UNIVERSIDAD
DE GRANADA

Doctorado en Educación

Departamento de Didáctica de la Matemática

Tesis Doctoral

CONTEXTUALIZACIÓN CULTURALMENTE SIGNIFICATIVA DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN EL CURRÍCULO, EN LA PERCEPCIÓN DOCENTE Y EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES EN COSTA RICA

Gilberto Chavarría Arroyo

Melilla, España, 2022

UNIVERSIDAD DE GRANADA

Doctorado en Educación

Departamento de Didáctica de la Matemática

Contextualización culturalmente significativa de problemas matemáticos en el currículo, en la percepción docente y en la formación de profesores en Costa Rica

Memoria de TESIS DOCTORAL, realizada bajo la dirección de la Doctora Veronica Albanese del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, que presenta **Gilberto Chavarría Arroyo** para optar al grado de Doctor en el Programa de Doctorando de Ciencias de la Educación.

Fdo. Gilberto Chavarría Arroyo

V° B° de la directora,

Veronica Albanese

Editor: Universidad de Granada. Tesis Doctorales
Autor: Gilberto Chavarría Arroyo
ISBN: 978-84-1117-811-2
URI: https://hdl.handle.net/10481/81417

Este trabajo se presenta para optar el grado de Doctor dentro del Programa de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

Se ha realizado dentro del grupo de investigación de Teoría de la Educación Matemática y Educación Estadística del Ministerio de Ciencias e Innovación de España (PID2019-105601GB-I00) y en con el apoyo del proyecto 0408-19 de la Universidad Nacional de Costa Rica.

AGRADECIMIENTOS

De la sana educación de la juventud, depende la felicidad de las naciones.

Don Bosco

Hay dos baluartes que sin lugar a duda han sido mi sostén en este proceso de estudio y en la vida misma: Dios y mi familia. A ellos mi mayor agradecimiento y mi fidelidad. De manera especial a mis padres Flory y Rafael, que desde la humildad y el amor sincero me han acompañado en cada paso y en cada decisión.

El encuentro con el Programa Etnomatemática fue en cierta forma sorpresivo, no planeado. Por ello es preciso agradecer a quienes desde sus trincheras me involucraron en esta aventura: a mi profesora, directora y amiga Veronica Albanese, quien desde las aulas universitarias enganchó mi atención hacia unas matemáticas más humanas; y a mi amiga y fiel animadora María Elena Gavarrete, quien generosamente compartió mucha de su vasta experiencia mediante tertulias y atinados consejos.

El crecimiento como profesional, académico e investigador fueron de la mano con el aprendizaje personal y vivencial. Es por ello por lo que hago extensivo el agradecimiento a todas aquellas personas que de una u otra manera me han apoyado y colaborado en las diversas etapas de la maestría y del doctorado.

Mi gratitud también se extiende a la Universidad de Granada, donde recibí una formación cálida y de calidad. Y por supuesto a mi alma mater, la Universidad Nacional, en Costa Rica, desde donde obtuve las bases necesarias para emprender este postgrado.

Nota aclaratoria

En el presente documento se ha empleado el plural masculino con la única finalidad de aligerar la lectura, entendiéndose que se aplica tanto para mujeres como para hombres.

RESUMEN

Desde finales del siglo XX se ha promovido desde el Programa Etnomatemática la vinculación de la educación formal con las matemáticas que emergen de las prácticas cotidianas del entorno (Bishop, 1991; D'Ambrosio, 2013; Gerdes, 1998). Como consecuencia, diversos investigadores han impulsado espacios de formación dirigidos a docentes, donde se propone el uso de situaciones del contexto para la enseñanza de las matemáticas (Albanese et al., 2014; Gavarrete & Oliveras, 2012; Oliveras, 1996). En el caso de Costa Rica, donde se ubica esta investigación doctoral, una reforma educativa del 2012 ha impulsado la resolución de problemas contextualizados en la enseñanza de las matemáticas. En este panorama, se realizan tres estudios que componen la investigación doctoral. El primero presenta un análisis de los contextos (Ramos & Font, 2006) y contextualización (Albanese et al., 2017; MEP, 2012) de los problemas propuestos en el currículo oficial de Costa Rica, en particular en las indicaciones puntuales del Programa de Estudios de Matemáticas (MEP, 2012), mediante un análisis cualitativo de contenido (Bardin, 2012). Los resultados permiten concluir que la mayoría de los problemas aportados por el MEP se distancian de la manera en que se abordarían en la realidad. El segundo estudio describe la percepción de docentes de matemáticas respecto a la selección, creación y aplicación de problemas matemáticos contextualizados, para lo cual se diseña y valida un cuestionario y se realiza un estudio exploratorio, descriptivo y correlacional mediante un análisis cuantitativo (Hernández, Fernández y Baptista, 2014). Los resultados indican que, si bien los docentes presentan opiniones favorables sobre el uso de problemas con contextos reales, la mayoría de ellos elige o elabora problemas que no contemplan estos contextos. El tercer estudio aborda la implementación de un curso dirigido a docentes en servicio de secundaria para la elaboración de problemas matemáticos con contextualización culturalmente significativa a partir del estudio de signos culturales (Oliveras, 2005). El análisis de los problemas producto del curso se realiza desde un enfoque cualitativo, integrando indicadores de autenticidad de problemas matemáticos (Palm, 2008) a la definición de contextualización culturalmente significativa. Los resultados permiten observar la presencia de problemas con contextualización culturalmente significativa, en los cuales destaca la autenticidad de preguntas y propósitos, si bien se apunta a la necesidad de poner más atención en futuro a la autenticidad de los datos, aspecto en el que los docentes han encontrado alguna dificultad.

La investigación aporta la conceptualización de problema matemático con contextualización culturalmente significativa, brindando una metodología objetiva para el análisis de problemas desde una visión sociocultural de las matemáticas, basada en fundamentos teóricos sólidos. Además, presenta un diseño de formación continua que propicia el proceso reflexivo del profesor de matemática.

Palabras clave: problemas matemáticos, percepción docente, contextualización, signos culturales.

ABSTRACT

Since the end of the 20th century, the Ethnomathematics Program has promoted the linking of formal education with mathematics that emerges from the daily practices of the environment (Bishop, 1991; D'Ambrosio, 2013; Gerdes, 1998). Consequently, various researchers have promoted training spaces aimed at teachers, where the use of contextual situations for teaching mathematics is proposed (Albanese et al., 2014; Gavarrete & Oliveras, 2012; Oliveras, 1996). In the case of Costa Rica, where this doctoral research is located, an educational reform of 2012 has promoted the resolution of contextualized problems in the teaching of mathematics. In this panorama, three studies that make up the doctoral research are carried out. The first presents an analysis of the contexts (Ramos & Font, 2006) and contextualization (Albanese et al., 2017; MEP, 2012) of the problems proposed in the official curriculum of Costa Rica, in particular in the specific indications of the Program of Mathematics Studies (MEP, 2012), through a qualitative content analysis (Bardin, 2012). The results allow us to conclude that most of the problems provided by the MEP are far from the way they would be addressed in reality. The second study describes the perception of mathematics teachers regarding the selection, creation and application of contextualized mathematical problems, for which a questionnaire is designed and validated and an exploratory, descriptive and correlational study is carried out through a quantitative analysis (Hernández, Fernández and Baptista, 2014). The results indicate that, although teachers have favorable opinions about the use of problems with real contexts, most of them choose or prepare problems that do not contemplate these contexts. The third study addresses the implementation of a course aimed at secondary school teachers for the elaboration of mathematical problems with culturally significant contextualization based on the study of cultural signs (Oliveras, 2005). The analysis of the problems resulting from the course is carried out from a qualitative approach, integrating indicators of authenticity of mathematical problems (Palm, 2008) to the definition of culturally significant contextualization. The results allow us to observe the presence of problems with culturally significant contextualization, in which the authenticity of questions and purposes stands out, although it points to the need to pay more attention in the future to the authenticity of the data, an aspect in which teachers have encountered some difficulty.

The research provides the conceptualization of a mathematical problem with culturally significant contextualization, providing an objective methodology for the analysis of problems from a sociocultural view of mathematics, based on solid theoretical foundations. In addition, it presents a continuous training design that promotes the reflective process of the mathematics teacher.

Keywords: Mathematical problems, teacher perception, contextualization, cultural signs.

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS Y GRÁFICOS

ÍNDICE DE TABLAS

CAPÍTULO 1. PRESENTACIÓN Y ESTRUCTURA DE LA INVESTIGACIÓN

1.1. Introducción

Este capítulo contempla la presentación de la investigación. Se parte de la descripción de la problemática que motivó este estudio, seguido del objetivo general y de los objetivos específicos.

Además, se presentan algunos antecedentes relacionados con cursos impartidos bajo la visión sociocultural de las matemáticas. Posteriormente se detalla de manera general la metodología de los tres estudios que forman la tesis, así como la estructura de la investigación y del documento.

1.2. Motivación

La elección del problema de investigación está motivada tanto por factores contextuales como personales.

Dentro de la motivación contextual es importante rescatar que en los últimos treinta años, la presencia de la resolución de problemas contextualizados se ha incrementado en los currículos de diversos países (Puig, 2008), no como un tópico particular, sino como un eje curricular que articula la enseñanza de las matemáticas.

La historia de las matemáticas muestra como el conocimiento se ha construido y reconstruido mediante las necesidades y demandas del entorno social (Schwantes et al., 2019). Por consiguiente; la resolución de problemas ha acompañado el quehacer cotidiano y académico de la humanidad y desde la década de los ochenta ha tomado fuerza como eje vitalizador en enseñanza de las matemáticas (Blanco, 2015).

Costa Rica, país donde ejerce la docencia el investigador de esta tesis, no ha estado ajeno a los cambios educativos internacionales, y desde el 2012 inició un proceso de reforma de su currículo de matemática en la etapa de la educación obligatoria (primaria y secundaria) que, entre otros aspectos, promueve como eje disciplinar la resolución de problemas contextualizados. Este cambio curricular requiere un estudio de sus fundamentos teóricos y metodológicos, así como de propuestas concretas que permitan apoyar la labor docente. Al respecto, no existen investigaciones relacionadas con la contextualización matemática que propone este currículo, lo cual constituye un vacío que requiere ser atendido.

A partir de la implementación de los Programas de Estudio de Matemáticas del Ministerio de Educación Pública (MEP, 2012), este es el documento en el que fundamentalmente se concretiza el nuevo currículo costarricense que se elabora en la reforma del 2012, el docente ha tenido que escoger, crear y adaptar problemas matemáticos para estimular la acción cognitiva y motivacional de los estudiantes. Esta ha sido una tarea muy demandante para el profesor (Baltodano, 2018) quien no solo debe seleccionar y adecuar los problemas matemáticos, sino que también debe ser guía y motivador de sus alumnos en el proceso de resolución de los problemas contextualizados (Mayela & Ballestero, 2008).

A modo personal, en el momento que se implementó la reforma educativa en Costa Rica, me desempeñaba como docente de secundaria y tanto los medios de comunicación como los funcionarios del Ministerio de Educación Pública, presentaban la contextualización de problemas matemáticos como el camino ideal para promover la motivación de los estudiantes al tiempo que permitía un aprendizaje de las matemáticas para la vida. Sin embargo, en la realidad de aula, en el compartir con los colegas y en las propuestas presentadas en los libros de texto, no parecía que existiera un cambio significativo en la forma de abordar los problemas matemáticos. Esto motivó a que de manera empírica yo mismo creara y publicara una colección de libros de texto de matemáticas para secundaria, lo cual implicó buscar maneras de abordar los contenidos matemáticos mediante situaciones cercanas al entorno de los estudiantes.

Ese acercamiento a la contextualización de problemas matemáticos se cristalizó en un curso de Etnomatemática recibido dentro del máster de Didáctica de la Matemática, donde me acerque a un enfoque teórico que me inquietó e me hizo reflexionar y revisar mi propia práctica docente y mi labor de editor respecto a la creación de problemas.

1.3. Problemática

En Costa Rica, una innovación del currículo oficial ha llevado a la implementación de los Programas de Estudio de Matemáticas por el Ministerio de Educación Pública (MEP, 2012). La reforma ha promovido una metodología de enseñanza basada en la resolución de problemas y la contextualización activa como ejes disciplinares, con el fin de activar habilidades cognitivas de orden superior en los estudiantes y propiciar su motivación. A nivel internacional esta reforma curricular costarricense se ha considerado una perspectiva de la praxis en educación (Planas, 2015). Sin embargo, aún existen vacíos por parte de los docentes sobre cómo contextualizar los problemas matemáticos y para una adecuada implementación de esta reforma curricular es necesario que los docentes seleccionen, diseñen y valoren adecuadamente los problemas matemáticos como un medio para la construcción y movilización de los aprendizajes (Ruiz, 2017).

El recurso de consulta más cercano que tienen los docentes como guía para el planeamiento de sus lecciones, consiste justamente en el documento de los Programas de Estudio de Matemáticas (MEP, 2012) y en particular en las indicaciones puntuales allí contenidas, que describen algunos ejemplos de problemas a utilizar en las aulas. Para el MEP (2012) "sería difícil comprender el propósito curricular sin acudir a estas indicaciones" (p.74).

La relevancia que poseen estas indicaciones puntuales y los ejes curriculares disciplinares, motiva el análisis de los contextos y contextualización de los problemas que allí se proponen.

La creación y selección de problemas matemáticos que respondan a los cambios curriculares ha sido una tarea muy demandante para el profesor costarricense (Baltodano, 2018); por ello, a una década de la puesta en marcha de estos programas, resulta necesario conocer la perspectiva de docentes respecto a la elaboración y selección de problemas matemáticos para desarrollar sus clases a nivel de secundaria (7º a 11º nivel) con la finalidad de identificar sus necesidades y ofrecer estrategias para la creación de problemas acordes con la realidad del estudiante (Gavarrete, 2015), en el marco de la educación culturalmente relevante (Gavarrete et al., 2017; Gutstein et al., 1997; Rosa & Gavarrete, 2016) .

La necesidad de capacitación, evidenciada en el análisis del cuestionario aplicado a docentes en ejercicio, estimula la creación de un curso focalizado en el diseño de problemas matemáticos desde una visión etnomatemática, con la finalidad de que, mediante el uso de signos culturales (Oliveras, 2005), los participantes logren acercar la matemática formal a la realidad sociocultural de su entorno.

1.4. Antecedentes

Este estudio se enmarca en el Programa Etnomatemática, en el cual se plantea la importancia de considerar las matemáticas que emergen del entorno de los estudiantes. Al respecto, en las últimas décadas, diversos investigadores han trabajado en la formación docente, para impulsar una visión sociocultural de las matemáticas que repercuta positivamente en la acción pedagógica.

En aras de considerar las prácticas matemáticas que surgen de los diversos grupos socioculturales y responder al desafío de "descongelarlas" (Gerdes, 1985) para ser llevadas a la educación formal (Bishop, 2005), se han realizado diversas intervenciones para concienciar sobre la enculturación matemática dirigida a docentes en formación y a profesores en ejercicio (Albanese, 2014), y de esta forma tener insumos para llevar a las aulas tareas contextualizadas.

Un primer trabajo en esta línea se llevó a cabo en un curso de formación para futuros maestros de primaria, donde se realizaron microproyectos relacionados con las matemáticas presentes en las labores de artesanos andaluces, en España (Oliveras, 1996). En esta experiencia los participantes pudieran integrar los conocimientos socioculturales en el planeamiento de tareas matemáticas para la educación formal. En este particular, se propone a los docentes investigar acerca de signos culturales, lo cual permite enriquecer un proceso de enculturación de las matemáticas. Esto permite afianzar el conocimiento matemático cultural de los docentes para luego darle un sentido didáctico mediante microproyectos. Estas actividades permiten la interdisciplinariedad y desarrollar contenidos globalizantes desde una perspectiva sociocultural que da significado a las matemáticas locales desde la contextualización, al tiempo que propician un rol dinámico y creativo en el docente. Los trabajos relacionados con signos culturales constituyen la base para la creación del curso de capacitación que se desarrolló en esta investigación doctoral.

En Mozambique, se realizó un curso con el fin de desarrollar entre los futuros profesores una conciencia de las bases sociales y culturales de las matemáticas del entorno, analizando situaciones tales como medidas tradicionales, matemáticas presentes en edificaciones, los conocimientos matemáticos utilizados por el gremio de albañiles, entre otras (Gerdes, 1998). Para ello se aprovecharon los recursos del entorno con la finalidad de generar el estudio de las matemáticas presentes en diversas actividades cotidianas del entorno y así conectar las matemáticas escolares con los conocimientos locales. Este investigador sostiene que estas intervenciones permiten presentar unas matemáticas emancipadoras coherentes con la dimensión ética de la educación matemática y concluye que es indispensable que los formadores de profesores de matemáticas presten atención a la cultura de sus estudiantes para usarla como medio para mejorar las habilidades los futuros docentes para enseñar matemáticas.

Por su parte, en Costa Rica (donde se ubica esta tesis doctoral) se realizó una investigación focalizada en tres grupos indígenas: Ngäbes, Bribrís y Cabécares. Mediante el estudio de la lengua, cosmovisión y prácticas culturales de estos pueblos, se mostraron evidencias de conocimientos matemáticos culturales tales como sistemas de numeración, estructuras aritméticas y patrones geométricos de sus artesanías y casas. Los docentes indígenas participantes proporcionaron ejemplos de aplicación del pensamiento matemático em situaciones cotidianas, al tiempo que realizaron un listado de rasgos culturales con la finalidad de seleccionar un signo cultural con potencial matemático para ser aplicado en sus prácticas docentes. Entre esos signos se destacó la casa cónica, construcción de canastas artesanales, tratamiento de semillas, formas de cultivo y elaboración de tejidos. Luego de conocer la apertura de los profesores respecto a incorporar una visión sociocultural de las matemáticas en el sistema educativo formal, las investigadoras formularon un modelo para la formación de profesores que trabajan en entornos indígenas, mediante el estudio de las etnomatemáticas presentes en sus prácticas cotidianas. Este modelo fue implementado con profesores cabécares en formación inicial (Gavarrete & Oliveras, 2012)..

De modo similar, en Argentina se llevaron a cabo talleres de artesanías de trenzado en relación con la representación de la labor artesanal que implica el uso de objetos simbólicos similares a los grafos o que involucran patrones numéricos (Albanese et al., 2016). Al respecto, se caracterizó el pensamiento matemático llevado a cabo por los artesanos al realizar los trenzados, con la finalidad de verificar la existencia de un potencial educativo de dichas prácticas. Este estudio ha permitido delinear la definición de las dimensiones política, social y cultural desde la perspectiva de la Etnomatemática, a la vez que ofrece elementos metodológicos para futuros estudios que atiendan líneas similares de investigación. Es importante destacar que en la investigación se incorporó el concepto de etnomodelo, que para ese entonces aún no había sido aplicado en estudios etnomatemáticos. Por otra parte, en Costa Rica se ha trabajado con maestros de primaria mediante talleres de capacitación donde se ha solicitado a los participantes indagar sobre signos culturales y crear unidades didácticas que contemplen una visión sociocultural de las matemáticas (Gavarrete et al., 2020). Para ello solicitaron a los docentes considerar las actividades matemáticas universales de contar, localizar, diseñar, medir, explicar y jugar (Bishop, 1999) para valorar el potencial matemático y educativo de los rasgos culturales estudiados.

1.5. Objetivos

El objetivo general que se ha planteado en esta investigación es el siguiente:

OG. Analizar la contextualización significativa de problemas matemáticos en el currículo costarricense y en la práctica docente, para proponer y evaluar un curso de capacitación dentro de la formación continua de profesores de secundaria.

Para lograr el alcance de este objetivo general se abordan los siguientes objetivos específicos:

- OE 1 Analizar las indicaciones puntuales presentes en el Programa de Estudio de Matemáticas de Costa Rica en III y IV ciclo para valorar la pertinencia de los problemas con respecto a la contextualización.
- OE 2 Describir la percepción y conocimiento de docentes de III y IV ciclo sobre la implementación de problemas matemáticos contextualizados en la educación secundaria formal de Costa Rica
- OE 3 Implementar un curso dirigido a docentes de matemáticas de III y IV ciclo de Costa Rica para la confección de problemas con contextualización significativa mediante el uso de signos culturales.
- OE 4 Evaluar el curso de formación continua dirigido a docentes de educación secundaria de matemáticas en Costa Rica, mediante el análisis de la contextualización de los problemas matemáticos confeccionados por los docentes.

Las actividades elaboradas para la consecución de los objetivos se sintetizan en el cronograma de la figura 1.1.

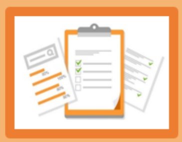
	Actividad	Año 1				Año 2			
		I T	II T	III T	IV T	I T	II T	III T	IV T
	1. Revisión de literatura sobre etnomatemáticas y contextualización. (OE1, OE2, OE3)	✔							
	2. Creación de categorías de análisis para los problemas propuestos en el Programa de Estudios de Matemáticas del MEP (OE1)	✔							
	3. Análisis de los problemas presentes en los Programas de Estudio de Matemáticas para III y IV ciclo (OE1)		✔						
	4. Confección de instrumento para conocer la percepción de los docentes respecto a la implementación de problemas contextualizados (OE2)		✔	✔					
	5. Validación del instrumento (OE2)			✔					
	6. Aplicación del instrumento (OE2)			✔					
	7. Análisis de los datos recogidos en el instrumento aplicado (OE2)			✔	✔				
	8. Elaboración del curso “diseño de problemas desde una visión etnomatemática” (OE3)				✔				
	9. Implementación del curso “diseño de problemas desde una visión etnomatemática” (OE3)				✔				
	10. Análisis de los problemas obtenidos en el curso “diseño de problemas desde una visión etnomatemática” (OE4)					✔	✔		
	11. Análisis del curso “diseño de problemas desde una visión etnomatemática” (OE4)						✔	✔	
	12. Redacción de la tesis doctoral	✔	✔	✔	✔	✔	✔	✔	✔
	13. Participación a congresos y foros para la difusión de resultados				✔	✔	✔		
	14. Defensa del doctorado								✔
	15. Redacción de resultados para su publicación			✔	✔	✔	✔	✔	✔

Figura 1.1. Cronograma de actividades en el marco de la investigación. Fuente: elaboración propia.

Esta investigación está inscrita dentro del Programa Etnomatemática, por lo cual la primera actividad que se describe en la Figura 1.1 corresponde a la revisión de literatura enfocada principalmente en una visión sociocultural de las matemáticas, sobre tópicos relacionados con contextos, contextualización, y signos culturales. Además, se realiza una indagación sobre aspectos tales como el ciclo reflexivo y problemas auténticos, que permitieron el análisis de los problemas del currículo y de los problemas elaborados en el curso de capacitación. Este estudio bibliográfico da paso a la segunda actividad, que corresponde a crear categorías para realizar el análisis de los datos de los cuatro estudios que conforman esta tesis doctoral.

La tercera actividad está vinculada al primer estudio, que corresponde al análisis de los problemas propuestos en los Programas de Estudio de Matemáticas del MEP (2012), en el cual se clasifican los contextos y la contextualización presentes en las indicaciones puntuales del currículo costarricense.

Las actividades de 4 a 7 destacadas con color naranja en la Figura 1.1 están asociadas a la creación, validación, implementación y análisis de los datos de un cuestionario aplicado a docentes de secundaria. Este instrumento sondea sobre los tipos de problemas, contextos y contextualización que utilizan los docentes, las fuentes para elaborar los problemas y las dificultades que presentan para llevar a la práctica el eje disciplinar de resolución de problemas contextualizados.

Las actividades 8 a 11 describen la planificación, implementación y evaluación del curso de capacitación ofrecido a docentes de secundaria sobre la elaboración de problemas con contextualización significativa. Este curso permitió depurar la forma de abordar el análisis de los problemas que realizaron los participantes y facilitó la descripción del ciclo reflexivo promovido por las actividades planteadas.

Las últimas cuatro actividades responden a la divulgación parcial de esta investigación y a la elaboración del presente documento.

1.6 Desarrollo de la investigación

La investigación se ha llevado a cabo en dos partes que permitieron alcanzar los objetivos específicos planteados y en consecuencia el objetivo general. La **primera parte** corresponde a los **estudios 1 y 2**, previos al curso de capacitación y la **segunda parte** incluye el diseño e implementación del curso, así como el análisis de este, mediante los **estudios 3 y 4** (Ver Figura 1.2).

El **primer estudio** corresponde al análisis de los problemas que propone el Ministerio de Educación Pública en los Programas de Estudio de Matemáticas (MEP, 2012), con la finalidad de analizar y clasificar los tipos de contextos y la contextualización de los problemas que se presentan como guía para el docente. Este es el punto de partida para comprender la manera en que se abordan desde el currículo costarricense los problemas matemáticos contextualizados. Esto permite abarcar el objetivo específico OE-1.

El análisis demuestra poca presencia de problemas con contextualización activa y más de la mitad de los ejemplos corresponden a contextos meramente matemáticos, resultados que se contraponen con la propuesta teórica curricular. Además, este estudio permite un primer acercamiento respecto al uso de categorías e indicadores tanto para analizar como para elaborar problemas matemáticos contextualizados.

Como en toda reforma curricular, es indispensable conocer las opiniones de los profesores que son quienes deben implementar los cambios metodológicos en sus aulas (Flores, 1998). Por tal razón, en el **segundo estudio** se investiga la percepción de docentes de secundaria respecto a la elaboración, selección e implementación de problemas matemáticos contextualizados, obtenida del análisis de un cuestionario aplicado a profesores en ejercicio de Costa Rica.

En este estudio cuantitativo, exploratorio y descriptivo se rescatan, entre otros aspectos, opiniones desfavorables respecto al uso de contextos meramente matemáticos en la elaboración de problemas, pero en los ejemplos que propusieron impera ese tipo de contextos. Además, la mayoría de los participantes consideran necesario recibir capacitaciones para la elaboración de problemas contextualizados. Esto permitió abordar el objetivo específico OE-2.

Para el **tercer estudio**, se consideran los resultados y falencias evidenciados en los estudios previos y de este modo se desarrolla un curso sobre diseño de problemas matemáticos desde una visión etnomatemática. Para ello, se solicita a los docentes estudiar un signo cultural y a través de él elaborar un problema matemático con contextualización significativa. De este modo se trabaja el objetivo específico OE-3.

A partir de los problemas elaborados por los docentes en el curso, se realiza un análisis de estos, mediante categorías e indicadores a partir de los empleados en el primer estudio, integrándolos con los componentes de autenticidad (Palm, 2008) y la contextualización culturalmente significativa. A la vez, se rescatan opiniones de los participantes respecto a su experiencia en la elaboración de problemas mediante la metodología propuesta en el curso.

En el **cuarto estudio**, se ejemplifica el ciclo reflexivo (Smyth, 1991) llevado a cabo por una de las participantes durante el proceso de elaboración del problema contextualizado. Con estos insumos se logra alcanzar el objetivo específico OE-4.

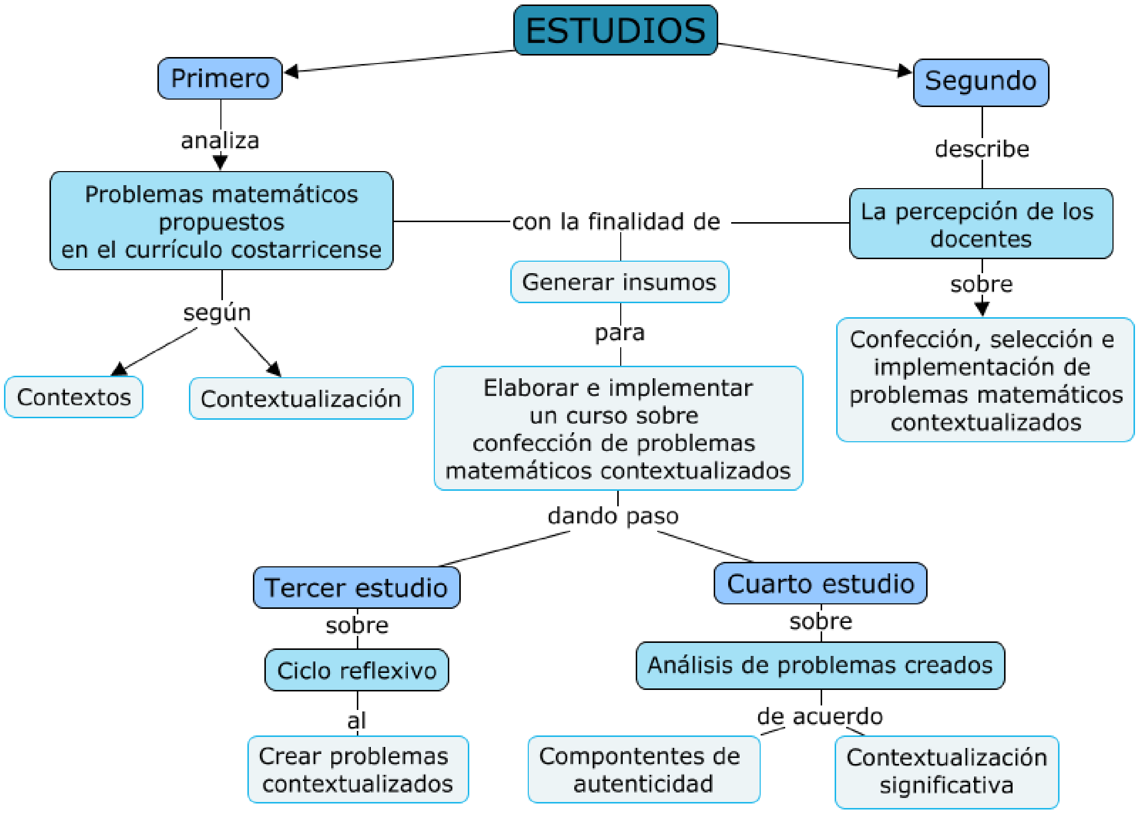


Figura 1.2. Esquema relacional sobre los cuatro estudios que conforman la investigación. Fuente: elaboración propia.

1.7 Estructura del documento

Para una lectura fluida de este documento, se explica su estructura, según los capítulos que lo conforman (Figura 1.3).

El **capítulo 2** corresponde al marco teórico, en donde se explican los conceptos que sustentan cada uno de los 4 estudios. En él se exponen los tópicos referentes a problemas matemáticos, contextos y contextualización. Además, se presenta una reseña del Programa Etnomatemática, en el cual se inscribe esta investigación.

En el **capítulo 3** se detalla la metodología de cada uno de los 4 estudios mencionados en el apartado 1.6. Particularmente se explica el enfoque de investigación, métodos, instrumentos, participantes y análisis de datos de cada uno de esos estudios. Además, se describe el curso implementado sobre elaboración de problemas bajo la visión sociocultural de las matemáticas, que corresponde al OE -3.

Los resultados del primer estudio que responde al OE-1 se presentan en el **capítulo 4,** titulado “Contextualización matemática en el currículo costarricense”.

En el **capítulo 5** se presentan los resultados del segundo estudio, relacionado con el OE-2, el cual se titula “Percepción docente sobre la contextualización matemática”, donde se describe el análisis del cuestionario.

Los capítulos 5 y 6 responden al OE-4. En el **capítulo 6** plasma el proceso de una docente al realizar las asignaciones solicitadas en el curso de capacitación, el cual se explica mediante el Ciclo reflexivo de Smyth. Este lleva por título “Proceso reflexivo en la construcción de un problema contextualizado”

En el **capítulo 7** se presentan los resultados del análisis de problemas matemáticos iniciales y finales elaborados por los docentes participantes del curso. Se describe los componentes de autenticidad de los problemas, los contextos y la contextualización respectivos, a la vez que se sintetiza la experiencia de los profesores al utilizar signos culturales en la acción pedagógica. Para esto se proporciona el estudio titulado “Contextualización de problemas matemáticos desde la formación docente”

Finalmente, a partir de los hallazgos obtenidos, se exponen conclusiones, recomendaciones y futuras líneas de investigación en el **capítulo 8**.

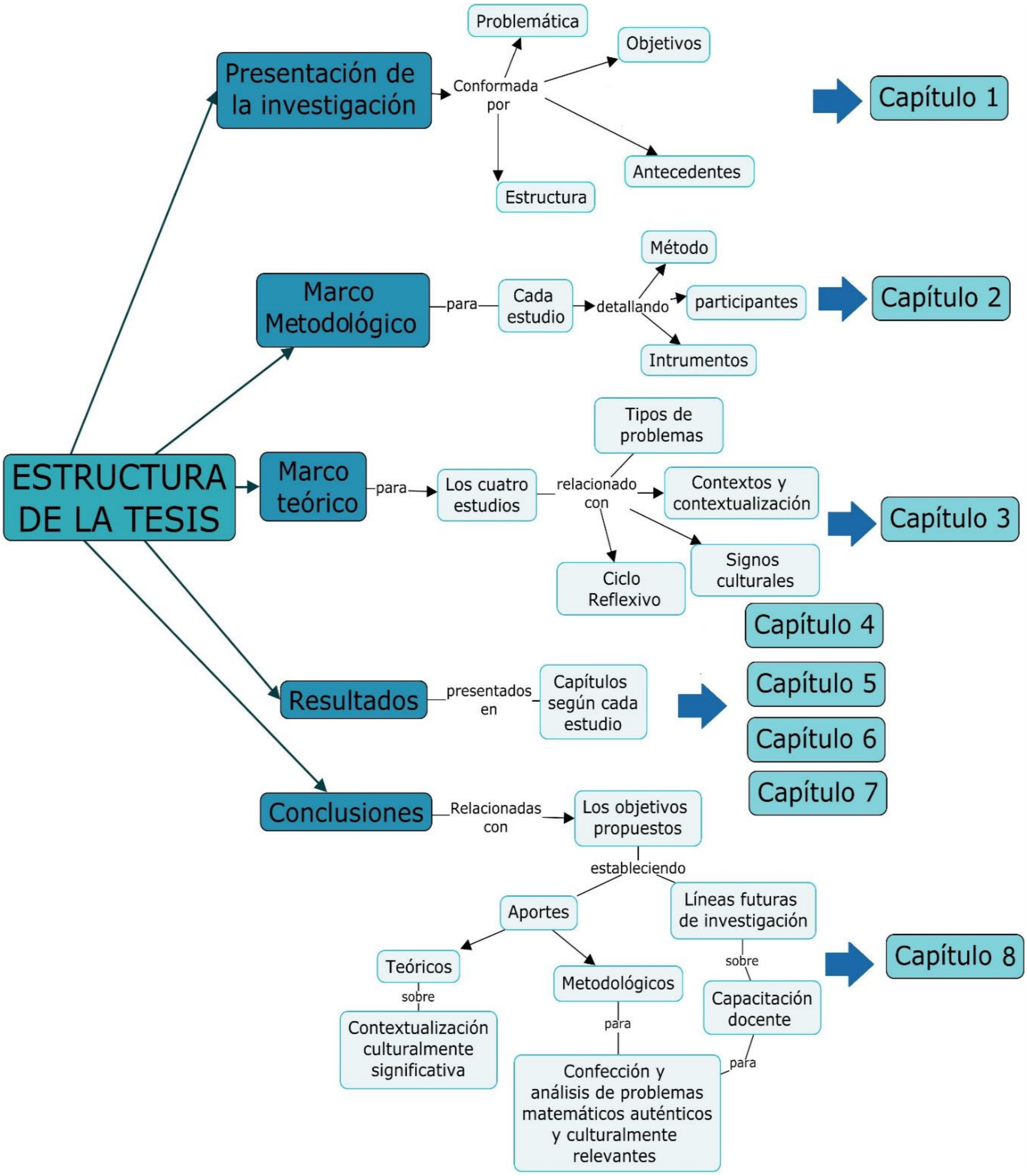


Figura 1.3. Organigrama de la tesis. Fuente: elaboración propia.

CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

2.1 Introducción

En este apartado se explicarán algunos pilares del Programa Etnomatemática, en el cual se inscribe esta investigación, así como algunos conceptos que fueron claves a lo largo de la investigación. Para ello se detallará sobre lo que entendemos por problema matemático, contexto y contextualización.

2.2 Programa Etnomatemática

Ante la preocupación e inquietud sobre los temas socioculturales que influyen en el aprendizaje de diversas disciplinas, surge a finales del siglo XX la Etnomatemática, un programa que considera que cada grupo cultural desarrolla ciertos conocimientos matemáticos en función de lo que demandan sus prácticas sociales, es decir, que cada cultura posee unas prácticas matemáticas (D'Ambrosio, 2008).

Para comprender mejor este término, el autor, considerado el padre de la Etnomatemática, separa la palabra a partir de tres raíces: etno-matema-ticas. *Etno*, se refiere al ambiente natural, social, cultural e imaginario del ser humano, *matema*, hace alusión a explicar, aprender, conocer, lidiar con, y *ticas*, remite a los modos, estilos, artes y técnicas. De esta forma se considera que en todas las culturas hay manifestaciones de matemáticas que son mezcladas con el arte, religión, música, técnica y ciencia, por lo que la contextualización matemática está incluida *per se*. En efecto, "contextualizar la matemática es esencial para todos" (D'Ambrosio, 2008, p .92). De acá radica la importancia de inscribir esta investigación en el Programa Etnomatemática

La Etnomatemática como programa de investigación, permite "entender el saber/hacer matemático a lo largo de la historia de la humanidad, contextualizado en diferentes grupos de interés, comunidades, pueblos y naciones" (D'Ambrosio, 2008, p. 17). La Etnomatemática es entonces un programa de investigación en historia y filosofía de las matemáticas, con relevantes implicaciones pedagógicas. Al considerar ese componente pedagógico, Madelein y Zambrano (2010) plantean una serie de reflexiones que permiten comprender la importancia de la implementación del programa Etnomatemática en el ámbito educativo:

> ¿son de alguna utilidad las estrategias mentales utilizadas por las personas en su cotidianidad laboral para resolver problemas matemáticos? ¿El contexto, la política, la cultura, la sociedad son factores influyentes para desarrollar destrezas matemáticas? ¿Qué situaciones les permiten a las personas aplicar las matemáticas fuera del contexto escolar? (p. 414)

Dar respuesta a estas inquietudes no es un asunto trivial, máxime si se espera contemplar en un currículo la diversidad que está impregnada por la cultura, el entorno y las vivencias de los estudiantes. Es así como "la política juega un papel importante en la determinación del tipo y la calidad de la enseñanza de las matemáticas" (Bishop, 2005, p.3), para que dicha enseñanza sea significativa, es importante que comprendan las influencias de las diferentes partes del entramado educativo que deben estar presentes en el currículo.

La Etnomatemática inicialmente fue focalizada más hacia comunidades étnicas; sin embargo, actualmente es aceptada como las matemáticas de una comunidad, escuela o locación (Madelein & Zambrano, 2010). En este sentido, en las prácticas pedagógicas se deben conectar las matemáticas escolares con las experiencias matemáticas que viven los estudiantes fuera de la escuela, pues de lo contrario, "les negamos también la posibilidad de dar sentido a las matemáticas que aprenden en la escuela" (Peña, 2014, p.176)

Por su parte, Nunes (2006) plantea las limitaciones de abordar las matemáticas con solo las visiones platónicas, pitagóricas y formalistas, a la vez que exhorta a una nueva contextualización, que considere el discurso, individuo e intelecto como entes sociales. Añade que "el conocimiento matemático trata sobre la cultura humana, en el sentido de espíritu universal, y sus naturalezas particulares se manifiestan a través del punto individual y de la realidad en la que es elaborado, organizado y difundido" (p. 82).

Los saberes matemáticos están presentes en las diferentes actividades de las prácticas sociales, por lo que el sistema educativo formal debe constituir el espacio en el que los deberes se “problematizan y articulan a partir de las conexiones que se van formando gracias a la familiaridad existente entre los saberes de esas prácticas” (Monteiro & Mendes, 2011, p. 45)

Desde mediados del siglo pasado, investigadores han explicado la necesidad de relacionar la matemática con la vida social y natural (Puig, 1955). Además, hace unas tres décadas empiezan a tomar fuerza diversos estudios que destacan la importancia del contexto histórico y sociocultural en la construcción del conocimiento matemático y que conciben las matemáticas como resultado de las actividades de los pueblos (Bishop, 1991; Presmeg, 2007). A pesar de ello, aun a inicios del siglo XXI, la mayoría de los currículos educativos carecían de una base teórica y metodológica que contemplara la realidad y la cultura del estudiante (Goñi, 2006).

Para el Programa Etnomatemática, múltiples prácticas matemáticas surgen de las actividades cotidianas, las cuales están impregnadas por la cultura y el contexto (D’Ambrosio, 2008). Dentro de este Programa, han surgido aportes teóricos, materiales, metodológicos e instruccionales, posibilitando relacionar los contenidos con los valores culturales de las matemáticas (Bishop, 2005) y elaborar currículos que contemplen el contexto. Las etnomatemáticas pueden ser llevadas al sistema educativo formal y aportar al docente en la planificación, implementación y evaluación de su práctica (Fuentes, 2013) al considerar, en las actividades de mediación, que la cultura y el mundo social en los cual vive el estudiante son cruciales para su formación.

Es importante aclarar que se indica Etnomatemática en mayúscula y singular, al referirnos al programa de investigación, y minúscula y plural, las etnomatemáticas, entendidas como las diversas matemáticas culturales que son objeto de estudio del Programa.

Precisamente, la importancia de contextualizar las matemáticas en la educación formal radica en que:

> … las matemáticas desconectadas de la historia, de otros conocimientos, y del entorno, de manera natural nos han llevado a ignorar los conocimientos matemáticos de los estudiantes, lo que ha tenido implicancias pedagógicas para el

> desarrollo potencial del pensamiento matemático de estudiantes de aulas culturalmente homogéneas o diversas. Peña (2014, p.175)

Por tanto, esta investigación la enmarcamos en la Etnomatemática, conscientes de la importancia que se debe otorgar al contexto local, sin olvidar, por supuesto, aquellos aportes de otros enfoques concernientes a nociones de contexto y de contextualización.

2.3. Problemas matemáticos y contextos

Los problemas matemáticos, a diferencia de los ejercicios, requieren alta demanda cognitiva para el resolutor, esto porque no se cuenta con un procedimiento algorítmico de guía que permita conducir de manera directa a la solución (Pino, 2015). Al respecto, el Programa de Estudios de Matemática del MEP (2012), no aborda explícitamente la diferenciación entre ejercicio y problema, por lo que para el primer estudio nos focalizaremos en el análisis de los problemas que provienen de las indicaciones puntales (ver metodología en el capítulo 3), asumiendo que efectivamente pueden considerarse como tales.

Si bien, para el MEP (2012), "un problema es un planteamiento o una tarea que busca generar la interrogación y la acción estudiantil utilizando conceptos o métodos matemáticos" (p. 29) de modo que los estudiantes "se enfrenten a los problemas sin que se hayan mostrado soluciones similares" (MEP, 2012, p. 29). En este documento oficial, se aclara que el problema debe permitir al estudiante que piense sobre ideas matemáticas sin que estas se hayan explicado anteriormente y se aboga a que los conceptos y procedimientos matemáticos a desarrollar estén ligados al contexto de dicho problema.

Todo problema está relacionado con un contexto y es que en efecto el desarrollo histórico del conocimiento matemático ha estado intrínseco en espacios sociales, políticos y de pensamiento que se han ido construyendo en cada cultura y sociedad, para dar respuesta a situaciones problemáticas emergentes (D'Ambrosio, 2008).

En esta línea, las matemáticas aportan de manera significativa en la sociedad según sus aplicaciones (Niss, 1995). Al respecto, se pueden considerar las matemáticas como:

- Ciencia aplicada, en el tanto que las matemáticas son fundamento para diversas áreas científicas como la biología, ingeniería, la física y economía, y cada una de ellas a su vez con implicaciones y aplicaciones socialmente trascendentales.
- Prácticas especializadas, a través de las cuales se realizan predicciones para fenómenos naturales, sociales y económicos, permitiendo la toma de decisiones.
- Prácticas no especializadas presentes de la vida cotidiana, considerando que la educación formal está permeada por un contexto social, de tal forma que las matemáticas no permanecen desligadas de intereses, valores ni de circunstancias culturales, políticas, económicas e ideológicas.

En esta misma línea, pero de manera más genérica, la Enseñanza Culturalmente Relevante también propone poner el foco de atención en la experiencia y cultura del estudiante (Gutstein et al., 1997). Otros enfoques teóricos, como la Educación Matemática Realista (Freudenthal, 2012), también apuestan por una enseñanza de las matemáticas conectada con la realidad, de modo que los aprendizajes resulten cercanos para el estudiante y, por consiguiente, relevantes para su desenvolvimiento en la sociedad. Este enfoque concibe las matemáticas como una actividad humana de reconocimiento y resolución de problemas del entorno.

Sobre la noción de contexto, en educación matemática resulta especialmente sustancial considerar la situación o evento generatriz de preguntas o problemas que requieren de la activación de prácticas y conocimientos matemáticos (Niss, 1995; Planas & Alsina, 2009). Así, el contexto fomenta un pensamiento matemático crítico en el estudiante, ya que incluye situaciones con sentido para este (Gutstein et al., 1997).

En esta investigación doctoral, vamos a considerar la noción de contexto desarrollada por Ramos y Font (2006), quienes indican que el contexto es aquel que permite enmarcar el objeto matemático en un entorno determinado. Para ello se define una diferenciación entre dos tipos de contexto en cuanto a matemáticas se refiere. Por una parte, el contexto "como un ejemplo particular de un objeto matemático" (p. 532) y, por otra, el contexto que permite enmarcar dicho objeto en el entorno.

De esto se desprende que el contexto puede ser una entidad meramente matemática, por ejemplo, el contexto de matrices cuadradas, o la situación del entorno donde se desarrolla un contenido matemático en particular. Esa segunda concepción de contexto (que es la más cercana a una visión sociocultural de las matemáticas), se denomina "uso ecológico", ya que el conocimiento u objeto matemático tendrá un uso o significado distinto, según el lugar, temporalidad o grupo social referencia. Estos últimos son entendidos como contextos extra-matemáticos, ya que el objeto matemático se pone en juego para resolver una situación que surge en un lugar, grupo social, relaciones laborales, etc.

De esta forma, se diferencian los problemas con contexto matemático de los problemas escolares que simulan situaciones de la vida real. A estos últimos les denominan problemas contextualizados, problemas del mundo real o problemas situados.

Dado que existen variadas clasificaciones respecto a los contextos en problemas de matemáticas, en este apartado detallamos aquellas que tomamos en cuenta para generar nuestro sistema de categorías. Rico (2006), en un trabajo enmarcado en el análisis de contenido, inscribe la contextualización de los problemas matemáticos en el denominado análisis de la fenomenología. Con base en el planteamiento de Niss (1995) y en la propuesta de la OECD (2004), este autor clasifica los contextos de problemas según la situación en la que se enmarcan:

Personales. Son aquellos que se refieren a actividades cotidianas del aprendiz. Se consideran como prácticas no especializadas.

Educativos y ocupacionales. Estos están enmarcados a situaciones provenientes de un centro escolar o entorno de trabajo. Se relacionan con prácticas especializadas y no especializadas.

Públicos. En este caso se trata de situaciones referentes a la comunidad y a eventos importantes de la vida pública, por lo cual se consideran prácticas especializadas.

Científicos. Estos están relacionados a la comprensión de un proceso tecnológico, una interpretación teórica o un problema matemático, concernientes a ciencia aplicada y situaciones meramente matemáticas.

En esta misma línea, hay autores que categorizan los problemas según sus contextos en: reales, cuando la situación se produce efectivamente en la realidad; ficticios, si son fruto de la imaginación y puramente matemáticos (Díaz & Poblete, 2001). Otros investigadores, por su parte, los agrupan en no aplicados, referidos a aquellos con contexto matemático; ficticios, cuyas condiciones y datos son ficticiamente creados por el autor del problema y auténticos o reales, donde las condiciones y datos son tomados a partir de situaciones reales o percibidas de la vida cotidiana de los propios estudiantes (Zhu & Fan, 2006). A partir de estas definiciones consideramos, para efectos del segundo estudio de esta investigación, los contextos reales como aquellos que representan una situación que se produce en la vida real y los contextos ficticios a los que plantean una situación que no se presentaría o no tendría interés resolver a efectos de la vida real.

Para el primer estudio, también se han considerado otras categorías para los contextos de los problemas matemáticos. Como las lecciones de matemáticas en Costa Rica deben "ofrece oportunidades valiosas para conectar con las necesidades del país" (MEP, 2012, p. 19) y responder a la realidad nacional, consideramos el "contexto costarricense".

Por otra parte, ante la necesidad de considerar las matemáticas que provienen tanto de las zonas urbanas como rurales (Aroca, 2013), consideramos las categorías de contexto urbano y contexto rural, tomando en cuenta que

> Muchas de las etnomatemáticas rurales y urbanas son parte esencial de la reserva cultural de un país por ser únicas, por esa acumulación histórica, por la región donde se desarrollan, por el tipo de valores que conservan, por los sistemas culturales que le dan sentido, por su forma tradicional de transmitirse que involucra uno o todos los sentidos. (Aroca, 2013, p. 116)

Se considera contexto urbano a aquel que se relaciona con la ciudad (o urbe) y al que involucra la vida de campo lo denominamos contexto rural. Añadimos, además, el contexto indígena, referente al que incluye situaciones propias de algún grupo originario del país, dado que estos contextos suelen presentar características distintivas respecto a otros contextos rurales no indígenas y tomando en cuenta la presencia de diversas poblaciones originarias en Costa Rica (Gavarrete y Oliveras, 2012). Para el momento del estudio la población urbana en Costa Rica es de 72,8% y por ende la rural de 27,2%; además la población indígena es de 104 143 personas, lo cual corresponde al 2,4% de los habitantes, donde alrededor del 80% habitan zonas rurales, esto según el más reciente informe del Instituto Nacional de Estadística y Censo (2012).

También se consideran en el segundo estudio los contextos históricos, en respuesta al MEP (2012) que indica como uno de los ejes disciplinares del currículo de matemáticas el uso de la historia.

En efecto, la resolución de problemas provenientes del contexto sociocultural juega un papel muy importante en el aprendizaje de las matemáticas, pues, a través de esta, el estudiante puede apreciar las matemáticas desde una perspectiva más cercana y útil. La resolución de problemas debe considerarse como parte integral en el aprendizaje matemático, y es deseable en aquellos casos en que sea posible, que los contextos de esos problemas se refieran a experiencias familiares de los estudiantes, del entorno y aplicaciones a otras áreas (Godino et al., 2003). Cuando los contextos son familiares y cercanos para el estudiante, estos constituyen puntos de partida de su práctica matemática y promueven estrategias cognitivas mediante el sentido común, de modo que permite al educando avanzar hacia niveles de mayor formalización (Freudenthal, 2012).

2.4. Relevancia de la contextualización: activa y artificial

Los Programas de Estudio de Matemáticas del MEP (2012) proponen el uso de problemas que posean una contextualización que fortalezca el papel activo del estudiante, de tal modo que lo comprometa con su aprendizaje, mediante el diseño de modelos matemáticos.

Es importante clarificar el concepto de contextualización y su relación con el contexto de un problema. En educación matemática la contextualización consiste en “trabajar los conceptos en diferentes contextos concretos a fin de conseguir, por una parte, su significatividad y funcionalidad y, por otra, facilitar los procesos de abstracción y generalización” (Nuñez y Font, 1995, p. 293). Relacionando este concepto con lo desarrollado en el apartado anterior, “la contextualización de un problema matemático está intrínsicamente relacionada con el uso ecológico del contexto en el que este se enmarca”(Chavarría y Albanese, 2021b, p. 45).

El MEP (2012), por su parte, propone la denominada contextualización activa, que se contrapone a la contextualización trabajada en currículos pasados. Esta nueva alternativa propicia que los contextos presentes en los problemas matemáticos sean necesarios para ser resueltos, en oposición a aquellos problemas matemáticos cuyos contextos solo se “decoran” con elementos de la vida cotidiana que son prescindibles en la resolución:

> … diseñar problemas sacados de las informaciones de prensa, de la escuela, de la comunidad, de la clase, de Internet. Los mismos “problemas” tradicionales que aparecen en muchos libros de texto (como apéndice) pueden ser enriquecidos si se colocan en la perspectiva de la modelización y usados para construir capacidades cognitivas superiores (p. 96).

De esta forma, se clasifica la contextualización en dos: activa y artificial. Un problema presenta una contextualización artificial siempre que el contexto que se brinda no sea necesario para su resolución (Ruiz, 2017), en cuyo caso, los contextos (y la contextualización a la que dan lugar) son colocados como adornos. En este sentido Ruiz (2017) propone apostar por la contextualización activa, que es cuando precisamente el contexto del problema es requerido para la respectiva resolución. De modo similar, Freudenthal (2012) explicó que enfocar el contexto como “ruido” desconcierta la claridad del mensaje matemático, lejos de enriquecerlo.

Entonces, al plantear un problema, hay que considerar que: “las situaciones […] deben tener significado y no ser artificiales, evitando situaciones matemáticas abstractas disfrazadas por medio de un contexto real” (Ruiz, 2017, pp. 72-73). Para evaluar si un problema posee una contextualización activa, el autor explica que:

> [L]as situaciones de contexto real deben estar relacionadas con la tarea matemática que se propone de una forma precisa …. ¿Es necesario el contexto para realizar la

> tarea? Si la tarea planteada no resuelve los desafíos del contexto o se podría prescindir del mismo para realizarla o sus resultados no aportan algo significativo para el contexto, no se logra lo que se persigue con el eje disciplinar. La clave debe ser la búsqueda de un involucramiento intelectual del estudiante por medio de situaciones que le permitirán desarrollar sus habilidades y capacidades matemáticas. (p. 74)

En síntesis, entenderemos que un problema matemático presenta contextualización activa cuando el contexto es imprescindible para resolver el problema, de modo que proporcione sentido a los conceptos y contenidos matemáticos implicados en la resolución. En otras palabras, en el problema con contextualización activa, el contexto es indispensable para entender su formulación y plantear su respectiva resolución.

En los fundamentos teóricos del currículo matemático, el MEP (2012) explica que la contextualización activa es posible mediante la modelización y a través de la manipulación de entornos reales. A la vez, propone el uso de la historia, como una manera apropiada para establecer conexiones de manera realista y natural, considerando tanto los aportes de las llamadas culturas occidentales como también de los producidos en América.

Es importante aclarar que, en principio, para que un problema tenga una contextualización activa, no es necesario que esté presente un escenario tal como se encuentra en la realidad (aunque esto es deseable, como indicado en el párrafo anterior), en cuyo caso, como se explicará en detalle en el siguiente apartado, estaríamos ante una contextualización significativa (Albanese, Adamuz-Povedano, Bracho-López, 2017 y Chavarría y Albanese, 2021).

2.5. Contextualización significativa

2.5.1. Primer acercamiento a la definición de contextualización significativa

El Programa Etnomatemática promueve comprender las matemáticas como una construcción humana inmersa en una historia impregnada por factores socioculturales y “contextualizada en diferentes grupos de interés, comunidades, pueblos y naciones” (D’Ambrosio, 2008, p. 17).

Por tanto, en el entendido que las matemáticas se desarrollan en la cultura de un grupo social determinado, su abordaje en la educación formal debe realizarse a partir de la realidad del grupo donde se lleva a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje (Chavarría & Albanese, 2021). Por tal razón, desde la Etnomatemática, consideramos un problema matemático contextualizado como aquel que responde a una situación que se presenta en la realidad o cultura cercana al estudiante, para lo cual el planteamiento del problema y su propósito deben ser de alguna forma necesarios para responder a la realidad en la que se enmarca.

Para Albanese et al. (2017), la contextualización de las tareas matemáticas son significativas siempre que la situación creada para el problema pueda ser análoga a una que surja en un contexto real y los conceptos y procedimientos matemáticos se ponen en práctica de forma similar a cómo lo realizaría el grupo cultural que se enfrentan a ese problema en la realidad. Lo contrario corresponde a la contextualización no significativa. Según esta perspectiva, todo problema con contextualización significativa posee también contextualización activa, pero la afirmación inversa no siempre es verdadera.

De esta forma, un problema posee contextualización significativa si responde positivamente ante las preguntas: ¿el problema se presenta como tal en la vida real? ¿la pregunta del problema refleja una situación que se puede plantear en la realidad?

2.5.2. Evolución del concepto de contextualización (culturalmente) significativa

Para el análisis de los problemas matemáticos propuestos en los Programas de Estudio de Matemáticas de Costa Rica, fue necesario definir conceptos relacionados con contextos y contextualización.

Como punto de partida, se define el concepto de problema matemático, considerado como una actividad matemática que presenta algún grado de complejidad en su resolución (Pino, 2015). El siguiente paso es adoptar una definición sobre contexto, para lo cual se consideró que este es el que permite enmarcar el objeto matemático en un entorno determinado (Ramos & Font, 2006). Al respecto, se clasifican los contextos en dos: matemáticos y ecológicos. De esta forma, basados en Rico (2006) los contextos son clasificados en personal (relacionadas con las actividades diarias del alumno), educativo/ocupacional (presentes en el centro escolar o en un entorno de trabajo), público (referidas a la comunidad) y científico/matemático (requieren la comprensión de un proceso tecnológico, una interpretación teórica o un problema específicamente matemático), siendo los tres primeros consecuentes con contextos ecológicos. A la vez, se consideran los entornos rurales, urbanos e indígenas donde se ubicaban los problemas analizados.

Con respecto a la contextualización, (a partir de una adaptación de Nuñez & Font, 1995), esta se define como el uso que se le da a los contextos ecológicos. En este sentido, se consideran dos clasificaciones, la primera que contempla la contextualización activa y artificial (MEP, 2012) y la segunda, relacionada con la contextualización significativa y no significativa (Albanese et al., 2017)

Sin embargo, para analizar los problemas que elaboraron los docentes en el curso de capacitación que se brindó en el marco de esta investigación, surge la necesidad de desgranar el concepto de contextualización significativa con la finalidad de 1) evaluar qué tan coherentes eran los problemas con la realidad del entorno y 2) si en efecto eran culturalmente cercanos al contexto donde se desarrolla la práctica educativa. Para lograr el punto 1) se consideran los componentes de autenticidad de (Palm, 2008) y para el punto 2) se analiza la pertinencia de los signos culturales escogidos por los participantes (Oliveras, 2005).

De esta forma, y enlazando los componentes de autenticidad (Palm, 2008), se llega a la definición de problema con contextualización culturalmente significativa, entendido como un problema auténtico cuyo evento es culturalmente relevante para el estudiante, es decir cercano a su realidad o a la de un grupo social y cultural de su entorno. En efecto:

> Una contextualización es significativa cuando la situación creada para el problema es análoga a una que efectivamente pueda surgir en un contexto real (lo que coincide con nuestra interpretación del criterio de autenticidad), y los

conceptos y procedimientos matemáticos se ponen en práctica de forma similar a cómo lo harían las personas que se enfrentan a ese problema en la realidad (Chavarría & Albanese, 2021, p. 44).

Precisamente, la definición de contextualización significativa se fundamenta en la noción de autenticidad de las tareas (Palm, 2008). Si bien una tarea escolar matemática difícilmente puede simular completamente una situación extra escolar; se propone un análisis de la autenticidad de las tareas matemáticas considerando cuatro aspectos:

1) El evento tiene lugar fuera del contexto educativo formal

2) La pregunta mantiene concordancia con la situación extraescolar y tiene sentido plantearla en la vida real

3) El propósito del contexto debe ser tan claro para los estudiantes en la situación escolar como lo sería en una situación de la vida real

4) La información y datos coinciden con los de la vida real.

Para el cuarto componente, se consideran tres aspectos en la información y datos: existencia (debe proporcionarse la información que se obtendría en la realidad, no agregar ni excluir datos), realismo (valores y datos fieles a la situación planteada) y especificidad (información clara sobre los sujetos, objetos, actividades o lugares involucrados).

En nuestro caso, para que la contextualización sea culturalmente significativa, el evento debe corresponder a una situación proveniente de la realidad sociocultural del estudiante.

A lo largo del presente documento, y por razones de síntesis, se indicará en ocasiones solo contextualización significativa, pero siempre se entenderá contextualización *culturalmente* significativa.

2.6. Fuentes para la selección y elaboración de problemas contextualizados

Incorporar la resolución de problemas y la contextualización matemática en la planificación didáctica es, sin lugar a duda, uno de los grandes retos a lo que se enfrentan los docentes en su labor diaria, en especial al tener que crear o buscar problemas contextualizados que se adapten a las necesidades de sus estudiantes (Baltodano, 2018).

El docente debe hacer una revisión exhaustiva en internet y otras fuentes del saber, con la finalidad de elegir, inventar y adaptar problemas matemáticos que promuevan el aprendizaje en sus estudiantes mediante situaciones contextualizadas (Pino-Fan et al., 2020). Siendo una de las tareas cruciales del docente la selección de dichos problemas, otro factor a tener en cuenta son las características propias de los estudiantes, su nivel cognitivo, necesidades, motivaciones, el conocimiento matemático previo, las habilidades matemáticas por desarrollar y el contexto sociocultural (Buschiazzo, 1997). En este sentido, los estudiantes y la comunidad también son importantes fuentes de información para los docentes.

En el caso particular de Costa Rica, los docentes tienen libertad de usar el libro de texto que se ajuste mejor a sus necesidades o bien elaborar su propio material. En la mayoría de los centros educativos hay acceso a Internet y se puede buscar información para implementar problemas matemáticos en sus lecciones de matemáticas. Además, cuentan con los Programas de Estudio de Matemáticas (tanto en versión física como digital), donde se incluyen indicaciones puntuales que consisten en ejemplos concretos de problemas y actividades para guiar su labor en el aula.

2.6.1. Signos culturales para la elaboración de problemas contextualizados

Partiendo de la premisa que las matemáticas están implícitas en la propia cotidianeidad, impregnadas por el contexto; es deseable que los currículos y actividades de clase contemplen los valores culturales de las matemáticas (Bishop, 2005; D'Ambrosio, 2008). Con la finalidad de elaborar tareas matemáticas que respondan a una visión sociocultural de las matemáticas a través de la contextualización culturalmente significativa, se propone el estudio y uso de signos culturales (Oliveras, 2005).

Los signos culturales son elementos que pueden ser tangible o intangibles (Gavarrete, 2015). Estos poseen tres características:

1. Son elementos de la cultura o el entorno: esto permite un acercamiento a la realidad sociocultural.
2. Son relevantes o representativos para una región o grupo sociocultural: hay un sentido de identidad o pertenencia.
3. Tienen un potencial matemático para las matemáticas escolares: es posible extraer del signo elementos matemáticos que permitan crear tareas de aula.

Los signos culturales pueden ser manifestaciones materiales que se perciben por los sentidos, tales como artesanías, comida tradicional, construcción de las casas, bailes tradicionales; rasgos intangibles como lo son símbolos, ideales, expresión, comunicación, religión, o bien las relaciones entre individuos, como lo son las estructuras familiares, organización del trabajo y del poder. Estos pueden ser tanto artefactos (objetos tangibles), mentefactos (ideas, creencias, valores) como sociofactos (normas sociales, prácticas o sistemas de interacciones entre personas).

La identificación de signos culturales es un paso importante para la creación de tareas matemáticas contextualizadas. Y puede permitir la integración de distintas disciplinas, tales como gastronomía, oficios tradicionales, actividades gremiales, expresiones artísticas, historia, cosmología, tradiciones, religión, elaboración de artefactos y textiles, entre muchas otras.

El análisis de los signos culturales promueve en los docentes procesos de reflexión y enculturación matemática, consecuentemente contribuye a la implementación de tareas más cercanas con la realidad del entorno (Gavarrete, 2015).

Por tal motivo, se solicitó a los docentes que participaron en el curso (desarrollado para responder al objetivo específico 4 en los estudios 3 y 4) indagar sobre algún signo cultural en el que se identificaran y a partir de su potencial matemático pudieran elaborar problemas matemáticos contextualizados.

2.7. Profesor reflexivo

Para la creación de problemas matemáticos contextualizados se requiere que el profesor sea creativo, que logre conectar los conocimientos matemáticos con la realidad del entorno e incluso que tenga la apertura para analizar su propia práctica docente. Precisamente por tales motivos, en este apartado se expondrán algunas ideas sobre el profesor reflexivo, que fueron incorporadas dentro del curso de capacitación para docentes, detallado en la metodología (capítulo 3).

A finales del siglo pasado, Shön (1983) planteó que cada situación que afronta un profesional es particular y debería provocar una reflexión en este. Es así como formuló un modelo de profesional reflexivo, basado en un pensamiento práctico abordado en tres fases: conocimiento en la acción (conocimientos teóricos, prácticos y experienciales con los que los profesionales se enfrentan a su quehacer), reflexión *en y durante* la acción (reflexión que surge en el momento ante un evento inesperado y supone una acción meditada que permita abordar la situación) y reflexión *sobre* la acción y sobre la reflexión en la acción (evaluación a posteriori sobre los procesos y características de la acción).

Este modelo ha dado pie a diversas líneas de investigación, entre ellas las relacionadas al profesor como profesional reflexivo de matemáticas. Al respecto, Flores (2007), en una síntesis de los aportes de Perrenoud (2004), explica que un profesor reflexivo (a) percibe situaciones de su entorno que requieren una acción racional de su parte, luego (b) se distancia de ellas para poder analizar sus elementos y (c) explicita y examina los elementos condicionantes presentes, según sus creencias y esquemas, de modo que (d) recurre a otras fuentes como sus pares, asesores, profesionales, todo esto para (e) buscar otras formas de interpretar y responder a dichas situaciones.

Para este proceso de reflexión, Flores (2007) recomienda y explica el ciclo reflexivo de Smyth (1991), basado en cuatro etapas de acción:

(a) Definición: Descripción clara de la situación y su contexto.
(b) Información: Se indagan las teorías sobre el propio quehacer docente. Esta búsqueda de información consigue distanciar al docente de la manera cómo ha abordado algún aspecto de la enseñanza, permitiendo acordar o rechazar las creencias propias (Ñancupil et al., 2013).
(c) Confrontación: se analizan críticamente los métodos y prácticas utilizados en la labor docente.
(d) Reconstrucción: se busca cómo hacer una tarea docente de otra manera.

Este proceso se detalla en los resultados del estudio 3 (capítulo 7) mediante un análisis del caso de una docente que participó del curso de capacitación relacionado al diseño de problemas contextualizados bajo una visión sociocultural de las matemáticas.

La figura 2.1 sintetiza los conceptos más relevantes utilizados en esta investigación y las respectivas relaciones entre ellos.

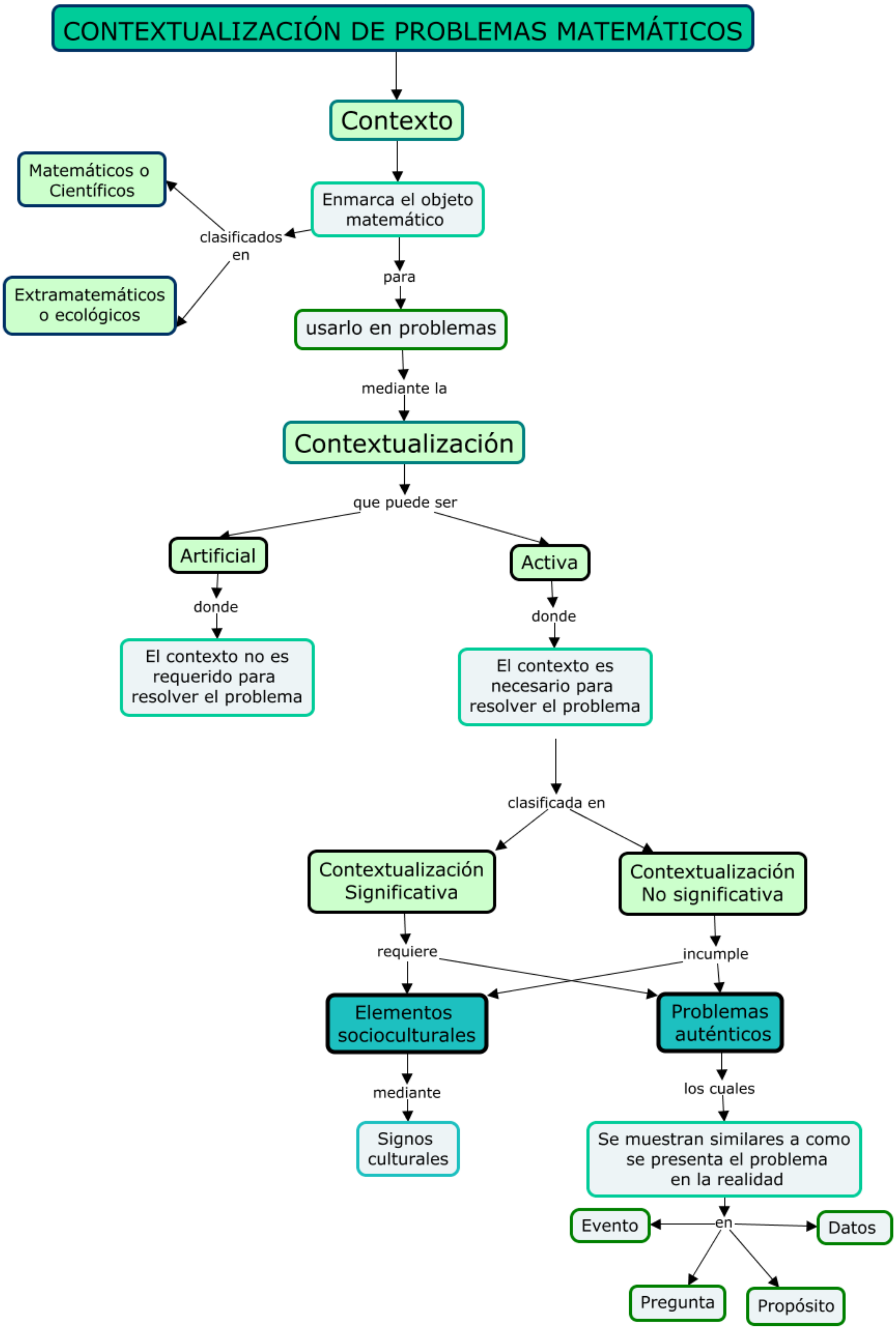


Figura 2.1. Síntesis del marco teórico de la investigación. Fuente: elaboración propia.

2.8. Reflexiones finales

En este segundo capítulo se presentaron los conceptos que constituyen el marco de referencia para los cuatro estudios que componen esta investigación, a la vez que se mostró el desarrollo de la definición de contextualización culturalmente significativa, que es la base para el análisis de los problemas desde una visión sociocultural de las matemáticas.

CAPÍTULO 3. MARCO METODOLÓGICO

3.1. Introducción

En este capítulo se detalla la metodología de cada uno de los cuatro estudios que integran esta investigación, enfocando aspectos como paradigma, método, instrumentos, participantes, análisis de datos, entre otros. Además, se describe el curso de capacitación que se impartió a docentes de secundaria sobre la elaboración de problemas matemáticos con contextualización culturalmente significativa.

Este estudio se enmarca dentro del Programa Etnomatemática, donde la contextualización está incluida *per se* y considera que en todas las culturas hay manifestaciones de matemáticas que son mezcladas con el arte, religión, música, técnica y ciencia (D'Ambrosio, 2013).

Con la finalidad de analizar los problemas matemáticos presentes en los Programas de Estudio de Matemáticas (OE 1), se utiliza una metodología cualitativa, basada en el análisis de contenido (Bardin, 2012), que establece procedimientos estrictos y sistemáticos para el análisis riguroso de los contenidos de datos escritos (Cohen et al., 2011) por medio de las siguientes fases: lectura del documento, formulación de hipótesis y objetivos, señalización de indicios y elaboración de indicadores, establecimiento de categorías y codificación, codificación y cuantificación mediante frecuencias de las unidades de análisis previamente adscritas al sistema de categorías predeterminado o bien las emergentes, síntesis y selección de resultados y finalmente interpretaciones.

Para describir la percepción de los docentes respecto a la elaboración, selección e implementación de problemas matemáticos contextualizados (OE 2), se realiza una investigación mixta: un abordaje cuantitativo de naturaleza exploratoria, descriptiva y correlacional (Hernández et al., 2014) para el análisis de las respuestas cerradas del cuestionario aplicado y una metodología cualitativa a través del análisis de contenido para el estudio de los problemas proporcionados por los docentes participantes.

Luego de la implementación del curso dirigido a docentes de secundaria focalizado en la elaboración de problemas matemáticos con contextualización significativa (OE 3), se vuelve a utilizar el análisis de contenido -la metodología cualitativa- para analizar el contexto y la contextualización de los problemas elaborados por los docentes, a la vez que se describe con un estudio de casos (Hernández et al., 2014) el proceso reflexivo de los participantes al elaborar las actividades asignadas (OE 4). Estos aspectos metodológicos se tratan con mayor profundidad en los siguientes apartados.

3.2. Marco metodológico del primer estudio.

El primer estudio responde al primer objetivo específico relacionado con el análisis de las indicaciones puntuales presentes en el Programa de Estudio de Matemáticas de Costa Rica en III y IV ciclo para valorar la pertinencia de los problemas con respecto a la contextualización.

3.2.1. Contexto del primer estudio

La investigación se enmarca en Costa Rica, país donde se implementa desde el 2012 un nuevo currículo matemático que responde a diversos cambios educativos internacionales que promueven una enseñanza de las matemáticas basada en la resolución de problemas. El director de esta reforma, mediante un análisis de los primeros años de implementación de este currículo, insiste en que los contextos reales juegan un papel relevante en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Ruiz, 2000). Por tal razón recomienda propiciar el empleo en las aulas de problemas matemáticos "experiencias cercanas a la vida real y cotidiana" (Ruiz, 2013, p. 53).

Esta reforma también ha sido de interés para investigadores internacionales, al punto que se ha constituido como una perspectiva de la praxis en educación matemática (Planas, 2015). De acá la importancia de que sea examinada en profundidad.

Tanto los fundamentos teóricos, metodología, habilidades, conocimientos y ejemplos se plasman en el documento de los Programas de Estudio de Matemáticas (MEP, 2012), que es guía para docentes y asesores del país. En él se enfatiza respecto a la resolución de problemas contextualizados al entorno social, físico y cultural del estudiante. Consta de 518 páginas y abarca las habilidades y conocimientos por desarrollar tanto en primaria como en secundaria (desde primer grado hasta undécimo), en cinco grandes áreas: estadística y probabilidad, números, geometría, relaciones y álgebra y medidas. Está estructurado en conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales (Figura 3.1).

Las indicaciones puntuales proporcionan a los docentes ejemplos concretos de actividades y problemas para desarrollar en el aula. Constituyen un material de consulta cercano para el profesorado del país.

7° Año		
Conocimientos	**Habilidades específicas**	**Indicaciones puntuales**
Sucesiones • Ley de formación • Patrones	1. Identificar la ley de formación de una sucesión utilizando lenguaje natural, tabular y algebraico. 2. Plantear y resolver problemas relacionados con sucesiones y patrones.	▲ Estos conceptos se introducen aquí para promover una recapitulación de aprendizajes realizados en la educación primaria en relación con esta área matemática. ▲ Proponer un problema contextualizado que repase todas las habilidades de sucesiones y representaciones estudiadas en los ciclos anteriores. Adriana recibe semanalmente 6500,00colones para cubrir sus gastos de estudio. Ella decide ahorrar 1800,00colones por semana, para formar un fondo de ahorro. Represente en forma tabular la cantidad total de dinero que ella gasta semanalmente, durante las 6 primeras semanas.

Figura 3.1. Ejemplo de la estructura de los Programas de Estudios de Matemáticas. Fuente: MEP (2012, p. 328).

En el primer estudio se analizan el contexto y la contextualización de los problemas matemáticos proporcionados en las indicaciones puntuales de dicho programa. En particular, se estudia la conexión entre los ejemplos presentados en las indicaciones puntuales y lo que se indica en los fundamentos teóricos respecto a la contextualización activa. A la vez, basados en la perspectiva etnomatemática, examinamos la presencia de problemas con contextualización significativa.

3.2.2. Metodología del primer estudio

La metodología de este primer estudio es mixta. Para ello se parte de un análisis cualitativo del contenido, y se sintetizan los datos con el apoyo de métodos cuantitativos.

El análisis de contenido, aplicado a los problemas propuestos en las indicaciones puntuales, lo asumimos como el "conjunto de técnicas de análisis de comunicaciones" (Bardin, 2012, p. 23) que permite la obtención de indicadores y categorías mediante procedimientos sistemáticos.

3.2.3. Categorías para el primer estudio

En el análisis de contenido es indispensable establecer categorías que es precisamente "uno de los elementos básicos para tener en cuenta en la elaboración y distinción de tópicos a partir de los que se recoge y organiza la información" (Cabrera, 2015, p. 64). Es por ello, que se realiza una síntesis de los constructos más relevantes, provenientes del estudio bibliográfico, con la finalidad de establecer una serie de categorías deductivas o a priori, que a su vez dan origen a subcategorías que permiten analizar cada problema.

Las dos categorías establecidas a priori son el contexto y la contextualización, mientras que las subcategorías se ajustaron durante el proceso de análisis. En algunos casos se eliminaron subcategorías por no disponer en los problemas de información suficiente para la categorización, tal como tipos de problemas simulados y ficticios. Las categorías y subcategorías finalmente utilizadas son:

1. Contextos: educativo/ocupacional, personal, científico y público, (OECD, 2004; Rico, 2006); rural, urbano, indígena (Aroca, 2013) y costarricense (MEP, 2012).
2. Contextualizaciones: artificial y activa, (MEP, 2012; Ruiz, 2017); significativa y no significativa (Albanese et al., 2017; Palm, 2008).

Se analizan 141 problemas presentes en las indicaciones puntuales del Programa de Estudio de Matemáticas del MEP (2012) correspondientes a secundaria, que abarca el III y IV ciclo de la educación formal (para estudiantes entre 12 y 17 años), con el fin de categorizarlos en subcategorías. De ellos 35 corresponden al área de números, 35 de relaciones y álgebra, 40 de geometría, y 31 de estadística y probabilidad.

Para los problemas de contexto educativo/ocupacional, personal, y público, consideramos la categoría “contextualización”, de modo que se analiza si esta es “activa” o “artificial”. Si el contexto que se proporciona es necesario para resolver el problema, se concluye que este posee contextualización activa; en caso contrario, estamos frente a una contextualización artificial. Además, los problemas clasificados con contextualización activa se agrupan según la subcategoría “significativa” o “no significativa”. Para ello, si el problema se encuentra como tal en la vida real y la pregunta del problema refleja una situación en la realidad se concluye que el problema presenta una contextualización significativa.

Es importante aclarar que los contextos científicos, por su propia definición, no se consideran para un análisis de su contextualización.

3.2.4. Validación del primer estudio

Las categorías y subcategorías utilizadas en el análisis de los problemas fueron avaladas por el juicio de dos expertas involucradas en el Programa Etnomatemática. Gracias a los aportes brindados se creó una subcategoría que inicialmente no estaba contemplada (la subcategoría “costarricense”) y se eliminó una subcategoría denominada “contexto simulado” debido a la escasa información en los problemas analizados para abordar ese aspecto.

3.3. Marco metodológico del segundo estudio.

El segundo estudio responde al segundo objetivo específico relacionado con describir la percepción y conocimiento de docentes de III y IV ciclo sobre la implementación de problemas matemáticos contextualizados en la educación secundaria formal de Costa Rica.

3.3.1. Contexto del segundo estudio

Costa Rica, país donde se ubica esta investigación, ha incorporado en su currículo de matemáticas el uso de problemas con contextualización activa para desarrollar los conocimientos matemáticos. En efecto, desde la implementación del nuevo currículo que se materializa en un documento denominado Programas de Estudio de Matemáticas MEP (2012), se ha promovido la resolución de problemas, potenciando la modelización. Los cambios metodológicos propuestos en este currículo han demandado a los docentes la búsqueda e invención de problemas matemáticos contextualizados para implementarlos en los salones de clase.

Si bien es cierto que los profesores de matemáticas han recibido capacitaciones sobre diversos aspectos de los actuales Programas de Estudio (Ruiz, 2017), conocer la percepción de los docentes sobre sus roles relacionados con la selección y creación de problemas contextualizados dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje se hace imperativo, máxime en períodos de reforma educativa, ya que difícilmente se podrá aplicar satisfactoriamente una reforma si los profesores, como principales agentes que tienen que ponerla en práctica, no la sienten como necesaria, no la asumen como propia y no realizan los esfuerzos necesarios para realizarla (Flores, 1998).

3.3.2. Metodología del segundo estudio

El segundo estudio que conforma esta investigación es de naturaleza exploratoria, descriptiva y correlacional, realizando un análisis de datos a nivel cuantitativo (Hernández, Fernández y Baptista, 2014).

Se explora la percepción de los docentes respecto al uso de diferentes contextos para seleccionar y elaborar problemas de matemáticas. Además, se investiga sobre las fuentes y recursos usados por los profesores para la creación e invención de problemas contextualizados y las dificultades para implementarlos en el aula. Asimismo, se analiza la existencia de eventuales diferencias significativas respecto a las opiniones obtenidas en el cuestionario aplicado dividiendo la muestra por grupos determinados por la edad de los participantes, la experiencia laboral, las horas dedicadas a la planificación de sus clases, el sexo, la zona de procedencia y el grado académico. Finalmente, se clasifican los contextos presentes en los problemas que los docentes propusieron.

3.3.3 Instrumento de recolección de datos

Con el fin de conocer la perspectiva y experiencia de docentes al seleccionar y crear problemas contextualizados para la enseñanza de las matemáticas en Costa Rica, se ha diseñado un cuestionario (ver anexo B) de 176 ítems, de los cuales 172 solicitan una respuesta en término de grado de acuerdo con la afirmación correspondiente en una Escala de tipo Likert, así como una pregunta abierta que solicita proporcionar un problema matemático propuesto recientemente a los estudiantes (las otras 3 preguntas no se analizarán en este documento).

La escala Likert empleada tiene cinco opciones, 1: totalmente en desacuerdo, 2: en desacuerdo, 3: ni acuerdo ni desacuerdo, 4: de acuerdo, 5: totalmente de acuerdo. Las preguntas se construyeron alrededor de 7 dimensiones relacionadas con la creación o selección de problemas matemáticos contextualizados por parte de la persona docente, estas dimensiones son:

1. Fuentes que utiliza el docente al plantear problemas en las lecciones de matemáticas.
2. Tipología de los problemas planteados por el docente en clase.
3. Dificultades que presenta el docente en la creación o selección de problemas matemáticos.
4. Consideración de la realidad cercana del estudiante para confeccionar o seleccionar problemas por parte del docente.
5. Percepción del docente sobre el impacto de los problemas contextualizados en el aprendizaje del estudiante.
6. Inclusión de contexto histórico en los problemas matemáticos.
7. Percepción del docente sobre la motivación de los estudiantes al implementar problemas contextualizados en matemática.

3.3.4 Validación del instrumento

Siguiendo las pautas de Escobar-Pérez y Cuervo-Martínez (2008), el instrumento ha sido validado por nueve jueces expertos de España, Colombia y Costa Rica (Ver Anexo A). Los validadores examinaron la suficiencia de las dimensiones, esto es, si los ítems que pertenecen a una misma dimensión bastan para obtener la medición de ésta, en otras palabras, que no se requiere más ítems para medir esa dimensión. La tabla 3.1 detalla los indicadores con los que se realizaron la valoración.

Tabla 3.1. *Indicadores para valorar la suficiencia de las dimensiones del cuestionario*

<table>
<tr><th>Categoría</th><th>Calificación</th><th>Indicador</th></tr>
<tr><td rowspan="4">SUFICIENCIA
Los ítems que pertenecen a una misma dimensión bastan para obtener la medición de ésta. Es decir, no se requiere más ítems para medir la dimensión.
La suficiencia se evalúa solo una vez en cada dimensión.</td><td>1. No cumple con el criterio</td><td>Los ítems no son suficientes para medir la dimensión.</td></tr>
<tr><td>2. Bajo Nivel</td><td>Los ítems miden algún aspecto de la dimensión, pero no corresponden con la dimensión total.</td></tr>
<tr><td>3. Moderado nivel</td><td>Se deben incrementar algunos ítems para poder evaluar la dimensión completamente.</td></tr>
<tr><td>4. Alto nivel</td><td>Los ítems son suficientes.</td></tr>
</table>

Fuente: elaboración propia.

Tomando en cuenta 1 como el incumplimiento del criterio y 4 como el nivel más alto de cumplimiento, la suficiencia media de las dimensiones obtenida por cada uno de los jueces fue mayor a 3,55, a excepción de la primera, que obtuvo un puntaje de 3,22. (ver tabla 3.2)

Tabla 3.2. *Valoración de la suficiencia de las dimensiones del cuestionario por parte de los jueces.*

Dimensión	**Promedio**
Fuentes	3,22
Tipología de los problemas	3,55
Dificultades del docente para crear o escoger problemas contextualizados	3,62
Consideración de la realidad cercana del estudiante	3,66
Impacto de los problemas contextualizados en el aprendizaje del estudiante.	3,52
Inclusión de contexto histórico en los problemas	3,66
Motivación de los estudiantes al implementar problemas contextualizados	3,87

Fuente: elaboración propia.

Para subsanar la puntuación de la primera dimensión, se agregaron dos preguntas relacionadas con las fuentes consultadas para la creación y selección de problema, para lo cual se incorporaron el Internet y los materiales proporcionados por asesores.

Dentro de las sugerencias brindadas en la suficiencia, uno de los jueces expresó la necesidad de crear más preguntas para la dimensión relacionada con las dificultades que presenta el docente en la creación y selección de problemas contextualizados. Otro validador recomendó considerar el manejo del tiempo como una dificultad. Se atendió a esas observaciones para la elaboración del instrumento definitivo.

Además, para cada ítem, los evaluadores calificaron la claridad (si la redacción se comprendía fácilmente, donde su sintáctica y semántica son adecuadas), la coherencia (el ítem responde a la dimensión que se desea medir) y la relevancia (el ítem es esencial o importante, es decir debe ser incluido). La tabla 3.3 resume los indicadores que se ofrecieron a los jueces para validad cada uno de los ítems del cuestionario. Añadido a esto, se dispuso de un espacio para comentarios adicionales.

Tabla 3.3. *Indicadores para valorar las preguntas del cuestionario.*

Categoría	**Calificación**	**Indicador**
SUFICIENCIA Los ítems que pertenecen a una misma dimensión bastan para obtener la medición de ésta. Es decir, no se requiere más ítems para medir la dimensión. La suficiencia se evalúa solo una vez en cada dimensión.	1. No cumple con el criterio	Los ítems no son suficientes para medir la dimensión.
	2. Bajo Nivel	Los ítems miden algún aspecto de la dimensión, pero no corresponden con la dimensión total.
	3. Moderado nivel	Se deben incrementar algunos ítems para poder evaluar la dimensión completamente.
	4. Alto nivel	Los ítems son suficientes.
CLARIDAD La redacción del ítem se comprende fácilmente, es decir, su sintáctica y semántica son adecuadas.	1. No cumple con el criterio	El ítem no es claro.
	2. Bajo Nivel	El ítem requiere bastantes modificaciones o una modificación muy grande en el uso de las palabras de acuerdo con su significado o por la ordenación de estas.
	3. Moderado nivel	Se requiere una modificación muy específica de algunos de los términos del ítem.
	4. Alto nivel	El ítem es claro, tiene semántica y sintaxis adecuada.
COHERENCIA El ítem tiene relación lógica con la dimensión o indicador que está midiendo. Es decir, el ítem responde a la dimensión que se desea medir.	1. No cumple con el criterio	El ítem no tiene relación lógica con la dimensión.
	2. Bajo Nivel	El ítem tiene una relación tangencial con la dimensión.
	3. Moderado nivel	El ítem tiene una relación moderada con la dimensión que está midiendo.
	4. Alto nivel	El ítem se encuentra completamente relacionado con la dimensión que está midiendo.
RELEVANCIA El ítem es esencial o importante, es decir debe ser incluido.	1. No cumple con el criterio	El ítem puede ser eliminado sin que se vea afectada la medición de la dimensión.
	2. Bajo Nivel	El ítem tiene alguna relevancia, pero otro ítem puede estar incluyendo lo que mide éste.
	3. Moderado nivel	El ítem es relativamente importante.
	4. Alto nivel	El ítem es muy relevante y debe ser incluido.

Fuente: elaboración propia.

Con el fin de mejorar el instrumento se tomaron en cuenta los comentarios y sugerencias de los jueces, los cuales iban referidos prevalentemente a aspectos de redacción. Para tal efecto, se atendieron las observaciones, pero siempre respetando los matices lingüísticos entre el español de España, Colombia y Costa Rica, pues por ejemplo los docentes costarricenses están familiarizados con verbos como confeccionar y escoger; mientras que algunos jueces recomendaron utilizar respectivamente elaborar y seleccionar. En el instrumento se mantuvieron los términos que más se utilizan en Costa Rica, pero a lo largo del reporte de esta tesis se ha trabajado con un español más "neutral". Otro aspecto de redacción que se atendió fue redactar las preguntas en positivo.

En los diversos ítems se obtuvo un promedio entre 3.44 y 4.00 en claridad, coherencia y relevancia. A modo de ejemplo, se presentan en la Tabla 3.4 las valoraciones dadas por los jueces sobre las preguntas relacionadas con las dificultades del docente para crear o escoger problemas contextualizados (dimensión 3).

Tabla 3.4. *Valoraciones de las preguntas de la dimensión 3 emitidas por los jueces.*

		Valoración del Juez									
Pregunta	Categoría	J1	J2	J3	J4	J5	J6	J7	J8	J9	Media
3.1	Claridad	3	4	4	4	4	4	4	4	4	3,89
	Coherencia	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4,00
	Relevancia	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4,00
3.2	Claridad	3	4	4	4	4	4	4	4	4	3,89
	Coherencia	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4,00
	Relevancia	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4,00
3.3	Claridad	3	4	3	4	4	4	4	2	4	3,56
	Coherencia	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4,00
	Relevancia	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4,00
3.4	Claridad	4	4	3	4	4	4	4	2	4	3,67
	Coherencia	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4,00
	Relevancia	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4,00
3.5	Claridad	2	4	3	4	4	4	4	4	4	3,67
	Coherencia	3	4	4	4	4	4	4	4	4	3,89
	Relevancia	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4,00
3.6	Claridad	4	4	4	4	4	3	4	4	4	3,89
	Coherencia	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4,00
	Relevancia	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4,00
3.7	Claridad	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4,00
	Coherencia	3	4	4	4	4	4	4	4	4	3,89
	Relevancia	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4,00
3.8	Claridad	3	4	4	4	3	4	4	4	4	3,78
	Coherencia	4	4	4	4	4	2	4	4	4	3,78
	Relevancia	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4,00

3.3.5 Participantes y muestra

Para determinar la muestra, se realizó un muestreo virtual (González, Sosa y Fierro, 2018), donde se compartió el instrumento a los docentes a través de redes sociales y contactos obtenidos por la Asesoría Nacional de Matemática mediante la herramienta Forms de Google.

Participaron 67 profesores en activo de todas las provincias del país, tanto de zonas rurales como urbanas, que imparten docencia en el nivel de secundaria (nivel educativo que abarca desde 7º hasta 11º grados, con poblaciones estudiantiles en edades de 13 a 17 años). De la totalidad, 40 son mujeres (60% de la muestra) y 27 hombres (40%). En relación con el lugar donde realizan su labor docente, 33 trabajan en una zona urbana (49%) y 34 en zona rural (51%).

Entre los participantes, 38 docentes (57%) cuentan con 10 o más años de experiencia como profesores de matemáticas en secundaria mientras que 29 (43%) tienen menos de 10 años de experiencia docente.

Con respecto a la formación profesional, 43 participantes (64%) presentan estudios superiores al bachillerato de la especialidad, mientras que los restantes 24 (36%) poseen bachillerato o un diplomado. En relación con el número de horas que dedican los participantes a la planificación, 32 declaran dedicar 3 o más horas semanales a la escogencia o elaboración de problemas (48%), mientras que 35 invierten dos o menos horas en esa labor (52%).

3.3.6 Análisis de los datos

Para el análisis de las preguntas con escala Likert se trabaja una metodología basada en técnicas cuantitativas utilizando el software Statistical Package for the Social Sciences (SPSS). Con la finalidad de determinar si existían diferencias significativas entre las opiniones de los participantes y las diferentes variables (edad, experiencia, lugar de trabajo, …) se han realizado pruebas no paramétricas U de Mann-Whitney, debido al tamaño reducido de la muestra. Además, se han efectuado pruebas de signos de Wilcoxon, debido siempre al tamaño de la muestra, para establecer si existían diferencias significativas en las opiniones de los participantes entre crear y seleccionar problemas matemáticos según cada uno de los tipos de contexto. Por otra parte, para clasificar los contextos presentes en los problemas propuestos por los docentes, se realizó un análisis de contenido (Bardin, 2012) siguiendo las categorías obtenidas en la revisión bibliográfica anteriormente expuesta (ver capítulo 2): reales, ficticios, matemáticos, históricos e indígenas. Por las propias definiciones que se consideran en esta investigación, los contextos reales, ficticios y matemáticos son mutuamente excluyentes. Los contextos históricos e indígenas son casos particulares de los contextos reales.

3.4. Curso de capacitación sobre la elaboración de problemas matemáticos contextualizados

Tomando en cuenta los insumos obtenidos de los estudios 1 y 2, se planteó un curso de formación docente basado en la elaboración de problemas contextualizados desde una visión sociocultural de las matemáticas. En este apartado se detalla el objetivo, estructura y metodología del curso.

3.4.1 Participantes

El primer trámite administrativo para la implementación del curso consistió en contactar con la Asesoría Nacional de Matemática para que nos colaborara con una convocatoria abierta dirigida a aquellos docentes del país interesados en participar. Inicialmente se matricularon 26 profesores de todas las provincias de Costa Rica, tanto de zonas rurales como urbanas, incluida la asesora nacional de matemáticas.

Los docentes participantes fueron matriculados en un sistema de aula virtual proporcionado por la Universidad Nacional de Costa Rica (UNA), institución que proporcionó las plataformas tecnológicas.

El curso lo finalizaron 9 docentes. Al consultar a los demás profesores sobre los motivos de abandono, indicaron razones tales como: poco tiempo para atender las obligaciones del curso, carga laboral excesiva por reformas educativas en el marco de la pandemia por COVID19, problemas tecnológicos y situaciones personales.

3.4.2. Contexto

En el momento en que se implementó el curso el país estaba viviendo la emergencia por la pandemia del COVID19, razón por la cual las actividades se realizaron de manera virtual.

Tal como comentaron varios docentes, el emigrar a una modalidad virtual para desarrollar las clases en secundaria, les estaba generando estrés y consumiendo mucho tiempo. A pesar de ello, los 9 participantes que terminaron el curso trabajaron de manera activa y expresaron que la experiencia fue provechosa (sobre este punto, se amplía en el capítulo 6).

3.4.3. Plataformas virtuales

Para el desarrollo del curso se utilizaron diversas plataformas y herramientas tecnológicas.

Se estableció un correo electrónico para la comunicación oficial, con dominio de la Universidad Nacional de Costa Rica, enlazado a un canal de YouTube donde se subían videos producidos por los facilitadores del curso y los participantes. Las sesiones sincrónicas se realizaron mediante la plataforma Teams de Microsoft, donde los facilitadores realizaron plenarias, aclararon conceptos y abrieron espacios para la discusión y los aportes de los participantes.

Además, se creó un aula virtual con la plataforma Moodle, constituida por varias secciones de avisos, recursos como lecturas, videos y espacios para tareas y foros, donde los participantes expusieron sus trabajos y generaron reflexiones sobre los aportes de sus colegas, de manera asincrónica (ver Anexo C). El aula virtual constituyó el principal espacio de interacción para las sesiones asincrónicas del curso.

También se proporcionó atención individual a los participantes que así lo solicitaron, a través de WhatsApp y tutorías por videoconferencia en Teams.

3.4.4. Descripción del curso

El curso de capacitación dirigido a docentes de secundaria tanto de zonas rurales, urbanas como indígenas llevó el nombre de "Diseño de problemas desde una visión etnomatemática". Estuvo conformado por sesiones sincrónicas y asincrónicas con un total de 40 horas distribuidas en 13 semanas.

El objetivo principal fue elaborar problemas de matemáticas mediante una contextualización que contemplara la realidad sociocultural de los estudiantes y su entorno. Para ello se analizaron, como punto de partida, problemas con contextualización activa, en concordancia a los ejes disciplinares del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, hasta llegar a trabajar con problemas cuya contextualización fuera también significativa, signos culturales y apoyados en teorías desarrolladas por el Programa Etnomatemática (ver figura 3.2).

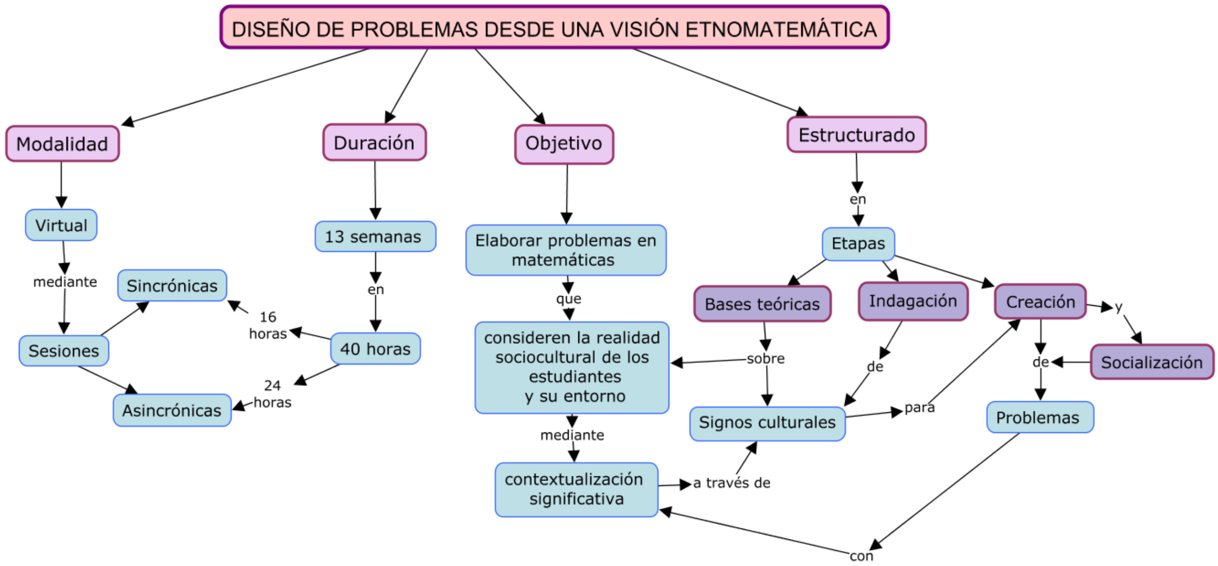


Figura 3.2 Diseño del curso de capacitación. Fuente: elaboración propia.

El desarrollo del curso se realizó en 3 etapas, que se detallan a continuación:

La primera etapa constituyó un proceso de formación sobre contextualización matemática activa (MEP, 2012) y contextualización significativa (Albanese et al., 2017).

En la semana 1 se dio un espacio para que los docentes que no habían contestado el cuestionario diagnóstico lo pudieran realizar. Además, como un proceso de socialización, los participantes realizaron un pequeño video donde compartían su nombre, lugar de residencia, centro educativo donde trabajaba, años de servicio laboral, expectativas del curso y la respuesta ante la pregunta: "¿Por qué consideran importante que un profesor de matemáticas aprenda a elaborar problemas contextualizados a partir del entorno del alumnado?" Esos videos se compartieron en un foro del aula. También se les solicitó indagar sobre el concepto de contextualización, según lo estipulado por el MEP (2012), para poder ser discutido en un foro y en sesiones sincrónicas.

La primera sesión sincrónica se realizó en la semana 2. En este encuentro virtual se detalló la dinámica del curso, explicando que este se llevaría a cabo mediante la alternancia de sesiones sincrónicas y asincrónicas. Además, los facilitadores explicaron los conceptos de contextualización activa y significativa, ilustrando con ejemplos y contraejemplos tomados de los problemas de los Programas de Estudio de Matemáticas del MEP (2012). Se proporcionó un espacio para lluvia de ideas respecto al concepto de contextualización y para aclarar dudas e inquietudes de los participantes.

En la semana 3, mediante actividades asincrónicas, los docentes tuvieron su primer acercamiento al concepto de signo cultural y su uso como recurso pedagógico, a través de la lectura de artículos que se proporcionaron en el aula virtual (Gavarrete, 2015; Gavarrete & Albanese, 2018). A la vez, se abrió un foro con la finalidad de que realizaran sus comentarios y compartieran posibles signos culturales que los identificaran, según la zona donde ejercían su labor educativa.

En la semana 4 se efectuó la segunda sesión sincrónica donde los facilitadores explicaron más en profundidad los signos culturales y brindaron ejemplos (Figura 3.3). Se estableció un espacio para que los participantes compartieran los signos culturales que habían escogido y se propició la participación activa para valorar que tan factible era tal selección, según el potencial matemático, en miras hacia la elaboración de problemas contextualizados.

Figura 3.3. Imagen presentada a los docentes sobre signos culturales. Fuente: Archivos del curso.

En la segunda etapa del curso se incentivó a los participantes a investigar sobre el contexto en que desarrollaban su práctica docente, con el fin de identificar signos culturales que les permitieran elaborar problemas con contextualización significativa. Se promovieron espacios para las reflexiones conjuntas que posibilitaron una evaluación por pares y un seguimiento por parte de los facilitadores de los problemas desarrollados, según indicadores proporcionados.

De esta manera, en la semana 5 los participantes trabajaron de manera asincrónica, estudiando en profundidad el signo cultural. Luego compartieron una descripción de dicho signo y su potencial matemático para ser utilizado en el desarrollo de contenidos de secundaria. Esta dinámica se compartió a través de un foro en el aula virtual (Figura 3.4).

Figura 3.4. Signos culturales escogidos por los participantes. Fuente: Archivos del curso.

En las semanas 6 y 7, los docentes trabajaron de forma asincrónica en la elaboración de sus problemas contextualizados. Los docentes que solicitaron ayuda recibieron apoyo personalizado por parte de los facilitadores. También se realizaron revisiones previas de los problemas, según la solicitud de algunos participantes.

Finalmente, en la tercera etapa los docentes presentaron el producto final, que consistió en una descripción detallada del signo cultural escogido y al menos un problema matemático con contextualización significativa. Esto se llevó a cabo en seis sesiones sincrónicas, que abarcaron las semanas de la 8 a la 13. Además, en este periodo, cada grupo compartió en el aula virtual su problema, mientras que los demás colegas brindaban aportes y lo resolvían. Las observaciones tanto de los participantes como de los facilitadores eran ampliadas en las plenarias sincrónicas donde se analizaba diversos aspectos, tales como: redacción, correspondencia con el currículo, uso del signo cultural, tipo de contextualización, nivel de dificultad, experiencias relacionadas con el contexto, dudas, entre otros. Incluso, gracias al contexto del problema, se establecieron espacios para comentar temas extra-matemáticos como problemáticas sociales, arte, historia, valores, entre otros.

En la última sesión los docentes manifestaron sus opiniones respecto a la propuesta brindada en el curso para la creación de problemas contextualizados. Esto quedó plasmado de forma escrita en un *Paddle* en línea. La tabla 3.5 resume el programa del curso, distribuido en sesiones sincrónicas y asincrónicas.

Tabla 3.5. *Distribución semanal del curso de capacitación dirigido a docentes de matemática de secundaria, Costa Rica*

Etapa	**Número de semana**	**Tipo de sesión**	**Actividades**
1	1.	Asincrónica	Los docentes realizan • Inscripción a las plataformas virtuales. • Aplicación de cuestionario diagnóstico • Elaboración de video de presentación • Indagación sobre contextualización, según el Programa de Estudios de Matemáticas del MEP (2012). • Observación de video sobre Etnomatemática.
	2.	Sincrónica	Los facilitadores brindan • Explicación del programa del curso. • Reflexión sobre los conceptos de contextualización activa y significativa. • Ejemplificaciones sobre problemas con contextualización activa, artificial, significativa y no significativa
	3.	Asincrónica	Los docentes trabajan en • La lectura de artículos relacionados a signos culturales • Participación en foro, compartiendo ideas respecto a signos culturales cercanos a su entorno.
2	4.	Sincrónica	Los facilitadores apoyan con • Reflexión y ejemplificación sobre signos culturales. Participación de docentes para socializar signos culturales con posibilidades de ser

Etapa	Número de semana	Tipo de sesión	Actividades
			utilizados en la contextualización de problemas.
	5.	Asincrónica	Los docentes participan en • Foro de discusión sobre los signos culturales de los compañeros: impresiones, dudas, recomendaciones. • Profundización matemática del signo Se realiza asesoría individual por parte de los facilitadores respecto al signo cultural escogido.
3	6.	Asincrónica	Los participantes trabajan en la elaboración de problemas de matemáticas con contextualización significativa, utilizando signos culturales Los facilitadores brindan asesorías personalizadas en este proceso.
	7.	Asincrónica	Los grupos 1 y 2 suben el problema a la plataforma Los demás compañeros participan en el foro brindando sus aportes al trabajo realizados por los grupos 1 y 2, a la vez que resuelven los problemas propuestos.
	8.	Sincrónica	Discusión de los problemas elaborados por los grupos 1 y 2
		Asincrónica	Los grupos 3 y 4 suben el problema a la plataforma Los demás compañeros participan en el foro brindando sus aportes al trabajo realizados por los grupos 3 y 4, a la vez que resuelven los problemas propuestos.
	9.	Sincrónica	Discusión de los problemas elaborados por los grupos 3 y 4

Etapa	Número de semana	Tipo de sesión	Actividades
		Asincrónica	Los grupos 4 y 5 suben el problema a la plataforma Los demás compañeros participan en el foro brindando sus aportes al trabajo realizados por los grupos 4 y 5, a la vez que resuelven los problemas propuestos.
	10.	Sincrónica	Discusión de los problemas elaborados por los grupos 4 y 5
		Asincrónica	Los grupos 5 y 6 suben el problema a la plataforma Los demás compañeros participan en el foro brindando sus aportes al trabajo realizados por los grupos 5 y 6, a la vez que resuelven los problemas propuestos.
	11.	Sincrónica	Discusión de los problemas elaborados por los grupos 5 y 6
		Asincrónica	Los demás compañeros participan en el foro brindando sus aportes al trabajo realizados por los grupos 6 y 7, a la vez que resuelven los problemas propuestos.
	12.	Sincrónica	Discusión de los problemas elaborados por los grupos 6 y 7
	13.	Sincrónica	Comentarios finales Los participantes realizan la evaluación del curso mediante un *Paddle* y participación en la sesión.

Fuente: Archivos del curso.

Este apartado sintetiza el desarrollo del curso de capacitación brindado a docentes de matemáticas de Costa Rica. La descripción realizada permite contextualizar la elaboración de los problemas analizados en los capítulos 6 y 7.

3.5. Marco metodológico del tercero y cuarto estudios.

Los estudios 3 y 4 se complementan para responder al objetivo específico 4 de esta investigación. Están relacionados con la evaluación del curso de formación continua dirigido a docentes de educación secundaria de matemáticas en Costa Rica, mediante el análisis de la contextualización de los problemas matemáticos creados por los docentes.

En el tercer estudio se realiza una descripción detallada del Ciclo Reflexivo de Smyth (1991) llevado a cabo por una docente al crear un problema contextualizado en el área de la probabilidad y en el cuarto se analizan los problemas que elaboran los docentes participantes en el curso de capacitación, desde el concepto de contextualización culturalmente significativa.

3.5.1. Contexto del tercero y cuarto estudios

Diversas investigaciones señalan la importancia de considerar los valores socioculturales presentes en el entorno para planificar y desarrollar las clases de matemáticas en los sistemas educativos formales (Bishop, 2005; D'Ambrosio, 2008; Rosa & Orey, 2018). Bajo este entendido, se desarrolló el curso "diseño de problemas desde una visión etnomatemática", dirigido a docentes de secundaria de Costa Rica con la finalidad de que estos analizaran y confeccionaran problemas de matemáticas con una contextualización significativa (Chavarría y Albanese, 2021) partiendo del estudio de signos culturales, tal como lo propone Oliveras (2005). La metodología del curso permitió que, durante este proceso de elaboración de problemas, los profesores experimentaran procesos reflexivos sobre su quehacer docente.

A través de los datos obtenidos de las actividades programadas en el curso se analizaron problemas con contextualización activa, según lo solicitado por el Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP, 2012) hasta llegar a elaborar problemas con contextualización culturalmente significativa, partiendo del análisis de signos culturales cercanos a la realidad del docente y de sus estudiantes.

El curso partió del reconocimiento de las matemáticas que emergen de las prácticas y realidades socioculturales de los estudiantes, la zona geográfica y la herencia ancestral para la posterior elaboración de problemas.

3.5.2 Participantes

Los participantes del curso de capacitación fueron convocados por la Asesoría

Nacional de Matemática de Costa Rica, por lo cual en la selección de los docentes no intervinieron los investigadores.

Inicialmente participaron 26 profesores de diferentes zonas de Costa Rica; pero, tal como se ha comentado ya, por motivos de la pandemia, exceso de carga laboral, reformas evaluativas y otras dificultades, solo 9 de ellos lo terminaron.

3.5.3. Ciclo reflexivo dentro del curso de capacitación

En este apartado se describe nuevamente la estructura del curso, pero enfatizando en las etapas del ciclo reflexivo de Smyth (1991) que permiten comprender los resultados del estudio 3 (capítulo 6).

Antes del inicio del curso, se solicitó a los docentes participantes entregar un problema que hubieran propuesto a sus estudiantes y que consideraran contextualizado.

Dentro del curso, los docentes fueron partícipes del ciclo reflexivo de Smyth (1991) explicado por Piñeiro y Flores (2018), mediante sus cuatro etapas: definición, información, confrontación y reconstrucción.

En las primeras sesiones del curso se realizó un proceso de formación sobre contextualización matemática significativa, basado en los estudios de Albanese et al.(2017) y Chavarría y Albanese (2021), así como el uso de signos culturales para la elaboración de problemas (Oliveras, 2005). Esto se llevó a cabo mediante la propuesta de lecturas, debates en foros y ejemplos concretos presentados en sesiones sincrónicas. Este primer acercamiento correspondió a la etapa de "definición" del ciclo reflexivo.

Luego, para la segunda etapa de "información", se incentivó a los docentes a indagar sobre el contexto sociocultural de la zona donde se desarrolla su práctica docente, con el fin de detectar un signo cultural que les permitiera crear al menos un problema con contextualización significativa.

En la etapa de "confrontación" algunos participantes presentaron a los facilitadores una primera versión de un problema contextualizado en su entorno cercano y recibieron orientaciones mediante tutorías personalizadas. Seguidamente, según un cronograma establecido, cada semana de manera individual o en parejas, los docentes compartieron su propuesta en un foro virtual, donde recibieron retroalimentación del resto de colegas, tales como dudas y sugerencias de mejora. Asimismo, en clases sincrónicas, los facilitadores del curso presentaron el problema creado y guiaron la discusión mediante preguntas generadoras, con la finalidad de que quienes lo elaboraron pudiesen abordar las diversas inquietudes planteadas por sus colegas y recibieran propuestas de mejora; a la vez que socializaban la experiencia de la elaboración del problema. Los participantes también tuvieron un espacio para explicar la manera en que resolvieron dicho problema y externaron las dificultades que encontraron.

Finalmente, en la etapa de la "reconstrucción" los docentes debían recopilar aquellas sugerencias que consideraban pertinentes y así presentar el problema final, que correspondió al proyecto y producto del curso.

En síntesis, el proceso reflexivo se llevó a cabo mediante las siguientes etapas:

(a) Se ponen en evidencia la importancia de la contextualización dentro del currículo matemático en Costa Rica, a la vez que se plantea el interrogante de cómo elaborar problemas contextualizados para la enseñanza de las matemáticas de modo que se considere la realidad sociocultural de los estudiantes. Mediante foros de discusión y participación en las clases sincrónicas, los docentes exponen sus ideas.

(b) A través de foros virtuales de discusión y videos creados por los docentes participantes, estos explican lo que entienden por problemas contextualizados y proponen uno.

(c) Se plantean a los participantes lecturas y ejemplos de los requisitos para que un problema matemático tenga una contextualización significativa. Al mismo tiempo se proporciona información referente al uso de signos culturales como medios para la creación de dichos problemas. Los docentes presentan una propuesta de problema que es compartida con el grupo en un foro virtual donde reciben retroalimentación de los compañeros y de los facilitadores del curso.

(d) Luego de los aportes recibidos, los docentes trabajan nuevamente en los problemas planteados e incorporan aquellos aspectos que consideran necesarios para que se acerquen más a la realidad del estudiante y a una contextualización significativa. El producto final es expuesto mediante un video y comentado en una clase sincrónica.

3.5.4. Métodos para el tercero y cuarto estudios

El tercer estudio se enmarca en el paradigma cualitativo, siendo un estudio de caso (Hernández et al., 2014). Para ello se toma en cuenta únicamente la participación de la docente que elaboró un problema en el área de probabilidad. Ella trabaja para un centro educativo diurno de la capital y tiene más de 10 de experiencia como docente.

La metodología del cuarto estudio consiste en un análisis de contenido (Bardin, 2012). Los datos analizados fueron el problema diagnóstico presentado por cada docente y el problema final correspondiente al proyecto del curso que entregaron los participantes (Ver anexo D).

3.5.5. Categorías de análisis del cuarto estudio

Para el análisis de los problemas correspondientes al cuarto estudio se establecieron las siguientes categorías:

1. Contexto: personal, educativo/ocupacional, público, científico/matemático (OECD, 2004; Rico, 2006);
2. Perteneciente a Costa Rica (MEP, 2012);
3. Zona: urbano, rural, indígena (Aroca, 2013);
4. Autenticidad: evento, pregunta, propósito, información y datos (Palm, 2008);
5. Contextualización: activa, artificial (MEP, 2012), significativa, no significativa (Chavarría & Albanese, 2021).

Con respecto al proceso de elaboración de los problemas, dentro del ciclo reflexivo se consideró:

1. Aspectos de mejora para los problemas, brindados por los docentes participantes, relacionados con la claridad y coherencia de los 4 componentes de autenticidad de (Palm, 2008): evento, pregunta, propósito del contexto y datos e información;
2. Autoreflexión de los docentes respecto a su proceso de elaboración de problemas contextualización.

Los problemas como producto final del curso fueron 7, hubo dos parejas trabajando colaborativamente y los demás de manera individual. Los problemas correspondieron a los siguientes signos culturales: las bananeras, la carreta, el templo de San Isidro de Coronado, el bingo pesetero, las mascaradas, el café y el polideportivo BN Arenas.

Esta producción de los docentes fue analizada según el tipo de contexto (personal, educativo/ocupacional, público, científico), zona del contexto (urbana, rural, indígena) la contextualización planteada (activa, artificial, significativa, no significativa) y los componentes de autenticidad.

Acerca de los componentes de autenticidad, se analizaron los siguientes aspectos:

1. El evento se ubica fuera del ámbito escolar.
2. Los datos e información se presentan en el problema de manera muy similar a como se obtendrían en la realidad. En caso contrario, se identifica si los datos son equivocados, insuficientes o no realísticos.
3. El propósito de resolver el problema tiene sentido en la realidad.
4. La pregunta responde al propósito del problema y es coherente con la realidad. De no ser así, se determina si la pregunta carece de claridad, no es realística o si es estrictamente matemática.

3.6. Reflexiones finales

Este capítulo permite enmarcar el proceso y la metodología que sustentan el análisis de los resultados de cada uno de los cuatro estudios que conforman esta investigación.

La combinación de métodos cuantitativos y cualitativos logra un abordaje más integral del problema de investigación planteado.

PRIMERA PARTE

PROBLEMAS CONTEXTUALIZADOS DESDE LA VISIÓN CURRICULAR Y DOCENTE, COSTA RICA.

PRESENTACIÓN

Los siguientes dos capítulos abarcan los resultados de los dos primeros estudios que sirven como punto de partida para el diseño e implementación del curso de capacitación dirigido a docentes de secundaria.

Para ello, se analiza la concepción y ejemplos relacionados a la contextualización matemática plasmados en el currículo matemático costarricense, así como la percepción de los docentes respecto a elaborar, crear e implementar problemas contextualizados en las aulas de matemáticas.

En cada estudio se presenta una introducción que explica su finalidad dentro de la investigación doctoral, así como el análisis de datos que tiene la finalidad de destacar aquellos resultados que forman parte de los insumos utilizados para la segunda parte de la investigación.

CAPÍTULO 4. RESULTADOS: CONTEXTUALIZACIÓN MATEMÁTICA EN EL CURRÍCULO COSTARRICENSE

4.1. Introducción

En este capítulo se presentan los resultados del primer estudio que constituye un primer acercamiento al análisis de contextos y contextualización de problemas matemáticos, tomando como objeto de análisis los ejemplos propuestos en los Programas de Estudio de Matemáticas del currículo de Costa Rica.

Recordamos que el objetivo de este estudio es analizar el contexto y la contextualización de los problemas presentes en el currículo costarricense desarrollado en la reforma de 2012.

El análisis se basa en parte en la manera en que el MEP (2012) concibe la contextualización matemática (artificial y activa).

Además, se muestra una clasificación de los problemas según la contextualización significativa y no significativa (Albanese et al., 2017), entendiendo esta como la cercanía (o no) de la situación del problema a una realidad cultural próxima al estudiante.

Los resultados y conclusiones de este primer estudio (detallados en el capítulo 7) llegaron a ser insumos importantes para la planificación del curso dirigido a docentes de secundaria para la elaboración de problemas matemáticos contextualizados.

4.2. Resultados del primer estudio

Seguidamente se presentan los resultados del análisis de contenido y la respectiva síntesis cuantitativa de los problemas propuestos en las indicaciones puntuales del Programa de Estudios de Matemáticas (MEP, 2012), a través de las categorías y subcategorías establecidas.

4.2.1 Sobre los contextos de los problemas

Al realizar un análisis sobre la clasificación dada en PISA (OECD, 2004), entre contextos científicos, personales, públicos y educativos/laborales, se logra apreciar que en los problemas de las indicaciones puntuales presentes en los Programas de Estudio de Matemáticas en Costa Rica, predomina el contexto científico con un 59,5%. De estos contextos científicos destacan dos tipos: los que desarrollan un conocimiento matemático dentro de la disciplina y los que corresponden a la aplicación de alguna fórmula. En el segundo caso, la mayoría de los problemas proponen aplicar las matemáticas en otras áreas del saber, tales como biología, física, química o finanzas. En la Figura 4.1 se representa la distribución en valores absolutos de la clasificación de los problemas analizados.

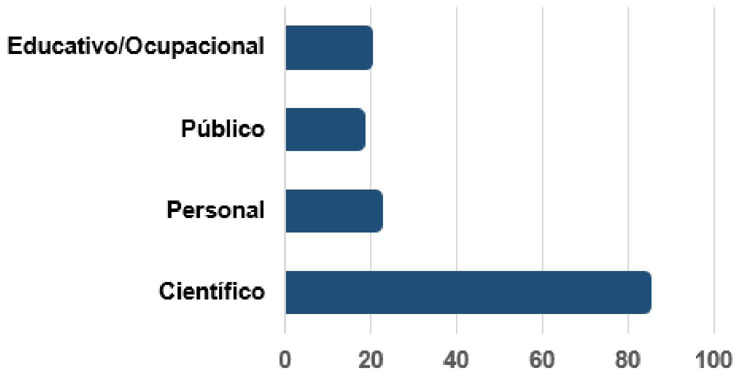


Figura 4.1. Distribución absoluta del tipo de contexto basados en la clasificación de PISA. Fuente: elaboración propia.

Para ejemplificar un contexto científico, en la Figura 4.2 se presenta un problema que pertenece al área de relaciones y álgebra, en el cual se evidencia la conexión de las matemáticas con la física.

La temperatura en grados Fahrenheit es función de la temperatura en grados Celsius y está modelada por la ecuación $F(C)=\frac{9}{5}C+32$. Expresar C como función de F.

Figura 4.2. Problema con contexto científico aplicado en física. Fuente: MEP (2012, p. 413).

Un segundo ejemplo se asocia con el teorema de Pitágoras, donde se relacionan conocimientos matemáticos tales como clasificación de triángulos según medidas de ángulos y lados, así como la distancia entre puntos (Figura 4.3).

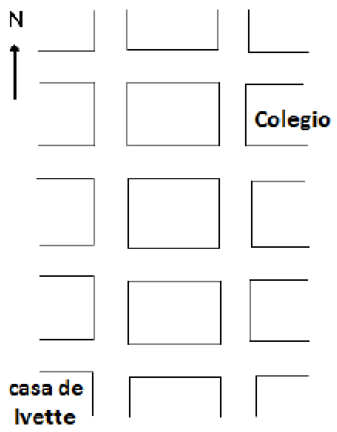
Dadas las siguientes coordenadas de los vértices de un triángulo A(2,1), B(6,5) y C(9,2), clasifique el triángulo de acuerdo con la medida de sus ángulos y la medida de sus lados. Argumente su respuesta.

Figura 4.3. Problema con contexto científico meramente matemático. Fuente: MEP (2012, p. 317).

Ahora bien, dentro de los contextos personales se presentan problemas especialmente en el área de números, relacionados con compras, préstamos, actividades recreativas y recetas. En el caso de los contextos públicos, destacan ejemplos que fomentan el análisis, la toma de decisiones y propician la discusión de temas de salud, cívicos y problemáticas actuales y están más presentes en el área de probabilidad y estadística (Ver ejemplo en la Figura 4.4). Con respecto a los contextos ocupacionales, los problemas responden especialmente al cálculo de ganancias, precios y circunstancias que se pueden presentar en ciertos oficios. En el contexto educativo, por su parte, los problemas son mayormente de probabilidad y estadística.

▲ En primer lugar se puede introducir la representación de puntos en el plano por medio de un problema como el que se presenta a continuación:

☺ El siguiente croquis muestra la comunidad en donde vive Ivette. Las cuadras miden aproximadamente 100 metros de Este a Oeste y 50 metros de Norte a Sur.



Si Ivette asiste al colegio de su comunidad:

a. ¿Cuál es el trayecto más corto de su casa al colegio, a través de las calles? ¿Es el único trayecto con igual longitud?
b. ¿Cómo dar una dirección del colegio tomando como referencia la casa de Ivette?

Figura 4.4. Problema con contexto público y urbano. Fuente: MEP (2012, p. 306).

En relación con la zona donde se ubican las situaciones de los problemas, 22 de los 141 problemas poseen la información necesaria para ser clasificados según si el contexto es urbano, rural o indígena. En otros casos, a pesar de que en ocasiones se plantea un entorno cercano al estudiante, no ha sido posible establecer una zona geográfica, por ejemplo, en eventos relacionados con los juegos de azar. Se destaca que, de esos 22 problemas, ninguno corresponde a un entorno indígena ni rural. La realidad sugerida en las indicaciones puntuales del MEP responde únicamente a contextos urbanos. Estos ejemplos propuestos pueden resultar distantes de la realidad que se vive en zonas no urbanas. En las zonas rurales, por ejemplo, no es habitual una distribución de avenidas y calles, ni tampoco el uso de “cuadras” para referirse a 100 metros de distancia, por lo que un problema como el de la Figura 4.4, no es cercano para un estudiante que vive en el campo. Incluso, en la mayoría de las zonas urbanas de Costa Rica, es muy poco probable que exista una distribución vial y de viviendas tal como la que presenta el croquis.

Otro ejemplo que no contempla la realidad de las zonas indígenas es un problema que se enmarca en una “feria del agricultor” (mercado de frutas, verduras, y hortalizas generalmente establecido en las calles de las cabeceras de cantón durante los fines de semana), donde se presenta una lista de productos en venta, con sus precios respectivos y se consulta la cantidad de dinero que se gasta en ciertas compras (Figura 4.5). Esto puede llegar a ser bastante cercano para los habitantes de la zona urbana, que desde pequeños van con sus familias a comprar frutas y verduras y que realizan cálculos para verificar que les alcance el dinero para sus compras. Pero no es próximo para habitantes de zonas indígenas, donde el uso del dinero es casi inexistente y aún persiste el uso del trueque como forma de comercialización, siendo este un elemento diferencial entre realidades indígenas y rurales no indígenas.

Miriam va a la feria con su padre para comprar las frutas que llevarán como merienda durante la semana. Encuentran que el CNP sugiere, para esa semana, los precios que brinda en la siguiente tabla:

Consejo Nacional de Producción

SIIM PRECIOS sugeridos FERIAS DEL agricultor Costa Rica

10 MARZO - 11 MARZO 2012

PRODUCTO	UNIDAD MEDIDA	PRECIO COLONES	PRODUCTO	UNIDAD MEDIDA	PRECIO COLONES
APIO VERDE	KG	600	LIMON MESIN	UND	---
AYOTE SAZON	KG	400	MANGA	KG	600
AYOTE TIERNO	UND	400	MARACUYA	KG	850
BANANO	UND	27	MORA	KG	1300
BROCOLI	KG	650	MELON	KG	300
CAMOTE	KG	1000	NARANJA	UND	45
CEBOLLA SECA	KG	825	ÑAMPI	KG	600
CEBOLLA TRENZA	KG	825	PAPA	KG	470
COLIFLOR	UND	800	PAPAYA	KG	325
COCO	UND	300	PEPINO	KG	400
CULANTRO CASTILLA	ROLLO	60	PIÑA	UND	675
CHAYOTE SAZÓN BLAN	UND	350	PLATANO	UND	135
CHAYOTE TIERNO CRIO	UND	390	REMOLACHA	UND	250

Imagen tomada de: http://web.cnp.go.cr/index.php/informacion-de-mercados/precios-nacionales-semanales/semanales/ferias-del-agricultor

Ellos compran 1 piña, 5 kilogramos de papaya, 8 naranjas y medio kilogramo de moras. Plantee una combinación de operaciones que permita obtener el total a pagar, si pagan según los precios que sugiere el CNP. Luego resuélvala. Se espera que cada estudiante escriba la operación

Figura 4.5. Problema con contexto urbano. Fuente: MEP (2012, p. 276).

Con respecto a los problemas que pueden ser categorizados conforme a la realidad de Costa Rica, solo 26 de la totalidad (18,43%) tienen la información necesaria para ser clasificados. De ellos, 21 mencionan en cierta forma a Costa Rica, ya sea de manera explícita o bien porque proporcionan datos de instituciones costarricenses tales como la Refinadora Costarricense de Petróleo (RECOPE), la Caja Costarricense de Seguro Social (CCSS) o el Consejo Nacional de Producción (CNP). También se mencionan servicios públicos, actividades recreativas o datos demográficos. Sin embargo, en 4 problemas, de los 21 referidos a Costa Rica, si bien se hace alusión al país, el evento descrito no corresponde a la realidad costarricense. Para ejemplificar esto, en la Figura 4.6 se muestra un problema donde se menciona a Costa Rica, pero para la resolución de este se deben suponer las carreteras rectas, lo cual no ocurre en este país.

Carolina sale de su casa y se dirige al hogar de su mamá que se ubica 2 km al Sur del suyo. Luego de saludarla y conversar con ella, le informan que su hermano Andrés (quien estudia en el extranjero y llevaba más de 5 años de no visitar a su familia) llegó a Costa Rica y que se encuentra en su casa de habitación, a 750 m Norte de la casa de su mamá por lo que ellas se dirigen para darle la bienvenida. Considerando como punto de referencia la casa de Carolina:

a. Determine su ubicación actual en metros.
b. Determine la distancia en metros que hay entre la casa de Carolina y la de su hermano.

Figura 4.6. Problema con contexto costarricense. Fuente: MEP (2012, p. 282).

Por otra parte, un problema cuyo contexto no se ubica en Costa Rica, se presenta en la Figura 4.7, donde se brinda información referente a animales que habitan fuera de este país, por lo que la población local no está familiarizada con ellos.

El yak es un animal que habita en las montañas del Tibet a unos 5000 m sobre el nivel del mar y el cachalote vive 5900 m más abajo. Determine la altura en la que suele vivir este último.
Respuesta: 900 m bajo el nivel del mar.

Figura 4.7. Problema con contexto costarricense. Fuente: MEP (2012, p. 280).

4.2.2 Sobre la contextualización de los problemas

En los fundamentos teóricos del currículo costarricense de matemáticas (MEP, 2012) se resalta la importancia de trabajar problemas asociados a entornos reales, sociales, físicos y culturales (p. 13) y se propone “una contextualización activa que estimule la acción estudiantil, lo que requiere el uso importante de modelos sobre la realidad cercana" (p. 36). Por tal razón es importante analizar si los problemas presentes en los Programas de Estudio de Matemáticas presentan una contextualización activa o si, por el contrario, poseen una contextualización artificial. Con el fin de clasificar el problema según una contextualización activa, recordamos, se pregunta si el contexto es necesario para resolver el problema (MEP, 2012 y Ruiz, 2017); en el caso de que la respuesta sea negativa, se trata de una contextualización forzada o artificial.

Una vez descartados los problemas de contexto científico, los restantes 57 se analizaron según la contextualización activa o artificial. Al respecto, 12 presentan una contextualización artificial y 45 una contextualización activa. Es decir, poco más del 21% de los problemas tiene un contexto que es forzado, el cual no es necesario para brindar solución a este ni para dar significado a la situación planteada.

Para ilustar lo anterior, los problemas de las Figuras 4.8 y 4.9 presentan un contexto necesario para su resolución, por lo que hay contextualización activa. En efecto, la información de la Isla del Coco (dimensiones y forma a consultar en un mapa) es imprescindible para aproximar su área. Por su lado, en el otro problema, el contexto es necesario para resolverlo, ya que se requiere saber la relación entre las dimensiones de las losetas y de la habitación, para que así el estudiante logre aplicar el algoritmo de la división.

Calcule el área aproximada de la Isla del Coco, utilizando algún mapa de Costa Rica.

La idea es que se visualice la Isla del Coco como un cuadrilátero (por ejemplo: rectángulo) y, tomando en cuenta la escala del mapa, se aproxime su área. También, para una mejor estimación se podría dividir el mapa en varias figuras de áreas conocidas (triángulos, trapecios, cuadrados, rectángulos, etc.) y comparar los diferentes resultados del grupo. Con este ejercicio se estimula la creatividad.

▲ Se puede trabajar en subgrupos de la clase y comparar las medidas para ver quiénes dan la mejor aproximación.
Nota: La isla del Coco tiene aproximadamente 7,6 km de largo y 4,4 km de ancho, por lo tanto su área es aproximadamente 33,44 km^2.

Figura 4.8. Problema con contextualización activa. Fuente: MEP (2012, p. 305).

Don Manuel va a poner losetas en el piso de una habitación que mide 4 metros por 3 metros, las losetas miden 30 cm por 15 cm. Se van a colocar de forma análoga a lo que se ve en la figura, con el lado mayor de la loseta paralelo al lado mayor de la habitación.

Las losetas pueden cortarse para que encajen en los extremos de cada fila de ellas. Don Manuel le dio las dimensiones a su hijo y éste compró 135 losetas. Si no se quiebra ninguna, ¿le alcanzarán estas losetas a don Manuel?, ¿le sobrarán?, si es así, ¿cuántas? ¿Cuántas filas de losetas habrá que colocar?, ¿cuántas losetas por fila?

Figura 4.9. Problema con contextualización activa. Fuente: MEP (2012, p. 277).

Tal como se explicó en el marco teórico, los problemas con contextualización artificial son aquellos cuyo contexto presenta datos o información que no se requieren para su resolución. En efecto, si se eliminan estos datos descriptivos, el contexto del problema podría ser meramente matemático. La Figura 4.10 es un ejemplo de estos.

▲ Se puede comenzar este tema proponiendo problemas en los que necesariamente una ecuación sea el medio por el cual se planteen y resuelvan.

El monte Everest (la montaña más alta del mundo) es 5413 metros más alto que el volcán Irazú (uno de los puntos más altos de Costa Rica). Si la suma de sus alturas es 12 283 metros, plantee una ecuación que permita calcular la altura de cada uno de ellos.

Figura 4.10. Problema con contextualización artificial. Fuente: MEP (2012, p. 335).

El problema de la Figura 4.10 debe responder a la habilidad de plantear y resolver problemas en contextos reales. Se puede apreciar que el contexto se limita a indicar que hay una incógnita y una cantidad conocida (5 413) y cuya suma es 12 283. En este caso, se podría prescindir del contexto planteado y quedar redactado como un problema meramente matemátoco, así: dos números suman 12 283 y uno de ellos es 5 413, ¿cuál es el otro número? Queda claro que la contextualización es artificial.

Otro problema (Figura 4.11) pone en relieve una posible conexión entre las ecuaciones lineales, la historia y el arte, al tiempo que, “confirma la utilidad de las matemáticas en diversos ámbitos de la vida” (MEP, 2012, p. 336). No obstante, los datos artísticos e históricos no son esenciales para la resolución del problema.

Una pintura muy famosa es la Gioconda del artista Leonardo da Vinci. Esta pintura se encuentra en el Museo de Louvre en Paris, Francia. El cuadro tiene forma rectangular y su altura es 24 centímetros más que su ancho. El perímetro del cuadro es de 260 centímetros. Calcule la altura y el ancho del cuadro.

Figura 4.11. Problema con contextualización no activa. Fuente: MEP (2012, p. 336).

La contextualización del problema anterior, es en efecto artificial, ya que es un problema matemático con detalles contextuales que son innecesarios para resolverlo. De hecho, este podría resolverse de la misma manera que el original, planteándose con una redacción del tipo: determine la base y la altura de un rectángulo en el que la altura es 24 cm mayo a su base.

Por otra parte, tal como lo hemos comentado, un problema posee una contextualización significativa, si se puede presentar dicha situación o evento en su vivencia diaria o laboral, si el propósito de resolverlo y la pregunta son conformes a una problemática que podría enfrentarse en la realidad. Al respecto, de los 45 problemas que fueron clasificados con contextualización activa, únicamente 6 presentan contextualización significativa, con lo cual, los 39 restantes (86,6%) poseen una contextualización no significativa. Para determinar los problemas con contextualización significativa, se espera que el aprendiz realice cierto trabajo de matematización o modelización (Niss, 1995). La Tabla 4.1 resume los problemas con contextualización significativa que están presentes en las indicaciones puntuales de los Programas de Estudio de Matemáticas del MEP (2012).

Tabla 4.1. *Problemas con contextualización significativa*

Conocimiento	Sujeto involucrado	Resumen del problema
Operaciones combinadas	Compradora	Una joven va a la feria del agricultor y realiza diversos cálculos para conocer el total que debe pagar.
Relaciones de orden de números enteros	Empresarios	A través de una gráfica de ganancias y pérdidas de una empresa, se deben establecer comparaciones.
Razones trigonométricas	Albañil	Se desea conocer la medida de una rampa, para que cumpla con los requerimientos de la Ley 7600, para accesibilidad sin exclusión.
Ecuación de una recta	Emprendedor	Un emprendedor necesita saber el precio de venta de un producto, para lo cual se conocen los costos de producción por unidad y la inversión inicial.
Medidas de posición	Estudiante	Un estudiante tiene las notas de los rubros que le calificaron en un curso y necesita su promedio ponderado.
Muestras aleatorias	Organizadores de programa de salud	Una organización necesita escoger aleatoriamente a 15 estudiantes de noveno nivel para un programa de salud.

Fuente: elaboración propia.

La Figura 4.12 permite ilustrar un problema con contextualización significativa, ya que el estudiante puede encontrarse en una situación como la que describe el problema. Aunque las calificaciones están dadas en una escala de 0, 00 a 10,00 y no de 0 a 100 como en secundaria, en varias universidades de Costa Rica, sí se usa esta.

Una estudiante de la universidad obtuvo las siguientes calificaciones en un curso de Matemática, para una calificación de 0 a 10:

Pruebas	Calificaciones
Primer examen corto	6,00
Segundo examen corto	5,50
Tercer examen corto	6,50
Proyecto	6,00
Primer parcial	7,50
Segundo parcial	8,50

a. Los exámenes cortos tenían un valor de 5% cada uno, el proyecto valía 15% y los exámenes parciales 35% cada uno. Si la nota mínima de aprobación es un 7,00, ¿la estudiante aprobó el curso?

Figura 4.12. Problema con contextualización significativa. Fuente: MEP (2012, p. 434).

Es importante recalcar que, para efectos de estos análisis, es necesario colocarse en la posición del sujeto a quien va dirigido el problema, con la finalidad de constatar si ciertamente este utilizará un método matemático tal como el que se sugiere; pues de lo contrario, se trata de una contextualización no significativa. Por ejemplo, la Figura 4.13 presenta una situación enmarcada en un balneario, que es en cierta medida un contexto conocido por muchos estudiantes; sin embargo, plantea una problemática (propósito) que en un escenario real no interesaría. Evidentemente, un bañista no realizaría los cálculos que se solicitan en el problema para determinar cuántos centímetros debe bajar antes de que el agua cubra sus hombros, máxime que, en la realidad las medidas que se plantean en el contexto no están disponibles en una piscina.

Una piscina tiene un máximo de 3,2 m de profundidad. El día de hoy se indica que hay apenas 2,8 m de altura del agua en la parte más profunda. Ana quiere entrar a la piscina pero no sabe nadar, así que no quiere llegar a la parte más profunda. Ella calcula que mide aproximadamente 1,5 m de los pies a los hombros. La zona para bajar poco a poco es la parte inclinada y ella baja hasta apenas tocar el agua con los pies y calcula que es aproximadamente de 0,7 m. ¿Cuánto más deberá bajar Ana para que el agua le llegue a los hombros?

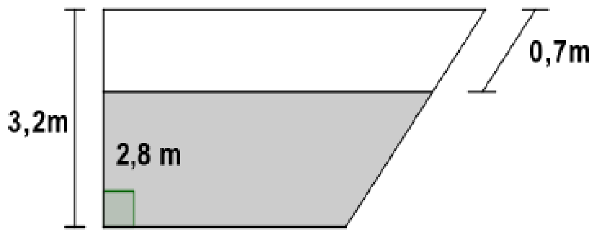


Figura 4.13. Problema con contextualización no significativa. Fuente: MEP (2012, p. 313).

Otro problema que presenta contextualización no significativa se ejemplifica en la Figura 4.14, donde se plantea comprar una escalera para subir al techo de su casa.

> Diego necesita comprar una escalera para subirse al techo de su casa. El techo está a una altura de 97 pulgadas. Para poder tener una buena estabilidad en la escalera al apoyarse en la pared, las patas de la escalera deben estar a una distancia de entre 30 y 40 pulgadas. ¿Cuál podría ser la medida aproximada de la escalera?

Figura 4.14. Problema que presenta una contextualización no significativa. Fuente: MEP (2012, p. 315).

Según se detalla en la habilidad asociada al problema anterior, la idea es introducir en noveno nivel el teorema de Pitágoras. Como se puede apreciar, el evento descrito presenta un contexto real; sin embargo, en la cotidianeidad, no se utilizaría dicho teorema para dar solución a la situación planteada. La estimación, en su lugar sería posiblemente una estrategia más adecuada. Además, no es común que se compre una escalera para usarla en solo una ocasión o con las medidas exactas para un único evento. También hay que destacar que la unidad de medida (la pulgada) no es del Sistema Internacional de Unidades de Medida, el utilizado en Costa Rica.

En otro problema, se solicita representar de forma tabular algunos pares ordenados de una función lineal, la cual relaciona el número de kilómetros recorridos por un taxi con la tarifa a pagar del servicio, teniendo como dato que el costo del primer kilómetro es de ₡550 y por cada kilómetro adicional se debe pagar ₡200 (MEP, 2012, p. 331). Este escenario dista un poco de a realidad, ya que, en Costa Rica para calcular una tarifa por pagar, debe considerarse no solo el kilometraje, sino también el tiempo que se tarda en ofrecer el servicio. Debido a la complejidad de los datos y las mediciones, los taxistas usan un instrumento llamado taxímetro y conocido popularmente como “María”, que efectúa dicho cálculo automáticamente. Es decir, ni el chofer ni el usuario realizan esos cálculos manualmente. Por tanto, este problema también posee una contextualización no significativa.

En este análisis se ha detectado en los ejemplos que proporcionan los Programas de Estudio de Matemáticas del MEP (2012) cierta escasez de problemas que poseen una contextualización significativa, en contradicción con lo que se expresa en los fundamentos teóricos: “al usar o aplicar las matemáticas dentro de contextos reales (bien seleccionados) se promueve el contacto con los objetos matemáticos en su relación privilegiada con la realidad de donde emergieron” (MEP, 2012, p. 28). La Figura 4.15 presenta un resumen de los resultados.

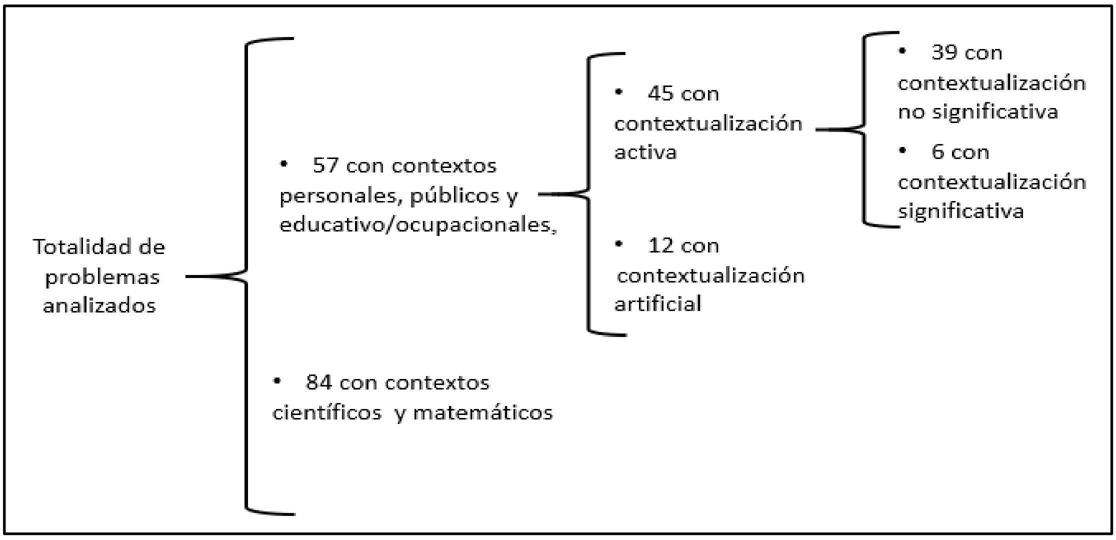


Figura 4.15. Clasificación de problemas en valores absolutos según contexto-contextualización. Fuente: elaboración propia.

4.3. Reflexiones finales

Antes de proponer un curso de capacitación sobre la elaboración de problemas matemáticos contextualizados, resulta primordial analizar el currículo vigente. Precisamente este estudio permite alcanzar el primer objetivo específico del presente estudio doctoral, al analizar las indicaciones puntuales presentes en el Programa de Estudio de Matemáticas de Costa Rica en III y IV ciclo para valorar la pertinencia de los problemas con respecto a la contextualización.

Este estudio ha permitido establecer unas primeras categorías para examinar los contextos y la contextualización de problemas matemáticos, focalizando en el análisis de situaciones matemáticas cercanas a la realidad de los estudiantes.

Tal como se ha mostrado en los resultados de este estudio, existen problemas propuestos por el MEP (2012) con contextualización artificial y la mayoría con contextualización no significativa, que muestran la necesidad de capacitar en esta área a los docentes en servicio, para fomentar la creación de problemas que contemplen la realidad sociocultural del entorno en que se desarrolla la educación matemática formal.

CAPÍTULO 5. PERCEPCIÓN DOCENTE SOBRE LA CONTEXTUALIZACIÓN MATEMÁTICA

5.1. Introducción

La resolución de problemas ha estado presente a lo largo de la historia de las matemáticas y del desarrollo mismo de la humanidad. Las inquietudes y necesidades que se iban presentando en las diversas culturas, dieron paso a problemas matemáticos cuyo abordaje fue tan variable, que incluyó desde respuestas inmediatas, soluciones diversas –o ausencia de soluciones- y hasta estudios que abarcaron siglos de trabajo.

La resolución de problemas matemáticos no fue exclusiva para personas brillantes, matemáticos inmortalizados en libros de historia o culturas específicas. Ya desde la Edad Antigua, con la aparición de las escuelas, tanto la escritura como las matemáticas tomaron espacios privilegiados dentro de la enseñanza. Y desde ese entonces, la resolución de problemas tomó un rol protagónico dentro del aprendizaje de las matemáticas (Sigarreta et al., 2006).

En esta línea, para Blanco y Pino (2015) la educación formal puede atender tres aspectos: enseñar para resolver problemas, enseñar sobre la resolución de problemas o bien enseñar vía resolución de problemas. Los tres aspectos no son para nada excluyentes; sin embargo, es precisamente el último, uno de los ejes disciplinares del currículo matemático en Costa Rica, donde se sitúa esta investigación (MEP, 2012).

En este contexto, es esperable que el docente sea capaz de escoger, adaptar o crear problemas que estimulen la acción estudiantil. Esta ha sido una tarea particularmente demandante para los docentes desde que se han implementado los Programas de Estudios de Matemáticas en Costa Rica (Baltodano, 2018).

Por otra parte, diversas investigaciones en Didáctica de la Matemática han manifestado la necesidad e importancia de considerar el contexto sociocultural dentro del proceso de enseñanza de las matemáticas (Bishop, 2005). En efecto, se presenta la necesidad de "propiciar que los estudiantes vinculen las matemáticas que aprenden en la escuela con el mundo en el que viven" (Espinoza, Vergara y Valenzuela, 2020, p. 6). En particular, Rosa y Orey (2018) destacan que, a través de acciones pedagógicas curriculares, en la matemática escolar se debe fomentar la conexión entre las prácticas matemáticas presentes en la comunidad y las prácticas enseñadas en los centros educativos mediante la creación de actividades matemáticas culturalmente relevantes.

Desde el Programa Etnomatemática, las matemáticas se consideran una construcción cultural, por lo cual, se aboga a que su enseñanza se caracterice por la búsqueda de actividades provenientes de las particularidades y necesidades del entorno (Bishop, 1999). Asimismo, una práctica escolar contextualizada favorece el aprendizaje y la motivación de los estudiantes. A este propósito, se ha observado que efectivamente el proceso de creación de actividades matemáticas contextualizadas en la realidad cercana al centro educativo contribuye a la motivación, tanto del estudiante como del docente involucrado, al tiempo que favorece el aprendizaje de los contenidos desarrollados (Gilbert-Delgado y Camarena-Gallardo, 2010).

A pesar de que son numerosos los estudios en Didáctica de la Matemática relacionados con la resolución de problemas, pocos se centran en indagar cómo los docentes llevan a cabo el planeamiento de los problemas que utilizan en sus lecciones (Pino-Fan et al., 2020). En este sentido, Gil y Rico (2003) exponen la necesidad de conocer las percepciones y creencias de los docentes como elementos diagnósticos que permitirán diseñar planes de formación y capacitación con mayores posibilidades de éxito. Esta idea es compartida por Handal y Herrington (2003), quienes indican que conocer las percepciones docentes frente a reformas curriculares innovadoras, resulta indispensable para planificar y ejecutar procesos de capacitación.

Como un efecto dominó, las creencias de los docentes y la metodología que desarrollan en sus clases pueden repercutir en las actitudes que tienen los estudiantes hacia las matemáticas (Bishop, 1993).

En este panorama, los docentes deben no solo conocer contenidos matemáticos, sino también ser investigadores del entorno donde se desempeñan, para crear problemas matemáticos que tengan mayor sentido para los estudiantes. Precisamente en este trabajo, centraremos la atención en las opiniones de los docentes con respecto a la tarea de seleccionar y elaborar problemas matemáticos, particularmente aquellos que son contextualizados.

Para la planificación de procesos de capacitación relacionados con la creación de problemas matemáticos contextualizados dirigidos a docentes de secundaria, es importante primero indagar sobre sus experiencias, perspectivas y conocimientos relacionados con estas temáticas.

En este sentido, los resultados del estudio que se presenta en este capítulo describen la percepción y conocimiento de docentes de III y IV ciclo sobre la implementación de problemas matemáticos contextualizados en la educación secundaria formal de Costa Rica, en concordancia con el segundo objetivo específico de la tesis doctoral. La metodología es cuantitativa de naturaleza exploratoria y descriptiva.

Para ello, se presentan los hallazgos más relevantes obtenidos de un cuestionario aplicado a 67 docentes de matemáticas en ejercicio, a la vez que se aclaran diversos conceptos relacionados con problemas matemáticos, contextos y contextualización, en seguimiento del primer estudio.

Se analizan las dimensiones relacionadas con las fuentes que utilizan los docentes para la elaboración de problemas, las dificultades que estos presentan al realizar problemas, consideración de la realidad cercana del estudiante en la elaboración de problemas. Además, se clasifican los contextos presentes en los problemas que los docentes proponen. Los resultados son insumos para la segunda parte de la investigación.

5.2. Resultados del segundo estudio

A continuación presentamos resultados del análisis de datos provenientes del cuestionario aplicado a docentes de matemática de secundaria relacionado con la percepción respecto a implementar problemas contextualizados en sus lecciones.

5.2.1 Sobre tipos de problemas matemáticos: abiertos y cerrados

En este apartado nos centramos en las opiniones de docentes en ejercicio de Costa Rica sobre el empleo de problemas abiertos o cerrados, es decir que presenten (o no) varias soluciones y métodos de resolución. Para ello aclararemos lo que se entiende por cada uno de estos tipos de problema.

Blanco y Pino (2015) recopilan una clasificación que distingue los problemas en cerrados y abiertos. Para ellos, “la posibilidad de varias soluciones y, simultáneamente, diferentes estrategias de [re]solución sería lo que caracterizaría a los problemas abiertos” (p. 189). En contraposición, los problemas cerrados tienen una única solución y una formulación tal que el resolutor es guiado a realizar un único proceso de resolución.

Con respecto a los problemas abiertos, Pita et al. (2011) mencionan tres características que los distinguen:

1. No se ofrece de forma explícita toda la información que es necesaria para resolverlo, pero el resolutor cuenta con los conocimientos y de los medios para obtenerla.
2. La estructura del problema permite a quien intenta resolverlo mostrar creatividad y originalidad para redefinirlo.
3. Existe libertad para elegir restricciones y métodos matemáticos diferentes, permitiendo diversas soluciones

Por su parte, el MEP (2012) menciona a los problemas abiertos como problemas de final abierto y los define como: “Aquellos que admiten varias soluciones y aproximaciones, y que pueden ser oportunidades muy valiosas para introducir conceptos y procedimientos, para organizar la lección o para trabajos extra clase por medio de proyectos.” (p. 475).

Además, el MEP (2012) en los Programas de Estudio de Matemáticas proporciona algunos ejemplos de problemas abiertos. A modo de ilustración, para introducir el conocimiento del Teorema de Pitágoras, proponen este problema:

> Diego necesita comprar una escalera para subirse al techo de su casa. El techo está a una altura de 97 pulgadas. Para poder tener una buena estabilidad en la escalera al apoyarse en la pared, las patas de la escalera deben estar a una distancia de entre 30 y 40 pulgadas. ¿Cuál podría ser la medida aproximada de la escalera? (MEP, 2012, p. 315)

Aunque en otro nivel educativo, este podría ser un problema cerrado, no lo es para quienes aún no han trabajado sobre Teorema de Pitágoras. Incluso, en el mismo documento se recalca que: “Es importante analizar tanto las soluciones como las estrategias utilizadas. Además, hay que tomar en cuenta que hay gran variedad de soluciones correctas.” (MEP, 2012, p. 315)

Otro problema abierto que plantea el MEP (2012) se presenta en la figura 1

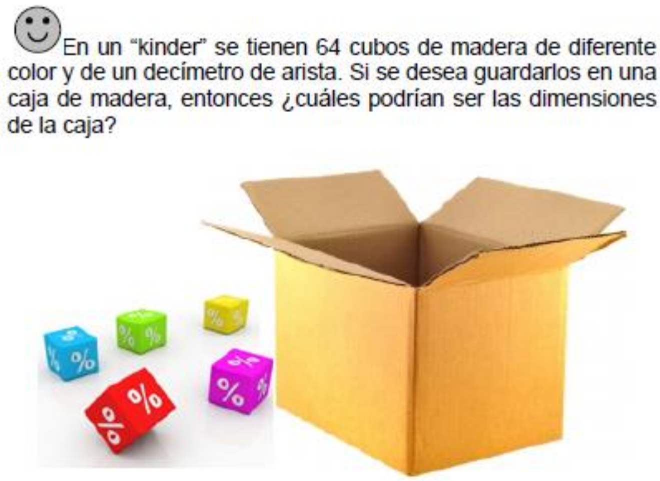


Figura 5.1. Ejemplo de un problema abierto. Fuente: MEP (2012, p. 212).

En este caso, tanto la metodología de resolución, como la solución no son únicas, especialmente al considerar los conocimientos previos que tienen los estudiantes a quienes se les propone este problema.

Al consultar a los docentes sobre si estaban de acuerdo en elegir problemas que permitan un solo método de resolución, la media fue de 2,29. En efecto, 59,7% de los encuestados consideraron estar en desacuerdo o totalmente en desacuerdo (puntuación 1 o 2) con seleccionar problemas cerrados, en contraste con un 10,5% que sí están de acuerdo o totalmente de acuerdo (puntuación 4 o 5). Los docentes que no estaban ni en acuerdo ni en desacuerdo (puntuación 3) fueron el 29,8%.

Con respecto a *crear* problemas con un solo método de resolución, la media fue de 2,37 y un 60% presentó un cierto grado de desacuerdo (puntuación 1 o 2) en elaborar problemas que tienen un solo método para resolverse, contra un 6,2% que está a favor (puntuación 4 o 5). Quienes dieron una puntuación de 3 (medianamente de acuerdo) abarcaron un 33,8%.

Al realizar la prueba de signos de Wilcoxon, se obtuvo como valor estadístico -0,629 y un valor de significación de 0,529 con lo que se concluye que no hubo diferencias significativas entre las opiniones sobre elegir o crear problemas.

En el gráfico 5.1 se muestra el diagrama de cajas que sintetiza las opiniones de los docentes, respecto a seleccionar y crear problemas que tengan un único método de resolución.

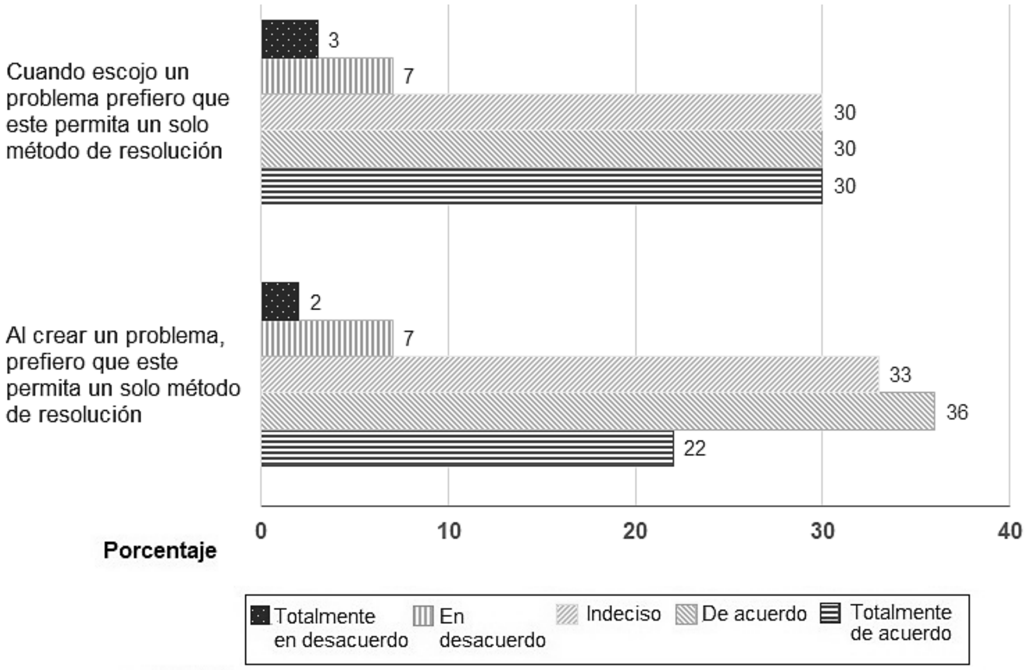


Gráfico 5.1. Nivel de acuerdo de los docentes con respecto a seleccionar y crear problemas con un único método de resolución. Fuente: elaboración propia.

El gráfico muestra como las medianas en ambos casos se ubican en 2, que equivale a estar en desacuerdo. En ambos casos, el 75% de los encuestados consideran estar de medianamente de acuerdo o totalmente en desacuerdo con este tipo de problemas.

Por su parte, en el gráfico 5.2 se muestran las opiniones de los docentes respecto a diseñar y seleccionar problemas con una única solución. En este caso las medianas coinciden en el valor 3.

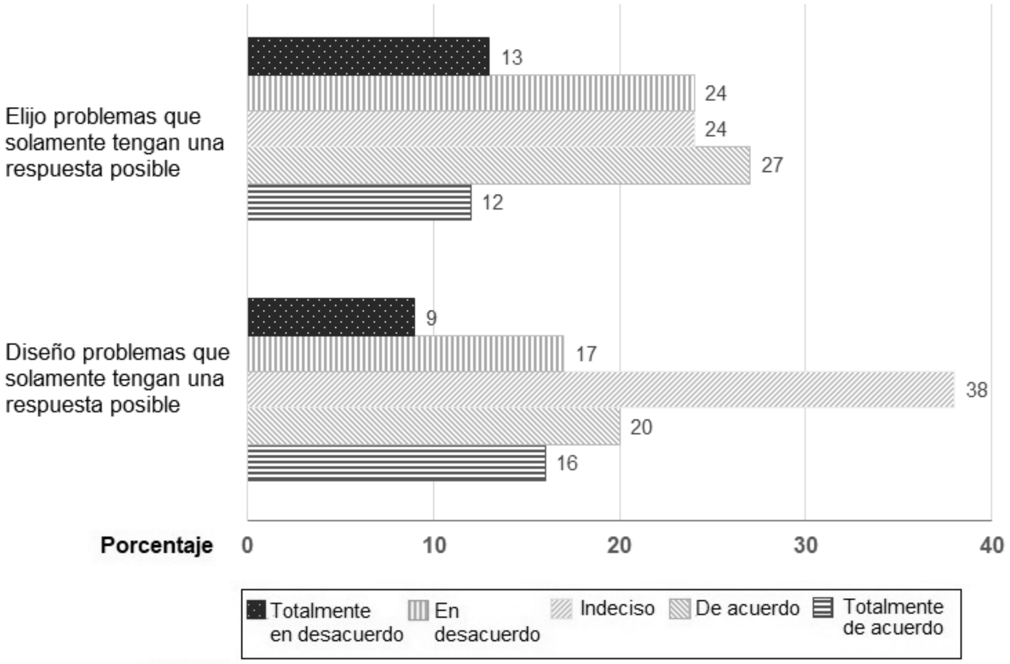


Gráfico 5.2. Nivel de acuerdo de los docentes con respecto a escoger y crear problemas con una única solución. Fuente: elaboración propia.

Además, al realizar la prueba no paramétrica de Mann Whitney sobre la selección de problemas con un único método de resolución, no se identificaron diferencias estadísticamente significativas entre el grado de acuerdo y desacuerdo entre el grupo de docentes que presenta una formación más avanzada que incluya estudios superiores al bachillerato, y los que no presentan formación superior en enseñanza de las matemáticas. Tampoco se presentaron diferencias significativas entre los grupos de docentes según los años de experiencias, o el tiempo que dedican a preparar problemas por semana (ver Tabla 5.1).

Tabla 5.1. *Estadísticos de la prueba Mann Whitney respecto a las opiniones de docentes sobre la elección de problemas con un único método de resolución*.

Condición	Valor del estadístico Z	Valor de significancia
Experiencia laboral en docencia	-1,425	0,154
Formación profesional	-0,130	0,897
Horas semanales en planear problemas	-0,242	0,809

Fuente. elaboración propia

Por otro lado, en relación con *elegir* problemas que tengan una única solución, la mayoría de los participantes opinaron estar medianamente de acuerdo, con una media de 3,02 detectándose pocos valores extremos. Una situación muy similar se presenta al consultarles sobre la *creación* de problemas con esta condición. En este caso la media del grado de acuerdo y desacuerdo fue de 2,83. Tampoco se presentan diferencias estadísticamente significativas en opiniones con respecto a crear o escoger problemas con una única solución. En las pruebas de Mann Whitney no se evidenciaron diferencias estadísticamente significativas entre las respuestas de los participantes según su experiencia laboral, formación o el número de horas dedicados a la planificación.

Tabla 5.2. *Estadísticos de la prueba Mann Whitney respecto a las opiniones de docentes sobre elección de problemas con una única solución.*

Condición	Valor del estadístico Z	Valor de significancia
Experiencia laboral en docencia	0,856	-0,182
Formación profesional	0,804	-0,248
Horas semanales en planear problemas	0,176	-1,353

Fuente: elaboración propia

Tabla 5.3 *Estadísticos de la prueba Mann Whitney respecto a las opiniones de docentes sobre creación de problemas con una única solución.*

Condición	Valor del estadístico Z	Valor de significancia
Experiencia laboral en docencia	-0,152	0,880
Formación profesional	-0,399	0,690
Horas semanales en planear problemas	-0,382	0,702

Fuente: elaboración propia

5.2.2 Sobre contextos utilizados en los problemas matemáticos

En este apartado se analizarán los datos correspondientes a la percepción docente acerca de la creación y selección de problemas según su contexto: matemático, ficticio, real, histórico e indígena.

En el Gráfico 5.3 se puede visualizar que un mayor porcentaje de opiniones favorables se dan hacia la selección y creación de problemas con contextos reales, en comparación con el planteamiento de problemas con contextos ficticios o matemáticos, lo cual está en sintonía con lo que propone el MEP (2012) en el currículo de matemática de Costa Rica.

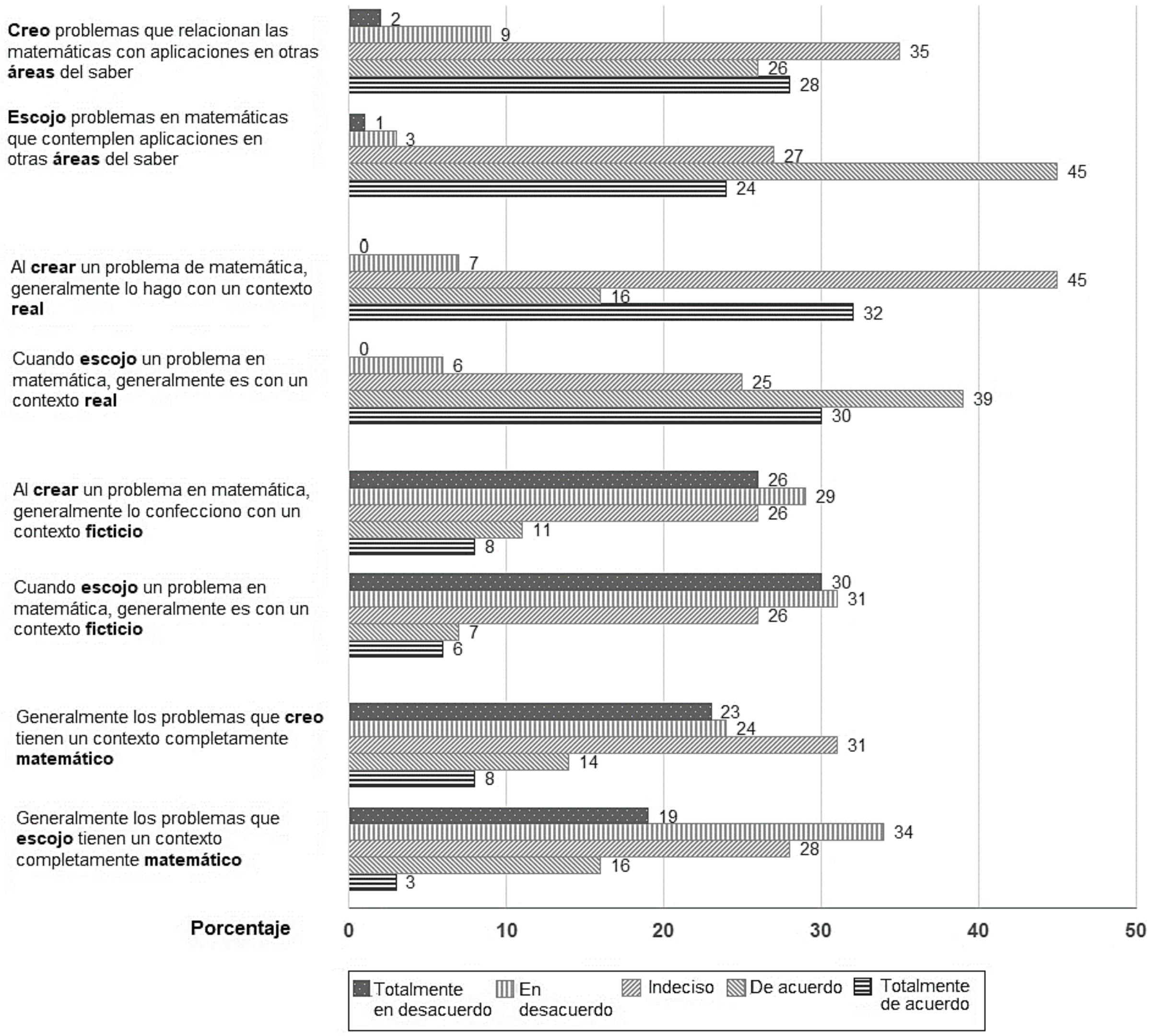


Gráfico 5.3. Opinión de docentes respecto al tipo de contexto que utilizan al elegir o crear problemas matemáticos. Fuente: elaboración propia.

En efecto, más de la mitad de los docentes expresan estar en cierto grado de desacuerdo respecto a la selección de problemas con contextos matemáticos. Estas respuestas son interesantes si se considera que el 59.5% de los ejemplos que propone el MEP (2012) como guía en las indicaciones puntales de los Programas de Estudio de Matemáticas poseen un contexto puramente matemático, tal como destacamos en el capitulo 4.

Una tendencia similar a la anterior se da sobre la selección y creación de problemas en matemáticas que contemplen aplicaciones en otras áreas del saber, donde en general las opiniones también son favorables.

De los cuatro tipos de problemas consultados, los que se relacionan con contextos reales alcanzaron la mayor media (3.78 respecto a la selección, 3.80 respecto a la creación) mientras que los problemas con contextos ficticios obtuvieron la media menor (2.37 en la selección y 2. 69 en la creación) (Tabla 5.4).

Tabla 5.4. *Medidas estadísticas sobre las opiniones de docentes respecto al tipo de problema que crean en matemáticas*

	Selección			Creación		
Tipo de problema	Media	Desviación estándar	Moda	Media	Desviación estándar	Moda
Completamente matemático	2.65	1.06	2	2.83	1.16	3
Con contexto ficticio	2.37	1.08	2	2.69	1.17	3
Con contexto real	3.78	0.83	4	3.80	0.95	3
Con aplicaciones	3.70	0.83	4	3.67	1.02	3

Fuente: elaboración propia.

Por otra parte, se realizaron pruebas de signo de Wilcoxon para determinar si existen diferencias significativas en las opiniones de los docentes entre crear y seleccionar problemas matemáticos según cada uno de los tipos de contexto. Al respecto no se encontraron diferencias significativas. En efecto, los valores encontrados fueron respectivamente en los contextos ficticios $Z = -1.785$, $p= 0.074$, en el caso de los contextos matemáticos Z = -0.383, p= 0.702, en los problemas que contemplen aplicaciones en otras áreas del saber Z = -0.023, p=0.981 y en los contextos reales Z = -0.242, p=0.807.

Ahora bien, mediante la prueba U de Mann-Whitney se descartan diferencias significativas entre las opiniones de los docentes sobre la selección y creación de los diversos tipos de problemas y las variables de edad, experiencia, grado académico y tiempo que dedican la planificación. Sin embargo, el valor de significancia que relaciona el lugar de trabajo del docente y sus opiniones sobre la selección de problemas con contextos ficticios indica que existen diferencias significativas según si trabaja en una zona rural o urbana (y Z = -3.05; p = 0.02). En efecto la media es menor en el grupo de docentes de zonas urbanas (1.82) en contraste con la media (2.74) de los profesores de zonas rurales. Es decir, las opiniones de los docentes de zonas urbanas son más desfavorables con respecto a usar contextos ficticios que los de zonas rurales.

A pesar de que el MEP (2012) aboga por el uso de la historia en las clases de matemáticas, el mayor porcentaje de docentes encuestados no toman una posición respecto a proponer problemas históricos en sus clases de matemáticas (ver el Gráfico 5.3). Además, al consultarles respecto a proponer problemas matemáticos con contextos indígenas, el mayor porcentaje de los participantes señala estar en desacuerdo o totalmente en desacuerdo. Contrario a estas opiniones, D’Ambrosio (2008) indica desde el Programa Etnomatemática, considerar las matemáticas provenientes de las creencias, ideologías, logros intelectuales y valores históricos de diversas civilizaciones y culturas indígenas.

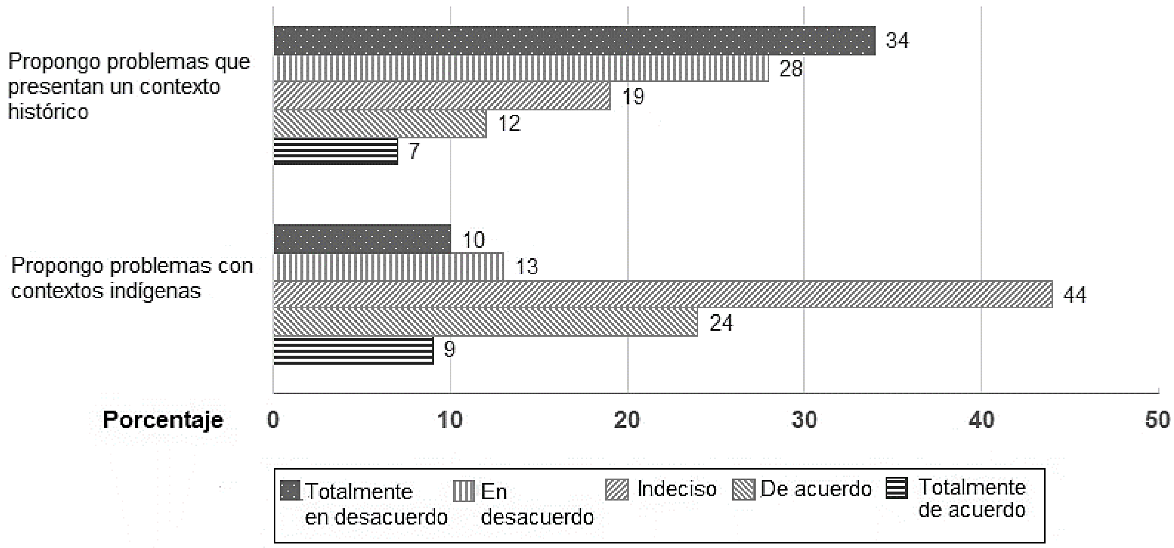


Gráfico 5.4. Opinión de docentes a proponer problemas con contextos históricos e indígenas. Fuente: elaboración propia.

5.2.3 Sobre fuentes utilizadas para la selección y creación de problemas matemáticos contextualizados

Dentro de las competencias de un profesor de matemáticas en la planificación didáctica de la clase, se encuentra la selección y/o elaboración de problemas matemáticos (Carrillo et al., 2018; Galleguillos et al., 2015;. Godino & Batanero, 2011). En el contexto costarricense, se espera además que el docente potencie la resolución de problemas con contextualización activa, al ser uno de los ejes disciplinares del currículo. En este sentido, se consultó a los docentes qué tan de acuerdo estaban con utilizar los diferentes recursos disponibles para la selección y creación de problemas matemáticos contextualizados. La información recopilada se resume en el Gráfico 5.5.

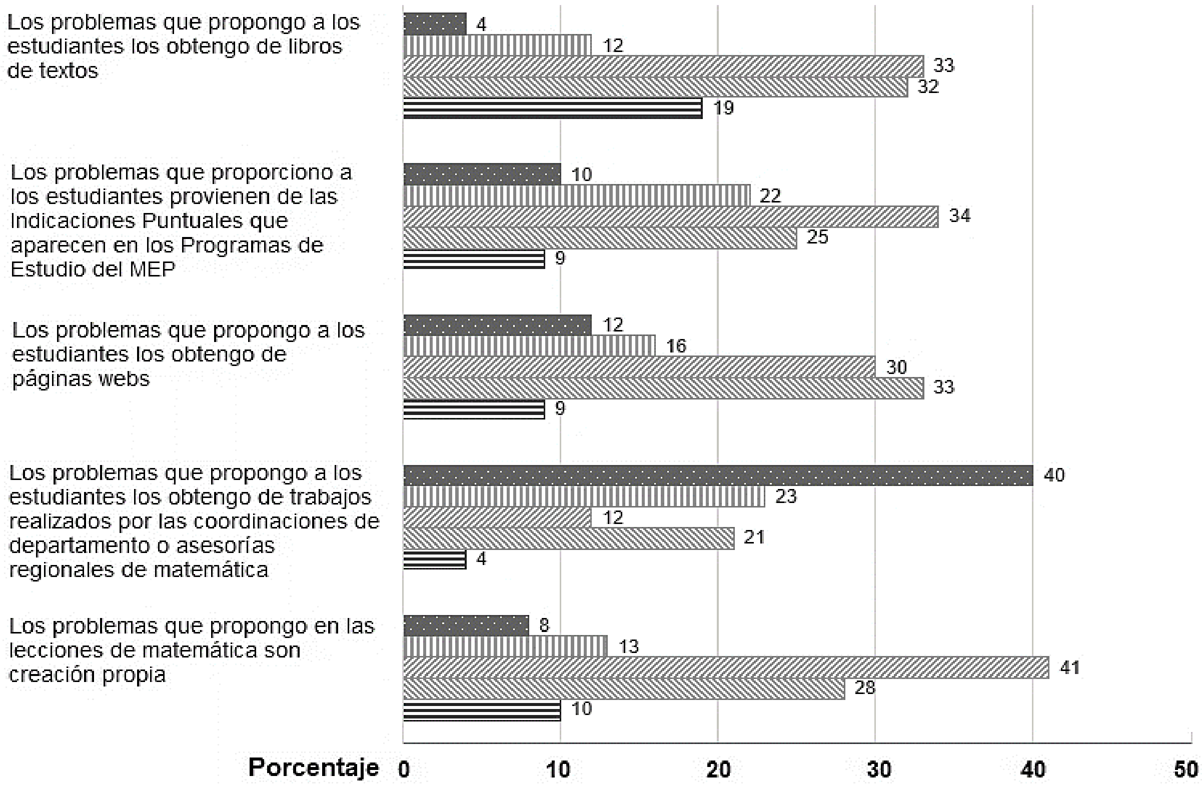


Gráfico 5.5. Opinión de docentes respecto al uso de diversas fuentes de información para proponer problemas matemáticos contextualizados. Fuente: elaboración propia.

En el caso del uso de libros de texto, los participantes del presente estudio opinan en general, de manera favorable sobre su uso. Esto concuerda con los resultados de una investigación realizada hace casi dos décadas por Murillo (2003) en Costa Rica, quien evidenció que los docentes involucrados se mostraban a favor del uso de libros de texto para la enseñanza de las matemáticas, tanto como libros de consulta o de uso diario. Estas similitudes se presentan aun cuando los programas de estudio y la metodología en los periodos en que se ubican las dos investigaciones son distintos. Situación similar se documentó en la investigación realizada en Chile por Pino-Fan et al. (2020) donde se destaca la preferencia de los docentes por usar libros de texto para seleccionar o adaptar los problemas que utilizan en sus clases.

Por otra parte, tal como se evidencia en el Gráfico 5.5, los participantes no muestran una tendencia marcada al opinar sobre el uso de las indicaciones puntuales de los Programas de Estudio de Matemáticas dadas por el MEP. Además, utilizar problemas elaborados en equipos de trabajo, como coordinaciones o asesorías regionales no es una práctica común por parte de los docentes costarricenses. En resumen, de los cinco recursos consultados, el uso de libros de texto alcanzó la mayor media de opiniones favorables (3.34) mientras que utilizar problemas de las coordinaciones de departamento o asesorías obtuvo la media más baja (2.27), tal como se aprecia en la Tabla 5.5.

Sobre la utilización de problemas de creación propia, Malaspina, Mallart y Font, (2015) expresan que los docentes de matemáticas deben desarrollar habilidades para crear sus propios problemas para trabajar con sus alumnos y no limitarse a utilizar los problemas encontrados en libros o en línea. Pero los docentes en su mayoría parecen no posicionarse al respecto.

Al realizar pruebas U de Mann-Whitney, no se establecen diferencias significativas en las opiniones respecto a las fuentes de consulta como libros de texto, programas de estudios y coordinaciones entre grupos determinados por sexo, grado académico, la dedicación a la planificación, o la zona de proveniencia.

Por otra parte, al consultar sobre el uso de páginas web para la selección y confección de problemas, hay una diferencia significativa al comparar los docentes de zonas urbanas con los que viven en zonas rurales. De hecho, al efectuar la prueba U de Mann- Whitney se obtienen los valores $Z=-2.09$, $p= 0.035$. La media de las opiniones de los docentes que provienen de zonas rurales es de 2.85 mientras que en los participantes de zonas urbanas es de 3.35. Un acceso más limitado a redes de internet en las zonas rurales puede que influya en estos resultados; pero no es un dato que se pueda recoger directamente del instrumento.

Tabla 5.5. *Medidas estadísticas sobre las opiniones de docentes respecto al uso de recursos para la creación de problemas matemáticos contextualizados*.

Recursos	Media	Desviación estándar	Moda
Libros de texto	3.49	1.07	3
Páginas Web	3.10	1.15	4
Indicaciones puntuales del MEP	3.01	1.12	3
Coordinación de departamento o asesorías	2.27	1.30	1
Creación propia	3.21	1.05	3

Fuente: elaboración propia.

5.2.4 Sobre la realidad cercana del estudiante en la elaboración de problemas matemáticos.

A los docentes se les solicitó, mediante tres preguntas, su opinión respecto a considerar la realidad del estudiante, del centro educativo y de la comunidad cercana al centro educativo, como fuentes de información para proponer problemas matemáticos en el aula.

Tal como se muestra en el Gráfico 5.6 y en la Tabla 5.6, el mayor porcentaje de docentes se muestra indeciso en cada una de las afirmaciones planteadas, en cuanto a considerar la realidad de los estudiantes, de su centro educativo y de personas cercanas a la institución.

Sobre esta temática, y en contraposición con la mayoría de respuestas obtenidas por los participantes, Gerdes (1998) mediante un estudio sobre diversas experiencias matemáticas de estudiantes africanos, explica la importancia de que los docentes tengan conciencia de que las matemáticas son procesos socioculturales y que los estudiantes tienen un potencial matemático aprendido de su entorno. Por ello, es indispensable que el docente conozca la realidad de los estudiantes, de los grupos sociales que están cercanos a las instituciones educativas y de las prácticas culturales que son importantes para la comunidad educativa. Estas realidades deberían ser tomadas en cuenta en la planeación de las lecciones de matemáticas.

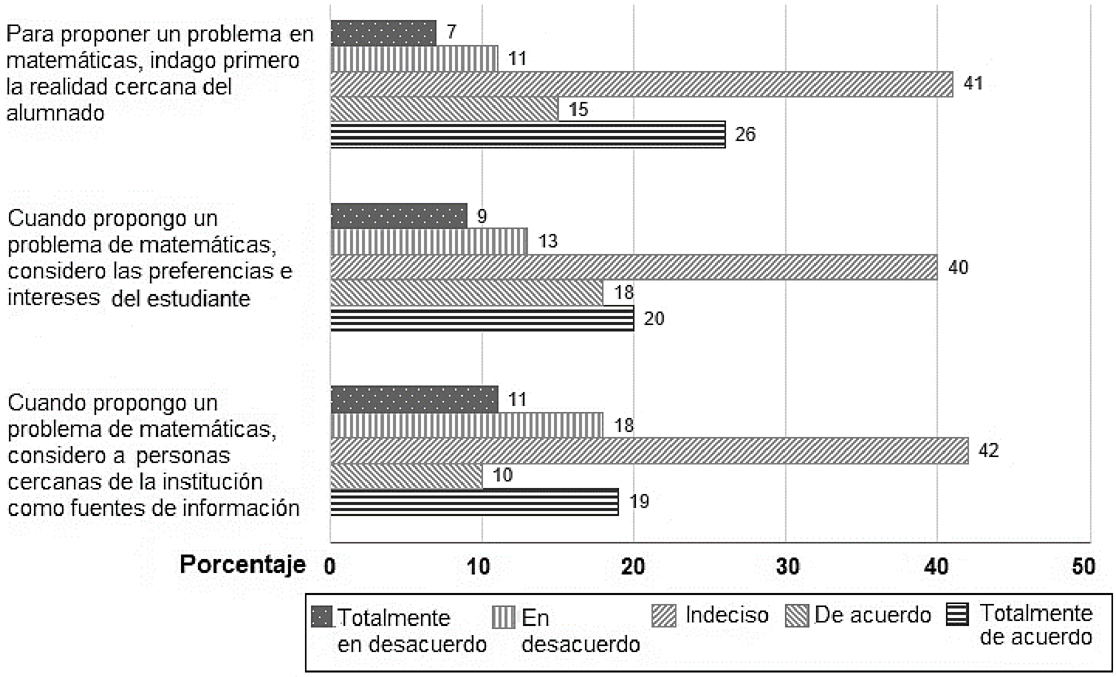


Gráfico 5.6. Opinión de docentes respecto a considerar la realidad del estudiante y su entorno para proponer problemas en matemáticas. Fuente: elaboración propia.

Tabla 5.6. *Medidas estadísticas sobre la opinión de docentes respecto a considerar la realidad del estudiante y su entorno para proponer problemas en matemáticas*

Recursos	Media	Desviación estándar	Moda
Para proponer un problema en matemáticas, indago primero la realidad cercana del alumnado	3.37	1.17	3
Cuando propongo un problema de matemáticas, considero las preferencias e intereses del estudiante	3.14	1.15	3
Cuando propongo un problema de matemáticas, considero a personas cercanas de la institución como fuentes de información	3.05	1.23	3

Fuente: elaboración propia.

5.2.5. Sobre dificultades para implementar problemas matemáticos contextualizados

Aplicar la resolución de problemas matemáticos contextualizados como eje disciplinar del currículo, exige al docente poseer habilidades para seleccionar y crear situaciones de aprendizaje adecuadas al nivel educativo y a la realidad de los estudiantes (Buschiazzo, 1997 y Baltodano, 2018). Esta no es una tarea fácil para el docente, ya que requiere de una exhaustiva búsqueda y análisis de información que le permita elaborar un problema (Espinoza, 2017). Por ello, en el cuestionario, se consultó a los docentes, mediante 5 ítems, si consideraban difícil diseñar problemas matemáticos contextualizados. En forma general, los docentes opinan no estar de acuerdo en tener dificultades para la creación de problemas matemáticos contextualizados. El Gráfico 5.7 y la Tabla 5.7 resumen los datos obtenidos.

Cabe destacar que la mitad de los participantes indican un grado de desacuerdo con respecto a disponer de poco conocimiento de la realidad de su comunidad educativa para la creación de problemas y casi la mitad de los docentes se muestran indecisos al consultarles si son escasas las situaciones reales que posibilitan crear problemas matemáticos. En relación con la dificultad de modelizar situaciones para elaborar problemas, las opiniones se encuentran muy divididas.

La dificultad en la que más coinciden los docentes es la relacionada con el tiempo que invierten en la creación de problemas, tal como lo evidenció también Pino-Fan et al. (2020).

Además, y a pesar de los datos esperanzadores que arrojó el cuestionario, el 79% de los entrevistados afirman que existe una necesidad por recibir capacitaciones para crear problemas contextualizados a la realidad del estudiante.

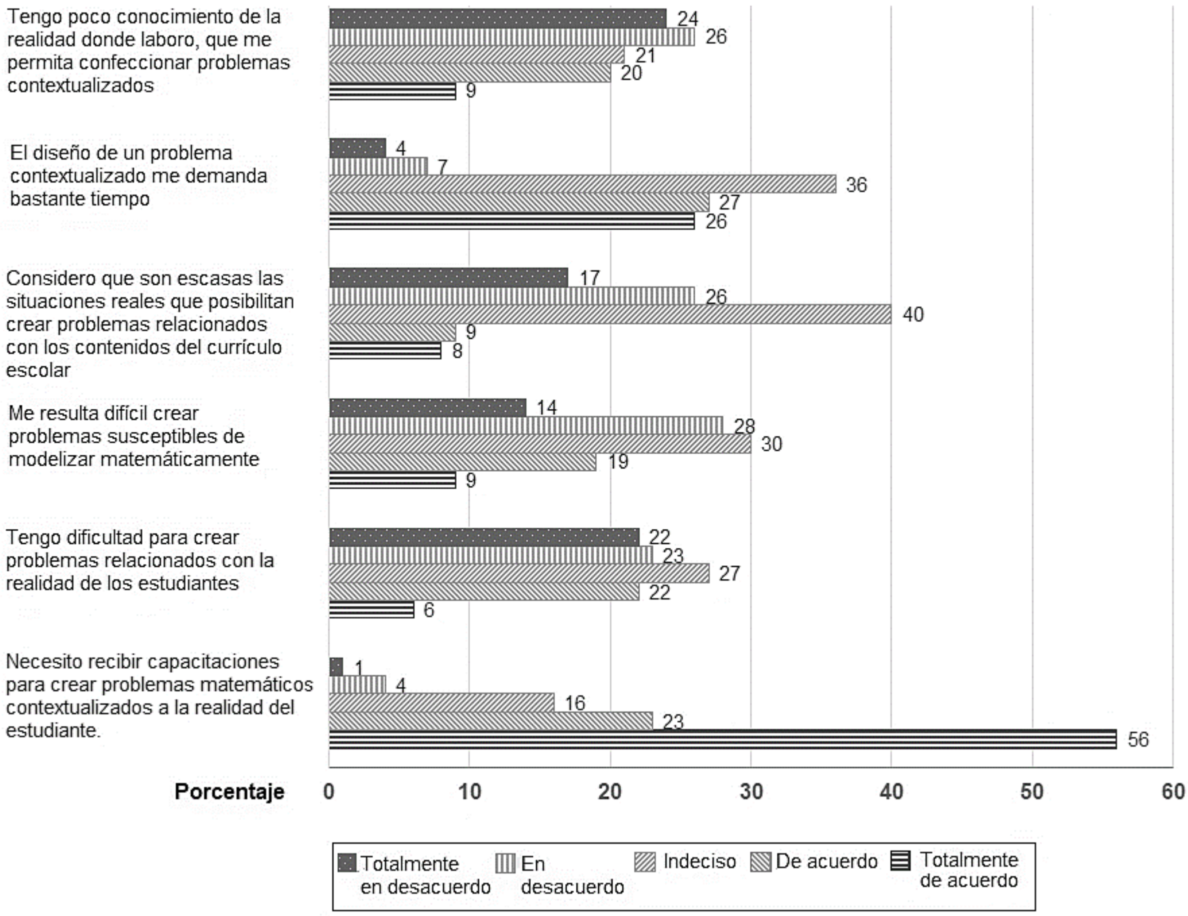


Gráfico 5.7. Opinión de docentes respecto a las dificultades para diseñar problemas matemáticos contextualizados. Fuente: elaboración propia.

Según las pruebas de Mann- Whitney no existe diferencias significativas entre las opiniones de los docentes sobre las dificultades para elaborar problemas matemáticos contextualizados entre grupos determinados por edad, experiencia, zona donde trabajan, grado académico y tiempo que dedican al planeamiento.

Tabla 5.7. *Medidas estadísticas sobre la opinión de respecto a las dificultades para diseñar problemas matemáticos contextualizados*

Recursos	Media	Desviación estándar	Moda
Tengo poco conocimiento de la realidad donde laboro, que me permita confeccionar problemas contextualizados	2.58	1.21	2
El diseño de un problema contextualizado me demanda bastante tiempo	3.65	1.04	3
Considero que son escasas las situaciones reales que posibilitan crear problemas relacionados con los contenidos del currículo escolar	2.65	1.02	3
Me resulta difícil crear problemas susceptibles de modelizar matemáticamente	2.79	1.05	3
Tengo dificultad para crear problemas relacionados con la realidad de los estudiantes	2.71	1.19	3
Necesito recibir capacitaciones para crear problemas matemáticos contextualizados a la realidad del estudiante	4.13	1.03	5

Fuente: elaboración propia

5.2.6. Sobre dificultades de los estudiantes al afrontar problemas matemáticos contextualizados

El Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012) indica que trabajar mediante la resolución de problemas contextualizados no solo permiten activar habilidades cognitivas de orden superior, sino que a la vez propician la motivación de los estudiantes, al percibir las matemáticas más cercanas a su realidad.

En esta misma línea, una investigación de Chavarría (2014) indicó que los problemas contextualizados eran recibidos de mejor forma por parte de los estudiantes (en comparación con problemas tradicionales), al punto de sentirse retados y motivados para resolverlos. De forma similar, Gómez-Chacón (2017) resalta que los problemas contextualizados que emergen de la vida real pueden llegar a hacer elementos motivantes para los estudiantes ya que permiten la interacción con sus experiencias y entornos cercanos. Diversos estudios han indagado sobre las dificultades que presentan los estudiantes al resolver problemas y esto incluye por supuesto aquellos problemas que son contextualizados. Al respecto Chavarría (2014) explica que existen factores afectivos (desmotivación, miedo, dudas), escasa relación entre conceptos matemáticos y conocimientos previos, inseguridad al afrontar situaciones matemáticas nuevas, escasa comprensión relacional y problemas de lectura. Sobre este último aspecto Blanco et al.(2015) reafirman que dentro las dificultades más observadas en sus investigaciones, destacan:

> la falta de comprensión lectora o falta de atención cuando leen el enunciado, la tendencia a traducir literalmente el enunciado del problema a una expresión matemática, y del desconocimiento de elementos de análisis de la situación planteada y de heurísticos específicos. (p. 114)

Por su parte, Buschiazzo et al. (1997) indican que un problema posee una dificultad en sí mismo ya que presenta una situación novedosa para el estudiante.

La contextualización que propone el MEP (2012) en los Programas de Estudio de Matemáticas busca promover la participación activa de los estudiantes. Al respecto, casi la mitad de los docentes encuestados concuerdan con esta afirmación. De hecho 49, 25% de los participantes expresan estar de acuerdo o muy de acuerdo con dicha premisa (puntuación 4 y 5), mientras que el 38,88% se muestran ni en acuerdo ni en desacuerdo (puntuación 3) y solo 7,46% expresan un grado de desacuerdo (puntuación 1 y 2). En el diagrama de cajas del Gráfico 5.9 se resume la información recopilada.

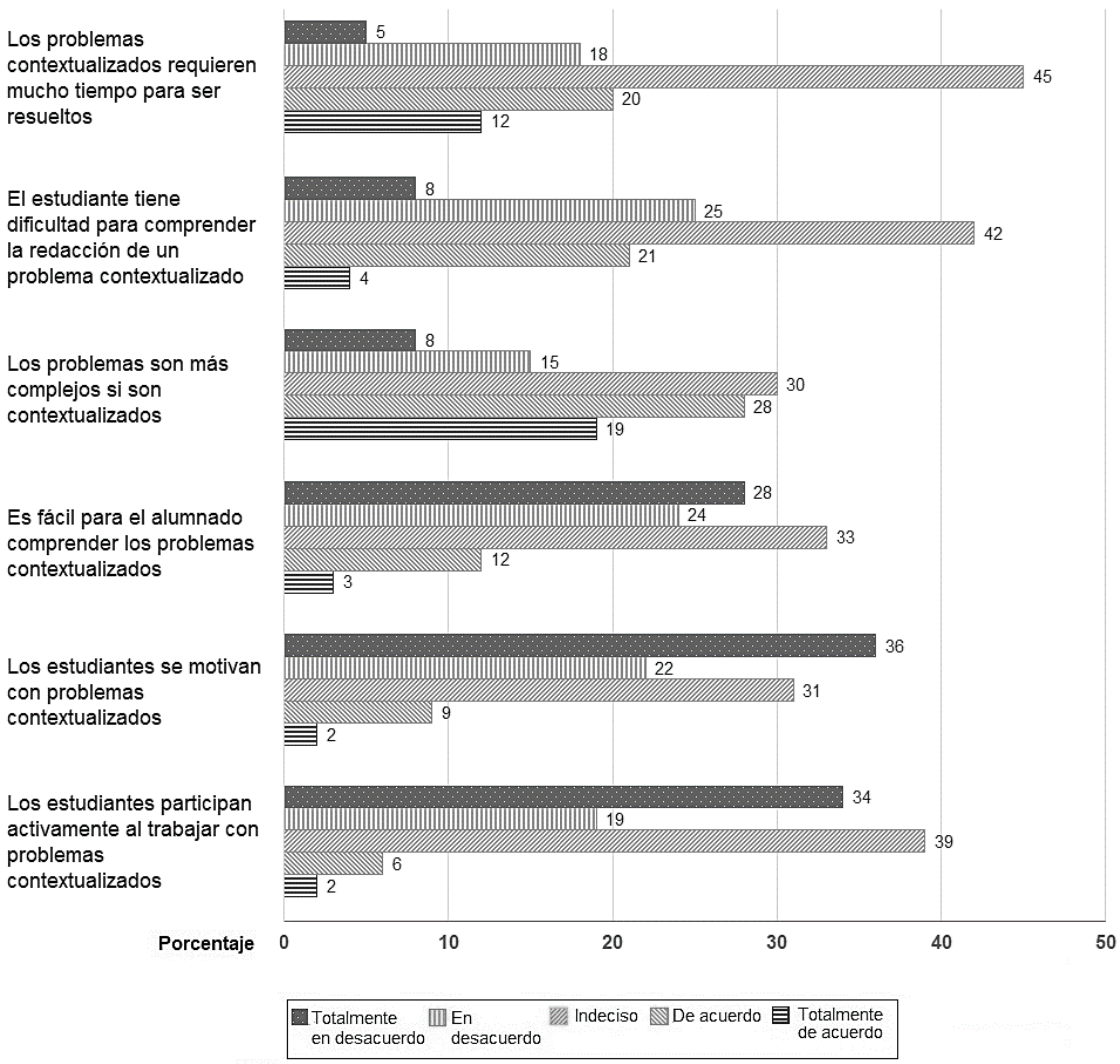


Gráfico 5.9. Opinión de los docentes sobre las dificultades que presentan los estudiantes al resolver problemas contextualizados. Fuente: elaboración propia.

En relación con un aspecto más emocional, más de la mitad de los docentes encuestados (58,20%) están de acuerdo o totalmente de acuerdo con que sus estudiantes se motivan cuando se les proponen problemas de matemáticas cercanos a su realidad, tal como lo expresa Gómez -Chacón (2002). Solo el 10,44% indican estar en desacuerdo o total desacuerdo y 31,36% dieron una puntuación de 3.

Por otra parte, al consultar a los docentes sobre si están de acuerdo en que es fácil para el alumno comprender problemas en los cuales se involucran situaciones cotidianas, la media fue de 3,63. En efecto, solo el 14,92% de los encuestados consideraron estar en desacuerdo o totalmente en desacuerdo (puntuación 1 o 2), en contraste con un 52,23% que sí están de acuerdo o totalmente de acuerdo (puntuación 4 o 5). Los docentes que no estaban ni en acuerdo ni en desacuerdo (puntuación 3) fueron el 32,85%.

Sobre el mismo tema, los docentes brindaron su opinión acerca de si un problema matemático se torna más complejo para el estudiante cuando se presenta de manera contextualizada. Al respecto, 47,76% indicaron un grado de desacuerdo, 29, 85% no mostraron estar ni de acuerdo ni en desacuerdo, y el restante 22,39% contestaron estar de acuerdo o muy de acuerdo con esta proposición.

Ahora bien, con el fin de profundizar sobre la percepción docente respecto a la compresión lectora de sus estudiantes, se les cuestionó si cuando proponen un problema de matemáticas con contextualización activa, consideran que el alumno muestra dificultad para comprender la redacción. Al respecto, las opiniones fueron variadas, el 32,83% indicó estar de acuerdo o totalmente de acuerdo, 41,79% no están de acuerdo ni en desacuerdo y el restante 25,38% mostró un grado de desacuerdo, para una media de 3,1.

Además, al consultarles si la resolución de estos problemas requiere de mucho tiempo para ser resueltos en clase, el 31,34% señaló no estar de acuerdo o nada de acuerdo (puntuación 1 y 2) y el 23,88% muestra un grado de acuerdo (puntuación 4 y 5), mientras casi la mitad se muestran ni en acuerdo ni en desacuerdo (puntuación 3). La figura 6 sintetiza la información obtenida sobre este aspecto.

Un problema matemático presenta una mayor complejidad en su resolución, en comparación con un ejercicio tradicional, lo cual supone un mayor esfuerzo por parte de los estudiantes (Pino, 2015). Precisamente el 58,2% de los docentes participantes expresan estar de acuerdo o totalmente de acuerdo en este aspecto, 34,32% no están de acuerdo ni en desacuerdo y 7,48% están en un grado de desacuerdo. La tabla 5.8 sintetiza los datos recopilados.

Tabla 5.8. *Medidas estadísticas sobre la opinión de respecto a las dificultades que presentan los estudiantes al resolver problemas contextualizados según la opinión docente*

Pregunta	Media	Mediana	Moda	Desviación estándar
Los estudiantes participan activamente al trabajar con problemas contextualizados	3,79	4	3	1,03
Los estudiantes se motivan con problemas contextualizados	3,82	4	5	1,07
Es fácil para el alumnado comprender los problemas contextualizados	3,36	4	3	1,11
Los problemas son más complejos si son contextualizados	2,63	3	3	1,17
El estudiante tiene dificultad para comprender la redacción de un problema contextualizado	3,1	3	3	0,97
Los problemas contextualizados requieren mucho tiempo para ser resueltos	2,87	3	3	1,04

Fuente: elaboración propia.

Por otra parte, al realizar la prueba no paramétrica de Mann Whitney sobre las opiniones de docentes respecto a los ítems analizados, no se identificaron diferencias estadísticamente significativas entre el grado de acuerdo y desacuerdo según la formación de los docentes. Tampoco se presentaron diferencias estadísticamente significativas entre los grupos de docentes según los años de experiencias, o el tiempo que dedican a planear problemas por semana. En la Tabla 5.9 se sintetiza la información con los valores estadísticos y de significancia respectivos.

Tabla 5.9. *Estadísticos de la prueba Mann Whitney respecto a las opiniones de docentes y su experiencia, formación y tiempo de planeamiento.*

Factor / Opinión	Experiencia laboral en docencia		Formación profesional		Horas semanales en planear problemas	
	Valor del estadístico Z	Valor de significancia	Valor del estadístico Z	Valor de significancia	Valor del estadístico Z	Valor de significancia
Los estudiantes participan activamente al trabajar con problemas contextualizados	-0,388	0,698	-0,477	0,633	-0,292	0,770
Los estudiantes se motivan con problemas contextualizados	-1,306	0,192	-1,171	0,805	-0,243	0,808
Es fácil para el alumnado comprender los problemas contextualizados	-0,230	0,818	-1,039	0,299	-0,007	0,995
Los problemas son más complejos si son contextualizados	-0,868	0,385	-0,708	0,479	-0,019	0,985
El estudiante tiene dificultad para comprender la redacción de un problema contextualizado	-1,073	0,283	-0,262	0,794	-0,522	0,601
Los problemas contextualizados requieren mucho tiempo para ser resueltos	-1,705	0,088	-1,002	0,316	-0,842	0,400

Fuente. elaboración propia

En síntesis, se ha evidenciado que casi la mitad de los participantes muestran estar de acuerdo o muy de acuerdo con que los problemas matemáticos contextualizados incentivan la participación activa en sus estudiantes, a la vez que indican que estos problemas permiten al estudiante comprender más fácilmente los conocimientos matemáticos involucrados. Por su parte, más de la mitad de los encuestados, coinciden en que la implementación de problemas contextualizados promueve la motivación en el estudiante.

Respecto a la percepción de los docentes sobre el nivel de complejidad y las dificultades que pueden encontrarse los estudiantes, así como el empleo de más tiempo para la resolución de problemas contextualizados, los datos han mostrado una posición no tan clara. De hecho, en los correspondientes ítems la muestra se ha distribuido de manera más uniforme, lo que indica que los docentes no se posicionan claramente ni en acuerdo ni en desacuerdo de tales afirmaciones. Esto ha sido sorprendente ya que los problemas contextualizados suelen percibirse como más demandantes para el estudiante.

Finalmente cabe destacar que no se han evidenciado diferencias estadísticamente significativas en los ítems descritos respecto a los grupos de docentes divididos según la formación, los años de experiencia o la dedicación a la planificación.

5.2.7 Sobre contextos de los problemas matemáticos aportados por los docentes

Mediante una pregunta abierta, el docente debía facilitar un problema que hubiera trabajado recientemente con sus estudiantes. De los 67 participantes, solo 38 (57% del total) presentaron el problema solicitado.

En contraposición con opiniones presentadas en el Gráfico 5.3, el 39% de los participantes que sí responden al ítem (equivalente a 15 docentes) proporcionan problemas con contextos ficticios (ver el Gráfico 5.7). Dos problemas con este tipo de contexto son los siguientes:

1. Si la pantalla de la casa de Britany es de 32 pulgadas y el ancho mide 18 pulgadas cuánto mide el largo de su pantalla.
2. Alejandro es arquero en el equipo de fútbol del Liceo Experimental Bilingüe

de Belén. En un partido contra el equipo del CTP de Mercedes Norte, rechaza un balón, el cual describe un movimiento parabólico, según la función h(t) = -0.48t ^ 2 + 2.4t donde "t" representa los segundos transcurridos en alcanzar la altura "h" en metros, a la cual se encuentra el balón. De acuerdo con la información anterior, conteste: a) ¿Cuál es la altura del balón, un segundo después haber "pateado" el balón? b) ¿Cuál es la altura a los dos segundos? c) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza el balón, y los cuántos segundos alcanza esa altura?

En el primer ejemplo, el contexto es ficticio dado que no es real que se proporcionen esas medidas y no la que se solicita. En el segundo ejemplo, se muestra un contexto ficticio ya que, en la realidad en medio de un partido de fútbol, no es factible contar con el criterio de la función cuadrática, ni es necesario determinar lo solicitado.

Entre los 20 problemas con contextos reales (el 53% de los proporcionados) destaca la poca variedad de situaciones propuestas, en efecto casi la mitad de los problemas (9) están relacionados con compra de artículos para desarrollar el tema de operaciones con números enteros y racionales y cinco se refieren a situaciones de cálculo de áreas o mediciones de terrenos o casas para realizar trabajos de albañilería. Tres situaciones refieren a actividades personales (paseos, caminatas, acceso a Internet) ubicados en las áreas de geometría analítica y números enteros y un problema fue contextualizado a la situación de COVID 19 para desarrollar el tema de la función exponencial. Hay un problema que contempla estadísticas nacionales y otro sobre la creación de una receta, ambos para desarrollar el conocimiento de números racionales. Asimismo, se observa que ningún participante utiliza contextos históricos, a pesar de la importancia que se da a este eje en el currículo nacional de Costa Rica, y, solo dos problemas presentan un contexto indígena, ambos relacionados con la casa cónica del pueblo bribri, símbolo de su cosmología. Un ejemplo de problema con contexto real es el siguiente:

> Luis va la pulpería y compra: 2 kg de azúcar que vale ₡825 el kg, una saquita de arroz de ₡5800, 1kg de café 3750, 1kg de cebolla a ₡500 el kilo, 30 huevos a ₡100 c/u a) cuánto dinero gastó? b) si lleva ₡7500, ¿le sobra?

En concordancia con las opiniones sintetizadas en el Gráfico 5.3, donde los docentes indican estar en desacuerdo con los contextos matemáticos, solo 3 participantes (el 8% de los problemas propuestos) plantean problemas con este tipo de contexto (Gráfico 5.8).

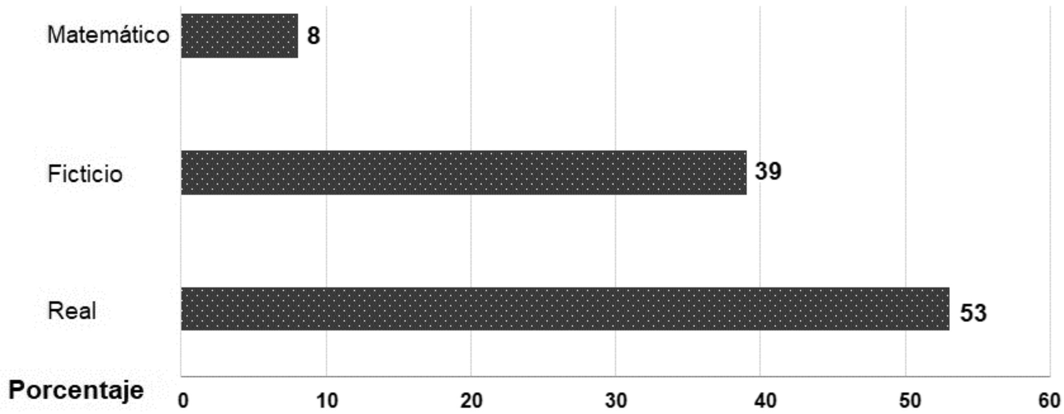


Gráfico 5.8. Distribución porcentual del tipo de contexto presente en los problemas proporcionados por los docentes. Fuente: elaboración propia.

Por otra parte, de los problemas que los participantes presentaron en el cuestionario, destacamos que solo 1 de ellos es un problema abierto, que podía admitir más de una respuesta. Esto equivale al 3,7% del total (cabe recordar que no todos los docentes contestaron la pregunta).

El único problema abierto tiene como contexto una Cooperativa de productos Lácteos de Costa Rica (Dos Pinos), en la cual se desea cambiar la presentación del envase de la leche semidescremada de un litro, que es la más comercializada en el país. Para tal fin, se realiza un concurso donde se solicita a las personas que indiquen las dimensiones del nuevo envase, de tal modo que se minimicen los gastos de producción, sabiendo que por centímetro cuadrado de cartón Tetra – Pack el costo es de 0,5 colones. Se solicita, por tanto, las dimensiones del envase y el costo según las condiciones dadas.

En este problema, el docente deja libertad al estudiante sobre el método de resolución y aunque la pregunta supone una respuesta única, y con conocimientos de cálculo en efecto esto se cumple, para el nivel de secundaria no es de esperar que se converja a una única solución. Incluso parece que el objetivo del problema no está realmente en la solución sino en su proceso. Para este caso, con los conocimientos previos de los estudiantes, se esperaría que calculen el área de cada pareja de caras congruentes del envase y que, utilizando las estrategias de ensayo y error vayan cambiando las longitudes hasta encontrar la menor área y por ende el menor costo. Otra posibilidad es usar algún software como Excel y crear las fórmulas en términos del largo, ancho y altura del envase, e ir haciendo las pruebas respectivas; esto también podría ejecutarse con la calculadora. Al ser valores aproximados, podrá haber ciertas diferencias en las soluciones, aunque deberían ser similares. El problema deja abierta la creatividad, e incluso los estudiantes pueden usar el envase ya existente para deducir las fórmulas y realizar las respectivas operaciones. A nivel universitario, si el estudiante tiene conocimientos de cálculo, esto sería un problema cerrado; pero no para secundaria.

La mayoría de los problemas cerrados estaban planteados de manera que se formulara una ecuación o se aplicara una fórmula determinada. Un ejemplo de este tipo es:

> El padre de Juan decide dar la herencia a sus tres hijos, a María le va a tocar la mitad de Juan y a José la tercera parte de María. Si en total son 12 mil metros cuadrados, ¿cuántos, metros cuadrados, recibe cada uno?

En este caso, dependiendo del nivel educativo del estudiante, puede que la actividad planteada sea más un ejercicio que un problema. Esto dependerá de si los estudiantes se hayan ya enfrentado a situaciones similares con anterioridad. Un estudiante con conocimientos algebraicos buscará plantear una ecuación, o bien, realizar algunas pruebas con diversos valores hasta que se cumplan las condiciones del enunciado. Si se realiza un procedimiento correcto, se llegará a una única solución.

El problema B podría ser abordado de manera algebraica o con geometría analítica; obteniendo -independientemente del método- una misma respuesta para cada inciso.

5.3. Reflexiones finales

Tal como se mencionó en los resultados de este segundo estudio, a pesar de que la mayoría de docentes está de acuerdo con la selección y elaboración de problemas matemáticos con contextos reales y que contemplen la realidad sociocultural de los estudiantes, los problemas que proporcionaron no concuerdan con las opiniones planteadas. Al mismo tiempo, los docentes apuntan a la necesidad de recibir capacitaciones sobre la elaboración de problemas matemáticos contextualizados.

Esto motiva y justifica la segunda parte de esta investigación y permite encaminar el planeamiento del curso de capacitación relacionado a la creación de problemas matemáticos contextualizados, según las necesidades expuestas en los resultados de este capítulo.

RESULTADOS
SEGUNDA PARTE

PROBLEMAS CON CONTEXTUALIZACIÓN SIGNIFICATIVA: UN ANÁLISIS DESDE LA CAPACITACIÓN DOCENTE

PRESENTACIÓN

En esta segunda parte, se detallan los resultados de los estudios que describen el proceso del ciclo reflexivo al crear estos problemas (capítulo 6) y el análisis de los problemas generados por los docentes participantes, desde la contextualización significativa (capítulo 7).

A través de los estudios 3 y 4 se va describiendo la evolución respecto a la forma en que se analiza la contextualización culturalmente significativa (en comparación con el estudio 1), estableciendo categorías más claras y precisas.

CAPÍTULO 6. PROCESO REFLEXIVO EN LA CONSTRUCCIÓN DE UN PROBLEMA MATEMÁTICO

6.1. Introducción

En este capítulo se reporta un estudio de caso, en el cual se describe el ciclo reflexivo de una docente al confeccionar un problema matemático contextualizado, a la vez que se detalla la manera en que se llevó a cabo la participación de los profesores dentro del curso de capacitación brindado en el marco de la investigación doctoral.

También se muestra el papel de los signos culturales en el proceso de creación de problemas contextualizados, constituyendo una antesala al análisis de la contextualización significativa que se reporta en el capítulo 7.

6.2. Resultados del tercer estudio

En este apartado se describe el ciclo reflexivo de Smyth (1991) en el que se analizó el proceso de elaboración de un problema matemático contextualizado de una docente que participó en el curso de capacitación diseñado e implementado para esta investigación.

6.2.1 Etapas del ciclo reflexivo de Smyth

Como parte del ciclo reflexivo de Smyth (1991), para el momento de la *definición*, la docente participante expresó mediante un video que:

> Es importante que un profesor pueda construir e implementar problemas contextualizados utilizando el entorno de estudiante, ya que este tipo de problemas activa en el estudiante procesos importantes para su aprendizaje como la creatividad, imaginación, criticidad y el uso de análisis, a la vez que les permite visualizar la

> matemática como parte de su entorno. (Del video de presentación de la participante, 4 de agosto, 2020).

Para el momento denominado *información*, la docente a través de un foro virtual explicó qué entiende por un problema contextualizado, haciendo referencia a la contextualización activa que propone el MEP (2012) y cita:

> es un componente pedagógico especial, que propicia el papel activo del estudiante y comprometido con su aprendizaje, relacionado con la resolución de problemas en contextos reales… como un ingrediente especial de una super sopa (aprendizaje) que permite lograr un sabor perfecto (significativo o con sentido) en nuestra cocina. [Reflexiones de la docente en el foro virtual de la primera clase, 11 agosto, 2020].

Sin duda, la etapa de la *confrontación* fue la más interesante, según la valoración de los mismos participantes. Para ello, los facilitadores del curso propusimos unas lecturas sobre contextualización significativa y uso de signos culturales para la creación de problemas con contextualización significativa. Por otra parte, en la clase sincrónica se presentaron a los docentes ejemplos de problemas cuya contextualización es artificial (donde el contexto no es necesario para resolver el problema) y otros con contextualización significativa. Las figuras 6.1 y 6.2 muestran dos imágenes que se compartieron para abrir el debate, la primera correspondiente a un *meme* y la otra a un problema tomado de los Programas de Estudio de Matemáticas del MEP (2012, p. 336).

Figura 6.1. Imagen presentada a los docentes. Fuente: archivo recibido por redes sociales.

Una pintura muy famosa es la Gioconda del artista Leonardo da Vinci. Esta pintura se encuentra en el Museo de Louvre en Paris, Francia. El cuadro tiene forma rectangular y su altura es 24 centímetros más que su ancho. El perímetro del cuadro es de 260 centímetros. Calcule la altura y el ancho del cuadro.

Figura 6.2. Problema con contextualización artificial. Fuente: MEP (2012, p. 336).

En este caso, la docente participante se percató de que el problema presentado en la Figura 6.2 posee una contextualización artificial puesto que el contexto no es necesario para resolver el problema. Además, comentó en relación con la Figura 5.1 que muchas veces los docentes proponen problemas cuyas resoluciones no se ajustan a la realidad.

En contraste, los facilitadores del curso propusimos un problema que utiliza el café como signo cultural y que posee una contextualización significativa (Figura 6.3).

La cajuela es la unidad con la que se mide el café que se recolecta. En Costa Rica, la cajuela equivale a 20 litros. Si alguien coge un cuarto de café, se le dice popularmente "un cuartillo". Los hermanos Eladio y Acacio van cada diciembre a recolectar café, para ayudarse a comprar sus útiles escolares para el siguiente año. Eladio logra coger en un día 7 cajuelas y tres cuartillos; mientras que Acacio recolecta 23 cuartillos.

(a) ¿Cuál hermano recoge más café en ese día?
(b) Si la cajuela la pagan a ₡ 900, cuánto dinero gana cada uno.
(c) Si una persona recolecta 15 cajuelas, ¿a cuántos cuartillos equivale?

Figura 6.3. Problema con contextualización significativa. Fuente: Matemática 8 (Chavarría, 2017, p.17).

A partir de estos aportes, y de la discusión que se realizó en la clase, la docente participante externó ciertas inquietudes en un foro, referentes al uso de signos culturales en la creación de problema contextualizados. Destacan las siguientes:

> ¿Cualquier elemento de nuestra cultura puede ser un signo cultural? ¿Qué características o requisitos debe poseer un elemento de nuestra cultura para ser signo cultural?

> ¿Un signo cultural en particular puede implementarse en lecciones con estudiantes de cualquier parte del país?
> ¿Cuáles beneficios podemos obtener en el aprendizaje de nuestros estudiantes al implementar problemas contextualizados mediante signos culturales en nuestras lecciones de matemática? [Reflexiones de la docente en el foro virtual de la segunda clase, 1 septiembre, 2020].

Según la experiencia relatada por la docente, en esta etapa necesitó indagar sobre situaciones cercanas a su comunidad para así plantear un problema contextualizado. Para tal fin, escogió como signo cultural el *bingo pesetero* que según la profesora es un juego tradicional de los turnos de las fiestas Patronales de los pueblos costarricenses y muy utilizado en las instituciones educativas e iglesias para recaudar fondos. Este está conformado por cartones con números del 1 al 70 ordenados en 5 filas y 5 columnas y con un espacio vacío en la entrada 3-3 (Figura 6.4).

Figura 6.4. Signo cultural escogido por la docente. Fuente: proporcionado por la participante.

El conocimiento matemático por desarrollar fue la probabilidad, por lo cual la docente indicó la necesidad de consultar textos sobre esta temática y solicitar asesoría para plantear el problema.

Para el momento de la *reconstrucción*, la profesora tomó en cuenta los aportes que los colegas habían compartido sobre su signo cultural, así como la información obtenida en los libros de texto, y de esta forma confeccionó su problema. Se trascribe el mismo:

> El sábado en la Unidad Pedagógica Sotero González Barquero se jugó tradicionalmente el bingo para recaudar fondos, donde se reunieron familias de la

> comunidad. Al iniciar el bingo, se habían vendido 500 cartones. Guillermo, estudiante de la sección 9-5 y su familia fueron a la actividad para disfrutar de este juego y a la vez, colaborar con su institución.
>
> Guillermo fue con su abuelo, abuela, madre y padre, cada uno compró un cartón de juego. (a) ¿Cuál es la probabilidad de que Guillermo pueda ganar el juego al obtener un cartón lleno? (b) ¿Cuál es la probabilidad de que alguno de los miembros de la familia resultar ganador al obtener un cartón lleno?
>
> (c) ¿Cuál es la probabilidad de que algunos de los miembros de la familia salgan premiado al obtener una línea vertical? [Problema planteado por la docente, entregado para la tercera clase, 22 de septiembre, 2020].

Es importante destacar que el proceso reflexivo continuó, ya que la participante presentó su problema al resto del grupo y en una sesión colaborativa, los colegas dieron sus aportes y plantearon sus inquietudes.

Por ejemplo, se debatió que para el inciso (a) no era necesario tener cercanía con el signo cultural para obtener la solución (conocer sobre las filas, columnas, reglas del bingo, características del bingo pesetero), ya que la probabilidad de ganar sería 1/500 en el caso de que existiera un único ganador. A la vez se plantearon dudas respecto a si es lo mismo llenar el cartón y ganar el juego, puesto que el ganador no solo debe llenar el cartón, sino hacerlo primero que el resto de los participantes.

También se externó la inquietud de si fuera significativo para un jugador de bingo conocer las probabilidades de ganar, es decir, si en medio de un juego de bingo, realizaría operaciones matemáticas para obtener por ejemplo la probabilidad de completar una línea vertical.

Por otra parte, se comentó dentro de la clase si a nivel de secundaria los estudiantes tendrían los conocimientos previos para calcular la probabilidad de completar una línea vertical. Al respecto una colega recomendó más bien preguntar por cuáles eventos son más probables, por ejemplo, si completar cuatro esquinas o realizar una línea horizontal. A su vez, otro participante señaló que la línea vertical del centro del bingo no tiene la misma cantidad de números que las demás (ver figura 5.4), por lo cual la probabilidad de completarla es distinta a las otras.

Dentro de esta reflexión la docente participante indicó que el contexto que había planteado tendría mayor relevancia para quienes confeccionan el bingo que para quienes lo juegan.

6.2.2 Rol de la docente en el ciclo reflexivo de Smyth

Dentro del ciclo reflexivo, para el momento de la *definición*, la docente fue consciente de la importancia de crear problemas matemáticos contextualizados según la realidad de los estudiantes y de su entorno, a la vez que expresó que es una tarea complicada porque requiere de mucho conocimiento sobre el alumnado y de creatividad por parte de los profesores.

A su vez, en el momento de la *información* la participante consultó los Programas de Estudio de Matemáticas del MEP (2012) para fundamentar lo que entiende por contextualización matemática. De los aportes, se pueden establecer ciertas creencias tales como:

- Los problemas contextualizados deben tener contextos reales.
- La contextualización matemática permite un aprendizaje significativo.
- Los problemas contextualizados propician una participación activa por parte del estudiante.
- Es importante que los docentes elaboren problemas que contemplen la realidad de los estudiantes.

Con respecto a la selección del signo cultural, la docente logró identificar, gracias a vivencias de su niñez, un juego muy propio de las comunidades como lo es el *bingo pesetero*, que, a diferencia de otros bingos (como el bingo electrónico, o el bingo español), tiene sus propias reglas y una estructura del cartón particular (ver figura 5.4). Por ejemplo, el premio en estos bingos no está definido a priori, sino que depende de la cantidad de personas que participan en el juego. Sin embargo, algunos de estos detalles no fueron contemplados en la creación del problema.

La etapa de la *confrontación* resultó importante para la docente ya que no solo le permitió acercar las matemáticas a la comunidad en la que labora, sino que también fue una oportunidad para indagar y profundizar sobre temas culturales y aspectos de probabilidad. Al mismo tiempo, sus intervenciones en los foros y en las clases sincrónicas fueron tomadas como guías para los demás colegas, ya que fue la primera participante que presentó el problema en el curso.

Sin lugar a duda, el espacio de trabajo dentro del curso permitió un ambiente de confianza en el cual los docentes brindaban sus aportes para mejorar el problema planteado por la participante. Incluso dentro de los comentarios finales de la docente, ella destacó que las horas del curso eran una manera de desestresarse y poder tener un diálogo ameno con los colegas, a la vez que autoevaluaba sus habilidades en la creación de problemas matemáticos contextualizados.

En la etapa de *confrontación*, tanto la docente del estudio de caso, como el resto de los profesores, lograron interiorizar que un problema matemático contextualizado es más que un ejercicio donde se mencionan como adorno algunos datos del contexto, y por el contrario entendieron que los problemas con contextualización significativa son aquellos que emergen de actividades matemáticas vivenciadas en la realidad. Este proceso fue catalogado por una docente como *un terremoto cognitivo* pues cambió la manera en que concebían la contextualización. Esto coincide con lo que señala Shön (1983) respecto al aprendizaje movido por la confusión y el surgimiento de dudas dentro del proceso reflexivo.

En el momento de la *reconstrucción*, la profesora logró crear un problema con elementos de un contexto particular. Si bien, algunos de los aspectos comentados dentro del ciclo de reflexión no fueron incorporados en el problema final, la discusión fue provechosa para todos los participantes, tal como lo dejaron en evidencia al evaluar el curso:

> el trabajo colaborativo que esto conlleva y la retroalimentación que entre todos nos damos para crecer no solo profesionalmente sino matemáticamente [Opinión de una docente en la evaluación final del curso, 27 de octubre, 2020].

6.3. Reflexiones finales

Estos resultados permitieron describir la forma en que se llevó a cabo el curso de capacitación docente sobre elaboración de problemas contextualizados, al tiempo que presenta un primer análisis de uno de los problemas producidos en dicho curso.

Esto permite al lector tener un panorama más claro de la dinámica en la cual se desarrolló la capacitación y cómo la docente, en este caso particular, fue interiorizando el concepto de contextualización culturalmente significativa.

CAPÍTULO 7. CONTEXTUALIZACIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN LA FORMACIÓN DOCENTE

7.1. Introducción

Cada vez son más los estudios que señalan que múltiples prácticas matemáticas emergen de las necesidades cotidianas (D'Ambrosio, 2008), por consiguiente, los currículos y las actividades de clase deben contemplar el entorno sociocultural de los estudiantes a quienes va dirigida la enseñanza (Bishop, 2005; Oliveras & Blanco-Álvarez, 2016; Rosa & Orey, 2018).

Como un recurso para la elaboración de tareas matemáticas tomando en cuenta el entorno sociocultural, se propone el estudio de signos culturales (Bishop, 1991; Oliveras, 2005), los cuales se definen como "rasgos o elementos de una cultura, tangible o intangible, que tengan algún potencial matemático para aprovechar en las aulas escolares" (Gavarrete & Albanese, 2015, p. 302). El estudio etnomatemático de signos culturales propuesto en la formación docente permite un proceso reflexivo sobre el rol de la contextualización y fomenta la innovación.

Bajo este entendido, y respondiendo a una necesidad imperante de capacitación (Ruiz, 2017), dentro del contexto de una reforma curricular que potencia la resolución de problemas contextualizados como eje disciplinar, se desarrolló un curso dirigido a docentes de matemáticas de secundaria en servicio de Costa Rica llamado "diseño de problemas desde una visión etnomatemática", con la finalidad de que estos elaboraran problemas matemáticos contextualizados.

En este sentido, el objetivo de este cuarto estudio es analizar los problemas que elaboraron los profesores participantes, desde los componentes de la autenticidad de Palm (2008) para establecer qué tan significativa es la contextualización de los mismos (Chavarría & Albanese, 2021) y, de esta forma, describir el impacto de la capacitación brindada.

7.2. Resultados del cuarto estudio

En este apartado se detallan los resultados del cuarto estudio de esta tesis, que focaliza en el análisis de problemas matemáticos creados por los docentes que participaron en el curso de capacitación detallado en la sección 3.4.

Se reporta el análisis de los problemas propuestos antes del curso y del proceso de creación de problemas en el marco de la implementación del curso de elaboración de problemas contextualizados mediante el uso de signos culturales, con docentes de secundaria en servicio. A su vez, se recogen las opiniones de los docentes participantes, que permiten evaluar el curso brindado.

Además, se evidencia la evolución del concepto de contextualización significativa, en comparación al primer estudio (capítulo 4). De esta forma, en el presente estudio se determina si un problema posee una contextualización culturalmente significativa mediante el análisis de los componentes de autenticidad de problemas (Palm, 2008) y la apropiación de contextos culturalmente relevantes a través de signos culturales (Oliveras, 2005).

7.2.1 Problemas diagnósticos

Con respecto al contexto (Rico, 2006), de los 9 problemas diagnósticos, 4 problemas presentaron un contexto personal, 3 ocupacional, 1 público y 1 matemático. Además 6 de ellos se ubicaron en un entorno urbano, 1 en zona rural y los dos restantes no proporcionaban datos para clasificarlos. La prevalencia de contextos urbanos en los problemas planteados coincide con los resultados del análisis de los ejemplos proporcionados en los Programas de Estudio de Matemáticas del MEP (2012), descritos en el capítulo 4.

Solo dos mostraron alguna referencia al país donde se realizó el estudio (Costa Rica); sin que esto representara un dato importante para resolver el problema. De hecho, en un caso (Cuadro 7.1) se menciona una comunidad de Costa Rica, pero los datos del problema podían ser adaptados a otro contexto. Precisamente este es el único donde se mencionó una zona rural, aunque de manera artificial.

Tres jóvenes de la comunidad de Boca Tapada realizaron una pesca, en la cual uno de esos jóvenes pescó 30, el otro solo la mitad de lo que pescó el primero y el tercero una tercera parte de lo que pesco el segundo ¿Cuánto pescó el tercer joven?

Cuadro 7.1. Problema diagnóstico elaborado por la participante B. Fuente: datos de la investigación.

Por otra parte, 4 problemas presentaron una contextualización activa y 4 artificial, mientras ninguno presenta una contextualización significativa.

Con respecto a la autenticidad de los problemas diagnósticos, al realizar un análisis por componente, las debilidades identificadas fueron clasificadas de manera emergente como se detalla a continuación:

Datos: equivocados (DE), insuficientes (DI), no realísticos (DNR)

Propósito: no realístico (PNR)

Pregunta: no clara (QNC), no realística (QNR), estrictamente matemática (QEM)

Decimos que una pregunta es estrictamente matemática si se consulta únicamente sobre el objeto matemático sin una relación coherente y declarada con el contexto planteado.

La información obtenida se resume en la tabla 7.1, donde se aprecia que en todos los problemas el evento se ubica en un contexto fuera del sistema educativo.

Tabla 7.1. *Análisis de la autenticidad de los problemas diagnósticos según componentes.*

Problema diagnóstico de cada profesor	**Evento fuera del contexto educativo**	**Pregunta concuerda con la situación extraescolar**	**El propósito del contexto es coherente con la realidad**	**Información y datos coinciden con la vida real**
A	✓	QEM	PNR	DNR
B	✓	QNR	PNR	DNR
D	✓	QNC	PNR	✓
E	✓	✓	✓	DI
F	✓	✓	PNR	DNR
G	✓	QEM	PNR	DNR
H	✓	QEM	✓	DI
I	✓	QNR	✓	✓

Fuente: elaboración propia.

Es importante aclarar que, la docente C no realizó un problema, sino que presentó una imagen para identificar figuras geométricas. Según la definición que adoptamos (Pino, 2015), este no es un problema. Además, para (Chamoso-Sánchez et al., 2014) este tipo de ejercicios no se puede analizar mediante los componentes de autenticidad (Palm, 2008), ni según la contextualización.

Uno de los problemas que más se acercó a una contextualización significativa mostró una situación cotidiana relacionada con una receta de cocina (Cuadro 7.2), donde tanto el evento, los datos y la pregunta coinciden con situaciones que se pueden presentar en la vida real.

A la mamá de Carlos le encanta cocinar para su familia. Un día decidió hacer un pan casero cuya receta especifica que necesita 3 tazas de harina y una taza de leche, además de otros ingredientes para preparar 20 panecillos. Como su familia se deleita mucho del pan casero, ella decide usar toda la harina con que cuenta y cuando la mide, descubre que tiene 16,5 tazas de harina. Ahora el problema para ella es determinar la cantidad de leche y del resto de los ingredientes de manera exacta, para cumplir con la receta. Como se sabe que a Carlos le gusta realizar cálculos matemáticos, le pide ayuda para determinar las cantidades exactas que necesita. Así, ¿cuántas tazas de leche debería usar? Además, ¿cuántos panecillos pudo preparar la madre con la cantidad de ingredientes que usó?

Cuadro 7.2. Problema diagnóstico elaborado por la participante E. Fuente: datos de la investigación.

Para este problema, tanto el evento, propósito como pregunta son coherentes con la realidad; pero falta información y datos para que la receta sea realista.

En dos problemas, aun cuando la situación planteada puede ser cercana para el estudiante, la pregunta pierde sentido con respecto al contexto presentado y se enfoca en el objeto matemático descontextualizado del evento planteado (Cuadro 7.3).

Pedro y Juan deciden realizar una carrera para saber quién aguanta recorrer más kilómetros alrededor de la plaza, si la plaza es de forma rectangular y mide 14 cm de largo y 10 cm de ancho, veamos los resultados. Si Juan da 5 vueltas y Pedro 8, cuantos kilómetros recorrió cada uno. ¿Cuál es el perímetro de la plaza?

Cuadro 7.3. Problema diagnóstico elaborado por la participante A. Fuente: datos de la investigación.

En el problema del cuadro 7.3 se puede apreciar que el evento presentado está relacionado con correr alrededor de una plaza, pero la segunda pregunta va dirigida a determinar un perímetro. Si bien se intenta acercar el problema a una realidad del estudiante (el deporte), se puede prescindir del contexto. Además, los datos son incorrectos, puesto que una plaza no va a medir 10 o 14 cm de lado, en caso serán metros. En este sentido el problema presenta una contextualización artificial, según lo que propone el MEP (2012).

También se presentaron casos de problemas con contextualización activa pero no significativa, por ejemplo, uno relacionado con el reciclaje (Cuadro 7.4) donde la situación planeada presenta datos reales relacionados a distintos tipos de residuos; sin embargo, en la realidad, la toma de decisiones dependerá de muchos otros factores ajenos a los detallados en el evento, por lo que la pregunta no es realista con respecto al contexto planteado. En consecuencia, el contexto se requiere para resolver el problema (contextualización activa); pero no es coherente con la realidad sociocultural (contextualización no significativa)

Según el Estado de la Nación 2019, durante el 2018, del total de residuos en ese año, aproximadamente $\frac{261}{5}$ de ellos son residuos orgánicos, $\frac{333}{10}$ son materiales valorizables y $\frac{29}{2}$ son de otra categoría. Si se desea realizar una campaña para tratar los residuos, ¿con cuál tipo de residuo es recomendable iniciar?

Cuadro 7.4. Problema diagnóstico elaborado por la participante I. Fuente: datos de la investigación.

Estos problemas diagnósticos permiten un acercamiento a lo que los docentes consideraron como contextualización antes de participar en el curso. Al respecto, es importante evidenciar que aun cuando todos los problemas propuestos presentan un evento extraescolar, en la mayoría de los casos, las preguntas formuladas se enfocan en el objeto matemático, no guardan relación con una necesidad en el contexto planteado, por tanto, el propósito o finalidad de resolver la situación descrita pierde sentido en un contexto real. Además, en 7 de los 9 problemas, la información proporcionada no es realística, en el sentido que en la cotidianeidad es poco probable que los estudiantes obtengan datos similares a los que se presentan.

De lo anterior, se concluye que de los problemas planteados por los docentes antes del participar en el curso, ninguno es auténtico.

7.2.2 Cuestiones relacionadas con la elaboración de los problemas según los docentes

Durante el desarrollo del curso, se solicitó a los docentes distanciarse de la manera en que concebían la contextualización, de modo que pudieran indagar sobre signos culturales para elaborar un problema cercano a la realidad de sus estudiantes. Algunos participantes propusieron dos o tres versiones del problema, realizando modificaciones según las sugerencias de sus colegas y de los facilitadores del curso; otros, en cambio, mantuvieron su versión original.

Más allá de forma y redacción de los problemas, en las que no vamos a entrar en detalle aquí, en las sesiones sincrónicas y los foros virtuales algunos participantes expresaron ciertas dificultades para comprender el contexto del problema, en particular cuando no había cercanía con el signo relacionado con la situación presentada. Esto sucedió especialmente por falta de claridad ya sea en la pregunta, propósito o datos. Pero también, hubo comentarios muy positivos sobre las diversas temáticas socioculturales tratadas en cada situación planteada. Seguidamente se sintetizan algunos de esos comentarios, ordenados según los componentes de autenticidad.

Pregunta

En la exposición de los problemas, las observaciones que realizaron los participantes respecto a las preguntas giraron en torno a redacción o falta de claridad; pero ninguno acotó sobre aspectos de autenticidad de estas, aun cuando hay algunas que son estrictamente matemáticas y no son coherentes con el contexto, tal como se detallará más adelante.

Propósito

En las discusiones de las clases sincrónicas, se cuestionó el propósito de dar solución al problema del bingo pesetero, en el tanto que se solicitaba determinar algunas probabilidades de ganar el juego, y posiblemente en la vida real los jugadores no realizarían cálculos mientras juegan.

Datos e información

En los problemas contextualizados mediante el uso de signos culturales es importante proporcionar toda la información necesaria para que el contexto se comprenda, a la vez que se espera que los datos sean coherentes con la realidad que se expone.

En el caso del problema de las bananeras (Cuadro 7.5), los participantes comentaron que se omitió información necesaria para una mejor comprensión.

Las bananeras son un gran aporte a la economía del cantón de Siquirres y constituye un trabajo muy pesado para los carreros, quienes están encargados de cortar, cargar y correr los racimos de bananos. En la bananera El Carmen los carreros trabajan en grupos de tres personas (cortador, cargador y corredor) y se dividen la ganancia del día. Ellos deben cortar y acarrear 250 frutas de banano (racimos), las cuales se pagan de la siguiente forma según el tipo de carrera.

Carrera	**Valor de la fruta**
Normal	180
Larga	165
Extra- larga	150

Margen trabaja en la bananera del Carmen. Una noche de lunes después de llegar a su casa, se sienta a conversar con su esposa sobre el trabajo de ese día, le comenta que laboró en la carrera larga y que está muy cansado pues él y sus compañeros completaron la tarea hasta las cinco de la tarde.

Su esposa realiza cálculos porque quiere saber cuánto ganó ese día, ya que el fin de semana deben pagar los servicios básicos, y el alquiler de su casa.

Si Margen junto a sus otros dos compañeros el lunes trabajó en la carrera larga, y lograron jalar las 250 frutas, (a) ¿cuánto ganaron grupalmente ese día los tres trabajadores? (b) ¿Cuánto ganó Margen el lunes? (c) Si todos los días trabaja en carrera larga, ¿cuánto ganará en la semana de trabajo?

Cuadro 7.5. Problema sobre las bananeras elaborado por la participante A. Fuente: datos de la investigación.

En este problema hay un propósito claro que es conocer el salario del trabajador y esto se logra mediante preguntas coherentes con la situación real. Pero, sobre los datos, surge una duda, ampliamente comentada en las sesiones sincrónicas, ya que, al resolver el problema, el salario resulta muy por debajo de lo esperado. Esto podría deberse a que el salario de los trabajadores no se divide, sino que el monto obtenido corresponde a la retribución de cada uno de ellos. Además, los participantes apuntaron a la necesidad de explicar qué es una carrera e indicar si los trabajadores pueden escoger diferentes tipos a lo largo de la semana. El contexto planteado permitió nutridas discusiones en clases sincrónicas, y fue aprovechado para comentar la situación socioeconómica de la zona. Al respecto, la participante H expuso:

> Representa un contexto socioeconómico en el cual se permite desarrollar la economía de la zona; además está implícito el contexto matemático porque se puede trabajar con operaciones combinadas incluso en la parte de técnicas de conteo. Se necesita el contexto para poder desarrollar el problema planteado para saber las cantidades y costos. Esto es muy significativo para los que se dedican a esta actividad económica. [Reflexiones de la docente en el foro virtual de la décimo segunda semana del curso, 24 octubre, 2020]

En relación con el problema del café (Cuadro 7.7), una docente comentó que no conocía algunos términos que se utilizaban en la descripción Al respecto, comentó: "es nuevo para mi este contexto porque nunca he recolectado café, tuve que buscar que era un cuartillo para poder razonar el problema" [Reflexiones del docente en foro virtual, 21 octubre, 2020]. En este mismo problema, se presentaban términos técnicos no conocidos por aquellos docentes que nunca lo han recolectado, por ejemplo, las unidades de medidas tradicionales como: cajuela (unidad que se utiliza para medir el café en Costa Rica y que equivale al café que cabe en un cubo de 20 litros de capacidad), cuartillo (un cuarto de cajuela) y fanegas (20 cajuelas).

En el caso del problema de las mascaradas (Cuadro 7.9), si bien es un signo cultural muy conocido en todo el territorio costarricense, se generaron algunas dudas entre los docentes precisamente por el diseño del armazón de la giganta y los datos que la figura mostraba. Al comentar este problema en las sesiones sincrónicas, tres participantes afirmaron que se confundieron con las medidas que se presentaban, ya que, a pesar de haber visto las mascaradas en actividades de la comunidad, no tenían conocimiento de la estructura o armazón interno que sostiene la cabeza de cada una de ellas, y esto provocó que se equivocaran al resolver el problema. De hecho, una participante aclaró que "La forma como realizan la estructura en la cabeza no es del todo cierta, pues la estructura metálica debe abarcar el torso del cuerpo de la persona". [Reflexiones de la docente foro virtual, 29 setiembre, 2020]. Sobre esto, se detallará más adelante.

En el problema de la Iglesia de San Isidro, se presentó un plano de dicho templo y se solicitó calcular la cantidad de cajas de mosaicos necesarias para cambiar una sección del piso ya existente. Pero las dimensiones que proporcionan son mucho más amplias que las de un templo costarricense, y esto lo detectó el participante F, quien expresó:

> las dimensiones de las secciones externas y central las siento muy grandes. Yo he ido a esa iglesia y me parecieron un poco grandes, ya que estaríamos diciendo que sólo la sección central tiene el ancho de una cuadra (100 metros) y no creo que sea tanto. [Reflexiones del docente en foro virtual, 9 octubre, 2020]

En las discusiones de la clase, se dedujo que los docentes que elaboraron el problema realizaron las conversiones que aparecían en el plano para adaptarlas al Sistema Internacional de Medidas y realizaron alguna equivocación.

Estas situaciones pueden deberse a que, para los docentes que elaboraron los problemas, el signo cultural elegido era tan familiar que creían que la descripción proporcionada era suficiente para comprender el contexto.

7.2.3 Problemas elaborados con signos culturales y sus contextos

En este apartado se analizan los problemas finales que entregaron los docentes, basados en el estudio de signos culturales.

Entre los siete problemas producidos en el curso, hubo tanto problemas ubicados en zonas rurales como entornos urbanos; todos reconducibles al país costarricense y de diversos contextos (Rico, 2006). Con respecto a la contextualización, uno presentó contextualización artificial, los otros seis activa. De estos seis, dos presentaron contextualización significativa. La tabla 7.2 resume esta información.

Tabla 7.2. *Clasificación de los problemas confeccionados en el curso, según contexto, zona y contextualización.*

Problema	**Tipo de contexto**	**Zona**	**Contextualización**
Bananeras	Ocupacional	Rural	Activa Significativa
La carreta	Ocupacional	Rural	Activa No Significativa
Templo de San Isidro	Público	Urbano	Activa No Significativa
Bingo Pesetero	Personal	Urbano	Activa No significativa
Mascaradas	Educativo	Urbano	Activa No Significativa
Recolección de Café	Ocupacional	Rural	Artificial No Significativa
BN Arenas	Educativo	Urbano	Activa Significativa

Fuente: elaboración propia.

Tal como se aclaró anteriormente, para analizar la autenticidad de los problemas elaborados por los docentes, se consideraron los componentes de autenticidad (Palm, 2008). Al respecto, todos los participantes realizaron problemas cuyos eventos correspondieron a actividades extraescolares, pero en algunos casos se presentaron dificultades en mantener coherencia con la realidad en componentes relacionados con la pregunta, propósito o datos.

En particular, de los siete problemas, dos presentaron alguna dificultad en la autenticidad de preguntas, uno en el propósito y seis en los datos o información. La tabla 7.3 presenta esta información.

Tabla 7.3. *Análisis de la autenticidad de los problemas según los componentes*.

Problema	**Evento fuera del contexto educativo**	**Pregunta concuerda con la situación extraescolar**	**El propósito del contexto es coherente con la realidad**	**Información y datos coinciden con la vida real**
Bananeras	✓	✓	✓	DNR
La carreta	✓	(a) QEM (b) QNC	✓	DI
Templo de San Isidro	✓	✓	✓	DE
Bingo Pesetero	✓	✓	QNR	DI
Mascaradas	✓	✓	✓	DNR
Recolección de Café	✓	QNR	✓	DNR
BN Arenas	✓	✓	✓	✓

Fuente: elaboración propia.

A continuación, detallaremos cómo ha sido realizado el análisis.

En el problema relacionado con el signo cultural de la carreta (Cuadro 7.6) el evento corresponde a una situación ubicada fuera del contexto educativo, específicamente en un museo boyero[1]. Además, es una situación culturalmente relevante para quienes se involucran en actividades relacionadas con la carreta y el boyeo costarricense.

[1] Boyero es aquella persona que cuida y trabaja con bueyes. El boyeo es la actividad propia de los boyeros en Costa Rica.

En la comunidad de Venecia existe un museo "Casa del boyero" donde se tiene una gran cantidad de artesanía, pero les hace falta una carreta que represente el trabajo de los habitantes de esa localidad.

Este trabajo le corresponde realizarlo a Don Andrés que tiene más de conocimiento en esta área. Solo le falta confeccionar las ruedas de la carreta, las cuales deben tener un diámetro de 125cm.

a) Además, quiere que la rueda esté formada por 16 piezas iguales, y debe saber ¿cuánto mide ese ángulo central en cada una de esas piezas?

b) También debe saber ¿cuánta madera (en centímetros cuadrados) necesita aproximadamente para elaborar las ruedas de la carreta?

c) Por otra parte, desea colocarle en el borde una pieza o lámina de acero para unir, proteger y darle mayor estabilidad a la madera (la pieza de acero estará sujeta con algunos tornillos a las piezas de madera) ¿cuánto necesitará aproximadamente de esta lámina para cubrir el perímetro de las ruedas de la carreta?

Cuadro 7.6. Problema sobre la carreta elaborado por la participante B. Fuente: datos de la investigación.

Con respecto a las preguntas, aun cuando estas están relacionadas directamente con el contexto planteado, poseen ciertas debilidades. La pregunta del inciso a) es estrictamente matemática, mientras en el inciso b) se solicita la cantidad de madera necesaria para construir la rueda de la carreta, pero parece que la información obtenida en el inciso a) y el hecho de que la rueda esté formada por sectores circulares no tenga relevancia. En este aspecto, se debería haber aclarado en qué tamaños y formas se pueden comprar tablas de madera, ya que esto es importante en el proceso de resolución, por ejemplo, se puede comprar una tabla en donde se inscriba el círculo, o más bien, una en donde se acomoden todos los sectores circulares que se aprecian en la figura proporcionada en el problema. Esto es importante en la cotidianeidad, puesto que en los almacenes se venden tablas con anchos establecidos y generalmente de forma rectangular (ver figura 7.1).

En relación con el propósito, existe una clara finalidad para dar solución al problema, que es la construcción de la rueda de una carreta, pero no se consideran necesidades de optimización de los materiales.

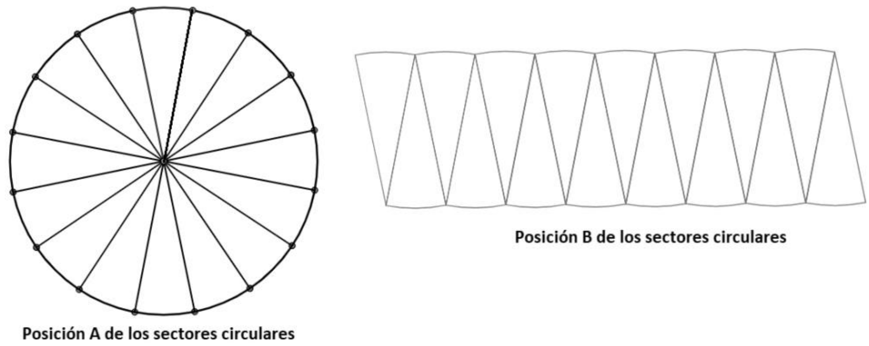


Figura 7.1. Dos posibles maneras de colocar los sectores circulares de la rueda de la carreta. Fuente. elaboración propia.

Se concluye que este problema presenta un contexto culturalmente cercano a la realidad de un entorno específico, pero es necesaria mayor coherencia en los datos y las preguntas. En este caso, la contextualización logra ser activa, pero no significativa.

Es rescatable que, en todos los problemas, los participantes realizaron una introducción explicando el contexto del signo cultural escogido. En efecto, esto permitió a los docentes, en la mayoría de los casos, elaborar problemas cuyos contextos fueran necesarios para su resolución (contextualización activa), a excepción de uno, en el cual tanto la pregunta, como los datos e información brindados no eran coherentes con la realidad o con el evento, y el contexto no era necesario para resolver el problema, por lo que la contextualización es artificial. Este es el caso del problema sobre la recolección de café (Cuadro 7.7). El contexto es bien conocido por la mayoría de estudiantes de la zona donde labora la docente (Salitre, Costa Rica); sin embargo los datos proporcionados no son próximos a la realidad de un cafetalero, puesto que es improbable que el dueño de una finca de café realice un muestreo como el que se detalla (un conteo grano por grano). Además, para responder a esta pregunta no se requiere el contexto cafetalero como tal, es decir, solo basta con calcular algunas proporciones y determinar aquella cuyo cociente es mayor. Es más, en situaciones como la descrita, el cafetalero usaría la estimación y no proporciones para tomar decisiones. Este ejemplo muestra una característica que se presentó en otros dos problemas: algunas preguntas siguen siendo estrictamente matemáticas, en el sentido que se trabaja el objeto matemático de forma muy lejana al contexto en que se desarrolla (véase también el inciso "a" del problema de la carreta).

Al realizar la recolección de café lo ideal es que se seleccione únicamente el grano maduro (rojo) ya que, a la hora de entregar al recibidor, si van granos de color verde, será castigado rebajando a la cantidad de cajuelas entregadas un porcentaje por el grano verde que se entregue.

Don Ramiro, un cafetalero de la zona, contactó a varias familias indígenas que viven cerca de Salitre para la recolección de café, entre ellas las familias Ortiz, Ramírez, Rojas, Acuña y Figueroa. La semana anterior Don Ramiro recibió un castigo de dos cajuelas por fanega por llevar mucho café verde, por lo que decidió investigar cuál de las familias es la que recolecta más café verde. Entonces resolvió tomar un saco por familia y sacar de él granos aleatorios de modo que se pueda detectar, por medio de la experimentación, cuál de las familias es la culpable. Para ser justo decidió sacar de cada saco un cuartillo de café y separar los granos de cada color, obteniendo los siguientes resultados:

Familia Ortiz: 1759 grano de maduros y 320 granos verdes.

Familia Ramírez: 1800 granos maduros y 325 granos verdes.

Familia Rojas: 1790 granos maduros y 315 granos verdes.

Familia Acuña: 1853 granos maduros y 360 granos verdes.

Familia Figueroa:1800 granos maduros y 350 granos verdes

1. ¿Cuál familia cogió en menor porcentaje granos verdes?
2. ¿Cuál familia cogió la mayor cantidad de café verde?
3. De acuerdo con los porcentajes, según su criterio, ¿a cuál familia debe don Ramiro, hacerlas ver sobre la cantidad de café verde que están recolectando para que disminuya la cantidad?

Cuadro 7.7. Problema sobre el café elaborado por la participante D. Fuente: datos de la investigación.

Donde se mostraron más deficiencias con respecto a la autenticidad, fue en la presentación de la información y datos de los problemas (ver tabla 7.3). Tal es el caso del problema relacionado con el Bingo Pesetero (Cuadro 7.8), donde faltó información que permitiera a los resolutores entender el contexto, aun cuando la actividad planteada es socioculturalmente conocida por la mayoría de costarricenses.

El sábado en la Unidad Pedagógica Sotero González Barquero se jugó tradicionalmente el bingo para recaudar fondos, donde se reunieron familias de la comunidad. Al iniciar el bingo, se habían vendido 500 cartones. Guillermo, estudiante de la sección 9-5 y su familia fueron a la actividad para disfrutar de este juego y a la vez, colaborar con su institución. Guillermo fue con su abuelo, abuela, madre y padre, cada uno compró un cartón de juego.
(a) ¿Cuál es la probabilidad de que Guillermo pueda ganar el juego al obtener un cartón lleno?

(b) ¿Cuál es la probabilidad de que alguno de los miembros de la familia resultar ganador al obtener un cartón lleno?

(c) ¿Cuál es la probabilidad de que algunos de los miembros de la familia salgan premiado al obtener una línea vertical?

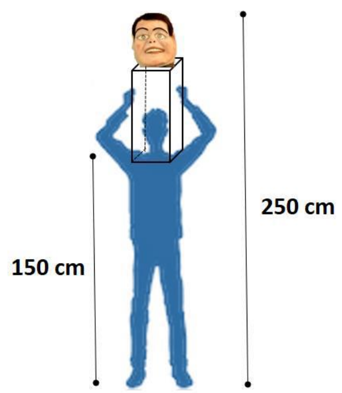
Cuadro 7.8. Problema sobre Bingo Pesetero elaborado por la participante G. Fuente: datos de la investigación.

Precisamente, el bingo pesetero tiene ciertas particularidades que lo distinguen de otros juegos de azar similares, por ejemplo, que el cartón contiene 24 números (del 1 al 79) en 5 filas y 5 columnas y que la casilla central siempre está vacía; por lo que resulta necesario explicar aspectos tales como la distribución de los números por columnas, cantidad de números por cartón, total de números del bingo, reglas del juego, entre otros. Estas variables son indispensables para dar solución a las preguntas planteadas. Ahora bien, aunque las preguntas están relacionadas con el contexto, se salen del alcance de los conocimientos esperados en un estudiante de educación secundaria.

Con respecto al problema de la Iglesia de San Isidro, además de lo que comentó un docente sobre las dimensiones del lugar, hay algunos aspectos que en la vida real es posible que no ocurran tal como se plantean, ya que el piso de este templo está formado por mosaicos que al ir uniéndose crean figuras y por ende la manera en que se deben colocar las piezas no es la que se seguiría en un suelo común. Es decir, si en una fila sobran algunas piezas o hay que hacer cortes, puede que los sobrantes no sirvan para ser colocados en otro lugar, por lo que determinar la cantidad de cajas que se necesitan no es solo un proceso de calcular el área del piso y dividirla por los metros cuadrados que trae cada caja. El problema contiene entonces datos erróneos que no permiten que sea auténtico. En este caso la contextualización es activa ya que el contexto es necesario para su resolución, pero no significativa.

Por otra parte, el signo cultural de las mascaradas es uno de los más conocidos por los participantes, pero aun así en el problema (Cuadro 7.9) se proporcionó información errónea respecto al armazón que sostiene la cabeza de “la giganta”, lo cual había sido ya detectado por algunos docentes (ver apartado anterior), pero no fue modificado en el problema final.

Se acerca el día de las mascaradas y en el colegio vamos a realizar una mascarada a nivel interno. En la clase de Artes Industriales la profe Andrea me indica que haga una estructura para sostener la máscara, ya que voy a participar como giganta.
La estructura debe ser en forma de caja (prisma) de base cuadrada formada con varilla para las aristas, la base de la estructura coincide con la máscara, y la estructura se puede sostener sobre mis hombros de manera vertical.



La altura del suelo a mis hombros es de 150 cm, mi máscara tiene 50 cm de alto y se puede colocar en una base cuadrada de 40 cm de lado, y la giganta en total debe alcanzar una altura 250 cm de alto.
a) ¿Cuántos centímetros de varilla debo indicarle a la profe Andrea que voy a necesitar?
b) Si una varilla mide en total 6 metros, ¿Cuántas varillas necesitaré para este proyecto?

Cuadro 7.9. Problema sobre las mascaradas elaborado por la participante F. Fuente: datos de la investigación.

El error radica en que la estructura que sostiene la cabeza de la máscara debe llegar más abajo de los hombros, puesto que, en la figura proporcionada por el docente se muestra una posición que hace que la mascarada sea insostenible por un largo periodo para quien la debe llevar. En la realidad, el armazón es distinto, ver figura 7.2

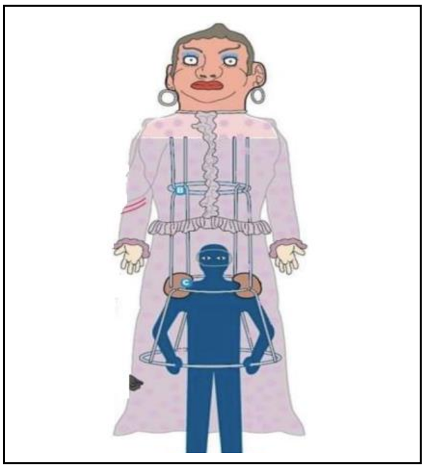


Figura 7.2. Estructura de la giganta. Fuente: Adaptada de periódico la Nación, 26 octubre 2017, Costa Rica.

Por otra parte, tal como se detalló en el apartado anterior, el problema de las bananeras (Cuadro 7.5), a pesar de que generó dudas sobre aspectos relacionados con la información, refleja la manera en la que los trabajadores reciben su paga en las bananeras y muestra la necesidad que tiene una familia de hacer cuentas para saber si podrá cubrir sus necesidades. Por tanto, el problema se acerca a la realidad cultural plasmada.

En el problema del BN Arenas, se plantea realizar una remodelación en el techo de dicho edificio polideportivo, para lo cual se proporciona el plano del techo, con sus respectivas medidas, a la vez que se brinda información sobre dimensiones y precios de láminas de zinc. Se plantea la pregunta: ¿cuál lámina de zinc resulta económicamente mejor? Para esta situación hay un propósito claro, los datos son reales y la pregunta responde al contexto planteado; por lo que el problema es auténtico. Al ser un problema auténtico y a la vez culturalmente relevante, el problema posee una contextualización significativa.

7.2.4 Reflexiones finales de los participantes

Los docentes manifestaron que era la primera vez que elaboraban problemas relacionados con su entorno utilizando signos culturales. Tanto en las sesiones sincrónicas como en los foros, comentaron sus experiencias y aprendizaje.

La profesora que elaboró el problema de las bananeras explicó que los datos utilizados para la creación de su problema fueron facilitados por sus estudiantes, quienes trabajan durante el día en una bananera y por las noches asisten al centro educativo. La participante destacó que: “antes consideraba que contextualizar era solo mencionar que había una bananera; aunque no se utilizara la realidad de esa actividad productiva. Fue interesante que los datos me los hayan proporcionado los estudiantes” [Reflexiones de la docente en la octava sesión sincrónica del curso, 27 octubre, 2020]. Aunado a lo anterior, la docente comentó que:

> personalmente puedo decir que no sabía cómo realizar un problema contextualizado. Ahora puedo ver una gran diferencia entre lo que no sabía y lo que sé ahora, hoy talvez no sea una experta en el tema; pero puedo redirigir mi clase a ese rumbo de una contextualización activa, sé que ahora mis clases serán mejores y que podré compartir con mis compañeros todo lo aprendido. Me voy satisfecha porque llevo las bases que me ayudarán. [Reflexiones de la docente en actividad de evaluación del curso, 30 octubre, 2020]

Este comentario muestra como el abordaje de la contextualización mediante el uso de signos culturales, le permitió aproximarse de una manera más natural a la realidad donde trabaja y elaborar un problema cercano a sus estudiantes. También la profesora que realizó el problema del café explicó que trabajar la contextualización de problemas utilizando signos culturales, le resultó provechosa, al respecto expresó que “en lo personal siempre trataba de hacer problemas contextualizados, sin embargo, no de la mejor manera, este curso me ayudó mucho para que sean en un contexto más acertado y familiar para el estudiante de acuerdo con el tema” [Reflexiones de la docente en actividad de evaluación del curso, 30 octubre, 2020].

Por su parte, la docente que planteó el problema de la carreta afirmó que identificar y elegir el signo cultural no había sido tarea fácil, porque no estaba familiarizada con este proceso y porque tenía pocos años trabajando en la zona. De manera similar, la coautora del problema del Tempo de San Isidro manifestó que realizar problemas con contextualización significativa es todo un reto y que al inicio supuso para ella gran dificultad. Su compañero de trabajo declaró que realizar problemas sobre signos culturales fue una experiencia novedosa que requiere de mucho conocimiento tanto cultural, matemático como de los programas oficiales de estudio.

El docente que elaboró el problema de las mascaradas fue el que presentó más versiones del problema relacionado con su signo cultural hasta llegar al producto final entregado. Sobre su experiencia, él comentó que "aprender a plantear problemas no es sencillo y requiere mucha práctica" [Reflexiones de la docente en actividad de evaluación del curso, 30 octubre, 2020].

Una de las autoras del problema del Polideportivo BN Arenas, rescató que a partir de ahora cuando plantee problemas pensará primero a quién va dirigido, para buscar que estos tengan una contextualización significativa.

7.3. Reflexiones finales

En los resultados de este cuarto estudio, se muestra el impacto positivo del curso de capacitación brindado a los docentes, en el entendido de que los problemas que elaboraron los participantes fueron más cercanos a una contextualización significativa en comparación a los problemas propuestos en la etapa diagnóstica.

Además, se plasma una evolución respecto a las categorías utilizadas para analizar si un problema posee una contextualización culturalmente significativa, respecto al primer estudio, dando un aporte teórico y metodológico importante para futuras investigaciones.

Se alcanza el cuarto objetivo específico de la tesis doctoral al evaluar el curso de formación continua dirigido a docentes de educación secundaria de matemáticas en Costa Rica, mediante el análisis de la contextualización de los problemas matemáticos elaborados por los docentes. Sin embargo, persisten debilidades con respecto a presentar datos e información coherentes con la realidad del evento planteado en el problema, lo cual da un indicador respecto hacia dónde dirigir futuros cursos con la finalidad de obtener problemas más auténticos y culturalmente significativos.

CAPÍTULO 8. CONCLUSIONES

8.1. Introducción

En este capítulo se recogen las conclusiones y reflexiones finales del trabajo doctoral respondiendo a los objetivos de esta investigación y relacionándolos con los cuatro estudios. Posteriormente se presentan las limitaciones de este estudio, así como los desafíos y líneas futuras de investigación.

De los cuatro estudios que componen esta investigación se extraen recomendaciones, reflexiones y conclusiones que constituyen la contribución de esta tesis.

8.2. Conclusiones respecto a los objetivos y estudios de la investigación

En el apartado 1.4 del primer capítulo se presentaron los objetivos específicos de esta investigación. Seguidamente se resumen las conclusiones de los cuatro estudios que responden precisamente a dichos objetivos.

8.2.1 Sobre el primer estudio

En las últimas décadas dentro de la Didáctica de la Matemática se ha establecido la importancia de considerar aspectos socioculturales en los procesos de enseñanza y aprendizaje (Bishop, 1991; Presmeg, 2007). Una forma de concretar estos esfuerzos es mediante el uso de contextos de la vida cotidiana para enseñar matemáticas. Precisamente en esta línea, en los fundamentos teóricos del actual currículo de matemáticas de Costa Rica se promueve la enseñanza con situaciones cercanas para el estudiante, promoviendo el uso de la modelización de contextos reales a través de lo que definen como contextualización activa, y así propiciar el interés y valores en los estudiantes.

En el análisis de los problemas en los Programas de Estudio de Matemáticas del MEP (2012), para el III y IV ciclo, que responde al primer objetivo específico de esta tesis, y al profundizar sobre la contextualización activa que se propone en los fundamentos teóricos de este documento, identificamos algunas incoherencias. Por ejemplo, la contextualización artificial (que es contraria a la contextualización activa que se plantea como eje disciplinar del currículo) está presente en poco más del 20% de los problemas de contexto no científico. Pero menos del 14% de los problemas con contextos no científicos reflejen situaciones que puedan presentarse tal cual en la vida real.

Por otra parte, mientras que en el currículo se explicita que el aprendizaje no debe limitarse al dominio de técnicas sofisticadas o estructuras abstractas alejadas del entorno, más del 59,5% de los problemas se caracterizan por contextos matemáticos o científicos, donde no se considera la realidad del alumnado.

Asimismo, en los fundamentos teóricos del programa se explicita la necesidad de impulsar unas matemáticas para todos; sin embargo, los ejemplos no contemplan ningún problema que responda a la realidad de habitantes de zonas rurales ni indígenas. Si bien es cierto, los docentes deben hacer las adaptaciones necesarias, según el entorno en que se desarrolla la enseñanza, brindar en los Programas de Estudio de Matemáticas problemas con contextos no urbanos, enriquecería el documento del MEP (2012) y proporcionaría una valiosa ayuda a los docentes para realizar las adaptaciones.

En relación con la contextualización significativa, este tipo de contextualización es mínima en el documento del MEP (2012); en su lugar, se plantean problemas que se distancian de la manera en que se abordarían en la realidad. Aun así, es rescatable que algunos problemas, con pequeñas modificaciones, pueden transformarse para que la contextualización resulte significativa, lo que propiciaría una vivencia más cercana de las matemáticas del entorno. En otros casos es necesaria la elaboración de problemas nuevos que respondan a la habilidad por desarrollar, tal como esta se usaría en una situación real. Por ello resulta conveniente incentivar investigaciones que utilicen como base los contextos de los problemas propuestos por el MEP (2012) con la finalidad de mejorar aquellos con potencial para mostrar de manera más natural las matemáticas como una actividad humana y social (D’Ambrosio, 2008; Freudenthal, 2012; Niss, 1995).

Consideramos que este primer estudio aporta al campo de investigación de la didáctica de las matemáticas un sistema de subcategorías para contexto y contextualización que permite estudiar no solo el currículo costarricense, sino que también puede constituirse en una guía para analizar problemas en otros documentos tales como libros de textos y unidades didácticas. Las categorías y subcategorías propuestas también proporcionan indicadores de apoyo a la selección y producción de problemas matemáticos que se articulen mediante una contextualización activa y significativa.

8.2.2 Sobre el segundo estudio

En el segundo objetivo específico se planteó describir la percepción y conocimiento de docentes de III y IV ciclo sobre la implementación de problemas matemáticos contextualizados en la educación secundaria formal de Costa Rica. Esto fue posible mediante el segundo estudio cuyos resultados se reportan en el capítulo 5.

Dentro de las conclusiones de este estudio, se destaca que, en general, los docentes se muestran indecisos en sus opiniones relacionadas con considerar la realidad de los estudiantes y su entorno para la creación de problemas. Una situación análoga se evidencia en las opiniones sobre el uso de diversas fuentes y respecto a las dificultades que presentan en la elaboración de problemas matemáticos contextualizados.

Es más, a pesar de que gran parte de los docentes señalan estar en desacuerdo con el uso de contextos ficticios, varios de los problemas propuestos por los propios docentes están relacionados precisamente con este tipo de contextos. Aunque el estudio no profundiza en las razones de estas discrepancias, los docentes parecen tener ciertas dificultades en presentar un problema con contexto real.

Por su parte, las opiniones favorables respecto al uso de contextos reales, concuerda en el contexto de la mitad de los problemas propuestos. Igualmente, existe coherencia entre las opiniones poco favorables relacionadas con el uso de contextos matemáticos y la cantidad de problemas planteados que presentan este tipo de contexto. Es importante destacar que poco más de dos quintas partes de los docentes no proporcionaron un problema, dejando la pregunta sin contestar.

En la mayoría de preguntas, la opinión de los docentes entrevistados no presenta diferencias significativas según su preparación académica, horas de planeamiento, edad, experiencia o sexo. Donde sí se aprecia una diferencia significativa es al analizar las respuestas sobre el uso de Internet para crear problemas, según la zona de trabajo de los encuestados, donde el acuerdo de las personas de zonas rurales fue significativamente menor que el de las personas que trabajan en zonas urbanas; esto puede ser resultado de un menor acceso al servicio de Internet en las zonas rurales. Posiblemente, aunque este estudio no pudo profundizar en el tema, el menor acceso a la información por medios digitales puede ser una causa de que los profesores de zonas rurales se mostraron más de acuerdo con el uso de contextos ficticios que sus homólogos de zonas urbanas.

La tercera parte de los encuestados se expresaron favorablemente respecto a utilizar los problemas que propone el MEP en las indicaciones puntuales (analizados en el estudio 1), pero en los problemas que plantearon ninguno provenía de dichas indicaciones.

Aunque crear problemas y seleccionarlos de otras fuentes son prácticas docentes distintas, esta investigación no arrojó diferencias significativas entre las opiniones de los participantes, en ninguno de los ítems consultados, respecto a elaborar y seleccionar problemas matemáticos contextualizados.

Para Espinoza (2017), elaborar problemas en matemáticas supone un nivel más elevado de exigencia en los docentes. Sin embargo, en general, los docentes encuestados se mostraron en desacuerdo con la idea de tener dificultad para la creación de problemas matemáticos contextualizados. Aun así, casi la mitad de los participantes plantearon problemas con contextos matemáticos o ficticios, alejándose de lo que propone el MEP (2012).

Pocos docentes expresaron trabajar en conjunto con colegas y asesores para elaborar problemas contextualizados, por lo que se recomienda a las autoridades educativas fomentar el trabajo cooperativo en las distintas zonas del país, para enriquecer la labor docente.

Finalmente, los docentes indican necesitar capacitaciones para elaborar problemas matemáticos contextualizados, por tanto, se recomienda atender esta inquietud mediante cursos que aborden esta temática, potenciando el uso de contextos reales y una contextualización significativa, lo que constituye el punto de partida para la implementación de un curso que responda a estas necesidades, dando pie al tercero y cuarto estudios de esta investigación.

Con los resultados alcanzados en los primeros dos objetivos específicos (abarcados en los estudios 1 y 2), se obtienen insumos necesarios para crear y desarrollar un curso de capacitación docente, logrando así el tercer objetivo específico propuesto: implementar un curso dirigido a docentes de matemáticas de III y IV ciclo de Costa Rica para la elaboración de problemas con contextualización significativa mediante el uso de signos culturales, el cual se describe en el marco metodológico (capítulo 3).

8.2.3 Sobre el tercer estudio

El tercer estudio abarcó parcialmente el objetivo específico 4 de esta investigación. Al respecto, el ciclo reflexivo trabajado en el curso permitió una dinámica interacción entre colegas, promoviendo en los participantes una reflexión de su labor docente en relación con la creación de problemas matemáticos contextualizados.

Elaborar y socializar los problemas con contextualización significativa permiten a los docentes profundizar sobre prácticas culturales de diferentes zonas del país, a la vez que les brinda ideas de cómo abordar ciertos conocimientos matemáticos considerando la realidad del estudiante.

A pesar del reto que supuso para los docentes la elaboración de problemas a partir de signos culturales, estos opinaron que la metodología brindada en el curso fue motivante y les ayudó a contextualizar sus problemas en la realidad cercana. Al respecto, el curso fomentó un proceso reflexivo en los docentes participantes (Shirley, 2001).

Tal como expresaron los participantes, es necesario continuar habilitando espacios de discusión que permitan reflexionar sobre aspectos puntuales del quehacer docente.

8.2.4 Sobre el cuarto estudio

Finalmente, para el cuarto objetivo específico se propuso evaluar el curso de formación continua dirigido a docentes de educación secundaria de matemáticas en Costa Rica, mediante el análisis de la contextualización de los problemas matemáticos elaborados por los docentes. Al respecto, a través de una comparación entre los problemas diagnósticos (previos al curso) y los que crearon los docentes como producto final, se evidenció una mejoría en cuanto a su autenticidad, en miras de una contextualización significativa. En efecto, se mostró un avance en la autenticidad de las preguntas y propósitos de los últimos; pero se detectaron algunas dificultades al presentar datos e información que permitieran un más genuino acercamiento al contexto planteado. Los eventos de los problemas creados en el curso fueron culturalmente significativos, lo cual no sucedió en la mayoría de los diagnósticos. Sin embargo, aún persistieron algunos aspectos por mejorar ya que algunos problemas entre los producidos durante el curso presentaron una contextualización artificial.

El uso de signos culturales permite acercar al docente a la realidad sociocultural de su entorno (Oliveras, 2005), esto se evidenció tanto en los problemas elaborados como en los comentarios que los propios docentes brindaron en las clases sincrónicas y en los foros de discusión. Sin embargo, algunos docentes presentaron dificultades para proporcionar datos que sean coherentes con la realidad, de hecho, en casi todos los casos quedaba algún detalle de la información sin aclarar o con algún error. También se encontraron preguntas en la que primaba la aplicación de un objeto matemático en detrimento de su significatividad para el contexto planteado. Esto coincide con lo que se presenta en las problemas ejemplificativos presentes en el currículo nacional (Chavarría & Albanese, 2021).

Analizar problemas matemáticos mediante los componentes de autenticidad (Palm, 2008), permitió desgranar de una manera más objetiva y profunda la cercanía de estos con la realidad de los estudiantes, al tiempo que se logró determinar qué tan próximos estaban los problemas de poseer una contextualización significativa. En este estudio se enriqueció la definición de contextualización significativa (Albanese et al., 2017) integrándola con el concepto de autenticidad, considerando siempre que los problemas no solo debían ser externos al sistema educativo, sino que también culturalmente cercanos a la realidad.

El estudio de la contextualización significativa de los problemas mediante los componentes de autenticidad permitió destacar aquellos aspectos donde los docentes presentan mayor debilidad en la construcción de problemas matemáticos culturalmente significativos, lo cual deberá ser tenido en cuenta en la planificación de futuros cursos de formación inicial y continua sobre la elaboración de problemas contextualizados en la realidad.

Con estos cuatro estudios se logra alcanzar el objetivo general de esta investigación, en el cual se propuso analizar la contextualización significativa de problemas matemáticos en el currículo costarricense, y en la práctica docente, para proponer una capacitación dentro de la formación continua de profesores de secundaria. Además, se va perfilando más el concepto de contextualización culturalmente significativa que presenta un aporte para investigaciones futuras, tal como se describe en el siguiente apartado.

8.3. Aportaciones de la investigación

Desde una visión etnomatemática, la contextualización se considera como un elemento indispensable que permite valorar el contexto sociocultural en el que se desarrolla el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Realizar estudios relacionados con la contextualización matemática requiere claridad en los conceptos y metodología involucrados. Esta investigación brinda aportes en esta línea.

8.3.1 En la conceptualización

Ante la necesidad de analizar la contextualización de los problemas matemáticos del Programa de Estudios de Matemáticas de Costa Rica y de las creaciones realizadas por docentes, se fue desarrollando y perfilando más el concepto de contextualización significativa propuesto por Albanese et al. (2017) a partir del estudio de signos culturales (Oliveras, 2005) y componentes de autenticidad de los problemas (Palm, 2008).

De esta forma, un aporte significativo emanado de esta investigación es la conceptualización de problema matemático con contextualización culturalmente significativa, entendido como aquel problema en matemáticas que contempla un evento sociocultural donde sus datos, pregunta y propósito son coherentes con la realidad.

8.3.2. En la metodología

Contar con una definición de contextualización culturalmente significativa como la planteada en esta investigación, brinda una metodología de análisis de problemas desde una visión sociocultural de las matemáticas más objetiva y basada en fundamentos teóricos sólidos. Además, permite a quien crea un problema matemático guiar y evaluar su construcción a través de componentes de autenticidad y del uso de eventos socioculturalmente relevantes.

En esta línea, utilizar el estudio de signos culturales permite de una manera más natural acercar las matemáticas al entorno de manera que el problema posea una contextualización significativa.

8.3.3. En la formación continua

Esta investigación deja en evidencia que los docentes tienen anuencia a implementar problemas matemáticos contextualizados en sus aulas y que tienen acceso a diversas fuentes de consulta (tal como se evidenció en el estudio 2), sin embargo presentan algunas dificultades al elaborar problemas cercanos al entorno de los estudiantes, entre los que destacan la creación de preguntas meramente matemáticas y alejadas del contexto, presentación de datos y propósito del problema poco coherentes con la realidad del evento planteado. Esta información permite planificar futuras capacitaciones dirigidas a subsanar estas debilidades.

En efecto, la experiencia detallada en esta investigación sobre el diseño e implementación de un curso de capacitación focalizado en la elaboración de problemas matemáticos contextualizados, proporciona una manera de abordar la formación continua que propicia la participación activa de los docentes, a la vez que contribuye a descongelar las matemáticas presentes en el entorno (Gerdes, 1985). Con esta propuesta los docentes llegan a empoderarse del signo cultural con el que se identifican, logrando establecer diálogos que involucran su realidad sociocultural para abordar conocimientos matemáticos escolares.

El proceso reflexivo del profesor de matemática sobre sus propias prácticas de aula promueve la implementación de cambios en miras de mejorar la labor docente (Piñeiro & Flores, 2018). Al respecto, el curso detallado en el capítulo 4 constituye una opción que impulsa al docente a reflexionar respecto a la manera en que ha implementado la contextualización matemática, guiándole hacia la construcción de problemas más auténticos y culturalmente significativos.

8.4. Limitaciones de la investigación

En esta sección indicamos algunas de las limitaciones de los estudios que componen esta tesis doctoral.

Debido a que la experiencia del investigador está centrada en la educación secundaria y superior, en el primer estudio no se realizó el análisis de los problemas correspondientes a los niveles de primaria de Costa Rica.

Además, el primer estudio tiene la limitación de no informar respecto a cómo las indicaciones del currículo se llevan a la práctica en las aulas. Se podría entonces completar el estudio con observaciones de aulas en distintas zonas del país y ver cómo el profesorado reinterpreta las indicaciones curriculares en su práctica docente y con respecto a otros niveles escolares.

Por la naturaleza del segundo estudio, relacionado con la percepción de los docentes sobre la implementación de problemas matemáticos contextualizados, no se pudo profundizar en las razones que justificaban cada una de las opiniones ni porqué en muchas de las preguntas los participantes prefirieron no tomar una postura determinada (ni de acuerdo ni en desacuerdo). Además, la muestra no fue realizada con métodos estadísticos, sino que se solicitó la participación voluntaria a docentes por medio de redes sociales y correos electrónicos. Por otra parte, la pandemia no permitió realizar entrevistas que complementaran el diagnóstico aplicado.

Al implementar el curso de capacitación docente hubo una situación externa que causó el abandono del curso por varios participantes: la pandemia por COVID-19 con los cambios y nuevas exigencias que esto contrajo para los profesores y una reforma dirigida por el Ministerio de Educación Pública de Costa Rica relacionada con la forma de presentar la planificación didáctica a raíz de la virtualización del proceso de enseñanza y aprendizaje, que provocó una carga adicional de trabajo para los docentes. El análisis pudo haber sido más enriquecedor si la mayoría de los participantes matriculados se hubieran mantenido hasta el final del curso.

El hecho de que la capacitación fuera virtual limitaba la participación de algunos docentes, quienes quizá en un ambiente presencial se verían más animados para dar sus opiniones y realizar intervenciones. Sin embargo, esta limitación también llegó a ser una ventaja en la investigación, ya que se pudo contar con docentes de todas las provincias del país, lo cual no hubiera sido posible en una capacitación presencial.

8.5. Líneas futuras

El concepto de contextualización culturalmente significativa que logró madurarse en esta investigación permite abrir otras líneas de investigación. En este apartado se muestran algunas posibilidades para estudios futuros.

En la actualidad, más países se suman a incorporar dentro de sus currículos, metodologías de enseñanza que contemplen la resolución de problemas en contextos reales, tal es el caso de Chile (Oliveras et al., 2021), Colombia (Villa-Ochoa & Ruiz, 2009), Singapur (Reyes & Alesshandra, 2020), entre otros, por lo que se hace imperativo analizar la contextualización de problemas matemáticos provenientes de libros de texto, pruebas estandarizadas y currículos de otros niveles y de otros países, lo cual es posible partiendo de la definición de contextualización culturalmente significativa que se aporta en esta investigación.

Interiorizar una visión sociocultural de las matemáticas debe impulsarse desde las aulas universitarias, por lo que es necesario introducir la elaboración de problemas matemáticos con contextualización culturalmente significativa en cursos de formación inicial de profesores, tanto de primaria como de secundaria. Durante estos procesos se debería además monitorizar los alcances de los futuros profesores en la elaboración de problemas con esta contextualización, lo que permitiría ir mejorando los propios procesos de formación.

Tanto las intervenciones en la formación inicial de profesores, como las capacitaciones para la formación continua relacionadas con la elaboración de problemas matemáticos con contextualización culturalmente significativa, podrían ser analizadas también con el apoyo de la idoneidad didáctica y así relacionar el Programa Etnomatemática con el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento (Fernández-Oliveras et al., 2021).

Dentro del conocimiento especializado del docente está el planteamiento de actividades que propicien el aprendizaje de las matemáticas. Otra posibilidad consiste en utilizar el modelo MTSK para caracterizar el conocimiento del docente de matemáticas al contextualizar problemas en el aula (Carrillo et al., 2018). A la vez, se recomienda realizar estudios que permitan profundizar en las dificultades de los docentes al elaborar problemas con contextualización culturalmente significativa.

Por otra parte, el uso de signos culturales para la creación de problemas matemáticos abre posibilidades en investigaciones relacionadas con temáticas como el impacto de la implementación de problemas con contextualización significativa en el aprendizaje matemático de los estudiantes, para lo cual se deben llevar al aula problemas que se consideren auténticos y culturalmente relevantes.

Existe una riqueza de conocimiento matemático en diversas actividades cotidianas y laborales, por lo que es interesante realizar un análisis del pensamiento matemático de diversos gremios o grupos que están relacionados con distintos signos culturales. Además, la realización de trabajos de campo permitiría comparar la propuesta de problemas contextualizados elaborados por docentes con la realidad de donde emergen los contextos matemáticos utilizados.

REFERENCIAS

Albanese, V. (2014). *Etnomatemáticas en artesanías de trenzado y concepciones sobre las matemáticas en la formación docente*. [Tesis doctoral]. Universidad de Granada.

Albanese, V., Adamuz-Povedano, N., & Bracho-López, R. (2017). Development and Contextualization of Tasks From an Ethnomathematical Perspective. In A. Chronaki (Ed.), *Mathematics Education and Life at Times of Crisis* (pp. 205–211). University of Thessaly Press.

Albanese, V., Perales, F. J., & Oliveras, M. L. (2016). Matemáticas y lenguaje: Concepciones de los profesores desde una perspectiva etnomatemática. *Perfiles Educativos*, *38*(152), 31–50. https://doi.org/10.22201/iisue.24486167e.2016.152.57586

Albanese, V., Santillán, A., & Oliveras, M. L. (2014). Etnomatemática y formación docente: el contexto argentino. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *7*(1), 198–220.

Aroca, A. (2013). Los escenarios de exploración en el Programa de Investigación en Etnomatemáticas. *Educación Matemática*, *25*(1), 111–131. https://doi.org/10.24844/EM

Baltodano, M. (2018). Desafíos que enfrentan los docentes de Matemática en relación con la planificación didáctica y la mediación pedagógica en la educación secundaria. *Umbral*, *41*(2), 25–34.

Bardin, L. (2012). *Análisis de contenido*. Akal Universitaria.

Bishop, A. (1991). *Mathematical Enculturation: A Cultural Perspective on Mathematics Education*. Kluwer Academic Publishers.

Bishop, A. (1993). Significant influences on children's learning of mathematics. In A. Bishop, K. Hart, S. Lerman, & T. Nunes (Eds.), *Science and technology education. Document series No 47* (pp. 3–26). UNESCO.

Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Paidós.

Bishop, A. (2005). *Aproximación sociocultural a la educación matemática*. Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía.

Blanco, L. (2015). Resolución de problemas de Matemática: Aspectos cognitivos. In L. Blanco, J. Cardenas, & A. Caballero (Eds.), *La resolución de problemas de Matemáticas en la formación inicial de profesores de Primaria* (pp. 11–22). Investigación en Educación Matemática XIX.

Blanco, L., Blanco, N., & Caballero, A. (2015). Modelo integrado de resolución de problemas de matemáticas: MIRPM. In L. Blanco, J. Cárdenas, & A. Caballero (Eds.), *La resolución de problemas de Matemáticas en la formación inicial de profesores de Primaria* (pp. 109–122). Investigación en Educación Matemática XIX.

Buschiazzo, N., Cattáneo, L., Filipputti, S., Hinrichsen, S., & Lagreca, N. (1997). *Matemática hoy en la E.G.B.: ¿qué enseñar?, ¿cómo?, ¿para qué? : estrategias didácticas*. Homo Sapiens Ediciones.

Cabrera, F. (2015). Categorización y triangulación como procesos de validación del conocimiento en investigación cualitativa. *Theoria*, *14*(1), 61–71.

Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L., Flores-Medrano, E., Escudero, D., Vasco, D., & Rojas, N. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, *20*(3), 236–253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Chamoso-Sánchez, J., Vicente, S., Manchado, E., & Múñez, D. (2014). Los Problemas de Matemáticas Escolares de Primaria, ¿son solo Problemas para el aula? *Cuadernos de Investigación y Formación En Educación Matemática*, *9*(12), 261–279.

Chavarría, G. (2014). Dificultades en el aprendizaje de problemas que se modelan con ecuaciones lineales: El caso de estudiantes de octavo nivel de un colegio de Heredia. *Uniciencia*, *28*(2), 15–44.

Chavarría, G. (2017). *Matemática 8*. Ediciones Lebombo.

Chavarría, G., & Albanese, V. (2021). Problemas matemáticos en el caso de un currículo : Análisis con base en el contexto y en la contextualización. *Avances de Investigación En Educación Matemática*, *19*, 39–54. https://doi.org/10.35763/aiem.v0i19.359

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2011). *Research Methods in Education*. Routledge.

D'Ambrosio, U. (2008). *Etnomatemática: Eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. Limusa.

D'Ambrosio, U. (2013). *Etnomatemáticas: Entre las tradiciones y la modernidad*. Ediciones Díaz de Santos.

Díaz, M., & Poblete, A. (2001). Categorizando tipos de problemas en algebra. *UNO Revista de Didáctica de Las Matemáticas*, *27,* 93–103.

Escobar-Pérez, J., & Cuervo-Martínez, Á. (2008). Validez de contenido y juicio de expertos: Una aproximación a su utilización. *Avances En Medición*, *6*, 27–36.

Espinoza, J. (2017). La resolución y planteamiento de problemas como estrategia metodológica en clases de matemática. *Atenas*, *3*(39), 63–72.

Espinoza, L., Vergara, A., & Valenzuela, D. (2020). Contextualización en matemáticas: uso del teorema del ángulo inscrito en la geometrización de la percepción visual. *Enseñanza de Las Ciencias*, *38*(1), 5–26. https://doi.org/https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2418

Fernández-Oliveras, A., Blanco-Álvarez, H., & Oliveras, M. L. (2021). Aplicación de un instrumento para valorar la Idoneidad Didáctica Etnomatemática a una propuesta de enseñanza-aprendizaje sobre patrones de medida no convencionales. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *35*(71), 1845–1875. https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a28

Flores, P. (1998). *Creencias y concepciones de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Evolución durante las prácticas de enseñanza*. Tesis doctoral, Granada: Universidad de Granada.

Flores, P. (2007). Profesores de Matemáticas Reflexivos: Formación de Cuestiones de Investigación. *PNA*, *1*(4), 139–159. https://doi.org/10.30827/pna.v1i4.6207

Freudenthal, H. (2012). *Revisiting Mathematics Education China Lectures*. Kluwer Academic Publishers.

Fuentes, C. (2013). Etnomatemática y escuela: algunos lineamientos para su integración. *Revista Científica, especial*, 46–50.

Galleguillos, J., Ribeiro, M., & Montes, M. (2015). El conocimiento especializado del profesor de matemática frente a problemas abiertos. In A. Ruiz (Ed.), *La Educación Matemática en las Américas* (pp. 45–57). Comité Interamericano de Educación Matemática.

Gavarrete, M. (2015). Etnomatemáticas de signos culturales y su incidencia en la formación de maestros. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *8*(2), 299–315.

Gavarrete, M., & Albanese, V. (2015). Etnomatemáticas de signos culturales y su incidencia en la formación de maestros. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática: Perspectivas Socioculturales de La Educación Matemática*, *8*(2), 299-315–315.

Gavarrete, M., & Albanese, V. (2018). Propuesta de aula para abordar la ubicación espacial y el plano cartesiano desde la Interculturalidad. *Uno - Revista de Didáctica de Las Matemáticas*, *82*, 23–30.

Gavarrete, M., Albanese, V., Martínez, M., García, M., & Chavarría, J. (2017). Enculturación Matemática y Etnomatemática: fundamentos teóricos, metodológicos y empíricos de un proyecto de formación docente en Costa Rica. In D. Díaz-Levicoy, B. Giacomone, & P. Arteaga (Eds.), *Libro de Actas del VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática* (pp. 360–368). Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas.

Gavarrete, M., Martínez, M., Chavarría, J., & García, M. (2020). El papel de la Etnomatemática en la Acción Pedagógica: reflexiones sobre la visión sociocultural de las matemáticas a través de la voz de los docentes. *Journal of Mathematics and Culture*, *14*(1), 39–52.

Gavarrete, M., & Oliveras, M. L. (2012). Modelo de aplicación de etnomatemáticas en la formación de profesores para contextos indígenas en Costa Rica. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, *15*(3), 339–372.

Gerdes, P. (1985). Conditions and Strategies for Emancipatory Mathematics Education in Undeveloped Countries. *For the Learning of the Mathematics*, *5*(1), 15–20. https://doi.org/10.2307/40247870

Gerdes, P. (1998). On Culture and Mathematics Teacher Education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *1*(1), 33–53. https://doi.org/10.1023/A:1009955031429

Gil, C., & Rico, L. (2003). Concepciones y creencias del profesorado de Secundaria sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Enseñanza de Las Ciencias*, *21*(1), 27–47. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3940

Gilbert-Delgado, R., & Camarena-Gallardo, P. (2010). La motivación del docente ante la matemática en contexto. *Científica*, *14*(3), 107–113.

Godino, J., & Batanero, C. (2011). Formación de profesores de matemáticas basada en la reflexión guiada sobre la práctica. In L. Serrano (Ed.), *Tendencias actuales de la investigación en educación estocástica* (pp. 9–33). Universidad de Granada.

Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2003). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. In J. Godino (Ed.), *Matemáticas y su didáctica para maestros* (pp. 7–121). Universidad de Granada.

Gómez-Chacón, I. (2017). Sistema de creencias sobre las matemáticas en alumnos de secundaria. *Revista Complutense de Educación*, *18*(2), 125–143.

Goñi, J. M. (2006). Introducción. In J. M. Goñi (Ed.), *Matemática e interculturalidad* (pp. 1–9). Graó.

González, L., Sosa, G., & Fierro, S. (2018). Muestreo virtual online basado en redes sociales para localización de teletrabajadores como participantes de un estudio realizado en Victoria de Durango, México. *PAAKAT: Revista de Tecnología y Sociedad*, *8*(15), 21–38. https://doi.org/10.18381/pk.a9n15.333

Gutstein, E., Lipman, P., Hernandez, P., & De Los Reyes, R. (1997). Culturally relevant mathematics teaching in a Mexican American context. *Journal for Research in*

Mathematics Education, *28*(6), 709–737. https://doi.org/10.5951/ jresematheduc. 28.6.0709

Handal, B., & Herrington, A. (2003). Mathematics teachers' beliefs and curriculum reform. *Mathematics Education Research Journal*, *15*(1), 59–69. https://doi.org/10.1007/BF03217369

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación*. McGraw Hil.

Instituto Nacional de Estadística y Censo. (2012). *X Censo Nacional de Población y VI de Vivienda Resultados Generales*. Autor.

Madelein, J., & Zambrano, J. A. (2010). Etnomatemáticas Urbana: Matemáticas en Nuestra Realidad. In G. García (Ed.), *Memoria 11° Encuentro Colombiano Matemática Educativa* (pp. 412–421). Cengage Learning.

Malaspina, U., Mallart, A., & Font, V. (2015). Development of teachers' mathematical and didactic competencies by means of problem posing. In K. Kraine & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (Issue July 2016, pp. 2861–2866). European Society for Research in Mathematics Education.

Mayela, M., & Ballestero, C. (2008). Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en matemáticas. *Revista Educación*, *32*(1), 123–138. https://doi.org/10.15517/ REVEDU.V32I1.527

MEP. (2012). *Programas de Estudio Matemáticas. Educación General Básica y Ciclo Diversificado*. Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

Monteiro, A., & Mendes, J. (2011). Prácticas sociales y organización curricular: cuestiones y desafíos. *Revista Educación y Pedagogía*, *23*(59), 37–46.

Murillo, M. (2003). El uso de los libros de texto en la ensenanza secundaria: lo que los profesores opinan. *Uniciencia*, *20*(1), 47–55.

Ñancupil, J., Carneiri, F., & Flores, P. (2013). La reflexión sobre la práctica del profesor de matemática: el caso de la enseñanza de las operaciones con números enteros . *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, *34*, 37–46.

Niss, M. (1995). Las matemáticas en la sociedad. *Uno: Revista de Didáctica de Las Matemáticas*, *6*, 45–58.

Nunes, C. (2006). El conocimiento matemático y el conjunto de conocimientos culturales en la perspectiva sociológica. In J. M. Goñi (Ed.), *Matemática e interculturalidad* (pp. 63–85). Graó.

Núñez, J., & Font, V. (1995). Aspectos ideológicos en la contextualización de las matemáticas: una aproximación histórica. *Revista de Educación*, *506*, 293–314.

OECD. (2004). Learning for tomorrow's world: first results from Pisa 2003. In *Choice Reviews Online*. Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico. https://doi.org/10.5860/choice.42-6627

Oliveras-Díaz, D., Segovia, I., & Lupiáñez, J. (2021). Evolución de la resolución de problemas en el currículo chileno de primaria. *Profesorado. Revista de Currículo y Formación Del Profesorado*, *25*(3), 175–196. https://doi.org/10.30827/PROFESORADO.V25I3.13614

Oliveras, M. L. (1996). *Etnomatemáticas. Formación de profesores e innovación curricular*. Comares.

Oliveras, M. L. (2005). Microproyectos para la educación intercultural en Europa. *Revista UNO*, *38*(1), 70–81.

Oliveras, M. L., & Blanco-Álvarez, H. (2016). Integración de las Etnomatemáticas en el Aula de Matemáticas: posibilidades y limitaciones. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *30*(55), 455–480. https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n55a08

Palm, T. (2008). Impact of authenticity on sense making in word problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, *67*(1), 37–58. https://doi.org/10.1007/s10649-007-9083-3

Peña, P. (2014). Etnomatemáticas y currículo: Una relación necesaria. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *7*(2), 170–180.

Perrenoud, P. (2004). *Desarrollar la práctica reflexiva en el oficio de enseñar*. Grao.

Piñeiro, J. L., & Flores, P. (2018). A reflection on a professional problem in the context of teacher education. *Educacion Matematica*, *30*(1), 237–251. https://doi.org/10.24844/EM3001.09

Pino-Fan, L., Báez-Huaiquián, D., Molina-Cabero, J., & Hernández-Arredondo, E. (2020). Criterios utilizados por profesores de matemáticas para el planteamiento de problemas en el aula. *Uniciencia*, *34*(2), 114–136. https://doi.org/10.15359/ru.34-2.7

Pino, J. (2015). Tipos de problemas de matemáticas. In L. Blanco, J. Cárdenas, & A. Caballero (Eds.), *La resolución de problemas de Matemáticas en la formación inicial de profesores de Primaria* (pp. 187–207). Universidad de Extremadura.

Pita, G., Añino, M., Ravera, E., Miyara, A., Merino, G. A., & Escher, L. (2011). Enseñar Matemática a través de problemas abiertos: un desafío para los docentes. In A. Ruiz (Ed.), *Actas XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática* (pp. 60–71). Comité Interamericano de Educación Matemática.

Planas, N. (2015). *Avances y realidades de la educación matemática*. Colección Crítica y Fundamentos, Graó.

Planas, N., & Alsina, À. (2009). *Educación matemática y buenas prácticas. Educación infantil, primaria, secundaria y educación superior*. Graó.

Presmeg, N. (2007). The role of culture in teaching and learning mathematics. In J. F. K. L (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 435–458). Information Age Publishing.

Puig, A. (1955). Decálogo de la Didáctica Matemática Media. *Gaceta Matemática*, *7*(5), 130–135.

Puig, L. (2008). Presencia y ausencia de la resolución de problemas en la investigación y el currículo. In B. Luengo, M. Gómez, M. Camacho, & L. Blanco (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XII* (pp. 93–111). SEIEM.

Ramos, A., & Font, V. (2006). Contexto y contextualización en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Una perspectiva ontosemiótica. *La Matematica e La Sua Didattica*, *20*(4), 535–556.

Reyes, T., & Alesshandra, R. (2020). El método Singapur: sus alcances para el aprendizaje de las matemáticas. *Revista de Investigación PAIDEIA En Ciencias Humanas y Educación*, *1*, 13–24. https://doi.org/10.17162/ripa.v1i2.1306

Rico, L. (2006). La competencia matemática en PISA. *PNA*, *1*(2), 47–66. https://doi.org/10.30827/pna.v1i2.6215

Rosa, M., & Gavarrete, M. (2016). Polysemic Interactions between Ethnomathematics and Culturally Relevant Pedagogy. In M. Rosa, U. D'Ambrosio, D. Orey, L. Shirley, W. Alangui, & P. Palhares (Eds.), *Current and Future Perspectives of Ethnomathematics as a Program* (pp. 23–30). Springer.

Rosa, M., & Orey, D. (2018). Un enfoque etnomatemático de la modelación a través de la Etnomodelación. *Revista Anales*, *1*(376), 19–34. https://doi.org/10.29166/anales.v1i376.1761

Ruiz, A. (2000). *El desafío de las Matemáticas*. Editorial Universidad Nacional.

Ruiz, A. (2013). Primera parte. La Educación Matemática en Costa Rica: antes de la reforma. *Cuadernos de Investigación y Formación En Educación Matemática*, *8*(especial), 10–20.

Ruiz, A. (2017). La evaluación para el currículo costarricense de Matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación Matemática*, *12*(especial), 181–228.

Schwantes, V., Xavier, M., Schwantes, E., Schwantes, D., Junior, A., Kracke, E., & Junior, É. (2019). Etnomatemática: Una reflexión sobre las matemáticas utilizadas por los albañiles. *Revista Científica Multidisciplinar Núcleo Do Conhecimento*, *7*(13), 46–66.

Shirley, L. (2001). Ethnomathematics as a fundamental of instructional methodology. *ZDM*, *33*(3), 85–87.

Shön, D. (1983). *The reflective practitioner: how professional think in action*. Basic Books.

Sigarreta, J. M., Rodríguez, J. M., & Ruesga, P. (2006). La resolución de problemas : una visión histórica-didáctica. *Boletín de La Asociación Matemática Venezolana*, *XIII*(1), 53–66.

Smyth, J. (1991). Una pedagogía crítica de la práctica en el aula. *Revista de Educación*, *294*, 275–300.

Villa-Ochoa, J., & Ruiz, H. (2009). Modelación en educación matemática: una mirada desde los lineamientos y estándares curriculares colombianos. *Revista Virtual Universidad Católica Del Norte*, *27,* 1–21. https://doi.org/10.48082/espacios-a20v41n44p28

Zhu, Y., & Fan, L. (2006). Focus on the representation of problem types in intended curriculum: A comparison of selected mathematics textbooks from Mainland China and the United States. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *4*(4), 609–626. https://doi.org/10.1007/s10763-006-9036-9

ANEXO A: Instrumento para validación de cuestionario

CUESTIONARIO DE VALORACIÓN DEL DOCENTE SOBRE LA IMPLEMENTACIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS CONTEXTUALIZADOS

VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO

El objetivo de la investigación es determinar las creencias, prácticas y concepciones del docente de matemática, acerca de la implementación de problemas matemáticos contextualizados en la educación secundaria formal de Costa Rica.

Para cumplir con el objetivo de la investigación, hemos identificado cuatro dimensiones que son el fundamento del cuestionario que se ha elaborado y cuya validación solicitamos con su valioso aporte. Dichas dimensiones son suficiencia, claridad, coherencia y relevancia, como se mostrará en la tabla orientativa más adelante.

Le rogamos que realice una revisión del cuestionario, con el fin de determinar si los ítems formulados logran responder a las dimensiones propuestas y, en su conjunto, al objetivo de investigación antes expuesto. Además, agradecemos las sugerencias tanto de forma como de fondo, en el recuadro que acompaña a cada una de las preguntas.

Es importante aclarar que el instrumento que se proporcionará a los docentes lleva un orden y presentación distintos al que se presenta para validar. Se utilizará la herramienta de *formularios* de *Google*.

Por otra parte, confiando en su experiencia, apreciaríamos que nos sugiera ítems que, según su criterio, puedan contribuir en la consecución del objetivo del estudio, así como brindarnos todas las observaciones que nos puedan ayudar a mejorar la formulación de los ítems que lo requieran.

Para la valoración de cada ítem (recordándole que no debe contestar a los ítems) le proponemos que considere las siguientes cuatro categorías: suficiencia, claridad, coherencia y relevancia, con puntuación respectiva de 1 a 4, según lo detallado en la siguiente tabla:

Categoría	**Calificación**	**Indicador**
SUFICIENCIA Los ítems que pertenecen a una misma dimensión bastan para obtener la medición de ésta. Es decir, no se requiere más ítems para medir la dimensión. La suficiencia se evalúa solo una vez en cada	1. No cumple con el criterio	Los ítems no son suficientes para medir la dimensión
	2. Bajo Nivel	Los ítems miden algún aspecto de la dimensión, pero no corresponden con la dimensión total
	3. Moderado nivel	Se deben incrementar algunos ítems para poder evaluar la dimensión completamente

Categoría	**Calificación**	**Indicador**
dimensión.	4. Alto nivel	Los ítems son suficientes
CLARIDAD La redacción del ítem se comprende fácilmente, es decir, su sintáctica y semántica son adecuadas	1. No cumple con el criterio	El ítem no es claro
	2. Bajo Nivel	El ítem requiere bastantes modificaciones o una modificación muy grande en el uso de las palabras de acuerdo con su significado o por la ordenación de estas.
	3. Moderado nivel	Se requiere una modificación muy específica de algunos de los términos del ítem.
	4. Alto nivel	El ítem es claro, tiene semántica y sintaxis adecuada.
COHERENCIA El ítem tiene relación lógica con la dimensión o indicador que está midiendo. Es decir, el ítem responde a la dimensión que se desea medir.	1. No cumple con el criterio	El ítem no tiene relación lógica con la dimensión.
	2. Bajo Nivel	El ítem tiene una relación tangencial con la dimensión.
	3. Moderado nivel	El ítem tiene una relación moderada con la dimensión que está midiendo.
	4. Alto nivel	El ítem se encuentra completamente relacionado con la dimensión que está midiendo.
RELEVANCIA El ítem es esencial o importante, es decir debe ser incluido.	1. No cumple con el criterio	El ítem puede ser eliminado sin que se vea afectada la medición de la dimensión.
	2. Bajo Nivel	El ítem tiene alguna relevancia, pero otro ítem puede estar incluyendo lo que mide éste.
	3. Moderado nivel	El ítem es relativamente importante.
	4. Alto nivel	El ítem es muy relevante y debe ser incluido.

PREGUNTAS DEL CUESTIONARIO

Primera parte. A continuación, se presentan una serie de afirmaciones, para cada una de ellas, los docentes a quienes va dirigido el cuestionario deben indicar del 1 al 4 según si están: 1 a *Totalmente en desacuerdo*, 2 *En desacuerdo,* 3 *De acuerdo* y el valor 4 a *Totalmente de acuerdo*.

Indicaciones para el juez: De acuerdo con los indicadores anteriores, califique cada uno de los ítems según corresponda

Dimensión	Ítem	Suficiencia	Claridad	Coherencia	Relevancia	Observaciones
1 Fuentes que utiliza el docente para al plantear problemas en las lecciones de matemáticas	1.1 Los problemas que planteo a los estudiantes provienen de libros de texto.					
	1.2 Los problemas que proporciono a los estudiantes al introducir un tema, provienen de las Indicaciones Puntuales que aparecen en los Programas de Estudio del MEP.					
	1.3 Los problemas que planteo en las lecciones de matemática para introducir un tema son creación propia					
2. Tipología de los problemas planteados por el docente en clase.	2.1Cuando escojo un problema, prefiero que este permita un solo método de resolución.					[2]
	2.2 Al confeccionar un					

[2] En Costa Rica el verbo *confeccionar* se utiliza como sinónimo de *crear, inventar*.

Dimensión	Ítem	Sufi-ciencia	Clari-dad	Cohe-rencia	Rele-vancia	Observaciones
	problema, prefiero que este permita un solo método de resolución.					
	2.3 Elijo problemas que solamente tengan una respuesta posible.					
	2.4 Diseño problemas que solamente tengan una respuesta posible					
	2.5 Generalmente los problemas que escojo para introducir un tema, tienen un contexto completamente matemático (no contemplan el contexto sociocultural de los estudiantes)					
	2.6 Generalmente los problemas que confecciono para introducir un tema, tienen un contexto completamente matemático (no contemplan el contexto sociocultural de los estudiantes)					
	2.7 Cuando escojo[3] un problema en					

[3] En Costa Rica el verbo *escoger* se utiliza como sinónimo de *seleccionar, elegir*.

Dimensión	Ítem	Sufi-ciencia	Clari-dad	Cohe-rencia	Rele-vancia	Observaciones
	matemática para introducir un tema, generalmente es con un contexto ficticio (presenta una situación imaginativa que no puede suceder en la vida real)					
	2.8 Al crear un problema en matemática para introducir un tema, generalmente lo confecciono con un contexto ficticio (presenta una situación imaginativa que no puede suceder en la vida real)					
	2.9 Cuando escojo un problema en matemática para introducir un tema, generalmente es con un contexto real (una situación que se produce en la vida real)					
	2.10 Al crear un problema en matemática para introducir un tema, generalmente lo hago con un contexto real (una situación que se produce en la vida real)					
	2.11 Confecciono problemas que					

Dimensión	Ítem	Sufi-ciencia	Clari-dad	Cohe-rencia	Rele-vancia	Observaciones
	relacionan las matemáticas con aplicaciones en otras áreas del saber.					
	2.11 Escojo problemas que en matemáticas que contemplen aplicaciones en otras áreas del saber					
3.Dificultades que presenta el docente en la creación o selección de problemas matemáticos	3.1 Tengo dificultad para escoger problemas para introducir un tema en matemática, que sean cercanos a la realidad de los estudiantes.					
	3.2 Tengo dificultad para crear problemas para introducir un tema en matemática, que sean cercanos a la realidad de los estudiantes.					
	3.3 Se me dificulta escoger problemas que incluyan modelización matemática					
	3.4 Se me dificulta crear problemas que incluyan modelización matemática					
	3.5 Como docente, cuento con pocas herramientas,					

Dimensión	Ítem	Sufi-ciencia	Clari-dad	Cohe-rencia	Rele-vancia	Observaciones
	materiales o información para crear problemas en matemáticas, cercanos a la realidad de los estudiantes.					
	3.6 Según mi experiencia, muchos tópicos del Programa de Estudios pueden ser introducidos mediante problemas que presenten contextos reales.					
	3.7 Considero que son escasas las situaciones reales que posibilitan crear problemas relacionados con los contenidos del currículo escolar.					
	3.8 Cuando desarrollo en clase un problema con contextos reales, el contenido matemático en estudio queda desarrollado de una manera muy superficial.					
4. Consideración de la realidad cercana al estudiante para confeccionar o seleccionar problemas por	4.1 Para seleccionar un problema en matemáticas, indago primero sobre la realidad cercana de los estudiantes					

Dimensión	Ítem	Sufi-ciencia	Clari-dad	Cohe-rencia	Rele-vancia	Observaciones
parte del docente.	4.2 Para inventar un problema en matemáticas, indago primero sobre la realidad cercana de los estudiantes					
	4.3 Cuando escojo un problema en matemáticas, considero a los estudiantes como fuentes de información. (tomo el parecer de los estudiantes, sus preferencias, intereses…)					
	4.4 Cuando creo un problema en matemáticas, considero a los estudiantes como fuentes de información. (tomo el parecer de los estudiantes, sus preferencias, intereses…)					
	4.5 Al escoger un problema en matemáticas, considero a personas cercanas a la institución como fuentes de información. (personal del centro educativo, trabajadores de zonas cercanas…)					
	4.6 Cuando creo un problema en matemáticas, considero a personas cercanas					

Dimensión	Ítem	Sufi-ciencia	Clari-dad	Cohe-rencia	Rele-vancia	Observaciones
	a la institución como fuentes de información. (personal del centro educativo, trabajadores de zonas cercanas…)					
5. Percepción del docente sobre el impacto de los problemas contextualizados en el aprendizaje del estudiante	5.1 Es más sencillo para los estudiantes comprender aquellos problemas en los cuales involucro situaciones reales de la zona donde se ubica el centro educativo.					
	5.2 Propongo a los estudiantes problemas en matemática, que les proporciona herramientas para resolver situaciones cotidianas					
	5.3 Cuando invento un problema en matemática con contextualización activa, la redacción tiende a confundir al estudiante.					
	5.4 Cuando escojo un problema en matemática con contextualización activa, la redacción tiende a confundir al estudiante.					
6. Inclusión de contexto histórico en los problemas	6.1 Utilizo problemas que involucran algún componente					

Dimensión	Ítem	Sufi-ciencia	Clari-dad	Cohe-rencia	Rele-vancia	Observaciones
matemáticos	histórico de las matemáticas.					
	6.2 He utilizado problemas que involucran prácticas matemáticas de grupos originarios del país o de Latinoamérica.					
7. Percepción del docente sobre la motivación de los estudiantes al implementar problemas contextualizados en matemática	7.1 Percibo que los estudiantes se motivan cuando se desarrolla en clase problemas en matemática cercanos a su realidad.					
	7.2 Percibo que los estudiantes se esfuerzan más cuando propongo problemas contextualizados, en comparación a cuando se trabaja con ejercicios tradicionales.					
8. Dominio teórico de conceptos relacionados con problemas contextualizados en matemática.	8.1 Para crear un problema con contextualización activa, se puede utilizar un ejercicio matemático tradicional y añadirle alguna situación del entorno, aun cuando esta no sea necesaria para resolverlo					
	8.2 Todos los ejemplos contextualizados que ha realizado el					

Dimensión	Ítem	Sufi-ciencia	Clari-dad	Cohe-rencia	Rele-vancia	Observaciones
	MEP en las indicaciones puntuales del Programa de Estudios de Matemática, son muestras de contextualización matemática activa.					
	8.4 Para que un problema en matemática presente una contextualización activa, este debe contemplar una situación que el estudiante pueda llegar a afrontar en la vida real.					
	8.5 Utilizar modelos matemáticos que expliquen situaciones del entorno, es una manera de trabajar el eje disciplinar de la contextualización activa.					

Segunda parte: Análisis de problemas.

Al docente se le proporcionará la definición de contextualización activa dada por Ministerio de Educación Pública (MEP) y con base en ella, se le solicitará analizar si cada problema posee ese tipo de contextualización, a la vez que se les pide justificar su respuesta

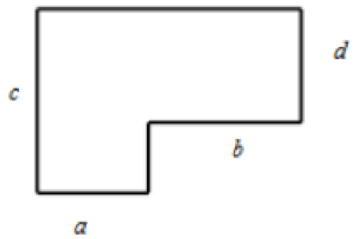
En el Programa de Estudios de Matemáticas se plantea:

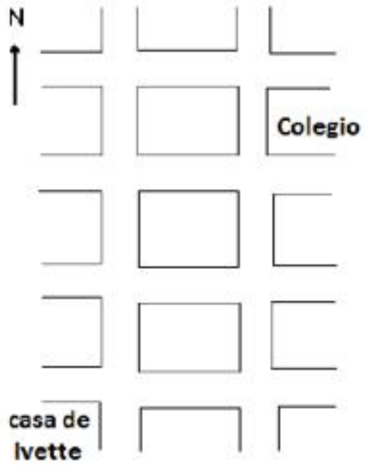
> una contextualización activa que estimule la acción estudiantil, lo que requiere el uso importante de modelos sobre la realidad cercana […]

> Para despertar el interés y la participación, se propone usar problemas en contextos reales que provoquen la construcción o uso de modelos […] para construir capacidades cognitivas superiores. (MEP, 2012, 36)

En el último ítem se le solicita al docente proporcionar un problema contextualizado.

Indicaciones para el juez: Califique las preguntas según la coherencia, tomando en cuenta que dimensión es:

Dimensión	**Ítem**	**Suficiencia**	**Claridad**	**Coherencia**	**Relevancia**	**Comentarios**
Habilidad del docente para identificar problemas con contextualización activa	Una pintura muy famosa es la Gioconda del artista Leonardo da Vinci. Esta pintura se encuentra en el Museo de Louvre en Paris, Francia. El cuadro tiene forma rectangular y su altura es 24 centímetros más que su ancho. El perímetro del cuadro es de 260 centímetros. Calcule la altura y el ancho del cuadro. ¿Este problema tiene una contextualización activa? Justifique					
	Un terreno tiene la forma de la siguiente figura, con las medidas de los lados indicadas. Calcule el área total del terreno.  ¿Este problema tiene una contextualización activa? Justifique					

Dimensión	Ítem	Suficiencia	Claridad	Coherencia	Relevancia	Comentarios
	El siguiente croquis muestra la comunidad en donde vive Ivette. Las cuadras miden aproximadamente 100 metros de Este a Oeste y 50 metros de Norte a Sur.  Si Ivette asiste al colegio de su comunidad: a. ¿Cuál es el trayecto más corto de su casa al colegio, a través de las calles? ¿Es el único trayecto con igual longitud? b. ¿Cómo dar una dirección del colegio tomando como referencia la casa de Ivette? ¿Este problema tiene una contextualización activa? Justifique					
Habilidad del docente para crear o seleccionar problemas con contextualización activa	Escriba un problema que usted haya propuesto recientemente en sus clases y que considere que esté contextualizado.					

ANEXO B: Cuestionario aplicado a docentes.

Cuestionario: Problemas contextualizados

Estimable docente:

El presente cuestionario es parte de un proyecto de investigación que se lleva a cabo en la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional en conjunto con la Universidad de Granada, España.
Tiene como propósito obtener información sobre la implementación de problemas matemáticos contextualizados en la educación secundaria formal de Costa Rica.
Para cumplir con el código ético de investigación, nos comprometemos a que toda la información será tratada sólo con fines de investigación. Asimismo, todos los datos serán tratados con total confidencialidad, GARANTIZANDO EL ANONIMATO de los participantes.
Finalmente, expresamos nuestro agradecimiento por su tiempo, participación y sinceridad en sus respuestas. Si tiene alguna pregunta o comentario, por favor, escribe al correo electrónico problemascontextualizados@una.cr
Los archivos que se suban se compartirán fuera de la organización a la que pertenecen

I Parte

Datos Generales

Género *

Marca solo un óvalo.

- Mujer
- Hombre

Edad * ______

Centro en el que labora (puede escribir más de uno): *

______

Provincia donde se ubica el centro en que labora (Si es más de uno, en el que tenga más lecciones) *

Marca solo un óvalo.

- Guanacaste
- Limón
- Puntarenas
- San José
- Heredia
- Alajuela
- Cartago

¿En qué tipo de zona trabaja actualmente? *

Selecciona todos los que correspondan.

- [ ] Urbana
- [ ] Rural
- [ ] Indígena

Años de experiencia como docente de secundaria: *

Marca solo un óvalo.

- ( ) 5 años o menos
- ( ) entre 5 y 10 años
- ( ) 10 años o más

Nivel o niveles en el/los que imparte actualmente: *

Selecciona todos los que correspondan.

- [ ] Sétimo
- [ ] Octavo
- [ ] Noveno
- [ ] Décimo
- [ ] Undécimo
- [ ] Duodécimo

Grupo profesional *

Marca solo un óvalo.

- ( ) Aspirante
- ( ) MT1
- ( ) MT2
- ( ) MT3
- ( ) MT4
- ( ) MT5
- ( ) MT6

¿Cuántas horas semanales dedica a la planificación de las clases? *

Marca solo un óvalo.

- Menos de 2 horas
- Entre 2 y 5 horas
- Más de 5 horas

De esas horas de planificación, ¿Cuántas utiliza para crear o buscar problemas matemáticos relacionados con los conocimientos por desarrollar? *

Marca solo un óvalo.

- 1
- 2
- 3
- más de 3

Parte II

Por favor, lea atentamente cada una de las siguientes afirmaciones e indique en qué grado está de acuerdo con cada una de ellas, considerando la escala:

1: Totalmente en desacuerdo
2: En desacuerdo
3: Medianamente de acuerdo
4: De acuerdo
5: Totalmente de acuerdo

13. Según la escala anterior, seleccione la opción que corresponde a su grado de acuerdo con la correspondiente afirmación: *

Marca solo un óvalo por fila.

	1	2	3	4	5
Los problemas que propongo a los estudiantes los obtengo de libros de textos					
Los problemas que propongo a los estudiantes los obtengo de páginas webs.					
Los problemas que proporciono a los estudiantes provienen de las Indicaciones Puntuales que aparecen en los Programas de Estudio del MEP.					
Los problemas que propongo a los estudiantes los obtengo de trabajos realizados por las coordinaciones de departamento o asesorías regionales de matemática.					
Los problemas que propongo en las lecciones de matemática son creación propia.					

III Parte

A continuación, se presentan afirmaciones relacionadas a su experiencia en la SELECCIÓN o escogencia de problemas de matemática cuando estos son propuestos tal cual se encuentran en la fuente (sin modificaciones relevantes de su autoría).

Por favor, lea atentamente cada una de las siguientes afirmaciones e indique en qué grado está de acuerdo con cada una de ellas, considerando la escala:

1: Totalmente en desacuerdo
2: En desacuerdo
3: Medianamente de acuerdo
4: De acuerdo
5: Totalmente de acuerdo.

14. Según la escala anterior, seleccione la opción que corresponde a su grado de acuerdo con la correspondiente afirmación: *

Marca solo un óvalo por fila.

	1	2	3	4	5
Cuando escojo un problema , prefiero que este permita un solo método de resolución.	⬭	⬭	⬭	⬭	⬭
Elijo problemas que solamente tengan una respuesta posible.	⬭	⬭	⬭	⬭	⬭
Generalmente los problemas que escojo tienen un contexto completamente matemático (no contemplan el contexto sociocultural de los estudiantes)	⬭	⬭	⬭	⬭	⬭
Cuando escojo un problema en matemática, generalmente es con un contexto ficticio (presenta una situación imaginativa que no puede suceder en la vida real)	⬭	⬭	⬭	⬭	⬭
Cuando escojo un problema en matemática, generalmente es con un contexto real (una situación que se produce en la vida real)	⬭	⬭	⬭	⬭	⬭
Escojo problemas en matemáticas que contemplen aplicaciones en otras áreas del saber	⬭	⬭	⬭	⬭	⬭
Tengo dificultad para escoger problemas relacionados a la realidad de los estudiantes.	⬭	⬭	⬭	⬭	⬭
Me resulta difícil escoger problemas susceptibles de modelizar matemáticamente.	⬭	⬭	⬭	⬭	⬭
Cuento con materiales o información para escoger problemas en matemáticas, cercanos a la realidad de los estudiantes.	⬭	⬭	⬭	⬭	⬭
Para seleccionar un problema en matemáticas, indago primero sobre la realidad cercana del alumnado.	⬭	⬭	⬭	⬭	⬭

Cuando escojo un problema en matemáticas, considero el parecer de los estudiantes, sus preferencias e intereses.					
Al escoger un problema de matemáticas, considero como fuentes de información, a personas cercanas de la zona donde se ubica la institución, tales como personal del centro educativo, comerciantes, trabajadores de zonas cercanas, entre otros.					

Parte IV

A continuación, se presentan afirmaciones relacionadas a su experiencia en la CREACIÓN de problemas de matemática. Para ello, considere que un problema creado o confeccionado por usted puede ser aquel que diseñe de manera completamente original, o bien, que es resultado de adaptar información obtenida en noticieros, páginas web, entre otros.

Por favor, lea atentamente cada una de las siguientes afirmaciones e indique en qué grado está de acuerdo con cada una de ellas, considerando la escala:

1: Totalmente en desacuerdo
2: En desacuerdo
3: Medianamente de acuerdo
4: De acuerdo
5: Totalmente de acuerdo

15. Según la escala anterior, seleccione la opción que corresponde a su grado de acuerdo con la correspondiente afirmación: *

Marca solo un óvalo por fila.

	1	2	3	4	5	No aplica
Al crear un problema, prefiero que este permita un solo método de resolución.						
Diseño problemas que solamente tengan una respuesta posible.						
Generalmente los problemas que creo tienen un contexto completamente matemático (no contemplan el contexto sociocultural de los estudiantes).						

Al crear un problema en matemática, generalmente lo confecciono con un contexto ficticio (presenta una situación imaginativa que no puede suceder en la vida real)						
Al crear un problema de matemática, generalmente lo hago con un contexto real (una situación que se produce en la vida real)						
Creo problemas que relacionan las matemáticas con aplicaciones en otras áreas del saber.						
Al crear un problema en matemática, generalmente este contiene más datos de los que se necesitan para su resolución.						
Tengo dificultad para crear problemas, relacionados a la realidad de los estudiantes.						
Me resulta difícil crear problemas susceptibles de modelizar matemáticamente.						
Cuento con materiales o información para crear problemas en matemáticas, cercanos a la realidad de los estudiantes.						
Considero que son escasas las situaciones reales que posibilitan crear problemas relacionados con los contenidos del currículo escolar.						
El diseño de un problema contextualizado, me demanda bastante tiempo.						

Tengo poco conocimiento de la realidad donde laboro, que me permita confeccionar problemas contextualizados						
Para crear un problema en matemáticas, indago primero sobre la realidad cercana del alumnado						
Cuando creo un problema de matemáticas, considero el parecer de los estudiantes, sus preferencias e intereses						
Cuando creo un problema de matemáticas, considero a personas cercanas a la institución como fuentes de información tales como personal del centro educativo, comerciantes, trabajadores de zonas cercanas, entre otros.						

Parte V

Por favor, lea atentamente cada una de las siguientes afirmaciones y, basándose en su experiencia, indique en qué grado está de acuerdo con cada una de ellas, considerando la escala:

1: Totalmente en desacuerdo
2: En desacuerdo
3: Medianamente de acuerdo
4: De acuerdo
5: Totalmente de acuerdo

16. Según la escala anterior, seleccione la opción que corresponde a su grado de acuerdo con la correspondiente afirmación: *

Marca solo un óvalo por fila.

	1	2	3	4	5
Según mi experiencia, muchos temas del Programa de Estudios pueden ser introducidos mediante problemas que presenten contextos reales.					

Cuando propongo un problema con contexto real, pienso que el contenido matemático en estudio queda representado de una manera muy superficial.

Necesito recibir capacitaciones para crear problemas matemáticos contextualizados a la realidad del estudiante.

Propongo problemas cuya contextualización presenta una situación histórica.

Propongo problemas que involucran prácticas matemáticas de grupos originarios del país o de Latinoamérica.

Propongo problemas que involucran prácticas matemáticas de aborígenes o pueblos originarios.

Para crear un problema con contextualización activa, se puede utilizar un ejercicio matemático tradicional y añadirle alguna situación del entorno, que puede no ser necesaria para resolverlo.

Los ejemplos contextualizados que ha realizado el MEP en las indicaciones puntuales del Programa de Estudios de Matemática, son muestras de contextualización matemática activa.

Para que un problema en matemática presente una contextualización activa, este debe contemplar una situación que el estudiante pueda llegar a afrontar en la vida real.

Utilizar modelos matemáticos que expliquen situaciones del entorno, es una manera de trabajar problemas con contextualización activa.

VI Parte

A continuación se presentan afirmaciones relacionadas con su percepción respecto a la acogida de los estudiantes de los problemas contextualizados.
Por favor, lea atentamente cada una de las siguientes afirmaciones e indique en qué grado está de acuerdo con cada una de ellas, considerando la escala:

1: Totalmente en desacuerdo
2: En desacuerdo
3: Medianamente de acuerdo
4: De acuerdo
5: Totalmente de acuerdo.

17. Según la escala anterior, seleccione la opción que corresponde a su grado de acuerdo con la correspondiente afirmación: *

Marca solo un óvalo por fila.

	1	2	3	4	5
Es fácil para el alumnado comprender problemas en los cuales involucro situaciones cotidianas.	⬭	⬭	⬭	⬭	⬭
Propongo problemas en matemática, que proporcionan a los estudiantes herramientas para resolver problemas de situaciones cotidianas	⬭	⬭	⬭	⬭	⬭
Cuando propongo un problema de matemática con contextualización activa, el alumnado muestra dificultad para comprender la redacción del mismo.	⬭	⬭	⬭	⬭	⬭
Cuando propongo un problema en matemática, este se torna más complejo para los estudiantes si es contextualizado.	⬭	⬭	⬭	⬭	⬭
Propongo problemas de matemática, que proporcionan a los estudiantes herramientas para resolver problemas de situaciones cotidianas.	⬭	⬭	⬭	⬭	⬭
Los problemas contextualizados que propongo, requieren de mucho tiempo para ser resueltos en clase.	⬭	⬭	⬭	⬭	⬭
Percibo que los estudiantes se motivan cuando en clase se proponen problemas en matemática cercanos a su realidad.	⬭	⬭	⬭	⬭	⬭

Percibo que los estudiantes se esfuerzan más para resolver aquellos problemas que son contextualizados, en comparación a cuando se trabaja con ejercicios tradicionales.					
Percibo que los estudiantes participan activamente cuando en clase se proponen problemas contextualizados.					

VII Parte

Seguidamente, se presenta la definición correspondiente a contextualización activa y referida a problemas de matemáticas. De acuerdo con esa definición, analice cada problema y determine si la contextualización que se presenta es activa o no. Por favor justifique su respuesta

"una contextualización activa que estimule la acción estudiantil, lo que requiere el uso importante de modelos sobre la realidad cercana [...] Para despertar el interés y la participación, se propone usar problemas en contextos reales que provoquen la construcción o uso de modelos [...] para construir capacidades cognitivas superiores." (MEP, 2012, 36)

18. ¿El siguiente problema tiene una contextualización activa? *

Una pintura muy famosa es la Gioconda del artista Leonardo da Vinci. Esta pintura se encuentra en el Museo de Louvre en Paris, Francia. El cuadro tiene forma rectangular y su altura es 24 centímetros más que su ancho. El perímetro del cuadro es de 260 centímetros. Calcule la altura y el ancho del cuadro.

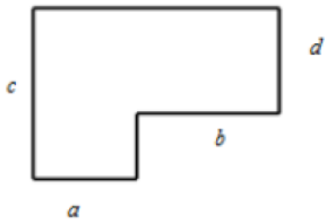
Marca solo un óvalo.

- Si, tiene contextualización activa
- No, no tiene contextualización activa

19. Justifique su respuesta *

20. ¿El siguiente problema tiene una contextualización activa? *

Un terreno tiene la forma de la siguiente figura, con las medidas de los lados indicadas. Calcule el área total del terreno.



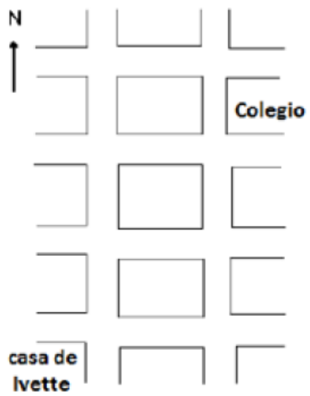
Marca solo un óvalo.

- Sí, tiene contextualización activa
- No, no tiene contextualización activa

21. Justifique su respuesta *

22. ¿El siguiente problema tiene una contextualización activa? *

El siguiente croquis muestra la comunidad en donde vive Ivette. Las cuadras miden aproximadamente 100 metros de Este a Oeste y 50 metros de Norte a Sur.



Si Ivette asiste al colegio de su comunidad:

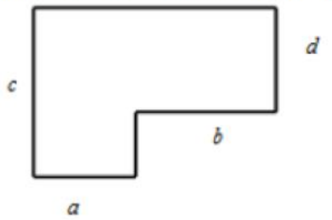
a. ¿Cuál es el trayecto más corto de su casa al colegio, a través de las calles? ¿Es el único trayecto con igual longitud?
b. ¿Cómo dar una dirección del colegio tomando como referencia la casa de Ivette?

Marca solo un óvalo.

- Sí, tiene contextualización activa
- No, no tiene contextualización activa

20. ¿El siguiente problema tiene una contextualización activa? *

Un terreno tiene la forma de la siguiente figura, con las medidas de los lados indicadas. Calcule el área total del terreno.



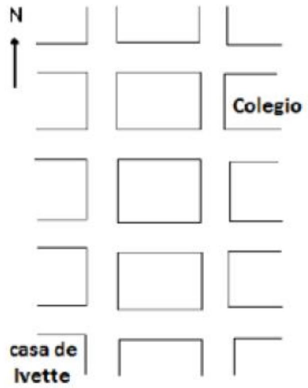
Marca solo un óvalo.

- Sí, tiene contextualización activa
- No, no tiene contextualización activa

21. Justifique su respuesta *

22. ¿El siguiente problema tiene una contextualización activa? *

El siguiente croquis muestra la comunidad en donde vive Ivette. Las cuadras miden aproximadamente 100 metros de Este a Oeste y 50 metros de Norte a Sur.



Si Ivette asiste al colegio de su comunidad:

a. ¿Cuál es el trayecto más corto de su casa al colegio, a través de las calles? ¿Es el único trayecto con igual longitud?
b. ¿Cómo dar una dirección del colegio tomando como referencia la casa de Ivette?

Marca solo un óvalo.

- Sí, tiene contextualización activa
- No, no tiene contextualización activa

23. Justifique su respuesta *

VIII Parte

24. Para terminar, escriba un problema que usted haya propuesto a sus estudiantes y que considere que es contextualizado.

25. Adjúntelo como imagen o pdf.

Archivos enviados:

ANEXO C: Extracto del aula virtual

Aula UNA Virtual

Educación Permanente

Reciba una cordial bienvenida

Este curso está enfocado en analizar y confeccionar problemas de matemáticas mediante una contextualización que contemple la realidad sociocultural de los estudiantes y de las zonas en las que se desarrollan las lecciones.

Para ello se analizarán problemas con contextualización activa, tal como lo solicita el Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, hasta llegar a trabajar con problemas cuya contextualización sea significativa, mediante el uso de signos culturales y apoyándonos en teorías desarrolladas por el Programa de Etnomatemática.

Para tales fines, esperamos contar con la participación activa de cada uno de ustedes.

- Avisos
- Programa del Curso
- Grabar con Power Point
- Consentimiento Informado de participación
- ENTREGA ESCRITA DE PROYECTO
- LINK PARA PRESENTACIÓN PROYECTO

  En este link podrá subir la presentación del proyecto
- LInk clases grabadas

  Acá encontrará la grabación de las sesiones sincrónicas

- Página Principal
- Área personal
- Páginas del sitio
- Mis cursos
  - Matematicas
    - Videoconferencias
    - 408-19
      - Participantes
      - Insignias
      - Competencias
      - Calificaciones
      - Diseño de problemas desde una visión etnomatemática
      - 3 - 8 agosto
      - Jueves 13 de agosto. 6pm. SESIÓN SINCRÓNICA
      - 17-22 agosto
      - 24-29 agosto: Jueves II Sesión Sincrónica
      - 31 agosto -5 setiembre
      - 7-12 setiembre
      - 14-19 setiembre
      - 21 -26 setiembre:
      - 12 -17 octubre: Jueves VI Sesión Sincrónica
      - 19-24 octubre: Jueves VII Sesión Sincrónica
      - 26-31 octubre: Jueves VIII Sesión Sincrónica
      - 2 noviembre -7 noviembre
- Cursos

3 - 8 agosto

En esta semana, trabajarán en diversas actividades de introducción:

1. Para quienes no han contestado el cuestionario inicial, se les solicita ingresar mediante el link abajo denominado "cuestionario".

Si no lograron contestar la última pregunta del cuestionario (escribir un problema que usted haya propuesto a sus estudiantes y que considere que es contextualizado) favor enviarla al correo: problemascontextualizados@una.cr

Fecha última de entrega: 8 de agosto, 11:59pm

2. Realizar un video donde se presentarán. En el "foro de presentación" están las indicaciones y fecha límite.

3. Ver el video: Etnomatemáticas. Cualquier duda que surja, la podrán manifestar en la clase presencial.

4. Indagar sobre Contextualización Activa. En el espacio "tarea: contextualización" están las indicaciones.

Hide sidebars

cuestionario

Foro de presentación

Es momento de conocernos y para ello, cada uno realizará un pequeño video con el celular, de máximo un minuto y medio de duración, donde se grabará hablando sobre al menos los siguientes aspectos:

Nombre, residencia, lugar de trabajo, si labora en una zona rural, indígena, o urbana, años de servicio, expectativas del curso...

Contestar a la pregunta: ¿Por qué consideran importante que un profesor de matemática aprenda a confeccionar problemas contextualizados a partir del entorno del alumno?

Favor subir el video en mp4 con fecha límite viernes 7 de agosto. Colocar en el tema del foro su nombre y apellido

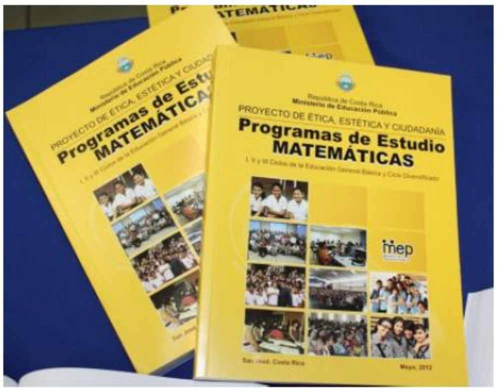
En este foro,se les invita a interactuar con toda libertad y respeto, viendo los videos de los otros colegas para saludarles, y así mostrar la cercanía que estos medios tecnológicos permiten.

Tarea: Contextualización

Busque en los Programas de Estudio de Matemáticas del MEP (2012) qué es Contextualización Activa y escriba acá un párrafo sobre lo que usted ha entendido al respecto. Puede apoyarse de algún ejemplo.

Fecha límite: Martes 11 de agosto a las 11:59 pm

Favor dar su respuesta en el espacio correspondiente.



Video Etnomatemática

Jueves 13 de agosto. 6pm. SESIÓN SINCRÓNICA

- La clase será mediante la plataforma Teams

Agenda de la sesión:

- Comentario del programa del curso.
- Reflexión sobre contextualización activa y significativa.
- Ejemplificaciones

Asignación relacionada al concepto de signo cultural

17-22 agosto

SIGNO CULTURAL

Esta semana trabajaremos de manera asincrónica sobre los signos culturales, para lo cual se presentan las siguientes asignaciones

1. Leer los artículos: (a) Abordar la ubicación espacial y el plano cartesiano desde la Interculturalidad

(b) Etnomatemáticas de signos culturales y su incidencia en la formación de maestros

2. A partir de la lecturas, debe aportar en el foro con lo siguiente:

(a) Dudas referentes a lo que es un signo cultural con potencialidad para la educación matemática y la implementación en las lecciones.

(b) Dar una lista de signos culturales que podrían tener un potencial para la creación de problemas matemáticos según el currículo del MEP de

secundaria.

Estos aportes deben estar en el foro a más tardar el viernes 21 de agosto a las 11:59pm

3. A más tardar, el martes 25 de agosto a las 11:59pm debe participar en el foro respondiendo a al menos 2 mensaje de otros colegas, ya sea dando aportes que puedan aclarar las dudas, o bien consultando sobre algunos signos culturales que no conoce.

Abordar la ubicación espacial y el plano cartesiano desde la Interculturalidad

Etnomatemáticas de signos culturales y su incidencia en la formación de maestros

Hablemos de signos culturales

24-29 agosto: Jueves II Sesión Sincrónica

SESIÓN PRESENCIAL POR TEAMS: Jueves 27 a las 5pm

›Síntesis relacionada la participación en el foro sobre signos culturales.

›Definición de Signo Cultural

›Signos Culturales con potencial para la creación de problemas matemáticos

›Explicación de la asignación referente al signo cultural (Trabajos en parejas)

31 agosto -5 setiembre

Trabajo sobre el signo cultural

En esta semana estarán trabajando en parejas, identificando un signo cultural, que tal como se le explicó en la sesión anterior y en las lecturas, debe ser representativo de su entorno y que poseer potencial matemático para ser llevado a la Matemática Escolar.

Para ello, se habilita un foro, donde pondrán en el título el nombre de los dos participantes y el signo.

Dentro del tema, detallarán:

Un estudio del signo cultural que incluya el aspecto a profundizar, zona o cultura al que pertenece.
Las potencialidades matemáticas del signo.

[Signo Cultura escogido](#)

Es este foro abrirán un tema con nombre de cada pareja y el signo escogido.
Dentro del tema detallarán respecto al signo cultural, pueden apoyarse con imágenes si lo consideran necesario. En el estudio del signo cultural deben incluir el aspecto a profundizar, zona o cultura al que pertenece, entre otros aspectos que consideren pertinentes.
Además deben incluir las potencialidades matemáticas del signo.
Tal como en el foro anterior, deberán participar en dos foros más (esta participación sí es individual), donde comentan o realizan consultas a lo que han expuesto sus compañeros.
El tiempo límite es el 5 de setiembre
Estar atentos a las retroalimentaciones de los profesores encargados del curso.

7-12 setiembre

INVENCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE EL SIGNO CULTURAL

Luego de haber clarificado el signo cultural y de haber identificado su pontencialidad matemática para el aula escolar en secundaria, es momento de crear al menos dos problemas matemáticos que involucren dicho signo y que estén en concordancia con alguna habilidad matemática del Programa de Estudios para III o IV ciclo.

Les animamos a poner en práctica lo aprendido, recordando que los problemas deben poseer una contextualización significativa.

A la vez, les recordamos a los docentes que aun no han escogido su signo cultural por favor cumplir con esa asignación, que es base indispensable del trabajo que deben entregar como proyecto final del curso.

Felices fiestas patrias.

14-19 setiembre

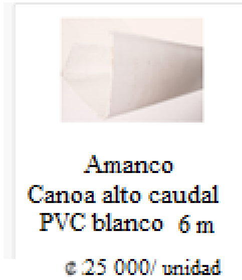
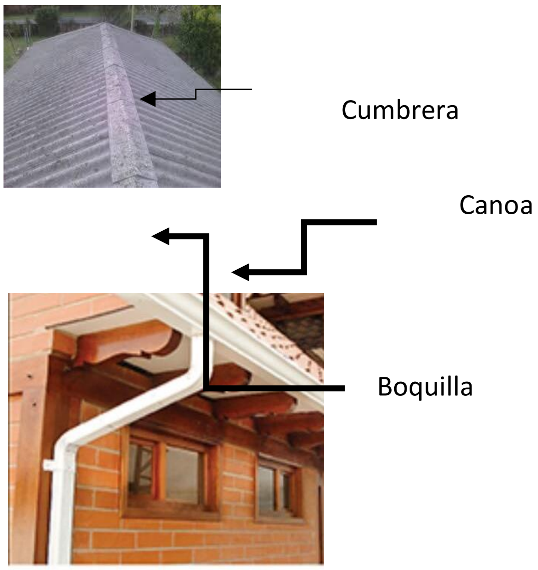
Construcción de problemas: Proyecto final

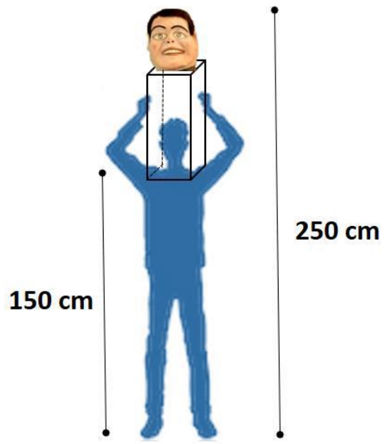
Luego de haber seleccionado y delimitado el Signo Cultural, así como recibido retroalimentación por parte de los colegas y encargados del curso, es tiempo de continuar con el proyecto final, el cual consiste en la creación de dos problemas de matemática para secundaria con contextualización significativa mediante el signo cultural escogido.

ANEXO D: Tabla comparativa sobre la evolución de los problemas elaborados por docentes

En la siguiente tabla se presentan la primera versión de los problemas planteados por los docentes en el curso de capacitación, así como el producto final. En algunos casos los participantes realizaron diversos cambios relacionados con redacción, reformulación de preguntas o clarificación de datos. Otros por su parte, no realizaron cambios en su primer planteamiento.

Problema	Primera versión	Versión FINAL
BN Arenas	Observe la siguiente imagen, esta representa el BN Arenas, ubicado en el distrito de Hatillo.  El techo para que la lluvia tenga una caída inclinada es en forma triangular y utiliza láminas rectangulares de zinc en cada lado del techo sin contar los frentes ni el techo del salón de ráquetbol. Si en total hay 20 láminas rectangulares para techar, entonces: a) Calcule las dimensiones de cada lámina si el área de cada una es de 800m b) Los frentes de las instalaciones son rectangulares, uno de ellos no cuenta con esquinas y el otro frente sí como se muestra en la figura. Si la lámina esquinera cave dos veces en	Observe la siguiente imagen, esta representa el BN Arenas, ubicado en el distrito de Hatillo  Los estudiantes de décimo año van a realizar su trabajo comunal colaborando con el mantenimiento del techo, por lo que se les presentan las siguientes situaciones: Deben cambiar las láminas de zinc, conocen que las dimensiones de cada plano del techo es aproximadamente 27 m de largo y 52 m de ancho. Además, encuentran los tipos de zinc que se muestran en la ilustración.

Problema	Primera versión	Versión FINAL
	los laterales y tiene un área de 400metros cuadrados ¿cuántos metros cuadrados de zinc se necesitaría para techar los dos laterales contando las 4 esquinas? c) El BN Arenas cuenta con un salón para practicar ráquetbol, el techo tiene dos salidas de aire en forma de trapecio. Sin contar esos espacios y tomando en cuenta la forma que se adjunta en la imagen, un techo rectangular en ese cabe tres láminas de la forma de la esquina como se muestra en la figura ¿cuántos metros cuadrados de zinc necesitan para techar el salón de ráquetbol? d) ¿Cuántos metros cuadrados de zinc se necesitan para techar todas las instalaciones tomando en cuenta las condiciones de los incisos a, b y c?	 a) De acuerdo con las dimensiones del techo, de las láminas de zinc y del precio de las láminas de zinc, ¿cuál lámina de zinc les resulta económicamente mejor? b) Además, le van a colocar canoas a todo el borde de este techo, para lo cual una empresa aportará ¢1 000 000. Deciden comprar una canoa de 6 m de largo, a ¢ 25 000 la unidad, por ser canoas de alto caudal, ¿Les alcanza ese dinero para comprar las canoas?  

Problema	Primera versión	Versión FINAL
Mascaradas	Se acerca el día de las mascaradas y en el colegio vamos a realizar una mascarada a nivel interno. En la clase de Artes Industriales la profe Andrea me indica que haga una estructura para sostener la máscara, ya que voy a participar como giganta. La estructura debe ser en forma de caja de base (prisma recto de base cuadrada) cuadrada formada con varilla para las aristas, la base de la estructura coincide con la máscara, y la estructura se puede sostener sobre mis hombros. Si mi altura a los hombros es 150 cm, mi máscara tiene 50 cm de alto y se puede colocar en una base cuadrada de 40 cm de lado, y la giganta en debe medir 250 cm de alto. ¿Cuántos cm de varilla debo indicarle a la profe Andrea que voy a necesitar?	Se acerca el día de las mascaradas y en el colegio vamos a realizar una mascarada a nivel interno. En la clase de Artes Industriales la profe Andrea me indica que haga una estructura para sostener la máscara, ya que voy a participar como giganta. La estructura debe ser en forma de caja de base (prisma recto de base cuadrada) cuadrada formada con varilla para las aristas, la base de la estructura coincide con la máscara, y la estructura se puede sostener sobre mis hombros. Si mi altura a los hombros es 150 cm, mi máscara tiene 50 cm de alto y se puede colocar en una base cuadrada de 40 cm de lado, y la giganta en debe medir 250 cm de alto. ¿Cuántos cm de varilla debo indicarle a la profe Andrea que voy a necesitar? 
Bananera	Las bananeras en la localidad del cantón de Siquirres han sido y seguirán siendo un gran aporte a la economía, pero el trabajo en estos lugares es muy pesado. Los estudiantes comentan lo agotado que es el trabajo, y lo mal pagado, pues si no cumplen con las metas no se les dan beneficios, y para poder cumplir den dar más de lo que el cuerpo soporta. Por ejemplo, están los llamados carreros, son grupos de tres personas, un cortador, un conchero y un carrero, la meta de ellos es transportar por día 250 frutas (racimo de banano verde) en un total de 10 viajes, ya que el tren solo aguanta 25 racimos, deben cortarla y transportarla hasta la planta, este recorrido puede	En la bananera El Carmen *los carreros* trabajan en grupos de tres personas y se dividen la ganancia del día. Ellos deben cortar y acarrear 250 frutas de banano, las cuales se pagan de la siguiente forma según el tipo de carrera 

<table>
<tr><th>Problema</th><th>Primera versión</th><th>Versión FINAL</th></tr>
<tr>
<td></td>
<td>llegar a ser hasta de una hora. Entonces ellos se turnan para ser el tirador, la fruta se paga por distancia también, distancia normal a ₡150, larga a ₡165 y la extra larga a ₡180. Estas distancias pueden llegar a ser de hasta tres kilómetros para correr con la fruta.

También está el deshojador, el cual se le paga cuando cumpla las 6 hectáreas a ₡22 0 00. El abonador el cual debe abonar 25 sacos de 1 quintal para ganar ₡22 000. El embolsador o parcelero gana por cada 6 hectáreas ₡18 500, pero debe presentar la chira del banano, (ella es la punta del racimo del banano) a la bodega para demostrar la cantidad realizada.</td>
<td>
<table>
<tr><th>Carrera</th><th>Valor de la fruta</th></tr>
<tr><td>Normal</td><td>180</td></tr>
<tr><td>Larga</td><td>165</td></tr>
<tr><td>Extra larga</td><td>150</td></tr>
</table>

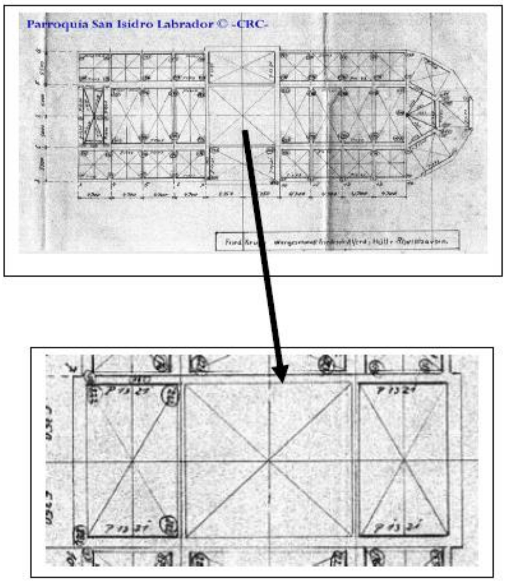
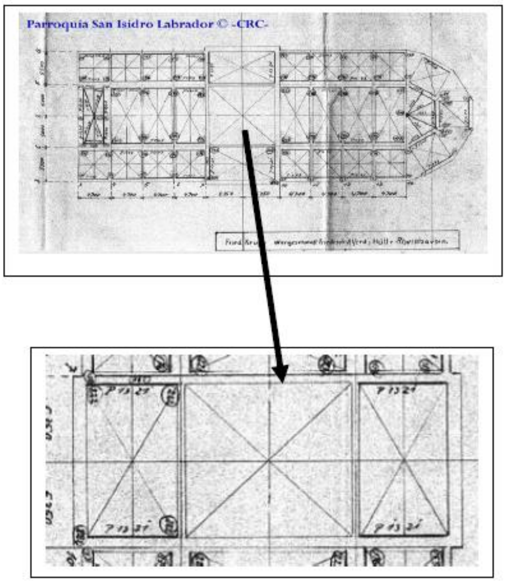
Margen Trabaja en la bananera del Carmen. Una noche de lunes después de llegar a su casa, se sienta a conversar con su esposa sobre el trabajo de ese día, le comenta que laboró en la carrera larga y que está muy cansado pues él y sus compañeros completaron la tarea hasta las cinco de la tarde.

Su esposa realiza cálculos porque quiere saber cuánto ganó ese día, ya que el fin de

semana deben pagar los servicios básicos, y el alquiler de su casa.

a) Si Margen junto a sus otros dos compañeros el lunes trabajó en la carrera larga, y lograron jalar las 250 frutas, ¿cuánto ganaron grupalmente ese día los tres trabajadores?
b) ¿Cuánto ganó Margen el lunes?
c) Si todos los días trabaja en carrera larga, ¿cuánto ganará en la semana de trabajo?
</td>
</tr>
<tr>
<td>Carreta</td>
<td>En la comunidad de Venecia existe un museo “Casa del boyero” donde se tiene una gran cantidad de artesanía, pero les hace falta una carreta que represente el trabajo de los habitantes de esa</td>
<td>En la comunidad de Venecia existe un museo “Casa del boyero” donde se tiene una gran cantidad de artesanía, pero les hace falta una carreta que represente el trabajo de los habitantes de esa localidad.</td>
</tr>
</table>

Problema	Primera versión	Versión FINAL
	localidad. Este trabajo le corresponde realizarlo a Don Andrés que tiene un poco más de conocimiento en esta área, solo le falta las ruedas de la carreta para terminarla, las cuales su diámetro debe de ser de 125cm, pero quiere que la rueda este formada por 16 piezas iguales, y debe saber ¿cuánto mide ese ángulo central en cada una de esas piezas? Andrés debe saber ¿cuánta madera necesita aproximadamente para elaborar las ruedas de la carreta? Además, desea colocarle en el borde una pieza de acero para unir y proteger y darle mayor estabilidad a la madera ¿cuánto necesitara aproximadamente para cubrir el perímetro de las ruedas de la carreta?	Este trabajo le corresponde realizarlo a Don Andrés que tiene un poco más de conocimiento en esta área. Solo le falta confeccionar las ruedas de la carreta, las cuales deben tener un diámetro de 125cm.  a) Además, quiere que la rueda este formada por 16 piezas iguales, y debe saber ¿cuánto mide ese ángulo central en cada una de esas piezas? b) También debe saber ¿cuánta madera (en centímetros cuadrados) necesita aproximadamente para elaborar las ruedas de la carreta? c) Por otra parte, desea colocarle en el borde una pieza o lámina de acero para unir, proteger y darle mayor estabilidad a la madera (la pieza de acero estará sujeta con algunos tornillos a las piezas de madera) ¿cuánto necesitará aproximadamente de esta lámina para cubrir el perímetro de las ruedas de la carreta?
Templo San Isidro	Una de las mayores obras arquitectónicas de Costa Rica corresponde a la Iglesia de Coronado, desde 1930 que fue su construcción; a lo largo del tiempo; se da un mantenimiento periódico, pero en especial a la sección del piso que corresponde a la de más de tránsito por parte de las personas.	Una de las mayores obras arquitectónicas de Costa Rica corresponde a la Iglesia de Coronado, desde 1930 que fue su construcción; a lo largo del tiempo; se da un mantenimiento periódico, pero en especial a la sección del piso que corresponde a la de más de tránsito por parte de las personas.

Problema	Primera versión	Versión FINAL
	 Una de esas secciones corresponde a la parte central de la misma debido al flujo tanto horizontal como vertical, el cual está conformado por tres grandes rectángulos. En este período de mantenimiento se espera cambiar el piso, el cual está conformado por mosaicos de 25 cm de lado; si las dimensiones de los sectores extremos del acceso son de 55 m por 107m; y el sector central es de 100 m por 107 m. Qué cantidad de cajas se deben comprar, si cada una de ellas contienen 150 piezas y cuántos mosaicos se ocuparán para completar la obra en su totalidad.	 Una de esas secciones corresponde a la parte central de la misma debido al flujo tanto horizontal como vertical, el cual está conformado por tres grandes rectángulos. En este período de mantenimiento se espera cambiar el piso, el cual está conformado por mosaicos de 25 cm de lado; si las dimensiones de los sectores extremos del acceso son de 55 m por 107m; y el sector central es de 100 m por 107 m. (a) ¿Qué cantidad de cajas se deben comprar, si cada una de ellas contienen 150 piezas? (b) ¿Cuántos mosaicos se ocuparán para completar la obra en su totalidad?
Bingo Pesetero	El sábado en la Unidad Pedagógica Sotero González Barquero se jugó tradicionalmente el bingo para recaudar fondos donde se reunieron familias de la comunidad. Al iniciar el bingo, se habían vendido 500 cartones. Guillermo, estudiante de la sección 9-5 y su familia fueron a la actividad para disfrutar de este juego y a la vez, colaborar con su institución.	El sábado en la Unidad Pedagógica Sotero González Barquero se jugó tradicionalmente el bingo para recaudar fondos, donde se reunieron familias de la comunidad. Al iniciar el bingo, se habían vendido 500 cartones. Guillermo, estudiante de la sección 9-5 y su familia fueron a la actividad para disfrutar de este juego y a la vez, colaborar con su institución. Guillermo fue con su abuelo, abuela, madre y padre, cada uno compró

Problema	Primera versión	Versión FINAL
	Si Guillermo, fue con su abuelo, abuela, madre y padre, cada uno compró un cartón de juego. Además, al pasar una hora la cantidad de cartones vendidos se había triplicado, entonces ¿Cuál es la probabilidad de que algunos de los miembros de la familia obtengan una línea vertical? Si al pasar una hora, la cantidad de cartones vendidos se habían triplicado, entonces, ¿cuál es la probabilidad de que la familia salga premiada al obtener una línea vertical o una línea horizontal?	un cartón de juego. (a) ¿Cuál es la probabilidad de que Guillermo pueda ganar el juego al obtener un cartón lleno? (b) ¿Cuál es la probabilidad de que alguno de los miembros de la familia resultar ganador al obtener un cartón lleno? (c) ¿Cuál es la probabilidad de que algunos de los miembros de la familia salgan premiado al obtener una línea vertical?
Café	Al realizar la recolección de café lo ideal es que se seleccione únicamente el grano maduro (rojo), ya que, a la hora de entregar al recibidor, si van granos de color verde, será castigado rebajando a la cantidad de cajuelas entregadas un porcentaje por el grano verde que se entregue. Don Ramiro, un cafetalero de la zona, contactó a varias familias indígenas que viven cerca de Salitre para la recolección de café, entre ellas las familias Ortiz, Ramírez, Rojas, Acuña y Figueroa. Dado que los granos son de diferente tamaño y los sacos también, no se puede determinar la cantidad de ellos que contiene cada cajuela. Don Ramiro, a la hora de medir el café, llena los sacos para economizar espacio. La semana anterior Don Ramiro recibió un castigo de dos cajuelas por fanega por llevar mucho café verde, por lo que decidió investigar cuál de las familias es la que recolecta más café verde. Entonces resolvió tomar un saco por familia y sacar de él granos aleatorios de modo que se pueda detectar, por medio de la experimentación, cuál de las familias es la culpable. Para ser justo decidió sacar de cada saco	Al realizar la recolección de café lo ideal es que se seleccione únicamente el grano maduro (rojo) ya que, a la hora de entregar al recibidor, si van granos de color verde, será castigado rebajando a la cantidad de cajuelas entregadas un porcentaje por el grano verde que se entregue. Don Ramiro, un cafetalero de la zona, contactó a varias familias indígenas que viven cerca de Salitre para la recolección de café, entre ellas las familias Ortiz, Ramírez, Rojas, Acuña y Figueroa. Dado que los granos son de diferente tamaño y los sacos también, no se puede determinar la cantidad de ellos que contiene cada cajuela. Don Ramiro, a la hora de medir el café, llena los sacos para economizar espacio. La semana anterior Don Ramiro recibió un castigo de dos cajuelas por fanega por llevar mucho café verde, por lo que decidió investigar cuál de las familias es la que recolecta más café verde.

Problema	Primera versión	Versión FINAL
	un cuartillo de café y separar los granos de cada color, obteniendo los siguientes resultados. Familia Ortiz: 1759 grano de maduros y 320 granos verdes. Familia Ramírez: 1800 granos maduros y 325 granos verdes. Familia Rojas: 1790 granos maduros y 315 granos verdes. Familia Acuña: 1853 granos maduros y 360 granos verdes. Familia Figueroa:1800 granos maduros y 350 granos verdes. **Actividades por desarrollar** ¿Cuál familia cogió en menor porcentaje de granos verdes? ¿Cuál familia cogió la mayor cantidad de café verde? De acuerdo a los porcentajes, según su criterio, ¿a cuál familia debe don Ramiro, hacerles ver sobre la cantidad de café verde que están recolectando para que disminuya la cantidad?	 Entonces resolvió tomar un saco por familia y sacar de él granos aleatorios de modo que se pueda detectar, por medio de la experimentación, cuál de las familias es la culpable. Para ser justo decidió sacar de cada saco un cuartillo de café y separar los granos de cada color, obteniendo los siguientes resultados: Familia Ortiz: 1759 grano de maduros y 320 granos verdes. Familia Ramírez: 1800 granos maduros y 325 granos verdes. Familia Rojas: 1790 granos maduros y 315 granos verdes. Familia Acuña: 1853 granos maduros y 360 granos verdes. Familia Figueroa:1800 granos maduros y 350 granos verdes 1. ¿Cuál familia cogió en menor porcentaje granos verdes? 2. ¿Cuál familia cogió la mayor cantidad de café verde? 3. De acuerdo con los porcentajes, según su criterio, ¿a cuál familia debe don Ramiro, hacerlas ver sobre la cantidad de café verde que están recolectando para que disminuya la cantidad?

ANEXO E: Listado de publicaciones producto de la tesis doctoral

Como parte de la socialización de resultados parciales de la tesis doctoral, se realizó participaciones a diversos congresos internacionales, y se publicó un artículo para una revista indexada. Las referencias de dichas comunicaciones se presentan a continuación:

Chavarría, G. Gavarrete, M. & Albanese, V. (2019). Contextualización significativa en los Programas de Estudio de Matemáticas en Costa Rica: problemáticas y desafíos. Actas del Segundo Encuentro Latinoamericano de Etnomatemática ELEm-2

Chavarría, G. & Albanese, V. (2019). Contextualización activa de los problemas en estadística y probabilidad del currículo costarricense. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística.

Chavarría, G. & Albanese, V. (2019). La contextualización activa y artificial en el currículo matemático costarricense. Actas de la XV Conferencia Interamericana de Educación Matemática.

Chavarría, G., & Albanese, V. (2021). Problemas matemáticos abiertos: perspectiva docente. In M. Parra- Zapata (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 34 (pp. 538–546). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

Chavarría, G., & Albanese, V. (2021). Problemas matemáticos en el caso de un currículo: Análisis con base en el contexto y en la contextualización. Avances de Investigación En Educación Matemática, 19, 39–54. https://doi.org/10.35763/aiem.v0i19.359

Chavarría, G., & Albanese, V. (2021). Reflexión sobre la realización de un problema de probabilidad con contextualización significativa. In S. Alonso-García, J. M. Trujillo-Torres, A. J. Moreno-Guerrero, & C. Rodríguez-Jiménez (Eds.), Investigación educativa en contextos de pandemia (pp. 1055–1065). Dykinson.

Chavarría, G., & Albanese, V. (2021). Students' difficulties and attitudes facing contextualized mathematical problems: a teacher perspective. In D. Kollosche (Ed.), 11th International Mathematics Education and Society Conference (pp. 388-393). Vienna: University of Klagenfurt.

Porras, K., & Chavarría, G. (2021). Tareas y estrategias metodológicas para plantear problemas de modelización matemática. In C. Monge (Ed.), Libro de Memorias XII Festival Internacional de Matemáticas XXII Congreso Nacional de Ciencia, Tecnología y Sociedad (pp. 164–170). Cartago, Costa Rica: Instituto Tecnológico de Costa Rica.