach et al. Measurements of charged current reactions of  $\nu_\mu$  on  $^{12}\text{C}$ . *Phys. Rev.*, C66:015501, 2002.
- [72] C. Athanassopoulos, L. B. Auerbach, R. L. Burman, I. Cohen, D. O. Caldwell, B. D. Dieterle, J. B. Donahue, A. M. Eisner, A. Fazely, F. J. Federspiel, G. T. Garvey, M. Gray, R. M. Gunasingha, R. Imlay, K. Johnston, H. J. Kim, W. C. Louis, R. Majkic, J. Margulies, K. McIlhany, W. Metcalf, G. B. Mills, R. A. Reeder, V. Sandberg, D. Smith, I. Stancu, and W. Strossman. Measurements of the reactions  $^{12}\text{C}(\nu_e, e^-)^{12}\text{N}_{\text{g.s.}}$  and  $^{12}\text{C}(\nu_e, e^-)^{12}\text{N}^*$ . *Phys. Rev. C*, 55:2078–2091, 1997.
- [73] A. C. Hayes and I. S. Towner. Shell-model calculations of neutrino scattering from  $^{12}\text{C}$ . *Phys. Rev.*, C61:044603, 2000.
- [74] C. Volpe, N. Auerbach, G. Colo, T. Suzuki, and N. Van Giai. Microscopic theories of neutrino  $^{12}\text{C}$  reactions. *Phys. Rev.*, C62:015501, 2000.
- [75] B. E. Bodmann et al. Neutrino interactions with carbon: Recent measurements and a new test of electron-neutrino, anti-muon-neutrino universality. *Phys. Lett.*, B332:251–257, 1994.
- [76] D. A. Krakauer, R. L. Talaga, R. C. Allen, H. H. Chen, R. Hausammann, W. P. Lee, H. J. Mahler, X. Q. Lu, K. C. Wang, T. J. Bowles, R. L. Burman, R. D. Carlini, D. R. F. Cochran, P. J. Doe, J. S. Frank, E. Piasezky, M. E. Potter, and V. D. Sandberg. Experimental study of neutrino absorption on carbon. *Phys. Rev. C*, 45:2450–2463, 1992.
- [77] W.-M. Yao, C. Amsler, D. Asner, R.M. Barnett, J. Beringer, P.R. Burchat, C.D. Carone, C. Caso, O. Dahl, G. D’Ambrosio, A. DeGouvea, M. Doser, S. Eidelman, J.L. Feng, T. Gherghetta, M. Goodman, C. Grab, D.E. Groom, A. Gurtu, K. Hagiwara, K.G. Hayes, J.J. Hernández-Rey, K. Hikasa, H. Jawahery, C. Kolda, Kwon Y., M.L. Mangano, A.V. Manohar, A. Masoni, R. Miquel, K. Mönig, H. Murayama, K. Nakamura, S. Navas, K.A. Olive, L. Pape, C. Patrignani, A. Piepke, G. Punzi, G. Raffelt, J.G. Smith, M. Tanabashi, J. Terning, N.A. Törnqvist, T.G. Trippe, P. Vogel, T. Watari, C.G. Wohl, R.L. Workman, P.A. Zyla, B. Armstrong, G. Harper, V.S. Lugovsky, P. Schaffner, M. Artuso, K.S. Babu, H.R. Band, E. Barberio, M. Battaglia, H. Bichsel, O. Biebel, P. Bloch, E. Blucher, R.N. Cahn, D. Casper, A. Cattai, A. Ceccucci, D. Chakraborty, R.S. Chivukula, G. Cowan, T. Damour, T. DeGrand, K. Desler, M.A. Dobbs, M. Drees, A. Edwards, D.A. Edwards, V.D. Elvira, J. Erler, V.V. Ezhela, W. Fetscher, B.D. Fields, B. Foster, D. Froidevaux, T.K. Gaisser, L. Garren, H.-J. Gerber, G. Gerbier, L. Gibbons, F.J. Gilman, G.F. Giudice, A.V. Gritsan, M. Grünewald, H.E.

- Haber, C. Hagmann, I. Hinchliffe, A. Höcker, P. Igo-Kemenes, J.D. Jackson, K.F. Johnson, D. Karlen, B. Kayser, D. Kirkby, S.R. Klein, K. Kleinknecht, I.G. Knowles, R.V. Kowalewski, P. Kreitz, B. Krusche, Yu.V. Kuyanov, O. Lahav, P. Langacker, A. Liddle, Z. Ligeti, T.M. Liss, L. Littenberg, L. Liu, K.S. Lugovsky, S.B. Lugovsky, T. Mannel, D.M. Manley, W.J. Marciano, A.D. Martin, D. Milstead, M. Narain, P. Nason, Y. Nir, J.A. Peacock, S.A. Prell, A. Quadt, S. Raby, B.N. Ratcliff, E.A. Razuvaev, B. Renk, P. Richardson, S. Roesler, G. Rolandi, M.T. Ronan, L.J. Rosenberg, C.T. Sachrajda, S. Sarkar, M. Schmitt, O. Schneider, D. Scott, T. Sjöstrand, G.F. Smoot, P. Sokolsky, S. Spanier, H. Spieler, A. Stahl, T. Stanev, R.E. Streitmatter, T. Sumiyoshi, N.P. Tkachenko, G.H. Trilling, G. Valencia, K. van Bibber, M.G. Vincet, D.R. Ward, B.R. Webber, J.D. Wells, M. Whalley, L. Wolfenstein, J. Womersley, C.L. Woody, A. Yamamoto, O.V. Zenin, J. Zhang, and R.-Y. Zhu. Review of Particle Physics. *Journal of Physics G*, 33:1+, 2006.
- [78] N. J. Baker et al. Quasielastic neutrino scattering: A measurement of the weak nucleon axial vector form-factor. *Phys. Rev.*, D23:2499–2505, 1981.
- [79] T. Kitagaki et al. Study of neutrino  $d \rightarrow \mu^- pp(s)$  and  $\nu d \rightarrow \mu^- \Delta^{++}(1232)n(s)$  using the BNL 7-foot deuterium filled bubble chamber. *Phys. Rev.*, D42:1331–1338, 1990.
- [80] J. Engel, E. Kolbe, K. Langanke, and P. Vogel. Quasielastic neutrino scattering from oxygen and the atmospheric neutrino problem. *Phys. Rev.*, D48:3048–3054, 1993.
- [81] J. Marteau. Effects of the nuclear correlations on the neutrino oxygen interactions. *Eur. Phys. J.*, A5:183–190, 1999.
- [82] A. K. Mann. Neutrino cross-sections and the small atmospheric muon-neutrino / electron-neutrino ratio. *Phys. Rev.*, D48:422–424, 1993.
- [83] M. Valverde, J. E. Amaro, J. Nieves, and C. Maieron. Nuclear effects on lepton polarization in charged-current quasielastic neutrino scattering. *Phys. Lett.*, B642:218–226, 2006.
- [84] J. Bernabéu and P. Pascual. *Electro-weak Theory*. GIFT, Universidad Autónoma de Barcelona, Barcelona, 1981.
- [85] Website. <http://proj-cnsgs.web.cern.ch>.
- [86] M. Komatsu.  $\tau$  appearance and CNGS. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, 112:15–17, 2002.
- [87] P. Migliozzi. Status of the OPERA experiment on the CNGS neutrino beam. *Int. J. Mod. Phys.*, A18:3877–3894, 2003.
- [88] G. Rosa. Status of the OPERA project. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, 145:98–101, 2005.
- [89] K. Hagiwara, K. Mawatari, and H. Yokoya. Tau polarization in tau-neutrino nucleon scattering. *Nucl. Phys.*, B668:364–384, 2003.

- [90] K. Hagiwara, K. Mawatari, and H. Yokoya. Polarization effects in tau production by neutrino. *Nuclear Physics B Proceedings Supplements*, 139:140–145, 2005.
- [91] Konstantin S. Kuzmin, Vladimir V. Lyubushkin, and Vadim A. Naumov. Polarization of tau leptons produced in quasielastic neutrino nucleon scattering. *Mod. Phys. Lett.*, A19:2919–2928, 2004.
- [92] Konstantin S. Kuzmin, Vladimir V. Lyubushkin, and Vadim A. Naumov. Tau lepton polarization in quasielastic neutrino nucleon scattering. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, 139:154–157, 2005.
- [93] K. Kurek. Tau polarization in neutrino nucleon quasi-elastic and delta resonance production. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, 139:146–149, 2005.
- [94] K. M. Graczyk. Tau polarization in charge current neutrino-nucleon Deep Inelastic Scattering. *Nuclear Physics B Proceedings Supplements*, 139:150–153, 2005.
- [95] J. D. Bjorken and S. D. Drell. *Relativistic quantum mechanics*. McGraw-Hill Book Company, New York, 1964.
- [96] J. E. Amaro, C. Maieron, J. Nieves, and M. Valverde. Equivalence between local fermi gas and shell models in inclusive muon capture from nuclei. *Eur. Phys. J.*, A24:343–353, 2005.
- [97] D. F. Measday. The nuclear physics of muon capture. *Phys. Rept.*, 354:243–409, 2001.
- [98] T. Suzuki, David F. Measday, and J. P. Roalsvig. Total nuclear capture rates for negative muons. *Phys. Rev.*, C35:2212, 1987.
- [99] Antonio Botrugno and Giampaolo Co'. Excitation of nuclear giant resonances in neutrino scattering off nuclei. *Nucl. Phys.*, A761:200–231, 2005.
- [100] J. E. Amaro, A. M. Lallena, and J. Nieves. Radiative pion capture in nuclei: A continuum shell-model approach. *Nucl. Phys.*, A623:529–547, 1997.
- [101] E. Kolbe, K. Langanke, and P. Vogel. Muon capture, continuum random phase approximation and in- medium renormalization of the axial vector coupling constant. *Phys. Rev.*, C50:2576–2581, 1994.
- [102] E. Kolbe, K. Langanke, and P. Vogel. Muon capture on nuclei with  $N > Z$ , random phase approximation, and in-medium renormalization of the axial- vector coupling constant. *Phys. Rev.*, C62:055502, 2000.
- [103] F. Krmpotic, A. Samana, and A. Mariano. Neutrino-nucleus reactions and muon capture in  $^{12}\text{C}$ . *Physical Review C*, 71(4):044319, 2005.

- [104] E. Kolbe, K. Langanke, and P. Vogel. Weak reactions on  $^{12}\text{C}$  within the Continuum Random Phase Approximation with partial occupancies. *Nucl. Phys.*, A652:91–100, 1999.
- [105] C. Maieron, M. C. Martinez, J. A. Caballero, and J. M. Udias. Nuclear model effects in charged current neutrino nucleus quasielastic scattering. *Phys. Rev.*, C68:048501, 2003.
- [106] A. Meucci, C. Giusti, and F. D. Pacati. Relativistic green’s function approach to charged-current neutrino nucleus quasielastic scattering. *Nucl. Phys.*, A739:277–290, 2004.
- [107] Mandl and Shaw. *Quantum field theory*. John Wiley & Sons Canada, Ltd, 1994.
- [108] T. W. Donnelly and R. D. Peccei. Neutral current effects in nuclei. *Phys. Rept.*, 50:1, 1979.
- [109] J. E. Amaro et al. Using electron scattering superscaling to predict charge-changing neutrino cross sections in nuclei. *Phys. Rev.*, C71:015501, 2005.
- [110] J.D. Walecka. *Theoretical Nuclear And Subnuclear Physics*. World Scientific Publishing Company, 2004.
- [111] J. E. Amaro. *Influencia de los grados de libertad subnucleares en la respuesta cuasielástica nuclear*. PhD thesis, Universidad de Granada, 1994.
- [112] M. Rotenberg, R. Bivins, N. Metropolis, and J. K. Wooten Jr. *The 3-j and 6-j symbols*. The Technology Press, MIT, Cambridge, MA, 1959.
- [113] J. E. Amaro et al. Parity violation in quasielastic electron scattering from closed-shell nuclei. *Nucl. Phys.*, A602:263–307, 1996.
- [114] C. Albertus, J. E. Amaro, and J. Nieves. Pionic decay of lambda hypernuclei in a continuum shell model. *Phys. Rev.*, C67:034604, 2003.
- [115] J. E. Amaro, J. A. Caballero, T. W. Donnelly, and E. Moya de Guerra. Inclusive quasielastic scattering of polarized electrons from polarized nuclei. *Nucl. Phys.*, A611:163–210, 1996.
- [116] J. S. Dehesa. *Microscopic description of giant electric and magnetic multipole resonances on closed-shell nuclei*. PhD thesis, Universität Bonn, 1977.
- [117] J. Nieves, M. Valverde, and M. J. Vicente Vacas. Inclusive nucleon emission induced by quasi-elastic neutrino nucleus interactions. *Phys. Rev.*, C73:025504, 2006.
- [118] S. K. Singh and M. J. Vicente Vacas. Weak quasi-elastic production of hyperons. *Phys. Rev.*, D74:053009, 2006.
- [119] R. J. Glauber and G. Matthiae. High-energy scattering of protons by nuclei. *Nucl. Phys.*, B21:135–157, 1970.

- [120] G. T. Garvey, W. C. Louis, and D. H. White. Determination of proton strange form-factors from neutrino p elastic scattering. *Phys. Rev.*, C48:761–765, 1993.
- [121] Stephen Pate. Strange nucleon form factors from  $ep$  and  $\nu p$  elastic scattering. 2007.
- [122] L. Bugel et al. A proposal for a near detector experiment on the booster neutrino beamline: Finesse: Fermilab intense neutrino scattering scintillator experiment. 2004.
- [123] R. C. Carrasco, M. J. Vicente Vacas, and E. Oset. Inclusive  $(\gamma, N)$ ,  $(\gamma, NN)$  and  $(\gamma, N\pi)$  reactions in nuclei at intermediate-energies. *Nucl. Phys.*, A570:701–721, 1994.
- [124] C. J. Horowitz, Hung-chong Kim, D. P. Murdock, and S. Pollock. Neutrino nucleus quasi-free neutral current reactions and the nucleon strange quark content. *Phys. Rev.*, C48:3078–3087, 1993.
- [125] B. I. S. van der Ventel and J. Piekarewicz. Quasielastic neutrino nucleus scattering. *Phys. Rev.*, C69:035501, 2004.
- [126] Andrea Meucci, Carlotta Giusti, and Franco Davide Pacati. Neutral-current neutrino nucleus quasielastic scattering. *Nucl. Phys.*, A744:307–322, 2004.
- [127] M. C. Martinez, P. Lava, N. Jachowicz, J. Ryckebusch, Vantournhout, and J.M. Udias. Relativistic models for quasi-elastic neutrino scattering. *Phys. Rev.*, C73:024607, 2006.
- [128] G. Garvey, E. Kolbe, K. Langanke, and S. Krewald. Role of strange quarks in quasielastic neutrino scattering. *Phys. Rev.*, C48:1919–1925, 1993.
- [129] E. Hernandez, J. Nieves, and M. Valverde. Weak pion production off the nucleon. 2007.
- [130] Francesco Vissani and Alexei Yu. Smirnov. Neutral-to-charged current events ratio in atmospheric neutrinos and neutrino oscillations. *Phys. Lett.*, B432:376–382, 1998.
- [131] Steven Weinberg. Nonlinear realizations of chiral symmetry. *Phys. Rev.*, 166:1568–1577, 1968.
- [132] E. Byckling and K. Kajantie. *Particle kinematics*. John Wiley & Sons, 1973.
- [133] Olga Lalakulich and Emmanuel A. Paschos. Resonance production by neutrinos:  $J = 3/2$  resonances. *Phys. Rev.*, D71:074003, 2005.
- [134] C. H. Llewellyn Smith. Neutrino reactions at accelerator energies. *Phys. Rept.*, 3:261, 1972.
- [135] P. A. Schreiner and F. Von Hippel.  $\nu p \rightarrow \mu^- \Delta^{++}$  - comparison with theory. *Phys. Rev. Lett.*, 30:339–342, 1973.

- [136] W. Rarita and Julian S. Schwinger. On a theory of particles with half integral spin. *Phys. Rev.*, 60:61, 1941.
- [137] M. Benmerrouche, R. M. Davidson, and N. C. Mukhopadhyay. Problems of describing spin  $3/2$  baryon resonances in the effective lagrangian theory. *Phys. Rev.*, C39:2339–2348, 1989.
- [138] Olga Lalakulich, Emmanuel A. Paschos, and Giorgi Piranishvili. Resonance production by neutrinos: The second resonance region. *Phys. Rev.*, D74:014009, 2006.
- [139] K. Joo, L. C. Smith, V. D. Burkert, R. Minehart, I. G. Aznauryan, L. Elouadrhiri, S. Stepanyan, G. S. Adams, M. J. Amarian, E. Anciant, M. Anghinolfi, D. S. Armstrong, B. Asavapibhop, G. Audit, T. Auger, H. Avakian, S. Barrow, H. Bagdasaryan, M. Battaglieri, K. Beard, M. Bektasoglu, W. Bertozzi, N. Bianchi, A. S. Biselli, S. Boiarinov, B. E. Bonner, and W. K. Brooks.  $q^2$  dependence of quadrupole strength in the  $\gamma^*p \rightarrow \Delta^+(1232) \rightarrow p\pi^0$  transition. *Phys. Rev. Lett.*, 88(12):122001, Mar 2002.
- [140] S. J. Barish, M. Derrick, T. Dombeck, L. G. Hyman, K. Jaeger, B. Musgrave, P. Schreiner, R. Singer, A. Snyder, V. E. Barnes, D. D. Carmony, and A. F. Garfinkel. Study of neutrino interactions in hydrogen and deuterium. ii. inelastic charged-current reactions. *Phys. Rev. D*, 19(9):2521–2542, May 1979.
- [141] G. M. Radecky, V. E. Barnes, D. D. Carmony, A. F. Garfinkel, M. Derrick, E. Fernandez, L. Hyman, G. Levman, D. Koetke, B. Musgrave, P. Schreiner, R. Singer, A. Snyder, S. Toaff, S. J. Barish, A. Engler, R. W. Kraemer, K. Miller, B. J. Stacey, R. Ammar, D. Coppage, D. Day, R. Davis, N. Kwak, and R. Stump. Study of single-pion production by weak charged currents in low-energy  $\nu d$  interactions. *Phys. Rev. D*, 25(5):1161–1173, Mar 1982.
- [142] T. Kitagaki et al. Charged current exclusive pion production in neutrino deuterium interactions. *Phys. Rev.*, D34:2554–2565, 1986.
- [143] Stephen L. Adler. Photoproduction, electroproduction and weak single pion production in the (3,3) resonance region. *Ann. Phys.*, 50:189–311, 1968.
- [144] J. Bijtebier. A comparison between salin’s and adler’s models for  $\nu N \rightarrow \nu N^*$  reactions. *Nuclear Physics B*, 21:158–172, 1970.
- [145] S. Nozawa and T. S. H. Lee. Electroproduction of pions on the nucleon. *Nucl. Phys.*, A513:511–542, 1990.
- [146] A. Gomez Nicola, J. Nieves, J. R. Pelaez, and E. Ruiz Arriola. Improved unitarized heavy baryon chiral perturbation theory for  $\pi N$  scattering. *Phys. Lett.*, B486:77–85, 2000.
- [147] A. Gomez Nicola, J. Nieves, J. R. Pelaez, and E. Ruiz Arriola. Improved unitarized heavy baryon chiral perturbation theory for  $\pi N$  scattering to fourth order. *Phys. Rev.*, D69:076007, 2004.

- [148] J. Nieves, M. Pavon Valderrama, and E. Ruiz Arriola. The inverse amplitude method in  $\pi\pi\pi$  scattering in chiral perturbation theory to two loops. *Phys. Rev.*, D65:036002, 2002.
- [149] S. J. Barish, J. Campbell, G. Charlton, Y. Cho, M. Derrick, R. Engelmann, L. G. Hyman, D. Jankowski, A. Mann, B. Musgrave, P. Schreiner, P. F. Schultz, R. Singer, M. Szczekowski, T. Wangler, H. Yuta, V. E. Barnes, D. D. Carmony, A. F. Garfinkel, and G. M. Radecky. Study of neutrino interactions in hydrogen and deuterium: Description of the experiment and study of the reaction  $\nu + d \rightarrow \mu^- + p + p_s$ . *Phys. Rev. D*, 16(11):3103–3121, Dec 1977.
- [150] T. Bolognese, J. P. Engel, J. L. Guyonnet, and J. L. Riester. Single pion production in anti-neutrino induced charged current interactions. *Phys. Lett.*, B81:393, 1979.
- [151] J. Bell, J. P. Berge, D. V. Bogert, R. J. Cence, C. T. Coffin, R. N. Diamond, F. A. DiBianca, R. Endorf, H. T. French, R. Hanft, F. A. Harris, M. Jones, C. Kochowski, W. C. Louis, G. R. Lynch, J. A. Malko, J. P. Marriner, G. I. Moffatt, F. A. Nezzrick, M. W. Peters, V. Z. Peterson, B. P. Roe, R. T. Ross, W. G. Scott, A. A. Seidl, W. Smart, and V. J. Stenger. Study of the reactions  $\nu p \rightarrow \mu^- \Delta^{++}$  at high energies and comparisons with theory. *Phys. Rev. Lett.*, 41(15):1012–1015, Oct 1978.
- [152] P. Allen, H. Grässler, R. Schulte, G. T. Jones, B. W. Kennedy, S. W. O’Neale, W. Gebel, E. Hofmann, H. Klein, J. Mittendorfer, D. R. O. Morrison, P. Schmid, H. Wachsmuth, K. W. J. Barnham, E. F. Clayton, F. Hamisi, D. B. Miller, M. M. Mobayyen, M. Aderholz, L. Deck, N. Schmitz, W. Wittek, G. Corrigan, G. Myatt, D. Radojicic, B. Saitta, P. N. Shotton, and S. J. Towers. A study of single-meson production in neutrino and antineutrino charged-current interactions on protons. *Nuclear Physics B*, 264:221–242, January 1986.
- [153] Emmanuel A. Paschos, Ji-Young Yu, and Makoto Sakuda. Neutrino production of resonances. *Phys. Rev.*, D69:014013, 2004.
- [154] C. Alexandrou, Th. Leontiou, J. W. Negele, and A. Tsapalis. The axial N to Delta transition form factors from lattice QCD. *Phys. Rev. Lett.*, 98:052003, 2007.
- [155] L. Alvarez-Ruso, S. K. Singh, and M. J. Vicente Vacas.  $\nu d \rightarrow \mu^- \Delta^{++} n$  reaction and axial vector n delta coupling. *Phys. Rev.*, C59:3386–3392, 1999.
- [156] Toru Sato, D. Uno, and T. S. H. Lee. Dynamical model of weak pion production reactions. *Phys. Rev.*, C67:065201, 2003.
- [157] J. Campbell, G. Charlton, Y. Cho, M. Derrick, R. Engelmann, J. Fetkovich, L. Hymah, K. Jaeger, D. Jankowski, A. Mann, U. Mehtani, B. Musgrave, P. Schreiner, T. Wangler, J. Whitmore, and H. Yuta. Study of the reaction  $\nu p \rightarrow \mu^- \pi^+ p$ . *Phys. Rev. Lett.*, 30(8):335–339, Feb 1973.

- [158] W. Krenz, W. Lerche, J. Morfin, M. Pohl, G. Bertrand-Coremans, M. Dewit, H. Mulkens, C. van der Velde-Wilquet, P. Vilain, I. Danilchenko, D. Haidt, C. Matteuzzi, D. Pittuck, B. Degrange, T. Francois, P. van Dam, D. Blum, M. Jaffre, C. Longuemare, C. Pascaud, E. Calimani, S. Ciampolillo, G. Miari, and A. Sconza. Experimental study of exclusive one-pion production in all neutrino-induced neutral current channels. *Nuclear Physics B*, 135:45–65, March 1978.
- [159] E. Hawker. Single pion production in low-energy  $\nu$ -carbon interactions. Charla dada en el 2nd International Workshop on Neutrino-Nucleus Interactions in the few GeV region (NUINT'02), Irvine, California, Diciembre 2002.
- [160] M. Derrick et al. Study of the reaction  $\nu n \rightarrow \nu p \pi^-$ . *Phys. Lett.*, B92:363, 1980. [Erratum-ibid. B95 (1980) 461].
- [161] M. Derrick, E. Fernandez, L. Hyman, G. Levman, D. Koetke, B. Musgrave, P. Schreiner, R. Singer, A. Snyder, S. Toaff, S. J. Barish, A. Engler, R. W. Kraemer, B. J. Stacey, R. Ammar, D. Coppage, D. Day, R. Davis, N. Kwak, R. Stump, V. E. Barnes, D. D. Carmony, A. F. Garfinkel, and G. M. Radecky. Study of single-pion production by weak neutral currents in low-energy  $\nu d$  interactions. *Phys. Rev. D*, 23(3):569–575, Feb 1981.
- [162] E. Hernandez, J. Nieves, and M. Valverde. Can one distinguish tau neutrinos from antineutrinos in neutral-current pion production processes? *Phys. Lett.*, B647:452–459, 2007.
- [163] Toshihiko Hattori, Tsutom Hasuike, and Seiichi Wakaizumi. CP violation and matter effect in long-baseline neutrino oscillations in the four-neutrino model. *Phys. Rev. D*, 65(7):073027, Apr 2002.
- [164] R. Buras, M. Rapp, H.-Th. Janka, and K. Kifonidis. Improved models of stellar core collapse and still no explosions: What is missing? *Phys. Rev. Lett.*, 90(24):241101, Jun 2003.
- [165] N. Jachowicz, K. Vantournhout, J. Ryckebusch, and K. Heyde. Identifying neutrinos and antineutrinos in neutral-current scattering reactions. *Phys. Rev. Lett.*, 93:082501, 2004.
- [166] G. Karpman, R. Leonardi, and F. Strocchi. T-violation effects and final-state interactions. *Phys. Rev.*, 174:1957–1968, 1968.
- [167] F. Cannata, R. Leonardi, and F. Strocchi. T-violation effects and final-state interactions. ii. photoproduction, electroproduction, and neutrino-induced production of a single pion. *Phys. Rev.*, D1:191–199, 1970.
- [168] C. García-Recio, E. Oset, and L. L. Salcedo. s-wave optical potential in pionic atoms. *Phys. Rev. C*, 37(1):194–214, Jan 1988.



- [169] M. Mazziotta, J. E. Amaro, and F. Arias de Saavedra. Effects of short-range correlations in  $(e, e'p)$  reactions and nuclear overlap functions. *Phys. Rev. C*, 65:034602, Feb 2002.