

# LOS PROCESOS MATEMÁTICOS EN EDUCACIÓN INFANTIL: UNA APROXIMACIÓN DESDE LIBROS DE TEXTO DE CHILE Y ESPAÑA

Claudia Vásquez, Nataly Pincheira y Ángel Alsina

*Se analiza la presencia de los procesos matemáticos en libros de texto de Educación Infantil de Chile y España. Para ello, se ha realizado un análisis de contenido de las tareas matemáticas de: números, geometría, medida, álgebra, estadística y probabilidad. Los resultados muestran un predominio de los procesos de resolución de problemas y representación. Los procesos matemáticos menos presentes son: comunicación y razonamiento y prueba. Por otro lado, se observa el rol trascendental de la guía didáctica del docente al ofrecer sugerencias para la gestión de las tareas orientadas a ofrecer oportunidades de aprendizaje vinculadas con los procesos matemáticos.*

**Términos clave:** Competencia matemática; Educación infantil; Libros de texto; Procesos matemáticos

Mathematical Processes in Early Childhood Education: An Approach from Textbooks in Chile and Spain

*We examined the presence of mathematical processes in textbooks for pre-school education in Chile and Spain. For this purpose, a content analysis of the mathematical tasks of: numbers, geometry, measurement, algebra, statistics and probability has been carried out. The results show a predominance of problem solving and representation processes. The mathematical processes less present are: communication and reasoning and proof. On the other hand, the transcendental role of the teacher's didactic guide is observed in offering suggestions for the management of tasks aimed at offering learning opportunities linked to mathematical processes.*

**Keywords:** Early childhood education; Mathematical competence; Mathematical processes; Textbooks

Processos matemáticos na educação infantil: uma abordagem a partir de manuais escolares do Chile e de Espanha

*Analizamos a presença de processos matemáticos em manuais escolares para a educação pré-escolar no Chile e em Espanha. Para o efeito, procedeu-se a uma análise de conteúdo das tarefas matemáticas de: números, geometria, medida, álgebra, estatística e probabilidade. Os resultados mostram uma predominância dos processos de resolução de problemas e de representação. Os processos matemáticos menos presentes são: comunicação e raciocínio e prova. Por outro lado, observa-se o papel transcendental do guia didático do professor ao oferecer sugestões para a gestão de tarefas destinadas a oferecer oportunidades de aprendizagem ligadas a processos matemáticos.*

**Palavras-chave:** Competência matemática; Educação de infância; Livros didáticos; Processos matemáticos

El enfoque competencial de las matemáticas requiere pensar y hacer, más que memorizar definiciones y procedimientos. En tal dirección, los procesos matemáticos tienen un papel esencial en la gestión del conocimiento, habilidades y emociones para conseguir un objetivo a menudo más cercano a situaciones funcionales y en contextos de vida cotidiana que a su uso académico (Alsina et al., 2021). En este marco, los procesos matemáticos —denominados en currículos de diversos países habilidades, dimensiones o competencias— son clave para desarrollar la competencia matemática, ya que “ponen de relieve las formas de adquisición y uso de los contenidos” (NCTM, 2003, p. 31), de manera que los contenidos y los procesos están indisolublemente unidos: no se pueden resolver problemas sin comprender y usar contenidos matemáticos.

Por tanto, la relevancia de los procesos matemáticos vinculados a la enseñanza de las matemáticas en todas las etapas educativas ha dado lugar a una agenda de investigación acerca de lo que influye en el desarrollo de estos procesos (Llinares, 2008). En el caso concreto de la educación infantil (3-6 años), que es el periodo educativo en el que se focaliza nuestro estudio, esta línea de investigación se ha desarrollado en torno a dos agendas de investigación en educación matemática infantil que se encuentran interrelacionadas (Alsina, 2019, p. 188): “lo que influye en la construcción y el desarrollo de los contenidos y los procesos matemáticos. Conexiones entre contenidos y procesos matemáticos” y “Organización del conocimiento matemático (contenidos y procesos) en el currículo. Alfabetización matemática”. Dentro de estas agendas, algunos trabajos se han focalizado en determinar la relación entre las grandes ideas matemáticas y los procesos matemáticos (Cheng y Hoon, 2019); así como en analizar la presencia de los procesos en las prácticas de enseñanza (Alsina et al., 2021; Coronata, 2014; Vásquez y Pincheira, 2021), con el propósito de ofrecer orientaciones para la

enseñanza de las matemáticas a través de los procesos (Greenes et al., 2003; Kinnear et al., 2018; NCTM, 2003). Adicionalmente, algunos estudios han empezado a realizar análisis de la presencia de los procesos matemáticos en los libros de texto, como por ejemplo Vásquez et al. (2021), quienes examinan dicha presencia en tareas de estadística y probabilidad de libros de texto chilenos para niños de 4 a 8 años.

De igual manera, diversos organismos como, por ejemplo, la *International Association for K-12 Online Learning* (iNACOL) abordan desde hace varios años el desafío de implementar sistemas educativos para la educación infantil con un enfoque competencial (Casey y Sturgis, 2018). En este sentido, la *Australian Association of Mathematics Teachers Inc. & Early Childhood Australia* (2012) sostiene que “todos los niños, en sus primeros años, son capaces de acceder a grandes ideas matemáticas, relevantes para su vida actual y, a su vez, fundamentales para su futuro aprendizaje de las matemáticas y para otros aprendizajes” (p. 2).

Todas estas iniciativas ponen de relieve la necesidad de empezar a desarrollar la competencia matemática desde las primeras edades, para que todos los niños tengan conocimientos, habilidades y actitudes que les permitan utilizar de forma comprensiva y eficaz el conocimiento matemático en una variedad de situaciones, además de la escuela propiamente (Alsina, 2022a). Se trata, pues, de partir de un enfoque mucho más globalizado que no se limite a la enseñanza de contenidos aislados, sino trabajar de forma integrada con los procesos, explorando como se potencian y usándolos sin prejuicios. Además, exige trabajar para favorecer la autonomía mental del alumnado, potenciando la elaboración de hipótesis, las estrategias creativas de resolución de problemas, la discusión, el contraste, la negociación de significados, la construcción conjunta de soluciones y la búsqueda de formas para comunicar planteamientos y resultados. En definitiva, el propósito es ayudar, a través de los procesos de pensamiento matemático, a gestionar el conocimiento, las habilidades y las emociones para conseguir un objetivo a menudo más cercano a situaciones funcionales y en contextos de vida cotidiana que a su uso académico (Alsina, 2022a).

Para lograr este ambicioso propósito, es necesario brindar desde las primeras edades experiencias de aprendizaje de calidad. En este sentido, la *National Association for the Education of Young Children* (NAEYC) y el NCTM señalan un conjunto de recomendaciones a considerar por el profesorado en sus prácticas de aula con el fin de promover una educación matemática de calidad, entre ellas “la importancia de utilizar currículos y prácticas docentes que fortalezcan los procesos infantiles de resolución de problemas y razonamiento, así como los de representación, comunicación y conexión de ideas matemáticas” (NAEYC y NCTM, 2013, p. 7). En el caso de la educación matemática infantil, tales prácticas se llevan a cabo a partir de una variedad de contextos y recursos, en sintonía con los planteamientos del Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas (EIEM), propuesto por (Alsina, 2019, 2022a). Este enfoque parte de la base que el

desarrollo de la competencia matemática en las primeras edades se debería llevar a cabo a través de itinerarios de enseñanza, entendiendo por itinerario una secuencia de enseñanza intencionada que contempla tres niveles: contextos informales, que permiten visualizar las ideas matemáticas de manera concreta; contextos intermedios, que a través de la exploración y la reflexión conducen a la esquematización y modelización progresiva del conocimiento matemático; y contextos formales, en los que se trabaja la representación y formalización del conocimiento matemático con procedimientos y notaciones convencionales para completar de esta forma un aprendizaje desde lo concreto hasta lo simbólico.

Desde este punto de vista, en este estudio nos situamos desde el nivel formal que, como se ha señalado, hace alusión a los contextos y recursos gráficos que contribuyen a formalizar los aprendizajes al finalizar una secuencia de enseñanza de un tema matemático en el aula escolar. Desde esta óptica, nuestra finalidad es analizar la presencia de los procesos matemáticos en contextos gráficos, concretamente en libros de texto, puesto que estos siguen siendo uno de los recursos más habituales en las prácticas de enseñanza (Shield y Dole, 2013). Esto implica que las oportunidades de aprendizaje están estrechamente vinculadas con los conocimientos que promueven los libros de texto de matemáticas (Stylianides, 2009). En consecuencia, es necesario desarrollar investigación que de luz respecto de las oportunidades de aprendizaje matemático que brindan los libros texto (Bakker et al., 2021).

Con base a estos antecedentes y tomando en consideración el trabajo previo de Vásquez et al. (2021), los objetivos específicos de este nuevo estudio son analizar la presencia de los procesos matemáticos en las tareas matemáticas propuestas para los distintos ejes de contenidos de seis colecciones de libros de texto de educación infantil (3-6 años) de Chile y España, así como las correspondientes guías didácticas del docente.

## LOS PROCESOS MATEMÁTICOS EN EDUCACIÓN INFANTIL

Si bien la literatura sobre los procesos matemáticos tiene una larga tradición, el NCTM (2003) tiene el mérito de haber explicitado los estándares de: resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexiones y representación, que ponen de relieve las formas de adquisición y uso de los contenidos, como se ha indicado. Asimismo, esta asociación ha divulgado a qué debería tender cada estándar desde los 3 años y cuál es el papel del profesorado para ayudar a su desarrollo. Desde este prisma, a continuación, se describen aspectos centrales vinculados a cada proceso matemático para la etapa de educación infantil.

### **Resolución de problemas**

Trafton y Hartman (1997) señalan que la resolución de problemas en las primeras edades permite desarrollar destrezas y estrategias básicas junto con habilidades de pensamiento de más alto nivel. Asimismo, Clements y Sarama (2011), afirman que

“los niños de las primeras edades tienen el potencial de aprender matemáticas complejas y sofisticadas” (p. 968). Para fomentar estos aprendizajes, el profesorado de infantil debería cultivar y desarrollar la disposición matemática de proponer problemas, es decir, generar nuevas preguntas en una variedad de contextos, desde las rutinas diarias a las situaciones matemáticas que surgen de juegos y cuentos, que les brinde oportunidades —según sus diferentes niveles de conocimientos y destrezas— de usar, ampliar y construir nuevos conocimientos matemáticos. En este sentido, el NCTM (2003) recomienda iniciar al alumnado desde temprana edad en: construir nuevos conocimientos matemáticos a través de la resolución de problemas; resolver problemas que surjan de las matemáticas y de otros contextos; aplicar y adaptar una variedad de estrategias para resolver problemas; controlar el proceso de resolución de problemas matemáticos y reflexionar sobre él.

### **Razonamiento y prueba**

Al respecto, en el *National Council for Curriculum and Assessment* (NCCA, 2014) se sugiere que “ayudar a los niños a comprender su pensamiento y ayudarles a expresarlo a los demás es fundamental para el aprendizaje de las matemáticas” (p. 67). Para Bransford et al. (1999), niños de menor edad pueden empezar a razonar a partir de sus experiencias, y esta habilidad se desarrolla cuando se les estimula a formular conjeturas, otorgando tiempo para que busquen pruebas que las confirmen o refuten, y se espera que expliquen y justifiquen sus ideas. Para apoyar este proceso, NCTM (2003) hace hincapié en la importancia de plantear preguntas en el contexto de debates, por medio de preguntas intencionadas, que permitan explicar, argumentar o justificar las acciones realizadas y las proposiciones, además de comprobar el resultado de dichas acciones y proposiciones, más que demostrarlas o validarlas.

### **Comunicación**

Se trata de un proceso matemático que juega un papel esencial en el desarrollo del pensamiento matemático (e.g., Klibanoff et al., 2006). Para Ginsburg (2009), hablar sobre el pensamiento matemático y participar en el razonamiento, la justificación y la argumentación son elementos centrales de la educación matemática en infantil. En este escenario, las preguntas se rigen como uno de los instrumentos de mediación más idóneos (Alsina, 2014), justamente porque hacen avanzar desde unos primeros niveles de concienciación sobre lo que uno ya sabe o es capaz de hacer hacia niveles superiores en los cuales va entendiendo la manera como puede avanzar mejor en el aprendizaje (Mercer, 2001). En este sentido, el NCTM (2003) propone una enseñanza centrada en: la organización y consolidación del pensamiento matemático a través de la comunicación; comunicación del pensamiento matemático con coherencia y claridad a los compañeros, profesores y otras personas; análisis y evaluación de las estrategias y

pensamiento matemático de los demás; y uso de lenguaje matemático para expresar ideas matemáticas con precisión.

### **Conexiones**

Para Kinnear et al. (2018), el proceso de establecer conexiones permite construir un sistema coherente de conocimientos matemáticos, así como mejorar el conocimiento de la amplia aplicabilidad de las matemáticas. Alsina (2014) plantea dos tipos principales de conexiones matemáticas en las primeras edades: a) las conexiones entre los diferentes bloques de contenido matemático y entre los contenidos y los procesos matemáticos; b) las conexiones de las matemáticas con otras áreas de conocimiento y con el entorno. Con base en ello, Novo et al. (2017) plantean tres tipos de conexiones matemáticas que el profesorado de educación infantil debería considerar para desarrollar la inteligencia conectiva de los niños: a) conexiones conceptuales, que producen nexos entre contenidos matemáticos diversos; b) conexiones docentes, que vinculan diversos conceptos matemáticos a través de una metodología activa y de vivenciar las experiencias matemáticas con otras materias; y c) conexiones prácticas, que relacionan las matemáticas con el entorno. En esta dirección, y de acuerdo con el NCTM (2003), es importante un enfoque de enseñanza que favorezca un trabajo progresivo en torno a: reconocer y usar conexiones entre ideas matemáticas, comprender cómo las ideas matemáticas se interconectan y construyen unas sobre otras para producir un todo coherente, por último, reconocer y aplicar las matemáticas en contextos no matemáticos.

### **Representación**

Entre las formas de representación que los niños utilizan para organizar y transmitir su pensamiento están los materiales manipulativos, los modelos mentales, la notación simbólica, las tablas, los gráficos, las líneas numéricas, los cuentos y los dibujos (Langrall et al., 2008). A través de las interacciones con distintos tipos de representaciones, con el docente y con el resto del alumnado, desarrollan sus propias imágenes mentales sobre las ideas matemáticas (NCTM, 2003). Estas representaciones internas son las que permiten avanzar en el aprendizaje de las matemáticas. Además, la adquisición progresiva de la representación de ideas y procedimientos matemáticos aumenta la capacidad para modelar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos. Desde este prisma, el NCTM (2003) plantea que desde temprana edad se debe promover de manera progresiva una enseñanza centrada en: crear y usar representaciones para organizar, registrar, y comunicar ideas matemáticas; seleccionar, aplicar y traducir representaciones matemáticas para resolver problemas; y usar representaciones para modelizar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos.

## LOS PROCESOS MATEMÁTICOS EN LOS CURRÍCULOS DE EDUCACIÓN INFANTIL DE CHILE Y ESPAÑA

En Chile, el currículo para la educación infantil es establecido por el Ministerio de Educación (MINEDUC) a través de las Bases Curriculares para la educación parvularia (MINEDUC, 2018). Este referente define principalmente qué y para qué deben aprender los párvulos desde sus primeros meses de vida hasta el ingreso a la educación básica. Para ello, se plantean objetivos de aprendizaje que se organizan en tres ámbitos de experiencias: desarrollo personal y social, comunicación integral, interacción y comprensión del entorno. Este último ámbito integra el núcleo pensamiento matemático, en el cual el término proceso se usa con un significado ligeramente distinto a como lo usa el NCTM (2003), con ello se pretende potenciar el desarrollo de las habilidades, actitudes y conocimientos relacionados con el pensar lógico y los números, permitiendo al alumnado: comunicar y resolver situaciones de la vida cotidiana, ampliar sus recursos para comprender y actuar en el entorno, e intercambiar significados con otras personas.

Estudios previos (e.g., Cornejo-Morales y Alsina, 2020; Piñeiro, 2021) han señalado que los procesos matemáticos que promueven las directrices curriculares chilenas para la educación infantil presentan disparidad en su desarrollo, siendo los procesos de resolución de problemas, comunicar y representar los que logran un mayor alcance, seguido el de conexión, mientras que el razonamiento y prueba presenta una escasa presencia.

En concreto, en la exhaustiva revisión que realiza Piñeiro (2021) tomando en consideración los procesos matemáticos del NCTM (2003), se concluye que la tendencia de los procesos en las orientaciones curriculares chilenas para infantil es la siguiente.

- ◆ Resolución de problemas: se trata como un medio para lograr otros fines o bien como un fin en sí mismo. Dentro del primer grupo, se detectan dos subtemas claramente diferenciados: la resolución de problemas como un medio para entender lo que rodea a los niños y como un medio para aplicar conocimientos específicos relativos a las matemáticas escolares infantiles. Dentro del segundo grupo, también se detectan dos patrones: el primero tiene relación con características de las tareas consideradas problemas, mientras que el segundo tema tiene relación con acciones a desarrollar cuando se resuelven problemas.
- ◆ Razonamiento y prueba: se alude a preguntas que ayudan a los niños a razonar y conjeturar.
- ◆ Comunicación: las menciones giran en torno a la organización del pensamiento de los niños a través de este proceso, el uso de la comunicación como herramienta para relacionarse con otros y, finalmente, el uso de un lenguaje matemático para comunicar ideas.

- ◆ **Conexiones:** se hace referencia al reconocimiento y aplicación de las matemáticas en contextos no matemáticos. Se pueden distinguir alusiones que tratan de conectar con el contexto de manera general y otras que especifican el contexto matemático que deben reconocer y aplicar al contexto.
- ◆ **Representación:** se menciona la aplicación de representaciones para resolver problemas y el uso de estas para modelizar e interpretar fenómenos. En menor medida, también se hace alusión al uso de representaciones para comunicar ideas.

En España, las orientaciones curriculares para la educación infantil se describen en el Real Decreto 95/2022 (MEFP, 2022), en el que la etapa de educación infantil se ordena en dos ciclos: el primero comprende hasta los tres años y el segundo, desde los tres a los seis años. Los contenidos educativos se organizan en torno a tres áreas correspondientes a ámbitos propios de la experiencia y del desarrollo infantil: Crecimiento en Armonía; Descubrimiento y Exploración del Entorno; y Comunicación y Representación de la Realidad. Para cada área y ciclo, se describen los criterios de evaluación de las competencias específicas y los saberes básicos.

En estas mismas instrucciones se ofrecen pautas metodológicas para que los profesionales de esta etapa educativa planifiquen su actividad docente con base en las necesidades de los alumnos. Se enfatiza, pues, la implementación de prácticas educativas que consideren las formas de adquisición de conocimiento en las primeras edades —situaciones de aprendizaje significativas centradas en la acción— con el propósito de favorecer el proceso de descubrimiento y representación de los diferentes contextos que componen el entorno infantil, así como facilitar progresivamente su inserción y participación en ellos. Desde este marco curricular, se aprecia que la finalidad de la educación infantil es favorecer un desarrollo integral y armónico para que el alumnado progresivamente adquiera las competencias necesarias para desenvolverse mejor en su contexto inmediato.

Alsina (2022b) examina la presencia de los procesos matemáticos en el decreto 95/2022 (MEFP, 2022). A partir del análisis realizado, sintetiza la tendencia de cada estándar como sigue.

- ◆ **Resolución de problemas:** se plantea como un medio para lograr otros fines o como un fin en sí mismo, aunque la tendencia más habitual es hacer referencia a las fases de resolución de un problema, sin hacer mención específica a las matemáticas: planificación, programación, uso de distintas estrategias, escucha a los demás, verificación de resultados, etc. Destaca, por su novedad, la alusión al pensamiento computacional.
- ◆ **Razonamiento y prueba:** se hace referencia a cuestiones como realizar preguntas, plantear hipótesis y comprobarlas; sin embargo, se omite la argumentación en matemáticas, a pesar de su relevancia para desarrollar el pensamiento crítico.

- ◆ **Comunicación:** las menciones se refieren a la organización del pensamiento de los niños a través de este proceso; el uso de la comunicación como herramienta para relacionarse con otros; y, finalmente, el uso de un lenguaje (oral y escrito) para comunicar ideas de distinta naturaleza, entre ellas ideas matemáticas, aunque no se explicita.
- ◆ **Conexiones:** se realizan menciones genéricas que, sobre todo, tratan de conectar con el contexto de manera general, sin especificar el contexto matemático. Tampoco se hace ninguna referencia a las conexiones.
- ◆ **Representación:** las menciones a la representación en matemáticas son muy escasas y exclusivamente en una ocasión se hace una referencia a los números como un código de representación gráfica. El resto de las cuestiones se refieren al uso de representaciones de distinta naturaleza para comunicar ideas. Se omite cualquier referencia a la modelización matemática temprana.

A partir de estos datos, Alsina (2022b) concluye que el análisis realizado acerca de la presencia de los procesos matemáticos en la legislación educativa española de educación infantil permite concluir que dicha presencia supone un avance, al substituir un currículo orientado a la adquisición de contenidos por un enfoque orientado al desarrollo de las competencias, respondiendo así a las necesidades sociales del siglo XXI. Sin embargo, en lo que se refiere a la educación matemática, no se explicitan suficientemente las formas de adquisición y uso de los contenidos matemáticos a través de los procesos de resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexiones y representación.

## METODOLOGÍA

Este estudio es de tipo teórico y cualitativo (Cohen et al., 2017) y emplea como técnica el análisis de contenido (Krippendorff, 2013), puesto que se centra en analizar y describir los procesos matemáticos presentes en las tareas matemáticas propuestas por libros de texto de infantil de Chile y España.

### **Muestra y unidades de análisis**

La muestra es intencional y está conformada por seis series de libros de texto de Chile y España (tres chilenas y tres españolas). Estas series de libros de texto (tabla 1) consideran tanto el libro de texto del estudiante como la respectiva guía didáctica a ser utilizada por el profesorado, pues esta última otorga orientaciones para guiar la práctica docente asociada a la tarea matemática, tales como posibles preguntas, directrices para propiciar la reflexión, propuestas de material manipulativo complementario, entre otros.

Cabe señalar que todas las series de libros de texto analizadas se encuentran vigentes en el momento de realizar el estudio y corresponden a proyectos de

editoriales de reconocido prestigio en los respectivos países donde se ha seleccionado la muestra.

Tabla 1  
*Serie de libros de texto utilizados en el análisis*

País	Serie	Código	Edad	Proyecto editorial	Editorial	Año
Chile	Serie 1	TCh1	3 años	Proyecto Sé Matemáticas	SM Chile S.A.	2013
		TCh2	4 años			
		TCh3	5 años			
	Serie 2	TCh4	4 años	Proyecto Saber Hacer Comprensión del entorno	Santillana	2019
		TCh5	5 años			
	Serie 3	TCh6	4 años	Cuaderno de Actividades del Nivel de Transición 1	SM Chile S.A. Edición especial para MINEDUC	2019
		TCh7	5 años			
			Cuaderno de Actividades del Nivel de Transición 2			
España	Serie 4	TEs8	3 años	¡A Volar! Cuadernos de matemáticas	Casals	2014
		TEs9	4 años			
		TEs10	5 años			
	Serie 5	TEs11	3 años	Vía Mates	Casals	2017
		TEs12	4 años			
		TEs13	5 años			
	Serie 6	TEs14	3 años	Cric Crac	Cruilla	2017
		TEs15	4 años			
TEs16		5 años				

Es importante precisar que las series 2 y 3 corresponden a proyectos editoriales globalizados, es decir, presentan unidades didácticas que integran tareas de diversas áreas del conocimiento. A su vez, la serie 3, es entregada de manera gratuita por el MINEDUC a establecimientos educativos públicos y subvencionados, teniendo una amplia difusión en Chile.

Por último, es importante señalar que el propósito de este estudio no es realizar un análisis comparativo entre los distintos proyectos editoriales ni tampoco indagar en torno a la gestión que el profesorado hace a partir de las tareas planteadas y las recomendaciones de las correspondientes guías didácticas, sino analizar la presencia de los procesos matemáticos en las tareas matemáticas propuestas.

### Unidades de análisis

Para el análisis se ha considerado tanto el libro de texto del estudiante como su correspondiente guía didáctica, siendo las unidades de análisis las tareas matemáticas de cada lección y sus respectivas sugerencias didácticas presentes en la guía didáctica para el profesor.

Entendemos las unidades de análisis desde la mirada de Krippendorff (2013), quien las describe como elementos sintácticos naturales que son altamente confiables debido a su pequeño tamaño y unidades temáticas para indicar una correspondencia con una definición estructural particular de contenido, en nuestro caso, con los descriptores de los procesos matemáticos planteados por el NCTM (2003), que se indican en la tabla 2. Tal análisis requiere de una regla de numeración que lo oriente, aplicamos la regla de la presencia (Bardin, 1996), ya que la presencia/ausencia es significativa para nuestro objetivo de describir un tipo específico de conocimiento en su totalidad.

Tabla 2

*Descriptores utilizados en el proceso de codificación*

Proceso matemático	Descriptores
	Las tareas matemáticas permiten a los niños
Resolución de problemas	Construir nuevos conocimientos matemáticos a través de la resolución de problemas.
	Resolver problemas que surjan de las matemáticas y de otros contextos.
	Aplicar y adaptar una variedad de estrategias para resolver problemas.
	Controlar el proceso de resolución de problemas matemáticos y reflexionar sobre él.
Razonamiento y prueba	Reconocer el razonamiento y prueba como aspectos fundamentales de las matemáticas.
	Formular e investigar conjeturas matemáticas.
	Desarrollar y evaluar argumentos y demostraciones matemáticas.
	Elegir y desarrollar varios tipos de razonamiento y métodos de prueba.

Tabla 2  
*Descriptores utilizados en el proceso de codificación*

Proceso matemático	Descriptores
	Las tareas matemáticas permiten a los niños
Comunicación	<p>Organizar y consolidar su pensamiento matemático a través de la comunicación.</p> <p>Comunicar su pensamiento matemático con coherencia y claridad a los compañeros, profesores y otras personas.</p> <p>Analizar y evaluar las estrategias y el pensamiento matemático de los demás.</p> <p>Usar el lenguaje de las matemáticas para expresar ideas matemáticas con precisión.</p>
Conexiones	<p>Reconocer y usar conexiones entre ideas matemáticas.</p> <p>Comprender cómo las ideas matemáticas se interconectan y construyen unas sobre otras para producir un todo coherente.</p> <p>Reconocer y aplicar las matemáticas en contextos no matemáticos.</p>
Representación	<p>Crear y utilizar representaciones para organizar, registrar y comunicar ideas matemáticas.</p> <p>Seleccionar, aplicar y traducir representaciones matemáticas para resolver problemas.</p> <p>Usar representaciones para modelizar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos.</p>

### **Procedimiento de análisis y categorías**

El proceso de análisis involucró las siguientes acciones: a) selección de las tareas matemáticas; b) clasificación según bloque de contenido (números, geometría, medida, álgebra, estadística y probabilidad); c) análisis de contenido con el fin de identificar de manera sistemática y objetiva las distintas unidades de análisis; y, d) codificación de las tareas matemáticas de acuerdo con las unidades antes descritas. Para llevar a cabo tal codificación se tuvo en consideración tanto lo señalado en el libro de texto del estudiante como en la guía didáctica del docente. Cabe señalar, que en una misma tarea puede estar presente uno o más de los procesos matemáticos. El proceso de codificación estuvo a cargo de los investigadores de este estudio. Para resguardar la fiabilidad de la codificación y con el fin de validar el sistema de categorización, se realizaron sesiones de codificación conjunta discutiendo aquellos casos en los que había desacuerdo hasta lograr acuerdo.

De esta manera se obtuvieron los datos que fueron registrados en una hoja de cálculo de MS Excel® para su posterior análisis. Finalmente, se seleccionaron ejemplos específicos para cada una de las unidades de análisis. En lo que sigue, en la tabla 3, se muestra a modo de ejemplo, el proceso de análisis de una tarea matemática.

Tabla 3

*Ejemplificación del proceso de análisis de una tarea matemática*

---

Tarea matemática extraída desde el libro de texto del estudiante



---

Orientaciones para guiar la práctica docente, asociadas a la tarea matemática,  
presentes en la Guía didáctica del profesor

---

Tabla 3

*Ejemplificación del proceso de análisis de una tarea matemática***10. Geometría. Relacionar cuerpos geométricos****Objetivos**

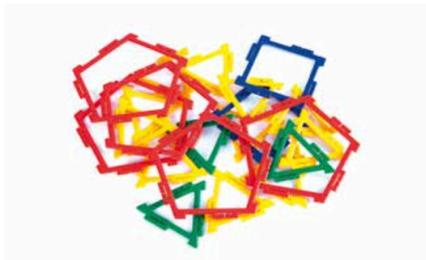
- Reconocer y comparar las propiedades geométricas de las formas tridimensionales (cuerpos geométricos).
- Clasificar cuerpos geométricos según su superficie.

**Contenidos**

- Reconocimiento y comparación de las propiedades geométricas de los cuerpos según su tipo de superficie (plana o curva y abierta o cerrada) y según su número de caras y vértices.
- Clasificación de cuerpos geométricos a partir de sus caras.
- Visualización geométrica.

**Material necesario**

- Cuerpos geométricos disponibles en el colegio.
- Ordenadores u otros dispositivos con acceso a Internet.
- Polydron (material de aula).

**Experiencia**

**1.** Dispón a los alumnos en corro y muéstrales distintos cuerpos geométricos (cilindros, esferas, conos, prismas y pirámides con distintas bases, etc.). Entabla un diálogo que suscite la observación de determinadas propiedades geométricas; por ejemplo, si los cuerpos tienen caras planas o no, si todas las caras laterales convergen en un mismo vértice o no, etc.

**2.** Para fomentar la visualización geométrica, pregunta a los alumnos si recuerdan algún edificio u objeto que tenga estas formas.

**3.** Pídeles que clasifiquen los cuerpos en tres grupos según su superficie: todas las superficies planas, todas curvas, o bien planas y curvas. Una vez que hayan llevado a cabo esta clasificación, volvemos a clasificar los cuerpos que tienen las caras planas en dos subgrupos, según converjan sus caras en un vértice (pirámide) o no (prisma).

**Experiencia 2**

**1.** Forma grupos de cuatro a seis alumnos, repárteles las piezas del Polydron y pídeles que intenten construir prismas y pirámides.

**2.** Opcionalmente, pide a los alumnos que busquen en Internet imágenes de edificios que tengan las formas de los cuerpos geométricos estudiados.

**Preguntas de desarrollo**

*¿Son todos los cuerpos geométricos iguales? ¿Cómo pueden ser sus superficies?*

*¿Tienen todos el mismo número de caras? ¿Cuántas caras tiene este cuerpo geométrico? ¿Y cuántos vértices? ¿Cómo podemos clasificar estos cuerpos? ¿Por qué?*

*¿Has visto algún edificio que tenga la forma de este cuerpo geométrico? Si es así, ¿dónde lo has visto? ¿Cómo es el edificio?*

**Actividad**

Rodea estos edificios en tres grupos según el código de colores.

- Forma de prisma.
- Forma de pirámide.
- Forma de cilindro.

**Análisis****Clasificación según bloque temático: Geometría***Análisis de contenido*

La resolución de la tarea implica la construcción de nuevos conocimientos matemáticos a través de la resolución de problemas, puesto que niños y niñas deben clasificar cada edificio, según la forma de los cuerpos geométricos que representa, ya sea un prisma, una pirámide o un cilindro. Por otro lado, se promueve que establezcan conexiones entre ideas matemáticas, dado que deben reconocer y comparar los cuerpos geométricos de acuerdo con su superficie, plana o curva y según número de caras y vértices. Por último, la tarea suscita el

Tabla 3

*Ejemplificación del proceso de análisis de una tarea matemática*

uso de la representación para organizar y expresar ideas matemáticas, al tener que rodear cada edificio utilizando el código de colores que representan los cuerpos geométricos.

Por su parte, la guía didáctica, promueve el uso de material manipulativo, como son los cuerpos geométricos. Así pues, a través de la observación de cilindros, esferas, conos, primas y pirámides con distintas bases, se promueve el proceso de comunicación, puesto que se plantea entablar un diálogo que suscite el análisis de determinadas propiedades geométricas. Asimismo, a través del uso del material manipulativo *polydron* se promueve la representación de cuerpos geométricos, dado que se solicita construir con tales piezas, primas y pirámides.

Asimismo, se evidencia el proceso de razonamiento y prueba, por medio de preguntas que promueven la formulación de conjeturas y el desarrollo de argumentos, por ejemplo: ¿son todos los cuerpos geométricos iguales? ¿cómo pueden ser sus superficies? ¿cómo podemos clasificar estos cuerpos? ¿por qué? ¿has visto algún edificio que tenga la forma de este cuerpo geométrico? si es así ¿cómo es el edificio?

A su vez, tales preguntas permiten consolidar el pensamiento matemático a través de la comunicación, así como el uso del lenguaje matemático para expresar ideas con precisión en relación con los cuerpos geométricos.

*Codificación*

Resolución de problemas, conexiones, representación, comunicación, razonamiento y prueba

## RESULTADOS

### **Distribución de las tareas matemáticas según eje de contenido**

Se analizaron en total 869 tareas matemáticas (412 de Chile y 457 de España) que distribuyen según eje de contenido como se muestra en la figura 1. Para establecer la clasificación de las tareas se tomó por criterio el tema declarado en el libro de texto (números, geometría, medida, álgebra, estadística y probabilidad). A partir de la figura 1, se observa que tanto los libros de texto de Chile como España, presentan una concentración mayor de tareas orientadas al eje de contenido de números. Además, se evidencia una concentración significativamente menor de tareas que abordan el eje de estadística en ambos países. En lo que respecta a la probabilidad, en el caso de los libros de texto chilenos, estos no presentan tareas matemáticas para abordar este eje de contenido en educación infantil. Mientras que, en los libros de texto de España, el contenido de probabilidad comienza a incorporarse de manera no sustancial a partir de los cuatro años.

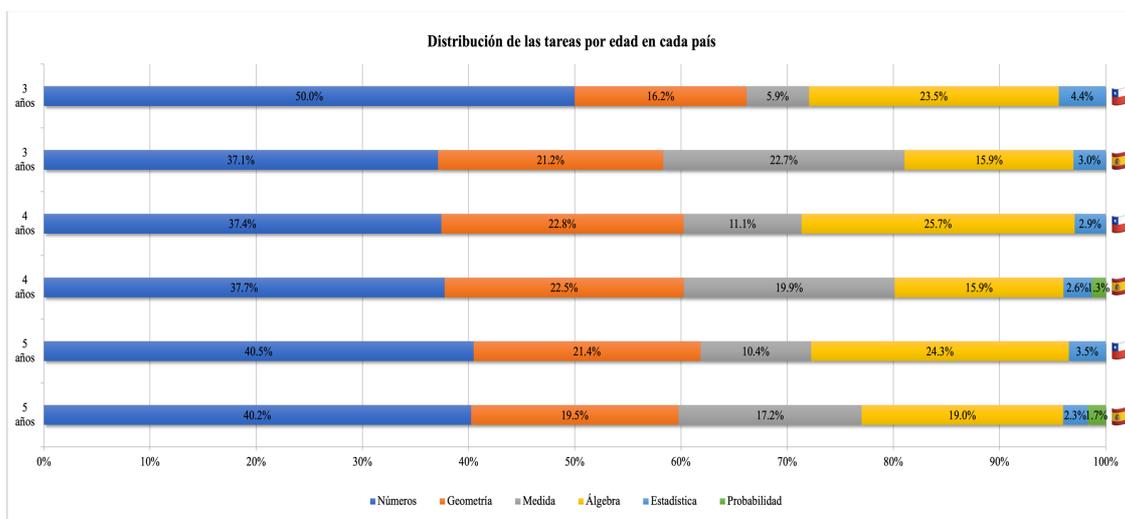


Figura 1. Distribución de las tareas matemáticas según eje de contenido

### Los procesos matemáticos en libros de texto

En lo que sigue, se presentan los resultados del análisis de los procesos matemáticos presentes en las tareas matemáticas. En primer lugar, se muestra la presencia de los procesos matemáticos según eje de contenido, para luego, analizar su presencia según edad a la cual se encuentra orientada la tarea matemática.

#### Los procesos matemáticos en libros de texto chilenos y españoles según eje de contenido

En la tabla 4, se muestra cómo distribuyen, en ambos países, los procesos matemáticos presentes en las tareas analizadas según eje de contenido. Es importante señalar que una misma tarea puede atender a uno o más procesos matemáticos.

Tabla 4

Distribución de los procesos matemáticos según eje de contenido

	Chile (n=412)					
	Números (n=168)	Geometría (n=87)	Medida (n=41)	Álgebra (n=102)	Estadística (n=4)	Probabilidad (n=0)
Resolución de problemas	99%	100%	98%	100%	100%	0%
Razonamiento y prueba	36%	38%	71%	76%	64%	0%
Comunicación	43%	55%	66%	46%	79%	0%
Conexiones	85%	16%	59%	71%	86%	0%
Representación	98%	99%	95%	99%	100%	0%

Tabla 4  
*Distribución de los procesos matemáticos según eje de contenido*

España (n=457)						
	Números (n=176)	Geometría (n=96)	Medida (n=90)	Álgebra (n=78)	Estadística (n=12)	Probabilidad (n=5)
Resolución de problemas	100%	100%	100%	100%	100%	100%
Razonamiento y prueba	63%	56%	57%	64%	83%	100%
Comunicación	25%	40%	50%	24%	42%	60%
Conexiones	96%	85%	89%	94%	92%	60%
Representación	100%	100%	100%	99%	100%	100%

A nivel general, se observa que, en ambos países, los procesos matemáticos con mayor presencia son la resolución de problemas y la representación en todos los ejes de contenidos, exceptuando el eje de probabilidad en el caso de Chile ya que este se encuentra ausente. Asimismo, queda en evidencia que el proceso de comunicación es el con menor presencia en los libros de texto de ambos países. Ejemplo de esto se muestra en las figuras 2 y 3.



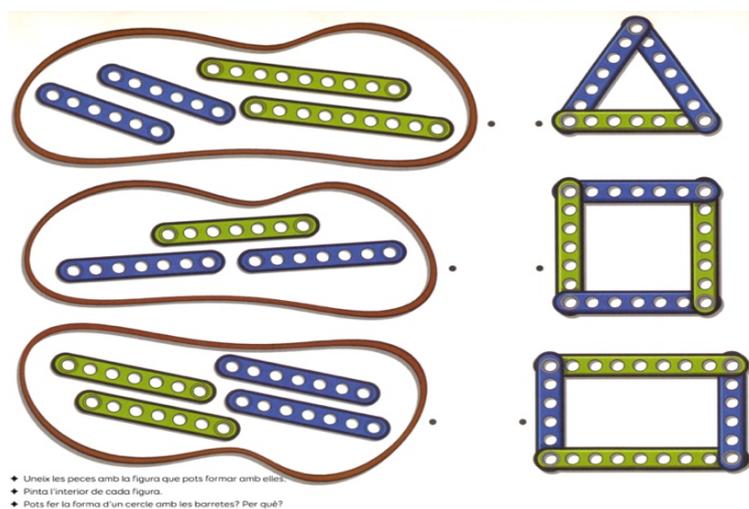
Figura 2. Tarea matemática vinculada con eje de medida, 5 años. Fuente: TCh5 (2019, p. 103)

Para la resolución de la tarea de la figura 2, el alumnado debe comprender los atributos mensurables de los objetos, en este caso de la pizarra; y aplicar procesos de medida y técnicas apropiadas para obtener medidas, utilizando varias copias de unidades del mismo tamaño (cuartas y pies). Para ello, deben activar de manera conjunta los distintos procesos matemáticos. Así, a través de la resolución de problemas, la tarea propicia que construyan nuevos conocimientos matemáticos, al tener que adaptar estrategias para la resolución, específicamente aquellas vinculadas al empleo de medidas no estandarizadas con el fin de determinar la

longitud de un objeto. Por otro lado, se favorece el razonamiento y prueba y la comunicación del pensamiento matemático, al solicitar que comenten y comparen sus procedimientos y registros; para lo cual deberán formular conjeturas, desarrollar y evaluar argumentos; y, al mismo tiempo, comunicarlos con coherencia y claridad a sus compañeros, analizando y evaluando las estrategias y el pensamiento matemático de los demás. También, se promueve que establezcan conexiones al tener que desarrollar referentes comunes para medir, y al reconocer y aplicar las matemáticas en contextos no matemáticos como es la medición de un objeto de la sala de clase utilizando unidades de medida no estandarizadas. Finalmente, la tarea suscita el uso de representaciones pictóricas y simbólicas para modelizar, organizar, registrar e interpretar los atributos mensurables de un objeto.

Por otra parte, al analizar las orientaciones propuestas en la guía didáctica, se observa que estas se centran en la importancia de promover el razonamiento y prueba a través de la formulación de conjeturas matemáticas, pues se plantea orientar la reflexión en torno a medidas no estandarizadas, así como en estrategias para abordar las discrepancias. Asimismo, se evidencia un énfasis en la comunicación, pues se explicita la necesidad de que el docente solicite a los estudiantes que comenten, por ejemplo, cómo pudieron mantener el equilibrio o la posición de la mano para que la medida no cambiara.

En el caso de la figura 3, la tarea demanda que el alumnado reconozca las características de ciertas figuras geométricas (triángulo, cuadrado, rectángulo y círculo) a partir de su cantidad de lados.



*Figura 3.* Tarea matemática vinculada con eje de geometría, 5 años. Fuente: TEs16 (2017, p. 12)

Así, para la resolución de dicha tarea se debe otorgar oportunidades para que el alumnado utilice destrezas de visualización de figuras geométricas en función de la cantidad de lados, permitiéndoles así dar respuesta a un problema que surge desde un contexto matemático. De igual manera, a partir de las preguntas: ¿puedes hacer la forma de un círculo con las barritas? ¿Por qué?, se propicia la formulación

de conjeturas y el desarrollo de argumentos matemáticos a través del proceso de razonamiento y prueba apoyado en el uso de material manipulativo (uso del mecano) a través del ensayo y error propio de esta educativa. A través de este tipo de preguntas también se posibilita que el alumnado organice y consolide su pensamiento matemático a través de la comunicación, apoyándose en el uso del lenguaje matemático para expresar sus ideas. Por otra parte, la tarea permite comprender cómo las ideas matemáticas en relación con la forma y la cantidad de lados de una figura se interconectan. Por último, de acuerdo con lo indicado en la guía didáctica, se evidencia el uso de representaciones, apoyado en el uso de material manipulativo, para identificar los lados y el interior de las figuras geométricas.

*Los procesos matemáticos en libros de texto chilenos y españoles según edad*

En la figura 4, se muestra la presencia de los procesos matemáticos en las tareas matemáticas analizadas según la edad del alumnado al cual se encuentran dirigidas.

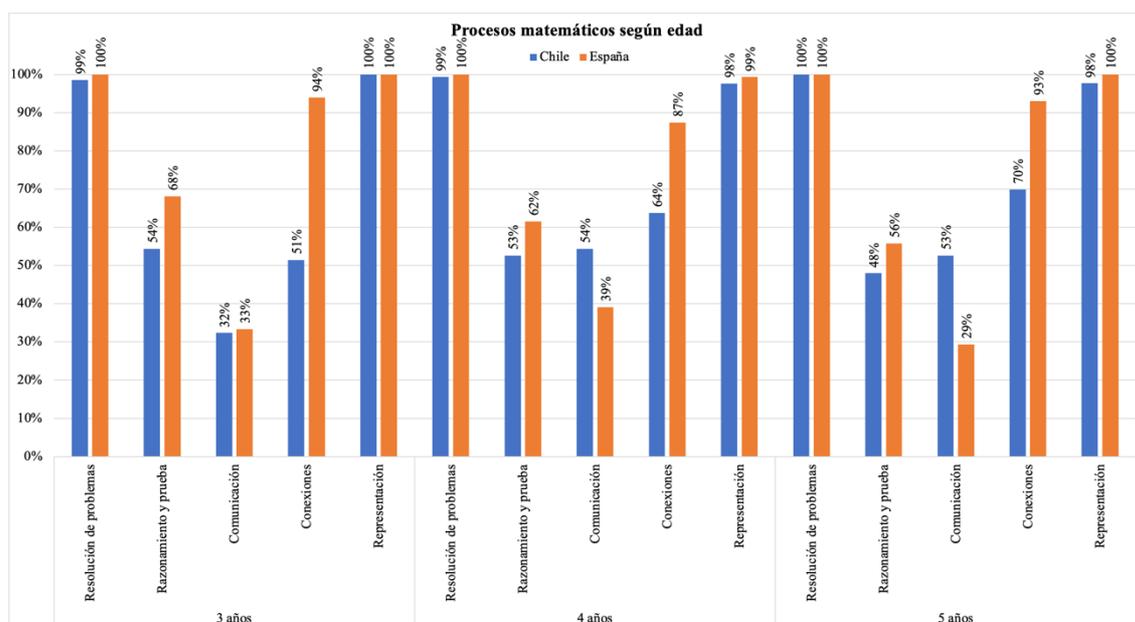


Figura 4. Distribución de los procesos matemáticos según edad

A nivel general, a excepción de los procesos de comunicación y conexiones, se observa una distribución similar de la presencia de los procesos matemáticos en las tareas destinadas a niños y niñas de tres, cuatro y cinco años para ambos países. En concreto, se evidencia un fuerte predominio de la resolución de problemas y representación, seguidos de las conexiones y el razonamiento y prueba. Mientras que el proceso matemático más descendido es la comunicación en todas las edades.

Ahora bien, de manera más específica, al indagar en los procesos matemáticos que se promueven en las distintas tareas matemáticas para cada eje de contenido según edad, podemos observar en el caso de los 3 años (tabla 5), un claro

predominio de la resolución de problemas y representación en todos los ejes temáticos de ambos países.

Tabla 5

*Distribución de los procesos matemáticos para niños de 3 años, según eje de contenido*

Chile (n=68)						
	Números (n=34)	Geometría (n=11)	Medida (n=4)	Álgebra (n=16)	Estadística (n=3)	Probabilidad (n=0)
Resolución de problemas	97%	100%	100%	100%	100%	0%
Razonamiento y prueba	50%	45%	75%	69%	33%	0%
Comunicación	24%	45%	50%	31%	67%	0%
Conexiones	71%	18%	25%	38%	67%	0%
Representación	100%	100%	100%	100%	100%	0%
España (n=132)						
	Números (n=49)	Geometría (n=28)	Medida (n=30)	Álgebra (n=21)	Estadística (n=4)	Probabilidad (n=0)
Resolución de problemas	100%	100%	100%	100%	100%	0%
Razonamiento y prueba	73%	68%	57%	67%	100%	0%
Comunicación	29%	50%	33%	19%	50%	0%
Conexiones	98%	89%	93%	95%	75%	0%
Representación	100%	100%	100%	100%	100%	0%

En esta misma línea, se evidencia una presencia significativa de conexiones en el eje de números y estadística en los libros de texto chilenos y en el eje de números, medida y álgebra en el caso de los libros de texto españoles. A modo de ejemplo, en las figuras 5 y 6 se muestran tareas matemáticas orientadas a niños de 3 años.

En el caso de la figura 5, los niños deben comparar y relacionar objetos según ciertos atributos (tamaño, color y forma); en concreto deben marcar aquellos conejos que tienen igual forma y color, pero distinto tamaño. Por tanto, la resolución de esta tarea otorga oportunidades para iniciar la comprensión de patrones y relaciones, promoviendo así la resolución de problemas a través de la construcción de nuevos conocimientos vinculados al eje de álgebra, específicamente, aquel centrado en el reconocimiento de atributos como el tamaño, color y forma. Por otro lado, se observa que esta tarea facilita el desarrollo de

razonamiento y prueba y conexiones entre ideas matemáticas, pues permite establecer, a través de la percepción, relaciones que desencadenan en el reconocimiento de atributos al experimentar con representaciones gráficas (dibujos de los conejos). De igual manera, se promueve la representación, concretamente, el uso de representaciones pictóricas para registrar y comunicar aquellos elementos que tiene igual forma y color, pero distinto tamaño. En efecto, en la guía didáctica, el proceso de comunicación se hace aún más explícito ya que se enfatiza en la necesidad de comentar con el alumnado las diferencias entre los elementos señalados en la tarea a partir de la comparación establecida.

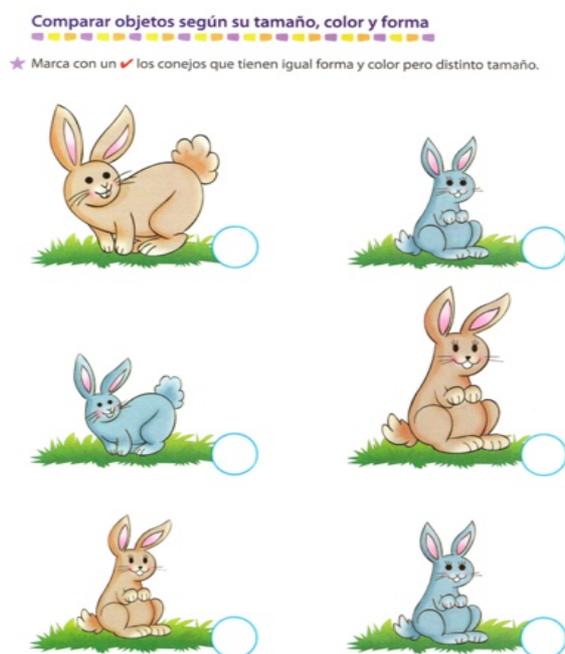


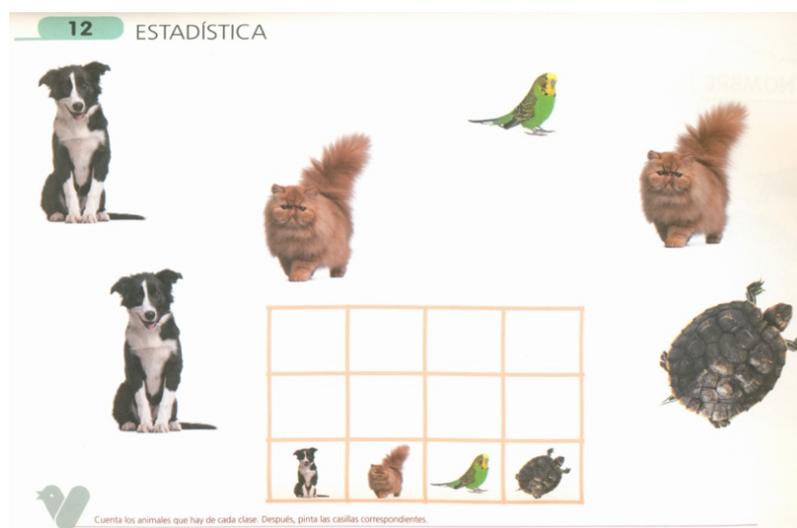
Figura 5. Tarea matemática vinculada con eje de álgebra, 3 años. Fuente: TCh1 (2013, p. 80)

Otro ejemplo de tarea propuesta para los 3 años es la figura 6, centrada en la representación de datos mediante un gráfico de barras, puesto que se deben contar los animales que hay de cada clase y luego pintar las casillas correspondientes. En ella, el gráfico deber construido por el alumnado, indicando el número de animales (frecuencia absoluta) vinculado a cada valor de la variable “mascota”. Así, a partir de esta tarea generada desde un contexto familiar, en este caso los animales (perro, gato, perico, tortuga), se otorgan oportunidades para desarrollar el conocimiento matemático a través de la resolución de problemas, en especial aquel conocimiento vinculado al análisis de datos, pues se potencia el uso de representaciones, en concreto de representaciones pictóricas con el fin de organizar y registrar datos al construir un gráfico de barras.

Así, mediante esta tarea también se facilita la conexión entre ideas matemáticas, específicamente, entre las ideas de conteo y frecuencia absoluta a

través de una organización visual de los datos que facilitará la extracción de información asociada a cada categoría. De igual manera, permite establecer conexiones entre las ideas de frecuencia absoluta (cantidad de animales) y el valor de la variable.

Lo anterior, cobra aun mayor precisión si consideramos lo señalado en la guía didáctica, donde la comunicación cobra protagonismo, pues se indica que al iniciar el desarrollo de la tarea se debe promover el diálogo a través de preguntas tales como: ¿cuántos perros hay?, ¿y gatos?, ¿y tortugas?, ¿cuántos periquitos veis? Y de este modo propiciar que el alumnado, de manera conjunta, llegue a interpretar los datos representados.



*Figura 6.* Tarea matemática vinculada con eje de estadística, 3 años. Fuente: TEs8 (2014, p. 26)

Ahora bien, en lo que respecta a los procesos matemáticos presentes en libros de texto orientados a niños de 4 años, a partir de la tabla 6 se observa un predominio de la resolución de problemas y representación en todos los ejes temáticos de los libros de texto chilenos. Mientras que, en los libros de texto españoles se evidencia un predominio de la resolución de problemas y la representación en todos los ejes de contenido, a excepción del eje de álgebra donde el proceso de representación tiene una presencia levemente menor. Además, se observa una presencia significativa de los procesos de conexiones en el eje de estadística y números y, razonamiento y prueba en el eje de estadística y probabilidad.

Tabla 6

*Distribución de los procesos matemáticos para niños de 4 años, según eje de contenido*

Chile (n=171)						
	Números (n=64)	Geometría (n=39)	Medida (n=19)	Álgebra (n=44)	Estadística (n=5)	Probabilidad (n=0)
Resolución de problemas	100%	100%	95%	100%	100%	0%
Razonamiento y prueba	36%	31%	89%	77%	80%	0%
Comunicación	48%	51%	79%	52%	80%	0%
Conexiones	84%	13%	53%	80%	100%	0%
Representación	97%	100%	95%	98%	100%	0%
España (n=151)						
	Números (n=57)	Geometría (n=34)	Medida (n=30)	Álgebra (n=24)	Estadística (n=4)	Probabilidad (n=2)
Resolución de problemas	100%	100%	100%	100%	100%	100%
Razonamiento y prueba	67%	44%	57%	71%	100%	100%
Comunicación	30%	35%	70%	29%	25%	50%
Conexiones	98%	76%	80%	88%	100%	50%
Representación	100%	100%	100%	96%	100%	100%

Con el fin de ilustrar el tipo de tarea matemática propuesta para esta edad, se muestra la figura 7. En dicha tarea se observa que los niños deben llevar a cabo una investigación estadística, cuyo propósito es dar respuesta a la pregunta de investigación planteada (¿cómo puedo saber qué helado hacer?).

**¿Cómo resuelvo el problema?**

Escucha la situación.

Invité a 10 amigas y amigos a mi casa y quiero preparar un helado que a la mayoría le guste. ¿Cómo puedo saber qué helado hacer?

Pregunta a 10 amigas y amigos cuál es su helado favorito y pinta una carita por cada respuesta.

Helado favorito de mis amigas y amigos

¿Qué helado tiene más caritas pintadas? Enciéralo.

*Figura 7.* Tarea matemática vinculada con eje de estadística, 4 años. Fuente: TCh4 (2019, p. 111)

Para dar respuesta a esta tarea, en primer lugar, se deberán recoger datos para luego clasificarlos según sus atributos y representarlos en un pictograma y dar respuesta a la pregunta planteada y comunicar los resultados. De este modo, la tarea invita a niños y niñas a resolver un problema que surge en un contexto conocido, la elección del helado favorito. Asimismo, se espera que, a partir de la aplicación de una encuesta, el alumnado complete el pictograma e identifique la respuesta que obtuvo la mayoría de los votos. Esto a su vez, permitirá que reconozcan y usen conexiones entre ideas matemáticas, tales como, la representación de las frecuencias y el uso de imágenes o dibujos alusivos a la variable del gráfico. Por otro lado, se observa el rol del pictograma como un medio de apoyo para la resolución de la tarea a través de la representación. Así, a través de esta tarea se promueve el uso de las representaciones para organizar, registrar y comunicar información, en este caso la preferencia de cada tipo de helado de los niños que participan de la encuesta.

Por otro lado, al analizar las orientaciones de la guía didáctica lo anterior es aún más evidente, pues se enfatiza en la necesidad de que el alumnado comunique el proceso desarrollado en la resolución de problemas concretos, por ejemplo, identificando la pregunta, así como acciones y posibles respuestas.

Otro ejemplo del tipo de tarea que se presenta en los libros de textos orientados a los 4 años es el que muestra la figura 8. A través de dicha tarea se favorece que niños y niñas observen y experimenten la acción de añadir cantidades de hasta seis elementos.

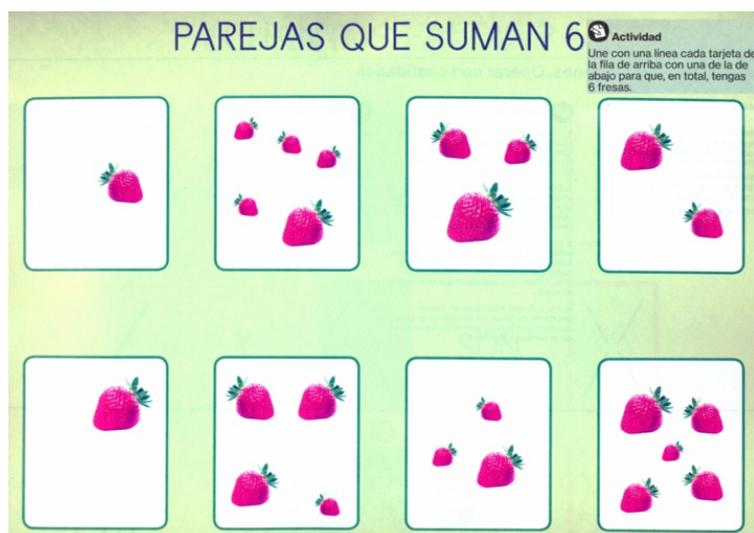


Figura 8. Tarea matemática vinculada con el número, 4 años. Fuente: TEs12 (2017, p. 17)

En cuanto a los procesos matemáticos que se activan en esta tarea, en primer lugar, se encuentra que se suscita la resolución de problemas, dado que se presenta en un contexto cercano, las fresas, por medio de un material pictórico que permitirá aplicar una variedad de estrategias de conteo para resolver el problema. Por otro lado, la tarea favorece el uso de conexiones entre ideas matemáticas al relacionar las cantidades, agrupar los elementos y obtener seis, desarrollando de esta forma la noción de sentido numérico. Asimismo, a través del desarrollo de la tarea el alumnado utiliza la representación pictórica (dibujo de las tarjetas) para organizar y registrar la información y poder reconocer aquellas tarjetas que suman seis.

Ahora bien, al analizar las orientaciones de la guía didáctica, se evidencia la necesidad de activar el proceso de razonamiento y prueba, por medio de preguntas que promuevan la formulación de conjeturas y el desarrollo de argumentos, tales como: ¿qué tarjetas has reunido para conseguir tener cuatro/cinco/seis fresas?, Si quieres obtener seis fresas, ¿puedes juntar una tarjeta de tres fresas, con otra de dos fresas? ¿por qué? Con el fin de que el alumnado relacione el número resultante de fresas de las tarjetas, por ejemplo, con una determinada posición de tal cantidad en la recta numérica.

Finalmente, en relación con los procesos matemáticos que permiten activar las tareas propuestas en los libros de textos para niños de 5 años, la tabla 7 muestra cómo estos distribuyen según eje de contenido.

Tabla 7

*Distribución de los procesos matemáticos para niños de 5 años, según eje de contenido*

Chile (n=173)						
	Números (n=70)	Geometría (n=37)	Medida (n=18)	Álgebra (n=42)	Estadística (n=6)	Probabilidad (n=0)
Resolución de problemas	100%	100%	100%	100%	100%	0%
Razonamiento y prueba	30%	43%	50%	79%	67%	0%
Comunicación	49%	62%	56%	45%	83%	0%
Conexiones	93%	19%	72%	74%	83%	0%
Representación	97%	97%	94%	100%	100%	0%
España (n=174)						
	Números (n=70)	Geometría (n=34)	Medida (n=30)	Álgebra (n=33)	Estadística (n=4)	Probabilidad (n=3)
Resolución de problemas	100%	100%	100%	100%	100%	100%
Razonamiento y prueba	51%	59%	57%	58%	50%	100%
Comunicación	19%	35%	47%	24%	50%	67%
Conexiones	93%	91%	93%	97%	100%	67%
Representación	100%	100%	100%	100%	100%	100%

A partir de la tabla 7, se observa un predominio de la resolución de problemas y representación en todos los ejes temáticos tanto en Chile como en España. A modo de ejemplo se muestran las figuras 9 y 10.

Para dar respuesta a la tarea planteada en la figura 9, niños y niñas deben representar cantidades de forma pictórica agregando o quitando hasta diez elementos.

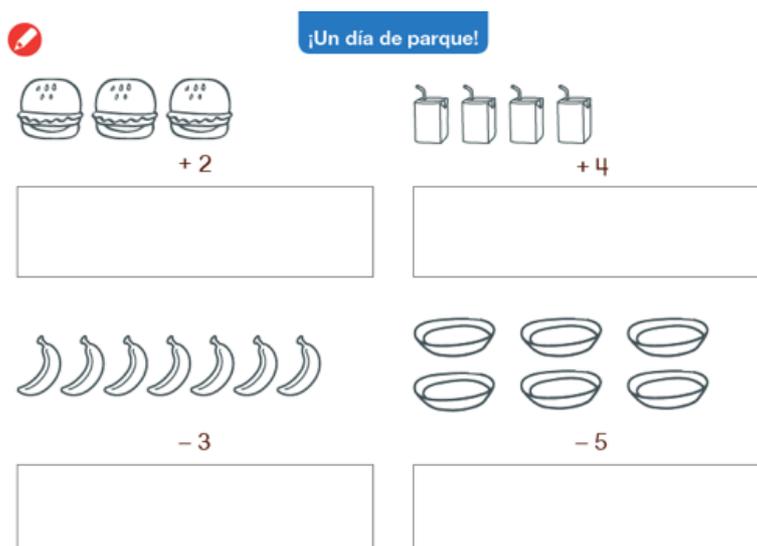


Figura 9. Tarea matemática vinculada con eje de números, 5 años. Fuente: TCh7 (2020, p. 63)

Por tanto, la tarea permite activar la resolución de problemas a través de una situación en un contexto cercano, la comida, que invita a resolver un problema sencillo de manera pictórica agregando o quitando elementos. Para su resolución los niños deben reconocer la conexión que se establece entre el numeral y la cantidad de elementos que este representa. Asimismo, se promueve la representación, pues en cada recuadro se debe representar de manera pictórica la cantidad que se obtiene al agregar o quitar elementos de cada colección de objetos.

Al analizar las orientaciones de la guía didáctica, se evidencia la comunicación, puesto que se solicita al alumnado que compartan sus respuestas, explicando qué y cómo llegaron a ellas. También, se observa el razonamiento y prueba, a través de la formulación de preguntas que requieren de la formulación y desarrollo de argumentos, tales como: ¿qué propiedades tenían los objetos?, ¿para qué sirve que tenga esas características? Explica cómo resolviste la tarea.

Otro ejemplo, es la tarea que se muestra en la figura 10, a través de la cual se busca dar inicio al lenguaje probabilístico a través de la identificación de eventos seguros, probables e imposibles. Como se observa, la tarea se presenta en un contexto conocido para niños y niñas, fichas guardadas en un recipiente, permitiendo construir nuevos conocimientos sobre probabilidad a través de la resolución de problemas. Asimismo, invita a formular conjeturas, respecto de las posibilidades de ocurrencia al extraer dos fichas del recipiente, promoviendo así el razonamiento y prueba; es importante recordar que en esta etapa educativa la forma de probar es vivencial y en muchas ocasiones se apoya en el uso de material manipulativo. Por otra parte, para su resolución el alumnado debe valorar los posibles resultados que se pueden obtener en la extracción de las fichas, por lo que conectan con los conceptos de seguro, probable e imposible. Asimismo, a través

de la tabla deberán utilizar representaciones para registrar y comunicar sus ideas matemáticas en relación con las diferentes fichas de colores extraídas.

¿QUE FICHAS PODEMOS SACAR?

SEGURO    PROBABLE    IMPOSIBLE

**Actividad**  
De dentro de un bote con fichas azules y amarillas, sacamos dos. Marca con una cruz según sea imposible, probable o seguro que sean de los colores que se indican.

	SEGURO	PROBABLE	IMPOSIBLE
(yellow, yellow)			
(blue, blue)			
(blue, green)			
(yellow, blue)			
(red, blue)			
(green, black)			

Figura 10. Tarea matemática vinculada con probabilidad, 5 años. Fuente: TE13 (2017, p. 24)

Por otra parte, en la guía didáctica se indica la importancia del uso de material manipulativo, tales como dados y fichas, en el desarrollo de esta tarea de manera que el alumnado realice distintos experimentos estocásticos. A su vez se señala la importancia de plantear preguntas que susciten el razonamiento y prueba en la identificación de hechos seguros, probables e imposibles, puesto que para dar respuesta requieren establecer conjeturas y desarrollar métodos de prueba. Por ejemplo: pide a niños y niñas lanzar el dado y pregunta, preguntar si es seguro/probable/imposible que salga un 2/0/4/8 un número más pequeño que 5, un número entre 2 y 5, un número entre 1 y 6 un número mayor que 6, etc.

## DISCUSIÓN Y CONSIDERACIONES FINALES

En este estudio hemos analizado la presencia de los procesos matemáticos en las tareas matemáticas presentes en seis colecciones de libros de texto de educación infantil de Chile y España, considerando tanto el libro de texto para el estudiante como la guía didáctica para el docente. A partir de los resultados se observa, en primer lugar, un desequilibrio, en ambos países, entre la cantidad de tareas matemáticas destinadas al desarrollo de aprendizajes en cada eje de contenido, siendo el eje de contenido de números el que predomina. En el otro extremo se encuentran los ejes de estadística y probabilidad, lo que podría hacerles pasar desapercibidos al momento de que el profesorado planifique la enseñanza, y coartar las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes en estos temas.

Respecto a los procesos matemáticos, los resultados muestran que el proceso de resolución de problemas es el que presenta mayor presencia en los libros de textos de ambos países según eje de contenido y edad. Este proceso da relevancia

al aprendizaje matemático y, por tanto, “es una característica notable de la actividad matemática y un medio importante para desarrollar el conocimiento matemático” (NCTM, 2003, p. 120). A este respecto es necesario que el profesorado de esta etapa educativa considere tareas matemáticas que abarquen una variedad de contextos con significado para los niños acordes a su edad. El segundo proceso con mayor presencia es la representación, en este caso, a través de diversos dibujos, diagramas, símbolos y material manipulativo; favoreciendo así la construcción de nuevos conocimientos y a la vez que el alumnado exprese sus ideas matemáticas.

Por otro lado, se observa, al igual que en el estudio de Vásquez et al. (2021), que los procesos matemáticos de conexión, razonamiento y prueba, y comunicación son los con una menor presencia en los libros de textos según eje de contenido y edad. Con relación a las conexiones, estas son mayoritariamente del tipo conceptual y práctica (Novo et al., 2017), permitiendo conectar con distintos ejes de contenido, favoreciendo una comprensión integral y funcional de los temas abordados, ayudando a que los niños se den cuenta de “la belleza de las matemáticas, y de su función como un medio para observar, representar e interpretar más claramente el mundo” (NCTM, 2003, p. 136). En cuanto al razonamiento y prueba, las tareas matemáticas analizadas brindan oportunidades a los estudiantes para formular conjeturas, buscar pruebas que las confirmen o refuten, para que expliquen y justifiquen sus ideas a través de distintas representaciones y el uso de material manipulativo para el desarrollo de experiencias de ensayo y error, de manera tal que “los niños puedan descubrir y demostrar verdades matemáticas utilizando ejemplos concretos” (NCTM, 2003, p. 129). Asimismo, si bien se observa la presencia del proceso de comunicación por medio del planteamiento de preguntas que estimulan a los niños a explicar con sus propias palabras y reflexionar sobre sus ideas matemáticas, esta es descendida; lo que conlleva una limitación para que el alumnado articule, aclare, organice, reflexione y discuta en torno a las ideas matemáticas para así consolidar su pensamiento. Esto pone de manifiesto la necesidad de que el profesorado esté alerta para incorporar la comunicación en su estrategia de aula, a través, por ejemplo, de la reorientación de las tareas matemáticas planteadas y generen instancias para que los niños analicen y evalúen las estrategias el pensamiento matemático de sus compañeros, y a la vez “comprender lo que los alumnos intentan comunicar, y utilizar esta información para progresar en el aprendizaje individual y de la clase como conjunto” (NCTM, 2003, p. 135).

Otro aspecto importante de destacar a partir del estudio realizado es el rol que cumple la guía didáctica para promover los procesos de comunicación, razonamiento y prueba y conexiones, puesto que las orientaciones sugeridas al docente para gestionar la tarea matemática van principalmente en la línea de ofrecer oportunidades de aprendizaje vinculadas a tales procesos matemáticos. Por tanto, la guía didáctica entrega valiosos insumos para enriquecer la gestión de la tarea matemática.

Estos hallazgos, en su conjunto, son una primera aproximación respecto de cómo las tareas matemáticas presentes en los libros de texto de educación infantil de Chile y España abordan los procesos matemáticos. En este sentido, dado que, en muchas ocasiones, los contenidos que los docentes de infantil abordan se encuentran directamente ligados a los propuestos en los libros de texto, es necesario conocer profundamente qué se aborda, cómo se aborda y qué se deriva de las propuestas descritas en los mismos, para poder complementarlas en caso de ser necesario. Así, por un lado, se ofrece información acerca de cuáles son los ejes de contenido que facilitan mayormente la promoción de los procesos matemáticos, según distintas edades. Y, por otro lado, estos resultados pueden ser una hoja de ruta para el profesorado y los formadores de profesores acerca de las características a considerar en la construcción de tareas matemáticas encaminadas a promover un aprendizaje desde los procesos matemáticos como una herramienta poderosa para asegurar un desarrollo competencial en el aprendizaje de la matemática desde temprana edad.

Desde este marco, en futuros estudios se analizará, como se ha señalado anteriormente, la gestión del profesorado a partir de las recomendaciones que ofrecen las guías didácticas, ya que es evidente que las tareas presentadas en los libros de texto pueden enriquecerse a partir de dichas orientaciones, por ejemplo, si el profesor plantea preguntas para provocar el razonamiento de los estudiantes, o si les proporciona materiales, en la representación matemática. De manera más amplia, se analizará también cómo se promueve la competencia matemática en el aula de infantil considerando los planteamientos del EIEM (Alsina, 2022), es decir, a partir del análisis de la implementación y gestión de los distintos recursos vinculados al nivel informal, intermedio y formal.

## AGRADECIMIENTOS

Trabajo realizado en el marco del Proyecto FONDECYT N° 1200356 y Beca de Doctorado en el Extranjero N° 72200447, financiados por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID) de Chile.

## REFERENCIAS

- Alsina, Á. (2014). Procesos matemáticos en educación infantil: 50 ideas clave. *Números* 86, 5-28.
- Alsina, Á. (2019). La educación matemática infantil en España: ¿qué falta por hacer? *Números*. 100, 85-108.
- Alsina, Á. (2022a). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (3-6 años)*. Graó.

- Alsina, Á. (2022b). Transformando el currículo español de educación infantil: la presencia de la competencia matemática y los procesos matemáticos. *Números: revista de didáctica de las matemáticas*, 111, 33-48.
- Alsina, Á., Maurandi, A., Ferre, E. y Coronata, C. (2021). Validating an instrument to evaluate the teaching of mathematics through processes. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19, 559-577. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10064-y>
- Bakker, A., Cai, J. y Zenger, L. (2021). Future themes of mathematics education research: An international survey before and during the pandemic. *Educational Studies in Mathematics*, 107(1). <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10049-w>
- Bardin, L. (1996). *Análisis de contenido* (2ª edición). Akal
- Bransford, J. D., Brown, A.L. y Cocking, R.R. (1999). *How people learn: Brain, main, experience, and school*. National Academy Press.
- Casey, K. y Sturgis, C. (2018). *Levers and logic models: A framework to guide research and design of high-quality competency-based education systems*. iNACOL.
- Cheng, L. P. y Hoon, V. H. H. (2019). Engaging students in big ideas and mathematical processes in the primary mathematics classrooms. En T. L. Toh y J. B. Y. Yeo (Eds.), *Big ideas in mathematics* (pp. 295-315). World Scientific. [https://doi.org/10.1142/9789811205385\\_0017](https://doi.org/10.1142/9789811205385_0017)
- Clements, D. H. y Sarama, J. (2011). Early childhood mathematics intervention. *Science*, 333, 968-970. <https://doi.org/10.1126/science.1204537>
- Cohen, L., Manion, L. y Morrison, L. (2017). *Research methods in education*. (8ª edición). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315456539>
- Cornejo-Morales, C. y Alsina, Á. (2020). La argumentación en los currículos de educación matemática infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la infancia*, 9(1), 12-30. <https://doi.org/10.24197/edmain.1.2020.12-30>
- Coronata, C. (2014). *Presencia de los procesos matemáticos en la enseñanza del número de 4 a 8 años. Transición entre la educación infantil y elemental*. Tesis doctoral. Universidad de Girona.
- Ginsburg, H.P. (2009). Early mathematical education and how to do it. En O. Barbarin and B. Wasik (Eds.), *Handbook of child development and early education: Research to practice* (pp. 403-428). The Guildford Press.
- Greenes, C. E., Dacey, L., Cavanagh, M., Findell, C. R., Sheffield, L. J. y Small, M. (2003). *Navigating through problem solving and reasoning in prekindergarten-kindergarten*. NCTM. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10064-y>
- Kinnear, V., Lai, M. Y. y Muir, T. (2018). *Forging connections in early mathematics teaching and learning*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-981-10-7153-9>
- Klibanoff, R., Levine, C., Huttenlocher, J., Hedges, L. y Vasilyeva, M. (2006). Preschool children's mathematical knowledge: The effect of teacher 'Math

- talk'. *Developmental Psychology*, 42(1), 59-69. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.42.1.59>
- Krippendorff, K. (2013). *Content analysis. An introduction to its methodology* (3ª edición). Sage Publications.
- Langrall, C. W., Mooney, E. S., Nisbet, S. y Jones, G. A. (2008). Elementary students' access to powerful mathematical ideas. En L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 109-135). Routledge.
- Llinares, S. (2008). Agendas de investigación en Educación Matemática en España. Una aproximación desde "ISI-web of knowledge" y ERIH. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L. J. Blanco (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XII* (pp. 25-54). SEIEM.
- Mercer, N. (2001). *Palabras y mentes*. Paidós.
- Ministerio de Educación. (2018). *Bases curriculares 2018: educación parvularia*. Unidad de Curriculum y Evaluación. Santiago de Chile.
- Ministerio de Educación y Formación Profesional. (2022). *Real Decreto 95/2022, de 1 de febrero, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Infantil*. <https://www.boe.es/eli/es/rd/2022/02/01/95>
- National Association for the Education of Young Children and National Council of Teachers of Mathematics. (2013). Matemáticas en la educación infantil: Facilitando un buen inicio. Declaración conjunta de posición. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 2(1), 1-23. <https://doi.org/10.24197/edmain.1.2013.1-23>
- National Council for Curriculum and Assessment. (2014). Mathematics in early childhood and primary education (3-8 years). Definitions, Theories, Development and Progression. Recuperado de [https://www.ncca.ie/media/1494/maths\\_in\\_ecp\\_education\\_theories\\_progression\\_researchreport\\_17.pdf](https://www.ncca.ie/media/1494/maths_in_ecp_education_theories_progression_researchreport_17.pdf).
- National Council of Teachers of Mathematics. (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- Novo, M<sup>a</sup>. L., Alsina, Á., Marbán, J. M<sup>a</sup>. y Berciano, A. (2017). Inteligencia conectiva para la educación matemática infantil. *Comunicar*, 52, 29-39. <https://doi.org/10.3916/C52-2017-03>
- Piñeiro, J. L. (2021). Los procesos matemáticos en las Bases Curriculares de educación infantil. *Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática*, 6(2), 127-143. <https://doi.org/10.34179/revisem.v6i2.16010>
- Shield, M. y Dole, S. (2013). Assessing the potential of mathematics textbooks to promote deep learning. *Educational Studies in Mathematics*, 82(2), 183-199. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9415-9>
- Stylianides, G. J. (2009). Reasoning-and-proving in school mathematics textbooks. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(4), 258-288. <https://doi.org/10.1080/10986060903253954>

- The Australian Association of Mathematics Teachers Inc. & Early Childhood Australia (2012). Declaración de posición sobre las matemáticas en la primera infancia. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 1(2), 1-4. <https://doi.org/10.24197/edmain.2.2012.1-4>
- Trafton, P. R. y Hartman, C. L. (1997). Developing number sense and computational strategies in problem-centered classrooms. *Teaching Children Mathematics*, 4, 230-233. <https://doi.org/10.5951/TCM.4.4.0230>
- Vásquez, C., Coronata, C. y Rivas, H. (2021). Enseñanza de la estadística y la probabilidad de los 4 a los 8 años de edad: una aproximación desde los procesos matemáticos en libros de texto chilenos. *PNA*, 15(4), 339-365. <https://doi.org/10.30827/pna.v15i4.22512>
- Vásquez, C. y Pincheira, N. (2021). ¿Qué procesos matemáticos se movilizan cuando se enseña probabilidad? Un estudio de caso en el aula de Educación Infantil. *Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática*, 6(2), 62-84. <https://doi.org/10.34179/revisem.v6i2.16007>

Claudia Vásquez  
Pontificia Universidad Católica de Chile  
cavasque@uc.cl

Nataly Pincheira  
Universidad de Girona, España  
nataly.pincheira@udg.edu

Ángel Alsina  
Universidad de Girona, España  
angel.alsina@udg.edu

Recibido: enero de 2023. Aceptado: mayo de 2023  
doi: 10.30827/pna.v18i1.27164



ISSN: 1887-3987

## MATHEMATICAL PROCESSES IN EARLY CHILDHOOD EDUCATION: AN APPROACH FROM TEXTBOOKS IN CHILE AND SPAIN

Claudia Vásquez, Nataly Pincheira y Ángel Alsina

The competence approach to mathematics requires thinking and doing, rather than memorising definitions and procedures. Therefore, it is necessary to start developing mathematical competence from an early age, so that all children have knowledge, skills and attitudes that enable them to use mathematical knowledge comprehensively and effectively in a variety of situations, besides school. In this sense, the teaching of mathematics in early childhood education should be organised on the basis of mathematical processes —also called skills, dimensions or even competences, depending on the geographical context—which highlight the ways in which content is acquired and used. Thus, mathematical contents and processes form an amalgam of knowledge that will progressively favour the acquisition of mathematical competence. From this perspective, this study analyses the presence of mathematical processes in textbooks, as these are still one of the most common resources in teaching practices. This implies that learning opportunities are closely linked to the knowledge promoted by mathematics textbooks. Specifically, the mathematical tasks proposed for the different axes of content in six collections of textbooks for pre-school education in Chile and Spain, as well as the corresponding teacher's guides, are analysed. For this purpose, content analysis was used as a technique to code the different mathematical tasks according to the mathematical process present. The coding process took into consideration both what was indicated in the student's textbook and in the teacher's didactic guide, as the latter provides guidelines to guide the teaching practice associated with the mathematical task, such as possible questions, guidelines to encourage reflection, proposals for complementary manipulative material, among others. The results show a predominance of the processes of problem solving and representation. The results show a predominance of problem-solving and representation processes, with communication and reasoning and proof being the mathematical processes with the least presence. These results provide information about which are the content axes that facilitate the promotion of mathematical processes, according to different ages. And, on the other hand, they outline a roadmap for teachers and teacher trainers about the characteristics to consider in the construction of mathematical tasks aimed at promoting learning from mathematical processes as a powerful tool to ensure competence development in the learning of mathematics from an early age.