Óptica y Optometría: curso 1^0-A,
Asignatura: Matemáticas I
Fecha: 10 de noviembre de 2021
Actualización: 11/11/2021, hora: 19:52:06

Ejercicio resuelto 1.

Hallar la matriz X tal que $3X + A = B^t$, donde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Solución. Pasamos A a la derecha, sumando $-A$ a cada lado de la ecuación:

$$3X + A - A = B^t - A \rightsquigarrow 3X + 0 = B^t - A,$$

y dividimos por 3 a ambos lados:

$$\frac{1}{3}(3X) = \frac{1}{3}(B^t - A) \rightsquigarrow X = \frac{1}{3}(B^t - A).$$

Por tanto,

$$X = \frac{1}{3}\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}\right) = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -4 & -5 \\ -4 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{2}{3} \\ -\frac{4}{3} & -\frac{5}{3} \\ -\frac{4}{3} & -\frac{5}{3} \end{pmatrix}.$$

Ejercicio resuelto 2. Hallar X de la ecuación $X^tA = B$, donde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Solución. Primero hallamos qué order tiene que tener X. Para multiplicar X^t por A, el número de columnas de X^t tiene que ser el número de fila de A, es decir, 2. Si X^t es de orden $n \times 2$, al multiplicar queda una matriz de orden $n \times 2$. Como tiene que coincidir, en orden, con B, entonces $n = 3$. Luego X^t es de orden 3×2 y así, X es de orden 2×3.

Escribimos

$$X = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix},$$

luego

$$\begin{pmatrix} a & d \\ b & e \\ c & f \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Multiplicamos e igualamos término a término:

$$\begin{pmatrix} a & 2a+d \\ b & 2b+e \\ c & 2c+f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{cases} a=2 \\ b=4 \\ c=0 \\ 2a+d=3 \\ 2b+e=5 \\ 2c+f=1 \end{cases}$$

De las tres primera ecuaciones, obtenemos a,b,c y sustituimos en el resto de ecuaciones:

$$\begin{cases} 4+d=3 \\ 8+e=5 \\ 0+f=1 \end{cases} \Rightarrow d=-1, e=-3, f=1.$$

Por tanto

$$X = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio resuelto 3. Hallar la matriz X tal que $XA = I_3$, donde I_3 es la matriz identidad y $A = (1\ 2\ 3)$.

Solución. La matriz identidad es de orden 3×3. La matriz X es de orden $n\times 1$ para que se pueda multiplicar por A, luego queda $n\times 3$. Por tanto X es de orden 3×1:

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \cdot (1\ 2\ 3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} x & 2x & 3x \\ y & 2y & 3y \\ z & 2z & 3z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Igualamos término a término, obteniendo por filas:

$$x=1,\ 2x=0, 3x=0$$

$$y=0, 2y=1, 3y=0$$

$$z=0, 2z=0, 3z=1$$

De la primera, tenemos $x=1$ y $x=0$, cosa que no es posible. Por tanto la matriz X no existe.