Análisis factorial - Práctica 2

José Luis Romero Béjar

2023-11-19

En esta práctica, se identifican las variables que corresponden a cada uno de los 5 aspectos de la personalidad de entre los 25 items de un test de personalidad. Las cinco características que definen la personalidad de un individuo son: A - Amabilidad o simpatía; C - Conciencia o responsabilidad; E - Extraversión; N - Neuroticismo y - Apertura a las experiencias.

Para hacer esto, se considera el conjunto de datos *bfi* de la biblioteca psyh. Este conjunto de datos contiene 2800 observaciones con 28 variables, de las cuales 25 corresponden a los diferentes ítems de un test de personalidad (MBI: Maslach Burnout Inventory).

Para realizar esta práctica se deben descargar los siguientes archivos disponibles en la plataforma PRADO del curso:

- *AF_2_esp.Rmd*

Aspectos tratados:

- Realizar un análisis exploratorio previo de los datos para identificar posibles datos perdidos y valores extremos.
- Tomar decisiones y tratar datos perdidos y valores extremos.
- Verificar los supuestos y realizar un análisis factorial (AF).
- Elección del número óptimo de factores.
- Interpretación de distintas salidas gráficas de interés para este método.
- Lenguaje R: depuración de funciones.

Cargando paquetes y el conjunto de datos

Cargar e instalar paquetes de R

El siguiente módulo de código fuente se encarga de cargar, si ya están instalados, todos los paquetes que se utilizarán en esta sesión de R. Si bien un paquete R se puede cargar en cualquier momento cuando se vaya a utilizar, es recomendable optimizar sus llamadas con este fragmento de código al principio.

Cargar un paquete en una sesión de R **requiere que ya esté instalado**. Si no es así, el primer paso es ejecutar la sentencia:

install.packages("name_of_the_library")

```
########################################
# Loading necessary packages and reason #
########################################

# This is an example of the first installation of a package
# Only runs once if the package is not installed
```

```r
# Once it is installed this sentence has to be commented (not to run again)
# install.packages("summarytools")

# Package required to call 'factanal' function
library(stats)

# Package required to call 'freq' function
library(summarytools)

# Package required to call 'cortest.bartlett' function
library(psych)

# Package required to call 'hetcor' function
library(polycor)

# Package required to call 'ggcorrplot' function
library(ggcorrplot)

# Package required to call 'corrplot' function
library(corrplot)

# Package required to call 'rplot' function
library(corrr)
```

Descripción del conjunto de datos *bfi*

El siguiente fragmento de código muestra cómo cargar el conjunto de datos *bfi* incluido en el paquete *psych*.

Conjunto de datos *bfi*

```r
# bfi is a data.frame in the package psych
# Remember that package 'psych' is required
# For this example, only the 25 first variables (related to personality) are considered
bfi_s <- bfi[,1:25]
```

El data.frame *bfi_s* contiene las variables *A1 a A5, C1 a C5, E1 a E5, N1 a N5 y O1 a O5*, que son las respuestas de cada individuo a los 25 ítems del cuestionario MBI.

Estadística descriptiva básica

En esta sección, se realiza un análisis de datos exploratorio preliminar del conjunto de datos. Para ello, si la variable es **cuantitativa**, se muestran los **estadísticos descriptivos numéricos** básicos y una representación de su **histograma, densidad y boxplot**. Por otro lado, para las variables **categóricas** se proporciona su **tabla de frecuencias** y un **diagrama de sectores y barras**.

En esta ocasión se trata de una asignación voluntaria para el lector, quien puede replicar el código fuente de *Práctica de ACP_1.1* o *Práctioca de ACP_1.2* que realizan esta tarea.

Explorando el conjunto de datos

```r
# This line loads the variable names from this data.frame
# So that we can access by their name with no refer to the data.frame identifier
attach(bfi_s)
```

```r
# Retrieving the name of all variables
colnames(bfi_s)
```

```
##  [1] "A1" "A2" "A3" "A4" "A5" "C1" "C2" "C3" "C4" "C5" "E1" "E2" "E3" "E4" "E5"
## [16] "N1" "N2" "N3" "N4" "N5" "O1" "O2" "O3" "O4" "O5"
```

```r
# Displaying a few records
head(bfi_s, n=5)
```

```
##       A1 A2 A3 A4 A5 C1 C2 C3 C4 C5 E1 E2 E3 E4 E5 N1 N2 N3 N4 N5 O1 O2 O3 O4
## 61617  2  4  3  4  4  2  3  3  4  4  3  3  3  4  4  3  4  2  2  3  3  6  3  4
## 61618  2  4  5  2  5  5  4  4  3  4  1  1  6  4  3  3  3  3  5  5  4  2  4  3
## 61620  5  4  5  4  4  4  5  4  2  5  2  4  4  4  5  4  5  4  2  3  4  2  5  5
## 61621  4  4  6  5  5  4  4  3  5  5  5  3  4  4  4  2  5  2  4  1  3  3  4  3
## 61622  2  3  3  4  5  4  4  5  3  2  2  2  5  4  5  2  3  4  4  3  3  3  4  3
##       O5
## 61617  3
## 61618  3
## 61620  2
## 61621  5
## 61622  3
```

```r
# Displaying frequencies table for all the variables A1 to A5
freq(A1)
```

```
## Frequencies
## A1
## Type: Integer
##
##               Freq   % Valid   % Valid Cum.   % Total   % Total Cum.
## ----------- ------ --------- -------------- --------- --------------
##           1    922     33.12          33.12     32.93          32.93
##           2    818     29.38          62.50     29.21          62.14
##           3    402     14.44          76.94     14.36          76.50
##           4    337     12.10          89.04     12.04          88.54
##           5    223      8.01          97.05      7.96          96.50
##           6     82      2.95         100.00      2.93          99.43
##        <NA>     16                                0.57         100.00
##       Total   2800    100.00         100.00    100.00         100.00
```

```r
freq(A2)
```

```
## Frequencies
## A2
## Type: Integer
##
##               Freq   % Valid   % Valid Cum.   % Total   % Total Cum.
## ----------- ------ --------- -------------- --------- --------------
##           1     47      1.69           1.69      1.68           1.68
##           2    126      4.54           6.24      4.50           6.18
##           3    151      5.45          11.68      5.39          11.57
##           4    553     19.94          31.63     19.75          31.32
##           5   1023     36.89          68.52     36.54          67.86
##           6    873     31.48         100.00     31.18          99.04
##        <NA>     27                                0.96         100.00
##       Total   2800    100.00         100.00    100.00         100.00
```

```
freq(A3)
```

```
## Frequencies
## A3
## Type: Integer
##
##               Freq   % Valid   % Valid Cum.   % Total   % Total Cum.
## ----------- ------ --------- -------------- --------- --------------
##           1     90      3.24           3.24      3.21           3.21
##           2    172      6.20           9.44      6.14           9.36
##           3    207      7.46          16.91      7.39          16.75
##           4    564     20.33          37.24     20.14          36.89
##           5    986     35.54          72.78     35.21          72.11
##           6    755     27.22         100.00     26.96          99.07
##        <NA>     26                               0.93         100.00
##       Total   2800    100.00         100.00    100.00         100.00
```

```
freq(A4)
```

```
## Frequencies
## A4
## Type: Integer
##
##               Freq   % Valid   % Valid Cum.   % Total   % Total Cum.
## ----------- ------ --------- -------------- --------- --------------
##           1    129      4.64           4.64      4.61           4.61
##           2    215      7.73          12.37      7.68          12.29
##           3    185      6.65          19.02      6.61          18.89
##           4    451     16.22          35.24     16.11          35.00
##           5    654     23.52          58.76     23.36          58.36
##           6   1147     41.24         100.00     40.96          99.32
##        <NA>     19                               0.68         100.00
##       Total   2800    100.00         100.00    100.00         100.00
```

```
freq(A5)
```

```
## Frequencies
## A5
## Type: Integer
##
##               Freq   % Valid   % Valid Cum.   % Total   % Total Cum.
## ----------- ------ --------- -------------- --------- --------------
##           1     59      2.12           2.12      2.11           2.11
##           2    186      6.68           8.80      6.64           8.75
##           3    254      9.12          17.92      9.07          17.82
##           4    617     22.16          40.09     22.04          39.86
##           5    973     34.95          75.04     34.75          74.61
##           6    695     24.96         100.00     24.82          99.43
##        <NA>     16                               0.57         100.00
##       Total   2800    100.00         100.00    100.00         100.00
```

Análisis descriptivo (numérico y gráfico)

Variables A1 a A5

Se deja al lector.

Variables C1 a C5

Se deja al lector.

Variables E1 a E5

Se deja al lector.

Variables N1 a N5

Se deja al lector.

Variables O1 a O5

Se deja al lector.

Datos perdidos (NA)

Identificación y tratamiento

La decisión para los datos no disponibles es reemplazarlos por la mediana de su variable. Esta decisión se ha tomado asumiendo que el comportamiento de la *NA* es totalmente aleatorio (esto habría que analizarlo en profundidad para confirmar esta decisión tomada). Quizás no sea la mejor opción, depende del problema que se esté analizando y de los datos registrados, pero es una forma de introducir al lector a **cómo definir funciones en lenguaje R**.

El siguiente código fuente define la función *not_available* cuya utilidad es tratar con datos no disponibles o perdidos.

```
# Construction of the function that handles missing values.
not_available<-function(data,na.rm=F){
  data[is.na(data)]<-median(data,na.rm=T)
  data
}
bfi_s<-as.data.frame(apply(bfi_s,2,not_available))

# Viewing the data again
head(bfi_s,n=3)
```

```
##       A1 A2 A3 A4 A5 C1 C2 C3 C4 C5 E1 E2 E3 E4 E5 N1 N2 N3 N4 N5 O1 O2 O3 O4
## 61617  2  4  3  4  4  2  3  3  4  4  3  3  3  4  4  3  4  2  2  3  3  6  3  4
## 61618  2  4  5  2  5  5  4  4  3  4  1  1  6  4  3  3  3  3  5  5  4  2  4  3
## 61620  5  4  5  4  4  4  5  4  2  5  2  4  4  4  5  4  5  4  2  3  4  2  5  5
##       O5
## 61617  3
## 61618  3
## 61620  2
```

Análisis factorial

Supuestos previos

Variables correladas

De acuerdo con los resultados numéricos siguientes, se observa que los datos **están correlacionados** tanto **a nivel de muestra** (ver matriz de correlación) como **a nivel de población** (la prueba de esfericidad de Bartlett es significativa).

```
################################
# Correlation at sample level #
################################

# Are the variables correlated at sample level?
correlation_matrix<-cor(bfi_s)
# Since this matrix is a 25x25 matrix it is only displayed de first 6x6 places
correlation_matrix[1:6,1:6]
```

```
##            A1          A2          A3         A4         A5         C1
## A1  1.0000000 -0.33739524 -0.26307391 -0.1460951 -0.1799651 0.02745450
## A2 -0.3373952  1.00000000  0.48289584  0.3342597  0.3875393 0.09141116
## A3 -0.2630739  0.48289584  1.00000000  0.3601527  0.5024392 0.09736768
## A4 -0.1460951  0.33425971  0.36015273  1.0000000  0.3074039 0.08761990
## A5 -0.1799651  0.38753934  0.50243919  0.3074039  1.0000000 0.11900536
## C1  0.0274545  0.09141116  0.09736768  0.0876199  0.1190054 1.00000000
```

```
det(correlation_matrix)
```

```
## [1] 0.0008029071
```

```
###################################
# Correlation at population level #
###################################

# Bartlett's sphericity test:
# This test checks whether the correlations are significantly different from 0
# The null hypothesis is H_0; det(R)=1 means the variables are uncorrelated
# R denotes the correlation matrix
# cortest.bartlett function in the package pysch performs this test
# This function works with standardized data.

# Standardization
bfi_scale<-scale(bfi_s)

# Bartlett's sphericity test
cortest.bartlett(cor(bfi_scale))
```

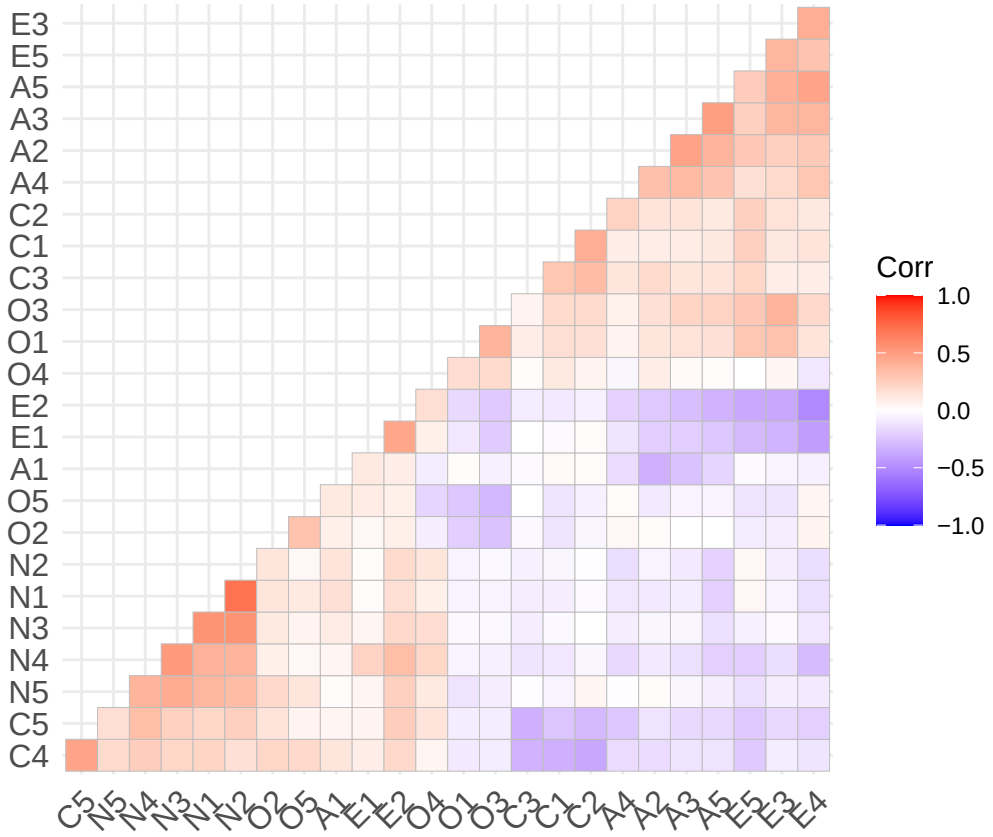
```
## $chisq
## [1] 640.2666
##
## $p.value
## [1] 8.937414e-27
##
## $df
## [1] 300
```

A continuación se ilustran diferentes resultados gráficos que proporcionan una idea intuitiva de la correlación entre las variables. Un *ojo entrenado* podría anticipar la cantidad adecuada de factores con esta información visual.

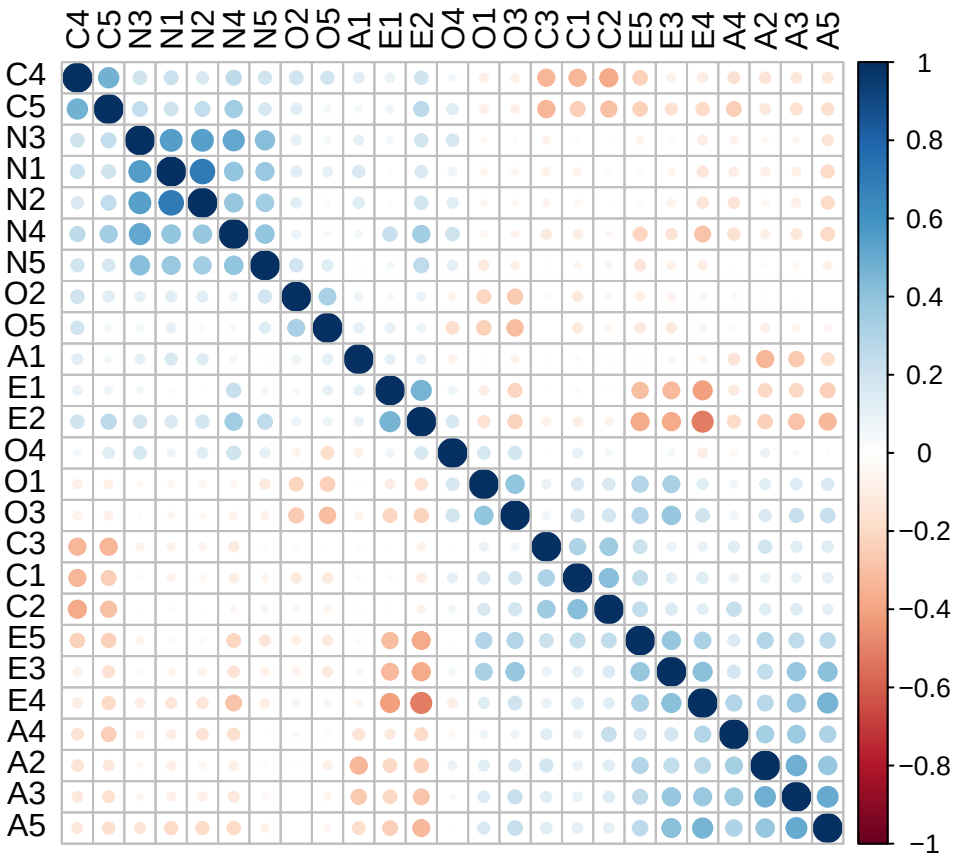
```
# Polychoric correlation matrix
# Remember that package 'polycor' is required for 'hetcor' function
poly_cor<-hetcor(bfi_s)$correlations

# Remember that package 'ggcoorplot' is required for 'ggcorrplot' function
```

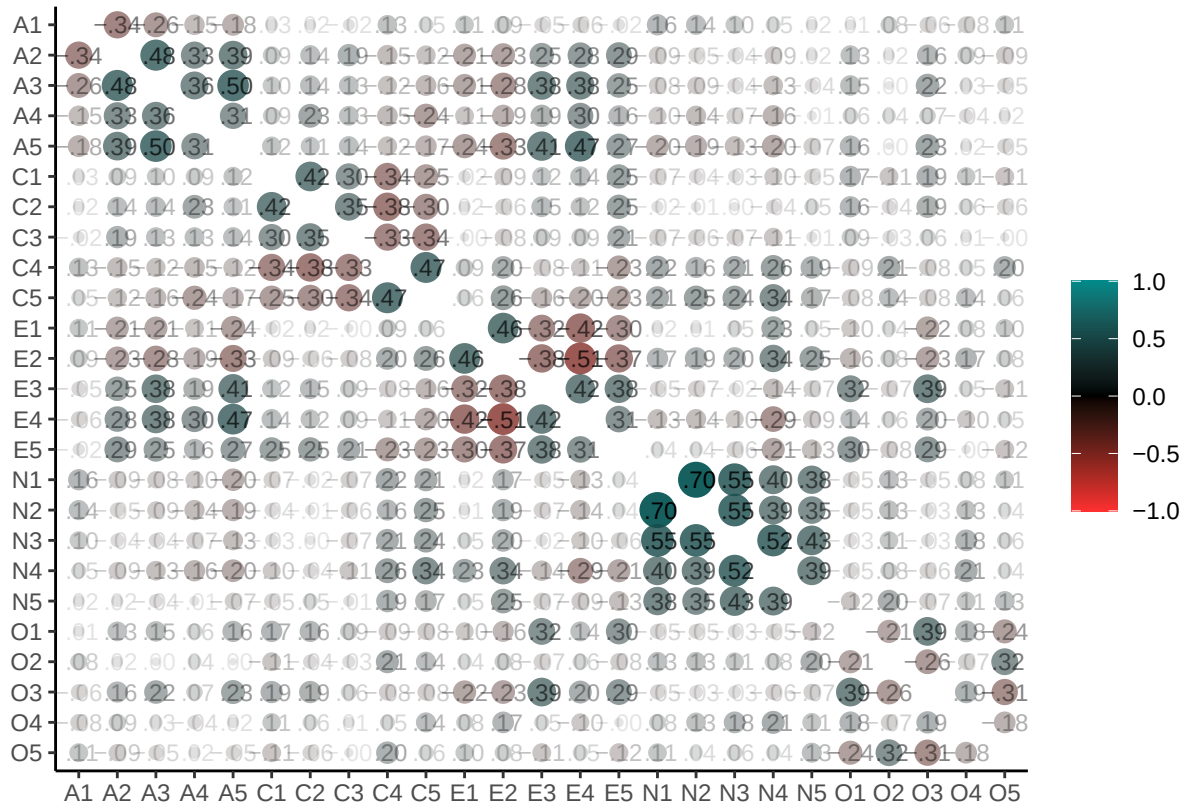
```
ggcorrplot(poly_cor, type="lower",hc.order=T)
```




```
# Another interesting visual representation is the following
# Remember that package 'corrplot' is required for 'corrplot' function
corrplot(cor(bfi_s), order = "hclust", tl.col='black', tl.cex=1)
```




```
# Or this other option is also very visual
# Remember that package 'corrr' is required for 'rplot' function
bfi_s_correlaciones <- correlate(bfi_s)  #C?lculo de un objeto de correlaciones
rplot(bfi_s_correlaciones, legend = TRUE, colours = c("firebrick1", "black","darkcyan"),
      print_cor = TRUE)
```



Análisis factorial

Obtención del modelo

Se debe elegir un método para extraer los factores: factor principal, probabilidad, etc. La función *fa()* implementa hasta 6 métodos diferentes. Este ejemplo compara los resultados de dos métodos.

En primer lugar se realizan dos modelos con tres factores. A continuación, se muestra la matriz factorial de tres factores latentes para los dos modelos para comparar las diferencias entre los pesos factoriales.

```
### Test of two models with three factors
modelo1<-fa(poly_cor,
            nfactors = 3,
            rotate = "none",
            fm="mle") # likelihood method

modelo2<-fa(poly_cor,
            nfactors = 3,
            rotate = "none",
            fm="minres") # minimal residual model

# Outputs of these models: factorial matrices, etc.

print("Modelo 1: mle")
```

```
## [1] "Modelo 1: mle"
```

```
modelo1$loadings
```

```
##
## Loadings:
##    ML1    ML2    ML3
## A1  0.219
## A2 -0.373  0.339
## A3 -0.438  0.379 -0.179
## A4 -0.360  0.207
## A5 -0.526  0.302 -0.225
## C1 -0.279  0.201  0.456
## C2 -0.268  0.272  0.522
## C3 -0.279  0.156  0.416
## C4  0.450        -0.492
## C5  0.493        -0.348
## E1  0.343 -0.304  0.276
## E2  0.561 -0.229  0.219
## E3 -0.439  0.429 -0.179
## E4 -0.528  0.346 -0.280
## E5 -0.407  0.426
## N1  0.589  0.531
## N2  0.580  0.529
## N3  0.541  0.486
## N4  0.584  0.212
## N5  0.417  0.300
## O1 -0.259  0.235
## O2  0.188        -0.175
## O3 -0.309  0.309
## O4  0.116  0.166
## O5  0.171        -0.134
##
##                  ML1   ML2   ML3
## SS loadings    4.255 2.280 1.430
## Proportion Var 0.170 0.091 0.057
## Cumulative Var 0.170 0.261 0.319
```

```
print("Modelo 2: minres")
```

```
## [1] "Modelo 2: minres"
```

```
modelo2$loadings
```

```
##
## Loadings:
##    MR1    MR2    MR3
## A1 -0.218
## A2  0.444  0.272 -0.116
## A3  0.516  0.293 -0.202
## A4  0.389  0.121
## A5  0.572  0.199 -0.239
## C1  0.324  0.122  0.461
## C2  0.328  0.196  0.499
## C3  0.308         0.370
## C4 -0.461  0.110 -0.455
## C5 -0.487  0.138 -0.295
```

```
## E1 -0.399 -0.188  0.274
## E2 -0.597         0.240
## E3  0.525  0.330 -0.151
## E4  0.580  0.201 -0.313
## E5  0.505  0.286
## N1 -0.433  0.598
## N2 -0.423  0.599
## N3 -0.416  0.622
## N4 -0.522  0.392
## N5 -0.341  0.411
## O1  0.317  0.193  0.138
## O2 -0.190        -0.219
## O3  0.384  0.257
## O4         0.239  0.154
## O5 -0.199        -0.185
##
##                  MR1   MR2   MR3
## SS loadings    4.384 2.167 1.426
## Proportion Var 0.175 0.087 0.057
## Cumulative Var 0.175 0.262 0.319
```

Finalmente, se hace una comparación de las comunalidades de estos dos métodos. Parece que las comunalidades del modelo de verosimilitud (primera columna) son mayores que las del modelo de residuos mínimos (segunda columna).

```
# Comparing communalities
sort(modelo1$communality,decreasing = T)->c1
sort(modelo2$communality,decreasing = T)->c2
head(cbind(c1,c2))
```

```
##           c1        c2
## N1 0.6293538 0.5630216
## N2 0.6214922 0.5465918
## N3 0.5291443 0.5444486
## E4 0.4763169 0.4739129
## C4 0.4461309 0.4334983
## C2 0.4186651 0.4314669
```

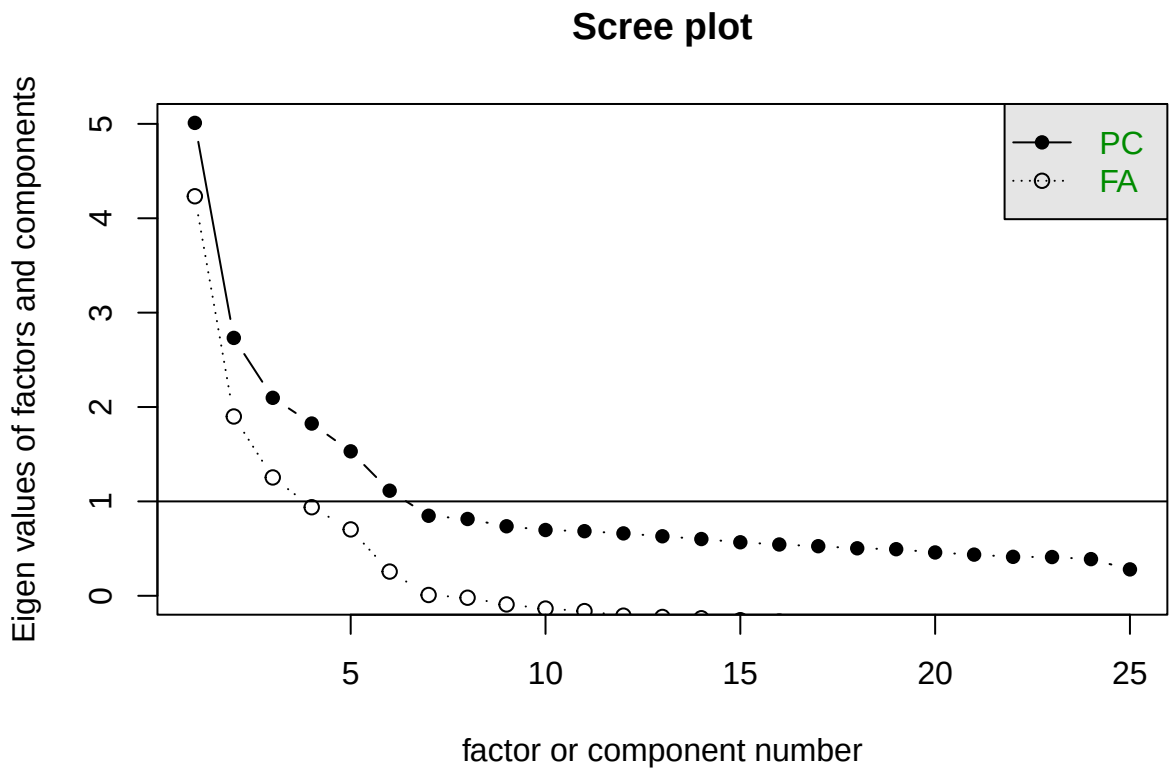
```
# Comparison of uniqueness, that is, the proportion of variance that has not
# been explained by the factor (1-communality)
sort(modelo1$uniquenesses,decreasing = T)->u1
sort(modelo2$uniquenesses,decreasing = T)->u2
head(cbind(u1,u2),n=10)
```

```
##           u1        u2
## O5 0.9501722 0.9430729
## O4 0.9497621 0.9253802
## A1 0.9437979 0.9153293
## O2 0.9314935 0.9083777
## O1 0.8725032 0.8434360
## A4 0.8276622 0.8308149
## O3 0.8090390 0.7789369
## A2 0.7375881 0.7638136
## N5 0.7363367 0.7303181
## C3 0.7249751 0.7158668
```

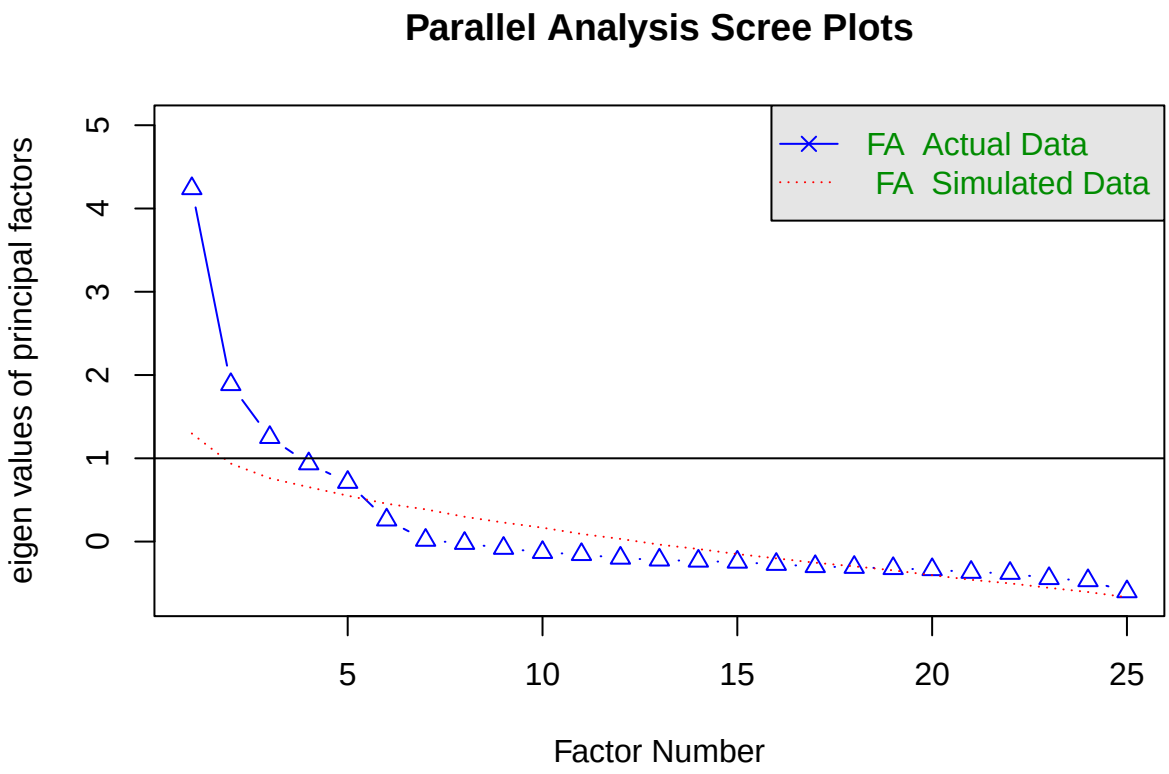
Número adecuado de factores latentes

Existen diferentes criterios, entre los que destacan el **Scree plot** (Cattel 1966) y el **análisis paralelo** (Horn 1965). Según los siguientes resultados gráficos, **5** se considera el **número óptimo de factores** (análisis paralelo), a pesar de que **3** son los apropiados según el primer gráfico scree plot.

```
# Scree plot
scree(poly_cor)
```




```
#Parallel analysis
fa.parallel(poly_cor,n.obs=100,fa="fa",fm="ml")
```




```
## Parallel analysis suggests that the number of factors =  5  and the number of components =  NA
```

Se realiza el modelo factorial con 5 factores implementando una rotación varimax para buscar una interpretación más sencilla.

```
modelo_varimax<-fa(poly_cor,nfactors = 5,rotate = "varimax",
                   fa="mle")

# The rotated factorial matrix is shown
print(modelo_varimax$loadings,cut=0)
```

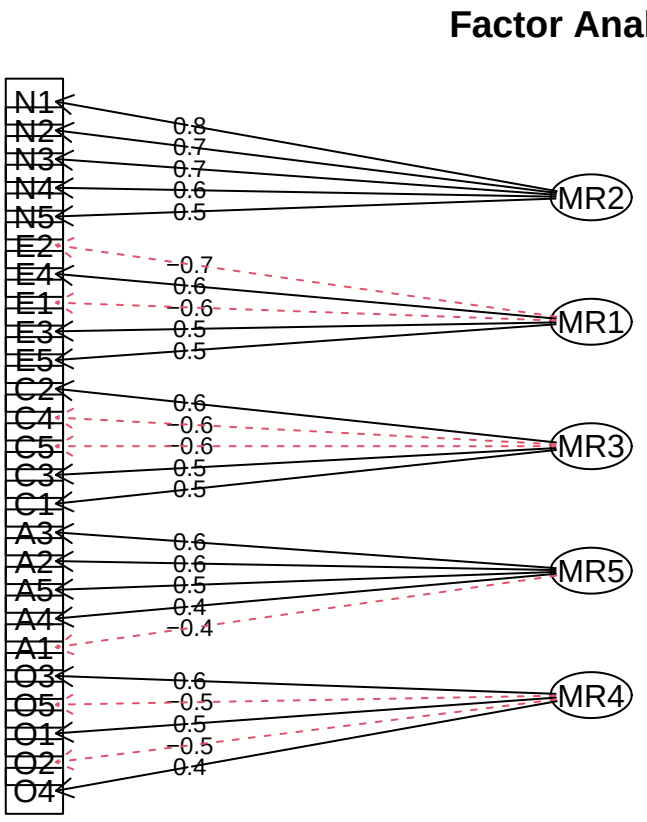
```
##
## Loadings:
##    MR2    MR1    MR3    MR5    MR4
## A1  0.121  0.036  0.024 -0.406 -0.082
## A2  0.029  0.204  0.143  0.613  0.068
## A3  0.006  0.315  0.107  0.637  0.059
## A4 -0.059  0.180  0.230  0.425 -0.105
## A5 -0.111  0.389  0.089  0.536  0.062
## C1  0.005  0.061  0.531  0.024  0.192
## C2  0.088  0.028  0.647  0.110  0.105
## C3 -0.021  0.021  0.547  0.119 -0.004
## C4  0.252 -0.063 -0.605 -0.039 -0.112
## C5  0.295 -0.170 -0.553 -0.056  0.033
## E1  0.042 -0.573  0.040 -0.100 -0.069
## E2  0.246 -0.678 -0.091 -0.104 -0.037
## E3  0.021  0.535  0.079  0.266  0.267
```

```
## E4 -0.099  0.642  0.100  0.300 -0.084
## E5  0.032  0.498  0.316  0.091  0.208
## N1  0.767  0.075 -0.039 -0.216 -0.085
## N2  0.746  0.033 -0.030 -0.193 -0.019
## N3  0.732 -0.057 -0.066 -0.031  0.001
## N4  0.582 -0.333 -0.172 -0.004  0.066
## N5  0.538 -0.154 -0.035  0.102 -0.145
## O1  0.005  0.217  0.119  0.066  0.495
## O2  0.189  0.004 -0.097  0.087 -0.452
## O3  0.025  0.299  0.084  0.132  0.584
## O4  0.229 -0.182 -0.016  0.153  0.372
## O5  0.096 -0.007 -0.057 -0.016 -0.532
##
##                  MR2   MR1   MR3   MR5   MR4
## SS loadings    2.670 2.414 1.962 1.783 1.464
## Proportion Var 0.107 0.097 0.078 0.071 0.059
## Cumulative Var 0.107 0.203 0.282 0.353 0.412
```

Visualmente podríamos hacer el esfuerzo de ver qué variables se correlacionan cada una con uno de los factores, pero es muy tedioso. Entonces usamos la siguiente representación en modo diagrama.

En este diagrama, entre otras cosas, se ve que el primer factor está asociado a los ítems E1, E2, E3, E4 y E5, que son los ítems del cuestionario que intentan identificar la cualidad de la extraversión. El resto de ítems quedan igualmente englobados dentro de la dimensión de la personalidad correspondiente.

```
fa.diagram(modelo_varimax)
```



Otra forma de hacer el análisis anterior.

```r
# Remember that package 'stats' is required for 'factanal' function
# This function only performs the mle method
FA<-factanal(bfi_s,factors=5, rotation="varimax")
FA$loadings
```

```
##
## Loadings:
##    Factor1 Factor2 Factor3 Factor4 Factor5
## A1  0.113                  -0.360
## A2          0.177   0.150   0.582
## A3          0.271   0.108   0.647
## A4          0.152   0.233   0.442  -0.102
## A5 -0.112   0.337           0.587
## C1                  0.518           0.204
## C2                  0.620   0.137   0.130
## C3                  0.544   0.131
## C4  0.229          -0.627
## C5  0.275  -0.185  -0.564
## E1         -0.586          -0.123
## E2  0.230  -0.677          -0.150
## E3          0.479           0.336   0.302
## E4 -0.104   0.599           0.372
## E5          0.483   0.313   0.127   0.229
## N1  0.798                  -0.216
## N2  0.780                  -0.202
## N3  0.714
## N4  0.555  -0.355  -0.185
## N5  0.520  -0.182           0.106  -0.134
## O1          0.177   0.105           0.519
## O2  0.174          -0.113   0.112  -0.434
## O3          0.256           0.165   0.605
## O4  0.214  -0.219           0.142   0.373
## O5                                 -0.508
##
##                Factor1 Factor2 Factor3 Factor4 Factor5
## SS loadings      2.648   2.230   1.955   1.944   1.502
## Proportion Var   0.106   0.089   0.078   0.078   0.060
## Cumulative Var   0.106   0.195   0.273   0.351   0.411
```