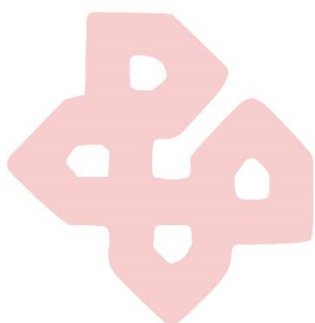




VOL. 27, Nº 2 (Julio, 2023)  
ISSN 1138-414X, ISSNe 1989-6395  
DOI: 10.30827/profesorado.v27i2.21345  
Fecha de recepción: 25/05/2021  
Fecha de aceptación: 22/01/2023

## SITUACIONES-PROBLEMAS SOBRE VARIABLE ALEATORIA Y SUS APLICACIONES EN DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD SEGÚN LIBROS DE TEXTO CHILENOS

*Problems-situations about random variable and their applications in probability distributions according chilean textbook*



*Valeria Bizet, Elena Molina-Portillo & José Miguel Contreras*

*Universidad de Granada*

*E-mail: [valeriabizet@gmail.com](mailto:valeriabizet@gmail.com); [elemo@ugr.es](mailto:elemo@ugr.es);*

*[jmcontreras@ugr.es](mailto:jmcontreras@ugr.es)*

*ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-5995-1543>;*

*<https://orcid.org/0000-0002-9955-3080>;*

*<https://orcid.org/0000-0001-6821-0563>*

### Resumen:

Este artículo analiza las situaciones-problemas ligadas a la variable aleatoria y sus aplicaciones sobre las distribuciones de probabilidad en cinco libros de texto chilenos de Educación Secundaria, fundamentado en herramientas del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos. Aquel objeto matemático es analizado con base a una guía de situaciones-problemas de los tópicos en cuestión diseñada a partir del currículo chileno oficial. Los resultados muestran que en los libros analizados existe ausencia y mínima presencia de actividades sobre calcular probabilidades asociadas a distribuciones binomial y normal empleando una herramienta tecnológica, y diferenciar entre variables aleatorias y variables con dependencia funcional, respectivamente. Aquellos resultados demuestran falta de alineación entre la propuesta del Ministerio de Educación chileno y los textos analizados. Esta investigación proporciona información valiosa a los profesores que enseñan la variable aleatoria y/o distribuciones binomial y normal en la



escuela, investigadores interesados en desarrollar estudios sobre su comprensión y quienes diseñan libros de texto escolares para mejorar la presentación de estos temas.

*Palabras clave:* distribuciones de probabilidad; enfoque ontosemiótico; libro de texto; objetos matemáticos; variable aleatoria.

### **Abstract:**

This article analyzes the problems-situations related to the random variable and their applications about probability distributions in five Chilean textbooks of high school, based on the Onto-Semiotic Approach to Mathematical. That mathematical object is analyzed based on a guide of problems-situations of the topics in question designed from the official Chilean curriculum. The results show that in the textbooks analyzed are absence and minimum presence of activities about calculate probabilities associated with binomial distributions and normal distributions using a technology tool, and differentiate between random variables and variables with functional dependency, respectively. Those results demonstrate lack of alignment between the proposal of the Chilean Ministry of Education and textbooks analyzed. This research provides valuable information for the professor that teaches the random variable and/or binomial and normal distributions at the school, the researcher who is interested in developing studies about its understanding and whom designs school textbooks to improve the presentation of this theme.

*Key Words:* mathematical objects; Onto-Semiotic approach; probability distribution; random variable.; textbooks.

## **1. Introducción**

Dentro de la enseñanza estocástica (estadística y probabilidad) en la escuela, el razonamiento en torno a la variable aleatoria es fundamental, debido a que es un tema que posee un rol importante en la evolución del cálculo de probabilidades y se involucra en diversas situaciones aleatorias de la vida real (Batanero, 2004; Heitele, 1975). También las distribuciones de probabilidad de variables aleatorias es un tópico importante, pues permite vincular la estadística con experiencias del mundo real, enseñar la estructura de esta disciplina y lograr una comprensión profunda de aquellas distribuciones a medida que los estudiantes maduran su conocimiento sobre estadística (Burrill y Biehler, 2011).

Este escenario motivó que diversos países incluyan en su currículo escolar los temas en cuestión. Según la denominación K-12 (Franklin et al., 2005), kindergarden más 12 grados consecutivos, Estados Unidos (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; National Governors Association Center for Best Practices [NGACBP] y Council of Chief State School Officers [CCSSO], 2010) abordada la variable aleatoria entre los grados 9 y 12 (15 a 18 años), e introduce su función de probabilidad mediante los enfoques de probabilidad frecuencial y clásico. En tanto Chile (Ministerio de Educación [MINEDUC], 2015) inicia el estudio de la variable aleatoria en grado 10 (15 a 16 años), contexto donde trabaja la función señalada por medio del enfoque clásico. Mientras que España (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte [MECD], 2015) introduce el tratamiento de la variable aleatoria entre los grados 11 y 12 (16 a 18 años), además de estudiar su función de probabilidad desde el enfoque de probabilidad clásico.

Por su parte, las distribuciones binomial y normal, en Estados Unidos (NCTM, 2000; NGACBP y CCSSO, 2010) son abordadas entre los grados 9 y 12 (15 a 18 años), a través de los enfoques de probabilidad frecuencial y clásico, allí es utilizada la tecnología digital para simular experimentos aleatorios y aproximar las distribuciones de frecuencias a las de probabilidad. En Chile (MINEDUC, 2019a) durante grado 12 (17 a 18 años) y España (MECD, 2015) entre los grados 11 y 12 (16 a 18 años), dichas temáticas son trabajadas bajo los mismos enfoques y metodología descrita.

En esta perspectiva, los libros de texto escolares son instrumentos valiosos que permiten que el currículo dispuesto por un organismo gubernamental se ejecute en la educación escolar de un país mediante una presentación didáctica (Occeli y Valeiras, 2013). Sin embargo, se presenta el problema que existen escasos estudios sobre el tratamiento de la variable aleatoria o distribuciones de probabilidad en aquel recurso didáctico.

Respecto a la variable aleatoria, Ortiz (2002) caracterizó su significado institucional desde el análisis de 11 libros de texto españoles para primer año de bachillerato (grado 11). Entre sus resultados propone nueve situaciones-problemas diferentes vinculadas al concepto y obtiene que solo un libro presenta mayor diversidad con cuatro de estas situaciones y en tres libros existe ausencia de ellas. Por su parte, Doukhan y Guedet (2019) estudiaron su tratamiento en libros franceses, por medio de un análisis comparativo entre dos textos, uno dirigido a grado 11 y otro a grado 12. Como resultado obtienen que los documentos proponen tipos de problemas similares, con dos contextos diferentes, situaciones matemáticas-teóricas (sin contexto) y no-matemáticas (con contexto: vida real, artificial y otras ciencias), predominando este último en ambos.

En relación con las distribuciones de probabilidad, Valverde (2017) determinó el significado institucional de la normal desde el estudio a dos libros de texto españoles de bachillerato (grado 11 y 12). En cuanto a la variedad de situaciones-problemas propuestas, destaca que solo un libro analizado presenta cuatro tipos diferentes, a diferencia del otro texto que propone solo dos de ellas. Además, el contexto de aquellos problemas es variado (social, científico, personal, descontextualizado y laboral, predominando este último). En cambio, sobre el tratamiento de la binomial en textos escolares, no se encontraron estudios.

De esta manera, es necesario desarrollar investigaciones que analicen el tratamiento otorgado a la variable aleatoria y sus aplicaciones sobre las distribuciones de probabilidad en libros de texto escolares, e informen ¿cómo son abordados aquellos tópicos probabilísticos en tales instrumentos de enseñanza? Por tanto, el presente trabajo, fundamentado en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos, tiene como objetivo analizar los objetos matemáticos ligados a la variable aleatoria y sus aplicaciones relativas a las distribuciones de probabilidad en cinco libros de texto chilenos de Educación Secundaria (grado 9 a 12).

## 2. Marco teórico

Este estudio se fundamenta en la herramienta de Configuración Ontosemiótica del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (Font et al., 2013). En ella el origen del conocimiento matemático está en la resolución de situaciones-problemas, para las cuales existen determinadas prácticas (actuaciones o expresiones verbal, gráfica, etc.) realizadas por una persona o compartidas en una institución, donde intervienen y emergen diversos objetos matemáticos.

Para el EOS un objeto matemático es “*cualquier entidad material o inmaterial que participa en la práctica matemática apoyando y regulando su realización*” (Godino et al., 2019, p. 40). En este contexto se propone una tipología de objetos primarios (Godino et al., 2007):

- Situaciones-problemas: tareas, ejercicios o problemas que incitan a realizar una actividad matemática.
- Lenguaje: expresiones, términos, notaciones o gráficos, en sus distintos registros de representación, utilizados para presentar un enunciado o resolver una situación-problema.
- Conceptos: descripciones o definiciones aludidas, explícita o implícitamente, al resolver un problema.
- Proposiciones: enunciados sobre características o propiedades de objetos matemáticos aplicados en la resolución de una situación-problema.
- Procedimientos: operaciones, técnicas de cálculo, procedimientos o algoritmos desarrollados para resolver un problema
- Argumentos: enunciados que un sujeto emplea en la explicación o validación de procedimientos o solución de una situación-problema.

Así, un conjunto de situaciones-problema vinculadas recíprocamente, que comparten sus representaciones, procesos o soluciones similares constituyen un campo de problema (Godino, 1999). Además, la interacción de los objetos matemáticos primarios establecidos en la solución a un problema o en el proceso de enseñanza-aprendizaje de un tema, genera configuraciones de carácter: cognitivo, referida al conocimiento sobre el razonamiento de estudiantes, sus dificultades y errores; epistémico, relativa al conocimiento matemático a enseñar desde la perspectiva institucional (Font et al., 2013). Esta última noción es de utilidad para realizar una indagación y descripción de las características de libros de texto matemáticos entorno a un tópico (Font y Godino, 2006).

Por consiguiente, en la presente investigación fue utilizada la configuración ontosemiótica epistémica para identificar y analizar la tipología de objetos matemáticos que intervienen en los libros de texto escolares, cuando es tratada la variable aleatoria y sus aplicaciones sobre las distribuciones de probabilidad,

centrándose en el análisis del principal objeto primario, las situaciones-problemas. En esta perspectiva, las tareas, ejercicios o problemas relacionados con la tecnología permiten valorar el conocimiento avanzado de un tema pues, aunque esta herramienta pudiera usarse en la escuela entre los grados 11 y 12 (16 a 18 años), en la actualidad no es frecuente su uso (Gea, 2014).

### 3. Metodología

Esta investigación se desarrolló bajo un enfoque cualitativo y es de tipo exploratoria-descriptiva (Hernández et al., 2014). En ella se empleó el análisis de contenido (Krippendorff, 1990), técnica distintiva para indagar sistemática y exhaustivamente documentos escritos con el propósito de producir generalizaciones (Zapico, 2006).

#### 3.1. Muestra y unidades de análisis

En Chile existen tres editoriales que diseñan libros de texto de Matemáticas para educación secundaria (grados 9 a 12): Editorial Santillana, Ediciones SM y Editorial crecer pensando. En la educación pública, para cada grado educativo, una de las editoriales se adjudica el proyecto concursable con vigencia de 4 años. Mientras que en la educación privada aquellas editoriales ofrecen sus proyectos, en ocasiones más de uno para cada nivel educativo, donde la más utilizada es la Editorial Santillana seguida de Ediciones SM. En el periodo de desarrollo de esta investigación (año 2021) para los grados 10 a 12, donde se enseña los temas de interés: en el ámbito público Ediciones SM tenía el proyecto adjudicado; y en el contexto privado la Editorial Santilla ofrecía el proyecto Bicentenario, Ediciones SM proponía el proyecto Sabia y la Editorial crecer pensando presentaba un proyecto sin nombre.

Así en la presente investigación, la elección de la muestra fue intencionada y estuvo constituida por dos series de libros de texto chilenos. Como muestra la Tabla 1, cada una contempló los grados 10 (15 a 16 años), 11 (16 a 17 años) y 12 (17 a 18 años), y los textos que las integraron permanecen vigentes para el curso escolar 2021. Las dos series son de prestigiosas editoriales del país, la primera de ellas correspondió a los libros empleados tanto en la educación pública como subvencionada y entregados gratuitamente por el MINEDUC, mientras que la segunda serie incluyó los textos más utilizados en la enseñanza privada.

Tabla 1  
*Libros de texto utilizados en el análisis*

Serie	Código	Nivel educativo	Título	Editorial	Año
1	T1	10°	Texto del estudiante de matemática 2° medio	Ediciones SM	2020
	T2	11° y 12°	Texto del estudiante de matemática 3° y 4° medio		2019

2	T3	10°	Matemática 2 proyecto bicentenario	Santillana	2009
	T4	11°	Matemática 3 proyecto bicentenario		2009
	T5	12°	Matemática 4 proyecto bicentenario		2014

Fuente: Elaboración propia.

En los cinco libros se analizó las lecciones sobre los temas variable aleatoria, distribución binomial y/o distribución normal. Así las unidades de análisis definidas correspondieron a las actividades propuestas en cada texto que incitan en los estudiantes el aprendizaje de los tópicos en cuestión.

### 3.2. Procedimiento de análisis

El estudio a las lecciones señaladas fue realizado mediante un proceso cíclico e inductivo, como se recomienda para el análisis de datos de tipo cualitativo (Gil, 1994). Aquello posibilitó la codificación de datos y construcción de tablas de frecuencia y porcentaje, para conseguir resultados respecto a los objetos matemáticos primarios que intervienen en el tratamiento de los conceptos probabilísticos de interés. Este fue organizado considerando las siguientes etapas:

- 1 Identificación y selección de las lecciones vinculadas a los tópicos variable aleatoria y distribuciones de probabilidad.
- 2 Clasificación de las actividades presentes, reconociendo el o los tipos de situaciones-problemas involucrados en cada una. Para ello fue utilizada la Guía de Situaciones-Problemas sobre Variable Aleatoria y sus aplicaciones en Distribuciones de Probabilidad según el Currículo Escolar Chileno (GSP-VADP: Bizet et al., 2023), que caracteriza el significado institucional de referencia de los tópicos en cuestión, inferido desde el currículo chileno oficial y lineamientos internacionales.
- 3 Categorización de las actividades según el contexto empleado en cada una.
- 4 Elaboración de tablas y gráficos que resumen la información obtenida del análisis y permiten desarrollar un análisis descriptivo.

### 3.3. Guía de Situaciones-Problemas sobre Variable Aleatoria y sus aplicaciones en Distribuciones de Probabilidad

El proceso de construcción de la GSP-VADP (Bizet et al., 2023) está fundamentado en el modelo de Vásquez y Alsina (2015) y se organizó en dos etapas que se describen a continuación.

Etapa 1, identificación de campos de problemas sobre los temas de interés a partir de un análisis epistemológico. Se han indagado investigaciones sobre aspectos epistemológicos de la variable aleatoria (Amrani y Zaki, 2015; Dinges, 2005; Ruiz, 2013), distribución binomial (García-García et al., 2022; Vilca, 2015) y distribución normal (Stahl 2006; Tauber, 2001), las cuales se caracterizan por indagar su origen, desarrollo histórico y el estudio de cada concepto desde la matemática. Por medio

de aquel análisis, en un proceso cíclico e inductivo, se establecieron ocho campos de problemas (C-P) ligados a los temas en cuestión.

Etaapa 2, reconocimiento de situaciones-problemas sobre el tema de interés desde un análisis de lineamientos curriculares. En un primer momento fue indagado el currículo escolar chileno (MINEDUC, 2015; MINEDUC, 2016; MINEDUC, 2019a; MINEDUC, 2019b; MINEDUC 2019c) entre los grados 10 y 12. Debido a que su construcción se sustentan en diversas fuentes, una de ellas la revisión de lineamientos curriculares internacionales principalmente de países pertenecientes a la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (MINEDUC, 2009), en un segundo momento se estudiaron documentos curriculares americanos (NCTM, 2000; NGACBP y CCSSO, 2010) dirigido a los grados 9 a 12, y el conocido proyecto GAISE (Franklin et al., 2005).

Así mediante un análisis de contenido a los documentos señalados se identificaron normativas vigentes (unidades de análisis) en torno a la enseñanza-aprendizaje de la variable aleatoria y distribuciones de probabilidad, luego estas fueron clasificadas en los ocho campos de problemas (categorías de análisis) previamente definidos. Posteriormente las unidades de análisis se compararon y redujeron debido a que algunas unidades estaban contenidas en otra o no entregaban nueva información, todo ello con el propósito de lograr representar su información en una unidad de análisis final. A partir de estas últimas se procedió a inferir situaciones-problemas (S-P) alusivas a la comprensión de la variable aleatoria y distribuciones de probabilidad, obteniéndose la GSP-VADP.

## 4. Resultados

### 4.1. Distribución de las actividades de aprendizaje

La Tabla 2 muestran la cantidad de actividades asociadas a la variable aleatoria y sus aplicaciones en distribuciones de probabilidad que fueron analizadas en cinco libros de texto chilenos, organizadas según editorial y nivel educativo. Estas fueron 220, observándose mayor presencia en documentos de la editorial Santillana (149) que SM (71).

Tabla 2  
*Frecuencia y porcentaje de actividades analizadas según serie y nivel educativo*

Nivel educativo	Serie 1 SM	Serie 2 Santillana	Total
10°	30(54, 55%)	25(45, 45%)	55(25%)
11°		53(100%)	53(24, 09%)
12°	41(36, 61%)	71(63, 39%)	112(50, 91%)
Total	71(32, 27%)	149(67, 73%)	220(100%)

Fuente: Elaboración propia.

Según muestra la Tabla 2, la mayor cantidad de actividades se presentaron en grado 12 (50,91%) y grado 10 (25%), en el primer nivel señalado destaca la editorial Santillana (63,39%) mientras que en el segundo SM (54,55%). En grado 11, la editorial SM presenta ausencia de actividades sobre los tópicos en cuestión, ello puede deberse que en aquel nivel el currículo vigente no propone trabajar con la variable aleatoria y distribuciones de probabilidad.

#### 4.2. Campos de Problemas

La clasificación teórica de las situaciones-problemas que otorgan sentido a la variable aleatoria y sus aplicaciones sobre las distribuciones de probabilidad en textos escolares de Chile, se fundamenta en la GSP-VADP (Bizet et al., 2023). Aquella está constituida por ocho campos de problemas, cada uno subdividido en entre dos y ocho situaciones-problemas, evidenciadas en los libros indagados. Cabe mencionar que una actividad presente en los documentos examinados abordó uno o más tipos de situaciones-problemas, es decir, una actividad ha sido contabilizada una o más veces, según corresponda.

La Figura 1, muestra la distribución de actividades sobre los campos de problemas presentes en los libros analizados, según nivel educativo. Ella, evidencia que en grado 10 predominaron las actividades: C-P1 identificar la variable aleatoria como una función presente en el contexto probabilístico (29,89%); C-P2 reconocer la distribución de probabilidad de una variable aleatoria discreta como una herramienta que permite ver la variación aleatoria (42,53%); C-P4 establecer la función de distribución de una variable aleatoria discreta (27,58%). Resultados que están en consonancia con las directrices curriculares chilenas vigentes, pues en grado 10 se introduce el estudio de la variable aleatoria (discreta) y sus funciones de probabilidad y distribución.



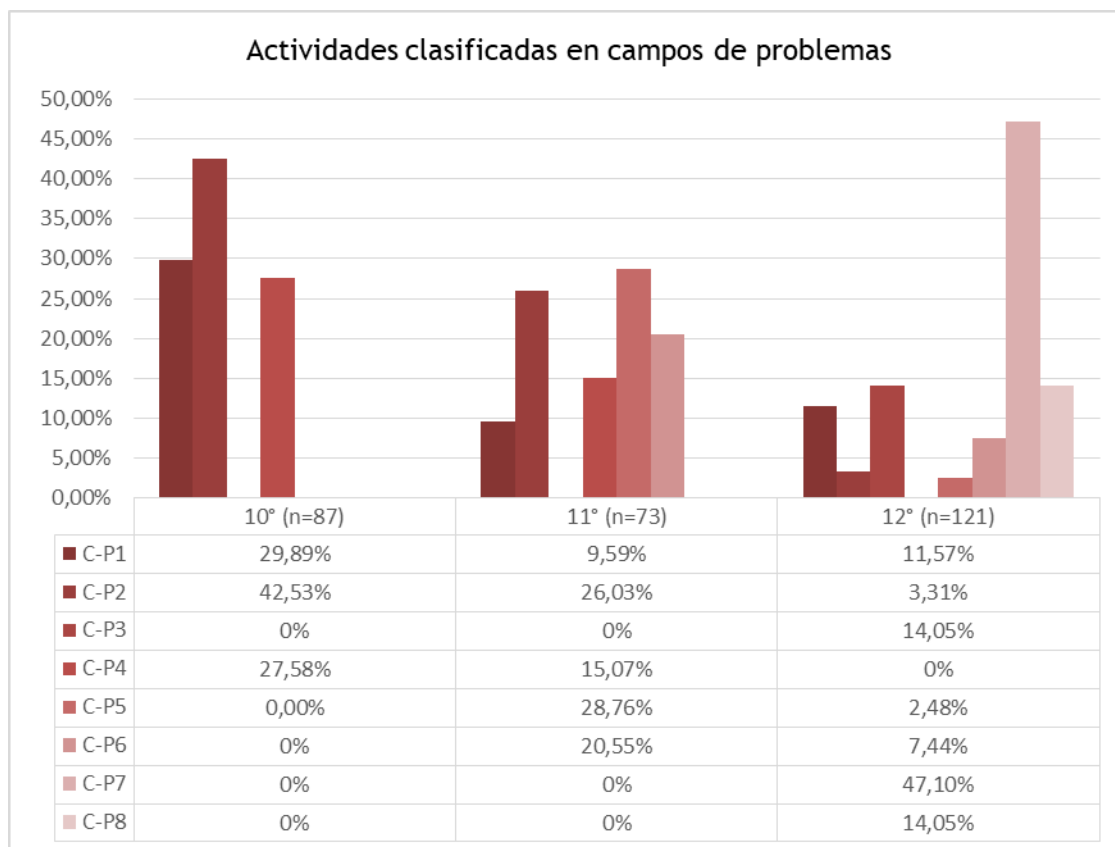


Figura 1. Distribución de actividades sobre campos de problemas presentes en los textos analizados por grado.

Fuente: Elaboración propia.

En grado 11 se aprecia que prevalecieron las actividades: C-P2 reconocer la distribución de probabilidad de una variable aleatoria discreta como una herramienta que permite ver la variación aleatoria (26,03%); C-P5 utilizar algunos valores de posición central o de dispersión vinculados a la variable aleatoria (28,76%); C-P6 emplear la distribución binomial como un modelo probabilístico que describe un fenómeno de la vida real (20,55%). Respecto a este último campo de problema, los resultados obtenidos no concuerdan con el currículo chileno actual, dado que el trabajo con la binomial es propuesto en grado 12.

También la Figura 1, expone que en grado 12 destacaron las actividades: C-P3 reconocer la distribución de probabilidad de una variable aleatoria continua como una herramienta que permite ver la variación aleatoria (14,05%); C-P7 emplear la distribución normal como un modelo probabilístico que describe un fenómeno de la vida real (47,1%); C-P8 aproximar distribuciones de variables aleatorias discretas con un número grande de valores (14,05%). Estos resultados son coherentes con los lineamientos curriculares vigentes, debido a que el estudio de la variable aleatoria (continua) y sus aplicaciones en la distribución normal está establecido para grado 12.

A continuación, se describen y ejemplifican las divisiones de los ocho campos de problemas. Las situaciones-problemas que poseen un asterisco (\*) son aquellas que

han sido observadas en los libros de texto analizados, pero no fueron sugeridas en el currículo chileno.

#### 4.2.1. Campo de problema 1: Identificar la variable aleatoria como una función presente en el contexto probabilístico

Reconocer la variable aleatoria ligada a un fenómeno aleatorio es la solución a variados problemas probabilísticos, pero también es el primer paso para estudiar su distribución de probabilidad. Así este se divide en las siguientes cinco situaciones-problemas:

S-P1.1 Diferenciar entre variables aleatorias y variables con dependencia funcional. Se observa una actividad que pregunta explícitamente la diferencia entre ambas variables. Las primeras se originan de un fenómeno o experimento aleatorio (aquél indica la posibilidad de que en idénticas condiciones puedan producirse resultados diferentes), mientras que las segundas surgen de un fenómeno determinista (aquél que siempre se produce en igual forma cuando se dan las mismas condiciones). La Figura 2 ejemplifica la presente situación-problema.

**Para concluir**

- a. ♦ ¿Qué diferencias hay entre una variable aleatoria y de una función algebraica?

Figura 2. Ejemplo de situación-problema 1.1 (T1).  
Fuentes: Díaz, et al. (2020, p.138).

S-P1.2 Definir variables aleatorias finitas en experimentos aleatorios. Se exponen tareas que consisten en observar una característica específica de un experimento aleatorio y determinar en lenguaje verbal una regla de correspondencia que relaciona cada elemento de su espacio muestral con un número real, como se ejemplifica en la Figura 3.

3. Anota el espacio muestral de los siguientes experimentos aleatorios. Luego, identifica la variable aleatoria involucrada y su recorrido.
- a. Lanzar el dado y anotar la cantidad de divisores que tiene el número obtenido.
- c. Lanzar las dos fichas de la imagen y anotar la suma de sus resultados.



Figura 3. Ejemplo de situación-problema 1.2, 1.3 y 1.4 (T1).  
Fuentes: Díaz, et al. (2020, p.138).

S-P1.3 Identificar dominio de una variable aleatoria finita. Se presentan actividades que solicitan reconocer cada uno de los elementos del espacio muestral vinculado a un experimento y variable aleatoria propuesta, o relacionado un experimento aleatorio y una de sus características establecida, (ver Figura 3).

S-P1.4 Identificar recorrido o valores de una variable aleatoria finita. Se observan tareas que, a partir de un experimento aleatorio y variable aleatoria propuesta explícita o implícitamente, se requiere determinar el conjunto de valores reales que tienen asociado algún elemento del espacio muestral de aquel experimento, la Figura 3 ejemplificada aquello.

\*S-P1.5 Diferenciar entre variables aleatorias discretas y continuas. Se exponen actividades que solicitan ejemplos de variables aleatorias discretas y continuas, o requieren distinguir de un conjunto de variables aleatorias aquellas que son de tipo discretas y continuas, explicitando su recorrido. La Figura 4 ejemplifica esta situación-problema.

- En cada caso, indica si la variable aleatoria es discreta o continua y, luego, escribe los valores posibles que la variable puede tomar.
3. Cantidad de respuestas incorrectas en un examen de 100 preguntas, si se responde al azar
  4. Cantidad de automóviles que atraviesan el peaje de una carretera en un tiempo determinado.
  5. Tiempo empleado por los competidores en recorrer el circuito de la maratón familiar de una comuna.

Figura 4. Ejemplo de situación-problema 1.5 (T5).

Fuente: Departamento de Investigaciones Educativas (2014, p.276).

La Tabla 3 resume el análisis realizado a los textos sobre el primer campo de problema. Ella evidencia predominio de actividades sobre S-P1.2 definir variables aleatorias finitas (20,19%) y S-P1.4 reconocer su recorrido (44,23%), principalmente en grado 10 con un 57,14% y 63,04% respectivamente. También prevalece la tarea: \*S-P1.5 diferenciar entre variables aleatorias de tipo discretas y continuas (20,19%), particularmente en grado 12 (66,67%), evidenciándose desarmonía con el currículo chileno actual, pues en este documento no es abordada aquella situación-problema.

Tabla 3

Frecuencias y porcentajes sobre el primer campo de problema en textos chilenos.

Situaciones-Problemas	10° (n=26)	11° (n=7)	12° (n=14)	Total(n=47)
S-P1.1	1(100%)			1(0,96%)
S-P1.2	12(57,14%)	1(4,76%)	8(38,1%)	21(20,19%)
S-P1.3	12(80%)	2(13,33%)	1(6,67%)	15(14,42%)
S-P1.4	29(63,04%)	8(17,39%)	9(19,57%)	46(44,23%)
*S-P1.5	7(33,33%)		14(66,67%)	21(20,19%)

Fuente: Elaboración propia.

#### 4.2.2. Campo de problema 2: Reconocer la distribución de probabilidad de una variable aleatoria discreta como una herramienta que permite ver la variación aleatoria

El segundo paso de interés en el estudio de los tópicos en cuestión es trabajar con la función de probabilidad, en este momento de una variable aleatoria discreta, que permite cuantificar la posibilidad de ocurrencia que aquella variable tome cada uno de sus valores. Por tanto, este campo de problema se descompone en las siguientes seis situaciones-problemas:

S-P2.1 Determinar las probabilidades asociadas a los valores de una variable aleatoria discreta desde un enfoque frecuencial. Se observan actividades que presentan un experimento aleatorio, solicitando realizar simulaciones de este para recopilar datos y por medio de ellos calcular la probabilidad frecuencial de alguno o todos los valores de la variable aleatoria involucrada, como se ejemplifica en la Figura 5, pregunta 3.

Considera el experimento lanzar un dado y extraer una ficha de dominó. Se define la v.a.  $X$ : suma de puntos en fichas y dados.

1. Determina los elementos de la v.a.  $X$ .
2. Genera mediante una planilla de cálculo 100, 5.000 y 10.000 simulaciones del experimento.
3. Obtén la función de probabilidad de la v.a.  $X$ .

Figura 5. Ejemplo de situación-problema 2.1 (T4).  
Fuente: Blanco, et al. (2009, p.151).

S-P2.2 Determinar las probabilidades asociadas a los valores de una variable aleatoria discreta desde un enfoque clásico. Se presentan tareas en las que a partir de una función de probabilidad (lenguaje gráfico o tabular) o experimento aleatorio y variable aleatoria, se requiere calcular la probabilidad de un valor de esta variable, por medio de la regla de Laplace. La Figura 6, pregunta c, ejemplifica esta situación-problema.

5. Considera el experimento aleatorio "lanzar dos dados" y la variable aleatoria  $X$ : cantidad de números primos que aparecieron en ambos dados.
  - a. Escribe el recorrido de la variable aleatoria.
  - b. Calcula la función de probabilidad de la variable aleatoria.
  - c. Calcula  $P(X = 1)$  y  $P(X < 2)$
  - d. Grafica la función de probabilidad.

Figura 6. Ejemplo de situación-problema 2.2, 2.3 y 2.5 (T1).  
Fuente: Díaz, et al. (2020, p.147).

S-P2.3 Definir la función de probabilidad de una variable aleatoria utilizando la terminología  $P(X=x)$ . Se exponen actividades que, por medio de un experimento aleatorio y variable aleatoria discreta, función de probabilidad (lenguaje tabular) o función de distribución (lenguaje gráfico o tabular) de una variable aleatoria

discreta, es solicitado identificar los valores de aquella variable y la probabilidad asociada a cada uno. La situación-problema es ejemplificada en la Figura 6, pregunta b.

S-P2.4 Representar en lenguaje tabular la función de probabilidad de una variable aleatoria discreta. Se observan tareas que requieren elaborar una tabla de doble entrada para establecer la probabilidad de cada uno de los valores de una variable aleatoria discreta, o es necesario completar la tabla dada con dicha información (ver Figura 7).

8. Se extrae 3 veces sin reposición una bolita de una tómbola con bolitas numeradas del 1 al 10. Se define la variable  $X$ : cantidad de veces que se selecciona un número par.
- c. Completa en tu cuaderno la siguiente tabla con los valores correspondientes:

$x_j$	$x_1$	...	$x_n$
$P(X = x_j)$	$P(X = x_1)$	...	$P(X = x_n)$



Figura 7. Ejemplo de situación-problema 2.4 (T1).  
Fuente: Díaz, et al. (2020, p.142).

S-P2.5 Representar en lenguaje gráfico la función de probabilidad de una variable aleatoria discreta. Se exponen tareas que, a través de un experimento aleatorio y variable aleatoria discreta, es necesario construir un gráfico de barras que represente la función de probabilidad vinculada a esta, como es ejemplificado en Figura 6, pregunta d.

\*S-P2.6 Calcular el valor de incógnitas para que la función propuesta satisfaga las condiciones de una función de probabilidad. Se presentan actividades que proponen la función de probabilidad de una variable aleatoria discreta y solicitan determinar el valor de incógnitas correspondientes a la probabilidad de ciertos valores de la variable involucrada, de manera que la función dada cumpla las condiciones de una función de probabilidad. La Figura 8 ejemplifica esta situación-problema.

9 La función de probabilidad de una variable aleatoria es:

$x$	3	4	5	6
$P(X = x)$	0,1	a	0,2	0,3

¿Cuál es el valor de  $a$ ?

**A.** 0,6      **C.** 0,3      **E.** 0,1  
**B.** 0,4      **D.** 0,2

Figura 8. Ejemplo de situación-problema 2.6 (T3).  
Fuente: Blanco, et al. (2009, p.333).

La Tabla 4 resume el análisis desarrollado a partir de los libros sobre el segundo campo de problema. Aquella muestra que destacan las actividades S-P2.3 definir la función de probabilidad de una variable aleatoria (35,92%) y S-P2.2 calcular probabilidades asociadas a los valores de aquella variable desde el enfoque clásico de

probabilidad (27,18%), principalmente en grado 10 con un 75,67% y 57,14% respectivamente. Los resultados obtenidos están en consonancia con el currículo chileno actual, dado que este promueve en grado 10 el trabajo con las funciones de probabilidad y distribución bajo el enfoque clásico. Por otra parte, destaca la presencia, en pequeña proporción, de tareas sobre \*S-P2.6 calcular el valor de incógnitas de manera que la función propuesta sea de probabilidad (11,65%), la cual no ha sido abordada en los lineamientos curriculares chilenos vigentes.

Tabla 4  
Frecuencias y porcentajes sobre el segundo campo de problema en textos chilenos

Situaciones-Problemas	10° (n=37)	11° (n=19)	12° (n=4)	Total(n=60)
S-P2.1	1(33,33%)	2(66,67%)		3(2,91%)
S-P2.2	16(57,14%)	9(32,14%)	3(10,71%)	28(27,18%)
S-P2.3	28(75,67%)	7(18,92%)	2(5,41%)	37(35,92%)
S-P2.4	3(100%)			3(2,91%)
S-P2.5	13(65%)	5(25%)	2(10%)	20(19,42%)
*S-P2.6	7(58,33%)	5(41,67%)		12(11,65%)

Fuente: Elaboración propia

#### 4.2.3. Campo de problema 3: Reconocer la distribución de probabilidad de una variable aleatoria continua como una herramienta que permite ver la variación aleatoria

Paralelamente al paso dos, es importante trabajar con la función de probabilidad de una variable aleatoria continua, que permite cuantificar la posibilidad de ocurrencia que esta variable tome sus valores en un subconjunto de números reales. Por consecuencia este campo de problema se divide en las siguientes cuatro situaciones-problemas.

S-P3.1 Representar en lenguaje gráfico la función de probabilidad de una variable aleatoria continua. Se exponen actividades que a partir de una función de densidad (lenguaje simbólico) es necesario construir su gráfica, aquello es ejemplificado en la Figura 9, pregunta 1.

- Considera la función  $f(x) = 0,2$  definida en el intervalo  $[0, 5]$ .
- 1. Construye la gráfica de  $f$ .
- 2. Demuestra que  $f$  puede definir una función de densidad de una variable aleatoria continua.

Figura 9. Ejemplo de situación-problema 3.1 y 3.3 (T5).  
Fuente: Departamento de Investigaciones Educativas (2014, p.254).

S-P3.2 Calcular algunas probabilidades asociadas a la variable aleatoria continua. Se observan tareas que por medio de la función de densidad (lenguaje simbólico o gráfico) se solicita determinar la probabilidad de que un valor de la variable aleatoria continua involucrada pertenezca a un determinado intervalo de la recta real (ver Figura 10).

1. Una estación de servicio tiene dos bombas, cada una de las cuales puede dispensar hasta 10.000 galones de gasolina por mes. La cantidad de gasolina dispensada en un mes es una variable aleatoria, en miles de galones, y su función de distribución es:

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } 0 < x < 1 \\ 2 - x & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{en otro punto} \end{cases}$$

Calcula la probabilidad de que las bombas dispensen entre 0,5 y 0,9 miles de galones el siguiente mes.

- A. 0,4  
B. 0,5  
C. 0,9  
D. 0,28  
E. 0,36

Figura 10. Ejemplo de situación-problema 3.2 (T5).

Fuente: Departamento de Investigaciones Educativas (2014, p.238).

*S-P3.3 Determinar si la función dada es una función de probabilidad de una variable aleatoria continua.* Se proponen actividades que presentan una función definida en un intervalo de recta real y es necesario corroborar si esta cumple las condiciones para ser función de densidad, como se ejemplifica en la Figura 9, pregunta 2.

*\*S-P3.4 Calcular el valor de una incógnita para que la función dada sea de probabilidad.* Se exponen tareas que proponen una función de densidad y se requiere calcular el valor de una incógnita presente en su expresión algebraica, de manera que la función satisfaga las condiciones para ser de densidad. La Figura 11, ejemplifica la situación-problema.

7. ¿Para qué valor de **a** la función  $f(x) = a$ , definida en el intervalo  $]2, 5[$ , podría ser una función de densidad para una variable aleatoria continua?
- A.  $\frac{1}{2}$   
B.  $\frac{1}{3}$   
C.  $\frac{1}{4}$   
D.  $\frac{1}{5}$   
E.  $\frac{1}{7}$

Figura 11. Ejemplo de situación-problema 3.4 (T5).

Fuente: Departamento de Investigaciones Educativas (2014, p.241).

La Tabla 5 sintetiza el análisis desarrollado a los libros sobre el tercer campo de problema. En ella se expone el predominio de las actividades S-P3.2 calcular probabilidades asociadas a una variable aleatoria continua (41,86%) y S-P3.3 determinar si la función propuesta es de densidad (37,21%). Debido a que la definición de función de densidad involucra el concepto de integral, el cual no forma parte del currículo chileno, en los textos escolares la metodología adoptada para trabajar con aquella función es por medio de la interpretación geométrica de la integral. Por tanto, las dos situaciones-problemas señaladas involucran la representación gráfica de la función de densidad. También, fue evidenciada presencia de la tarea S-P3.4 calcular el valor de una incógnita para que la función

propuesta sea de probabilidad (9,3%), la cual no es sugerida en el currículo chileno vigentes.

Tabla 5  
Frecuencias y porcentajes sobre el tercer campo de problema en textos chilenos.

Situaciones-problemas	10° (n=0)	11° (n=0)	12° (n=17)	Total(n=17)
S-P3.1			5(100%)	5(11,63%)
S-P3.2			18(100%)	18(41,86%)
S-P3.3			16(100%)	16(37,21%)
*S-P3.4			4(100%)	4(9,3%)

Fuente: Elaboración propia.

#### 4.2.4. Campo de problema 4: Establecer la función de distribución de una variable aleatoria discreta

En un tercer paso, es necesario estudiar la función de distribución, debido a que es importante para el cálculo de probabilidades y es un tópico inseparable de la variable aleatoria. Actualmente en el currículo escolar chileno solo se trabaja con aquella función para variables aleatorias discretas y para ello fueron identificadas tres situaciones-problemas:

*S-P4.1 Determinar la probabilidad acumulada hasta algunos valores de la variable aleatoria discreta.* Se observan actividades que proponen un experimento aleatorio y variable aleatoria discreta, o una función de probabilidad (lenguaje simbólico, tabular o gráfico), y es solicitado calcular la probabilidad de un subconjunto de valores de la variable involucrada. La Figura 12 ejemplifica esta situación-problema.

3. La siguiente función de probabilidad de la variable aleatoria X: "número de mascotas que tiene una familia en cierta ciudad del país", se muestra en la siguiente tabla:

$x_j$	0	1	2	3
$P(X = x_j)$	0,05	0,45	0,15	0,35

- c. ♦ Se escoge al azar una familia. ¿Cuál es la probabilidad de que esta tenga al menos 1 mascota? ¿Y que tenga a lo más 2 mascotas?

Figura 12. Ejemplo de situación-problema 4.1 (T1).  
Fuente: Díaz, et al. (2020, p.144).

*S-P4.2 Definir la función de distribución de una variable aleatoria discreta.* Se proponen tareas que presentan un experimento aleatorio y variable aleatoria discreta, o una función de probabilidad (lenguaje tabular), y es necesario calcular la probabilidad que la variable involucrada tome, a lo más, cada uno de sus valores posibles (ver Figura 13).



Una urna tiene 2 monedas de un peso, 2 de 5 pesos y una de 10 pesos. Si se extraen 3 monedas al azar, y se define la v.a. discreta  $X$ : cantidad extraída en pesos.

- Determina la función de distribución de probabilidad de  $X$ .

Figura 13. Ejemplo de situación-problema 4.2 (T3).

Fuente: Blanco, et al. (2009, p.325).

S-P4.3 Representar en lenguaje gráfico la función de distribución de una variable aleatoria discreta. Se presentan tareas en las que, por medio de un experimento aleatorio y variable aleatoria discreta, o una función de probabilidad (lenguaje tabular, gráfico o simbólico), se requiere construir el gráfico de la función de distribución asociado a la variable involucrada, como se ejemplifica en la Figura 14.

Se extraen 3 cartas sin remplazo de una baraja de naipes españoles (40 cartas). Se definen las siguientes v.a. discretas:  
 $X$ : número de ases extraídos.  
 $Y$ : número de figuras extraídas.

- Grafica las funciones de probabilidad y distribución de probabilidad de  $X$  e  $Y$ . ¿Dónde se concentran los datos?

Figura 14. Ejemplo de situación-problema 4.3 (T3).

Fuente: Blanco, et al. (2009, p.325).

La Tabla 6 resume la indagación desarrollada sobre los textos que mencionan el cuarto campo de problema. En ella predomina la actividad S-P4.1 cálculo de probabilidad a un subconjunto de valores de una variable aleatoria discreta (58,97%), por sobre la S-P4.3 representación de la función de distribución en lenguaje gráfico (21,79%) y S-P4.2 su representación en lenguaje simbólico (19,23%). Además, existe coherencia entre las situaciones-problemas identificadas en las orientaciones curriculares chilenas (Bizet et al.,2023) y aquellas observadas en los libros.

Tabla 6

Frecuencias y porcentajes sobre el cuarto campo de problema en textos chilenos.

Situaciones-Problemas	10° (n=24)	11° (n=11)	12° (n=0)	Total(n=35)
S-P4.1	35(76,09%)	11(23,91%)		46(58,97%)
S-P4.2	11(73,33%)	4(26,67%)		15(19,23%)
S-P4.3	10(58,82%)	7(41,18%)		17(21,79%)

Fuente: Elaboración propia.

#### 4.2.5. Campo de problema 5: Utilizar algunos valores de posición central o de dispersión vinculados a la variable aleatoria

En un cuarto paso es esencial trabajar con la media, desviación estándar y varianza de una variable aleatoria, las cuales están mayormente relacionadas a su función de probabilidad. Para ello este campo de problema fue descompuesto en las siguientes seis situaciones-problemas.

S-P5.1 Calcular la media o el valor esperado de una variable aleatoria discreta. Se exponen actividades que proponen un experimento aleatorio y variable aleatoria discreta o función de probabilidad (lenguaje tabular, simbólico o gráfico), con el propósito de calcular el valor esperado de la variable involucrada (ver Figura 15).

1. Se lanza una moneda al aire, hasta que salga cara (c) o se completen tres lanzamientos. Si sale cara en el primer lanzamiento se pagan \$ 200, si sale cara en el segundo lanzamiento, \$ 400, y con cara en el tercer lanzamiento se pagan \$ 500. Si no sale cara en ningún lanzamiento, el jugador debe pagar \$ 600.

Según esta información, ¿cuál es la cantidad de dinero que se espera ganar si se juega un número elevado de veces?

Figura 15. Ejemplo de situación-problema 5.1 (T4).

Fuente: Blanco, et al. (2009, p.154).

S-P5.2 Interpretar la media o el valor esperado de una variable aleatoria discreta. Se observan tareas que proporcionan un experimento aleatorio y variable aleatoria discreta, o una función de probabilidad (lenguaje tabular o gráfico), con el objetivo de calcular e interpretar el valor esperado de la variable involucrada, como se ejemplifica en la Figura 16.

2. Un juego consiste en sacar una bolita de una urna que contiene 7 bolitas rojas y 3 azules. Gana \$ 500 si la bolita que se extrae es de color rojo y el jugador debe pagar \$ 1.500 en caso de que la bolita sea azul. ¿Es conveniente jugar?

Figura 16. Ejemplo de situación-problema 5.2 (T4).

Fuente: Blanco, et al. (2009, p.155).

S-P5.3 Calcular la varianza de una variable aleatoria discreta. Se presentan actividades en donde a través de un experimento aleatorio y variable aleatoria discreta, o función de probabilidad (lenguaje tabular, simbólico o gráfico), es necesario calcular la varianza de la variable asociada. Aquello es ejemplificado en la Figura 17, pregunta 13.

En la siguiente tabla se muestra el pronóstico de la rentabilidad (en millones de pesos) para los próximos 7 meses de los bancos A y B.

X e Y corresponden a la v.a. "rentabilidad en millones de pesos" para los bancos A y B, respectivamente.  $P(X = x)$  y  $P(Y = y)$  son las funciones de probabilidad para X e Y.

X=Y	P(X=x)	P(Y=y)
44	0,04	0,02
55	0,07	0,003
59	0,03	0,03
62	0,04	0,04
65	0,07	0,087
69	0,72	0,72
71	0,03	0,1

13. Calcula la varianza y desviación estándar para ambos bancos.

14. ¿Qué banco posee la mayor rentabilidad?

Figura 17. Ejemplo de situación-problema 5.3, 5.4 y 5.5 (T4).

Fuente: Blanco, et al. (2009, p.157).

S-P5.4 Calcular la desviación estándar de una variable aleatoria discreta. Se proponen tareas que, por medio de un experimento aleatorio y variable aleatoria discreta, o función de probabilidad (lenguaje simbólico o tabular), se solicita hallar el valor de la desviación estándar de aquella variable involucrada, la Figura 17, pregunta 13, ejemplifica la situación-problema.

S-P5.5 Interpretar la desviación estándar de una variable aleatoria discreta. Se muestran actividades que entregan una función de probabilidad (lenguaje tabular), con la finalidad de determinar la desviación estándar de esta variable e interpretar su valor, esta es ejemplificada en la Figura 17, pregunta 14.

S-P5.6 Identificar la media y desviación estándar de una variable aleatoria continua. Se presentan tareas que proponen en lenguaje simbólico una distribución normal o una variable aleatoria continua distribuida normalmente, y es requerido reconocer su media y desviación estándar. La Figura 18 ejemplifica la presente situación-problema.

- e. Si se tiene una población que se distribuye de forma normal modelada por  $N(2, 1)$ , ¿cuál es la media y la desviación típica?

Figura 18. Ejemplo de situación-problema 5.6

Fuente: Osorio et al. (2019, p.174).

La Tabla 7 sintetiza el análisis realizado sobre los textos que tratan el quinto campo de problema. Aquella muestra que se fomentaron más las tareas relativas a calcular algunos valores de posición central o de dispersión de una variable aleatoria discreta (S-P5.1 y S-P5.3), como la media (34,55%) y varianza (21,82%) respectivamente, por sobre la interpretación de estos, dado que existe baja presencia de las actividades S-P5.2 interpretar la media de una variable aleatoria discreta (14,55%) y S-P5.5 interpretar su desviación estándar (5,45%). También en

este contexto existe coherencia entre las situaciones-problemas reconocidas en el currículo escolar chileno (Bizet et al., 2023) y las observadas en los libros.

Tabla 7

Frecuencias y porcentajes sobre el quinto campo de problema en textos chilenos.

Situaciones-Problemas	10° (n=0)	11° (n=21)	12° (n=7)	Total(n=28)
S-P5.1		15(78,95%)	4(21,05%)	19(34,55%)
S-P5.2		5(62,5%)	3(37,5%)	8(14,55%)
S-P5.3		9(75%)	3(25%)	12(21,82%)
S-P5.4		7(87,5%)	1(12,5%)	8(14,55%)
S-P5.5		2(66,67%)	1(33,33%)	3(5,45%)
SP5.6			5(100%)	5(9,09%)

Fuente: Elaboración propia.

#### 4.2.6. Campo de problema 6: La distribución binomial como un modelo probabilístico que describe un fenómeno de la vida real

En un quinto paso, es fundamental trabajar con la aplicación de la variable aleatoria en los modelos teóricos de distribuciones de probabilidad, en un primer momento los relativos a variables de tipo discreta, aunque en las actuales orientaciones curriculares chilenas solo es estudiado el modelo binomial, para el cual se distinguieron cinco situaciones-problemas.

S-P6.1 Identificar situaciones que pueden modelizarse a través de la distribución binomial. Se plantean tareas que presentan un experimento aleatorio dicotómico y variable aleatoria discreta, con el objetivo de reconocer si esta posee distribución binomial, como es ejemplificado en la Figura 19, pregunta b.

3. Analiza el siguiente experimento y responde:

Se lanza doce veces un dado de seis caras y se define la variable aleatoria  $X$ : número de caras obtenidas que son múltiplos de 3.

- Determina el valor de los parámetros  $p$ ,  $q$  y  $n$ .
- ¿Reúne las condiciones para ser modelado mediante la distribución binomial? Justifica tu respuesta.
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener a lo más 4 éxitos?
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener al menos 5 éxitos? ¿Cómo se relaciona con la probabilidad de obtener a lo más 4 éxitos?
- ¿Cuál es el valor esperado y la varianza del número de éxitos? Interpretalos.

Figura 19. Ejemplo de situación-problema 6.1, 6.2, 6.3 y 6.4 (T2).

Fuente: Osorio, et al. (2019, p.169).

S-P6.2 Determinar los parámetros asociados a la distribución binomial. Se proponen actividades que solicitan hallar el valor de los parámetros  $n$ ,  $p$  y/o  $q$ , a partir de distinta información proporcionada en su enunciado: (i) un experimento aleatorio y variable aleatoria; (ii) algunas medidas de dispersión; (iii) probabilidad. Esta situación-problema se ejemplifica en la Figura 19, pregunta a.

S-P6.3 Calcular la media y varianza de la distribución binomial. Se observan tareas que, por medio de un experimento aleatorio y variable aleatoria discreta, se requiere calcular la media y/o varianza para la distribución binomial que modela la situación propuesta (ver Figura 19, pregunta e).

S-P6.4 Determinar probabilidades asociadas a la distribución binomial de forma manual. Se exponen tareas que, a partir de un experimento aleatorio y variable aleatoria binomial, es necesario calcular la probabilidad de un valor o un conjunto de valores de aquella variable empleando el trabajo manual. La Figura 19, preguntas c y d, ejemplifican aquello.

S-P6.5 Determinar probabilidades asociadas a una distribución binomial empleando una herramienta tecnológica. Se sugieren actividades que, a través de la tecnología (softwares o calculadoras gráficas) como herramienta de trabajo sea requerido simular un experimento aleatorio y/o calcular probabilidades asociadas al modelo binomial.

La Tabla 8 resume la indagación desarrollada sobre los textos respecto al sexto campo de problema. Esta muestra que predominaron las tareas S-P6.1 identificar situaciones modelizadas a través de la distribución binomial (28,57%) y S-P6.4 determinar probabilidades asociadas a este modelo de forma manual (44,44%), principalmente en grado 11 con el 77,78% y 71,43%, respectivamente. También expone que no se fomentó el uso de tecnología como herramienta de trabajo para estudiar la distribución binomial, dado que se presentó inexistencia de la actividad S-P6.5 utilizar tecnología en el cálculo de probabilidades.

Tabla 8  
Frecuencias y porcentajes sobre el sexto campo de problema en texto chilenos.

Situaciones-Problemas	10° (n=0)	11° (n=15)	12° (n=9)	Total (n=24)
S-P6.1		14(77,78%)	4(22,22%)	18(28,57%)
S-P6.2		4(40%)	6(60%)	10(15,87%)
S-P6.3		1(14,29%)	6(85,71%)	7(11,11%)
S-P6.4		20(71,43%)	8(28,57%)	28(44,44%)
S-P6.5				

Fuente: Elaboración propia.

#### 4.2.7. Campo de problema 7: La distribución normal como un modelo probabilístico que describe un fenómeno de la vida real

Paralelamente al quinto paso, es importante estudiar aplicaciones de la variable aleatoria en modelos teóricos de distribuciones de probabilidad de referencias para variables de tipo continuas, puntualmente en el currículo chileno se sugiere el modelo normal, para el cual fueron distinguidas ocho situaciones-problemas.

S-P7.1 Identificar situaciones que pueden modelizarse a través de la distribución normal. Se proponen tareas que describen una situación experimental donde es necesario reconocer si está podría describir a una variable aleatoria continua en la que la mayoría de los valores se agrupan en torno a un valor central y los valores extremos son menos frecuentes (ver Figura 20).

- Determina cuál o cuáles de los siguientes casos se podrían modelar con una distribución normal.
3. Sueldos que se pagan a los trabajadores de una empresa.
  4. Edad a la que una persona muere.
  5. Masa de los estudiantes de la misma edad de un colegio.
  6. Estatura de una persona en el tiempo.
  7. Rapidez de los vehículos en cierto punto de la carretera.
  8. Notas de los estudiantes en una prueba.

Figura 20. Ejemplo de situación-problema 7.1 (T5).  
Fuente: Departamento de Investigaciones Educativas (2014, p.227).

S-P7.2 Determinar probabilidades asociadas a una distribución normal de forma manual. Se observan actividades que proponen una variable aleatoria continua distribuida normalmente o una situación modelada por medio de la distribución normal (lenguaje verbal o gráfico), con media y desviación típica conocida, y se requiere calcular probabilidades relacionadas con la variable involucrada empleando el trabajo manual. Aquello se ejemplifica en la Figura 21.

6. Los tiempos de espera (en minutos) en un paradero de dos empresas de buses interurbanos son modelados con las siguientes distribuciones normales:



Distribución  $N(12, 3)$



Distribución  $N(8, 2)$

Según esa información, ¿en cuál existe mayor probabilidad de superar los 5 minutos de espera? Argumenta.

Figura 21. Ejemplo de situación-problema 7.3 (T2).  
Fuente: Osorio, et al. (2019, p.191).

S-P7.3 Describir la tendencia de los datos representados gráficamente, empleando la distribución normal o la aproximación de la binomial por la normal. Se presentan actividades en las que por medio de un software se requiere simular un experimento aleatorio y graficar la distribución de probabilidad de una variable aleatoria, con el propósito de describir aquella distribución o que ocurre con esta a medida que aumenta el número de repeticiones del experimento. Esta situación-problema se ejemplifica en la Figura 22.

- Considera ahora el experimento de lanzar el mismo dado 50 veces y además la variable aleatoria  $X$  del ejemplo.  
 $X$  cantidad de veces que se obtiene 1 punto.
6. Utiliza el *software* para simular la distribución de probabilidades de la variable aleatoria en este caso. Describan la gráfica que consiguieron.

Figura 22. Ejemplo de situación-problema 7.4 (T5).  
Fuente: Departamento de Investigaciones Educativas (2014, p. 236).

S-P7.4 Evaluar la veracidad de afirmaciones utilizando el concepto de distribución normal. Se proponen tareas que entregan afirmaciones sobre el modelo normal con el objetivo de determinar su veracidad o falsedad, la Figura 23 ejemplifica aquella situación-problema.

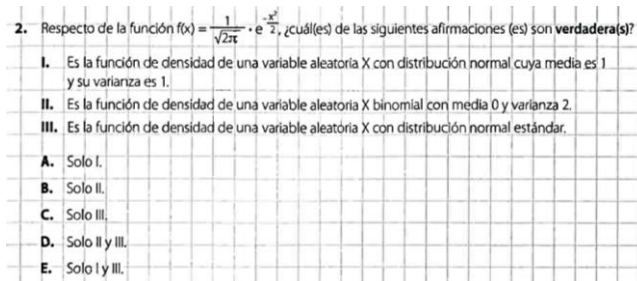


Figura 23. Ejemplo de situación-problema 7.5 (T5).  
Fuente: Departamento de Investigaciones Educativas (2014, p.239).

S-P7.5 Determinar probabilidades asociadas a una distribución normal empleando una herramienta tecnológica. Se sugieren actividades que, a través del uso de la tecnología (software o calculadoras gráficas), sea solicitado determinar probabilidades vinculadas al modelo normal e interpretar los resultados proporcionados por la herramienta utilizada.

\*S-P7.6 Calcular la probabilidad en una distribución normal estándar. Se plantean tareas que a partir de una variable aleatoria continua distribuida normalmente con media 0 y desviación típica 1, es requerido determinar probabilidades relacionadas a aquella variable (ver Figura 24).

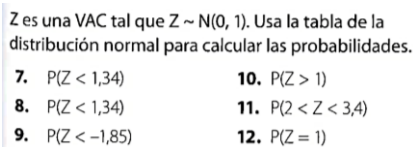
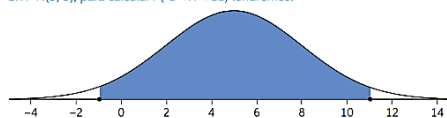


Figura 24. Ejemplo de situación-problema 7.7 (T5).  
Fuente: Departamento de Investigaciones Educativas (2014, p. 229).

\*S-P7.7 Representar en lenguaje gráfico la distribución normal. Se exponen actividades que por medio de una variable aleatoria continua distribuida normalmente con media y desviación típica concreta, se debe construir la curva normal con las características entregadas, la Figura 25 ejemplifica esta situación-problema.

2. Observa el ejemplo. Luego, representa gráficamente y calcula las probabilidades en tu cuaderno.

Si  $X \sim N(5, 3)$ , para calcular  $P(-1 < X < 11)$  tendremos:



Reemplazando:

$$\mu - 2\sigma = 5 - 2 \cdot 3 = -1$$

$$\mu + 2\sigma = 5 + 2 \cdot 3 = 11$$

$$\text{Tendremos que } P(-1 < X < 11) = P(\mu - 2\sigma \leq x \leq \mu + 2\sigma) = 0,954$$

a. Si  $X \sim N(14, 3)$ , calcula  $P(11 < X < 17)$ .

b. Si  $Y \sim N(45, 7)$ , calcula  $P(Y < 31)$ .

c. Si  $Z \sim N(126, 8)$ , calcula  $P(Z > 150)$ .

Figura 25. Ejemplo de situación-problema 7.2 y 7.8 (T2).

Fuente: Osorio, et al. (2019, p.175).

\*S-P7.8 Calcular los valores correspondientes a una probabilidad dada. Se observan tareas que presentan una variable aleatoria continua distribuida normalmente o una situación modelada por una distribuir normal, con media y desviación típica específica, con el propósito de obtener el conjunto de valores de la variable (intervalo real) correspondiente a una probabilidad dada, como es ejemplificado en la Figura 26.

Considera las variables aleatorias  $X \sim N(1, 2)$  y  $Z \sim N(0, 1)$ .

Encuentra valores de **a** para que se cumpla lo pedido.

13.  $P(Z < a) = 0,5$

16.  $P(X > a) = 0$

14.  $P(Z > a) = 0,5$

17.  $P(X > a) = 0,5$

15.  $P(Z < a) = 0,05$

18.  $P(X > a) = 0,05$

Figura 26. Ejemplo de situación-problema 7.9 (T5).

Fuente: Departamento de Investigaciones Educativas (2014, p. 231).

La Tabla 9 sintetiza el análisis realizado sobre los textos que tratan el séptimo campo de problema. Esta muestra predominio de las actividades calcular probabilidades de forma manual, como S-P7.2 vinculada a una distribución normal (54,28%) y S-P7.6 asociada a una distribución normal estándar (18,57%), además destaca la tarea de realizar el proceso inverso al señalado, S-P7.8 calcular valores correspondientes a una probabilidad dada (10,71%). Respecto a las dos últimas situación-problema mencionadas (7.6 y 7.8), aquellas no son sugeridas en el currículo chileno vigente, por tanto, existe desarmonía entre este documento y los libros analizados.

Tabla 9

Frecuencias y porcentajes sobre el séptimo campo de problema en textos chilenos.

Situaciones-Problemas	10° (n=0)	11° (n=0)	12° (n=57)	Total(n=57)
S-P7.1			6(100%)	6(4,29%)
S-P7.2			76(100%)	76(54,28%)
S-P7.3			4(100%)	4(2,86%)
S-P7.4			7(100%)	7(5%)
S-P7.5				
*S-P7.6			26(100%)	26(18,57%)



*S-P7.7	6(100%)	6(4,29%)
*S-P7.8	15(100%)	15(10,71%)

Fuente: Elaboración propia.

También la Tabla 9 expone que no fue fomentada la actividad S-P7.5 calcular probabilidades asociada al modelo normal mediante herramientas tecnológicas. Aunque en el contexto de la tarea S-P7.3 describir la tendencia de los datos representados gráficamente, empleando la distribución normal o aproximación de ella, presente en baja proporción (2,86%), fue propuesto utilizar software para simular experimentos aleatorios y graficar el modelo señalado. Esta última acción muestra cierta coherencia con las orientaciones curricular vigentes, donde se promueve el uso de tecnología para estudiar la normal.

Por otra parte, se observó baja presencia de la actividad S-P7.7 representar en lenguaje gráfico el modelo normal (4,29%), lo cual puede deberse a que esta situación-problema no es sugerida en los lineamientos curriculares actuales.

#### 4.2.8. Campo de problema 8: Aproximar distribuciones de variables aleatorias discretas con un número grande de valores

En el último paso, es importante continuar estudiando aplicaciones de la variable aleatoria en distribuciones de probabilidad, específicamente la aproximación de la binomial por la normal, para lo cual este campo de problema fue descompuesto en dos situaciones-problemas.

S-P8.1 Calcular los parámetros asociados a la distribución normal. Se plantean tareas que presenta una situación modelada por la distribución binomial donde el experimento dicotómico involucrado fue repetido un número grande de veces, con el objetivo de comprobar que el parámetro  $n$  satisface simultáneamente algunas condiciones y determinar la media y desviación estándar de la distribución normal que se aproxima a la binomial propuesta. La Figura 27 ejemplifica esta situación-problema.

Analiza la siguiente información. Luego, realiza las actividades.

Un basquetbolista encesta por partido aproximadamente el 75% de sus lanzamientos de 3 puntos. En un partido realiza 30 lanzamientos de 3 puntos.

- Determina el ajuste normal a la binomial.

Figura 27. Ejemplo de situación-problema 8.1 (T2).  
Fuente: Osorio, et al. (2019, p.186).

S-P8.2 Calcular probabilidades en el contexto de aproximación de la distribución binomial a la normal. Se proponen actividades que, por medio de una situación modelada por una distribución binomial, posible de aproximarse a una normal, es requerido calcular probabilidades (ver Figura 28).

2. Un examen consta de 100 preguntas, cada una de las cuales tiene cuatro posibles respuestas, y solo una es correcta. Si se contesta al azar, calcula la probabilidad de acertar más de 30 preguntas.

Figura 28. Ejemplo de situación-problema 8.2 (T5).

Fuente: Departamento de Investigaciones Educativas (2014, p.234).

La Tabla 10 resume el estudio desarrollado sobre los textos que recogen el octavo campo de problema. Aquella muestra predominio de la tarea S-P8.2 calcular probabilidades en el contexto de aproximar la distribución binomial por la normal (89,66%), situación-problema propuesta en los lineamientos curriculares chilenos vigentes (Bizet et al., 2023), por tanto, existe coherencia entre estas normativas y los textos analizados.

Tabla 10

Frecuencias y porcentajes sobre el octavo campo de problema en textos chilenos.

Situaciones- Problemas	10° (n=0)	11° (n=0)	12° (n=17)	Total(n=17)
S-P8.1			3(100%)	3(10,34%)
S-P8.2			26(100%)	26(89,66%)

Fuente: Elaboración propia.

### 4.3. Contextos de las actividades

Por último, fue analizado el contexto de cada actividad indagada, donde se encontró gran diversidad e identificó nueve categorías: (a) juego de azar, lanzar dados, monedas o fichas, extraer de una tómbola bolas, girar una ruleta, sacar una carta de un mazo o una pieza de domino del juego; (b) educativo, resolución de una prueba de selección múltiple y aprobación o reprobación de una asignatura; (c) biológico, masa corporal y estatura de personas, duración de los síntomas del resfrío, tipos de sangre de una población, sexo de bebés en una familia, longitud o masa de un animal y eficiencia de un medicamento para este. (d) físico, fenómenos naturales, como la cantidad anual de terremotos en el mundo o cantidad mensual de agua caída en cierta ciudad; (e) deportivo, rendimiento de un deportista, por ejemplo, un tirador con arco en cierta cantidad de disparos, un basquetbolista en un partido, deportistas en una maratón, un equipo de fútbol durante un mes; (f) laboral, productividad de una empresa y falencias cometida en el proceso, como: cantidad de cajas desocupadas en un supermercado o salas en funcionamiento de un cine, tiempo que demora un cliente en ser atendido en una empresa o satisfacción de este, horas que tarda un artesano en crear un producto, vida útil de un computador, cantidad de fallas en teléfonos o zapatos de una fábrica, número de tornillos defectuosos en un proceso de ensamblaje; (g) económico, rentabilidad de bancos o planes en que se desea invertir, y solicitud de dinero en crédito de un banco; (h) personal, cantidad de mascotas de una familia, horas a la semana que lee una persona, ceros en su cédula de identidad, cigarros que consume al día y llamadas diarias recibida; (i) sin contexto, actividad que carecen de un contexto.

La Figura 29, muestra la distribución de los contextos presentes en las actividades analizadas, según nivel educativo. Esta evidencia que en grado 12 fueron observados todos los contextos previamente descritos, nueve categorías, predominando la descontextualizada (32,55%), laboral (17,82%) y educativa (16,28%). También en grado 11 se reconoció gran diversidad de contextos, ocho categorías, destacando los juegos de azar (46,43%) y sin contexto (23,21%). Mientras que en grado 10 se identificaron algunos contextos, cinco categorías, prevaleciendo juego de azar (50,76%) y descontextualizada (33,85%).

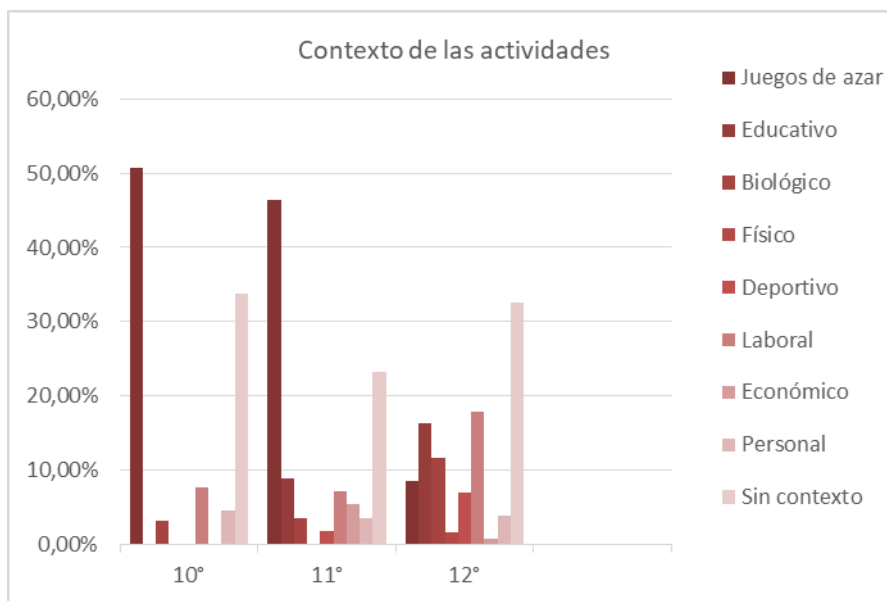


Figura 29. Contextos utilizados en las actividades presentes en los textos analizados.  
Fuente: Elaboración propia.

## 5. Conclusiones

El análisis desarrollado permitió mostrar ¿cómo se aborda la variable y sus aplicaciones sobre distribuciones de probabilidad en libros de texto escolares?, para ello se indagaron actividades presentes en cinco libros de texto dirigido a estudiantes entre los grados 10 y 12, desde la perspectiva del EOS. Así fue observado que hay situaciones-problemas fomentadas en los libros de texto analizados que no fueron sugeridas en el currículo chileno, tales como: diferenciar entre variables aleatorias discretas y continuas, calcular el valor de incógnitas de manera que la función propuesta sea de probabilidad (para ambos tipos de variables señaladas), calcular probabilidades en una distribución normal estándar, representar en un gráfico la distribución normal y calcular los valores correspondientes a una probabilidad dada en el contexto de la distribución normal.

También fue evidenciado que existen situaciones-problemas identificadas en el currículo chileno que no fueron abordadas en los textos escolares o poseen mínima presencia, como: calcular probabilidades asociadas a distribuciones binomial y

normal empleando una herramienta tecnológica, y diferenciar entre variables aleatorias y variables con dependencia funcional, respectivamente. Por tanto, los resultados demuestran falta de alineación entre la propuesta del MINEDUC (2015; 2019a) y los textos analizados. Además, muestran un escenario opuesto al sugerido en: investigaciones (Choo-Kim y Choo-Peng, 2015), donde la tecnología es una buena herramienta para mejorar la comprensión de las distribuciones binomial y/o normal en estudiantes; y lineamientos curriculares internacionales (NCTM, 2000), que recomiendan realizar tareas sobre simulación utilizando software para construir distribuciones de probabilidad empíricas y luego comparar estos resultados con las distribuciones de probabilidad teóricas, como por ejemplo la normal y binomial.

La ausencia o escasa presencia de dichas situaciones-problemas, podría conllevar que los estudiantes posean dificultades vinculadas a un inadecuado tratamiento de los tópicos en cuestión, así como también que los profesores interpreten incorrectamente que aquellas tareas no son relevantes de trabajar en educación escolar.

Respecto a la diversidad de situaciones-problemas sobre la variable aleatoria, en los libros analizados fueron observadas 24 tipos, organizadas en cinco campos de problemas (C-P1 a C-P5). Por tanto, aquella realidad chilena promueve el estudio de variable aleatoria en la escuela y está en consonancia con directrices curriculares internacionales que recomienda fomentar su conocimiento entre los conceptos probabilísticos básicos (Franklin et al., 2005; NCTM, 2000). Además estos resultados son más alentadores para la educación probabilísticas escolar que los obtenidos por Ortiz (2002), quien propuso nueve situaciones-problemas y observó en libros españoles de bachiller presencia de cuatro de ellas: determinar probabilidades asociadas a los valores de una variable aleatoria discreta (desde un enfoque clásico), definir su función de probabilidad, construir un gráfico de barras para representar aquella función, y calcular el valor de la variable aleatoria discreta al que corresponde una cierta probabilidad.

Así mismo en los documentos indagados fue evidenciado gran variedad de situaciones-problemas sobre la aplicación de la variable aleatoria en distribuciones de probabilidad. Particularmente para el modelo binomial fueron observadas cuatro tipos, estructurada en un campo de problema (C-P6), resultado novedoso pues no se han encontrado estudios relativo al tratamiento de aquel tópico en textos escolares. Mientras que para el modelo normal se constaron 9 tipos, organizadas en dos campos de problemas (C-P7 y C-P8), lo que demuestra mejores resultados que Valverde (2017), la cual comprobó la existencia de a lo más cuatro situaciones-problemas en libros españoles de bachillerato.

Por otra parte, fue observado una alta variedad de contextos en las actividades analizadas, concretamente nueve categorías, escenario que concuerda con lineamientos curriculares internacionales (NCTM, 2000), los cuales proponen que las tareas en todos los niveles escolares deben incluir trabajar en diversos contextos fuera de las matemáticas. Puntualmente en grado 10, cuando es introducido el estudio de la variable aleatoria, predominan tareas en el ámbito de juego de azar,

resultados similares que los observados por Doukhan y Gueudet (2019) en textos franceses, donde destacan las con contexto no-matemático.

En tanto que en los grados 11 y 12, cuando son abordados en los textos los modelos binomial y normal, se manifiesta gran diversidad de contextos, nueve y doce respectivamente, sobresaliendo las categorías de juego de azar, sin contexto y laboral. Aquel resultado en torno a la normal, está en consonancia con el obtenido por Valverde (2017) en libros españoles, donde predomina el último contexto señalado entre los cinco que propuso.

Finalmente, estudios como este, en torno a libros de texto, ayudan a mejorar la enseñanza de las matemáticas (Marco-Buzunáriz et al., 2016). Puntualmente se espera que este sea un insumo valioso para los profesores, que deben enseñar en escuelas los tópicos de variable aleatoria y/o distribuciones binomial y normal y construir experiencias de enseñanza, los investigadores interesados en desarrollar estudios sobre su comprensión, y quienes diseñan textos escolares. Debido a que el presente trabajo proporciona criterios para mejorar la elaboración de libros de texto, los cuales continúa siendo el recurso didáctico más empleado para enseñar matemáticas en la educación escolar (Vásquez y Alsina, 2015).

### Referencias bibliográficas

- Amrani, H. y Zaki, M. (2015). Student's conceptual difficulties with respect to the notion of random variable. *International Journal of Education, Learning and Development*, 3(9), 82-98.
- Batanero, C. (2004) Ideas estocásticas fundamentales ¿qué contenido se debe enseñar en la clase de probabilidades? En J. Fernández, M. Sousa y S. Ribeiro (Eds.), *Actas do I Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 9-30). Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Bizet, V., Molina-Portillo, E., Ruz, F. y Contreras, J.M. (2023). Elaboración de una guía de situaciones-problemas sobre variable aleatoria y sus aplicaciones a partir del currículo escolar chileno. *Educación Matemática*, 35(1), 163-190.
- Blanco, M., Bozt, J., Calderón, F., Jiménez, M., González, M., López, G., Romero, P., Díaz, M., Muñoz, G. y Rupin, P. (2009). *Matemática 2 proyecto bicentenario*. Santillana.
- Blanco, M., Bozt, J., Calderón, F., Romero, L., Jiménez, L. y Jammet, C. (2009). *Matemática 3 proyecto bicentenario*. Santillana.
- Burrill, G. y Biehler, R. (2011). Fundamental Statistical Ideas in the School Curriculum and in Training Teachers. En C. Batanero, G. Burrill, y C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study* (pp.57-69). Springer.
- Choo-Kim, T. y Choo-Peng, T. (2015). Effects of the handheld technology instructional approach on performances of students of different achievement levels. *Computers and Education*, 82, 306-314.

- Departamento de Investigaciones Educativas. (2014). *Matemática 4 proyecto bicentenario*. Santillana.
- Díaz, E., Ortiz, N., Morales, K., Rebolledo, M., Barrera, R. y Norambuena, P. (2020). *Texto del estudiante de matemática 2° medio*. Editorial SM.
- Dinges, H. (2005). Variables, in particular random variables. En M. Hoffmann, J. Lenhard, y F. Seeger (Eds.), *Activity and sign grounding mathematics education* (pp. 305-311). Springer.
- Doukhan, C. y Gueudet, G. (2019). Students' difficulties at the secondary-tertiary transition: the case of random variables. En U. Jankvist, M. van den Heuvel-Panhuizen y M. Veldhuis (Eds.), *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2464-2471). Freudenthal Group y Freudenthal Institute of the Utrecht University y ERME.
- Font, V. y Godino, J. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educação Matemática Pesquisa*, 8(1), 67-98.
- Font, V., Godino, J. y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 97-124.
- Franklin, C., Kader, G., Newborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M. y Scheaffer, R. (2005). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A pre-k-12 curriculum framework*. American Statistical Association.
- García-García, J., Fernández, N., Arredondo, E. e Imilpán, I. (2022). The Binomial Distribution: Historical Origin and Evolution of Its Problem Situations. *Mathematics*, 10, 1-28.
- Gea, M. (2014). *La correlación y regresión en bachillerato: análisis de libros de texto y del conocimiento de los futuros profesores* [Tesis de Doctorado, Universidad de Granada].
- Godino, J. (1999). Implicaciones metodológicas de un enfoque semiótico-antropológico para la investigación en didáctica de las matemáticas. En T. Ortega (Ed.), *Investigación en Educación Matemática III* (pp. 196-212). SEIEM.
- Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.
- Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics*, 39(1), 37- 42.
- Heitele, D. (1975). An epistemological view of fundamental stochastic ideas. *Educational Studies in Mathematics*, 6(2), 187-205, 1975.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. Editorial McGraw Hill Education.
- Krippendorff, K. (1990). *Metodología de análisis de contenido: teoría y práctica*. Paidós.
- Marco-Buzunáriz, M. A., Muñoz-Escolano, J. M. y Oller-Marcén, A. M. (2016). Investigación sobre libros de texto en los simposios de la SEIEM (1997-2015). En J. Macías, A. Jiménez, J. González, M. Sánchez, P. Hernández, C.

- Fernández, F. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 325-334). SEIEM.
- Ministerio de Educación de Chile. (2009). *Currículum: Objetivos fundamentales y contenidos mínimos obligatorios de la educación básica y media*. Unidad de Currículum y Evaluación.
- Ministerio de Educación de Chile. (2015). *Bases Curriculares 7° básico a 2° medio*. Gobierno de Chile. Unidad de Currículum y Evaluación.
- Ministerio de Educación de Chile. (2016). *Matemática, programa de estudio segundo medio*. Unidad de Currículum y Evaluación.
- Ministerio de Educación de Chile. (2019a). Chile. *Bases Curriculares 3° y 4° medio*. Unidad de Currículum y Evaluación.
- Ministerio de Educación de Chile. (2019b). *Programa de estudio matemática 3° medio para formación general*. Unidad de Currículum y Evaluación.
- Ministerio de Educación de Chile. (2019c). *Programa de estudio matemática 4° medio para formación general*. Unidad de Currículum y Evaluación.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2015). Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*, 1, 169-546.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.
- National Governors Association Center for Best Practices and Council of Chief State School Officers. (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. NGACBP y CCSSO.
- Ocelli, M. y Valeiras, N. (2013). Los libros de texto de ciencias como objeto de investigación: una revisión bibliográfica. *Enseñanza de las Ciencias*, 31(2), 133- 152.
- Ortiz, J. (2002). *La probabilidad en los libros de texto*. Grupo de Investigación en Educación Estadística de la Universidad de Granada.
- Osorio, G., Norambuena, P., Romante, M., Gaete, D., Díaz, J., Celedón, J., Morales, K., Ortiz, N., Ramírez, P., Barrera, R. y Hurtado, Y. (2019). *Texto del estudiante de matemática 3° y 4° medio*. Editorial SM.
- Ruiz, B. (2013). *Análisis epistemológico de la variable aleatoria y comprensión de objetos matemáticos relacionados por estudiantes universitarios* [Tesis de Doctorado, Universidad de Granada].
- Stahl, S. (2006). *The Evolution of the Normal Distribution*. *Mathematics Magazine*, 79(2), 96-113.
- Tauber, L. (2001). *La construcción del significado de la distribución normal a partir de actividades de análisis de datos* [Tesis de Doctorado, Universidad de Sevilla].
- Valverde, M. (2017). *Un estudio de la presentación de la distribución normal en los textos de bachillerato* [Tesis de Maestría, Universidad de Granada].
- Vásquez, C. y Alsina, A. (2015). Un modelo para el análisis de objetos matemáticos en libros de texto chilenos: situaciones problemáticas, lenguaje y conceptos

sobre probabilidad. *Profesorado, revista de currículum y formación de profesorado*, 19(2), 441-462.

Vilca, M. (2015). *Tipificación de los errores que se presentan al identificar una variable aleatoria de distribución binomial en problemas contextualizados* [Tesis de Maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú].

Zapico, M. (2006). Interrogantes acerca de análisis de contenido y del discurso en los textos escolares. En MINEDUC (Ed.), *Primer seminario internacional de textos escolares* (pp. 149-155). Ministerio de Educación de Chile.

**Contribuciones del autor:** Todos los autores concibieron la idea. V.B. y J.M.C. recolectaron los datos. V.B. y E.M-P. analizaron los datos. V.B. preparó el borrador inicial. Todos los autores discutieron los resultados y contribuyeron en la versión final del manuscrito.

**Financiación:** Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID) de Chile a través de la beca de doctorado en el extranjero (folio-72200367).

**Conflicto de intereses:** Los autores declaran que no existen conflictos de intereses para la publicación de este manuscrito.

**Declaración ética:** Los autores indican que el proceso se ha realizado conforme a los principios éticos establecidos por la comunidad científica.

#### **Cómo citar este artículo:**

Bizet, C., Molina-Portillo, E. & Contreras, J.M (2023). Situaciones-problemas sobre variable aleatoria y sus aplicaciones en distribuciones de probabilidad según libros de texto chilenos. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado*, 27(2), 351-382. DOI: <https://doi.org/10.30827/profesorado.v27i2.21345>