

**UNIVERSIDAD DE GRANADA**

**FACULTAD DE BELLAS ARTES**

**DEPARTAMENTO DE DIBUJO**



**Estudio de la perspectiva cónica  
mediante la conjunción del espacio real y  
el proyectado utilizando la imagen digital**

**José Manuel Beltrán Polaina**

**UNIVERSIDAD DE GRANADA**  
**FACULTAD DE BELLAS ARTES**  
**DEPARTAMENTO DE DIBUJO**



**Estudio de la perspectiva cónica  
mediante la conjunción del espacio real y el  
proyectado utilizando la imagen digital**

**TESIS DOCTORAL**

Presentada por:  
**José Manuel Beltrán Polaina**

Director:  
**Dr. D. Francisco Moreno Vargas**

**Granada 2006**



## AGRADECIMIENTOS

Al director de esta tesis Dr. D. Francisco Moreno Vargas, y al tutor de la misma Dr. D. Abelardo Ibáñez-Martínez Dueñas.

A mis compañeros del Grupo de Investigación “Comunicación Visual” por haberme introducido en las tareas investigadoras: Dr. D. Fernando Hernández Rojo, Dr. D. José Miguel Fuentes Martín, Dra. D<sup>a</sup>. Inmaculada López Vilchez, Dr. D. Juan Beltrán Chica y D<sup>a</sup>. María del Mar Cabezas Jiménez.

A los numerosos profesores de la facultad de Bellas Artes con los que he cursado las diferentes asignaturas del plan de estudios que han posibilitado la elaboración de esta tesis.

## INDICE

INTRUDUCCION.....	6
DEFINICION DEL PROBLEMA.....	7
Dificultad en la percepción y dominio del espacio .....	7
Problemas subsiguientes .....	8
Dificultades materiales. ....	8
Dificultad para el usuario de la informática.....	8
Dificultades de aplicación en la enseñanza de la Perspectiva Cónica .....	9
Insuficientes créditos en los nuevos planes de estudios.....	9
ELECCION DEL TEMA DE LA TESIS.....	10
Las nuevas tecnologías de la imagen .....	10
La perspectiva cónica.....	10
OBJETIVOS .....	12
El objetivo principal.....	12
Objetivos subsiguientes.....	12
Concepción didáctica unitaria. ....	13
Solución informática. ....	13
Objetivos en perspectiva cónica .....	13
DOCUMENTACION Y ANTECEDENTES .....	14
Etapas de preparación y formación.....	14
Documentación empírica .....	14
Prolegómenos acerca del tema de la tesis .....	15
Producción pedagógica en grupo de investigación.....	15
Autorías en patente, publicaciones y congresos .....	16
Documentación bibliográfica .....	16
Sistemas de representación .....	17
Metodología, procedimientos y soluciones. ....	17
Percepción tridimensional.....	18
ESTADO DE LA CUESTIÓN: SOFTWARE EDUCATIVO.....	20
Software para la enseñanza de los sistemas de representación.....	20
Estudio y clasificación por categorías formales y recursivas.....	20
Ejemplos de la clasificación .....	23
ANTICIPACION DE SOLUCIONES E HIPOTESIS .....	47

METODOLOGIA Y PROCESO DE INVESTIGACION.....	50
Proceso selectivo .....	50
Programación educativa y ayudas pedagógicas.....	50
Selección y adopción de una metodología pedagógica .....	51
La proyección cónica. ....	52
 METODOLOGIA Y MATERIAL DIDACTICO.....	 53
Metodología didáctica específica.....	53
Características del material didáctico .....	53
El concepto de representación.....	60
Las representaciones: sombras y vistas.....	65
Funcionamiento de los sistemas con “sombras” .....	67
Funcionamiento de los sistemas de representación “vistas” .....	73
 UTILIZACION DE LA IMAGEN DIGITAL .....	 81
El sistema diédrico con “sombras” y “vistas” .....	83
Las proyecciones en perspectivas cilíndricas.....	95
Paralelismos y diferencias entre maquetas e imagen digital.....	103
Utilización del software. ....	105
 PROYECCION CONICA .....	 106
Uso pedagógico de las proyecciones cónicas.....	106
Las sombras como proyecciones cónicas .....	106
La cámara oscura, conformadora de proyecciones cónicas .....	111
Otras proyecciones cónicas: el proyector y la cámara lúcida .....	118
Plano del cuadro transparente .....	120
Vistas o proyecciones cónicas .....	123
Fundamentos geométricos.....	124
Métodos auxiliados por el sistema diédrico .....	124
Métodos de puntos de fuga .....	134
 METODOLOGIA PEDAGOGICA EN PERSPECTIVA CONICA .....	 144
Metodología e investigación .....	144
Concepción didáctica unitaria .....	145
Material y recursos didácticos .....	147
Representaciones como sombras .....	147
Representaciones con la cámara oscura.....	156
Representaciones como vistas .....	158
El paralelismo de las rectas características.....	170
 PERSPECTIVA CONICA. EMULACIONES EN REALIDAD VIRTUAL .....	 173
Métodos auxiliados por el sistema diédrico .....	173
Métodos de puntos de fuga .....	178
La perspectiva cónica como “sombras” .....	179
La perspectiva cónica como proyección en cámara oscura .....	183
La perspectiva cónica como “vista” .....	187

COMENTARIOS Y CONCLUSIONES .....	206
Valoración de los resultados .....	207
Conclusiones .....	211
Recomendaciones y trabajos futuros .....	213
INDICE DE FIGURAS.....	215
BIBLIOGRAFIA.....	219
Sistemas de representación .....	219
Informática y enseñanza asistida por ordenador .....	229
Pedagogía del dibujo .....	233
Percepción, análisis y representación espacial.....	236
ANEXO.....	238

## INTRUDUCCION

Los trabajos relacionados con esta tesis comenzaron para desarrollar recursos didácticos para la enseñanza de la perspectiva cónica, y como continuación de un desarrollo didáctico previo en sistemas de representación cilíndricos (sistema diédrico y las axonometrías ortogonal y oblicua). Sin embargo, conforme se ha ido avanzando en esta investigación, se ha visto que no se deben de separar los avances pedagógicos en perspectiva cónica del resto de los sistemas, ya que entre ellos existe cierta simbiosis y están muy vinculados. Por lo cual en esta tesis se expone una parte de los hallazgos pedagógicos desarrollados para sistemas cilíndricos que interesan a la comprensión de los recursos didácticos desarrollados para la didáctica de la perspectiva cónica.

El alumnado que se inicia en estas materias suele sufrir dificultades de aprendizaje hasta que puede ir desarrollando la suficiente, dicho coloquialmente, “visión del espacio”. Sin embargo estas enseñanzas se facilitan con la utilización de medios didácticos, adecuados y específicos, tanto al momento educativo del alumno como, sobre todo, al momento cultural actual, aprovechando las potencialidades infográficas.

En las fases de documentación y búsqueda de antecedentes se han estudiado las posibilidades de un material didáctico que muestra el espacio tridimensional real; así mismo se ha trabajado con software infográfico constituido por programas de dibujo asistido por ordenador (Autocad, 3Dstudio, etc.) para ser utilizados en la enseñanza de los Sistemas de Representación, como también se ha consultado una importante producción de software educativo ya elaborado para la enseñanza de estas materias. Se han encontrado interesantes recursos, métodos y procedimientos de utilidad para la investigación según los objetivos de este trabajo.

Se ha diseñado y construido un material didáctico y un software infográfico que lleva implícita una metodología didáctica pretendidamente unitaria para todos los Sistemas de Representación. Pero en el sistema cónico se ha detectado una casuística diferencial que requiere soluciones distintas, las cuales han motivado el tema de este proyecto de tesis.

Aunque en los aspectos didácticos de la Perspectiva Cónica es en donde más se ha investigado, los trabajos correspondientes a este sistema y su tratamiento y presentación se hace de modo integrado con los demás sistemas de proyección. Esto es así porque este proyecto se está elaborando de modo que comparta con los demás sistemas procedimientos comunes dentro de una línea pedagógica muy concreta.

Esta línea pedagógica está basada en la facilitación de una clara e inequívoca percepción de las cuestiones y contenidos del espacio tridimensional. Por una parte, se han incorporado recursos didácticos anteriormente probados y, por otra, aprovechando las grandes posibilidades de estas nuevas tecnologías, para crear recursos nuevos muy difíciles o imposibles de conseguir por medios tradicionales.



## **DEFINICION DEL PROBLEMA**

En este capítulo se ha de formular un conjunto compuesto de diferentes problemas de primer orden y, al buscar la solución de éstos, sobrevienen como consecuencia otros derivados y subsiguientes de segundo orden. El más importante, la cuestión base y por donde se empieza, reside en la dificultad del alumno para la percepción del espacio tridimensional.

### **DIFICULTAD EN LA PERCEPCION Y DOMINIO DEL ESPACIO**

El estudio de los Sistemas de Representación lleva intrínseca la dificultad de percibir las formas del espacio tridimensional teniendo como referencia gráfica las proyecciones planas que, de por sí, son de dos dimensiones. Se ve dificultado el ejercicio de imaginación, especulación y razonamiento con las formas tridimensionales e, igualmente, no resulta fácil poder expresarlas o trazarlas en el plano.

Este trabajo pretende aportar soluciones a la problemática didáctica que por su naturaleza conlleva la enseñanza de los sistemas de representación. El alumno tiene que desarrollar, fundamentalmente, determinadas habilidades psicológicas para la percepción e imaginación en el manejo de las tareas y cuestiones del espacio tridimensional.

Efectivamente, en los comienzos de sus actividades docentes, el alumno toma apuntes en clase y traza los ejercicios; entonces puede realizar sus tareas sin distinguir entre los trazados del contenido en cuestión y algo tan diferente como los elementos del sistema de representación que se esté usando. También, puede no saber comparar entre el objeto que está representando y el objeto real que ha de imaginar, e incluso no se plantea esta cuestión. Del mismo modo, puede no tener claro qué sistema de representación está utilizando, pudiendo mezclar procedimientos de diferentes sistemas; en definitiva, sin conocer realmente el funcionamiento, y recurriendo a imágenes memorizadas o a otros vicios.

Para ayudar a solucionar estas cuestiones se ha de desarrollar en el alumno lo que se entiende por la “visión del espacio”. Esto ha de efectuarse sobre todo en las primeras etapas de aprendizaje, cuando se sientan las bases de lo que va a ser una formación consistente y en donde se deben de aportar ayudas pedagógicas adecuadas. Estas ayudas deben de administrarse de modo que no sirvan para retrasar los esfuerzos, que necesariamente ha de afrontar el alumno, sino para facilitarle este proceso y que lo encauce hacia la adquisición de los conceptos básicos que sustentarán estas enseñanzas.

## PROBLEMAS SUBSIGUIENTES

En un desarrollo lineal de cualquier proyecto de investigación, ahora correspondería desarrollar los capítulos de objetivos, de hipótesis y otros, para tratar el modo de solucionar el problema principal. Pero para formular aquí la problemática de modo más completo, y por razones de tipo formal, se estima conveniente ir haciendo unas incipientes anticipaciones de dichos capítulos que se ampliarán con posterioridad.

### **Dificultades materiales.**

Para solucionar el problema principal se ha optado por construir un material didáctico (acorde con hipótesis y soluciones previas) con el cual se le está ofreciendo al alumno una materialización del espacio real. Así se le procura al alumnado la visión tridimensional mediante un material que está constituido por maquetas y pantallas de proyección especiales para este fin. Para materializar el espacio real se utilizan varios tipos de pantallas, opacas y transparentes, especialmente construidas para servir de plano de proyección, y con material auxiliar compuesto de figuras de alambre y otras opacas, medios audiovisuales y multimedia, etc. Con el uso de este material se está constatando que el alumno encuentra una gran ayuda puesto que puede, fácilmente, comparar las formas o cuestiones que se estudian, con sus homólogos en proyección plana. Esto se hace dentro del sistema de representación en donde se está operando y cuyo funcionamiento comprende por percepción visual directa.

Pero la utilización de estos medios presenta inconvenientes materiales de cierta consideración a la hora de almacenarlos, seleccionar el material, instalarlos, manipularlos, probarlos y teniendo que dejarlo todo dispuesto para cuando el alumnado entre en clase; incluso, si se cambia de contenidos o de sistema de representación durante una misma unidad didáctica, estas operaciones hay que realizarlas en presencia del alumnado, mientras espera.

### **Dificultad para el usuario de la informática.**

Para solucionar este segundo problema, de la manipulación material, se optó por sustituir estos voluminosos medios por emulaciones en espacios virtuales infográficos, iguales o semejantes a los ya probados, programando un software infográfico adecuado. En este proceso de sustitución del espacio real por el espacio virtual se ha ido desarrollando un software que, como se puede ver después, puede superar al material didáctico anterior porque ofrece mayores posibilidades en las visualizaciones del espacio y, por consiguiente, una mejoría cuantitativa y cualitativa en recursos pedagógicos.

Y, al final y como consecuencia de la solución infográfica, aparece un tercer y ya viejo problema que surgió con la aparición de la informática educativa o enseñanza asistida por ordenador: la poca utilización de las tecnologías informáticas de un sector del profesorado.

### **Dificultades de aplicación en la enseñanza de la Perspectiva Cónica.**

Los avances pedagógicos conseguidos en los sistemas de proyección cilíndricos presentan dificultades de aplicación en la enseñanza de la Perspectiva Cónica. Por un lado hay diferencias en la dificultad de percepción entre las perspectivas y el sistema diédrico, es decir, una figura o un problema en perspectiva se percibe fácilmente casi con un “golpe de vista”; no ocurre así en sistema diédrico en donde hay que analizar la planta, después el alzado, volver a la planta, al perfil... y al final, tras un esfuerzo inductivo, llegamos a imaginar las formas y, consecuentemente, la resolución de las cuestiones.

Pero en términos didácticos, en la construcción de material didáctico y del software educativo objeto de estudio en esta tesis, las cosas son diferentes porque una parte muy importante de esta investigación y, por tanto, de esta tesis está en que los recursos didácticos desarrollados se han hecho bajo la concepción de que el plano de proyección es opaco en los sistemas de proyección cilíndricos (según los métodos didácticos que se están desarrollando aquí). Pero no en el sistema cónico en el cual el plano de proyección o plano del cuadro se considera transparente, empleando términos como “visuales”, “vista”, etc.

### **INSUFICIENTES CREDITOS EN LOS NUEVOS PLANES DE ESTUDIOS**

En la enseñanza de estas materias se necesita un tiempo adecuado de estudio teórico y práctico que cada vez que se han modificado o elaborado nuevos planes de estudios se han reducido créditos docentes. Los problemas se ven agravados si el tiempo disponible para estas enseñanzas es insuficiente para un alumnado que debe de asimilar conceptos fundamentales de estas materias en clases presenciales, aunque fuera de ellas siga documentándose y completando su formación. Se necesita el desarrollo de unas destrezas psico-espaciales más que de una acumulación memorística. Es muy importante la actuación del profesor, en clases presenciales, que aplica su experiencia didáctica para una formación específica.

## **ELECCION DEL TEMA DE LA TESIS**

La elección del tema de la tesis está justificada porque existe un campo muy importante para la investigación pedagógica de los Sistemas de Representación, y está motivada por la problemática anteriormente expuesta.

### **LAS NUEVAS TECNOLOGIAS DE LA IMAGEN**

Es una evidencia que las enseñanzas de los Sistemas de Representación del espacio se pueden aprovechar aún más de las potencialidades que ofrecen las Nuevas Tecnologías de la Imagen y la Comunicación. Efectivamente es un hecho el progreso vertiginoso que en general están experimentando estas nuevas tecnologías; se han alcanzado altísimos niveles de calidad en multimedia, infografía y, en general, representaciones virtuales de formas u objetos tridimensionales que hacen que dudemos entre si lo que percibimos son imágenes procedentes de la realidad visible (foto o vídeo) o las ha generado el ordenador. Pueden ser imágenes en movimiento y, con el software adecuado, manipulables a tiempo real. Cualidad ésta última muy interesante para el propósito de este trabajo.

Este fenómeno pone de relieve que todavía queda cierta distancia entre las posibilidades de los medios infográficos y el aprovechamiento que se está haciendo en el aula para la enseñanza de los Sistemas de Representación asistida por ordenador. Se tiene la sensación de que aún se puede hacer más y que la didáctica de los sistemas de proyección espacial no se vale suficientemente de las posibilidades viso-espaciales que estos medios ofrecen.

Las empresas multinacionales de la informática están atendiendo muchos sectores productivos, incluidos los del diseño; sin embargo la tarea pedagógica parece que la debe de asumir la universidad con sus propios recursos humanos y tecnológicos. Debemos de seguir produciendo y ampliando un software adaptado a estas enseñanzas; y utilizar los medios informáticos y comunicativos, extendidos y popularizados con la proliferación de Internet, que ayuden a resolver la problemática docente.

### **LA PERSPECTIVA CONICA**

Previamente al trabajo que aquí se presenta se ha estado produciendo un material didáctico, antes aludido, compuesto de pantallas, maquetas, etc., así como un software didáctico que emula y, en algunos aspectos, supera a ese primer material. Con esta primera producción se han dado soluciones más o menos satisfactorias en la enseñanza de los sistemas de proyección cilíndrica ortogonal y oblicua. Pero en el sistema de proyección central o cónica, por sus propiedades, no se habían encontrado soluciones adecuadas en comparación con las conseguidas en los sistemas cilíndricos. Es por ello

que gran parte del contenido de este proyecto de tesis trate de completar esta carencia en la proyección cónica. Este trabajo puede considerarse como una continuación de anteriores investigaciones, las cuales se van a exponer resumidamente. Así, este trabajo en proyección cónica podrá entenderse como una producción que completa y complementa al resto, e incluso adquiere autonomía por sus recursos propios.

Esta “autonomía” de la Perspectiva Cónica puede justificar el hecho de que se imparta la asignatura de Perspectiva (casi siempre perspectiva cónica) como materia independiente del resto de los sistemas de representación. Pero metodológicamente en este trabajo se estima que ha de ir unido al conjunto de los sistemas de representación del espacio.

## OBJETIVOS

Vista ya la problemática planteada y concretado el tema y campo de actuación, se comienza este capítulo describiendo el objetivo principal del conjunto de esta investigación, acorde con la problemática planteada.

### EL OBJETIVO PRINCIPAL

El principal objetivo consiste en elaborar soluciones que permitan al alumno, de forma eficiente, dominar el espacio tridimensional cuando tenga que realizar estudios teóricos de las cuestiones geométricas e, igualmente, cuando efectúe las prácticas y/o trazados en el plano dentro ya de un determinado sistema de representación.

Esto significa elaborar un material didáctico para que el alumno pueda desarrollar el lenguaje característico que tiene lugar en el uso de los Sistemas de Representación, el cual posee aspectos comunes con otros lenguajes: (a) percepción, (b) pensamiento y (c) expresión, con (d) la sintaxis adecuada. Para lo cual el desarrollo de estos medios didácticos han de facilitar (a) la capacidad perceptiva del alumno para interpretar (leer) las proyecciones sobre el plano. Deben de servir también (b) para que desarrolle habilidades de razonamiento espacial e imaginación (pensar) con objetos no visibles. Este pensamiento y especulación con las formas en sus tres dimensiones, debe de permitir intercambios entre las imágenes mentales y las imágenes gráficas en forma de bocetos, esquemas o dibujos más o menos elaborados. Y, en fin, (c) expresar (“hablar” gráficamente) para que el alumno pueda “traducir”, comparar entre el objeto imaginado y sus bocetos y el objeto que ha de producir; en definitiva, que sepa comunicar gráficamente sus proyectos o su producción, según (c) las características, convenciones y normas (sintaxis) del sistema de representación en uso.

Esta tesis, más que servir para concretar la programación de una determinada asignatura (contenidos, actividades, evaluación, etc.), busca aportar una metodología didáctica que ayude a resolver la vieja cuestión de la “visión del espacio”. Después, el profesional docente o el investigador pueden adoptarla, tomar las partes que considere interesantes o, simplemente, rechazarla por no adecuarse a sus preferencias o tendencias.

### OBJETIVOS SUBSIGUIENTES

La consecución del objetivo principal origina la definición de una serie de objetivos subsiguientes y secundarios, según los cuales se ha de elaborar un material didáctico de modo que (1) clarifique conceptos en el alumno a fin de que adquiera un conocimiento fundamental del sistema de representación que esté utilizando; (2) para que conozca bien su funcionamiento y los procedimientos propios del mismo; (3) para que permita fácilmente los análisis necesarios para distinguir entre los elementos del contenido a estudiar y los elementos del sistema de representación que se está empleando; y, en fin, (4) que el diseño de este material didáctico permita una

comprensión de los conceptos fundamentales de la geometría descriptiva para ser aplicados a la resolución de la infinidad de cuestiones que pueden presentarse, con capacidad para planificar y definir los procedimientos resolutorios a utilizar.

### **Concepción didáctica unitaria.**

Se han de seleccionar los procedimientos didácticos tratando que sean útiles y válidos en sistema diédrico y las perspectivas, es decir, en todos los sistemas, pero puede suceder que la solución didáctica empleada para uno de ellos no es tan eficaz para otro u otros de los sistemas de proyección empleados. Puede haber procedimientos más propios de los sistemas de proyección cilíndricos que no van bien en el sistema cónico, o viceversa; por ello un importante objetivo es el de procurar una concepción didáctica unitaria con todos los Sistemas de Representación, con claves semejantes, para que facilite la tarea comprensiva al alumno.

### **Solución informática.**

En una primera etapa de esta investigación, como se ha indicado en capítulos anteriores, se ha construido un material didáctico que materializa el espacio real y con el cual se facilita la consecución de los objetivos hasta ahora definidos. Pero para evitar los problemas materiales de utilización anteriormente descritos (manipulación del material, almacenamiento, instalación, etc.), se están alcanzando objetivos subsiguientes: (5) el diseño de un software educativo, sustitutivo del material anterior, que emule fundamentalmente sus características pedagógicas; (6) el estudio de nuevas posibilidades de los medios infográficos que puedan mejorar cuantitativa y cualitativamente los recursos pedagógicos anteriores; (7) que este software se programe para que pueda ser utilizado por profesores y alumnos; y, finalmente, (8) que pueda ser llevado a la red, a una página Web para consulta del alumnado o cualquier otro usuario.

Esto último significa que este software debe de ser susceptible de ser utilizado por todo el profesorado, incluso aunque no se tenga formación informática, y al que se pueda acceder fácilmente a través de la red de Internet para que, también, el alumno pueda tener otra vía de consulta, en cualquier momento, complementaria al aula.

## **OBJETIVOS EN PERSPECTIVA CONICA**

En el trabajo previo ya aludido se ha formulado una concepción pedagógica que se está desarrollando para aplicar también a la Perspectiva Cónica. Esta aplicación constituye la fase última de esta investigación, cuyo objetivo es: (9) desarrollar recursos metodológicamente semejantes a los que se están adoptando y aplicando en los sistemas de proyección cilíndricos. Se pretende que el alumnado ponga en juego métodos y destrezas perceptivas visuales ya asimiladas, con semejante metodología, en el aprendizaje anterior. Por lo cual lo conseguido en los sistemas de proyección cilíndricos deberá ser tratado para ser aplicado también en la enseñanza de la Perspectiva Cónica.

## DOCUMENTACION Y ANTECEDENTES

### ETAPAS DE PREPARACION Y FORMACION

La preparación para esta tesis comenzó casi desde la época de estudiante de Bachillerato de Artes y Primeros Ciclos de Bellas Artes al haber tenido predisposición y haber cursado las materias troncales, obligatorias y todas las optativas con contenidos de Sistemas de Representación e Informática gráfica. Más tarde, en Tercer Ciclo, se ha proseguido esta línea, incluyendo los aspectos pedagógicos de estas materias, que se han podido llevar a la práctica docente desde el curso 2003-04 como profesor de Enseñanza Secundaria en donde se está impartiendo, entre otras, la asignatura Dibujo Técnico 2.

En el Primer y Segundo Ciclo de Bellas Artes se ha aprovechado al máximo la optatividad en la elección de asignaturas, para estudiar materias de Sistemas de Representación e Infografía o informática gráfica, Nuevas Tecnologías de la Imagen, Multimedia, etc. Se han cursado las asignaturas: Análisis de la forma y de la representación, Perspectiva, Dibujo.- Proyecciones y perspectivas, Sistemas y técnicas de representación en la creación artística, Modelado 3D y La Imagen Digital.

En la signatura optativa de Fotografía se construyeron varias cámaras estenopeicas y se realizaron numerosas experiencias de tomas de fotografías en donde se estudiaron interesantes relaciones entre la proyección cónica y las fotografía estenopeica.

Se ha proseguido en el Proyecto de Fin de Carrera, con un trabajo titulado “Sistemas de Representación. Métodos operativos en Perspectiva Axonométrica y Sistema Diédrico”, en donde hubo una primera investigación en Sistemas de Representación con actividades y producción gráfica realizadas mediante el ordenador, en entornos infográficos de 3D, sentándose las bases y objetivos para futuros trabajos de investigación.

También en Formación Continua se han ampliando estudios de Informática, con cursos: de Programación JAVA, FLASH, Autocad, 3Dstudio, Lightwave, Power Point, Dreamweaver, Photoshop, Corel Draw, Freehland, Director, etc. Y de formación pedagógica, CAP, etc.

### DOCUMENTACION EMPIRICA

Esta documentación se ha efectuado alternando períodos de formación, documentación bibliográfica y la documentación obtenida de las experiencias personales y en grupo (a) en estudios de Tercer Ciclo y (b) sobre todo como miembro



del Grupo de Investigación “Comunicación Visual”, en líneas de trabajo principalmente de didáctica en los Sistemas de representación.

### **Prolegómenos acerca del tema de la tesis.**

En el Tercer Ciclo se ha obtenido la Suficiencia Investigadora en la línea de innovación docente, en un trabajo de Investigación Tutelado que se titula “Desarrollo de nuevos métodos didácticos basados en los medios infográficos, para la enseñanza de los Sistemas de Representación” en donde se ha producido un software informático didáctico que posteriormente se ha puesto en práctica y ha sido objeto de valoraciones y rectificaciones en el aula.

### **Producción pedagógica en Grupo de Investigación.**

Como investigador y miembro de grupo de investigación, se han venido realizando actividades como colaborador y como autor de algunas producciones, dentro del Grupo de Investigación “Comunicación Visual” HUM-228, de la Secretaría General de Universidades e Investigación. Junta de Andalucía. Principalmente en la línea de trabajo de “Producción de material didáctico en formato tradicional y multimedia”.

Dentro de este grupo se ha participado en varios proyectos de desarrollo pedagógico de los Sistemas de Representación, en formato tradicional o en multimedia. Son los siguientes:

A. Proyecto de Innovación Docente titulado “Dibujo. Estudio de los sistemas de representación y su aplicación en Bellas Artes”, subvencionado por la Universidad de Granada. Vicerrectorado de Planificación, Calidad y Evaluación Docente. Se ha producido un material infográfico en el que se facilita la visualizan las cuestiones del espacio de un modo más eficaz que utilizando los procedimientos tradicionales. Sirve tanto para la docencia impartida en clases presenciales como para que ser consultado por el alumnado a través de Internet.

B. Proyecto investigación para la construcción de Material Didáctico Específico para la enseñanza del Sistema Diédrico, Perspectiva Caballera, Perspectiva Axonométrica y Perspectiva Cónica. El material consiste en la construcción de 4 maquetas con pantalla de proyección: una especial para la explicación del Sistema Diédrico, con planos del triedro abatibles; otra maqueta para la enseñanza de la Perspectiva Caballera con abatimiento de planos; una tercera maqueta para enseñar Perspectiva Axonométrica con planos transparentes y abatibles; y la última maqueta para explicar perspectiva cónica, con plano de horizonte regulable y abatible.

Este material y su didáctica se ha desarrollado durante varios cursos, y ha sido objeto de perfeccionamiento mediante pruebas de ensayo y error; pero presenta los inconvenientes de manipulación ya descritos anteriormente.

C. Programa de Diseño de Software para la sustitución del material didáctico del apartado B anterior, por su homólogo en realidad virtual. Consiste en emular estas pantallas o maquetas y buscar nuevos procesos didácticos que ofrezcan mejores

posibilidades; parte de este trabajo ya forma parte de esta tesis.

D. Diferentes trabajos de investigación por ordenador como una recopilación de métodos para secciones planas en Sistema Diédrico y Axonometría, habiéndose obtenido un método inédito.

E. También se han realizado varios trabajos de utilizando software gráfico, al participar en el diseño de páginas Web, de diseño en Autocad de un dispositivo para patentar y diversos trabajos de diseño por ordenador.

### **Autorías en patente, publicaciones y congresos.**

Estas investigaciones, su publicación y trazado de los dibujos correspondientes han servido para preparar esta tesis, ayudando a formular una metodología, seleccionar el tema y el enfoque para utilizar en el aula.

A. Patente, como coautor, del instrumento titulado “Pantalla doble para operar en perspectiva caballera y axonométrica”. Presentado a través de la Universidad de Granada. O.T.R.I. Oficina de Transferencia de Resultados de la Investigación. Este material permite una completa comprensión, junto a la maqueta para la Perspectiva Axonométrica, de los fundamentos y funcionamiento de los sistemas de las axonometrías ortogonal y oblicua.

B. Publicaciones: Dos libros en donde se han realizado las pruebas por ensayo / error dentro del entorno Autocad. Se titulan “Secciones planas mediante proyecciones paralelas al plano secante en sistema diédrico y axonométrico”. ISBN 84-699-6128-4; y "Secciones planas mediante proyecciones en el plano secante en sistema diédrico y axonométrico". ISBN 84-699-6127-6.

C. Congresos.- Han sido varios pero, por su influencia en esta tesis, cabe destacar: Como ponente, en el VI Congreso de Expresión Gráfica en La Edificación, celebrada en Granada 2001 con el título “Utilización de software informático para el estudio e investigación en geometría descriptiva”. Y como participante, en el Sexto Simposio de Profesores de Dibujo, en Granada 2002, de donde se obtuvo una importante documentación pedagógica vistas las múltiples experiencias didácticas de este colectivo docente.

### **DOCUMENTACION BIBLIOGRAFICA**

En diferentes etapas se ha consultado una amplia bibliografía en campos diferentes del dibujo geométrico: proyectividad, sistemas de representación, diseño por ordenador, etc. Y por otro publicaciones de Informática gráfica o de infografía en donde, no obstante, los cursos específicos realizados en lenguajes informáticos y software aplicado al diseño, han ido acompañados de una importante consulta bibliográfica que se relaciona a continuación.

## **Sistemas de Representación.**

Se han podido consultar importantes fuentes bibliográficas de autores de sistemas de representación que ofrecen una gran variedad de cuestiones del espacio, procedimientos y métodos. Por la influencia que ha tenido en la preparación de esta tesis, cabe citar una nutrida literatura en Sistemas de Representación (Giménez Arribas, 1961; Izquierdo Asensi, 1980, 1988, 1989; Taibo Fernández, 1983; Rodríguez de Abajo, 1980, 1984, 1985, 1986; Bonet Minguet, 1985, 1986; Carreras Soto, 1976; Soto Hidalgo, 1967; Verdaguer Urroz, 1974; Gonzalez Monsalve y Palencia Cortés, 1961, 1988; Arustamov, 1971; Imre Pal, 1965) y en particular en Perspectiva Cónica (Villanueva Bartrina, 1996; Bonet Minguet, 1985; Mestres Cabanes, 1964; Marín Magallón, 1924; Navarro de Zuvillaga, 1986, 1996) y otros autores de numerosas publicaciones que de una manera u otra enriquecen con sus aportaciones la literatura sobre estas materias.

## **Metodología, procedimientos y soluciones.**

### *Sistemas de Representación.*

Tal y como se ha ido avanzando en la consulta de diversas fuentes bibliográficas se ha observado una diversidad de métodos pedagógicos, como de métodos operativos en la resolución de problemas que se pueden emplear para resolver una determinada cuestión del espacio tridimensional. De la bibliografía citada y otra también consultada, se han estudiado las características o los diversos procedimientos y métodos empleados. Para su aplicación en sus aspectos metodológicos cabe comentar cierta bibliografía de los siguientes autores:

Izquierdo Asensi (1988) con las 23 ediciones de su “Geometría Descriptiva” emplea una metodología con una serie de normas, todas muy importantes, de las que se van a citar tres: (1) no utilizar propiedades de la Geometría Proyectiva, como la homología y la afinidad, (2) basar los razonamientos en la geometría métrica y (3) razonar las cuestiones geométricas primero en el espacio y después en el sistema de representación a emplear. Junto con las otras normas, el modo tan claro y preciso de las definiciones de conceptos fundamentales, el autor ofrece una metodología digna de ser adoptada para esta tesis.

Taibo Fernández (1983), en su obra de dos tomos “Geometría descriptiva y sus aplicaciones” propone resolver los problemas previamente en el espacio, y desarrollar los conocimientos conjuntamente en cuatro sistemas: acotado, diédrico, axonométrico y cónico. Con una concepción pedagógica de estas características queda muy patente la diferencia entre el objeto real y el proyectado, y las diferentes características y funcionamiento de los sistemas de representación, muy importante para el propósito de esta tesis.

### *La perspectiva cónica.*

Por sus métodos operativos, y a efectos de esta tesis, la perspectiva cónica se puede dividir en dos clases: la que en su trazado ha de basarse en proyecciones cilíndricas previas, por ejemplo, en una planta trazada en sistema diédrico; y la que no

necesita de esas proyecciones cilíndricas previas, sino que utiliza fundamentalmente los puntos de fuga. Esta no tiene que ser una división radical porque suelen utilizarse métodos mixtos, además de las subdivisiones generadas a partir de la división primaria.

En esta tesis se va a tratar el método que utiliza fundamentalmente los puntos de fuga. De la bibliografía consultada se han seleccionado procedimientos y métodos pedagógicos de muchos autores, entre los que se citan los siguientes.

Villanueva Bartrina (1996) en “Perspectiva lineal: su relación con la fotografía” explica desde los primeros capítulos los fundamentos del método que utiliza los puntos de fuga. Esto significa que si el alumno desde el comienzo de su formación en este tipo de perspectiva comprende el paralelismo entre la “recta característica” y la dirección del haz de rectas a representar, está predispuesto a comprender todos los fundamentos de este sistema. Estos principios se han adoptado para la construcción del material didáctico de esta tesis.

Bonet Minguet (1985) en “Perspectiva cónica” y “Proyecciones y sombras” alcanza un altísimo nivel en la exposición de los métodos y procedimientos de la perspectiva en proyección cónica basada en los puntos de fuga.

Mestres Cabanes (1964) ofrece una obra con abundantes ejemplos de trazados muy estimulantes para su estudio y aplicación, con soluciones muy interesantes en la representación de espacios, especialmente en escenografía.

También ha resultado muy interesante y estimulante la obra de muchos más autores por la riqueza de ejemplos y matices. A la hora de seleccionar se han escogido aquellos métodos en los que el alumno puede diferenciar claramente entre el objeto a representar y el objeto representado, puede comprender los fundamentos del sistema que se basa en la *recta característica* (Villanueva Bartrina, 1996) para determinar los puntos de fuga.

### **Percepción tridimensional.**

Imre Pal (1965) y Schmidt (1993) resuelven el problema del estudio de las cuestiones del espacio por medio de la percepción estereoscópica, con anaglifos de dos colores que, observados con gafas de filtros de luz especiales, perciben el objeto a estudiar en relieve. La visión estereoscópica de representaciones gráficas, que pueden utilizarse con fines pedagógicos, se puede conseguir por anaglifos bicolores y por otros medios ópticos que pueden estudiarse en “Aplicación de la estereoscopia en la representación gráfica” (Aguilar Gutiérrez 1993).

Viejo Díez (1998) en su obra “Maquetas del sistema diédrico moderno” utiliza maquetas para la manipulación material y directa del tema a tratar. Para lo cual presenta los trazados e instrucciones para que el alumno pueda recortar, doblar y montar tanto los planos de proyección como el contenido a tratar, ya que las hojas del volumen son de cartulina de un grosor que permite este montaje.

Numerosos autores auxilian las explicaciones en sistema diédrico acompañándolas de otro dibujo en perspectiva con los mismos contenidos. Es un

método muy eficaz para que el alumno pueda estudiar y resolver el problema previamente en el espacio tridimensional perspectivo.

## **ESTADO DE LA CUESTION: SOFTWARE EDUCATIVO**

Existen innumerables publicaciones en forma de software infográfico con aplicación en múltiples campos: arquitectura, ingeniería, enseñanza, industria del cine, medicina, videojuegos, etc. Este software utiliza sistemas de modelado 2D y 3D, renderización, animaciones, para producir imágenes sintéticas que emulan la realidad y ofrecen una visión virtual muy fácil de percibir y reconocer; todo ello permite que dichos medios posean una gran adaptabilidad.

Se ha efectuado un estudio de software que tenga que ver con diseño gráfico plano y/o 3D, para ver las posibilidades que cada programa ofrece, sus características y la posibilidad de ser utilizado en medios docentes.

### **Software para la enseñanza de los Sistemas de Representación.**

Dentro del campo de la enseñanza se han encontrado fuentes en donde poder consultar. Son variadas: bases de datos accesibles por Internet de redes universitarias, revistas, software en discos CD o DVD en publicaciones, en trabajos de investigación, en trabajos personales de profesionales de la enseñanza, etc. Pero ha sido en Internet en donde más cantidad de aplicaciones educativas se han encontrado gracias a la accesibilidad que la red ofrece al gran público. En el Índice de Figuras, de la página 213 se citan las fuentes consultadas.

Se ha estudiado una importante producción de software susceptible de ser aplicado a la enseñanza de los Sistemas de Representación habiéndose encontrado múltiples soluciones, métodos o enfoques. Lo recopilado y estudiado puede considerarse representativo de la importante producción que se ha publicado y está al alcance del usuario, tanto profesional de la enseñanza como alumno. Se ha encontrado un software educativo muy interesante cuya autoría corresponde a profesionales de la enseñanza de sistemas de representación. Tras esta recopilación, los datos se han estudiado y han sido objeto de una clasificación según criterios didácticos, acordes con los objetivos de esta tesis.

### **Estudio y clasificación por categorías formales y recursivas.**

Son muchas las características que se han encontrado y que han de ser objeto de clasificación, a fin de poder efectuar una elección y definición pormenorizada del software que se quiere diseñar. Se hace una primera clasificación de carácter más general:

1. Según sus características formales que tiene que ver con su presentación, uso, interactividad, etc.
2. Según las cualidades de sus contenidos, que tiene que ver con aspectos docentes y pedagógicos.

Por sus aspectos formales se han definido características de primer orden y hasta de segundo, tercero o más. Pero se tratará de simplificar para hacer más fácil su estudio,

comenzando por lo más simple y acabando por lo más complejo, casi siempre con grados de interactividad de menos a más, independientemente de las cualidades de sus contenidos y su valor pedagógico. Se han clasificado del modo siguiente:

- A. Software a modo de libro, con texto e imágenes fijas (dibujos, fotos o imágenes sintéticas generadas por ordenador), cuyas páginas se van haciendo pasar de modo lineal.
- B. Páginas de texto e imágenes, organizadas con un menú principal sostenido por un organigrama según una ordenación de páginas de primer orden, segundo, tercero, etc.
- C. Páginas como las anteriores también organizadas con un menú, vínculos o hipervínculos para saltar directamente a otras páginas propias o a otras páginas web de la red.
- D. Páginas web con características parecidas a las de los anteriores apartados A, B y C, aunque puede estar ausente una o varias de ellas, pero las imágenes no son fijas sino cambiantes de varios modos: uno de ellos es que las imágenes aparecen muy pequeñas para ofrecer muchas en poco espacio, para luego pinchar con el ratón y poder ampliarla.
- E. Otras características en la imagen, que se pasan a estudiar en los apartados siguientes.

Por los recursos susceptibles de utilización pedagógica, se van a ver características de las imágenes, estáticas, cambiantes o en movimiento, acompañadas o no de texto. Se han clasificado de menos a más en cuanto a las posibilidades, recursos, grado de interactividad, así como de facilidad de manejo para el usuario. Se pueden clasificar así:

- A. Imagen fija de figuras planas o representadas en algún sistema de representación de mayor o menor calidad en su trazado y en sus cualidades explicativas.
- B. Serie ordenada de varias imágenes fijas en las cuales se muestra una secuencia de la evolución de su trazado de comienzo a fin.
- C. Imágenes fijas con contenidos representados en un sistema de proyección (generalmente en sistema diédrico) que se acompaña de otra representación en otro sistema (en perspectiva caballera o axonométrica) y permite la comprensión del problema en el espacio tridimensional (la perspectiva) para comparar y resolverlo en el sistema diédrico.
- D. Imágenes fijas también con contenidos representados en un sistema de proyección pero con varios dibujos para comprender los fundamentos comparando entre imágenes.
- E. Imagen con autoevolución en su trazado: el dibujo (en dos o en tres dimensiones) comienza con el dato inicial y en cada segundo de tiempo, aproximadamente, va apareciendo, por orden de trazado, una fase nueva del problema hasta su terminación.
- F. Imagen con autoevolución en su trazado. Lleva más de una fase en su explicación. Como en los apartados anteriores, las imágenes explican un tema cada cierto tiempo, y va evolucionando por orden de trazado hasta que acaba la explicación.

- G. Imagen que evoluciona en su trazado cada vez que se pulsa la tecla “Intro”. El dibujo comienza con un espacio vacío de contenido y evoluciona por adición de elementos gráficos hasta su terminación.
- H. Imagen que, como en el apartado anterior, evoluciona al pulsar “Intro”, pero que se diferencia en que se realiza con dos sistemas (diédrico y perspectiva cilíndrica) para su comparación.
- I. Imagen que evoluciona en su trazado pinchando con el ratón en los “botones” o lugares para tal efecto. El dibujo comienza con el dato inicial y evoluciona por adición de líneas hasta su terminación. Puede invertirse el orden de trazado a voluntad, para volver a estudiar trazos anteriores, y después reanudar la marcha.
- J. Imagen que evoluciona en su trazado a modo de “moviola”, pinchando con el ratón en un cursor que puede ir adelante, atrás o pararse, como con una cinta de vídeo. Esto facilita extraordinariamente la utilización por parte del usuario.
- K. Dibujo único que puede ser transformado en su forma y en otros atributos, directamente con el ratón para ver aspectos importantes que hacen que se diferencie el contenido a tratar, diferente del sistema de representación que se utiliza.
- L. Imágenes con sus contenidos representados en más de un sistema de proyección (como en sistema diédrico y perspectiva cilíndrica) que evoluciona en su trazado pinchando con el ratón en los “botones” dispuestos a tal efecto. Hay menú principal con varias opciones en sus contenidos o en sus etapas de trazado.
- M. Imágenes que también representan sus contenidos en más un sistema de proyección y evoluciona en su trazado pinchando con el ratón. Además puede mostrar detalles que hagan comprender especialmente una parte del problema, utilizar superficies transparentes u opacas y una serie de recursos propios de las imágenes virtuales que proporcionan interesantes posibilidades pedagógicas.
- N. Imágenes con problemas representados en más de un sistema de proyección y que evolucionan pinchando con el ratón, no en “botones” sino en las partes de la imagen en donde corresponde seguir. Así el usuario realiza el ejercicio siguiendo un camino hacia la solución, a modo de ejercicio práctico.
- O. Imágenes con problemas representados en más de un sistema de proyección. No evolucionan con una secuencia fija sino que el usuario elige a cada momento, a tiempo real, el camino a seguir. Se controla desde el teclado, con unas determinadas teclas, cada una con su función concreta. En un lado hay una perspectiva que puede aparecer representada como observada por un espectador. Esta observación puede ser desde un punto de vista a distancia variable (en perspectiva cónica) o desde un punto de vista impropio (en perspectiva axonométrica. Mediante los giros adecuados esta imagen en perspectiva puede ser vista como planta, alzado o perfil. Puede representarse cualquier figura para ser estudiada bajo el concepto de “vista” o, también, bajo el concepto de “proyección”. Puede verse solamente en perspectiva (cilíndrica o cónica). También puede mostrar algunos aspectos especiales como ver sobrepuestas todas las imágenes, de un determinado contenido, desde su “vista” como alzado, hasta su vista como planta.



## Ejemplos de la clasificación.

Tras esta clasificación se ha visto que lo recopilado es de fácil uso, siempre que se dedique un tiempo relativamente corto a familiarizarse con este software. No obstante, aunque no siempre, da la sensación de que cuantos más recursos y posibilidades ofrece, más tiempo de entrenamiento requiere. A continuación se exponen algunos ejemplos según la clasificación anterior:

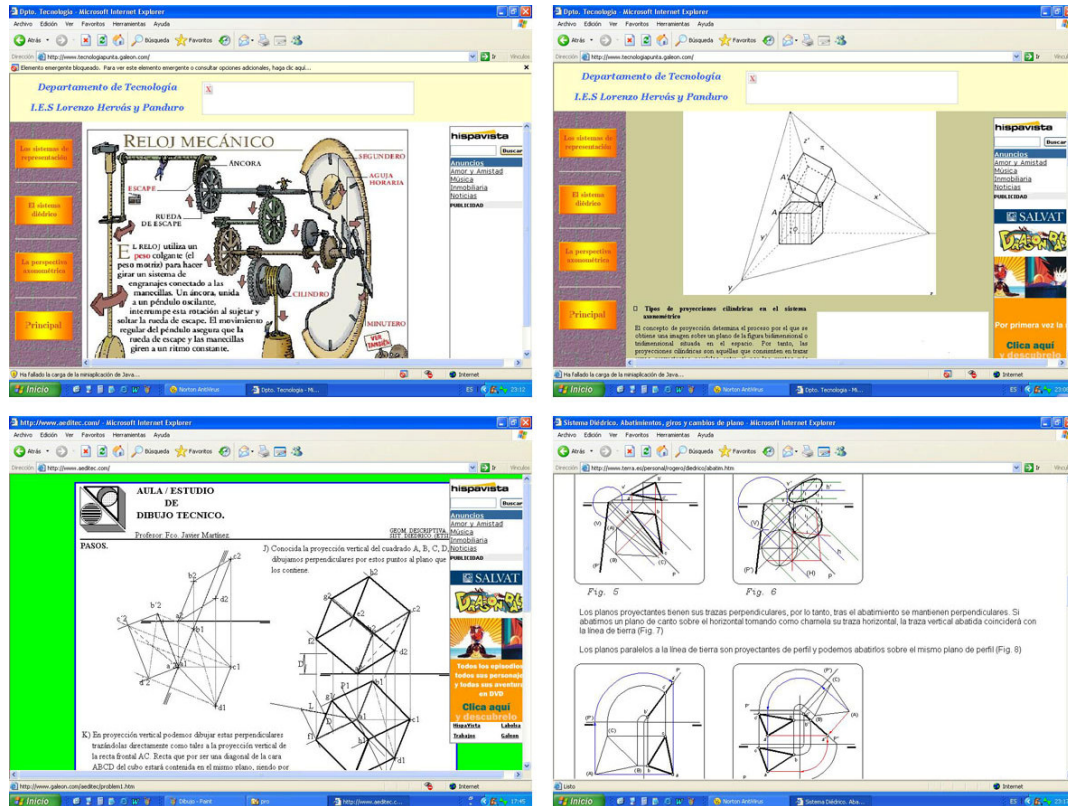


Fig. 1 (Ver fuentes en pág. 213)

En estas páginas web (fig. 1) las explicaciones de los Sistemas de Representación se ofrecen a modo de libro, como si fuesen pasando páginas en donde con la ayuda de imágenes y texto se realizan las explicaciones pertinentes. Generalmente hay una página de comienzo con menú de opciones, y la posibilidad de pasar de una página a otra pinchando con el ratón en los lugares al efecto.

La comprensión de sus contenidos depende de las cualidades explicativas tanto en el texto como en los dibujos. Es de utilidad para uso complementario a explicaciones previas en clase, acorde con la programación educativa de una determinada asignatura. Estas páginas pueden estar contenidas en un disco CD o DVD o en cualquier otro dispositivo de almacenamiento, como también pueden colocarse en la red, para que el alumno pueda consultarlas tanto para complementar o completar su comprensión teórica, como a la hora de realizar las prácticas.

El profesional docente deberá de decidir las ventajas de su uso comparando con medios tradicionales como los textos o apuntes específicos para una determinada

asignatura y la bibliografía de consulta. De todos modos unos medios no excluyen a los otros y siempre supone una ayuda para el alumno, tanto en enseñanza presencial, como a distancia, teniendo en cuenta que las prácticas pueden realizarse fuera de clase.

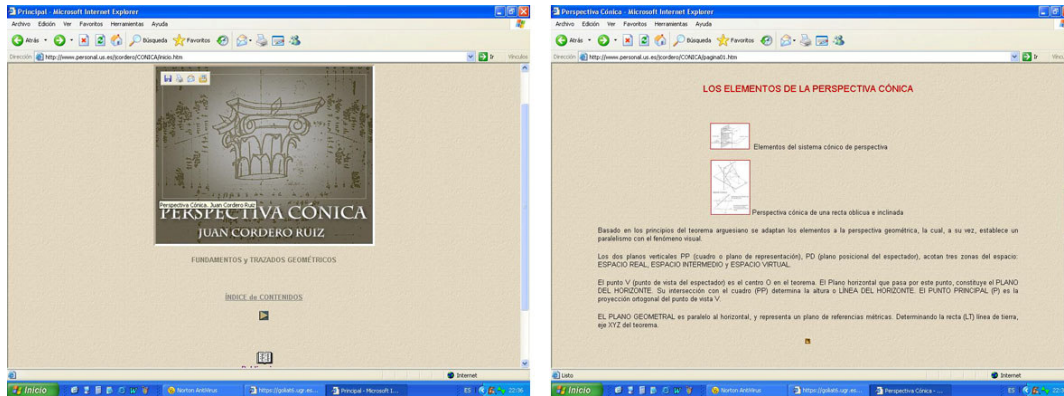


Fig. 2

En la figura 2 se tiene un ejemplo de la página personal de un profesor dentro de la página web general de la Universidad de Sevilla. Se trata de una materia concreta: Perspectiva Cónica. A partir de un menú principal se van pasando por las distintas páginas en donde se explican los fundamentos, ejemplos, ejercicios de alumnos, etc. con la peculiaridad formal de que los dibujos aparecen en las páginas en formato pequeño y pueden ser ampliados para ser vistos con detalle pulsando con el ratón.

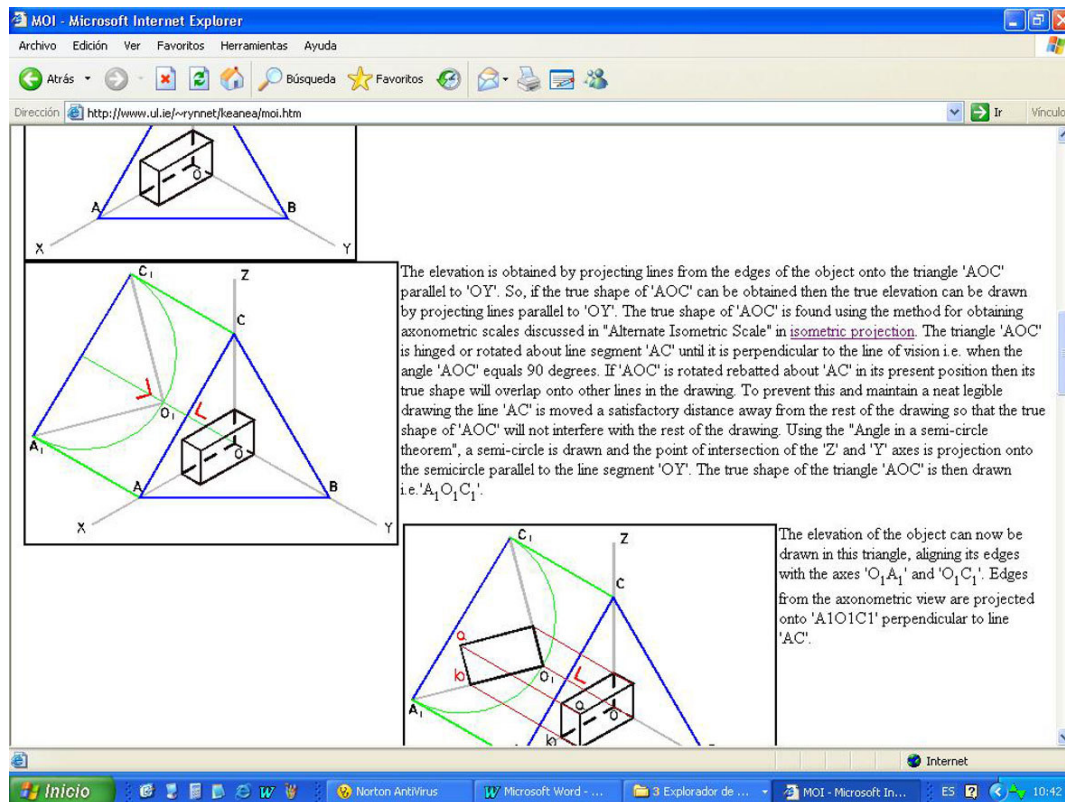


Fig. 3

En la figura 3 se hace una explicación secuencial, paso a paso, de la evolución del trazado. Se puede ver una serie ordenada de varias imágenes fijas acompañadas de texto. Tiene la ventaja de ver el orden de trazado desde el comienzo hasta el final del problema. En las prácticas de trazado es muy útil, pero no para la realización de modo sistemático de los dibujos, sino para ser usado como recurso último para salvar un escollo o como autoevaluación.

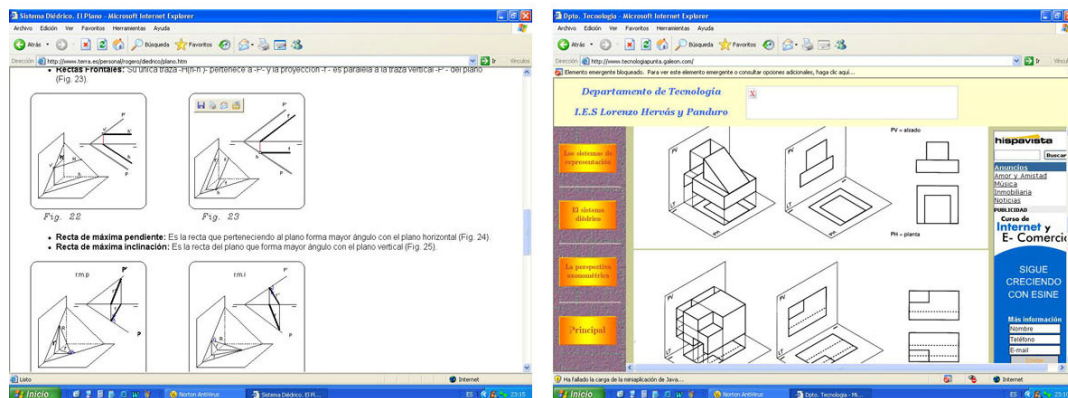
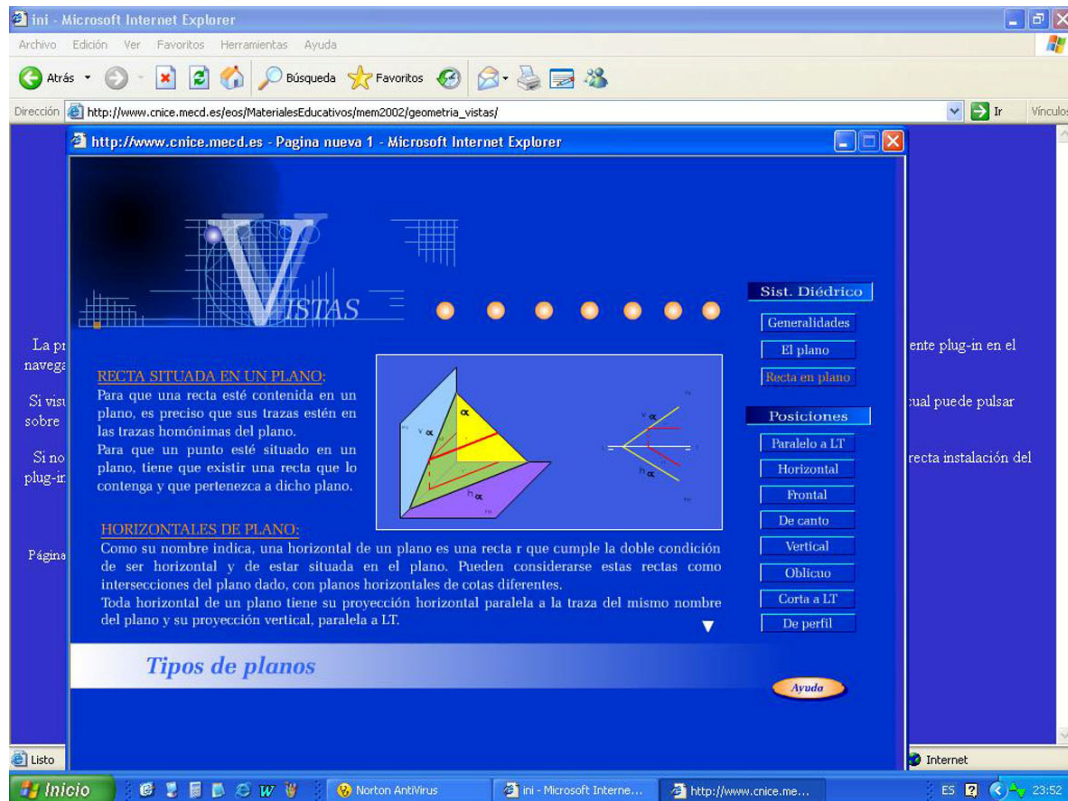


Fig. 4

En la figura 4 se ofrecen imágenes fijas cuyos contenidos se representan en dos sistemas. Por ejemplo, la horizontal del plano se ve en el espacio tridimensional en perspectiva caballera, al lado de otro dibujo en sistema diédrico. La comprensión del problema se ve facilitada al verlo primero en el espacio tridimensional (la perspectiva) y se compara y resuelve ya en el sistema diédrico. En la última imagen se explica en

perspectiva la proyección de las piezas, en segunda fase sus proyecciones en el plano y, en tercera fase, la vista (planta y alzado) de dichas piezas en sistema diédrico.

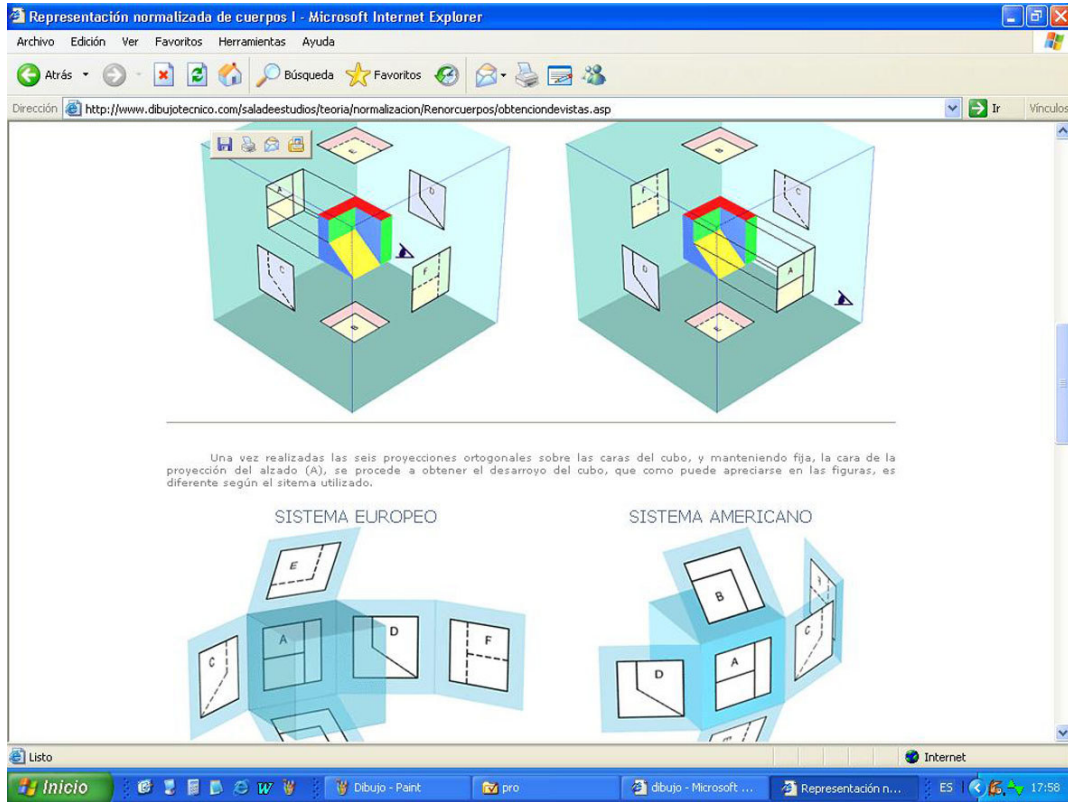


Fig. 5

En la figura 5 las imágenes siguen siendo fijas, sin movimiento, sin embargo expresan el movimiento del desarrollo de las caras del cubo para explicar las diferencias entre el sistema de proyección europeo y americano.

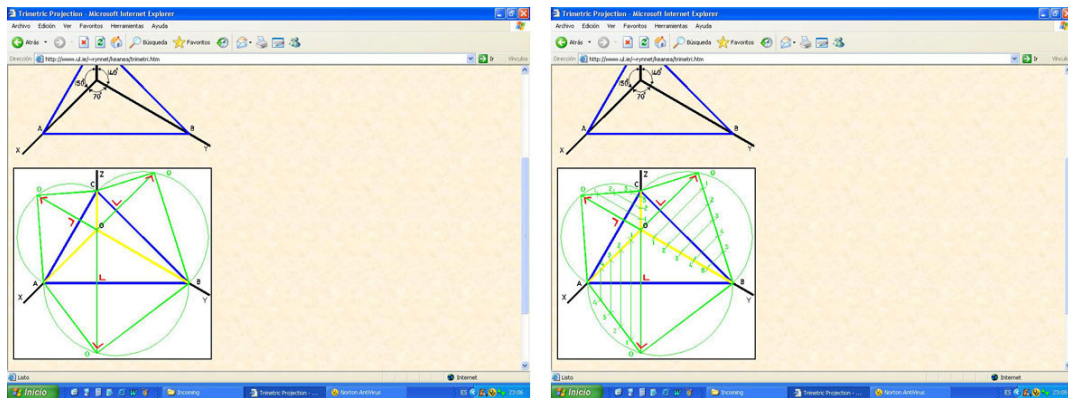


Fig. 6

En la figura 6 el dibujo no está fijo sino que tiene una autoevolución en su trazado, de modo que comienza con el dato inicial y cada cierto espacio de tiempo, por

ejemplo, cada segundo, se va completando con trazados nuevos, fase a fase y por su orden, hasta completar el trazado.

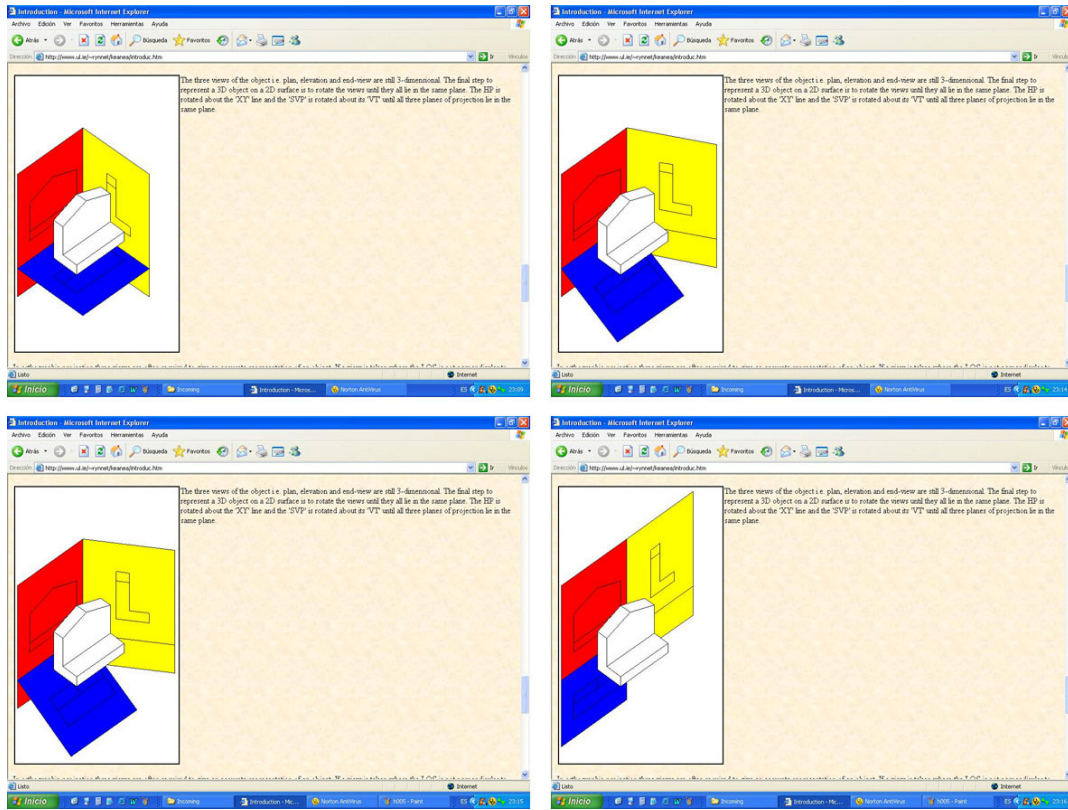


Fig. 7

Continúan ejemplos de software educativo con imágenes no estáticas. En el ejemplo anterior (figura 6) se daba una adición de trazos secuenciados; y, en cambio, en las imágenes de la figura 7 en lugar de adición de elementos, hay una secuencia de movimientos de los elementos iniciales. En este caso los movimientos corresponden a los planos de proyección que explican el funcionamiento del sistema diédrico. Pero puede haber movimientos de otro tipo como giros, abatimientos o cambios de plano, desarrollos, etc.

Todos estos movimientos se producen automáticamente, sin control del usuario y nada más aparecer la página que contiene el dibujo en cuestión. Esto supone una ventaja al no tener que manipular tanto, siempre que la velocidad de evolución del trazado sea la adecuada, como ocurre en estos casos.

En la figura siguiente (fig. 8) también las imágenes evolucionan automáticamente. Explican las proyecciones de una pieza en los seis planos de proyección que conforman un cubo de proyección. También la velocidad de evolución de estas figuras es adecuada, dando tiempo a comprender sus contenidos.

Lo nuevo en estas figuras está en que se producen dos clases de evoluciones: (a) la de la adición de elementos y (b) la de los movimientos de sus elementos.

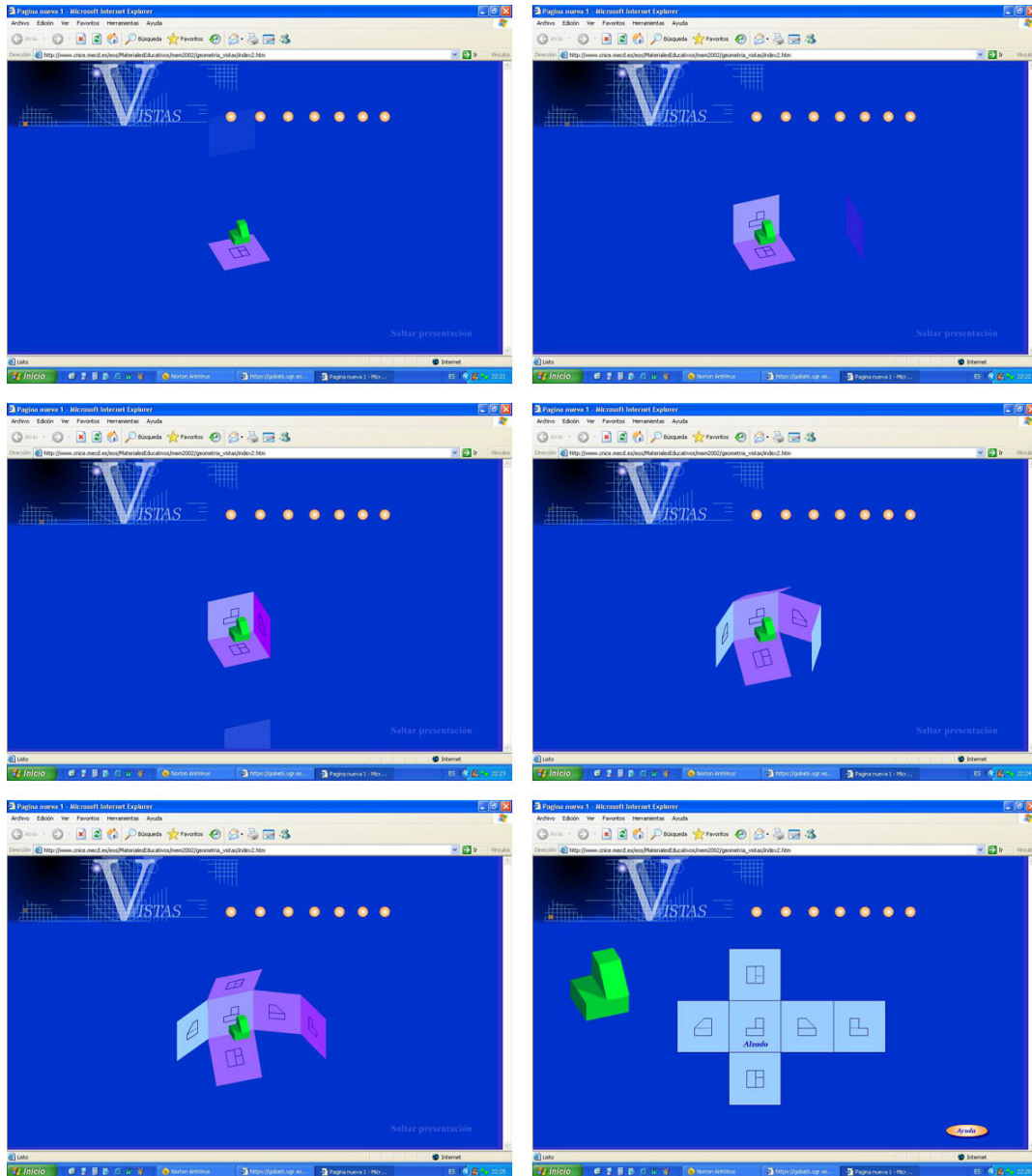
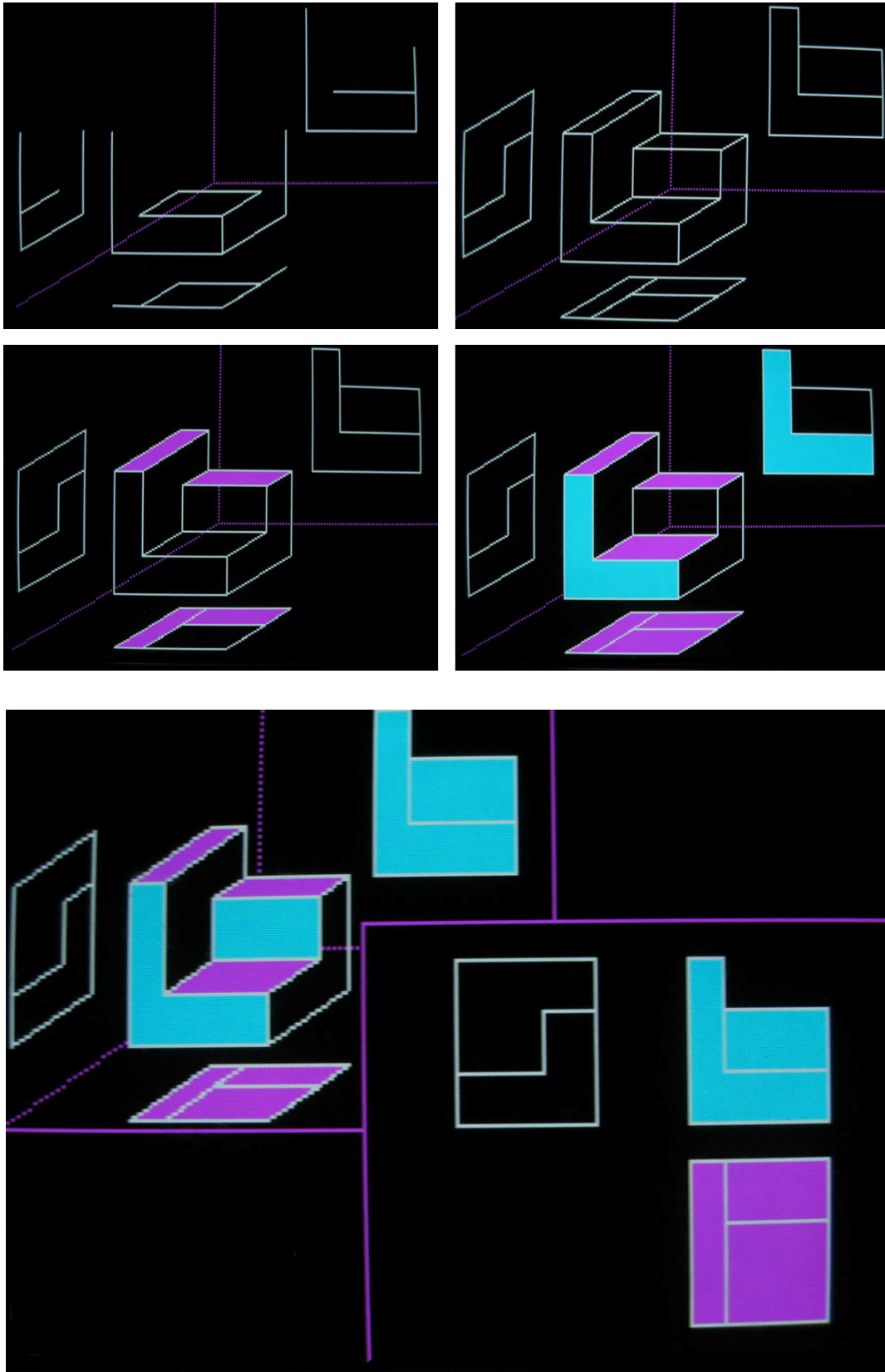


Fig. 8

Efectivamente, en la figura 8 y en una primera secuencia se explica la proyección de una pieza (en verde) en los seis planos de proyección. En una segunda secuencia se efectúa el desarrollo del cubo para que se vean las seis proyecciones.

En la primera secuencia se produce (a) una adición de elementos: los planos de proyección, hasta seis, y las proyecciones correspondientes de la pieza en cada uno de estos planos de proyección. En una segunda etapa (b) se produce la transformación por los movimientos de sus elementos. Esta visualización es de gran valor didáctico ya que (a) al final, al mover el ratón por las vistas, aparece el rótulo “planta”, “alzado”, etc. en donde corresponde, (b) explica las proyecciones en los planos de proyección y (c) muestra el desarrollo del cubo en el sistema europeo.



Figuras 9 y 10

Las anteriores figuras 9 y 10 se corresponden con dos propuestas didácticas diferentes. Ambas explicaciones son de la misma figura que se proyecta en tres planos de proyección. Se trata de figuras que se transforman por adición de elementos. Estos elementos son (a) las aristas de la figura en perspectiva caballera, (b, c, d) las proyecciones de las mismas en cada uno de los planos de proyección y (e) la coloración de las caras una vez que se han formado.

La diferencia respecto a anteriores propuestas explicativas está en que no evolucionan automáticamente, como en otros casos anteriores, sino que cada paso en el trazado se da cada vez que se pulsa la tecla "Intro". Esto permite un estudio más pausado, estudiar las proyecciones recta a recta, responder a preguntas del alumnado, etc. Comienza con el triedro trirectángulo vacío, apareciendo los elementos geométricos cada vez que se pulsa la tecla, hasta llegar al final, cuando una a una se van coloreando las caras, tanto en perspectiva como en la proyección de la misma.

En la figura 9 solamente hay una ventana. En la figura 10 hay dos ventanas: la primera y una segunda ventana en donde se desarrolla el trazado también en sistema diédrico. Al final, cuando se colorean las caras, lo hacen en los tres lugares: (1) en la figura en perspectiva, (2) en su proyección correspondiente y (3) en la segunda ventana, en la cara correspondiente de la vista en sistema diédrico.

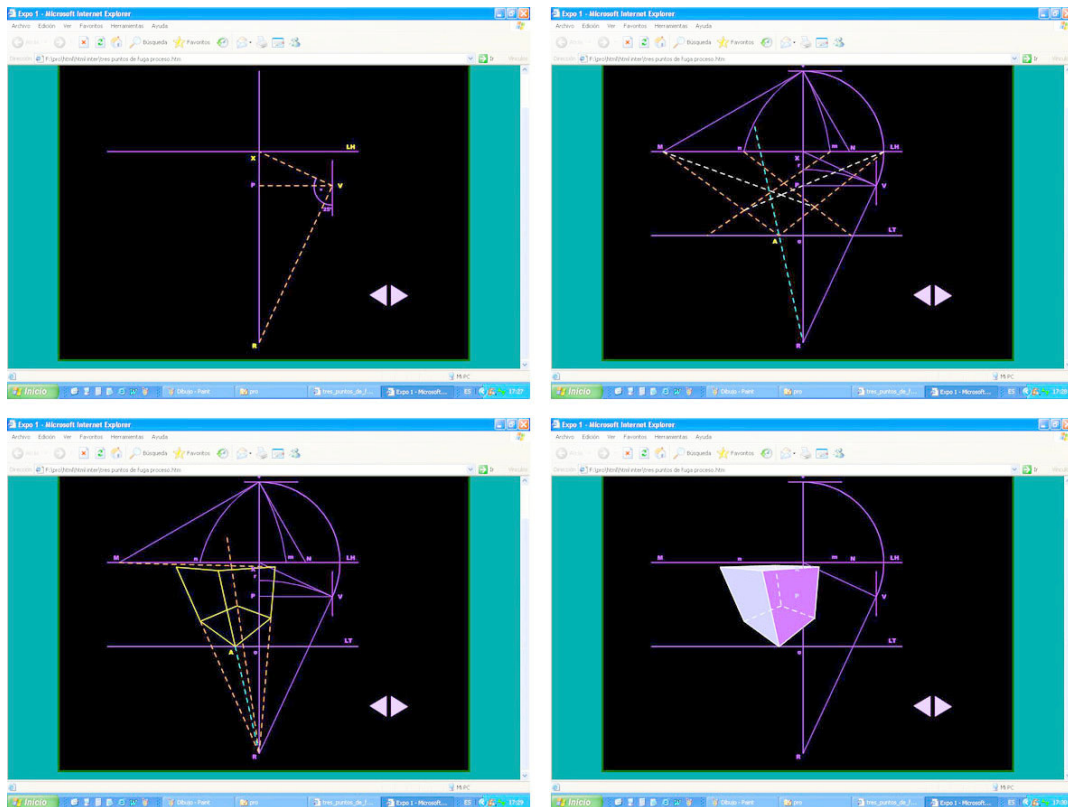


Fig. 11

Como en las dos figuras anteriores, en esta figura 11 también evoluciona el trazado cada vez que se realiza una pulsación, pero con una mejora: se puede avanzar en



el trazado o se puede retroceder, a voluntad, según se pulse con el ratón en los triángulos situados abajo a la derecha de la imagen, a derecha o a izquierda.

No es una adición de elementos sin más sino que también tiene la ventaja de que se van eliminando elementos innecesarios conforme se van alcanzando etapas, hasta llegar al final en donde solamente queda el resultado con datos importantes del sistema.

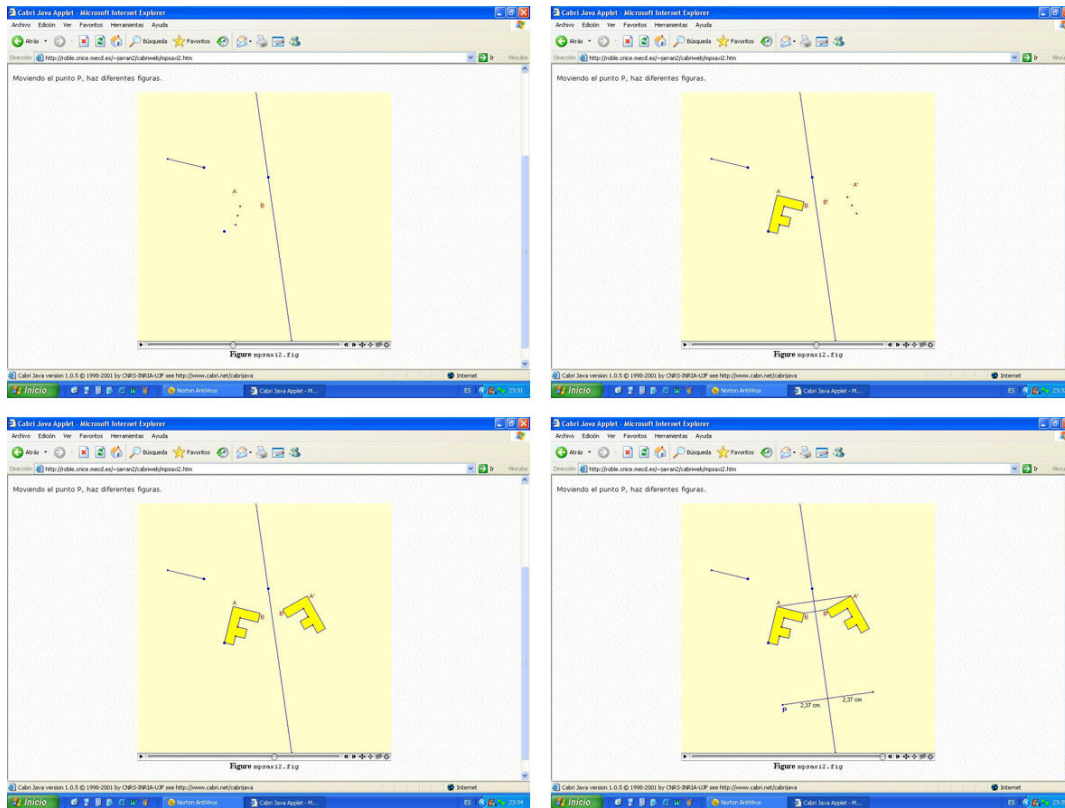


Fig. 12

El trazado de la figura 12 evoluciona, como en la figura anterior, hacia delante o hacia atrás. No se van eliminando elementos innecesarios, pero presenta la gran ventaja de que se utiliza como una “moviola”, es decir, que se pincha con el ratón en el cursor de la parte inferior, y se puede ir adelante, atrás o pararse, como se hace con los mandos de un reproductor de vídeo.

En este tipo de software el usuario puede manejarlo aunque no se tenga entrenamiento para aprender a utilizarlo. Es importante esta característica porque presenta la ventaja de que estas aplicaciones las puede utilizar cualquiera.

La contrapartida es que el grado de interactividad es bajo y no cabe introducir innovaciones, ni opciones alternativas en el modo de presentar los contenidos, como sí ocurre en otro software educativo que se expondrá más adelante. Por lo cual, si se utiliza para explicaciones en clase, el modo de exponer los contenidos, sus cualidades didácticas han estar muy cuidadas, como ocurre en este ejemplo.

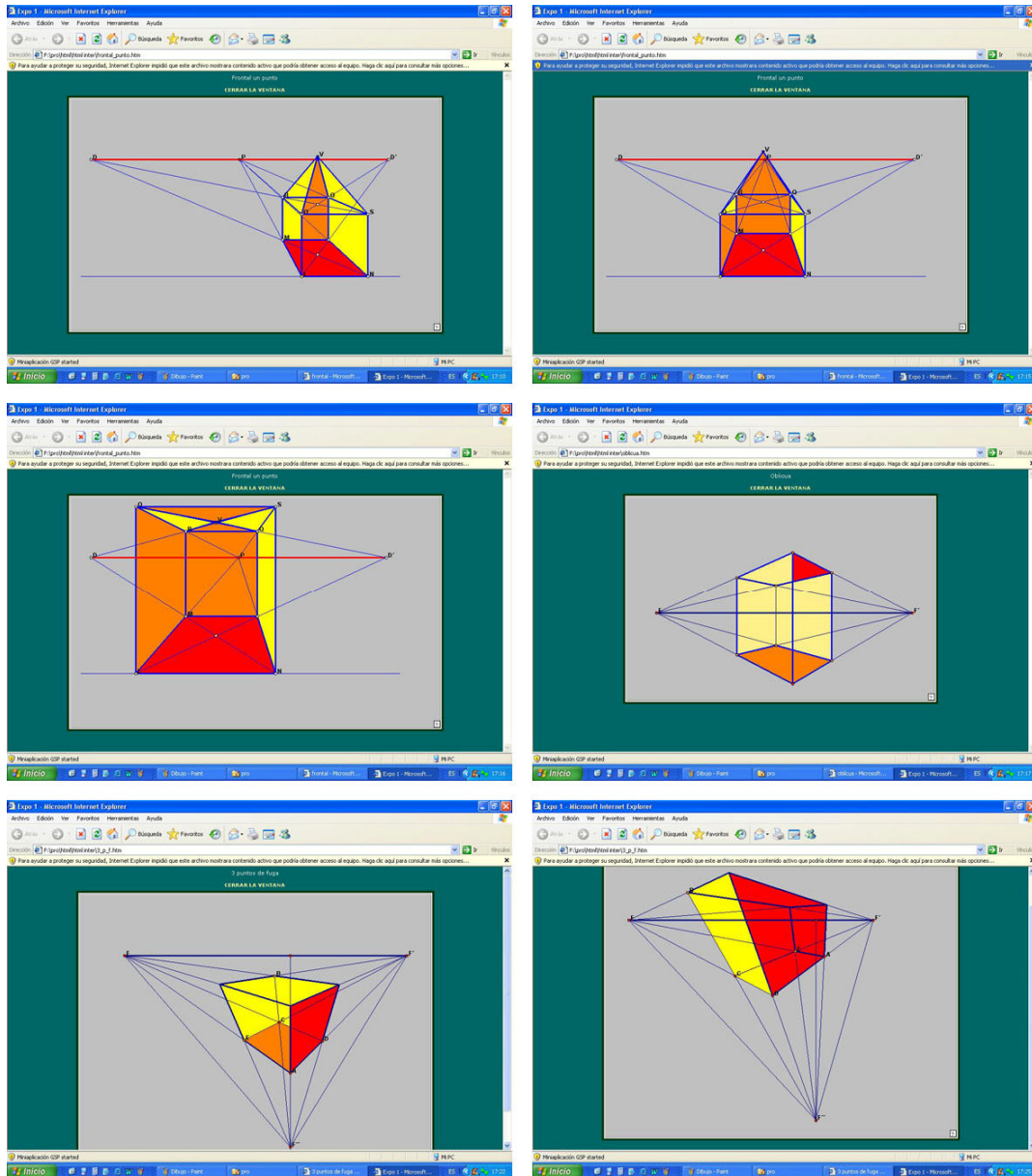


Fig. 13

Los ejemplos de la figura 13 se corresponden con un software que trata la evolución gráfica de sus contenidos no de modo lineal, sino que presenta infinitas posibilidades evolutivas, a gusto y criterio del usuario. Muy interesante para la experimentación o el aprendizaje por ensayo / error. En principio es un asunto único que puede ser transformado, pero conserva los datos iniciales y básicos. Así, se pueden comprender funciones del sistema, elementos imprescindibles, que facilitan la diferenciación entre el contenido (el prisma) y los elementos del sistema de proyección (perspectiva cónica).

Hay tres contenidos diferentes: (1) un prisma con pirámide encima en perspectiva cónica frontal, (2) un prisma en perspectiva cónica oblicua con dos puntos de fuga (sin modificar) y (3) un prisma en perspectiva cónica oblicua con tres puntos de

fuga. Estas figuras pueden ser transformadas en su forma directamente con el ratón, pulsando en puntos desplazables linealmente: puntos de fuga o vértices de la figura.

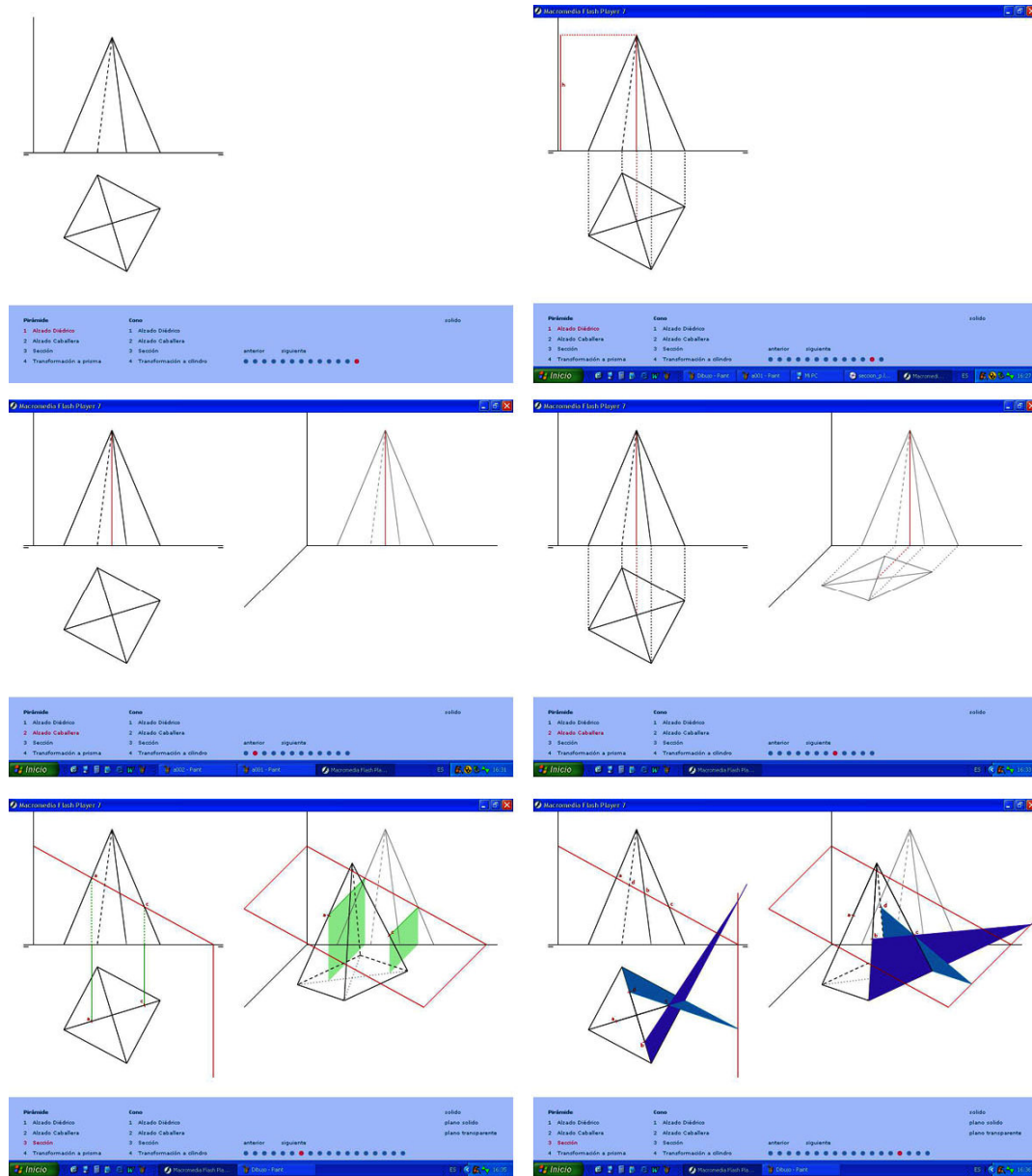


Fig.14

La serie de imágenes de la figura 14 corresponden a un contenido (sección plana a una pirámide) representado en dos sistemas de proyección (diédrico y perspectiva caballera). Hay menú principal para elegir las opciones disponibles en sus contenidos y en sus etapas.

Tiene un alto grado de interactividad y se controla pinchando con el ratón en los “botones” en forma de círculo pequeño para que la parte seleccionada avance o retroceda. Se colorean del mismo color los detalles a estudiar en cada etapa, los cuales se pueden ver simultáneamente en perspectiva y en sistema diédrico.

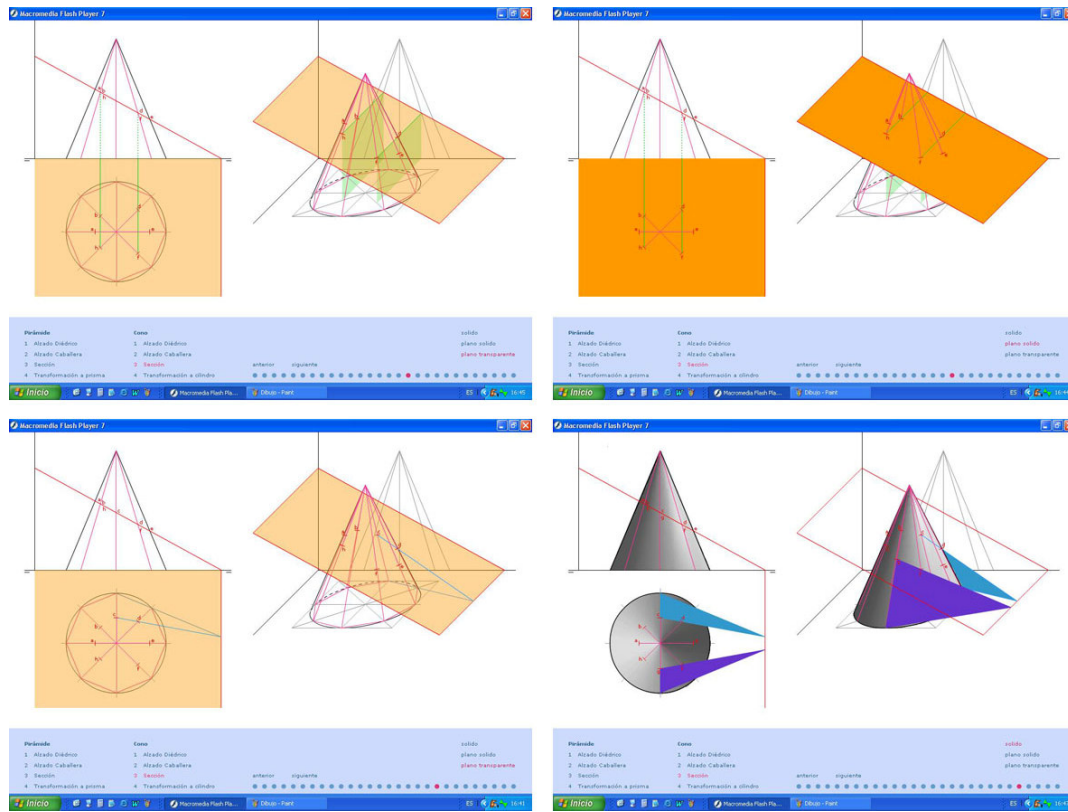


Fig. 15

El mismo programa de la figura anterior trata los problemas con otras figuras. En esta figura 15 se explica la sección plana de un cono. Se muestran otros recursos como el plano transparente u opaco. La figura “alámbrica” o como sólido sombreado, además de los empleados antes, los cuales posibilitan la comprensión del problema al ofrecer percepciones del espacio y sus contenidos en dos sistemas de representación.

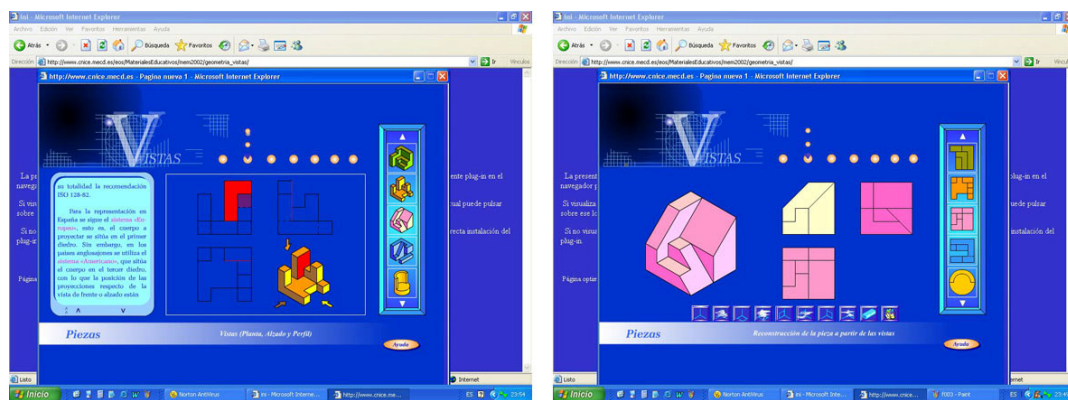


Fig. 16

En la figura 16 aparecen dos tareas usuales en el aula de dibujo: (a) obtener las vistas a partir de la perspectiva y (b) obtener la perspectiva a partir de las vistas. En la columna derecha están las figuras que se pueden elegir. También aquí se representan los contenidos en dos sistemas de representación. Hay otro tipo de recursos y de ayudas

pedagógicas. Estas imágenes evolucionan pinchando con el ratón en los elementos de la imagen en donde se ha de actuar para solucionar el problema.

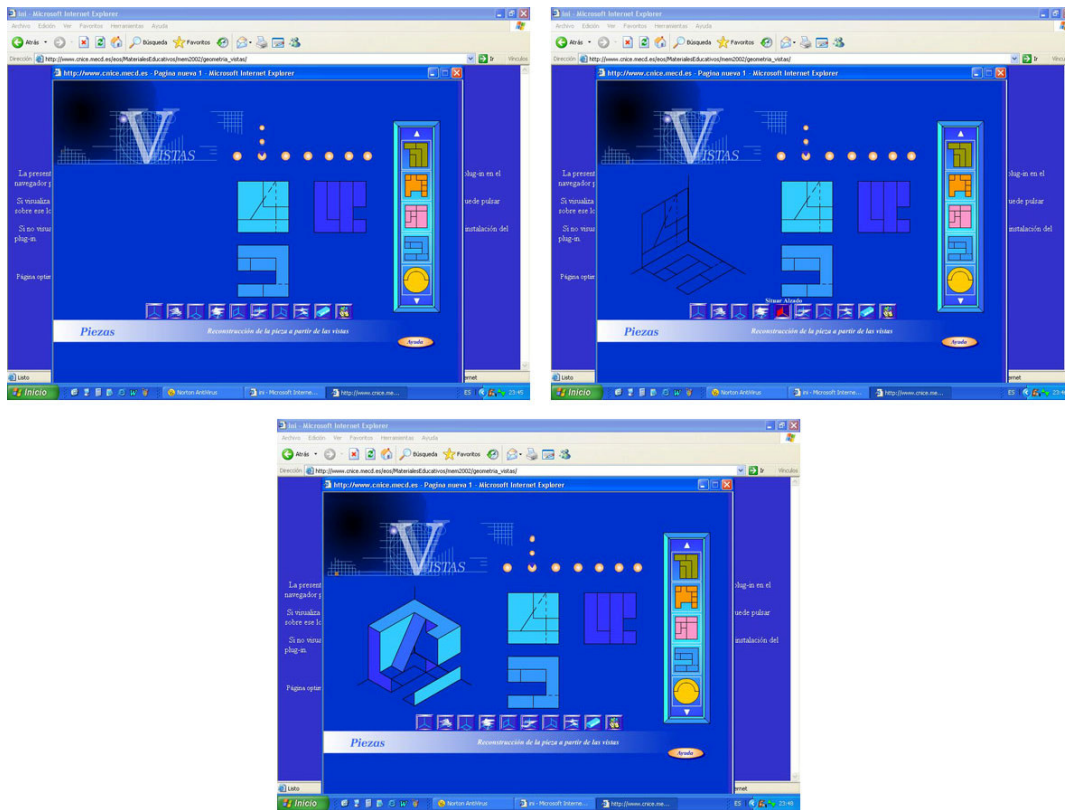


Fig. 17

En la secuencia de tres imágenes (fig. 17) se puede observar el modo en que se opera en la tarea de hallar la perspectiva a partir de tres de sus vistas. Se opera con el ratón; primero aparecen las tres vistas de la figura, después se hace que aparezca la proyección del triedro trirectángulo de la perspectiva isométrica conteniendo las proyecciones de la figura, luego, siguiendo con el ratón, se va completando la perspectiva de la pieza.

Con este software se realiza una tarea interactiva, rápida, pues de esta forma se pueden resolver un mayor número de problemas al no tener que trazar demasiados dibujos. Los puede realizar el alumno en horario extraescolar, pero también puede ser utilizado por el profesor en el aula, ya que permite avanzar a voluntad, con las explicaciones que considere convenientes y atendiendo a las preguntas del alumnado.

Este software educativo lleva en su diseño los contenidos que se van a enseñar. El usuario tiene poca capacidad de elección en su metodología y en sus contenidos. Sin embargo se puede aprender a utilizar con relativa facilidad.

Hay también otro software diseñado a medida del usuario, o mejor, diseñado por el usuario, abierto a contenidos nuevos y con la posibilidad de optar por un tipo de metodología didáctica. A cambio se han de tener mayores conocimientos informáticos

conociendo software como Autocad o 3DStudio, o mejor, programación en algún lenguaje informático.

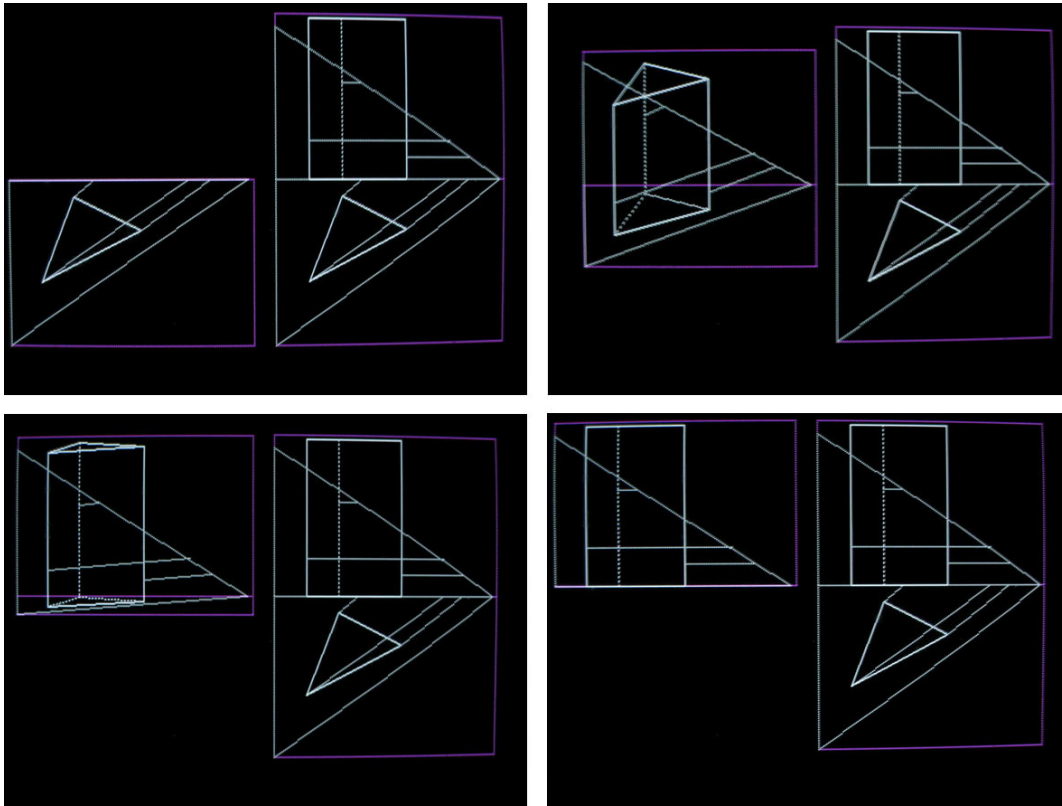


Fig. 18

En las imágenes de la figura 18 se ven ejemplos de problemas que se estudian al mismo tiempo en más de un sistema de proyección. La mitad derecha de la pantalla siempre se corresponde con el sistema diédrico. Lo importante está en la mitad izquierda, la cual se corresponde con una figura que se mueve, gira o se transforma para aparecer en el (a) sistema diédrico como “vista” correspondiente a alzado, o a planta o a perfil; también (b) en perspectiva axonométrica con el triedro fundamental girando en cualquiera de sus sentidos; y (c) en perspectiva cónica con 1, 2 o 3 puntos de fuga básicos.

Los contenidos a enseñar también los elige el usuario, lo cual supone una gran ventaja al no tener que utilizar las que el autor del software haya elegido. Pero a cambio necesita un aprendizaje previo para introducir los datos de los contenidos elegidos.

Esta “plasticidad” y las múltiples adaptaciones que este software ofrece, hace que posea muchos recursos, pero su manipulación requiere un tiempo de aprendizaje o preparación si se quiere utilizar en el aula. No obstante, su manejo tiene un período de formación muchísimo más corto que otro software, por otro lado, muchísimo más potente como Autocad o 3Dstudio. Sin embargo este software, mucho más sencillo, está especializado para la enseñanza del sistema diédrico con las ventajas de la especialización, al profundizar en un campo reducido.

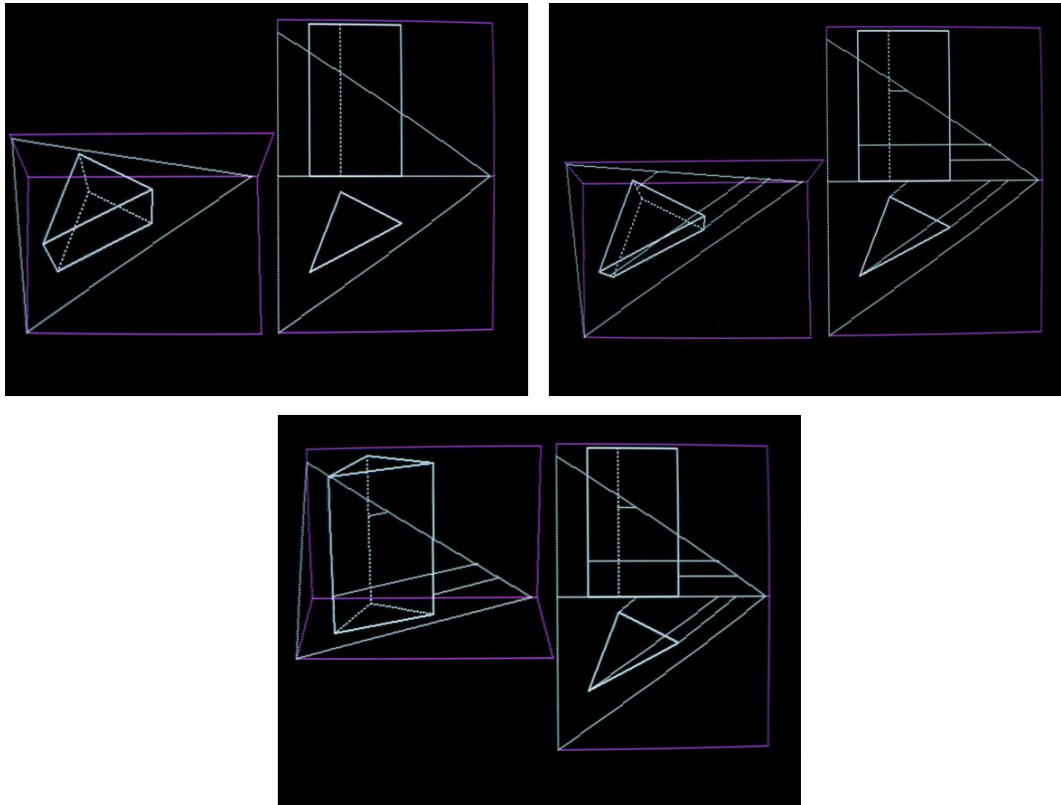


Fig. 19

En la figura 18 y en ésta 19, se puede observar cómo el diedro, con la cuestión a estudiar, gira a voluntad alrededor de la línea de tierra. Este giro permite que se pueda ver desde arriba o de frente para comprender cómo se forma la planta o el alzado. También se puede hacer que esta imagen de la mitad izquierda se transforme de proyección cilíndrica a proyección cónica (fig. 19), acercando el punto de vista desde el punto impropio a punto finito o propio. Esto facilita la percepción, pero no hay que olvidar que al final del giro hay que reponer la proyección cilíndrica.

También esta figura se puede presentar por fases. Estas fases se eligen al meter los datos de los contenidos que se eligen. En la primera de estas tres imágenes (fig. 19) se ve cómo se han eliminado las tres rectas horizontales del plano que darían la solución al problema de la sección. Después al girar el diedro para visualizar la planta se puede hacer que aparezcan estas tres horizontales del plano y se comprende el método que se aplica para la resolución del problema; esto se ve muy bien cuando se deshace el giro del diedro hasta ponerlo en posición de ver el alzado.

Este software presenta las vistas como tales, emulando a algo visto, sin tener en cuenta las proyecciones. No hay líneas de referencia o correspondencia, y no hace falta porque el alumno las intuye con facilidad. Éstas son imágenes vistas desde un punto impropio, lo cual es posible gracias a las posibilidades de la infografía. Con una cámara de vídeo con teleobjetivo o un zoom potente se consigue el mismo efecto visual aunque en realidad sea una “visión” cónica; pero con una distancia de punto de vista largo (15 ó 20 metros) el efecto visual es como si el punto de vista estuviese en el infinito.

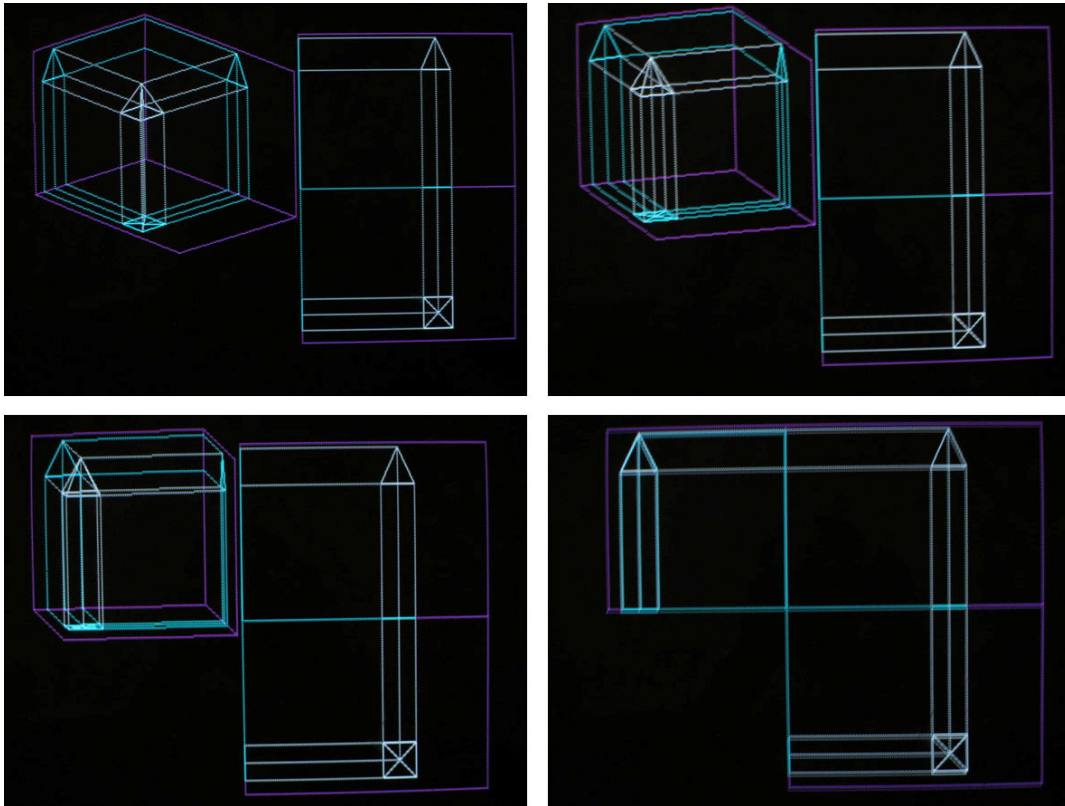


Fig. 20

El giro, del triedro trirrectángulo fundamental, independientemente del contenido que se haya querido introducir, puede efectuarse también alrededor del eje vertical (Z). Tanto en perspectiva cónica como en axonométrica.

Aquí se ha representado no una pirámide sino que se explican las proyecciones de una pirámide en los tres planos de proyección. Puede verse la figura real y su proyección y es posible hacer coincidir ambas para que se comprenda que si la representación se concibe como “vista” o como “proyección”, ambos resultados coinciden.

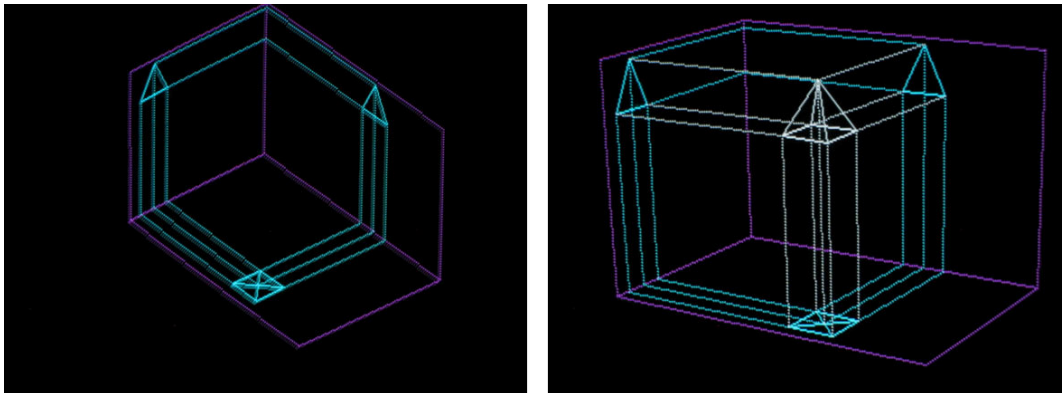


Fig. 21



En la figura 21 se ve a la izquierda el triedro en perspectiva axonométrica y, a la derecha en perspectiva cónica. También se puede ver a la izquierda que solamente se han representado las proyecciones de la pirámide y, a la derecha se han representado tanto la pirámide real como sus proyecciones en el plano.

Esto es posible gracias a las posibilidades de este software que, como se ha dicho, este alto grado de interactividad requiere una mayor preparación para el usuario.

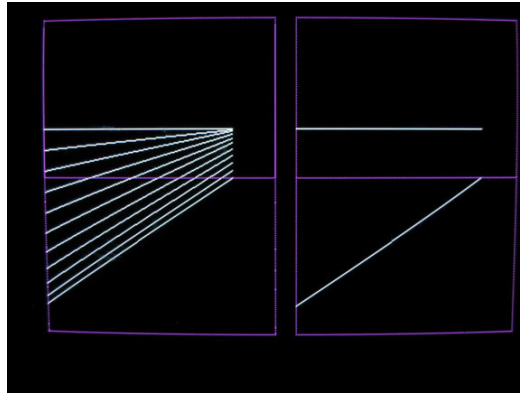


Fig. 22

En la figura 22 se muestra otras de las posibilidades de un software diseñado por el usuario: ver todas las posiciones de una horizontal del plano (o cualquiera de los contenidos que se quieran introducir) como siempre a la derecha en sistema diédrico y a la izquierda en un triedro móvil y transformable, en este caso presentando 10 posiciones de la recta desde que se ve de frente (proyección vertical) hasta que se ve desde arriba (proyección horizontal).

Y por último el software que se expone a continuación reúne características muy eficaces para estas enseñanzas y, por tanto, coincidentes con los objetivos de este trabajo. Los medios informáticos gráficos están muy bien aprovechados puesto que las imágenes son de una gran calidad, simulando los espacios representados con mucha veracidad. Aparecen ámbitos de trabajo en donde las maquetas diseñadas en esta realidad virtual se manejan como si fuesen objetos al alcance de la mano. Los espacios en donde se desarrollan las escenas hacen que parezca que verdaderamente se pueden mover planos de proyección, puntos, rectas y demás elementos geométricos.

Se puede decir que se ha hecho una sustitución de maquetas que se habrían construido con láminas de madera o plástico opaco o transparente, pero con la ventaja de que los movimientos se pueden realizar sin estar sujetas a la ley de la gravedad y otras leyes de la naturaleza. Esto permite realizar movimientos sin mecanismos visibles que entorpezcan la percepción simple de los elementos geométricos que entran en juego.

También tiene la ventaja de que este material se utiliza en su mayoría como ficheros de imagen en formato .avi, compatible con cualquier ordenador que utilice el sistema operativo Window. No hace falta tener conocimientos de informática, y puede ser manejado por cualquier usuario, tanto por el profesor durante las actividades docentes y por el alumno en actividades fuera de clase.

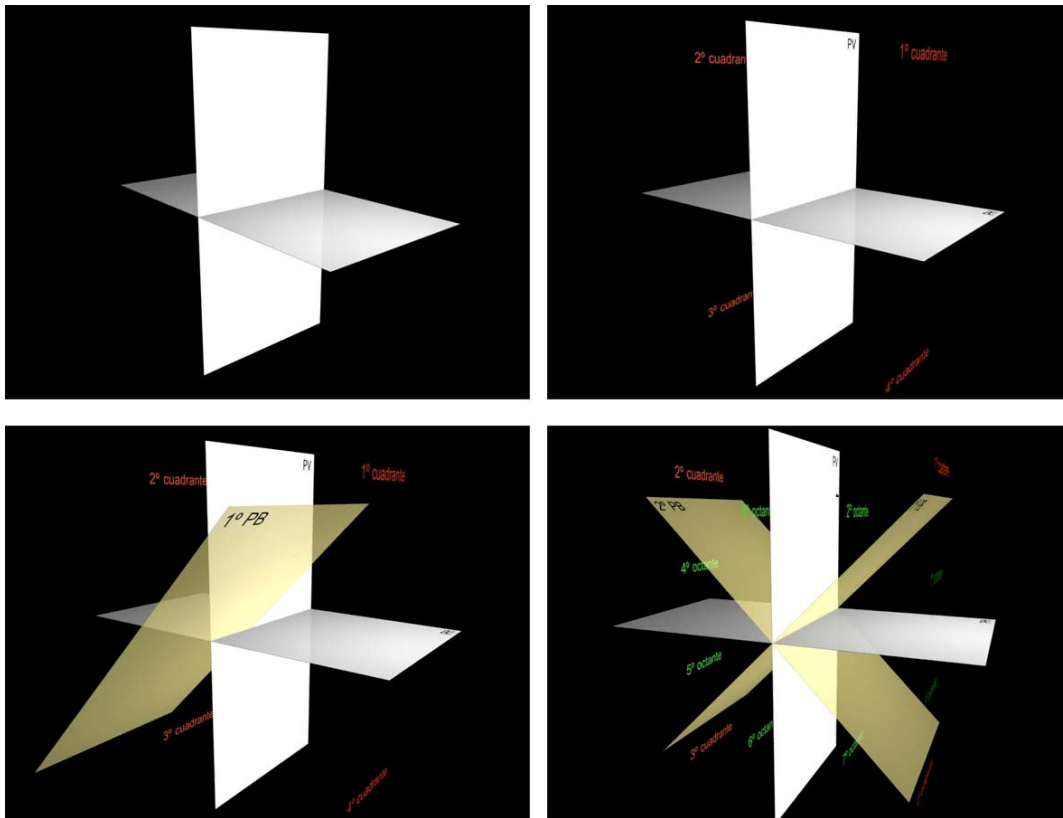


Fig. 23

En estas imágenes (fig. 23) se ven en visión natural (proyección cónica) el diedro que sirve de estudio del sistema diédrico. Se ven cuatro momentos del vídeo o fichero de imagen en movimiento que comienza por presentar primero el diedro, después unos rótulos flotantes de color verde que nombran a los cuatro cuadrantes; después, el primer plano bisector y, seguidamente el segundo bisector. Acaba con los rótulos en verde de los ocho octantes.

Estas explicaciones se pueden realizar parando la imagen, volviendo hacia atrás, repitiendo y, sobre todo, dando tiempo a explicaciones y respuestas a las consultas del alumnado.

Hay dos clases de movimientos: uno, los movimientos propios de los planos bisectores que vienen moviéndose desde fuera hasta ubicarse en su sitio y, otro, el movimiento de la cámara que realiza la toma de imágenes de manera parecida al movimiento que puede efectuar un espectador para percibir mejor los volúmenes.

El material del que están contruidos los planos puede que no exista en la realidad porque unas láminas tan delgadas se curvarían por la fuerza de la gravedad. Tampoco se pueden sostener los rótulos en el aire, ni podría levitar el conjunto. Y toda una serie de posibilidades que mejoran la percepción de los espacios y formas virtuales, muy útiles para los objetivos docentes.

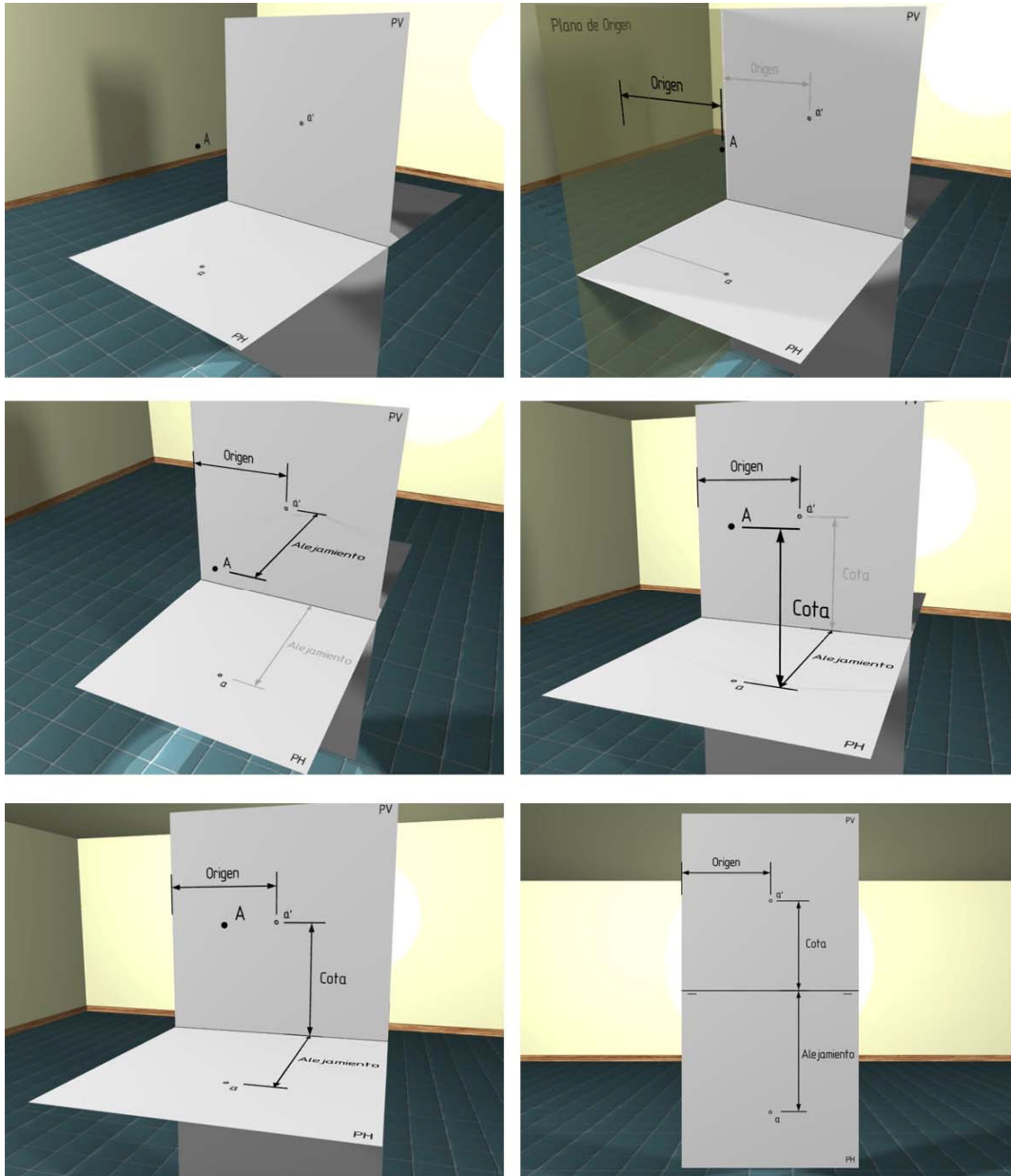


Fig. 24

Las longitudes del origen, alejamiento y cota (fig. 24) se explican primero en el espacio del primer triedro, alejado de los planos de proyección, y después estas rectas con sus segmentos de acotación se proyectan en dichos planos. Así, una vez abatidos los planos, se ven cómo que dan las tres magnitudes que definen el punto en el espacio del primer cuadrante.

Como en todos los vídeos se produce el doble movimiento que ayuda aún más a percibir y comprender el espacio y el problema presentado. La comprensión con maquetas realmente construidas con tableros y láminas de plástico que se estuvieran moviendo como en las imágenes de estos vídeos, no darían las posibilidades explicativas de estos modelos.

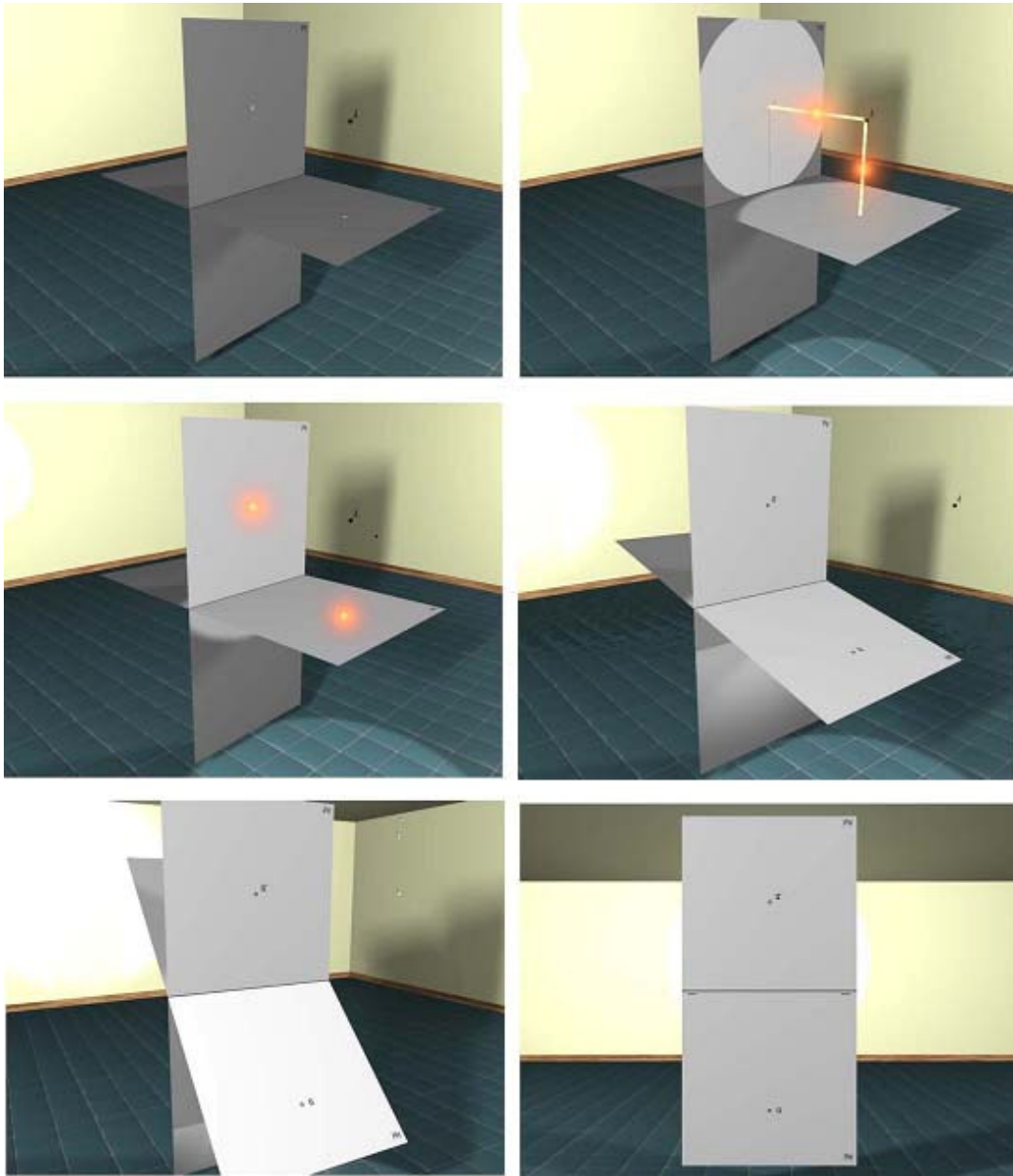


Fig. 25

Las explicaciones de los fundamentos del sistema diédrico se completa con la explicación de sus puntos. Estas imágenes (fi. 25) son también una selección de seis “fotogramas” de una “película” que explican la proyección del punto en los planos de proyección como una emisión rápida y luminosa. De entre los muchos recursos, aquí se ha emulado la emisión rectilínea de un rayo de luz, desde A, en dirección ortogonal a los planos de proyección.

Estas visualizaciones van en contra de concepciones abstractas o dibujos planos que en muchos casos se memorizan sin la comprensión tridimensional. Son la mejor manera de formar conceptos sólidos basados en una comprensión tridimensional del funcionamiento de los sistemas de representación, en este caso del sistema diédrico.

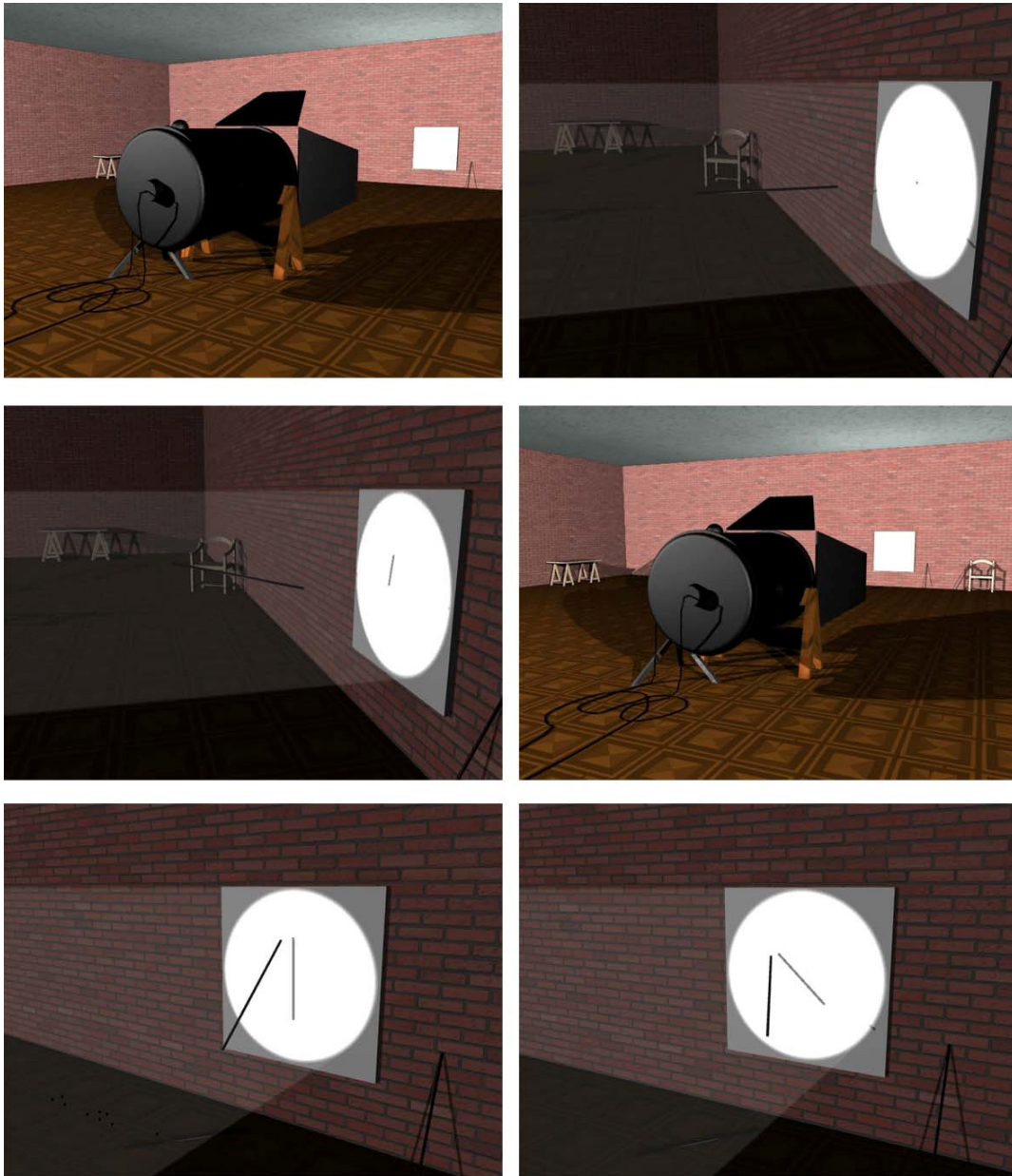


Fig. 26

Las proyecciones que se efectúan durante el estudio y la práctica de los sistemas de representación se pueden simular como si fuesen sombras. En la figura 26 se utiliza un proyector ideal de rayos de proyección paralelos de modo semejante a la proyección cilíndrica. En este caso esta fuente de luz da una proyección cilíndrica ortogonal como la que tiene lugar en el sistema diédrico y la perspectiva axonométrica.

Se presenta un caso de proyección de una recta perpendicular al plano de proyección, cuya sombra es un punto. Después esta recta experimenta varios giros, pasando por varias posiciones oblicuas al plano de proyección, en cuyos casos las sombras dan en su sombra una longitud más pequeña que la verdadera magnitud de la recta real.

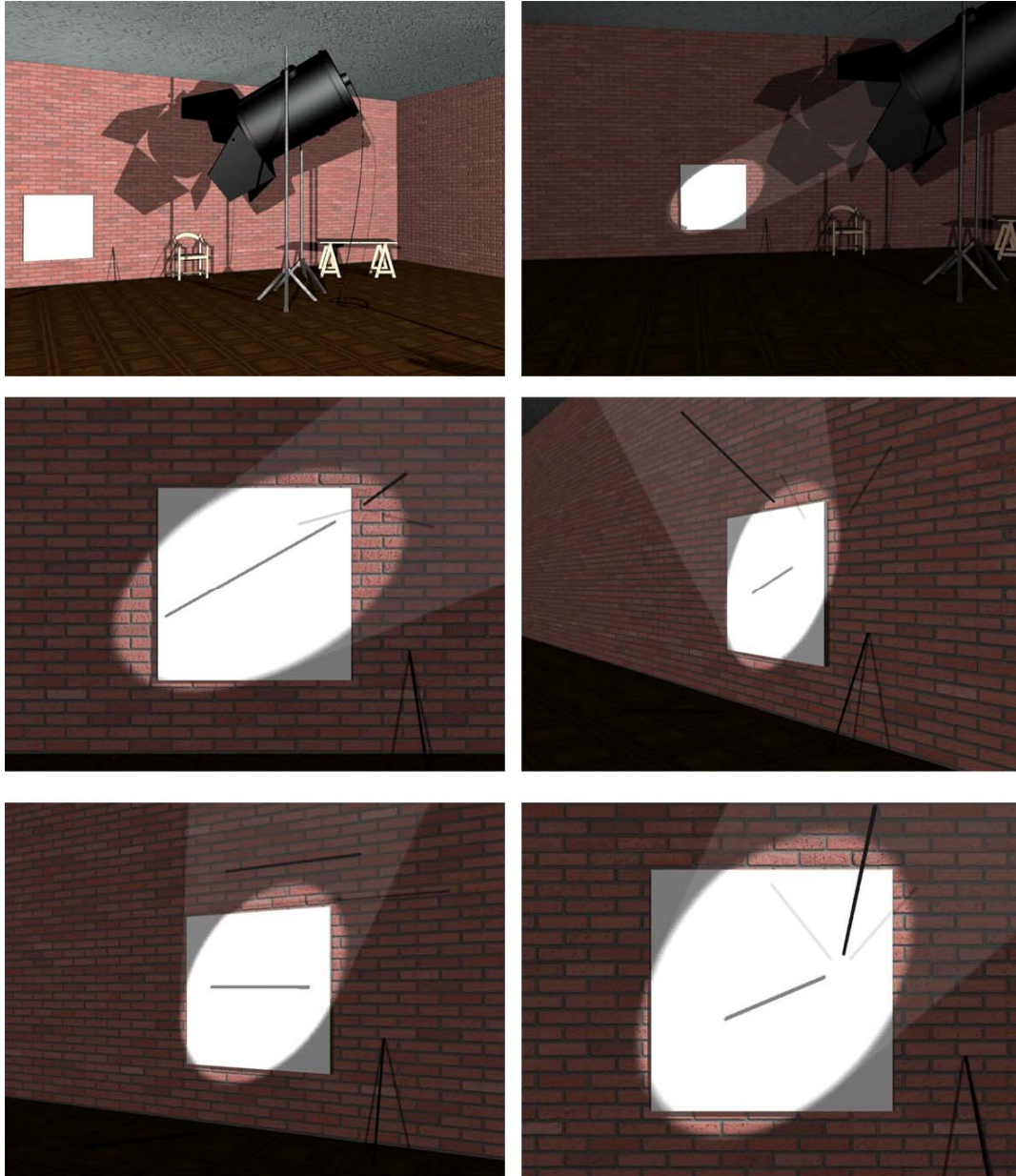


Fig. 27

En la figura 27 se utiliza el proyector, de rayos paralelos, en este caso como proyección cilíndrica oblicua. Como se ve la luz en la pared tiene forma de elipse, del mismo modo que si el plano de la pared seccionase al cilindro de luz.

En primer lugar se ve la proyección de una recta perpendicular al plano de proyección, la cual da una sombra oblicua, muy diferente al caso de la figura 26, anterior, en la que la recta perpendicular al plano da como sombra un punto. Después la recta efectúa varios giros, pasando por varias posiciones oblicuas al plano de proyección y, consecuentemente, dando diferentes sombras oblicuas de longitudes diferentes al de la recta real, excepto en el caso de la recta paralela al plano de proyección en donde la sombra tiene la misma longitud que la recta real (ver abajo a la izquierda).

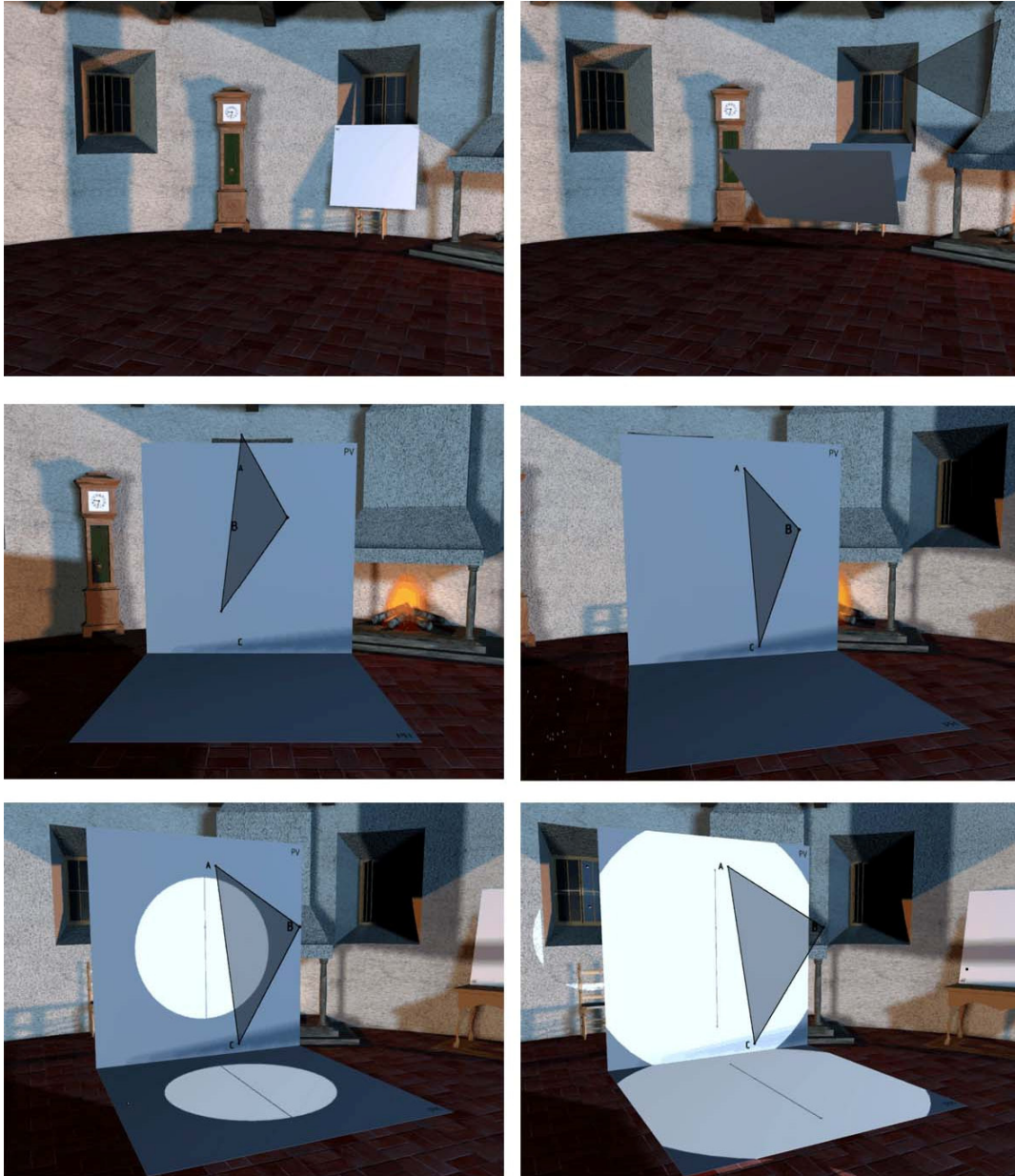


Fig. 28

En la figura 28 y en la siguiente 29 se puede ver una secuencia con más imágenes del desarrollo de una “película” en la que se explican las proyecciones diédricas de un triángulo cuyos vértices determinan un plano de perfil. Como en la mayoría de estos ficheros de imagen, se realizan unas tomas de diferentes interiores que aparte de hacer más ameno y atractivo el visionado, dan una idea más exacta de los tamaños y posiciones del diedro.

Comienza viéndose cómo los planos de proyección vertical y horizontal, así como el triángulo, inician un recorrido, flotando por el aire, hasta colocarse en la posición adecuada. Después se iluminan los dos planos de proyección cada uno con una

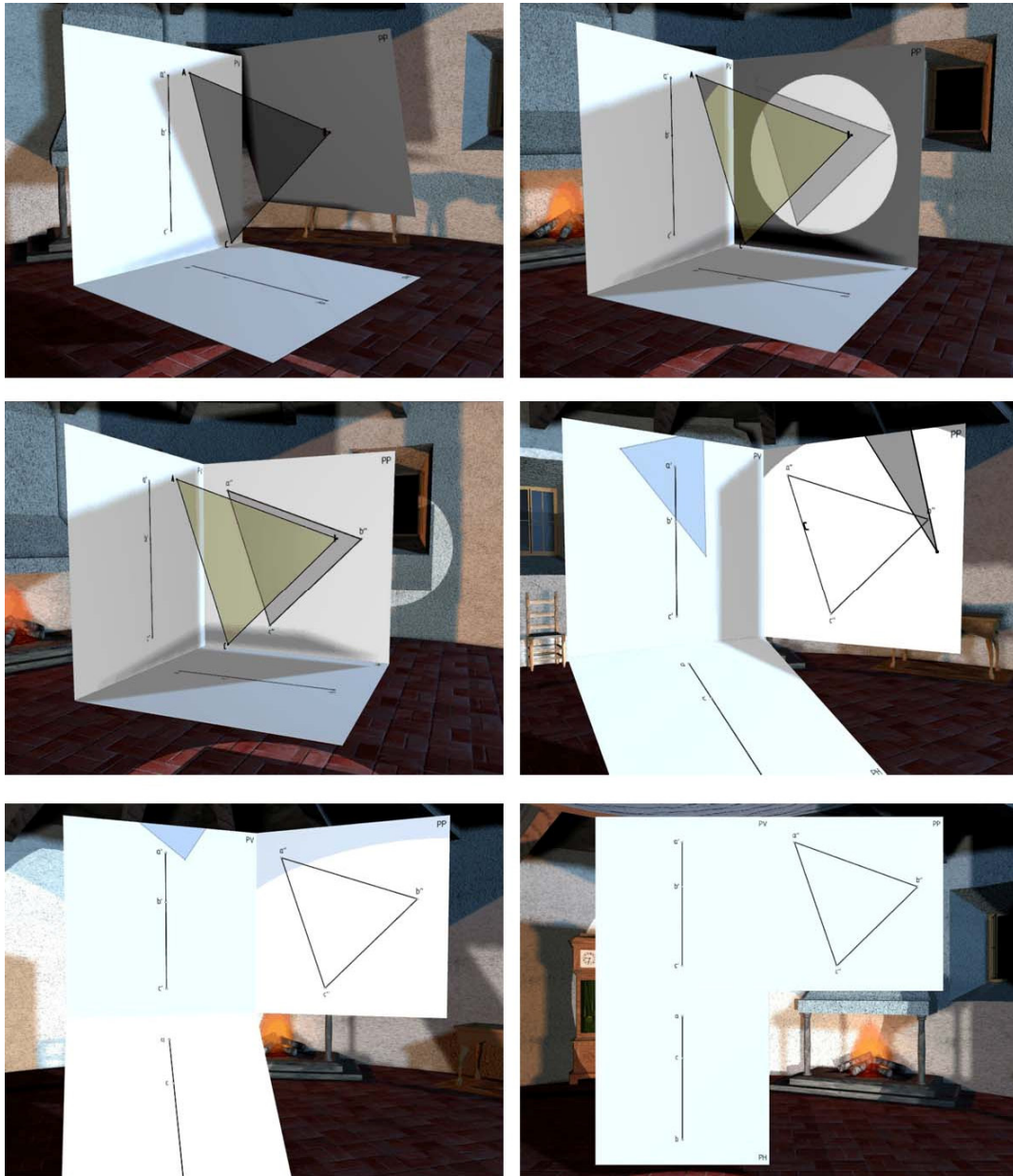


Fig. 29

fuente de luz diferente: una frontal, perpendicular al plano de proyección vertical, y la otra cenital, perpendicular al plano de proyección horizontal. Después aparece el plano de proyección de perfil en donde tiene lugar un proceso de proyección semejante al de los anteriores planos del diedro. Acaba el vídeo viéndose cómo el triángulo real se retira a la vez que van abatiéndose los planos de proyección para poder ver de frente las tres proyecciones del triángulo.

En este y demás casos se comprende cómo se realiza la proyección en este sistema. Por lo cual ha quedado patente que una buena utilización de la realidad virtual puede emular a las maquetas reales, e incluso superarlas por ofrecer mayores posibilidades en la visualización, las cuales son susceptibles de ser utilizadas para mejorar los recursos didácticos para la enseñanza de los sistemas de representación.



## ANTICIPACION DE SOLUCIONES E HIPOTESIS

Se adelantan soluciones, algunas basadas en resultados ya en uso, y otras hipotéticas. Se exponen ordenadas empezando por la principal y terminando por las subsiguientes:

### **A. El alumno desarrolla sus habilidades de percepción del espacio proyectado cuando se le presenta simultáneamente en el espacio tridimensional con los mismos contenidos a estudiar.**

Al alumno le cuesta imaginar, percibir y concebir el espacio tomando como referencia la proyección plana del mismo. En la primera etapa de esta investigación se ha anticipado una solución al problema de la “visión del espacio”. Esta anticipación se ha hecho bajo la hipótesis, o quizá la premisa, de que las formas del espacio tridimensional, representadas o proyectadas en el plano, se perciben mejor si éstas se tienen tridimensionalmente, en un espacio contiguo al alcance de la vista. Y esto ocurre no ya teniendo al lado otra representación en perspectiva sino mejor como formas tangibles en el espacio real. Como ya se indicó en anteriores capítulos, para hacer posible la percepción tridimensional se ha diseñado y fabricado un material especial compuesto de pantallas especiales, maquetas, etc.

También se ha pensado que la utilización de este material tangible tendría sentido si se le presenta al alumnado de modo que también pueda ver la representación plana correspondiente. Así, el alumno puede ver las cuestiones a estudiar dentro de un espacio tridimensional real, comparándolas a la vez con un segundo espacio de proyecciones bidimensionales, y viceversa. Este segundo espacio deberá de estar en ubicación contigua con el primero, y aunado funcionalmente. El alumno desarrolla sus habilidades de percepción del espacio proyectado, cuando se le presenta a la vez el espacio tridimensional con los mismos contenidos a estudiar, para que los pueda comparar.

En términos pedagógicos, se puede decir que el alumno desarrolla sus habilidades de percepción del espacio proyectado, cuando se le presenta a la vez el espacio tridimensional con los mismos contenidos a estudiar, para que los pueda comparar. También se puede pensar que el alumno comprenderá mejor el funcionamiento, y los fundamentos, de los Sistemas de Representación si a este material se le dota de características adecuadas para tal fin. ¿Cómo se puede hacer?

El modo en que se puede hacer deberá de tener en cuenta que: es fundamental que el alumno pueda efectuar una comparación entre el espacio tridimensional, y el espacio proyectado bidimensional, así como la operación contraria. Para realizar estas operaciones se adoptan dos concepciones diferentes y muy experimentadas: (a) bajo la idea de que las representaciones planas son proyecciones semejantes a las “sombras”, y (b) bajo el concepto de que las proyecciones también pueden considerarse como “vistas”. En esto no hay ninguna novedad porque en la formación tradicional el alumno

suele practicar bajo estas dos concepciones (“vista” y “proyección”) y consecuentemente suele desarrollar habilidades para operar de estas dos maneras.

**B. Una concepción pedagógica unitaria en todos los sistemas de representación (incluido el cónico) facilitaría la comprensión por parte del alumno de los fundamentos y funcionamiento de los sistemas de representación.**

La concepción pedagógica unitaria que aquí se está proponiendo incluye procedimientos y recursos, como se ha dicho en el apartado anterior, que se resumen en: (a) procurar situaciones de aprendizaje en las cuales el alumno tenga a la vista el objeto real, a la vez que también tenga ante sus ojos la representación plana del mismo; y (b) todo esto bajo la idea de que las representaciones en el plano pueden concebirse como “sombras” y como “vistas”. Pero, como se ha indicado anteriormente, en la enseñanza de la perspectiva cónica puede haber dificultades para aplicar estos principios. Para solventarlos se propone que, a pesar de que el plano del cuadro suele suponerse transparente, se puede utilizar a efectos pedagógicos de tres maneras: (1) como plano transparente a modo de los famosos grabados de Dürero; (2) como plano opaco que soporta sombras; y (3) como plano de proyección en la cámara oscura, cuya casuística y disposición se asemeja a las proyecciones en el plano del cuadro cuando el objeto está a espaldas del punto de vista del espectador, como cuando se han de trazar sombras con el sol o punto de luz detrás del espectador y su proyección en el plano del cuadro está por debajo de la línea de horizonte. Estas proyecciones cónicas en la cámara oscura no servirían solamente para comprender unos determinados problemas de sombras, sino que se daría al alumno una comprensión más amplia de la proyección cónica.

**C. La realidad virtual, por medios infográficos, ha alcanzado tal calidad que no solamente puede emular o “sustituir” los recursos materiales, sino que incluso los puede superar al no tener las limitaciones de las leyes físicas.**

Con las maquetas no se pueden realizar explicaciones o presentaciones que sí es posible hacerlo con los medios informáticos gráficos. Se espera que se podrá mostrar una explicación en un espacio virtual no solamente imitando las formas y materiales con los que se han construido las maquetas, sino superándolos porque se podrá (a) utilizar láminas opacas, semitransparentes o transparentes, (b) giros o movimientos muy difíciles de construir con los materiales o herrajes disponibles y con un alto coste económico; (c) poder mostrar la explicación según una cámara virtual para que el alumno tenga una visión privilegiada independientemente del lugar en que está ubicada su mesa; (d) se podrán ignorar las leyes físicas: mecánicas, ópticas, gravitatorias, etc. para hacer que objetos aparezcan o desaparezcan, que elementos geométricos puedan levitar y reaccionar sin acciones previas, sin más causas que la voluntad del diseñador del software.

Y todo lo cual, supeditado a los objetivos pedagógicos de este trabajo y no como un juego, aunque también puede existir un componente lúdico que puede ser muy legítimamente aprovechado para hacer más atractivo este modo de mostrar la realidad.

**D. Una simplificación extraordinaria en la utilización del software serviría para ser utilizado por profesores, alumnos o cualquier usuario aun sin tener formación informática.**

Para una presentación de los contenidos en la enseñanza de los Sistemas de Representación, se elaboran una serie de ficheros informáticos para ser visualizados con ordenador o presentados usando un cañón de vídeo.

Una simplificación en el uso de este material informático deberá de tener como consecuencia que lo utilicen más usuarios. Para el empleo del profesorado en el aula deberá de bastar con conectar el ordenador al cañón de proyección, introducir el disco y elegir el fichero con los contenidos correspondientes a la unidad didáctica. El nombre de los ficheros corresponderá a los temas a explicar; por ejemplo: “Introducción a...” o “Lección 1”.

Durante la exposición de un determinado tema en clase, la manipulación se hace simplemente a modo de “moviola” o como cualquier vídeo doméstico. De igual manera lo puede utilizar el alumno en la pantalla del ordenador si dispone de una copia del disco o baja los ficheros desde la página web correspondiente a la asignatura.

Las imágenes van apareciendo según el orden en el que deben de aparecer los elementos o del orden de trazado, a la velocidad elegida por el profesor o usuario, pudiendo volver atrás, detenerse para un estudio más pausado o hacer comentarios, o ponerlo en reproducción continua y repetitiva para que se pueda consultar la secuencia que se quiera. La manipulación de este material informático se podrá limitar a que el profesor o el alumno simplemente mueva con el ratón a la derecha o a la izquierda (por ejemplo con el Windows Media Player) para ir explicando o estudiando los contenidos.

**E. La utilización de estos medios informáticos necesita también un desarrollo paralelo de una didáctica específica que permita un uso eficaz.**

Una nueva metodología didáctica adaptada y adecuada a este material deberá de resolver en los comienzos de estas enseñanzas el problema de la “visión del espacio”. Al comienzo podrán hacerse explicaciones referidas al espacio tridimensional visible, ya que con estas ayudas se percibe la cuestión directamente, sin el esfuerzo adicional de tener que imaginar lo que no se podía ver en la enseñanza tradicional. Después de un tiempo de "entrenamiento" y haber comprendido visualmente los conceptos fundamentales de los Sistemas de Representación, se van retirando estas ayudas debiendo ya de haber desarrollado el alumno, paulatina y paralelamente, una serie de aptitudes perceptivas y especulativas con formas imaginadas para proseguir en estas enseñanzas sin estas ayudas y en solitario.

## **METODOLOGIA Y PROCESO DE INVESTIGACION**

Esta investigación abarca un amplio período de tiempo que contiene varias etapas en donde se ha trabajado en varios proyectos, en unas épocas paralelos y en otras alternativas. En todos ellos se ha investigado en la línea de producción de material didáctico tradicional y multimedia y, dentro de la misma, en la enseñanza de los Sistemas de Representación.

### **Proceso selectivo.**

En esta investigación se ha seguido un proceso selectivo en el cual se ha ido conformando una metodología didáctica basada en las capacidades viso-espaciales del alumno. Los resultados y soluciones que se han ido adoptando han pasado por un proceso de selección por ensayo y error tras sucesivas fases, en una sucesión recursiva, de: hipótesis de trabajo, planificación y elaboración del material, puesta en práctica en el aula, valoración de los resultados docentes, rectificación o nueva planificación para corregir o perfeccionar el material y su metodología.

### **Programación educativa y ayudas pedagógicas.**

Un modelo de programa educativo, que se puede calificar como normalizado, contiene los capítulos de objetivos, contenidos, metodología, actividades, etc., dentro de los cuales se contemplan las actividades para motivar al alumno y para administrarle las ayudas que le faciliten la resolución de las cuestiones docentes. Las motivaciones y ayudas suelen ser más importantes en el alumnado de menor edad y van decreciendo conforme se avanza desde la enseñanza primaria hasta la universitaria. Sin embargo, en la enseñanza de sistemas de representación que suelen comenzar en la enseñanza secundaria o en la universitaria hay que seguir contando, dentro del programa con las ayudas que, a ritmo gradual, después se irán retirando. La motivación (aparte de hacerle ver al alumno la importancia de estas materias en el conjunto de su formación) está en que éste vea superadas con éxito sus primeras etapas.

Las ayudas, del tipo de dar directamente la solución deben de ser escasas en la realización de los ejercicios prácticos. Es en las explicaciones teóricas en donde hay que ayudar en forma de procedimientos didácticos eficaces para que el alumno comprenda los fundamentos de los sistemas de representación. Después, durante las prácticas o las pruebas objetivas, el alumno deberá de haber desarrollado las destrezas necesarias para aplicar sus conocimientos y su capacidad deductiva en la resolución autónoma de los problemas planteados. Es ahí en donde está la motivación, en que el alumno se sepa con capacidad suficiente y valore y sea valorado positivamente en su rendimiento académico.

### **Selección y adopción de una metodología pedagógica.**

Tras las etapas de documentación bibliográfica se han ido seleccionando elementos que se han ido incorporando al conjunto de recursos y soluciones que caracterizan la metodología didáctica a aplicar. La mayoría de ellos están respondiendo positivamente a las expectativas que se contemplaron en las hipótesis previas y adelanto de soluciones. Se enumeran seguidamente:

1. La exposición de los temas o contenidos deberán de tener siempre presente el espacio tridimensional. Una vez comprendido el problema y su solución o el procedimiento operativo a seguir, dentro de este espacio, después se estudia cómo proyectarlo en el plano ya bajo la fórmula de uno de los sistemas de representación.

2. Siempre se ha de percibir, pensar y especular con formas en el espacio tridimensional. Por lo cual, la utilización de procedimientos como las homografías (homología y afinidad) deberán de explicarse y resolverse mostrándolas también en sus tres dimensiones, evitando su aplicación automática. También deberán de evitarse procesos memorísticos o por similitudes, etc.

3. Desarrollar los contenidos o problemas conjuntamente en dos sistemas de representación diferentes, uno de ellos en perspectiva para percibirlos en tres dimensiones, lo cual permite comparar el problema entre las dos representaciones y comprender la cuestión.

4. Al estudiar un problema en dos sistemas de representación diferentes, uno de los sistemas (el de una de las perspectivas) se sustituye por el espacio tangible y real, en forma de maquetas lo cual permite comparar aún mejor el problema entre la realidad tangible y la representación.

5. En este espacio real se dispone del triedro trirectángulo en el sistema diédrico, en perspectiva caballera y en perspectiva axonométrica, así como del plano del cuadro o plano de proyección en la perspectiva cónica. En estos espacios se ubican los contenidos a estudiar en forma de maquetas, figuras alámbricas, etc. Esto permite diferenciar de manera clara y efectiva entre el objeto real y la proyección del mismo objeto.

6. Durante la manipulación o el manejo del material tangible, se comprenden las características y el funcionamiento de cada uno de los sistemas de representación y, por tanto, las diferencias entre ellos. Se emplea el término “funcionamiento” en un doble sentido: (a) el de comprender las funciones del sistema de representación en cuestión y (b) el de ver cómo funcionan las maquetas (reales o virtuales) durante las tareas docentes; pero al final el alumno acaba asignándole al término “funcionamiento” el mismo sentido.

7. La comparación entre el espacio tangible (tridimensional) y el espacio representado (bidimensional) se facilita si ambos contienen el mismo problema a resolver y su estudio avanza paralelamente en sus ubicaciones respectivas. Por lo cual ambos avanzan al mismo tiempo, ofreciendo a la vez la misma secuencia en el mismo estado; por ello el estudio de los contenidos o la explicación del profesor se realiza simultáneamente, tanto en el espacio tangible como en el representado.

8. Para que los estudios y las comparaciones entre el espacio tangible y el espacio representado se puedan efectuar sin dificultades, se adoptan dos conceptos de lo que es una representación: (a) la representación como sombra originada con un punto de luz y (b) la representación como vista, como algo que se ve desde un punto de vista.

9. En las actividades docentes, y como contenidos más que como métodos, el profesor instruirá al alumnado, con la metodología afín al material que se emplea, para que se forme conceptos adecuados, previos al empleo de este material. Deberán de estudiarse al comienzo del curso conceptos definidos por comparación: (a) realidad diferente de representación; (b) sistema de representación, diferente de contenido; (c) punto de luz, diferencias y similitudes con el punto de vista; (d) punto de luz y punto de vista a distancia finita (punto propio) y punto de luz y punto de vista a distancia infinita (punto impropio).

10. Teniendo en cuenta los conceptos anteriores de punto propio y punto impropio, explicar con este material los conceptos de proyección cilíndrica y de proyección cónica en “modo sombra” y en “modo vista”.

12. Como método general para la adquisición de conocimientos, se pretende desarrollar sistemas didácticos para llevar al alumno, desde la observación visual de hechos geométricos tridimensionales, hasta la comprensión de los fundamentos del sistema de proyección que se vaya a estudiar.

### **La proyección cónica.**

En la proyección cónica se pretende desarrollar las expectativas expresadas en el apartado B del capítulo “Anticipación de soluciones e hipótesis”. Para que este sistema mantenga en la medida de lo posible la concepción unitaria en el modo de contemplar las proyecciones (“sombra” y “vista”), se añade una variante del modo “sombra” en forma de proyección luminosa en la cámara oscura. Así el alumno tendrá un concepto más completo de lo que es la visión, la fotografía y la proyección cónica.

Dentro de esta metodología de proyecciones luminosas, como contenidos se estudia la relación entre la cámara estenopeica o la cámara fotográfica con objetivo de lentes y la perspectiva cónica.

## **METODOLOGIA Y MATERIAL DIDACTICO**

El material didáctico, para el estudio de los sistemas de proyección cilíndricos, se compone de tres dispositivos o conjuntos de pantallas, maquetas y figuras que se utiliza con otro instrumental como fuentes de iluminación, cámara y proyector de vídeo y otros. Para la perspectiva cónica se utiliza también un plano de proyección o cuadro transparente con un punto de vista de ubicación variable y otro material, parte del cual es intercambiable con los otros sistemas.

### **Metodología didáctica específica.**

Para este material didáctico se utiliza una metodología específica que se ha desarrollado o, quizá, ha surgido naturalmente, casi sin tener que planificar, desde las primeras experiencias docentes con esta clase de material. Al estar basadas en la percepción (visión) directa del espacio real, el problema es hacerle ver al alumno cómo esta tridimensionalidad se proyecta en el plano de dos dimensiones. Una vez comprendida esta operación, el proceso inverso, es decir, “ver el espacio” en las proyecciones en el plano, resulta mucho más fácil gracias a la experiencia visual anterior.

Las características de este sistema proporcionan desde el comienzo un grado de ayudas muy alto, y el alumno comprende fácilmente el funcionamiento del sistema de proyección y, consiguientemente, resuelve los problemas con menor esfuerzo. En un principio se pensaba que cuando se retiraran estas ayudas el alumno habituado a las mismas no sabría resolver los problemas del espacio. Pero no ocurre así porque las experiencias educativas primeras, de visualización con estas maquetas especiales, no se deben de olvidarse fácilmente ya que cuando se retiran las ayudas el rendimiento académico prosigue. La retirada de las ayudas es gradual, como también lo es el incremento del nivel de los contenidos a estudiar.

Por un lado no hay que olvidar que, como método educativo, el alumno debe de aprender haciendo un esfuerzo para “ver el espacio”. Pero por otro lado, ese principio no está en contra del uso de estas maquetas especiales puesto que se emplean limitadamente al comenzar las explicaciones de un determinado sistema de representación, y no sistemáticamente para todos los contenidos. Se usan hasta que el alumno ha desarrollado las habilidades necesarias para proseguir sin estas ayudas.

### **Características del material didáctico.**

Las imágenes que figuran a continuación dan una idea más exacta de las características de este material. Su manipulación no presenta especiales dificultades una vez familiarizado con el mismo, si bien, como ya se ha dicho antes, hay dificultades por el tiempo necesario para su instalación, para su almacenamiento, el volumen que ocupa, etc.

Sus pantallas están construidas con tablero de aglomerado de madera con cubierta de “melamina” blanca; otras son de material plástico transparente y, también, mixtas. Sobre estas superficies se puede dibujar con rotulador grueso que se pueda borrar o pegarles cartulinas blancas para trazar sobre ellas; se pueden pegar las figuras de alambre u opacas con cinta adhesiva o fijarlas a soportes metálicos colocados a tal efecto. Sus elementos son móviles o abatibles con varios tipos de bisagras, y otros elementos para la fijación o la manipulación.

Para cada sistema de representación se ha construido una maqueta especial. Para nombrarlas se han buscado denominaciones compuestas de palabras como modelo, conjunto, pantallas... pero se van a denominar simplemente así: “maqueta especial para sistema diédrico”, “maqueta especial para perspectiva caballera”, etc., atendiendo a la definición de maqueta del Diccionario de la Lengua Española en su primera acepción: “Modelo plástico, en tamaño reducido, de un monumento, edificio, construcción, etc.”. Aunque “maqueta especial...” no define con exactitud estos objetos, se puede adoptar para simplificar el término.

Las maquetas especiales para proyecciones cilíndricas se colocan en el aula a un lado de la pizarra o sobre ella también a un lado. Gran parte de la pizarra queda libre para seguir utilizándola como material alternativo o simultáneo.



Fig. 1

En la figura 1 se ve el triedro trirrectángulo que compone el espacio en donde se han de ubicar los contenidos a estudiar en el sistema diédrico. Sobre sus superficies se dibujan con rotulador las proyecciones de las figuras. Los planos de proyección son abatibles gracias a dos bisagras de piano, y se fijan con una herrajería especial. Se ha optado por el plano de perfil a la izquierda del usuario porque se han encontrado más ventajas funcionales, pero se le advierte al alumno del carácter convencional de esta



decisión. Luego, en otras explicaciones o durante las prácticas, se dibujan las vistas al lado contrario.

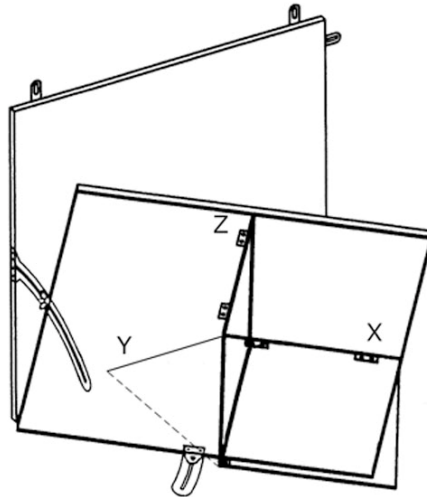


Fig. 2

La pantalla especial para explicar la perspectiva caballera (fig. 2) tiene un tablero cuadrado que siempre permanece en posición vertical, y que contiene los soportes para colgarlo. El segundo tablero móvil, se sustenta en una bisagra de doble eje, diseñada especialmente para que se puedan efectuar giros alrededor de ambos ejes a fin de que se pueda colocar en cualquier posición. Dispone de dos guías para determinar exactamente el ángulo del eje Y proyectado, así como su coeficiente de reducción.

También hay dos cuadrados pequeños correspondientes con los ejes Y O Z y Y O X; son de plástico transparente y están fijados con bisagras para que se puedan abatir. Para que permanezcan como se ven en la figura hay un enganche o cierre especial para tal efecto. Los dos cuadrados son transparentes, y las figuras que se colocan sobre ellos son de alambre por lo que éstas se proyectan como sombras, consiguiéndose así la proyección cilíndrica oblicua al incidir una luz “cilíndrica” (en la dirección de la línea de trazo discontinuo de la figura 2), perpendicular tablero vertical fijo.

La pantalla abatible sirve de soporte para las sombras porque está recubierta por un cartón “pluma” que la hace opaca. Este cartón se puede retirar fácilmente y entonces se convierte en tablero transparente (que tiene una plancha plástica) en donde se sustentan los dos planos (Y O Z y Y O X) del triedro trirectángulo. Así, las sombras pasan al plano vertical correspondiente al tablero fijo, produciéndose así otra clase de proyección, como la que tiene lugar en perspectiva axonométrica. También así es regulable para determinar exactamente los ejes, pudiéndose representar en forma de perspectiva trimétrica, dimétrica o isométrica. Para ver esta maqueta especial con más detalle, véase el Anexo 1, el cual corresponde a parte de la documentación para la solicitud de patente que ha través de la O.T.R.I. de la Universidad de Granada se ha enviado a la Oficina Española de Marcas y Patentes.

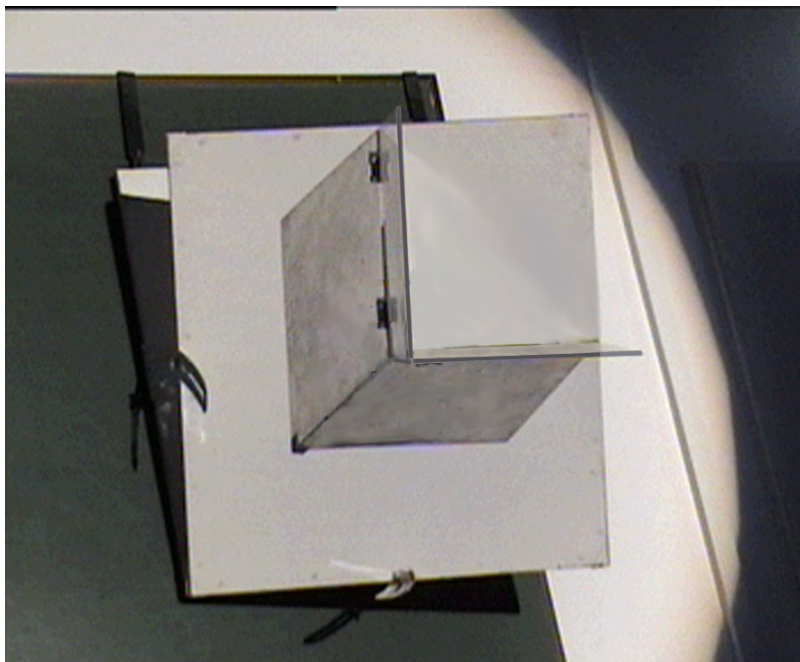


Fig. 3

En la fotografía de la figura 3 se ve la maqueta especial para la perspectiva caballera colgada, del lado derecho de la pizarra, de dos soportes construidos a tal efecto. La foto está tomada sin zoom, cerca de la maqueta y desde un punto de vista bajo para que se vea bien la sombra de los dos planos del triedro trirectángulo.

La superficie correspondiente al plano  $Z O X$  está cubierta por un cartón “pluma” que recibe la iluminación de una fuente de luz “cilíndrica”. Esta luz se emite desde lejos, en la pared opuesta. La lámpara tiene un sistema óptico que concentra la luz en un círculo, parte de cuyos bordes se pueden ver en el lado derecho de la foto de la figura 3. Como ya se ha dicho, y es obvio, los rayos de luz no provienen del infinito, como ocurriría desde una luz ideal imaginada en geometría. No obstante, y a efectos prácticos, las sombras conseguidas dan un aspecto visual muy semejante al que se quiere conseguir. Por ejemplo, los bordes de los planos de canto ( $Z O Y$  y  $X O Y$ ) proyectados como sombras, aparecen paralelos en una percepción visual normal; por tanto válida a efectos docentes.

La maqueta especial para la perspectiva caballera tiene un dispositivo para que el plano  $Z O X$  efectúe dos giros para que la luz “cilíndrica” incida oblicuamente, según las graduaciones efectuadas en las dos guías curvas correspondientes. En la foto puede notarse que la pizarra vertical no queda paralela con el plano  $Z O X$  que recibe las sombras, lo cual posibilita la proyección “cilíndrica” oblicua.

Esta fuente de luz puede situarse más cerca, pero se pueden notar sus efectos al dar una proyección cónica. No obstante, y como se dice en otra parte, cabe un “acuerdo” con los alumnos para tolerar este error en aras del interés pedagógico.

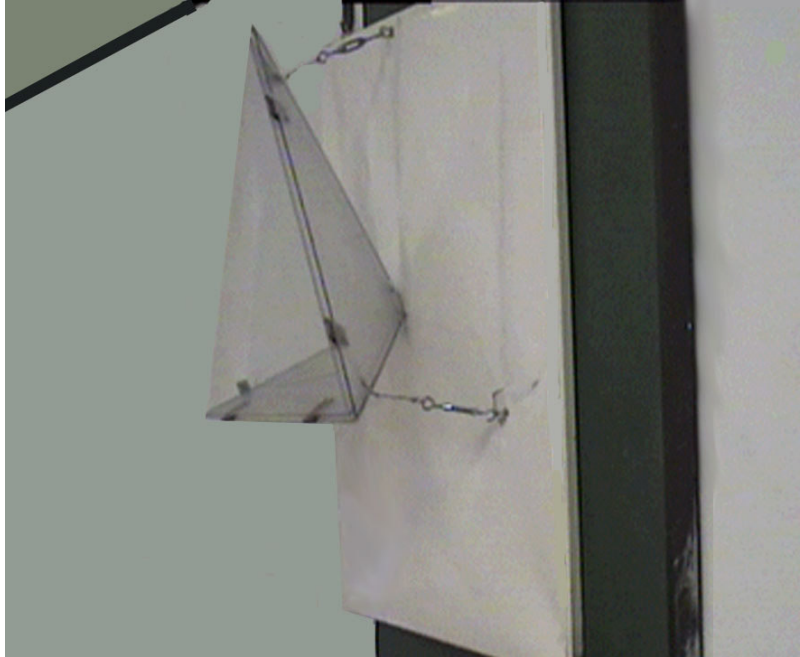


Fig. 4

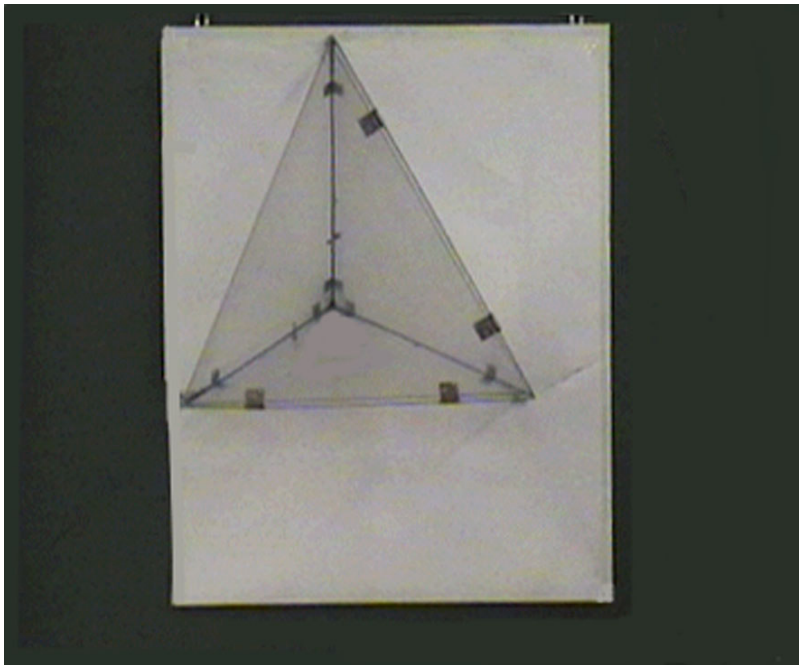


Fig. 5

En las figuras 4 y 5 aparecen las fotografías con una vista lateral y otra frontal de la maqueta especial para la perspectiva axonométrica. Está construida con plancha plástica transparente y montada con herrajería para las uniones fijas, y para las articulaciones que permitan el abatimiento de dos de los planos. Hay tres tensores

reguladores en cada eje (fig. 4) para que el triángulo fundamental quede paralelo al plano de proyección.

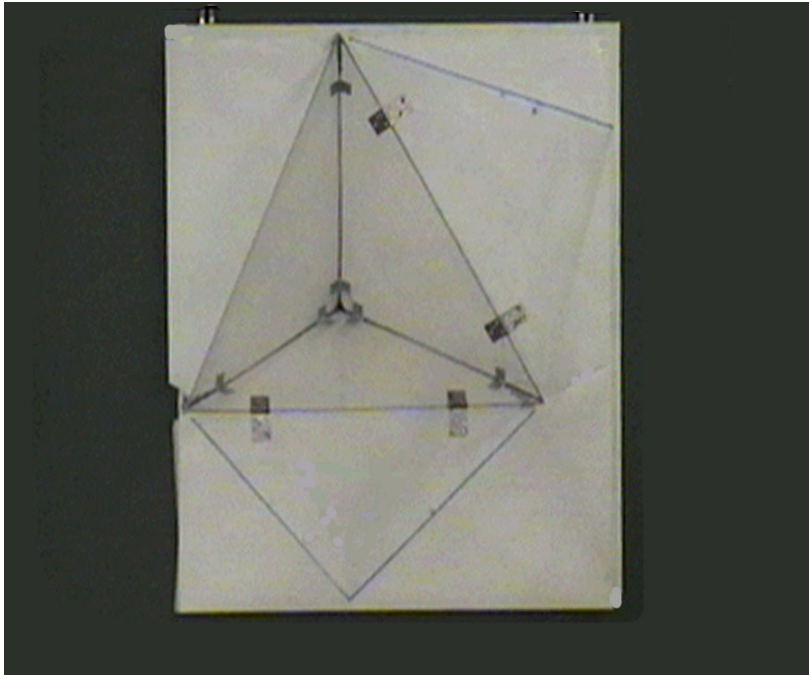


Fig. 6

En las figuras 5 y 6 la maqueta especial para la perspectiva axonométrica se ve de frente. Se forma el triedro trirrectángulo fundamental ya seccionado por un plano imaginario paralelo al plano de proyección.

Se ha construido esta maqueta de modo que la proyección de sus ejes en el plano de proyección den ángulos desiguales, es decir, sería un caso de perspectiva axonométrica trimétrica. No se han construido otras maquetas, por ejemplo, para casos de dimétrica o de isométrica, puesto que se considera que con esta es suficiente para los objetivos docentes.

Los planos del triedro  $Z O X$  y  $X O Y$  se abaten articulados por sus respectivas bisagras. Para poder estudiar las verdaderas magnitudes de longitudes y formas planas, estos planos se abaten para colocarlos paralelos al plano de proyección.

Hay inexactitudes tolerables como los producidos por el tipo de bisagra que separan en dos rectas en donde en el dibujo hay una sola; o de paralelismo entre los planos del triedro con el plano de proyección: el del plano del triángulo fundamental o el del giro, que se realiza manualmente, de los planos  $Z O X$  y  $X O Y$ , y otros. Pero todo esto es asumible y no presenta inconvenientes de importancia como para influir negativamente en la comprensión del funcionamiento del sistema.

Por lo cual, aunque se piensa en otros diseños de otros casos o de otras disposiciones, hasta ahora ha venido resultando eficaz para comprender el funcionamiento de este sistema.



Fig. 7

En la figura 7 se presenta una fotografía en donde se ha colocado, en el espacio utilizable del triedro fundamental, una figura para el estudio de la misma, dentro de este sistema de representación. La presentación que se está haciendo en este capítulo, tiene que ver con uno de los objetivos de esta asignatura al pretender: que el alumno distinga perfectamente y sin ningún género de dudas, qué elementos pertenecen al sistema de proyección y cuáles pertenecen al contenido a estudiar dentro de ese sistema.

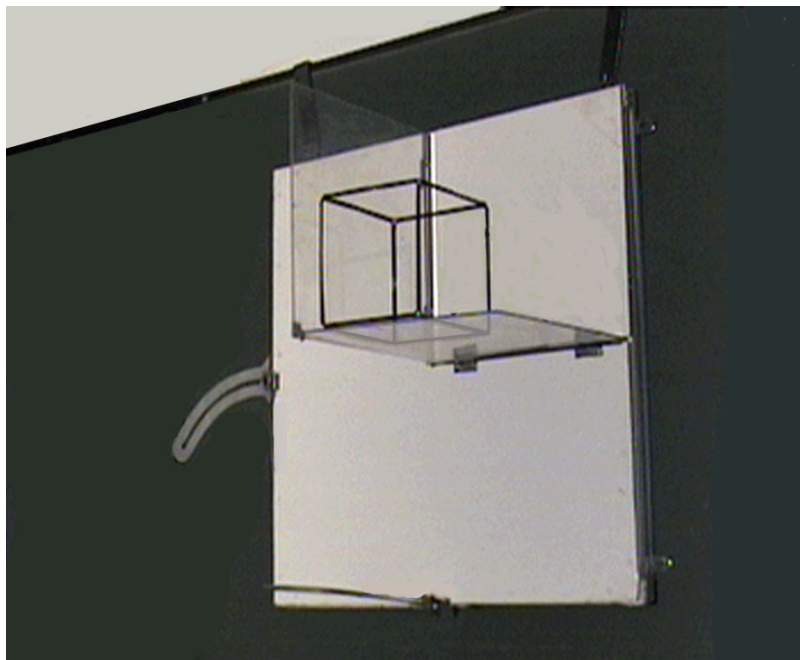


Fig. 8

Lo de distinguir entre los elementos del sistema y los elementos del contenido es más importante de lo que pudiera parecer puesto que con demasiada frecuencia sucede que, durante la ejecución de algún ejercicio práctico, el alumno empieza a trazar un dibujo, quizá sacado de un apunte, en donde no distingue entre los elementos del sistema y los del contenido que se está tratando.

En la figura 8 también se puede ver la maqueta especial para la perspectiva caballera con un cubo de alambre dispuesto para ser estudiado, en donde va a quedar muy claro lo que es el sistema de representación y lo que corresponde a contenido, viéndolo todo en “funcionamiento”.

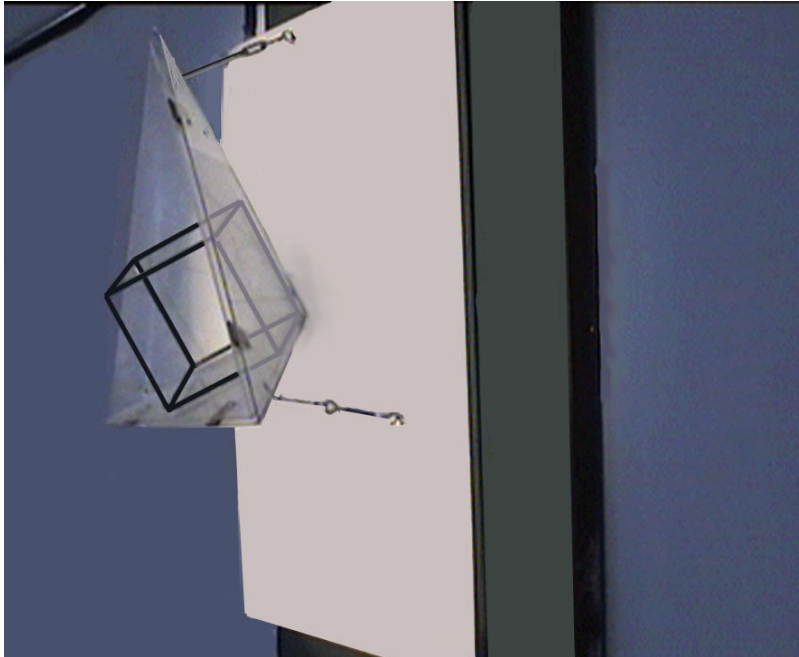


Fig. 9

En la figura 9, igualmente, se ha colocado el mismo cubo en el espacio correspondiente al triedro. Además de también distinguir entre los elementos del sistema y los de los contenidos, el alumno puede ver muy claramente que el triedro y las figuras que contiene están inclinados hacia delante, y que las aristas de la figura son paralelas a los ejes del sistema. Esto facilita la tarea cuando después tenga que comprender por qué se han de reducir las magnitudes de todas las longitudes que no están paralelas con el plano de proyección.

### **El concepto de representación.**

El concepto de representación debe de definirse en sus aspectos gráficos y visuales para una mejor comprensión de los sistemas de representación. Esta definición se hace extensiva al alumnado como uno de los contenidos de estas materias. Representar es hacer presente un objeto con palabras o figuras. Una representación se puede definir como la figura, imagen o idea que sustituye a la realidad. El concepto de

representación se puede estudiar como un elemento fundamental de la comunicación en donde se utilizan diversas clases de imágenes, signos, símbolos, etc. En la mente se forman las representaciones del mundo exterior a través de los sentidos. Por el sentido de la vista se perciben las representaciones gráficas que son manifestaciones visibles de ideas o de objetos. Son representaciones gráficas las palabras escritas, signos, símbolos, etc.

Desde el comienzo de la humanidad, el desarrollo cultural ha generado y sigue produciendo continuamente una gran variedad de modos de representar la realidad. En las manifestaciones comunicativas se utilizan representaciones con una intencionalidad. Sin embargo hay representaciones, que se perciben visualmente, y que las ofrece la naturaleza sin ninguna intervención humana y, por tanto, sin intención de comunicar.

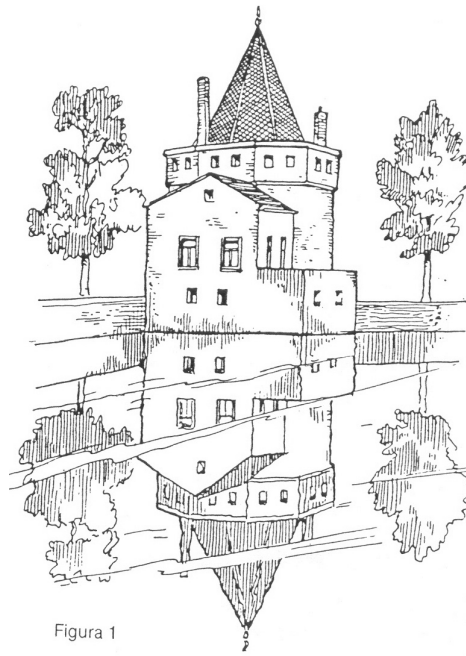


Fig. 10

Los reflejos en el agua (fig.10) ofrecen una representación de un objeto real. Se puede diferenciar entre el objeto real y su representación, además de que ambos se encuentran cercanos y con posibilidad de ser percibidos juntos en un solo acto de percepción por lo que se relacionan entre sí de modo muy directo. Los movimientos o transformaciones que pueda experimentar del objeto real se pueden observar también en su representación.

Igualmente sucede con el reflejo en el espejo (fig. 11). El espectador distingue el objeto real y su representación; ve sobre el tablero la figura, el reloj y el candelabro, y ve sus representaciones por detrás, o sea, desde otro punto de vista. Con el empleo de espejos existe la posibilidad de que las representaciones o imágenes reflejadas en el espejo no se perciban como tales sino como objetos reales, diferentes de los objetos que están delante del espejo, del mismo modo que a veces ocurre al entrar por primera vez a espacios o locales con paredes cubiertas por grandes espejos.

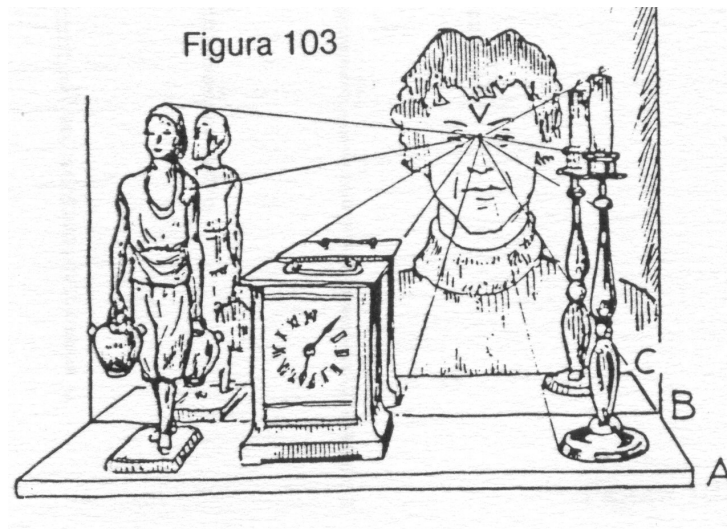


Fig. 11

También el espectador diferencia entre realidad y representación porque en la misma área de visión puede ver ambas entidades de un solo golpe de vista. También percibe al unísono los movimientos o transformaciones que se produzcan en el objeto real y su representación. Por ejemplo, puede ver unificados los movimientos de la llama de la vela y la transformación que sufre la vela al consumirse. Pero no sucede lo mismo cuando el objeto a estudiar es el mismo espectador. Dejando a un lado las implicaciones que este comentario tendría en otras áreas del conocimiento como la psicología y el fenómeno del autoconocimiento o la autoconciencia, se puede decir que la representación de la figura humana no se ve a la vez que el objeto (o persona) real. Sin embargo los movimientos y las transformaciones sí serían percibidas al unísono.

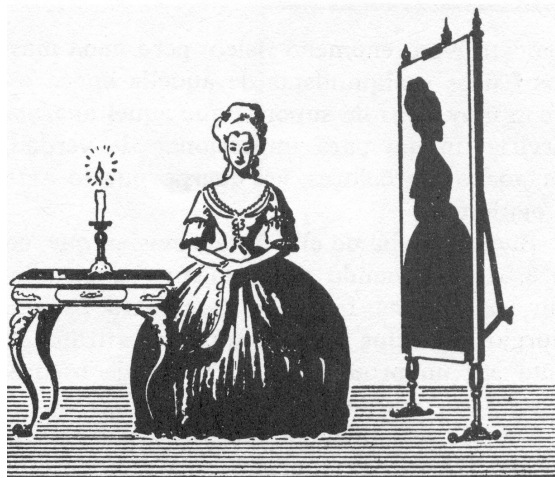


Fig. 12

En la figura 12 la representación no es la imagen en el espejo sino la sombra. También aquí se diferencia entre el objeto real y su representación; ambas entidades pueden percibirse a la vez visualmente y sus transformaciones y movimientos también pueden ser notados al unísono. Además, al producirse la sombra sobre una superficie plana, cabe también distinguir el objeto real por su tridimensionalidad a diferencia del



objeto proyectado en el plano de dos dimensiones. Las sombras tienen también un punto de luz cuyo conocimiento y control es muy importante a la hora de realizar operaciones geométricas.

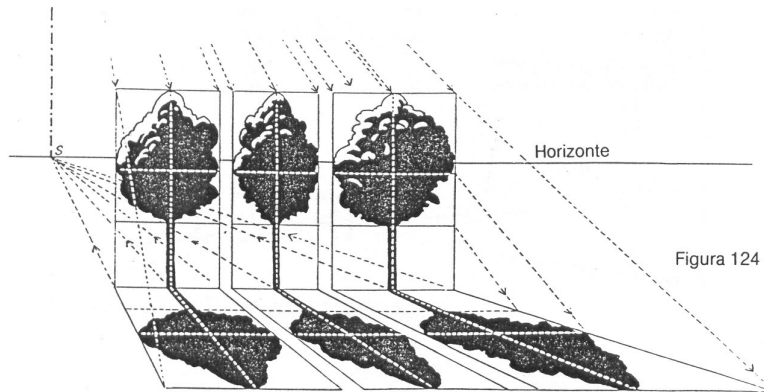


Fig. 13

Antes de continuar conviene diferenciar entre el punto de luz de la figura 12 al cual se le puede atribuir las mismas características del punto de vista de la proyección central o de la perspectiva cónica, y el punto de luz de la figura 13 que se utiliza para hallar las sombras de los árboles, existiendo otro punto de vista diferente para el trazado del dibujo presente en perspectiva cónica.

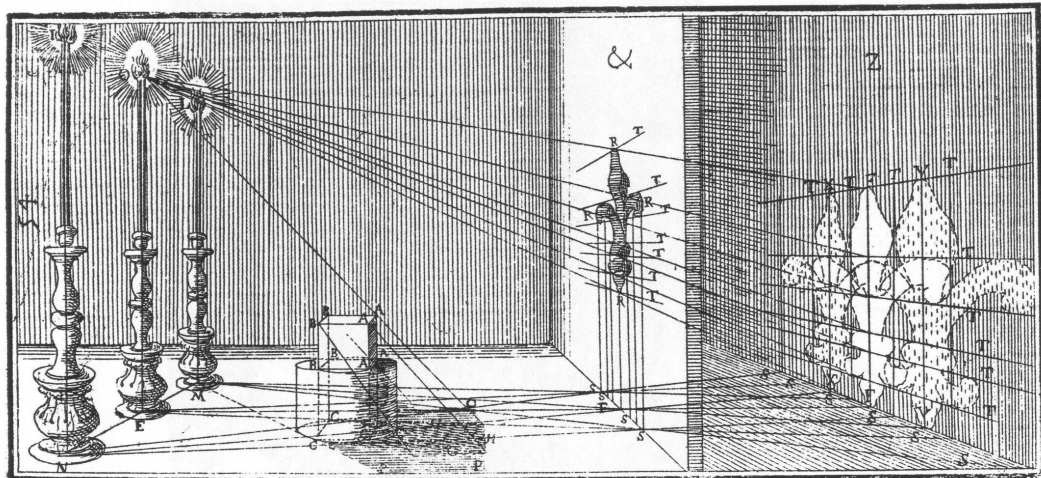
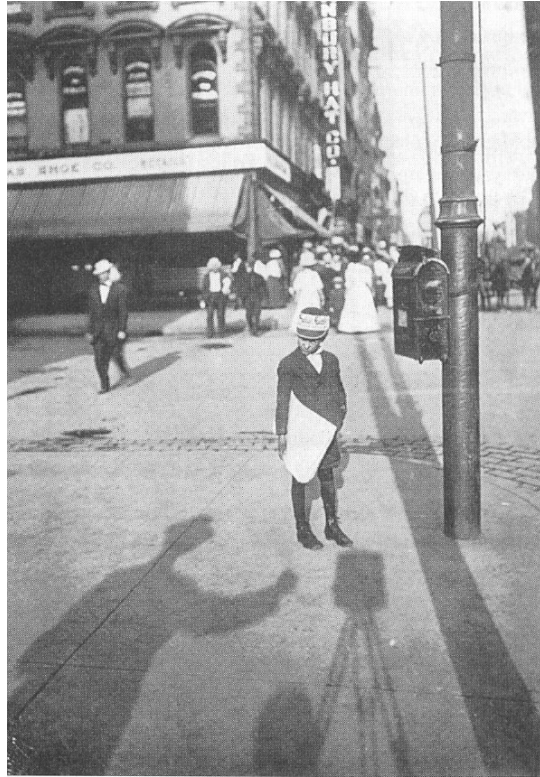


Fig. 14

En la figura 14 se presenta lo que parecería dos tipos de representaciones en relación a los resultados: (a) a la izquierda el cilindro con el cubo encima da unas representaciones en modo sombra; y (b) el hueco de la pared en forma de flor da una representación como luz. Pero se puede considerar que se trata de sombras, en este caso con tres puntos de luz, por lo cual las representaciones se multiplican por el mismo número, dando una superposición de representaciones que suelen darse en la realidad.



“Autorretrato con vendedor de periódicos”, Lewis Hine, 1908

Fig. 15

En la figura 15 se observan objetos y representaciones en modo de sombra que se pueden clasificar así: (a) objeto real y objeto representado estáticos; (b) objeto real y objeto representado en movimiento; (c) representación sin que se vea el objeto real, estático; y (c) representación sin que se vea el objeto real, en movimiento. También hay objetos reales a los cuales no se les ve la sombra pero no son de interés en esta clasificación.

Un ejemplo de objeto real y objeto representado estático es la farola que hay a la derecha de la foto, con su sombra. Ejemplos de objeto real y objeto representado en movimiento son las personas que caminan por la calle. Las representaciones estáticas sin que se vea el objeto real son, entre otras, la sombra de la farola y la sombra de la cámara fotográfica de trípode. Y por último, una representación sin que se vea el objeto real, y con movimiento, es la sombra del fotógrafo que acciona la perilla de aire del obturador de la cámara, y que va abrigado con una prenda de ropa larga y sombrero.

Esta es la cuestión, que a partir de las proyecciones ser pueda tener una percepción o conocimiento del objeto real al que representan y, además, poder realizar operaciones con las representaciones, sin tener el objeto real presente. En el caso de utilizar las sombras como representaciones se tiene la ventaja de que el alumnado, como todas las personas, las entiende ya como representaciones, por experiencia visual.

Lo mismo se puede decir de las imágenes en el espejo, que las entiende como duplicados de vistas o imágenes, aunque simétricas, de los objetos reales. Sombras y vistas están siendo utilizadas dentro de la metodología didáctica de esta investigación.

### Las representaciones: sombras y vistas.

En las explicaciones teóricas el alumno debe de tener presente, de modo imaginario o de manera visible, el espacio tridimensional para comprender en él los contenidos a estudiar y la manera de resolverlos. Después se verá cómo proyectarlo o representarlo en el plano, de acuerdo con el sistema de representación a utilizar.

Para lo cual ya se ha visto, en primer lugar, y según las figuras anteriores, que el alumno puede distinguir entre los elementos del sistema y los elementos de los contenidos o problemas a resolver. Seguidamente se presentan unas imágenes en donde se muestra el modo por el cual el alumno puede distinguir entre la realidad tangible y su representación.

Con este material didáctico se puede distinguir fácilmente entre el espacio real y el espacio representado, y esto se hace de modo que ambos espacios contengan el mismo contenido a estudiar.

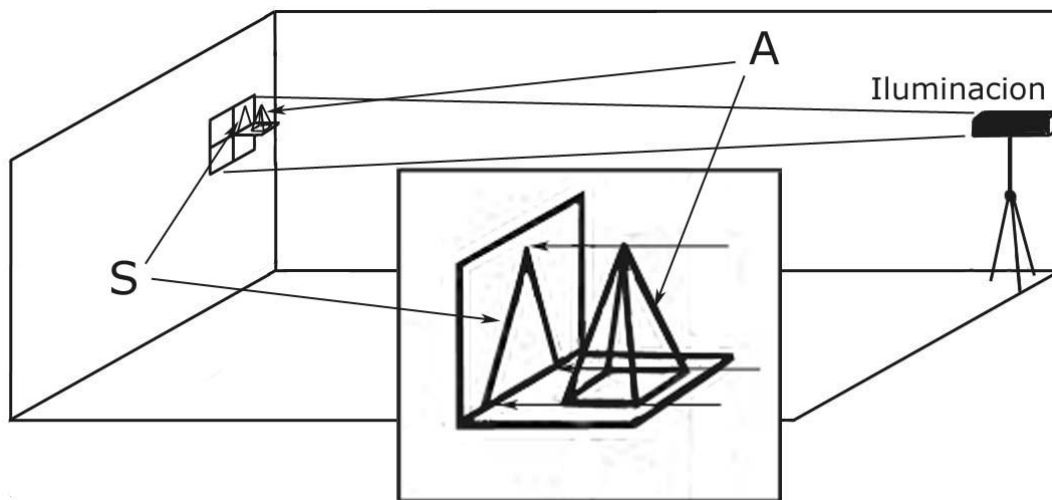


Fig. 16

En la figura 16 se presenta un esquema de la instalación de este material en un aula. La fuente de iluminación se ubica de modo que sus rayos de luz incidan “perpendicularmente”, o casi perpendicularmente, sobre los planos de proyección de la maqueta, en este caso, de sistema diédrico. El contenido a estudiar es, por ejemplo, (A) una pirámide (de alambre) que se ha colocado adecuadamente para que genere una “copia” (S) sombra o representación.

En esta situación educativa el alumno puede tener presente el espacio tridimensional compuesto por el diedro y la pirámide de base cuadrangular; así, puede estudiar con mucha facilidad cómo esta figura se proyecta como sombra. Las comparaciones, para ver similitudes y diferencias entre las formas reales y las formas representadas, se facilitan porque con las sombras ambos espacios presentan el mismo contenido y evolucionan simultáneamente en sus fases con los mismos movimientos y transformaciones, sobre todo cuando se trate de problemas más complejos.

Una de las inconveniencias de este material es que las proyecciones cilíndricas disponen de un “sucedáneo” de punto de vista impropio; es decir, es un punto finito, cuando geoméricamente el punto de vista se considera en el infinito. Como ya se ha dicho, para las proyecciones luminosas se utiliza una fuente de luz, muy alejada de las maquetas especiales que la concentra sobre las mismas. Para las “vistas” (ver figura 17) se utiliza una cámara de vídeo con teleobjetivo que da una imagen en “visión cuasicilíndrica”. Estos puntos de vista solamente se pueden alejar hasta el final de la pared opuesta; obviamente, no se pueden alejar hasta el infinito pero las apariencias visuales de sus proyecciones o vistas se diferencian tan poco de las que se producirían desde un supuesto punto impropio que las hace útiles para este propósito. Se puede decir que los beneficios pedagógicos justifican la licencia o el “error” geométrico, ya que a efectos prácticos no hay diferencias; se estima que solamente se trata de un error teórico y conceptual. Naturalmente, previo al uso de este material y en repetidas ocasiones, se le ilustra al alumno para que comprenda la diferencia entre punto propio y punto impropio, y se le hace partícipe, mediante un “convenio”, para “tolerar” este error geométrico.

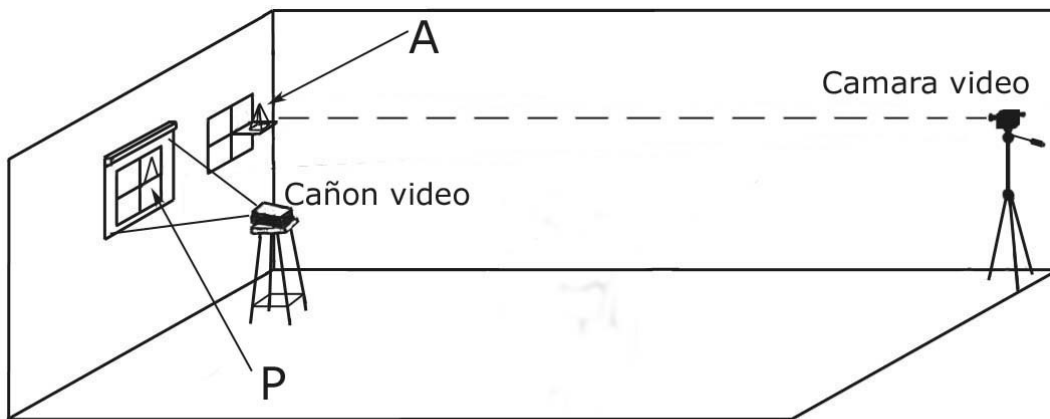


Fig. 17

En la figura 17 las representaciones se efectúan no como sombras sino como “vistas”. En el esquema de instalación en el aula se puede observar que la fuente de iluminación, de la anterior figura 16, se ha sustituido por una cámara de vídeo provista de un zoom o teleobjetivo muy potente. Esta cámara se ubica en el mismo lugar que antes ocupaba la fuente de iluminación de modo que el objetivo óptico ocupa el mismo lugar que antes ocupaba el punto emisor de luz.

De esta manera el eje óptico, o sus rayos visuales, se pueden considerar como perpendiculares a los planos de proyección de la maqueta. El contenido a estudiar, la pirámide (A) es captada por la cámara de vídeo en modo de “visión cilíndrica”. Esta vista es transmitida directamente al cañón para ser estudiada en la pantalla como proyección (P) o representación visual. El zoom se gradúa para que la representación visual en la pantalla de vídeo sea de la misma escala que la maqueta real.

Como cuando se trabaja con las sombras, también aquí, con las “vistas” el alumno puede distinguir entre los elementos del sistema y los elementos de los

contenidos o problemas a resolver. También trabajando en modo “vistas”, puede distinguir entre la realidad tangible y la representación de la misma, es decir, entre el espacio real y el espacio representado, conteniendo ambos el mismo contenido a estudiar, y con los movimientos y transformaciones observados al unísono.

E igualmente y de modo paralelo al sistema o modo de “sombras”, el alumnado puede observar, para su estudio y comparación, la evolución simultánea de los contenidos que se estudian. La diferencia está en que las figuras para las sombras deben de ser de alambre, y en el caso de las “vistas” pueden ser de alambre y también opacas.

También se establece un paralelismo en el problema de la distancia del punto de vista finito, a pesar del alejamiento del objetivo de la cámara. Para tratar de solucionarlo se instruye igualmente al alumnado para que sea consciente del “error” geométrico que se tolera en pro de los beneficios didácticos.

### **Funcionamiento de los sistemas con “sombras”.**

Las sombras se han utilizado para explicar las proyecciones en los sistemas de proyección cilíndricos por su analogía con los resultados que se obtienen en las proyecciones que se estudian en la geometría descriptiva.

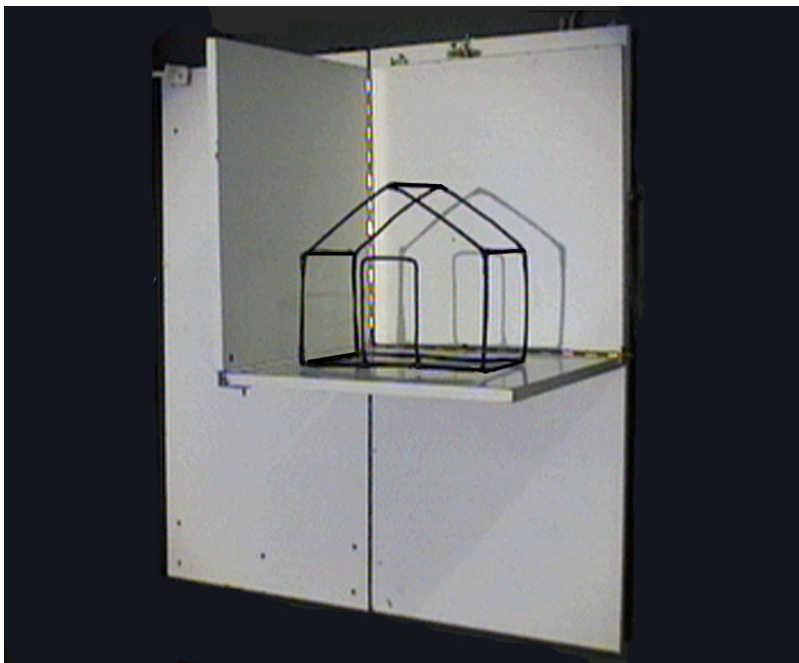


Fig. 18

La sombra de la casa (fig. 18) con “iluminación cilíndrica” está en el lugar en donde se efectuaría una proyección vertical en sistema diédrico según los fundamentos de la geometría descriptiva. La figura es de alambre y no se ha construido con demasiada perfección geométrica para que se vean en las sombras de (por ejemplo las esquinas) las aristas delanteras no totalmente confundidas con las aristas de atrás; así se ve que las aristas delanteras se proyectan en el mismo lugar de las de atrás, solventando

así el problema de algunos alumnos que dudan (en el caso de figuras opacas) de si lo que se proyecta es la cara delantera visible o toda la figura.

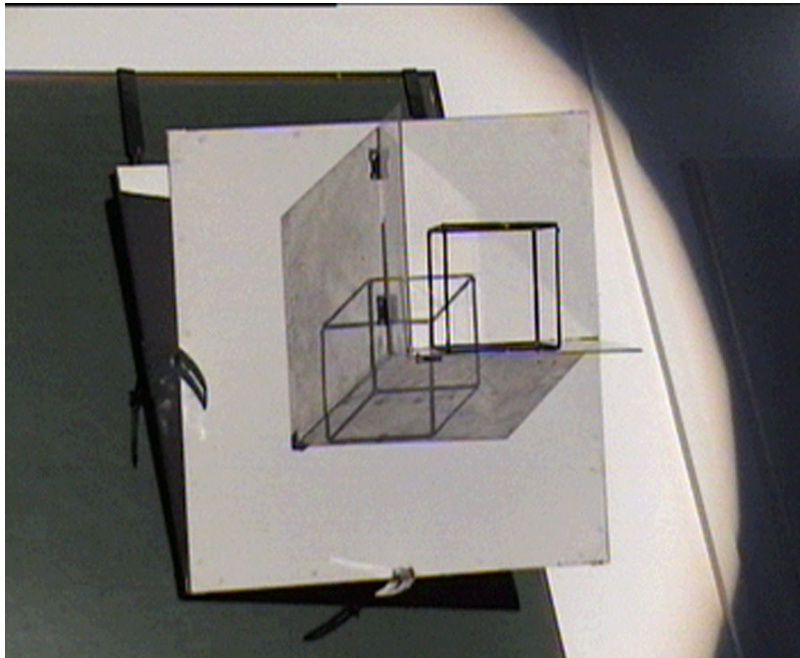


Fig. 19

En la figura 19 también se utiliza una iluminación desde un foco de luz concentrada y muy distante que asemeja a la proyección cilíndrica oblicua trazada con escuadra y cartabón para que las aristas, del cubo de la figura, sean paralelas a sus respectivos ejes del sistema de la perspectiva caballera.

Este cubo está construido, también de alambre, con mayor exactitud para que si se desea se puedan efectuar comprobaciones de paralelismo entre aristas y con los ejes del triedro trirectángulo.

Como se explicó en la figura 3 de este capítulo, esta maqueta especial está preparada para que pueda girar en los dos sentidos necesarios para que las sombras se puedan regular según el ángulo  $Z O Y$  elegido, y el coeficiente de reducción que se desee aplicar a las magnitudes de las profundidades.

En estas dos imágenes y en la siguiente figura 29, se pueden observar los objetos reales y sus sombras en las mejores condiciones: se ve el objeto real y su representación muy cercanos para su estudio, con los posibles movimientos o transformaciones, percibibles al unísono. Esto permite estudiar el funcionamiento de estos sistemas en el espacio tangible y tridimensional, como también en el espacio representado de dos dimensiones. Todo lo cual prepara al alumno para el proceso inverso, para cuando tenga que realizar operaciones solamente con las representaciones, pero disponiendo de las ayudas y experiencias visuales que proporciona este material.

Una vez comprendido el funcionamiento del sistema, la labor docente posterior se ve beneficiada por las experiencias visuales realizadas con estas maquetas especiales, que hace que el alumno pueda seguir una trayectoria gradualmente más autónoma

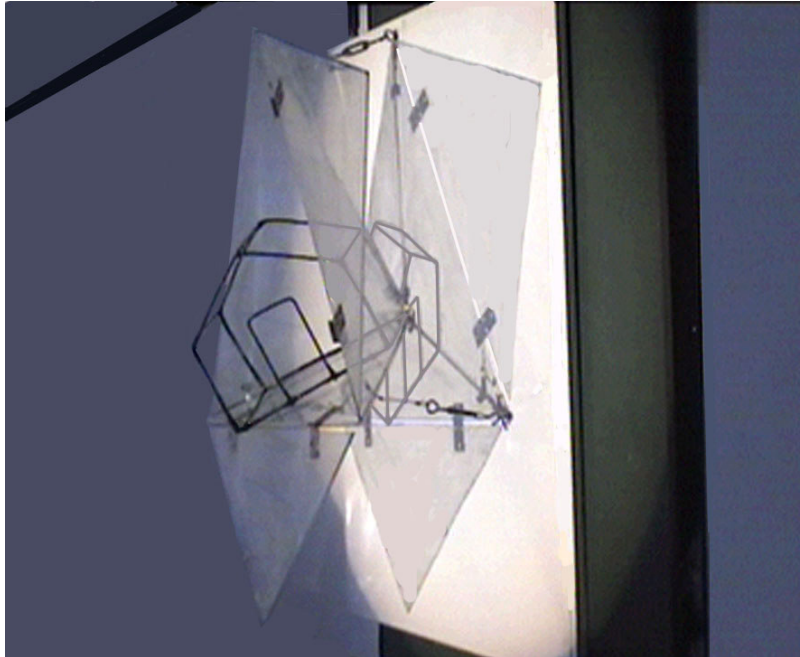


Fig. 20

La maqueta de la figura 20, como las anteriores, también proyecta las sombras del sistema, y su contenido. También se utiliza una iluminación “cilíndrica”. En ella se puede estudiar la proyección de la casa, y la proyección en movimiento de los planos  $Z O X$  y  $Y O X$  para colocarlos paralelos al plano de proyección. Así los alumnos pueden ver el método según el cual se establecen las magnitudes verdaderas para reducirlas y llevarlas al trazado final de la casa. Se puede ver que ninguna de las aristas de la casa está paralela a los planos de proyección, y por qué se han de reducir para su trazado.

Sin embargo tiene el inconveniente de que estas observaciones solamente se pueden hacer mirando desde los lados, desde el punto de vista de esta fotografía que no es la habitual en una clase en la que los alumnos siguen las explicaciones desde su mesa.

En las siguientes figuras se pueden observar las secuencias según las cuales se realiza el proceso de la proyección con sombras y, lo que es lo mismo, cómo funciona en este caso, el sistema diédrico. Las sombras se trazan con un rotulador tipo “Veleda” para que cuando se giren o abatan los planos, quede grabada en su lugar correspondiente. Durante el giro o abatimiento de los planos del triedro las sombras siguen proyectándose en los planos, pudiéndose ver su evolución desde la planta hasta el alzado e, igualmente, desde el alzado hasta el perfil.

Las líneas de correspondencia se trazan también valiéndose de las sombras, de modo que se entiendan como proyecciones de arcos que se generan en el espacio real cuando se abate el triedro conteniendo la figura.

Al final, cuando se abaten todos los planos con sus proyecciones dibujadas, se trazan los arcos, que hacen que se correspondan la planta y el perfil, mediante el giro del plano de perfil, observado desde arriba.

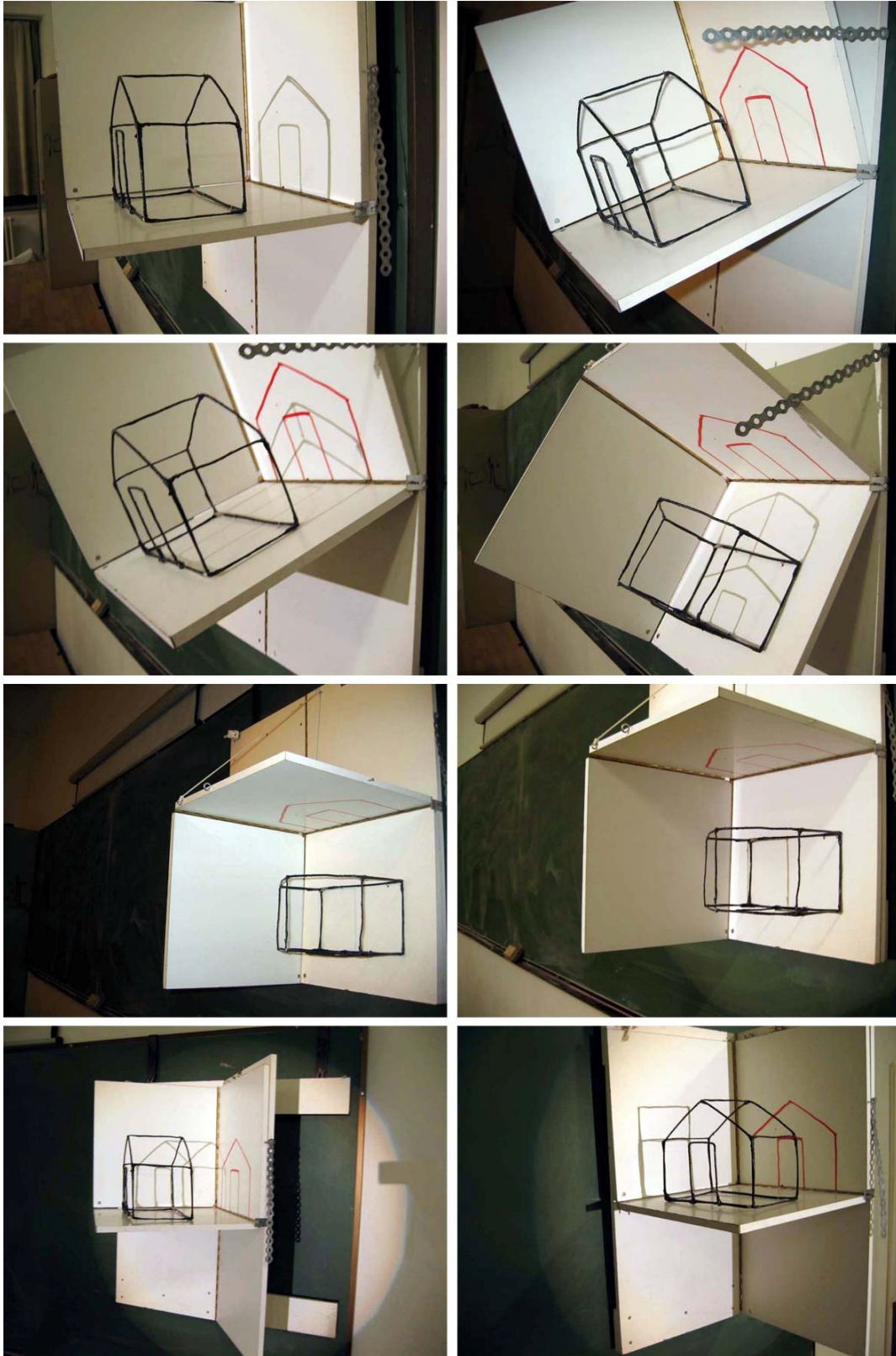


Fig. 21



En la figura 21 se puede observar una secuencia de imágenes en donde se explica cómo se realizan las proyecciones con sombras en el sistema diédrico. Normalmente se comienza por la planta, pero al estar contenida la base de la figura (la casa) en el plano de proyección horizontal, las sombras no se aprecian bien; por lo tanto es preferible en la primera sesión a la que corresponden estas imágenes, empezar proyectando la casa en el plano de proyección vertical. Sobre las sombras se traza con el rotulador grueso la proyección vertical

Después se abate el triedro trirrectángulo conteniendo la casa hasta que llega a la posición de proyectar la planta. Solamente se ve bien la sombra de la arista de arriba del tajado porque las demás sombras están semiocultas por los alambres correspondientes a las aristas de la base. De todas maneras, se trazan con el rotulador todas las sombras.

En las dos fotos de la misma figura 21, se ve que previamente se ha vuelto a girar el triedro hacia arriba para poner la casa en posición de proyectar el alzado. Entonces se inicia un giro hacia la izquierda para efectuar la proyección del perfil. Del mismo modo se dibuja sobre las sombras con el rotulador.

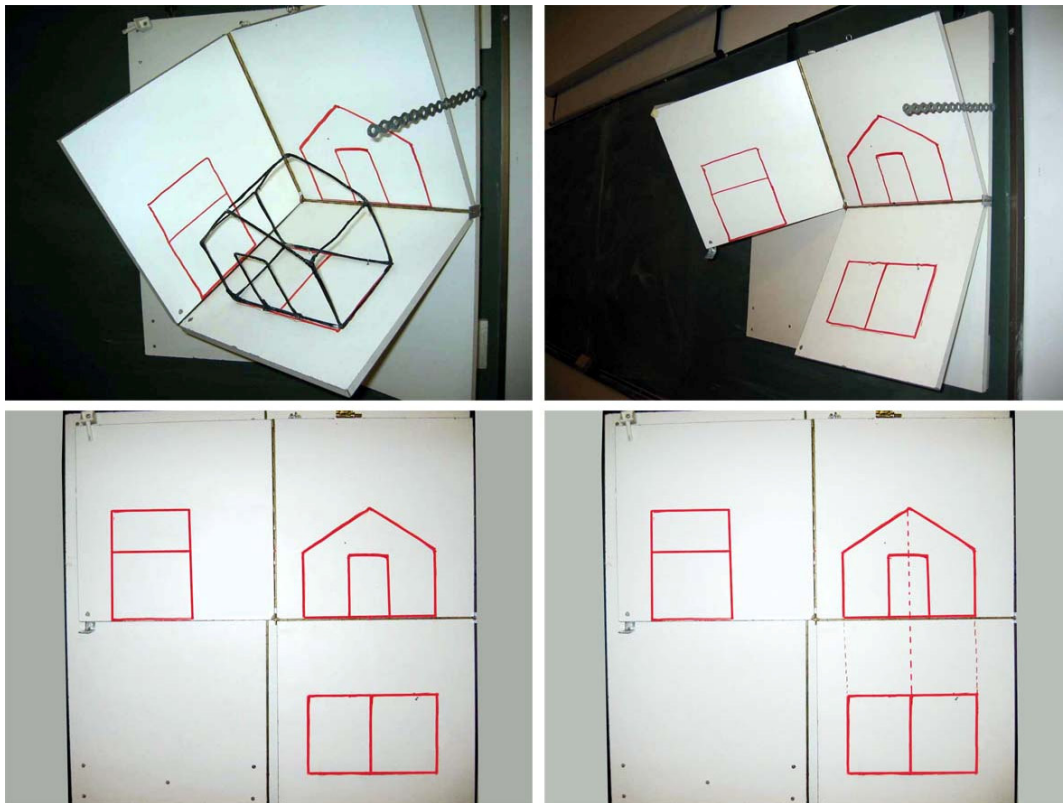


Fig. 22

En la figura 22 ya se ven los trazos en rotulador rojo de las proyecciones correspondientes a la planta, el alzado y el perfil de la casa. Después se hacen girar los planos de proyección sobre sus ejes (o bisagras) para que se puedan observar en un solo plano. Seguidamente se trazan las líneas de referencia para que se pueda observar la correspondencia que hay en la ubicación de unas vistas con otras. En la última foto se han trazado las líneas de correspondencia entre la planta y el alzado.

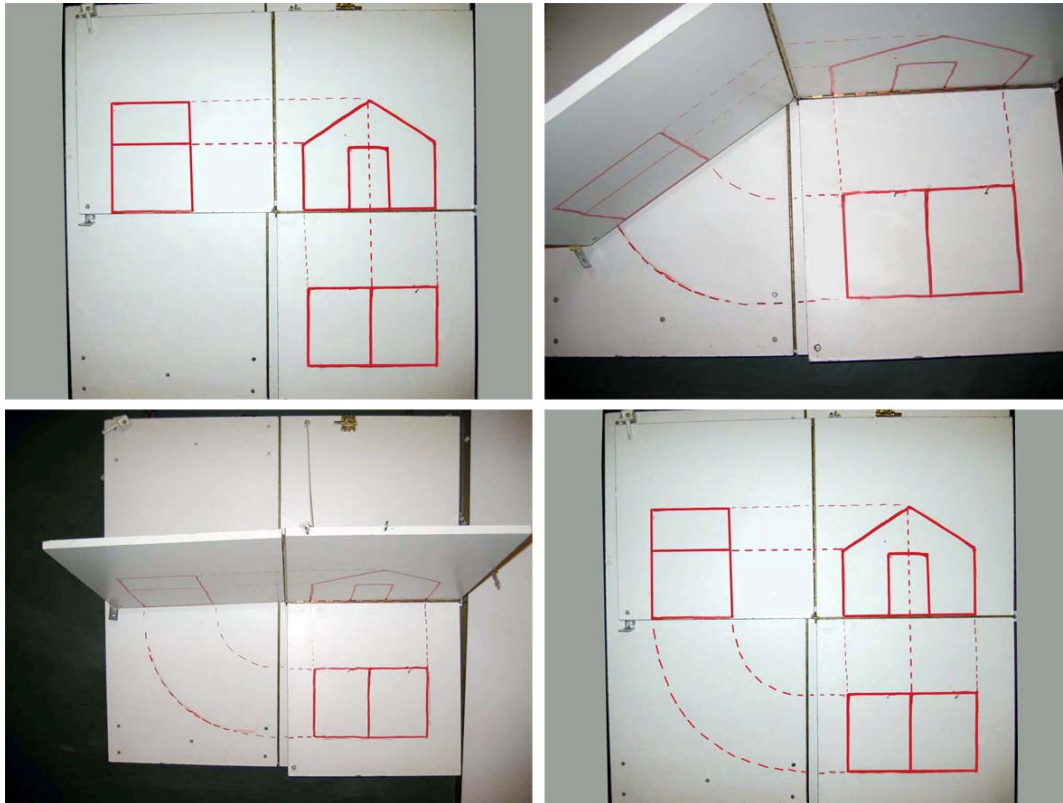


Fig. 23

Siguiendo con el trazado de las líneas de correspondencia (fig. 23) se trazan las líneas de trazo discontinuo entre el alzado y el perfil. Para hacer que se corresponda la planta con el perfil, se colocan los planos como en la foto, se gira el plano de proyección del perfil a la vez que se van trazando, uno a uno, los arcos que hacen que se correspondan dichas proyecciones.

Esta es la explicación que se hace en clase para que se comprendan los fundamentos del sistema diédrico, y cómo funciona al operar con los contenidos o problemas a estudiar. Naturalmente que para trazar los ejercicios prácticos se sigue otro orden; en cierto sentido, puede decirse que con un orden inverso, por ejemplo, las líneas de correspondencia se trazan antes que las vistas con las que se corresponden.

Con las sombras se puede llevar a la práctica un método didáctico para resolver las proyecciones que tiene la ventaja de que la figura real y sus representaciones se encuentran muy cercanas, y su comprensión no presenta dificultad puesto que la simple percepción visual resuelve el problema de la comprensión de estas proyecciones.

Sin embargo el alumno también resuelve de otro modo estas cuestiones: pensando en las vistas (con “visión cilíndrica”), es decir, cómo se ve la casa desde arriba, cómo se ve de frente y cómo se ve de perfil. En este caso no se tienen en cuenta las proyecciones, aunque en términos geométricos existen.

Al haber dos modos de especular y pensar con las formas y sus proyecciones, también se han buscado en esta investigación dos clases diferentes de simulaciones (por

proyecciones de sombras, y por “vistas”) utilizando una materialización de estos espacios, dentro de los sistemas de representación. Al poder visualizar estos espacios en forma de maquetas especiales para cada sistema de representación (excepto el cónico por ahora), se recurre a la experiencia visual, sin formación previa, que automáticamente tienen todos los seres que usan la vista para percibir el espacio tridimensional, y también la experiencia de ver las formas con sus sombras.

También se tiene la experiencia de ver representaciones reflejadas en el agua y en los espejos, además de la ingente cantidad de representaciones fijas o en movimiento que nos ofrece la actual cultura de la imagen (prensa, cine, televisión, imágenes infográficas, etc.).

Pero hay que distinguir entre unas y otras representaciones. Para el propósito de esta investigación, interesan primero las representaciones planas que vayan acompañadas del objeto real correspondiente y en ubicación contigua o muy cercana, con movimientos o transformaciones al unísono. Todo ello controlado por el pedagogo que se ha de poner en la piel del alumno.

Por lo tanto, al comienzo no se crean situaciones de aprendizaje en donde se estudien solamente las representaciones, sino que hay que tener presente los objetos reales correspondientes a esas representaciones.

Sin embargo hay un estado intermedio en donde se integra “realidad” y representación, y es cuando se utiliza la imagen “realista” de la cámara de vídeo o las imágenes sintéticas generadas por ordenador.

### **Funcionamiento de los sistemas de representación “vistas”.**

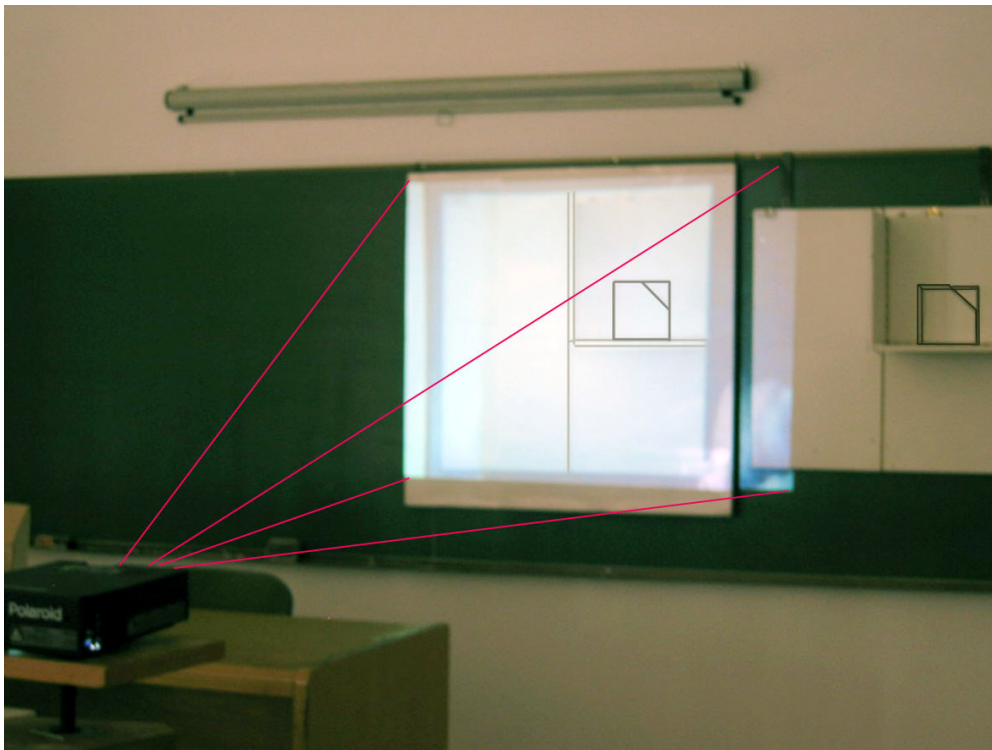
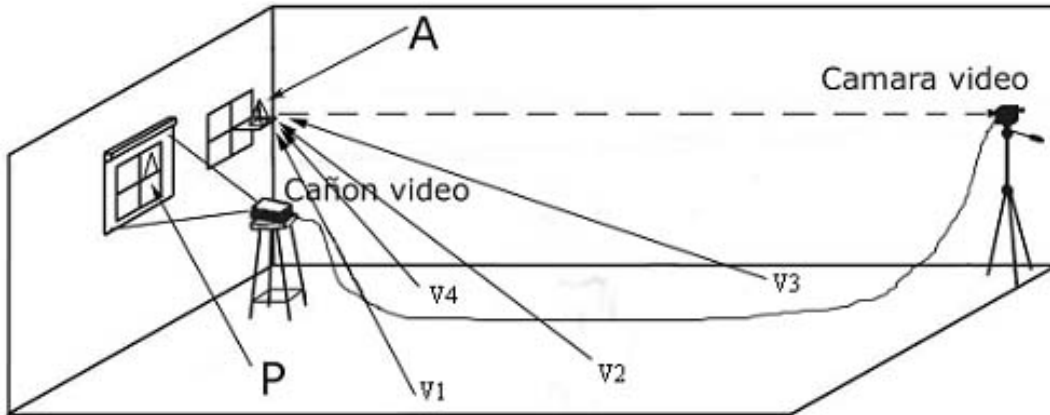
Las representaciones se pueden realizar en modo “vistas”. La cámara de vídeo con teleobjetivo ocupa el lugar que antes ocupaba la fuente de luz “cilíndrica”, incluso también se pueden realizar experiencias con los puntos de luz y de vista juntos.

La imagen captada por la cámara (como se explicó en la figura 17) es enviada a la pantalla. El alumno (a) distingue entre los elementos del sistema y los elementos de los contenidos; (b) también diferencia entre la realidad tangible y la representación de la misma proyectada en la pantalla; y (c) observa simultáneamente los movimientos y transformaciones que se desarrollan al mismo tiempo en la maqueta y en su representación como imágenes en movimiento propias de la cámara de vídeo.

Las explicaciones en clase se podrían hacer sin que estuviera presente la maqueta especial, solamente con el cañón de vídeo y una grabación en cinta o en CD de las imágenes obtenidas en una clase anterior. Pero con la manipulación directa de la maqueta por parte del profesor, y la observación simultánea de la pantalla permite una explicación de más calidad.

Tampoco se debe de explicar solamente con maquetas, sin disponer de las imágenes de la pantalla, ya que la cámara proporciona una visión “cilíndrica”, y la maqueta da una perspectiva diferente al ser observada desde diferentes puntos de vista.

Así, los alumnos (fig. 24) ven la maqueta especial desde los lugares V1, V2, V3, V4, etc. consiguiendo una percepción privilegiada de la realidad. Pero ningún alumno obtiene la imagen que se proyecta en el interior de la cámara oscura de (valga la repetición) la cámara de vídeo. Quizá desde la posición V3, con el ojo cerca del eje óptico de la cámara se tenga una visión más cercana, pero como todos pueden observar adecuadamente es proyectando las imágenes en la pantalla. De este modo todos pueden ver desde sus ojos o desde el ojo de la cámara, es decir, todos pueden estudiar simultánea y/o alternativamente la realidad y la representación, al mismo, con la misma secuencia en el desarrollo de las distintas fases de la explicación, con sus movimientos y transformaciones.



Figuras 24 y 25

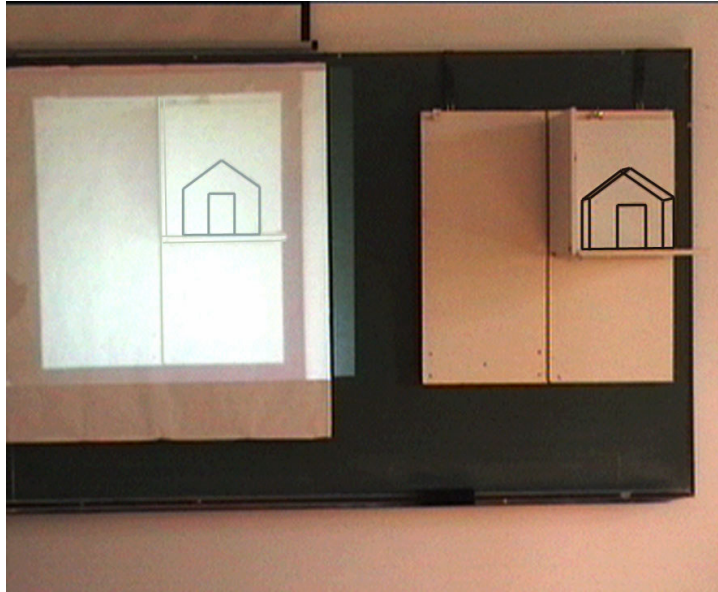


Fig. 26

En las fotos de las figuras 25 y 26 se ve a la izquierda la pantalla con la proyección en sistema diédrico de la figura que se estudia y, a la derecha, la maqueta con la figura, que puede ser de alambre u opaca (fig.27).

Los alumnos ven la maqueta especial cada uno desde su sitio. En la figura 25 desde el lado derecho de la clase, en la figura 26 desde el centro y en la 27 cerca del eje óptico de la cámara de vídeo. Como se puede observar, cada uno tiene una perspectiva diferente de la maqueta real, pero todos tienen la misma vista de la figura proyectada en la pantalla, la cual proporciona una “visión cilíndrica”.

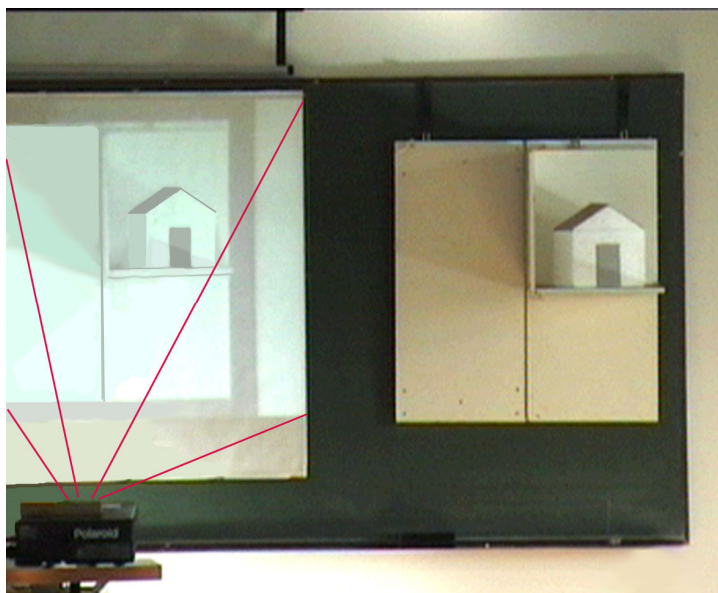


Fig. 27

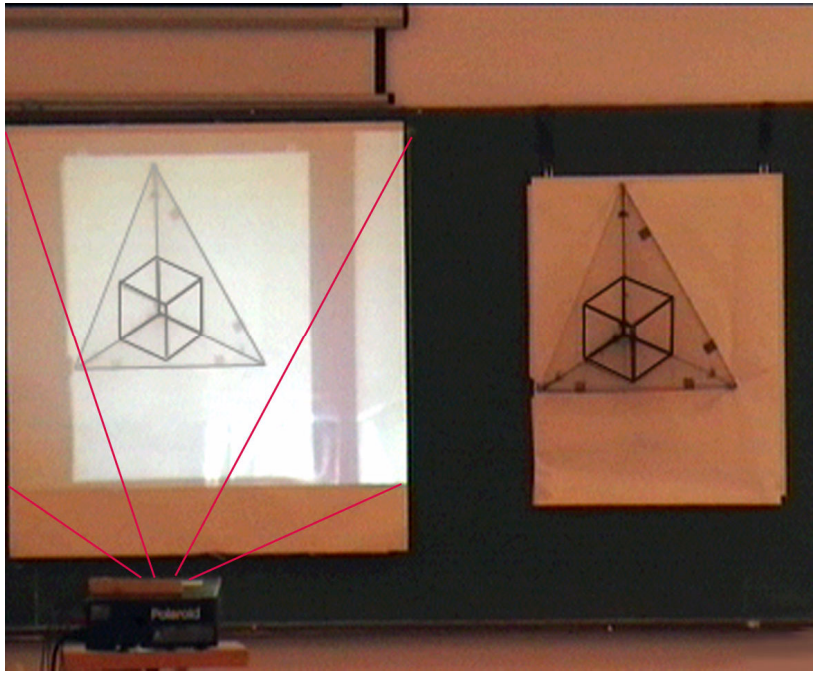


Fig. 28

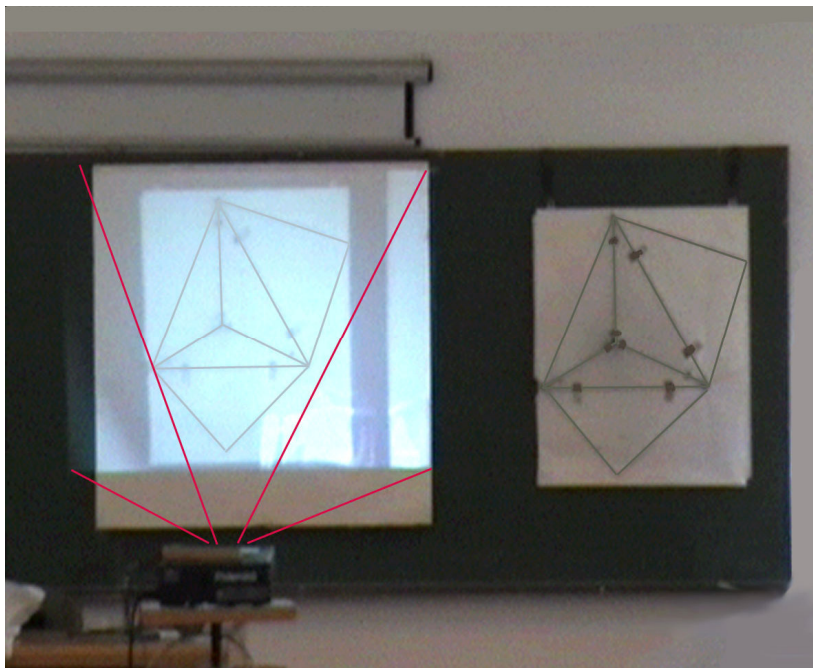


Fig. 29

La perspectiva axonométrica es un sistema de proyección cilíndrico que, como el sistema diédrico, se presta a ser estudiada con el mismo planteamiento didáctico. Las visualizaciones son semejantes. Los planos  $Z O X$  y  $X O Y$  se abaten para estudiar las reducciones que se han de aplicar según las escalas resultantes. La metodología didáctica va de acuerdo con el método operativo y, por tanto, los trazados prácticos, a utilizar. Todo está basado en el abatimiento / desabatimiento de los planos para explicar y manejar las verdaderas magnitudes en la tarea docente.

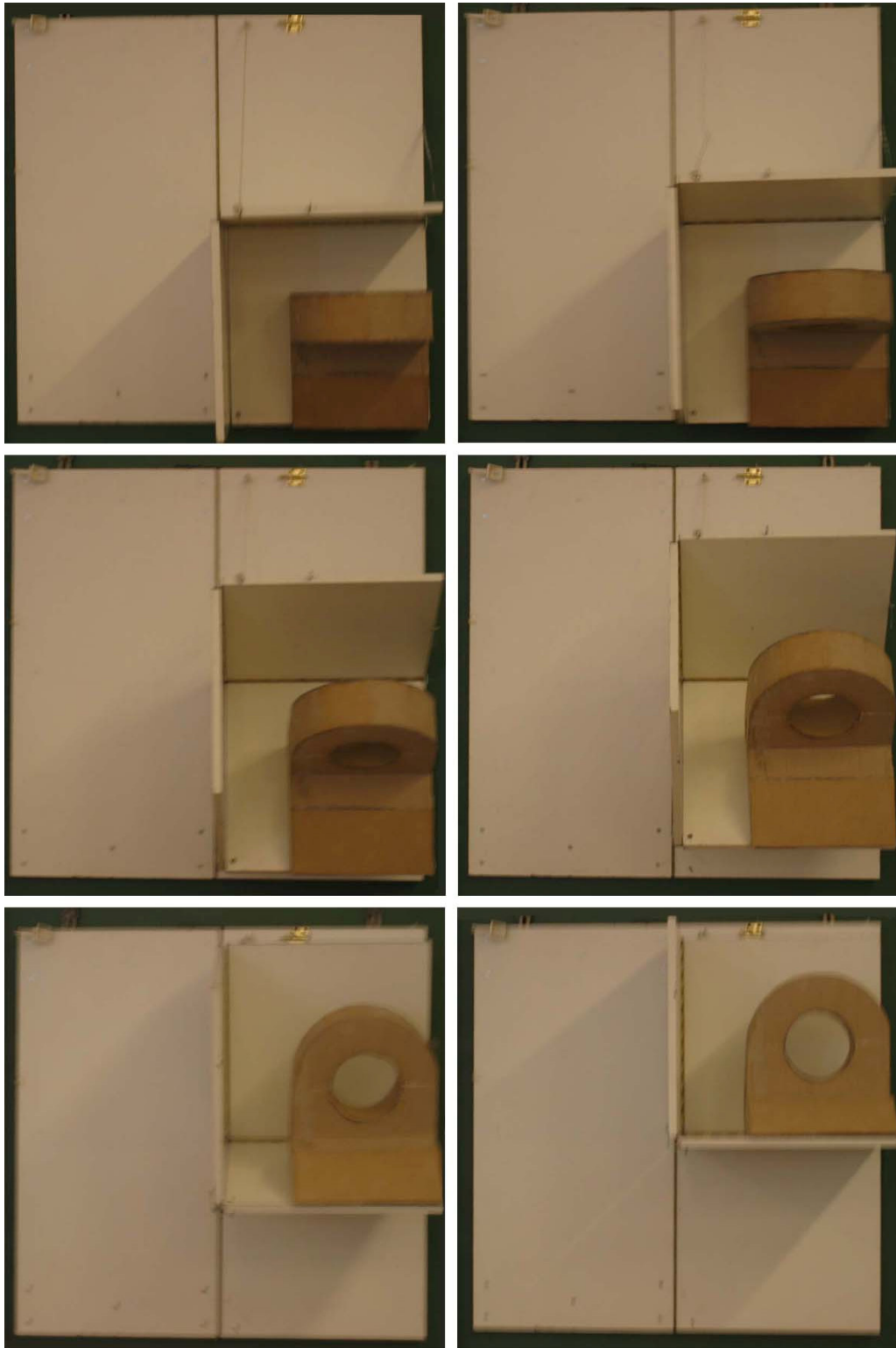


Fig. 30

Cuando se trata de figuras opacas no se utiliza el modo de proyección con sombras sino con vistas. Con una proyección de vídeo sin la ayuda de las maquetas especiales, también se pueden enseñar a resolver las cuestiones de los sistemas de representación. En este caso se empieza por la planta hasta terminar en el alzado.

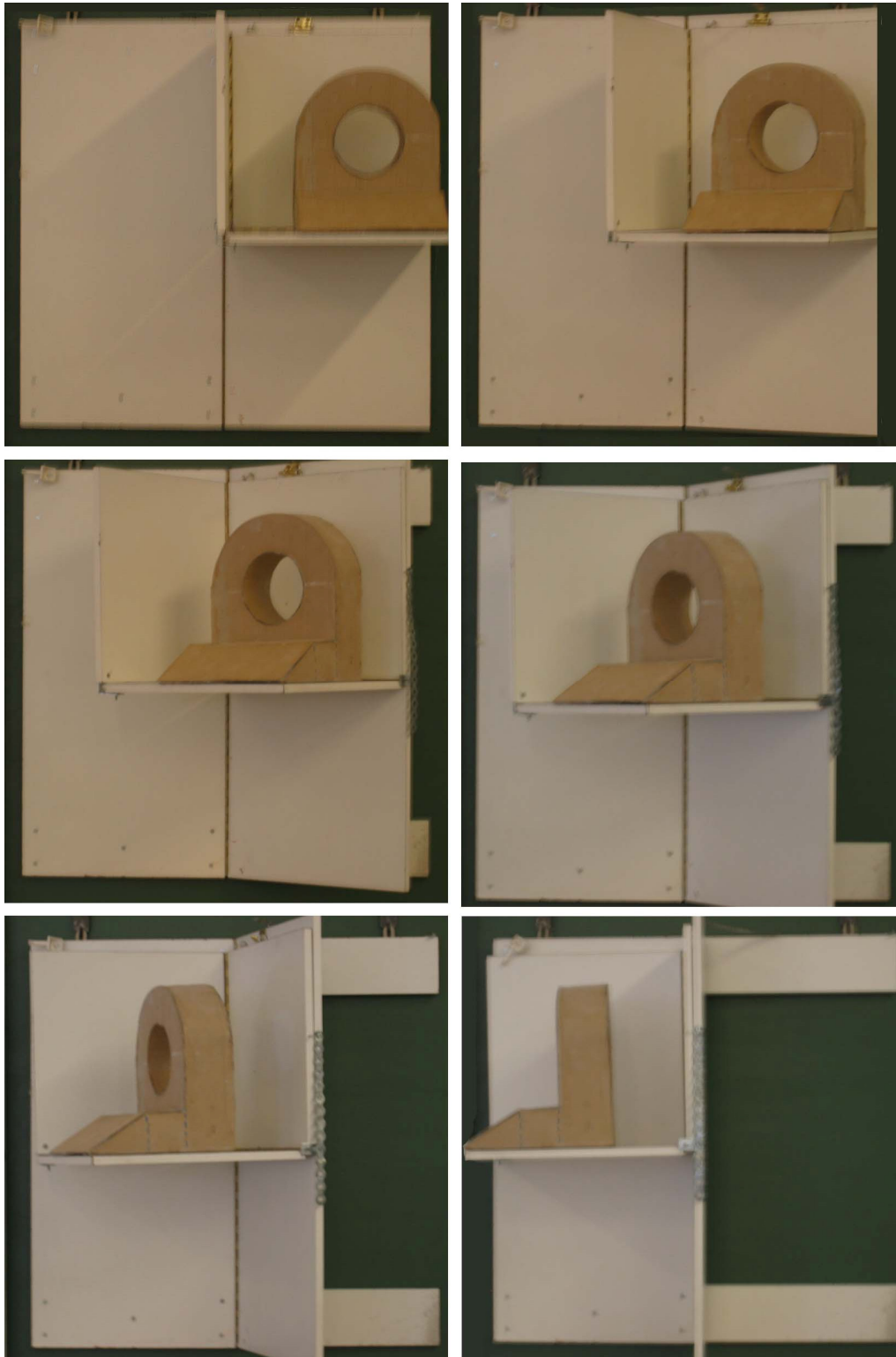


Fig. 31

Y en esta figura 31 se realizan los giros necesarios para que desde el alzado se comprenda cómo se llega al perfil. Estos movimientos y transformaciones de la figura se pueden realizar de tres formas: (a) con sombras y figuras de alambre, (b) con la cámara de vídeo y la pantalla y (c) simplemente como una proyección, sin las maquetas.



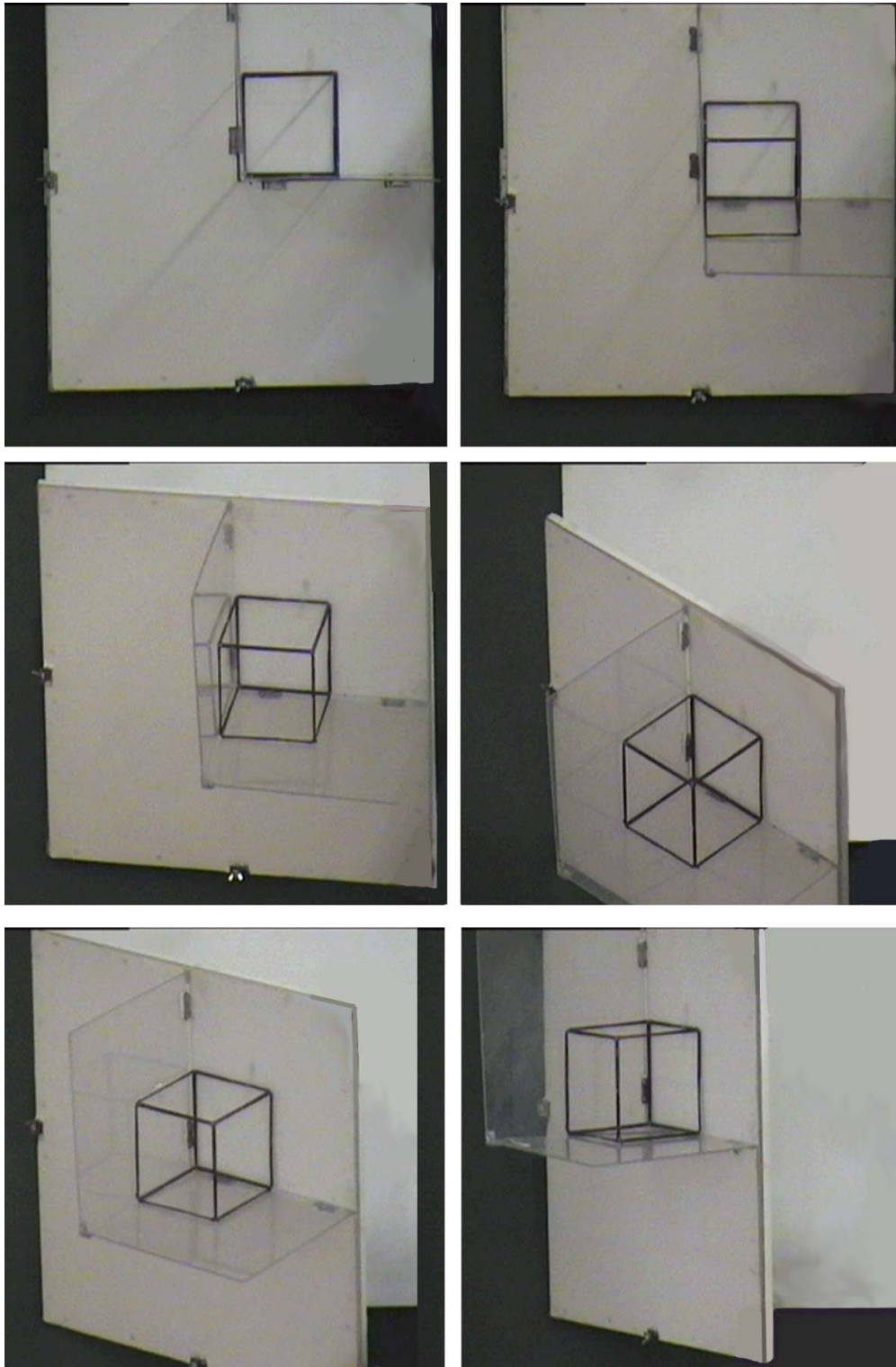


Fig. 32

La maqueta para la perspectiva caballera también se utiliza para la perspectiva axonométrica. Se puede hacer con vídeo y pantalla o simplemente como la proyección de una película de vídeo. Aquí se muestra cómo girar los planos para elegir los ángulos de los ejes X, Y, Z de la perspectiva.

Todo este material compuesto de elementos como la maqueta especial, la cámara, las figuras, el proyector, etc. en donde se opera en el “modo sombra” y en el “modo vista”, se utiliza para explicaciones teóricas y para ejercicios prácticos. Antes de realizar ejercicios prácticos en donde el alumno tiene que solucionar un problema, previamente se han realizado explicaciones teóricas de los fundamentos del tema propuesto. En las clases prácticas simplemente se propone un problema a resolver semejante al anterior pero sin dar la solución. Se da un tiempo hasta que el alumno lo resuelva y seguidamente se da la solución utilizando el mismo material y con las estrategias didácticas especiales para que el hecho de dar el resultado no sea una simple información sino que sirva para completar la ausencia de algún concepto en el alumno afectado.

## UTILIZACION DE LA IMAGEN DIGITAL

Se ha estado sustituyendo el material didáctico compuesto por las pantallas especiales, y de la metodología didáctica específica para las mismas, por un software educativo. Está motivado por las dificultades materiales que se indicaron en el capítulo en donde se definen los problemas planteados: los inconvenientes de estas pantallas para almacenarlas, seleccionar el material, hacer las instalaciones, hacer las pruebas previas a su uso, etc.

En principio no se tenía pensado sustituir la metodología didáctica porque se pensaba que serviría también para ser aplicada con el material infográfico. Simplemente se pensaba en efectuar un relevo de los medios materiales por los medios infográficos. Pero después se ha ido viendo que el software educativo que se ha ido desarrollando también tiene sus peculiaridades y posibilidades didácticas. Se ha ido constatando que se puede superar al material anterior por los atributos que ofrece la imagen digital. Se están viendo las ventajas de diseñar visualizaciones que utilizan planos muy delgados (a diferencia del grosor de los planos de madera); pueden aparecer o desaparecer cuando convenga; pueden levitar las figuras y realizar giros complejos y controlados; no se está sujeto a las leyes de la física en cuanto a que los elementos geométricos pueden moverse o transformarse del mismo modo que se imagina cuando el estudiante o el profesor trabaja sobre proyecciones planas y crea o inventa en el espacio tridimensional. Con los medios materiales todo esto sería imposible o muy difícil y costoso.

También cabe decir que las maquetas no se han eliminado de su uso porque siguen siendo útiles para determinados temas. Pero es muy evidente que hay que aprovecharse de las nuevas tecnologías infográficas porque ofrecen más posibilidades.

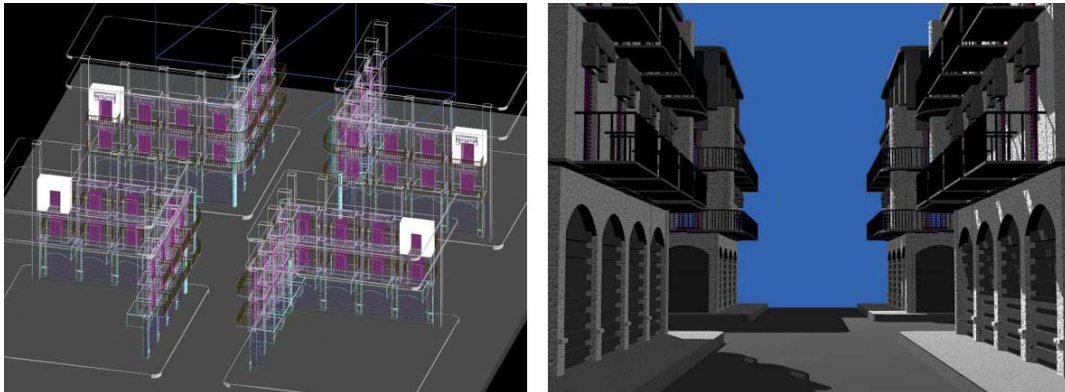


Fig. 1

Esta sustitución se intuía prometedora por el auge que la infografía ya había alcanzado, y por las experiencias en diseño asistido por ordenador que estaban realizando en sucesivos cursos, tanto en la licenciatura de Bellas Artes, en Formación Continua, academias, etc. como en una incipiente actividad profesional (fig. 1). Se

habían estado realizado numerosos diseños por ordenador en donde se diseñan unas estructuras geométricas con un software, cuyos ficheros se pueden tratar en otro software diferente y con otras posibilidades, aparte del software para reproducir o presentar los resultados.

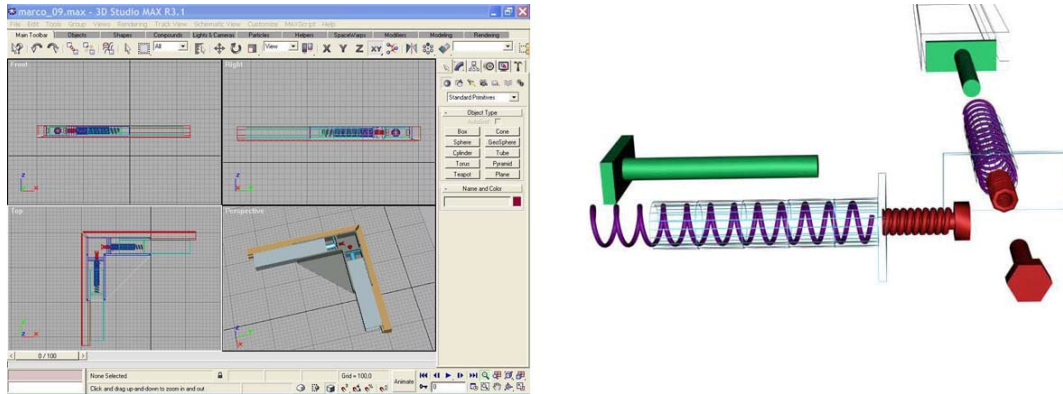


Fig. 2

Con esta experiencia en diseño por ordenador, se pensó que del mismo modo que ya se había estado diseñando en el campo de la arquitectura (fig. 1), o mecanismos (como el de la figura 2), o personajes de dibujos animados, etc. también se puede diseñar material didáctico teniendo como modelos las maquetas especiales para la enseñanza de los sistemas de representación.

Ya se habían hecho diseños utilizando Autocad, 3D-Studio, etc. en los cuales las figuras representadas pueden tratarse de varios modos: (a) con elementos fijos, (b) con elementos fijos e iluminación móvil, (c) con elementos fijos y cámara móvil, (d) con elementos fijos y cámara e iluminación móviles, (e) con elementos móviles y... etc., etc.; o sea con todas las posibilidades de transformación, movimientos de los elementos que constituyen la figura, de desplazamientos de la cámara o punto de vista, como también de las posibilidades de la iluminación con uno o varios puntos de luz.

Aparte de esto, se pueden hacer presentaciones con más de una cámara, es decir con dos puntos de vista diferentes, incluso uno en visión cónica y el otro en visión "cilíndrica". Es decir, se pueden reproducir las maquetas e incluso se pueden reproducir las instalaciones y situaciones de aprendizaje ya realizados anteriormente. Por lo cual se empezó a diseñar por ordenador los planos de proyección del sistema diédrico y de los demás sistemas de representación, con figuras que pueden verse opacas, semitransparentes o alámbricas, con diferentes colores, de acuerdo con criterios pedagógicos, para mejorar la percepción visual o para diferenciar partes o procesos, etc.

Con estas posibilidades, luego, durante la proyección en pantalla durante las actividades docentes, los triedros trirectángulos de los sistemas de representación cilíndricos, se ven mejorados por estas posibilidades. Aunque la pantalla del proyector es plana, la percepción del volumen no presenta dificultades gracias a los movimientos, simulación del volumen, color, transparencias, etc. Además de que es una ventaja que todos los alumnos ven con la misma perspectiva, a diferencia de las maquetas que cada cual tenía una visión distinta.

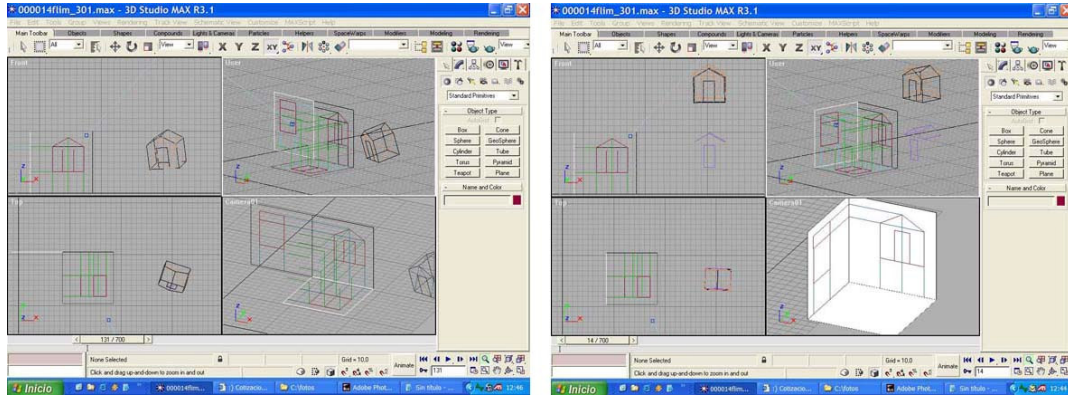


Fig. 3

Con todo lo que se ha comentado, se había intuido ya que era posible diseñar material didáctico teniendo como modelos las maquetas especiales de los sistemas de representación, y se podían aprovechar muchos de estos medios infográficos e informáticos en general. En la figura 3 se ensayan los movimientos, giros o transformaciones que al final, tras el proceso de renderización, habría que visualizar. Se está utilizando 3D-Studio, una aplicación anteriormente utilizada para otros fines con diseños diversos.

### El sistema diédrico con “sombras” y “vistas”.

En la figura 3 se diseña para que la casa se desplace con movimientos muy precisos, para que se vaya colocando secuencialmente en ubicaciones muy exactas. Los planos de proyección del triedro se habrán de abatir. Hay tratamiento de tres dimensiones, pero dentro de esta tridimensionalidad, en los planos de proyección se trazan las proyecciones propias del sistema diédrico. La casa es semitransparente para que no oculte datos de interés. Luego viene el montaje de la “película”, o sea, las secuencias por el orden requerido según un guión previamente proyectado.

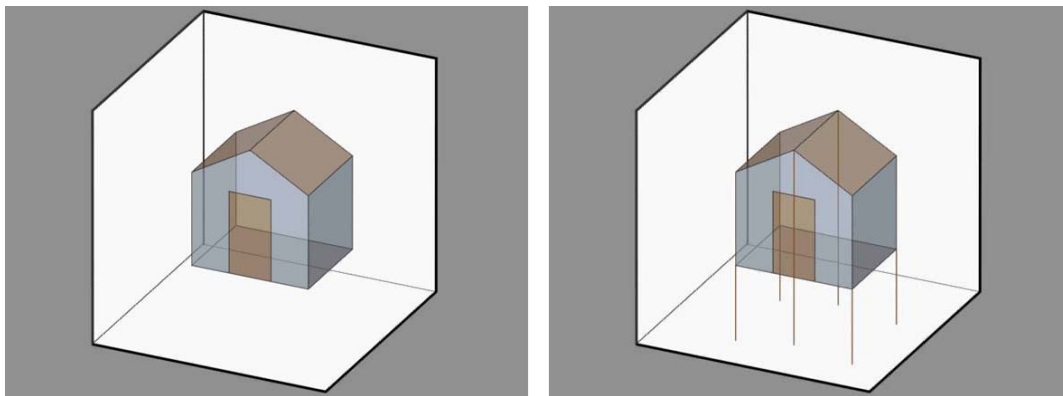


Fig. 4

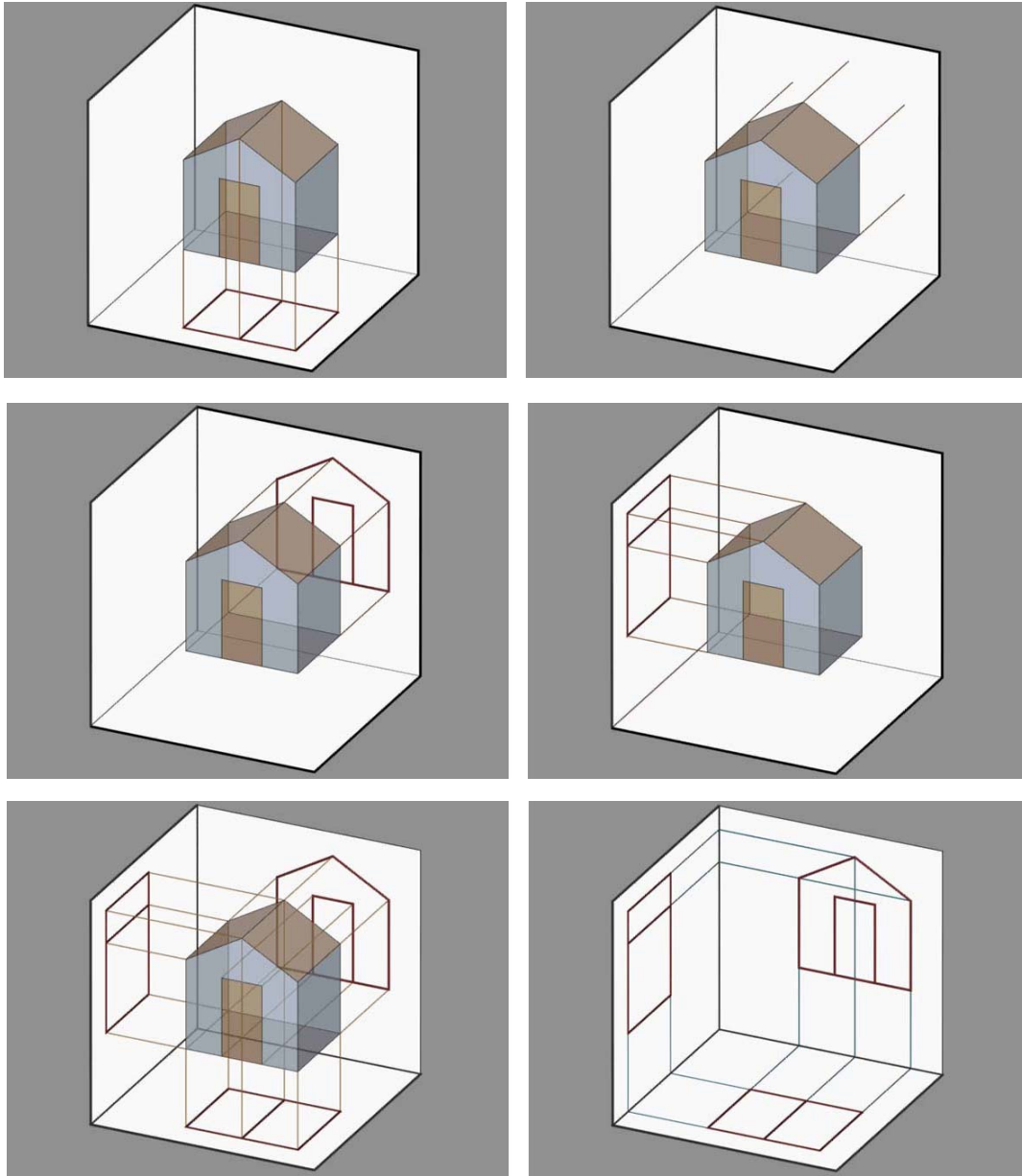


Fig. 5

En las figuras 4 y 5 se ven imágenes fijas de una secuencia de vídeo que se maneja como una “moviola”. Se asemeja a la proyección con sombras que antes se explica con la maqueta especial para el sistema diédrico, aunque no exactamente como en la maqueta; aquí el diedro no efectúa los giros que se hacen con las maquetas para explicar las sombras, eso se hará en la “película” siguiente. Aquí en este vídeo es más importante establecer las similitudes que hay entre la proyección luminosa y la proyección, como intersección de una recta, conceptualmente entendida en geometría descriptiva. Es decir, la proyección de un punto es la intersección de la recta que pasa por el punto homónimo del objeto. Lo mismo se puede decir de la sombra de un punto interpuesto entre una fuente de luz y un plano, en el caso de la proyección cilíndrica, con fuente de luz en el infinito.

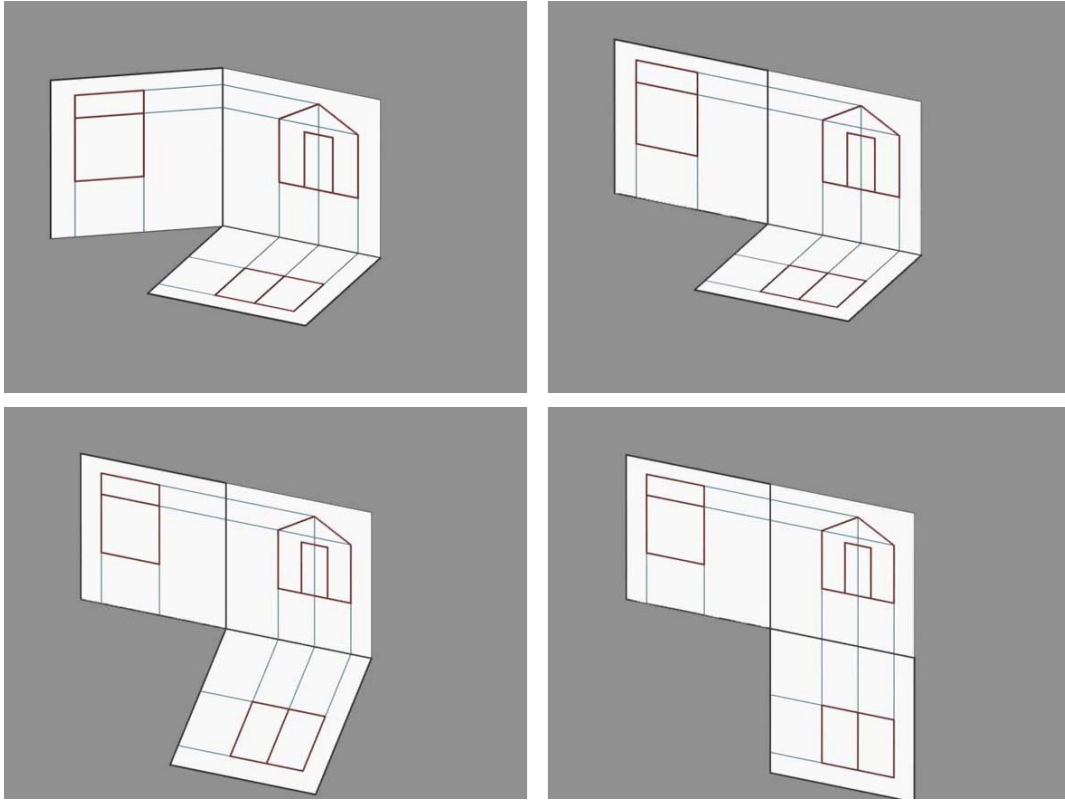


Fig. 6

En las anteriores imágenes secuenciadas (figuras 4, 5 y 6) se puede observar el orden en el que evoluciona este vídeo. La idea que se quiere dar de proyección es la de un punto resultante del desplazamiento del punto que, partiendo desde el punto del objeto real, lleva una dirección ortogonal al plano de proyección. Por lo cual (fig. 4) se ven los puntos bajando, a la vez que generan un haz de rectas paralelas (propio de la proyección cilíndrica ortogonal) hasta el plano de proyección horizontal para producir la planta. En la siguiente figura 5 se repiten estas secuencias para producir el alzado y el perfil. Esta idea de proyección es compatible con la concepción de que es una sombra y de que es la intersección de una recta.

Las líneas de correspondencia también pueden explicarse y concebirse como las proyecciones en los planos de las rectas visuales que producen los puntos de proyección, pero difiere con otra concepción de estas rectas como la proyección o visión de los arcos, de los vértices de la figura, generados mientras el diedro se abate. Por eso el sistema diédrico se debe de explicar de esta dos maneras: como proyección tipo sombra en los planos de proyección horizontal, vertical y de perfil, y como vistas de una figura que se ve desde arriba, desde el frente y de perfil; una visión, desde luego, “cilíndrica”.

Los resultados obtenidos bajo ambas concepciones (sombra proyectada y vista) son los mismos; para que esto se comprenda, o mejor, se vea bien, esta visualización o vídeo tiene una segunda parte que se ve a continuación.

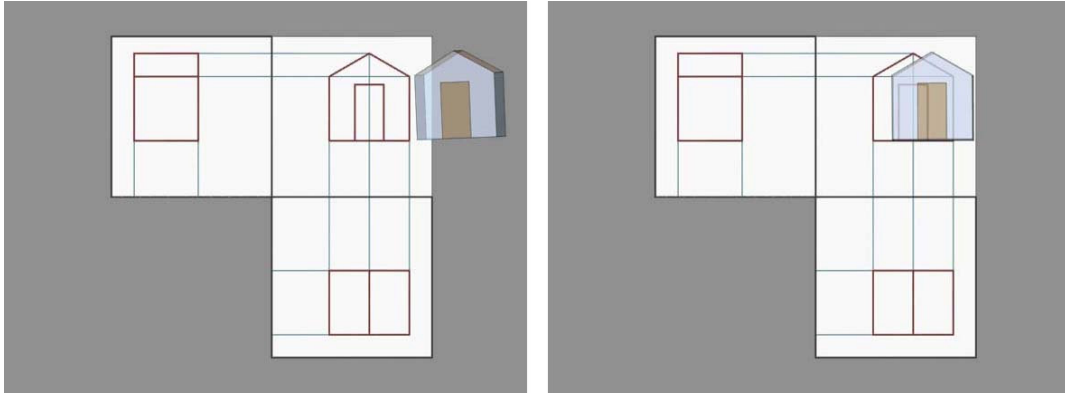


Fig. 7

En la figura 7 el objeto que se ha proyectado, la casa, viene desde fuera a colocarse delante de su proyección para que el espectador pueda comprobar que la vista frontal de la casa coincide con la sombra o proyección en el plano vertical.

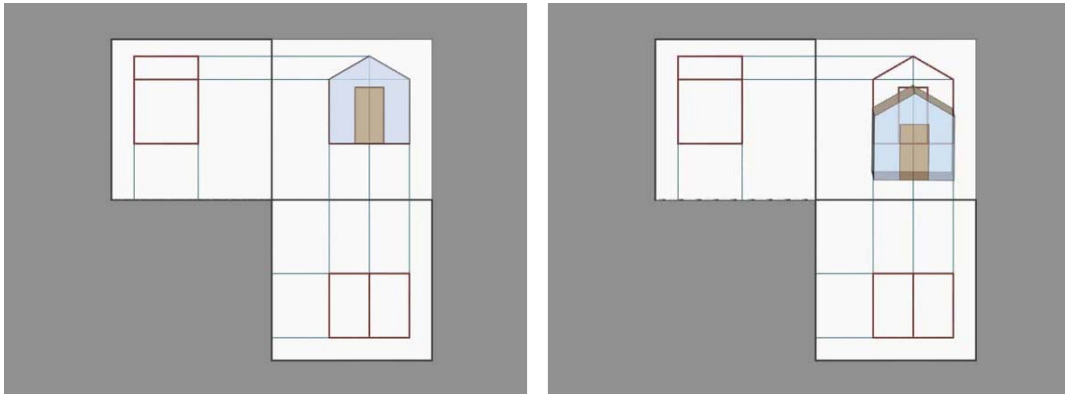


Fig. 8

Igualmente, en la figura 8, desde comprobar la coincidencia de vista y proyección en el plano vertical, la casa inicia su recorrido girando hacia abajo, como si estuviese comprendida en el triedro trirrectángulo del sistema diédrico.

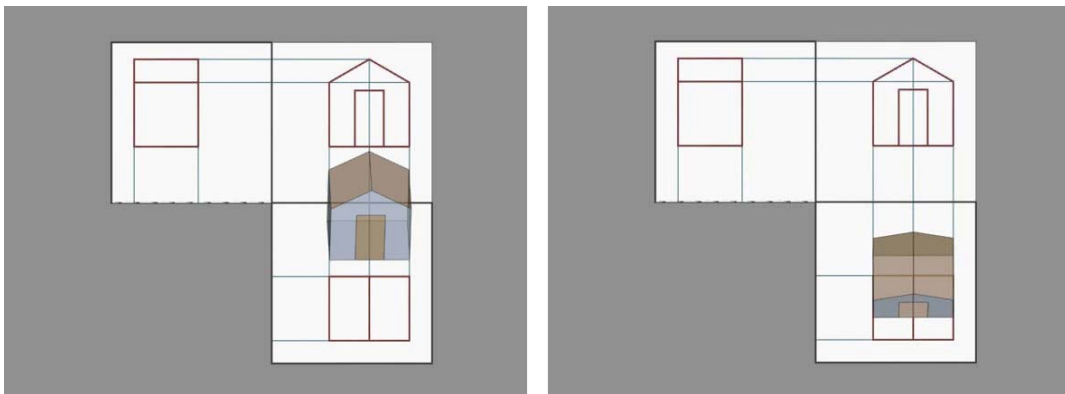


Fig. 9



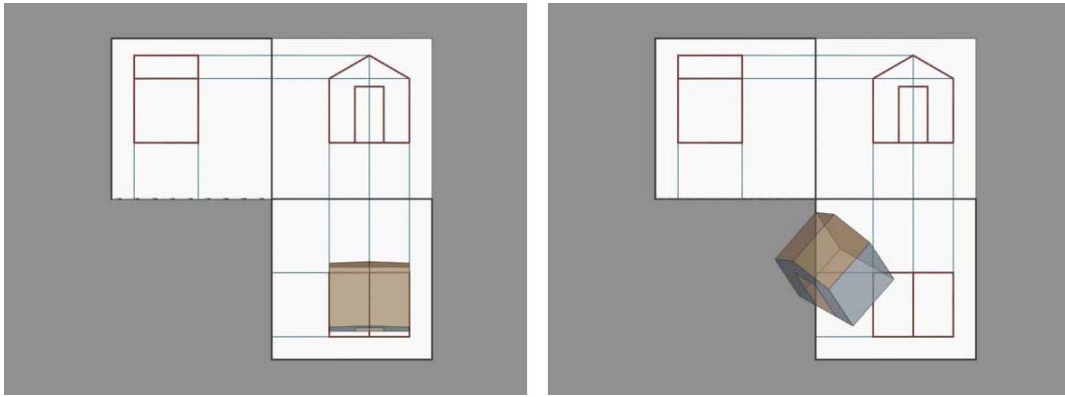


Fig. 10

Una vez que ha llegado a coincidir la visión desde arriba con la proyección en el plano de proyección horizontal (fig. 10), la casa inicia una trayectoria no coincidente con el movimiento de giro del triedro, pero que la lleva a buscar la coincidencia con la visión y proyección del perfil.

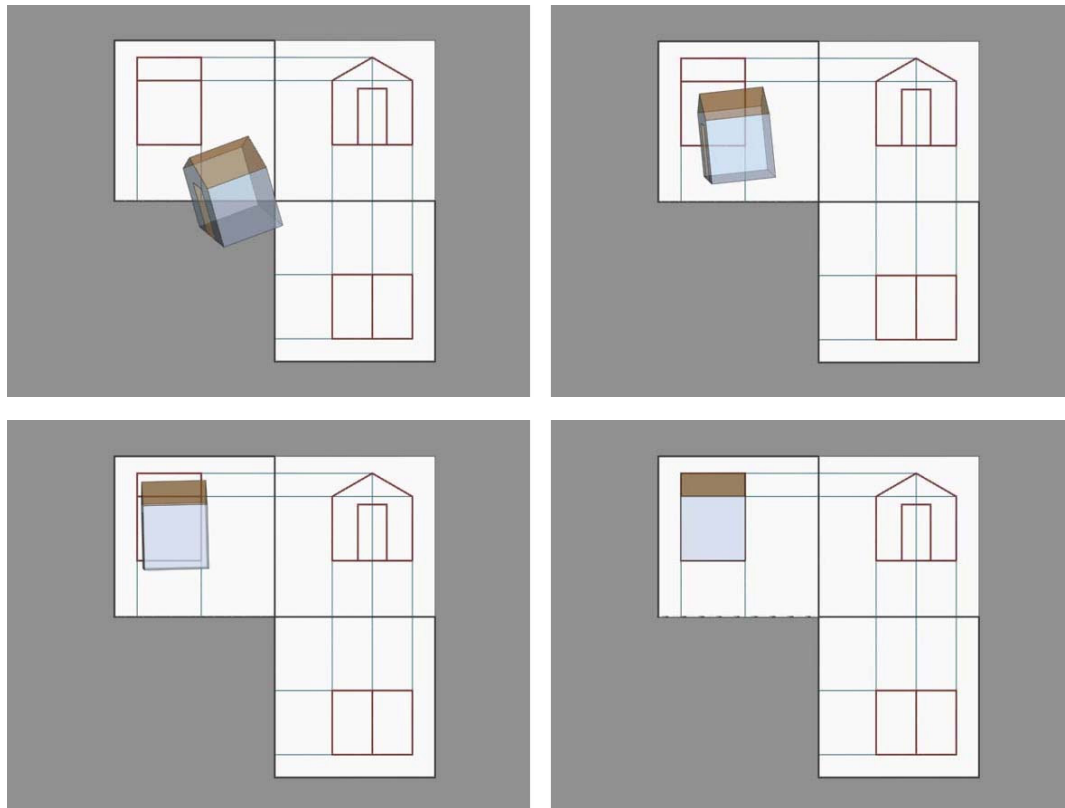


Fig. 11

Este recorrido de la casa que se ve en la figura 11 sería un movimiento llevado con las manos simplemente para ver que la vista de la casa de perfil coincide o da el mismo resultado que si se proyectara su sombra. El objetivo en esta segunda parte es que el alumno comprenda que el concepto “vista” y la proyección como sombra o como

intersección de rectas con el plano de proyección, da el mismo resultado y desde ambas concepciones puede estudiar las proyecciones en el sistema diédrico.

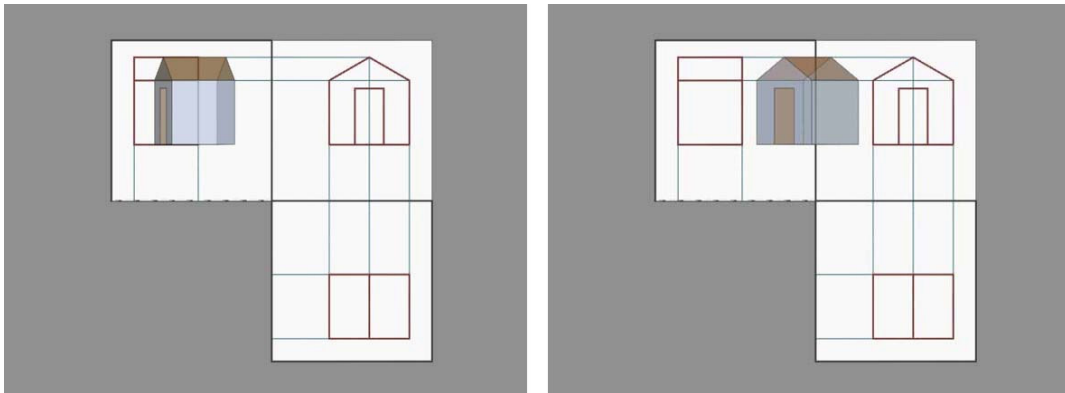


Fig. 12

En la figura 12 se puede ver cómo desde el perfil, la casa realiza un desplazamiento y giro desde la posición de perfil hasta volver al punto de partida en el alzado. En este caso la casa se mueve y gira exactamente igual al recorrido que hubiera hecho si el triedro hubiera efectuado el giro, del mismo modo que se hace con la maqueta especial de este sistema.

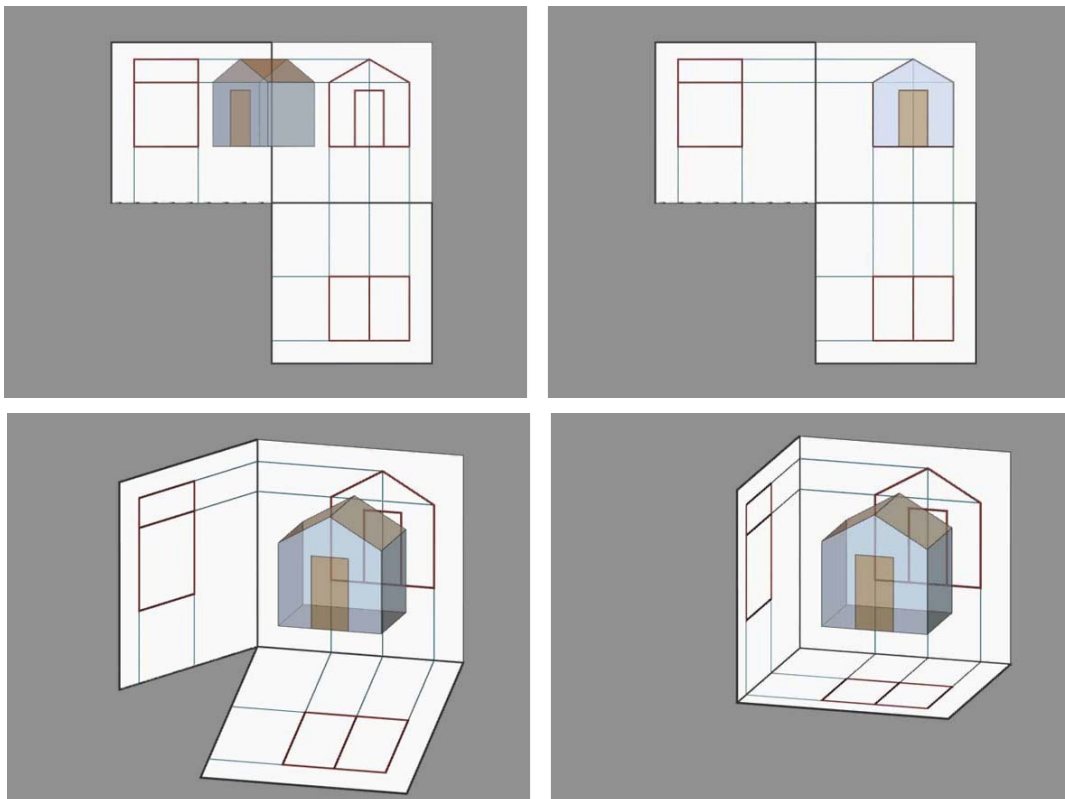


Fig. 13

Termina (fig. 13) este vídeo viéndose de nuevo la perspectiva con la ubicación de la casa en el espacio correspondiente al triedro trirrectángulo del sistema. La casa ha levitado sin tocar el plano horizontal, lo cual no se podía hacer con las maquetas de aglomerado y la casa de alambre. Se ha conseguido en un solo vídeo aunar dos concepciones (proyección y vista) para que el alumno pueda pensar en sus prácticas o trazados de los dos modos.

Las figuras anteriores y las que siguen después intentan dar una idea de las imágenes en movimiento. Se muestran una gran cantidad de ellas pero se entienden mejor con el software que se visualiza utilizando los ficheros de imagen de vídeo en el ordenador. Para explicar el desarrollo del vídeo se presentan en estas figuras una serie de imágenes, que se han seleccionado de entre las más representativas, para dar al lector una idea más aproximada.

Estas secuencias componen una especie de “película” con un “guión” iconográfico en donde se pretender introducir valores pedagógicos, no solamente siguiendo los pasos que se producen en las maquetas tridimensionales reales, sino tratando de mejorar estas exposiciones aprovechando las posibilidades de la imagen digital al quedar el objeto a representar libre para realizar movimientos.



Fig. 14

El triedro (fig. 14) contiene la casa, esta vez, apoyada sobre el plano de proyección horizontal. Se va a explicar el modo de obtener las proyecciones en el modo vista. El triedro está formado por tres cuadrados semivisibles para que no den la sensación de ser algo tan tangible como los tableros de aglomerado.

Los giros del conjunto triedro-casa son comprendidos con estas imágenes sintetizadas por ordenador de manera semejante a como si se vieran con la maqueta. La percepción del volumen es fácil y las experiencias visuales acompañadas de la toma de apuntes por parte del alumno, hacen que después, en las prácticas de trazado, se resuelvan otros ejercicios de contenidos distintos con relativa facilidad.

Con estos vídeos la tarea en clase se simplifica al no tener que utilizar los dos escenarios de atención que había cuando se utilizan las maquetas acompañadas de la proyección en la pantalla de las captaciones de la cámara de vídeo.



Fig. 15

El conjunto triedro-casa gira alrededor del eje X. El triedro se ve poco pero se percibe el giro conjunto. Las líneas de correspondencia entre el alzado y la planta no aparecen en esta imagen, pero se podrían trazar en la proyección si se utiliza como pantalla un tablero al que se le ha pegado una lámina de papel en donde se pueda dibujar.

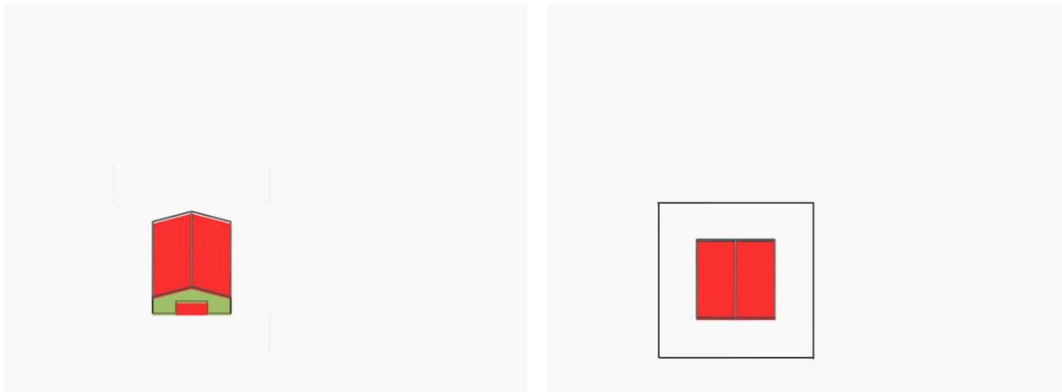


Fig. 16

De todos modos, aunque no se dibuje en la pantalla de proyección, el “guión” del vídeo incluye el trazado de estas proyecciones como si se dibujaran en la pantalla. En la imagen de la derecha se ha “dibujado” la planta con el contorno del cuadrado-plano que la contiene. La casa es opaca y ahora no se ve, pero en cuanto se separe del plano se podrá observar.

Esto permite dos modos de explicar y realizar los ejercicios a la vez. Tal y como está ahora la imagen se le puede pedir al alumno que haga un trazado rápido o boceto de la planta antes de que se vea la solución. Lo mismo se puede hacer después para las otras proyecciones: el alzado y el perfil.

Este software educativo se puede utilizar para explicaciones teóricas, pero también, y con un gran rendimiento, para ejercicios prácticos. Se utiliza de un modo análogo a como se hace con las maquetas en espacios reales, con figuras de alambre (como sombras) o también con el conjunto formado por la maqueta, cámara de vídeo y cañón de proyección (modo vistas).

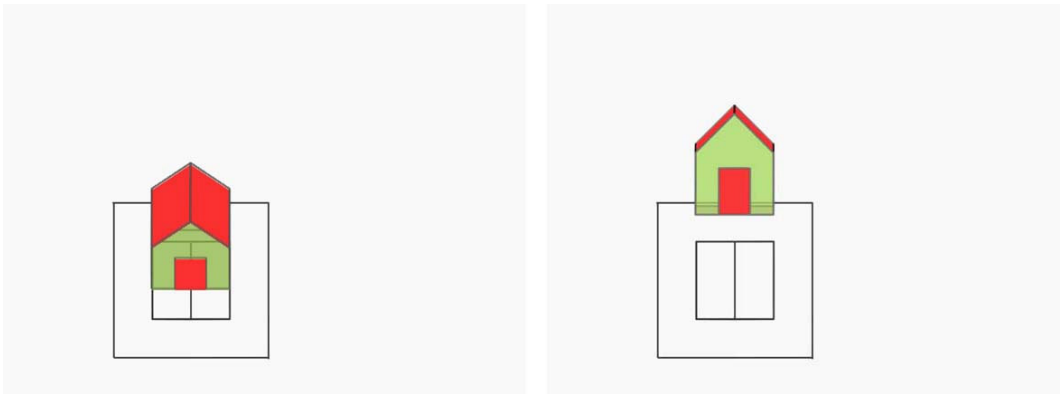


Fig. 17

En esta secuencia (fig. 17) el triedro, ya prácticamente invisible, ha iniciado su ascensión con la casa en su espacio, con lo cual deja al descubierto la proyección o vista en el plano horizontal (y en el caso de una clase práctica, el alumno puede comprobar si la planta coincide con el apunte que ha trazado). Por medio de un giro ascendente, se llega hasta la posición en la que la casa se ve de frente.



Fig. 18

Con esta vista frontal también aparece en líneas visibles el plano vertical, en forma de cuadrado, y el alzado, tapado por la casa, y descubierto en cuanto se inicie el giro para buscar la posición y vista de perfil.

Si se detiene el vídeo en esta posición (por el uso de la “moviola”) se ve la proyección en el plano vertical, al ser la casa semitransparente. Esto ayuda a distinguir entre la figura “real” y su representación. Se le llama figura “real” porque aunque no es la casa de alambre o de “polyspan” utilizada en el espacio tangible de las maquetas, se percibe como el objeto tridimensional, con la apariencia visual que ofrecería el vídeo con teleobjetivo de una casa construida de alambre y superficie de cristal coloreado.

En estas visualizaciones, como cuando se utilizan las maquetas y su material tangible, también se distingue entre los elementos del sistema y sus contenidos; como también se diferencia entre el objeto real y el objeto representado.

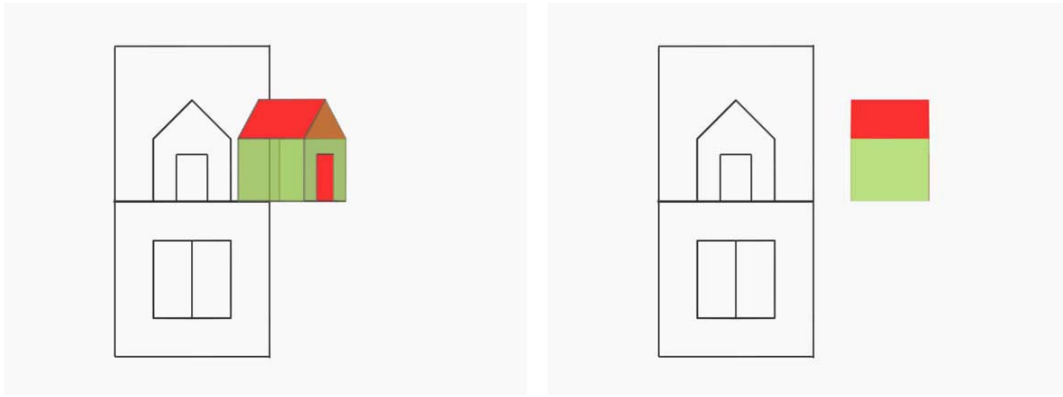


Fig. 19

La casa termina su giro alrededor del eje Z (fig. 19) hasta colocarse en posición de perfil. En este vídeo el perfil se ha colocado a la derecha del espectador, para diferenciarlo de la posición contraria adoptada en el material anterior.

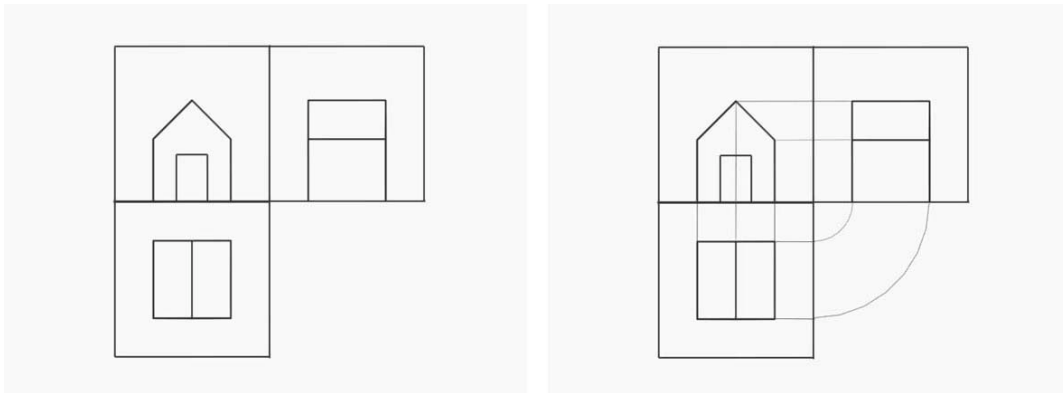


Fig. 20

Una vez que se han efectuado las tres proyecciones de la figura (fig. 20) se quita la casa y se quedan los planos de proyección abatidos. El triedro trirectángulo ha ido desapareciendo en este proceso y al final solamente han quedado las proyecciones. Por último aparecen las líneas de correspondencia de las vistas, las cuales se trazan aquí para completar el trazado, pero que luego (se le advierte al alumnado) estas líneas de correspondencia se irán trazando durante el proceso práctico.

Como se ha indicado en otro lugar, lo que se propone en esta tesis es un software educativo unido a una metodología; el nivel de conocimientos es una cuestión aparte, por lo que se proponen ejemplos cuyos contenidos tiene un nivel muy básico, pero de eso se trata precisamente, de que el alumno se asiente en bases muy sólidas puesto que lo importante aquí no es el nivel que se alcanza con estos vídeos, sino comprender cómo funcionan los sistemas de representación, y para ello el nivel de los contenidos debe de ser muy básico.

Aquí se está ofreciendo una estructura básica formada por el triedro trirectángulo de cada sistema de representación y, después, los contenidos pueden ir aumentando de nivel. Con esta base, se avanza sin dudas fundamentales y, después,

cuando se incremente el nivel, se diseñen vídeos para la iniciación de bloques en donde se expliquen fundamentos, pero no como aplicaciones de ayudas cotidianas y sistemáticas. Puede ser útil al comenzar, por ejemplo, las pertenencias, o las intersecciones... utilizar un caso que presente aspectos fundamentales, o sea, representativo de lo que viene detrás.

En la figura siguiente se expone un ejemplo de un problema de secciones planas en donde el nivel de conocimientos requerido es más alto. Aquí se establece un símil con el material utilizado, usando las maquetas en modo “vistas”, con la ayuda de la cámara de vídeo y el cañón que lo proyecta en la pantalla. Es decir, aquí se ha separado el objeto percibido en tres dimensiones, diferente de la representación plana.

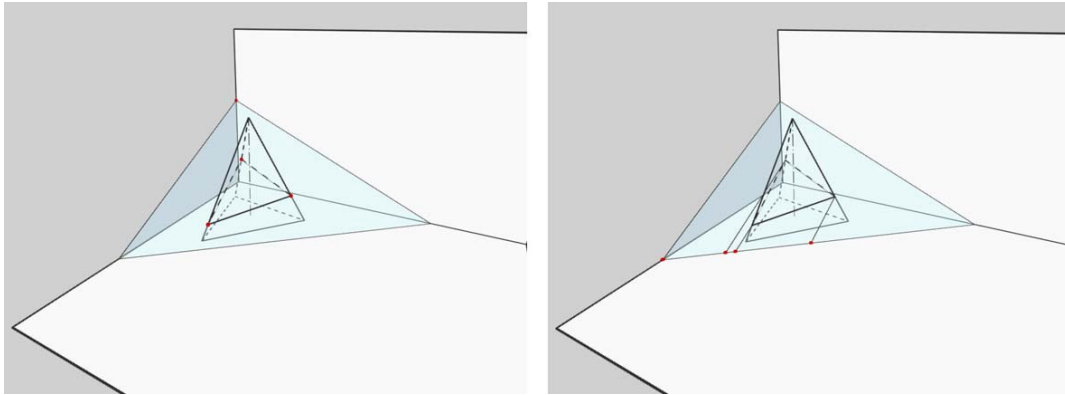


Fig. 21

En este problema de sección plana de una pirámide (fig. 21), en primer lugar se da una explicación del método de sección plana que se va a aplicar. En la imagen de la izquierda se da la sección ya hallada. En la imagen de la derecha se hace ver que si se trazaran tres rectas, desde los puntos de la sección hasta la traza horizontal del plano, paralelos a la traza del mismo con el plano de perfil, se hallarían tres proyecciones de los puntos de dicha sección, con dirección paralela al plano secante.

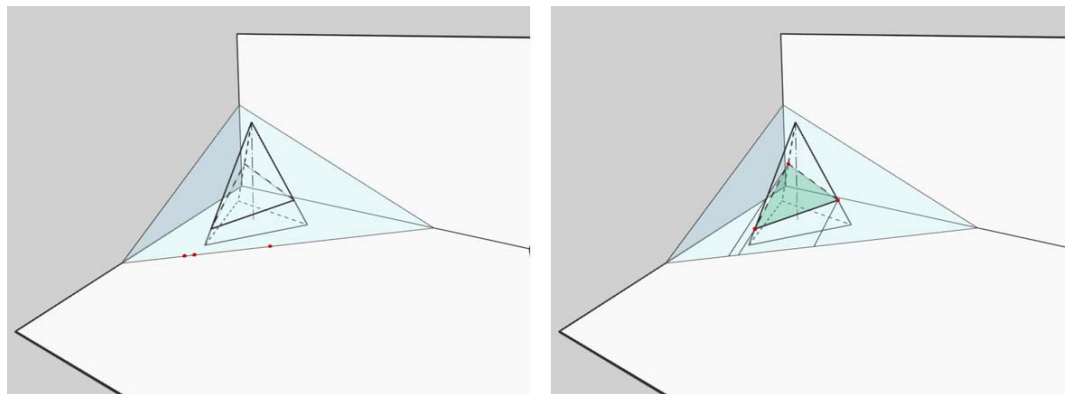


Fig. 22

En estas imágenes se explica el proceso inverso, es decir, que si se dispusiera previamente de estos tres puntos, mediante una “contraproyección” se volvería a hallar la sección. Y de eso se trata, el método para hallar la sección consiste en hallar primero

esos tres puntos para después “contraprojectar” y al cortar a las aristas de la pirámide se hallaría la sección.

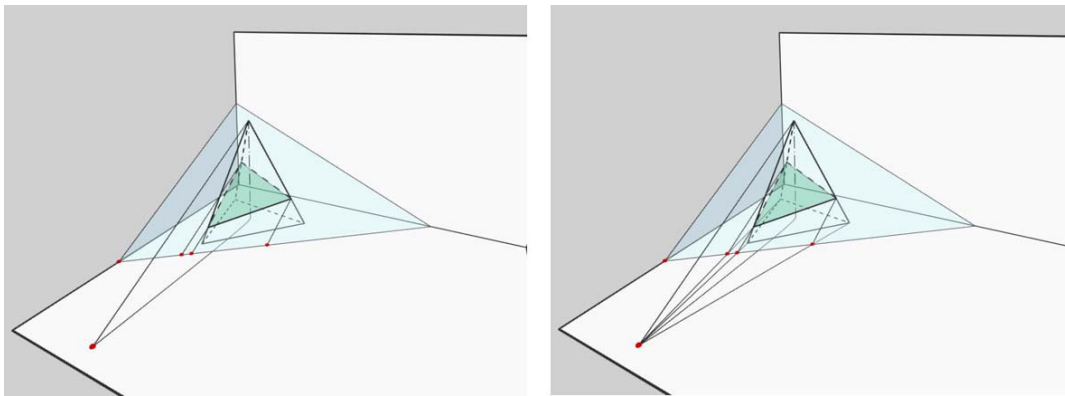


Fig. 23

Estos tres puntos (fig. 23) se hallan simplemente proyectando la pirámide en el plano de proyección horizontal, no ortogonalmente sino en dirección paralela al plano secante y a la traza del mismo plano con el plano de perfil del sistema. Para ello solamente hay que proyectar el vértice de la pirámide, y desde éste trazar las proyecciones de las aristas laterales, uniéndolo con los vértices de la base.

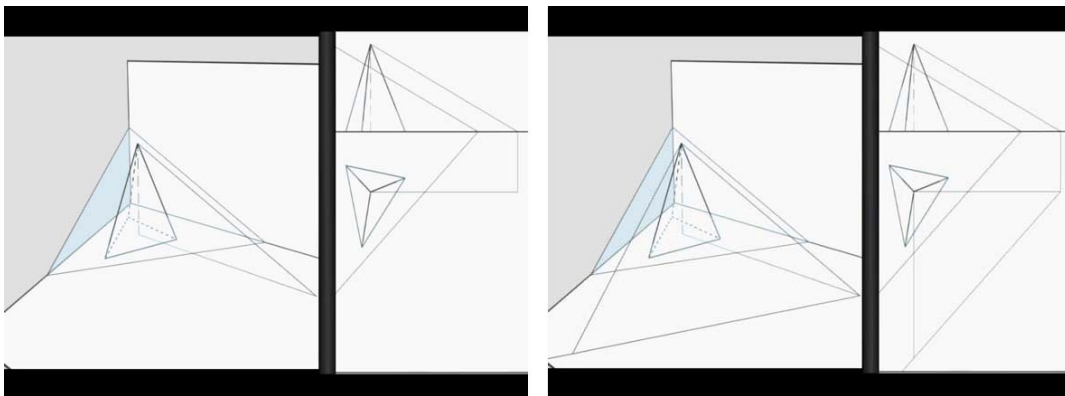


Fig. 24

Para explicar cómo se efectúa esta sección plana en el sistema diédrico (fig. 24) y una vez comprendido en el espacio tridimensional, se inicia la explicación hallando primero la proyección del vértice de la pirámide en el plano horizontal con la dirección de proyección antes indicada.

Para hallar la proyección de este vértice se coloca un plano auxiliar paralelo al plano secante que contenga el vértice de la pirámide. Entonces, en su traza horizontal se halla este punto trazando una recta paralela a la traza del plano secante con el plano de perfil. Pero para hallar este plano, primero se necesita la recta que pasando por el vértice de la pirámide, es paralela a la traza del plano secante con el plano vertical de proyección. Esta recta da un punto por donde pasa la traza horizontal del plano auxiliar antes citado, la cual se dibuja paralela a la traza del plano secante.



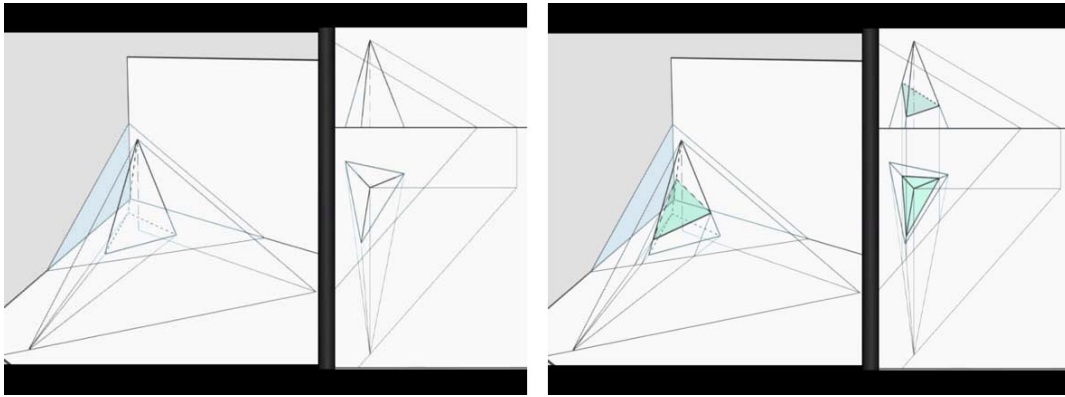


Fig. 25

Una vez que ya dispone del vértice la pirámide proyectado en la traza horizontal del plano auxiliar, éste se une con los vértices de la base de la pirámide (fig. 25). Estas rectas se cortan con la traza horizontal del plano secante. Estos últimos puntos dan directamente los puntos de la sección en la proyección horizontal de la pirámide y, por líneas de referencia, también se hallan en la proyección vertical de esta figura.

Esta explicación, con estos contenidos, se hace excepcionalmente puesto que esta no es la tónica general de este trabajo. Se trata más bien de desarrollar en el alumno un conocimiento fundamental acerca de los métodos operativos de los sistemas de representación, y que con ello pueda resolver estos problemas por deducción de sus conocimientos previos. No obstante, conviene comprobar que con este software se puede programar cualquier contenido. En este caso se ha aplicado un procedimiento poco difundido que también conviene dar a conocer.

### Las proyecciones en perspectivas cilíndricas.

Los sistemas de representación en perspectiva proporcionan, de por sí, unas “vistas”, la mayoría de las veces suficientes como para poder percibir su volumen, tanto a la hora de dibujarlas como de estudiarlas.

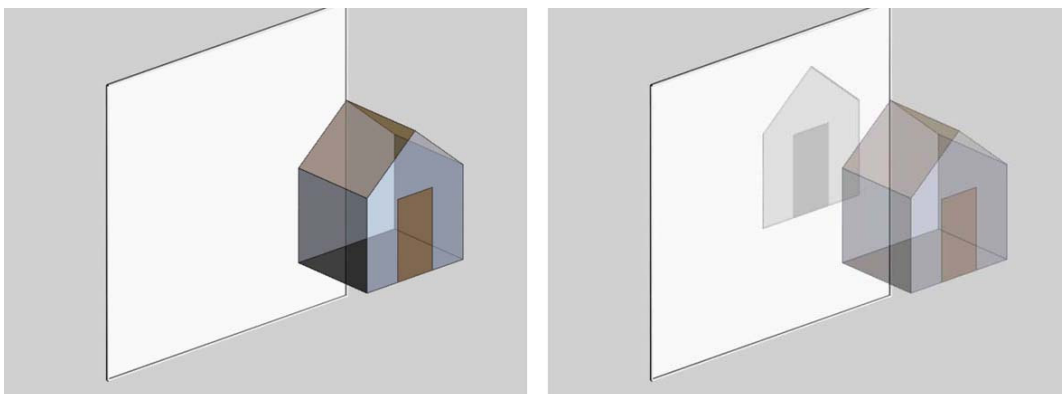


Fig. 26

El problema surge, la mayoría de las veces, cuando no se comprenden los fundamentos del sistema o, dicho de otro modo, cuando no se tratan las cuestiones como las sombras que se producen desde una estructura tridimensional.

El dibujo en perspectiva “entra por los ojos” con tal fuerza que hay que hacer un gran esfuerzo para referirse al objeto real que origina las proyecciones. Es en dar a conocer ese objeto real, y su vinculación con sus proyecciones, en donde hay que hacer énfasis para superar muchos de los problemas docentes.

En la figura 26 el vídeo comienza por presentar una casa perfectamente perceptible. En imagen de la derecha se presenta su proyección en el plano de proyección con unos rayos de luz cilíndricos y ortogonales. Esta proyección en el plano es la que hay que mostrar al alumno como el papel de dibujo en donde va a realizar sus prácticas y, esto es lo importante, teniendo presente la figura tridimensional a la que habrá de referirse a la hora de deducir soluciones o consultar dudas.

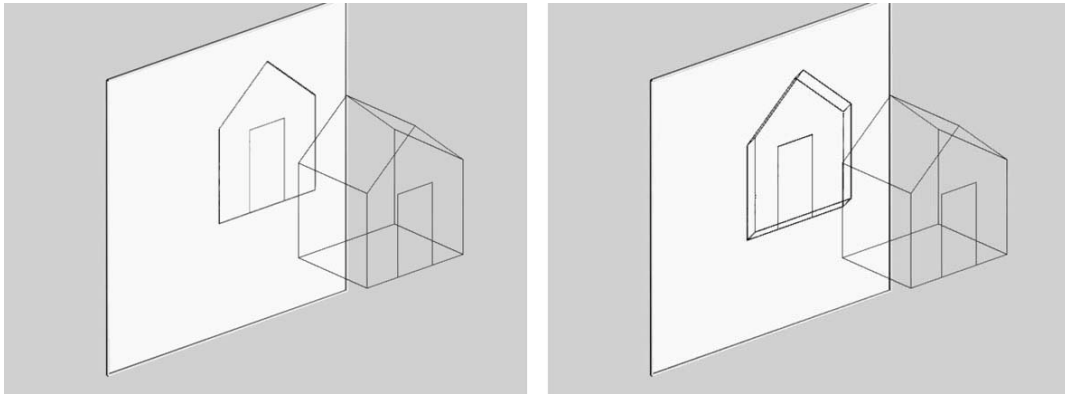


Fig. 27

En la figura 27 la casa se transforma en una figura de alambre que proyecta su sombra en el plano de proyección. En la imagen de la derecha se puede ver cómo se transforma y se mueve la sombra como efecto del cambio en la dirección de los rayos de luz.

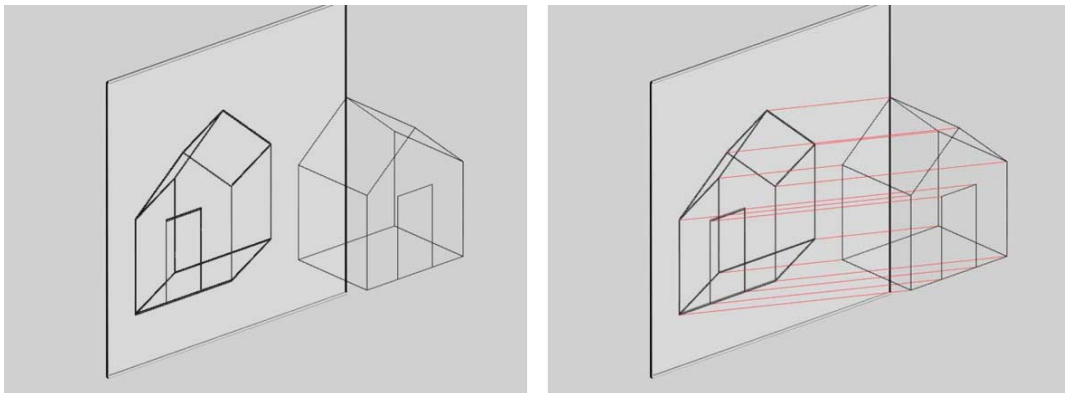


Fig. 28

Al final del proceso se trazan los rayos de luz para que se vea su dirección y hacen que se correspondan las aristas de la casa con su proyección. A partir de aquí se pueden explicar elementos fundamentales de este sistema como los ejes X, Y, Z, las verdaderas magnitudes y las reducciones o ampliaciones de los segmentos oblicuos, el coeficiente de reducción, etc. y siempre teniendo en cuenta el objeto real para comprender la proyección.

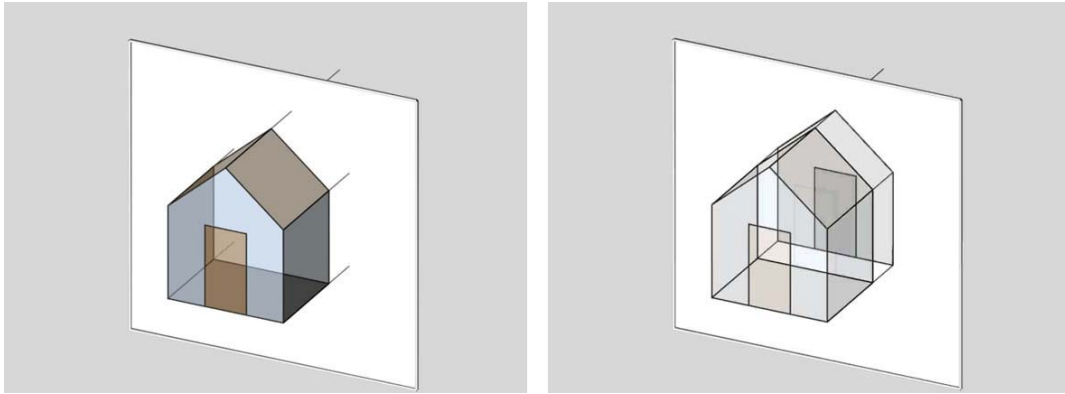


Fig. 29

Igualmente se puede decir de la perspectiva axonométrica (fig. 29), que el problema docente aparece cuando no se tiene presente el objeto real con relación a la proyección. Por lo cual es muy importante tratar el objeto real y el objeto representado a la vez y sin perder su vinculación. También la atracción del dibujo en perspectiva hace que sea fácil olvidarse del objeto real.

En esta figura se ve primero la casa real que se proyecta en el plano de proyección. Después se convierte en una figura de alambre que proyecta su sombra en el plano de proyección vertical. Esta sombra la origina una luz cilíndrica ortogonal.

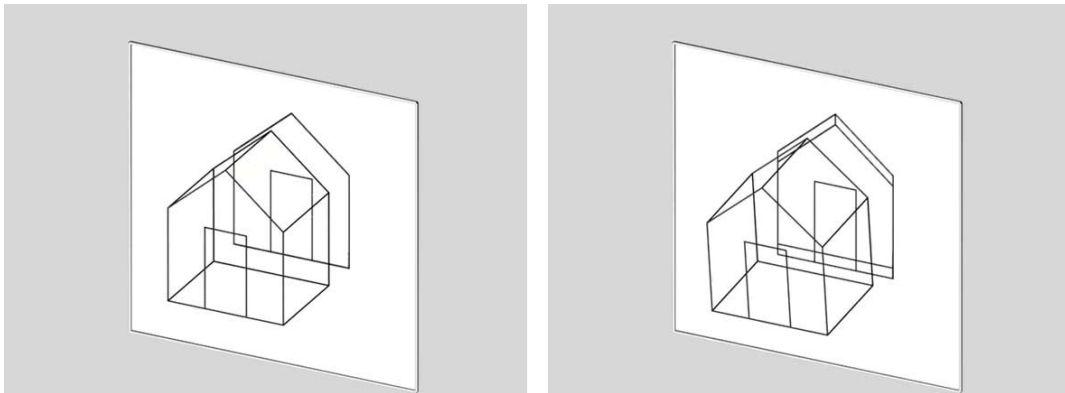


Fig. 30

En la perspectiva caballera se vio que el cambio en la dirección de la luz es la causa de que se produzca una sombra que da la sensación de tridimensionalidad. En cambio en esta perspectiva axonométrica, es el cambio en la orientación de la casa la que produce este efecto de tridimensionalidad en la sombra o proyección.

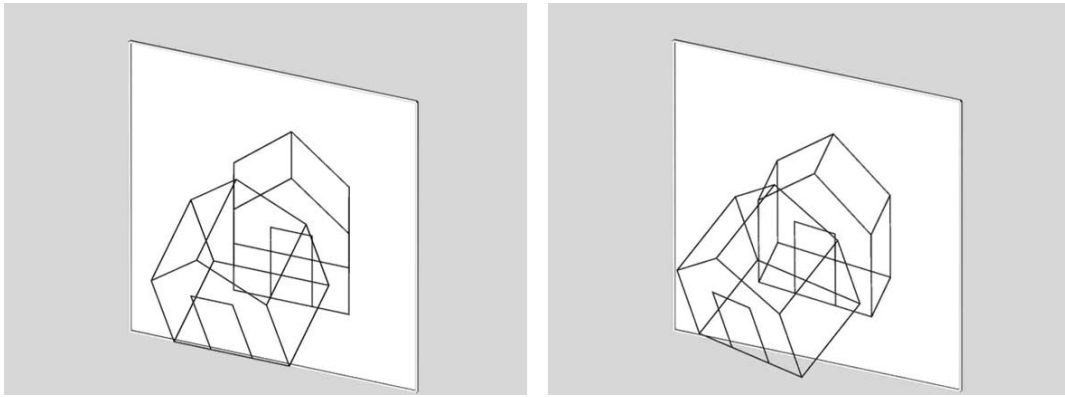


Fig. 31

Primero la casa (fig. 31) gira hacia adelante alrededor del eje X del triedro que la contiene (aún no visible). En la representación o sombra ya se puede percibir la tridimensionalidad de la figura, aunque es con el segundo giro, alrededor del eje Z cuando ya se aprecia en la proyección tal y como es.

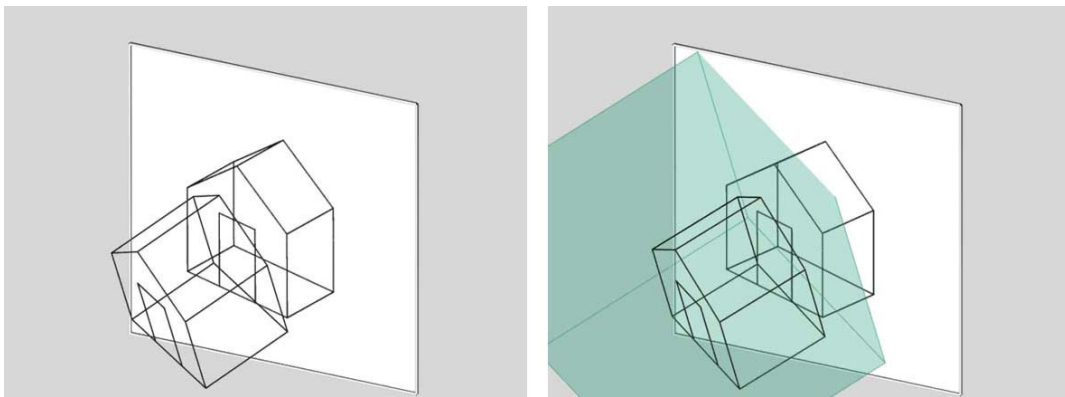


Fig. 32

En la figura 32 la casa ha proseguido su giro alrededor del eje Z hasta la posición elegida. Después se hace visible el triedro que la contiene, aunque no se ha

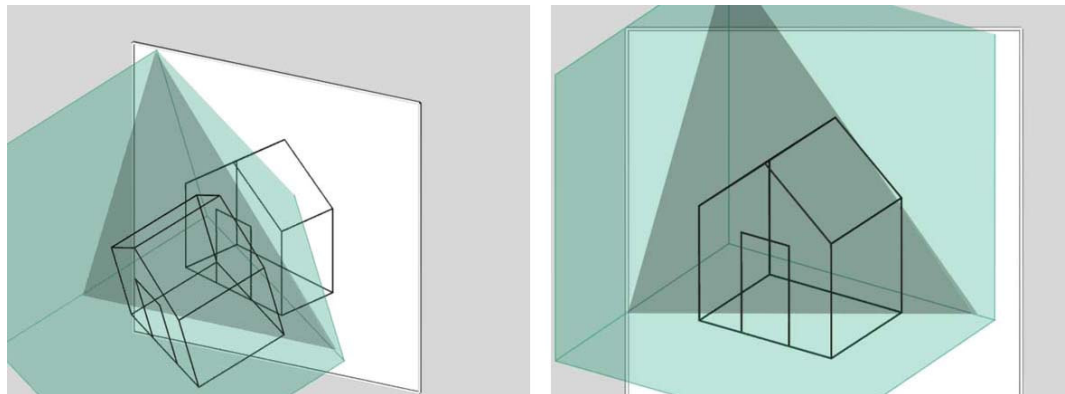


Fig. 33

proyectado en el plano para que quede más libre de elementos geométricos que harían más confusa la percepción. En la figura 33 se define el triángulo fundamental por medio de un plano paralelo al plano de proyección. Después en la figura 33, se efectúa un giro para ver de frente, y en “visión cilíndrica”, el conjunto formado por la figura alámbrica, el triedro con el triángulo fundamental y la sombra o proyección, la cual se ha visto, en este giro, cómo se va ocultando detrás de la casa de alambre.

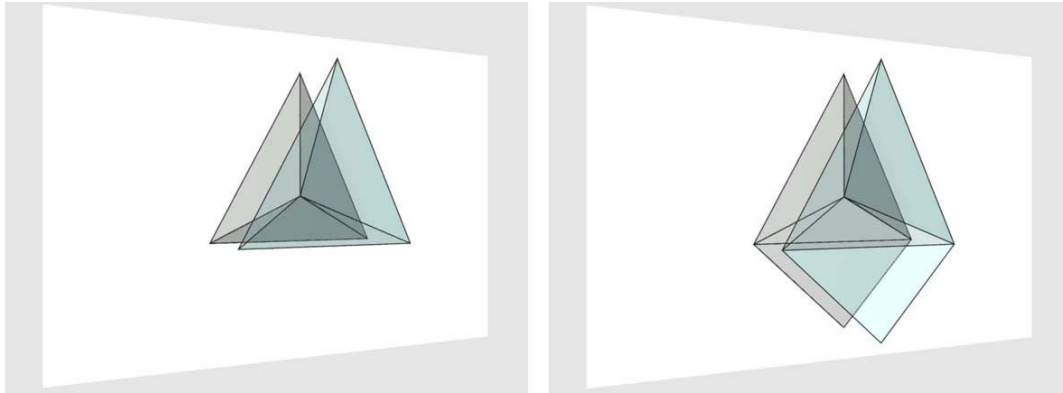


Fig. 34

Las figuras anteriores, desde la 29 hasta la 33, se muestran en perspectiva axonométrica, es decir, que la cámara de 3D-Studio (la aplicación informática en donde se han realizado estos vídeos) se sitúa para que las imágenes se visualicen en perspectiva axonométrica (o en perspectiva cónica, pero con una distancia de punto de vista muy grande para que dé el efecto visual de perspectiva axonométrica).

A partir de la figura 34 la cámara citada se encuentra muy cerca del objeto para que estas imágenes se visualicen en perspectiva cónica. Se podría seguir utilizando una visualización semejante a la perspectiva axonométrica, como en las anteriores figuras, pero se le quiere dar a estas imágenes el carácter de visión natural, con la perspectiva que normalmente tendría un alumno sentado en el aula.

En la imagen de la izquierda (fig. 34) se presenta un triedro seccionado por un plano paralelo al plano de proyección, que define el triángulo fundamental de este sistema de representación. Simula un material transparente, como la maqueta especial a la que imita. Esta transparencia permite ver las sombras o proyecciones que quedan detrás, ya en el plano de proyección.

En la imagen de la derecha aparece ya abatido el plano  $Y O X$ , cuyo giro se ve en movimiento cuando se visualiza el vídeo. A partir de aquí se pueden ya realizar operaciones para determinar las escalas reducidas de los ejes  $X, Y$ , ya que al dibujar en el plano abatido, sus trazos se proyectan como si fuesen sombras en el plano de proyección que queda detrás, y por lo tanto da una representación de dos dimensiones de las longitudes verdaderas que vayan a medir. También se puede trazar en el plano abatido una figura (por ejemplo, la base de un prisma o una pirámide...) y poder simular la proyección como si fuese una sombra. Se supone que este conjunto está iluminado por una luz “cilíndrica” que proyecta su sombra en el mismo instante en el que se trace o se haga algún movimiento en el triedro “real” (se le puede llamar “real” al triedro tridimensional, para nombrarlo diferenciado del triedro “proyectado”).

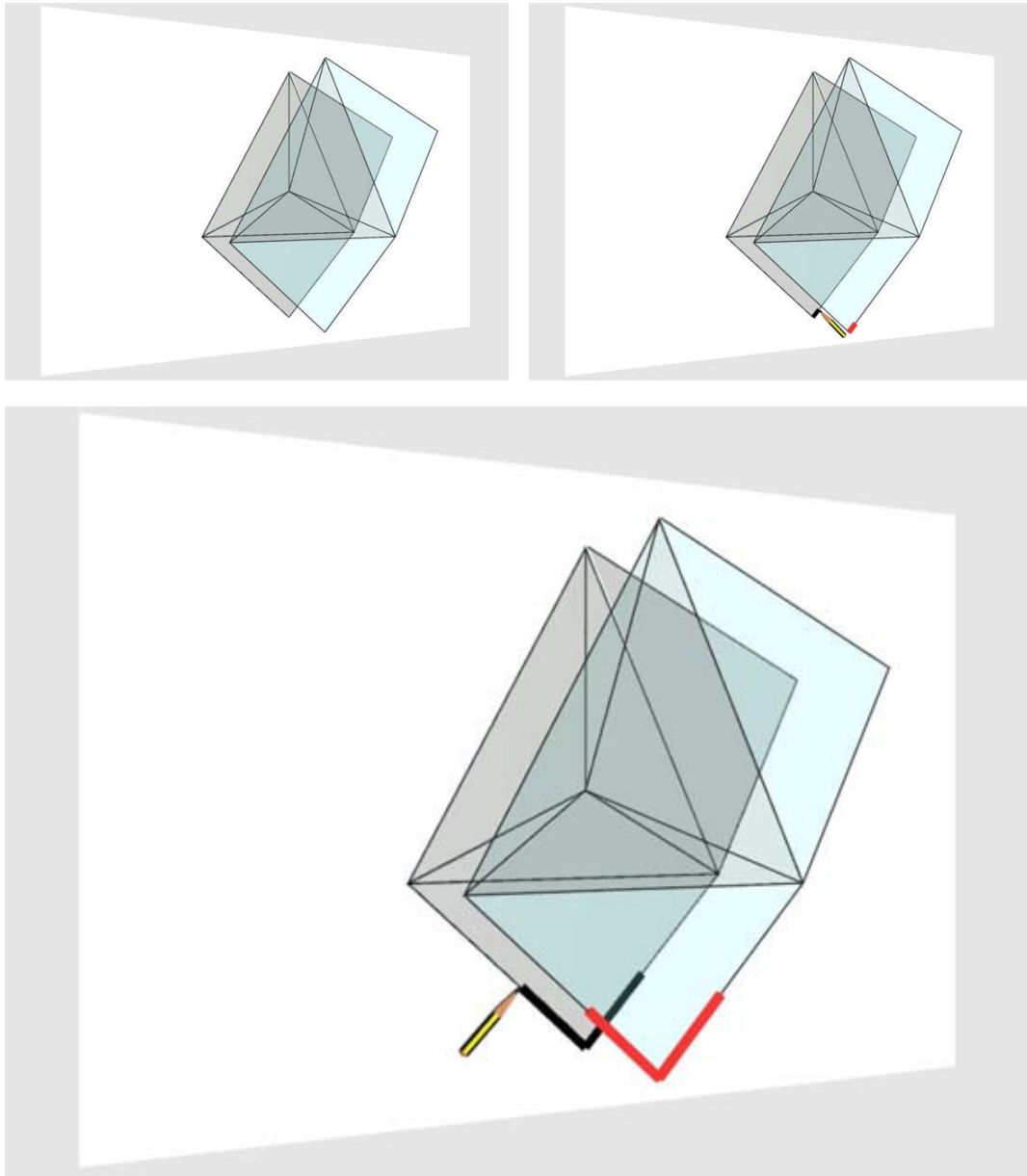


Fig. 35

En la imagen de arriba a la izquierda se ha abatido también el plano  $Z O X$ . Después se procede a hallar las escalas para efectuar las reducciones de unas aristas para construir un cubo. Si se trazara la longitud del lado del cubo, que se va a dibujar, en el eje abatido  $X$  o en el  $Y$  (en la zona roja) lo que ocurriría en la maqueta especial, de plástico transparente, es que este trazo y la iluminación generarían instantáneamente sombras en el plano de proyección. Pero con las imágenes generadas por ordenador, se pueden transgredir las leyes ópticas de la naturaleza para que ocurra lo contrario, es decir, se traza en el plano de proyección (ver el lápiz), como si se hiciera en la lámina de papel en donde dibuja el alumno, y automáticamente se marca en color rojo el eje  $Y$  y  $X$  para que al verlo el alumno comprenda lo que ocurre en el plano “real”.

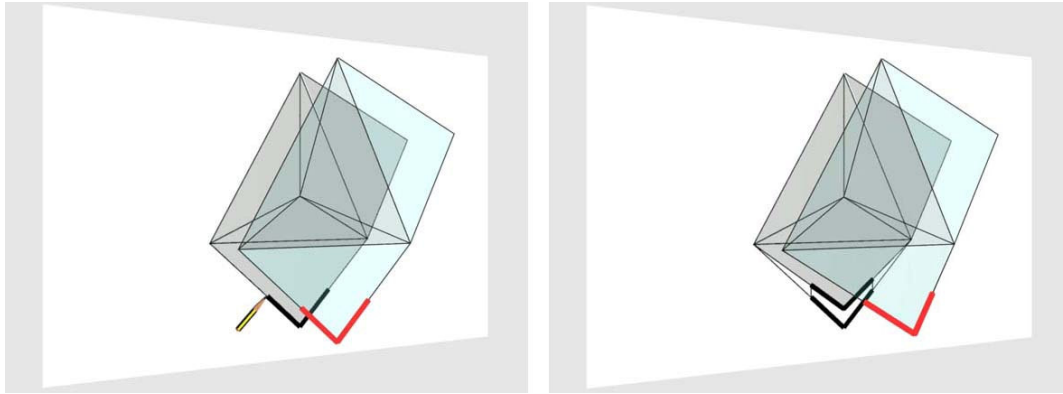


Fig. 36

En estas visualizaciones (figuras 35 y 36) se ve que cuando el plano X O Y abatido está paralelo al plano de proyección, las magnitudes en el plano transparente y su sombra en el plano de proyección son paralelas y, por tanto, ambas tienen la misma magnitud longitudinal.

Después, en la figura de la derecha, se procede a desabatir el plano para ubicar los ejes Y y X en su lugar. Entonces se pueden ver las transformaciones y desplazamientos de las longitudes marcadas o trazadas, y cómo se ven reducidas respecto a sus magnitudes reales.

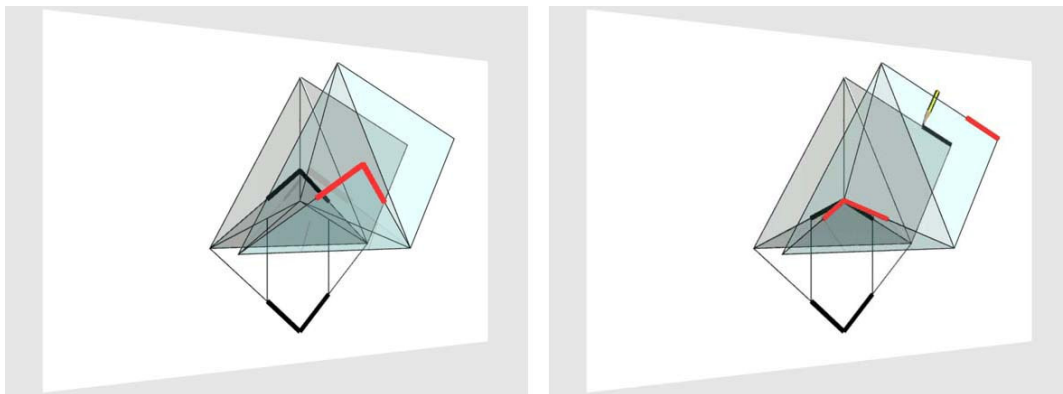


Fig. 37

En la imagen derecha de la figura 37 se observa cómo los segmentos oblicuos de la base del cubo se proyectan más cortos que sus longitudes respectivas reales o verdaderas. El trazo a lápiz se queda en el papel cuando se hacen estos desplazamientos.

La misma operación se hace para medir la altura del cubo. El lápiz traza en el papel de dibujo (plano de proyección) y un rotulador imaginario rojo traza en el mismo instante el segmento en el borde de la lámina de plástico correspondiente al eje Z. Ya se ha dicho que el proceso de trazado / sombra es el inverso pero esto ayuda al alumno a pensar en el objeto real cuando luego esté practicando en la lámina del dibujo.

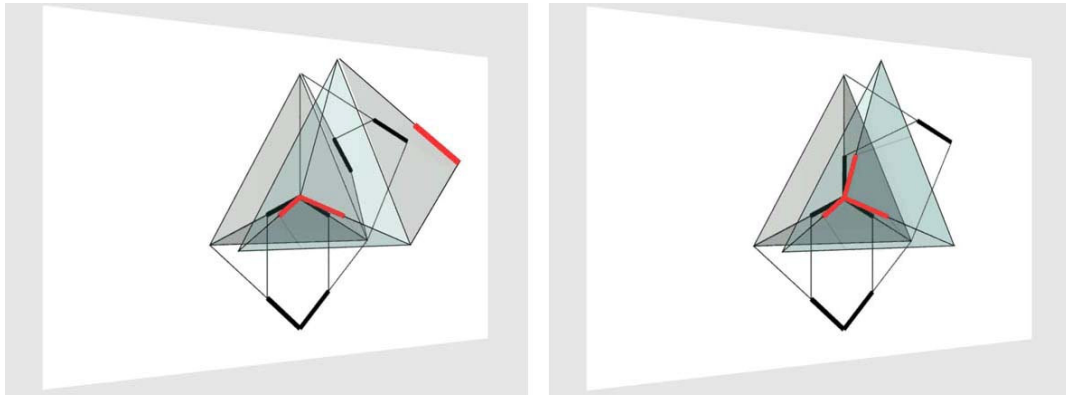


Fig. 38

En la figura 38 se ha visto cómo quedan los segmentos del cubo cuando se han hecho los dos desabatimientos. Han quedado grabadas las proyecciones de los arcos que se generan en el espacio cuando el extremo del segmento, correspondiente al lado del cubo, efectúa su giro durante el desabatimiento. Esto sirve para que el alumno conciba estas rectas como las proyecciones de los arcos citados y así aprenda a pensar bajo un enfoque visual y tridimensional y no aplique procedimientos que, a fuerza de repeticiones, acaben viéndose o entendiéndose como algo plano que sucede en la superficie del papel del dibujo.

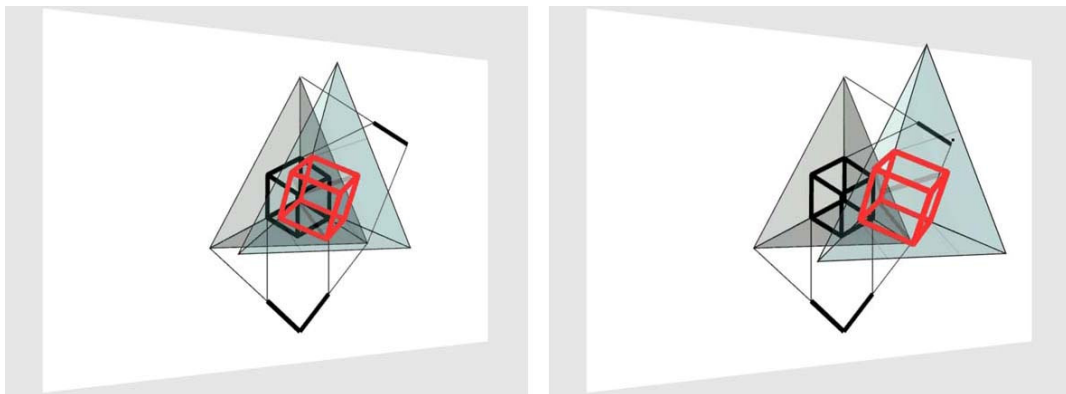


Fig. 39

El ejercicio acaba (fig. 39) trazando las proyecciones de las aristas del cubo, paralelas a los ejes X, Y y Z, respectivamente. El cubo en rojo aparece en la visualización para que se comprenda la posición que ocupa en el espacio tridimensional.



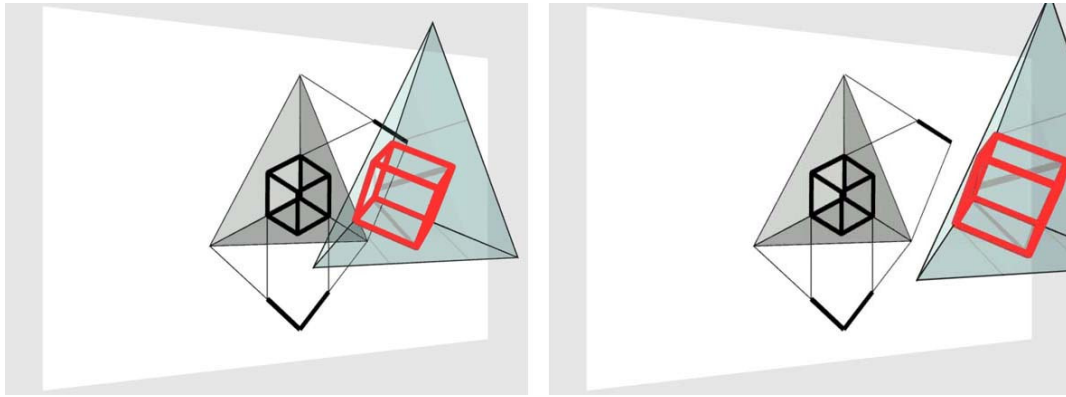


Fig. 40

Al final del proceso (fig. 40) el conjunto formado por el triedro y la figura del cubo, se separan del plano de proyección en dirección ortogonal para que todo se vea con más claridad. Se puede quedar detenido para repasar lo explicado o volver otra vez atrás, según se manejan las secuencias con la “moviola”, como ocurre con todos los ficheros de imagen que se están explicando.

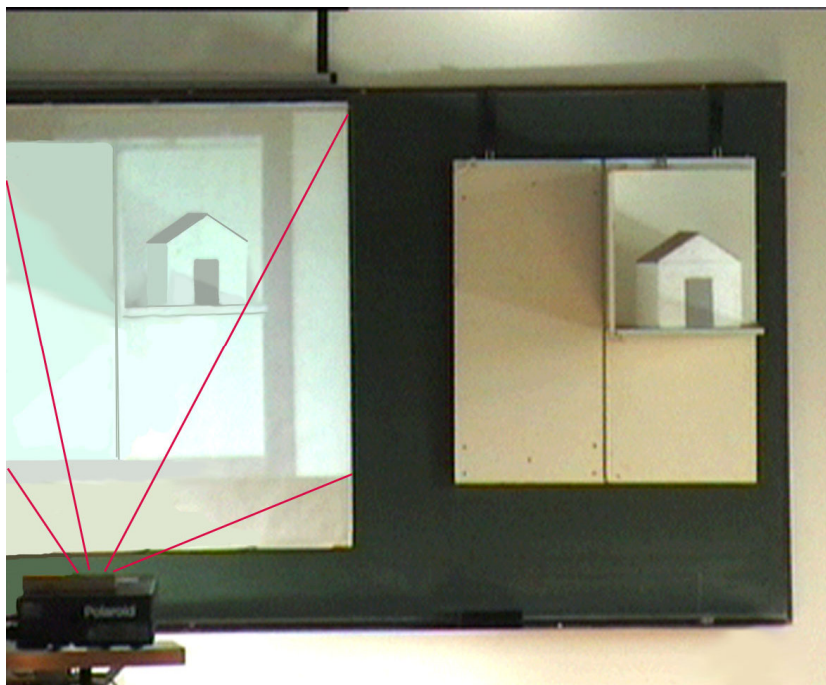
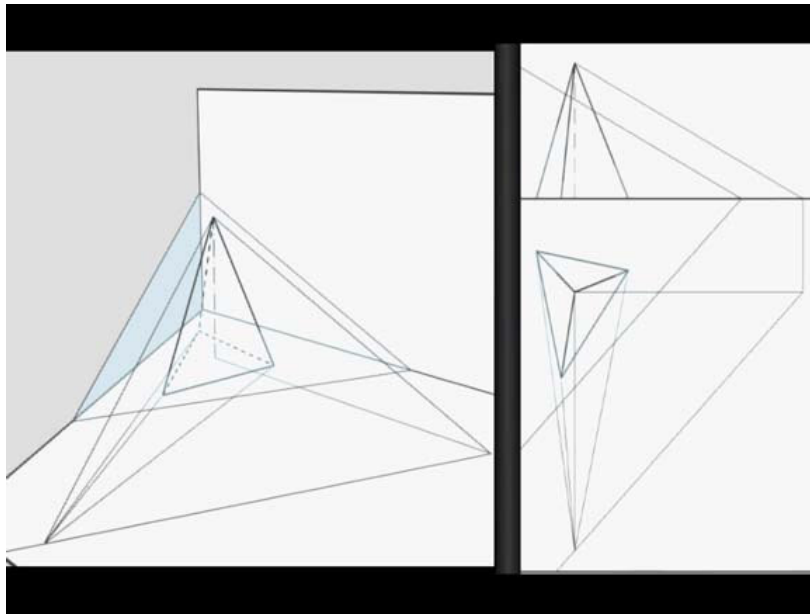
### **Paralelismos y diferencias entre maquetas e imagen digital.**

Se ha establecido un paralelismo entre el material didáctico constituido por las maquetas, y éste basado en la imagen digital. Hay muchas características comunes en la aplicación de los recursos didácticos utilizados anteriormente en las maquetas. Sin embargo hay algunos aspectos diferenciadores con el uso de los medios infográficos.

Usando estos vídeos, también el alumno distingue perfectamente entre los elementos que pertenecen al sistema de proyección y los que pertenecen al contenido a estudiar dentro de ese sistema. Igualmente puede diferenciar entre la realidad “tangible” y la representación de la misma proyectada en la pantalla. Esto es así porque la calidad de las imágenes hace que se perciban como “reales” los objetos tridimensionales presentados, del mismo modo que también se ven “reales” las imágenes del televisor o el cinematógrafo.

Con estos vídeos, al no existir un lugar para ver maquetas, toda la atención se centra en la pantalla de proyección. También todos los alumnos de la clase ven los elementos “reales” (realidad virtual) desde el mismo punto de vista, a diferencia de las maquetas especiales que todos las ven desde puntos de vista diferentes.

Se puede elegir que el elemento “real”, que sustituye a la maqueta, pueda ser percibido en proyección cilíndrica o en cónica, según convenga. Así unas imágenes pueden ser entendidas como objetos reales vistos en perspectiva cónica o en cilíndrica, así como lo que se entiende como representación de esas “realidades” también puede percibirse como proyecciones del sistema diédrico o como perspectiva cilíndrica ( y cónica cuando se llegue a esa parte).



Figuras 41 y 42

También se puede reproducir la situación que antes se realizaba con las maquetas y la cámara de vídeo proyectando en la pantalla con el cañón. En la figura de arriba se ve la “realidad” a la izquierda y la representación a la derecha, con un desarrollo secuencial idéntico. Lo mismo ocurre con la figura de abajo en la que la maqueta, a la derecha, muestra la realidad como maqueta tangible, manipulable, aunque

vista por los alumnos desde el punto de vista que cada uno tiene desde su ubicación en la clase, lo que no ocurre con la imagen de arriba.

En el uso de este software infográfico hay similitudes y diferencias con la utilización de las maquetas espaciales para los sistemas de representación. En muchos aspectos la sustitución por estas maquetas es favorable. Sin embargo no hay que desechar el uso de las maquetas si se dispone de ellas, e incluso se deben de construir porque se complementan con las soluciones infográficas. Pero el desarrollo infográfico es muy necesario por las ventajas que ofrece en sus posibilidades y recursos didácticos, aparte de los problemas físicos o materiales para su manipulación que ya se expusieron.

### **Utilización del software.**

Todo este material se puede visualizar utilizando cualquier reproductor de vídeo. Los ficheros tienen un formato (.avi) que los hace compatibles con cualquiera. Lo puede utilizar cualquier usuario aunque no se tenga experiencia en informática. Da buenos resultados el uso del Reproductor de Window Media 1992-1999. Versión 6.4.09.1130; como se ve es antiguo y menos sofisticado que otros posteriores, pero se maneja mejor para su uso como “moviola”. Para manipular el fichero en el ordenador se hace pulsando con el ratón play, pausa, etc. y también moviendo el cursor que estos reproductores tienen debajo, a la derecha o a la izquierda para avanzar o para volver atrás, detener la imagen, etc. Así, con la mayor facilidad puede ser utilizado este material informático por cualquier usuario.

## PROYECCION CONICA

El globo ocular está en continuo movimiento y exploración cuando percibe el mundo exterior. Las formas y colores de la naturaleza, de los seres animados e inanimados, provocan sensaciones en la retina. Estas sensaciones se traducen en recogida de información que pasa al cerebro en donde verdaderamente se “ve”. Las imágenes de la retina se suceden muy rápidamente y se procesan en muy poco tiempo; además el sujeto receptor puede estar en movimiento, con lo que su punto de vista varía en su recorrido por el espacio circundante. Las imágenes de la retina cambian con mucha rapidez, pasando por ella cientos o miles de “fotos” en tiempos relativamente cortos. Si se graba una película con una cámara que simule el recorrido del espectador y los movimientos del ojo explorador, al visionarla se tienen percepciones casi ininteligibles y no se “ve” el espacio como cuando es el ojo el que capta. El cerebro se ocupa de organizar las múltiples sensaciones visuales que dan como resultado las percepciones o cogniciones acerca del espacio percibido.

Hay que diferenciar entre las imágenes en la retina y las representaciones trazadas en perspectiva cónica. Una cosa es lo que pasa desde el cristalino hacia adentro, y otra muy diferente son las representaciones que genera la cultura humana. Hay que distinguir entre imagen retiniana y un dibujo en perspectiva cónica.

Las representaciones cónicas (dibujo, fotos, etc.) también se perciben por el ojo, pero las condiciones perceptivas son diferentes; las hay producidas intencionalmente por el hombre, y las hay también con una existencia “natural” y extracultural.

### USO PEDAGOGICO DE LAS PROYECCIONES CONICAS.

Para el propósito de esta investigación se van a estudiar las proyecciones cónicas que proporciona la naturaleza como si no existiesen los conocimientos geométricos de la proyección cónica. Se van a observar las representaciones cónicas que tienen lugar (a) en forma de sombras, (b) en la cámara oscura y (c) en el plano transparente. Se van a ver las posibilidades de estos fenómenos físico-ópticos para fines didácticos para que, desde estas experiencias, se extraigan deducciones geométricas.

#### **Las sombras como proyecciones cónicas.**

En el caso de las representaciones cónicas también se van a contemplar las posibilidades pedagógicas de las sombras. Para que se genere una representación semejante a la que se produce en un plano con un punto de vista finito, hay que utilizar (a) un punto de luz, (b) el objeto a proyectar y (c) un plano en donde se proyecte la sombra del ese objeto. Este objeto estaría entre el foco de luz y el plano. Al hablar de proyección cónica o central se excluyen las proyecciones cilíndricas, es decir, aquéllas que se producen con el sol, que a efectos prácticos se puede ubicar en el infinito.

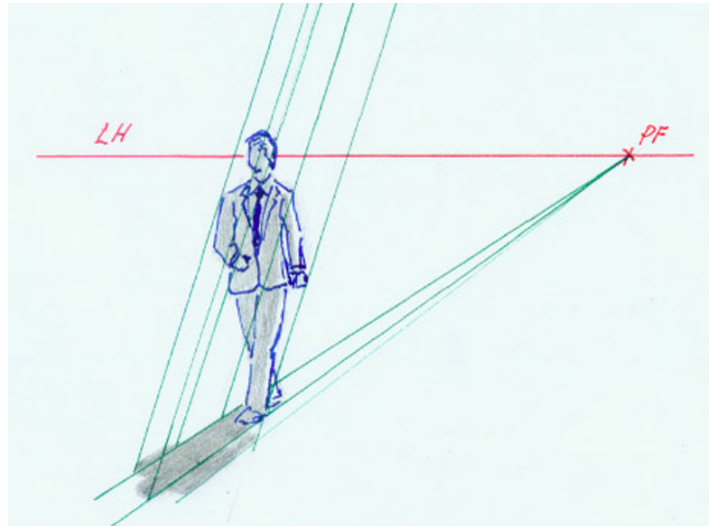


Fig. 1

En la figura 1 la proyección que se produce en el suelo es cilíndrica oblicua; no se trata pues de proyección cónica. Aunque el dibujo general está en proyección cónica, la sombra en sus verdaderas magnitudes es semejante a la perspectiva caballera puesto que los rayos del sol llegan paralelos entre sí (y oblicuos) a la superficie de la tierra.

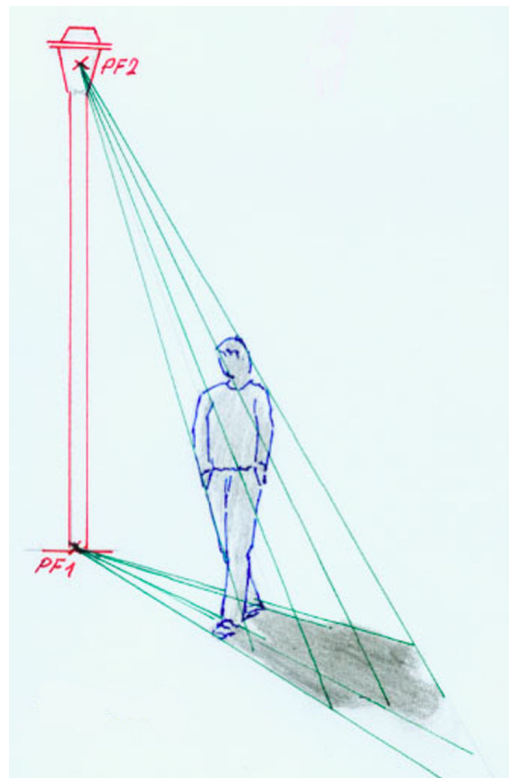


Fig. 2

En cambio la sombra que se produce en el suelo (fig. 2) sí es cónica puesto que los rayos de luz proceden de una lámpara situada a distancia finita. Luego la diferencia

entre proyección cilíndrica y proyección cónica, como se sabe, está en que el centro de proyección está a distancia infinita y finita, respectivamente.

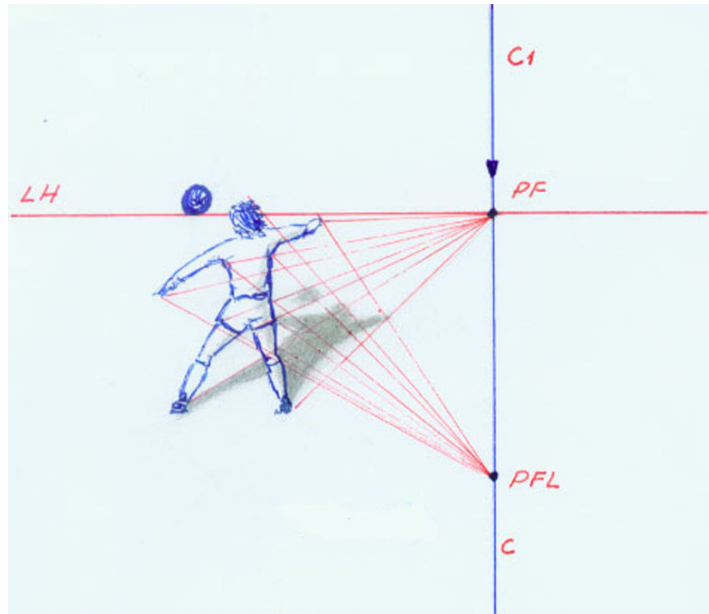


Fig. 3

Aunque este dibujo está trazado en el sistema cónico (fig. 3) la proyección en el suelo de la sombra en su verdadera magnitud también es cilíndrica oblicua. Efectivamente, si se tienen en cuenta las verdaderas magnitudes de la sombra, se trata de una proyección como la que se da en perspectiva caballera (o su variante militar).

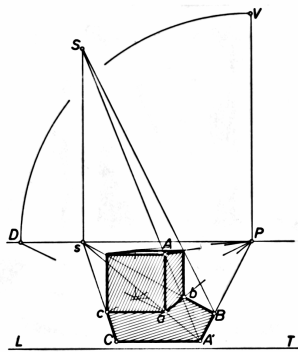


Fig. 4

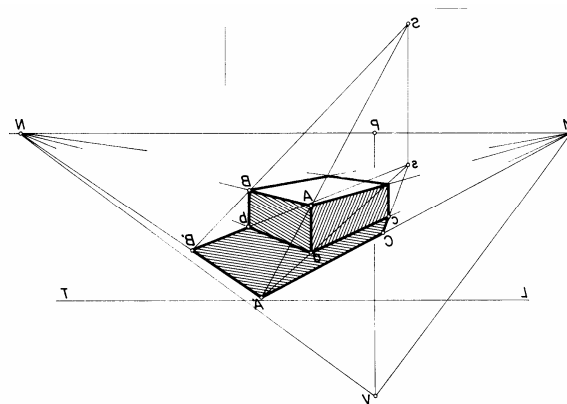


Fig. 5

El dibujo de la figura 4, como en la figura 2, la sombra es una proyección cilíndrica oblicua porque da una figura en la que las aristas verticales del cubo van a fugar al punto  $s$  del horizonte, por lo cual en verdaderas magnitudes son paralelas. En cambio en la figura 5, como en la figura 2, la sombra es una proyección cónica porque las sombras de las aristas verticales del prisma concurren en el punto  $s$ , el cual es la proyección del centro de proyección  $S$ , que se encuentra a distancia finita.

El dibujo de la figura 6, como en la figura 3, la sombra es una proyección cilíndrica oblicua porque da una sombra en la que las aristas verticales del prisma fugan en el punto  $s$  del horizonte, lo cual significa que está situado a distancia infinita. Por lo cual, en verdadera magnitud, estas sombras de las aristas verticales son paralelas

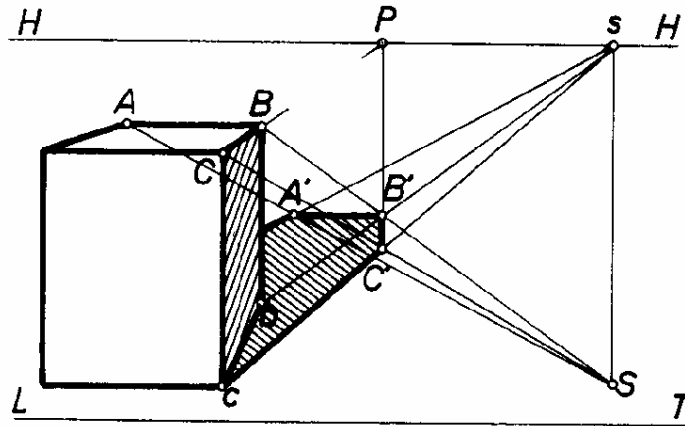


Fig. 6

El sol está detrás del espectador (fig. 6), por lo que, como en la figura 3, la proyección en el plano del cuadro del punto emisor de luz está por debajo de la línea de horizonte. En todos los casos anteriores siempre hay que pensar en cómo es la sombra, en sus verdaderas magnitudes, que se proyecta en el plano geometral, el cual tiene las funciones de plano de proyección (de las sombras).



Fig. 7

En la figura 7 el centro de proyección es la llama de la vela, el objeto es la persona que está siendo dibujada y la representación en perspectiva cónica es la sombra que conforma la silueta. Se trata de una proyección central o cónica, tal y como la da la naturaleza, en donde no se contemplan los elementos que constituyen la perspectiva cónica como el plano geometral, la línea de horizonte, los puntos de fuga, etc.

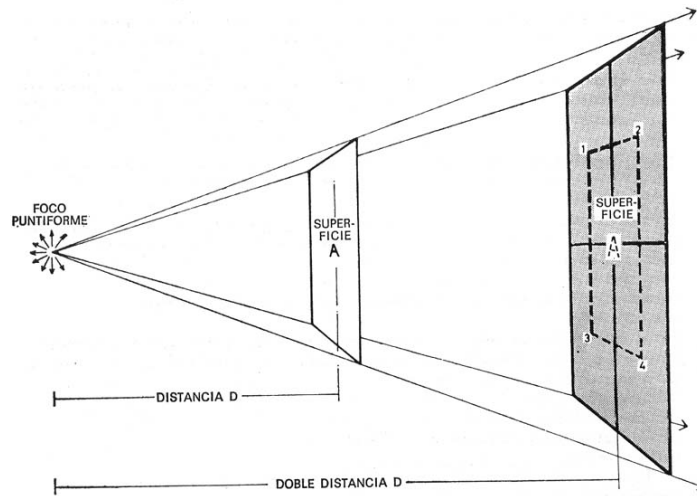


Fig. 8

En la figura 8 el objeto en forma de cuadrado se proyecta en el plano de proyección. El tamaño de la proyección varía en función de la distancia. Aquí se ve que cuando la distancia entre el centro de proyección y el objeto es igual que entre éste y el plano de proyección, la superficie de la sombra es cuatro veces mayor. Cuando más se alejen estos elementos más disminuye el tamaño de la sombra. Si el centro de proyección se aleja indefinidamente y pasa a ser un punto impropio, el tamaño de la sombra se iguala con el del objeto, pasando a ser proyección cilíndrica.

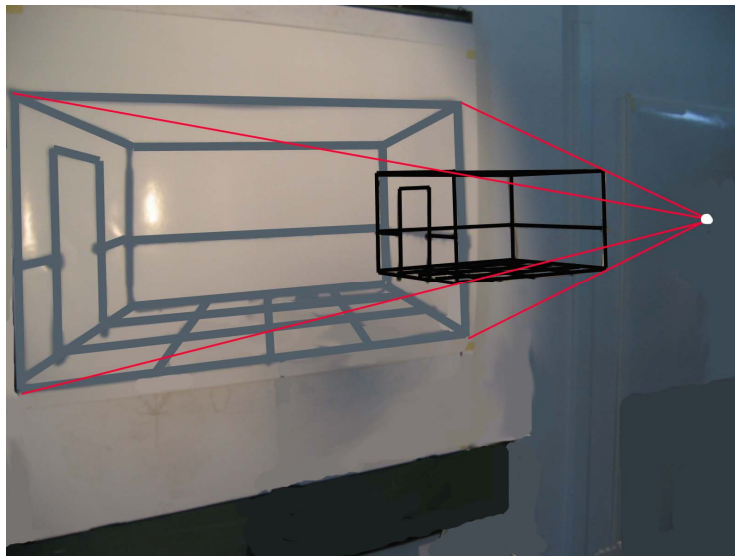


Fig. 9



En la figura 9 se presenta una foto retocada de la proyección de la maqueta que representa una habitación; es de alambre y se le ha hecho una puerta, las baldosas y un zócalo, dejando libre la pared delantera para que se vea mejor. El punto de luz equivale al centro de proyección. Como se puede ver, la pared de atrás está más cerca del plano de proyección que la que está delante, por lo cual se observa muy claramente la diferencia del tamaño de las sombras de las dos paredes; también se ven convergentes las sombras de las aristas que unen la pared de atrás con la que está delante, aunque en la realidad son paralelas. Estas observaciones basadas en hechos reales, propicia una toma de datos “de campo” y facilita una enseñanza empírica, casi totalmente perceptiva visualmente en donde hay que utilizar muy pocos conceptos no visuales. Se piensa que es un buen método de estudiar los conceptos fundamentales de esta geometría, facilitada por el manejo simultáneo de los objetos reales y sus homólogos proyectados.

A partir de estas observaciones, se puede programar una ruta didáctica, un método, en donde se guíe al alumno para que vaya descubriendo, empíricamente, los fundamentos del sistema cónico. Luego, al final, comprenderá las constantes que unifica los tres modos de estudiar las proyecciones cónicas: (a) por sombras “cónicas”, (b) por proyecciones en la cámara oscura y (c) por trazados en el plano transparente, al modo que se muestra en los famosos grabados de Alberto Durero y otros.

### La cámara oscura, conformadora de proyecciones cónicas.

En esta investigación se está desarrollando un método para llevar al alumno, desde la observación de fenómenos ópticos, a la comprensión de los fundamentos del sistema de proyección cónico. Algo semejante se ha hecho anteriormente con los sistemas de proyección cilíndricos. Por lo cual también conviene observar cómo se forman las imágenes en la pantalla interior de la cámara oscura. Hay que distinguir entre cámara oscura con “estenope” u orificio muy estrecho por donde entra la luz, y cámara oscura con lente, por donde entra más cantidad de luz y da una imagen más luminosa.

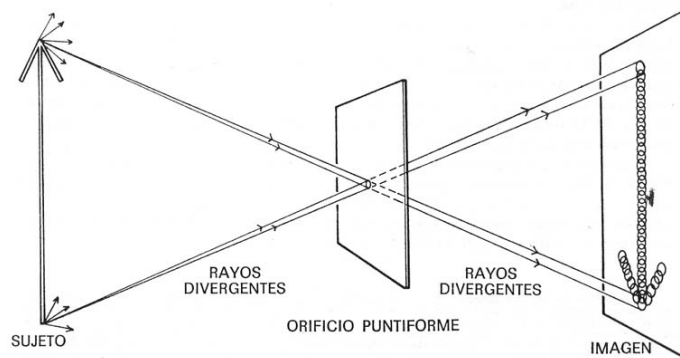


FIG. 2.1. Formación de una imagen puntual: obsérvese que los rayos siguen divergiendo, creando discos de luz.

Fig. 10

En la figura 10 se explica cómo se forma la imagen en la cámara estenopeica. La flecha de la izquierda es real, y refleja parte de la luz que recibe. Cada punto de su superficie emite la luz reflejada en todas las direcciones. Por ello, de la luz emitida por el punto más alto de la punta de esta flecha, una parte entra por el agujero (el estenope). Esta luz que ha entrado en la cámara oscura llega a la pantalla interior formando una

imagen del punto con forma de disco. Se forma un estrecho cono de luz que tiene su vértice en el punto emisor y su base en la pantalla del interior de la cámara. Lo mismo que ha sucedido con este punto, sucede con los infinitos puntos de la superficie de esta flecha. Por lo tanto se forma en el interior una imagen de la flecha formada por infinitas bases de conos. La imagen está mejor definida cuanto más pequeño sea el orificio de entrada de la luz, que dará las bases de los cono más pequeñas pero, como contrapartida, la imagen es menos luminosa y se ve menos. Por el contrario, una imagen más luminosa requiere un estenope de mayor diámetro, pero la imagen será más borrosa.

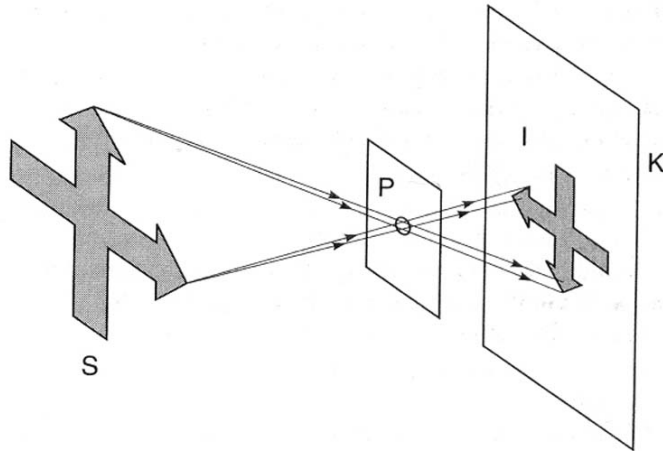


Fig. 11

Las imágenes de la cámara oscura se proyectan invertidas (fig. 11), de modo que los elementos situados arriba se proyectan debajo y los situados, por ejemplo, a la derecha se proyectan a la izquierda. Esto explica (ver figuras 3 y 6) por qué el sol se proyecta en el lado contrario de donde realmente se encuentra tanto lateralmente como de arriba a abajo.



Figura 1. — La cámara oscura, según un viejo grabado atribuido a Leonardo da Vinci.

Fig. 12

En la vida ordinaria es posible tener espontánea, y sorpresivamente, esta experiencia, por casualidad y sin tener conocimiento de la existencia del fenómeno de la cámara oscura sin lente. Basta que se den condiciones parecidas a las de la figura 12 en donde un orificio en una puerta o ventana deja pasar la luz; entonces se forma en la pared contraria, o en el techo, la imagen de lo que hay en el exterior. Naturalmente, la imagen no tiene buena definición, dependiendo del tamaño y la forma del estenope o hueco por donde entra la luz. A veces el estenope es una rendija en lugar de un círculo, a pesar de lo cual también se forma una imagen, aunque más borrosa, que puede ser relacionada con el paisaje exterior sobre todo si, por ejemplo, personas deambulan por la calle; entonces se ven proyectados sus movimientos, pudiéndose reconocer e identificar como coincidentes con los sonidos de pasos, conversaciones, etc.

Desde hace años, se realizaron experiencias domésticas utilizando como cámara oscura el interior de un garaje, y como estenope un pequeño orificio practicado en la puerta. Este orificio es de diámetro relativamente pequeño y, al ser la puerta de chapa metálica se ha obtenido un estenope cuyo hueco es un cilindro con la pequeña altura que da el grueso de chapa. Esto permite que tenga mejor rendimiento que si fuese tubular. La pantalla de proyección se puede acercar o alejar e, incluso, si es translúcida, por ejemplo, de papel vegetal, la imagen se transparente y se puede ver desde atrás. Estas experiencias sirvieron para que...

Años después, y como prácticas de la asignatura de Fotografía, de Bellas Artes, en cuyo programa estaba incluido el tema de fotografía estenopeica, se construyeron varias cámaras especiales para este tipo de fotografía. Se realizaron numerosas experiencias en las cuales (a) se variaba la distancia entre el estenope y el plano de proyección, que contiene el papel fotográfico; (b) se variaba el diámetro del orificio; (c) se modificaba el plano de proyección para conseguir efectos anamórficos, inclinándolo o curvándolo (el papel fotográfico) de distintas maneras. Estas experiencias están sirviendo para relacionar este tipo de fotografía con la proyección cónica. El único inconveniente que tiene la cámara estenopeica es que para conseguir imágenes nítidas, con buena definición, el estenope tiene que tener un diámetro muy pequeño con relación a la distancia del plano de proyección. Como consecuencia, las imágenes son poco luminosas por lo que para hacer fotos se necesitan unos tiempos de exposición muy largos, con cámara inmóvil, y sin objetos en movimiento. Por ejemplo, para un estenope del diámetro de una aguja de coser se necesitan tiempos de varios minutos, dependiendo de la distancia en donde se coloque el plano de proyección (que, recuérdese, es el papel fotográfico). Los tiempos de exposición se reducen muchísimo si se utilizan placas fotográficas de cámaras profesionales, mucho más sensibles.

No obstante, las ventajas de la fotografía estenopeica son mayores, sobre todo, a la hora de relacionarla con la proyección cónica: (a) la cámara estenopeica tiene un orificio que está más próximo, por sus características físicas y geométricas, al punto de vista de la perspectiva cónica. En la cámara fotográfica se necesita capturar más luz para poder impresionar la película, y hace falta un objetivo de mayor diámetro. Esto se resuelve con un objetivo, casi siempre compuesto de varias lentes, que tienen que corregir aberraciones cromáticas y geométricas, el cual tiene un sistema óptico en donde cuesta localizar en dónde está exactamente el punto de vista. Además (b) en la cámara fotográfica hay que enfocar los objetos según a la distancia en donde se encuentren, con lo que hay limitaciones en las profundidades de campo. En cambio, la cámara estenopeica no tiene lente y “enfoca” a la vez todos los objetos independientemente de las distancias en donde se encuentren. Para (c) tomas fotográficas que abarquen ángulos mayores se necesita un objetivo tipo “gran angular”, y para tomas a mucha distancia se

necesita el “zoom” o un teleobjetivo. La cámara estenopeica capta, teóricamente, con un ángulo de  $180^\circ$ , aunque en la práctica queda más reducido. En cuando a objetos muy distantes, solamente hay que separar la pantalla de proyección del estenope para provocar el efecto “zoom”.

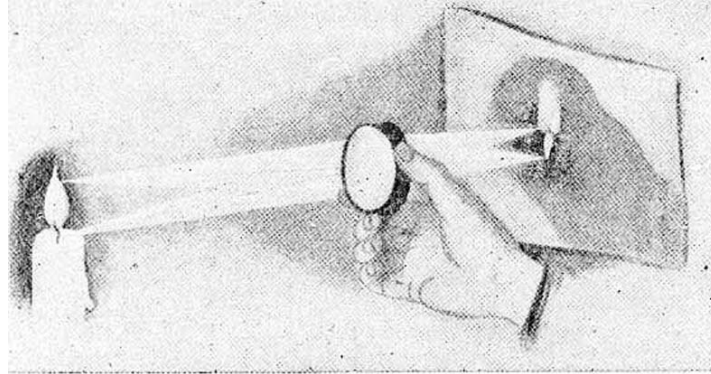


Fig. 13

Las proyecciones cónicas (fig. 13) se producen en el plano de enfoque de una lente. El empleo de la lente está generalizado para las cámaras fotográficas y cinematográficas, proyectores de diapositivas, cámaras de vídeo, etc. La imagen es mucho más luminosa que utilizando el estenope.

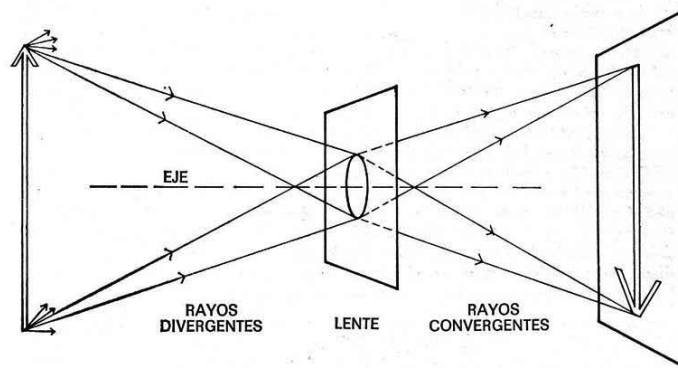


Fig. 14

Como se puede ver, el dibujo de la figura 14 tiene un esquema semejante al de la figura 10. El objeto real es la flecha de la izquierda, que refleja parte de la luz que recibe. El punto más alto de la punta emite luz radialmente, y una parte penetra a través de la lente la cual, al ser de un diámetro mayor, pasa al interior más cantidad de luz por cada punto. Esos rayos de luz se concentran en un punto de la pantalla por efecto de la capacidad refractora del vidrio y la forma lenticular. La luz que entra en la cámara oscura llega a la pantalla interior formando una imagen del punto no ya con forma de disco, sino de un punto mucho más luminoso. No se forma un cono de luz, como con el

estenope, sino dos. Uno tiene su vértice en el punto emisor y su base en la lente, y el otro cono tiene su vértice en el punto proyectado en el interior de la cámara, en el plano de proyección, y su base también en la lente. Lo mismo sucede con los infinitos puntos de la superficie de esta flecha. En la pantalla de proyección se forma una imagen formada por infinitos puntos, en donde se concentra la luz, de los otros puntos correspondientes en el objeto real. La imagen está bien definida siempre que esté bien enfocada, es decir, siempre que la lente (según su graduación dióptrica) esté a la distancia conveniente del plano de proyección, con relación a la distancia del objeto real.

Si hubiese que enfocar más de un objeto, y a distancias diferentes, entonces no se podrían enfocar todos a la vez y no habría la nitidez suficiente en la imagen proyectada. No obstante el desenfoque que se produciría puede paliarse con un diámetro menor de la lente, utilizando un diafragma. Entonces la imagen estará mejor definida (menos desenfocada) cuanto más pequeño sea el orificio de entrada de la luz. También, como contrapartida, la imagen es menos luminosa y se ve menos.

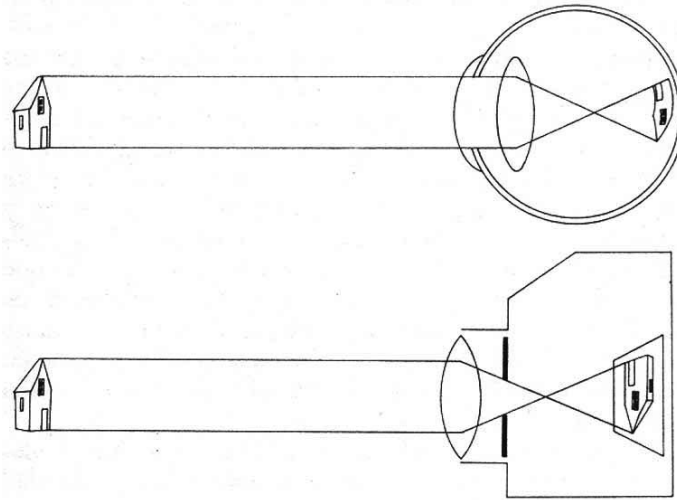


Fig. 15

La cámara fotográfica con lente (figura 15) es semejante al ojo por el modo en que forma la imagen. El ojo tiene una lente, un diafragma para regular el paso de luz y una superficie sensible a la luz. No obstante se diferencia en el mecanismo de enfoque: mientras en la cámara fotográfica la lente se desplaza acercándose o retirándose de la película fotográfica, el cristalino del ojo varía su grado de refracción curvando más o menos su superficie, algo no logrado por medios ópticos artificiales.

De todos modos, como se dijo al comienzo, no hay que establecer una relación directa entre la imagen de la retina y la proyección cónica. La imagen de la retina no es plana, y más bien se ocupa de enviar datos al cerebro para que los procese y componga la percepción visual. En las representaciones cónicas estamos habituados a las proyecciones planas: dibujos, cuadros, murales, grabados, fotografías, pantallas de

televisión, cine etc. y parece que va bien, aunque son superadas por proyecciones cinematográficas de grandes pantallas curvadas.

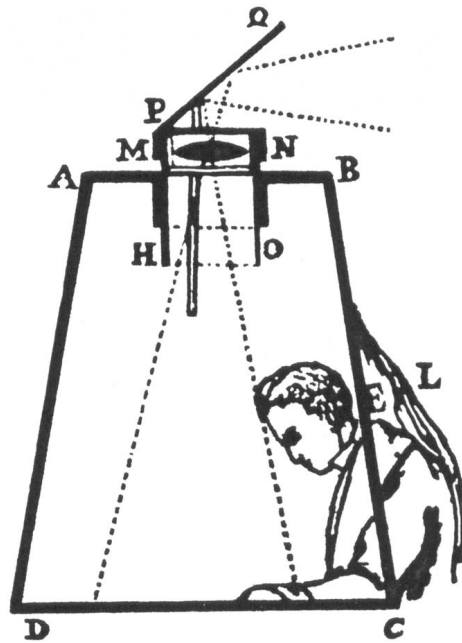


Fig. 16

La cámara oscura con lente, como la de la figura 16, da una proyección cónica del paisaje captado por la lente superior. En este caso, con un espejo en ángulo de 45°, tiene la posibilidad de efectuar un giro panorámico para ir viendo cuanto rodea al instrumento. Con la oscuridad del interior y el gran diámetro de la lente, la imagen debe de ser bastante luminosa.

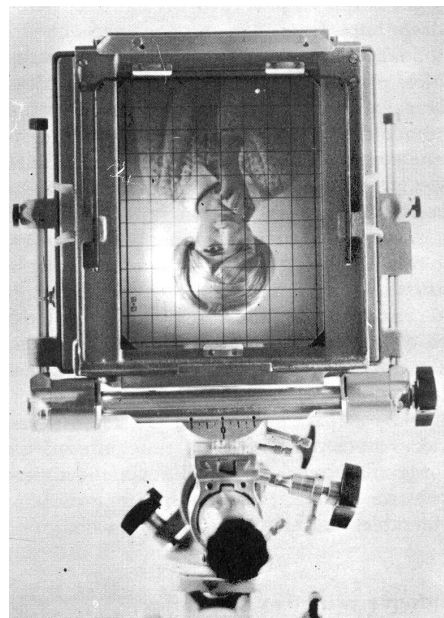


Fig. 17

En la figura 17 se tiene otro ejemplo de proyección cónica en cámara oscura con lente. En este caso el plano de proyección es transparente, seguramente un cristal esmerilado. Se trata de una cámara fotográfica profesional y la imagen está enfocada sobre el plano en donde se colocará la placa fotográfica.

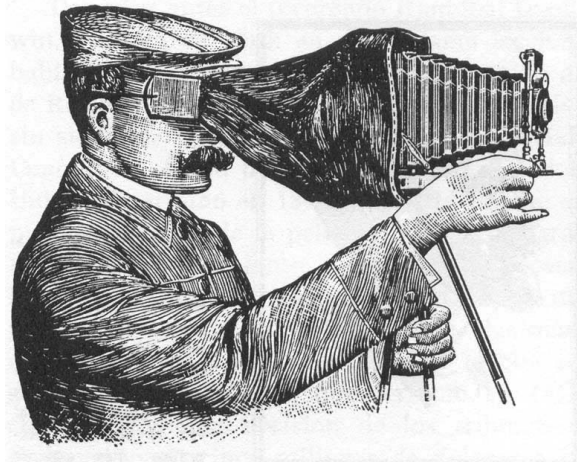
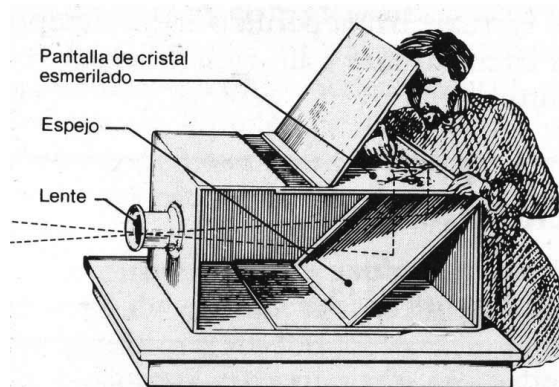


Fig. 18

Como curiosidad se ofrece esta escena (fig. 18) de la toma de una fotografía en exteriores. La cámara está dotada de un plano de proyección transparente, seguramente una lámina de cristal esmerilado. Para que la luz del exterior deje ver la imagen proyectada del interior, la cámara dispone de un paño opaco adaptado a los ojos para hacer la oscuridad y que se pueda enfocar y encuadrar la imagen de la fotografía.



**CÁMARA OSCURA.** En los primeros modelos se utilizaba un pequeño orificio y más tarde una lente para proyectar una imagen perfecta del objeto sobre la pantalla. Los artistas se servían de ella como ayuda para realizar dibujos.

Fig. 19

En la figura 19 se puede observar el funcionamiento de una cámara oscura con lente muy útil para cuando los pintores querían ver la realidad como una proyección cónica. En este caso, también se utiliza un espejo que tiene dos finalidades, una quitar la inversión de la imagen de arriba abajo, y la otra poder trabajar más cómodamente al observar y dibujar sobre un plano horizontal.

### Otras proyecciones cónicas: el proyector y la cámara lúcida.

Con otros procedimientos ópticos se pueden efectuar proyecciones cónicas, como en el caso de los proyectores. No se trata de una cámara oscura, pero hay ciertas similitudes; se podría suponer que la cámara oscura es el local en donde se encuentra la pantalla, por ejemplo de un cine, y los fotogramas son “el objeto real”.

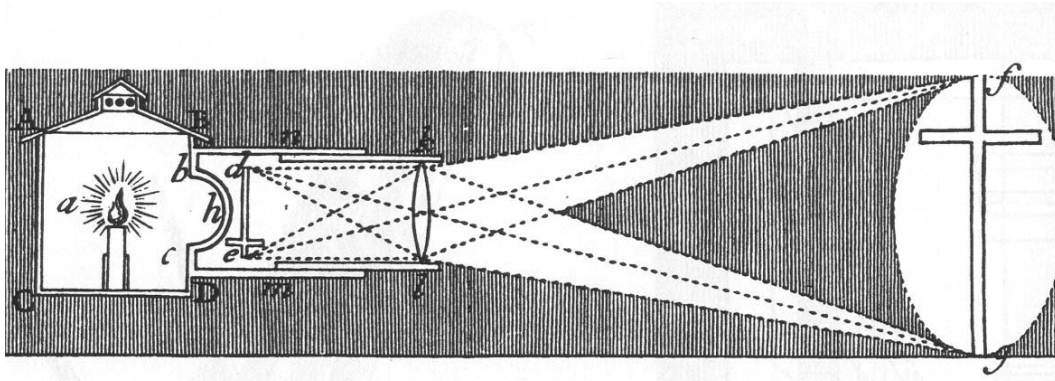


Fig. 20

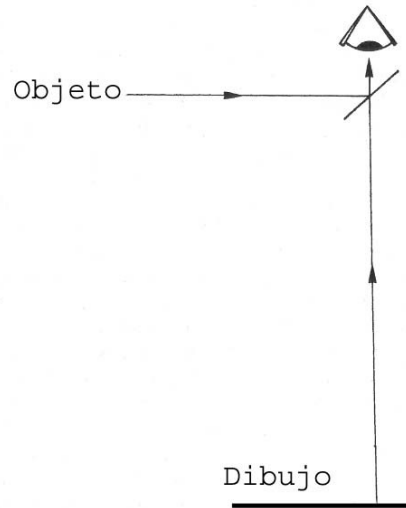
En este caso (fig. 20) se tiene un proyector semejante al de diapositivas. En el caso de estos proyectores el objeto que se va a representar en la pantalla suele ser ya una representación, como el negativo fotográfico de la ampliadora de fotos, la diapositiva de un proyector, la transparencia de un retroproyector, la fotografía de un proyector de opacos, etc. Suele utilizarse para visualizar ampliada una representación previa. No obstante también se puede proyectar un objeto real, pero su proyección tiene deficiencias porque hay muy poca profundidad de campo en este tipo de proyectores.

En el caso de esta investigación, se hace una utilización semejante al ampliar la célula electrónica que recoge la imagen de la cámara de vídeo. Efectivamente, la cámara capta las imágenes que por medio del cañón de proyección, efectúa una representación ampliada en la pantalla.

Otra manera de producir “proyecciones cónicas” es la que se produce con el empleo de una cámara lúcida. En realidad de lo que se trata es de que la retina del espectador recibe la imagen realmente vista, superpuesta con el “plano de proyección” en donde va a realizar los trazos. De este modo el dibujante que utiliza este instrumento tiene la sensación de ir pasando la punta del lápiz sobre el objeto real cuando realiza el dibujo, como si lo que está viendo proyecta en el plano como una perspectiva cónica.



El plano de proyección es el papel en donde se realiza el dibujo, y sobre este papel el dibujante ve “proyectada” la imagen de su retina. Esta experiencia no puede ser



compartida, solamente es individual, a no ser que se utilice el “ojo” de una cámara de vídeo o algo similar para hacer partícipes a otros espectadores con un proyector.

Fig. 21

En la figura 21 se explica el fundamento óptico de la cámara lúcida. El ojo ve debajo el papel de dibujo o soporte en donde vaya a trazar la imagen que viene del objeto. La imagen del objeto la ve porque utiliza un espejo semiplataado. Con esta clase de espejo el dibujante puede ver el objeto que tiene delante y, al permitir ver también lo que hay debajo, percibe las dos imágenes superpuestas.



Cámara lúcida de Wollaston, ideada en 1806

Fig. 22

En esta imagen (fig. 22) del año 1806 se ve cómo el retratista va trazando en el papel los rasgos de la modelo utilizando este instrumento. Hay un problema en el enfoque del cristalino, es decir si el cristalino del ojo del dibujante enfoca mirando el

papel y la punta del lápiz, entonces ve desenfocada la modelo, a no ser que la modelo se encuentre a la misma distancia que el papel de dibujo.

### Plano del cuadro transparente.

Existen numerosos dibujos de instrumentos y procedimientos en donde se utiliza el plano transparente para representar la realidad visible. En estos dibujos se ve que se utiliza un plano transparente con un marco con un soporte para dibujar, o una cuadrícula u otros medios para determinar puntos de intersección de rectas o rayos visuales que van desde el centro de proyección (el ojo del espectador) hasta el objeto que se representa.



Fig. 23

En la figura 23 se ve que el dibujante (el espectador) sitúa su ojo en un lugar inamovible a la hora de trazar. Traza directamente el modelo que está sentado. En este caso se realiza un dibujo directo sobre el soporte que después se puede trasladar a un papel u otro soporte diferente. Se puede imaginar que hay rectas visuales que van desde el ojo hasta el modelo pasando por el plano del cuadro en donde se trazan los puntos de intersección que conforman los trazos.



Fig. 24

En la figura 24, el dibujante ve al modelo a través de la cuadrícula, siempre desde un punto de vista fijo. Sobre la mesa tiene una reproducción de esa cuadrícula, a la que va trasladando los datos observados a través de la primera. Por lo tanto no dibuja directamente sobre el plano del cuadro sino que realiza los trazos sobre la mesa y sin tener que alargar el brazo hasta el cuadro, que a esa distancia posiblemente no llegaría.

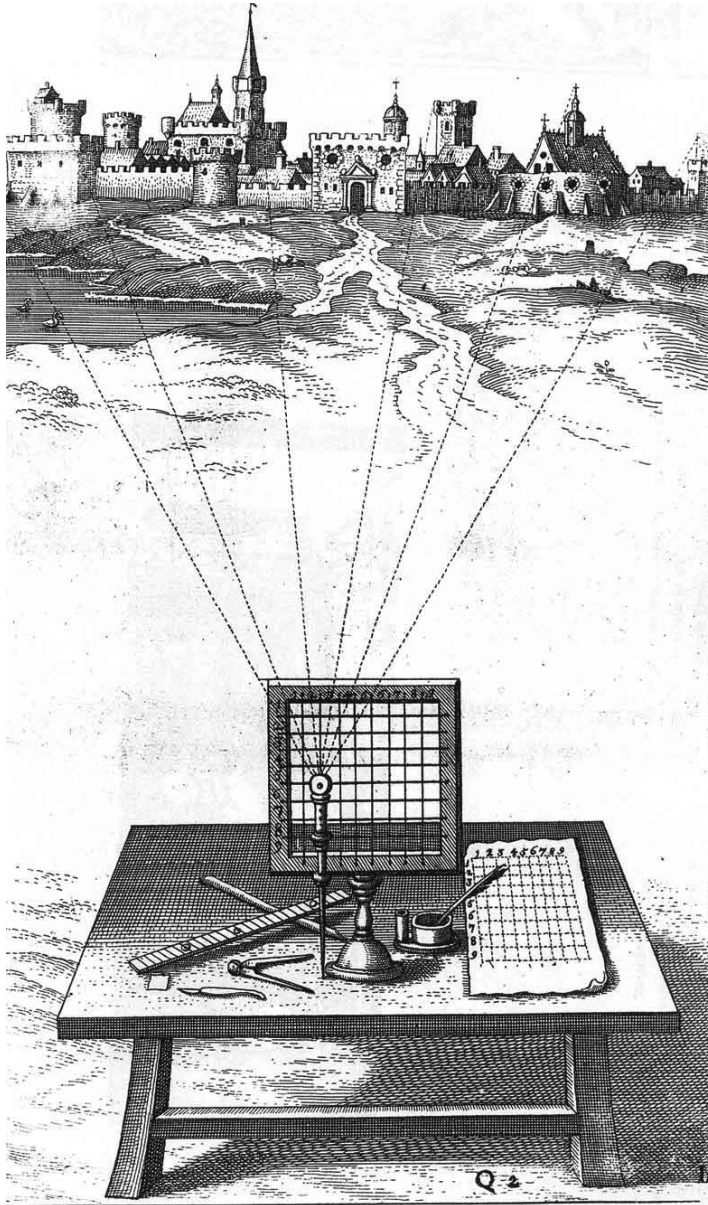


Fig. 25

De modo similar a la figura anterior, en esta figura 25 el artista también ve a través de una cuadrícula. Los datos se pasan también a la otra cuadrícula situada sobre la mesa. Sobre la mesa se ve un instrumental auxiliar, y sobre todo el punto de vista que dispone de un orificio que sirve de punto de vista o centro de proyección a donde, como se ve en esta figura, concurren todas las visuales que darán la proyección en el plano del cuadro, como intersecciones que se pasarán al papel cuadrículado.

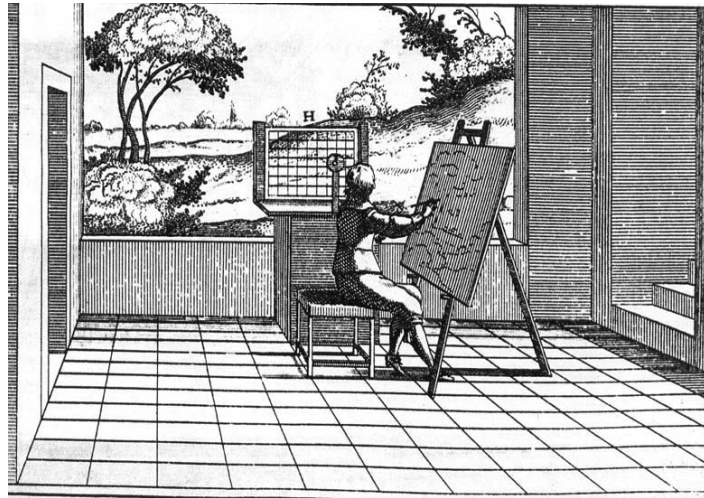


Fig. 26

Esta figura 26 es muy semejante a las dos anteriores por cuanto que utiliza una cuadrícula para tomar los datos de la realidad y los pasa a otra cuadrícula. La diferencia está en que el dibujo pasa directamente a lo que parece va a ser el soporte definitivo de la obra de arte, sin un dibujo de cuadrícula intermedio. El cuadro del trípode deberá de llevar también una cuadrícula pero que se ve que está trazada con una escala mayor.

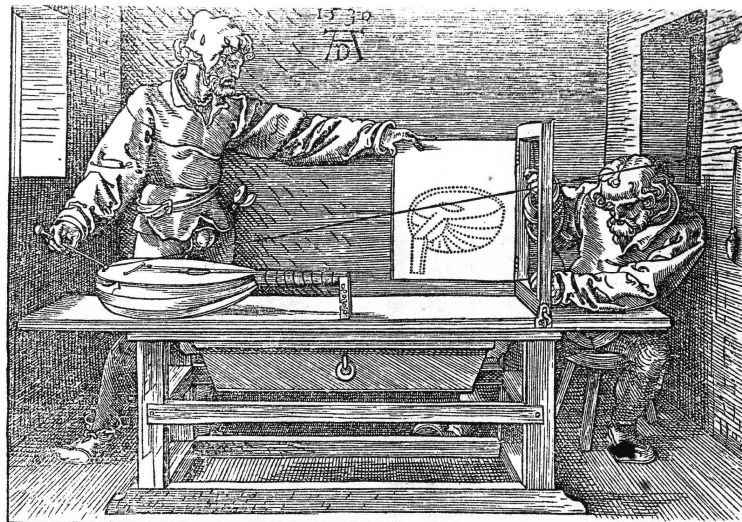


Fig. 27

En esta figura 27 se puede observar que el punto de vista es una anilla fijada a la pared por donde se desliza una cuerda tensada con un peso. Esta plomada hace de rayo visual cuyos puntos de intersección son definidos en el plano del cuadro y marcados en el segundo plano de proyección. Como se ve, punto a punto se va definiendo la proyección del objeto que se estudia. En este caso no se traza la representación por visión directa sino que los rayos visuales se sustituyen por una cuerda.

En todos estos casos el plano del cuadro es una “ventana abierta” al escenario o paisaje que hay al otro lado, y en donde se “ve” lo que queda detrás. Esta visión es la representación cónica que es siempre la misma aunque se efectúe como sombras, proyecciones en cámara oscura o vista.

### Vistas o proyecciones cónicas.

El punto de vista o centro de proyección se puede concebir como: (a) la lámpara que irradia luz; (b) también como el estenope o la lente de la cámara oscura; y (c) como el cristalino del ojo del observador que, aunque el ojo también trabaja como una cámara oscura, su imagen interior no es observable; sino que el ojo se concibe como el órgano que ve a través de la “ventana” transparente para definir la proyección mediante rectas visuales que interseccionan con el plano del cuadro.

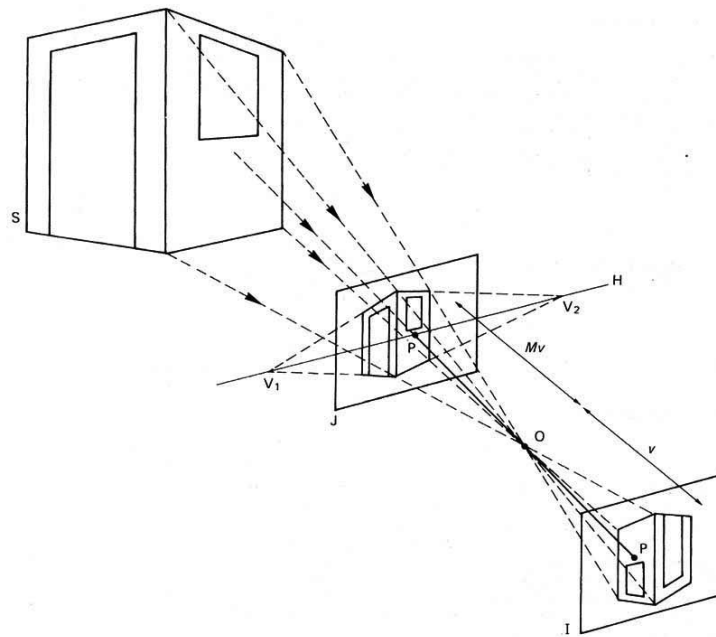


Fig. 28

En la figura 28, la caseta S es el objeto real. El plano de proyección J, que se puede suponer transparente, contiene la representación cónica del objeto según el punto de vista O. Esta representación se define por los puntos de intersección de los rayos visuales que parten desde la caseta hasta el punto de vista O, pasando por el plano del cuadro.

Si se trata de una cámara oscura, el estenope o centro óptico de la lente es el punto O. La luz que penetra por O da la imagen I, invertida pero con los mismos atributos geométricos que la proyección en el plano del cuadro transparente. Pero si se trata de una representación como sombra, el punto de iluminación estaría en O y el objeto S se proyectaría detrás, si hubiese un plano que la recibiese.

## FUNDAMENTOS GEOMETRICOS

La perspectiva cónica puede basarse en diferentes fundamentos geométricos, los cuales reciben varias denominaciones. Para simplificar, y con un fin didáctico, se van a clasificar en dos clases, independientemente de que después se hagan subdivisiones con clasificaciones de segundo orden según éstas dos que se van a considerar de primer orden: (a) métodos auxiliados de otras proyecciones previas, generalmente de sistema diédrico y (b) métodos basados en puntos de fuga.

Para operar con métodos de la primera clase, los datos iniciales para efectuar el trazado son otras representaciones previas, en otro sistema de representación diferente. Para lo cual el trazado en perspectiva extrae sus datos de representaciones en proyecciones cilíndricas, generalmente en sistema diédrico. De estas proyecciones diédricas se extraen datos, mediante operaciones previas, para después proceder al trazado en perspectiva.

Y para operar con métodos de la segunda hay que basarse en la determinación previa de los puntos de fuga, según las magnitudes de ángulos y longitudes a utilizar, las cuales no necesitan representaciones gráficas anteriores al trazado sino un boceto a mano alzada con los datos numéricos, e incluso se puede improvisar sobre la marcha.

Ambos métodos aparecen en los programas educativos de estas asignaturas. No obstante en esta investigación se le va a dedicar más espacio al método basado en los puntos de fuga que determinan las *rectas características* (Villanueva Bartrina, 1996). A continuación se van a repasar los fundamentos geométricos de ambas clasificaciones.

### Métodos auxiliados por el sistema diédrico.

En todos los métodos se considera que la proyección cónica es una figura plana en el plano de proyección formada por los puntos de intersección de las visuales que lo atraviesan. Estas visuales van desde el punto de vista hasta los puntos notables del objeto que se representa.

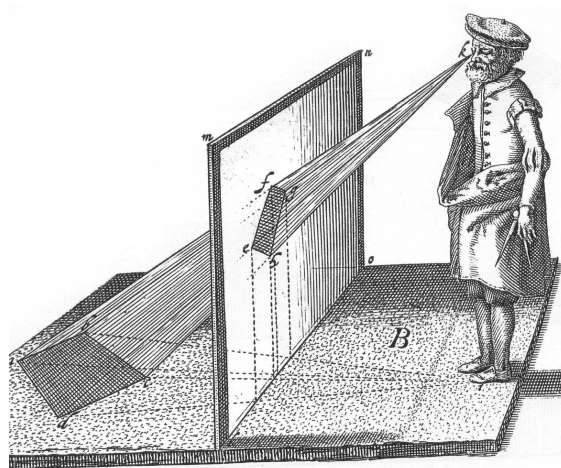


Fig. 29

En la figura 29 el espectador define con su ojo el centro de proyección o punto de vista. En el plano geométral hay un polígono (el objeto a representar en perspectiva) cuyos puntos se unen al punto de vista, determinando la pirámide cuyas caras son seccionadas por el plano del cuadro, que actúa como plano secante. A continuación solamente hay que trazar la sección en verdadera magnitud, por métodos propios del sistema diédrico, para obtener la perspectiva del polígono.

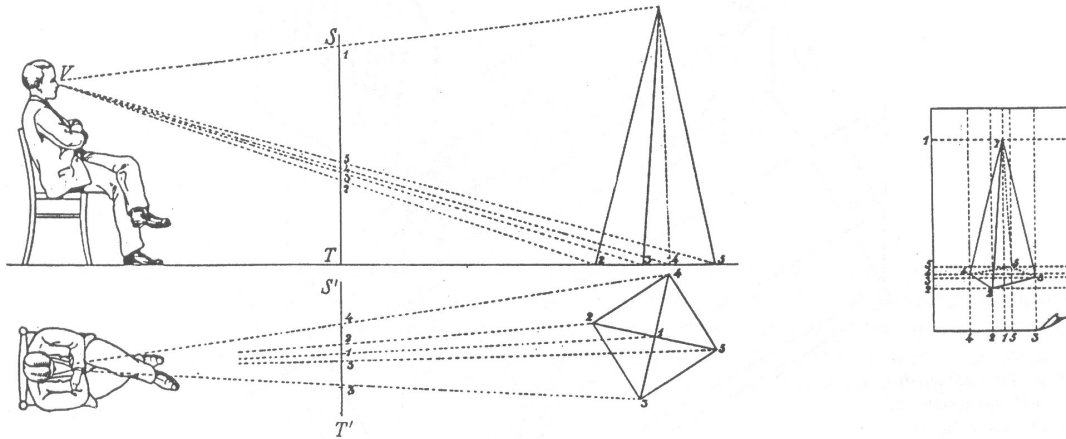


Figura 1. Esquema de la *costruzione legittima* método atribuido tradicionalmente a Filippo Brunelleschi del s. XV, tomado de un manual de principios de siglo.

Fig. 30

El método para obtener la proyección cónica de la pirámide de la figura 30 se basa en las proyecciones diédricas (horizontal y vertical) del conjunto formado por el objeto a representar, el plano del cuadro y las visuales. Las visuales parten de los cinco vértices de la pirámide hasta el punto de vista. Los cinco puntos de intersección configuran la proyección cónica. Con las proyecciones, horizontal y vertical, de los puntos de intersección, se tienen las coordenadas para, en papel aparte (ver dibujo de la derecha), trazar la figura.

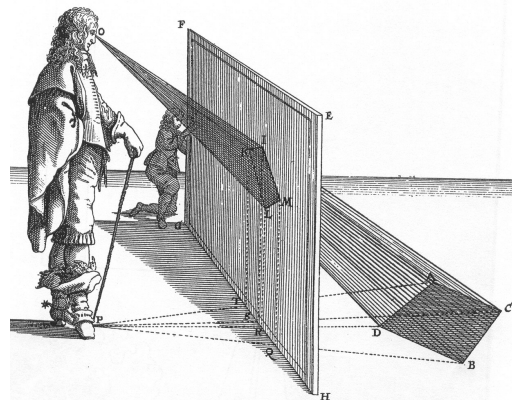


Fig. 31

Efectivamente, la pirámide A-B-C-D-O (fig. 31) se proyecta en el plano geométral que en sistema diédrico puede ser considerado como el plano de proyección

horizontal. La proyección de estas aristas corta a la línea de tierra del plano del cuadro, definiéndose así los puntos que determinan, mediante semirrectas verticales, la proyección de la sección de la pirámide; sección que, como se ha visto, se corresponde con la perspectiva del cuadrado A-B-C-D.

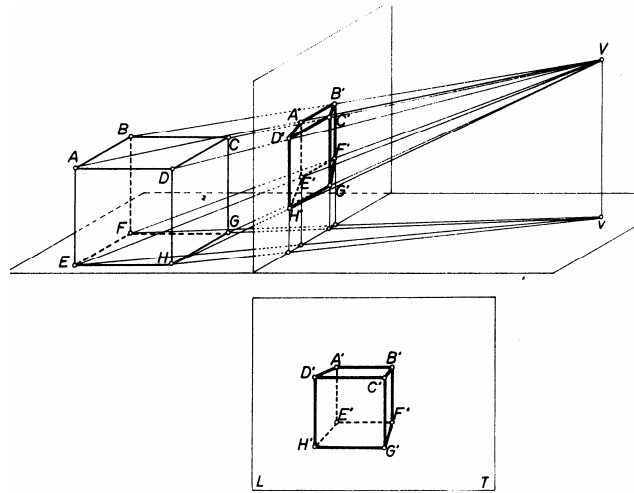


Fig. 32

En la figura 32, la “pirámide” con vértice en el punto V de vista, no tiene una base plana. Por lo tanto, a continuación se va a hablar de los rayos visuales que partiendo de V, van a los puntos notables de la figura (el cubo). Los rayos visuales se proyectan en el plano geométral. Si estas proyecciones se consideran planos proyectantes que pasan por los puntos V y A, B, C..., éstos determinan las líneas de intersección con el plano del cuadro que definen la proyección cónica del cubo.

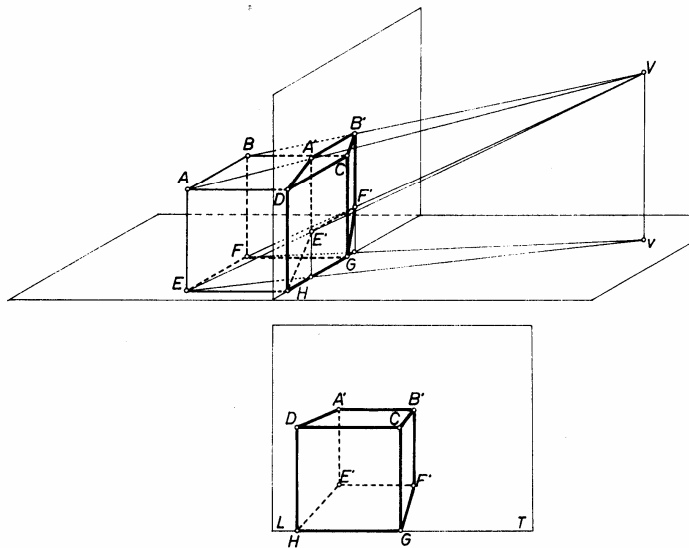


Fig. 33

Igualmente sucede con la figura 33, solamente que la cara delantera del cubo está contenida en el plano de proyección y se representa en su verdadera magnitud. Este caso, el de elementos contenidos en el plano de proyección, es muy frecuente porque cuanto más se alejen los objetos del plano del cuadro, más pequeños se ven y pierden



cualidades perceptivas. Sin embargo en determinados dibujos, como el presente, crea confusión al tocar la figura real con su proyección en el plano del cuadro.

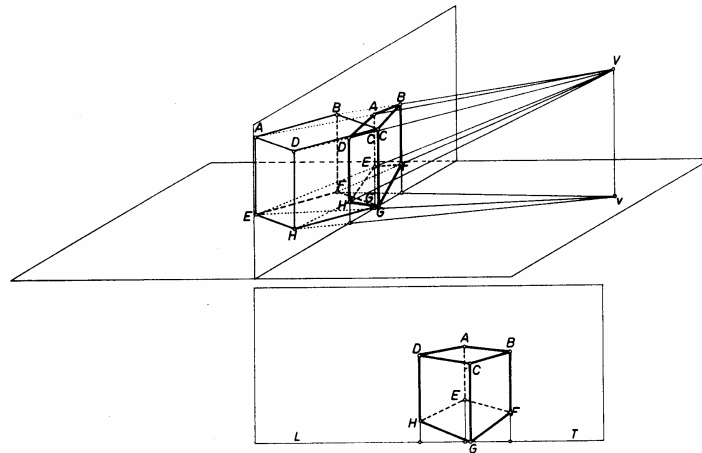


Fig. 34

En la figura 34 el cubo está oblicuo respecto al plano de proyección. En los métodos perspectivos auxiliados por el sistema diédrico esta circunstancia no es importante. Sin embargo en los métodos basados en los puntos de fuga, crea un problema mayor al tener que operar con más puntos de fuga.

En la proyección del rectángulo de abajo (de la misma figura 34), se ve que la proyección cónica resultante se puede hallar por las rectas D-H, E-A, G-C y F-B, las cuales se pueden considerar las rectas de intersección del plano del cuadro con los planos proyectantes que pasan por V y los puntos notables del cubo. De este modo se hallan las perspectivas de las siguientes figuras.

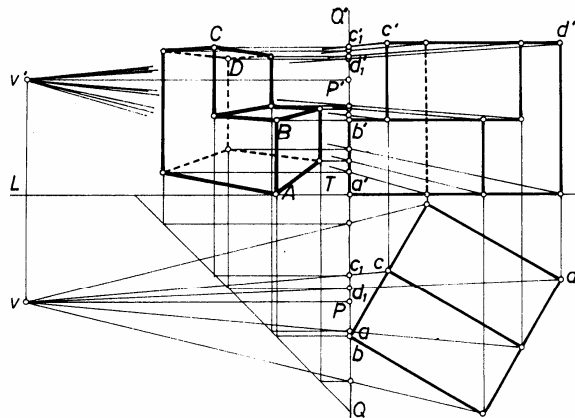


Fig. 35

En el plano del cuadro  $Q'$  (fig. 35) se hallan los puntos  $a'$ ,  $b'$ ,  $c'$ ... y  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ... de intersección de los rayos visuales, que dan las coordenadas para hallar la perspectiva de la figura. En lugar de trasladar estas coordenadas a otro lugar, se puede trazar la perspectiva al lado mediante las rectas quebradas que parten de  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ... y, tomando la dirección vertical, se cortan con las horizontales que parten de  $a'$ ,  $b'$ ,  $c'$ ... Para que no haya confusión entre líneas, las visuales de la proyección vertical no se trazan

completas. La "reflexión" en  $90^\circ$  de las rectas a, b, c... invierte la vista de la perspectiva, y permite que aparezca observada desde el frente del plano del cuadro, o sea, desde el punto de vista.

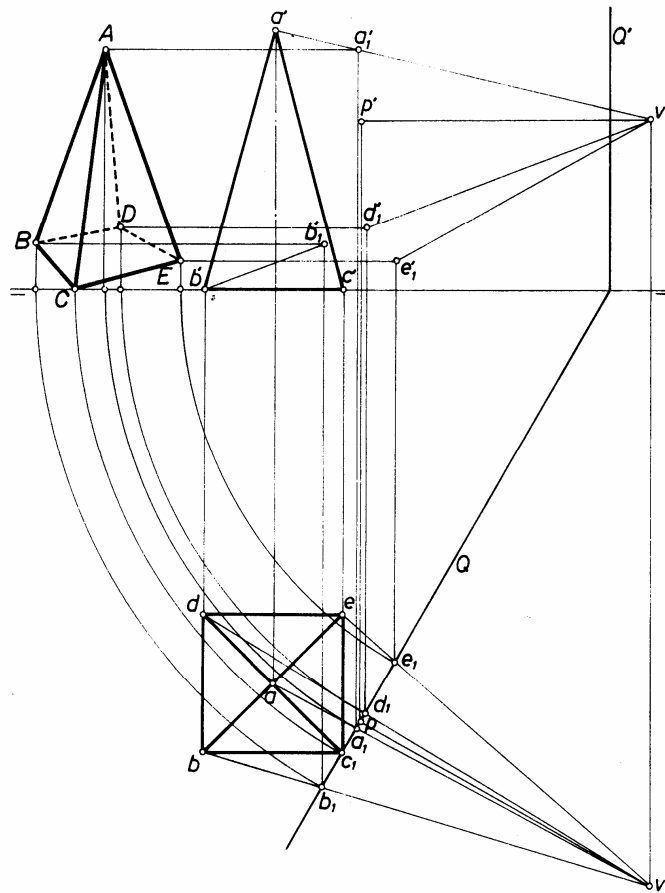


Fig. 36

En la figura 36, la inversión de la figura (como en el trazado anterior) para que se vea de frente no hay que efectuarla, por lo cual basta con abatir el plano de proyección Q. La pirámide se ha representado en sistema diédrico con las aristas de la base paralelas y perpendiculares con el plano de proyección vertical, por lo que su trazado es más fácil; se representa esta pirámide en perspectiva cónica oblicua. Entonces se opta por solucionar el problema utilizando un plano de proyección Q, oblicuo, proyectante horizontal. La distancia principal V-P se dibuja en verdadera magnitud (y perpendicular a Q) en la proyección horizontal. La altura del punto de vista se determina también en verdadera magnitud en la proyección vertical. Se hallan las intersecciones de los rayos visuales con el plano Q, en  $a'$ ,  $b'$ ,  $c'$ ,  $d$ ,  $e'$ , y  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  y  $e$  (con subíndice 1). Después se abate el plano con los puntos de intersección, que dan la perspectiva buscada.

Como se ha podido observar se está trabajando en sistema diédrico, independientemente de los contenidos que se estudian, aunque éstos sean de perspectiva cónica. Como sistema diédrico lo que se ha hecho ha sido el abatimiento de la sección plana de una pirámide (con una base extraña).

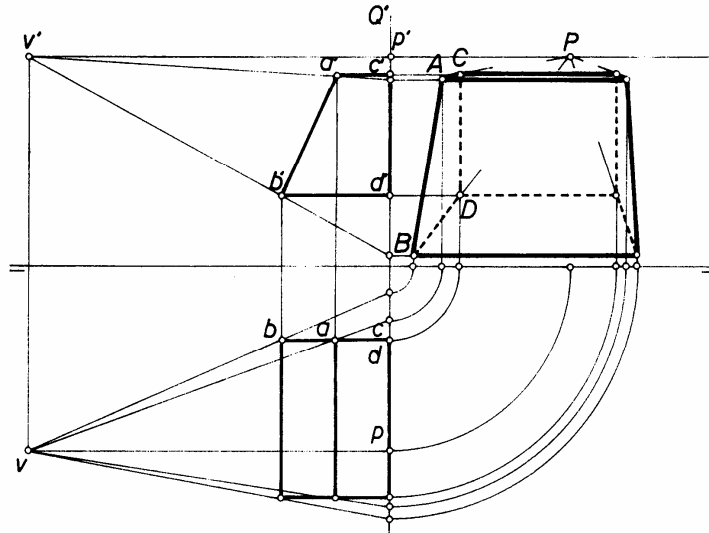


Fig. 37

El plano de proyección de la figura 37 también se abate para hallar la perspectiva de la figura, la cual se ha situado por delante del plano de proyección. En este caso puede ser considerada la perspectiva como las sombras de una figura alámbrica, con punto de luz en V y proyectada en el plano de proyección.

En este dibujo se ha incorporado un elemento propio de la perspectiva cónica por métodos de puntos de fuga: se ha abatido con el plano del cuadro el punto P de la distancia principal P-V. En realidad este elemento no hace falta para hallar la perspectiva, pero se pone ahí con fines didácticos y, también, para verificar resultados al comprobar coincidencias entre este método y el propio de la perspectiva de puntos de fuga.

Al estar la figura delante del plano de proyección, su sombra o perspectiva se proyecta de mayor tamaño, excepto la cara contenida en el plano del cuadro. Este aumento de tamaño ya se ha podido observar en imágenes anteriores.

Como ampliación de posibles métodos para trazar perspectivas con el auxilio del sistema diédrico, en la figura 38, siguiente, se muestra otra disposición de los elementos geométricos diferente a los casos anteriores.

Según esta disposición, las vistas correspondientes a la planta y al alzado no están ubicadas del modo usual. El plano de proyección Q aparece quebrado en  $90^\circ$  y las proyecciones correspondientes al punto de vista se adecuan a esta disposición. Las intersecciones de los rayos visuales con el plano de proyección dan los puntos a, b, c, etc. en ambos planos. Desde estos puntos, mediante semirrectas horizontales y verticales se cortan en los puntos o vértices que configuran la perspectiva cónica.

Se podrían haber hallado puntos de fuga desde V con semirrectas paralelas a las aristas de la figura, que luego se hubieran trazado en la línea de horizonte que pasa por V-P horizontal; pero se ha resuelto, como en otros casos anteriores, con recursos propios del sistema diédrico.

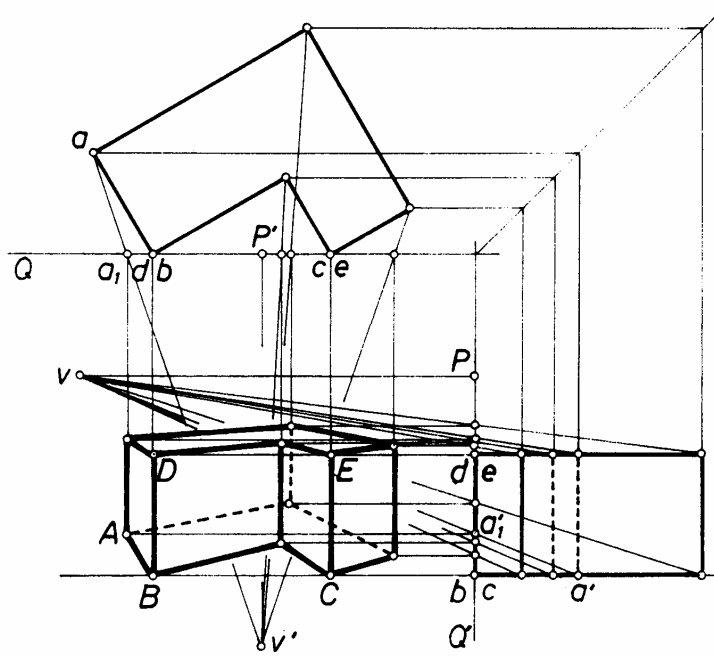


Fig. 38

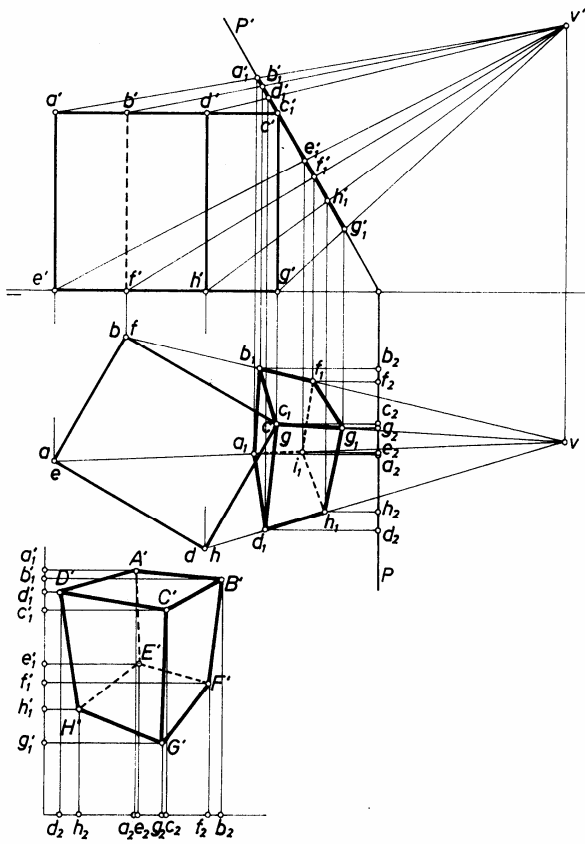


Fig. 39

En la figura 39 se utiliza como plano de proyección (plano secante de la pirámide visual) un plano perpendicular al vertical y oblicuo al horizontal. Así se consigue una sección de la pirámide visual que da una representación cónica del cubo semejante a las proyecciones cónicas que utilizan tres puntos de fuga fundamentales.

Se ha trazado incluso la perspectiva en el plano del cuadro que, a pesar de que no está en verdadera magnitud, ayuda a comprender esta proyección. Se podía haber abatido el plano de proyección para hallar la verdadera magnitud, pero se ha preferido trasladar las coordenadas a otro plano, como uno más de los procedimientos que se podían haber utilizado para representar la representación cónica u sección de la pirámide visual.

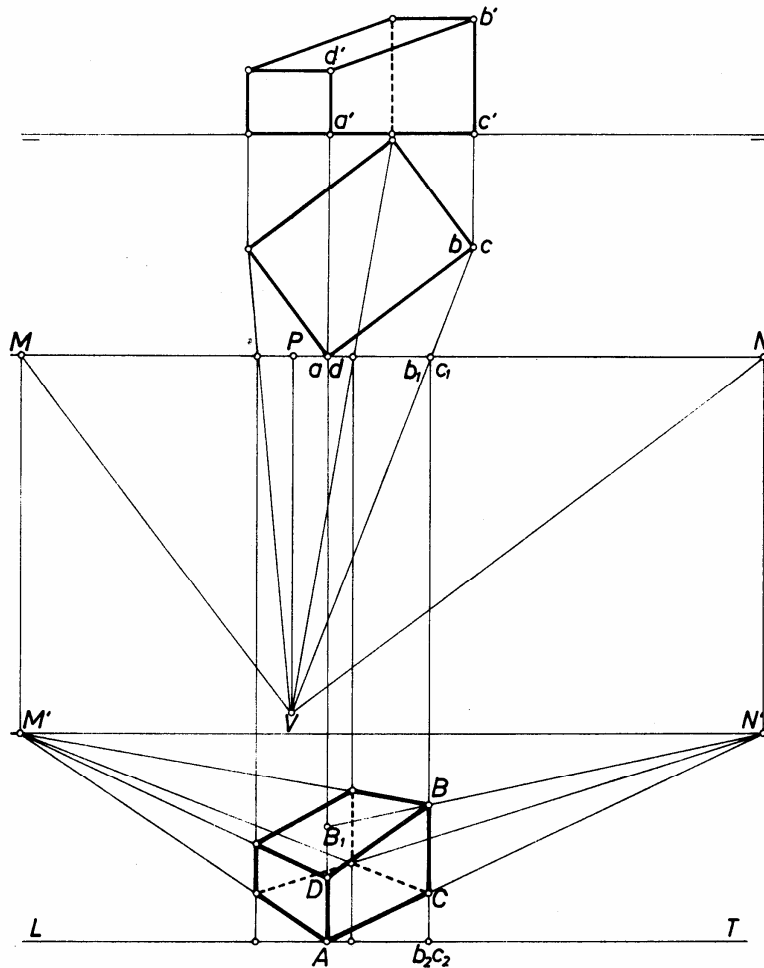


Fig. 40

Para trazar en perspectiva cónica el objeto de la figura 40, siguen siendo imprescindibles las representaciones previas en sistema diédrico. Por este método se recurre a los puntos de fuga puesto que se facilita el trazado. En la clasificación de los dos métodos, de primer orden, que se ha hecho al comienzo del capítulo: (a) auxiliados por el sistema diédrico y (b) de puntos de fuga, éste corresponde al primero porque no puede prescindir de la proyección cilíndrica del comienzo, a pesar de que se usan puntos de fuga. Del mismo modo, el segundo método de puntos de fuga, no necesita de las

proyecciones diédricas, sino que todo lo puede resolver con puntos de fuga, aunque también puede utilizar auxiliariamente alguna proyección cilíndrica.

En esta figura 40 aparece el alzado a modo de información, aunque no hace falta para el trazado porque las alturas necesarias para la construcción de la pieza se colocan en la línea de tierra, en verdadera magnitud, para proceder a medir las aristas verticales, y no se utilizan las del alzado. En esta figura se han hallado los puntos de intersección de los rayos visuales para llevarlos al lugar del trazado. Pero en la figura siguiente se resuelve de otro modo.

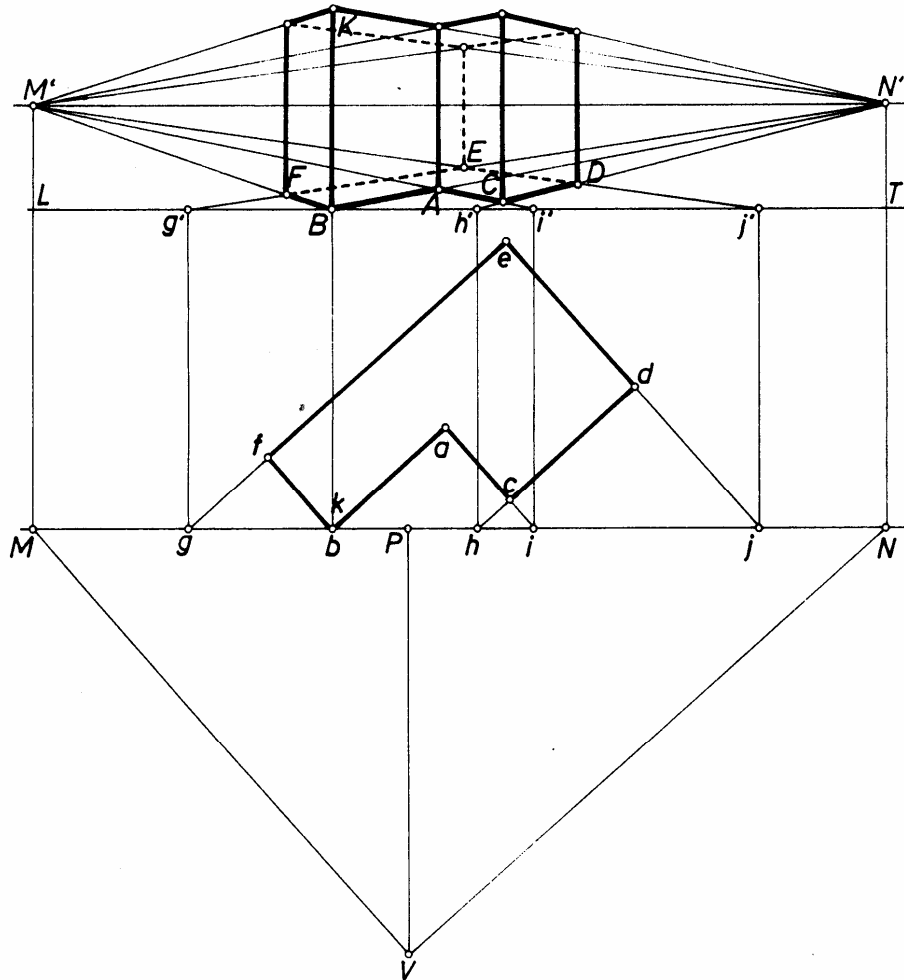


Fig. 41

Los datos necesarios para trazar esta figura se hallan prolongando las aristas de la planta hasta la línea de tierra, los cuales se llevan a la otra línea de tierra del espacio y plano del cuadro destinado al trazado de la perspectiva. Los puntos M y N se determinan por paralelas a una y otra dirección de las aristas de la base, desde V. La altura del punto de vista elegido se aplica al trazar la elevación de la línea de horizonte. Luego se llevan M y N a M' y N'. Después simplemente hay que unir g, b, h, i, j, con los puntos de fuga en el horizonte para tener construida la base. La altura se coloca en verdadera magnitud en B para proceder a trazar la cara de arriba mediante las rectas correspondientes.

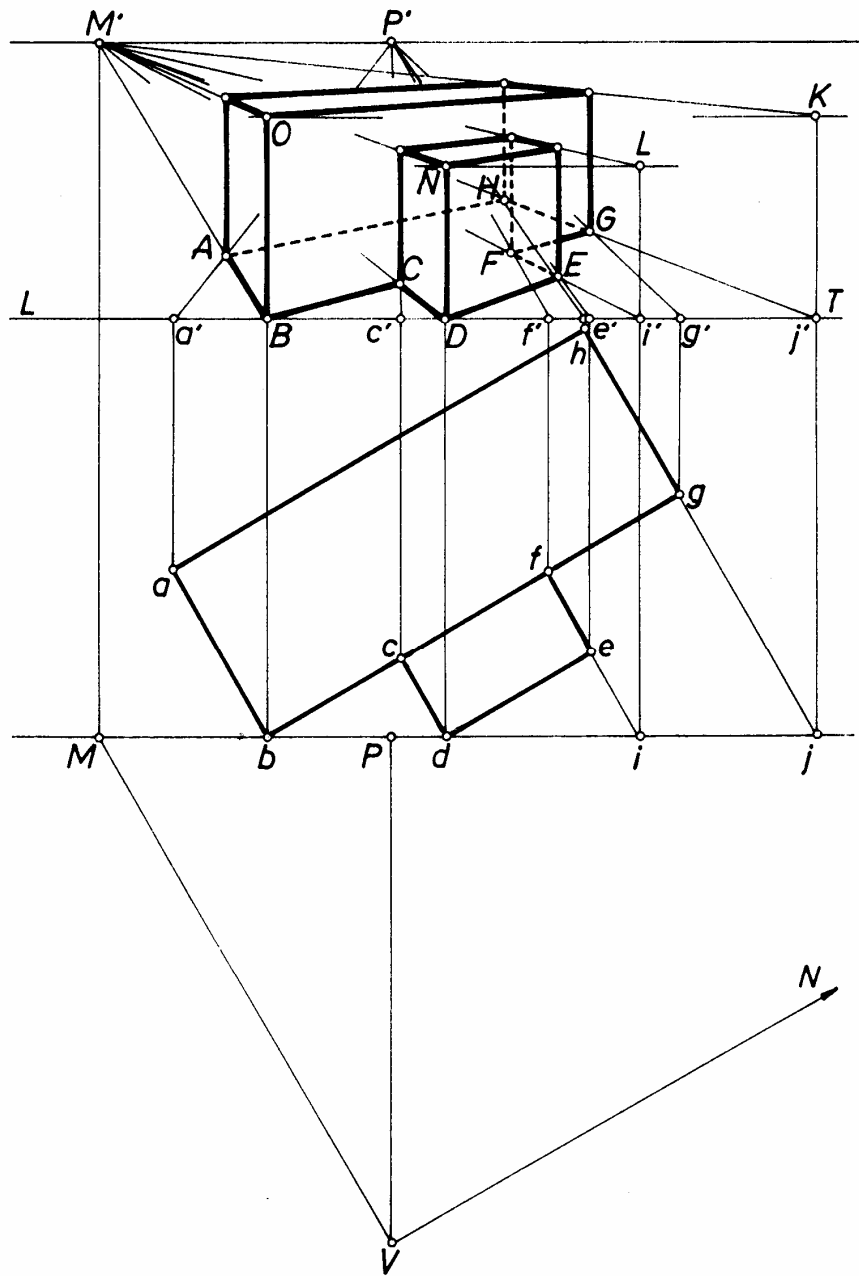


Fig. 42

En este trazado (fig. 42) se ha utilizado un sistema mixto. Pero sigue estando en la categoría de trazados en los que se necesita de una vista (generalmente la planta) del sistema diédrico. El punto de fuga  $N$  sale del área de trazado y se ha buscado otra solución para no tener que utilizar el punto de fuga. Los vértices  $A, C, E, F, G$ , se han hallado con perpendiculares al plano del cuadro que cortan a las rectas que fugan a  $M'$ . Por este procedimiento se tiene un acercamiento al empleo de los puntos de fuga y puntos métricos utilizados en la segunda categoría de métodos (de puntos de fuga).

### Métodos de puntos de fuga.

En estos métodos no se necesita ninguna proyección cilíndrica, como las del sistema diédrico, para realizar los trazados. Los puntos de fuga se utilizan para dibujar líneas con una dirección predefinida. Con estos puntos de fuga se pueden efectuar operaciones diversas como trazar aristas o cortar a otras rectas para medir longitudes, como casos más frecuentes.

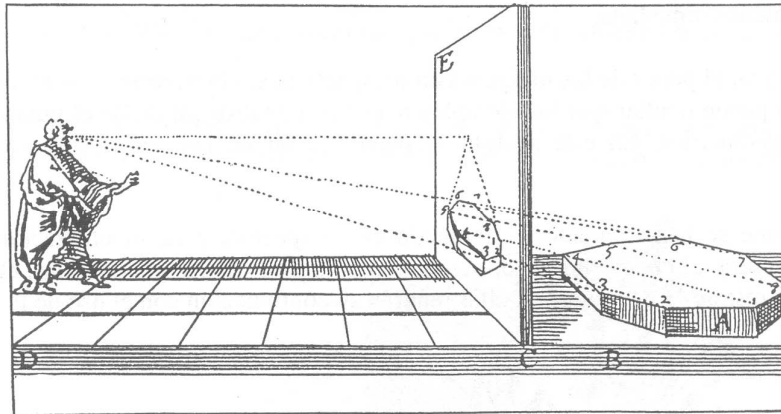


Fig. 43

En la figura 43 aparece proyectado el octógono en el plano de proyección. En esta figura no se ha hecho una proyección simplemente, sino que ya se ve que el segmento de la distancia principal da un punto de fuga a donde, en la proyección, fugan los lados del octógono que son paralelos al segmento de la distancia principal.

Esto supone que los trazados en perspectiva, además de poder copiarse en el plano del cuadro como ocurre en muchas de las figuras anteriores, también pueden trazarse prescindiendo de la figura real que se copia y auxiliándose de los puntos de fuga.

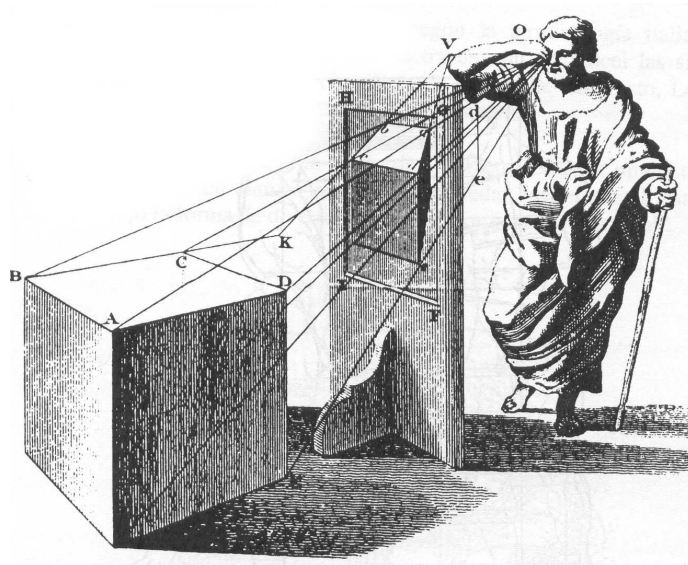


Fig. 44



También en la figura 44 se ve cómo la distancia principal O-V es paralela a las aristas del cubo A-D y B-C. Se puede ver que el cubo se puede proyectar en el plano de proyección utilizando los puntos de fuga sin necesidad de un modelo a copiar. También aquí se comprueba que los lados del cubo paralelos entre sí y paralelos a la recta de la distancia principal fugan al punto V.

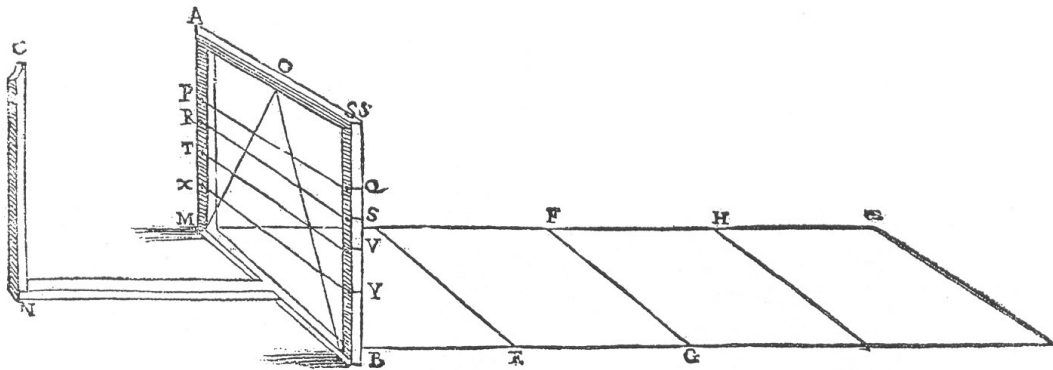


Fig. 45

Utilizando hilos (fig. 45) y mirando desde C, se han hecho coincidir los hilos M-O y B-O con las dos rectas paralelas entre sí y contenidas en el plano, con dirección paralela a la distancia principal C-O. Con este montaje se demuestra que el punto de fuga de estas rectas es O, o sea, es el punto de fuga de la recta que va desde el punto de vista C al plano del cuadro, comprobándose el paralelismo de C-O con las rectas paralelas contenidas en el plano geométral.

También, y mirando desde C, se han hecho coincidir los hilos X-Y, T-V, R-S, P-Q, con las rectas del plano geométral equidistantes entre sí y paralelas al plano del cuadro. Se puede observar que los hilos y estas rectas del plano geométral son paralelas a la línea de tierra M-B. Y, por último, se comprueba también el acortamiento progresivo, según la distancia, de los intervalos entre las rectas proyectadas en el plano, como también de las longitudes de estos segmentos.

#### *Determinación de los puntos de fuga.*

En la enseñanza de la perspectiva cónica, se le ha de dar una gran importancia que el alumno comprenda la importancia de los puntos de fuga y cómo determinarlos. Naturalmente, en los programas educativos se deberá de comenzar por temas básicos y previos como el conocimiento y denominación de los elementos de la perspectiva. Pero después, de un modo empírico, deberán de realizarse explicaciones teóricas y prácticas con el material didáctico desarrollado en esta investigación para que el alumno comprenda la cuestión de los puntos de fuga, antes de continuar con otros contenidos.

Por lo cual habrá que realizar las actividades docentes para que el alumno pueda observar el paralelismo que existe entre el rayo visual que determina el punto de fuga, y el haz de rectas de la realidad que al proyectarse en el plano concurren a este punto. Esto ya se puede ver en la figura 45, cuando la distancia principal determina el punto

principal, a donde concurren (o fugan) el haz de rectas perpendiculares al plano del cuadro. Lo mismo ocurre en la figura siguiente.

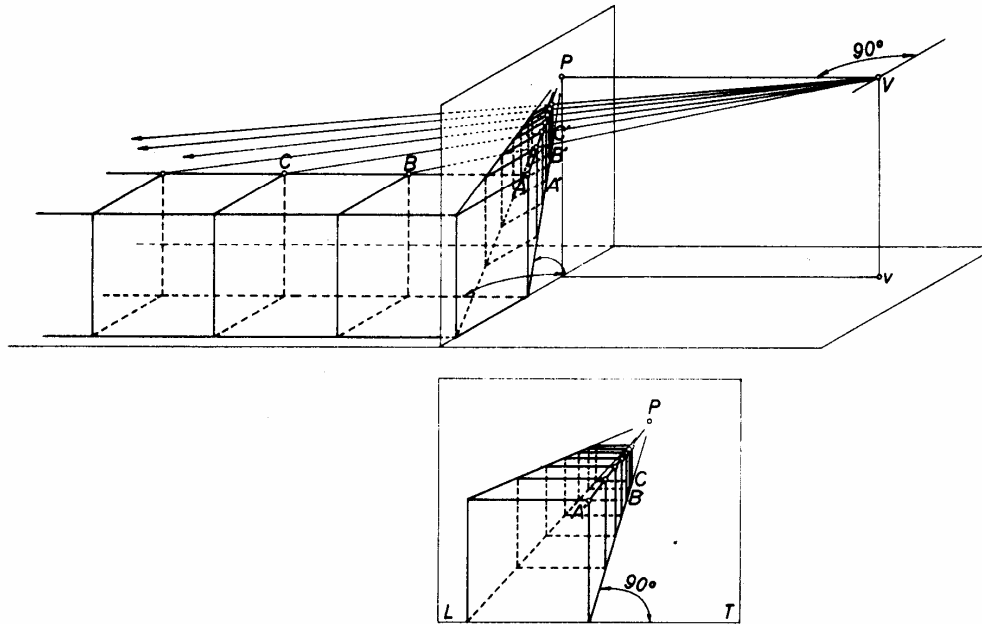


Fig. 46

En la figura 46 se han colocado una serie infinita de cubos colocados uno detrás de otros siguiendo una dirección perpendicular al plano del cuadro. Por lo cual sus aristas están alineadas en cuatro rectas, también perpendiculares al plano del cuadro, una de las cuales tiene marcados los vértices con A, B, C...

Al proyectarse esta sucesión infinita de puntos, sus aristas concurren al punto de fuga P. El punto de fuga P está determinado por la recta también perpendicular al plano del cuadro que pasa por V. Los rayos visuales (o proyectantes) V-B, V-C... conforme se van trazando, se van acercando cada vez más a posiciones cercanas a P, cuanto más alejados están los vértices de los cubos, hasta llegar a pasar por P para los cubos idealmente ubicados en el infinito.

En esta figura 46 se puede observar el paralelismo que existe entre el rayo visual que determina el punto de fuga P, y el haz de rectas paralelas entre sí y perpendiculares al plano del cuadro, que al proyectarse concurren al punto P.

Este paralelismo se estudia en primer lugar en la denominada perspectiva cónica frontal porque es la que primero se estudia y suele comprenderse relativamente bien, ya que es muy fácil observar el ángulo de 90° entre V-P y el plano de desvanecimiento, como también el ángulo de 90° entre la línea de tierra u las rectas correspondientes a las aristas de los cubos.

Pero cuando se trata de direcciones no perpendiculares al plano del cuadro, suele haber más dificultades para observar este paralelismo. Por lo cual se continúa estudiando la cuestión del paralelismo con otro ángulo relativamente fácil de ver,

aunque no tanto como el de  $90^\circ$ . Se trata del ángulo de  $45^\circ$  que se utiliza para medir las profundidades en perspectiva cónica frontal.

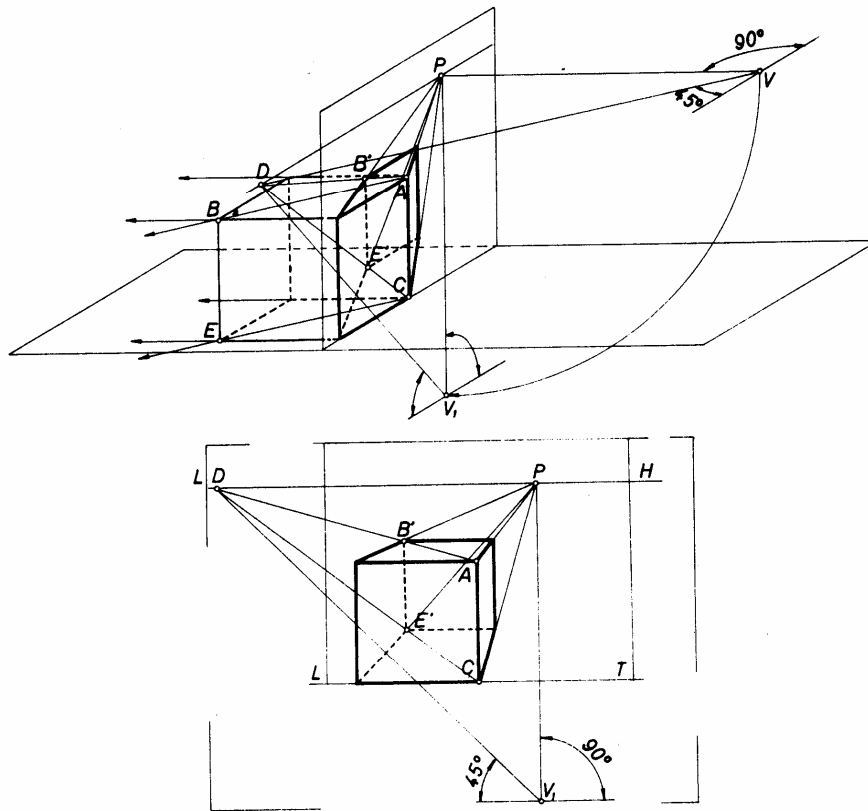


Fig. 47

El ángulo de  $45^\circ$  que se forma entre la recta V-D y el plano de desvanecimiento es igual que el ángulo de la diagonal de la base del cubo. Luego hay un paralelismo entre la recta V-D y la diagonal de la cara horizontal del cubo. Por lo tanto el rayo V-D es paralelo al haz de rectas que al proyectarse fugan a D. Mediante el punto D se pueden medir las profundidades de las rectas que fugan a P, del mismo modo que se determinan las profundidades de los vértices B y E.

Los puntos V-P-D definen el plano de horizonte (o plano visual principal) que a su vez define la línea de horizonte, la cual es una recta de fuga en donde están todos los puntos de fuga de las rectas paralelas al plano de horizonte.

A la hora de realizar los trazados, el plano de horizonte se abate sobre el plano del cuadro, hacia arriba o (como en la figura 47) hacia abajo, como si la línea de horizonte fuese una charnela. En este abatimiento, el punto V describe en el espacio un arco que acaba en V1. Esto es necesario para que todos los elementos geométricos que hay que manejar en el trazado, estén en el plano correspondiente a la superficie del papel del dibujo. Así, cuando se observa de frente el plano del cuadro, en realidad se trabaja sobre dos planos superpuestos: uno, el que contiene las rectas del plano de horizonte y, otro, el que contiene las proyecciones.

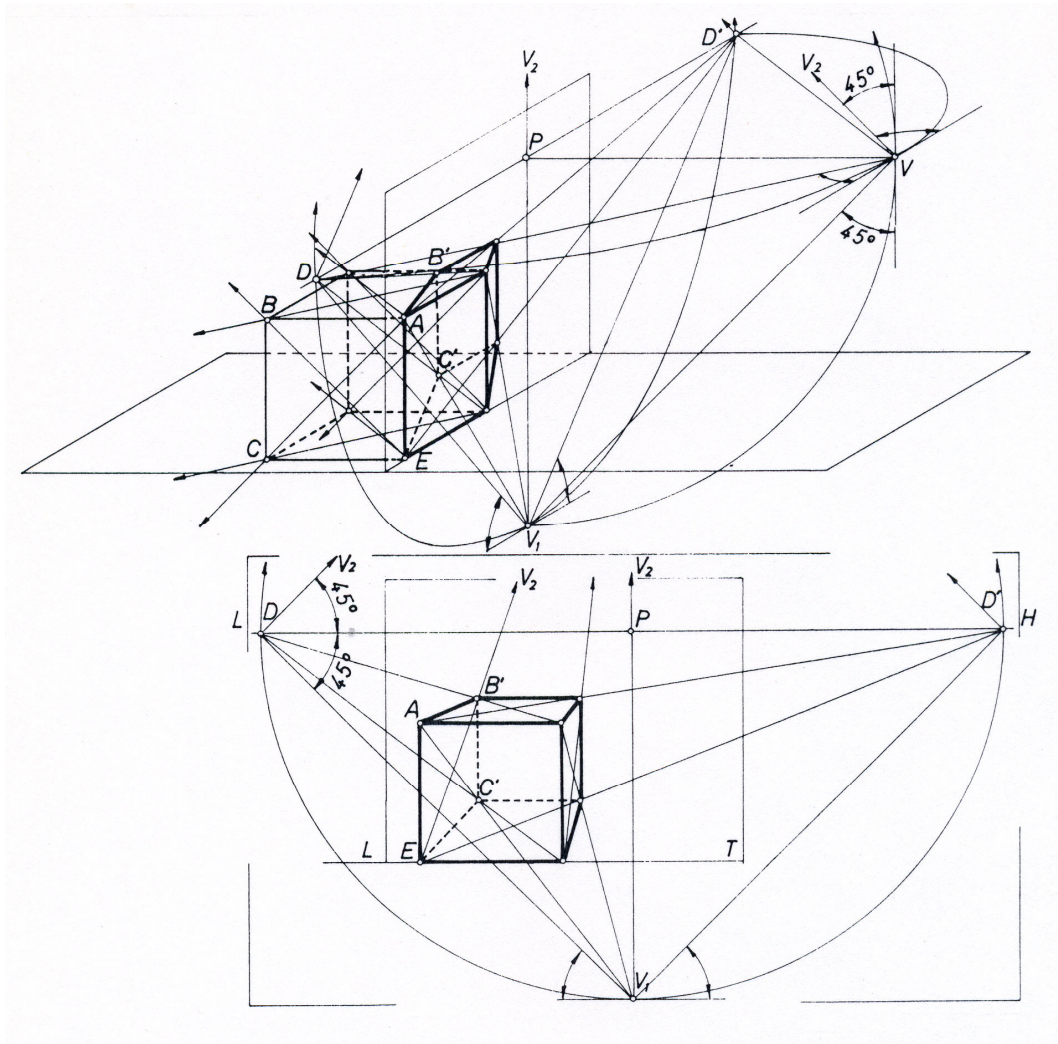


Fig. 48

La figura 48 es semejante a la anterior, a diferencia de que se le han ampliado las direcciones de las rectas a representar. Las caras horizontales del cubo también tienen las diagonales en dirección a la derecha, y su punto de fuga para representarlas en el plano del cuadro, lo determina la recta  $V-D'$ .

También las caras verticales del cubo tienen diagonales hacia abajo que forman  $45^\circ$  con el plano de proyección. También el punto de fuga para representarlas en el plano de proyección, lo define la recta  $V-D_1$ . Lo mismo ocurre con las diagonales hacia arriba, que su punto de fuga también lo determina el rayo de fuga  $V-V_2$ . El punto  $V_2$  no está en área de trazado del dibujo.

El plano de horizonte se abate conteniendo los puntos  $V-D-P-D'$ , en donde se hallan los ángulos de  $45^\circ$  de los puntos de fuga  $D$  y  $D'$ . Estos puntos se pueden hallar con el arco con centro en  $P$  y el radio de la distancia principal.

También se abate el plano principal (el plano visual vertical que contiene V-P) que es perpendicular al plano de proyección y al geometral. Su traza con el plano de proyección pasa por los puntos V1-P-V2. Tomando esta traza como charnela, se abate el plano principal sobre el plano de proyección, con lo cual se puede considerar que se tienen tres planos superpuestos: el plano de proyección, el de horizonte y el principal. En este último plano abatido se trazan los arcos y los ángulos de 45° que definen V1 y V2, que son los puntos de fuga de las diagonales laterales del cubo, hacia abajo y hacia arriba respectivamente.

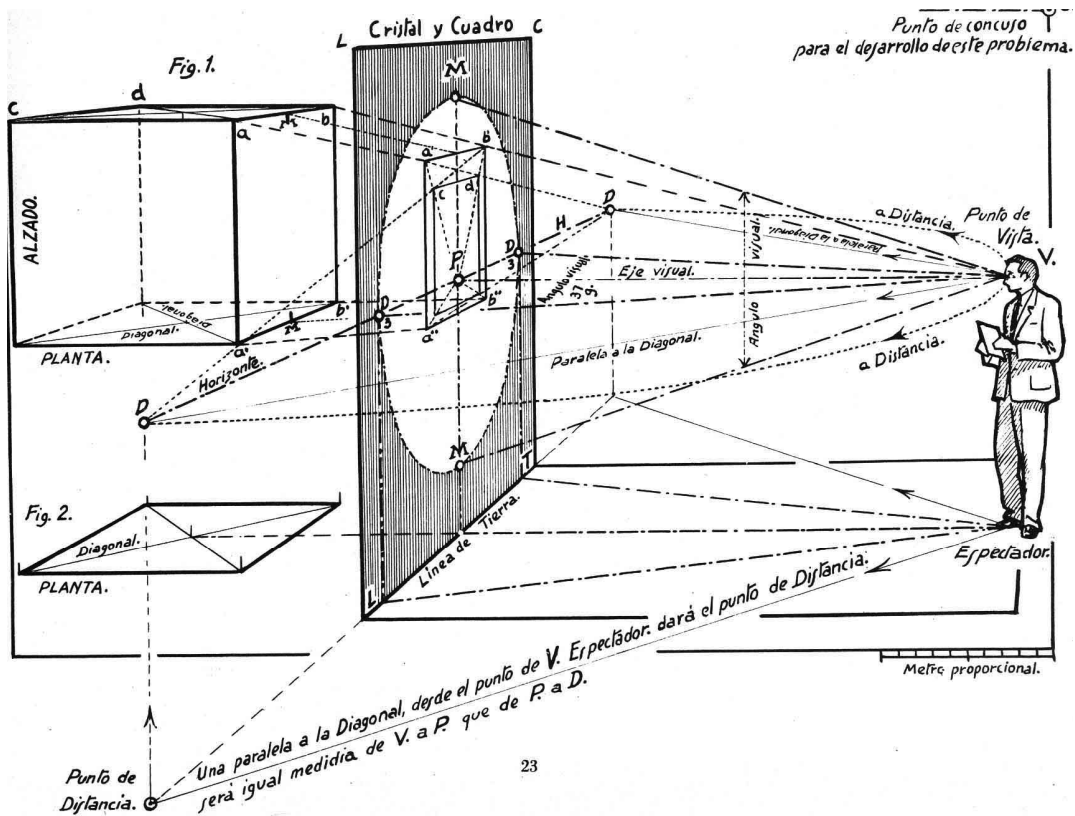


Fig. 49

En la figura 49 se observa también el paralelismo al que se alude en las dos figuras anteriores, proyectado en el plano geometral. La recta que va desde los pies del espectador (proyección de V en el plano geometral) hasta la proyección de D en el mismo plan, es paralela a la diagonal de la planta del cubo en el plano geometral. Lo mismo ocurre con la diagonal orientada al lado contrario.

E igualmente, como se ha visto ya en las figuras anteriores, hay un paralelismo entre la recta correspondiente a la distancia principal (eje visual) con las aristas del cubo que son perpendiculares al plano del cuadro. Por lo tanto la proyección de estas aristas tiene su punto de fuga en P.

Esta figura contiene el cono de visión, con un ángulo visual adecuado para que no haya demasiadas deformaciones en la figura representada, si no se mira desde el punto de vista. Si se mira desde el punto de vista no habría deformaciones.

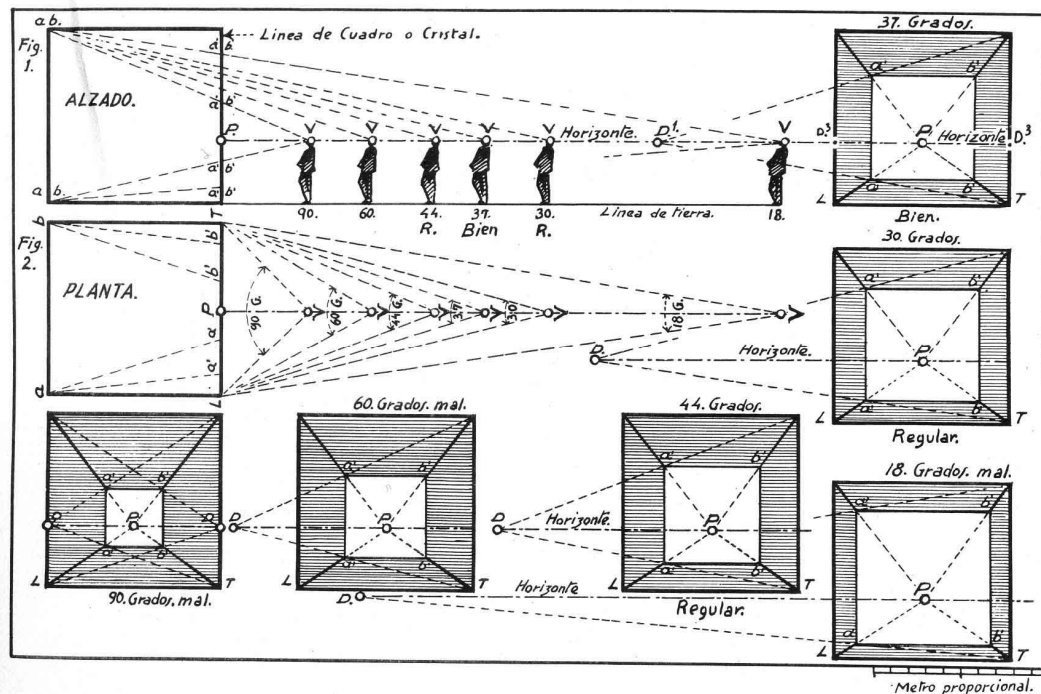


Fig. 50

La distancia principal es variable, y en la misma proporción también varía la distancia entre P y D. En la figura 50 se pueden ver las variaciones de las proyecciones del interior de un cubo, según las diferentes distancias del punto de vista. Se puede ver que cuanto mayor es la distancia del espectador, más separados están P y D, y más se igualan las magnitudes entre la pared de atrás y la de delante. Si el espectador se alejara indefinidamente (supuestamente, hasta el infinito) entonces se llegaría a la “visión cilíndrica”, parecido a las vistas tomadas con la cámara de vídeo con teleobjetivo.

Hasta ahora solamente se han visto puntos de fuga utilizados en la denominada perspectiva cónica frontal. En ella se utilizan como mínimo los de fuga P y D. P se utiliza como punto de fuga para las rectas perpendiculares al plano del cuadro sin importar su cota. D se utiliza como punto métrico o punto medidor de las profundidades de las rectas que fugan a P. También se utiliza D para trazar cualquier recta con dirección de  $45^\circ$  sin importar su cota o distancia.

Se puede utilizar D y D' para efectuar estas operaciones tanto al lado izquierdo como a la derecha. También se han utilizado puntos de fuga V y V1, dentro de la línea de fuga vertical que pasa por P, correspondiente al plano principal; son puntos de fuga fuera de la línea de horizonte.

En el caso de estar colocada la figura con caras oblicuas al plano del cuadro, se hallan otros puntos de fuga que se van a denominar con M y N, más los puntos medidores o puntos métricos m, n.

También se pueden utilizar otros puntos de fuga en la línea de horizonte, como B que es la bisectriz del ángulo recto, a donde fugan las diagonales de la base del cubo, y sirve para efectuar determinadas mediciones. Si la recta a representar no es paralela al plano geométral, entonces tiene su punto de fuga fuera de la línea de horizonte. En todos los casos hay procedimientos para conseguir el paralelismo de las rectas características que dan el punto de fuga.

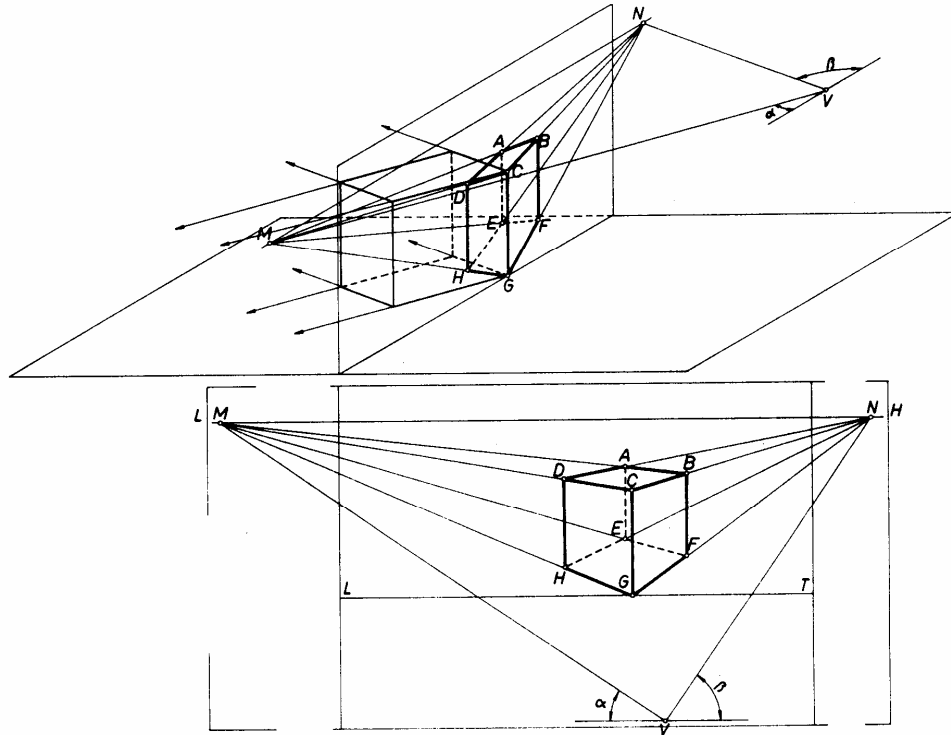


Fig. 51

Cuando el objeto a representar tiene aristas oblicuas con el plano del cuadro (fig. 51), necesita un punto de fuga para cada una de las direcciones de aristas. El cuerpo que se va a proyectar tiene caras laterales oblicuas al plano del cuadro, orientadas unas a la derecha del dibujo con un ángulo  $\beta$ , y a la izquierda con el ángulo  $\alpha$ .

Para hallar los puntos de fuga de las aristas con dirección  $\alpha$  y  $\beta$  se abate el plano de horizonte y desde V se traza la recta con el ángulo  $\alpha$ , que da el punto M. Igualmente se hace con el ángulo  $\beta$ , desde V se dibuja la recta, con este ángulo, que da el punto N.

En el dibujo superior de la figura 51, se puede comprobar el paralelismo que existe entre la recta V-M y las aristas oblicuas de la cara del cubo, de ángulo  $\beta$ . Igualmente se puede comprobar el paralelismo entre la recta V-N y las aristas de las caras con dirección  $\alpha$ .

El cubo de vértices ABCDEFGH, no tiene ninguna cara paralela al plano de proyección, pero sí las aristas verticales son paralelas con el plano de proyección; la arista C-G esta contenida en él. Por lo cual desde esta arista se pueden trazar las aristas del cubo que van a fugar a los puntos M y N respectivamente.

Pero con estos puntos no se pueden determinar los demás vértices del cubo, solamente se pueden trazar estas direcciones. Para poder medir las profundidades de las aristas se necesita disponer de los denominados puntos métricos o puntos medidores, entre cuyas funciones, la más importante es la de medir longitudes en las rectas que, en este caso, fugan a M y a N. En la figura siguiente se representa un dibujo como el anterior, al que se le añaden los elementos necesarios para hallar estos puntos.

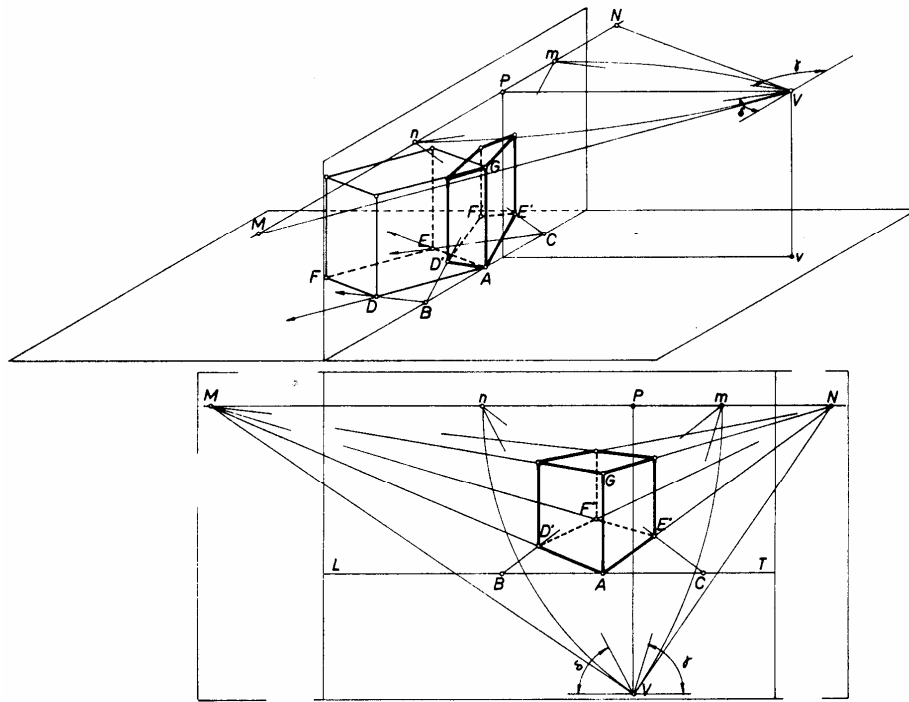


Fig. 52

Las rectas B-D y C-E (fig. 52) tienen la dirección adecuada para llevar los lados del cubo A-B y A-C desde la línea de tierra hasta la arista que se ha de medir. Para poder realizar estos trazos, primero hay que averiguar el punto de fuga para estas rectas.

Para lo cual hay que hallar los puntos de fuga de las rectas indicadas. Se hace del siguiente modo: si con radio M-V se traza un arco, se halla el punto m; la recta V-m forma un ángulo  $\chi$  (gamma) con el plano de desvanecimiento que es la dirección de la recta B-D, o sea, que la recta V-m es paralela a la B-D.

Se forman dos triángulos semejantes opuestos: uno formado por los vértices A-B-D y otro por los vértices M-V-m. Son paralelos los lados de un triángulo con los correspondientes del otro; así, es paralelo el lado B-A con el M-m, el lado A-D con el M-V, y el lado B-D con el V-m.

Como se puede comprobar existe un paralelismo entre la recta característica V-m y las líneas que fugan al punto m. De esta manera se puede medir en las rectas concurrentes a M. De igual manera, con ángulo  $\delta$ , también se halla el punto de fuga para efectuar las operaciones de medida en las rectas que fugan a N.

Con los puntos métricos (m, n) se pueden determinar los demás vértices del cubo. Primero se hallan D y E mediante las rectas concurrentes a m y n respectivamente. Luego, desde D se traza la recta a N que se corta con la otra que va de E a M. Así se tiene ya la base; después se trazan las rectas verticales G-N y G-M.



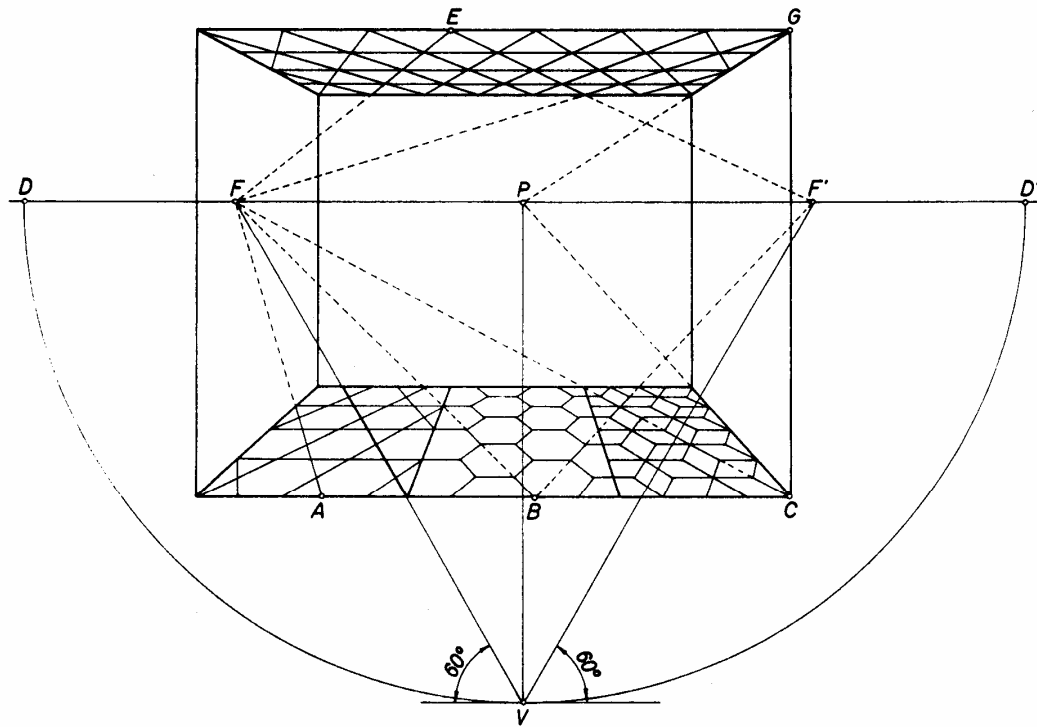


Fig. 53

En la figura 53 se han utilizado los puntos de fuga F y F' que, como se puede ver en el plano de horizonte abatido, forman con el plano de desvanecimiento un ángulo de  $60^\circ$ . Esto significa que las rectas concurrentes a estos puntos de fuga, forman  $60^\circ$  con el plano del cuadro y, por tanto, con la línea de tierra.

De este modo se pueden realizar directamente en el pavimento, diferentes diseños de embaldosados en donde las formas estén integradas en una retícula de triángulos equiláteros, al tener este triángulo todos sus ángulos de  $60^\circ$ .

Las rectas visuales que sirven para hallar un determinado punto de fuga se van a denominar *rectas características* para diferenciarlas de las otras rectas visuales.

## METODOLOGIA PEDAGOGICA EN PERSPECTIVA CONICA

En este trabajo, al adoptar los recursos pedagógicos para la enseñanza de la perspectiva cónica, se pretende mantener una concepción unitaria en la metodología didáctica que se ha ido desarrollando en los sistemas de proyección cilíndricos. En el modo de contemplar las proyecciones o representaciones como “sombra” y como “vista”, se han añadido las experiencias (no docentes sino de ámbito experimental) en forma de proyección luminosa en la cámara oscura.

El estudio y las explicaciones con cámara oscura presentan inconvenientes a la hora de exponerlas en el ámbito docente por sus dificultades de luminosidad, el espacio reducido para la observación y otros problemas. No obstante se ha constatado el interés pedagógico de estas proyecciones. Además de su interés para el estudio geométrico de la perspectiva cónica, el estudio de estas proyecciones también interesa para la formación general del alumno que tendrá un concepto más completo de lo que es la visión, la fotografía y la proyección cónica.

### **Metodología e investigación.**

Los trabajos realizados en perspectiva cónica, como cuando se realizaron los de proyección cilíndrica, han pasado por varias etapas coincidentes con las actividades del grupo de investigación en donde se han realizado dos proyectos de innovación docente para la enseñanza de los sistemas de representación. También se ha seguido un proceso selectivo para escoger, por ensayo y error, en sucesivas fases, aquellas estrategias didácticas más adecuadas a la enseñanza de la perspectiva cónica.

En perspectiva cónica también se utiliza el material formado por las maquetas especiales, con los problemas ya indicados de manipulación y espacio, así como el software que en parte solventa estos problemas y aporta recursos nuevos. Pero en estas enseñanzas, a primera vista, parecería que con este material son muy dirigidas y controladas por el profesor, ya que por medios externos a la clase resulta difícil un trabajo autónomo del alumno. Pero no es así puesto que todo este trabajo va precisamente dirigido a generar instrumentos y recursos para permitir posteriormente y a corto plazo esta autonomía del alumnado.

Un trabajo autónomo del alumno no significa, ni mucho menos, que no tenga que participar en clase. Habrá clases teóricas y teórico-prácticas en donde está indicado este material con el que se pretende ofrecer una enseñanza de calidad en la cual se facilite la comprensión de los conceptos fundamentales de estas enseñanzas, en este caso de la perspectiva cónica. Con esta base, el trabajo autónomo del alumnado viene después, tanto para completar estudios teóricos como en la aplicación práctica de los conceptos fundamentales asimilados en clase. La autonomía del alumno se practica en clase a la hora de optar por contenidos y procedimientos operativos, y también fuera del horario de clases presenciales, entre otras causas, porque no hay tiempo suficiente en el horario escolar.

### **Concepción didáctica unitaria.**

La perspectiva cónica presenta importantes diferencias respecto a los sistemas de proyección cilíndricos, tanto en sus características como en sus métodos pedagógicos. La perspectiva cónica se caracteriza porque el centro de proyección es finito y las formas o cuerpos geométricos representados experimentan grandes transformaciones por las reducciones que experimentan por el efecto del alejamiento. No ocurre esto en las proyecciones cilíndricas que conservan el paralelismo de los elementos que en realidad son paralelos. En perspectiva cónica se representan elementos del infinito como los puntos y las líneas de fuga. Se da un conflicto entre lo que se conoce de los objetos y lo que se proyecta en el plano, y otras características que hacen diferente al sistema cónico.

Desde su faceta pedagógica, los medios didácticos desarrollados para los sistemas de representación cilíndricos, están basados en la explicación de las proyecciones como sombras, por un lado, y como vistas, por otro. Pero en la perspectiva cónica en la que el plano de proyección generalmente se considera una “ventana abierta” al mundo, observado desde el punto de vista, se han encontrado dificultades para una aplicación simple y directa del método de “sombras” y de “vistas”. No obstante se ha procurado aplicar un paralelismo o seguimiento semejante en el desarrollo de recursos didácticos propios de la proyección cónica. Seguidamente se exponen las soluciones que se adoptan.

Los problemas o contenidos a estudiar se tratan previamente en el espacio real, para después proyectarlos en perspectiva cónica; así, se perciben los objetos en el espacio tridimensional, los cuales pueden ser tratados como entidades diferentes y en forma de proyecciones en el plano del cuadro.

En el espacio real, como con las maquetas especiales de los sistemas cilíndricos, se dispone de un material tangible consistente en tres dispositivos, de diseños diferentes, con superficies planas para efectuar las representaciones que tienen lugar en el plano del cuadro. También se utilizan, como contenidos, las mismas figuras tangibles de alambre y opacas utilizadas en las proyecciones cilíndricas. Estos objetos se sitúan y estudian directamente relacionados con el plano del cuadro a fin de diferenciar claramente entre el objeto real y la proyección en ese plano.

En las sesiones docentes se maneja este material de manera que el alumno comprenda las características y el funcionamiento del sistema de proyección cónico. Esta comprensión se facilita por la comparación que se hace entre el espacio real y el espacio plano representado de modo simultáneo.

#### *Representaciones como sombras.*

Como se ha dicho, se pretende aplicar una concepción pedagógica unitaria con los sistemas de proyección cilíndricos. Entonces y en primer lugar, el modo en que se han de producir las representaciones deberá de ser por sombras. El centro de proyección va a ser una fuente de iluminación pequeña en su tamaño para que se parezca lo máximo posible a un punto pero potente en luminosidad. En lugar de utilizar un plano transparente, se va a utilizar un plano opaco y blanco.

Pero entonces los objetos reales solamente pueden estar situados en el espacio intermedio, es decir, delante del plano del cuadro para que proyecten sus sombras en el plano de proyección. Esta situación es menos usual, sobre todo en los métodos operativos en lo que se utilizan preferentemente los puntos de fuga. No obstante, durante los ensayos, se ha visto el gran interés pedagógico que poseen las proyecciones con sombras.

#### *Representaciones con la cámara oscura.*

En un intento de efectuar proyecciones cónicas utilizando la luz como generador de las proyecciones, se pensó en la cámara oscura por los buenos resultados que se obtuvieron años atrás con la cámara estenopeica. La cámara de estenope no es eficaz para este estudio porque la imagen es muy poco luminosa y habría que recurrir a la fotografía, lo cual, como ya se sabía de antes, es lento y engorroso. Por lo cual se ha recurrido a la cámara oscura con lente que, por su mayor luminosidad, proporciona las imágenes directamente, permitiendo encuadres directos. También con este medio se puede diferenciar entre el objeto real y el objeto representado, viéndose cómo las secuencias de un determinado estudio evolucionan simultáneamente; lo cual permite establecer vínculos directos entre realidad y representación, para ver similitudes y diferencias.

#### *Representaciones como vistas.*

En las representaciones como vistas se han encontrado dificultades para aplicar los mismos recursos didácticos que los empleados en las proyecciones cónicas. En principio, la solución más inmediata sería la misma que se ha adoptado en las proyecciones cilíndricas ortogonales, es decir: colocar el objetivo de la cámara en el centro de proyección. Así, se pensó, se proyectaría en la pantalla, con la ayuda del cañón, la vista de la cámara, y el alumno observaría también la figura real. Pero esto no es tan simple y los ensayos no dieron resultados satisfactorios. Lo cual no significa que esta vía no sea válida, quizá no se ha investigado lo suficiente y no se ha efectuado la financiación suficiente. Las dificultades han sido varias y de naturaleza diferente. Se van a citar algunas. La cámara es de objetivo intercambiable, a la que se le dotó de un objetivo gran angular pero no abarca los  $100^\circ$  del ángulo de visión que se necesitarían para incluir los puntos de fuga. Además de otros problemas de ubicación del material didáctico.

Al final la solución adoptada ha sido la de utilizar el plano transparente con las figuras reales que se observan desde el punto de vista. Las proyecciones se realizan trazando directamente sobre el plano del cuadro, al modo que se ve en ilustraciones como las de Durero. A partir de aquí, se ha desarrollado una didáctica especial para este medio, mediante la cual el alumno llega a comprender empíricamente los fundamentos del sistema cónico.

## MATERIAL Y RECURSOS DIDACTICOS

Parte del material didáctico que se emplea en las actividades didácticas de perspectiva cónica, también se ha utilizado en los sistemas cilíndricos. Pero se ha construido para la proyección cónica un material especial. Se utiliza en el aula con una metodología específica según las imágenes que a continuación se exponen.

### **Representaciones como sombras.**

En la perspectiva cónica se utiliza un material con el que se generan sombras como medio para producir proyecciones. Se utiliza como centro de proyección una fuente de iluminación consistente en una luz halógena, la cual tiene un filamento pequeño y brillante que da sombras relativamente bien definidas.

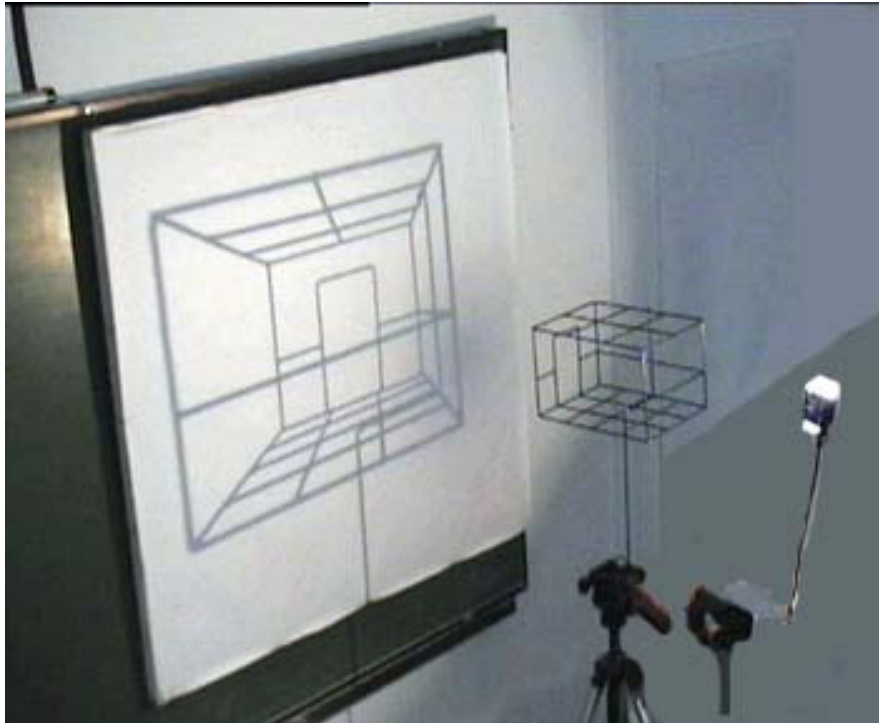


Fig. 54

El objeto de alambre es la maqueta de una habitación con el techo y el suelo cuadriculados simulando baldosas o paneles. La luz da una imagen relativamente bien definida en donde se ve muy claramente los tres elementos fundamentales en la proyección central o cónica: el centro de proyección (luminoso), el objeto real, y la representación en el plano de proyección.

La habitación está necesariamente situada en el espacio intermedio, si se quiere que se produzca la proyección, lo cual no es un inconveniente porque el aprovechamiento didáctico se produce en estas condiciones.

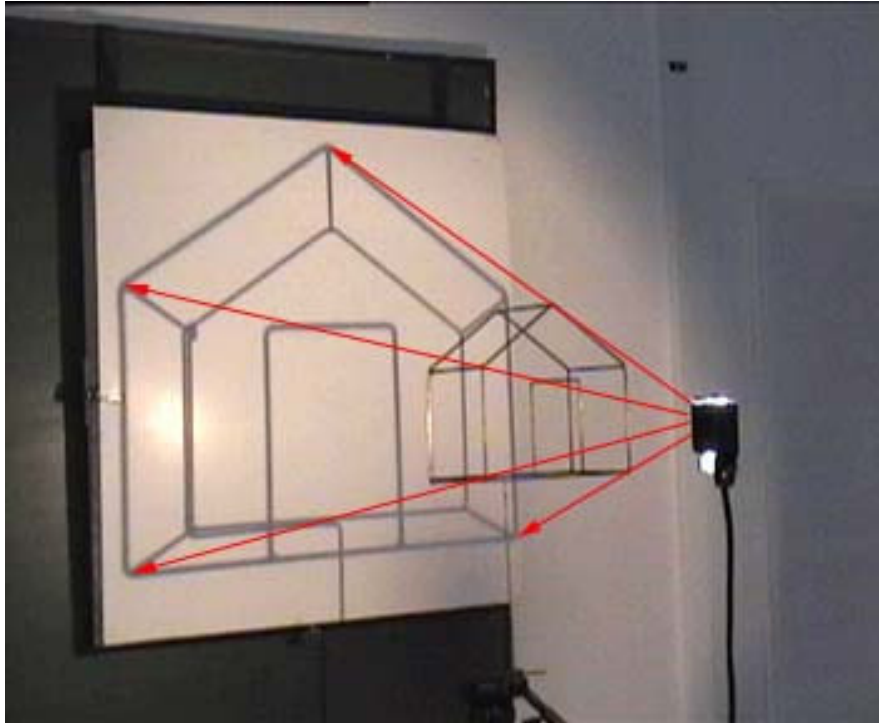


Fig. 55

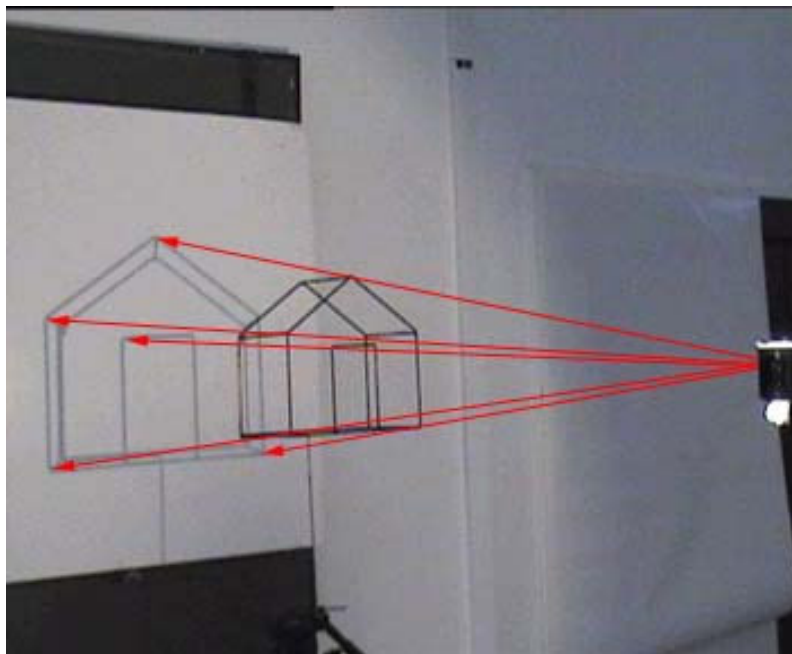
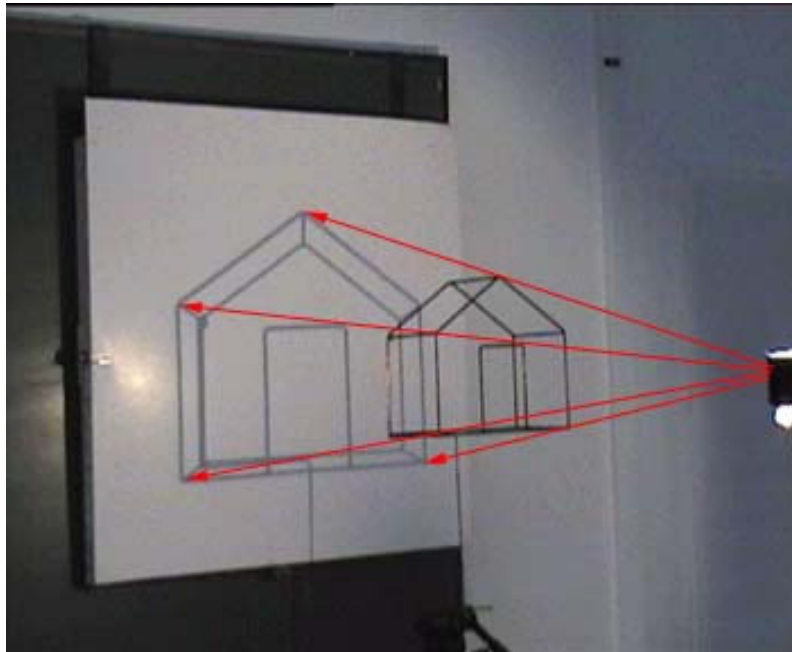
En la figura 55 se pueden ver los rayos de luz (semejantes a los rayos visuales) que producen la sombra en proyección cónica. Cuando el centro de proyección (la luz) está cerca del plano de proyección, se puede colocar una varilla, en el lugar de estas flechas rojas, para que los alumnos puedan comprender la proyección; después no es necesario colocar más estas varillas porque se comprende fácilmente que están alineados el centro de proyección, el vértice de la casa y su correspondiente sombra.

Con este montaje, se les hace ver a los alumnos (a) que la sombra tiene un tamaño mayor que la figura real, la casa de alambre (b) que la pared de atrás de la casa se ve más pequeña que la que está delante, por estar más lejos del centro de proyección, (c) que al estar tan cerca la luz, hay mucha diferencia entre el tamaño de las paredes delantera y trasera. También se les dice que la sombra sería la visión que un espectador tendría si su ojo estuviese en el lugar de la luz, y se les invita a que se imaginen qué verían si ellos mismos se colocasen a mirar en el lugar de la lámpara, sobre todo cuando se inician los movimientos de los elementos que se explican en las figuras siguientes.

En las figuras 56 y 57, la fuente de luz se aleja para observar los cambios que se producen. Esta manera de presentar la perspectiva cónica tiene la ventaja de que todos los alumnos del aula pueden presenciar los cambios que se producen. La perspectiva cónica también se estudia utilizando un plano de proyección transparente sobre el que se dibuja con rotulador las proyecciones de objetos observados desde un punto de vista.

Pero si se hubiese utilizado el plano de proyección transparente (que se utilizará más adelante) solamente podría observar estos cambios, en la proyección o visión, la única persona que esté mirando desde el punto de vista. Con la luz móvil, la sombra cambia directamente con el movimiento, mientras que si se dibuja en el plano de

proyección transparente, los cambios tardan mucho tiempo en poder ser observados y las comparaciones entre unas proyecciones y las anteriores o posteriores no se pueden efectuar con la claridad que se hace con sombras transformables y móviles.



Figuras 56 y 57

En las figuras 55, 56 y 57 se observa cómo al separar la lámpara se cierra el haz de rayos de luz, disminuyendo su ángulo y reduciendo el tamaño de la proyección. También disminuye la diferencia de tamaño entre la pared de la casa que está delante con la de atrás. En la figura 55 una arista delantera supera a la de atrás casi en  $1/3$  mientras que en la figura 57 solamente la supera en  $1/10$  aproximadamente.

Y si la lámpara siguiera separándose esta diferencia acabaría desapareciendo cuando la luz llegase, idealmente, a una distancia infinitamente grande. A efectos prácticos, con unos 10 metros de distancia del foco de luz, ya se confunden las sombras de los alambres delanteros con los traseros, como puede verse en la siguiente figura.

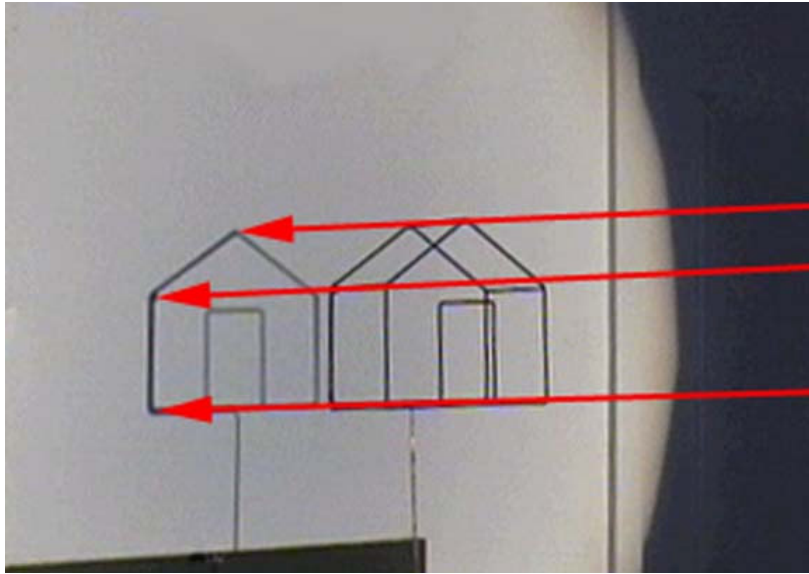


Fig. 58

En la figura 58 se ha alejado tanto la lámpara, que se confunde la proyección de los alambres de la pared delantera con la de la trasera. En realidad se utiliza el proyector de luz destinado a las proyecciones “cilíndricas”, ya que la utilizada en las fotos anteriores no daría una sombra suficientemente visible.

En estos montajes se utilizan dos trípodes fotográficos. Uno de ellos sostiene la figura de alambre y el otro la lámpara. Ambos trípodes pueden efectuar todos los movimientos que se necesiten. Tanto la figura de alambre como la lámpara, pueden separarse más o menos del plano de proyección, moviendo el trípode, así como también pueden desplazarse de izquierda a derecho, buscando la posición más adecuada para la visualización conveniente en cada caso. También pueden subir o bajar por medio del mecanismo telescópico y de cremallera, haciendo girar la correspondiente manivela. La figura de alambre, puede girar alrededor del eje vertical para que se proyecte frontalmente o, también, oblicuamente para así efectuar sombras equivalentes a la perspectiva cónica frontal o a la perspectiva cónica oblicua; incluso se puede girar la figura para inclinar este eje vertical y producir sombras con tres puntos de fuga fundamentales, como si la figura se viese desde arriba o desde abajo. Los mecanismos de giro de un trípode fotográfico admiten todos estos movimientos.

Después se explica el paralelismo que existe entre el haz de rectas que se representan concurrentes a un punto de fuga, y la *recta característica* (1) que partiendo del punto de luz, da ese mismo punto de fuga. Para demostrar este paralelismo, se realizan movimientos y giros con la figura real, de alambre, en las figuras siguientes.

(1) Villanueva Bartrina, Ll. *Perspectiva lineal. Su relación con la fotografía*. pp.39. UPC



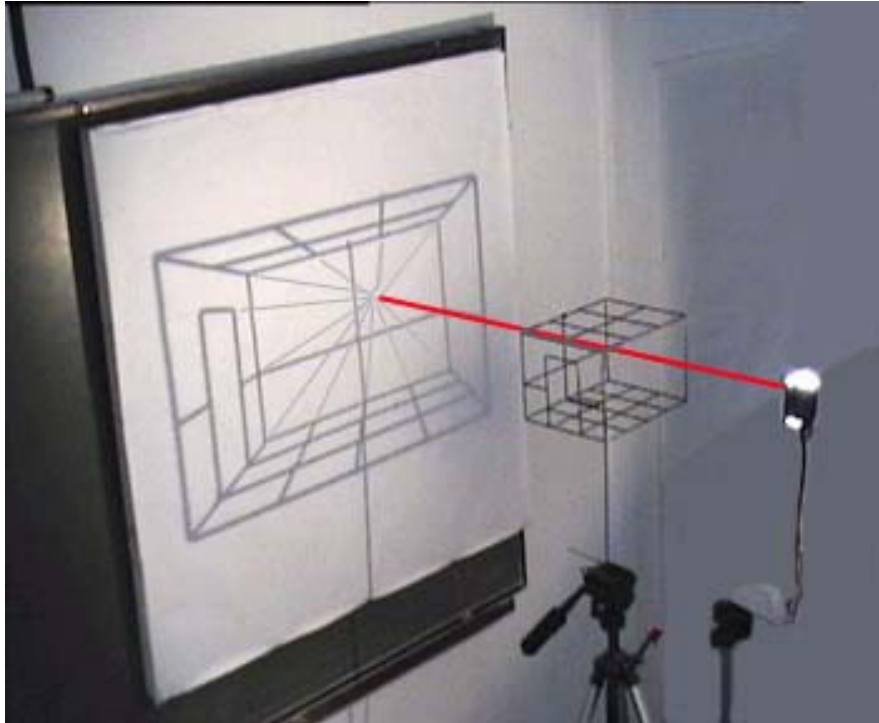


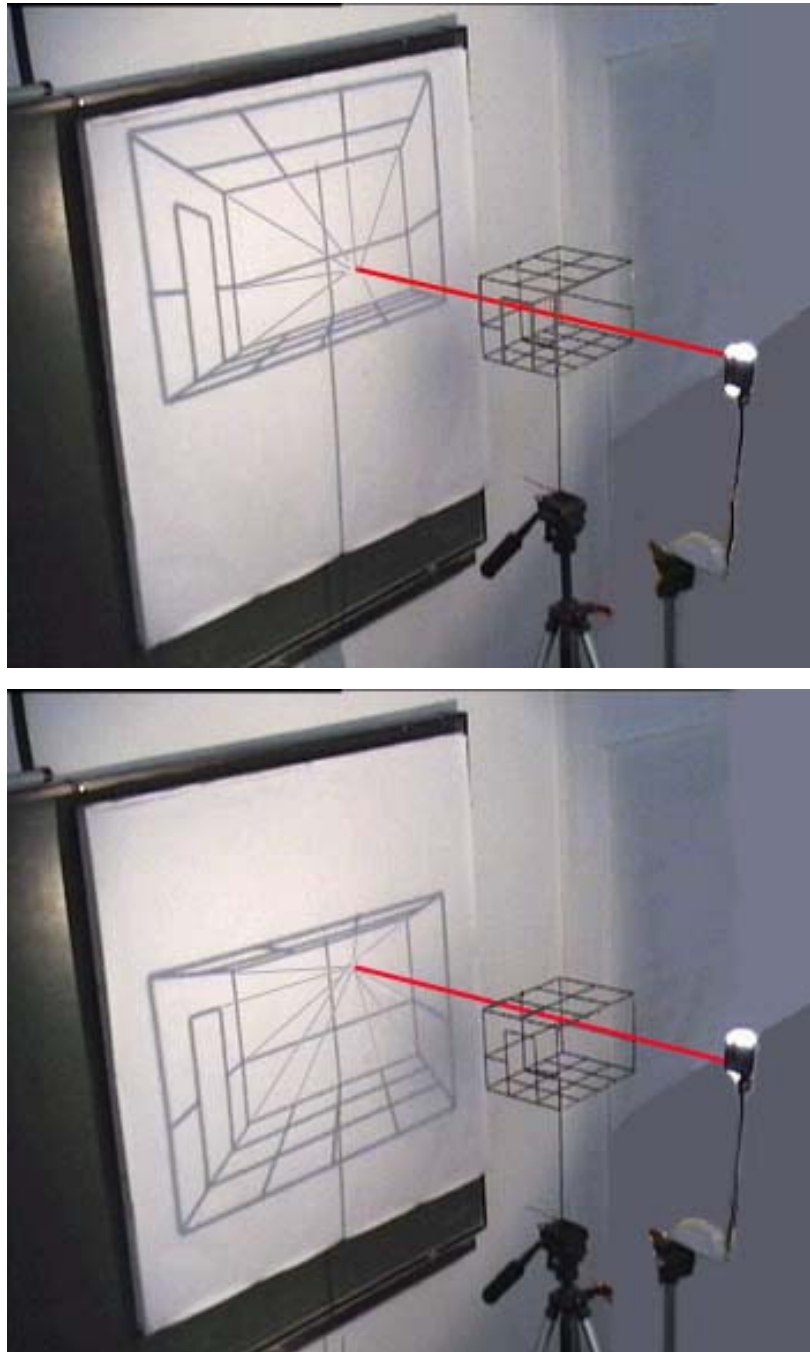
Fig. 59

En la figura 59, dos caras de la maqueta están de frente, o sea, paralelas al plano de proyección; por lo tanto las aristas perpendiculares al plano de proyección fugan en el punto dado por la línea roja, paralela al haz de rectas perpendiculares a dicho plano. Lo importante es que el alumno comprenda el paralelismo de la *recta característica*.

Y se comprende mejor con estos medios que con el empleo del plano transparente, como ya se ha dicho, referente a otra situación de aprendizaje. Durante estas explicaciones, el plano de proyección es un tablero con papel intercambiable sobre el que se puede dibujar. Con una regla y un lápiz, o rotulador no demasiado oscuro, el profesor puede prolongar las aristas que fugan al punto de fuga. Seguidamente se le hace ver al alumnado que todas las rectas que en “los alambres” son perpendiculares al plano de proyección, en la sombra concurren en el mismo punto de fuga; también se hace ver que los alambres paralelos a la pantalla, lo son también en la sombra.

Con esto ya comprenden, o mejor, ven, que estas rectas, que son paralelas en la realidad, en el dibujo fugan a un punto. En términos pedagógicos se está produciendo algo importante, y es que el alumno estudia la figura real a la vez que su sombra, sabiendo ya que los dibujos que después tendrá que trazar se corresponden con las sombras que está estudiando. Incluso se les puede decir que después van a hacer un dibujo de sombras porque la realidad tangible (las figuras de alambre) no las van a manipular sino que las han de imaginar, y habrán de deducir, también imaginando, las sombras que han de dibujar.

De la misma manera, observan el paralelismo que existe entre el haz de rectas que al proyectarse concurren al punto de fuga, y la recta característica que partiendo del punto de luz, da ese mismo punto de fuga.



Figuras 60 y 61

Girando la manivela del trípode que soporta la maqueta de alambre (fig. 60 y 61), se hace subir o bajar para que el alumno comprenda que el punto de fuga no cambia respecto a la posición anterior o posterior. Con esto se hace ver que el punto de fuga depende de las direcciones de las líneas que se van a representar.

En todos los casos (figuras 59, 60 y 61) se utiliza una varilla de madera que va desde el punto de luz hasta punto de fuga. Se coloca las veces necesarias para que el

alumno vea el paralelismo que hay entre la varilla y el haz de segmentos o alambres que van hacia atrás, perpendiculares al plano de proyección.

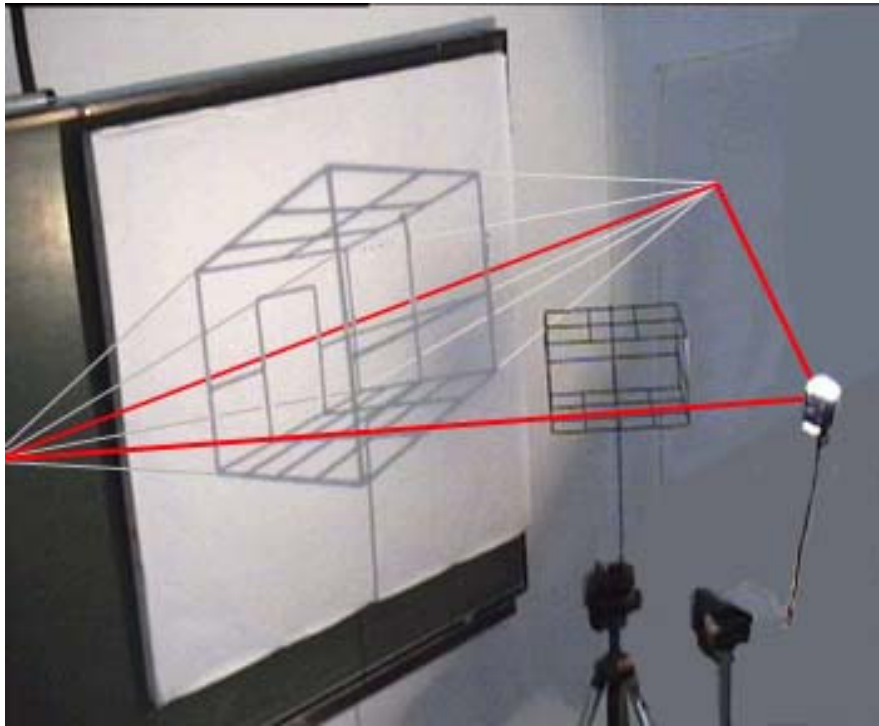


Fig. 62

En la figura 62, las caras de la maqueta están oblicuas con el plano de proyección, como las aristas o alambres paralelos o contenidos en dichas caras. Al trazar manualmente las prolongaciones de estas aristas o segmentos, se ven que las orientadas hacia la derecha concurren a un solo punto de fuga e, igualmente ocurre con las orientadas a la izquierda. Por estos puntos pasa la línea de horizonte.

Desde las sesiones anteriores (figuras 59, 60 y 61) el alumno ya entiende que las líneas paralelas entre sí en la maqueta concurren al mismo punto de fuga, tanto las orientadas hacia la derecha como a la izquierda. Entonces se les hace ver que todas las direcciones de rectas que no son paralelas al plano de proyección tienen puntos de fuga; y que esos puntos de fuga están al final de la varilla (roja en la foto) que va desde la lámpara y con dirección paralela a los alambres que proyectan su sombra.

Se emplea un léxico acorde con el instrumental que se emplea (lámpara, alambre, pantalla, sombra, varilla, etc.) cuya existencia y funciones acaban siendo conocidas, y que se traducen fácilmente en sus equivalentes geométricos, dedicándole su tiempo de explicación para conceptualizar estos elementos geométricos: centro de proyección o punto de vista, segmento, plano de proyección, etc.

Aún no se debe de hablar de los puntos métricos, ni de la línea de tierra, ni del plano geometral, ni de ninguno de los demás elementos de la perspectiva cónica. Ahora se habla de la proyección central o cónica para entender el fenómeno del “paralelismo”. Ni siquiera habría que haber nombrado la línea de horizonte, pero su existencia es muy asumible y la horizontalidad que esta línea aporta ayuda a situar y percibir la escena.

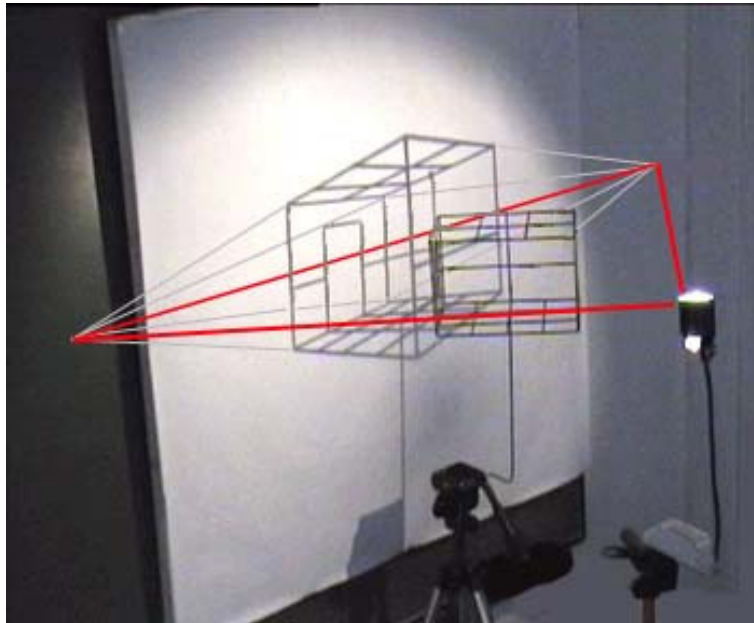


Fig. 63

Después se efectúan cambios en la figura real para extraer constantes y observar los fenómenos comunes a pesar de los movimientos de giros, desplazamientos, etc. a que se les somete a los elementos de este conjunto.

En la figura 63, se ha acercado la maqueta a la pantalla. Se ve que su sombra a disminuido de tamaño y, también, que los puntos de fuga están más próximos. A los alumnos se les hace ver que los ángulos de la maqueta son de  $90^\circ$  y que las varillas (líneas rojas) también conservan el ángulo de  $90^\circ$ . También que la maqueta ha girado, y los puntos de fuga se han adaptado al giro, etc., etc.

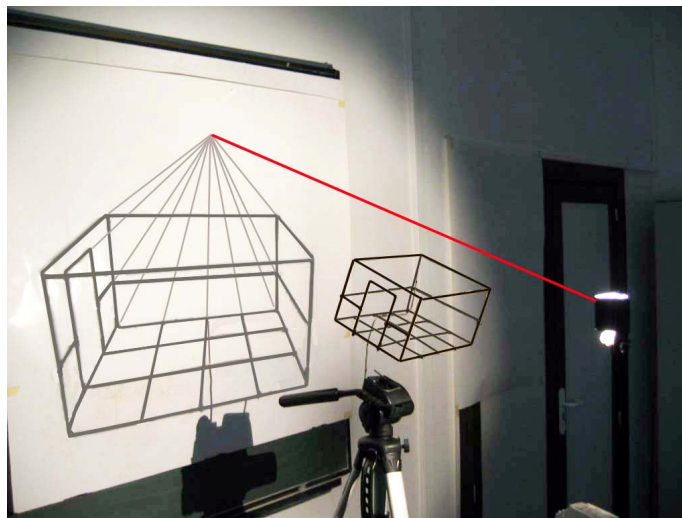


Fig. 64

El punto de fuga puede estar por encima de la línea de horizonte (fig. 64) si la maqueta de la habitación gira hacia adelante. Se observa el fenómeno del “paralelismo”.

Efectivamente, la línea roja que da el punto de fuga, es la *recta característica* paralela a los segmentos de rectas cuyas sombras concurren a este punto. También habría que hablar del punto de fuga de las aristas perpendiculares al suelo, el cual no se puede hallar por falta de espacio de trazado.

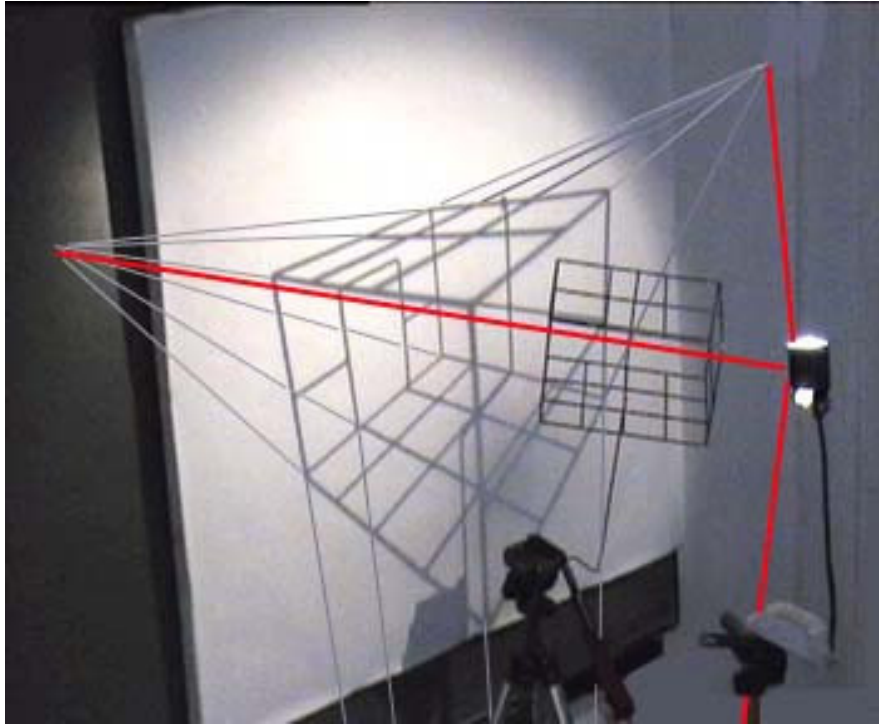


Fig. 65

Y por último en la figura 65 se ha realizado un doble giro a partir de la figura inicial, en donde uno de los puntos de fuga no se puede hallar porque está fuera de la pantalla de proyección.

En términos pedagógicos se produce una situación en la cual el alumno estudia la figura real a la vez que su sombra, sabiendo ya que los dibujos que después tendrá que trazar se corresponden con las sombras que está estudiando. Incluso se les puede decir que después van a hacer un “dibujo de sombras” porque la realidad tangible (las figuras de alambre) no las van a manipular sino que las han de imaginar, y habrán de deducir, también imaginando, las sombras que han de dibujar. Lo cual se consigue porque las experiencias visuales de estas sesiones no se olvidan, a juzgar por la trayectoria observada en el alumnado, sino que quedan memorizadas y dispuestas para ser invocadas y aplicadas en un trabajo ya más autónomo, cuando a solas se enfrente con sus trazados.

Este no es el método perspectivo que habitualmente va a practicar el alumno. No lo es, en primer lugar, porque las figuras van a estar situadas, mayoritariamente, en el espacio real, o sea, detrás del plano del cuadro transparente; además de que faltan muchos elementos de la perspectiva cónica que más tarde se incorporarán. Pero de estas experiencias los alumnos se han formado importantes conceptos sobre la proyección cónica, sobre todo, el paralelismo de la recta característica.

### **Representaciones con la cámara oscura.**

En las actividades docentes habituales no se ha utilizado la cámara oscura como tal, es decir, con una caja con estenope u objetivo con lente que produce proyecciones cónicas, aunque se ha tratado teóricamente. Esta cámara, por los problemas propios de visualización, no resulta tan eficaz como los materiales reales y tangibles hasta ahora utilizados. Pero sí resulta interesante la cámara oscura virtual, diseñada como imagen sintetizada por ordenador y presentada como un vídeo cuyos contenidos pueden ser observados por los alumnos presentes en el aula, cada cual desde su sitio.

Por lo cual en este apartado solamente se va a tratar de pasada algunas experiencias preparatorias para el diseño del software informático que se expondrá en un apartado posterior.



Fig. 66

Esta foto (fig. 66) está realizada con cámara estenopeica directamente sobre papel fotográfico. Por lo cual, al revelarlo aparece en negativo. Esta foto tiene el tamaño

real del papel, aproximadamente. La caja que se ha utilizado de cámara oscura es simplemente un envase de cartón con el interior pintado de negro mate o cubierto de cartulina negra para evitar reflejos de luz. El estenope tiene el diámetro de la punta de una aguja de coser y se ha hecho sobre una lámina de aluminio para evitar que el orificio sea tubular.



Fig. 66 bis

En la figura 66 bis se expone la imagen positivada con software infográfico. Como se puede ver, la imagen es una proyección cónica. Tiene defectos de varios tipos; por ejemplo, cuando el papel se colocó dentro de la cámara oscura puede que tuviese algún tipo de curvatura que habrá distorsionado la imagen. Aparte de esto, a la derecha de la imagen se ve que se coló un pequeño rayo de luz; las manchas pueden estar producidas por no haber limpiado suficientemente los líquidos del revelado fotográfico o, también, puede que no haya estado esta hoja bien conservada. Pero lo importante es ver que se ha producido una proyección cónica sin los defectos de las lentes, es decir, que el enfoque de la imagen es la misma independientemente de las distancias a que se

encuentren los objetos; aunque la cuestión del enfoque ya casi no es problema con la mayor sensibilidad de las cámaras digitales que deben de usar un objetivo de un diámetro muy pequeño que hace que la profundidad del campo de enfoque sea mucho mayor.

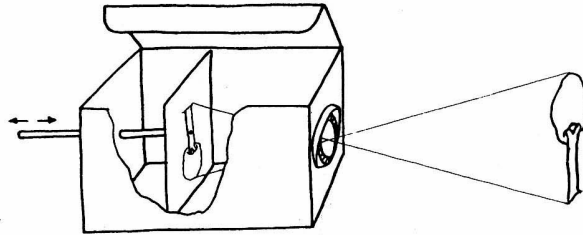


Fig. 67

También se han realizado experiencias una cámara oscura. Es de construcción casera, con una caja de cartón a la que se le puede levantar la tapa para ver la imagen proyectada en su interior. El objetivo es la lente de una lupa al que se le ha dado el aspecto de un ojo de gran tamaño. Está sirviendo de juguete y/o material didáctico, pero no se ha utilizado para el estudio de la proyección cónica; sin embargo ha despertado el interés en este tipo de proyección para ser utilizado para estudiar también la cuestión del paralelismo entre el haz de rectas cuyas proyecciones concurren a un punto de fuga, y la recta característica que define dicho punto.

### **Representaciones como vistas.**

Se utiliza un plano transparente de material plástico en donde se dibujan las proyecciones de los objetos reales observados desde el punto de vista. Los objetos que se proyectan se sitúan detrás del plano de proyección, aunque también podría situarse delante, es decir, en el espacio intermedio. Las proyecciones se efectúan trazando, lo que se ve desde el punto de vista, directamente sobre el plano del cuadro.

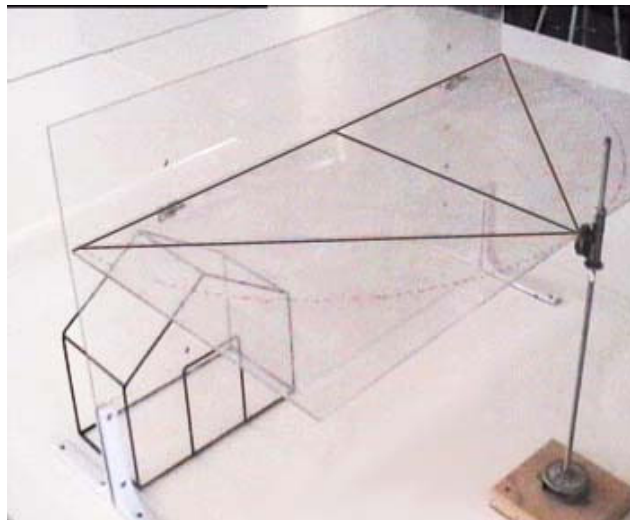


Fig. 68



En la foto de la figura 68 se ve el plano del cuadro que se sostiene verticalmente con dos escuadras en cada extremo. Para el plano de horizonte también se utilizan láminas transparentes abatibles hacia arriba o hacia abajo por medio de bisagras sujetas en el plano del cuadro con tornillos y palomillas. Dispone de varios niveles en la fijación de las bisagras para poder modificar la altura de este plano y, naturalmente, la del horizonte y la del punto de vista. La varilla vertical es un husillo de rosca de tornillo para variar la altura del punto de vista.

El plano de horizonte se sostiene por su peso en un soporte que hay en el punto de vista. El punto de vista es metálico de una circunferencia de unos 15 mm de diámetro para mirar a través de su hueco. Este plano de horizonte se desmonta (además de para guardarlo en un armario) para realizar proyecciones en donde no haya que utilizar puntos de fuga. Si hay que utilizar puntos de fuga, el plano de horizonte tiene dibujadas las *rectas características* para poder comprobar el paralelismo entre éstas y el haz de rectas cuyas proyecciones concurren al punto de fuga en cuestión. Se utiliza un plano de horizonte, como el de la figura 60, para representar cuerpos en perspectiva cónica frontal, y otro para perspectiva cónica oblicua; además se pueden trazar más rectas características de otras direcciones cuyos puntos de fuga están en el horizonte.

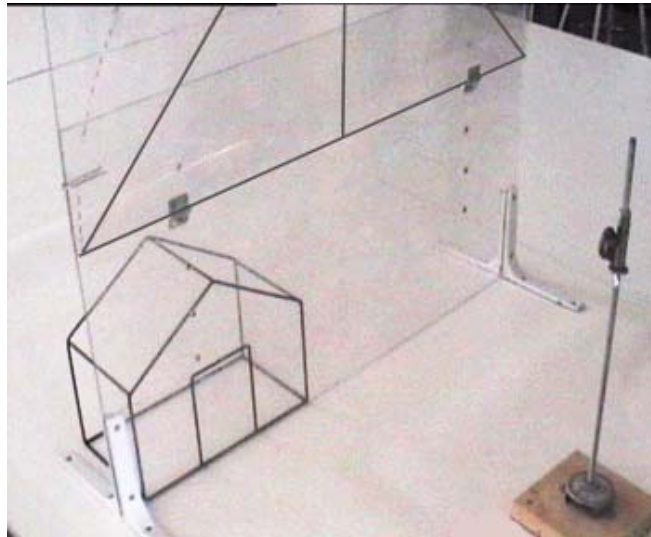


Fig. 69

El plano de horizonte se puede abatir sobre el plano geométral hacia arriba, como en la figura 69, o hacia abajo, pero por el modo en que se ha dispuesto sobre la mesa, tropieza en el plano geométral; no obstante, con una adaptación se podría abatir hacia abajo, para indicar al alumnado esta posibilidad, porque las escuadras que soportan este dispositivo no están atornilladas a la mesa, o sea, todo es móvil.

#### *Perspectiva cónica frontal.*

La casa es el objeto que se va a proyectar. Es de alambre para que se vean las aristas ocultas. Las proyecciones o vistas se dibujan con rotulador, mientras se está mirando a través del visor del punto de vista. Los trazos del rotulador se limpian con algún disolvente, por lo que estas láminas han perdido su brillo original; lo cual no es un inconveniente porque siguen siendo transparentes y se perciben mejor como planos.

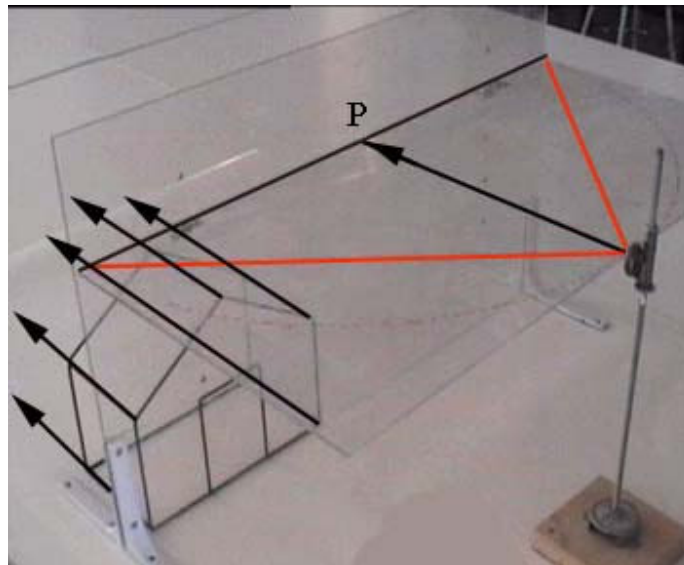


Fig. 70

Durante las explicaciones los alumnos se sitúan formando un círculo alrededor de la mesa en donde se desarrolla la sesión. Las explicaciones las pueden seguir desde cualquier punto de vista, incluso desde la otra cara del plano del cuadro, ya que es transparente. El objetivo más importante de la primera sesión didáctica, de esta materia, es que el alumno observe (fig. 70) el paralelismo que hay entre la recta correspondiente a la distancia principal (que da el punto P) y el haz de rectas (con flecha) cuya dirección es perpendicular al plano del cuadro.

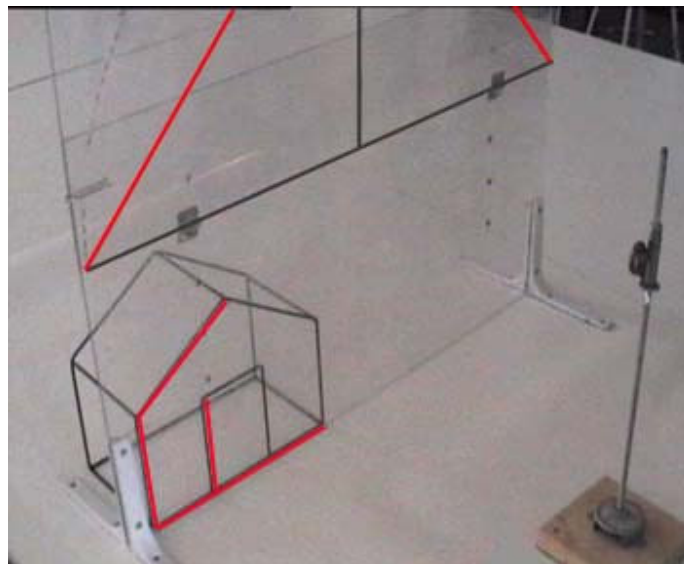


Fig. 71

La sesión comienza haciendo que los mismos alumnos tomen el rotulador y, uno a uno, vayan trazando (fig. 71) una parte (una o dos aristas) de la casa. Primero se trazan las aristas contenidas en el plano del cuadro.

Durante esta sesión, a los alumnos se les va haciendo ver que las aristas que están contenidas en el plano del cuadro tienen igual longitud que sus representaciones en dicho plano porque ocupan el mismo espacio (despreciando el grosor de la lámina del plano de unos 3 mm).

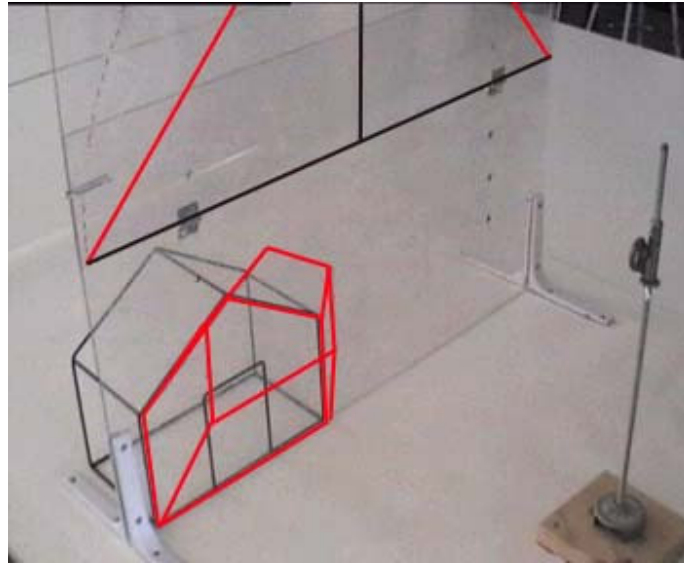


Fig. 72

Luego se explica al alumnado que cuanto más alejada está la arista, más pequeña se proyecta. Esto no hay que explicarlo con razonamientos geométricos sino que está ahí ya que es el propio alumno el que realiza los trazos. Naturalmente después se extraerán conclusiones con los fundamentos geométricos, pero entonces serán datos empíricos gracias a esta experiencia.

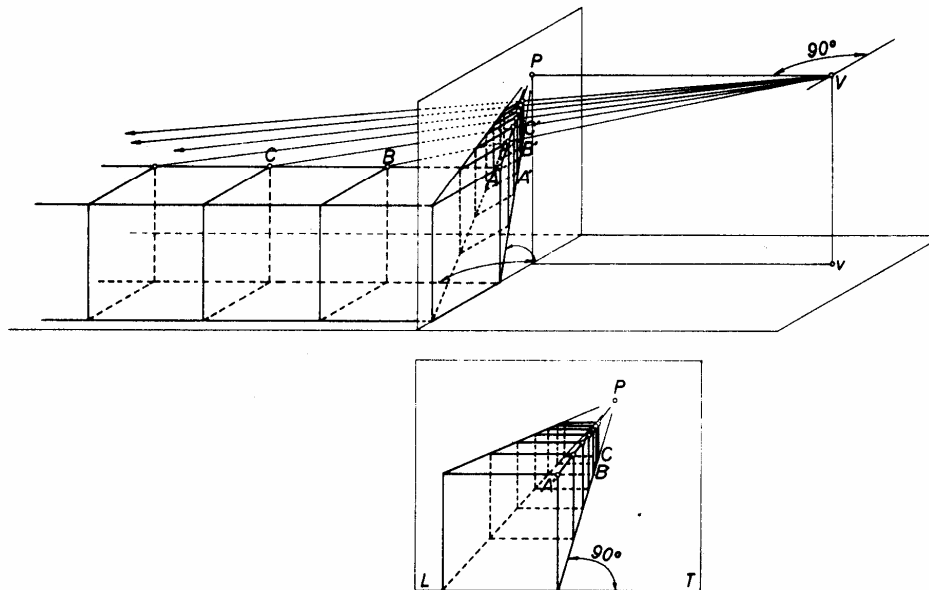


Fig. 73

Después corresponde estudiar cómo se hallan los puntos de fuga. Esta cuestión ya se trata en la primera unidad didáctica de la perspectiva cónica. Esta casa que se presenta es una de las figuras que se estudian y que se presenta aquí como un ejemplo cualquiera para utilizar este método didáctico.

Para entender el paralelismo entre la recta de la distancia principal y el haz de rectas que fugan al punto P se utiliza un cubo (fig. 73) de alambre. En esta sesión, previa a los demás trazados, participan todos los alumnos, ya que la cantidad de lados del cubo que hay que hacer es muy grande. Se empieza, trazando sobre el plano del cuadro el cubo que lo toca. Una vez terminado, se cambia la posición desplazando este cuerpo hacia atrás un espacio correspondiente a un lado. Al terminar de trazar las proyecciones de esta segunda posición del cubo, se desplaza otro espacio hacia atrás, siguiendo una recta guía trazada en el plano geométrico, hasta sucesivas posiciones, tal y como se ve en esta figura 73. Así, el alumno va entendiendo que los rayos visuales van tomando direcciones cada vez más cercanas a la perpendicular al plano del cuadro, cuanto más alejado esté el cubo; hasta que el supuesto cubo situado en el infinito coincide con la dirección de la *recta característica* que va desde el punto de vista hasta P, o sea, la recta de la distancia principal.

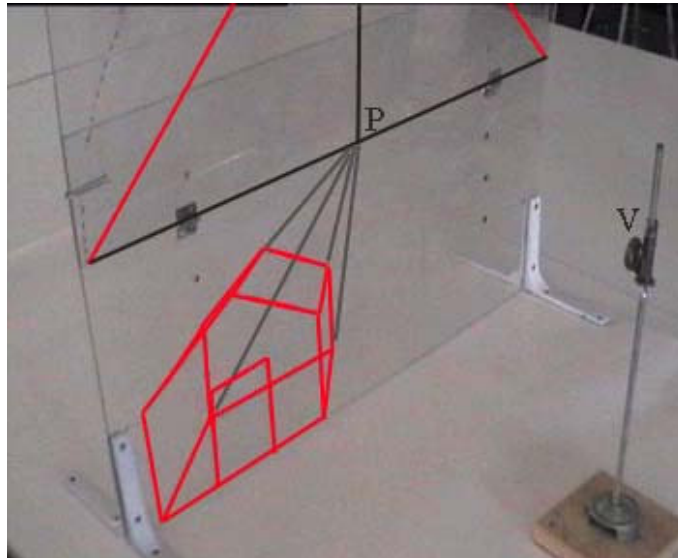


Fig. 74

Después se trazan las prolongaciones de las proyecciones de las aristas que van de delante hacia atrás, las cuales se dirigen a P, con lo que se demuestra que las rectas que en la realidad son perpendiculares al plano del cuadro, fugan al punto P, el cual es el punto de fuga porque ha sido definido por la recta característica que va de V a P.

En estas experiencias se utiliza escuadras para comprobar ángulos y la varilla de madera para definir en “el aire” los lugares por donde pasan las rectas características. Estas rectas características están dibujadas en el plano de horizonte, pero conviene también verlas directamente. Así, en la siguiente figura 74 se han marcado de azul los lugares de las rectas características correspondientes al punto P y, anticipando, la otra que determina el punto D, medidor de las rectas que fugan a P.

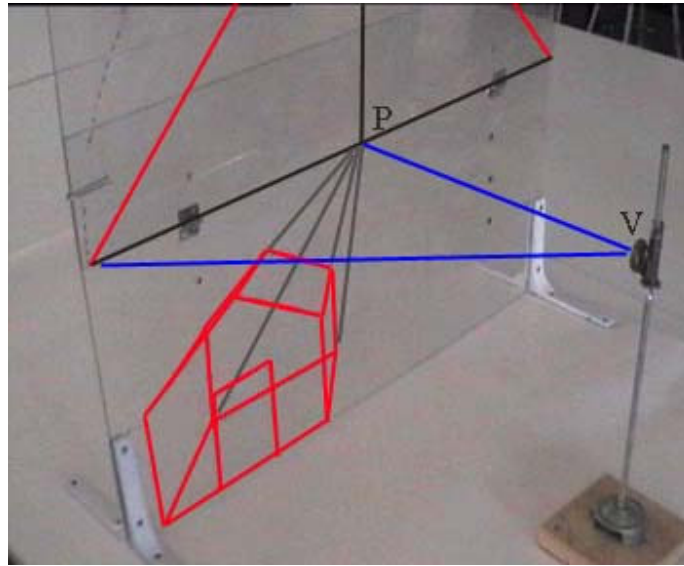


Fig. 75

En la figura 74 el plano de horizonte que contiene las *rectas características* está abatido sobre el plano del cuadro. No obstante, como se ha dicho, se introduce por el hueco del punto de vista una varilla para demostrar que la perpendicular al plano del cuadro va de V a P.

*Los puntos métricos o medidores.*

Ya se ha anticipado el trazado (fig. 75) de la recta característica que determina el punto medidor D. Esta es la primera operación que se hace, con este material tangible, para tratar la cuestión de los puntos medidores. Antes, en las experiencias de puntos de fuga por sombras y por el uso de la cámara estenopeica, no se ha tratado cómo se determinan tales puntos. Entonces lo que más importaba era que el alumno entendiera el paralelismo entre las rectas características y el haz de rectas correspondientes.

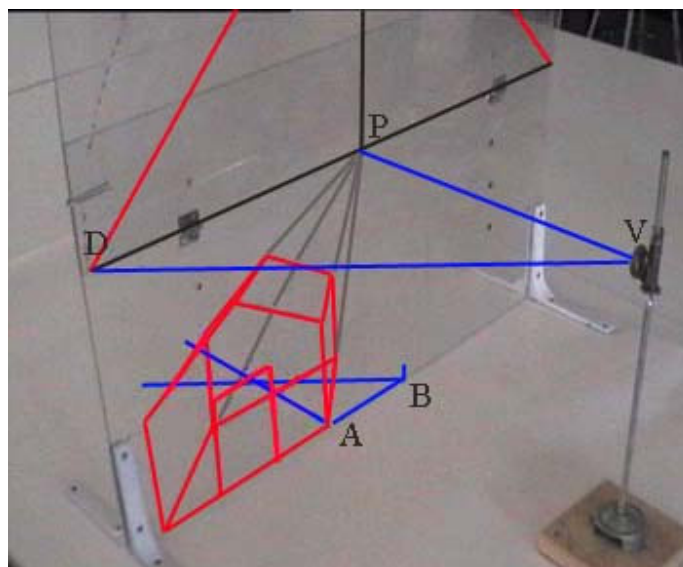


Fig. 76

Una vez que se han trazado con rotulador rojo las proyecciones de la casa, se va a proceder a demostrar que hay, al menos, otro método para trazar las proyecciones de la casa cuando ésta no esté físicamente ante el punto de vista, dicho de otro modo, cuando haya que dibujarla en la lámina de papel. Para ello hay que observar que...

La recta característica V-D forma  $45^\circ$  con el plano del cuadro (fig. 76), por lo tanto, concurrirán a D las proyecciones de las rectas que formen el mismo ángulo con el plano del cuadro. Para trazar la base de la casa, en el plano geométral se ha trazado la semirrecta A, perpendicular al plano del cuadro, en el lugar donde se encuentra la arista de la casa que hay que medir. La medida de esta arista se corresponde con el segmento A-B que se ha trazado en la línea de tierra. Si desde B se traza una semirrecta con un ángulo de  $45^\circ$ , ésta corta a la semirrecta de A con la misma longitud que A-B. En este punto estará la arista vertical de atrás. Ahora lo que hay que hacer es proyectar estas semirrectas en el plano de proyección.

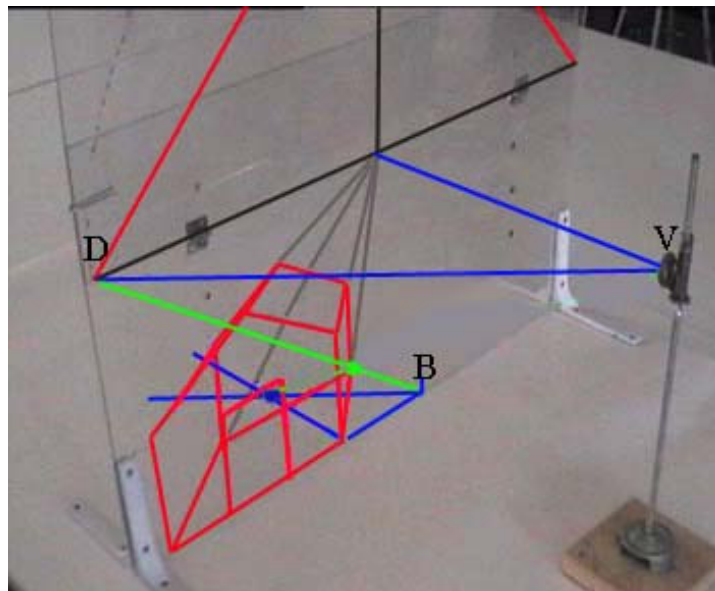


Fig. 77

En la figura 77 se ve cómo se efectúa esta proyección. Como se ha indicado antes, la recta característica V-D es paralela a la semirrecta de B, luego su proyección en el plano se realiza uniendo B con D, ya que a D concurren las proyecciones de las rectas paralelas a V-D.

De entre las características de estas actividades cabe comentar que se están manejando elementos reales y sus homólogos proyectados en el plano del cuadro, lo cual se deberá de tener en cuenta el alumno cuando trabaje autónomamente. También, que por razones didácticas, en estos trazados hay dos procesos: un proceso de trazado directo, es decir, mirando a través del punto de vista y “copiando” en el plano del cuadro lo que se ve; y otro proceso de trazado indirecto, o sea, que los trazados efectuados en el espacio real tridimensional, luego se reproducen en el espacio proyectado bidimensional.

Y hay un tercer proceso, no obligatorio pero conveniente, de verificación ya que con él los alumnos comprueban la veracidad del método. Es también, en cierto sentido,

dar más oportunidades para manejar y comprender las operaciones en el espacio real, cómo se proyecta en el plano de manera indirecta y volver a diferenciar entre espacio real y espacio proyectado.

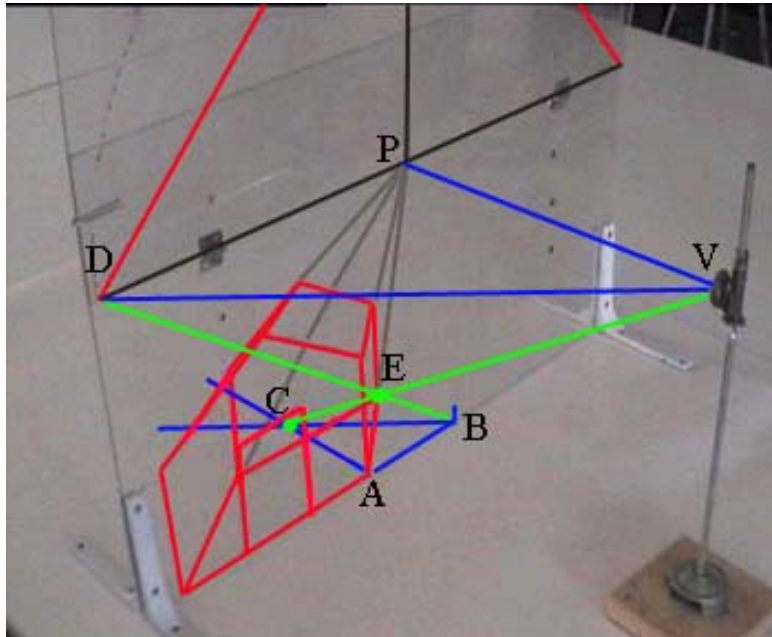


Fig. 78

La verificación (fig. 78) se efectúa simplemente mirando desde V para ver que el triángulo real A B C se confunde con el triángulo proyectado A E B. Se aprovecha para que el alumno entienda que el ángulo con vértice en A ( $C A B$ ) es de  $90^\circ$ , pero se proyecta con un ángulo mucho menor.

Después, se puede también realizar el proceso inverso: comenzar por las proyecciones en el plano, sin “calcar” mirando desde el punto de vista, y después colocar la casa en su lugar de observación, girada con los ángulos correspondientes, y verificar después mirando desde el punto de vista y ver las coincidencias.

Muchos trazados y verificaciones se hacen mirando por el punto de vista. Esto no se puede hacer sistemáticamente, por todos los alumnos, por un problema de tiempo; depende del tamaño del grupo. No obstante, en las primeras unidades didácticas sí vale la pena dedicarle tiempo a estas y otras observaciones para que se comprendan los fundamentos geométricos de este sistema de proyección. Después se podrá ir más rápido, cuando el alumno utilice su capacidad de deducción y sepa aplicar sus conocimientos eminentemente de origen visual, pero basado en conocimientos geométricos.

#### *Perspectiva cónica oblicua.*

Se utiliza el mismo material, con la diferencia de que el plano de horizonte debe de tener las rectas características con los ángulos adecuados a la figura que se va a proyectar. Como se dijo anteriormente, este plano de horizonte puede variar su cota coincidiendo con los taladros practicados a distintos niveles en el plano del cuadro. Se

utiliza un plano de horizonte distinto para no tener que borrar y volver a trazar los arcos que dan las rectas características, u otras trazadas directamente por ángulos.

Como se dijo al comenzar la perspectiva cónica frontal, uno de los objetivos más importantes es que el alumno comprenda, también en esta clase de perspectiva, el paralelismo entre las rectas características y el haz de rectas que concurren al punto definido por ella. Después deberá de comprender este paralelismo con las rectas características especiales para los puntos métricos, lo cual trae más dificultades. Sin embargo, lo que se pretende es que el alumno entienda que esta concepción de la perspectiva basada en el paralelismo de las rectas características, es la base en donde se asienta la perspectiva cónica de puntos de fuga. Una vez comprendidos los fundamentos en uno o dos casos (con los puntos P y D) solamente hay que enseñarles a aplicarlos a otros (M, N, m, n...).

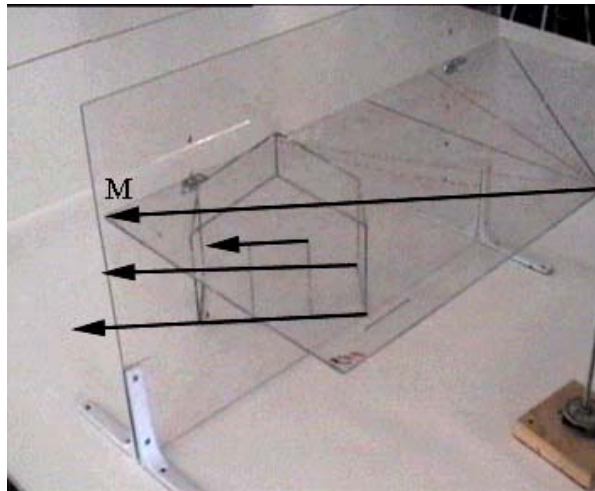


Fig. 79

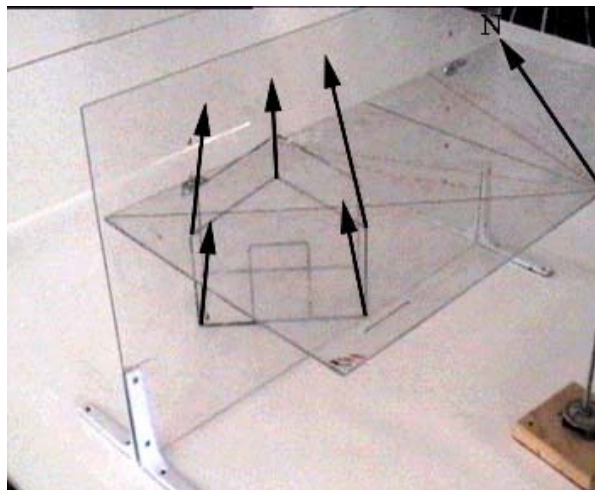


Fig. 80

Al comenzar (fig. 79 y 80) se empieza por hacer ver al alumnado que ha de haber un paralelismo entre las aristas o segmentos de la casa con las rectas



características. Las flechas que se han añadido a la foto se indican con varillas durante la explicación en clase. De aquí se deduce que las rectas paralelas a la flecha M, cuando se proyecten en el plano, concurrirán a M y, del mismo modo, las rectas paralelas a la flecha N.

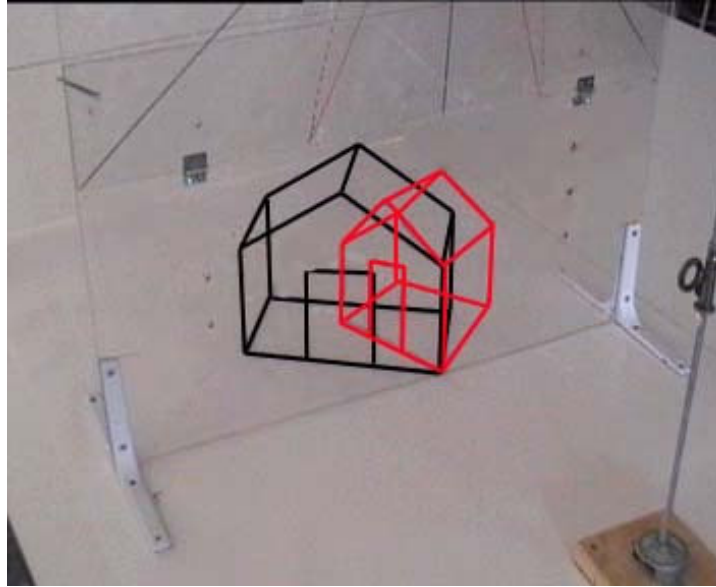


Fig. 81

También se empieza el dibujo (fig. 81) trazando sobre el plano del cuadro la proyección vista desde V. Igualmente la pueden ir trazando los alumnos para que con esta experiencia diferencien bien entre la figura real y su proyección.

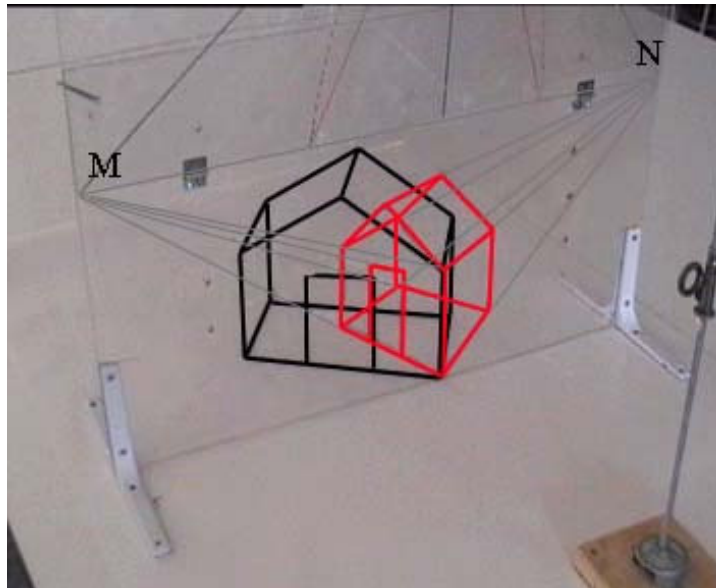


Fig. 82

Después, con la regla, se prolongan los segmentos de la casa (fig. 82) para que se vea que concurren a los puntos de fuga M y N respectivamente, comprobándose así

que las proyecciones de las rectas paralelas a la recta característica fugan al punto (M o N) por ella definido. Al haber dos direcciones de las aristas, hay dos puntos métricos: m para medir en las rectas que fugan a M y n para las que fugan a N.

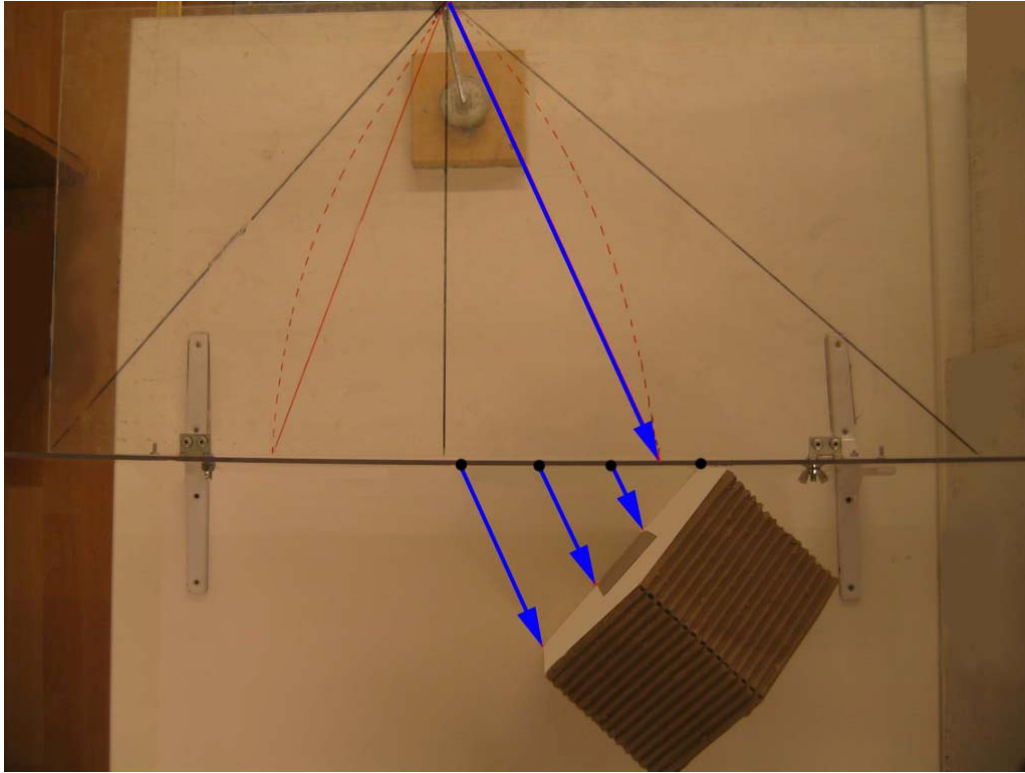


Fig. 83

La escena ahora se ha fotografiado desde arriba para que se pueda observar mejor el paralelismo entre la recta característica que da el punto métrico y el haz de rectas que llevan las longitudes de la fachada, desde la línea de tierra hasta la pared. En la foto hay otra casa semejante a la de alambre; es opaca (e incluso tiene otra orientación) pero lo importante es que se vea en verdadera magnitud el traslado de medidas, de la fachada y de la puerta, desde la línea de tierra en donde las longitudes se toman en su verdadera magnitud.

En esta foto desde arriba se ve todo mejor, pero los espectadores que rodean este escenario también perciben estos datos ya que la retina recoge información y la mente “ve en verdadera magnitud” aunque la imagen de la retina no sea la vista de esta fotografía. En el plano de horizonte se ven los dos arcos que dan los puntos métricos m y n en la línea de horizonte.

Al estar el alumnado cerca de este conjunto, se puede ir viendo este desarrollo que se produce primero en el espacio real y después en el plano. Es decir, como antes se ha hecho en perspectiva frontal, primero se resuelve el problema en el espacio real tridimensional, y después se proyecta en el plano, utilizando los puntos de fuga que en cada trazado corresponda y según el paralelismo de la recta característica. También se puede hacer a la inversa, como se ha dicho en perspectiva cónica frontal: hacer todo el trazado basándose en los puntos de fuga, y después colocar la casa para verificar.

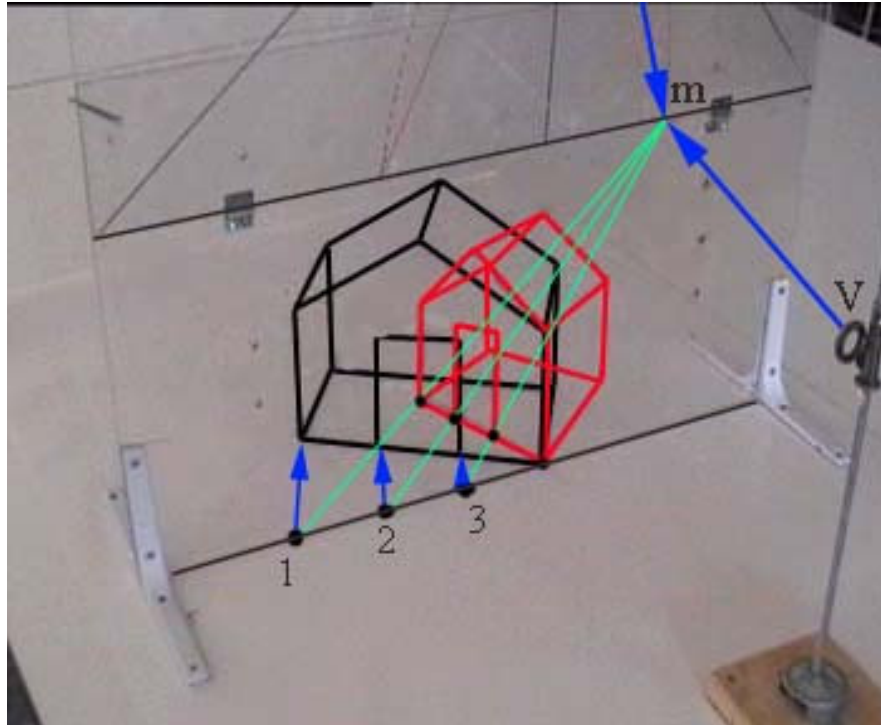


Fig. 84

Sobre el plano de proyección se trazan las líneas verdes (fig. 84) que son las proyecciones en el plano del cuadro de las flechas azules. Este no es el orden que se lleva al trazar un dibujo, se trata de un trazado con finalidad didáctica, y de lo que se trata es de demostrar que las líneas verdes pasan por los puntos en donde antes se dibujó en rojo la fachada y la puerta. Aquí deberían de estar las prolongaciones de las líneas rojas que fugan a M y N, pero de lo que se trata es de demostrar el sistema para medir con los puntos métricos. Se puede observar el paralelismo de la recta V-m con las flechas del plano geométral que parten de 1, 2 y 3. También se ve cómo las rectas verdes son proyecciones de dichas flechas.

Para estudiar cómo se mide con el otro punto métrico (fig. 85) se realiza una operación semejante. Lo importante es comprender cómo se hallan los puntos de fuga dependiendo de la dirección del haz de rectas que hay que proyectar en el plano, con la ayuda imprescindible de las rectas características.

Una vez comprendidos estos principios, queda pendiente otra fase de este estudio, y es cómo se resuelve el problema sobre el papel, sin las ayudas de los elementos geométricos reales y tridimensionales. Entonces hay que explicar el abatimiento del plano de horizonte hacia arriba o hacia abajo para poder: (a) medir el punto de vista abatido, (b) medir los ángulos con el grado de oblicuidad del objeto (la casa) respecto al plano del cuadro y hallar los puntos de fuga M y N, (c) trazar los arcos que dan los puntos métricos m y n, (d) trazar la línea de horizonte según la altura del punto de vista y (e) colocar el lugar de la arista más cercana, tocando el plano del cuadro para que se pueda medir en su verdadera magnitud. El resto sería efectuar un trazado “a la inversa” de lo que antes se ha estudiado en el plano. Cualquier consulta del alumnado deberá de contestarse sobre el conjunto de maquetas y plano.

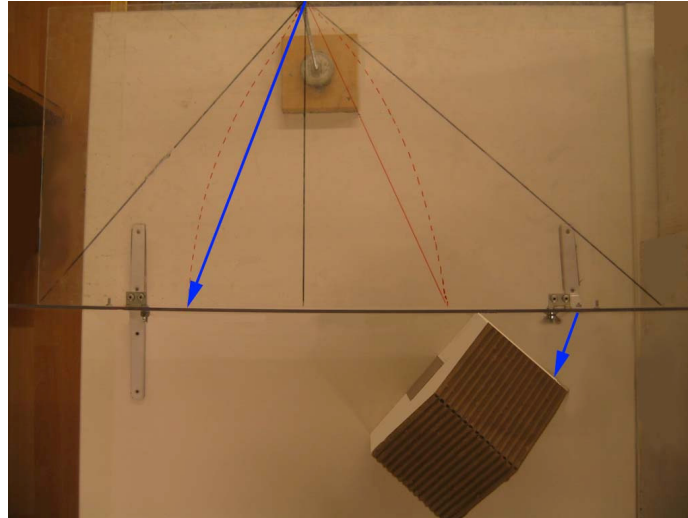


Fig. 85

La flecha de mayor longitud es la recta característica paralela a la flecha menor, encargada de llevar la medida de la fachada lateral de la casa desde la línea de tierra hasta la esquina. La explicación termina trazando la proyección de la flecha pequeña en el plano del cuadro, o sea, trazando la recta correspondiente con el punto medidor, a semejanza de la figura 84, pero al lado contrario.

### **El paralelismo de las rectas características.**

En sombras o en cámara oscura no se ha estudiado la utilización de los puntos métricos porque presentan muchos inconvenientes; no obstante, con sombras y con cámara oscura se entiende mejor la cuestión del paralelismo de las rectas características porque las situaciones de los elementos implicados presentan una mejor disposición.

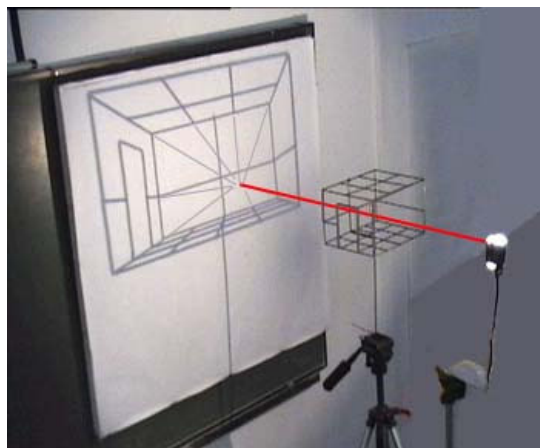


Fig. 86

Efectivamente (fig. 86), la recta característica pasa por el interior de la casa, lo que significa que pasa muy cerca de las aristas con las que se quiere hacer ver su paralelismo. Esto no es posible, utilizando el plano transparente de la figura 75 y

anteriores, porque las rectas características se encuentran en el espacio intermedio y, el objeto (la casa), está ubicada en el espacio real al otro lado del plano del cuadro. (Sin embargo, la casa se podría colocar también delante del plano del cuadro, pero esto no es propio de este sistema y surgirían otro tipo de problemas).

Por lo dicho, se puede comprender que una de las principales razones por las que se estudian las proyecciones cónicas como sombras y, también, como proyecciones en la cámara oscura, es porque existe una mejor disposición de los elementos del sistema, para comprender el paralelismo de las rectas características con el haz de rectas paralelas a ella. En las dos figuras siguientes (fig. 87 y 88) también se puede ver que

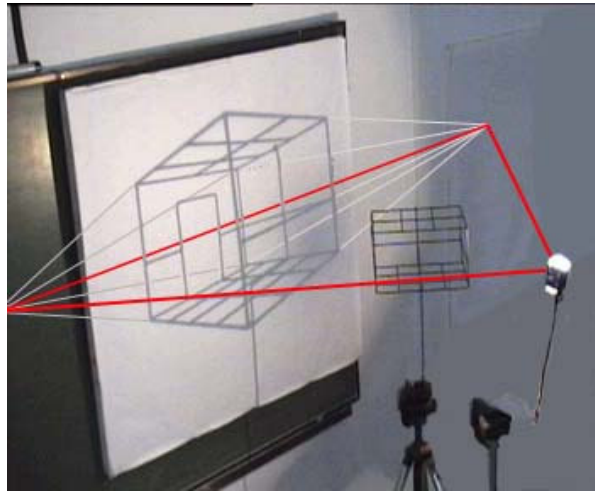


Fig. 87

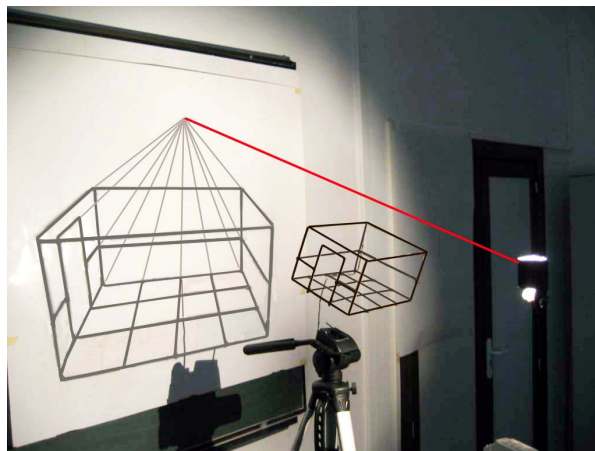


Fig. 88

las rectas características que definen los puntos de fuga, pasan muy cerca de las aristas paralelas a la misma, siempre dentro de espacio intermedio. Este paralelismo es muy fácil de comprobar si el profesor, durante la exposición en clase, coloca manualmente una varilla desde la luz al punto de fuga correspondiente.

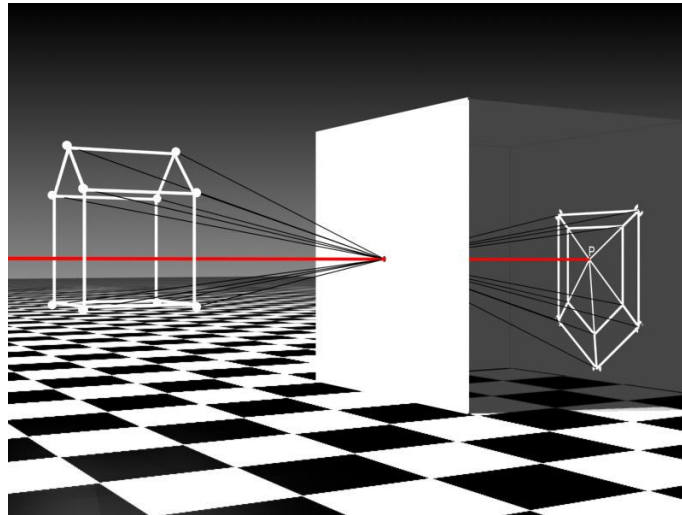


Fig. 89

También en la cámara oscura (fig. 89) se ve en rojo la recta característica que, según esta posición de la casa, pasa por su interior, muy cerca de sus aristas. Esto es un anticipo de las experiencias realizadas con la cámara oscura virtual. En este caso, el paralelismo de la recta característica se comprueba en el espacio virtual, lo cual hace que se pueda observar con más claridad.

## PERSPECTIVA CONICA. EMULACIONES EN REALIDAD VIRTUAL.

Hasta aquí se han mostrado los estudios prácticos realizados con un material didáctico manejado por el profesor en el espacio real y tangible, compuesto de pantallas y maquetas. Como ocurrió con los sistemas de proyección cilíndricos, la sustitución de material tangible por software infográfico está motivada también por las dificultades materiales en el uso, instalación, almacenamiento, etc.

A semejanza de lo que se ha hecho con los estudios e investigaciones dentro de los sistemas de representación cilíndricos, también se realiza un proceso de sustitución de este material mediante emulaciones en vídeos en imagen digital, con nuevas aportaciones propias de los medios infográficos.

La metodología didáctica, en principio, se pretende mantener; no obstante se van a añadir nuevos recursos propios del nuevo software educativo. Este nuevo material puede ofrecer posibilidades didácticas que el anterior no permitía, gracias a las características de la imagen digital, como visualizaciones de materiales transparentes, trazados de elementos geométricos en “el aire”, apariciones y desapariciones de figuras, etc., que con material real y tangible no se podría hacer.

## METODOS AUXILIADOS POR EL SISTEMA DIEDRICO.

La proyección cónica puede ser considerada (a) como sombra, (b) como proyección en la cámara oscura y (c) como vista observada visualmente desde el centro de proyección. Geométricamente, la representación en sistema cónico se define como una figura plana contenida en el plano de proyección, formada por los puntos de intersección de las visuales que lo atraviesan, las cuales van desde el punto de vista hasta los puntos notables del objeto real.

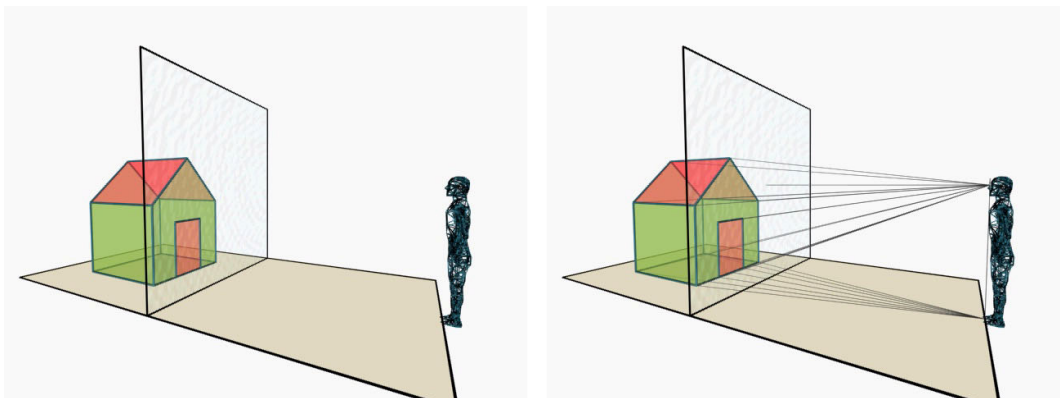


Fig. 1

Desde el punto de vista del espectador (fig. 1) la casa es observada. Los rayos visuales se dirigen a los puntos notables de la casa, los cuales atraviesan el plano del cuadro. Cada uno de estos rayos visuales tiene su punto de intersección con el plano.

Los puntos de intersección se hallan con planos auxiliares perpendiculares al plano geométral que contienen uno o más rayos visuales. Estos planos auxiliares tienen una recta de intersección con el plano geométral que determinan los puntos de intersección que, unidos conforme a la figura (a la casa), dan la proyección cónica.

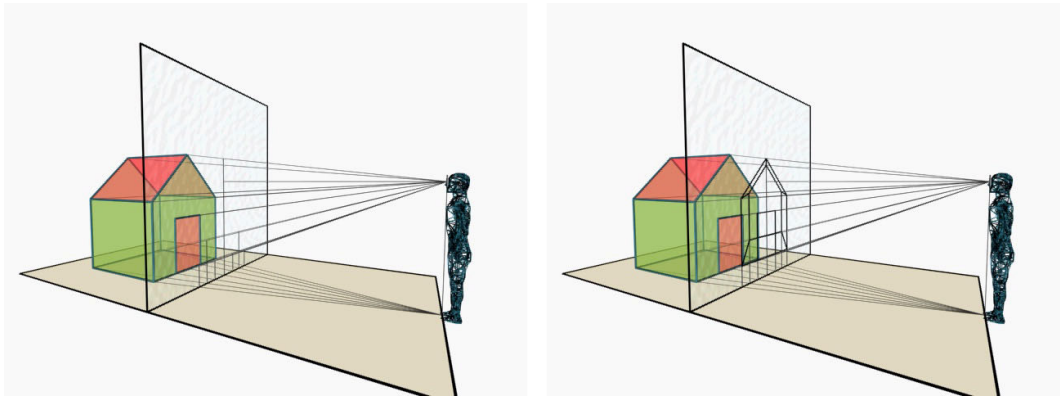


Fig. 2

Los rayos visuales proyectados en el plano geométral (fig. 2) son las trazas de los planos auxiliares, los cuales determinan las intersecciones con el plano geométral; éstas definen los puntos de intersección que dan la proyección de la casa.

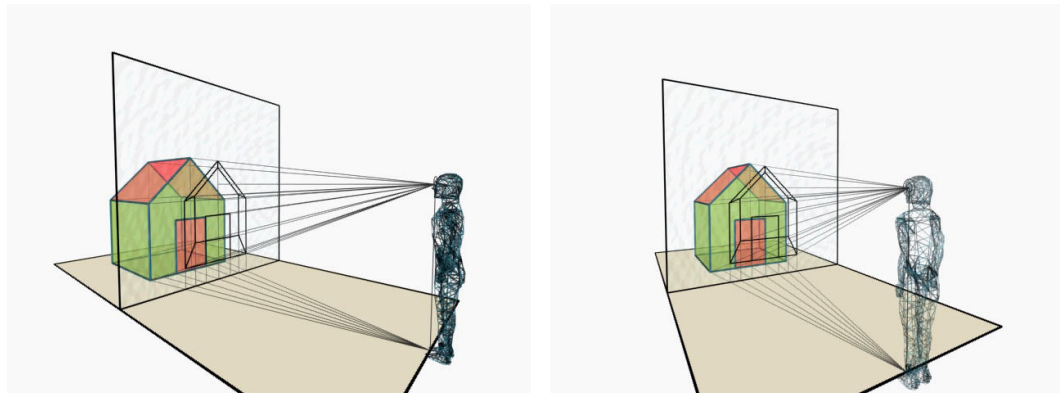


Fig. 3

Mirando estas imágenes desde cualquier punto de vista (excepto desde el que ocupa el espectador de esta figura) se puede distinguir entre el objeto real y el objeto proyectado. Se pueden estudiar sus similitudes y sus diferencias; se ve que cuanto más alejados estén los elementos de la casa, más pequeños se proyectan en el plano del cuadro. Esto hace que se comprenda que las rectas paralelas en la realidad se representan en el plano convergentes a un punto, denominado punto de fuga.

Todas estas observaciones y comentarios se realizan en las actividades docentes manejando la “moviola”, deteniéndose o avanzando según los requerimientos de las situaciones educativas, de los alumnos, etc. Estas experiencias también se pueden realizar con el material tangible, es decir, con el plano del cuadro de plástico transparente, la casa de alambre, el rotulador, etc. Pero, para colocar los hilos correspondientes a los rayos visuales, habría que practicar múltiples taladros en el plano



del cuadro, lo cual es posible y seguramente una maqueta de estas características constituiría un material muy interesante (aunque se ha pensado en esta maqueta, no se ha construido). Ahora, de lo que se trata es de sustituir el material tangible por este otro “construido” en realidad virtual.

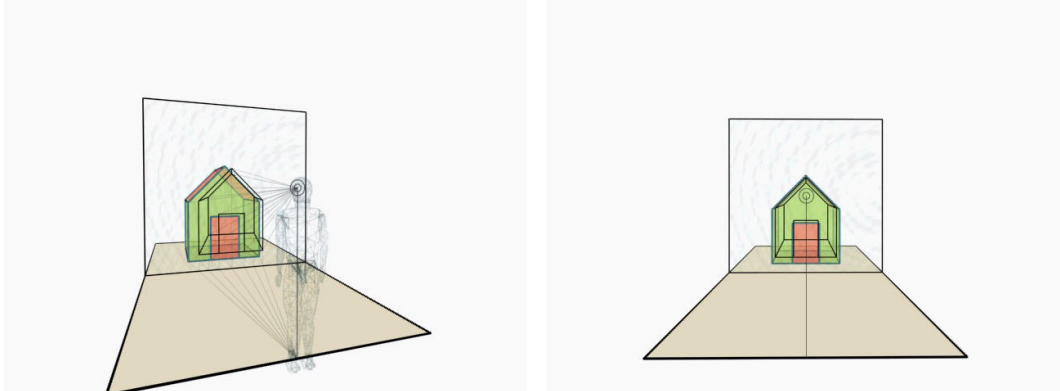


Fig. 4

El vídeo (fig. 4) muestra el movimiento de la cámara o, mejor, la escena que percibe un segundo espectador que se mueve alrededor de la maqueta para ocupar el lugar del primer espectador, a fin de mirar desde el mismo punto de vista.

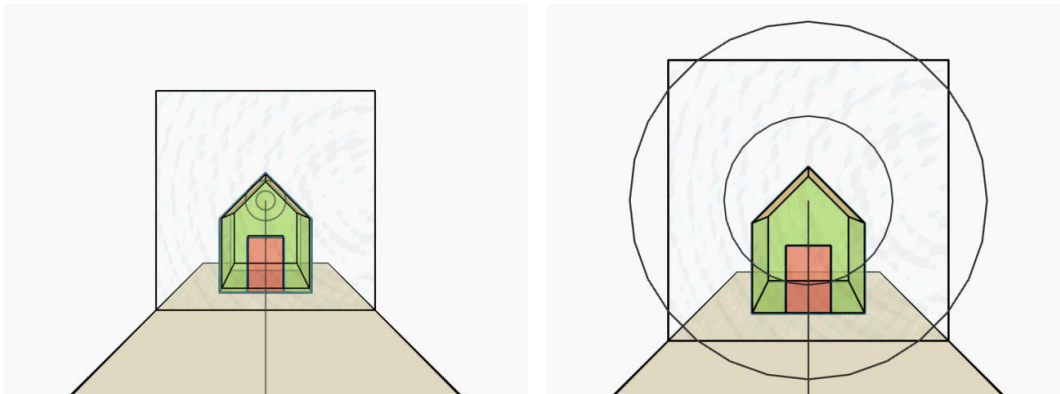


Fig. 5

El punto de vista está en el centro del “visor” formado (fig. 5) por dos círculos concéntricos, hacia donde este segundo espectador se aproxima para ver la escena. En todas las figuras anteriores se ha podido distinguir entre la casa real y la proyección de la misma; en la figura de la derecha aparecen confundidas.

Esta experiencia visual, para ver confundidas la casa y su proyección plana, es interesante para que el alumno la tenga en cuenta a la hora de resolver casos prácticos. Esta experiencia se puede realizar con material tangible haciendo que pasen los alumnos, uno a uno, para mirar por el visor. En cambio, con este material infográfico, en la última de estas figuras puede observar todo el alumnado esta experiencia visual, pudiéndose repetir las veces que convenga hasta su completa comprensión.

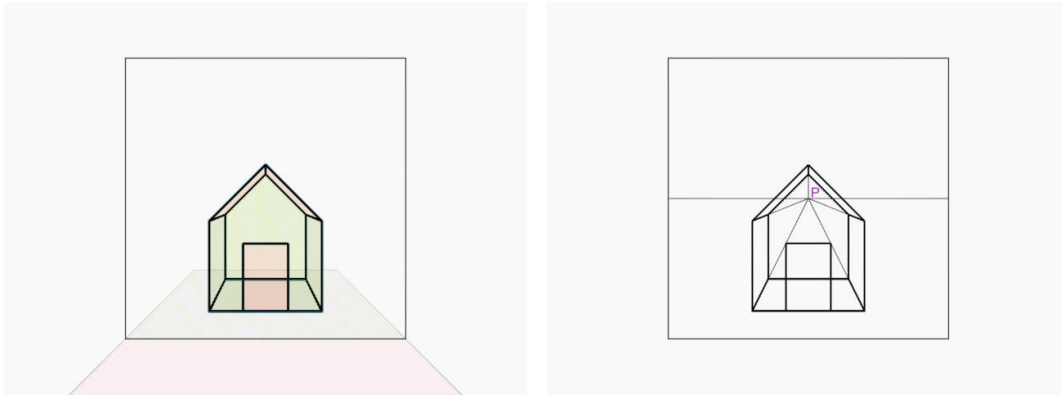


Fig. 6

Cuando se retira el objeto (fig. 6) que se ha proyectado (la casa) queda la proyección cónica en el plano del cuadro. Si se prolongan las aristas perpendiculares al plano de proyección, se ve que concurren al punto P.

Hasta aquí se ha visto cómo se proyecta un objeto en el plano del cuadro, por medio de las intersecciones de los rayos visuales. El punto de fuga P, o cualquier otro, no se ha necesitado para trazar la proyección. Solamente hace falta la figura a representar y hallar las intersecciones en el plano de proyección.

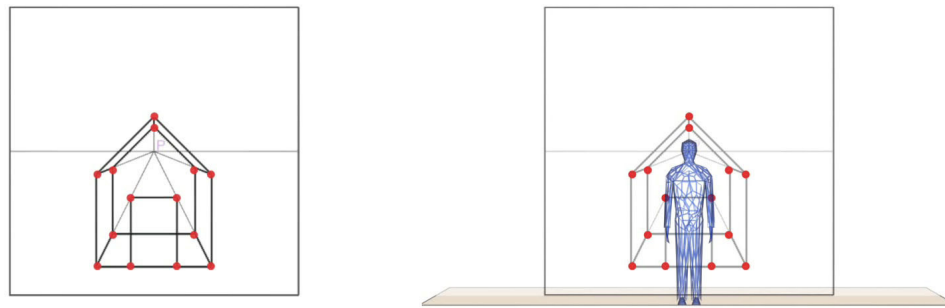


Fig. 7

Cuando se han definido los puntos de intersección en el plano, se toman para hallar la proyección en verdadera magnitud, lo cual se puede hacer de varios modos.

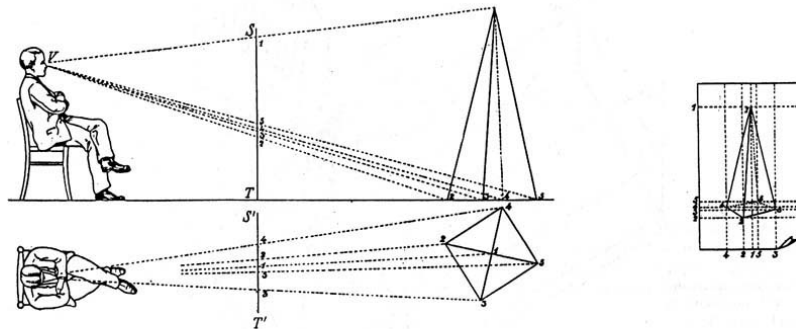


Fig. 8

En las figuras 1, 2 y 3 se ha podido ver cómo los rayos visuales atraviesan el plano del cuadro para dar los puntos de intersección. En la figura 8 se realiza la misma operación, pero visto en sistema diédrico, o sea, de modo que las coordenadas de los puntos en el plano aparezcan representadas en sus verdaderas magnitudes. Después, con estas coordenadas, mediante traslado de estas magnitudes se traza la proyección en un plano aparte, como ocurre en la figura 8.

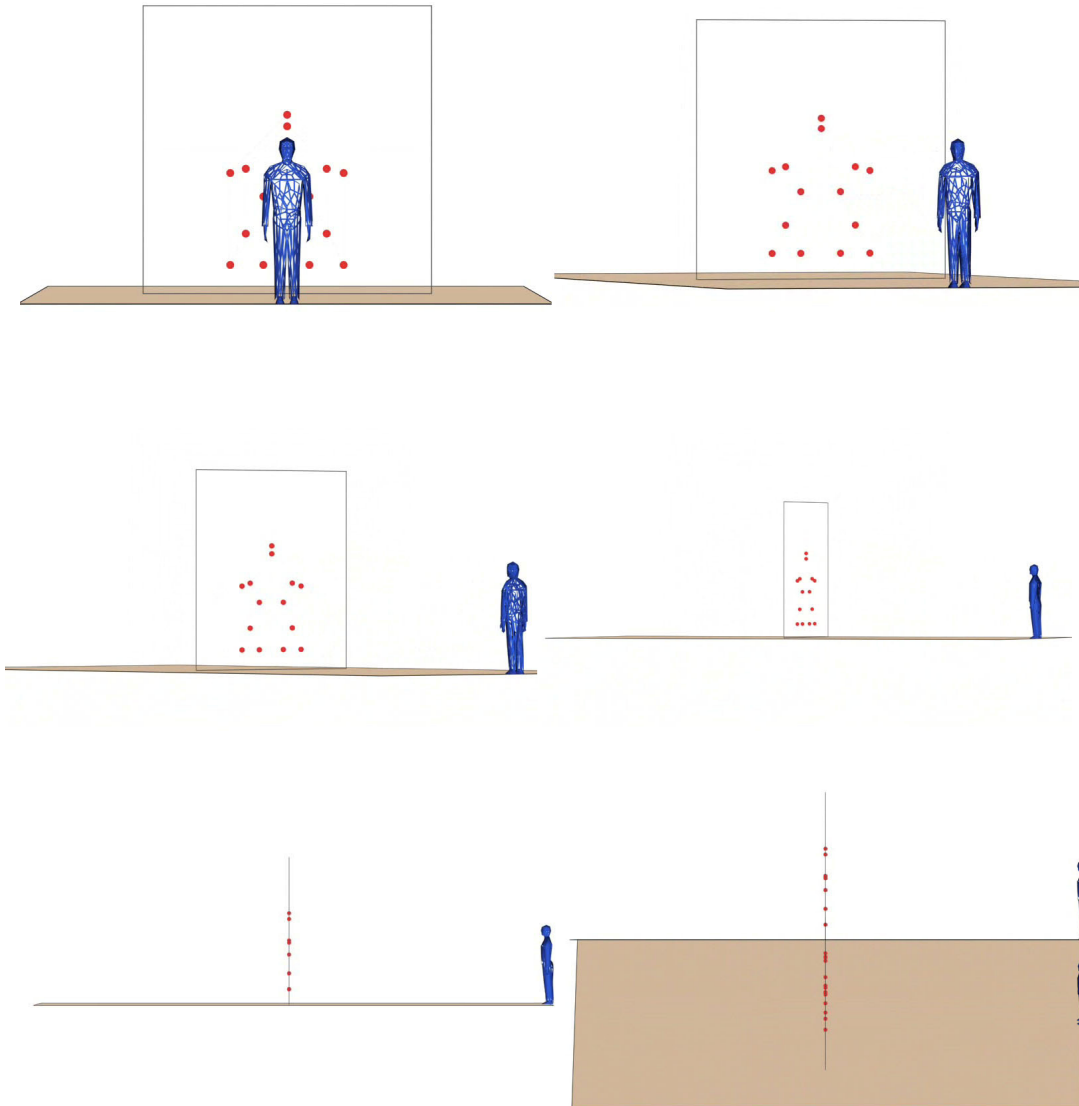


Fig. 9

También se puede hallar la proyección cónica mediante abatimiento del plano del cuadro. Primero (fig. 9) en este vídeo se muestran los movimientos para que el plano de proyección aparezca representado de perfil, en proyección vertical y horizontal, con todos los puntos de intersección con sus coordenadas en verdadera magnitud. Se puede proceder de varias maneras para hallar la proyección cónica. En este caso se va a proceder abatiendo el plano del cuadro mediante un giro alrededor de su traza vertical.

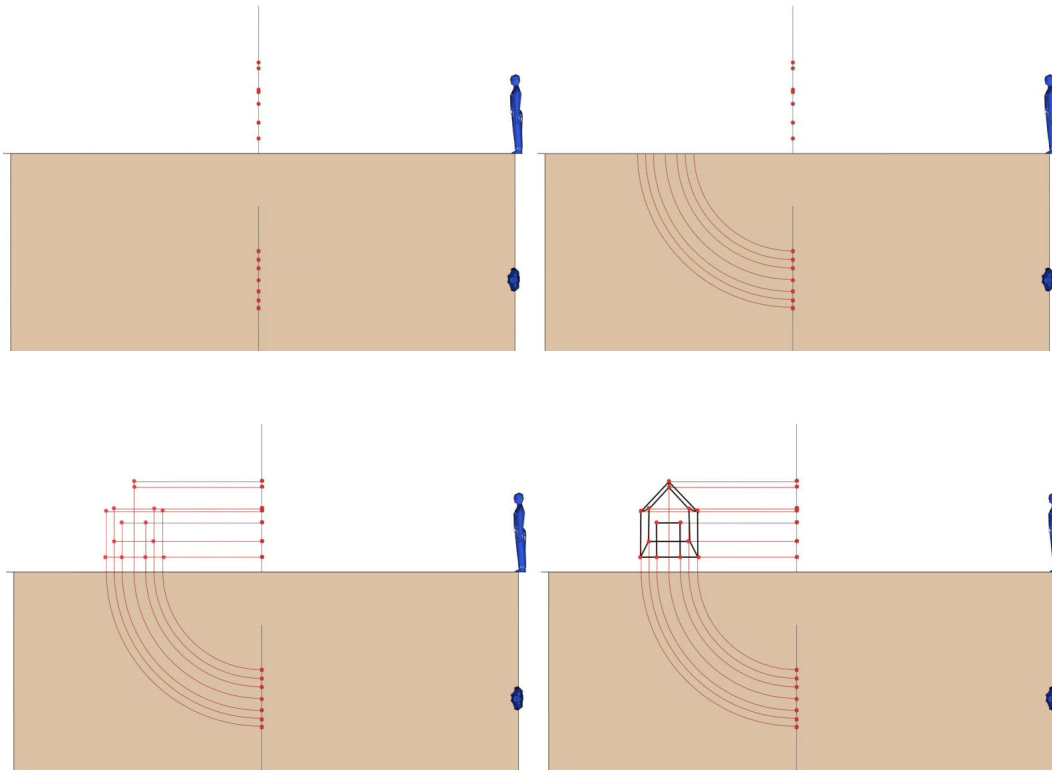


Fig. 10

Mediante este giro (fig. 10) el plano se abate en el plano vertical en donde se ve la proyección cónica de la casa. Este es uno de los procedimientos empleados para efectuar proyecciones cónicas sin utilizar los puntos de fuga. Ya se han visto varios de ellos anteriormente. En todos ellos se necesita al menos una proyección cilíndrica ortogonal, frecuentemente la planta del sistema diédrico. En esta tesis solamente se presenta este vídeo porque lo más importante se ha realizado en métodos en los que se utilizan puntos de fuga, sin ninguna ayuda en las proyecciones cilíndricas ortogonales de la figura a representar.

#### MÉTODOS DE PUNTOS DE FUGA

Las proyecciones cónicas que utilizan los puntos de fuga como método operativo principal, no necesitan proyecciones previas en proyección cilíndrica de la figura que se ha de representar. No obstante, ocasionalmente se necesita el auxilio de figuras en verdadera magnitud, que pueden ser consideradas como proyecciones cilíndricas. Pero fundamentalmente se basan en puntos de fuga para trazar las aristas de las figuras a representar o de construcciones auxiliares a las mismas, o para medir longitudes con ayuda de los puntos métricos o medidores.

En este método lo más importante, ya desde el principio de un trazado, es hallar correctamente los puntos de fuga. Para ello se ha de conocer en el espacio tridimensional el ángulo que cada *recta característica* tiene respecto al plano del cuadro y al plano geométral. Entonces, como se ha visto antes, es muy importante poner de

relieve el paralelismo de las rectas características con el haz de rectas paralelas que en la proyección fugarán al punto de vista correspondiente. Esto ya se ha hecho antes en el material tangible descrito en anteriores capítulos. Ahora también se pretende hacer con el material didáctico infográfico que a continuación se va a mostrar.

Primero se van a explicar las proyecciones cónicas como sombras en el plano de proyección, después como proyecciones luminosas en la pantalla interior de la cámara oscura y, por último, como vistas trazadas en el plano transparente.

### La perspectiva cónica como “sombras”.

Las sombras se pueden simular con un software adecuado de manera que una figura de alambre, también virtual, como el punto de luz, proyecte su sombra en el plano. La luz o el objeto se pueden mover en el espacio a la vez que las sombras van modificándose de modo semejante a como sucedería en la realidad.

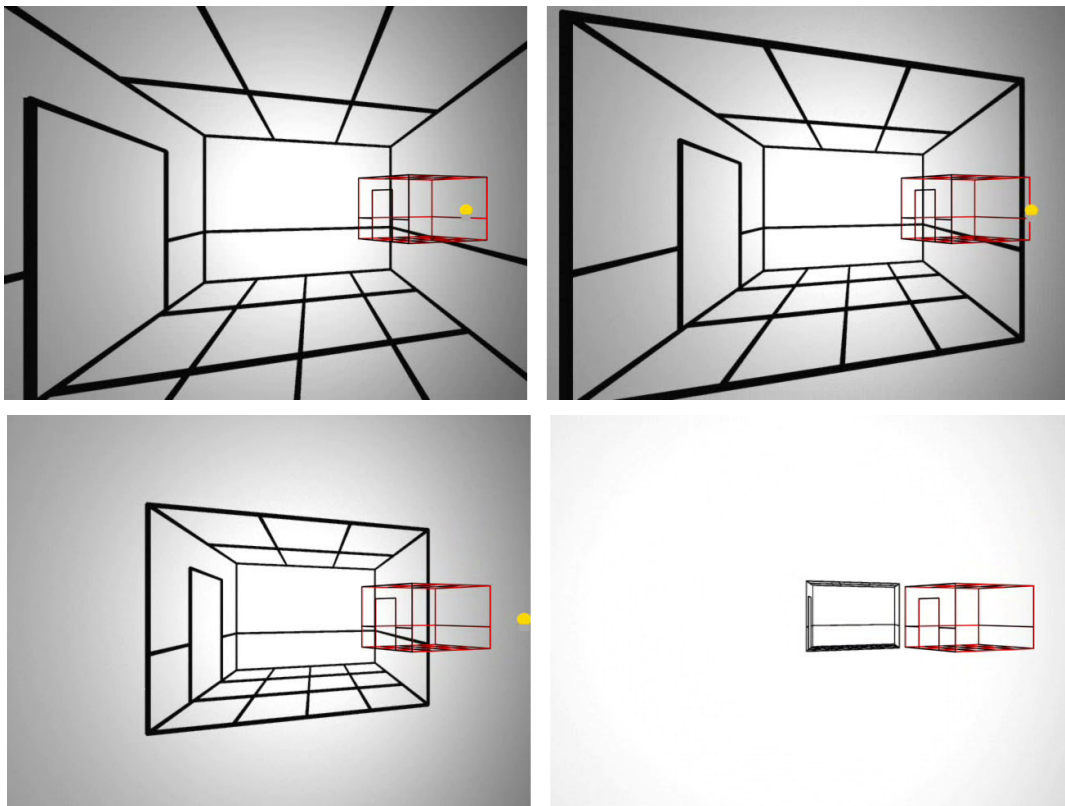


Fig. 11

En estas cuatro fotos fijas (fig. 11) de una secuencia de imágenes en movimiento, la fuente de luz se encuentra muy cerca de la maqueta de alambre. En su recorrido de alejamiento la sombra se va reduciendo. Al detenerse en una imagen fija se pueden observar los cambios que se van produciendo: (a) la convergencia del haz de rectas perpendiculares al plano de proyección, (b) la disminución en la diferencia entre

las aristas delanteras y traseras, hasta llegar a la proyección casi cilíndrica cuando el alejamiento es muy grande, etc.

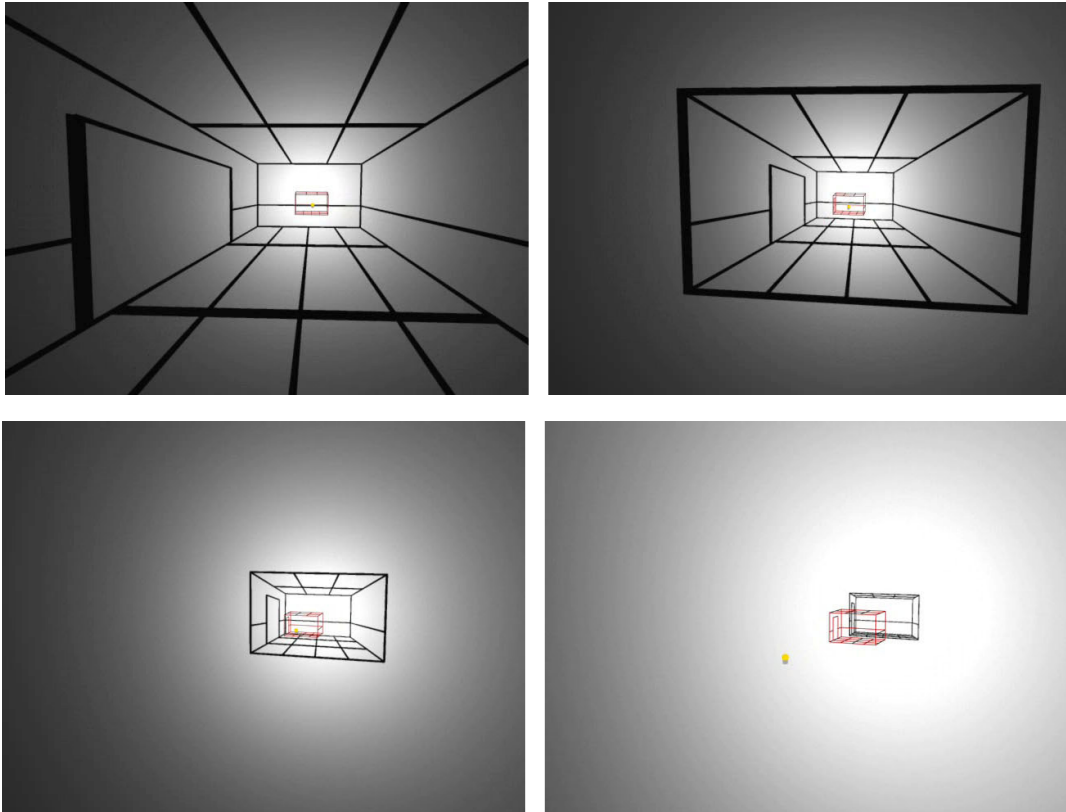
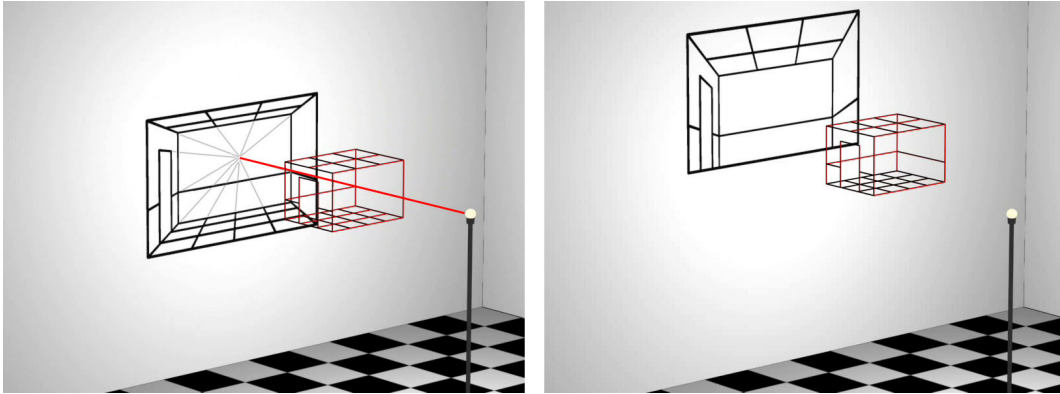


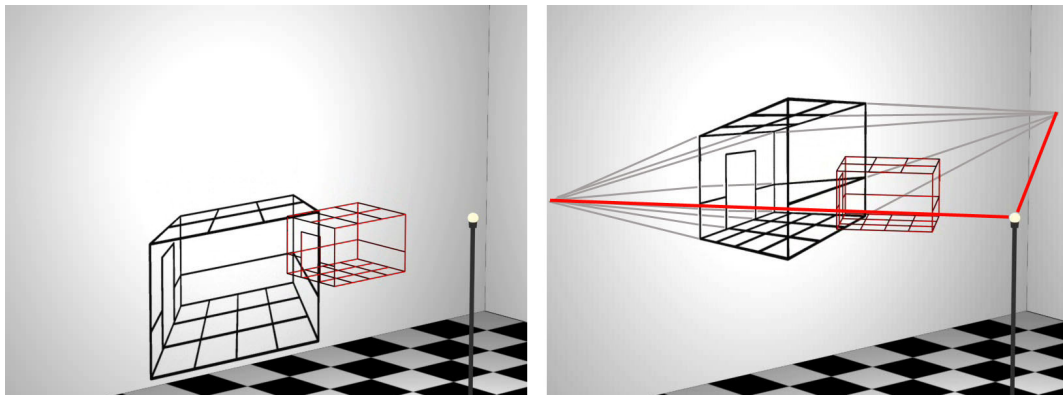
Fig. 12

Si la maqueta se aleja o se acerca al plano de proyección (fig. 12) se observan también los cambios que se producen; por ejemplo, se puede ver que la cara de atrás se proyecta más pequeña, y podría proyectarse en verdadera magnitud si llega a tocar el plano de proyección. La fuente de luz, en su alejamiento, va igualando el tamaño de la sombra en relación a la figura real. Con el material real y tangible la fuente de luz se ve limitada en su alejamiento por el tamaño del aula en donde se realizan estas experiencias. Con el software infográfico no existen estos límites.



Figuras 13 y 14

Como antes ocurría en la figura 59 del capítulo anterior, en la figura 13 las aristas perpendiculares al plano de proyección concurren al punto dado por la línea roja o recta característica, por ser paralela al haz de rectas perpendiculares al plano de proyección. También aquí se ve muy claramente el paralelismo de la recta característica con el haz de rectas que se proyectan. En la figura 14 la maqueta se eleva y se puede observar que las rectas paralelas a la recta característica siguen concurrendo al mismo punto de fuga.



Figuras 15 y 16

En la figura 15 la maqueta ha descendido de nivel y, como en la figura 15, se ve que las rectas paralelas a la recta característica siguen concurrendo al mismo punto de fuga. En la figura 16, las rectas no verticales de la maqueta están oblicuas con el plano de proyección. En este caso hay dos direcciones diferentes de haces de rectas paralelas entre sí que concurren a dos puntos de fuga diferentes. También aquí el alumno comprende que las líneas paralelas entre sí en la maqueta, cuando se proyectan, concurren al mismo punto de fuga, a la derecha y, también, a la izquierda según su

orientación. También es fácil de apreciar el paralelismo entre las dos rectas características con sus correspondientes haces de rectas.

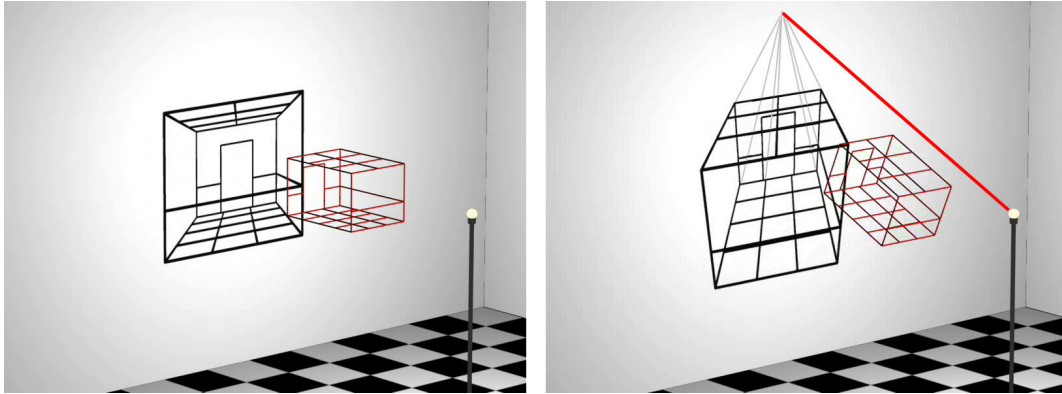


Fig. 17

Recuérdese que la maqueta de alambre de todas estas imágenes es una réplica virtual y digitalizada de la empleada en el material tangible que se explicó en capítulos anteriores. En la figura 17 esta maqueta, que “levita” entre la luz y el plano de proyección, ha efectuado un giro sobre un eje vertical para colocarse con dos caras de frente; después, ha realizado un segundo giro alrededor de un eje paralelo a la línea de tierra formada entre el suelo (similar al plano geometral) y la pared (similar al plano del cuadro). Entonces se ve que el haz de rectas no paralelas al plano de proyección se proyecta de modo que concurren a un punto de fuga. No aparecen en esta imagen las contenidas en las paredes, perpendiculares al suelo. También aquí se ve el paralelismo entre la recta característica y el haz de rectas que se proyectan concurrentes al punto definido por dicha recta.

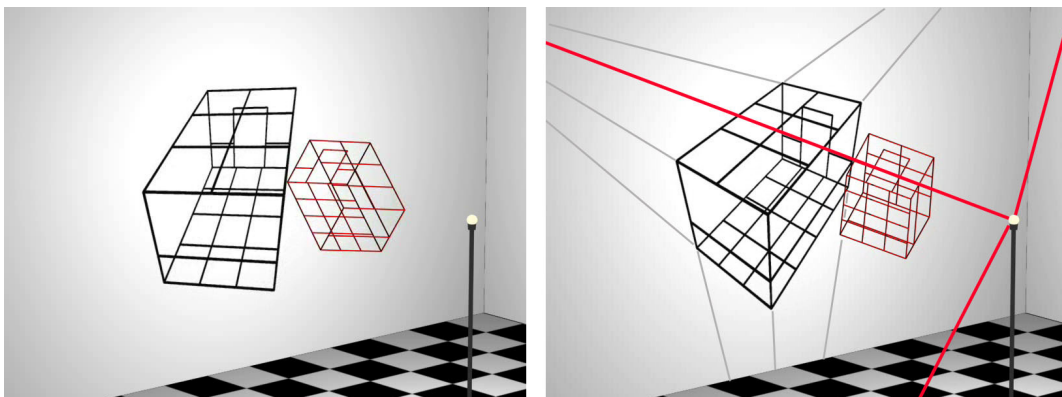


Fig. 18

Continuando con el giro (fig. 18) alrededor de un eje paralelo a las esquinas de la maqueta de alambre, las prolongaciones de las aristas proyectadas en el plano de proyección concurren a tres puntos de fuga diferentes según las direcciones. También aquí habría que observar el paralelismo entre las tres rectas características con sus respectivos haces de rectas con sus direcciones correspondientes.



No obstante, sirvan estas imágenes para hacer notar diversas dificultades de percepción, que hay que evitar, y que se puede producir con los medios infográficos: falta la visión estereoscópica que sí se produce en la maqueta real y tangible de alambre, por lo que si no se han seguido atentamente los giros anteriores, no se percibe claramente la posición de la maqueta virtual; también están fuera del área de proyección los puntos de fuga, lo que impide ver con claridad diversos aspectos, como el paralelismo entre la recta característica y sus respectivos haces de rectas.

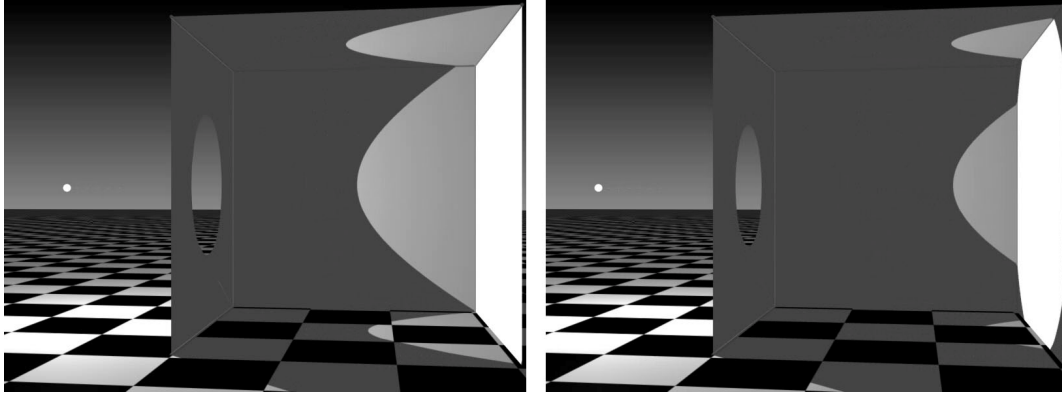


Fig. 19

#### **La perspectiva cónica como proyección en cámara oscura.**

La cámara oscura real y tangible presenta importantes problemas para visualizar las proyecciones que en su interior tienen lugar. Pero por el contrario con la cámara diseñada por medios infográficos desaparecen estos inconvenientes.

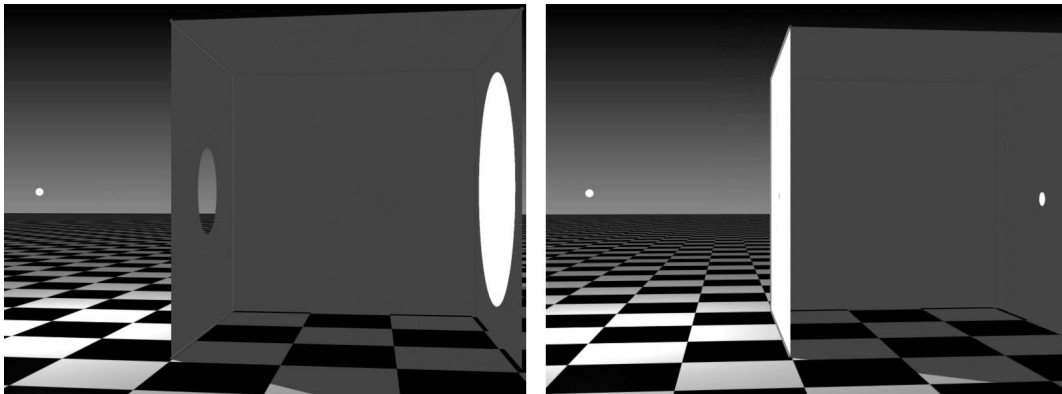


Fig. 20

En las figuras 19 y 20 se ve la iluminación en el interior de una cámara que produce una fuente de luz. Hay un cono de luz, con vértice en la fuente de iluminación, cuya base se proyecta en la pared de la derecha. Cuando el agujero circular que hay en la pared de la izquierda se reduce, la base del cono de luz también disminuye su diámetro, quedando así dispuesto para efectuar proyecciones cónicas de puntos de luz.

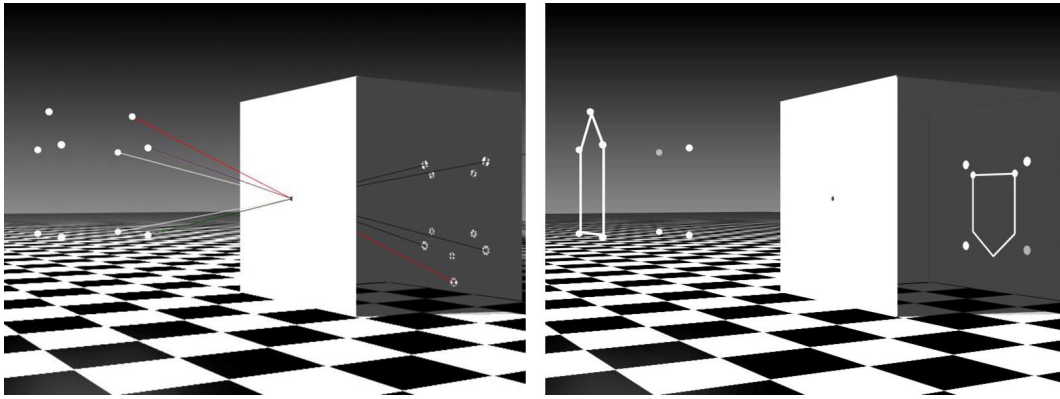


Fig. 21

Si hay diez puntos de luz (figura 21 a la izquierda) entonces se producen en el interior de la cámara otros diez conos de luz de base muy pequeña colocados con la misma disposición de los puntos de luz, por lo cual dan una proyección cónica de los vértices de una casa, que es la figura que se pretende formar.

A la derecha de la figura 21 los vértices formados por puntos de luz se unen por medio de “tubos fluorescentes” para que también formen su imagen en el interior de la cámara oscura. Así se puede ver que la pared de la casa más alejada del plano de proyección queda representada más pequeña.

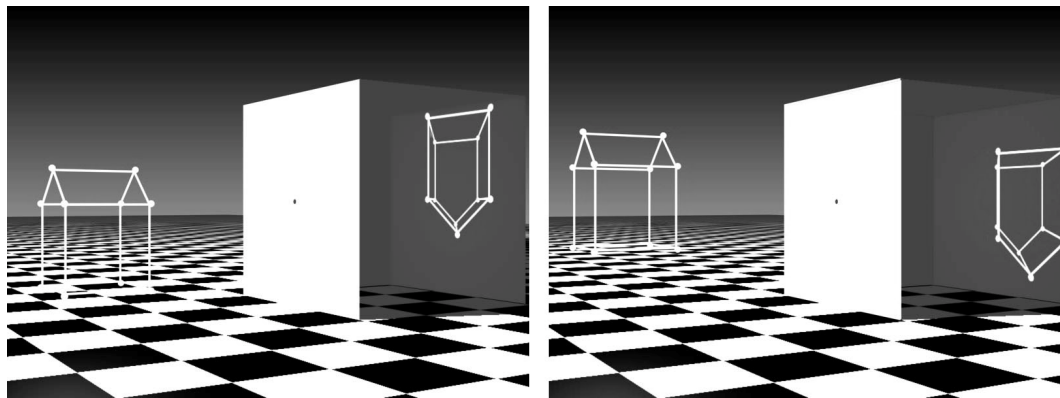


Fig. 22

En la figura 22 la casa ya formada con “tubos fluorescentes” se proyecta en el plano de proyección, semejante al plano del cuadro, con la diferencia de que la figura aparece invertida respecto a la posición de la figura externa y real, tal y como ocurre en el ojo y demás cámaras oscuras. Así, si la casa baja, entonces sube su proyección; e igualmente, si la casa se desplaza hacia la izquierda, entonces la proyección se mueve hacia el lado contrario.

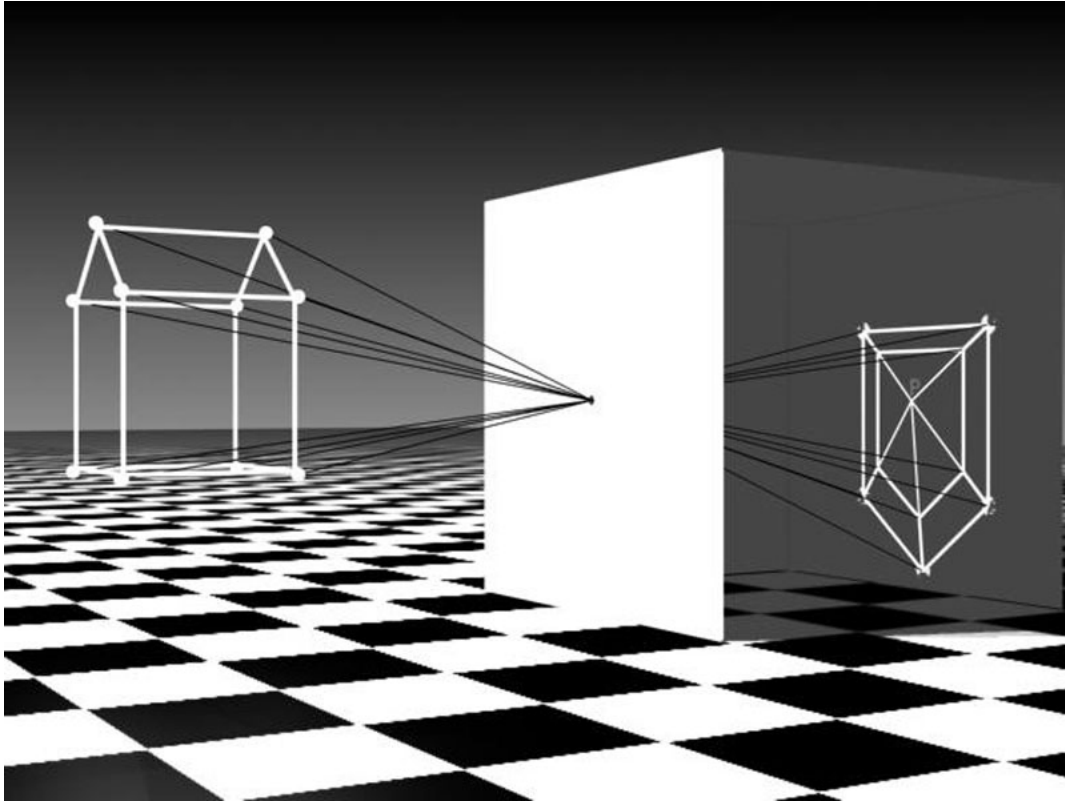


Fig. 23

Los vértices de la casa “real” y exterior (fig. 23) se unen con sus puntos homólogos en la proyección por medio de rectas que pasan por el estenope, o punto de vista (o centro de proyección). El punto P se puede definir con facilidad.

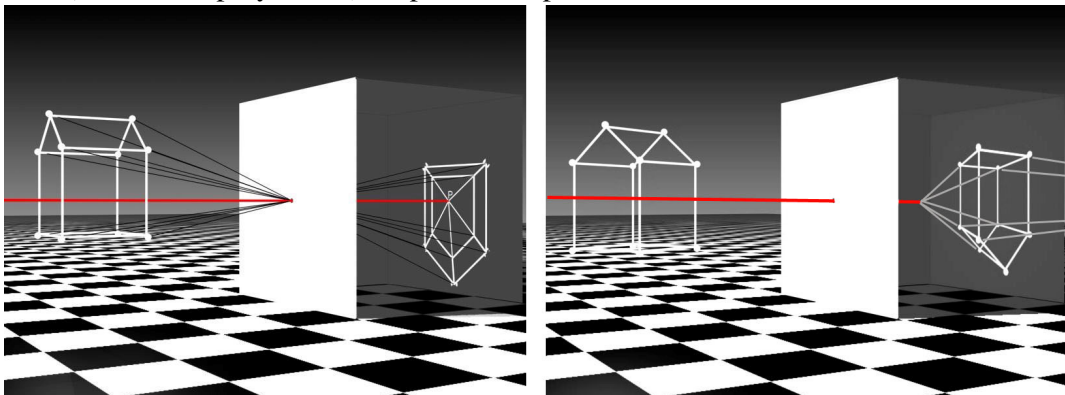


Fig. 24

A la izquierda de la figura 24 se ha trazado la recta característica (que pasa por P y el estenope) y se puede observar que es paralela al haz de aristas que fugan al punto P. En la figura de la derecha, la casa ha girado alrededor de un eje vertical. Entonces la proyección en el plano del cuadro da dos puntos de fuga. Uno de ellos queda fuera de la imagen, pero al fondo se ha determinado el otro. Como se puede ver, la recta característica sale de ese punto y pasa por el estenope o punto de vista, la cual es también paralela al haz de rectas que en la proyección concurren a ese punto.

*El paralelismo de la recta característica. Puntos métricos.*

Como antes se hizo con el uso y descripción del material tangible descrito en el capítulo anterior, en estas últimas figuras se realizan proyecciones cónicas sin muchos de los elementos que normalmente se utilizan en la perspectiva cónica basada en los puntos de fuga. Por ahora lo importante es desarrollar un material didáctico en donde al alumno se le pueda instruir de modo que comience comprendiendo el paralelismo entre las rectas características y el haz de rectas que al proyectarse concurren al punto de fuga determinado por dicha recta. Por lo cual en este software no aparecen los puntos de fuga medidores o métricos; no aparecen para simplificar los contenidos y reducir el esfuerzo que el alumno ha de hacer para comprender este paralelismo.

Una vez comprendida la función de la recta característica y con una metodología específica para este material, se irán dando los pasos para ir introduciendo los demás elementos de la perspectiva cónica, como el plano geometral, la línea de tierra, etc. Por ahora se trata de comprender cómo se produce la proyección cónica entendida como sombras y también como imagen dentro de la cámara oscura y, por último, como vista proyectada en el plano transparente en donde ya sí que aparece el plano geometral, los puntos métricos y demás elementos propios de esta perspectiva.

Es en éste método de vistas o proyecciones en el plano transparente en donde se va a hacer énfasis, ya que presenta muchas ventajas, tanto para el dibujo arquitectónico como para cualquier objeto a diseñar. Si se trata de representar grandes extensiones como paisajes urbanos o rurales, se pueden representar objetos muy lejanos que siempre aparecerán como espacios posibles y bien explicados, si se saben utilizar los puntos de fuga y demás elementos de este método perspectivo.

## La proyección cónica como “vistas”.

Como en la maqueta especial para la perspectiva cónica, que se pudo ver en el capítulo anterior, en este software educativo, que emula al material anterior, se utiliza un plano del cuadro transparente sobre el que “se dibujan” las proyecciones o “vistas” desde el punto de vista; también se utiliza el plano de horizonte que contiene las rectas características. Por los movimientos de cámara, que es posible hacer con la utilización de estos espacios virtuales, se buscan los puntos de observación más convenientes para que todos los alumnos puedan seguir la explicación observando desde la misma perspectiva.

Durante las explicaciones los alumnos permanecen sentados cada cual en su mesa, a diferencia de cuando se utiliza la maqueta real y tangible en donde estaban situados formando un círculo alrededor de la mesa donde se desarrollan las explicaciones.

### *Perspectiva cónica frontal.*

En el software educativo que a continuación se presenta se simulan los planos transparentes coloreándolos ligeramente. En ellos también se dibujan las proyecciones de los objetos reales (la casa) observados desde el punto de vista. Las proyecciones se “trazan” sobre el plano del cuadro con un lápiz también virtual, observadas desde el punto de vista.

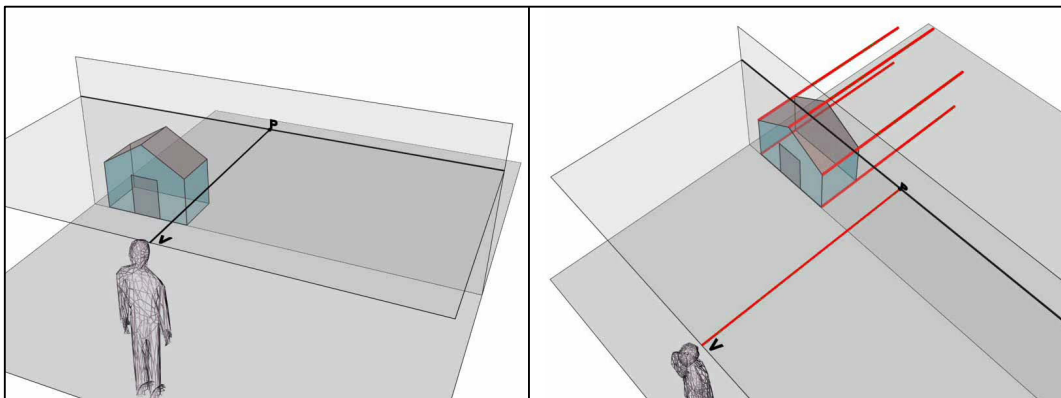


Fig. 25

En la imagen de la figura 25 se simulan tres planos: el geométral, el del cuadro y el plano del horizonte, conteniendo este último la distancia principal V-P. El espectador está situado para ver desde el punto de vista. El objeto que se proyecta es la casa, semejante a la figura de alambre utilizada con las maquetas especiales anteriores.

El alumno puede observar el paralelismo que hay entre la recta correspondiente a la distancia principal V-P y el haz de rectas cuya dirección es perpendicular al plano del cuadro. Todo lo cual se colorea de rojo para que destaque del resto de la figura. Como ocurre en la perspectiva cónica frontal, la recta característica que da el punto de fuga P es la misma de la distancia principal. Una vez comprobado el paralelismo de la recta característica, el movimiento de cámara hace que todos los alumnos “sitúen su vista” en el punto V.

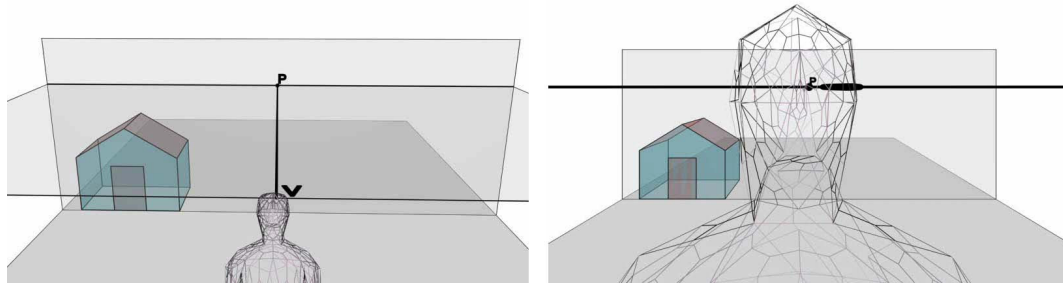


Fig. 26

En la figura 26, se puede entender que todos los alumnos “se mueven” por este espacio virtual para meterse en la piel del espectador (o, para meterse en sus zapatos, empleando la expresión inglesa). El alumno se ve a sí mismo introduciéndose en el espectador virtual para mirar desde el punto de vista. Esta observación desde el punto de vista del sistema perspectivo solamente lo puede hacer un espectador utilizando la maqueta tangible especial para esta perspectiva, y los demás alumnos observaban desde fuera, alrededor de la escena.

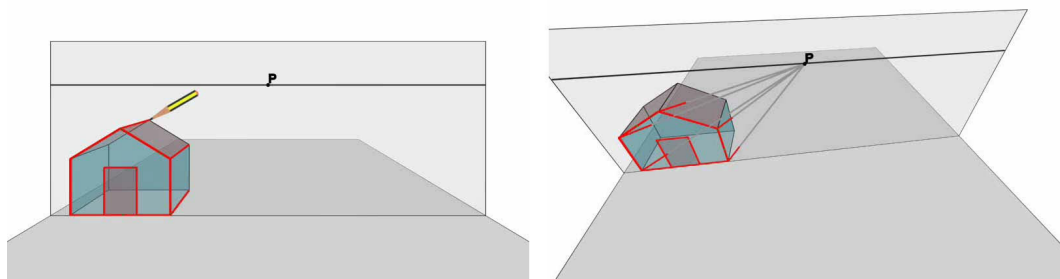


Fig. 27

Las proyecciones o vistas de la casa (fig. 27, izquierda) se dibujan con “lápiz”, mientras se está mirando desde el punto de vista. El “lápiz va calcando” sobre el plano del cuadro las aristas de la casa. En una primera etapa solamente trazan las líneas que en la figura se ven en rojo, siguiendo el orden en el cual después los alumnos efectuarán sobre el papel sus trazados prácticos. Por lo cual, primero se dibujan los segmentos o las formas que están contenidas en al plano del cuadro. Como se representan en verdadera magnitud, su trazado no presenta dificultades. Después se trazan las aristas que en la realidad son paralelas a la recta característica V-P.

A continuación (fig. 27, derecha) estas últimas rectas se prolongan en línea recta y se comprueba que concurren a P. De este modo se comprueban las propiedades de la recta característica, cuyo conocimiento permite predecir esta concurrencia.

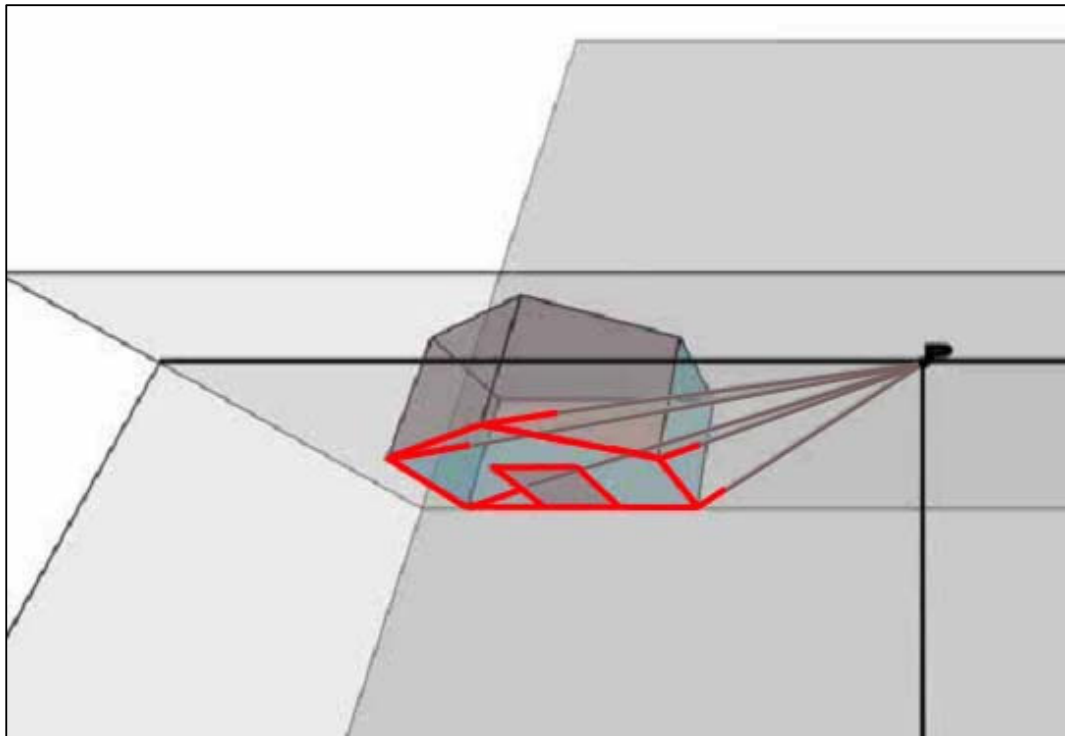


Fig. 28

Esta concurrencia a P (fig. 28) se puede observar a la vez que se diferencia entre la casa real y su proyección en el plano del cuadro. Efectivamente, cuando el espectador se separa del punto de vista y mira desde otro lugar, por ejemplo desde arriba, puede ver que las rectas que concurren a P, dentro del plano del cuadro, al ser vistas desde V parecen rectas que se alejan hacia el infinito.

Para comprender el “funcionamiento” de la perspectiva cónica, en este caso basada en el empleo de la recta característica, es fundamental diferenciar entre los elementos geométricos reales y sus correspondientes elementos proyectados en el plano del cuadro. Una buena forma para ejercer esta diferenciación es presentarlos fácilmente observables, en una presentación visual, en el espacio tridimensional, aunque sea en un espacio virtual.

Así, el alumno comprende las propiedades de la recta característica y se habrá formado unos conceptos, visualmente desarrollados, a partir de estas observaciones. Después ya estará preparado para tratar otras direcciones de rectas definiendo otras rectas características y sus correspondientes puntos de fuga.

Pero este paralelismo es muy difícil de observar y de comprender cuando se está dibujando en la lámina de papel; entonces falta ver lo que verdaderamente hay delante y detrás del plano del cuadro. En el espacio intermedio están las rectas características que solamente se ven abatidas en el plano del cuadro, y en el espacio real están los objetos reales que solamente se ven proyectados, también en el plano del cuadro. Por ello es muy importante que en los períodos de formación docente al alumno se le ofrezcan estos elementos en sus tres dimensiones.

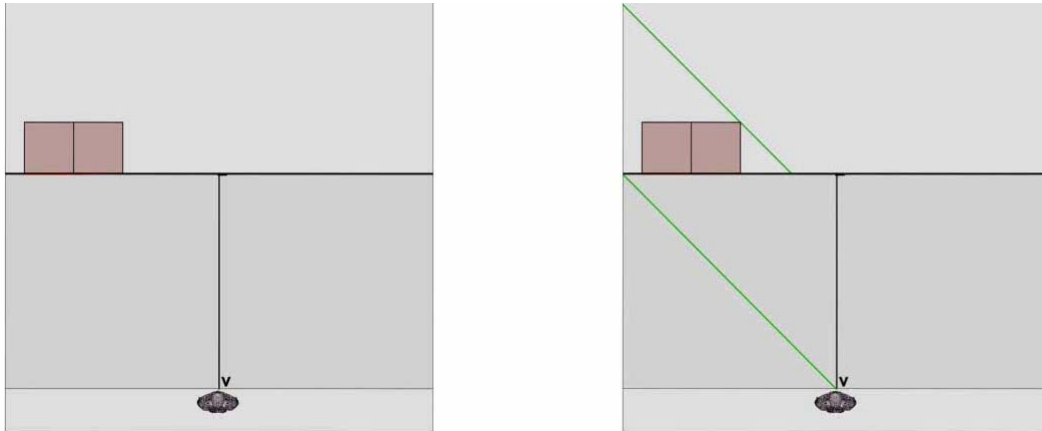


Fig. 29

En la figura 29 se ofrecen para su observación, en planta y en proyección cuasicilíndrica, (a) el espacio real en donde se encuentra la casa, y (b) el espacio intermedio, en donde se encuentran las rectas características. En este método ambos espacios se encuentran separados por el plano del cuadro.

*Los puntos métricos, en cónica frontal.*

Observando en estas condiciones se puede ver perfectamente el paralelismo entre la recta característica y las rectas destinadas a medir las profundidades. Estas rectas forman  $45^\circ$  con el plano del cuadro. Cuando estas rectas se tengan que proyectar en el plano, tendrán su punto de fuga en donde lo determine la correspondiente recta característica.

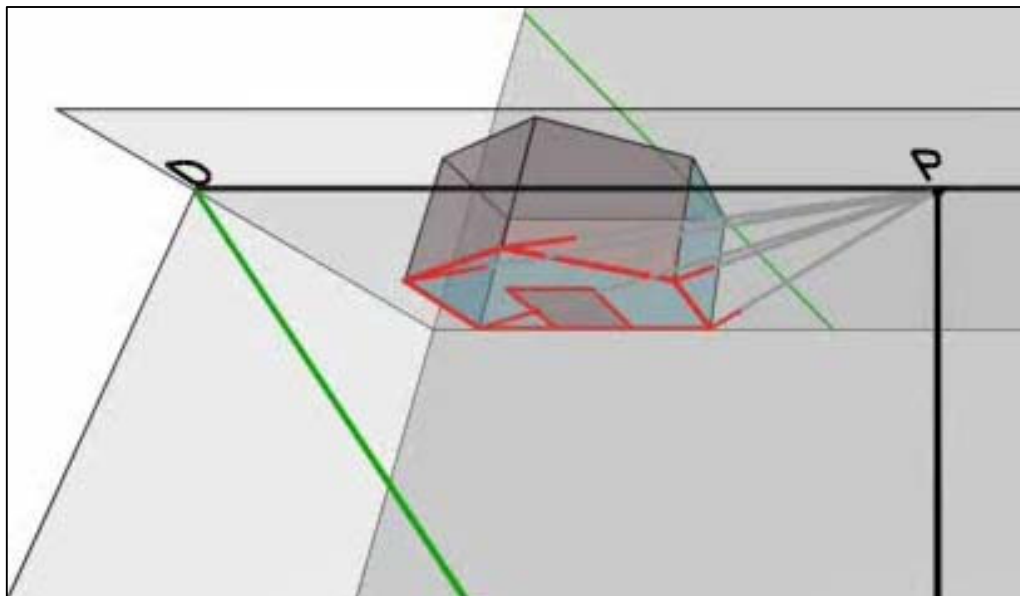


Fig. 30

El punto D (fig. 30) es entonces el punto de fuga para las proyecciones de las rectas que en la realidad forman  $45^\circ$  con el plano del cuadro.



En el plano geometral está la recta destinada a medir la profundidad de la pared de la casa. Como es sabido, la medida real de esta profundidad se traza en la línea de tierra, desde la esquina hacia la izquierda. Después la recta de 45° determina la profundidad. Esta recta es paralela a la recta característica V-D, por lo tanto fugará a D cuando se tenga que proyectar en el plano del cuadro. Pero en clase, ante los alumnos, esta explicación se aplaza hasta concluir con la siguiente secuencia.

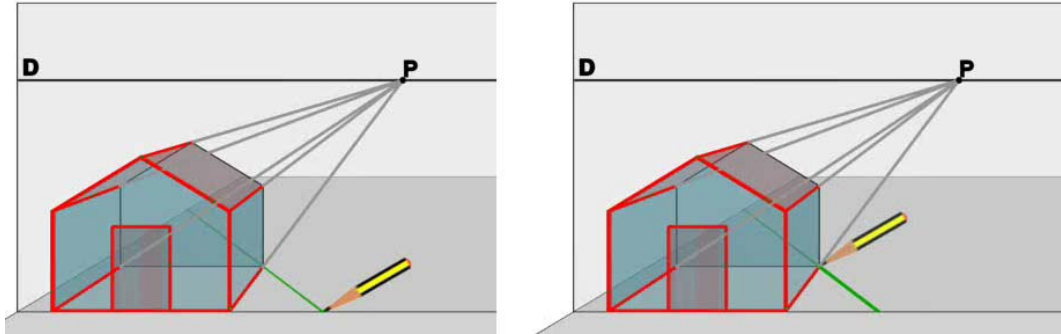


Fig. 31

En esta imagen 31 aparecen dos “fotogramas” de la secuencia en la que se copia o se “calca” sobre el plano del cuadro la recta que hay en el plano geometral utilizada para medir la profundidad de la casa. En la figura de la derecha el lápiz se ha detenido en la misma esquina, exactamente en el vértice que se quiere hallar.

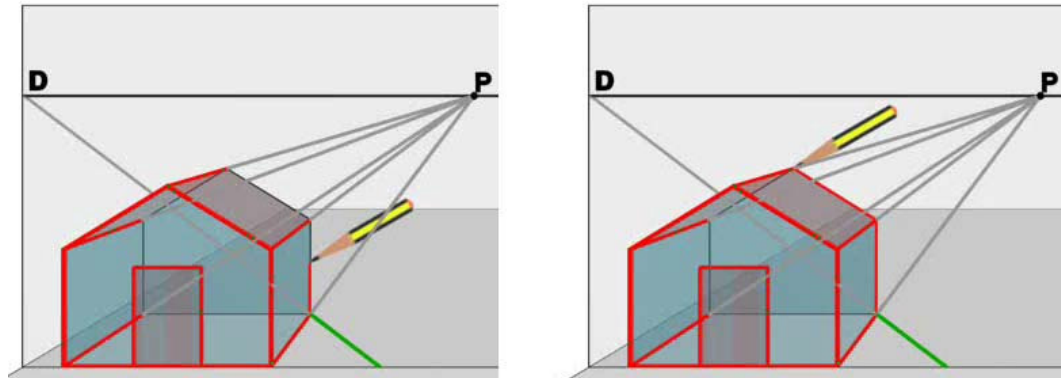


Fig. 32

Siguiendo con la secuencia (fig. 32) se verá que cuando la recta medidora se prolonga dentro del plano del cuadro, su punto de fuga está en D. A continuación, desde el vértice que define la profundidad, se trazan paralelas a las aristas delanteras de la casa hasta completar el contorno de la misma.

De este modo la proyección queda completada. Pero conviene diferenciarse de nuevo entre lo que se ha proyectado en el plano del cuadro y lo que en realidad hay al otro lado de dicho plano. Para lo cual hay que volver a mirar desde fuera del punto de vista para ver esa diferenciación, ya que, como se ha dicho antes, cuando el alumno dibuja en el papel, se puede decir que lo que está dibujando es lo que hay en el plano del cuadro y no puede separar o diferenciar entre realidad y representación.

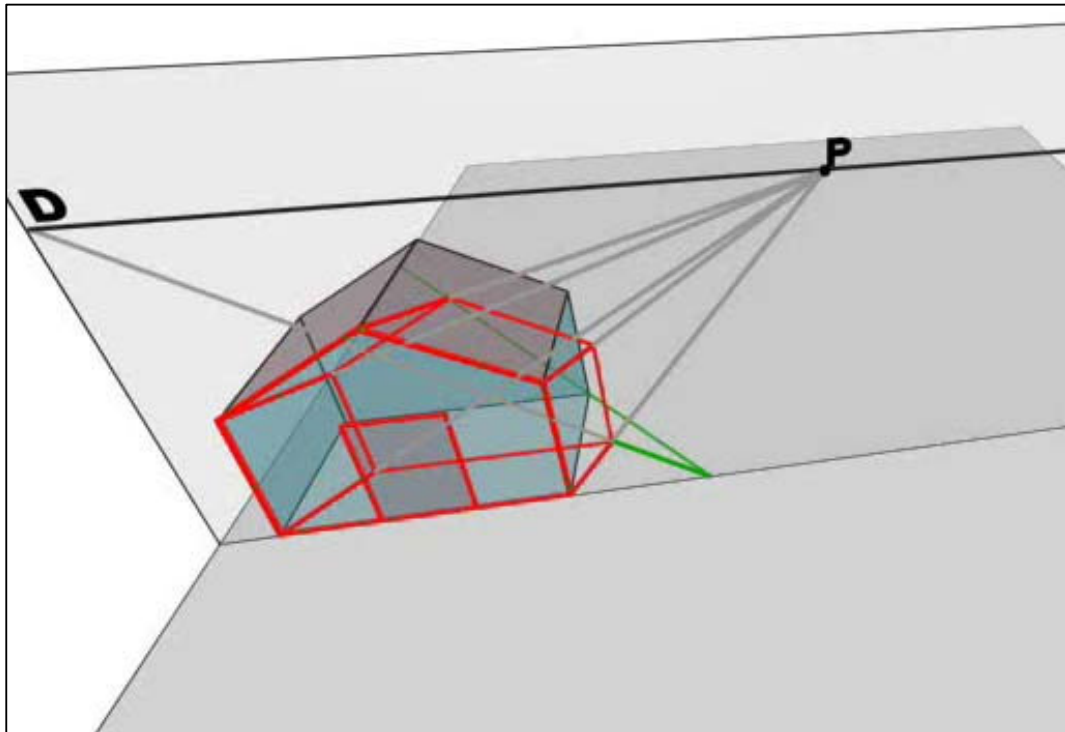


Fig. 33

En la figura 33 se puede diferenciar entre la recta trazada en el plano geométral destinada a facilitar la medida de la profundidad, distinta de su representación en el plano del cuadro y que fuga a D. Ambas se ven coincidentes o confundidas (o mejor, co-fundidas). Si el alumno comprende la co-fusión entre los elementos reales y sus correspondientes representaciones en el plano, estará en el camino adecuado para una práctica adecuada de la proyección cónica por el método de los puntos de fuga determinados por la recta característica.

#### *Perspectiva cónica oblicua.*

Con este software en realidad virtual también se utiliza un plano del cuadro transparente sobre el que “se dibujan” las proyecciones que se obtienen desde el punto de vista. También aparece el plano de horizonte que contiene las rectas características para cuatro puntos de fuga, aparte del punto P de la distancia principal.

Se siguen secuencias parecidas al software anterior, utilizado para la perspectiva cónica frontal. No obstante, al haber dos puntos medidores (m, n), se visualizan en secuencias separadas para hacer más fácil su comprensión. También al escribir el “guión” de este vídeo, se han introducido movimientos de cámara para buscar los puntos de observación más convenientes, por lo que todos los alumnos puedan percibir, cada uno desde su mesa, la misma perspectiva.

También aparecen coloreados los planos transparentes para que se puedan ver y comprender sus ubicaciones y orientaciones. Durante las explicaciones los planos o, en este caso, el plano visual (en este ejemplo, plano de horizonte) permanece en el lugar y

la posición adecuados para comprender las explicaciones; pero al final este plano se abate sobre el plano del cuadro, aunque no aparece en estas imágenes.

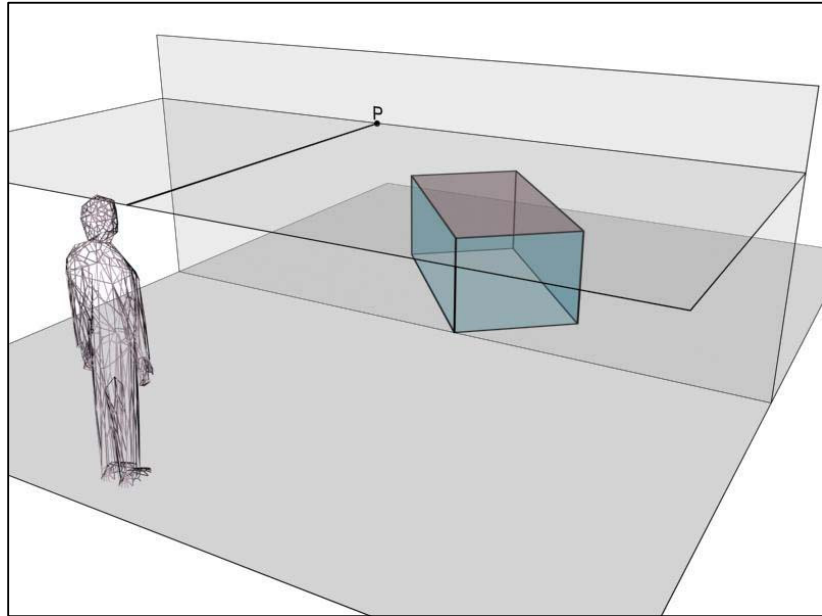


Fig. 34

En la figura 34 se pueden ver los elementos perspectivos: plano geométrico, plano del cuadro y plano de horizonte conteniendo la distancia principal. El objeto que se proyecta es un prisma de caras rectangulares, oblicuo al plano del cuadro con ángulos desiguales.

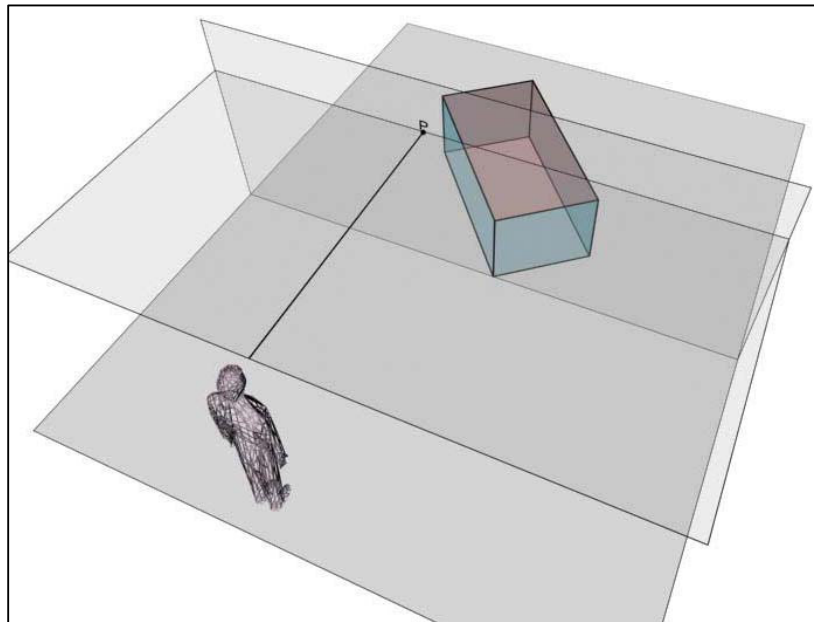


Fig. 35

En la imagen de la figura 35 la cámara se eleva para que se pueda ver mejor, desde arriba, los ángulos que forman las caras del prisma con el plano del cuadro. Esto es fundamental, dada la importancia que en este método perspectivo tiene el conocimiento y dominio de las propiedades de la recta característica para hallar los puntos de fuga.

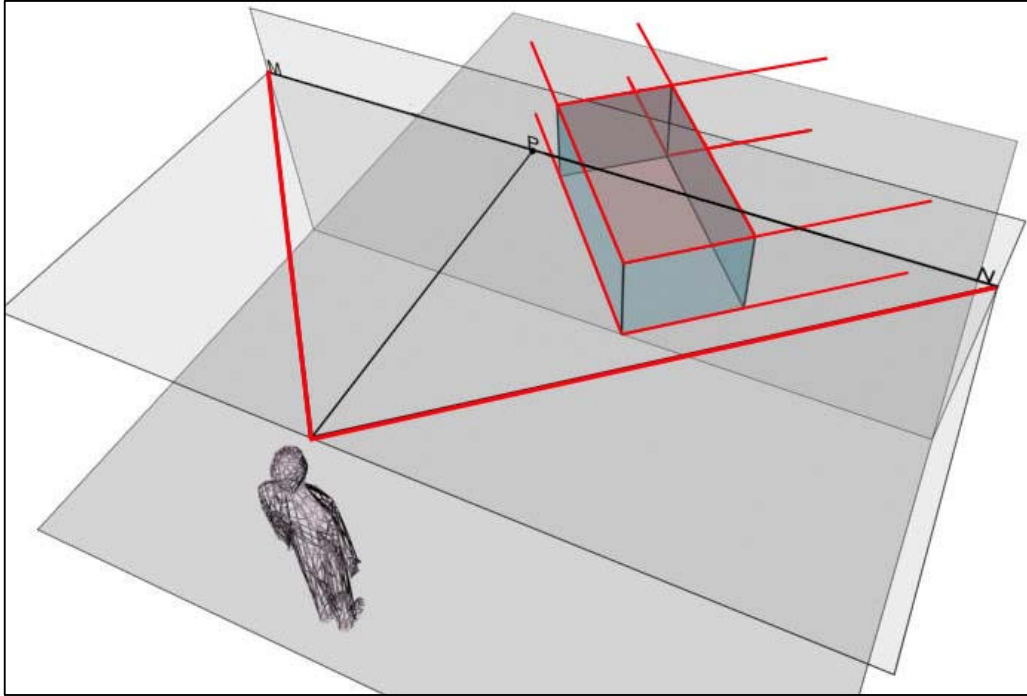


Fig. 36

Las rectas características V-M y V-N son paralelas, respectivamente, al haz o conjunto de aristas que se han prolongado en la figura. En el vídeo estas rectas se ven prolongándose en movimiento paralelo a su recta característica correspondiente. Así se definen los puntos de fuga M y N. Después estos puntos servirán para comprobar la concurrencia de las rectas proyectadas.

Los movimientos de la cámara pueden efectuarse de muchas maneras, con diferentes recorridos, utilizando zoom u objetivo de gran angular. Se han imitado los movimientos que se pueden hacer cuando se estudian estos contenidos con las maquetas reales y tangibles. Desde la posición del observador mirando desde arriba no solamente se ve el paralelismo entre las rectas características y sus correspondientes aristas; además se empieza a diferenciar entre el objeto real y el plano en donde se va a efectuar la proyección, cuando el prisma se mire desde el punto de vista.

Como ocurriera en las figuras 26 y 27, la cámara se desplaza hasta colocarse en el punto de vista de la distancia principal para ver y trazar en el plano del cuadro las aristas del prisma.

Como en la figura anterior el lápiz que traza se supone que es el de la mano del espectador, aunque tanto el lápiz como el espectador tienen un valor simbólico y no se corresponden con las escalas reales del conjunto perspectivo.

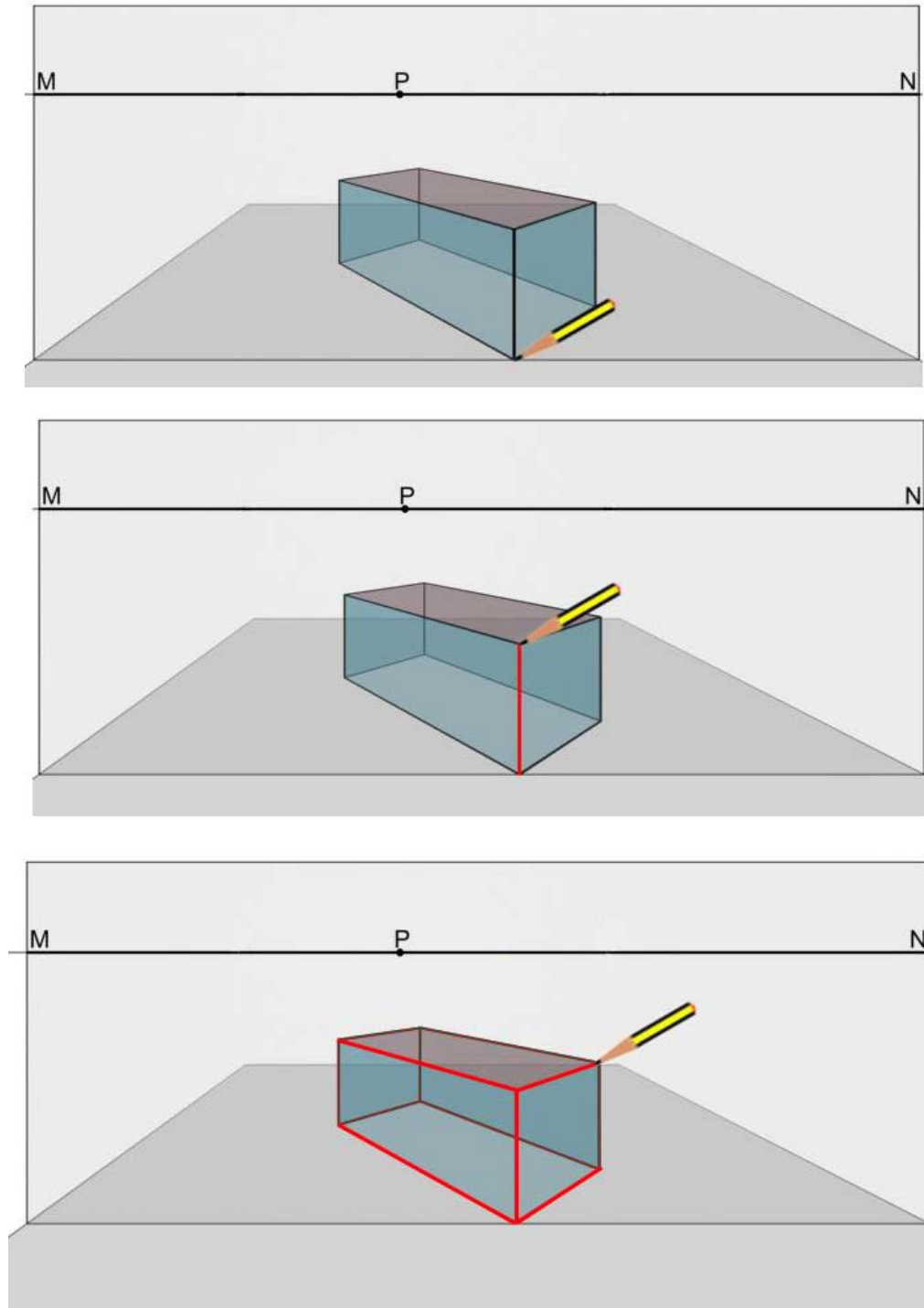


Fig. 37

Con este último movimiento de cámara (figuras 37) todos los alumnos “se han situado” para mirar desde el punto de vista y pueden ver cómo el lápiz copia en el plano las aristas que están detrás, en el prisma. Se copian por el orden en que se harían al trazar en el papel, es decir, primero se traza la altura en verdadera magnitud y después las aristas que fugarían a M y N. Aunque las demás se pueden copiar, es mejor esperar.

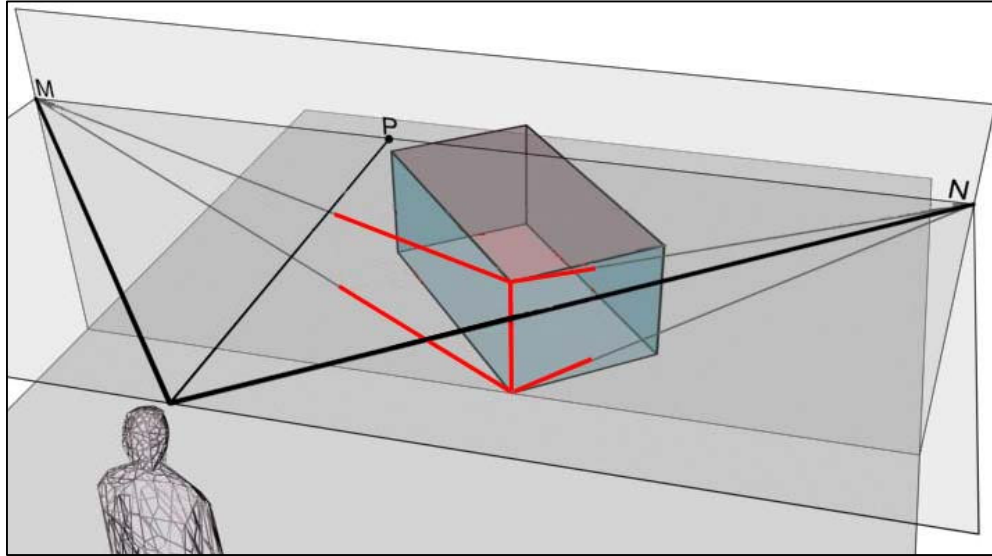


Fig. 38

Mediante otro movimiento de cámara (fig.38) el alumnado puede observar las diferencias y similitudes entre el objeto real y lo que hasta aquí hay de sus proyecciones; también puede comprender la utilidad de una buena aplicación de las propiedades de la recta característica. Puede entender que: (a) la arista contenida en el plano del cuadro tiene la misma magnitud en el prisma real que en la proyección; (b) las otras aristas se proyectan más pequeñas, es decir, no están representadas en su verdadera magnitud; (c) las aristas que son paralelas a la recta característica que define el punto M, dan proyecciones que fugan a M, e igualmente ocurre con la recta que da el punto de fuga N; etc.

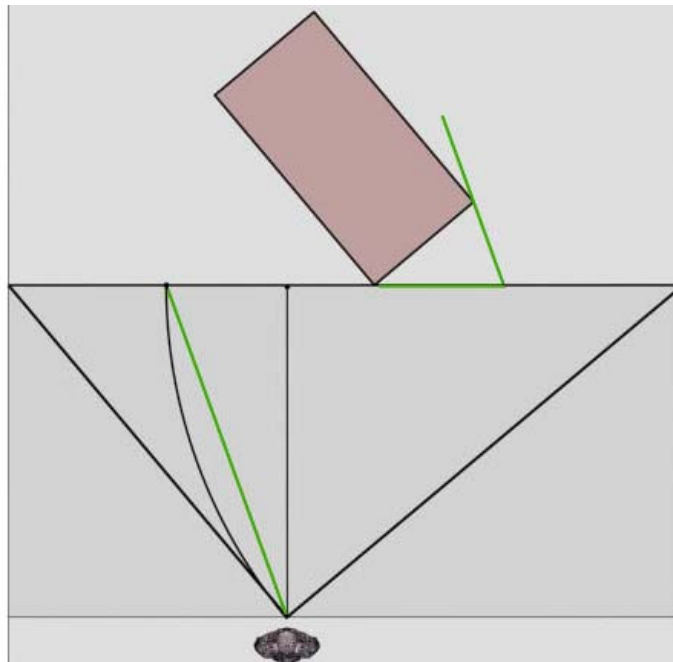


Fig. 39

*Los puntos métricos, en perspectiva cónica oblicua.*

En la figura 39 se puede observar el conjunto perspectivo en proyección cilíndrica. En realidad la cámara toma la imagen desde la vertical, a una gran altura, y amplía la imagen por efecto zoom, dando una imagen aparente muy igualada con una proyección cilíndrica. Así se pueden ver en verdadera magnitud los ángulos y distancias de la casa respecto al plano del cuadro.

Primero se va a proceder a medir la profundidad del prisma que hay en el lado derecho del observador. Para ello, en el plano geometral primero se traza en la línea de tierra el segmento correspondiente a la distancia de la arista de la base que se va a medir. Seguidamente se traza una recta paralela a la recta característica que da el punto métrico m. Al alumno se le hace ver el paralelismo entre la recta característica y se le explica por qué esa dirección sirve para llevar la medida del lado previamente situada en la línea de tierra hasta la arista del prisma.

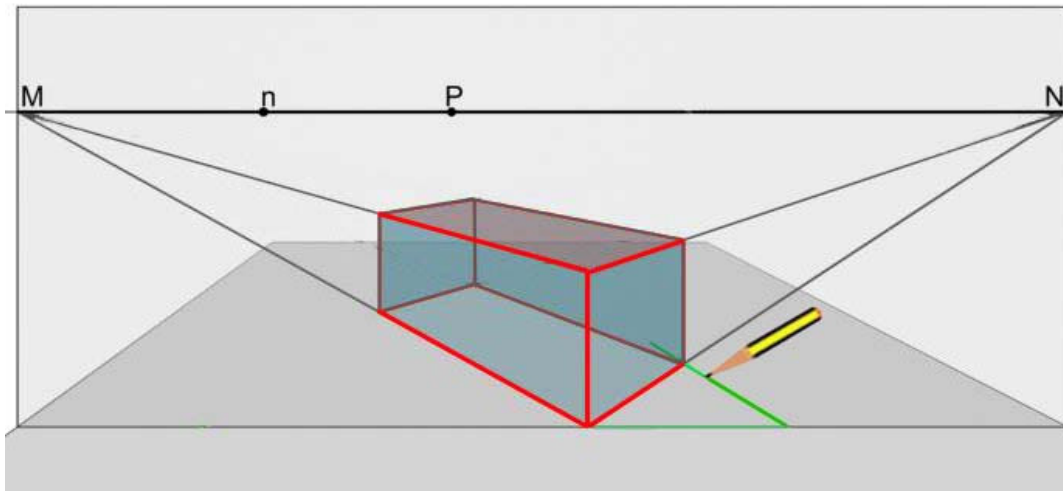


Fig. 40

Seguidamente se realiza otro movimiento de cámara para situar el ojo del observador (fig. 40) en el punto de vista de esta perspectiva. Entonces el lápiz calca sobre el plano del cuadro la recta que antes se había trazado en el plano geometral, que pasaba por el vértice del prisma, y que ahora pasa también por ese punto, pero en la representación.

El triángulo que se forma en el plano geometral es isósceles, con dos lados iguales, lo cual sirve para explicar por qué la medida del lado del prisma es trasladada a la base del prisma. Pero desde este punto de vista no se percibe que ese triángulo es isósceles, como tampoco se ven en verdadera magnitud ninguno de los ángulos del prisma, y los formados por éste con el plano del cuadro. Las verdaderas magnitudes de ángulos y longitudes solamente se pueden ver en la posición de la figura 39 (cuando la cámara se encuentra, teóricamente, en la vertical del plano geometral, a distancia infinita y con un zoom ideal que también amplía infinitamente). Por lo cual siempre hay que recurrir a la proyección cilíndrica o la planta, ya que la visión desde el punto de vista de este sistema perspectivo hace que las verdaderas magnitudes de esos elementos geométricos no se perciban fácilmente, aun conociendo sus magnitudes.

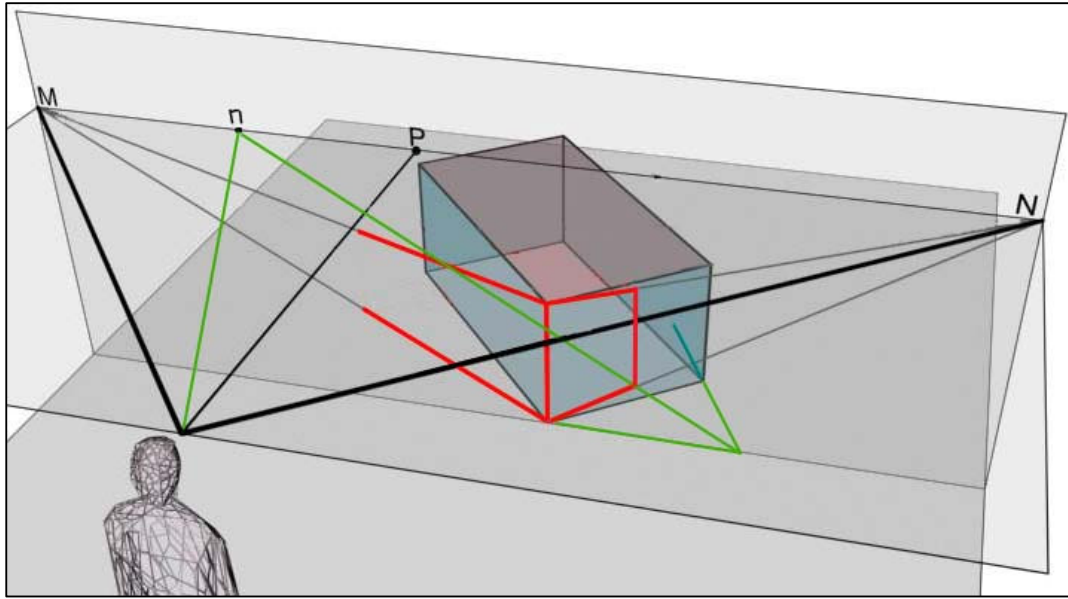


Fig. 41

Cuando ya se tiene el vértice de la base del prisma (fig. 41) se traza la esquina o arista vertical. Después la cámara se separa del punto de vista, y se prolonga la recta medidora para comprobar que su punto de fuga es  $m$ .

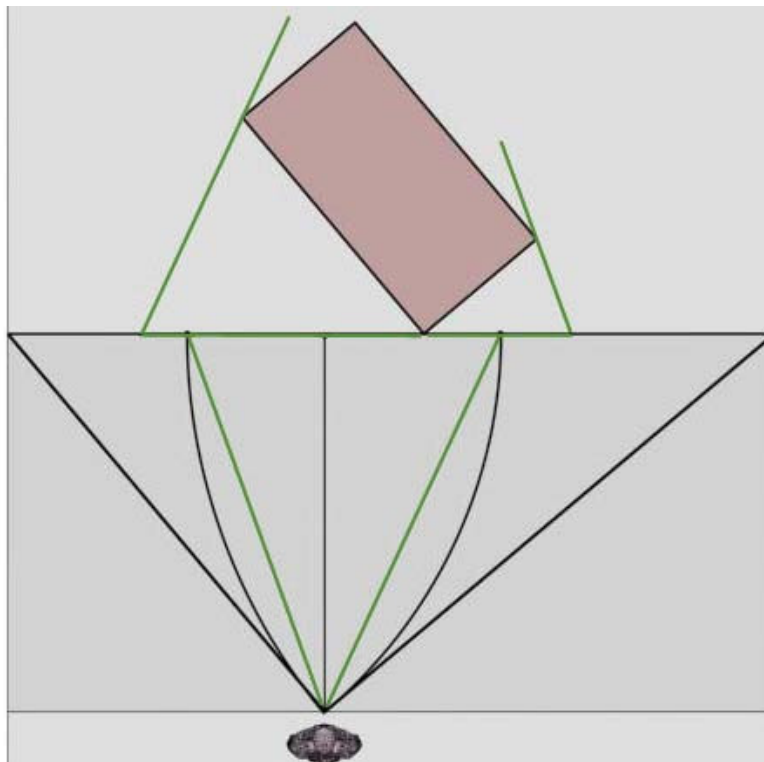


Fig. 42



Del mismo modo que antes se determinó el punto medidor  $m$ , ahora se halla el punto  $n$ . En la figura 42 también se ven en verdadera magnitud los ángulos y longitudes. Para medir la profundidad de la otra cara del prisma, de modo semejante al trazado anterior, primero se traza en la línea de tierra el segmento correspondiente a esa distancia de la arista que se va a medir, y luego se traza una recta paralela a la recta característica que da el punto métrico  $m$ . También aquí se le hace ver al alumno el paralelismo entre la recta característica y la recta que lleva la medida desde la línea de tierra hasta la base del prisma.

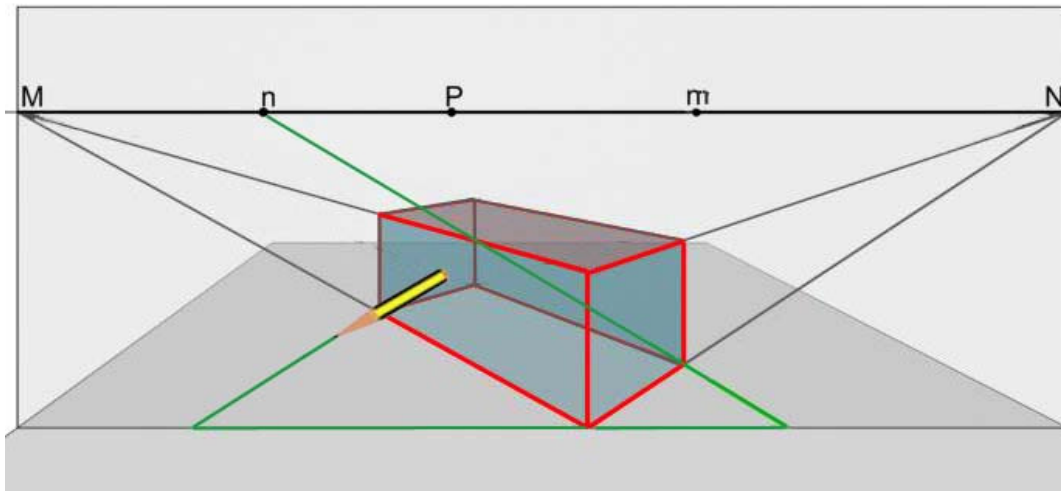


Fig. 43

Como antes se hizo en la figura 40, en esta figura 43, también se efectúa otro movimiento de cámara para situar el ojo del observador en el punto de vista. Del mismo modo, el lápiz copia la recta medidora previamente trazada en el plano geometral que, obviamente, pasa por el vértice representado en el plano del cuadro.

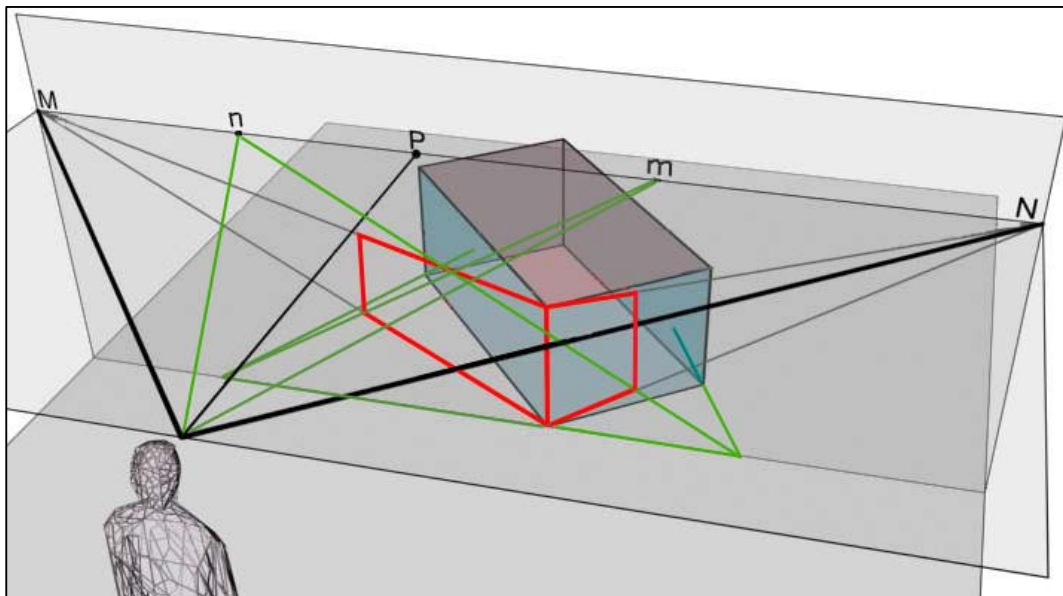


Fig. 44

Al hallar este segundo vértice de la base del prisma, se traza la otra arista vertical (fig. 44). A continuación la cámara se vuelve a separar del punto de vista para diferenciar entre la figura real y su representación. Entonces se prolonga sobre el plano del cuadro esta segunda recta medidora y se verá que concurre al punto de fuga  $m$ .

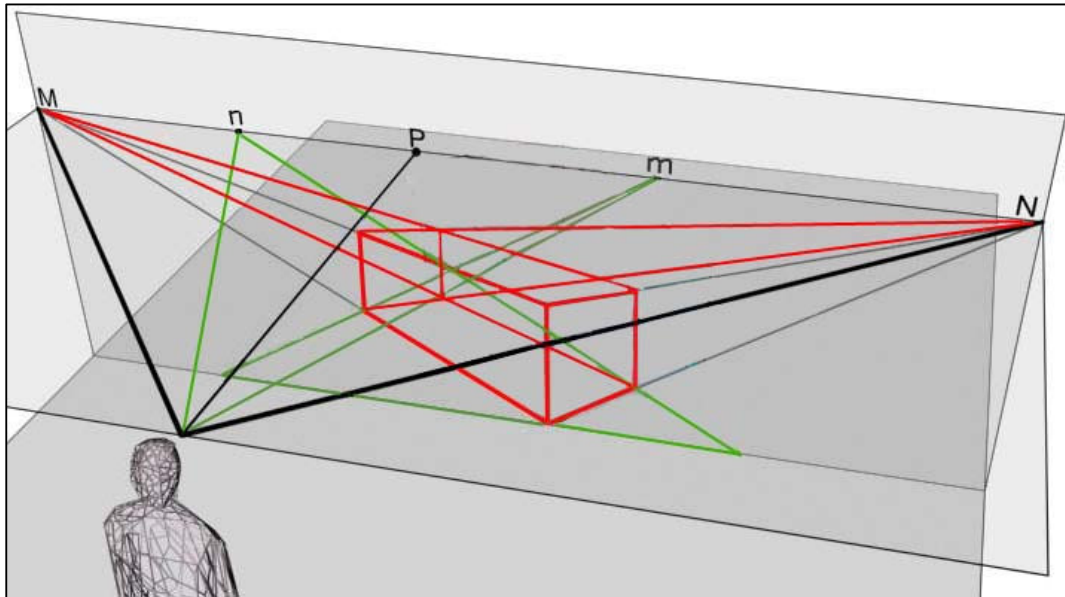


Fig. 45

Teniendo ya definidas las dos aristas verticales, solamente hay que unir con M y con N las respectivas rectas que conformarán las caras del prisma que aún no se han trazado. Para hacer este trazado no hace falta que esté la figura real, ya que estas direcciones de rectas son paralelas, respectivamente, a las rectas características con las que se han definido los puntos de concurrencia M y N.

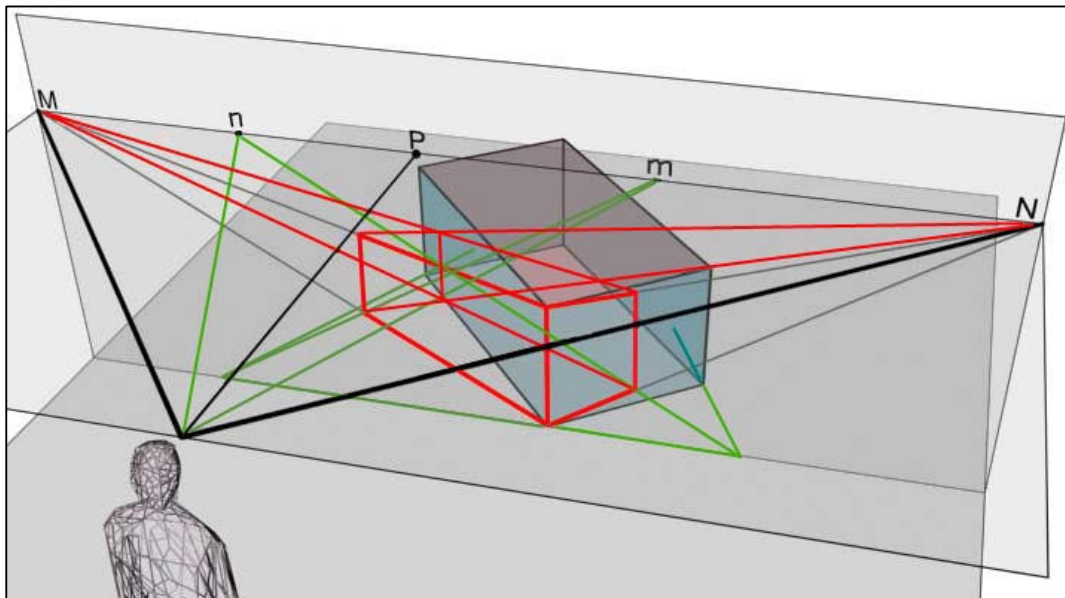


Fig. 46

En la figura 46 aparece la figura real y sus proyecciones en el plano. Se ve una imagen confusa porque se ven duplicados los prismas y otras rectas auxiliares; pero eso es lo que hay, sin embargo, cuando se mira desde el punto de vista, las proyecciones en el plato “tapan” u ocultan la figura real, confundiéndose los elementos reales con los proyectados, y dan una imagen menos confusa, tal y como queda después en el papel de dibujo.

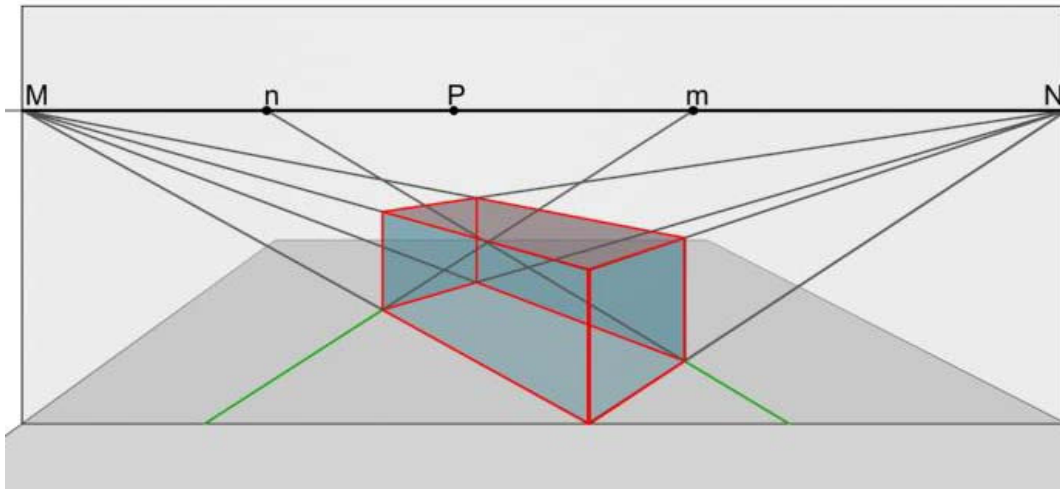


Fig. 47

Cuando por fin se mira desde el punto de vista (fig. 47) queda una imagen que se corresponde con el dibujo que se traza sobre el papel. Después de haber aprendido la perspectiva cónica con este material, el alumno ha tenido ocasión de conocer lo que realmente hay detrás del plano de proyección.

Naturalmente la visualización de este y los otros vídeos no se hace completa la primera vez que se utiliza en clase. El profesional docente sabrá dosificar y elegir el ritmo de aprendizaje. Tal y como se presentan estos vídeos producen confusión al ver tanta información que, por supuesto, no se puede asimilar en poco tiempo. Se necesitan varias unidades didácticas con ejercicios prácticos intermedios, hasta que al final de un proceso en el que se ha de comprender la función de la recta característica, se llegue a una visualización completa de las distintas fases de estos vídeos.

*Explicaciones teóricas y ejercicios prácticos.*

Los ejercicios y prácticas de trazado que el alumno puede realizar, quedan a criterio del profesorado. El software que hasta aquí se ha presentado contiene unas figuras que no son sino un pretexto para estudiar y comprender los fundamentos del sistema de proyección cónico, sin embargo también sirve para realizar ejercicios prácticos utilizando éstos u otros contenidos similares o con pequeñas variaciones.

El vídeo que sigue a continuación ofrece otros contenidos diferentes y también tiene variaciones en los movimientos de cámara y, por tanto, en el modo de presentar la cuestión. Sobre todo, pretende evidenciar el paralelismo de las rectas características, y para ello la cámara ocupa nuevas posiciones respecto a los vídeos anteriores.

Este vídeo debería de haberse insertado al final del anterior apartado “Perspectiva cónica frontal” por tratarse del sistema que utiliza los puntos P y D. Pero se ha preferido tratarlo aparte para que se entienda que esta investigación no acaba aquí sino que se ha de ir suplementando o completando conforme lo vaya demandando la práctica docente. Aquí se ofrece un nuevo contenido, en donde se presenta una estructura en la que se miden varias profundidades para formar cuadrados. También hay una pequeña variación en el modo de explicar la proyección cónica, especialmente por los movimientos de cámara.

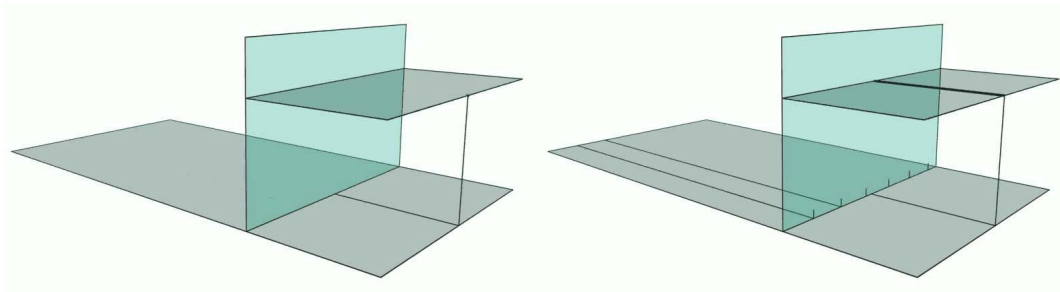


Fig. 48

En la figura 48 se traza la recta característica coincidente con la distancia principal V-P, como ocurre en la denominada perspectiva cónica frontal. En el plano de horizonte se traza esta recta a la vez de las dos rectas paralelas en el plano geométral con el fin de que quede patente este paralelismo.

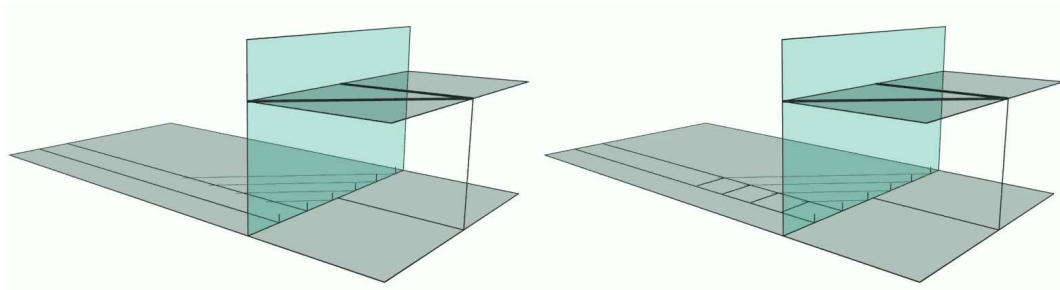


Fig. 49

Seguidamente (fig. 49) se traza la recta característica que forma  $45^\circ$  con el plano del cuadro para hallar el punto medidor. También, al mismo tiempo se trazan en el plano geométral las cuatro rectas que sirven para medir las correspondientes profundidades. Y al final se trazan las cuatro rectas paralelas al plano del cuadro que determinan en el plano geométral cuatro cuadrados que después pueden ser utilizados para diferentes contenidos.

Hasta ahora no aparece nada proyectado en el plano del cuadro, solamente se trata de dar a conocer los trazados reales para que el alumno vaya haciendo anticipación de lo que va a suceder después cuando haya que trazar las representaciones en el plano. Incluso se pueden efectuar otros movimientos de cámara para volver a repetir estos trazados antes de situar la cámara en el punto de vista. Es importante también observar el plano geométral desde la vertical para ver los ángulos y distancias en sus verdaderas magnitudes, aunque no se vean como proyección cilíndrica.

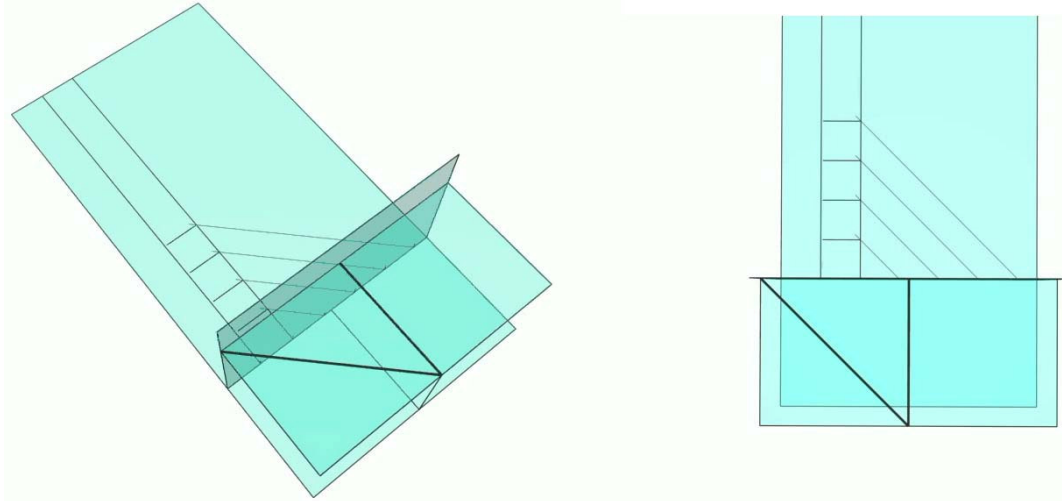


Fig. 50

En la figura 50 se repiten los trazados en dos posiciones diferentes de la cámara. En la segunda posición se pueden observar los ángulos y distancias en sus verdaderas magnitudes, tanto en el plano de horizonte como en el plano geométral, a pesar de que no aparezca el conjunto perspectivo en proyección cilíndrica como ocurre en las figuras 39 y 42.

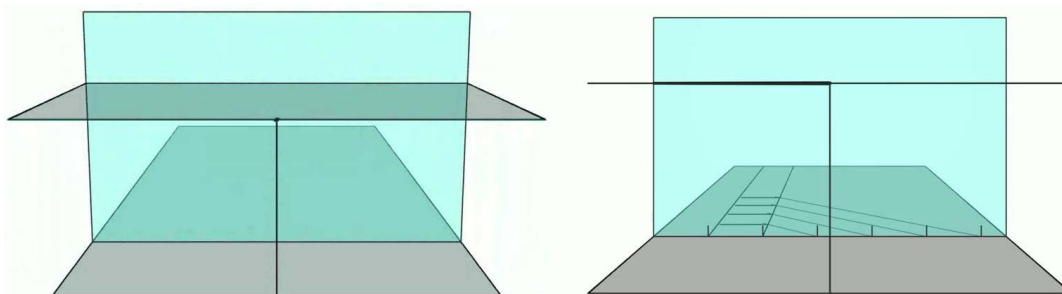


Fig. 51

En las imágenes de la figura 51 la cámara se sitúa para ver el conjunto de planos perspectivos desde una posición próxima al punto de vista, pero aún distanciada. En esta posición el espectador ve cómo se desarrolla otra vez el trazado de los elementos reales situados al otro lado del plano del cuadro. Ya se nota que las rectas paralelas que antes se veían como tales, ahora se ven convergentes.

Pero antes de representar en el plano las proyecciones observadas desde el punto de vista, se va a proceder a abatir el plano de horizonte, en este caso hacia abajo. Los abatimientos del plano visual (en estos casos, el plano de horizonte) se suele efectuar en los ejercicios prácticos, al iniciar el trazado. Como se puede ver, aquí conviene hacerlo al final porque con los elementos geométricos reales en sus posiciones tridimensionales es como mejor se comprenden los fundamentos de esta perspectiva. Al alumno se le instruye en este sentido para que comprenda que aunque se explica con este orden, luego en las prácticas invertirá el orden en algunos aspectos.

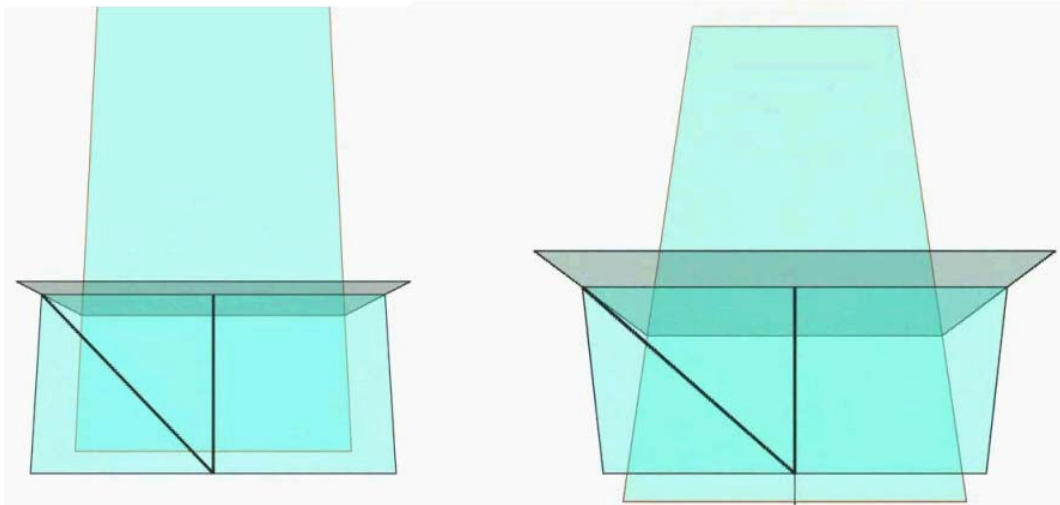


Fig. 52

La cámara se mueve al mismo tiempo que se abate el plano de horizonte. Las dos rectas características contenidas en él darán en el plano del cuadro el punto de fuga P y el medidor D. Se advierte al alumno de que a partir de aquí hay dos puntos V: el punto de vista abatido en el plano de horizonte que en este caso se abate hacia abajo, pero que podría abatirse en otro sentido, y el punto V real que siempre hay que imaginárselo en el espacio anterior al plano del cuadro, y desde donde se observará para tener una visión “realista” después del trazado.

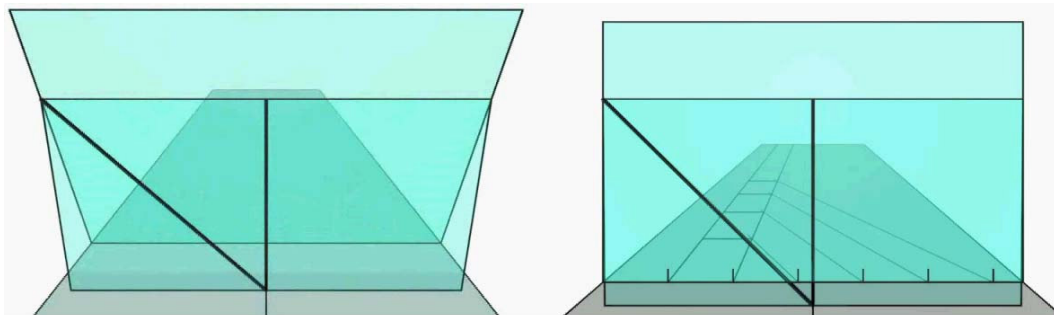


Fig. 53

En la figura 53 de la derecha, el plano de horizonte ha concluido su abatimiento, quedando el punto de vista por debajo de la línea de tierra como frecuentemente ocurre. Detrás del plano del cuadro se desarrolla de nuevo el trazado: primero, las dos rectas paralelas que, al ser paralelas a la recta característica V-P, se empieza a percibir que sus prolongaciones concurren a P (ver fig. 54); después las cuatro rectas paralelas entre sí, con dirección de 45° hacia la izquierda que también se pueden ver que concurrirán a D, porque en la realidad son paralelas a la correspondiente recta característica.

Con el plano de horizonte abatido, al alumno le supone un esfuerzo entender el paralelismo que existe, en el espacio tridimensional, entre la recta característica y las rectas que, en su lámina de dibujo (en la proyección), concurren a su correspondiente punto de fuga. Puede suceder que se obvие esta cuestión recurriendo a esquemas y

trazados memorísticos, con lo que entonces se pierde la oportunidad de que el alumno trabaje de una manera autónoma, en donde pueda avanzar de un modo deductivo y más creativo.

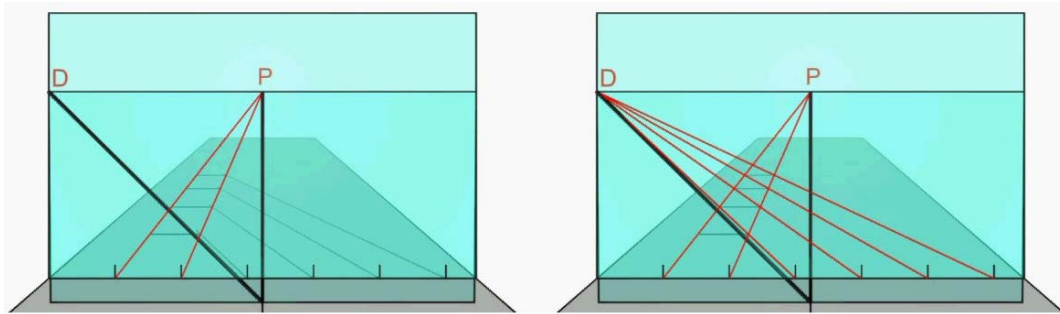


Fig. 54

En la figura 54 se han trazado en el plano de proyección las dos rectas que concurren a P y las otras cuatro que miden las profundidades y marcan los intervalos iguales en el plano geométral real que en el plano de proyección estos intervalos se proyectan decrecientes.

Puede y debe de seguir una sucesión de software educativo para mejorar y ampliar lo que se está produciendo. No obstante, con lo presentado aquí, bien dosificado y con los adecuados ejercicios prácticos, el alumno puede tener un conocimiento causal de este método perspectivo.

## COMENTARIOS, VALORACION Y CONCLUSIONES

Como ya se ha visto, las soluciones al problema docente consisten fundamentalmente en adoptar una metodología y su correspondiente material didáctico para que el alumno pueda estudiar los contenidos de dos modos y simultáneamente: (a) en proyección plana y (b) en el espacio tridimensional.

### *Maquetas especiales.*

Para lo cual, en un primer período de investigación, se han construido maquetas especiales, reales y tangibles, para cada sistema de representación. Con este material y aplicando una metodología específica, el alumno puede estudiar simultáneamente en el espacio tridimensional real, y en su correspondiente proyección en el plano. Este modo de estudiar simultáneo permite comparar los contenidos del espacio real con sus mismas representaciones en el espacio proyectado, lo que facilita la comprensión de las cuestiones geométricas. En la elaboración de estas maquetas especiales y de la correspondiente metodología didáctica ha habido un proceso de diseño, construcción, prueba en clase y modificación, hasta llegar a los diseños actuales; proceso que, sin embargo, ha quedado abierto ante cualquier iniciativa de mejora.

### *Sustitución por software.*

Durante varios cursos académicos se han comprobado las ventajas de este material y se ha ido perfeccionando una metodología didáctica y operativa específica. Luego, tratando de solucionar los problemas de manipulación de este material tangible, se inició un proceso de sustitución por otro material semejante en formato de software infográfico con diseños de espacios virtuales. Este software se utiliza con un ordenador y el cañón de proyección que envía sus imágenes a una pantalla normal y, también, a otra especial cubierta de láminas de papel intercambiables y desechables sobre las que se pueden trazar formas proyectadas. El ordenador se puede sustituir por un reproductor de DVD e incluso un magnetoscopio si la grabación se pasa a una cinta con el formato adecuado.

Este software educativo comenzó adoptando una metodología didáctica muy parecida a la anteriormente utilizada con las maquetas especiales, dentro del cual también se estudian las formas tridimensionales de manera simultánea con sus correspondientes proyecciones planas. Sin embargo ha evolucionado con novedades por las adaptaciones y ampliaciones propias de las nuevas posibilidades del material infográfico.

Las representaciones planas están vinculadas directamente con sus respectivas presentaciones tridimensionales. Estas representaciones planas se pueden observar como sombras o como vistas, lo cual es compatible con una concepción geométrica y acorde con cualquier metodología operativa y/o didáctica.



El empleo y visualización de los espacios tridimensionales ha traído como consecuencia el desarrollo de una metodología en dos aspectos diferentes: (a) en cuanto a los recursos pedagógicos a aplicar y (b) en cuanto a los métodos operativos, o de trazado y resolución del problema. Se han seleccionado procesos de resolución y trazado que concuerdan con los espacios tangibles, tanto físicos como virtuales, en donde se visualizan fenómenos que sin este material didáctico no se podía percibir. Se puede observar visualmente las direcciones de los rayos de luz que inciden en el plano, en proyección cilíndrica o cónica y, dentro de la proyección cilíndrica, como ortogonal o como oblicua. Se ven los movimientos de los diferentes elementos del sistema, de las formas a estudiar, de los abatimientos, giros, traslaciones, etc.

### **Valoración de los resultados.**

Esta valoración se va a efectuar haciendo un estudio evolutivo desde el primer material didáctico tangible formado por las maquetas y su material auxiliar, el cual ha sido el precedente del software educativo que se estudia en segundo lugar. Este estudio comienza con los sistemas de representación cilíndricos para terminar con la perspectiva cónica cuyo sistema está requiriendo la mayor atención en esta tesis. De los sistemas cilíndricos no se ha expuesto todo lo que se ha hecho, ya que el tema de esta tesis tiene por finalidad la perspectiva cónica, pero sí se van a ver y valorar los aspectos más importantes para explicar las soluciones adoptadas para la perspectiva cónica.

#### *Sistema diédrico.*

Maqueta y sombras.- Las sombras se producen con figuras de alambre a una distancia muy cercana al objeto real. Desde la pág. 70, figuras 21, 22 y 23, se puede ver que el alumno puede estudiar el modo en que se producen las proyecciones cilíndricas ortogonales en sistema diédrico por medio de las sombras; puede simultanear en su estudio y comparación entre la sombra o proyección plana y el objeto real que, además, se ubican muy cerca entre sí. Las proyecciones se trazan con rotulador y quedan dibujadas para ser vistas cuando los planos de proyección se abaten en la fig. 23. De este modo el alumno comprende el funcionamiento del sistema.

Maqueta y vistas.- Las vistas se producen con figuras de alambre u opacas. Desde la pág. 74, figuras 25, 26 y 27, el cañón de proyección muestra en la pantalla las vistas que recoge la cámara de vídeo dotada de teleobjetivo o zoom, ubicada a la mayor distancia que permite el aula. También el alumno puede estudiar el modo en que se producen las proyecciones cilíndricas ortogonales por medio de las vistas. Las vistas están más distanciadas del objeto real que en el caso anterior de sombras. No obstante no hay mayor problema, ya que al profesor que manipula este material atraerá la atención alternativamente hacia los dos espacios: el real y el proyectado, según los requerimientos didácticos. Los movimientos del triedro son los necesarios para mostrar las tres vistas: planta, alzado y perfil, como en las figuras de las páginas 77 y 78. Sobre la pantalla recubierta de papel, se van dibujando en su momento, con el rotulador, las tres vistas. Y de este modo el alumno comprende el funcionamiento del sistema entendiendo las representaciones como las “vistas” de la figura.

Software y sombras (o proyecciones).- En espacios virtuales, las sombras se producen con objetos de caras semitransparentes coloreadas. Las proyecciones se

explican como si fuesen sombras cuya fuente de “luz” cilíndrica ortogonal está situada en el cénit, para la planta; frente al plano vertical, para el alzado; etc. Estas “sombras” están más cerca de la definición de proyección en geometría descriptiva: la proyección como el punto de intersección en el plano de la recta que pasa por los puntos notables del objeto. Desde la pág. 83, figuras 4 a 6, el alumno puede ver cómo se producen las proyecciones cilíndricas ortogonales en sistema diédrico. También se puede ver muy claramente el modo en que se proyectan los objetos y se abaten los planos de proyección conteniendo las proyecciones respectivas y comprendiendo el funcionamiento del sistema.

Software y vistas.- Al girar el objeto para mirarlo desde arriba, de frente y de perfil, se van viendo las tres vistas que, a su vez, dejan su impronta en el plano de proyección correspondiente. Desde la pág. 89, figuras 14 a 20, el alumno va viendo las vistas como si se observasen desde un punto impropio, en “visión cilíndrica”, mostrando la planta, alzado y perfil. Al final se trazan las líneas de correspondencia y se comparan los resultados con el modo anterior para completar la comprensión del funcionamiento del sistema.

Software, sombras y vistas.- En esta parte del vídeo, pág. 86, figuras 7 a 13, se produce una integración entre los modos de entender las representaciones en este sistema: como sombras o proyecciones, y como vistas.

Software, dos sistemas.- En la pág. 95, figuras 24 y 25, se observa que también con software se puede separar el problema a estudiar en dos zonas, una en representación tridimensional en donde la cuestión se percibe con facilidad, y la otra en sistema diédrico. Ambas representaciones avanzan al unísono, pudiéndose comparar ambos trazados, facilitando así la comprensión del problema a tratar.

#### *Perspectiva caballera.*

Maqueta y sombras.- Las sombras las producen los planos transparentes del triedro trirectángulo de la perspectiva cilíndrica oblicua y las figuras de alambre situadas en este espacio. También están muy cercanos la figura real y su sombra. En la pág. 68, fig. 19, el alumnado puede estudiar el modo en que se producen las proyecciones (o sombras) cilíndricas oblicuas en la perspectiva caballera. También puede estudiar de modo simultáneo la sombra o proyección plana y el objeto real. De este modo el alumno comprende que los rayos de luz oblicuos con el plano forman estas perspectivas, y por qué se aplica el coeficiente de reducción a las magnitudes correspondientes a las profundidades.

Software y sombras.- En imagen digital (pág. 96, fig. 27 y 28) las sombras las produce un objeto de alambre cuyos rayos luminosos primero inciden ortogonalmente en el plano de proyección. Después estos rayos van cambiando su dirección para producir las transformaciones de sombras que dan la perspectiva caballera. Con este vídeo el alumno compara los resultados entre la proyección cilíndrica ortogonal del principio, con la proyección cilíndrica oblicua del final.

### *Perspectiva axonométrica.*

Maqueta y sombras.- La maqueta especial para la perspectiva axonométrica de la pág. 69, fig. 20, produce las sombras de los planos transparentes del triedro trirectángulo, así como de los planos abatidos y del objeto de alambre; todo ello con iluminación equivalente a la proyección cilíndrica ortogonal. También el alumno puede estudiar simultáneamente la sombra y el objeto real.

Maqueta y vistas.- Con la misma maqueta especial y con figuras de alambre se producen las proyecciones de esta perspectiva como si fueran “vistas”. En la pág. 76, figuras 28 y 29, el alumno puede ver alternativamente dos áreas de estudio muy próximas entre sí por lo que puede seguir las explicaciones en los dos espacios a la vez. El cañón proyecta las vistas que recoge la cámara de vídeo situada también a la mayor distancia disponible en el aula. El alumno estudia ambos espacios mientras el profesor manipula la maqueta, dándole tiempo para que pueda observar el espacio real y el proyectado. Las verdaderas magnitudes (de ángulos y longitudes) y sus proyecciones se dibujan con rotulador tanto en la maqueta como en sus representaciones en el plano de proyección, que es la pantalla recubierta de una lámina de papel intercambiable. Así, el alumno comprende cuándo se reducen las magnitudes y cuándo aparecen en su verdadera magnitud en función de su paralelismo con el plano de proyección.

Software y sombras.- En el espacio virtual (pág. 97, figuras 29 a 33) el objeto de caras semitransparentes produce su sombra en el plano de proyección por medio de rayos de luz cilíndrica ortogonal. Después el objeto, que se supone ubicado en un triedro trirectángulo, experimenta un doble giro: primero alrededor del eje X y después del eje Z. Tras estos dos giros el alumno observa la evolución de la sombra del objeto que queda en perspectiva axonométrica, realizando a la vez comparaciones con el objeto real.

Para estudiar la determinación de las escalas (pág. 99, figuras 34 a 40) también el alumno efectúa comparaciones simultáneas entre el triedro real (virtual) y sus proyecciones en el plano. Cada uno de los planos Y O X y Z O X, se abaten hasta que queden paralelos al plano de proyección. Luego se trazan las longitudes necesarias para dibujar un cubo. Después se deshace el abatimiento para que se proyecten las magnitudes ya reducidas según la escala que les haya correspondido y, seguidamente se construye el cubo por aristas paralelas a los ejes X, Y y Z.

Software y vistas.- Con la misma maqueta virtual y el mismo desarrollo explicativo, la cámara se separa “hasta el infinito” y con un zoom ideal amplía la imagen también “infinitamente”, como para que se pueda observar (Como ya se ha dicho antes, basta con separar esta cámara virtual a una gran distancia para que dé una imagen a modo de “visión cilíndrica”). De esta manera el alumno, aunque no haga la comparación simultánea entre el espacio real y el representado, mentalmente los confunde e integra, basándose en la experiencia visual y aprendizaje anterior.

### *Perspectiva cónica.*

Maqueta y sombras.- Con la maqueta de alambre y la fuente de luz (pág. 147, figuras 54 a 65) el alumno observa cómo se forma la proyección cónica, pudiendo imaginar durante los movimientos de la fuente de luz y de la maqueta que las sombras

coinciden con la visión del objeto si se situara el ojo observador en el punto de luz. Por experiencia visual y directa comprende cómo se define el punto de fuga por medio de la recta característica.

Maqueta y vistas.- La maqueta especial que utiliza los planos transparentes permite ver el objeto real al otro lado del plano del cuadro, desde el punto de vista. Desde la página 158, figuras 68 a 85, se explica la manera por la que el alumno observa cómo se hallan los puntos de fuga, incluidos los métricos, por medio de la recta característica. Se aplican dos procesos diferentes: (a) el de verificación, por el cual se halla un punto de fuga por medio de la recta característica, después se copian en el plano del cuadro rectas del objeto que deberán de fugar a dicho punto y, después, se prolongan tales rectas para comprobar que concurren al punto de fuga determinado por su recta característica; y (b) el de anticipación y verificación, según el cual una vez comprobada la eficacia de las rectas características, se anticipa una parte del trazado sin copiar desde el punto de vista, sino confiando en otro punto de fuga diferente previamente hallado con el auxilio de la correspondiente recta característica. Después se verifica la veracidad de tal anticipación mirando desde el punto de vista para comprobar que coinciden estos últimos trazados con el objeto real.

Software y sombras.- En espacio virtual se reproduce una maqueta alámbrica y una fuente de luz que da unas sombras muy bien definidas ya que su “filamento incandescente” es un punto. Desde la pág. 179, figuras 11 a 18, se observan las proyecciones cónicas, pudiéndose imaginar el alumno que lo que se proyecta es la visión de la maqueta desde el punto de luz, como también se comprende cómo la recta característica define el punto de fuga.

Software y cámara oscura.- Aprovechando las ventajas de la imagen digital se ha diseñado la cámara oscura (pág. 183, figuras 19 a 24) en donde el alumno puede observar cómo se forma la proyección cónica en el plano de proyección del interior, con lo cual puede comprender cómo se produce la visión en el ojo y las cámaras fotográficas, de vídeo, etc. También comprende cómo la recta característica, cuyo paralelismo a las rectas correspondientes se ve muy claramente, define los puntos de fuga.

Software y vistas.- La proyección en el plano del cuadro da el mismo resultado que la “vista” observada desde el punto V. En la pág. 173, figuras 1 a 6, se ve cómo proyección y vista se co-funden al mirar desde V.

En la página 202, figuras 48 a 54, se calcan unas rectas contenidas en el plano geometral, a la vez que se verifica que concurren a los puntos de fuga definidos con las rectas características. El plano de horizonte se abate hacia abajo.

En la página 187, figuras 25 a 47, se reproduce un símil en realidad virtual de la maqueta especial para la perspectiva cónica anteriormente empleada. Con estos vídeos también se explica para que el alumno observe cómo se hallan los puntos de fuga, incluidos los métricos, por medio de la recta característica; igualmente, se aplican dos procesos: (a) el de verificación, por el cual se halla un punto de fuga utilizando una recta característica, después se copia en el plano del cuadro parte del objeto cuyas rectas fugan al punto de concurrencia, y luego se prolongan las rectas para comprobar que efectivamente concurren al punto de fuga; y (b) el de anticipación y verificación, por el

cual se anticipa un trazado basado en otro punto de fuga, que después se verifica mirando desde el punto V para comprobar que tales trazados coinciden con el objeto real.

#### *Material y metodología didáctica.*

La valoración de la metodología didáctica específica, con este material tangible e infográfico, se ha efectuado teniendo en cuenta principalmente dos variables directamente vinculadas: (a) el rendimiento del alumnado por las evaluaciones continuadas de sus ejercicios prácticos y (b) por el tiempo o número de créditos dedicados en clase para superar alguno de los sistemas de representación. Los resultados obtenidos apuntan claramente a que ambas variables han mejorado.

#### **Conclusiones.**

Al final de esta investigación y valorando las aplicaciones de este material, se está viendo que las maquetas y el software se complementan. Aunque al comienzo de estas investigaciones se pensó en una sustitución, un tipo de material no tiene por qué sustituir al otro. También se está comprobando que no hay tantas diferencias entre la metodología didáctica utilizada en los sistemas cilíndricos y la proyección cónica, ya que se han ido haciendo compatibles las concepciones de proyección como sombra y como vista en todos los sistemas. Todo lo cual concuerda con uno de los principales objetivos de esta tesis: desarrollar recursos metodológicamente semejantes para todos los sistemas de representación, para que el alumno desarrolle una concepción unitaria.

#### *La perspectiva cónica.*

Las proyecciones cónicas se han estudiado como sombras, como proyecciones en la cámara oscura y como “vistas” o representaciones en el plano del cuadro transparente. En todos los modos se puede diferenciar entre la figura real y su proyección. Estas características permiten: (a) la fusión de la concepción de proyección cónica como vista y como sombra y (b) la facilidad con que se observa el paralelismo entre la recta característica y el haz de rectas que en la proyección concurren al punto de fuga por ella determinado.

La recta característica.- En perspectiva cónica, una de las aportaciones más importantes de este trabajo puede ser la facilidad con que se puede observar el paralelismo de la recta característica con el haz de rectas que en la proyección van a concurrir al punto por ella determinado. Es un fenómeno que se observa con dificultad en las primeras etapas de aprendizaje pero que, sin embargo, su comprensión es uno de los factores más importantes para resolver los trazados en perspectiva cónica, basados en los puntos de fuga. Este material posibilita un conocimiento causal de las funciones de la recta característica, con lo cual el alumno podrá efectuar los correspondientes abatimientos, sobre el plano de proyección, de los planos visuales que contienen dichas rectas y hallar los puntos de fuga que necesite.

La cámara oscura.- El alumno completa este estudio con las experiencias de la cámara oscura al entender las proyecciones en el plano como semejantes e invertidas

respecto a la visión normal, y comprenderá mejor las proyecciones del punto de luz en los trazados de sombras cuando la luz está en el espacio virtual.

Observaciones privilegiadas.- Con el software infográfico se realizan observaciones desde la “cámara” de este software muy difíciles de hacer de otra manera, y que son fundamentales en la aplicación de esta metodología. Con la cámara en el cénit se puede apreciar el paralelismo entre la recta característica y las direcciones de rectas que tendrán su punto de fuga en la línea de horizonte. También se puede ver desde el punto de vista para comprobar la co-fusión del objeto real con su proyección en el plano del cuadro. También la cámara puede estar en otro lugar para observar separado el objeto real de su proyección; y siempre observando la misma escena todo el alumado, lo cual no es posible cuando hay que mirar desde el punto de vista de la maqueta especial.

#### *Proceso empírico.*

Con la utilización de las maquetas y del material infográfico el alumno experimenta directamente con la realidad. Observa el modo en que se forman las sombras en las maquetas o se perciben las vistas. Por ello también, para denominar algunos elementos geométricos, se emplea un léxico acorde con objetos perceptibles visualmente: lámpara, alambre, sombra, varilla, etc. que en términos geométricos se definirían como: centro de proyección, arista o segmento, proyección, resta visual o recta característica, etc.

De este modo todo el proceso se hace visible, sin tener que recurrir a imaginar formas que podrían ser erróneas, ni a concepciones abstractas ni a planteamientos geométricos en donde probablemente se prescindiera de las tres dimensiones del espacio. El aprendizaje se desarrolla por experiencia directa, observando la realidad espacial y comprendiendo el funcionamiento de cada sistema de representación.

#### *Contenidos a enseñar.*

¿Qué contenidos habría que enseñar con este material?. Por supuesto, no son todos los que figuran en esta tesis, ni son los suficientes. Simplemente se trata de modos de presentar las cuestiones del espacio independientemente de los contenidos a impartir. Más que los contenidos a enseñar, lo que aquí se ofrecen son determinados recursos didácticos, herramientas a elegir de entre ellas, para utilizarlas directamente o para que sirvan de motivo para que otros investigadores las modifiquen y las mejoren. Lo importante no es el nivel de los contenidos sino la formación de conceptos básicos. Con estos conceptos básicos el alumno después será más autónomo al poder proceder de forma deductiva.

La selección de los contenidos a enseñar depende de muchos factores, como el nivel del grupo de alumnos, su homogeneidad, si los estudios son técnicos o son artísticos... Pero como orientación general, se puede decir que los contenidos que deben de figurar en este software son los que sirvan de introducción a alguno de los sistemas de representación, en donde se enseñen los fundamentos de cada sistema. También, dentro de uno de estos sistemas de representación, se puede recurrir a estas ayudas cuando se inicie una parte importante (secciones, abatimientos, etc.), pero aún así,

solamente habría que presentar un primer o segundo caso que sirva de ejemplo representativo de lo que va a venir después.

#### *Autonomía del alumnado.*

El proceso de aprendizaje tiene unos comienzos muy condicionados por la dirección del profesor en el empleo de este material, pero con la finalidad de procurar al alumno un grado de autonomía cada vez mayor. En los comienzos, estas enseñanzas se realizan observando directamente la realidad tridimensional en donde se puede conocer el funcionamiento de los sistemas de representación y comprender los conceptos fundamentales de cada uno de ellos. Todo lo cual servirá al alumno para que después, mediante un proceso deductivo, pueda utilizar estos conceptos, derivados de sus anteriores experiencias visuales, para resolver autónomamente los problemas geométricos.

No hay que programar todos los contenidos de un curso para ser explicados con este material; esto supondría una excesiva facilitación que evitaría al alumno el ejercicio de imaginar el espacio tridimensional, y traería consecuencias indeseables cuando en solitario tenga que hallar las soluciones en su lámina de dibujo. De lo que se trata es de proporcionar al alumno una experiencia visual tridimensional que enriquezca su acervo de imágenes que posteriormente facilite el ejercicio de su imaginación, y favorezca sus capacidades deductivas cuando tenga que trazar de manera autónoma.

Con el uso de este material se le están dando al alumno las claves para que pueda aprender autónomamente; sus conceptos se han formado con percepciones tridimensionales convenientemente dirigidas por el profesor, lo cual lo preparará mejor para consultar bibliografía y realizar ejercicios prácticos a partir de apuntes de trazado bidimensional; es decir, después estará más capacitado para plantear y resolver problemas que nunca antes haya estudiado.

#### *Facilidad al utilizar el software.*

El material infográfico es de fácil utilización por el profesorado o cualquier usuario aunque no tenga formación informática. Los vídeos se pueden ofrecer por Internet para ser utilizados por profesores o alumnos para ser utilizados según los intereses de los usuarios.

### **Recomendaciones y trabajos futuros.**

Como comúnmente ocurre, este trabajo es una continuación de investigaciones anteriores y no acaba aquí sino que sus aportaciones pretenden dar continuidad y abrir nuevas vías a la enseñanza de los sistemas de representación asistida por ordenador. Estas investigaciones pueden y deben de continuar en dos sentidos: uno el de seguir desarrollando este software, y el otro para verificar y demostrar la eficacia de estos medios.

Se aporta un instrumental y una técnica en forma de software educativo que hay que seguir investigando para su correcta aplicación y su mejora. Hay que aplicarlo con cierta cautela, bajo criterios estrictamente pedagógicos. Ofrecen mucha información en

poco tiempo, por lo que hay que controlarlos con la “moviola”. La mera visualización de estos vídeos no enseña sino que, por el contrario, una utilización inadecuada causaría confusión en el alumnado. El pedagogo se ha “meter en la piel” del alumno para mostrarle únicamente lo que él crea que puede entender. La completa comprensión de los contenidos de uno cualquiera de estos vídeos puede requerir varias sesiones, ser presentado por partes y acompañadas de ejercicios prácticos intermedios, repeticiones y explicaciones complementarias con la imprescindible participación del alumno tanto en la asistencia, la realización de los ejercicios y las cuestiones, preguntas y dudas que plantee.

El material didáctico que aquí se ofrece no debe de ponerse en práctica de un modo indiscriminado. Son herramientas para ser probadas, modificadas o adaptadas al tipo y nivel de alumno al que va dirigido, y de acuerdo también con las características profesionales y personales del profesor que las utilice. En cierto modo, sobretudo en el uso de las sombras y la cámara oscura en la proyección cónica, se corre el riesgo de confundir al alumno si se utilizan estos recursos de manera inadecuada. Este material es simplemente una herramienta que se ha puesto a punto para continuar con nuevos proyectos de investigación didáctica en donde se valore realmente su eficacia y se desarrolle de un modo más completo la metodología didáctica correspondiente, y según situaciones educativas adecuadas al tipo de alumno al que va dirigido.



## INDICE DE FIGURAS

Las fuentes de estas ilustraciones son de diversas procedencias (Internet, bibliografía, etc). Las figuras que no figuran en la relación siguiente son del autor, elaboradas en las investigaciones relacionadas con esta tesis.

Pág. 23, fig.1. [www.tecnologiapunta.galeon.com](http://www.tecnologiapunta.galeon.com)

[www.aeditec.com](http://www.aeditec.com)

[www.terra.es/personal/rogero/diedrico/abatim.htm](http://www.terra.es/personal/rogero/diedrico/abatim.htm)

Pág. 24, fig. 2. [www.personal.us.es/cordero/CONICA/inicio.htm](http://www.personal.us.es/cordero/CONICA/inicio.htm)

Pág. 24, fig. 3. [www.ul.ie/~rynet/keanea/moi.htm](http://www.ul.ie/~rynet/keanea/moi.htm)

Pág.25,fig.4.[www.cnice.mecd.es/eos/MaterialesEducativos/mem2002/geometria\\_vistas/](http://www.cnice.mecd.es/eos/MaterialesEducativos/mem2002/geometria_vistas/)

[www.terra.es/personal/rogero/diedrico/plano.htm](http://www.terra.es/personal/rogero/diedrico/plano.htm)

[www.tecnologiapunta.galeon.com/](http://www.tecnologiapunta.galeon.com/)

Pág. 26, fig. 5.

[www.dibujotecnico.com/saladeestudios/teoria/normalizacion/Renorcuerpos/obtenciondevistas.asp](http://www.dibujotecnico.com/saladeestudios/teoria/normalizacion/Renorcuerpos/obtenciondevistas.asp)

Pág. 26, fig. 6. [www.ul.ie/~rynet/keanea/moi.htm](http://www.ul.ie/~rynet/keanea/moi.htm)

Pág. 27, fig. 7. [www.ul.ie/~rynet/keanea/introduc.htm](http://www.ul.ie/~rynet/keanea/introduc.htm)

Pág. 28, fig. 8.

[www.cnice.mecd.es/eos/MaterialesEducativos/mem2002/geometria\\_vistas/index2.htm](http://www.cnice.mecd.es/eos/MaterialesEducativos/mem2002/geometria_vistas/index2.htm)

Pág. 30, fig. 11. Grupo de Investigación “Comunicación Visual” HUM 228. Proyecto Innovación Docente.

Pág. 31, fig. 12. <http://roble.cnice.mecd.es/~jarran2/cabriweb/mpsaxi2..htm>

Pág. 32, fig. 13. Grupo de Investigación “Comunicación Visual” HUM 228. Proyecto Innovación Docente.

Pág. 33, fig. 14. LOPEZ GRÜNINGER, P. Sección. Granada: Curso de Doctorado 2003-2004

Pág. 34, fig. 15. López Grüninger, P. Sección. Granada: Curso de Doctorado 2003-2004

Pág. 34, fig. 16.

[www.cnice.mecd.es/eos/MaterialesEducativos/mem2002/geometria\\_vistas](http://www.cnice.mecd.es/eos/MaterialesEducativos/mem2002/geometria_vistas)

Pág. 35, fig. 17.

[www.cnice.mecd.es/eos/MaterialesEducativos/mem2002/geometria\\_vistas](http://www.cnice.mecd.es/eos/MaterialesEducativos/mem2002/geometria_vistas)

Pág. 37, 38 y 38, fig. 19, 20, 21 y 22. BELTRAN CHICA, J. Software educativo para la enseñanza de sistemas de representación

Pág. 40 a 46, ffig. 23 a 29. AGUILAR GUTIERREZ, A. Software educativo para la enseñanza de sistemas de representación

Pág. 61, fig. 10. ROTGANS, H. (1988). *Perspectiva*. pp. 94. Barcelona: CEAC.

Pág. 62, fig. 11. ROTGANS, H. (1988). *Perspectiva*. pp. 81. Barcelona: CEAC.

Pág. 62, fig. 12. CABALLERO FONT, C. (1976). *La fotografía es fácil*. Tomo 1. pp. 5. Barcelona: AFHA.

Pág. 63, fig. 13. ROTGANS, H. (1988). *Perspectiva*. pp. 83. Barcelona: CEAC.

Pág. 63, fig. 14. NAVARRO DE ZUVILLAGA, J. *Imágenes de la perspectiva*. Siruela.

Pág. 64, Fig. 15. LOVELL, R.P. (1998). *Manual completo de fotografía*. pp. 39. Madrid: Celeste.

Pág. 107, fig. 1, 2 y 3. Internet. Fuente desconocida.

Pág. 109, fig. 7. Internet. Fuente desconocida.

Pág. 110, fig. 8. LANGFORD, M.J. (1988). *Fotografía básica. Iniciación a la fotografía profesional*. pp. 26. Barcelona.

Pág. 111, fig. 10. LANGFORD, M.J. (1988). *Fotografía básica. Iniciación a la fotografía profesional*. pp. 37. Barcelona.

Pág. 112, fig. 11. JACOBSON, R. E. (2002). *Manual de Fotografía*. pp. 43. Barcelona: Omega.

Pág. 112, fig. 12. CABALLERO FONT, C. (1976). *La fotografía es fácil*. Tomo 1. pp. 4. Barcelona: AFHA.

Pág. 114, fig. 13. SASSI, L. (1923). *ABC de la fotografía*. pp. 52. Barcelona: G. Gili.

Pág. 114, fig. 14. LANGFORD, M.J. (1988). *Fotografía básica. Iniciación a la fotografía profesional*. pp. 38. Barcelona.

Pág. 115, fig. 15. PRADERA, A. *El libro de la fotografía*. pp. 15. Madrid: Alianza Editorial.

- Pág. 116, fig. 16. NAVARRO DE ZUVILLAGA, J. *Imágenes de la perspectiva*. pp. 81. Siruela.
- Pág. 116, fig. 17. CABALLERO FONT, C. (1976). *La fotografía es fácil*. Tomo 1. pp. 141. Barcelona: AFHA.
- Pág. 117, fig. 18. CABALLERO FONT, C. (1976). *La fotografía es fácil*. Tomo 1. pp. 13. Barcelona: AFHA.
- Pág. 117, fig. 19. BURKITT, A. y otros. (1981). *Inventos que cambiaron el mundo*. pp. 80. Madrid: Selecciones Reader's Digest.
- Pág. 118, fig. 20. NAVARRO DE ZUVILLAGA, J. *Imágenes de la perspectiva*. Siruela.
- Pág. 119, fig. 21. JACOBSON, R. E. (2002). *Manual de Fotografía*. pp. 155. Barcelona: Omega.
- Pág. 119, fig. 22. SOUGUEZ, M. L. (1996). *Historia de la fotografía*. pp. 17. Madrid: Catedra.
- Pág. 120, fig. 23. NAVARRO DE ZUVILLAGA, J. *Imágenes de la perspectiva*. Siruela.
- Pág. 120, fig. 24. NAVARRO DE ZUVILLAGA, J. *Imágenes de la perspectiva*. Siruela.
- Pág. 121, fig. 25. NAVARRO DE ZUVILLAGA, J. *Imágenes de la perspectiva*. pp. 101. Siruela.
- Pág. 122, fig. 26. NAVARRO DE ZUVILLAGA, J. *Imágenes de la perspectiva*. pp. 99. Siruela.
- Pág. 122, fig. 27. NAVARRO DE ZUVILLAGA, J. *Imágenes de la perspectiva*. Siruela.
- Pág. 123, fig. 28. JACOBSON, R. E. (2002). *Manual de Fotografía*. pp. 59. Barcelona: Omega.
- Pág. 124, fig. 29. NAVARRO DE ZUVILLAGA, J. *Imágenes de la perspectiva*. Siruela.
- Pág. 125. Fig. 30. CABEZAS, L. y ORTEGA, L. F. (2001). *Análisis gráfico y representación geométrica*. pp. 224. Universidad de Barcelona.
- Pág. 125, fig. 31. NAVARRO DE ZUVILLAGA, J. *Imágenes de la perspectiva*. pp. 203. Siruela.
- Pág. 134. Fig. 43. CABEZAS, L. y ORTEGA, L. F. (2001). *Análisis gráfico y representación geométrica*. pp. 215. Universidad de Barcelona.
- Pág. 134. Fig. 44. CABEZAS, L. y ORTEGA, L. F. (2001). *Análisis gráfico y representación geométrica*. pp. 217. Universidad de Barcelona.

Pág. 135, fig. 45. NAVARRO DE ZUVILLAGA, J. *Imágenes de la perspectiva*. pp. 89. Siruela.

Pág. 139, fig. 49. MESTRES CABANES, J. (1964). *Tratado de perspectiva. Grabados*. pp. 23. Barcelona: Raiclan.

Pág. 140, fig. 50. MESTRES CABANES, J. (1964). *Tratado de perspectiva. Grabados*. pp. 25. Barcelona: Raiclan.

## **BIBLIOGRAFIA**

### **SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN**

- ADRDER, I. M. (1953). *Proyecciones cónicas*. Madrid: Dossat.
- AGUILAR GUTIERREZ, A. (1993). *Aplicación de la estereoscopia en la representación gráfica*. Universidad de Sevilla.
- ALTENIDIKER, F. (1974). *El dibujo en proyección diédrica*. Barcelona: Gustavo Gili.
- ALVAREZ BENGOA, V. y RODRIGUEZ DE ABAJO, F. J. (1990). *Dibujo técnico*. San Sebastián: Donostiarra.
- ANTILLI, A. *Manual de dibujo geométrico e industrial*. Barcelona: G. Gili.
- ANASAGASTI Y ALGAN, T. (1945). *Perspectiva artística*. Madrid: Labor.
- ARUSTAMOV, J.A. (1971) *Problemas de geometría descriptiva*. México: UTHEA.
- AVILES CARO, J., CASAS BRAZALES, G. y AVILES MONTES, J. J. (1997). *Expresión gráfica: sistemas de representación. Apuntes*. Universidad de Jaén.
- AYRES, F. (1991). *Fundamentos de perspectiva*. México: Mc. Graw Hill.
- AYRES, F. (1971). *Geometría proyectiva*. México: Mc. Graw Hill.
- BACHMANN, A. y FORBERG, R. (1982). *Dibujo técnico*. Barcelona: Idea Books.
- BARRE A. y A. FLOCON A. (1985). *La perspectiva curvilínea: del espacio visual a la imagen construida*. Paidós.
- BARTSCHI W. A. (1980). *El estudio de las sombras en la perspectiva*. Barcelona: Gustavo Gili.
- BENEDICTS, U. *Perspectiva para artistas*. Barcelona: Leda.
- BEPNS, H. (1969). *Sistemas de representación gráfica*. Bilbao: Urmo.
- BERNS, H. (1982). *Sistemas de representación gráfica: diédrica, axonométrica, Perspectiva*. Bilbao: Urmo.
- BERNS, H. y AGUILERA. (1982). *Manual del ingeniero. Sistemas de representación gráfica: diédrica, axonométrica, perspectiva*. Bilbao: Urmo.
- BERNS, H. (1969). *Sistemas de representación gráfica*. Bilbao: Urmo.

- BERTINI, E. *Complementos de geometría proyectiva*. Madrid: Aguilar.
- BESKIN, N. M. (1977). *Representación de figuras espaciales. Lecciones populares de matemáticas*. Moscú: Mir.
- BIELSA, J, y CIPRIAN. (1857). *Tratado de Geometría Descriptiva, sombras, topográfico y sistema de acotaciones*. Segovia: Imprenta de los Sobrinos de Espinosa.
- BIGUENET y DUVAL. (1967). *Notions de geometrie dans l'espace*. París: Eyrolles. 1967.
- BONBON, B. (1972). *Perspective scientifique et artistique*. París.
- BONET MINGUET, E.. (1985). *Perspectiva cónica*. Valencia: Autor.
- BONET MINGUET, E. (1986). *Sistemas de representación espacial. Sistema diédrico. Perspectiva axonométrica. Perspectiva oblicua*. Valencia: Autor.
- BONET MINGUET, E. *Perspectiva axonométrica y caballera*. Valencia: Autor.
- BONET MINGUET, E. *Proyecciones y sombras*. Valencia: Autor.
- CABEZAS GELABERT, L. (2001). *Análisis gráfico y representación geométrica*. Barcelona: Universitat de Barcelona.
- CAGIGAL, J. A. (1986). *Dibujo técnico. 2. Representaciones caballera, axonométrica y cónica*. Madrid: Bruño.
- CAMPOS ASENJO, J. (1975). *Dibujo técnico y sistemas de representación*. Madrid: Campos.
- CAMPOS ASENJO, J. (1975). *Elementos de dibujo técnico y sistemas de representación*. Madrid: Campos.
- CAMPOS ASENJO, J. (1976). *Láminas de dibujo y sistemas de representación*. Madrid: Campos.
- CAPITANO, V. (1966). *Prospettiva centrale so quadro inclinato*. Palermo.
- CARDONA Y ESCARRABILL, B. (1868). *Tratado de geometría descriptiva y de sus principales aplicaciones*. Barcelona: Luis Niubó.
- CARRERAS SOTO, J. *Croquización, representación y acotación*. Sevilla: Carreras Soto.
- CARRERAS SOTO, J. *Dibujo de croquis*. Sevilla: Carreras Soto.
- CARRERAS SOTO, J. *Dibujo industrial*. Sevilla: Carreras Soto.
- CARRERAS SOTO, J. *Dibujo arquitectónico*. Sevilla: Carreras Soto.

- CARRERAS SOTO, T. (1976). *Dibujo axonométrico industrial*. Sevilla: Carreras Soto.
- CARRERAS SOTO, T. (1975). *Perspectiva lineal. Perspectiva cónica. Sombras en perspectiva*. Sevilla: Carreras Soto.
- CARRERAS SOTO, J. *Perspectiva*. Sevilla: Carreras Soto.
- CATALANO, E. F. (1974). *Estructura de superficies alabeadas*. Eudeba
- CASTELNUOVO, E. (1966). *Geometría intuitiva*. Madrid: Labor.
- CATEDRA DE DIBUJO TECNICO. (1975). *El lenguaje gráfico de la expresión arquitectónica*. Madrid: E.T.S.A.M.
- CATEDRA DE DIBUJO TECNICO Y SISTEMAS DE REPRESENTACION. (1990). *Geometría descriptiva: perspectiva caballera*. Madrid: E.T.S.I.C.
- CLAUDI, C. *Manual de perspectiva*. Barcelona: G. Gili.
- COLE, A. (1993). *Perspectiva*. Barcelona: Herman Blume.
- COLLADO SANCHEZ-CAPUCHINO, V. *Geometría gráfica*. Valencia: Departamento de Expresión Gráfica de la Ingeniería. Universidad Politécnica de Valencia.
- COMMELERAN, A. (1948). *Tratado elemental de dibujo*. Madrid: Hernando.
- CORDERO RUIZ, J. (1977). *Apuntes de perspectiva cónica*. Sevilla: Facultad de Bellas Artes.
- CRUSAT PRAT, L. (1950). *Geometría descriptiva aplicada al dibujo*. Barcelona : Bosch.
- CHAHLY, A. T. (1968). *Descriptive geometry*. Moscú: Higher School Publishing House.
- CHING, F. *Manual de dibujo arquitectónico*. Barcelona: G. Gili.
- DELLA Francesca. P. (1942). *De prospectiva pingendi*. Florencia: G. N. Fasola.
- DIAZ MARTINEZ, E. (1980). *Problemas de geometría descriptiva*. Sevilla: Publicaciones de la Universidad de Sevilla.
- DIEGUEZ, A. (1974). *Dibujo geométrico y normalización*. Méjico: McGraw Hill.
- DOMENECH ESTEPA, J. *Tratado de geometría descriptiva*. Barcelona: Angel Ortega.
- DRUSAT, L. y DAURELLA, M. *Geometría descriptiva aplicada al dibujo*. Barcelona: Bosch
- DUBERY, F. y WILLATS, J. (1983). *Perspective*. Madrid: Labor.

- EGMONT, C. *Desde el punto a la cuarta dimensión*. Madrid: Labor.
- ENRIQUES, F. *Lecciones de geometría descriptiva*. Madrid: Estudiantes Españoles
- ERHARD G. *Perspectiva*. Barcelona: Reverté.
- ESTRADA DIEZ, E. *Curso de dibujo y diseño*. Zaragoza: Librería General.
- F.T.D. *Tratado práctico de perspectiva*. Barcelona: G. Gili.
- FERNANDEZ CALVO, S. (1986). *La geometría descriptiva aplicada al D. T.* Trillas.
- FERNANDEZ SORA, A. (1991). *Geometría descriptiva sistema diédrico: adaptado al Cuestionario de la Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Industrial de Zaragoza*. Zaragoza.
- FERRER, J. (1981). *La perspectiva en las artes y en las técnicas*. Valencia: C.E.M.S.
- FERRER MUÑOZ, J. (1996). *Axonometrías. Diseño y proyecto*. Madrid: Paraninfo.
- FERRER, J. (1992). *Sistema diédrico*. Madrid: Paraninfo.
- FERRER, J. (1995) *7 Sombras*. Valencia.
- FERRER, J. L. (1981). *La perspectiva en las artes y en las técnicas*. Valencia: C.E.M.S.
- FERNANDEZ-PALACIOS, M.V. y otros. (1972). *Apuntes de geometría descriptiva*. Sevilla: E.T.S. de Arquitectura.
- FLOCON, A. y TATON, R. (1996). *La perspectiva*. Madrid: Tecnos.
- FREDE-ALTENIDIKER. (1974). *El dibujo en proyección diédrica*. Madrid: G. Gili.
- FRENCH, T. E. (1954). *Dibujo de ingeniería*. Méjico: U.T.E.H.A.
- FRENCH, T. E. y SVENSEN, C. L. *Dibujo técnico*. Barcelona: G. Gili.
- GIMENEZ ARRIBAS, J. (1980). *Estudio de los sistemas de representación*. Madrid.
- GARCERAN PIQUERAS, R. y CORDERO RUIZ, J. (1988). *Espacio representado: curso experimental en las asignaturas "Dibujo geométrico y Proyecciones" y "Perspectiva"*. Madrid: Universidad Complutense.
- GARCIA, F. J. (1973). *Estudio práctico de superficies: geometría descriptiva*. Madrid: Litoprint.
- GARCIA RAMOS. (1991). *Prácticas de dibujo arquitectónico*. Barcelona: G. Gili.



- GENTIL BALDRICH, J. M. (1989). *Método y aplicación de representación acotada*. Sevilla: Departamento de Expresión Gráfica Arquitectónica.
- GIMENO GIL, R. (1996). *Sombras en perspectivas cónicas*. Valencia: UPV.
- GIMENEZ, R. *Sistema diédrico*. Valencia: Universidad Politécnica de Valencia.
- GIMENEZ, R. *Representación de los poliedros regulares*. Valencia: Universidad Politécnica de Valencia.
- GIMENEZ ARRIBAS, J. (1961). *Estudio de los sistemas de representación*. Madrid: Prensa Española, S.A.
- GIMENEZ MORELL, R. (1988). *Espacio. Visión y representación en el dibujo y en la pintura del siglo XX*. Valencia: Universidad Politécnica.
- GIMENEZ MORELL, R. y VIDAL ALAMAR, M. D. (1988). *Temario de geometría descriptiva y dibujo técnico para profesores de dibujo de I.B.* Valencia: Universidad Politécnica de Valencia.
- GIMÉNEZ MORELL, R. y VIDAL ALAMAR, M. D.(1995). *El dibujo en perspectiva cónica. Volumen I*. Valencia: UPV.
- GONZALEZ GARCIA, V., LOPEZ POZA, R. y NIETO OÑATE, M. (1977). *Sistemas de Representación. Sistema Diédrico*. Tomo I. Texgraf.
- GONZALEZ MONSALVE, M. y PALENCIA CORTES, J. (1961). *Dibujo. Curso selectivo*. Sevilla: Autores.
- GONZALEZ MONSALVE, M. y PALENCIA CORTES, J. (1988). *Dibujo técnico*. Sevilla: Gráficas San Antonio.
- GONZALEZ MONSALVE, M., y PALENCIA CORTES, J. (1988). *Geometría descriptiva. Sistema diédrico. Sistema acotado. Sistema axonométrico. Perspectiva caballera. Sistema cónico*. Sevilla: Autores.
- HAACK, W. (1962). *Geometría descriptiva*. Méjico: U.T.E.H.A.
- HAUSSNER, R. y MENDIZABAL BRUNET, C. (1928). *Geometría descriptiva*. Barcelona : Labor.
- HAWK, MINOR CLYDE. *Teoría y problemas de geometría descriptiva*. Compendios Schaum. Bogotá: McGraw-Hill
- HIDALGO DE CAVIEDES, A. y SALDAÑA ALBILLOS, M. (1996). *Técnicas de la representación y dibujo*. Madrid: Universidad Nacional de Educación a Distancia.
- HILTON, F. *Dibujo geométrico en la construcción*. Barcelona: G. Gili.
- HIRAM E. GRANT. (1968). *Geometría descriptiva práctica*. Madrid: Castillo.

- HOHENBERG, F. (1965). *Geometría constructiva aplicada a la técnica*. Madrid: Labor.
- IBAÑEZ MARTINEZ DUEÑAS, A. *Sistemas de representación. Diez ejercicios*. Granada: Autor.
- IMRE PAL. (1965). *Geometría descriptiva con figuras estereoscópicas*. Aguilar.
- IRANOR. (1983). *Manual de normas UNE sobre dibujo*. Madrid: Instituto de Racionalización y Normalización.
- IRANZO GARCIA, A., MECA ACOSTA, B. y SENTIS VALLS, J. (1994). *Perspectives cavallera i militar*. Barcelona: UPC.
- IZQUIERDO ASENSI, F. (1988). *Geometría Descriptiva*. Madrid: Dossat.
- IZQUIERDO ASENSI, F. (1989). *Ejercicios de geometría descriptiva*. Madrid: Dossat.
- IZQUIERDO ASENSI, F. y RODRIGUEZ ABAJO, F. J. (1988). *Geometría descriptiva*. Madrid: Dossat.
- IZQUIERDO ASENSI, F. (1980). *Geometría descriptiva superior y aplicada*. Madrid: Dossat.
- JIMENEZ ARRIBAS, J. (1961). *Estudio de los sistemas de representación*. Madrid: Prensa Española, S.A.
- KOSTOVSKY, W. (1981). *Construcciones geométricas mediante un compás*. Moscú: Mir.
- KRYLOV, N., LOBANDIYEVSKY, P., y MEN, S. (1968). *Descriptive geometry*. Moscú: Mir Publishers.
- LANUZA, A., NEBOT, A. y SIMO, T. (1976). *Diseño*. Tarragona: Tarraco.
- LAWSON, P.J. *Perspectiva para dibujantes*. Barcelona: G. Gili.
- MECA ACOSTA, B. y LOPEZ CONTE, E. (1993). *Isometría*. Barcelona: UPC.
- LASALA MILLARUELO, J. y MARCOS DE LANUZA, F. (1960). *Curso de geometría descriptiva: sistemas de representación*. Madrid : Sociedad Anónima Española de Traductores y Autores.
- LEIGHTON WELLMAN, B. (1964). *Geometría descriptiva*. Revert.
- LEZAMA LIMA, J. (1979). *Esfera imagen*. Tusquets.
- LUZADDER, W.J. (1960). *Fundamentos de dibujo para ingenieros*. Méjico: Editorial Continental.

- MACHERET, R. (1964). *Curso de dibujo industrial*. Barcelona: Técnicas Marcombo.
- MAIER, M. (1982). *Procesos elementales de proyectación y configuración*. Tomo 1, 2 y 3. Barcelona: G. Gili.
- MARIN MAGALLON, M. (1924). *Perspectiva*. Alcoy: A. de Angel.
- MATEO DIAZ, L. (1961). *Lecciones de geometría descriptiva*. Barcelona: A. Gimeno Sorolla.
- MELENDO LUQUE, D. *Enseñanza del dibujo industrial*. Madrid: Aguilar.
- MESTRES CABANES, J. (1964). *Tratado de perspectiva: Los cinco puntos de vista aplicados al arte del dibujo y la pintura*. Barcelona: Raiclán.
- MINOR C. HAWK. (1962). *Geometría descriptiva*. Méjico: Graw Hill.
- MIRA LLOSA, J. R. y GOMIS MARTI, J. M. (1993). *Ejercicios de dibujo técnico: Sistemas de representación*. Valencia: Universidad Politécnica.
- MONGE, G. (1811). *Geometrie descriptive*. París: J. Klastemzan Fila.
- MORENO GARCIA, D. *Ejercicios de geometría descriptiva: Sistema diédrico 1, 2*. Córdoba: E. T. S. de Ingenieros Agrícolas.
- MORENTE DEL POZO, J. M. *Sistema diédrico*. Málaga: Escuela Universitaria Politécnica.
- NAVARRO DE ZUVILLAGA, J. (1986). *Fundamentos de perspectiva*. Barcelona: Parramón.
- NAVARRO DE ZUVILLAGA, J. (1996). *Imágenes de la perspectiva*. Madrid: Siruela.
- NAVARRO DE ZUVILLAGA, J. (1978). *El juego de las representaciones*. Madrid: E.T.S. de Arquitectura.
- NAVARRO DE ZUVILLAGA, J. (1979). *Los poliedros regulares*. Madrid: E.T.S. de Arquitectura.
- NEUFERT, E. *Arte de proyectar en arquitectura*. Barcelona: G. Gili.
- NIETO OÑATE, M., ARRIBAS GONZALEZ, J. y REBOTO RODRIGUEZ, E. (1995). *Geometría de la representación aplicada al dibujo técnico: fundamentos*. Universidad de Valladolid.
- PALENCIA, J. (1990). *Geometría descriptiva. Proyección diédrica*. Madrid: Escuela Superior Técnica de Ingenieros de CC. CC. y PP.
- PALENCIA RODRIGUEZ, J., FERNÁNDEZ GONZÁLEZ, F. y CARRERAS

CABELLO, R. (1981). *Dibujo técnico: introducción a los sistemas de representación*. Madrid: Escuela Técnica Superior Ingenieros de Caminos.

PANOFSKY, E. (1973). *La perspectiva como forma simbólica*. Barcelona: Tusquets.

PASCUAL, J.J. (1983). *Ejercicios y problemas resueltos de geometría descriptiva*. Alhambra.

PEDRAZA, P. y CABRERA. (1879). *Lecciones de geometría descriptiva*. Madrid: Memorial de Ingenieros.

PEREZ-BEATO, M. y SANCHEZ-MARMOL, L. *Geometría métrica, proyectiva y sistemas de representación*. Saeta.

PEREZ SAEZ, J. (1968). *Geometría descriptiva y sus aplicaciones*. Madrid.

PIRENNE, M. H. (1974). *Optica, perspectiva y visión*. Buenos Aires: Víctor Leru.

PUIG ADAM, P. (1965). *Curso de geometría métrica*. Madrid: Biblioteca matemática.

RANELLETTI, C. (1937). *Elementos de Geometría descriptiva y sus aplicaciones*. Versión del italiano por M. Alvarez Castrillón. Barcelona: Gustavo Gili.

RAYA MORAL, B. (1984). *Perspectiva*. Gustavo Gili. México.

RODRIGUEZ DE ABAJO, F., REVILLA CAMPO, A. y REVILLA BLANCO, A. (1980). *Tratado de perspectiva*. San Sebastián: Donostiarra.

RODRIGUEZ DE ABAJO, F. J. (1984). *Dibujo técnico*. San Sebastián: Donostiarra.

RODRIGUEZ DE ABAJO, F. J. (1986). *Problemas de geometría descriptiva*. Alcoy: Marfil.

RODRIGUEZ DE ABAJO, F.J (1982). *Geometría descriptiva. Tomo I. Sistema diédrico*. San Sebastián: Donostiarra.

RODRIGUEZ DE ABAJO, F.J. (1986). *Geometría descriptiva. Tomo II. Sistema de planos acotados*. Alcoy: Marfil.

RODRIGUEZ DE ABAJO, F.J y ALVAREZ BENGOA, V. (1987). *Geometría descriptiva. Tomo III. Sistema axonométrico*. Alcoy: Marfil.

RODRIGUEZ DE ABAJO, F.J y REVILLA BLANCO, A. (1982). *Geometría descriptiva. Tomo IV. Sistema de perspectiva caballera*. San Sebastián: Donostiarra.

RODRIGUEZ DE ABAJO, F.J y REVILLA BLANCO, A. (1985). *Geometría descriptiva. Tomo V. Sistema cónico*. San Sebastián: Donostiarra.

RODRIGUEZ DE ABAJO, F.J. y ALVAREZ BENGOA, V. (1985). *Curso de dibujo geométrico y de croquización*. Alcoy: Marfil.

- RODRIGUEZ DE ABAJO, F. J. *Técnicas gráficas FP delineación*. (Varios tomos de FP1 y FP2). Alcoy: Marfil.
- ROTGANS, H. (1988). *Perspectiva*. Barcelona: CEAC.
- REINER, T. (1979). *Perspectiva y axonometría*. México: G. Gili.
- REINER, T. (1980). *El encuadre en la perspectiva*. Barcelona : Gustavo Gili.
- RUIZ AIZPIRI, J. M. (1980). *Geometría descriptiva*. Madrid: Latina.
- SALEM, A. (1979). *Dibujo técnico II: conjuntos y despieces*. Madrid: Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales.
- SANCHEZ GALLEGO, J. A. (1994). *Geometría descriptiva: sistemas de proyección cilíndrica*. Barcelona: Universidad Politécnica de Cataluña.
- SANCHEZ SOLA, J. M. y GOMEZ ORTIZ, R. (2000). *Sistema diédrico. Secciones planas*. Cádiz: Departamento de Ingeniería Mecánica y Diseño Industrial.
- SCHMIDT, R. (1993). *Geometría descriptiva con figuras estereoscópicas*. Barcelona: Reverté.
- SCHARDRWACHTER, G. (1970). *Perspectiva para arquitectos*. Barcelona: G. Gili.
- SOLANAS DONOSO, J. (1977). *Dibujo técnico*. Madrid: Bruño.
- SOLER SANZ, F. (1996). *Perspectiva cónica*. Valencia: UPV.
- SOTO HIDALGO, J. (1967). *Geometría descriptiva, perspectiva, sombras y estereotomía*. Madrid: Academia de Preparaciones Técnicas.
- SOTO HIDALGO, J. (1967). *Moderno método de Dibujo Matemático*. Madrid: Academia de Preparaciones Técnicas.
- TAIBO FERNANDEZ, A. (1983). *Geometría descriptiva y sus aplicaciones. Tomo I*. Madrid: Tébar Flores.
- TAIBO FERNANDEZ, A. (1983). *Geometría descriptiva y sus aplicaciones. Tomo II*. Madrid: Tébar Flores.
- THOMAS, T. A. *Dibujo de ilustración técnica*. Barcelona: G. Gili.
- THOMAE, R. *Perspectiva y axonometría*. Barcelona: G. Gili.
- THOMAE, R. *El encuadre en la perspectiva*. Barcelona: G. Gili.
- VALDES DOMENECH, F. (1989). *Prácticas de topografía, cartografía y fotogrametría*. CEAC.

VALDES DOMENECH, F. (1985). *Topografía*. CEAC.

VERA, F. *Breve historia de la geometría*.

VERDAGUER URROZ, J. (1974). *Apuntes de geometría descriptiva*. Sevilla: E.T.S. de Arquitectura.

VERU, R. (1981). *El modo de entender la perspectiva*. Barcelona: G. Gili.

VIEJO DIEZ, J. (1998). *Maquetas del sistema diédrico moderno*. Universidad de León. Departamento de Expresión Gráfica en la Ingeniería.

VILA, S. (1986). *Espacio en el espejo*. Valencia: C.O.A.V.

VILLANUEVA BARTRINA, LL. (1996). *Perspectiva lineal: Su relación con la fotografía*. Barcelona: UPC.

VROMAM. (1991). *Arquitectura: Perspectiva, sombras y reflejos*. Barcelona: G. Gili.

WARD, T. W. (1998). *Composición y perspectiva*. Barcelona: Blume.

WELLMAN, B. (1987). *Geometría descriptiva: compendio de geometría descriptiva para técnicos*. Barcelona: Reverté.

WRIGHT, L. (1985). *Tratado de Perspectiva*. Barcelona: Stylos.

ZORRILLA OLARTE, E. *Curso de dibujo*. Alhambra.

ZURITA, J. *Topografía práctica para el constructor*.

## INFORMATICA Y ENSEÑANZA ASISTIDA POR ORDENADOR

- ABALOS BERGUILLOS, R. (1996). *AutoCAD 13 para DOS y WINDOWS : paso a paso : dibujo en 2D e isométrico*. Madrid : Ra-Ma.
- ABELSON, H. y DI SESSA, A. (1986). *Geometría de tortuga. El ordenador como medio de exploración de las matemáticas*. Madrid: Anaya Multimedia.
- AGUADO-MUÑOZ, R. y otros. (1984). *Programas comentados de BASIC básico*. Madrid: Aguado-Muñoz.
- ANGELL, I. O. y JONES, B. J. (1985). *Advanced graphics with the Sinclair ZX Spectrum. Traducción al castellano: Diseño de gráficos y videojuegos. Tratamiento en tres dimensiones*. Madrid: Anaya Multimedia.
- BELL, J. A. (2000). *Efectos especiales con 3D Studio Max R3*. Madrid: Anaya Multimedia.
- BELTRAN CHICA, J. (1989). *La enseñanza de los sistemas de representación asistida por ordenador*. Granada: Universidad de Granada.
- BISHOP, P. (1987). *Programación avanzada en BASIC*. Madrid: Anaya Multimedia. .
- BOARDMAN, T. y HUBBELL, J. (2000). *3D Studio Max 3: Modelado, materiales y representación*. Madrid: Pearson Alhambra.
- BORK, A. (1986). *El ordenador en la enseñanza: análisis y perspectivas de futuro*. Barcelona: Gustavo Gili.
- BOWERMASTER, J. (1995). *Animación por ordenador*. Madrid: Anaya Multimedia.
- BURKE, R. (1986). *Enseñanza asistida por ordenador: conocimientos y procedimientos para la enseñanza asistida por ordenador para entrenamientos en el campo educativo e industrial*. Madrid: Paraninfo.
- CEBALLOS, F. J. (1988). *Manual para QuickBASIC 4.0*. Madrid: RA-MA.
- CJISMAR, J.P. (2000). *3D Studio MAX.3. Animación*. Prentice Hall.
- CLARK, K. (2002). *Inspired 3D character animati3n*. Premier Press.
- COGOLLOR, J. L. (1988). *Guía del usuario AUTOCAD*. Madrid: RA-MA.
- CORREAS, J. M. y otros. (1985). *La informática y sus aplicaciones didácticas. E.G.B. Enseñanzas Medias*. Zaragoza: I.C.E. de Zaragoza.
- CURRAN, S. (1985). *El estudiante y el ordenador: aplicaciones a la enseñanza*. Barcelona: Gustavo Gili.

- CHORDA FONT, R. M. (1988). *Windows. Micro guías*. Madrid: RA-MA.
- DACHSLAGER, H. y otros. (1987). *Programación en BASIC. Un método práctico*. Madrid: Anaya Multimedia.
- DEMEL, J. y MILLER, M. (1990). *Gráficas por computadora*. Madrid: Mc Graw-Hill.
- DIAZ, J. y BATANERO, M.C. (1986). *Microordenadores en la escuela*. Madrid: RA-MA.
- DÍAZ GODINO, J. (1985). *Microordenadores en la escuela: Una introducción didáctica a los lenguajes BASIC y LOGO*. Jaén: Autor.
- DOMÍNGUEZ ALCONCHEL, J. (1998). *AutoCAD 14*. Madrid : Osborne MacGraw-Hill.
- FERNÁNDEZ GONZÁLEZ, M. (1983). *Enseñanza asistida por ordenador*. Madrid: Anaya.
- DACHSLAGER, H. y otros. (1987). *Programación en BASIC. Un método práctico*. Madrid: Anaya Multimedia.
- FERRER, A. (1985). *Dentro y fuera del ordenador*. Madrid: Ingelek.
- FOREM Galicia. (1995). *Dibujo asistido por ordenador*. Santiago de Compostela: FOREM.
- FOLEY, J. D. (1996). *Computer graphics: Principles and practice*. Addison-Wesley Publishing Company.
- FOLEY, J. D. - VAN DAM, A. *Fundamentals of interactive computer graphics. (The systems programming series)*. Addison-Wesley Publishing Company.
- GARCIA MAROTO, R. (1995). *La magia del dibujo animado*. Madrid: Mario Ayuso.
- GAVIÑO, A. L. *Representación de objetos en perspectiva cónica con Spectrum*. El Ordenador Personal. Núm 35.
- GABIÑO, A. L. *Perspectiva (Reprise)*. El Ordenador Personal. Núm. 38.
- GIORDANO, E. (1987). *La creación de programas didácticos: lenguajes y sistemas de autor*. Barcelona: Gustavo Gili.
- GUTIÉRREZ MARTÍN, A. (1997). *Educación multimedia y nuevas tecnologías*. Madrid: Ediciones de la Torre.
- HEARN, D. y BAKER, P. (1995). *Gráficas por computadora*. Prentice-Hall.
- HERNANDEZ, A. *Perspectiva Cónica. ZX*. Núm. 15.



- HERNANDEZ, C. (2000). *Plugs-ins 3D Studio MAX 2.5, 3*. Prentice-Hall.
- HILLMAN, C. (2000). *Diseño Web con Flash*. Madrid: Anaya Multimedia.
- HOLTZ-BONNEAU, F. (1986). *La imagen y el ordenador*. Madrid: Tecnos.
- HUERTAS, R. y SAN JOSE, C. (1988). *Manual de la serie ASSISTANT para las enseñanzas medias*. Madrid: Anaya Multimedia.
- ILLOWSKY, Dan-ABRASH, M. (1987). *Programación gráfica en el IBM PC*. Madrid: Anaya Multimedia.
- JARIEGO GALLEGO, F. (2003). *Vida digital: creación profesional de personajes 3D*. Madrid: Anaya Multimedia.
- JIMENEZ VADILLO, J. C. (2001). *Técnicas de iluminación en 3D Max 4*. Madrid: Anaya Multimedia.
- JOHNSON, N. (1990). *AutoCAD : manual de referencia*. Madrid: Osborne Mac Graw-Hill.
- LEFEBRE. (1991). *Guía práctica de la enseñanza asistida por ordenador*. Barcelona: G. Gili.
- LEWEL, J. *Aplicaciones gráficas del ordenador*. Hermann Blume.
- LÓPEZ FERNÁNDEZ, J. (1999). *Autocad 2000 avanzado*. Madrid: McGraw-Hill.
- McCLELLAND, D., EISSMAN, K. y STONE, T. (2001). *Diseño de páginas Web*. Madrid: Anaya Multimedia.
- MAESTRI, G. (2000). *Creación digital de personajes animados*. Madrid: Anaya Multimedia.
- MALDONADO, E. y otros. (1986). *Cómo dibujar y hacer gráficos con el ordenador. Enciclopedia práctica de la informática aplicada*. Tomo 2. Madrid: Siglo Cultural.
- MORGAN, A. (1999). *The Computer in the Visual Arts*. Addison Wesley.
- NEWMAN, W. M. y SPROULL, R. F. *Principles of interactive computer graphics*. McGraw-Hill International book Company.
- NOGUERA MUNTADAS, M. (1998). *CorelDRAW 8: curso de diseño gráfico*. Barcelona: Inforbook's.
- OBRIST, A.J. (1990). *El microordenador en la enseñanza*. Madrid: Narcea.
- ODAM, J. y ASHFORD, J. (1999). *Diseño gráfico en 3D*. Madrid: Anaya Multimedia.
- POBES, J. C. (1987). *El ordenador y la enseñanza*. Madrid: Alhambra.

- POLEBOI, R. (2000). *3d Studio Max R3. A FONDO*. Madrid: Anaya Multimedia.
- PUIG, J. J. (1985). *Imágenes y grafismos informáticos*. Barcelona: Mitre.
- RATNER, P. (2005). *Animación 3D*. Madrid: Anaya Multimedia.
- RODRIGUEZ, F. J. *Perspectiva Axonométrica*. ZX. Núm. 15
- RODRÍGUEZ SÁNCHEZ, R. M. (1999). *Representación de imágenes digitales basada en patrones visuales: modelos y aplicaciones*.
- ROMAY, F. *Dibujar en tres dimensiones*. Microhobby. Núm. 12.
- RUIZ, G. *Diseño por ordenador*. ZX. Núm. 10.
- RYAN, D. L. *Computer-Aided graphics and design*. New York: Marcel Dekker.
- SANDERS, K. (1998). *El arquitecto digital: guía para utilizar (con sentido común) la tecnología informática en el ejercicio de la arquitectura*. Pamplona : EUNSA.
- THOMAS, I. y BOOTELLO, J. (2000). *3d Studio Max R3*. Madrid: Anaya Multimedia.
- VAQUERO SÁNCHEZ, A. (1987). *La informática aplicada a la enseñanza*. Madrid: Eudema.
- VINCE, J. (1992). *3D Computer Animation*. Addison-Wesley.
- VIÑAS LIMONCHI, M. (2000). *Técnicas de infografía: variables creativas metodológicas en el desarrollo de la imagen digital*. Aravaca (Madrid): McGraw-Hill.
- VIZMANOS, J. R. (1984). *Programas en BASIC*. Algebra y Geometría. Madrid: Vizmanos, J. R.
- WAITE, M. (1980). *Los gráficos por computador*. Bilbao: Urmo.
- WATT, A. (2000). *3D Computer graphics*. Addison-Wesley.
- WEINMAN, L. (2002). *Diseño de imágenes para la web*. Madrid: Anaya Multimedia.
- WHITE, T. (1986). *The Animator's Workbook*. Phaidon Press.

## **PEDAGOGIA DEL DIBUJO**

- AGUIRREGABIRIA, M. y otros. (1990). *Tecnología y educación*. Madrid: Narcea.
- AZPEITIA, A. (1985). *Aspectos didácticos del Dibujo*. Zaragoza: I.C.E. de Zaragoza.
- BOROBIO, L. (1885). *Aspectos didácticos de Dibujo 2*. Zaragoza: I.C.E. de Zaragoza.
- DENDALUCE, I. y otros. (1990). *Aspectos metodológicos de la investigación educativa*. Madrid: Narcea.
- EDWARDS, B. (1988). *Aprender a dibujar*. Madrid: Hermann Blume.
- GADNER, M. (1981). *Nuevos pasatiempos matemáticos*. Madrid: Alianza.
- GARCIA ARENAS, J. y BERTRAN INFANTE, C. (1987). *Geometría y experiencias*. Madrid: Biblioteca de recursos didácticos Alhambra.
- GIORDANO/EDELSTEIN. (1991). *Creación de programas didácticos. Lenguajes y sistemas de autor*. Barcelona: G. Gili.
- GOMEZ CANO, C. *Prácticas y didácticas de geometría descriptiva*. Albarán: Gómez y Fuentes.
- GOMEZ MOLINA, J.J. (Coord.) (1995). *Las lecciones del dibujo*. Madrid: Cátedra.
- HAYMAN, J. L. (1981). *Investigación y educación*. Barcelona: Paidós.
- KANDINSKY, W. (1990). *Cursos de la Bauhaus*. Madrid: Alianza Editorial.
- LAMBERT, S. (1985). *El dibujo. Técnica y utilidad*. Madrid: Herman Blume.
- LARBURU, N. (1984). *Técnica del dibujo*. 4 tomos. Madrid: Paraninfo.
- MAGNUS. (1991). *Manual para dibujantes e ilustradores*. Barcelona: G. Gili.
- MARTIN, M. (1990). *Semiología de la imagen y pedagogía*. Madrid: Narcea.
- PEREZ LOZAO, F. *Didáctica integral del dibujo. Consulta y estudio*. Madrid.
- ROSA PUENTE, J. (1986). *Dibujo y educación visual*. Méjico: G. Gili
- WICK, R. (1990). *La pedagogía de la Bauhaus*. Madrid: Alianza Editorial.

## **PERCEPCION, ANALISIS Y REPRESENTACION ESPACIAL**

ABERCROMBIE, M. (1970). *Perception and construction*. Londres.

AICHER, O. y KRAMPEN, M. *Sistemas de signos en la comunicación visual*. Barcelona: G. Gili.

ALBERS, J. (1979). *Interacción del color*. Alianza.

ALEXANDER, CH. (1976). *Ensayo sobre la síntesis de la forma*. Infinito.

ALLEN/OLIVER. (1991). *Arte y proceso del dibujo arquitectónico*. Barcelona: G. Gili.

ALVAREZ-MONTESERIN, J. y GONZALEZ, A. *Técnicas de expresión gráfica*. Salamanca: Anaya.

ARGAN, G. C. (1961). *Walter Gropius y la Bauhaus*. Nueva Ilusión.

ARNHEIM, R. (1979). *Arte y percepción visual*. Madrid: Alianza Forma.

ARNHEIM, R. (1973). *El pensamiento visual*. Buenos Aires: Eudeba Editorial Universitaria.

ARNHEIM, R. (1975). *Psicología y artes visuales*. Barcelona: G. Gili.

ARNHEIM, R. (1984). *El poder del centro*. Madrid: Alianza.

ARNHEIM, R. (1968). *Gestalt psychology and artistic form*. Londres.

BAKER H., G. (1991). *Análisis de la forma*. Barcelona: G. Gili.

BERGER, R. (1976). *El conocimiento de la pintura*. Barcelona: Noguer.

BERTIN, J. (1973). *Semiologie graphique*. Paris-Le Haye.

BLACKWELL, L. (1991). *Interiores internacionales*. Barcelona: G. Gili.

CAMPO Y FRANCES, A. (1990). *Los soportes geométricos del espacio estético. Discurso ingreso Academia BB. AA. de San Fernando*. Madrid.

CAPELLA, J. y LARREA, Q. (1991). *Nuevo diseño español*. Barcelona: G. Gili.

CASSOU, J. (1961). *Panorama de las artes plásticas contemporáneas*. Madrid: Guadarrama.

- CASASUS, J. M. (1974). *Teoría de la imagen*. Salvat.
- COSTA, J. (1971). *La imagen y el impacto psico-visual*. Barcelona: Zeus.
- DA VINCI, L. (1976). *Tratado de pintura*. Madrid: Editora Nacional.
- DE RUBERTIS, R. (1979). *Il disegno dello spazio*. Roma: Laterza.
- DIKE, V. (1991). *De la línea al diseño. Comunicación. Diseño. Grafismo*. Barcelona: G. Gili.
- DONDIS, D. A. (1991). *La sintaxis de la imagen. Introducción al alfabeto visual*. Barcelona: G. Gili.
- EHRENZWEIG, A. (1976). *Psicoanálisis de la percepción artística*. Barcelona: G. Gili.
- ESCHER, M. C. (1973). *L'oubre graphique*. París: Soulin.
- FERICHE, R. y POMES, J. (1991). *Barcelona design guide*. Barcelona: G. Gili.
- FUSCO, R. (1985). *Storia del design*. Bari: Laterza.
- FRIEDRICH, O. *Hombre y espacio*. Barcelona: Labor.
- GERSTNER, K. (1988). *Las formas del color*. Madrid: Hermann Blume.
- GHYKA, M. C. (1983). *Estética de las proporciones en la naturaleza y en las artes*. Poseidón.
- GIBSON, J. (1974). *La percepción del mundo visual*. Buenos Aires: Infinito.
- GOMBRICH, E. H. y otros. (1983). *Arte, percepción y realidad*. Paidós.
- GOMBRICH, E. H. (1990). *La imagen y el ojo*. Madrid: Alianza Editorial.
- GONZALEZ, A. *Técnicas de expresión gráfica*. Salamanca: Anaya.
- GREGORY, R. L. (1965). *Ojo y cerebro. Psicología de la visión*. Madrid: Guadarrama.
- GUILLAUME, H. (1974). *Psicología de la forma*. Psique.
- HILBERT, D. y otro. (1960). *Geometría intuitiva*. Turín: Boringhieri.
- HILDEBRANT, S. *Matemáticas y formas óptimas*. Scientific American.
- HOCHBERG, J. (1983). *Arte, percepción y realidad*. Barcelona: Paidós.
- HOWARD, B. (1976). *Principios de la percepción*. Méjico: Trillas.

- ITTEN, J. (1988). *Le dessin et la forme*. París: Dessain y Tolra.
- KEMP, M. (2000). *La ciencia del Arte*. Madrid: Akal.
- KANDINSKY, W. (1983). *De lo espiritual en el arte*. Alianza.
- KANDINSKY, W. (1969). *Punto y línea frente al plano*. Nueva Visión.
- KEPES, G. (1969). *El lenguaje da la visión*. Buenos Aires: Infinito.
- KHOLER, K. (1976). *Psicología de la forma*. Paidós.
- LASEAU. (1991). *La expresión gráfica para arquitectos y diseñadores*. Barcelona: G. Gili.
- LEIMARIE, J. y otros. *El dibujo. Historia de un arte*. Carroggio.
- LEOZ, R. (1969). *Redes y ritmos espaciales*. Madrid: Hermann Blume.
- METZ, C. y ECO, H. *Análisis de las imágenes*. Buenos Aires.
- MOLES, A. A. (1972). *Psicología del espacio*. Ricardo Aguilera.
- MUELLER, C.G. y RUDOLPH, M. (1969). *Luz y Visión*. TIME-LIFE.
- MUNARI, B. (1978). *Diseño y comunicación visual*. Barcelona: G. Gili.
- PEDOE, D. (1979). *La geometría en el arte*. Barcelona: G. Gili.
- PHIPPS, C. (1979). *La geometría en el arte*. Barcelona: G. Gili.
- PIPES, A. (1991). *El diseño tridimensional. Del boceto a la pantalla*. Barcelona: G. Gili.
- PIRSON, J. (1988). *La estructura y el objeto*. Barcelona: Promociones y Publicaciones Universitarias.
- PORTER, T. y GOODMAN, S. (1991). *Manual de diseño*. Barcelona: G. Gili.
- READ, H. (1957). *Imagen e idea*. Méjico: Fondo de Cultura Económica.
- ROCK, I. (1985). *La percepción*. Barcelona: Prensa Científica.
- SANDOVAL GUERRA, A. (1987). *Dibujo. La expresión grafico-plástica*. Santander: Sandoval.
- SATUE, E. (1990). *El diseño gráfico*. Madrid: Alianza Editorial.
- VERNON, M.D. (1973). *Psicología de la percepción*. Buenos Aires: Horm, Paidós.

WILLIAMS, C. (1984). *Los orígenes de la forma*. Barcelona: G. Gili.

WONG, W. *Fundamentos del diseño bi- y tri-dimensional*. Barcelona: G. Gili.

## **ANEXO 1**

PANTALLA DOBLE PARA OPERAR EN PERSPECTIVA CABALLERA Y  
AXONOMÉTRICA



## DESCRIPCION

### PANTALLA DOBLE PARA OPERAR EN PERSPECTIVA CABALLERA Y AXONOMÉTRICA.

El sector de la técnica al que pertenece el aparato que aquí se presenta es de material didáctico, concretamente para la enseñanza de los sistemas de representación: perspectiva caballera y perspectiva axonométrica. Es un dispositivo para proyección o representación por fuente luminosa, para estudios geométricos de proyecciones similares a las que se producen en los planos de proyección de estas perspectivas.

Estado actual de la técnica.- Existen pizarras, pantallas de proyección, tableros de dibujo y material didáctico muy diverso. Hay modelos con tableros para representar el espacio tridimensional, en los que se pueden efectuar proyecciones luminosas; sin embargo no se ha encontrado un dispositivo con las características aquí desarrolladas.

Problemática técnica planteada, según las características exigidas:

a) Se necesita un aparato en donde se puedan hacer visibles conceptos fundamentales de ambas clases de perspectivas, funcionamiento del sistema y contenidos geométricos diversos. Por lo tanto este aparato tiene que mostrar físicamente las cuestiones geométricas, tanto en el espacio tridimensional real, como también en el espacio bidimensional representado.

b) La proyección cilíndrica (o de haz de rayos paralelos) se soluciona por medio de una fuente de luz o proyector dirigido a la pantalla, a una distancia como la que puede existir entre ésta y la pared apuesta del aula. Con esta distancia los rayos de luz inciden sobre la pantalla casi paralelos entre sí, por lo cual el error o diferencia entre los resultados (sombras) de "luz cuasi-cilíndrica" a los que se obtendrían por la proyección geométrica (en geometría descriptiva) es aceptable a la hora de operar, según los fines didácticos de este dispositivo.

Así, no hay un problema importante en la proyección cilíndrica ortogonal para la perspectiva axonométrica. Pero sí que existe un gran problema en la proyección cilíndrica oblicua de la perspectiva caballera. Si la pantalla a utilizar en esta perspectiva permaneciera vertical, el proyector de luz habría que situarlo, mediante movimientos angulares, en posición oblicua respecto a la misma. Entonces estos movimientos de la fuente de luz, dentro de recintos cerrados, harían que el proyector tocara el techo y/o las paredes sin conseguir ángulos adecuados para los fines propuestos. Por lo cual la solución que hay que buscar es que la pantalla realice los giros adecuados y que el proyector luminoso permanezca inmóvil y dirigido a la misma.

c) Una característica fácilmente vista en esta investigación es que, en sus aspectos fundamentales, el mismo aparato, sin cambiar ni modificar el contenido a estudiar, puede servir tanto para la perspectiva caballera, como para la axonométrica. O sea, que los contenidos ubicados en un único espacio tridimensional, puedan generar sus correspondientes representaciones tanto en la pantalla destinada a la perspectiva caballera, como a la axonométrica.

### Soluciones y explicación del aparato con ayuda de dibujos:

a) Construir un espacio tridimensional constituido por un triedro trirrectángulo de planos transparentes para que éste y sus contenidos se proyecten en la pantalla que corresponda.

b) Que la pantalla destinada a representar el espacio en perspectiva caballera, pueda realizar giros controlados y adecuados a tal fin, mediante el diseño de los elementos mecánicos adecuados.

c) La pantalla para la perspectiva caballera es opaca pero opcionalmente puede ser transparente para proyectar las mismas cuestiones a tratar en perspectiva axonométrica; esto se hace simplemente quitando el cartón que deja pasar la luz hasta el fondo, como se verá mejor en la descripción de los dibujos.

Este instrumento (figuras 1, 2a y 2b) se compone fundamentalmente de dos tableros o pantallas cuadradas 1 y 2. La pantalla 1 es opaca, de conglomerado de madera de color blanco. La "pantalla" 2 es móvil y puede ser, opcionalmente, opaca o transparente; se compone de un bastidor metálico (puede ser de aluminio) sobre el que se fija una lámina de material plástico rígido y transparente. Esta "pantalla" 2 transparente puede hacerse opaca fijando sobre la misma cartón ligero blanco para recibir las proyecciones luminosas. Si se retira el cartón, la "pantalla" es transparente y las proyecciones llegan a la pantalla fija 1 (figuras 6a y 6b).

En su uso ambas pantallas están articuladas por la bisagra especial 3 (figura 3, y figuras 1, 2a y 2b) con dos ejes de giro, es de lámina de metal con el grosor suficiente como para soportar la fuerza de compresión que podría doblarla; y las piezas 4 y 5 (figuras 1, 2a y 2b), con el mecanismo de fijación 6 con palomilla (figura 5, y figura 1). Las piezas 4 y 5 tienen una ranura con curva de circunferencia cuyo centro está, respectivamente, en los ejes X y Z de la bisagra 3. Además disponen de movimiento por otro mecanismo de bisagra para adaptarse al giro de la pantalla 2 y, para su almacenamiento o transporte, plegarse sobre la pantalla 1 (figura 7). Este aparato se cuelga en la pared mediante los soportes 7 correspondientes. La pantalla 1 permanece vertical e inmóvil y sirve de soporte a la 2, la cual puede girar en dos sentidos, según los ejes X y Z de la doble bisagra especial (figura 3). Esta pantalla 2, cuando es opaca, sirve de plano de proyección luminosa, similarmente al plano de proyección de la perspectiva caballera o axonometría oblicua.

Las dos pantallas tienen la misma medida. En la pantalla 2 se fijan dos "planos" cuadrados 8 y 9 de material plástico transparente, abatibles por medio de las bisagras 10 y 11 que se corresponden con los ejes X y Z del triedro trirrectángulo que delimitan un espacio tridimensional. Por medio del soporte 12 y su correspondiente pasador (figura 4) pueden permanecer, a voluntad, formando un triedro trirrectángulo o, también, con los planos 8 y 9 abatidos (figura 7) sobre el plano de proyección o pantalla 2.

En las figuras 2a y 2b, pueden verse los movimientos de la pantalla 2 para conseguir la proyección oblicua. Para que pueda girar y ser controlada se utilizan los elementos de conexión y articulación 3, 4, 5 y 6 entre las dos pantallas. Los ejes de giro X y Z de la bisagra (figura 3) permiten el doble giro de la pantalla 2.

Con el mecanismo 6 (figura 1) se fijan los giros del segundo tablero alrededor de los ejes X y Z. En la figura 5 se ve que esta fijación se realiza con la tuerca de mariposa y su arandela, que efectúan dicha fijación sobre las piezas 4 y 5 (figura 1). Este mecanismo está articulado para permitir adaptarse a los giros de la pantalla 2.

Proyecciones de magnitudes.- Cuando se opera en perspectiva caballera, se utiliza la pantalla de proyección 2 (figura 2b), a la que se le tiene que colocar el cartón blanco antes citado (figura 6a). Por medio de los rayos de luz los elementos geométricos del triedro se proyectan en la pantalla opaca, pudiendo elegir los parámetros de esta perspectiva (ángulo y coeficiente de reducción) con la ayuda de las piezas 4, 5 y 6. Así se obtienen las sombras de los ejes X, Y, Z y de los objetos colocados en el espacio tridimensional determinado por los planos transparentes 8 y 9.

Cuando se opera en perspectiva axonométrica, se utiliza la pantalla de proyección 1; para lo cual se retira previamente el cartón de la pantalla 2 (figura 6b) para que quede transparente y deje pasar la luz a la pantalla fija de atrás 1. Por medio de los rayos de luz, los ejes X, Y, Z se proyectan en dicha pantalla, con sus correspondientes ángulos, escalas o coeficientes de reducción. También en este sistema, estos datos cambian según se gire la pantalla 2.

Una vez controlados estos parámetros se pueden acometer diversas tareas relacionadas con la representación en perspectiva caballera y en axonométrica. Sin embargo con este dispositivo no se pueden realizar satisfactoriamente muchas operaciones de perspectiva axonométrica, por lo que es más adecuado para perspectiva caballera.

No obstante este aparato resulta muy útil para comparar estas dos clases de perspectivas (caballera y axonométrica) en algunos aspectos básicos, para ver similitudes y diferencias... Puede utilizarse en actividades docentes e investigadoras; desarrollar recursos didácticos para la enseñanza de la perspectiva, etc.

## REIVINDICACIONES

1. Conjunto (figuras 1, 2a y 2b) compuesto de dos pantallas 1 y 2 articuladas y superpuestas; una permanece fija y la otra es móvil. En ambas se pueden efectuar proyecciones luminosas. La pantalla móvil puede girar según dos ejes X y Z. Utiliza una bisagra especial que permite producir este doble giro, según los ejes citados.

2. Se utilizan los mecanismos de sujeción 4, 5 y 6 para inmovilizar la pantalla 2, según los dos movimientos de giro. Sobre las piezas 4 y 5 se pueden efectuar marcas que se correspondan con valores (de ángulos y de escalas) preestablecidos, dentro de cada una de las perspectivas.

3. La "pantalla" 2 se caracteriza en que en la misma se han fijado dos "planos" 8 y 9 de forma cuadrada, de manera que formen un triedro trirrectángulo. Son abatibles sobre el plano X O Z, en donde se pueden realizar operaciones de verdaderas magnitudes. Están hechos de material plástico transparente, por lo que pueden ser proyectados dejando ver en su sombra los ejes X, Y, Z y cuantos elementos opacos (figuras geométricas de alambre, etc.) se ubiquen en este triedro.

4. La "pantalla" 2 se caracteriza en que puede utilizarse, opcionalmente, de manera opaca o transparente. Para que sea opaca, y sirva de plano de proyección, se le pega cartón ligero blanco, rígido y de poco peso. El cartón se compone de dos piezas: una es un cuadrado que se ubica en el espacio X O Z, superior derecho; la otra pieza, con forma de "L", se coloca en el espacio restante. Para que sea transparente basta con retirar los cartones, y la proyección se produce en la pantalla 1. Los cartones se pegan simplemente con cinta adhesiva de uso común. Al poder utilizarse de manera opaca o transparente, se puede operar en proyección cilíndrica oblicua, o en proyección cilíndrica ortogonal, es decir, en perspectiva caballera o en axonométrica, sin tener que modificar las condiciones o contenidos a tratar. Por ejemplo, una pirámide de alambre proyecta su sombra o proyección en perspectiva caballera en la pantalla 2, y con sólo retirar el cartón, la misma figura se proyecta en perspectiva axonométrica, en la pantalla 1.

5. Este aparato se cuelga en posición vertical por los soportes 7. Pero cuando se opera en perspectiva caballera, con la pantalla 2 de manera opaca, también puede colgarse por los soportes 13 (figura 1), para que el eje Y se proyecte en sentido contrario. No se utiliza así en perspectiva axonométrica porque el eje de las alturas no se proyecta verticalmente, como sí ocurre cuando estas pantallas se cuelgan por los soportes 7.

6. Todos los elementos de este aparato se pliegan para facilitar su almacenamiento o transporte (figura 7). Las piezas 4 y 5 se pliegan quedando entre las dos pantallas. Igualmente se abaten los planos 8 y 9 sobre la pantalla 2.

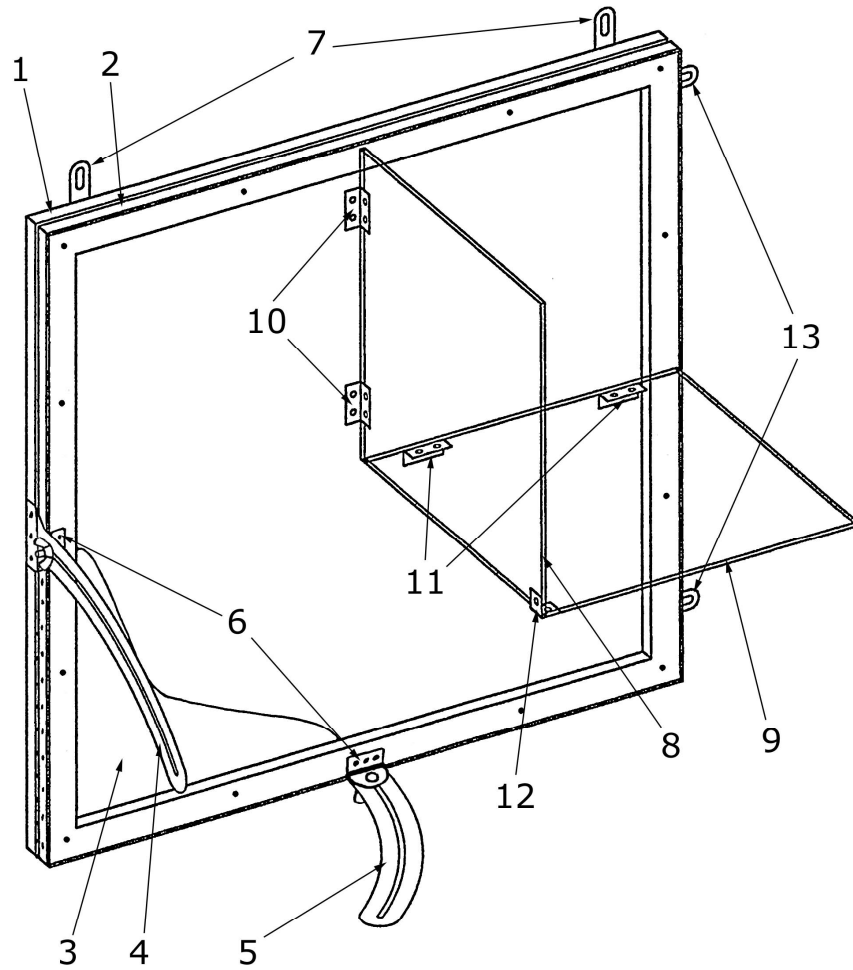


FIG. 1

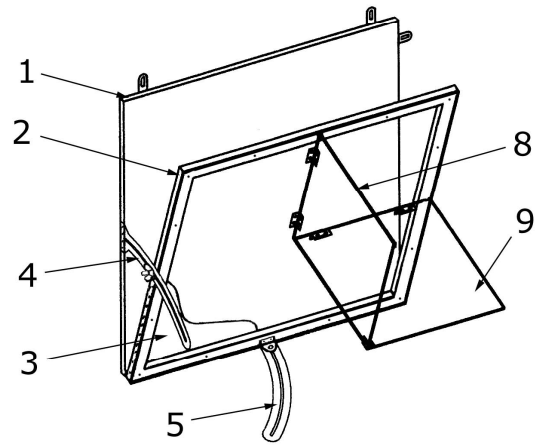


FIG. 2a

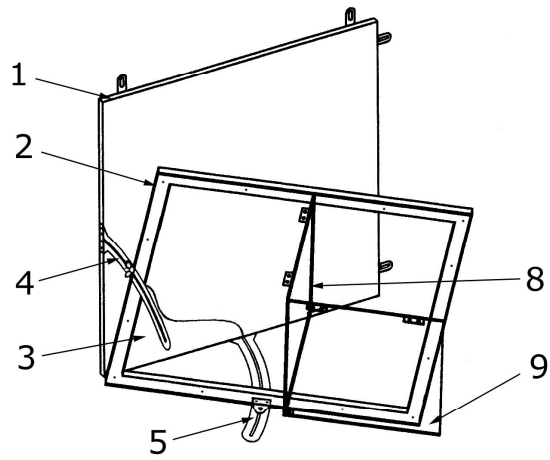


FIG. 2b

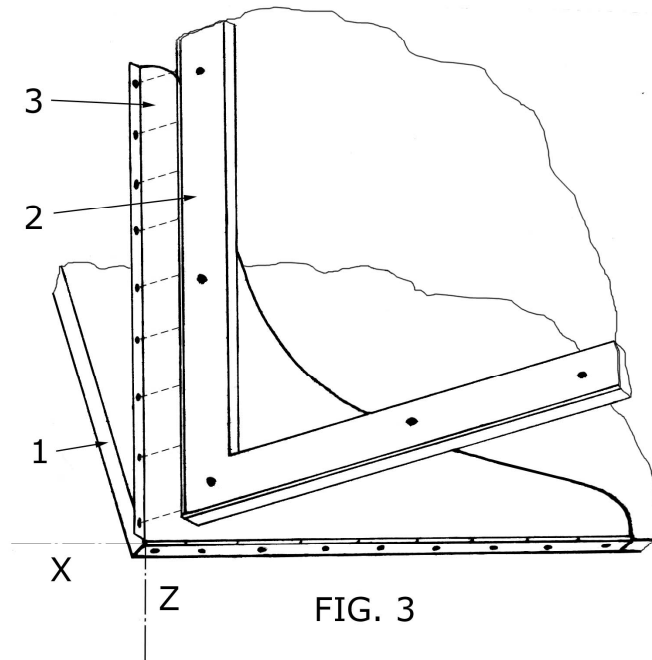


FIG. 3

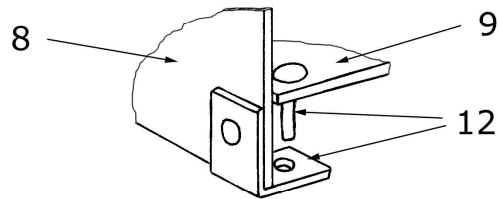


FIG. 4

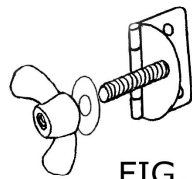


FIG. 5

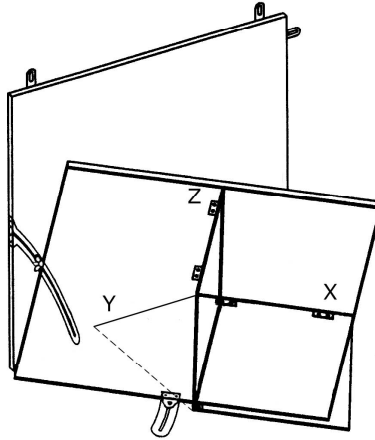


FIG. 6a

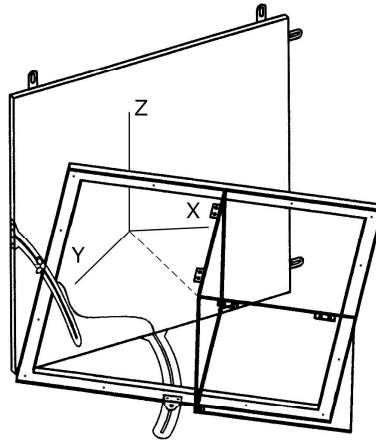


FIG. 6b



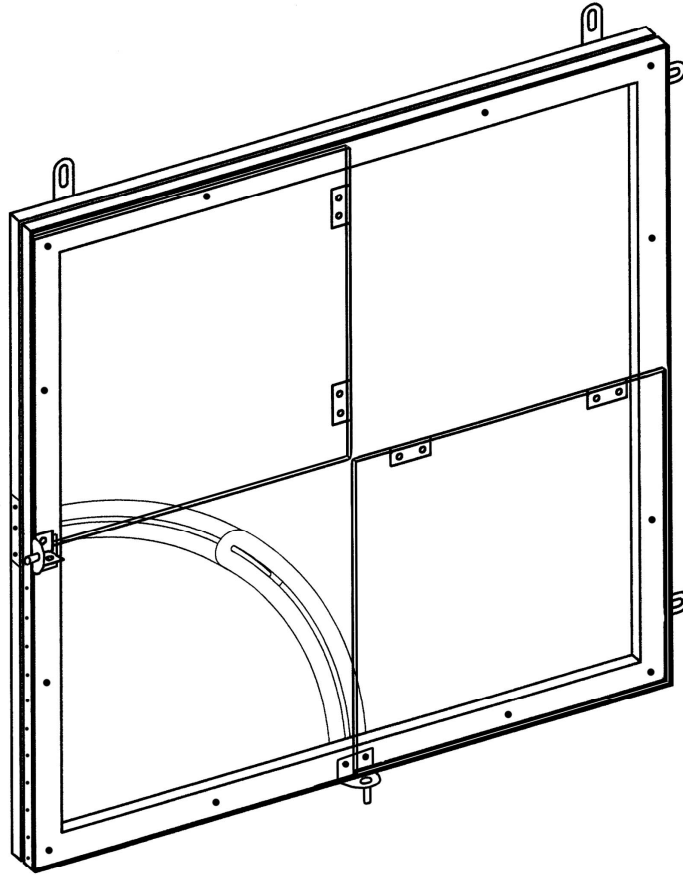


FIG. 7