

Análisis de Series Temporales con GRETL

Román Salmerón Gómez

Departamento de Métodos Cuantitativos para la Economía y la
Empresa

Granada - 15, 17, 20, 22 y 24 Noviembre 2017

Universidad de Granada

Índice

- 1** Análisis unidimensional de Series Temporales
 - Identificación de modelos
 - Diagnóstico de modelos
 - Selección de modelos
 - Tratamiento con GRETLL
 - Consumo de energía
 - Tasa de paro
- 2** Modelos de Función de Transferencia
 - Variables impulso
 - Variables escalón
 - Tratamiento con GRETLL: euribor
- 3** Análisis multidimensional de Series Temporales
 - Tratamiento con GRETLL
 - Consumo de energía y renta per cápita
- 4** Referencias

Índice

- 1 Análisis unidimensional de Series Temporales
 - Identificación de modelos
 - Diagnóstico de modelos
 - Selección de modelos
 - Tratamiento con GRET
 - Consumo de energía
 - Tasa de paro
- 2 Modelos de Función de Transferencia
 - Variables impulso
 - Variables escalón
 - Tratamiento con GRET: euribor
- 3 Análisis multidimensional de Series Temporales
 - Tratamiento con GRET
 - Consumo de energía y renta per cápita
- 4 Referencias

Metodología de Box y Jenkins

Esta metodología se caracteriza por tratar de predecir la evolución de la serie emporal usando sólo su evolución pasada basándose en una clase de modelos conocida como modelos ARMA¹, cuya representación matemática responde a la siguiente expresión:

$$\phi_p(B)Y_t = \delta + \theta_q(B)\varepsilon_t, \quad (1)$$

donde Y representa la serie de tiempo en estudio, $\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$ es el polinomio autorregresivo de orden p , $\theta_q(B) = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q$ es el polinomio de medias móviles de orden q siendo B el operador de retardos y ε_t es ruido blanco.

En tal caso, se dice que el proceso $\{Y_t\}$ admite una representación autorregresiva y de medias móviles de órdenes p y q , lo cual se notará como $ARMA(p, q)$.

¹El Teorema de Wold tiene un papel muy importante en el análisis de series temporales ya que establece que cualquier proceso estacionario se puede expresar como un modelo ARMA.

Metodología de Box y Jenkins

Operador de retardos

El operador de retardos, B , es un operador tal que al ser aplicado a una variable temporal, por ejemplo f_t , la retarda un número de periodos concretos. Estos es: $B^k f_t = f_{t-k}$, $k \geq 1$.

Proceso autorregresivo y de medias móviles

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) Y_t = \delta + (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q) \varepsilon_t$$

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

Ruido blanco

Se define el ruido blanco como una secuencia de variables aleatorias incorreladas que tienen esperanza cero y varianza constante. Esto es, $E[\varepsilon_t] = 0$, $Var[\varepsilon_t] = E[\varepsilon_t^2] = \sigma_\varepsilon^2$ y $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = E[\varepsilon_t \cdot \varepsilon_s] = 0$, $\forall t, s$ con $t \neq s$.

Metodología de Box y Jenkins

Ahora bien, para poder trabajar con la serie temporal es necesario que esta muestre cierta estabilidad a lo largo del tiempo, propiedad conocida como estacionariedad.

Estacionariedad débil

Una definición formal de esta propiedad es la siguiente: el proceso $\{Y_t\}$ es estacionario en sentido débil o estacionario de segundo orden cuando todos sus momentos de primer y segundo orden son invariantes en el tiempo. Es decir: $E[Y_t] = \mu$, $Var[Y_t] = \sigma^2$ y $Cov(Y_t, Y_{t+h}) = \gamma_{t,t+h} = \gamma_h, \forall t, h$.

Sin embargo, no es habitual que las series de tiempo verifiquen esta condición por lo que será necesario transformarlas de forma adecuada calculando sus primeras diferencias tantas veces como sea necesario (para inducir estacionariedad en media, $\nabla^d Y_t = (1 - B)^d$) o su logaritmo (para inducir estacionariedad en varianza, $\ln Y_t$). En caso de tener que realizar ambas transformaciones en primer lugar se tomaran los logaritmos.

Metodología de Box y Jenkins

Estacionariedad en media

Para saber si una serie temporal es estacionaria en media es suficiente con la visualización de la serie temporal.

Estacionariedad en varianza

Para saber si una serie temporal es estacionaria en varianza se dispone del gráfico rango-media. Se persigue discernir si en la nube de puntos de este gráfico existe aleatoriedad, por lo que se ajusta una recta y se contrasta si la pendiente es significativamente distinto de cero. Si el coeficiente de la recta estimada es significativamente distinto de cero, entonces la serie no es estacionaria en varianza.

Herramienta analítica

Analizar las raíces del polinomio de retardos autorregresivo.

Metodología de Box y Jenkins

¿Estacionariedad en media? ¿Y en varianza?

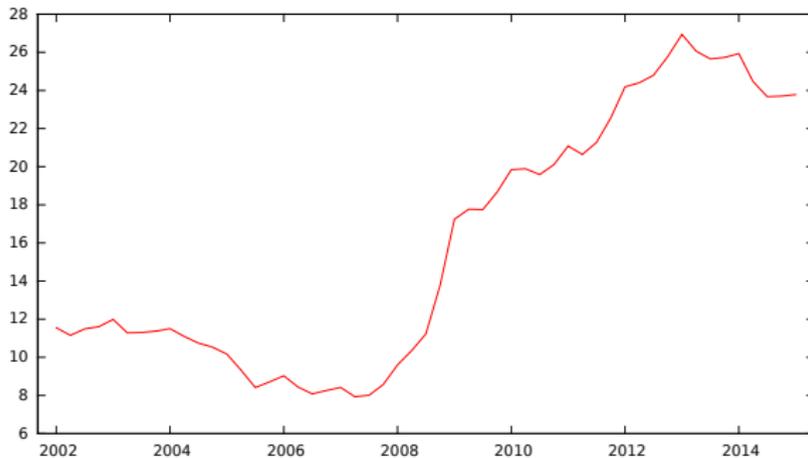


Figura : Tasa de paro en España desde el primer trimestre de 2002 al primer trimestre de 2015

Metodología de Box y Jenkins

¿Estacionariedad en media? ¿Y en varianza?

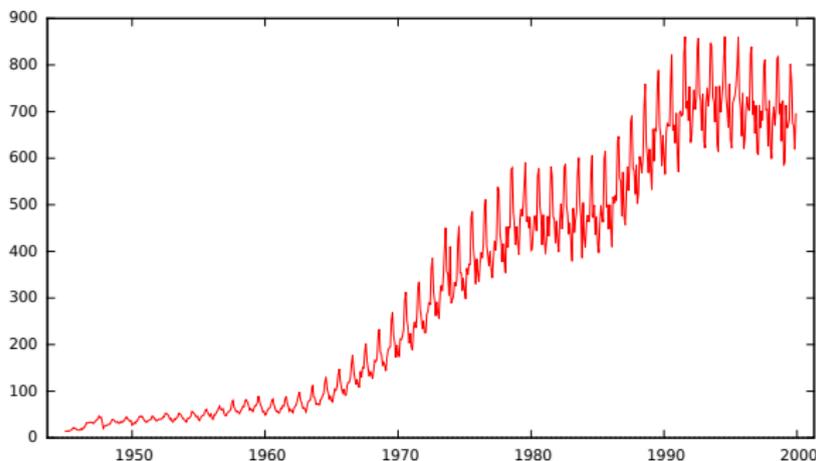


Figura : Consumo de gasolina de enero de 1945 a diciembre de 1999

Metodología de Box y Jenkins

Por otro lado, en el caso de que la serie temporal tenga una frecuencia de observación inferior al año (meses, trimestres, cuatrimestres, etc) es posible que aparezcan patrones repetitivos que han de ser tratados de forma conveniente. Para eliminar esta dependencia estacional se realizan diferencias estacionales de la forma $\nabla_s = 1 - B^s$ donde s representa la frecuencia de observación (que se presupone inferior al año).

Por tanto, una representación del proceso $\{Y_t\}$ más general que la dada en (1) es la siguiente:

$$\phi(B)\Phi(B^s)\nabla^d\nabla_s^D \ln Y_t = \theta(B)\Theta(B^s)\varepsilon_t, \quad (2)$$

donde:

- $\nabla_s = 1 - B^s$ es la diferencia estacional y D indica el número de diferencias estacionales a realizar para eliminar la estacionalidad persistente. Generalmente D es igual a cero (no es necesario realizar diferencias estacionales) o uno (se realiza solo una diferencia).

Metodología de Box y Jenkins

- $\nabla = 1 - B$ es la diferencia regular y d indica el número de diferencias necesarias para convertir el proceso en estacionario. Generalmente, en series económicas, d es menor o igual que dos.
- $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$ es el polinomio autorregresivo de orden p de la parte regular.
- $\Phi(B^s) = 1 - \Phi_1 B^s - \Phi_2 B^{2s} - \dots - \Phi_P B^{Ps}$ es el polinomio autorregresivo de orden P de la parte estacional.
- $\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q$ es el polinomio de medias móviles de orden q de la parte regular.
- $\Theta(B) = 1 + \Theta_1 B^s + \Theta_2 B^{2s} + \dots + \Theta_Q B^{Qs}$ es el polinomio de medias móviles de orden Q de la parte estacional.

En tal caso, se dice que el proceso $\{\ln Y_t\}$ admite una representación autorregresiva y de medias móviles integrada multiplicativa, lo cual se notará como $ARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$.

Metodología de Box y Jenkins

¿Patrón repetitivo inferior al año?

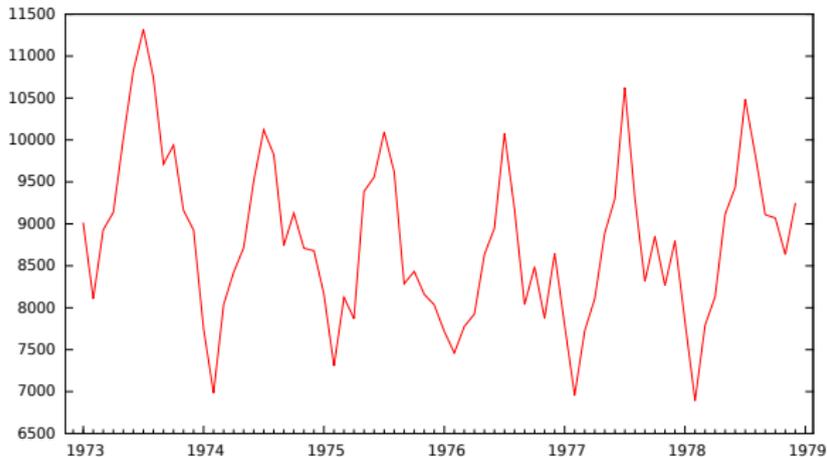


Figura : Accidentes mortales mensuales de enero de 1973 a diciembre de 1978

Metodología de Box y Jenkins

Con estas premisas, la metodología de Box y Jenkins se puede resumir en las siguientes cuatro etapas:

- Identificación:** determinar la posible especificación que sigue la serie temporal según la expresión (2).
- Estimación:** estimación de los parámetros desconocidos del modelo especificado en la etapa anterior.
- Diagnóstico:** verificación de si el modelo estimado es adecuado y selección del “mejor” en el caso de que exista más de uno.
- Predicción:** una vez determinado que el modelo es válido, se procederá a la explotación del mismo usándolo para realizar predicción. Esta etapa puede usarse también en la fase de diagnóstico para seleccionar el “mejor” modelo.

Índice

- 1 Análisis unidimensional de Series Temporales
 - Identificación de modelos
 - Diagnóstico de modelos
 - Selección de modelos
 - Tratamiento con GRET
 - Consumo de energía
 - Tasa de paro
- 2 Modelos de Función de Transferencia
 - Variables impulso
 - Variables escalón
 - Tratamiento con GRET: euribor
- 3 Análisis multidimensional de Series Temporales
 - Tratamiento con GRET
 - Consumo de energía y renta per cápita
- 4 Referencias

Metodología de Box y Jenkins: identificación

Partiendo de un proceso estacionario, se procede a calcular a partir de las características muestrales del mismo sus funciones de autocorrelación simple (FAC) y de autocorrelación parcial² (FACP), las cuales se han de comparar con las obtenidas de forma teórica según:

	FAC	FACP
AR(p)	Decrecimiento exponencial y/o sinusoidal amortiguado	Nula para $k > p$
MA(q)	Nula para $k > q$	Decrecimiento exponencial y/o sinusoidal amortiguado
ARMA(p,q)	Decrecimiento exponencial y/o sinusoidal amortiguado	Decrecimiento exponencial y/o sinusoidal amortiguado

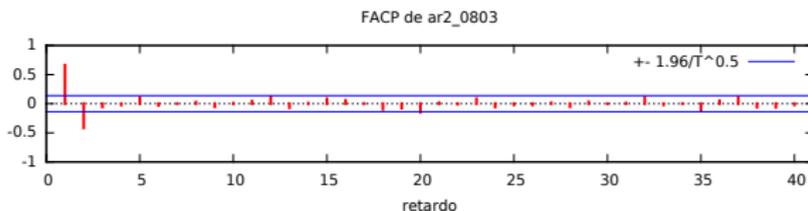
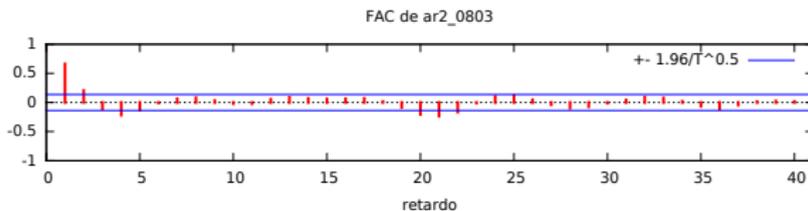
²Si la autocorrelación simple mide la correlación entre dos variables del proceso en dos instantes cualesquiera, la autocorrelación parcial hace lo mismo eliminando el efecto que tienen los instantes intermedios. 

Metodología de Box y Jenkins: identificación

Es claro que este proceso de identificación es totalmente subjetivo ya que trata de determinar si la FAC o FACP decrece o se corta. Sin embargo, se disponen de herramientas analíticas que lo facilitan. Así, para determinar si la estimación de un coeficiente de correlación simple o parcial es significativamente distinto de cero se dispone de una región de confianza determinada por el intervalo $\pm \frac{2}{\sqrt{T}}$ donde T es el número de observaciones. Finalmente, en el caso de existir estacionalidad en la serie temporal, se realizará la identificación de la parte regular observando los primeros retardos del correlograma (representación conjunta de la FAC y FACP) y de la parte estacional observando los múltiplos de la frecuencia de observación, s , de la serie. En el caso estacional se seguirán también los patrones de la tabla anterior.

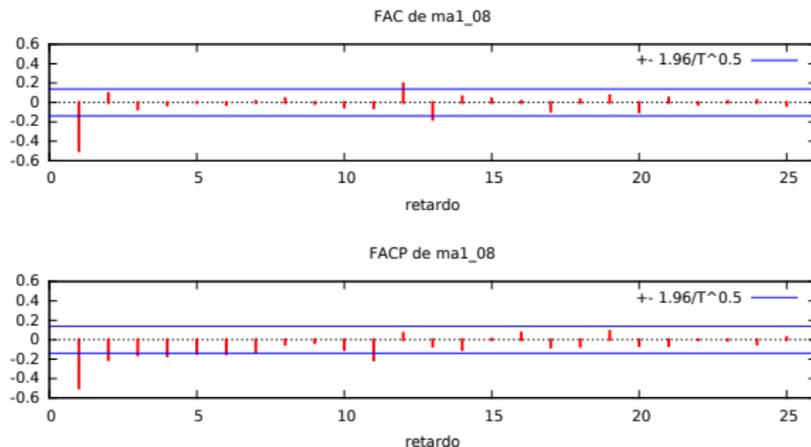
Metodología de Box y Jenkins: identificación

¿Qué identificamos? ¿AR(2), MA(2), ARMA(1,1)?



Metodología de Box y Jenkins: identificación

¿Qué identificamos? ¿AR(7), MA(1), ARMA(1,1)?



Índice

- 1 Análisis unidimensional de Series Temporales
 - Identificación de modelos
 - Diagnóstico de modelos
 - Selección de modelos
 - Tratamiento con GRET
 - Consumo de energía
 - Tasa de paro
- 2 Modelos de Función de Transferencia
 - Variables impulso
 - Variables escalón
 - Tratamiento con GRET: euribor
- 3 Análisis multidimensional de Series Temporales
 - Tratamiento con GRET
 - Consumo de energía y renta per cápita
- 4 Referencias

Metodología de Box y Jenkins: diagnóstico

El proceso de identificación del modelo se basa en la intuición y experiencia del investigador para interpretar las funciones de autocorrelación simple y parcial. Sin embargo, no es válida cualquier propuesta ya que todo modelo identificado es sometido a un proceso de validación.

Básicamente, las condiciones que se han de verificar son:

- Los parámetros estimados deben ser estadísticamente no nulos.
- Los parámetros estimados han de verificar las condiciones de estacionariedad y/o invertibilidad, es decir, las raíces de los polinomios característicos han de ser, en módulo, mayores que la unidad.
- Las FAC y FACP de los residuos no deben presentar estructura, es decir, los coeficientes han de ser estadísticamente iguales a cero.

En el momento en que no se cumpla una de estas condiciones, el modelo propuesto no será válido. Para una mejor reidentificación del modelo se pueden tener en cuenta la o las condiciones no verificadas.

Metodología de Box y Jenkins: diagnóstico

Invertibilidad

Un proceso es invertible si admite una representación autorregresiva finita o infinita convergente. Esta propiedad es importante a la hora de determinar desde un punto de vista teórico la FACP de un proceso de medias móviles.

Contraste de Ljung-Box

Para contrastar la hipótesis nula de que los residuos del modelo son ruido blanco se usan los estadísticos de Ljung-Box o Box-Pierce. Más concretamente, su objetivo es el de contrastar si existe dependencia entre los m primeros residuos estimados, es decir, si estos residuos presentan correlación no nula:

$$\left. \begin{array}{l} H_0 : \text{los primeros } m \text{ coef. de autocorrelación son conjuntamente cero} \\ H_1 : \text{existe algún coeficiente de autocorrelación no nulo} \end{array} \right\}$$

Metodología de Box y Jenkins: diagnóstico

¿Es un AR(3) o más bien un AR(2)?

Modelo 1: ARIMA, usando las observaciones 2005:03–2015:06 ($T = 124$)

Variable dependiente: $(1 - L)^2 I_{euribor}$
 Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

	Coefficiente	Desv. Típica	z	valor p
const	-0.000409969	0.00334168	-0.1227	0.9024
ϕ_1	-0.220873	0.0904731	-2.441	0.0146
ϕ_2	-0.225806	0.0908324	-2.486	0.0129
ϕ_3	-0.0686502	0.0906381	-0.7574	0.4488
Media de la vble. dep.	-0.000091	D.T. de la vble. dep.		0.058571
media innovaciones	-0.000026	D.T. innovaciones		0.056099
Log-verosimilitud	181.1834	Criterio de Akaike		-352.3667
Criterio de Schwarz	-338.2653	Hannan-Quinn		-346.6384

		Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia
AR					
	Raíz 1	-3,5420	0,0000	3,5420	0,5000
	Raíz 2	0,1264	-2,0240	2,0279	-0,2401
	Raíz 3	0,1264	2,0240	2,0279	0,2401

Metodología de Box y Jenkins: diagnóstico

¿Se han diferenciado más veces de las necesarias?

Modelo 1: ARIMA, usando las observaciones 2005:03–2015:06 ($T = 124$)

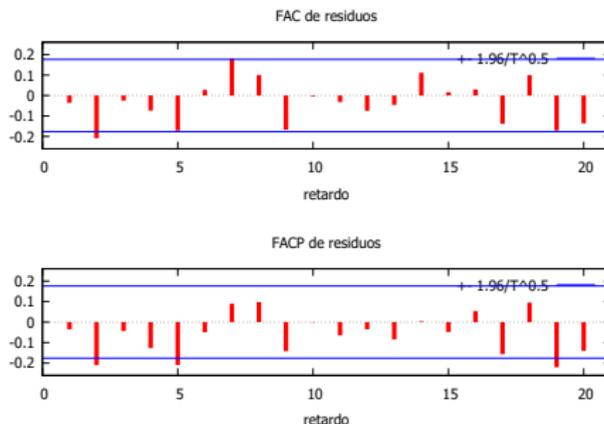
Variable dependiente: $(1 - L)^2 I_{euribor}$
 Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

	Coefficiente	Desv. Típica	z	valor p
const	-0.000646827	0.000385621	-1.677	0.0935
ϕ_1	0.673525	0.0679960	9.905	0.0000
θ_1	-1.00000	0.0220392	-45.37	0.0000
Media de la vble. dep.	-0.000091	D.T. de la vble. dep.	0.058571	
media innovaciones	0.000375	D.T. innovaciones	0.053275	
Log-verosimilitud	186.0433	Criterio de Akaike	-364.0865	
Criterio de Schwarz	-352.8054	Hannan-Quinn	-359.5039	

			Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia
AR						
	Raíz	1	1,4847	0,0000	1,4847	0,0000
MA						
	Raíz	1	1,0000	0,0000	1,0000	0,0000

Metodología de Box y Jenkins: diagnóstico

Se ha ajustado un $ARIMA(1,2,0)$ al logaritmo del euríbor. ¿La estructura en los residuos sugiere pasar a un $ARIMA(2,2,0)$, $ARIMA(1,2,1)$ o $ARIMA(2,2,1)$?



Recordemos que las medias móviles antes daban problemas, ¿nos vamos a un $ARIMA(1,1,0)$ o $ARIMA(2,1,0)$?

Índice

- 1** Análisis unidimensional de Series Temporales
 - Identificación de modelos
 - Diagnos de modelos
 - **Selección de modelos**
 - Tratamiento con GRET
 - Consumo de energía
 - Tasa de paro
- 2** Modelos de Función de Transferencia
 - Variables impulso
 - Variables escalón
 - Tratamiento con GRET: euribor
- 3** Análisis multidimensional de Series Temporales
 - Tratamiento con GRET
 - Consumo de energía y renta per cápita
- 4** Referencias

Metodología de Box y Jenkins: selección

Tras la diagnosis es posible que se consideren válidos más de un modelo para una misma serie temporal. ¿Cómo elegir el más idóneo?

Teniendo en cuenta que la verosimilitud de un modelo viene dada por:

$$\mathcal{L} = -\frac{T}{2} \cdot (1 + \ln(2 \cdot \pi) - \ln(T)) - \frac{T}{2} \cdot \ln(SCR)$$

los criterios de información se definen como:

- Criterio de Akaike: $AIC = -2 \cdot \mathcal{L} + 2 \cdot p$.
- Criterio de Schwarz: $BIC = -2 \cdot \mathcal{L} + p \cdot \ln(T)$.
- Criterio de Hannan-Quinn: $HQC = -2 \cdot \mathcal{L} + 2 \cdot p \cdot \ln(\ln(T))$.

donde p es el número de parámetros que tiene el modelo y que actúa como un factor de penalización. Como se puede observar, un modelo más complejo (con más parámetros) reducirá la suma de cuadrados de los residuos pero aumentará el factor de penalización.

Utilizando estos criterios se escogería aquel modelo con un menor valor de AIC, BIC o HQC.

Metodología de Box y Jenkins: selección

También es interesante reestimar el modelo ya identificado suprimiendo las últimas observaciones, dejando éstas para predecirlas y evaluar así la capacidad predictiva del modelo. Si el modelo es adecuado, las predicciones han de ser fiables. Considerando que de las T observaciones disponibles se usan las m primeras para estimar el modelo, algunos de los estadísticos básicos que pueden usarse con tal objetivo son:

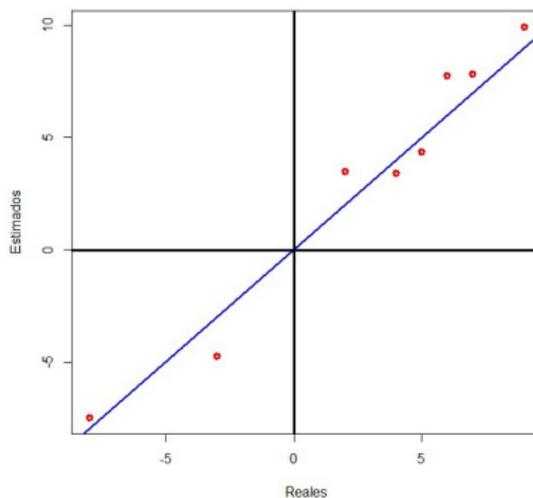
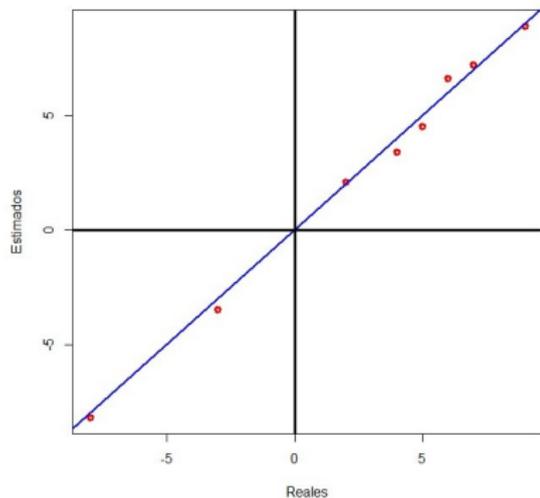
Error Absoluto Medio (EAM):
$$EAM = \frac{1}{T - m} \cdot \sum_{t=T-m+1}^T |Y_t - \hat{Y}_t|.$$

Error Cuadrático Medio (ECM):
$$ECM = \frac{1}{T - m} \cdot \sum_{t=T-m+1}^T (Y_t - \hat{Y}_t)^2.$$

Valores del EAM o ECM próximos a cero son indicativos de una buena capacidad predictiva.

Metodología de Box y Jenkins: selección

¿Qué modelo presenta mejores predicciones?



Índice

- 1** Análisis unidimensional de Series Temporales
 - Identificación de modelos
 - Diagnóstico de modelos
 - Selección de modelos
 - **Tratamiento con GRET**
 - Consumo de energía
 - Tasa de paro
- 2** Modelos de Función de Transferencia
 - Variables impulso
 - Variables escalón
 - Tratamiento con GRET: euribor
- 3** Análisis multidimensional de Series Temporales
 - Tratamiento con GRET
 - Consumo de energía y renta per cápita
- 4** Referencias

Tratamiento con GRET

La página oficial de Gnu Regression, Econometrics and Time-series Library (GRET) es:

<http://gretl.sourceforge.net/es.html>

En ella podéis encontrar toda la información que queráis sobre este software libre.

La descarga de GRET para Windows está disponible en:

http://gretl.sourceforge.net/win32/index_es.html

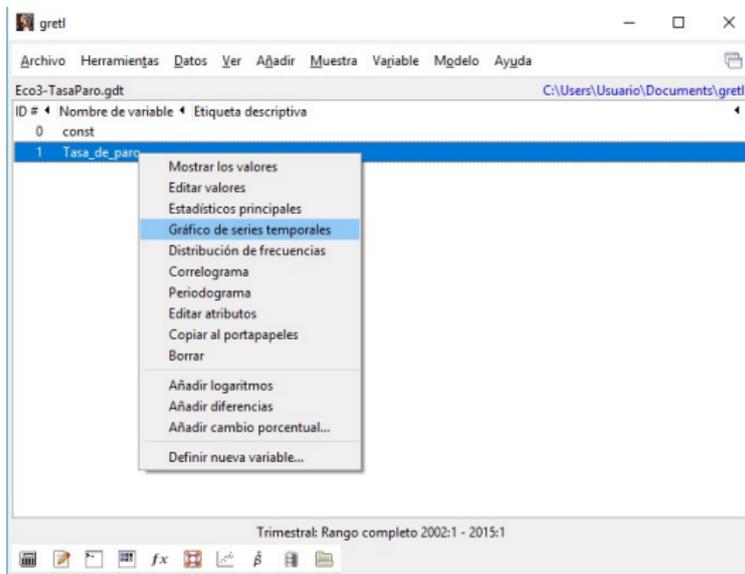
y para MAC en:

http://gretl.sourceforge.net/osx_es.html

La última versión disponible a día de hoy (8 de noviembre de 2017) es *gretl-2017c.exe*.

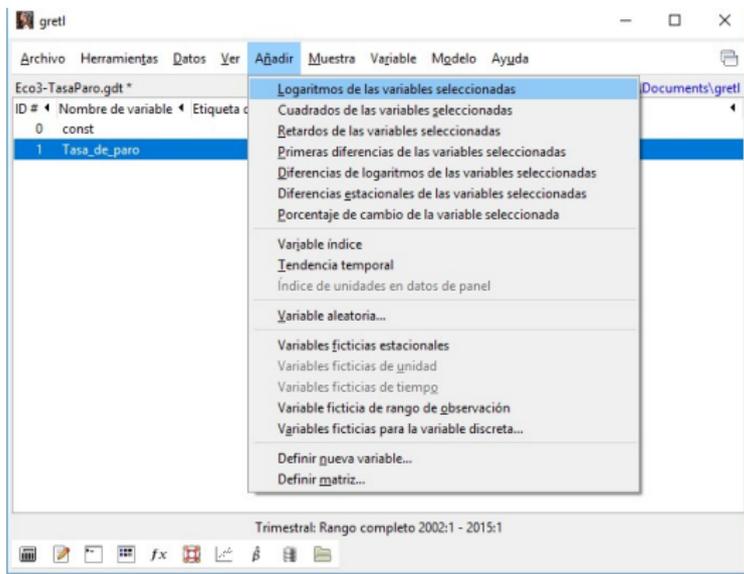
Tratamiento con GRET

Seleccionando la variable y pulsando el botón derecho del ratón se tiene acceso a, entre otras cuestiones, representar la serie (Gráfico de series temporales) y la FAC y FACP (Correlograma) o añadir logaritmos y diferencias.



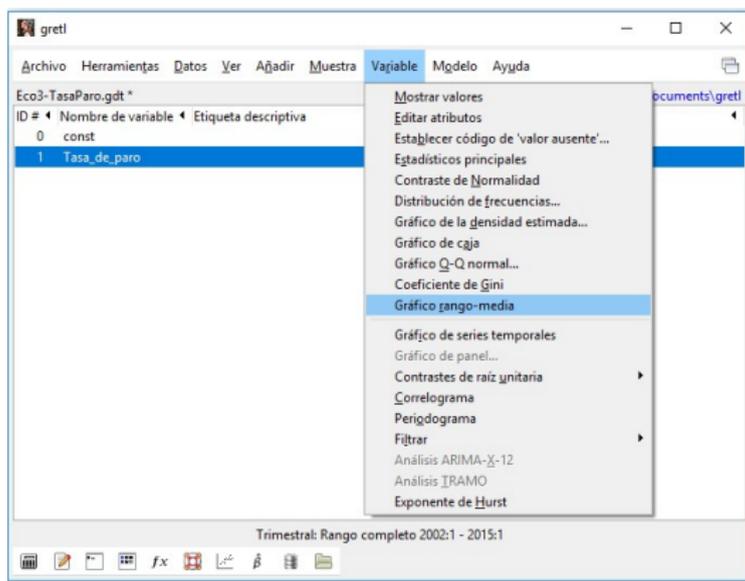
Tratamiento con GRETL

Algunas de las opciones anteriores y otras, como diferencias estacionales, se pueden obtener a partir del menú *Añadir*.



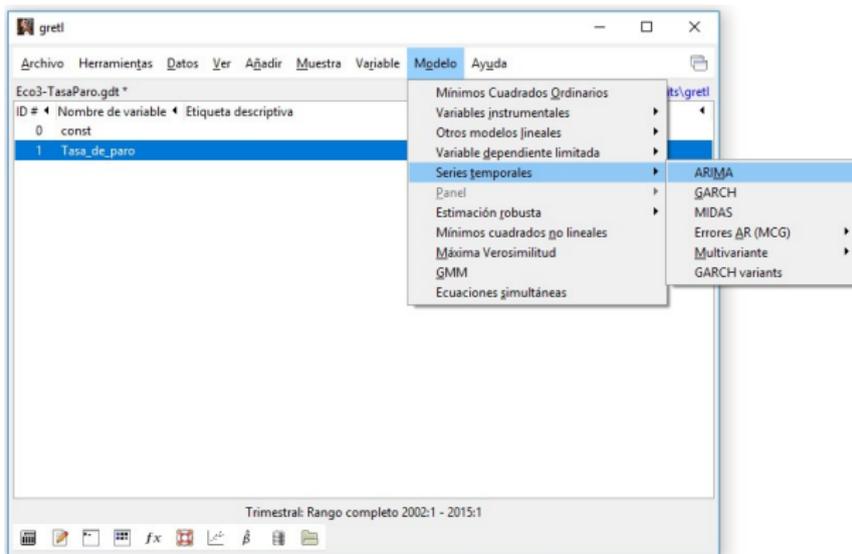
Tratamiento con GRET

Para analizar la estacionariedad en varianza recurrimos al gráfico rango-media del menú *Variable*: hay estacionariedad en varianza si no rechazamos que la pendiente sea cero.



Tratamiento con GRET

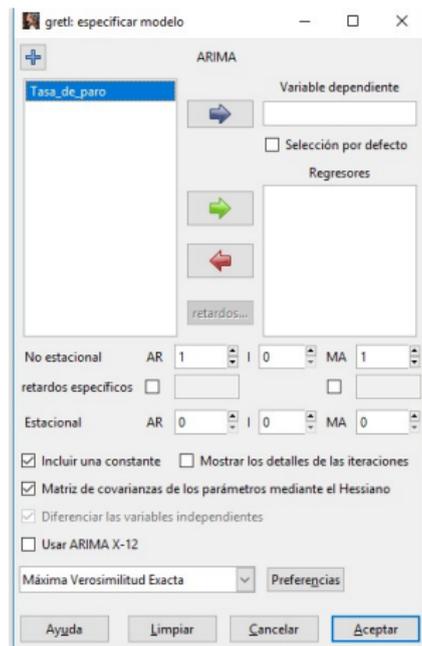
Para la estimación seguir el camino *Modelo – Series temporales – ARIMA*.



Tratamiento con GRET

En la ventana que surge hay que especificar la variable dependiente, órdenes del ARIMA multiplicativo y método de estimación (normalmente dejamos el que viene por defecto).

La parte de regresores hace referencia a los modelos *ARMAX*.



Tratamiento con GRET

En la ventana de resultados se pueden guardar los residuos del modelo (ver *Guardar*) y realizar predicciones (ver *Análisis*). En este último caso aceptar las opciones por defecto tras indicar el número de predicciones a realizar.

The screenshot shows the GRET software interface with the 'Análisis' menu open. The background window displays the results for an ARIMA model. The menu options include: 'Mostrar variable observada, estimada, residuos', 'Predicciones...', 'Intervalos de confianza para los coeficientes', 'Elipse de confianza...', 'Matriz de covarianzas de los coeficientes', 'Colinealidad', 'Observaciones influyentes', 'ANOVA', and 'Bootstrap...'. The 'Predicciones...' option is highlighted.

Modelo 1: ARIMA, usando las observaciones de la función de transferencia
 Estimado usando el filtro de Kalman
 Variable dependiente: (1-L) Tasa de desempleo
 Desviaciones típicas basadas en el modelo

	Coefficiente	Desv. Típ.			
const	0.222368	0.1758			
phi_1	0.222154	0.190039	1.169	0.2424	
theta_1	0.396676	0.156041	2.542	0.0110	**

Media de la vble. dep.	0.235192	D.T. de la vble. dep.	0.854473
media innovaciones	0.005223	D.T. innovaciones	0.712457
Log-verosimilitud	-56.35027	Criterio de Akaike	120.7005
Criterio de Schwarz	128.5055	Crit. de Hannan-Quinn	123.6928

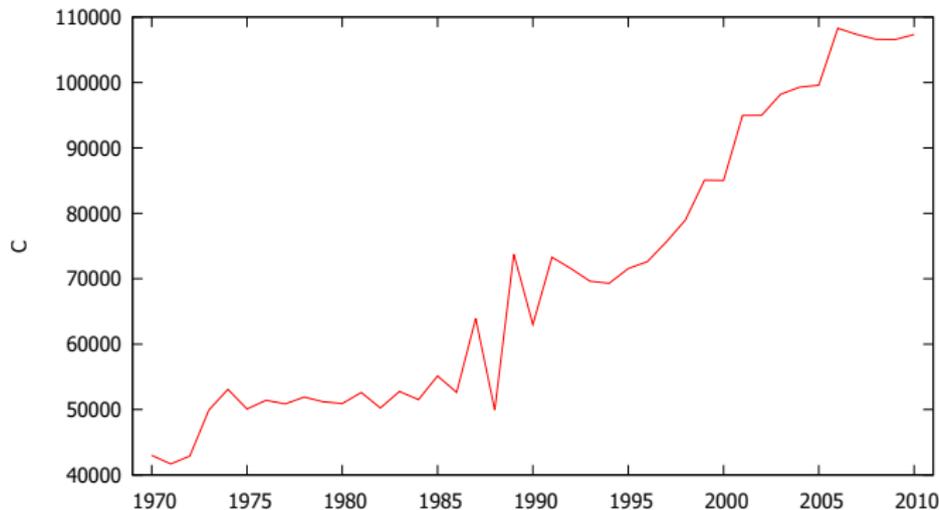
	Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia
AR				
Raiz 1	4.5014	0.0000	4.5014	0.0000
MA				
Raiz 1	-2.5209	0.0000	2.5209	0.5000

Índice

- 1** Análisis unidimensional de Series Temporales
 - Identificación de modelos
 - Diagnóstico de modelos
 - Selección de modelos
 - Tratamiento con GRET
 - Consumo de energía
 - Tasa de paro
- 2** Modelos de Función de Transferencia
 - Variables impulso
 - Variables escalón
 - Tratamiento con GRET: euribor
- 3** Análisis multidimensional de Series Temporales
 - Tratamiento con GRET
 - Consumo de energía y renta per cápita
- 4** Referencias

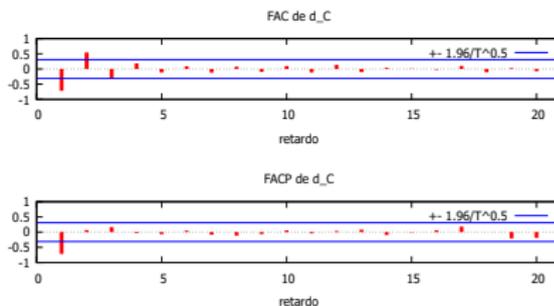
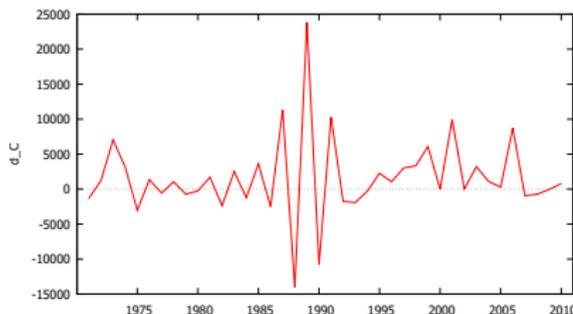
Consumo de energía: estacionariedad

No estacionario en media (claramente la tendencia cambia a lo largo del tiempo) y sí en varianza (p-valor = 0.761374, luego no rechazo que pendiente es igual a cero). Datos anuales.



Consumo de energía: identificación

Las primeras diferencias (izquierda) parecen ser estacionarias por lo que calculamos su correlograma (derecha).



Modelos: AR(1) claramente, MA(3), ARMA(1,1).

Consumo de energía: ARIMA(1,1,0)

Coefficientes significativamente distintos de cero y raíz del polinomio autorregresivo mayor que 1 en módulo.

Modelo 1: ARIMA, usando las observaciones 1971–2010 ($T = 40$)

Variable dependiente: $(1 - L)C$

Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

	Coefficiente	Desv. Típica	z	valor p
const	1647.63	382.958	4.302	0.0000
ϕ_1	-0.704052	0.106689	-6.599	0.0000
Media de la vble. dep.	1608.145	D.T. de la vble. dep.	5945.692	
media innovaciones	-52.25146	D.T. innovaciones	4084.296	
Log-verosimilitud	-389.6960	Criterio de Akaike	785.3920	
Criterio de Schwarz	790.4587	Hannan-Quinn	787.2240	

		Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia	
AR						
	Raíz	1	-1,4203	0,0000	1,4203	0,5000

$$(1 + 0,70405 \cdot B)\nabla C_t = 487,616 + \varepsilon_t$$

¿Qué estima GRETL mediante *const*?

GRETL estima μ y no δ

La estimación de la constante dada por GRETL es la media estimada de la serie estacionaria. Es decir, suponiendo estacionariedad $E[Y_t] = \mu$ para todo t , a partir de (1) se tiene que:

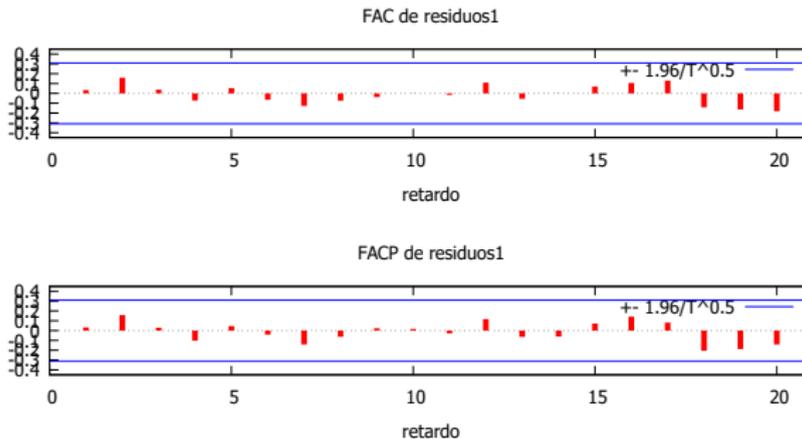
$$\begin{aligned} E[Y_t] &= E[\delta + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} \\ &\quad + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}] \\ &= \delta + \phi_1 E[Y_{t-1}] + \phi_2 E[Y_{t-2}] + \dots + \phi_p E[Y_{t-p}] \\ \mu &= \delta + \phi_1 \mu + \phi_2 \mu + \dots + \phi_p \mu \Rightarrow \mu = \frac{\delta}{1 - \phi_1 - \phi_2 - \dots - \phi_p} \end{aligned}$$

donde se ha usado que $E[\varepsilon_t] = 0$ para todo t (es ruido blanco).

$$1647,63 = \frac{\hat{\delta}}{1 - 0,70405} \Rightarrow \hat{\delta} = 487,6161$$

Consumo de energía: ARIMA(1,1,0)

Correlograma de los residuos claramente ruido blanco. Ante la duda contraste Ljung-Box para $m = 20$: p-valor = 0.889, luego no rechazo que las primeras 20 autocorrelaciones son nulas de forma simultánea.



Consumo de energía: ARIMA(0,1,3)

Modelo NO válido: tercer coeficiente de las medias móviles no significativamente distinto de cero (¡ojo! hay que cambiar el método de estimación).

Modelo 2: ARIMA, usando las observaciones 1971–2010 ($T = 40$)
 Variable dependiente: $(1 - L)C$

		Coeficiente	Desv. Típica	z	valor p
const		1621.99	433.171	3.744	0.0002
θ_1		-0.629484	0.138193	-4.555	0.0000
θ_2		0.536434	0.169031	3.174	0.0015
θ_3		-0.307033	0.192350	-1.596	0.1104
Media de la vble. dep.		1608.145	D.T. de la vble. dep.	5945.692	
media innovaciones		2.464335	D.T. innovaciones	4087.011	
Log-verosimilitud		-389.3803	Criterio de Akaike	788.7606	
Criterio de Schwarz		797.2050	Hannan-Quinn	791.8139	

		Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia	
MA						
	Raíz	1	1,6805	0,0000	1,6805	0,0000
	Raíz	2	0,0333	-1,3918	1,3922	-0,2462
	Raíz	3	0,0333	1,3918	1,3922	0,2462

Consumo de energía: ARIMA(0,1,2)

Coefficientes significativamente distintos de cero y raíces del polinomio de medias móviles mayores que 1 en módulo.

Modelo 3: ARIMA, usando las observaciones 1971–2010 ($T = 40$)
 Variable dependiente: $(1 - L)C$
 Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

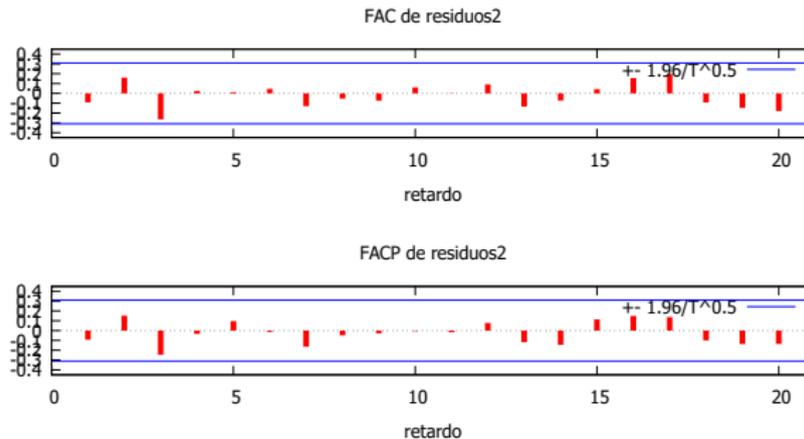
	Coefficiente	Desv. Típica	z	valor p
const	1620.38	553.404	2.928	0.0034
θ_1	-0.629716	0.157140	-4.007	0.0001
θ_2	0.471846	0.127120	3.712	0.0002
Media de la vble. dep.	1608.145	D.T. de la vble. dep.	5945.692	
media innovaciones	-86.83424	D.T. innovaciones	4185.536	
Log-verosimilitud	-390.6861	Criterio de Akaike	789.3722	
Criterio de Schwarz	796.1277	Hannan-Quinn	791.8148	

		Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia
MA					
	Raíz 1	0,6673	-1,2939	1,4558	-0,1742
	Raíz 2	0,6673	1,2939	1,4558	0,1742

$$\nabla C_t = 1620,38 + (1 - 0,6297 \cdot B + 0,4718 \cdot B^2)\varepsilon_t$$

Consumo de energía: ARIMA(0,1,2)

Correlograma de los residuos claramente ruido blanco. Ante la duda contraste Ljung-Box para $m = 20$: p-valor = 0.589, luego no rechazo que las primeras 20 autocorrelaciones son nulas de forma simultánea.



Consumo de energía: ARIMA(1,1,1)

Modelo NO válido: coeficiente de las medias móviles no significativamente distinto de cero (esto nos lleva al modelo ARIMA(1,1,0) anterior).

Modelo 4: ARIMA, usando las observaciones 1971–2010 ($T = 40$)

Variable dependiente: $(1 - L)C$

Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

			Coefficiente	Desv. Típica	z	valor p
	const		1644.29	396.512	4.147	0.0000
	ϕ_1		-0.729499	0.131880	-5.532	0.0000
	θ_1		0.0525846	0.180900	0.2907	0.7713
	Media de la vble. dep.		1608.145	D.T. de la vble. dep.	5945.692	
	media innovaciones		-48.88527	D.T. innovaciones	4079.987	
	Log-verosimilitud		-389.6536	Criterio de Akaike	787.3072	
	Criterio de Schwarz		794.0627	Hannan-Quinn	789.7498	
			Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia
AR						
	Raíz	1	-1,3708	0,0000	1,3708	0,5000
MA						
	Raíz	1	-19,0170	0,0000	19,0170	0,5000

Consumo de energía: selección de modelos y predicción

Atendiendo a los criterios de selección de modelos es preferible el modelo ARIMA(1,1,0).

Modelo	AIC	BIC	HQ
ARIMA(1,1,0)	785.39	790.45	787.22
ARIMA(0,1,2)	789.37	796.12	791.81

Para obtener predicciones con este modelo, en la ventana de la estimación: *Análisis – Predicciones*, indicamos el número de predicciones que queremos obtener y aceptamos las condiciones que vienen por defecto.

Predicciones puntuales:

$$\hat{C}_{44}(1) = 109594, \quad \hat{C}_{44}(2) = 110818, \quad \hat{C}_{44}(3) = 112764$$

Predicciones por intervalo:

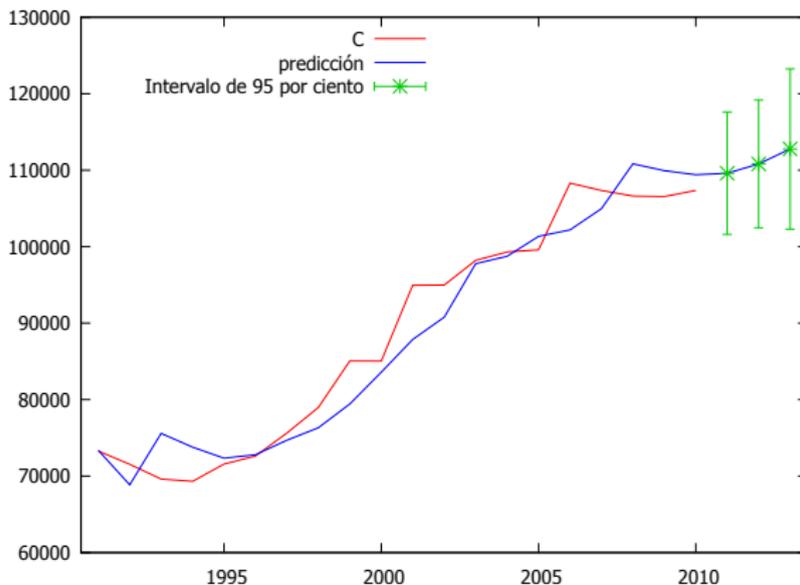
$$(101588, 117599), \quad (102470, 119166), \quad (102282, 123245)$$

Consumo de energía: predicción

Para intervalos de confianza 95 %, $z(0,025) = 1,96$

Observaciones	C	predicción	Desv. Típica	Intervalo de 95 %	
1991	73285.3	73379.0	.	.	.
1992	71538.8	68854.2	.	.	.
1993	69615.0	75576.1	.	.	.
1994	69312.8	73777.1	.	.	.
1995	71564.4	72333.2	.	.	.
1996	72613.0	72786.8	.	.	.
1997	75636.3	74682.4	.	.	.
1998	78974.3	76315.4	.	.	.
1999	85057.3	79431.8	.	.	.
2000	85031.6	83582.2	.	.	.
2001	94948.9	87857.4	.	.	.
2002	94976.1	90774.2	.	.	.
2003	98202.7	97764.6	.	.	.
2004	99300.6	98738.6	.	.	.
2005	99578.3	101335.	.	.	.
2006	108297.	102190.	.	.	.
2007	107346.	104966.	.	.	.
2008	106603.	110823.	.	.	.
2009	106551.	109934.	.	.	.
2010	107345.	109395.	.	.	.
2011		109594.	4084.30	101588.	117599.
2012		110818.	4259.40	102470.	119166.
2013		112764.	5347.58	102282.	123245.

Consumo de energía: predicción

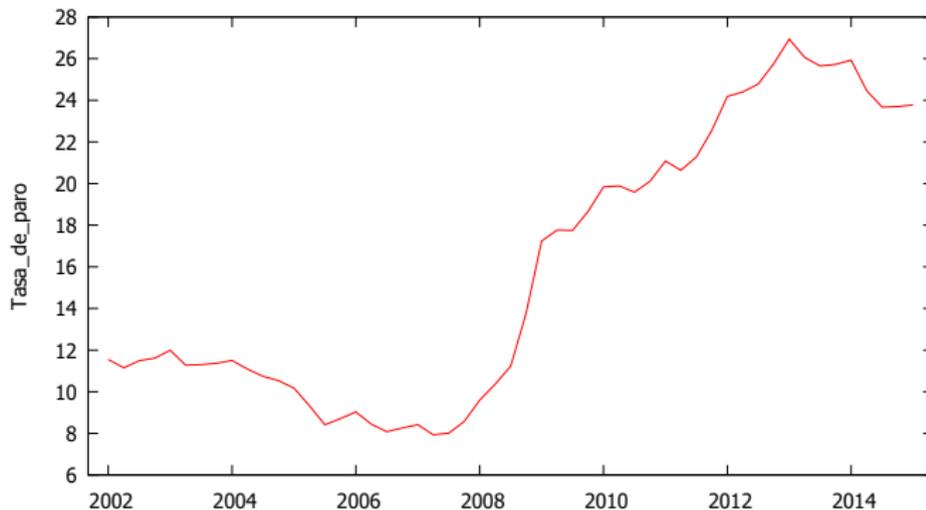


Índice

- 1** Análisis unidimensional de Series Temporales
 - Identificación de modelos
 - Diagnóstico de modelos
 - Selección de modelos
 - Tratamiento con GRET
 - Consumo de energía
 - Tasa de paro
- 2** Modelos de Función de Transferencia
 - Variables impulso
 - Variables escalón
 - Tratamiento con GRET: euribor
- 3** Análisis multidimensional de Series Temporales
 - Tratamiento con GRET
 - Consumo de energía y renta per cápita
- 4** Referencias

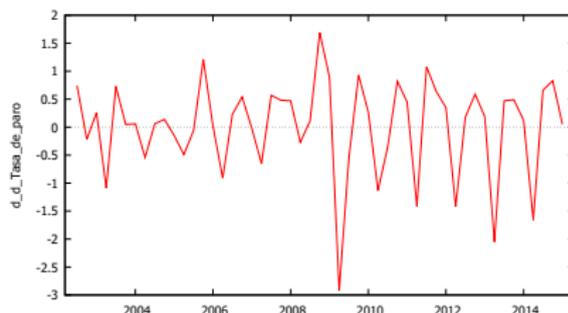
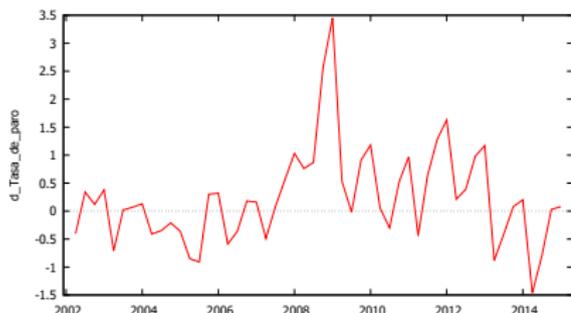
Tasa de Paro: estacionariedad

No estacionario en media (claramente la tendencia cambia a lo largo del tiempo) y sí en varianza (p-valor = 0.892007, luego no rechazo que pendiente es igual a cero).



Tasa de Paro: estacionariedad

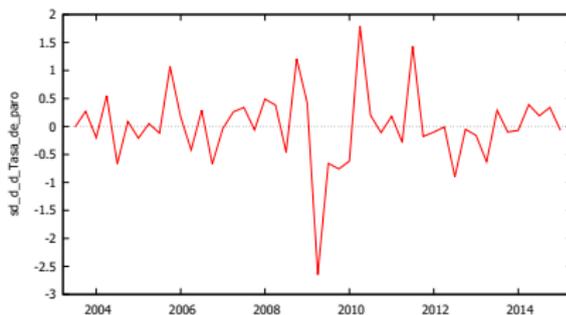
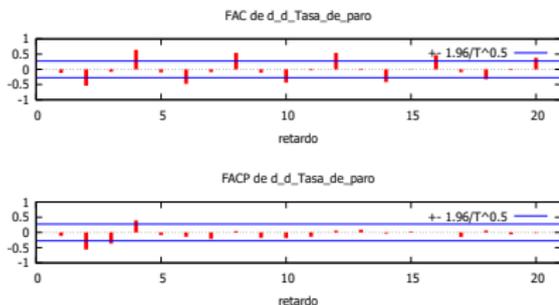
Las primeras diferencias (izquierda) parecen no ser estacionarias, mientras que las segundas sí (derecha).



Tasa de Paro: estacionalidad

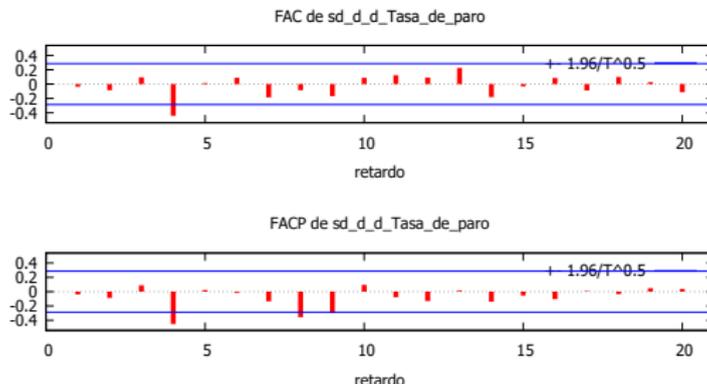
Correlograma (izquierda) indica comportamiento estacional: patrón repetitivo cada 4 meses (tenemos trimestres, $s=4$).

Diferencias estacionales (derecha): hemos perdido 14 observaciones.



Tasa de Paro: identificación de modelos

Correlograma de las primeras diferencias estacionales y segundas regulares de la tasa de paro.



Parte regular: no se observa patrón ($p=q=0$, $d=2$).

Parte estacional: $P = 2$ ó $Q = 1$ ó $P=1=Q$ (en todos los casos, $D=1$).

$ARIMA(0,2,0) \times (2,1,0)_4$, $ARIMA(0,2,0) \times (0,1,1)_4$, $ARIMA(0,2,0) \times (1,1,1)_4$

Tasa de Paro: ARIMA(0,2,0)x(2,1,0)₄

Coeficientes significativamente distintos de cero y raíces del polinomio autorregresivo mayores que 1 en módulo

Modelo 1: ARIMA, usando las observaciones 2003:3–2015:1 ($T = 47$)

Variable dependiente: $(1 - L)^2(1 - L^5)$ Tasa.de.paro
 Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

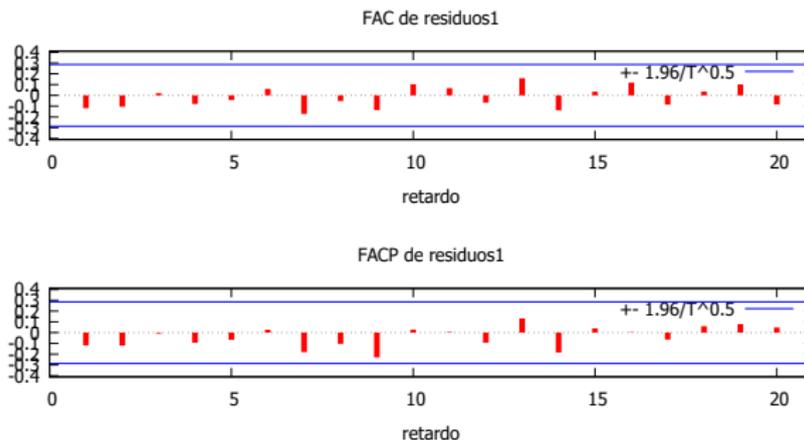
	Coefficiente	Desv. Típica	z	valor p
Φ_1	-0.584215	0.134191	-4.354	0.0000
Φ_2	-0.334528	0.129094	-2.591	0.0096
Media de la vble. dep.	0.004043	D.T. de la vble. dep.	0.671762	
media innovaciones	-0.007130	D.T. innovaciones	0.551281	
Log-verosimilitud	-39.60134	Criterio de Akaike	85.20268	
Criterio de Schwarz	90.75313	Hannan-Quinn	87.29135	

		Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia
AR (estacional)	Raíz 1	-0,8732	-1,4923	1,7290	-0,3343
	Raíz 2	-0,8732	1,4923	1,7290	0,3343

$$(1 + 0,5842 \cdot B^4 + 0,3345 \cdot B^8) \nabla^2 \nabla_4 TP_t = \varepsilon_t$$

Tasa de Paro: $ARIMA(0,2,0) \times (2,1,0)_4$

Correlograma de los residuos claramente ruido blanco. Ante la duda contraste Ljung-Box para $m = 20$: p-valor = 0.898, luego no rechazo que las primeras 20 autocorrelaciones son nulas de forma simultánea.



Tasa de Paro: ARIMA(0,2,0)x(0,1,1)₄

Coefficientes significativamente distintos de cero y raíces del polinomio estacional mayores que 1 en módulo

Modelo 2: ARIMA, usando las observaciones 2003:3–2015:1 ($T = 47$)

Variable dependiente: $(1 - L)^2(1 - L^5)$ Tasa_de_paro

Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

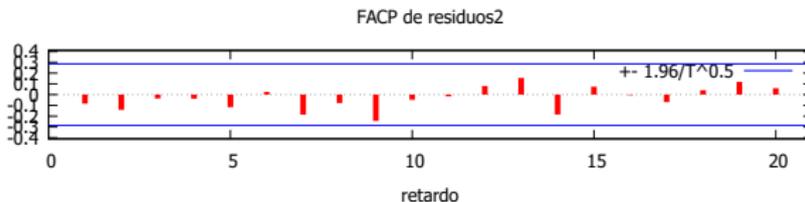
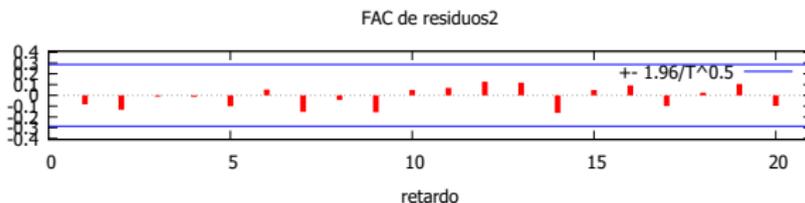
	Coefficiente	Dev. Típica	z	valor p
Θ_1	-0.668342	0.137193	-4.872	0.0000
Media de la vble. dep.	0.004043	D.T. de la vble. dep.	0.671762	
media innovaciones	-0.005382	D.T. innovaciones	0.544699	
Log-verosimilitud	-39.32013	Criterio de Akaike	82.64025	
Criterio de Schwarz	86.34055	Hannan-Quinn	84.03270	

		Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia
MA (estacional)					
	Raíz	1	1,4962	0,0000	1,4962
					0,0000

$$\nabla^2 \nabla_4 TP_t = (1 - 0,6683 \cdot B^4) \varepsilon_t$$

Tasa de Paro: $ARIMA(0,2,0) \times (0,1,1)_4$

Correlograma de los residuos claramente ruido blanco. Ante la duda contraste Ljung-Box para $m = 20$: p-valor = 0.898, luego no rechazo que las primeras 20 autocorrelaciones son nulas de forma simultánea.



Tasa de Paro: $ARIMA(0,2,0) \times (1,1,1)_4$

NO VÁLIDO: coeficiente de la parte autorregresiva regular no significativamente distinto de cero

Modelo 3: ARIMA, usando las observaciones 2003:3–2015:1 ($T = 47$)

Variable dependiente: $(1 - L)^2(1 - L^5)$ Tasa_de_paro

Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

	Coefficiente	Desv. Típica	z	valor p
Φ_1	0.00623135	0.246357	0.02529	0.9798
Θ_1	-0.672945	0.227835	-2.954	0.0031
Media de la vble. dep.	0.004043	D.T. de la vble. dep.	0.671762	
media innovaciones	-0.005290	D.T. innovaciones	0.544629	
Log-verosimilitud	-39.31981	Criterio de Akaike	84.63961	
Criterio de Schwarz	90.19005	Hannan-Quinn	86.72828	

			Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia
AR (estacional)	Raíz	1	160,4788	0,0000	160,4788	0,0000
MA (estacional)	Raíz	1	1,4860	0,0000	1,4860	0,0000

Tasa de Paro: selección de modelos

Atendiendo a los criterios de selección de modelos es preferible el modelo $ARIMA(0,2,0) \times (0,1,1)_4$.

Modelo	AIC	BIC	HQ
$ARIMA(0,2,0) \times (2,1,0)_4$	85.2	90.75	87.29
$ARIMA(0,2,0) \times (0,1,1)_4$	82.6	86.34	84.03

Reservando³ las 5 últimas observaciones para hacer predicción y calcular el ECM y EAM también es preferible el modelo $ARIMA(0,2,0) \times (0,1,1)_4$.

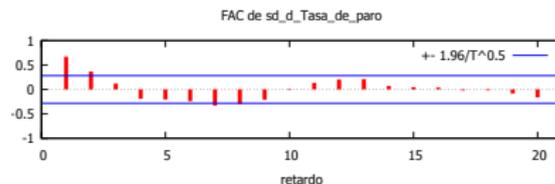
Modelo	ECM	EAM
$ARIMA(0,2,0) \times (2,1,0)_4$	0.1376	0.3583
$ARIMA(0,2,0) \times (0,1,1)_4$	0.0864	0.2825

³Usando *Establecer rango* del menú *Muestra*. Se vuelve a estimar el modelo y solicitamos las predicciones. No olvidar recuperar el rango completo (en el mismo lugar).

Tasa de Paro: $d=1$

Si consideramos que con unas diferencias es estacionario: en la FAC (izquierda) se intuye un patrón repetitivo (retardos 5 al 15). Tratando la estacionalidad (derecha) identificamos:

$ARIMA(1, 1, 0) \times (1, 1, 0)_4$, $ARIMA(0, 1, 2) \times (1, 1, 0)_4$, $ARIMA(1, 1, 1) \times (1, 1, 0)_4$



Tasa de Paro: $d=1$

ARIMA(1,1,0)x(1,1,0)₄: válido

$$(1 - 0,7313 \cdot B)(1 + 0,389 \cdot B^4)\nabla\nabla_4 TP_t = \varepsilon_t$$

ARIMA(0,1,2)x(1,1,0)₄: válido

$$(1 + 0,373 \cdot B^4)\nabla\nabla_4 TP_t = (1 + 0,814 \cdot B + 0,255 \cdot B^2)\varepsilon_t$$

ARIMA(1,1,1)x(1,1,0)₄: no válido

coeficiente medias móviles no significativamente distinto de cero

Atendiendo a los criterios de selección de modelos sigue siendo preferible el modelo ARIMA(0,2,0)x(0,1,1)₄. Además, los nuevos modelos son “peores” que los anteriores.

Modelo	AIC	BIC	HQ
ARIMA(0,2,0)x(2,1,0) ₄	85.2	90.75	87.29
ARIMA(0,2,0)x(0,1,1) ₄	82.6	86.34	84.03
ARIMA(1,1,0)x(1,1,0) ₄	86.102	91.71	88.22
ARIMA(0,1,2)x(1,1,0) ₄	91.65	99.135	94.479

Índice

- 1 Análisis unidimensional de Series Temporales
 - Identificación de modelos
 - Diagnóstico de modelos
 - Selección de modelos
 - Tratamiento con GRET
 - Consumo de energía
 - Tasa de paro
- 2 Modelos de Función de Transferencia
 - Variables impulso
 - Variables escalón
 - Tratamiento con GRET: euribor
- 3 Análisis multidimensional de Series Temporales
 - Tratamiento con GRET
 - Consumo de energía y renta per cápita
- 4 Referencias

Modelos de Función de Transferencia o ARMAX

Una generalización inmediata del análisis unidimensional de series temporales consiste en incorporar al modelo otras variables exógenas como explicativas. El resultado se conoce como modelos de función de transferencia o modelos ARMAX, donde la variable explicada, Y , recibe el nombre de *output*, y las explicativas, X , de *input*.

Casos concretos de *inputs*

Algunos ejemplos de especial interés en Economía como son las variables impulso y escalón.

Para simplificar, se desarrolla a continuación el caso en el que hay un sólo *input*, siendo su generalización inmediata.

Modelos de Función de Transferencia o ARMAX

Dado un proceso estacionario Y (si no lo fuese sabemos como hacer que lo sea) y una variable explicativa X , el modelo ARMAX se puede expresar como:

$$Y_t = \frac{\omega_s(B)}{\delta_r(B)} B^b X_t + \eta_t, \quad (3)$$

donde:

$$\nu(B) = \frac{\omega_s(B)}{\delta_r(B)} = \frac{\omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2 - \dots - \omega_s B^s}{\delta_0 - \delta_1 B - \delta_2 B^2 - \dots - \delta_r B^r}.$$

Por otro lado, es posible que la perturbación η_t requiera una representación ARMA del tipo:

$$\phi_p(B)\eta_t = \theta_q(B)\varepsilon_t,$$

donde ε_t es ruido blanco.

Modelos de Función de Transferencia o ARMAX

Entonces la expresión (3) corresponde a:

$$Y_t = \frac{\omega_s(B)}{\delta_r(B)} B^b X_t + \frac{\theta_q(B)}{\phi_p(B)} \varepsilon_t. \quad (4)$$

En el caso de que existan componentes estacionales tanto en el término de ruido como en la componente sistemática, la expresión (4) pasaría a ser:

$$Y_t = \frac{\omega_s(B)\Omega(B^s)}{\delta_r(B)\Delta(B^s)} B^b X_t + \frac{\theta_q(B)\Theta(B^s)}{\phi_p(B)\Phi(B^s)} \varepsilon_t.$$

Índice

- 1 Análisis unidimensional de Series Temporales
 - Identificación de modelos
 - Diagnóstico de modelos
 - Selección de modelos
 - Tratamiento con GRET
 - Consumo de energía
 - Tasa de paro
- 2 Modelos de Función de Transferencia
 - Variables impulso
 - Variables escalón
 - Tratamiento con GRET: euribor
- 3 Análisis multidimensional de Series Temporales
 - Tratamiento con GRET
 - Consumo de energía y renta per cápita
- 4 Referencias

Variables impulso

Para simplificar⁴, consideremos un proceso ARMA estacionario $\phi(B)Y_t = \theta(B)\epsilon_t$, tal que se ve afectado en un instante dado, $t = t_0$, por un suceso conocido, c_0 . En tal caso sería adecuado considerar el modelo:

$$\phi(B)Y_t = c_0 I_t(t_0) + \theta(B)\epsilon_t, \quad I_t(t_0) = \begin{cases} 0, & \text{si } t \neq t_0 \\ 1, & \text{si } t = t_0 \end{cases},$$

donde I_t recibe el nombre de variable impulso.

Evidentemente, el efecto puede darse en distintos periodos consecutivos. Esta situación se podría representar a partir de m variables impulso:

$$\phi(B)Y_t = \sum_{j=0}^m c_j I_t(t_j) + \theta(B)\epsilon_t,$$

donde en el instante $t_j = t_0 + j$ se produce un efecto c_j , $j = 0, 1, \dots, m$.

⁴Lo expuesto es igualmente válido para un ARIMA con componente estacional al que haya habido que inducir estacionariedad en varianza. 

Variables impulso

Puesto que se verifica que:

$$B^j I_t(t_0) = I_{t-j}(t_0) = \begin{cases} 0, & \text{si } t-j \neq t_0 \\ 1, & \text{si } t-j = t_0 \end{cases} = \begin{cases} 0, & \text{si } t \neq t_0 + j = t_j \\ 1, & \text{si } t = t_0 + j = t_j \end{cases} = I_t(t_j),$$

la expresión anterior es equivalente a:

$$\phi(B)Y_t = (c_0 + c_1B + \dots + c_mB^m)I_t(t_0) + \theta(B)\epsilon_t = c(B)I_t(t_0) + \theta(B)\epsilon_t,$$

donde $c(B)$ describe el efecto de la variable impulso (poniendo de manifiesto que todos sus coeficientes provienen de la misma causa) y corresponde a una función de transferencia.

Índice

- 1 **Análisis unidimensional de Series Temporales**
 - Identificación de modelos
 - Diagnóstico de modelos
 - Selección de modelos
 - Tratamiento con GRET
 - Consumo de energía
 - Tasa de paro
- 2 **Modelos de Función de Transferencia**
 - Variables impulso
 - Variables escalón
 - Tratamiento con GRET: euribor
- 3 **Análisis multidimensional de Series Temporales**
 - Tratamiento con GRET
 - Consumo de energía y renta per cápita
- 4 **Referencias**

Variables escalón

Si el proceso $\phi(B)Y_t = \theta(B)\epsilon_t$ se ve afectado por un efecto permanente, c_0 , en la serie a partir de un instante dado, $t = t_0$, se tiene que:

$$\phi(B)Y_t = c_0 S_t(t_0) + \theta(B)\epsilon_t, \quad S_t(t_0) = \begin{cases} 0, & \text{si } t < t_0 \\ 1, & \text{si } t \geq t_0 \end{cases},$$

donde S_t recibe el nombre de variable escalón.

Si se considera que el efecto permanente se introduce gradualmente (en varios periodos de tiempo consecutivos) hasta que se estabiliza, habría que considerar m variables escalón:

$$\phi(B)Y_t = \sum_{j=0}^m c_j S_t(t_j) + \theta(B)\epsilon_t,$$

donde en el instante $t_j = t_0 + j$ se produce un efecto c_j , $j = 0, 1, \dots, m$.

Variables escalón

Puesto que se verifica que:

$$B^j S_t(t_0) = S_{t-j}(t_0) = \begin{cases} 0, & \text{si } t - j < t_0 \\ 1, & \text{si } t - j \geq t_0 \end{cases} = \begin{cases} 0, & \text{si } t < t_0 + j = t_j \\ 1, & \text{si } t \geq t_0 + j = t_j \end{cases} = S_t(t_j),$$

la expresión anterior es equivalente a:

$$\phi(B)Y_t = (c_0 + c_1B + \dots + c_mB^m)S_t(t_0) + \theta(B)\epsilon_t = c(B)S_t(t_0) + \theta(B)\epsilon_t,$$

donde $c(B)$ describe el efecto de la variable escalón y corresponde a una función de transferencia.

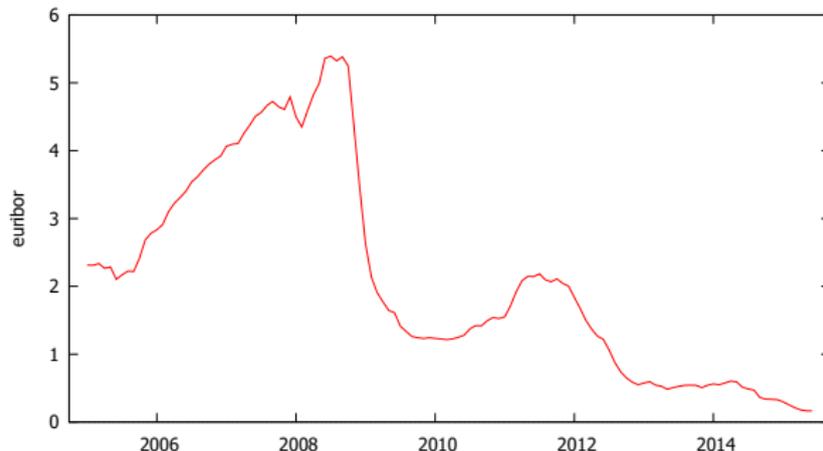
Finalmente, el efecto total de la variable escalón, $\sum_{j=0}^m c_j$, recibe el nombre de ganancia de la función de transferencia.

Índice

- 1 Análisis unidimensional de Series Temporales
 - Identificación de modelos
 - Diagnóstico de modelos
 - Selección de modelos
 - Tratamiento con GRET
 - Consumo de energía
 - Tasa de paro
- 2 Modelos de Función de Transferencia
 - Variables impulso
 - Variables escalón
 - Tratamiento con GRET: euribor
- 3 Análisis multidimensional de Series Temporales
 - Tratamiento con GRET
 - Consumo de energía y renta per cápita
- 4 Referencias

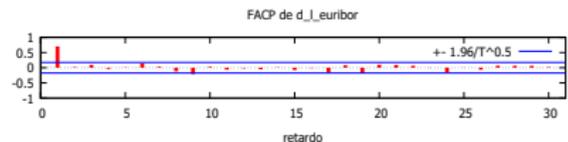
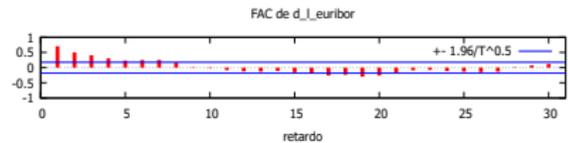
Euribor: estacionariedad

Serie mensual del EURIBOR desde enero de 2005 a junio de 2015: no es estacionario ni en media ni en varianza (p-valor asociado al gráfico rango media igual a 0.0294406).



Euribor: identificación

La representación de las primeras diferencias del logaritmo del euribor (izquierda) puede parecer que el proceso es estacionario, por lo que calculamos su correlograma (derecha). Aunque la FAC no parece decrecer hacia cero, consideremos que tenemos un AR(1).



Euribor: ARIMA(1,1,0) para $\ln E$

Modelo válido (Ljung-Box p-valor = 0.185, m=30)

Modelo 1: ARIMA, usando las observaciones 2005:02–2015:06 ($T = 125$)

Variable dependiente: $(1 - L)\text{euribor}$

Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

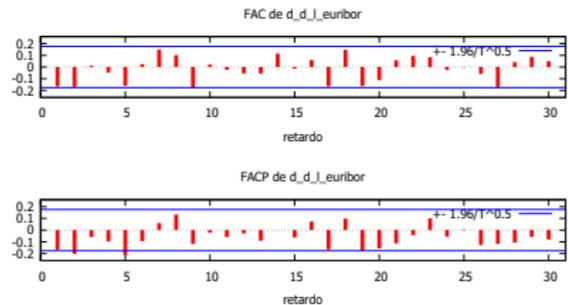
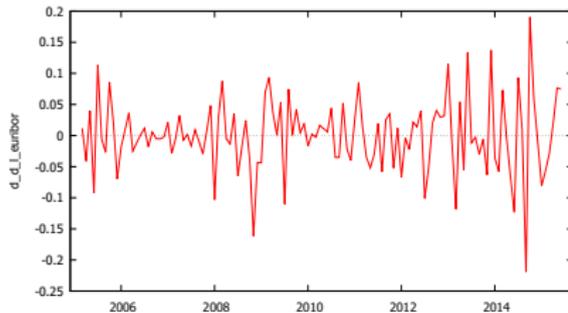
	Coefficiente	Desv. Típica	z	valor p
ϕ_1	0.718896	0.0609163	11.80	0.0000
Media de la vble. dep.	-0.021217	D.T. de la vble. dep.		0.075646
media innovaciones	-0.006034	D.T. innovaciones		0.053955
Log-verosimilitud	187.2203	Criterio de Akaike		-370.4406
Criterio de Schwarz	-364.7840	Hannan-Quinn		-368.1426

		Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia	
AR						
	Raíz	1	1,3910	0,0000	1,3910	0,0000

$$(1 - 0,718 \cdot B)\nabla \ln E_t = \varepsilon_t$$

Euribor: identificación

¿Y si hacemos segundas diferencias? La estacionariedad en media más clara, pero la interpretación del correlograma...



AR(2), MA(2), ARMA(1,1)

Euribor: ARIMA(2,2,0) para $\ln E$

Modelo NO válido (Ljung-Box p-valor = 0.011, m=30)

Modelo 2: ARIMA, usando las observaciones 2005:03–2015:06 ($T = 124$)

Variable dependiente: $(1 - L)^2 \text{I.euribor}$
 Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

		Coefficiente	Desv. Típica	z	valor p
	ϕ_1	-0.205502	0.0884022	-2.325	0.0201
	ϕ_2	-0.210053	0.0886718	-2.369	0.0178
Media de la vble. dep.		-0.000091	D.T. de la vble. dep.		0.058571
media innovaciones		-0.000513	D.T. innovaciones		0.056234
Log-verosimilitud		180.8930	Criterio de Akaike		-355.7860
Criterio de Schwarz		-347.3252	Hannan-Quinn		-352.3490

			Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia
AR						
	Raíz	1	-0,4892	-2,1264	2,1819	-0,2860
	Raíz	2	-0,4892	2,1264	2,1819	0,2860

Euribor: ARIMA(0,2,2) para $\ln E$

Modelo válido (Ljung-Box p-valor = 0.078, m=30)

Modelo 3: ARIMA, usando las observaciones 2005:03–2015:06 ($T = 124$)

Variable dependiente: $(1 - L)^2 \ln \text{euribor}$
 Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

	Coefficiente	Desv. Típica	z	valor p
θ_1	-0.272585	0.0874258	-3.118	0.0018
θ_2	-0.255260	0.0904522	-2.822	0.0048
Media de la vble. dep.	-0.000091	D.T. de la vble. dep.	0.058571	
media innovaciones	-0.001213	D.T. innovaciones	0.055333	
Log-verosimilitud	182.8159	Criterio de Akaike	-359.6319	
Criterio de Schwarz	-351.1710	Hannan-Quinn	-356.1949	

		Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia
MA					
	Raíz 1	1,5161	0,0000	1,5161	0,0000
	Raíz 2	-2,5840	0,0000	2,5840	0,5000

$$\nabla^2 \ln E_t = (1 - 0,272 \cdot B - 0,255 \cdot B^2) \varepsilon_t$$

Euribor: ARIMA(1,2,1) para $\ln E$

Modelo NO válido (no invertible): la raíz unitaria indica que se han diferenciado más veces de las necesarias, nos conduce al ARIMA(1,1,0)

Modelo 4: ARIMA, usando las observaciones 2005:03–2015:06 ($T = 124$)

Variable dependiente: $(1 - L)^2 \ln_{euribor}$
 Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

			Coefficiente	Desv. Típica	z	valor p
	const		-0.000646827	0.000385621	-1.677	0.0935
	ϕ_1		0.673525	0.0679960	9.905	0.0000
	θ_1		-1.00000	0.0220392	-45.37	0.0000
Media de la vble. dep.			-0.000091	D.T. de la vble. dep.		0.058571
media innovaciones			0.000375	D.T. innovaciones		0.053275
Log-verosimilitud			186.0433	Criterio de Akaike		-364.0865
Criterio de Schwarz			-352.8054	Hannan-Quinn		-359.5039

			Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia
AR						
	Raíz	1	1,4847	0,0000	1,4847	0,0000
MA						
	Raíz	1	1,0000	0,0000	1,0000	0,0000

¡Estimar el modelo sin constante! Raíz = 1.02 muy cercana a 1

Euribor: ARMAX

Atendiendo a los criterios de selección de modelos nos quedamos con el modelo ARIMA(1,1,0).

Modelo (ln E)	AIC	BIC	HQ
ARIMA(1,1,0)	-370.4406	-364.784	-368.1426
ARIMA(0,2,2)	-359.63	-351.171	-356.194

Este será el modelo de partida para el ARMAX: en la representación del euribor se observa un cambio de tendencia alrededor de 2009, lo cual apunta al inicio de la crisis económica. Mirando los datos, la serie empieza a decrecer a partir de septiembre de 2008. Luego consideramos la variable escalón:

$$S_t(46) = \begin{cases} 0, & t < 46 \\ 1, & t \geq 46 \end{cases}$$

Esta variable se introducirá en la ventana de REGRESORES.

Euribor: ARMAX

Modelo válido (Ljung-Box p-valor = 0.1, m=30) y preferible al ARIMA(1,1,0)

Modelo 5: ARMAX, usando las observaciones 2005:03–2015:06 ($T = 124$)
 Variable dependiente: $(1 - L)l_{euribor}$

	Coefficiente	Desv. Típica	z	valor p
ϕ_1	0.656369	0.0681204	9.635	0.0000
S	-0.0150285	0.00662305	-2.269	0.0233
Media de la vble. dep.	-0.021381	D.T. de la vble. dep.	0.075930	
media innovaciones	0.002410	D.T. innovaciones	0.053495	
Log-verosimilitud	188.1525	Criterio de Akaike	-372.3050	
Criterio de Schwarz	-366.6645	Hannan-Quinn	-370.0137	

	Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia
AR				
Raíz	1	1,5235	0,0000	1,5235
				0,0000

$$(1 - 0,656 \cdot B)\nabla \ln E_t = -0,01502 \cdot S_t(46) + \varepsilon_t$$

Euribor: capacidad predictiva

Reservando las 5 últimas observaciones para ver la capacidad predictiva de cada modelo, también es preferible el modelo ARMAX.

Modelo ($\ln E$)	EAM	ECM
ARIMA(1,1,0)	0.29944	0.1058
ARMAX	0.2463	0.0701

El coeficiente de la variable escalón (que representa a la crisis económica) es significativamente distinto de cero y tiene signo negativo, por tanto, esta variable influye negativamente en el euribor. Es decir, la crisis económica ha influido en la disminución del euribor.

Índice

- 1 **Análisis unidimensional de Series Temporales**
 - Identificación de modelos
 - Diagnóstico de modelos
 - Selección de modelos
 - Tratamiento con GRET
 - Consumo de energía
 - Tasa de paro
- 2 **Modelos de Función de Transferencia**
 - Variables impulso
 - Variables escalón
 - Tratamiento con GRET: euribor
- 3 **Análisis multidimensional de Series Temporales**
 - Tratamiento con GRET
 - Consumo de energía y renta per cápita
- 4 **Referencias**

Análisis multidimensional de Series Temporales

Los modelos multivariantes de series temporales analizan conjuntamente dos o más series temporales por lo que son la generalización del análisis unidimensional.

Los modelos comúnmente usados son los autorregresivos vectoriales, *VAR*, y ello, por diversas razones: primero, el modelo es relativamente fácil de estimar ya que se puede estimar por el método de mínimos cuadrados; segundo, las propiedades de los modelos *VAR* han sido estudiadas extensivamente.

Muchos de los procedimientos usados para realizar inferencia en la regresión lineal multivariante se aplican a los modelos *VAR*, así por ejemplo, cada ecuación se estima por MCO.

Una de las ventajas de los modelos *VAR* sobre otro tipo de modelizaciones es su capacidad predictiva.

Análisis multidimensional de Series Temporales

El modelo vectorial autorregresivo con p retardos, $VAR(p)$, para dos variables puede expresarse como:

$$\begin{aligned}X_t &= \delta_1 + \alpha_{11}X_{t-1} + \cdots + \alpha_{1p}X_{t-p} + \beta_{11}Y_{t-1} + \cdots + \beta_{1p}Y_{t-p} + a_{1t} \\Y_t &= \delta_2 + \alpha_{21}X_{t-1} + \cdots + \alpha_{2p}X_{t-p} + \beta_{21}Y_{t-1} + \cdots + \beta_{2p}Y_{t-p} + a_{2t},\end{aligned}$$

donde α_{ij} y β_{ij} representan los coeficientes de los procesos X e Y , respectivamente, en la ecuación i y el retardo j con $i = 1, 2$ y $j = 1, \dots, p$. Además, a_{1t} y a_{2t} son dos series independientes e idénticamente distribuidas con media cero.

Análisis multidimensional de Series Temporales

Si $p = 1$ se tiene:

$$\begin{aligned}X_t &= \delta_1 + \alpha_{11}X_{t-1} + \beta_{11}Y_{t-1} + a_{1t}, \\Y_t &= \delta_2 + \alpha_{21}X_{t-1} + \beta_{21}Y_{t-1} + a_{2t}.\end{aligned}$$

O equivalentemente:

$$\begin{pmatrix} X_t \\ Y_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \beta_{11} \\ \alpha_{21} & \beta_{21} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_{t-1} \\ Y_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{pmatrix}$$

El VAR(1) es estacionario si los autovalores de $\begin{pmatrix} \alpha_{11} & \beta_{11} \\ \alpha_{21} & \beta_{21} \end{pmatrix}$ son menores que 1 en módulo.

Análisis multidimensional de Series Temporales

Para $p = 2$:

$$\begin{aligned} X_t &= \delta_1 + \alpha_{11}X_{t-1} + \alpha_{12}X_{t-2} + \beta_{11}Y_{t-1} + \beta_{12}Y_{t-2} + a_{1t}, \\ Y_t &= \delta_2 + \alpha_{21}X_{t-1} + \alpha_{22}X_{t-2} + \beta_{21}Y_{t-1} + \beta_{22}Y_{t-2} + a_{2t}. \end{aligned}$$

O equivalentemente:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} X_t \\ Y_t \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \beta_{11} \\ \alpha_{21} & \beta_{21} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_{t-1} \\ Y_{t-1} \end{pmatrix} \\ &\quad + \begin{pmatrix} \alpha_{12} & \beta_{12} \\ \alpha_{22} & \beta_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_{t-2} \\ Y_{t-2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

La condición de estacionariedad consiste en escribir este VAR(2) como un VAR(1) y aplicar el resultado anterior.

Análisis multidimensional de Series Temporales

Entonces, teniendo en cuenta que para $j = 1, \dots, p$:

$$\boldsymbol{\Phi}_0 = \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\Phi}_j = \begin{pmatrix} \alpha_{1j} & \beta_{1j} \\ \alpha_{2j} & \beta_{2j} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Z}_t = \begin{pmatrix} X_t \\ Y_t \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_t = \begin{pmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{pmatrix},$$

el modelo $VAR(p)$ para las series X e Y se puede expresar matricialmente como:

$$\mathbf{Z}_t = \boldsymbol{\Phi}_0 + \boldsymbol{\Phi}_1 \mathbf{Z}_{t-1} + \dots + \boldsymbol{\Phi}_p \mathbf{Z}_{t-p} + \mathbf{a}_t = \boldsymbol{\Phi}_0 + \sum_{i=1}^p \boldsymbol{\Phi}_i \mathbf{Z}_{t-i} + \mathbf{a}_t.$$

La extensión a más de dos variables es inmediata.

Análisis multidimensional de ST: estacionariedad

La representación $VAR(1)$ del modelo $VAR(p)$ es:

$$\Upsilon_t = \Xi_0 + \Xi_1 \Upsilon_{t-1} + b_t,$$

donde:

$$\Upsilon_t = \begin{pmatrix} Z_t \\ Z_{t-1} \\ \vdots \\ Z_{t-p+1} \end{pmatrix}, \quad \Xi_0 = \begin{pmatrix} \Phi_0 \\ \mathbf{0}_{q \times 1} \\ \vdots \\ \mathbf{0}_{q \times 1} \end{pmatrix},$$

$$\Xi_1 = \begin{pmatrix} \Phi_1 & \Phi_2 & \cdots & \Phi_{p-1} & \Phi_p \\ I_{q \times q} & \mathbf{0}_{q \times q} & \cdots & \mathbf{0}_{q \times q} & \mathbf{0}_{q \times q} \\ \mathbf{0}_{q \times q} & I_{q \times q} & \cdots & \mathbf{0}_{q \times q} & \mathbf{0}_{q \times q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0}_{q \times q} & \mathbf{0}_{q \times q} & \cdots & I_{q \times q} & \mathbf{0}_{q \times q} \end{pmatrix}, \quad b_t = \begin{pmatrix} a_t \\ \mathbf{0}_{q \times 1} \\ \vdots \\ \mathbf{0}_{q \times 1} \end{pmatrix}.$$

Entonces, la condición necesaria y suficiente para estacionariedad de Υ y, por tanto, de Z_t , es que los autovalores de Ξ_1 sean menores que 1 en valor absoluto.

Análisis multidimensional de ST: identificación de p

Test de razón de verosimilitud

Dado el contraste con hipótesis nula, H_0 , el orden del VAR es p_1 frente a la alternativa, H_1 , el orden del VAR es p_2 , donde $p_1 < p_2$, se tiene que se rechaza la hipótesis nula si el valor experimental:

$$(T - m) \cdot \left(\ln \left(|\hat{\Sigma}_{p_1}| \right) - \ln \left(|\hat{\Sigma}_{p_2}| \right) \right),$$

es mayor que el valor teórico de una χ_r^2 siendo:

- r el número de parámetros de menos que hay que estimar en el modelo de la hipótesis nula frente al de la hipótesis alternativa,
- m es el número de parámetros a estimar bajo la hipótesis alternativa,
- $|\hat{\Sigma}_{p_1}|$ y $|\hat{\Sigma}_{p_2}|$ son los determinantes de las estimaciones de las matrices de varianzas-covarianzas de los residuos de cada modelo.

Análisis multidimensional de ST: identificación de p

Otra opción para seleccionar el orden adecuado para el VAR es usar los distintos criterios de información: Akaike, Schwarz o Hannan-Quinn. Así, dado un criterio, se elegirá como orden idóneo del VAR el de aquel modelo que presente un menor valor. Evidentemente, el orden del VAR seleccionado puede ser distinto en función del criterio de información usado.

Criterios de selección de modelos

Teniendo en cuenta que $\mathcal{L} = -\frac{T}{2} \cdot (1 + \ln(2 \cdot \pi) - \ln(T)) - \frac{T}{2} \cdot \ln(SCR)$, donde T es el número de observaciones disponibles, se recuerda que:

- El criterio de Akaike responde a la expresión: $AIC = -2 \cdot \mathcal{L} + 2 \cdot p$,
- el de Schwarz a: $BIC = -2 \cdot \mathcal{L} + p \cdot \ln(T)$,
- y el de Hannan-Quinn a: $HQC = -2 \cdot \mathcal{L} + 2 \cdot p \cdot \ln(\ln(T))$,

donde p corresponde al orden considerado en principio para el modelo VAR.

Análisis multidimensional de ST: causalidad de Granger

El objetivo del análisis de causalidad de Granger es determinar si los retardos de una variable influyen en otra y, por tanto, son útiles para explicarla. Por ejemplo, dado el modelo:

$$X_t = \delta_1 + \alpha_{11}X_{t-1} + \dots + \alpha_{1p}X_{t-p} + \beta_{11}Y_{t-1} + \dots + \beta_{1p}Y_{t-p} + a_{1t},$$

$$Y_t = \delta_2 + \alpha_{21}X_{t-1} + \dots + \alpha_{2p}X_{t-p} + \beta_{21}Y_{t-1} + \dots + \beta_{2p}Y_{t-p} + a_{2t},$$

se tiene que:

- Si los coeficientes β_{1j} (primera ecuación) son significativamente distintos de cero desde el punto de vista estadístico, mientras que los α_{2j} (segunda ecuación) no lo son, $j = 1, \dots, p$, se dice que hay causalidad en el sentido de Granger de Y hacia X .
- Si los coeficientes α_{2j} (segunda ecuación) son significativamente distintos de cero desde el punto de vista estadístico, mientras que los β_{1j} (primera ecuación) no lo son, $j = 1, \dots, p$, se dice que hay causalidad en el sentido de Granger de X hacia Y .

Análisis multidimensional de ST: causalidad de Granger

$$\begin{aligned}X_t &= \delta_1 + \alpha_{11}X_{t-1} + \cdots + \alpha_{1p}X_{t-p} + \beta_{11}Y_{t-1} + \cdots + \beta_{1p}Y_{t-p} + a_{1t}, \\Y_t &= \delta_2 + \alpha_{21}X_{t-1} + \cdots + \alpha_{2p}X_{t-p} + \beta_{21}Y_{t-1} + \cdots + \beta_{2p}Y_{t-p} + a_{2t},\end{aligned}$$

- Si ambos conjuntos de parámetros son estadísticamente significativos (distintos de cero), entonces se dice que hay causalidad en el sentido de Granger bidireccional.
- Si ninguno de los dos conjuntos es estadísticamente significativo (distinto de cero), entonces se dice que no hay ninguna relación de causalidad. En este caso, se deberían analizar las series de forma individual siguiendo un planteamiento unidimensional.

Extender estos conceptos al caso de más de dos variables es inmediato.

Análisis multidimensional de ST: respuesta al impulso

Puesto que los coeficientes del VAR son difíciles de interpretar individualmente, para analizar la respuesta de una variable dependiente se estudia la función de respuesta al impulso.

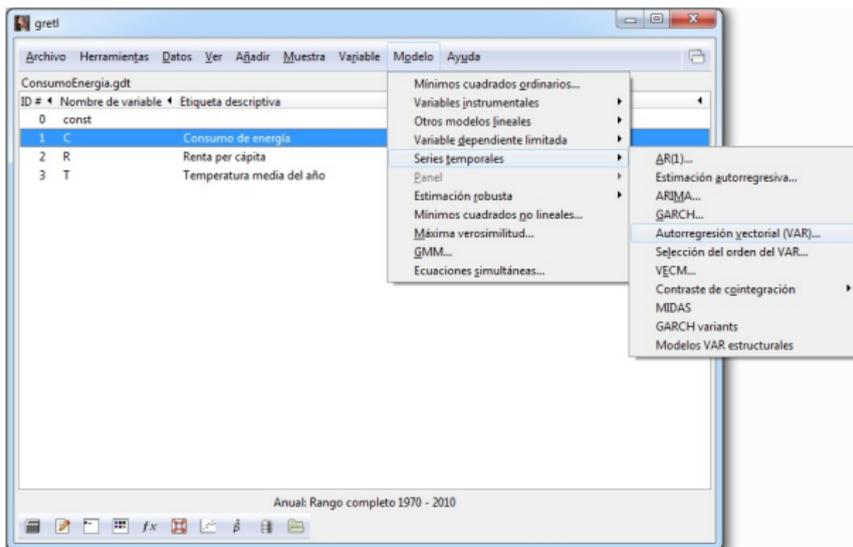
El objetivo del análisis de la respuesta a un impulso radica en estudiar cómo afecta al análisis realizado una distorsión en los datos. Es decir, calcular los efectos (incremento o disminución) a lo largo del tiempo ocasionados por una distorsión en las perturbaciones del sistema. La distorsión corresponde a un aumento de una desviación estándar en una de las perturbaciones del modelo. Es decir, la distorsión en la ecuación i consiste en la raíz cuadrada del elemento (i, i) de la diagonal principal de la matriz de varianzas-covarianzas.

Índice

- 1 **Análisis unidimensional de Series Temporales**
 - Identificación de modelos
 - Diagnóstico de modelos
 - Selección de modelos
 - Tratamiento con GRET
 - Consumo de energía
 - Tasa de paro
- 2 **Modelos de Función de Transferencia**
 - Variables impulso
 - Variables escalón
 - Tratamiento con GRET: euribor
- 3 **Análisis multidimensional de Series Temporales**
 - Tratamiento con GRET
 - Consumo de energía y renta per cápita
- 4 **Referencias**

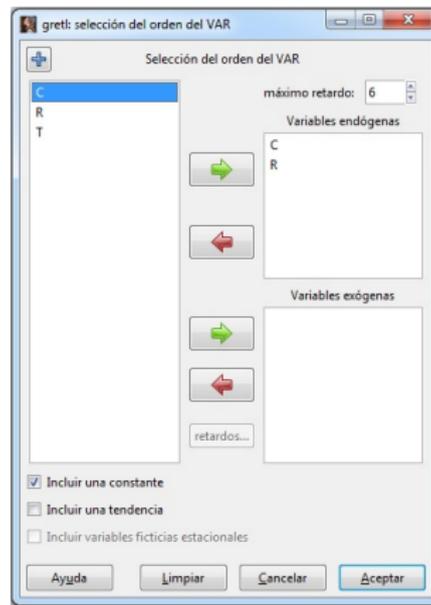
Tratamiento con GRET

Para determinar el orden idóneo del VAR seleccionar la opción *Selección del orden del VAR...* del menú *Modelo – Series temporales*. Para estimarlo *Autorregresión vectorial (VAR)...*



Tratamiento con GRET

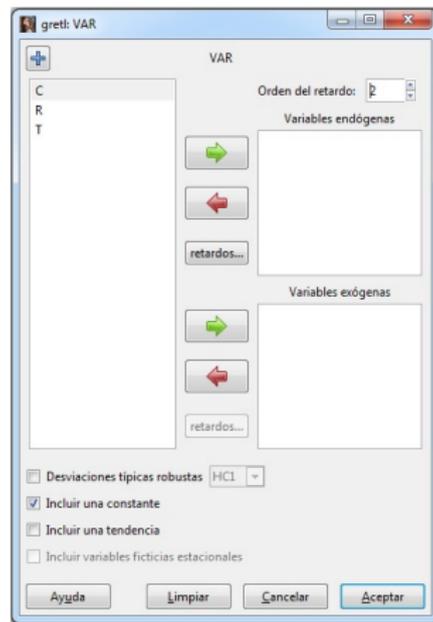
Para la selección del valor de p , en la ventana correspondiente a *Variables endógenas* hay que introducir las variables a analizar y en *máximo retardo* el número máximo de retardos que queremos considerar.



Tratamiento con GRET

Para la estimación, en la ventana correspondiente a *Variables endógenas* hay que introducir las variables a analizar y en *Orden del retardo* el valor de p obtenido en el paso anterior.

Si se quiere realizar un VARX, las variables exógenas se introducen en *Variables exógenas*.



Tratamiento con GRET

Una vez obtenida las estimación, a partir del menú *Análisis* se puede obtener la predicción para cada serie (de manera análoga al caso unidimensional) y la respuesta al impulso.

gretl: autorregresión vectorial

Archivo Editar Contrastes Guardar Gráficos **Análisis** LaTeX

Sistema VAR, orden del retardo 2
 estimaciones de MCO, observaciones
 Log-verosimilitud = -648.8087
 Determinante de la matriz de covarianzas = 1.20548
 AIC = 33.7851
 BIC = 34.2116
 HQC = 33.9381
 Contraste Portmanteau: LB(9) = 22.3667, q1 = 28 [0.7640]

Ecuación 1: C

	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	valor p
const	1569.40	1663.89	0.9432	0.3522
C_1	-0.532762	0.192918	-2.762	0.0092 ***
C_2	0.148618	0.191614	0.7748	0.4438
R_1	7.28374	1.11192	6.551	1.68e-07 ***
R_2	-2.43871	1.20548	-2.023	0.0510 **

Media de la vble. dep. 71632.10 D.T. de la vble. dep. 21227.12
 Suma de cuad. residuos 2.87e+08 D.T. de la regresión 2903.125
 R-cuadrado 0.983264 R-cuadrado corregido 0.981295
 F(4, 34) 499.3954 Valor p (de F) 1.12e-29
 rho -0.051115 Durbin-Watson 2.097713

Contrastes F de restricciones cero:

Todos los retardos de C	F(2, 34) =	9.3228 [0.0006]
Todos los retardos de R	F(2, 34) =	21.946 [0.0000]
Todas las variables, retardo 2	F(2, 34) =	2.2087 [0.1254]

El menú 'Análisis' está abierto, mostrando 'Predicciones' como opción seleccionada. Las subopciones de 'Predicciones' son: 'Representar los residuos, todas las ecuaciones', 'Matriz de covarianzas cruzadas entre ecuaciones', 'Respuestas al impulso' y 'Descomposición de la varianza de predicción'. El submenú 'C' está abierto, mostrando 'R'.

Índice

- 1 **Análisis unidimensional de Series Temporales**
 - Identificación de modelos
 - Diagnóstico de modelos
 - Selección de modelos
 - Tratamiento con GRET
 - Consumo de energía
 - Tasa de paro
- 2 **Modelos de Función de Transferencia**
 - Variables impulso
 - Variables escalón
 - Tratamiento con GRET: euribor
- 3 **Análisis multidimensional de Series Temporales**
 - Tratamiento con GRET
 - Consumo de energía y renta per cápita
- 4 **Referencias**

Consumo de energía y renta per cápita: identificación p

Atendiendo a los criterios de selección de modelos se tendría que $p = 2$ independientemente del criterio usado.

greti: selección del orden del VAR

Sistema VAR, máximo orden de retardos 6

Los asteriscos de abajo indican los mejores (es decir, los mínimos) valores de cada criterio de información, AIC = criterio de Akaike, BIC = criterio bayesiano de Schwarz y HQC = criterio de Hannan-Quinn.

retardos	log.veros	p(RV)	AIC	BIC	HQC
1	-589.80800		34.046171	34.312803	34.138212
2	-581.62098	0.00256	33.806913*	34.251298*	33.960315*
3	-579.49604	0.37324	33.914059	34.536199	34.128822
4	-577.90368	0.52740	34.051639	34.851532	34.327762
5	-575.11204	0.23250	34.120688	35.098335	34.458171
6	-572.04127	0.18882	34.173787	35.329188	34.572631

Consumo de energía y renta per cápita: estimación

Sistema VAR, orden del retardo 2
 estimaciones MCO, observaciones 1972–2010 ($T = 39$)

Log-verosimilitud = -648.809

Determinante de la matriz de covarianzas = 9.66055e+011

AIC = 33,7851, BIC = 34,2116, HQC = 33,9381

Contraste Portmanteau: LB(9) = 22.3667, gl = 28 [0.7640]

Ecuación 1: C

	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	valor p
const	1569.40	1663.89	0.9432	0.3522
C_{t-1}	-0.532762	0.192918	-2.7616	0.0092
C_{t-2}	0.148618	0.191814	0.7748	0.4438
R_{t-1}	7.28374	1.11192	6.5506	0.0000
R_{t-2}	-2.43871	1.20545	-2.0231	0.0510
Media de la vble. dep.	71632.10	D.T. de la vble. dep.	21227.12	
Suma de cuad. residuos	2.87e+08	D.T. de la regresión	2903.125	
R^2	0.983264	R^2 corregido	0.981295	
$F(4, 34)$	499.3954	Valor p (de F)	1.12e-29	
$\hat{\rho}$	-0.051115	Durbin-Watson	2.097713	

Contrastes F de restricciones cero

Todos los retardos de C	$F(2, 34) = 9,32282$	[0.0006]
Todos los retardos de R	$F(2, 34) = 21,946$	[0.0000]
Todas las variables, retardo 2	$F(2, 34) = 2,20866$	[0.1254]

Consumo de energía y renta per cápita: estimación

Ecuación 2: R

	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	valor p
const	211.517	252.811	0.8367	0.4086
C_{t-1}	0.00478339	0.0293120	0.1632	0.8713
C_{t-2}	0.00182797	0.0291442	0.0627	0.9504
R_{t-1}	1.57059	0.168945	9.2964	0.0000
R_{t-2}	-0.594706	0.183156	-3.2470	0.0026
Media de la vble. dep.	20294.06	D.T. de la vble. dep.	6002.611	
Suma de cuad. residuos	6615379	D.T. de la regresión	441.1009	
R^2	0.995168	R^2 corregido	0.994600	
$F(4, 34)$	1750.753	Valor p (de F)	7.64e-39	
$\hat{\rho}$	0.066676	Durbin-Watson	1.808813	

Contrastes F de restricciones cero

Todos los retardos de C	$F(2, 34) = 0,0148119$	[0.9853]
Todos los retardos de R	$F(2, 34) = 43,6986$	[0.0000]
Todas las variables, retardo 2	$F(2, 34) = 8,15111$	[0.0013]

Para el sistema en conjunto —

Hipótesis nula: el retardo más largo es 1

Hipótesis alternativa: el retardo más largo es 2

Contraste de razón de verosimilitudes: $\chi_4^2 = 16.090$ [0.0029]

Consumo de energía y renta per cápita: identificación p

Al final de la estimación se nos proporciona la información correspondiente al test de razón de verosimilitudes para seleccionar el valor de p :

Hipótesis nula: el retardo más largo es 1

Hipótesis alternativa: el retardo más largo es 2

Contraste de razón de verosimilitudes: $\chi_4^2 = 16.090$ [0.0029]

Si estimamos un VAR(3) se tiene que:

Hipótesis nula: el retardo más largo es 2

Hipótesis alternativa: el retardo más largo es 3

Contraste de razón de verosimilitudes: $\chi_4^2 = 5.97552$ [0.2010]

En el primer caso se rechaza la hipótesis nula (p -valor = 0.0029 < 0.05), mientras que en el segundo no (p -valor = 0.2010 > 0.05). Luego $p = 2$.

Consumo de energía y renta per cápita: estimación

Estimación VAR(2) (repetirla sin la cte):

$$\begin{aligned}\hat{C}_t &= 1569,4 - 0,532C_{t-1} + 0,148C_{t-2} + 7,283R_{t-1} - 2,438R_{t-2}, \\ \hat{R}_t &= 211,51 + 0,00478C_{t-1} + 0,0018C_{t-2} + 1,57R_{t-1} - 0,594R_{t-2}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} \hat{C}_t \\ \hat{R}_t \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1569,4 \\ 211,51 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0,532 & 7,283 \\ 0,00478 & 1,57 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_{t-1} \\ R_{t-1} \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} 0,148 & -2,438 \\ 0,0018 & -0,594 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_{t-2} \\ R_{t-2} \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Representación VAR(1) del VAR(2):

$$\begin{pmatrix} C_t \\ R_t \\ C_{t-1} \\ R_{t-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1569,4 \\ 211,51 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0,532 & 7,283 & 0,148 & -2,438 \\ 0,00478 & 1,57 & 0,0018 & -0,594 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_{t-1} \\ R_{t-1} \\ C_{t-2} \\ R_{t-2} \end{pmatrix}$$

Consumo de energía y renta per cápita: causalidad de Granger

Ecuación 1 (variable dependiente C)

Todos los retardos de R : $F(2, 34) = 21.946$ [p-valor = 0.0000]

Rechazo que todos los retardos de R sean cero de forma simultánea

Ecuación 2 (variable dependiente R)

Todos los retardos de C : $F(2, 34) = 0.0148119$ [p-valor = 0.9853]

No rechazo que todos los retardos de C sean cero de forma simultánea

Por tanto, los retardos de la renta per cápita influyen en el consumo de energía pero los del consumo no lo hacen en los de la renta per cápita: hay causalidad de Granger de la renta per cápita hacia el consumo energético.

Consumo de energía y renta per cápita: respuesta al impulso

Respuestas a un shock de tamaño una desviación típica en C

periodo	C	R
1	2386.47	0.000000
2	-1271.42	11.4154
3	1115.18	16.2096
4	-692.854	21.6801
5	653.244	23.1350

Se observa como la renta per cápita aumenta ante variaciones en el consumo energético equivalentes a una distorsión de $\sqrt{7,3476 \cdot 10^{65}}$ unidades. Para el consumo energético no hay un patrón claro.

⁵Información obtenida de la opción *Matriz de covarianzas cruzadas entre ecuaciones* del menú *Análisis* de la ventana de resultados.

Consumo de energía y renta per cápita: respuesta al impulso

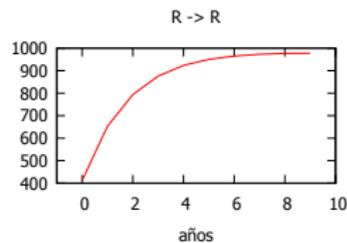
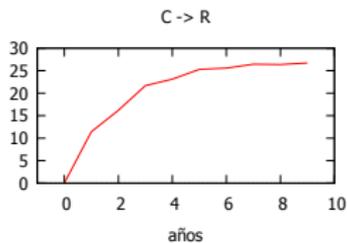
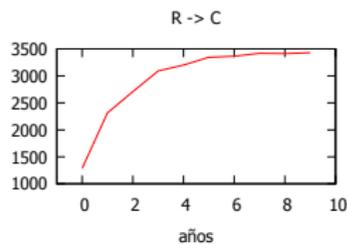
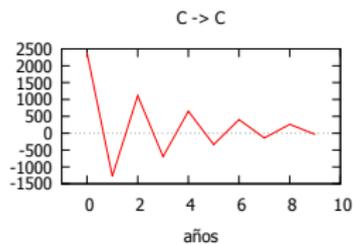
Respuestas a un shock de tamaño una desviación típica en R

periodo	C	R
1	1285.45	411.856
2	2315.01	653.005
3	2709.61	794.094
4	3091.96	876.044
5	3199.72	923.396

Se observa como el consumo energético y la renta per cápita aumenta ante variaciones en la renta per cápita equivalentes a una distorsión de $\sqrt{1,6963 \cdot 10^5}$ unidades.

Consumo de energía y renta per cápita: respuesta al impulso

En la ventana de resultados, se pueden obtener gráficamente las distintas respuestas al impulso de manera individual o conjunta a partir del menú *Gráficos*.



Consumo de energía y renta per cápita: predicción

Ignorando la falta de estacionariedad, vamos a realizar predicción (de forma análoga al caso unidimensional)

Para intervalos de confianza 95 %, $t(34, ,0,025) = 2,032$

Observaciones	C	predicción	Desv. Típica	Intervalo de 95 %	
1991	73285.3	73222.2	.	.	.
1992	71538.8	67494.8	.	.	.
1993	69615.0	69373.2	.	.	.
1994	69312.8	66394.2	.	.	.
1995	71564.4	70837.5	.	.	.
1996	72613.0	72924.4	.	.	.
.
.
.
2004	99300.6	97586.4	.	.	.
2005	99578.3	101691.	.	.	.
2006	108297.	106964.	.	.	.
2007	107346.	108200.	.	.	.
2008	106603.	115649.	.	.	.
2009	106551.	107472.	.	.	.
2010	107345.	107391.	.	.	.
2011		109073.	2710.65	103565.	114582.
2012		109977.	3784.63	102286.	117668.
2013		111663.	4786.34	101936.	121390.

Consumo de energía y renta per cápita: predicción

Comparación con el modelo unidimensional: mejor comportamiento del VAR ya que tiene menor EAM y ECM.

Observación	Estimación unidimensional	Estimación multidimensional	Error unidimensional	Error multidimensional
73285.3	73379	73222.2	-93.7	63.1
71538.8	68854.2	67494.8	2684.6	4044
69615	75576.1	69373.2	-5961.1	241.8
69312.8	73777.1	66394.2	-4464.3	2918.6
71564.4	72333.2	70837.5	-768.8	726.9
72613	72786.8	72924.4	-173.8	-311.4
75636.3	74682.4	74652.8	953.9	983.5
78974.3	76315.4	77940.5	2658.9	1033.8
85057.3	79431.8	82745.9	5625.5	2311.4
85031.6	83582.2	86000.7	1449.4	-969.1
94948.9	87857.4	92671.6	7091.5	2277.3
94976.1	90774.2	90898.4	4201.9	4077.7
98202.7	97764.6	95012.6	438.1	3190.1
99300.6	98738.6	97586.4	562	1714.2
99578.3	101335	101691	-1756.7	-2112.7
108297	102190	106964	6107	1333
107346	104966	108200	2380	-854
106603	110823	115649	-4220	-9046
106551	109934	107472	-3383	-921
107345	109395	107391	-2050	-46
		EAM	2851.21	1958.78
		ECM	12649151.69	7922841.768

Consumo de energía y renta per cápita: VARX

Sistema VAR, orden del retardo 2
 estimaciones MCO, observaciones 1972–2010 ($T = 39$)

Log-verosimilitud = -648.169

Determinante de la matriz de covarianzas = 9.34901e+011

AIC = 33,7523, BIC = 34,1788, HQC = 33,9053

Contraste Portmanteau: LB(9) = 24.3186, gl = 28 [0.6646]

Ecuación 1: C

	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	valor p
C_{t-1}	-0.527346	0.188454	-2.7983	0.0084
C_{t-2}	0.169926	0.186825	0.9095	0.3695
R_{t-1}	7.21367	1.09361	6.5962	0.0000
R_{t-2}	-2.47069	1.18072	-2.0925	0.0439
T	77.4859	52.8306	1.4667	0.1517
Media de la vble. dep.	71632.10	D.T. de la vble. dep.	21227.12	
Suma de cuad. residuos	2.77e+08	D.T. de la regresión	2852.022	
R^2	0.998727	R^2 corregido	0.998577	
$F(5, 34)$	5334.649	Valor p (de F)	3.55e-48	
$\hat{\rho}$	-0.038730	Durbin-Watson	2.071072	

Contrastes F de restricciones cero

Todos los retardos de C	$F(2, 34) = 9,96333$	[0.0004]
Todos los retardos de R	$F(2, 34) = 22,2076$	[0.0000]
Todas las variables, retardo 2	$F(2, 34) = 2,2866$	[0.1170]

Consumo de energía y renta per cápita: VARX

Ecuación 2: R

	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	valor p
C_{t-1}	0.00701049	0.0293660	0.2387	0.8127
C_{t-2}	0.00491038	0.0291121	0.1687	0.8671
R_{t-1}	1.56812	0.170413	9.2018	0.0000
R_{t-2}	-0.604850	0.183987	-3.2875	0.0024
T	3.53027	8.23236	0.4288	0.6708
Media de la vble. dep.	20294.06	D.T. de la vble. dep.	6002.611	
Suma de cuad. residuos	6715258	D.T. de la regresión	444.4183	
R^2	0.999615	R^2 corregido	0.999569	
$F(5, 34)$	17644.47	Valor p (de F)	5.31e-57	
$\hat{\rho}$	0.060119	Durbin-Watson	1.815496	

Contrastes F de restricciones cero

Todos los retardos de C	$F(2, 34) = 0,0287395$	[0.9717]
Todos los retardos de R	$F(2, 34) = 42,7565$	[0.0000]
Todas las variables, retardo 2	$F(2, 34) = 7,98589$	[0.0014]

Para el sistema en conjunto —

Hipótesis nula: el retardo más largo es 1

Hipótesis alternativa: el retardo más largo es 2

Contraste de razón de verosimilitudes: $\chi_4^2 = 16.032$ [0.0030]

Consumo de energía y renta per cápita: VARX

Usando los criterios de información vuelve a salir $p = 2$. La estimación corresponde a:

$$\begin{aligned}\hat{C}_t &= -0,527C_{t-1} + 0,169C_{t-2} + 7,213R_{t-1} - 2,47R_{t-2} + 77,485T_t, \\ \hat{R}_t &= 0,00701C_{t-1} + 0,00491C_{t-2} + 1,568R_{t-1} - 0,604R_{t-2} + 3,53T_t,\end{aligned}$$

o equivalentemente:

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} \hat{C}_t \\ \hat{R}_t \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -0,527 & 7,213 \\ 0,00701 & 1,568 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_{t-1} \\ R_{t-1} \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} 0,169 & -2,47 \\ 0,00491 & -0,604 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_{t-2} \\ R_{t-2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 77,485 \\ 3,53 \end{pmatrix} T_t.\end{aligned}$$

En este caso la variable exógena (temperatura) no influye en ninguna ecuación. La causalidad de Granger no cambia. Para hacer predicción se necesitan observaciones para la temperatura.

Índice

- 1 Análisis unidimensional de Series Temporales
 - Identificación de modelos
 - Diagnóstico de modelos
 - Selección de modelos
 - Tratamiento con GRETL
 - Consumo de energía
 - Tasa de paro
- 2 Modelos de Función de Transferencia
 - Variables impulso
 - Variables escalón
 - Tratamiento con GRETL: euribor
- 3 Análisis multidimensional de Series Temporales
 - Tratamiento con GRETL
 - Consumo de energía y renta per cápita
- 4 Referencias

Referencias

-  García, T., Montes, D., Salmerón, R. y Sánchez, C. (2016). Econometría III. Ed. Técnica AVICAM.
-  González Casimiro, M. P. (2009). Análisis de series temporales: Modelos ARIMA. País Vasco. Ed. Sarriko-On.