



# UNIVERSIDAD DE GRANADA

---

Facultad de Ciencias

GRADO EN FÍSICA

TRABAJO DE FIN DE GRADO

**Optimización automática de campos magnéticos generados por equipos aeroespaciales mediante dipolos y cuadrupolos**

Presentado por:  
**Cárdenas Sánchez, Marta**

Curso Académico: 2022-2023

## **Resumen**

En esta tesis optimizaremos campos magnéticos generados por equipos aeroespaciales mediante un conjunto de dipolos y cuadrupolos utilizando el método computacional PSO (*Particle Swarm Optimization*). Antes de realizar este proceso, necesitaremos desarrollar distintos puntos teóricos, como las aproximaciones dipolar y cuadrupolar, y prácticos, como los procesos de calibración y la medición dentro de una Instalación de Bobinas Magnéticas (MCF), que discutiremos a lo largo del trabajo. Así, estudiaremos los mejores y más eficientes métodos para realizar nuestros procedimientos.

## **Abstract**

In this thesis, we will optimize magnetic fields generated by aerospace equipment using a set of dipoles and quadrupoles through the computational method PSO (*Particle Swarm Optimization*). Before carrying out this process, we will need to develop different theoretical points, such as dipole and quadrupole approximations, as well as practical aspects like calibration processes and measurement within a Magnetic Coil Facility (MCF), which we will discuss throughout the work. Thus, we will study the best and most efficient methods to carry out our procedures.

## **Agradecimientos**

Antes de comenzar con la tesis, me gustaría agradecer a todas las personas que me han acompañado en este arduo proceso, sin las que este trabajo hubiese sido imposible o considerablemente más duro.

En primer lugar, a mi tutor del Trabajo de Fin de Grado, Andrés Roldan Aranda, por guiarme en la mayoría de mis pasos y por sus innumerables consejos tanto profesionales como personales.

También agradecer a mis compañeros y amigos, sobre todo a Natalia y Laura por alentarme a continuar en todo momento, por apoyarme y por escuchar todas mis quejas, que no eran escasas.

Por último, a mis padres y abuelo, por hacer de mi la persona que soy, por su apoyo y confianza completamente incondicional en mi y por darme la oportunidad de haber llegado hasta aquí.

# Índice

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Fundamento Teórico</b>	<b>6</b>
2.1	Teoría Fundamental del Electromagnetismo . . . . .	6
2.2	Aproximación Dipolar . . . . .	7
2.3	Aproximación Cuadrupolar . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Validación Teórica</b>	<b>10</b>
3.1	Validación de la Aproximación Cuadrupolar . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Metodología y Análisis</b>	<b>15</b>
4.1	Calibración de Hierro Blando (Soft Iron) . . . . .	15
4.1.1	Calibración del Magnetómetro . . . . .	15
4.1.2	Proceso de Calibración del Campo Magnético . . . . .	18
4.1.3	Interfaz Gráfica de Usuario (GUI) para el proceso de calibración . . . . .	20
4.2	Instalación de Bobinas Magnéticas . . . . .	22
4.2.1	Anulación del campo magnético de la Tierra. . . . .	23
4.2.2	Proceso de desmagnetización ( <i>deperming</i> ) . . . . .	23
4.2.3	Medición en el MCF . . . . .	25
4.3	Algoritmo de optimización . . . . .	28
4.3.1	Algoritmo de PSO . . . . .	28
4.3.2	Función de Aptitud . . . . .	30
<b>5</b>	<b>Resultados y Discusión</b>	<b>31</b>
5.1	Interfaz Gráfica de Usuario (GUI) para la Optimización . . . . .	31
5.2	Optimización del campo magnético de un objeto mediante el método PSO . . . . .	33
<b>6</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>35</b>
	<b>Bibliografía</b>	<b>36</b>
	<b>Anexos</b>	<b>38</b>
	Tablas con los resultados obtenidos en distintas pruebas del proceso PSO . . . . .	38
	Gráficas con los resultados obtenidos en distintas pruebas del proceso PSO . . . . .	39
	Simulación 1 . . . . .	39
	Simulación 2 . . . . .	40
	Simulación 3 . . . . .	40
	Simulación 4 . . . . .	41

## 1 Introducción

En la actualidad, gran parte de los dispositivos aeroespaciales están equipados para medir distintas interacciones con un campo magnético. Los aparatos de medida suelen crear su propio campo magnético, los cuales resulta imprescindible conocer a fin de obtener mediciones precisas y fiables. En este contexto, el satélite Ulysses [1], trabajo creado como colaboración entre la NASA y la Agencia Espacial Europea (ESA), se convierte en una fuente de inspiración para nuestro trabajo. Esta sonda espacial estaba equipada principalmente con instrumentos para caracterizar campos, partículas y polvo. Su objetivo principal era estudiar el campo magnético del Sol y, durante su misión, se realizaron descubrimientos muy importantes, como el debilitamiento gradual del viento solar con el paso del tiempo y la interesante inversión del campo magnético solar cada 11 años.

Otro factor por el cual es importante conocer los campos magnéticos de distintos objetos en misiones aeroespaciales es para la orientación y navegación de los equipos en el espacio. Los campos magnéticos de planetas, lunas y otros cuerpos celestes son fundamentales para determinar la posición y orientación de una nave espacial. Los magnetómetros a bordo de las naves miden estos campos magnéticos, lo que permite conocer la dirección y la intensidad de los campos magnéticos locales. Este conocimiento es especialmente relevante en misiones de exploración planetaria, donde se requiere una navegación precisa para llevar a cabo maniobras de aterrizaje, mapeo y orientación precisa en un entorno desconocido.

En este trabajo, se indagará, mejorará y continuará con el trabajo realizado anteriormente en las tesis de Pedro Manuel Vizcaíno [2], seguido por el de Yako Irusta Salles [3], y continuado por el de Victor Vegas Luque [4].

La mayoría de la labor experimental se realizará en los laboratorios del GranaSAT, el Grupo de Electrónica Aeroespacial de la Universidad de Granada. En concreto, utilizaremos magnetómetros de fluxgate para medir campos magnéticos extremadamente pequeños (en el rango de los  $\mu\text{T}$ ) y un arduino que nos permita manejar y configurar las tomas de datos.

Como primer paso, estableceremos un marco desde la teoría fundamental del electromagnetismo basado en las ecuaciones de Maxwell. Esta es la base para comprender el comportamiento de la aproximación multipolar del campo magnético, con la que obtenemos la aproximación dipolar, y la ecuación del campo generado por una espira descrita mediante integrales elípticas, la cual usamos para la aproximación cuadrupolar. Ambas aproximaciones han sido descritas en un primer marco en los trabajos de Yako [3] y Victor [4], sin embargo, en este se corrigen pequeños errores cometidos en las tesis anteriores y se demuestra teóricamente la veracidad de la ecuación del campo magnético generado por una espira insertando integrales elípticas.

Un punto principal en nuestro estudio será la compresión y desarrollo de los procesos de medición de campos magnéticos, así como la calibración de magnetómetros y la desmagnetización de dispositivos electrónicos. Un trabajo importante en esta tesis ha sido la creación de una interfaz gráfica de usuario para realizar los pasos de medición y calibración del campo magnético terrestre. De esta forma se le permite a una persona externa al trabajo, poder acceder visual e intuitivamente a las herramientas utilizadas para el desarrollo y ejecución de estos procedimientos.

Continuando nuestro estudio, emplearemos una técnica llamada Optimización de En-

jambre de Partículas (PSO, por sus siglas en inglés) para aproximar el campo magnético de los dispositivos electrónicos. Veremos tres modelos diferentes, los cuales consisten en utilizar, para llevar a cabo la optimización, un dipolo, dos dipolos y un dipolo combinado con un cuadrupolo. A este proceso de optimización, también se le añadió una interfaz gráfica de usuario.

Para comparar nuestros resultados, utilizaremos datos proporcionados por la Agencia Espacial Europea (ESA) [5]. De esta manera, podemos analizar en profundidad la calidad de nuestras aproximaciones y procedimientos.

El trabajo de esta tesis se extiende más allá de esta memoria, ya que hemos desarrollado varios programas en Python y dos interfaces gráficas de usuario. Para ello aprendimos a trabajar en Jupyter Notebook [6] y VS Code [7].

## 2 Fundamento Teórico

### 2.1 Teoría Fundamental del Electromagnetismo

Los dipolos y cuadrupolos magnéticos son objetos clave en nuestra investigación, lo que nos hace encontrarnos con problemas que debemos tratar principalmente desde la teoría del electromagnetismo. Introduciremos un buen marco de trabajo donde expondremos las leyes electromagnéticas fundamentales y seleccionaremos las expresiones necesarias para calcular el campo magnético de cualquier dispositivo.

En primer lugar, enunciaremos las ecuaciones de Maxwell, pilares fundamentales de la teoría electromagnética y, por tanto, la base de este capítulo. Las ecuaciones de Maxwell [8], formuladas en 1861, vienen dadas en su forma diferencial por:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.4)$$

donde  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  son los campos eléctrico y magnético respectivamente;  $\mu_0$  y  $\epsilon_0$  las constantes de permeabilidad y permitividad eléctrica en el vacío respectivamente; y  $\vec{J}$  es la densidad de corriente.

Por otro lado, la expresión para el campo magnético creado por una corriente estática fue formulada por los físicos franceses Jean-Baptiste Biot y Félix Savart en el siglo XIX y se conoce como la ley de Biot-Savart:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_C \frac{Id\vec{l} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \quad (2.5)$$

donde  $C$  es la trayectoria a lo largo de la dirección de la corriente  $I$ ,  $\vec{r}$  el vector de desplazamiento entre el origen y el punto donde se evalúa el campo y  $\vec{r}'$  vector de desplazamiento entre el origen y el elemento de corriente.

De la ecuación de Maxwell (2.2) se deduce que el campo magnético es un campo vectorial solenoidal que puede escribirse como el rotacional de otro, llamado potencial vector magnético. Es decir, recordando la propiedad

$$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}) = 0 \quad (2.6)$$

y a vista de la segunda ecuación de Maxwell, podemos escribir el campo magnético como

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (2.7)$$

Utilizando las ecuaciones (2.5) y (2.7), podemos obtener la siguiente expresión para el potencial vector magnético:

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (2.8)$$

## 2.2 Aproximación Dipolar

En este apartado, nos enfocaremos en los cálculos relacionados con las expresiones dipolares. Supongamos que la distancia a la que medimos el campo es mayor que la región por donde circula la corriente ( $|\vec{r}| \gg \text{máx} |\vec{r}'|$ ), es decir, que se cumpla la aproximación de campo lejano, en cuyo caso podemos desarrollar el integrando de (2.8) en serie de Taylor como sigue [9]:

$$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \frac{1}{r} + \frac{\vec{r} \cdot \vec{r}'}{r^3} + \mathcal{O}(\delta^2) \quad (2.9)$$

De esta forma, el potencial vector magnético con las expansión de Taylor será:

$$\begin{aligned} \vec{A} &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left( \oint \frac{d\vec{r}'}{r} + \oint \frac{\vec{r} \cdot \vec{r}'}{r^3} d\vec{r}' + \dots \right) = \\ &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left( \frac{1}{r} \oint d\vec{r}' + \frac{1}{r^3} \oint (\vec{r} \cdot \vec{r}') d\vec{r}' + \dots \right) \end{aligned} \quad (2.10)$$

La expresión (2.10) muestra los dos primeros términos del desarrollo multipolar del potencial vector magnético. Al primer término se le conoce como término monopolar, y al segundo, como dipolar. Observando estos términos, comprobamos que la primera integral es nula,  $\oint d\vec{r}' = 0$ , ya que la integral sobre un camino cerrado de una diferencial exacta es siempre cero, lo que demuestra que no existen monopolos magnéticos.

Si definimos ahora el momento magnético como

$$\vec{m} = \frac{I}{2} \int \vec{r} \times \vec{r}' \quad (2.11)$$

y lo introducimos en segunda integral [10], obtenemos el siguiente potencial magnético:

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{(\vec{m} \times \vec{r})}{r^3} \quad (2.12)$$

Usando la ecuación dada en (2.7), y (2.12), llegamos a la siguiente aproximación para el campo magnético producido por el dipolo [3]:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} = \nabla \times \left( \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{(\vec{m} \times \vec{r})}{r^3} \right) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left( \frac{3(\vec{m} \cdot \vec{r})}{r^5} \vec{r} - \frac{\vec{m}}{r^3} \right) \quad (2.13)$$

Esta expresión se puede escribir en coordenadas cartesianas y obtener el campo magnético creado por el dipolo en cada una de las direcciones:  $\vec{B}_x$ ,  $\vec{B}_y$  y  $\vec{B}_z$ . Escribiendo el vector posición como  $\vec{r} = (x - x_0)\hat{x} + (y - y_0)\hat{y} + (z - z_0)\hat{z}$  y el momento magnético como  $\vec{m} = m_x\hat{x} + m_y\hat{y} + m_z\hat{z}$ , se obtiene, en combinación con (2.13), las expresiones para el campo magnético de un dipolo centrado en  $(x_0, y_0, z_0)$  y con valores  $m_x$ ,  $m_y$  y  $m_z$  del momento magnético en cada dirección:

$$\vec{B}_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \left( \frac{3(m_x(x - x_0) + m_y(y - y_0) + m_z(z - z_0))(x - x_0)}{r^5} - \frac{m_x}{r^3} \right) \quad (2.14)$$

$$\vec{B}_y = \frac{\mu_0}{4\pi} \left( \frac{3(m_x(x - x_0) + m_y(y - y_0) + m_z(z - z_0))(y - y_0)}{r^5} - \frac{m_y}{r^3} \right) \quad (2.15)$$

$$\vec{B}_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \left( \frac{3(m_x(x - x_0) + m_y(y - y_0) + m_z(z - z_0))(z - z_0)}{r^5} - \frac{m_z}{r^3} \right) \quad (2.16)$$

donde  $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$  es el módulo del vector posición.

### 2.3 Aproximación Cuadrupolar

En esta sección, se hará un desarrollo de la aproximación cuadrupolar. En primer lugar, podríamos pensar en realizar el mismo enfoque que utilizamos con los dipolos, es decir, continuar la expansión de (2.10) y considerar términos de orden superior. Sin embargo, este procedimiento resulta problemático, ya que no se puede obtener fácilmente un resultado práctico y tampoco existe una documentación clara al respecto. Por lo tanto, optaremos por aplicar un método equivalente en su lugar.

Un campo magnético cuadrupolar se puede generar utilizando dos bobinas de Helmholtz colocadas en una disposición específica [11]. Para lograr esto, el diámetro de cada bobina debe ser igual a la distancia entre ellas, y la corriente debe fluir en direcciones opuestas en cada bobina. Para simplificar, asumiremos que cada bobina consta de una sola espira. En la Figura 1 podemos ver un cuadrupolo construido a partir de dos espiras.

La expresión general que describe el potencial vector magnético de una espira de corriente cerrada es [12]:

$$A_\varphi(r, \theta) = \frac{\mu_0 I a}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \varphi'}{(a^2 + r^2 - 2ar \sin \theta \cos \varphi')^{1/2}} d\varphi' \quad (2.17)$$

siendo el resto de componentes de  $\vec{A}$  nulas debido a la simetría cilíndrica que presenta la espira.  $a$  representa el radio de la espira e  $I$  la intensidad de la corriente que fluye a través de ella.

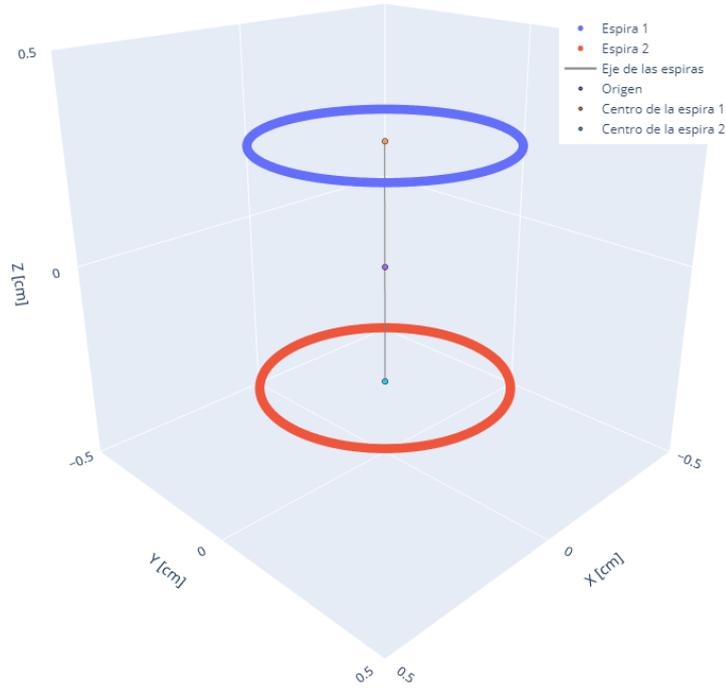


Figura 1: Cuadrupolo creado por dos espiras de radio  $a = 0.3\text{cm}$  separadas una distancia  $D = 0.6\text{cm}$ . La intensidad de corriente en una espira circularía en sentido contrario con respecto a la otra.

A partir de (2.17), es posible calcular el campo de inducción magnética en coordenadas esféricas, siendo:

$$B_r = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\phi) \quad (2.18)$$

$$B_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) \quad (2.19)$$

$$B_\phi = 0 \quad (2.20)$$

Sin embargo, surge un problema, ya que estas expresiones para el campo magnético no tienen una solución analítica fuera del eje de la espira. Para encontrar las expresiones del campo magnético, es necesario utilizar las integrales elípticas completas de primera y segunda especie, que se muestran a continuación, respectivamente [12]:

$$K(m) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - m^2 \sin^2 \phi}} \quad (2.21)$$

$$E(m) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - m^2 \sin^2 \phi} d\phi \quad (2.22)$$

Escribamos ahora la expresión (2.17) en términos de  $\rho = r \sin \theta$ :

$$A_\phi(\rho, \theta) = \frac{\mu_0 I a}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \phi'}{(\rho^2 + a^2 - 2a\rho \cos \phi')^{1/2}} d\phi' \quad (2.23)$$

y, haciendo el cambio de variable  $\phi = \pi - 2\theta$  se tiene:

$$A_\phi(\rho, \theta) = \frac{\mu_0 I}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{a(2 \sin^2 \theta - 1)}{((\rho^2 + a^2)^2 + z^2 - 4a\rho \sin^2 \theta)^{1/2}} d\theta \quad (2.24)$$

La función subintegral de (2.24) puede reescribirse como:

$$\frac{a(2 \sin^2 \theta - 1)}{((\rho^2 + a^2)^2 + z^2 - 4a\rho \sin^2 \theta)^{1/2}} d\theta = \frac{a(2 \sin^2 \theta - 1)}{((\rho^2 + a^2)^2 + z^2)^{1/2} (1 - k^2 \sin^2 \theta)^{1/2}} d\theta \quad (2.25)$$

donde definimos

$$k^2 = \frac{4a\rho}{(\rho^2 + a^2)^2 + z^2} \quad (2.26)$$

Ahora, realizando varias operaciones sencillas para separar la integral en dos términos, se llega a:

$$A_\phi(\rho, \theta) = \frac{\mu_0 I}{\pi} \sqrt{\frac{a}{\rho}} \frac{1}{k} \left[ \left(1 - \frac{k^2}{2}\right) \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}} - \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta} d\theta \right] \quad (2.27)$$

Finalmente, introduciendo las integrales elípticas en esta última ecuación, tenemos [13]:

$$A_\phi(\rho, \theta) = \frac{\mu_0 I}{\pi} \sqrt{\frac{a}{\rho}} \frac{1}{k} \left[ \left(1 - \frac{k^2}{2}\right) K(k) - E(k) \right] \quad (2.28)$$

A partir de estas ecuaciones, es posible obtener las expresiones para las componentes del campo magnético en coordenadas cartesianas:

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{C_{xz}}{2\alpha^2 \beta \rho^2} [(a^2 + r^2) E(k) - \alpha^2 K(k)] \\ B_y &= \frac{C_{yz}}{2\alpha^2 \beta \rho^2} [(a^2 + r^2) E(k) - \alpha^2 K(k)] = \frac{y}{x} B_x \\ B_z &= \frac{C}{2\alpha^2 \beta} [(a^2 - r^2) E(k) + \alpha^2 K(k)] \end{aligned} \quad (2.29)$$

donde, para simplificar las expresiones, se han definido los parámetros:

$$\begin{aligned} \alpha^2 &\equiv a^2 + r^2 - 2a\rho; \quad \beta^2 \equiv a^2 + r^2 + 2a\rho \\ \gamma^2 &\equiv x^2 - y^2; \quad C = \frac{\mu_0 I}{\pi} \end{aligned} \quad (2.30)$$

### 3 Validación Teórica

Una vez establecido el marco teórico, procederemos a verificar si las aproximaciones que hemos presentado son óptimas. La aproximación dipolar fue discutida en profundidad en el trabajo de Yako [3], donde se demostró que es una buena aproximación para la mayoría de los dispositivos electrónicos. Por otro lado, la aproximación cuadrupolar fue discutida en la tesis de Victor [4], no obstante, hemos llevado a cabo una mejora de este estudio con el objetivo de brindar mayor claridad y fiabilidad en los resultados obtenidos.

### 3.1 Validación de la Aproximación Cuadrupolar

Para comenzar, vamos a examinar la validez del uso de integrales elípticas en nuestros cálculos para espiras de corriente, siguiendo la expresión (2.29). Para ello, compararemos los resultados con los obtenidos mediante el método de Biot-Savart (2.5). Para facilitar la interpretación de nuestros gráficos, trabajaremos en el plano XZ y consideraremos que el eje Z como el eje de las espiras. A continuación se presenta el campo magnético creado utilizando ambos métodos, donde hemos usados los valores  $I = 1A$  y  $a = 0.3cm$ :

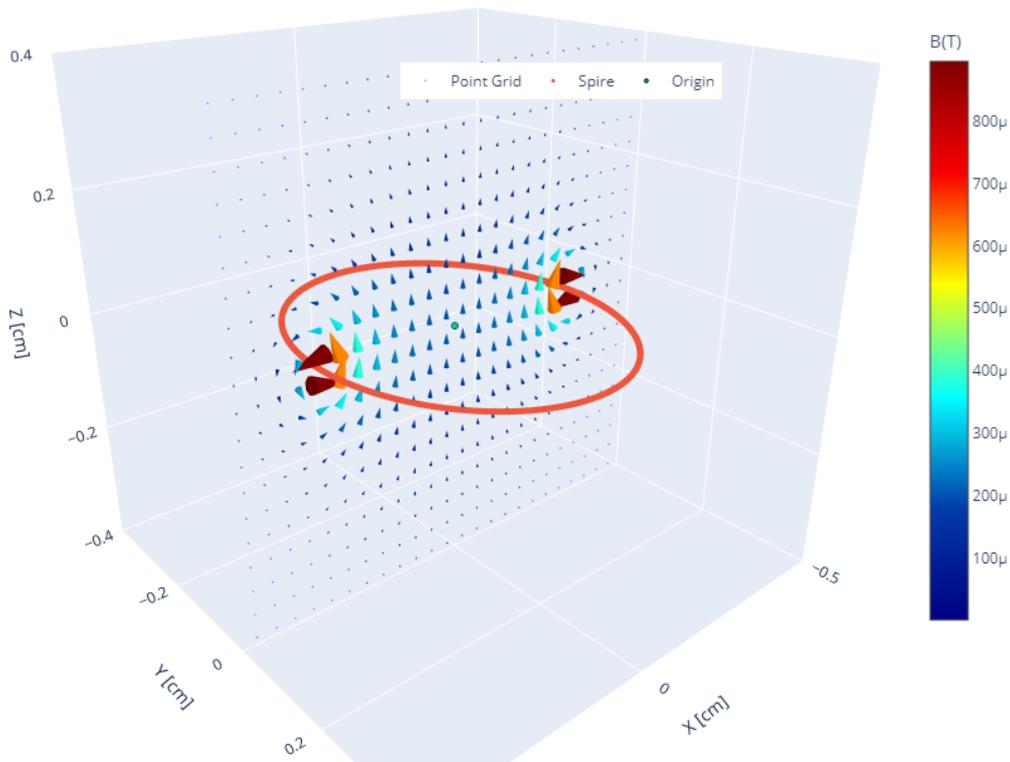


Figura 2: Representación 3D del campo magético en el plano XZ de una espira centrada en el origen y situada sobre el plano XY.

Cualitativamente, observando las representaciones mostradas en las Figuras 3 y 4 vemos que las diferencias de los cálculos entre ambos métodos son indistinguibles. Cuantitativamente, lo comprobamos con el gráfico de la Figura 5, donde la diferencia máxima la encontramos en el decimotercer decimal. Esto confirma la validez del uso de funciones elípticas. Los errores relativos más elevados podrían atribuirse a los distintos algoritmos y métodos de integración utilizados, así como errores de redondeo y parámetros de tolerancia. A no ser que trabajemos en ordenes de magnitud extremadamente pequeños, estos errores podrían considerarse como nulos.

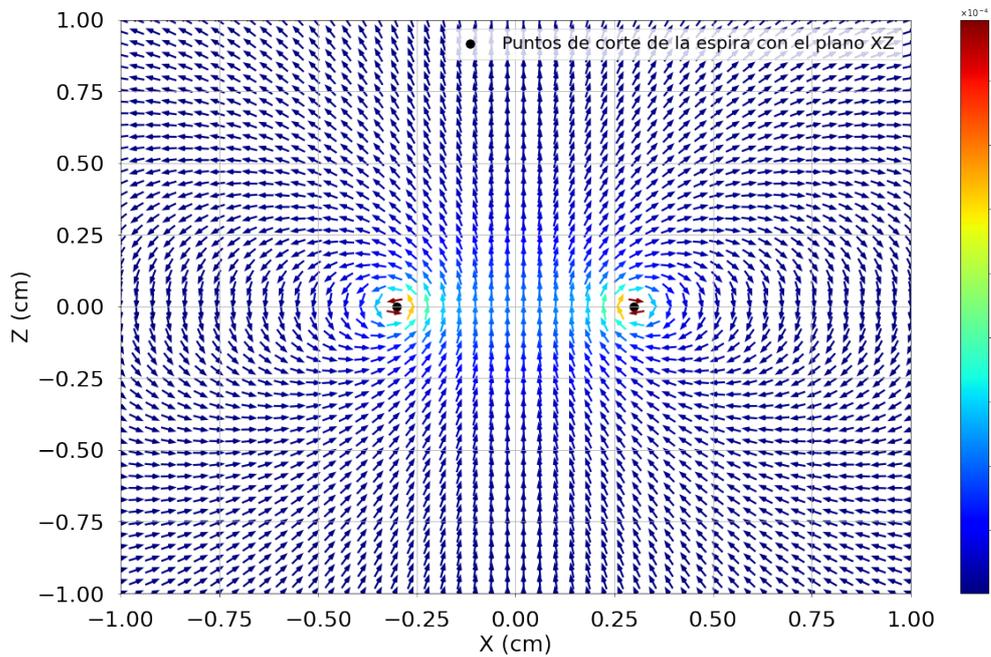


Figura 3: Campo magnético creado por una espira en el plano XZ calculado usando la ecuación (2.29).

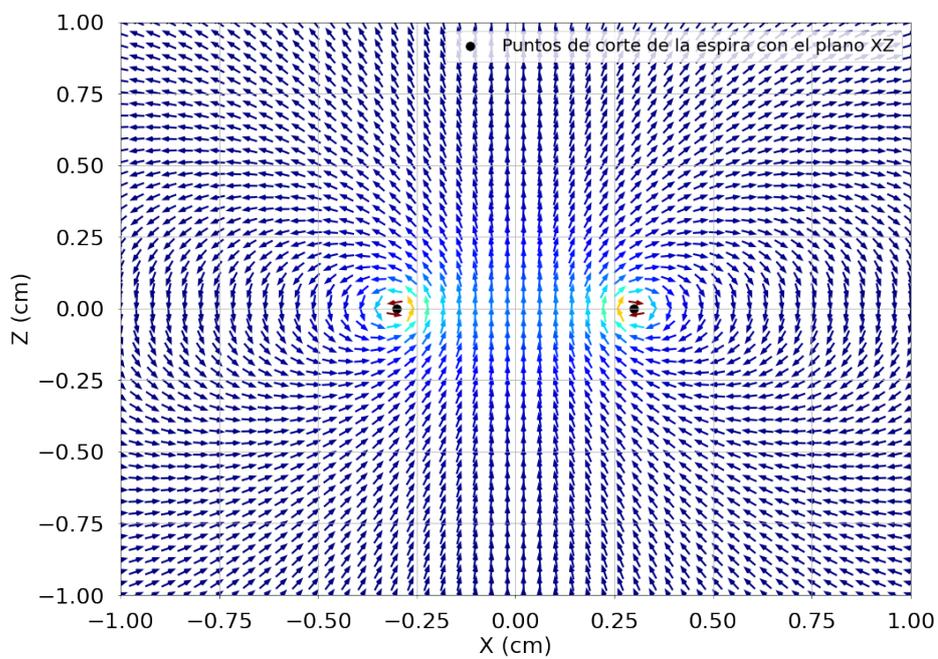


Figura 4: Campo magnético creado por una espira en el plano XZ calculado usando la ecuación (2.5).

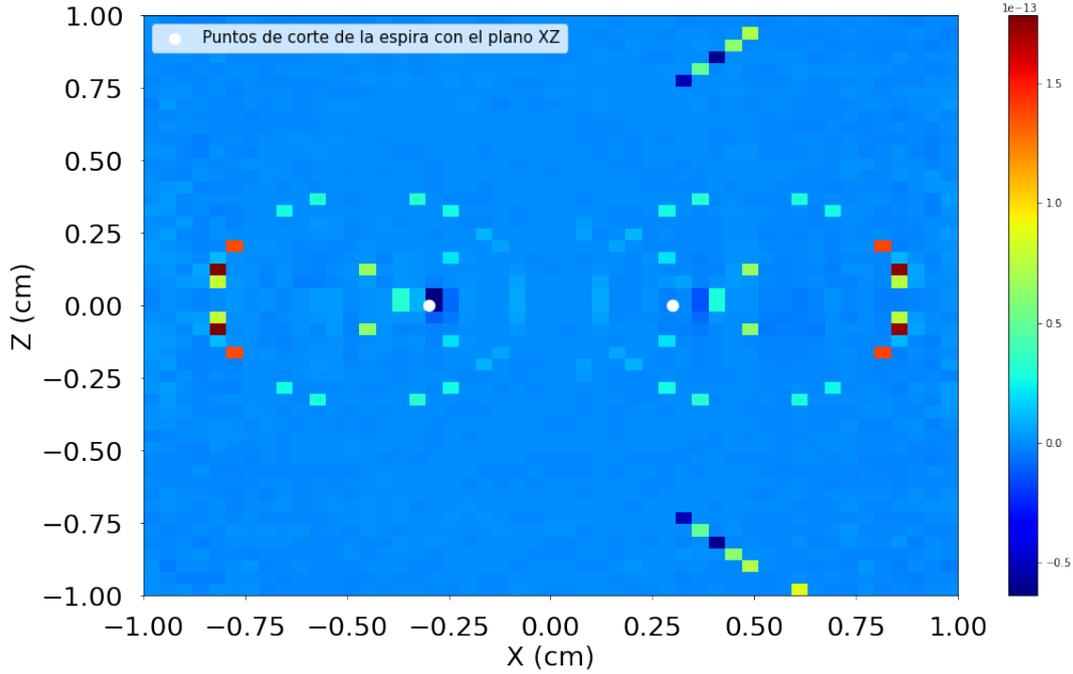
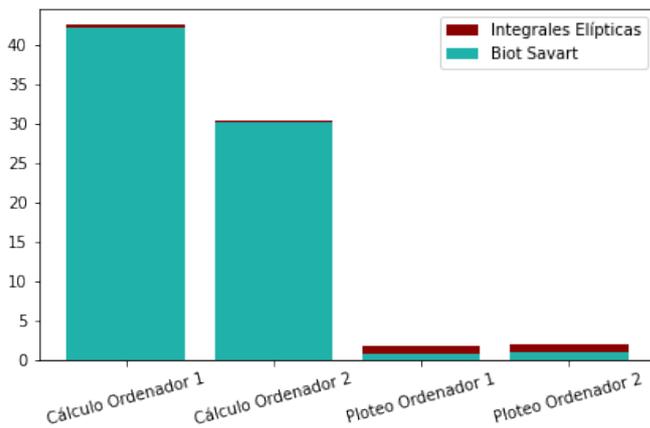


Figura 5: Error relativo entre los resultados del campo magnético obtenidos mediante (2.5) y (2.29).

No resulta sorprendente que los resultados obtenidos sean prácticamente idénticos, ya que las expresiones (2.29) pueden derivarse directamente de (2.17) sin necesidad de realizar aproximaciones. Sin embargo, lo que resulta más importante y la razón detrás del uso de la aproximación de las integrales elípticas se encuentran en las diferencias en los tiempos de ejecución de ambos métodos, que se explican a continuación.



	Biot-Savart	Integ. Elípticas
$t_{cal-1}$	$42 \pm 4$ s	$2.3 \pm 0.5$ ms
$t_{cal-2}$	$30 \pm 1$ s	$2.5 \pm 0.6$ ms
$t_{plot-1}$	$0.85 \pm 0.10$ s	$1.01 \pm 0.23$ s
$t_{plot-2}$	$1.01 \pm 0.04$ s	$1.09 \pm 0.11$ s

Tabla 1: Comparación de los tiempos de cálculo y ploteo en dos ordenadores distintos de los campos magnéticos de una espira utilizando Biot-Savart e integrales elípticas. El ordenador 1 tiene un procesador Intel(R) Core(TM)i7-5500U a 2.40GHz y 12GB de RAM. El ordenador 2 tiene un procesador Intel(R) Core(TM)i7-10710U a 1.61GHz y 16GB de RAM

En la Tabla 1 mostramos una gráfica y una tabla con los tiempos que dos ordenadores diferentes tardaron en calcular y plotear el campo magnético creado por una espira mediante Biot-Savart e integrales elípticas. Como podemos observar, la diferencia de tiempos en ambos ordenadores es bastante significativa para el cálculo del campo, por lo que podemos concluir fielmente que el uso de funciones elípticas no solo ayuda a simplificar el trabajo, sino que también hace que nuestras simulaciones se ejecuten considerablemente más rápido. Además, también comprobamos que los métodos de cálculo utilizado no modifica el tiempo de ploteo en ningún caso.

Una vez que hemos obtenido una forma óptima de calcular el campo magnético de una espira de corriente, podemos construir un cuadrupolo de forma eficiente. Para ello, utilizamos dos espiras separadas por la misma distancia que su diámetro y hacemos que las corrientes circulen en direcciones opuestas. Este concepto se explica detalladamente en el apartado del *Fundamento Teórico*.

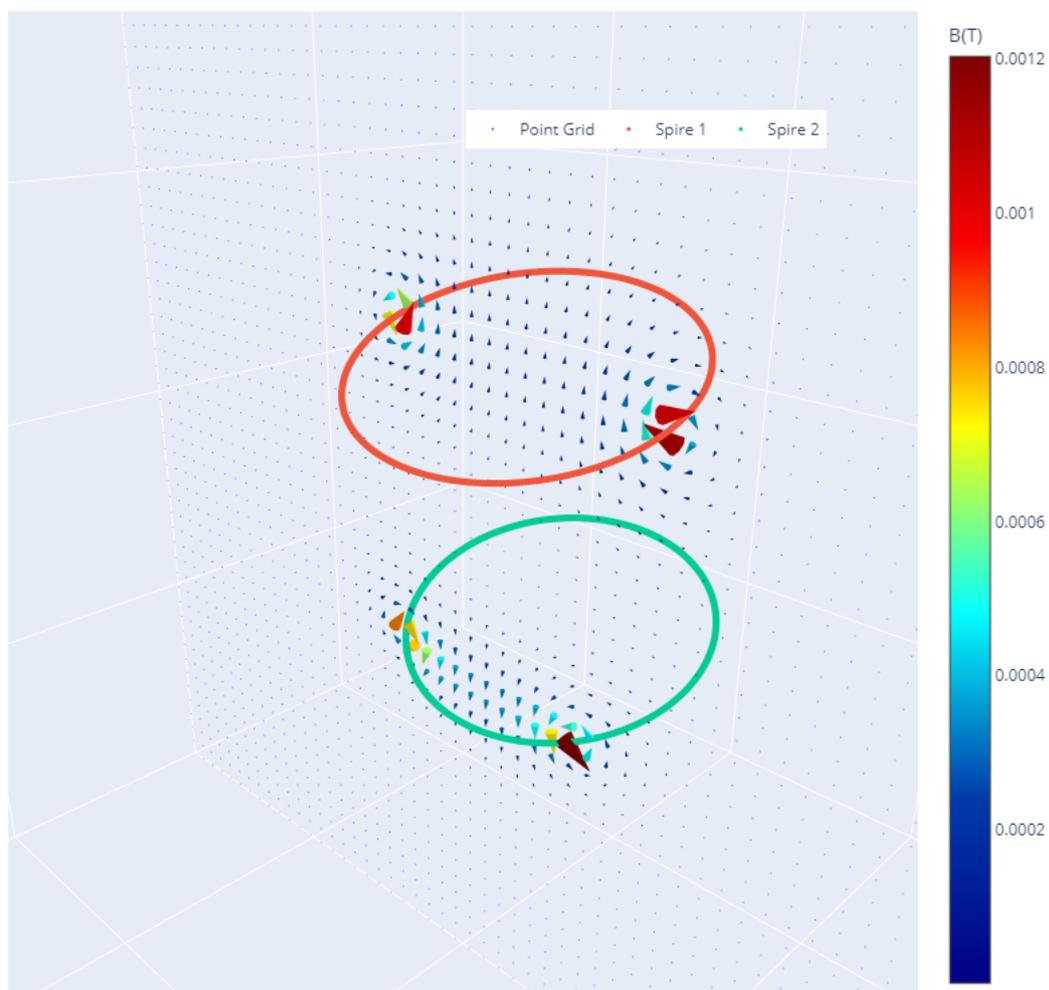


Figura 6: Campo magnético en el plano XZ creado por un cuadrupolo centrado en  $(0.1, 0.1, 0.0)$  para un vector  $\hat{d}$  dado por  $\theta = 20$  y  $\phi = 20$ ,  $a = 0.3\text{cm}$  e  $I = 1\text{A}$ .

Las espiras de color rojo y verde en la Figura 6 representan los circuitos de corriente

con intensidades  $I$  y  $-I$  respectivamente. Los puntos azules notados como "Point Grind" indican las ubicaciones donde se calcula el campo magnético.

Para describir un cuadrupolo arbitrario, se requieren siete parámetros: el radio de las espiras de corriente  $a$ , las corrientes  $I$  y  $-I$  que fluyen a través de ellas, el punto central  $(x_0, y_0, z_0)$  y un vector unitario que se expresa mediante un ángulo polar  $\theta$  ( $\theta = 0$  corresponde al eje Z) y un ángulo azimutal  $\phi$ :  $\hat{d} = \sin \theta \cos \phi \hat{x} + \sin \theta \sin \phi \hat{y} + \cos \theta \hat{z}$ .

En particular, la Figura 6 es un ejemplo de un cuadrupolo centrado en  $(0.1, 0.1, 0.0)$  para un vector  $\hat{d}$  dado por  $\theta = 20$  y  $\phi = 20$ , con los mismos valores de  $a$  e  $I$  utilizados en las espiras individuales.

## 4 Metodología y Análisis

### 4.1 Calibración de Hierro Blando (Soft Iron)

Antes de continuar con nuestro trabajo y realizar cualquier medición, es esencial garantizar que nuestros aparatos de medida, en este caso, los magnetómetros, estén debidamente preparados para proporcionar resultados precisos, evitando la obtención de datos incorrectos. Por tanto, en esta sección, nos enfocaremos en describir los fundamentos matemáticos y prácticos utilizados en la calibración de magnetómetros, un proceso conocido como *calibración de hierro suave* o *soft iron calibration*.

#### 4.1.1 Calibración del Magnetómetro

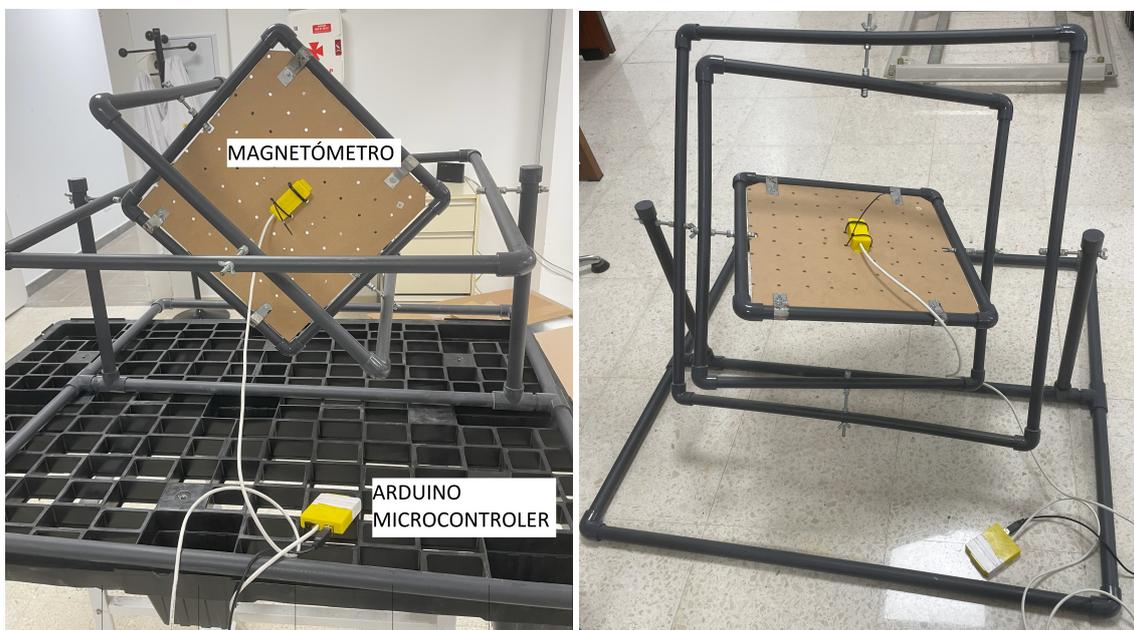


Figura 7: Estructura giratoria usada para la recogida de datos del campo magnético terrestre

En primer lugar, supondremos que el campo magnético existente en nuestro planeta no experimenta cambios locales, lo cual es una suposición razonable, ya que el campo

magnético terrestre tiene una distribución espacial relativamente uniforme en escalas locales y es estable en cortos períodos de tiempo. En una situación ideal, si tomásemos nuestro magnetómetro y lo moviéramos siguiendo una trayectoria a lo largo de la superficie de una esfera, en el sistema de referencia del magnetómetro, el campo magnético también seguiría una trayectoria esférica con un radio igual a la intensidad del campo magnético terrestre.

Para realizar la calibración, comenzaremos tomando las medidas del campo magnético utilizando una estructura que nos permita girar libremente nuestro magnetómetro (Figura 7). El magnetómetro se sitúa en la placa central mientras rotamos dicha estructura manualmente. En particular, el magnetómetro utilizado es un magnetómetro LSM9DS0 [14], junto con un microcontrolador Arduino Pro Mini 328 3.3V/8MHz [15]. El código que cargamos en el arduino para que recoja los datos deseados es el siguiente [16]:

```
#include <SPI.h> // Included for SFE_LSM9DS0 library
#include <Wire.h>
#include "SparkFun_LSM9DS0_Arduino_Library-master/src/SFE_LSM9DS0.h"
#include "SparkFun_LSM9DS0_Arduino_Library-master/src/SFE_LSM9DS0.cpp"
//Arduino library developed by SparkFun Electronics that allows
//interfacing with the LSM9DS0 sensor module.

// SDO_XM and SDO_G are both grounded, so our addresses are:
#define LSM9DS0_XM 0x1D // Would be 0x1E if SDO_XM is LOW
#define LSM9DS0_G 0x6B // Would be 0x6A if SDO_G is LOW
// Create an instance of the LSM9DS0 library called 'dof' the
// parameters for this constructor are:
// [SPI or I2C Mode declaration],[gyro I2C address],[xm I2C add.]
LSM9DS0 dof(MODE_I2C, LSM9DS0_G, LSM9DS0_XM);

#define PRINT_CALCULATED
#define PRINT_SPEED 200 // 500 ms between prints

void setup()
{
  Serial.begin(115200); // Start serial at 115200 bps
  // Use the begin() function to initialize the LSM9DS0 library.
  uint16_t status = dof.begin();
}

void loop()
{
  printMag(); // Print "M: mx, my, mz"
  delay(PRINT_SPEED);
}

void printMag()
{
  // To read from the magnetometer, you must first call the
  // readMag() function. When this exits, it will update the
  // mx, my, and mz variables with the most current data.
  dof.readMag();

  Serial.print("\n");
  Serial.print(dof.calcMag(dof.mx), 3);
  Serial.print("\n");
}
```

```

Serial.print(dof.calcMag(dof.my), 3);
Serial.print("\n");
Serial.println(dof.calcMag(dof.mz), 3);
}

```

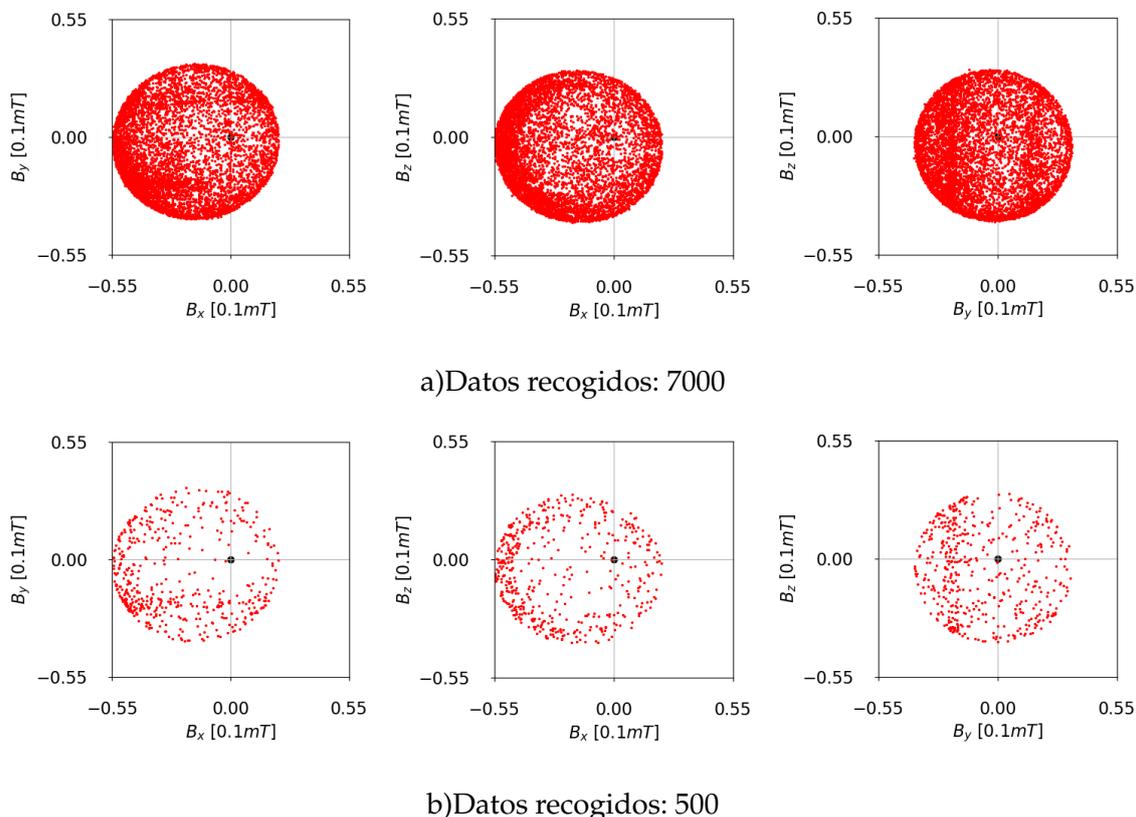


Figura 8: Campo magnético medido con distinto número de datos recogidos por el arduino sin calibrar.

Para realizar las medidas brutas del campo magnético terrestre, se hicieron dos secuencias de muestreo. En la primera, se recopilaban 7000 datos, lo que conllevó un tiempo considerable, por lo que optamos por realizar una segunda toma, de 500 datos, en la que tardamos 14 veces menos. Así, cuando hagamos el proceso de calibración estudiaremos si los resultados obtenidos con ambas muestras presentan mucha diferencia y cuál de las dos secuencias será más conveniente llevar a cabo, ya que queremos resultados precisos pero obtenidos de la forma más eficiente posible.

Podemos ver las medidas brutas obtenidas del campo magnético en la Figura 8. Como vemos, los resultados experimentales obtenidos no coinciden con la situación ideal decrita, ya que los puntos medidos describen un patrón elipsoidal en lugar de esférico. Esto conlleva a que el campo magnético no está centrado alrededor de cero y a que la intensidad del campo magnético es desigual en diferentes direcciones. Dichos problemas pueden tener diversas causas, como las variaciones naturales y las influencias locales y ambientales en el campo magnético. Sin embargo, podemos abordar este problema y resolverlo mediante el uso del software adecuado.

#### 4.1.2 Proceso de Calibración del Campo Magnético

Este proceso consiste en identificar el elipsoide obtenido en las medidas del campo magnético para, a continuación, calibrarlo. Un elipsoide se puede describir, en general, por la expresión [17]:

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2Dxy + 2Exz + 2Fyz + 2gX + 2Hy + 2Iz + J = 0 \quad (4.1)$$

Definiendo las siguientes matrices:

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} A & D & E \\ D & B & F \\ E & F & C \end{pmatrix}; \quad \mathbf{U} = \begin{pmatrix} G \\ H \\ I \end{pmatrix}, \quad (4.2)$$

podemos calcular el centro del elipsoide como

$$\mathbf{b} = -\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{U} \quad (4.3)$$

Por otro lado, los semiejes del elipsoide  $a_i$  (con  $i = 1, 2, 3$ ) vienen dados por:

$$a_i = \left( \frac{\mathbf{b}^T \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{b} - J}{\lambda_i} \right)^{1/2}, \quad (4.4)$$

donde  $\lambda_i$  son los autovalores de  $\mathbf{Q}$  y  $J$  el término independiente de la ecuación del elipsoide (4.1).

Los autovectores normalizados correspondientes  $\mathbf{v}_1$ ,  $\mathbf{v}_2$  y  $\mathbf{v}_3$  de la matriz  $\mathbf{Q}$  indican la dirección de los tres ejes principales del elipsoide. Asimismo, la matriz  $\mathbf{V}$ , compuesta por los vectores columna  $\mathbf{v}_1$ ,  $\mathbf{v}_2$  y  $\mathbf{v}_3$ , representa la matriz de rotación que describe la orientación del elipsoide en el marco de referencia.

La asignación del elipsoide a una esfera de radio  $B_{Tierra}$  centrada en  $(0, 0, 0)$ , o lo que es lo mismo, el proceso de calibración, se realizará en seis pasos:

1. Ajustar los datos experimentales a un elipsoide según la expresión (4.1).
2. Encontrar el centro del elipsoide usando la ecuación (4.3) y trasladar el elipsoide para que su centro coincida con el origen de nuestro sistema de referencia  $(0, 0, 0)$ .

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - \mathbf{b} = \begin{pmatrix} x - b_x \\ y - b_y \\ z - b_z \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

3. Alinear los ejes principales del elipsoide con los ejes del marco de referencia.

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = \mathbf{V}^T \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = \mathbf{V}^{-1} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

4. Escalar los ejes principales del elipsoide para que todos tengan la misma longitud, obteniendo así una esfera.

$$\begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{a_1}{a_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{a_1}{a_3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{1}{\lambda_1}} \begin{pmatrix} \sqrt{\lambda_1} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{\lambda_2} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\lambda_3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

5. Girar la esfera de vuelta a la orientación original del elipsoide.

$$\begin{pmatrix} x_4 \\ y_4 \\ z_4 \end{pmatrix} = \mathbf{V} \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

6. Escalar la esfera para que tenga el radio igual al de la intensidad del campo magnético terrestre.

$$\begin{pmatrix} x_{calib} \\ y_{calib} \\ z_{calib} \end{pmatrix} = \frac{B_{Tierra}}{a_1} \begin{pmatrix} x_4 \\ y_4 \\ z_4 \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

De esta forma, en resumidas cuentas, encontramos que los datos calibrados serán:

$$\begin{pmatrix} x_{calib} \\ y_{calib} \\ z_{calib} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 & c_4 & c_5 \\ c_4 & c_2 & c_6 \\ c_5 & c_6 & c_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - b_x \\ y - b_y \\ z - b_z \end{pmatrix} = \mathbf{C} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

donde C es la llamada *matriz de corrección*.

Una vez que hayamos completado el proceso de calibración, estaremos en condiciones de transformar los datos proporcionados por nuestro magnetómetro en una medida real del campo magnético. En la Figura 9, se presenta el resultado final obtenido después de aplicar la calibración.

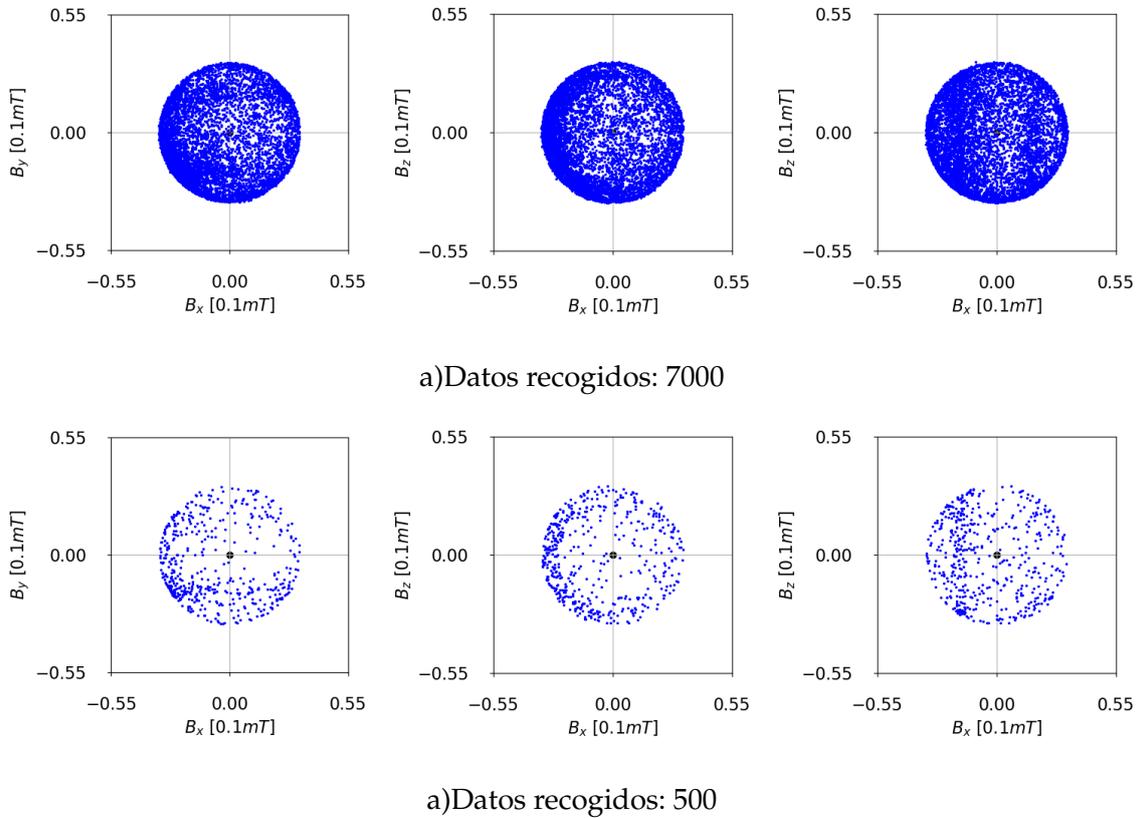


Figura 9: Medidas experimentales del campo magnético tras aplicar el proceso de calibración *soft iron* con dos conjuntos de datos distintos.

Hemos utilizado un valor de  $32450 \pm 80nT$ , que corresponde al valor de la intensidad del campo magnético terrestre en Granada, España ( $37^\circ 10' 13'' N$ ,  $3^\circ 36' 1'' O$ ) el 3 de julio de 2023 [18].

Nº de Datos	Matriz de corrección	Centro del Elipsoide
7000	$\begin{pmatrix} 0.8464416 & -0.0063538 & 0.00818125 \\ -0.0063538 & 0.89992372 & 0.00714593 \\ 0.00818125 & 0.00714593 & 0.92849846 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0.16162319 \\ -0.02078352 \\ -0.04268876 \end{pmatrix}$
500	$\begin{pmatrix} 0.8465962 & -0.00611765 & 0.00620204 \\ -0.00611765 & 0.89526611 & 0.00565017 \\ 0.00620204 & 0.00565017 & 0.92585805 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0.16269355 \\ -0.02108254 \\ -0.0430523 \end{pmatrix}$
Diferencias Relativas	$\begin{pmatrix} 0.0\% & 3.7\% & 24\% \\ 3.7\% & 0.5\% & 20.9\% \\ 24\% & 20.9\% & 0.3\% \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.7\% \\ 1.4\% \\ 0.8\% \end{pmatrix}$

Tabla 2: Matrices de corrección y centro del elipsoide obtenidos en los dos muestreos realizados. En la última fila de la tabla se muestra la diferencia relativa que presentan los resultados calculados con la muestra de 500 datos con respecto a la de 7000.

Como comprobamos en la Tabla 2, los cálculos obtenidos a partir de ambos muestreos llegan a alcanzar una diferencia relativa de hasta el 20%, por lo que podríamos decir que el número de datos recogidos es un factor importante para tener resultados precisos.

#### 4.1.3 Interfaz Gráfica de Usuario (GUI) para el proceso de calibración

Para llevar a cabo este apartado, *4.1 Calibración de Hierro Blando (Soft Iron)*, se creó una interfaz gráfica de usuario (GUI) usando PyQt5 [19].



Figura 10: Ventana principal de la interfaz gráfica de usuario creada para la calibración del campo magnético terrestres medido con el arduino.

La interfaz gráfica de usuario (GUI) es un programa informático que actúa como intermediario entre el usuario y un software [20], utilizando elementos visuales, como imágenes y objetos gráficos, para representar la información y las acciones disponibles en la interfaz. Su principal objetivo es proporcionar un entorno visual intuitivo que facilite la interacción del usuario con la máquina.

En concreto, nuestra interfaz gráfica nos facilita mucho el trabajo, a causa de todas sus funciones. En primer lugar, dicha GUI nos permite iniciar la toma de datos del arduino y guardarlos directamente en un archivo de texto que llamamos "mag.txt". Además, nos posibilita, como vemos en la Figura 11, cambiar a través de ella y, por tanto, sin tener que manejar un código extenso y complejo, distintos parámetros para el uso del arduino como son el puerto serie, la velocidad de transmisión de los datos (baudre), la paridad, etc.

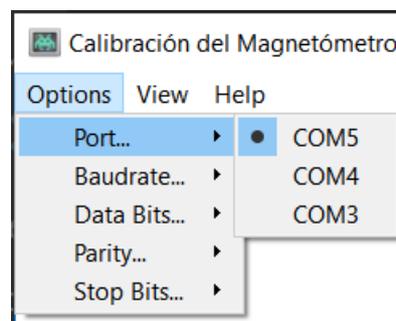


Figura 11: Parámetros de configuración para una óptima conexión entre el arduino y el ordenador.

Cuando la toma de datos acaba, se ejecuta automáticamente el código *Fit\_Ellipsoid\_01.py* que usamos para la calibración del elipsoide y el ploteo de los campos magnéticos medidos y calibrados. En la ventana principal se muestran los gráficos en 3D del elipsoide resultante de las medidas brutas y de la esfera del campo magnético terrestre calibrada (Figura 10). Por otro lado, también permite acceder a los parámetros de calibración usados en el proceso y a las imágenes de los campos magnéticos medido y calibrado en cada uno de los planos del espacio (XY, XZ, YZ), como vemos en la Figura 12.

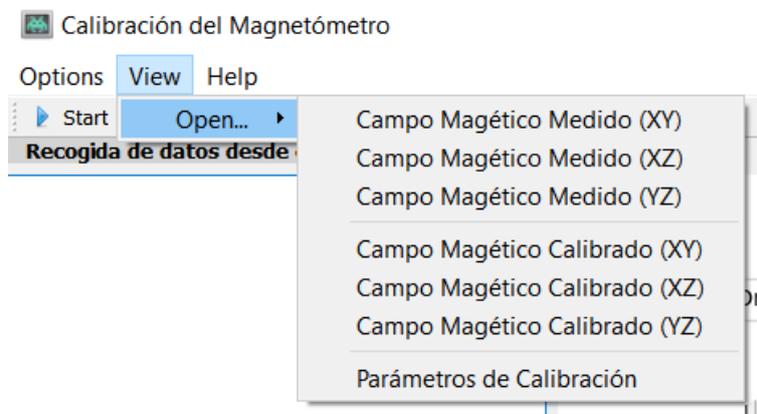


Figura 12: Parte del menú de la GUI para acceder a los campos magnéticos medido y calibrado en cada uno de los planos principales del espacio y a los parámetros de calibración.

Por último, la interfaz gráfica te permite acceder a una ventana (mediante Help->Information...) en la que se muestra información del programa como el nombre del código ejecutable para la calibración y ploteo de los campos, el nombre del archivo de texto donde se guardan los datos recogidos desde el arduino y la configuración que debemos usar en este caso en concreto para la óptima funcionalidad del arduino.

## 4.2 Instalación de Bobinas Magnéticas

Para tomar medidas fiables del campo magnético de un objeto cuando este se encuentra en un lugar bajo la influencia del campo magnético terrestre, necesitaremos anular el campo alrededor de dicho objeto y, a continuación, desmagnetizarlo.

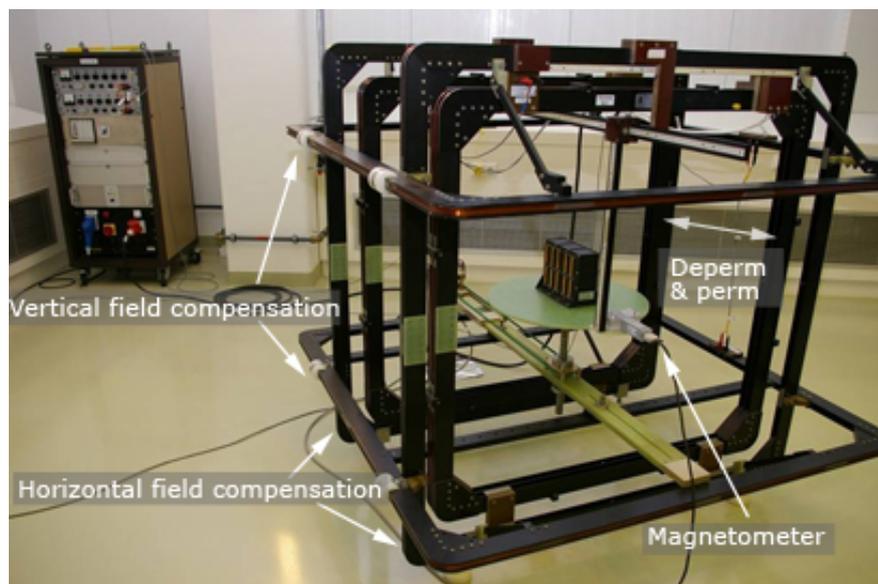


Figura 13: Instalación de bobinas magnéticas Ulysses en ESTEC, Países Bajos, con anotaciones [21].

En este apartado, discutiremos el proceso de medición utilizando la Instalación de Bobinas Magnéticas (MCF, por sus siglas en inglés). Este sistema, compuesto por un conjunto de bobinas de Helmholtz, neutraliza el campo magnético terrestre dentro de sus instalaciones y posee la capacidad de desmagnetizar un objeto mediante un proceso denominado *deperming*. En la Figura 13, vemos una imagen del MCF en las instalaciones de la ESA.

Como podemos observar, las bobinas horizontales y las verticales de mayor lado se utilizan para cancelar el campo magnético terrestre, mientras que la bobina vertical de menor lado se usa en el proceso de desmagnetización.

Entonces, en esta sección, se llevarán a cabo los siguientes pasos:

1. Anulación del campo magnético de la Tierra.
2. Proceso de desmagnetización (*deperming*).
3. Medición en el MCF.

#### 4.2.1 Anulación del campo magnético de la Tierra.

El campo magnético terrestre viene dado por tres componentes. Sin embargo, podemos agruparlas y considerar que tiene una componente vertical y una horizontal. Así, nuestras bobinas de compensación del campo se alinean de tal manera que sean paralelas o coincidentes a los planos en los que se encuentran cada una de las componentes del campo.

Cuando buscamos alinear el MCF, nuestro objetivo principal es neutralizar la componente horizontal del campo magnético terrestre. Por lo general, podemos lograr esto creando un campo magnético vertical con las bobinas, cuya magnitud es igual pero con sentido opuesto al campo terrestre. Sin embargo, en el caso de la componente horizontal, el proceso es un poco más complejo. Debemos orientar y girar el MCF de manera precisa para que las bobinas anulen el campo magnético horizontal generado por la Tierra.

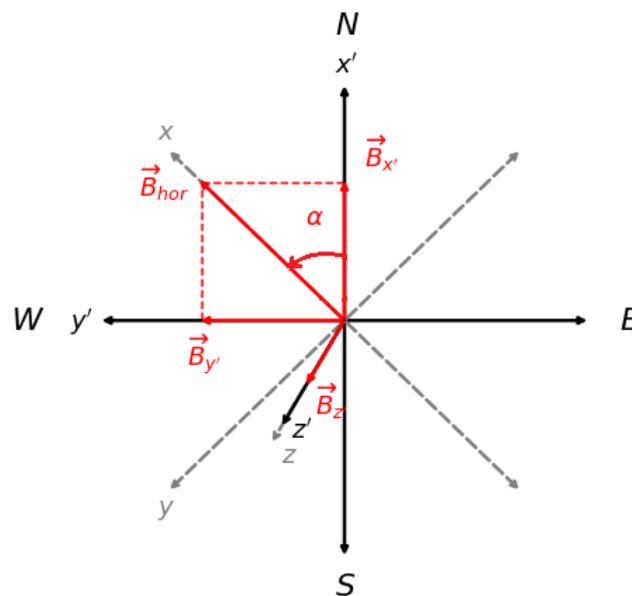


Figura 14: Sistemas de coordenadas dentro del MCF usados para la anulación del campo magnético terrestre.

En primer lugar, mediremos el campo magnético en un marco de referencia inicial (O') en el que los ejes X' e Y' coinciden con las direcciones Norte-Sur y Este-Oeste, respectivamente. A continuación, calcularemos el ángulo de orientación,  $\alpha$ , necesario para contrarrestar la componente horizontal de ese campo:

$$\alpha = \arctan \frac{B_{y'}}{B_{x'}} \quad (4.11)$$

Finalmente, giraremos el MCF según ese ángulo y estableceremos un nuevo marco de referencia (O). En este sistema ya se podría generar un campo magnético horizontal con las bobinas que contrarrestaría al terrestre.

#### 4.2.2 Proceso de desmagnetización (*deperming*)

El proceso de *deperming* es un método sistemático que nos permite borrar el campo magnético residual de un objeto. Esta técnica consiste en aplicar al objeto magnetizado un



- $t_s$ : Período de tiempo para que el campo magnético disminuya desde  $B_{max}$  hasta cero (en segundos).
- Escala: Relación entre el campo magnético generado y la potencia que recibe el generador de corriente (en  $V/\mu T$ ).

#### 4.2.3 Medición en el MCF

Para realizar las mediciones del campo magnético generado por un objeto de estudio, tras la anulación del campo terrestre y la desmagnetización, se ubican tres magnetómetros dentro del MCF. Estos magnetómetros se colocan en diferentes posiciones para obtener medidas representativas del campo magnético, y registran el campo en cada una de las direcciones.

Para obtener resultados precisos, es importante tener en cuenta que la mayoría de los magnetómetros tienen los sensores de dirección en diferentes posiciones dentro de ellos (Figura 17). Los magnetómetros utilizados en este estudio son los Mag03-MS1000 (Figura 16).

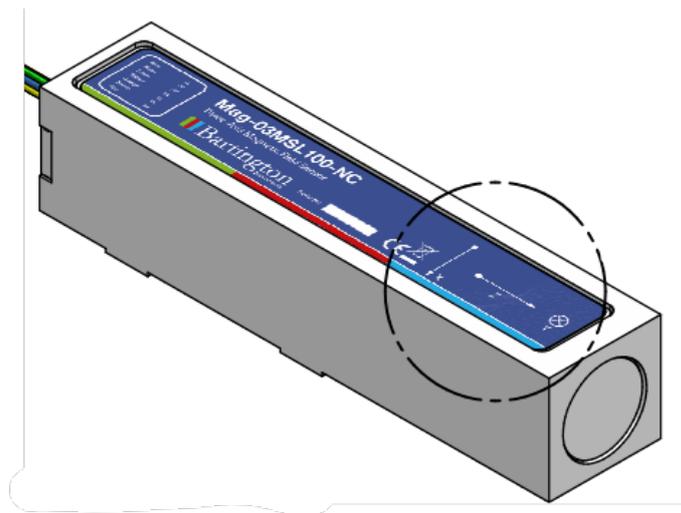


Figura 16: Magnetometer Mag03-MS1000 utilizado en los procesos de medida [23].

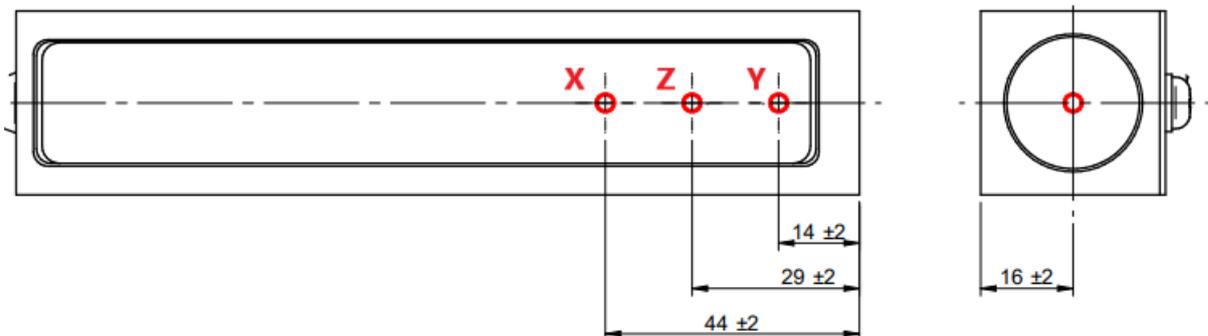


Figura 17: Posición (en mm) de cada sensor dentro del Magnetometer Mag03-MS1000 [23].

Debemos encontrar una forma eficiente para tener en cuenta el problema del desplazamiento de los sensores dentro de los magnetómetros, dado que afecta recurrentemente a nuestros datos de medida. Si consideramos nuestro sistema de referencia situado en el origen del sensor direccional de Z del magnetómetro, podemos mostrar las desviaciones (sobre el eje Z del sistema) del resto de sensores como:

	Desplazamiento (cm)
Sensor X	$-1.5\hat{z}$
Sensor Y	$1.5\hat{z}$
Sensor Z	0

Tabla 3: Desplazamiento de los sensores direccionales dentro de un magnetómetro

El que los desplazamientos ocurran solo en el eje Z, no siempre se cumple. Esto es algo que tendremos en cuenta más adelante al analizar los datos y resultados.

En esta tesis, se compararan los resultados obtenidos con los de la ESA, por tanto, debemos comentar que hay una disensión entre las distancias que vemos en la Figura 16 y las proporcionadas por la ESA, que utiliza las distancias de  $16 \pm 1mm$ . Esto podría ser una fuente de discrepancia entre ambos resultados y podría deberse al uso de un magnetómetro Mag03-MS en lugar de un Mag03-MS1000.

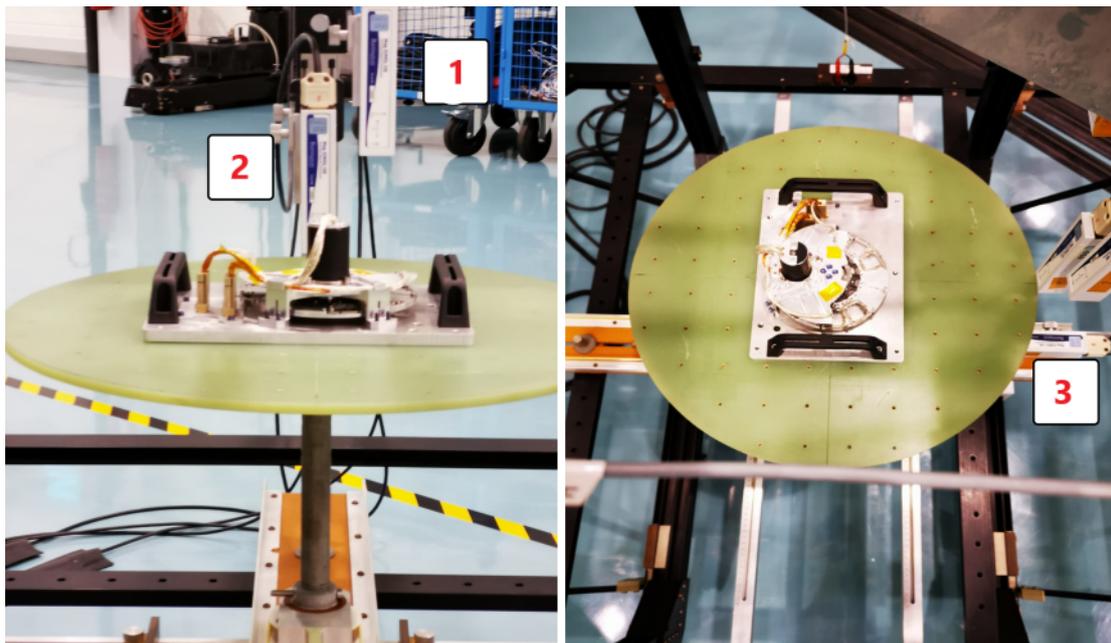


Figura 18: Posición de los tres magnetómetros usados, los cuales identificamos como magnetómetro 1, magnetómetro 2 y magnetómetro 3 [4].

Los magnetómetros se suelen colocar en distintas posiciones y con diferente orientación dentro del MCF. En la Figura 18 observamos un forma de configurar la ubicación de de los magnetómetros. Aquí, los magnetómetros 1 y 2 tienen la misma orientación, a diferencia del magnetómetro 3. En este caso particular, ningunos de los ejes de los magnetómetros son coincidentes, por lo que las lecturas del campo se interpretarán de la siguiente manera:

	Mag. 1	Mag. 2	Mag. 3
$B_x$	$B_{yMag}$	$B_{yMag}$	$-B_{zMag}$
$B_y$	$B_{xMag}$	$B_{xMag}$	$B_{xMag}$
$B_z$	$-B_{zMag}$	$-B_{zMag}$	$-B_{yMag}$

Tabla 4: Interpretación de la lectura del campo magnético dada por los magnetómetros de la Figura 18.

Una vez llegado a este punto, podemos comenzar las mediciones. El objeto a estudiar se coloca en la placa central que encontramos en el MCF, la cual permite girar el objeto. Este movimiento de rotación nos permite medir el campo magnético generado por el objeto sin mover nuestros magnetómetros.

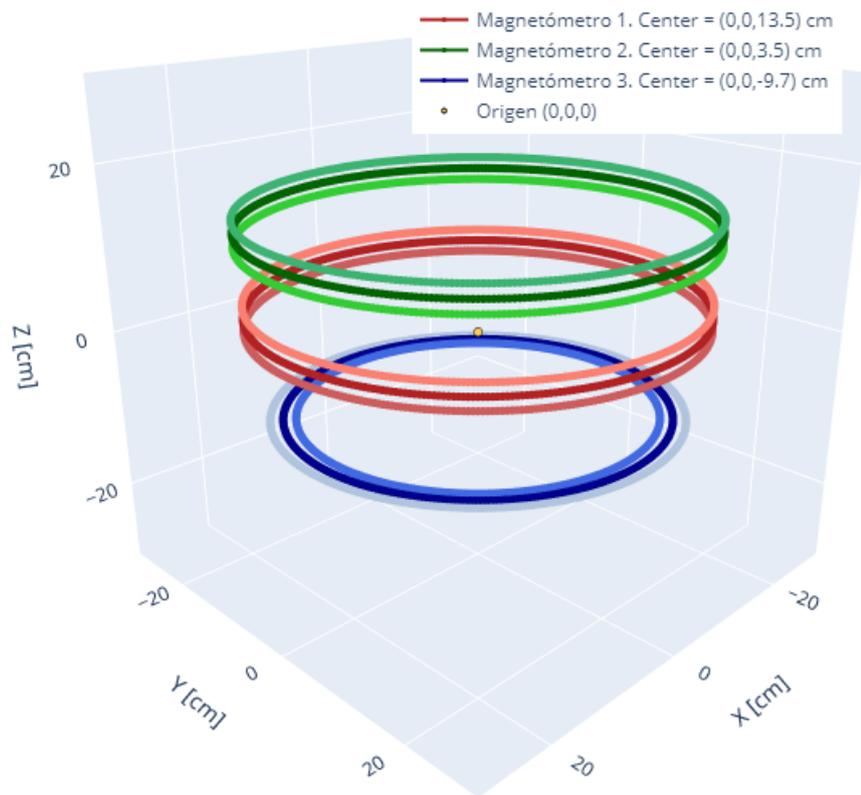


Figura 19: Posición de los magnetómetros utilizados para medir el campo magnético del objeto de estudio en el MCF. En tono más oscuro, se muestra las posiciones sucesivas del sensor direccional Z que elegimos como punto de referencia en los magnetómetros. En tono más claro, pero del mismo color representamos la posición de los sensores direccionales X e Y del mismo magnetómetro.

### 4.3 Algoritmo de optimización

Como ya sabemos, el objetivo principal de esta tesis es la optimización del campo magnético generado por equipos aeroespaciales. En concreto, deseamos simular mediante un conjunto de dipolos y cuadrupolos el campo magnético que crean dichos objetos.

En general, la optimización del campo magnético de un objeto se refiere al proceso de ajustar las propiedades o configuraciones del objeto con el fin de mejorar o controlar las características del campo generado por el mismo.

El método de Optimización por Enjambre de Partículas (PSO) es una técnica heurística basada en la inteligencia colectiva de un grupo de partículas que interactúan entre sí para encontrar soluciones óptimas a un problema dado. Fue propuesto por James Kennedy y Russell Eberhart en 1995 y su diseño se basa en la observación del comportamiento de bandadas de pájaros o peces, donde el movimiento individual de cada uno de ellos (dirección, velocidad, aceleración, etc.) es influenciado por las elecciones individuales y el comportamiento colectivo del grupo [24].

En el PSO cada partícula representa una solución potencial en un espacio de búsqueda. Estas partículas se mueven y actualizan su posición y velocidad en cada iteración, buscando mejorar su rendimiento según una función objetivo. Durante la ejecución, las partículas se guían por su mejor posición histórica y la mejor posición global encontrada por el enjambre. El algoritmo continúa iterando hasta que se cumpla un criterio de terminación.

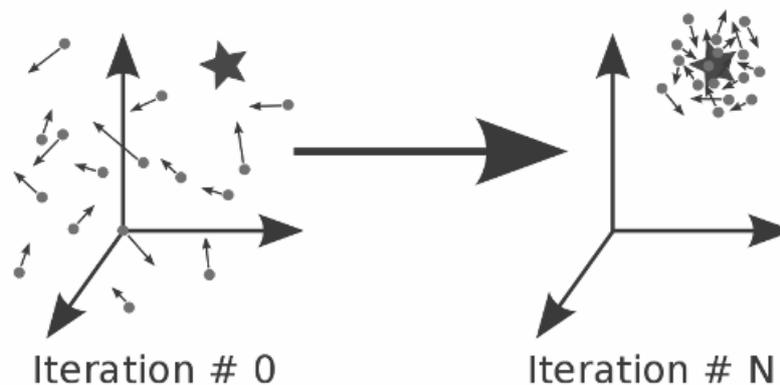


Figura 20: Representación de un conjunto de partículas antes y después de  $N$  iteraciones del algoritmo PSO. Cada partícula en el espacio de búsqueda tiene un movimiento hacia el área prometedora para obtener el óptimo global [25].

#### 4.3.1 Algoritmo de PSO

En líneas generales, la estructura de un algoritmo PSO para la optimización de una función tiene los siguientes pasos [24]:

1. Creación de un enjambre inicial de  $n$  partículas aleatorias con 4 componentes por partícula: la posición, que representa un conjunto específico de valores para las variables; el valor de la función objetivo (medida cuantitativa para evaluar la calidad de una solución candidata en el problema de optimización) en la posición actual de

la partícula ; la velocidad, que indica la dirección y magnitud del movimiento de la partícula; y la mejor posición encontrada hasta el momento por la partícula.

2. Evaluar la función de objetivo, que notaremos como  $F$ , para cada partícula.
3. Actualizar la posición y velocidad de cada partícula. Esta etapa es clave en el algoritmo de optimización.
4. Comprobar si los criterios de finalización se cumplen. Si no, regresar al paso 2.

El movimiento de una partícula requiere actualizar su velocidad y posición. La velocidad de cada partícula en el grupo se actualiza mediante la siguiente ecuación:

$$v_i(t+1) = wv_i(t) + c_1r_1[\chi_i(t) - x_i(t)] + c_2r_2g(t)[g(t) - x_i(t)] \quad (4.12)$$

y, una vez calculada la nueva velocidad, se puede actualizar la posición de la partícula con la ecuación:

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1) \quad (4.13)$$

Las variables utilizadas son:

- $v_i(t)$ : velocidad de la partícula  $i$  en el momento  $t$ .
- $w$ : coeficiente de inercia. Reduce o aumenta la velocidad de la partícula.
- $c_1$ : coeficiente cognitivo.
- $c_2$ : coeficiente social.
- $r_1$  y  $r_2$ : vectores de valores aleatorios entre 0 y 1 de longitud igual a la del vector velocidad.
- $\chi_i(t)$ : mejor posición en la que ha estado la partícula  $i$  hasta el momento.
- $x_i(t)$ : posición de la partícula  $i$  en el momento  $t$ .
- $g(t)$ : mejor valor global de la posición de todo el ejambre en el momento  $t$ .

Para una mejor comprensión de cómo la ecuación (4.12) se relaciona con el movimiento de la partícula, es útil distinguir tres elementos:

$wv_i(t)$  : Componente de inercia. Esta parte es responsable de mantener la partícula en movimiento en la misma dirección en la que se ha estado moviendo hasta el momento. Si  $w < 1$ , la partícula se desacelera a medida que avanzan las iteraciones, lo que significa menos exploración pero una convergencia más rápida hacia el óptimo. Si  $w > 1$ , la partícula se acelera, lo que permite explorar más áreas en el espacio de la función pero dificulta la convergencia.

$c_1r_1[\chi_i(t) - x_i(t)]$  : Componente cognitiva. Esta parte es la responsable de hacer que la partícula tienda a moverse hacia la posición donde ha obtenido los mejores resultados hasta el momento. El vector aleatorio  $r_1$  introduce un comportamiento estocástico al movimiento de las partículas que mejora su capacidad para escapar de mínimos locales.

$c_2 r_2 [g(t) - x_i(t)]$ : Componente social. Esta parte es responsable de hacer que la partícula tienda a moverse hacia la mejor posición encontrada por el grupo hasta el momento. Puede verse como el *conocimiento colectivo*. El vector aleatorio  $r_2$  tiene la misma función que  $r_1$ .

Para nuestros cálculos, usamos los parámetros que se muestran en la Tabla 5.

$w$	$c_1$	$c_2$
1	1.5	1.5

Tabla 5: Parámetros usados en nuestros programas PSO.

Dado que estamos trabajando con un proceso iterativo, necesitaremos especificar parámetros de parada. En nuestro caso, estos parámetros consisten en un máximo de 700 iteraciones y una estrecha tolerancia de  $10 \cdot 10^{-7}$ , que se refiere al valor mínimo que la función objetivo  $F$  debe variar entre iteraciones para continuar con la optimización.

### 4.3.2 Función de Aptitud

En realidad, la función  $F$  se llama función de aptitud, que es un tipo particular de función objetivo que se utiliza para resumir, como una sola figura de mérito, qué tan cerca está una solución de diseño determinada de lograr los objetivos establecidos.

Entonces, ahora que tenemos desarrollado nuestro algoritmo de optimización, debemos definir una función de aptitud  $F$ . En concreto, seguiremos el trabajo de *Particle swarm optimization to solve multiple dipole modelling problems in space applications* realizado por Elisa Carrubba, Axel Junge, Filippo Marliani, and Agostino Monorchio [26].

En primer lugar, usaremos la función de mínimos cuadrados  $F_1$  definida como:

$$F_1 = \frac{S}{\sqrt{\sum_{i=0}^{360} \left[ \left( B_x^{(meas)} [i] \right)^2 + \left( B_y^{(meas)} [i] \right)^2 + \left( B_z^{(meas)} [i] \right)^2 \right]}} \quad (4.14)$$

donde  $i$  se refiere a los ángulos en grados,  $B_i^{(meas)}$  es el campo magnético medido del objeto a optimizar,  $B_i^{(PSO)}$  es el campos magnético obtenido mediante el proceso PSO y  $S$  es una función definida como:

$$S = \left( \sum_{i=0}^{360} \left[ \left( B_x^{(meas)} [i] - B_x^{(PSO)} [i] \right)^2 + \left( B_y^{(meas)} [i] - B_y^{(PSO)} [i] \right)^2 + \left( B_z^{(meas)} [i] - B_z^{(PSO)} [i] \right)^2 \right] \right)^{1/2} \quad (4.15)$$

A continuación, definiremos también la función de mínimos cuadrados  $F_2$ :

$$F_2 = \frac{\sum_{i=0}^{360} \left( B_x^{(meas)} [i] - B_x^{(PSO)} [i] \right)^2}{\sum_{i=0}^{360} \left( B_x^{(meas)} [i] \right)^2} + \frac{\sum_{i=0}^{360} \left( B_y^{(meas)} [i] - B_y^{(PSO)} [i] \right)^2}{\sum_{i=0}^{360} \left( B_y^{(meas)} [i] \right)^2} + \frac{\sum_{i=0}^{360} \left( B_z^{(meas)} [i] - B_z^{(PSO)} [i] \right)^2}{\sum_{i=0}^{360} \left( B_z^{(meas)} [i] \right)^2} \quad (4.16)$$

Finalmente, la función de aptitud  $F$ , que utilizaremos en nuestro algoritmos de optimización, se define como:

$$F^{(n)} = F_2^{(n)} \left( \frac{F_2^{(n-1)}}{F_1^{(n-1)}} \right) + F_1^{(n)} \left( \frac{F_1^{(n-1)}}{F_2^{(n-1)}} \right) \quad (4.17)$$

donde  $n$  hace referencia a la interacción  $n$ -ésima y  $n - 1$  a la anterior. En la interacción inicial,  $n = 0$ , los valores de las funciones  $F_1^{(n-1)}$  y  $F_2^{(n-1)}$  serán valores establecidos aleatoriamente.

Si el campo magnético se mide mediante 3 magnetómetros, el código PSO que realizamos nos permite seleccionar tres métodos distintos de modelado (formas de representar las soluciones y realizar la búsqueda), junto con su tiempo de ejecución aproximado (Tabla 6).

Método	1 Dipolo	2 Dipolo	1 Dipolo y 1 Cuadrupolo
$t_{ex}$ (s)	$240 \pm 11$	$260 \pm 5$	$481 \pm 60$

Tabla 6: Métodos de nuestro algoritmo PSO y tiempos de ejecución respectivos.

El campo magnético para los dipolos se calculará utilizando las expresiones (2.14-2.16), mientras que para el cuadrupolo utilizaremos la expresión (2.29).

## 5 Resultados y Discusión

### 5.1 Interfaz Gráfica de Usuario (GUI) para la Optimización

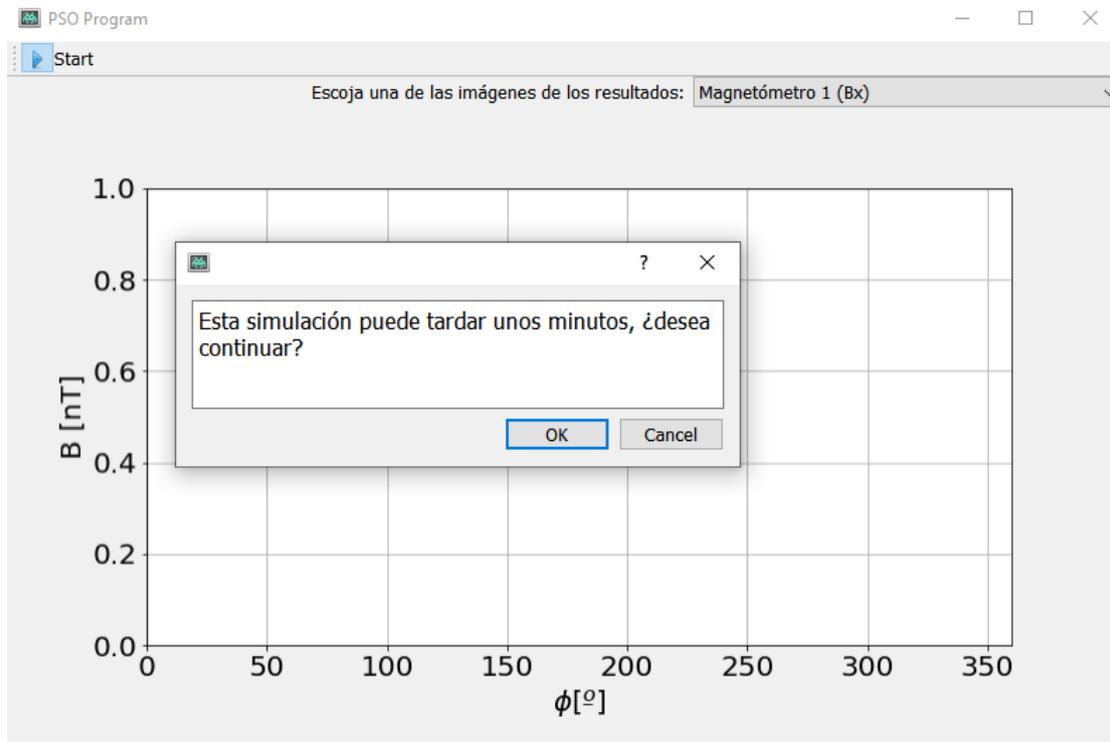


Figura 21: Visualización de la interfaz gráfica de usuario para el proceso del PSO antes de la ejecución del algoritmo de optimización.

Para realizar el proceso de optimización de esta tesis, se creó una sencilla interfaz gráfica. Al abrir la GUI, podemos visualizar la ventana que vemos en la Figura 21 sin la pequeña

ventana central. Esta última aparece cuando se pulsa el botón *Start*, y nos permite decidir si queremos o no comenzar el proceso de PSO. Si pulsamos el botón *Ok* de esta ventana emergente, comenzará a ejecutarse el código *PSO\_MARTA.py*, el cual realiza los correspondientes cálculos de optimización del campo magnético de un objeto con tres métodos distintos y el ploteo de los resultados obtenidos.

Cuando termina de ejecutarse el código *PSO\_MARTA.py*, la GUI te avisa mediante una ventana emergente y se cargan las imágenes obtenidas a la interfaz gráfica de usuario (Figura 23). A partir de aquí, podremos elegir la visualización de una de las imágenes en la ventana principal escogiéndola mediante el botón desplegable que tenemos en la parte superior derecha (Figura 22).

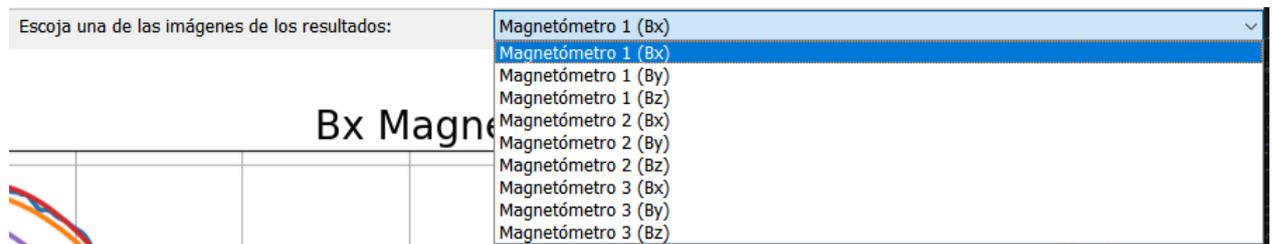


Figura 22: Opciones de visualización de resultados que ofrece la interfaz gráfica de usuario.

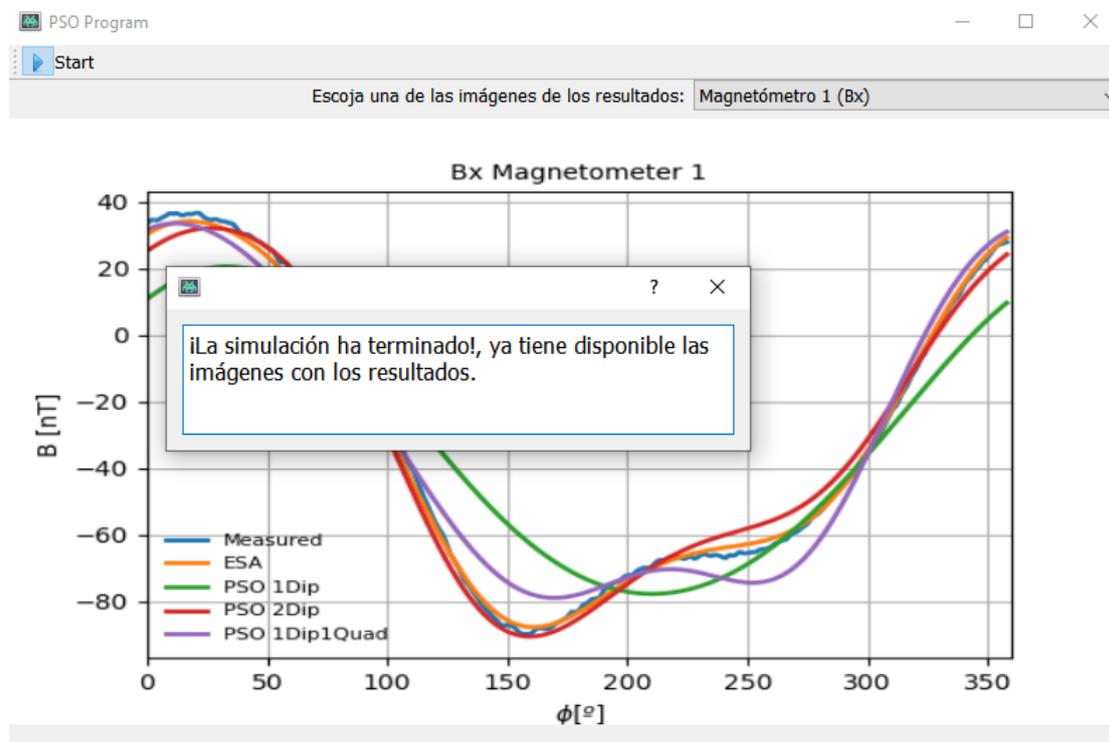


Figura 23: Visualización de la interfaz gráfica de usuario para el proceso del PSO después de la ejecución del algoritmo de optimización.

## 5.2 Optimización del campo magnético de un objeto mediante el método PSO

Finalmente, en esta sección estudiaremos los resultados que obtenemos al optimizar el campo magnético de una rueda de filtros, objeto utilizado para realizar la selección de longitudes de onda o colores específicos de la luz que llega a un instrumento óptico. Estas ruedas de filtro son discos giratorios usados en aparatos de observación que requieren detectar y estudiar la radiación electromagnética que reciben en diferentes longitudes de onda.

Para realizar las medidas del campo magnético de la rueda de filtros, los tres magnetómetros utilizados se ubicaron en las posiciones que se muestran en la Tabla 7. Las correcciones correspondientes a los desplazamientos de los sensores direccionales en el interior de los magnetómetros se muestran en la Tabla 8.

Posición	Mag. 1	Mag. 2	Mag. 3
$x$ [ $\pm 1$ cm]	26.7	26.7	22.4
$y$ [ $\pm 1$ cm]	-5.4	0.0	-5.4
$z$ [ $\pm 1$ cm]	13.5	3.5	-9.7

Tabla 7: Posiciones de los magnetómetros para la medida del campo magnético de la rueda de filtros dentro del MCF.

Desplazamientos	Mag. 1	Mag. 2	Mag. 3
<b>Sensor X</b>	$-1.6\hat{z}$	$-1.6\hat{z}$	0
<b>Sensor Y</b>	$1.5\hat{z}$	$1.5\hat{z}$	$1.5\hat{x}$
<b>Sensor Z</b>	0	0	$-1.6\hat{x}$

Tabla 8: Desplazamientos de los sensores direcciones en el interior de cada magnetómetro.

Los resultados obtenidos en este apartado, serán comparados con los resultados obtenidos con el algoritmo PSO de la ESA, el cual usa 2 dipolos para optimizar el campo magnético del objeto y ningún cuadrupolo.

Al aplicar el proceso de Optimización por Enjambre de Partículas (PSO), es común obtener resultados distintos en cada simulación realizada. Esto se debe a la naturaleza estocástica del algoritmo y a las características inherentes del enjambre de partículas utilizado. Existen varias razones por las que se producen discrepancias en los resultados de cada simulación:

- Inicialización aleatoria. El PSO comienza asignando una posición y velocidad iniciales aleatorias a cada partícula del enjambre. Esta aleatoriedad inicial puede llevar a diferentes trayectorias y, por lo tanto, a diferentes soluciones encontradas en cada ejecución.
- Influencia de las partículas vecinas. En el PSO, cada partícula se ve influenciada por las mejores soluciones encontradas por sus vecinos en el espacio de búsqueda. Sin embargo, la configuración de vecindarios puede variar entre simulaciones, lo que afecta a cómo se transmiten estas influencias y a cómo se exploran diferentes regiones del espacio de búsqueda.

- Variabilidad en la actualización de las partículas. Durante el proceso de actualización de las partículas, se utilizan ecuaciones que combinan su velocidad y posición actual con su mejor posición individual y la mejor posición encontrada por el enjambre. Estas ecuaciones pueden incluir factores aleatorios para mejorar la exploración del espacio de búsqueda. Como resultado, incluso partículas con valores iniciales similares pueden seguir trayectorias diferentes en cada simulación.
- Características del problema y del espacio de búsqueda. La variabilidad en los resultados también puede deberse a las propiedades del problema que se está optimizando y a las características del espacio de búsqueda. Algunas funciones objetivo pueden tener múltiples óptimos locales, lo que lleva a que el enjambre converja a diferentes soluciones dependiendo de su exploración inicial y las influencias de sus vecinos.

Es importante destacar que esta variabilidad inherente del PSO puede ser considerada tanto una ventaja como una limitación del algoritmo. Por un lado, permite explorar diferentes soluciones y escapar de óptimos locales. Por otro lado, puede dificultar la reproducción exacta de resultados y requerir la ejecución de múltiples simulaciones para obtener una mejor comprensión de las características del problema y las soluciones óptimas posibles.

Así, por todas estas razones, realizaremos cuatro simulaciones distintas del algoritmo de optimización, cuyos resultados vemos en *Anexos*.

Al analizar los resultados obtenidos, podemos observar que la simulación que muestra los mejores resultados es la simulación 4. En esta simulación, notamos que nuestra optimización del campo magnético utilizando dos dipolos es prácticamente igual a la optimización realizada por la ESA y se ajusta bastante bien al campo medido.

Inicialmente, podríamos pensar que el método que logre obtener un valor del módulo del momento dipolar,  $|m|$ , más similar al valor del objeto de estudio  $11,388 [mA\cdot m^2]$  sería el que mejor optimiza el campo magnético. Sin embargo, al examinar tanto los datos de las tablas como las imágenes, nos damos cuenta de que esto no es necesariamente cierto. Aunque el método de un dipolo logra alcanzar el valor de  $|m|$  de manera bastante precisa, al observar la Tabla 12 y las imágenes del *Anexo*, encontramos que este método es el que menos se ajusta al campo de la rueda de filtros. Por otro lado, en general, el método de dos dipolos tiende a presentar la mayor diferencia en el valor de  $|m|$  con respecto al valor medido, no obstante, resulta ser el método que mejor optimiza el campo magnético en la mejor simulación obtenida y el que menor diferencia presenta con el campo medido.

Por otra parte, también es importante destacar que aunque en la mayoría de los casos, el uso de dos dipolos optimiza mejor el campo magnético objetivo, al observar la Tabla 12, notamos que en algunas simulaciones, el método de un dipolo y un cuadrupolo logra una mejor optimización del campo magnético de la rueda de filtros.

Las diferencias en nuestros resultados con respecto al campo magnético que queremos optimizar pueden tener diversas causas, aparte de la aleatoriedad del algoritmo PSO y la presencia de extremos locales. Una de las principales diferencias es causada por la posición de los dipolos y cuadrupolos, parámetro que resulta distinto en cada una de las simulaciones del proceso PSO, ya que, como Victor demostró en su tesis [4], las aproximaciones dipolares y cuadrupolares que utilizamos solo serán válidas en los puntos donde se midió el campo magnético para hacer dicha aproximación, o en aquellos cercanos a

ellos.

Además de las fuentes de error mencionadas anteriormente, también existen otras que pueden afectar a nuestros resultados. Por ejemplo, la correcta desmagnetización del objeto que estamos midiendo que puede influir en la precisión de las mediciones, y los errores que se pueden insertar durante los procesos de calibración y medición. A pesar de esto, podemos afirmar que realizando un número suficiente de simulaciones, podemos lograr una optimización aceptable del campo magnético del objeto en estudio.

## 6 Conclusiones

Durante el desarrollo de esta tesis se han conseguido estudiar los procedimientos que nos permite medir de forma precisa el campo magnético de un objeto para, a continuación, poder aplicar el algoritmo PSO desarrollado y optimizarlo, que era el objetivo principal de esta tesis.

Tras realizar los cálculos pertinentes y a pesar de tener errores tanto sistemáticos como aleatorios, podríamos afirmar que se consigue optimizar de forma aceptable el campo magnético de un objeto de estudio mediante el proceso de Optimización por Enjambre de Partículas.

Para terminar, comentaremos las posibles mejoras que, a priori, podrían hacerse a nuestro trabajo:

- Los códigos realizados en distintos lenguajes de programación son una de las componentes principales para el desarrollo y ejecución de esta tesis. La mayoría de estos están escritos en Python, lenguaje que no había usado antes del comienzo del Trabajo de Fin de Grado, por lo que es muy probable que se puedan modificar los códigos para hacerlos computacionalmente más eficientes.
- En cuanto a las interfaces gráficas de usuario, uno de los avances principales de esta tesis con respecto a las anteriores, es necesario comentar que para su creación se necesitan usar los elementos conocidos como *Clases* y *Objetos*, con los cuales no había trabajado previamente. Así, los códigos de las GUI también podrán ser mejorados. Asimismo, comentar que a los códigos como el usado en el proceso de *deperming* no se le añadió una interfaz gráfica, cosa que podría hacerse en futuros trabajos para que se puedan manejar todos los códigos desde un software visual e intuitivo.
- Por otro lado, nos encontramos con códigos, como el del PSO, que tardan un tiempo bastante considerable en completar su ejecución y que presentan un elevado coste computacional. Por tanto, podría considerarse la idea de trabajar con distintos núcleos de la CPU a la vez, como por ejemplo, hacer que múltiples optimizaciones se ejecuten desde múltiples núcleos de la CPU al mismo tiempo.
- En relación a los magnetómetros, es importante mencionar que el magnetómetro utilizado para medir el campo magnético terrestre cuenta con un giroscopio y un acelerómetro adicionales. Aunque no han sido empleados en este estudio, podrían ser utilizados. Por ejemplo, sería beneficioso mostrar los datos del acelerómetro y la orientación del dispositivo para demostrar que se están tomando datos en todas las direcciones. Esto proporcionaría una visión más completa del proceso de recopilación de datos.

## Referencias

- [1] Ulysses. NASA. <https://solarsystem.nasa.gov/missions/ulysses/indepth/>.
- [2] Pedro Manuel Vizcaíno Delgado. "Platform for the measurement of an electronic product's magnetic moment." PhD thesis. Universidad de Granada, June 2020. <https://digibug.ugr.es/handle/10481/74465>.
- [3] Yako Irusta Salles. "Optimizer to obtain the magnetic equivalent of a small satellite". Bachelor's Thesis. Universidad de Granada, June 2021. <https://digibug.ugr.es/handle/10481/74457>
- [4] Victor Vegas Luque. "Measurement of magnetic moment of an electronic product using fluxgates 3D". Bachelor's Thesis. Universidad de Granada, June 2021. <https://digibug.ugr.es/handle/10481/80481>
- [5] European Space Agency. <https://www.esa.int/>.
- [6] JupyterLab Documentation. <https://jupyterlab.readthedocs.io/en/stable/index.html>.
- [7] Visual Studio Code - Code Editing. Redefined. (2021, 3 noviembre). <https://code.visualstudio.com/>
- [8] David J. Griffiths. Introduction to electrodynamics. Cambridge University Press, 2018. isbn: 9781107189638.
- [9] Antonio Moschitta et al. "Accurate Estimation of a Coil Magnetic Dipole Moment". Department of Engineering. University of Perugia, 2017. <https://arxiv.org/abs/1710.07054>
- [10] . Rafael R. Boix y Francisco Medina. Universidad de Sevilla. [https://personal.us.es/boix/uploads/pdf/electromagnetismo/des\\_multipolar\\_cm\\_prot.pdf](https://personal.us.es/boix/uploads/pdf/electromagnetismo/des_multipolar_cm_prot.pdf)
- [11] Carl Rod Nave. HyperPhysics, Quadrupole Magnetic Field. 2000. <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/magnetic/magquad.html>
- [12] John David Jackson. Classical electrodynamics. 3rd ed. New York, NY: Wiley, 1999. isbn: 9780471309321.
- [13] A. López-Fraguas, D. López-Bruna, J. A. Romero. "Cálculo del Potencial Magnético Vector en el TJ-II. Asociación EURATOM/CIEMAT para Fusión-95. Departamento de Fusión y Física de Partículas Elementales." Abril, 2005. <http://www-fusion.ciemat.es/InternalReport/IR1055.pdf>
- [14] LSM9DS0. iNEMO inertial module: 3D accelerometer, 3D gyroscope, 3D magnetometer. STMicroelectronics. Mar. 2015. <https://cdn-shop.adafruit.com/datasheets/LSM9DS0.pdf>
- [15] Arduino Pro Mini. <https://docs.arduino.cc/retired/boards/arduinopro-mini>
- [16] Sparkfun. GitHub - sparkfun/LSM9DS0\_Breakout: A breakout board for ST Micro's LSM9DS0 – a 3D accelerometer, gyroscope, and magnetometer. GitHub. [https://github.com/sparkfun/LSM9DS0\\_Breakout](https://github.com/sparkfun/LSM9DS0_Breakout)

- [17] Merlin Oz. Sailboat Instruments. Accessed via Internet Archive: 2022-05-06. <http://web.archive.org/web/20201019170034/https://sites.google.com/site/sailboatinstruments1/home>
- [18] Magnetic Field Calculators. National Centers For Environmental Information.. <https://www.ngdc.noaa.gov/geomag/calculators/magcalc.shtml?#igrfwmm>
- [19] PyQt5. (2023, 6 febrero). PyPI. <https://pypi.org/project/PyQt5/>
- [20] Sanchez, J. A. M. Definicion GUI. Universidad de Murcia. [http://dis.um.es/~lopezquesada/documentos/IES\\_1415/LMSGI/cursos/xhtml/html12/html/definicion.html](http://dis.um.es/~lopezquesada/documentos/IES_1415/LMSGI/cursos/xhtml/html12/html/definicion.html).
- [21] MAGNETIC COIL FACILITY AT ESTEC. European Space Agency, Sept. 2019. <https://sci.esa.int/web/lisa-pathfinder/-/45846-magnetic-coil-facility>.
- [22] Jiles, D. Introduction to Magnetism and Magnetic Materials. Springer. 1990. isbn: 9780412386404
- [23] Daniel Cetnik. Mag-03MS Outline Drawing. Bartington Instruments. [https://gmw.com/wp-content/uploads/2021/04/Mag-03MS\\_DR2587.pdf](https://gmw.com/wp-content/uploads/2021/04/Mag-03MS_DR2587.pdf).
- [24] Joaquín Amat Rodrigo. "OPTIMIZACION PSO CON PYTHON". [https://joaquinamatrodrigo.github.io/optimizacion\\_PSO\\_python/ps0.introduccion.html#algoritmo](https://joaquinamatrodrigo.github.io/optimizacion_PSO_python/ps0.introduccion.html#algoritmo).
- [25] Particle Swarm Optimization (PSO) — pagmo 2.19.0 documentation. <https://esa.github.io/pagmo2/docs/cpp/algorithms/ps0.html>.
- [26] Elisa Carrubba et al. "Particle swarm optimization to solve multiple dipole modelling problems in space applications". In: 2012 ESA Workshop on Aerospace EMC. IEEE. May 2012. <https://www.semanticscholar.org/paper/Particle-Swarm-Optimization-to-solve-Multiple-in-Carrubba-Junge/5e5c6d2e0bf1d2c9b831af8b1b046aeb2a3bfc6b#citing-papers>.
- [27] Michal Nowicki et al. "Magnetic moment of permanent magnet measurement with nonlinear least squares fitting method". Journal of ELECTRICAL ENGINEERING, VOL 66. NO 7/s, 2015, 54-57. <https://www.semanticscholar.org/paper/MAGNETIC-MOMENT-OF-PERMANENT-MAGNET-MEASUREMENT-Nowicki-Jackiewicz/7b064fa919c9d261bf1e4216a8463bfb975bacf0>

## Anexos

### Tablas con los resultados obtenidos en distintas pruebas del proceso PSO

1 Dipolo	x (cm)	y (cm)	z (cm)	$m_x [mA m^2]$	$m_y [mA m^2]$	$m_z [mA m^2]$	$ m  [mA m^2]$
Sim. 1	0,4	-0,7	4,0	4,320	-5,275	-9,306	11,536
Sim. 2	0,4	-0,6	4,0	4,421	-5,295	-9,280	11,563
Sim. 3	0,4	-0,6	4,0	4,426	-5,246	-9,346	11,596
Sim. 4	0,5	-0,7	4,0	4,366	-5,237	-9,315	11,544

Tabla 9: Coordenas (x, y, z) y momentos magnéticos ( $m_x$ ,  $m_y$ ,  $m_z$ ) del dipolo resultante al aplicar el proceso PSO a nuestros datos con el modelo de 1 dipolo para cuatro simulaciones distintas.  $|m|$  es el módulo del momento magnético que crea cada dipolo.

2 Dipolos		x (cm)	y (cm)	z (cm)	$m_x [mA m^2]$	$m_y [mA m^2]$	$m_z [mA m^2]$	$ m  [mA m^2]$	$ m_{tot} $
Sim.1	Dip.1	-1,4	-1,2	5,7	5,239	-1,979	-8,803	10,433	13,727
	Dip.2	4,4	4,5	0,8	-0,084	-3,228	-0,653	3,294	
Sim.2	Dip.1	-2,7	-1,4	6,6	4,174	-0,413	-7,290	8,411	13,218
	Dip.2	3,7	3,5	0,6	1,001	-4,220	-2,075	4,808	
Sim.3	Dip.1	0,6	-0,1	8,4	5,988	-0,070	-4,681	7,600	15,100
	Dip.2	2,2	1,8	0,9	-0,967	-5,386	-5,127	7,499	
Sim.4	Dip.1	2,9	2,6	1,7	1,203	-5,320	-3,228	6,338	13,160
	Dip.2	-3,5	-1,5	7,9	4,201	0,490	-5,353	6,822	

Tabla 10: Coordenas (x, y, z) y momentos magnéticos ( $m_x$ ,  $m_y$ ,  $m_z$ ) de los dos dipolos resultantes al aplicar el proceso PSO a nuestros datos con el modelo de 2 dipolos para cuatro simulaciones distintas.  $|m_{tot}|$  es el módulo del momento magnético total que crea el conjunto de ambos dipolos.

#### 1Dip. 1Cuad.

Dipolo	x (cm)	y (cm)	z (cm)	$m_x [mA m^2]$	$m_y [mA m^2]$	$m_z [mA m^2]$		$ m $
Sim. 1	-2,1	-1,2	2,7	4,589	-5,210	-8,894		11,283
Sim. 2	-3,4	-0,1	2,7	4,567	-5,350	-9,439		11,771
Sim. 3	-2,5	-0,4	2,7	4,590	-5,351	-9,370		11,726
Sim. 4	-0,0	-1,0	4,5	4,842	-4,481	-10,000		11,980
Cuadrupolo	a (cm)	I (mA)	$x_0$ (cm)	$y_0$ (cm)	$z_0$ (cm)	$\phi$ (°)	$\theta$ (°)	
Sim. 1	7,2	1,884	1,1	2,0	3,6	249,4	-89,8	0,031
Sim. 2	7,4	2,064	-0,6	2,4	4,3	241,8	84,6	0,036
Sim. 3	0,3	5,821	-0,1	2,3	4,3	63,7	-89,9	0,001
Sim. 4	4,9	1,266	3,7	7,8	-9,4	144,7	-15,6	0,010

	Sim. 1	Sim. 2	Sim. 3	Sim. 4
$ m_{tot} $	11,313	11,807	11,726	11,989

Tabla 11: Variables del dipolo y cuadrupolo resultantes al aplicar el proceso PSO a nuestros datos con el modelo de 1 dipolo y 1 cuadrupolo para cuatro simulaciones distintas. (x, y, z) y ( $m_x$ ,  $m_y$ ,  $m_z$ ) son las coordenadas y momentos magnéticos, respectivamente, del dipolo resultante. a, I, ( $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$ ),  $\phi$  y  $\theta$  son el radio y la intensidad de las espiras que forman el cuadrupolo resultante, las coordenadas de su centro y los ángulos que definen su vector unitario.  $|m_{tot}|$  es el módulo del momento magnético total que crea el conjunto de ambos dipolos.

	Sim. 1	Sim. 2	Sim. 3	Sim. 4
<b>Diferencias ESA</b>	0,326	0,327	0,327	0,328
<b>Diferencias 1Dip.</b>	1,000	1,000	1,000	1,000
<b>Diferencias 2Dip.</b>	0,434	0,4	0,625	0,376
<b>Diferencias 1Dip.1Cuad.</b>	0,504	0,478	0,472	0,85

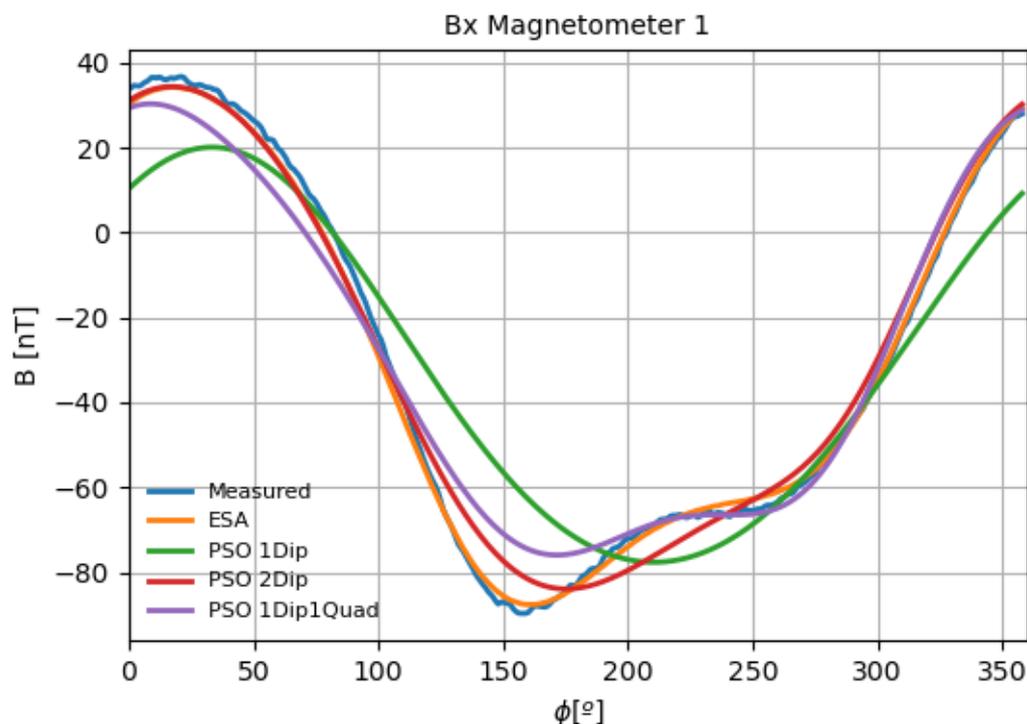
Tabla 12: Suma normalizada de la diferencia entre el campo medido y el campo obtenido al optimizar con cada uno de los métodos del algoritmo PSO.

### Gráficas con los resultados obtenidos en distintas pruebas del proceso PSO

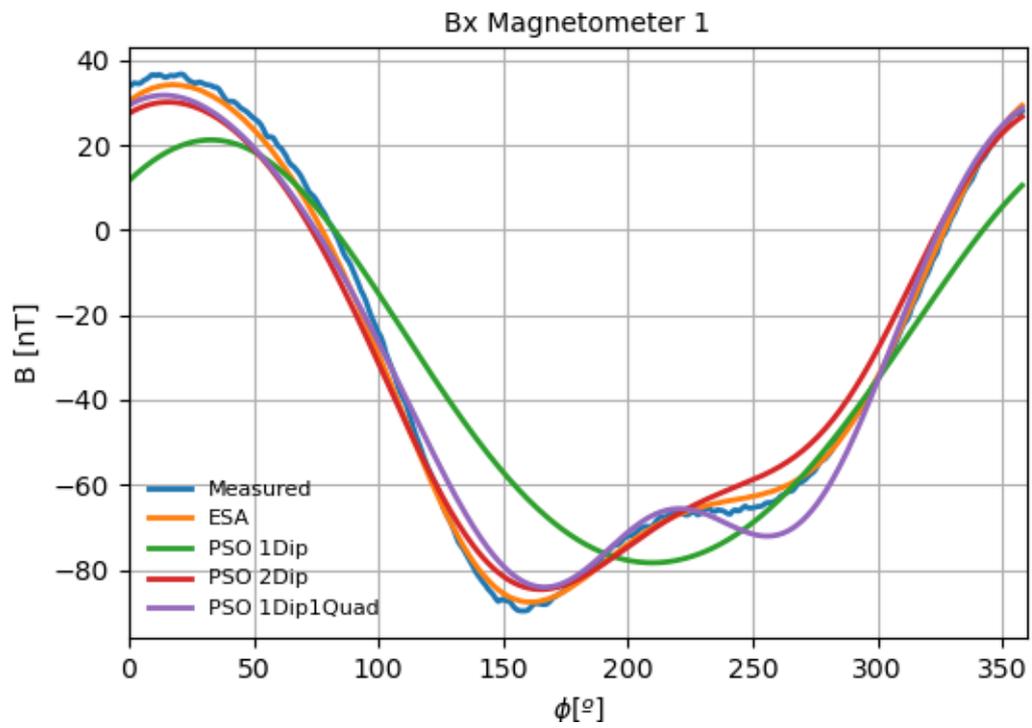
Este apartado presenta las gráficas del campo magnético medido en la rueda de filtros y los campos magnéticos optimizados utilizando el algoritmo PSO de la ESA y nuestro algoritmo PSO que explora tres métodos de optimización: un dipolo, dos dipolos y un dipolo junto con un cuadrupolo.

Se obtiene una gráfica por cada dirección del campo magnético ( $B_x$ ,  $B_y$  y  $B_z$ ) y para cada uno de los tres magnetómetros, es decir, un total de nueve gráficas por simulación. Por simplicidad solo expondremos las del campo en una dirección y para un magnetómetro, ya que para el resto se obtienen resultados similares.

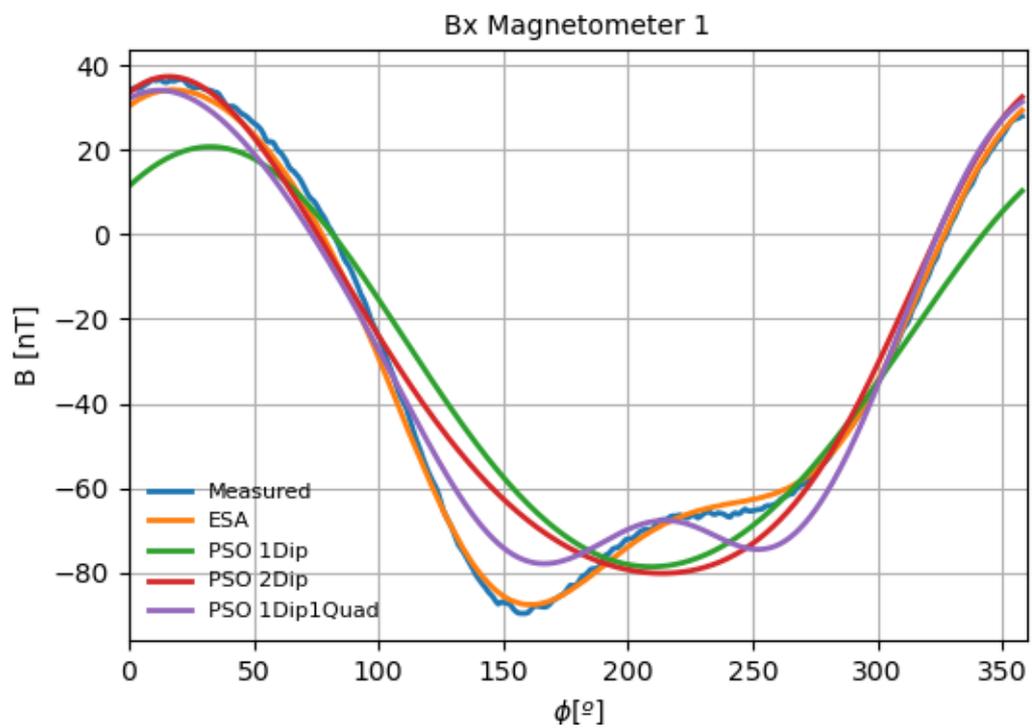
#### Simulación 1



Simulación 2



Simulación 3



## Simulación 4

