ECONOMETRÍA III

RELACIÓN DE EJERCICIOS DEL TEMA 2

1. Dado el proceso $y_t = 2.5 + 0.7y_{t-1} + \varepsilon_t$ donde ε_t es ruido blanco, se pide:
    a. Comprobar si es estacionario.
    b. Calcular la media del proceso.
    c. Calcular la varianza del proceso.
    d. Calcular la función de autocovarianzas
    e. Calcular la función de autocorrelación simple.
    f. Calcular la función de autocorrelación parcial.
2. Dado el proceso $y_t = 2.5 + 1.7y_{t-1} + 0.7y_{t-2} + \varepsilon_t - 0.2\varepsilon_{t-1}$ donde ε_t es ruido blanco, se pide:
    a. Comprobar si es estacionario e invertible.
    b. Calcular la media del proceso.
    c. Calcular la varianza del proceso sabiendo que $\sigma_\varepsilon^2 = 2$.
    d. Hallar las representaciones $AR(\infty)$ y $MA(\infty)$ del proceso.
3. Dado el proceso $y_t = 2.5 + 0.7y_{t-1} - 0.3y_{t-2} + \varepsilon_t$ donde ε_t es ruido blanco, se pide:
    a. Comprobar que es estacionario.
    b. Hallar su media y varianza.
    c. Hallar la función de autocovarianzas.
    d. Hallar la función de autocorrelación simple.
    e. Hallar la función de autocorrelación parcial.
    f. hallar su representación $MA(\infty)$.
4. Dado el proceso $y_t = 2.5 + 0.7y_{t-1} + \varepsilon_t$ donde ε_t es ruido blanco, hallar su representación $MA(\infty)$.
5. Dado el proceso $y_t = \varepsilon_t - 0.8\varepsilon_{t-1} + 0.25\varepsilon_{t-2}$ donde ε_t es ruido blanco, hallar su representación $AR(\infty)$.
6. Dado el proceso $y_t = 2.5 + 0.7y_{t-1} - 0.3y_{t-2} + \varepsilon_t - 0.4\varepsilon_{t-1}$ donde ε_t es ruido blanco, obtener la representación $AR(\infty)$ y $MA(\infty)$.
7. Dado el proceso $y_t = 5 + 0.4y_{t-1} + \varepsilon_t - 0.8\varepsilon_{t-1} + 0.25\varepsilon_{t-2}$ donde ε_t es ruido blanco, se pide:
    a. Calcular la media y varianza del proceso.
    b. Comprobar si se cumplen las condiciones de estacionariedad e invertibilidad.
    c. Obtener la función de autocorrelación simple.
    d. Calcular los tres primeros términos para la función de autocorrelación parcial.
    e. Hallar las representaciones $AR(\infty)$ y $MA(\infty)$ del proceso.

    Téngase en cuenta que $\sigma_\varepsilon^2 = 2$.

8. Considere el modelo $y_t = 5 + 0.4y_{t-1} + \varepsilon_t - 0.8\varepsilon_{t-1}$ donde ε_t es ruido blanco. Se pide:
   a. Comprobar las condiciones de estacionariedad e invertibilidad.
   b. Calcular la media y varianza del proceso.
   c. Obtener la función de autocorrelación y los tres primeros términos de la función de autocorrelación parcial.

ECONOMETRÍA III

RELACIÓN DE EJERCICIOS DEL TEMA 3

1. Dado el proceso $(1-0.4B-0.2B^2)y_t=(1+0.5B+0.3B^2)\varepsilon_t$ donde ε_t es ruido blanco, $\sigma_\varepsilon^2=3$ y sabiendo que *T=100*, $y_{100}=2$, $y_{99}=1$, $\varepsilon_{100}=0.2, \varepsilon_{99}=0.15$. Se pide:
   a. Calcular la media del proceso.
   b. Calcular la varianza del proceso.
   c. Calcular los coeficientes 1, 2 y 3 de la función de autocorrelación parcial.
   d. Obtener las predicciones puntuales para los horizontes k=1,2,3.
   e. Obtener los intervalos de predicción al 95% de confianza para los horizontes k=1,2,3.
   f. Conocida la observación $y_{101}=1.3$, actualizar las predicciones para los horizontes k=2,3.
2. Dado un proceso ARMA(2,2), se pide:
   a. Suponiendo estacionariedad, calcular su media y varianza.
   b. Obtener sus tres primeras predicciones puntuales así como los errores de predicción asociados.
3. Dado el proceso $(1-1.2B+0.6B^2)(y_t-65)=\varepsilon_t$ donde ε_t es ruido blanco, $\sigma_\varepsilon^2=1$, $y_{76}=60.4$, $y_{77}=58.9$, $y_{78}=64.7$, $y_{79}=70.4$ e $y_{80}=62.6$. Se pide:
   a. Calcular las predicciones puntuales e intervalos de predicción para t=81, 82, 83.
   b. Si se conoce la nueva observación $y_{81}=62.2$, actualizar las predicciones para t=82, 83.
4. Dado el proceso $y_t=4.5+0.3y_{t-1}+0.4y_{t-2}+\varepsilon_t-0.8\varepsilon_{t-1}$ donde ε_t es ruido blanco y $\sigma_\varepsilon^2=3$. Se pide:
   a. Comprobar las condiciones de estacionariedad e invertibilidad.
   b. Calcular la media y varianza del proceso.
   c. Obtener la función de autocorrelación y los tres primeros términos de la función de autocorrelación parcial.
   d. Escribir la fórmula de predicción para el proceso y_t.
   e. Si se conocen $y_{300}=14$, $y_{299}=14.5$, $y_{298}=16\ y\ \epsilon_{299}=-0.5$, calcular las predicciones por intervalo y puntuales para los instantes 301, 302 y 303.
   f. Actualizar las predicciones anteriores para t=302, 303 tras conocer que $y_{301}=15.5$.

ECONOMETRÍA III. RELACIÓN DE EJERCICIOS DEL TEMA 4

1. Dadas las siguientes funciones de respuesta al impulso, indicar el comportamiento de sus coeficientes:

   a. $\vartheta(B) = \frac{\omega_0}{1-\delta_1 B-\delta_2 B^2}$

   b. $\vartheta(B) = \frac{\omega_0-\omega_1 B-\omega_2 B^2}{1-\delta_1 B} B$

   c. $\vartheta(B) = \frac{\omega_0-\omega_1 B}{1-\delta_1 B-\delta_2 B^2} B^2$

2. Obtener los coeficientes de la función de transferencia del ejercicio anterior.

3. Analizar la respuesta a la intervención en los siguientes modelos:

   a. $y_t = c_0 I_t(t_0) + \theta(B)\varepsilon_t$

   b. $(1-0.5B)y_t = c_0 I_t(t_0) + \theta(B)\varepsilon_t$

   c. $(1-0.5B)\nabla y_t = c_0 I_t(t_0) + \theta(B)\varepsilon_t$

   donde $I_t(t_0) = \begin{cases} 0, & si\ t \neq t_0 \\ 1, & si\ t = t_0 \end{cases}$ y ε_t es ruido blanco.

4. ¿Cuál es la respuesta al impulso de los siguientes procesos?

   a. $y_t = I_t(1) + \theta(B)\varepsilon_t$

   b. $(1-0.6B)y_t = I_t(1) + \theta(B)\varepsilon_t$

   c. $(1-0.6B)\nabla y_t = I_t(1) + \theta(B)\varepsilon_t$

   d. $y_t = (1+0.5B)I_t(1) + \theta(B)\varepsilon_t$

   e. $(1-0.6B)y_t = (1+0.5B)I_t(1) + \theta(B)\varepsilon_t$

   f. $(1-0.6B)\nabla y_t = (1+0.5B)I_t(1) + \theta(B)\varepsilon_t$

   donde $I_t(1) = \begin{cases} 0, & si\ t \neq 1 \\ 1, & si\ t = 1 \end{cases}$ y ε_t es ruido blanco.

5. ¿Cuál es la respuesta a la intervención en los siguientes procesos?
   a. $y_t = S_t(3) + \theta(B)\varepsilon_t$
   b. $(1-0.6B)y_t = S_t(3) + \theta(B)\varepsilon_t$
   c. $(1-0.6B)\nabla y_t = S_t(3) + \theta(B)\varepsilon_t$

6. ¿Cuál es la respuesta a la intervención en los siguientes procesos?
   a. $y_t = S_t(3) + I_t(1) + \theta(B)\varepsilon_t$
   b. $(1+0.6B)y_t = (1-0.3B)I_t(3) - (1+0.5B)S_t(2) + (1+0.3B)\varepsilon_t$

ECONOMETRÍA III. RELACIÓN DE EJERCICIOS DEL TEMA 5

1. Dados los procesos:

$$\varepsilon_t = v_t\sqrt{\alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2\varepsilon_{t-2}^2}$$

$$\varepsilon_t = v_t\sqrt{\alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} + \beta_2 h_{t-2}}$$

   Se pide calcular:

   a. Media y varianza no condicionada (marginal)

   b. Media y varianza condicionada (a los valores pasados)

2. Dados los procesos:

$$\varepsilon_t = v_t\sqrt{0.4 + 0.1\varepsilon_{t-1}^2 + 0.2\varepsilon_{t-2}^2 + 0.05\varepsilon_{t-3}^2}$$

$$\varepsilon_t = v_t\sqrt{0.3 + 0.01\varepsilon_{t-1}^2 + 0.3\varepsilon_{t-2}^2 + 0.02h_{t-1}}$$

   Se pide calcular la varianza marginal y la varianza condicionada.

3. Realizado el contraste para detectar la presencia de estructura ARCH en los errores del modelo ajustado que tiene por hipótesis nula $\alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_q = 0$ se obtiene un coeficiente de determinación para la regresión auxiliar igual a 0.048. Teniendo en cuenta que *q=1* y se dispone de 167 observaciones, ¿los errores responden a una estructura ARCH?

4. Repetir el ejercicio anterior pero teniendo en cuenta que el coeficiente de determinación para la regresión auxiliar es 0.232, *q=4* y se disponen de 66 observaciones.

ECONOMETRÍA III. RELACIÓN DE EJERCICIOS DEL TEMA 6

1. Dada la siguiente información, determinar el orden adecuado del VAR teniendo en cuenta que T=78.

    a. Modelo con dos variables con constante y

Retardo	Logaritmo del determinante de la matriz de varianzas-covarianzas estimada de los residuos
1	49.2299
2	49.0638
3	49.0165
4	48.9478

    b. Modelo con dos variables sin constante y

Retardo	Logaritmo del determinante de la matriz de varianzas-covarianzas estimada de los residuos
1	46.0783
2	45.9790
3	45.5486
4	45.1839

    c. Modelo con 3 variables con constante y

Retardo	Logaritmo del determinante de la matriz de varianzas-covarianzas estimada de los residuos
1	74.3883
2	73.9744
3	73.8925
4	73.3868

2. Determinar el orden adecuado del modelo VAR en los siguientes casos. Hay que tener en cuenta que $\hat{\Sigma}_p$ hace referencia a la matriz de varianzas-covarianzas estimada de los residuos del modelo VAR(p) y se tienen 54 observaciones.

    a. Modelo con dos variables con termino independiente

    $$\hat{\Sigma}_1 = \begin{pmatrix} 63.947 & 0.25584 \\ 0.25284 & 0.0013246 \end{pmatrix} \quad \text{logaritmo} = -3.87393$$

    $$\hat{\Sigma}_2 = \begin{pmatrix} 43.108 & 0.16197 \\ 0.16197 & 0.00092064 \end{pmatrix} \quad \text{logaritmo} = -4.30872$$

    $$\hat{\Sigma}_3 = \begin{pmatrix} 38.821 & 0.14145 \\ 0.14145 & 0.00082129 \end{pmatrix} \quad \text{logaritmo} = -4.43325$$

    b. Modelo con dos variables sin termino independiente

$$\hat{\Sigma}_1 = \begin{pmatrix} 69.725 & 0.28738 \\ 0.28738 & 0.0015811 \end{pmatrix} \quad \text{logaritmo} = -3.72273$$

$$\hat{\Sigma}_2 = \begin{pmatrix} 43.177 & 0.16338 \\ 0.16338 & 0.00094918 \end{pmatrix} \quad \text{logaritmo} = -4.24831$$

$$\hat{\Sigma}_3 = \begin{pmatrix} 38.986 & 0.14046 \\ 0.14046 & 0.00082718 \end{pmatrix} \quad \text{logaritmo} = -4.38044$$

c. Modelo con tres variables sin constante

$$\hat{\Sigma}_1 = \begin{pmatrix} 57.241 & 0.21227 & 0.16384 \\ 0.21227 & 0.0010792 & 0.0004378 \\ 0.16384 & 0.0004378 & 0.014303 \end{pmatrix} \quad \text{logaritmo} = -8.37925$$

$$\hat{\Sigma}_2 = \begin{pmatrix} 42.279 & 0.15872 & 0.10099 \\ 0.15872 & 0.0008845 & 0.0002521 \\ 0.10099 & 0.0002521 & 0.012307 \end{pmatrix} \quad \text{logaritmo} = -8.827772$$

$$\hat{\Sigma}_3 = \begin{pmatrix} 38.449 & 0.14001 & 0.11962 \\ 0.14001 & 0.00076987 & 0.00042834 \\ 0.11962 & 0.00042834 & 0.010181 \end{pmatrix} \quad \text{logaritmo} = -9.22969$$

3. Determinar el orden del modelo VAR teniendo en cuenta:

a.

Retardo	AIC	BIC	HQC
1	2.0749	2.3043	2.1622
2	1.7702	2.1526	1.9158
3	1.80803	2.3434	2.0119
4	1.933123	2.6214	2.19524

b.

Retardo	AIC	BIC	HQC
1	2.0031	2.1621	2.0627
2	1.5355	1.8536	1.6547
3	1.5251	2.0021	1.7038
4	1.6646	2.3006	1.9028

Donde AIC es el criterio de Akaike, BIC es el bayesiano de Schwarz y HQC el de Hannan-Quinn.

4. Realizar el análisis de causalidad de Granger en los siguientes casos:

   a. Modelo con dos ecuaciones con término independiente

	Retardos de X	Retardos de Y
Ecuación 1 (X)	$F_{1,50} = 81.147$ $(p - valor = 0.000)$	$F_{1,50} = 3.3737$ $(p - valor = 0.0722)$
Ecuación 2 (Y)	$F_{1,50} = 8.8578$ $(p - valor = 0.045)$	$F_{1,50} = 57.7$ $(p - valor = 0.000)$

   b. Modelo con dos ecuaciones sin término independiente

	Retardos de X	Retardos de Y
Ecuación 1 (X)	$F_{2,76} = 478.8$ $(p - valor = 0.000)$	$F_{2,76} = 0.23035$ $(p - valor = 0.7948)$
Ecuación 2 (Y)	$F_{2,76} = 5.9963$ $(p - valor = 0.0038)$	$F_{2,76} = 125.69$ $(p - valor = 0.000)$

   c. Modelo con tres ecuaciones con término independiente

	Retardos X	Retardos Y	Retardos Z
Ecuación 1 (X)	$F_{3,69} = 122.31$ $(p - valor = 0.000)$	$F_{3,69} = 1.9182$ $(p - valor = 0.1347)$	$F_{3,69} = 2.303$ $(p - valor = 0.0846)$
Ecuación 2 (Y)	$F_{3,69} = 6.1375$ $(p - valor = 0.009)$	$F_{3,69} = 18.751$ $(p - valor = 0.000)$	$F_{3,69} = 1.6147$ $(p - valor = 0.1939)$
Ecuación 3 (Z)	$F_{3,69} = 1.2634$ $(p - valor = 0.294)$	$F_{3,69} = 2.0552$ $(p - valor = 0.114)$	$F_{3,69} = 233.6$ $(p - valor = 0.000)$

5. Analizar el efecto que tiene sobre los 4 siguientes retardos una distorsión de una desviación estándar en cada uno de los elementos del vector de perturbaciones en cada uno de los casos:

   a. Modelo VAR(1) con dos ecuaciones sin término independiente con

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1.168 & -38.031 \\ 0.0017 & 0.7158 \end{pmatrix} \; y \; \hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} 63.947 & \\ 0.25284 & 0.001324 \end{pmatrix}$$

   b. Modelo VAR(2) con tres ecuaciones sin término independiente con

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1.5505 & -1.059 & -5.5969 \\ 0.003 & 0.9719 & 0.003 \\ 0.0051 & -1.703 & 0.6852 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} -0.7191 & 13.884 & 6.5615 \\ -0.0029 & 0.0131 & 0.0109 \\ -0.0094 & 2.1661 & 0.1931 \end{pmatrix} \; y$$

$$\hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} 42.366 & & \\ 0.16056 & 0.00092 & \\ 0.096022 & 0.000147 & 0.01258 \end{pmatrix}$$

c. Modelo VAR(2) con dos ecuaciones con término independiente con

$$A_0 = \begin{pmatrix} 3.3392 \\ 0.0675 \end{pmatrix}; \quad A_1 = \begin{pmatrix} 1.5156 & 9.056 \\ 0.003 & 0.971 \end{pmatrix}; \quad A_2 = \begin{pmatrix} -0.657 & -0.778 \\ -0.0026 & -0.065 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} 43.108 & \\ 0.16197 & 0.00092 \end{pmatrix}$$

6. Obtener la predicción para tres periodos futuros en los modelos del ejercicio anterior teniendo en cuenta:

a. $z_T = \begin{pmatrix} 15.65 \\ 1.301 \end{pmatrix}$

b. $z_T = \begin{pmatrix} 111.12 \\ 1.307 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad z_{T-1} = \begin{pmatrix} 110.93 \\ 1.276 \\ 1 \end{pmatrix}$

c. $z_T = \begin{pmatrix} 78.4 \\ 1.0917 \end{pmatrix}; \quad z_{T-1} = \begin{pmatrix} 77.86 \\ 1.0917 \end{pmatrix}$

ECONOMETRÍA III. RELACIÓN DE EJERCICIOS DEL TEMA 7

1. Para el consumo, *C*, e ingresos, *I*, se ha especificado el siguiente modelo de corrección de errores (MCE):

$$\widehat{\nabla \cdot C_t} = 0.0061 - 0.078 \cdot \nabla \cdot C_{t-1} + 0.8115 \cdot \nabla \cdot I_t + 0.1662 \cdot \nabla \cdot I_{t-1} - 0.1907 \cdot e_{t-1},$$

   donde *e* denota los residuos de la regresión del consumo en función de los ingresos. Para los residuos del MCE se realiza un contraste DFA obteniéndose un estadístico de contraste igual a -3.5835 para $H_0 : \nu = 0$. Teniendo en cuenta que se disponen de 100 observaciones, ¿qué se puede afirmar sobre el consumo y los ingresos?

2. Para la serie cuatrimestral de la tasa de ocupación, O, se desea contrastar $H_0 : \nu = 0$. en el modelo:

$$\nabla O_t = \alpha + \beta \cdot t + \nu \cdot O_{t-1} + \delta_1 \cdot \nabla \cdot O_{t-1} + \delta_2 \cdot \nabla \cdot O_{t-2} + \delta_3 \cdot \nabla \cdot O_{t-3} + \varepsilon_t.$$

   Sabiendo que $T = 100, \ \hat{\nu} = -0.0282 \ y \ \widehat{var(\hat{\nu})} = 0.0214$, ¿se rechazaría H_0? ¿Qué implicaciones tiene tal decisión?

3. Sean X e Y dos series de tiempo para las que se disponen de 200 observaciones tales que tienen una raíz unitaria y se verifica que:

$$\begin{array}{lcccl} \widehat{Y}_t & = & \underset{(1.71)}{-5.47} & + \ \underset{(1.02)}{2.43 \cdot X_t}, & R^2 = 0.453, \\ \nabla \widehat{Y}_t & = & \underset{(0.083)}{0.048 \cdot \nabla X_t}, & & R^2 = 0.003, \end{array}$$

   donde las cantidades entre paréntesis hacen referencia a las desviaciones típicas estimadas. Se pide contestar de forma razonada las siguientes cuestiones:

   - ¿Se podría afirmar, al 5 de significación, que existe una relación espúrea entre ambas variables? ¿Están cointegradas? ¿Los resultados de la primera regresión son fiables?
   - ¿Cómo comprobaría si las series X e Y están cointegradas?

4. Dada una serie de tiempo X tal que se dispone de 100 observaciones trimestrales y dado el modelo:

$$\nabla X_t = \alpha + \beta t + \nu X_{t-1} + \epsilon_t.$$

   Sabiendo que la estimación de nu es igual a 3.25 y su varianza estimada a 2.37, ¿se puede afirmar, al 5% de significación, que X tiene una raíz unitaria?

5. Supongamos que se tiene información trimestral para la tasa de paro (TP) y el PIB de cierto país para los últimos 25 años, se pide contestar de forma razonada las siguientes cuestiones:
    - ¿Qué modelo y contraste de hipótesis especificaría para comprobar si dichas series de tiempo están cointegradas?
    - Suponiendo que para el contraste anterior se ha obtenido un valor experimental igual a -4.769, ¿qué se puede concluir al 5% de significación? ¿Tiene sentido especificar un modelo de corrección de errores?
    - Supuesto que la respuesta a la última pregunta es afirmativa y que se han obtenido los siguientes resultados usando el logaritmo de las series iniciales:

    $$\nabla \ln TP_t = 0.0731 - 0.523 \cdot \nabla \ln PIB_t + 1.583 e_{t-1},$$

    donde $e_t = \ln TP_t + 0.403 + 1.012 \ln PIB_t$. Suponiendo que todos los coeficientes son significativamente distintos de cero, ¿cómo se relacionan las series de tiempo analizadas en el corto y largo plazo?

    - Si los residuos del modelo de corrección de errores anterior no fuesen estacionarios, ¿qué implicaciones tiene esta conclusión?