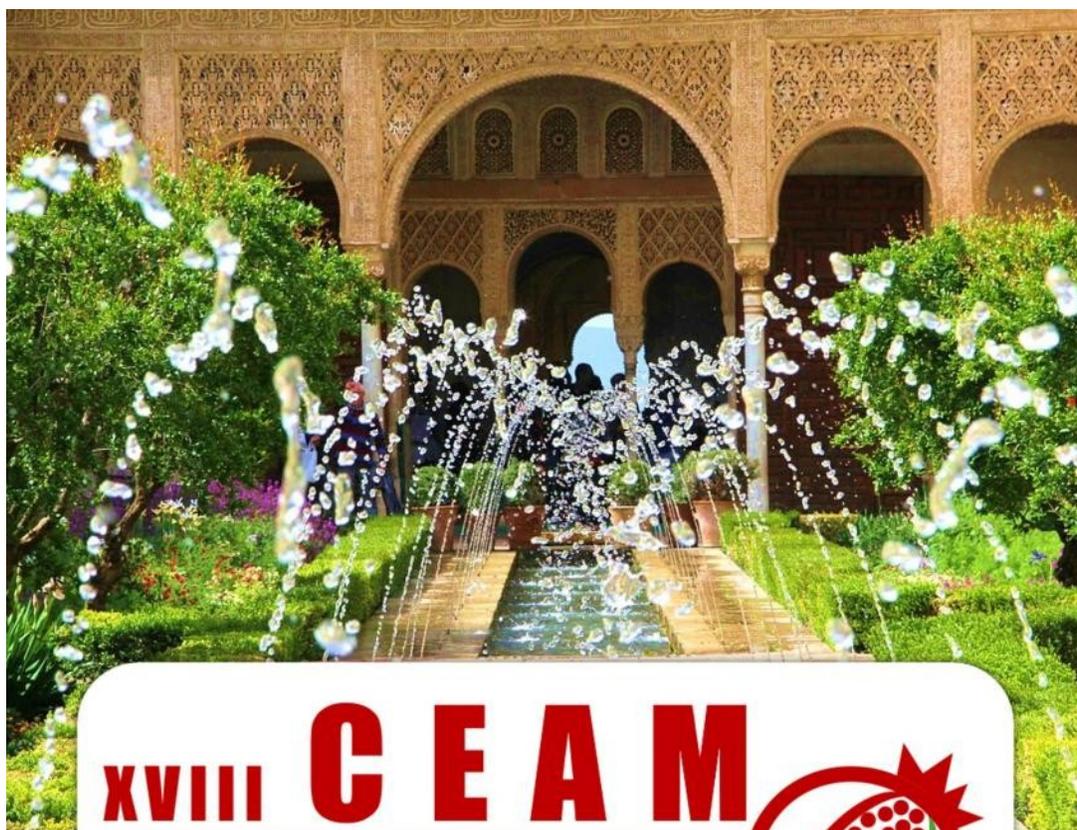


SOCIEDAD ANDALUZA DE  
EDUCACIÓN MATEMÁTICA  
THALES



**XVIII CEAM**

**ENSEÑAR MATEMÁTICAS  
CON SENTIDO**

Un viaje apasionante



**Granada, del 3 al 5 de Julio de 2023**

<https://thales.cica.es/xviiiiceam/>

ceam2023@thales.cica.es



ORGANIZA:

COLABORAN:



S.A.E.M. THALES



**ISBN: 978-84-15641-21-6**

**ACTAS**

## **PENSAMIENTO FUNCIONAL EN SEGUNDO Y TERCER CICLO DE PRIMARIA: TALLER PARA PROFESORES**

**M. C. Pérez-Martos**, *Universidad de Granada*

**E. Pacheco**, *Universidad de Granada*

**M. Reyes-Escobar**, *Universidad de Granada*

### **RESUMEN**

El objetivo de este taller es abordar el análisis y desarrollo de dos tareas funcionales desde el álgebra escolar, elaboradas para su trabajo con segundo y tercer ciclo de Educación Primaria. Estas tareas son parte de un proyecto de investigación que tiene como objetivo el estudio de los distintos componentes del pensamiento algebraico en niveles de primaria. El taller se realizará en cuatro partes diferenciadas: en la primera, ofreceremos brevemente algunas definiciones y antecedentes relacionados con el proyecto y las tareas que se van a trabajar, en la segunda parte, presentaremos dos tareas funcionales que han sido implementadas en primaria y pediremos su resolución por parte de los maestros y maestras participantes, en tercer lugar compararemos estas resoluciones con las de los estudiantes de primaria, y, por último, los participantes analizarán las tareas propuestas y confeccionarán nuevas a partir de ciertas indicaciones.

**Nivel educativo:** Educación Primaria (3º, 4º, 5º y 6º).

### **1. INTRODUCCIÓN**

El nuevo currículo de educación primaria incluye el sentido algebraico en educación primaria (Ministerio de Educación y Formación Profesional, 2022). Según el currículo este sentido engloba saberes relacionados con el reconocimiento de patrones y las relaciones entre variables, la expresión de regularidades o la modelización de situaciones con expresiones simbólicas.

Pinto et al. (2023) conciben el pensamiento algebraico como un tipo de pensamiento matemático que se refiere a cantidades indeterminadas (incógnitas, variables, parámetros o números generalizados) y trata dichas cantidades de forma analítica, es decir, aunque las cantidades sean desconocidas, se suman, restan, multiplican o dividen como si fueran conocidas. Estos mismos autores

destacan la importancia de tener en cuenta que el pensamiento algebraico puede tener lugar sin que se haga uso de simbolismo algebraico.

La introducción del pensamiento algebraico en la educación primaria tiene su origen en una propuesta que surgió en Estados Unidos y que tuvo el apoyo de la comunidad investigadora en Didáctica de la Matemática de varios países, entre ellos España. Dicha propuesta se conoce con el nombre de *early algebra*. Según Cañadas y Molina (2016), cuando el foco matemático del pensamiento algebraico se encuentra en las funciones, se habla del enfoque funcional del early algebra o de pensamiento funcional. En esta línea, el currículo español de primaria enfatiza la importancia del pensamiento algebraico para la comprensión de las relaciones entre las cantidades (pensamiento funcional).

Al incorporarse el sentido algebraico en el nuevo currículo, nos surge la siguiente pregunta: ¿Hay disponibles suficientes tareas que conduzcan a desarrollar el sentido algebraico en los estudiantes en educación primaria? Con motivo de esta interrogante, a través de este taller analizaremos y desarrollaremos distintas actividades funcionales y sus posibles aplicaciones dentro del aula. Nos centraremos por tanto en el pensamiento funcional como enfoque del sentido o pensamiento algebraico.

## 2. MARCO TEÓRICO Y ANTECEDENTES

Ventura et al. (2021) indican que al promover el pensamiento algebraico en estudiantes de primaria y, por tanto, trabajar con cantidades indeterminadas, incógnitas o variables, a la vez que, con cantidades conocidas, ayudamos al desarrollo de habilidades analíticas en el alumnado. El objetivo principal de trabajar el pensamiento algebraico es fomentar el pensamiento crítico entre los estudiantes. Según Blanton et al. (2011), este pensamiento puede entenderse a través de cuatro prácticas esenciales: (a) generalizar; (b) representar; (c) justificar; y (d) razonar con estructuras y relaciones matemáticas. En línea con esta última idea, Kaput (2008) afirma que el trabajo con el pensamiento algebraico se puede enfocar en las representaciones, estrategias, estructuras o en la generalización.

Incluir el trabajo con este tipo de pensamiento en las programaciones de los maestros y maestras puede ser un gran desafío para ellos, concretamente, el desarrollo de las tareas a trabajar puede suponer un problema. De entre las conclusiones de Narváez et al. (2022) rescatamos algunas indicaciones que pueden ser de utilidad: planificar las actividades planteadas para clase seleccionando contextos de interés para el alumnado, comenzando siempre con casos cercanos que les permitan familiarizarse con el problema, y finalizar con casos más lejanos e indeterminados, los cuales lleven a niveles de generalización más sofisticados.

Presentaremos a continuación algunas investigaciones que han abordado tareas funcionales. Los trabajos que mostramos se han realizado en el seno del Proyecto de Pensamiento Algebraico en educación infantil y educación primaria ( [www.pensamientoalgebraico.es](http://www.pensamientoalgebraico.es) )

Ramírez et al. (2022) desarrollaron un estudio con veinticinco estudiantes (9 y 10 años) centrado en la identificación de relaciones funcionales en cinco contextos diferentes (máquina de funciones  $[2x + 1]$ , parque de atracciones  $[2x + 1]$ , parque de atracciones  $[x + 3]$ , cumpleaños: mesas y cajas  $[2x + x; x + x]$ , cumpleaños: globos  $[3x + 1]$ ). Dos de estos contextos coinciden con los de nuestras tareas: la máquina de funciones y el parque de atracciones. Entre los resultados de este estudio se observa la generalización de las relaciones funcionales, a través de representaciones verbales y con ejemplos genéricos.

Por su parte, Torres et al. (2022), en un estudio de casos llevado a cabo con tres estudiantes de 2º de primaria (7 y 8 años) estudiaron las estructuras y representaciones funcionales que evidenció el alumnado al trabajar con tareas que buscaban la generalización. Los resultados de esta investigación evidencian que la función que interviene determina el número de estructuras dadas para una función y la forma de generalizar dichas estructuras. Además, las representaciones evidenciadas fueron de tipo verbal y/o numérica.

### 3. DESCRIPCIÓN DEL TALLER

El taller consta de cuatro partes. A continuación, detallaremos cada una de ellas.

**-Primera parte:** En esta parte presentaremos distintas definiciones y antecedentes relacionados con el pensamiento funcional y las tareas que se van a trabajar.

**-Segunda parte:** Aquí presentaremos dos tareas funcionales que han sido implementadas en primaria y pediremos su resolución por parte de los maestros y maestras participantes.

**-Tercera parte:** Compararemos las resoluciones obtenidas con las de los estudiantes de primaria.

**-Cuarta parte:** En esta última parte los participantes analizarán las tareas propuestas y confeccionarán nuevas tareas a partir de ciertas indicaciones.

### 4. ACTIVIDADES

Las tareas que proponemos para ser analizadas en este taller, forman parte del Proyecto de investigación sobre pensamiento algebraico en educación primaria y educación infantil. A continuación, describimos las tareas.

#### 4.1. PARQUE DE ATRACCIONES.

Sofía va al parque de atracciones de Málaga. Para entrar le cobran 5 euros por un carnet de socia. En el parque hay diferentes atracciones y cada viaje cuesta 2 euros.



Figura 1. Cambio cuantitativo que se produce en el parque de atracciones.

En esta hay dos partes diferenciadas, en la primera se debe completar una tabla a la vez que se van respondiendo preguntas relacionadas con la tarea (Si Sofía se hace socia y da 3 (ó 1, 6, 100,  $\Omega$ , otros) viajes, ¿cuánto paga?), seguidamente se trabaja la representación gráfica, por un lado, respondiendo a varias preguntas sobre ciertos puntos dados que relacionan número de viajes con euros y por otro lado situando puntos en un gráfico en blanco.

#### 4.2. LA CAJA MISTERIOSA.

Al cole ha llegado una máquina misteriosa. Cambia la cantidad de bolas que entran en la máquina. Vuestra misión es averiguar cómo funciona.

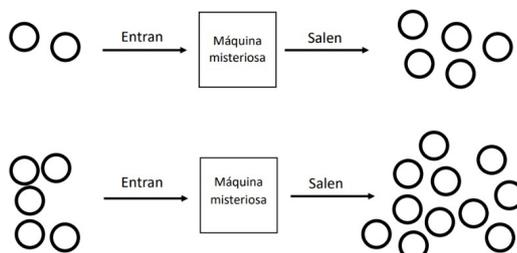


Figura 2. Cambio cuantitativo que produce la máquina.

En esta tarea hay cuatro partes diferenciadas, en primer lugar, se realizan varias preguntas con apoyo en la representación pictórica (Si metemos 10 bolas, ¿cuántas bolas salen?, por ejemplo), en segundo lugar, se pide completar una tabla con datos de la tarea, luego se trabaja con la expresión simbólica de la situación y por último se trabaja la representación gráfica. En todo momento se busca la generalización de la situación.

#### Agradecimientos

Este trabajo se ha realizado en el Proyecto PID2020-113601GB-I00 financiado por MCIN/AEI/10.13039/501100011033, Agencia Estatal de Investigación (AEI) de España.

## 5. REFERENCIAS

Blanton, M. L., Levi, L., Crites, T. y Dougherty, B. J. (2011). *Developing essential understanding of algebraic thinking for teaching mathematics in grades 3-5*. NCTM.

Cañadas, M. C. y Molina, M. (2016). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. En E. Castro, E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruíz-Hidalgo y M. Torralbo (eds.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Luis Rico* (pp. 209-218). Comares.

Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is the algebraic reasoning? En J. J. Kaput, D. W. Carraher y M. L. Blanton (eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 5-17). Lawrence Erlbaum Associates.

Ministerio de Educación y Formación Profesional. (2022). Real Decreto 157/2022 de 01 de marzo, por el que se establece la ordenación y enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. *BOE*, 52, 24386–24504.

Narvaéz, R., Brizuela, B. M., Torres, M. D. y Cañadas, M. C. (2022). Niveles de generalización de estudiantes de cuarto de primaria durante una sesión de clase. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas y J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 411-419). SEIEM.

Pinto, E., Ayala-Altamirano, C., Molina, M. y Cañadas, M. C. (2023). Desarrollo del pensamiento algebraico a través de la justificación en educación primaria. *Enseñanza de las Ciencias*, 41(1), pp. 149-173. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.5835>

Ramírez, R., Brizuela, B. M. y Ayala-Altamirano, C (2022). Problemas verbales asociados al uso de estrategias funcionales en estudiantes de 4º grado. *Math Ed Res J* 34, 317–341. <https://doi.org/10.1007/s13394-020-00346-7>

Torres, M. D., Cañadas, M. C. y Moreno, A. (2022). Pensamiento funcional de estudiantes de 2º de primaria: estructuras y representaciones. *PNA*, 16(3), 215-236. <https://doi.org/10.30827/pna.v16i3.23637>

Ventura, A. C., Brizuela, B. M., Blanton, M., Sawrey, K., Gardiner, A. M. & Newman-Owens, A. (2021). A learning trajectory in Kindergarten and first grade students' thinking of variable and use of variable notation to represent indeterminate quantities. *The Journal of Mathematical Behavior*, 62, 100866. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2021.100866>