RESOLUCIÓN PROBLEMA DEL EXAMEN

PROBLEMA: Una persona está de pie, con el hombro formando un ángulo de 90º respecto a la vertical, sosteniendo una pesa de 5 kg a una distancia de 73 cm del punto de rotación. Su mano tiene una masa de 2,4 kg y su centro de masas se encuentra a 72 cm del eje de giro. Su antebrazo tiene una masa de 4,1 kg y su centro de masas se encuentra 49 cm del eje de giro. El brazo tiene una masa de 7 kg y su centro de masas se encuentra a 0,15 m del eje de giro.

1) Calcula el centro de gravedad del sistema formado por la pesa, la mano, antebrazo y brazo.

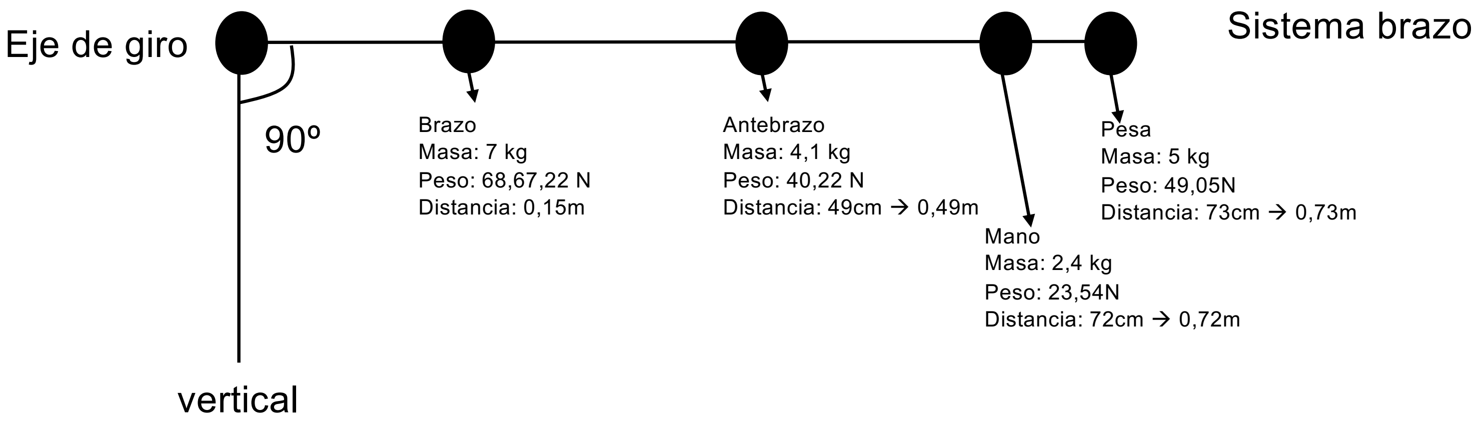
El musculo deltoides se inserta a una distancia de 0,12 m y tracciona con una angulación de 20º.

2) Calcula el momento de fuerza y la fuerza que debe realizar el hombro para que el brazo se encuentre a 90º estático.

3) Calcula la fuerza de reacción que se produce en el eje de giro para que el sistema se encuentre en equilibrio.

RESOLUCIÓN PROBLEMA DEL EXAMEN

Para entender el procedimiento, lo primero es la descripción de la situación, así como pasar las unidades al sistema internacional



1º Apartado

A continuación, el problema nos pide el CG del sistema formado por esas 4 masas.

¿Qué es el CG? El CG es el origen del vector de la fuerza gravitatoria resultante con la que son atraídas las partículas de un objeto o sistema compuesto por diferentes masas relacionada. Su calculo se realiza mediante la siguiente formula.

$$X_{CG} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} p_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^{i=n} p_i}$$

Se aplica esta formula porque solo tenemos las distancias longitudinales y por ende, solo su posición en X.

Debido a que la tierra posee un campo gravitatoria uniforme, el CG coincide en posición con el CM. Por lo que mencionando esta igualdad, podríamos también calcular el CM. Ambos serian correctos.

1º Apartado

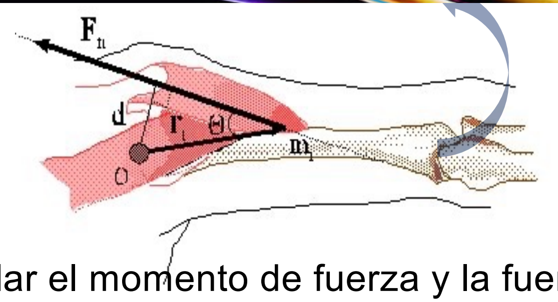
Si llevamos acabo este calculo nos queda que:

$$X_{CG} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} p_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^{i=n} p_i} = \frac{49{,}05 * 0{,}73 + 23{,}54 * 0{,}72 + 40{,}22 * 0{,}49 + 68{,}67 * 0{,}15}{49{,}05 + 23{,}54 + 40{,}22 + 68{,}67} = 0{,}4559 \text{ m}$$

Por tanto, la solución es, que el CG del sistema se encuentra **a una distancia de 0,4559 m del eje de giro.**
Para facilitar, podemos usar dos decimales y redondear a 0,46 m

RESOLUCIÓN PROBLEMA DEL EXAMEN

2º Apartado



En este apartado nos pide calcular el momento de fuerza y la fuerza que debe de realizar el hombro (deltoides) para que el brazo se mantenga estático a 90º.

Si el brazo está estático, se debe de dar la condición de que la suma de los momentos de fuerzas sean igual a 0 y por tanto el momento de resistencia (momento de fuerza generado por el sistema) será igual al generado por el hombro.

En este caso, encontramos 4 masas, que cada una de ellas, realiza un momento positivo en el plano o lo que es igual a un único momento de fuerza generado por todo el sistema formado por las 4 masas. Ambas resoluciones darían lugar a la misma solución (por definición del CM de un sistema, es lo mismo).

Para hacerlo mas sencillo, nos quedaremos con la masa total del sistema, de esta forma, solo tenemos un momento de fuerza positivo, que el hombro debe de vencer. De esta forma:

$$\Gamma = F_N \cdot d$$

2º Apartado

Como el brazo se encuentra a 90º y la fuerza de las masas del sistema es la fuerza peso (vertical), el brazo de palanca (d) será igual a la distancia desde el eje de giro al centro de masas o CG del sistema. Por lo tanto, el momento de fuerza generado por el sistema es:

$$\Gamma = F_N \cdot d$$

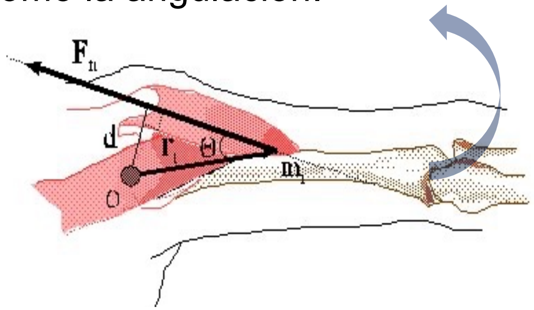
Donde la F_N es el peso del sistema:
- 181,48 N (sumatorio de todos los segmentos 49,05 + 23,54 + 40,22 + 68,67)
y donde d es la distancia al CG, calculado anteriormente: 0,46

181,48N * 0,46 = 83,48 Nm

Si el brazo está estático, el hombro deberá de generar un momento de fuerza igual en magnitud pero sentido contrario al momento de fuerza generado por el sistema (es decir, momento de resistencia). Por ello, el hombro deberá de generar un momento de fuerza negativo de **83,48 Nm**

2º Apartado

El problema nos informa de que la inserción es a 0,12m del eje de rotación y que la línea de acción de la fuerza tiene una angulación de 22º. Esto quiere decir, que la fuerza va a poseer una componente rectangular horizontal y otra vertical. Como nos piden la fuerza resultante, debemos de considerar tanto la distancia como la angulación.



En esta condición, el brazo de palanca d, será igual al cateto opuesto que se forma en el triangulo de la imagen, donde ri es la distancia de inserción de 0,12m y el ángulo es de 22º. Por ello, el momento de fuerza del hombro deberá de calcularse como:

$$\Gamma = F_N \cdot r_i \cdot sen\theta$$

2º Apartado

$$\Gamma = F_N \cdot r_i \cdot sen\theta$$

Donde T, es igual al momento de fuerza que debe de generar
- 83,48Nm (calculado anteriormente)
- La F_N es la fuerza que debe de realizar el hombro y que desconocemos
- r_i es la distancia de inserción 0,12m
- Sen de la angulación que es 22º.

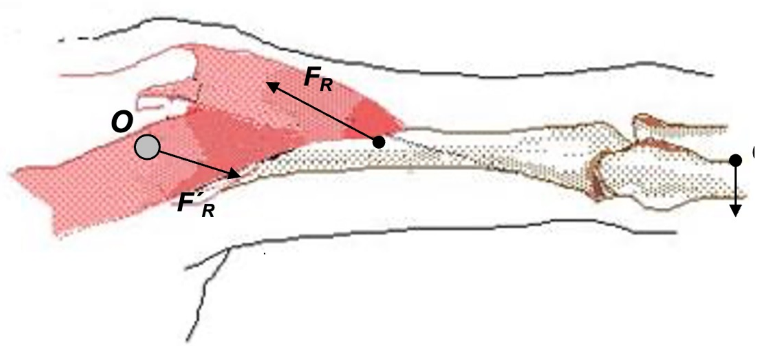
Si despejamos la Fuerza nos queda: $F = \dfrac{83,48}{0,12 * \text{sen } 22} = 1857,05\ N$

Por tanto, el hombro (musculo deltoides) deberá de generar una fuerza resultante de **1857,05 N**, para poder crear el momento de fuerza deseado (83,48 Nm) y mantener el brazo estático a 90º

3º Apartado

En este caso, nos pide la fuerza de reacción que se produce en el eje de giro para que el sistema se encuentre en equilibrio.

Recordemos que cuando el hombro tracciona, fruto de esa fuerza, se genera una fuerza en el eje de giro que evita que se desplace la articulación, de lo contrario el hombro saldría "volando". Esta fuerza de reacción permite que el sistema esté en equilibrio. Esto sería una situación así:



3º Apartado

Para que el sistema esté en equilibrio, el sumatorio de momentos y de fuerzas deben de ser igual a 0. En este caso, la fuerza de reacción al pasar por el eje de giro no produce momento de fuerza y ya hemos igualado anteriormente los momentos del hombro y de la resistencia. Por lo tanto, ahora nos queda que debemos de igualar las fuerzas.

En este aspecto, debemos de tener en cuenta que son vectores con diferentes direcciones y que por lo tanto debemos de igualar sus respectivas componentes rectangulares. Las X deben de ir con las X y las Y deben de ir con las Y. por eso.

En el eje X, tenemos únicamente la componente en X generada por el hombro (llamémosla Fhx) y la fuerza de reacción generada (F'x)

$$Fhx + F'x = 0$$

Debido a que conocemos el valor de la fuerza del hombro (1857,05N) podemos calcular su componente en X

3º Apartado

Ya que conocemos el valor de la fuerza del hombro (Fh = 1857,05N) podemos calcular su componente en X. En este caso, la componente en X, es el cateto contiguo al ángulo de 22º. Por lo tanto, la razón trigonométrica que asocia la hipotenusa, el ángulo y el cateto contiguo es el cos. Así:

Fhx = Fh * cos ángulo = 1857,05 * cos 22 = 1721,82 N

Si antes hemos establecido que Fhx + F'x = 0 , F'x será igual en magnitud que Fhx. En este caso, por el sistema de referencia Fhx, es negativa, ya que va en sentido contrario (-1721,82N) y por lo tanto, la fuerza de reacción en el eje X será igual a **1721,82 N**

Para el eje Y, realizamos el mismo razonamiento, pero, en este caso tenemos 3 fuerzas.

Fhy + F'y + P (peso del sistema) = 0

3º Apartado

Ahora la componente vertical de la fuerza del hombro se calcula como el cateto opuesto al ángulo y por ello, será igual a la razón trigonométrica que asocia la hipotenusa, el ángulo y el cateto opuesto, es decir, el seno. Por ello

Fhy = Fh * sen angulo = 1857,05 * sen 22 = 695,66 N

Si antes hemos establecido que Fhy + F'y + P (peso del sistema) = 0 , F'y será = - Fhy - P, como el peso es una magnitud negativa, - * - = +, se le sumara y quedará que:

F'y = - Fhy + P = -695,66 + 181,48N = **-514,18 N**

Una vez calculadas las componentes rectangulares de las fuerzas en X(1721,82N) y en Y (-514,18N), calculamos el modulo como la raíz de la suma de sus cuadrados = **1796,95 N**

Por tanto, la magnitud de la fuerza de reacción generada en el eje de giro deberá de ser de **1796,95N** para que el sistema se encuentre en equilibrio.