Óptica y Optometría: curso 1^0-A,
Asignatura: Matemáticas I
Fecha: 06 de octubre de 2021
Actualización: 06/10/2021, hora: 19:16:13

Ejercicio resuelto 1. Para la función $f(x) = (x-1)^2 e^{-x}$, hallar los intervalos de crecimiento, extremos relativos locales y asíntotas

Solución. Escribimos la función como $f(x) = \frac{(x-1)^2}{e^x}$.

1. Hallamos la primera derivada y se iguala a cero,

$$f'(x) = \frac{2(x-1)e^x - (x-1)^2 e^x}{(e^x)^2} = \frac{-x^2+4x-3}{e^x}.$$

   De $-x^2+4x-3=0$, tenemos $x=1$, $x=3$. De aquí tenemos los intervalos de monotonía (dando valores a f' en puntos intermedios) y los extremos relativos: Y $x=1$ es un mínimo

	$(-\infty,1)$	$(1,3)$	$(3,\infty)$
signo f'	-	+	-
función	decreciente	creciente	decreciente

   relativo y $x=3$ un máximo relativo.

2. *a*) Como la función no se anula en el denominador, no hay asíntotas verticales.

   b) Usando dos veces la regla de L'Hôpital,

$$\lim_{x\to\infty} \frac{(x-1)^2}{e^x} = \lim_{x\to\infty} \frac{(2x-1)}{e^x} = \lim_{x\to\infty} \frac{2}{e^x} = 0.$$

   La recta $y=0$ es una asíntota horizontal por los dos lados.

   c) No tiene asíntotas oblicuas porque hay horizontales.

□

Ejercicio resuelto 2. Se considera la función $f(x) = \frac{5x+8}{x^2+x+1}$. Hallar los puntos de corte con los ejes coordenados, intervalos de monotonía, extremos relativo y asíntotas.

Solución. Vemos cuál es el dominio de la función ya que está dado como un cociente de polinomios. Igualando el denominador a cero, $x^2+x+1=0$, vemos que no hay soluciones. Por tanto, el dominio es todo $\mathbb{R}$.

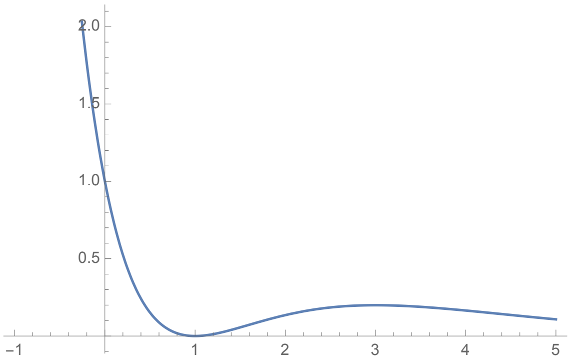

Figura 1: La función del ejercicio 1.

1. El punto de corte con el eje x se obtiene de $y = 0$: $5x+8 = 0$, luego $x = -8/5$ y el punto es $(-8/5, 0)$.

   El punto de corte con el eje y se obtiene haciendo $x = 0$, luego $y = 8$ y el punto es $(0, 8)$.

2. La primera derivada es

$$f'(x) = \frac{-5x^2-16x-3}{(x^2+x+1)^2} \to -5x^2-16x-3 = 0 \Rightarrow x = -3, -\frac{1}{5}.$$

	$(-\infty, -3)$	$(-3, -\frac{1}{5})$	$(-\frac{1}{5}, \infty)$
signo f'	-	+	-
función	dereciente	creciente	decreciente

3.
   a) Como el dominio es todo $\mathbb{R}$, no hay asíntotas verticales.

   b) Para las asíntotas horizontales,

$$\lim_{x\to\infty} \frac{5x+8}{x^2+x+1} = 0,$$

   luego $y = 0$ es una asíntota horizontal.

   c) No tiene oblicuas porque tiene horizontales.

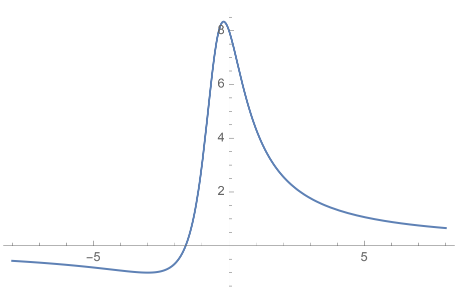

Figura 2: La función del ejercicio 2.