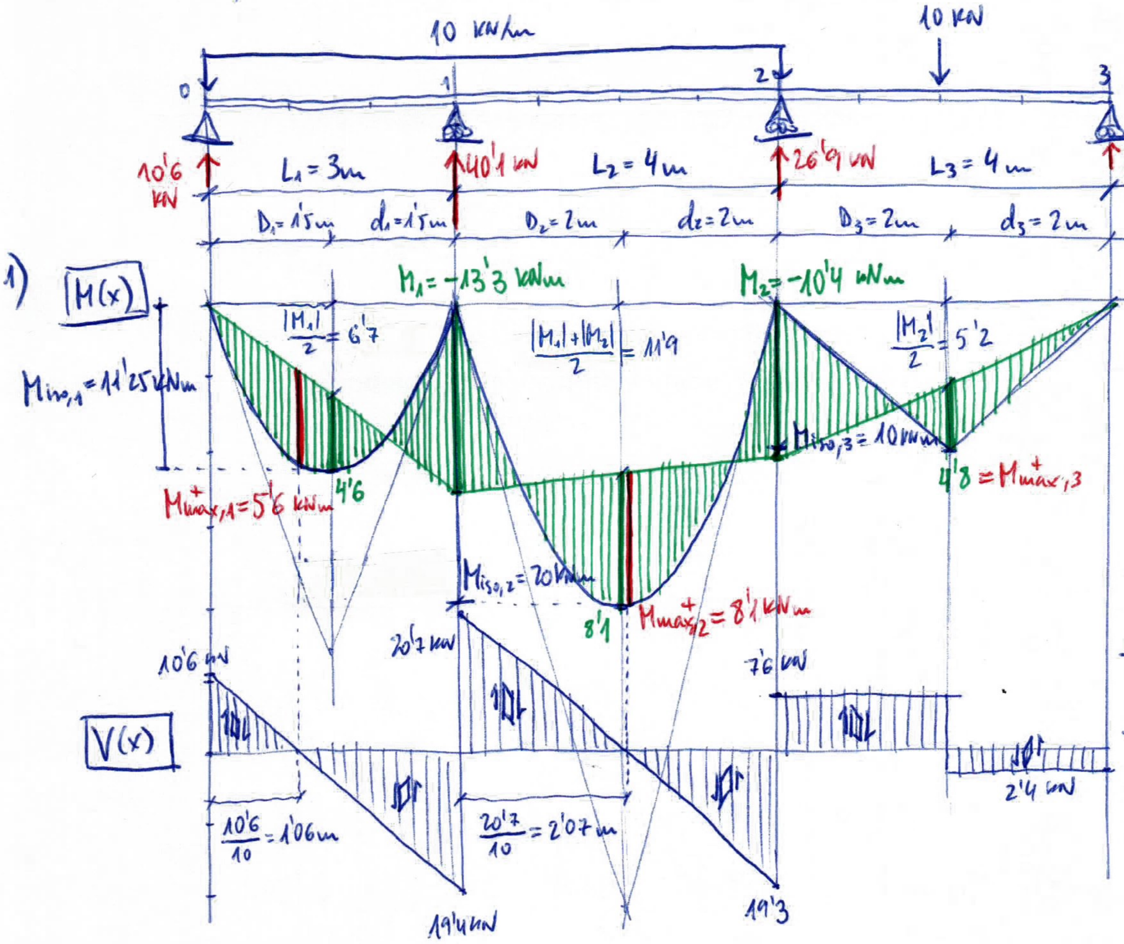
EJERCICIO VIGA CONTINUA

En la viga continua de la figura, se pide:

1) Obtención de ley de momentos flectores y cortantes
2) Reacciones de la viga
3) Dimensionado a flexión simple con un único perfil IPE de acero S275
4) Obtención de giro en el apoyo 1
5) Obtención de flecha máxima en el vano 1



$$M_{iso,1} = \frac{q_1 L_1^2}{8} = \frac{10 \cdot 3^2}{8} = 11'25 \text{ kNm}$$

$$M_{iso,2} = \frac{q_2 L_2^2}{8} = \frac{10 \cdot 4^2}{8} = 20 \text{ kNm}$$

$$M_{iso,3} = \frac{P_3 L_3}{4} = \frac{10 \cdot 4}{4} = 10 \text{ kNm}$$

$$\Omega_1 = \frac{2}{3} L_1 \cdot M_{iso,1} = \frac{2}{3} 3 \cdot 11'25 = 22'5 \text{ kNm}^2$$

$$\Omega_2 = \frac{2}{3} L_2 \cdot M_{iso,2} = \frac{2}{3} 4 \cdot 20 = 53'3 \text{ kNm}^2$$

$$\Omega_3 = \frac{1}{2} L_3 \cdot M_{iso,3} = \frac{1}{2} 4 \cdot 10 = 20 \text{ kNm}^2$$

Los momentos negativos M_1 y M_2 son las incógnitas hiperestáticas, por lo que necesitamos plantear 2 ecuaciones de los tres momentos, una de ellas centrada en el nudo 1 y otra en el nudo 2, y sabiendo que los momentos M_0 y M_3 son nulos por ser nudos extremos sin empotramiento.

Como la carga en cada vano es simétrica, $D = d = \frac{L}{2}$ en todos los vanos, luego los términos $\frac{\Omega D}{L}$ se pueden simplificar como $\frac{\Omega \, L/2}{L} = \frac{\Omega}{2}$

$m=1:\quad \cancel{M_0 L_1} + 2M_1(L_1+L_2) + M_2 L_2 = -6\left(\frac{\Omega_1}{2}+\frac{\Omega_2}{2}\right) \Rightarrow 2M_1(3+4) + M_2\cdot 4 = -6\left(\frac{22'5}{2}+\frac{53'3}{2}\right) \rightarrow$

$m=2:\quad M_1\cdot L_2 + 2M_2(L_2+L_3) + \cancel{M_3 L_3} = -6\left(\frac{\Omega_2}{2}+\frac{\Omega_3}{2}\right) \Rightarrow M_1\cdot 4 + 2M_2(4+4) = -6\left(\frac{53'3}{2}+\frac{20}{2}\right) \rightarrow$

$\Rightarrow 14M_1 + 4M_2 = -227'5 \longrightarrow 14M_1 + 4\,\frac{-55-M_1}{4} = -227'5 \Rightarrow 13M_1 = -172'5 \Rightarrow$

$\Rightarrow 4M_1 + 16M_2 = -220 \Rightarrow M_2 = \frac{-220-4M_1}{16} = \frac{-55-M_1}{4} \longrightarrow M_2 = \frac{-55-(-13'3)}{4} = \underline{\underline{10'4\ kNm}}$ $\qquad \Rightarrow \underline{\underline{M_1 = -13'3\ kNm}}$

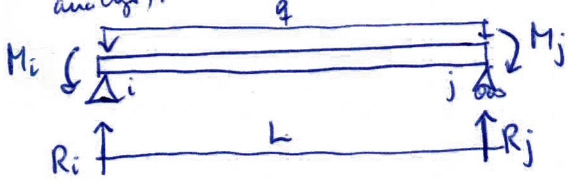
Para obtener los momentos máximos positivos, hay dos opciones: una aproximada y otra exacta. La aproximada consiste en suponer que el momento máximo positivo se alcanza en el centro de vano de las vigas con carga continua; para la viga 3, con carga puntual, el máximo se sabe que está bajo la propia carga, en el centro. Por tanto, para los vanos 1 y 2 se procede por geometría, sabiendo que el momento en centro de vano es igual al momento isostático (descuelgue total de la parábola) menos la semisuma de los momentos negativos a ambos lados, todos ellos en valor absoluto:

$$M^+_{max,i} \simeq M_{iso,i} - \frac{|M_{i-1}|+|M_i|}{2} \Rightarrow \begin{cases} M^+_{max,1} \simeq 11'25 - \frac{0+13'3}{2} = 4'6\ kNm \\ M^+_{max,2} \simeq 20 - \frac{13'3+10'4}{2} = 8'1\ kNm \\ M^+_{max,3} = 10 - \frac{10'4}{2} = 4'8\ kNm \rightarrow \text{valor exacto.} \end{cases}$$

Los valores exactos de $M^+_{max,1}$ y $M^+_{max,2}$ se obtienen a partir de las leyes de cortantes, puesto que no se alcanzan en el punto medio necesariamente sino en el punto de cortante nulo. Por ello, se procede a calcular las leyes de cortantes.

2) Las leyes de cortantes se obtienen a partir de las reacciones de cada viga por separado. Dichas reacciones se pueden obtener de dos formas: aplicando directamente las ecuaciones de la estática o mediante una descomposición en dos estados.

La primera forma sería, en general, para un vano con carga repartida (para carga puntual es análogo):



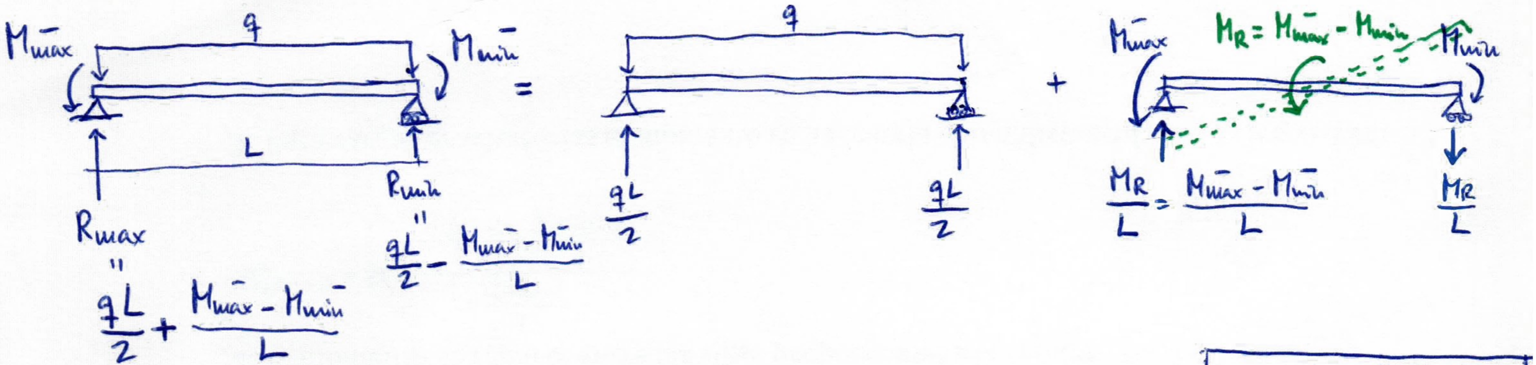
$\Sigma M_i = 0 \Rightarrow M_i - M_j - \frac{qL^2}{2} + R_j\cdot L = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow R_j = \frac{M_j - M_i + \frac{qL^2}{2}}{L} = \boxed{\frac{qL}{2} + \frac{M_j - M_i}{L}}$

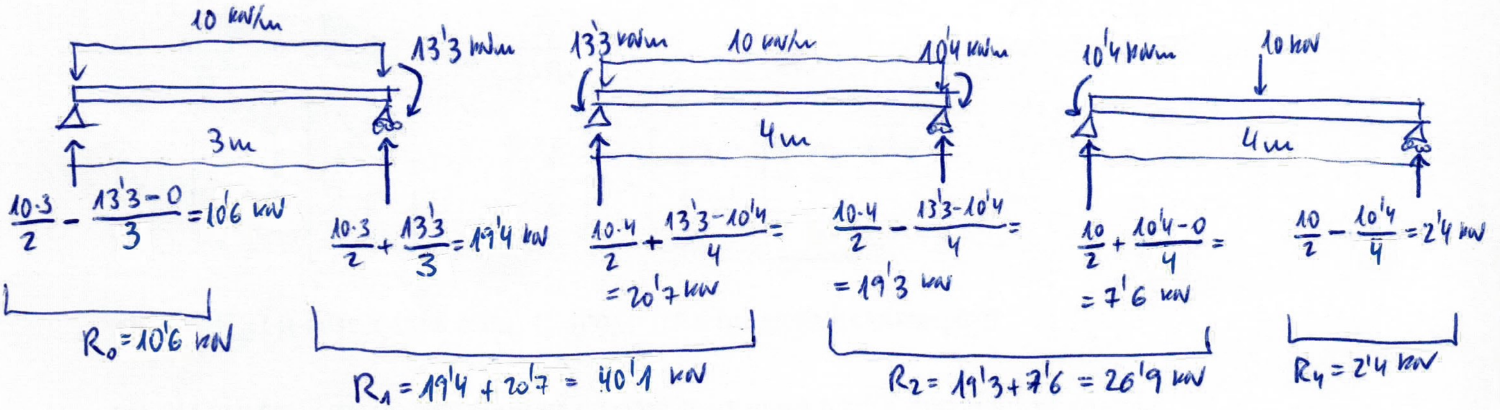
$\Sigma F_y = 0 \rightarrow R_i - qL - \left(\frac{qL}{2} + \frac{M_j - M_i}{L}\right) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow R_i = \boxed{\frac{qL}{2} - \frac{M_j - M_i}{L}}$

Observando las expresiones de R_i y R_j, se manifiesta que el primer sumando corresponde a la reacción que provoca la carga vertical, mientras que el segundo sumando corresponde al desajuste por tendencia a vuelco que provocan los momentos. Eso nos lleva a la segunda forma (más rápida cuando se automatiza). Suponemos que $M_i > M_j$, luego $M_i \equiv M^-_{máx}$ y $M_j \equiv M^-_{mín}$, por lo que, debido al vuelco, $R_i > R_j$ y por tanto $\left| \begin{array}{l} R_i \equiv R_{max} \\ R_j \equiv R_{min} \end{array} \right.$

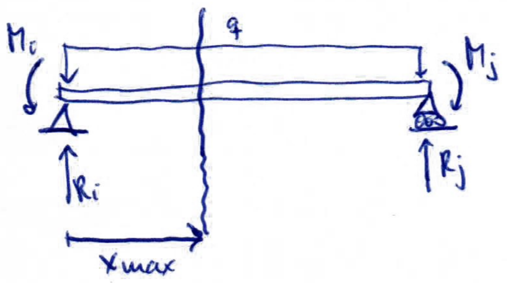


Se deduce, por tanto, que las reacciones simplemente se calculan como $\boxed{R = \frac{qL}{2} \pm \frac{M^-_{máx}-M^-_{mín}}{L}}$ interpretándose el signo ± según la tendencia al giro. Para carga puntual, se sustituye el primer sumando por $\frac{P}{2}$. Para comprobar se verifica que $R_{max}+R_{min} = qL$ (o P para puntual).



Las reacciones de la viga completa se calculan sumando en cada apoyo las reacciones del vano izquierdo y el derecho. La ley de cortantes se obtiene más fácilmente a partir de los valores de reacciones de cada vano por separado (mirar ley de cortantes en primera página). El corte de la ley con el eje de abscisas se obtiene como $x_{max} = \frac{V_i}{q}$ a partir de cada apoyo.

De esta forma, el momento máximo positivo exacto se obtiene en cada vano como:



$$M^+_{max} = M(x_{max}) = -M_i + R_i \cdot x_{max} - q\,\frac{x_{max}^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M^+_{max,1} = M(1'06) = 0 + 10'6 \cdot 1'06 - 10\,\dfrac{1'06^2}{2} = 5'6 \text{ kNm} \\ M^+_{max,2} = M(2'07) = -13'3 + 20'7 \cdot 2'07 - 10\,\dfrac{2'07^2}{2} = 8'1 \text{ kNm} \end{cases}$$

Se observa que en el vano 1, muy asimétrico, hay bastante diferencia entre el momento aproximado (4'6) y el exacto (5'6), como se ve en la figura de la pág. 1.

3) Se toma el máximo momento en valor absoluto: $|M_{max}| = 13'3$ kNm $= 1'33 \cdot 10^7$ Nmm

Se elige del prontuario un perfil que cumpla $W \geq \dfrac{|M_{max}|}{\sigma_{adm}} = \dfrac{1'33 \cdot 10^7}{262} = 50'8 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \rightarrow$

$\sigma_{adm} = \dfrac{275}{1'05} = 262 \text{ N/mm}^2$

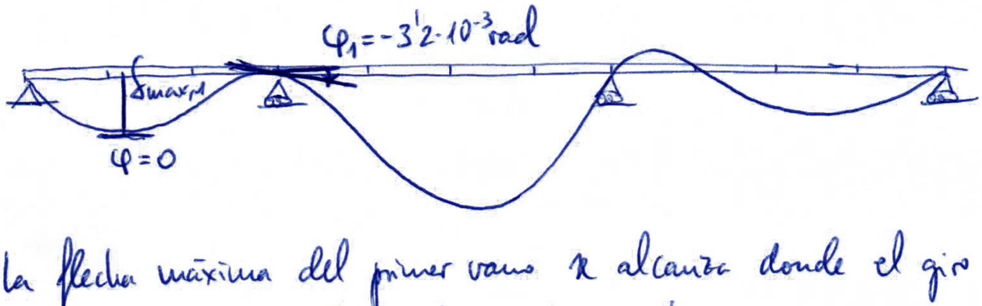
$\rightarrow$ IPE 120 $(I = 317'75 \cdot 10^4 \text{ mm}^4)$

4) El giro en el apoyo 1 se obtiene a partir de la demostración de la ecuación de los 3 momentos, como la aplicación del 2º teorema de Mohr en dos subestados (ley de momentos isostática e hiperestática):

$$\varphi_1 = \frac{1}{EI}\left[\Omega_1 \underbrace{\frac{\Delta_1}{L_1}}_{\frac{1}{2}} + \frac{L_1}{6}(M_0 + 2M_1)\right] = \frac{1}{EI}\left[\frac{\Omega_1}{2} + \frac{M_1 L_1}{3}\right] = \frac{1}{646'3}\left(\frac{22'5}{2} + \frac{-13'3 \cdot 3}{3}\right) = \boxed{-3'17 \cdot 10^{-3} \text{ rad}}$$

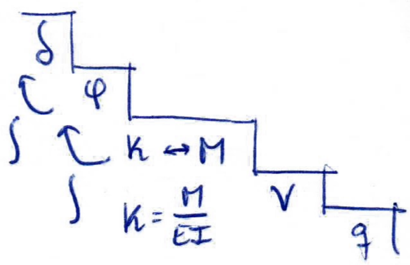
$$\left(EI = 2'1 \cdot 10^5 \cdot 317'75 \cdot 10^4 = 6'463 \cdot 10^{11} \text{ Nmm}^2 \cdot \frac{1 \text{ kN}}{10^3 \text{ N}} \cdot \frac{1 \text{ m}^2}{10^6 \text{ mm}^2} = 646'3 \text{ kNm}^2\right)$$

El valor del giro es negativo (horario) ya que la viga se vence hacia el vano derecho, que tiene mayor luz



5) La flecha máxima del primer vano se alcanza donde el giro de la sección es nulo (tangente horizontal). Este punto no tiene por qué coincidir con el punto de momento máximo!!

Se calcula la flecha como doble integral de la curvatura:



Se necesita la expresión de $M(x)$ en el 1^{er} vano:

$$M(x) = 10'6x - 10\frac{x^2}{2} = -5x^2 + 10'6x \ ;$$

$$K(x) = \frac{M(x)}{EI}$$

$$\varphi(x) = \int K(x)dx = \int \underset{\substack{\uparrow \\ \text{primitiva}}}{\frac{M(x)}{EI}} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{constante de integración}}}{C_1} = \frac{1}{EI}\int(-5x^2 + 10'6x)dx + C_1 = \frac{1}{646'3}\left(-5\frac{x^3}{3} + 10'6\frac{x^2}{2}\right) + C_1 =$$

$$= \frac{1}{646'3}\left(-1'\hat{6}x^3 + 5'3x^2\right) + C_1$$

Para obtener el valor de C_1, necesitamos imponer el único giro que conocemos: el giro en el apoyo derecho: $\varphi(3m) = -3'17 \cdot 10^{-3}\ rad = \frac{1}{646'3}\left(-1'\hat{6} \cdot 3^3 + 5'3 \cdot 3^2\right) + C_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{C_1 = -7'35 \cdot 10^{-3}}$

Luego la ley de giros es $\boxed{\varphi(x) = \frac{-1'\hat{6}x^3 + 5'3x^2}{646'3} - 7'35 \cdot 10^{-3}}$. Notar que el valor de C_1 no es más que el giro en el apoyo izquierdo, pues $\varphi(0) = -7'35 \cdot 10^{-3}$

Repetimos la integración para obtener la fórmula de las flechas:

$$\delta(x) = \int \varphi(x)dx + C_2 = \int\left(\frac{-1'\hat{6}x^3 + 5'3x^2}{646'3} - 7'35 \cdot 10^{-3}\right)dx + C_2 =$$

$$= \frac{-1'\hat{6}\frac{x^4}{4} + 5'3\frac{x^3}{3}}{646'3} - 7'35 \cdot 10^{-3}x + C_2 = -6'45 \cdot 10^{-4}x^4 + 2'73 \cdot 10^{-3}x^3 - 7'35 \cdot 10^{-3}x + C_2$$

Para obtener C_2, se impone que la flecha en el apoyo izquierdo o derecho es conocida y tiene valor nulo: $\delta(0m) = \delta(3m) = 0 \Rightarrow \underline{0 = C_2}$

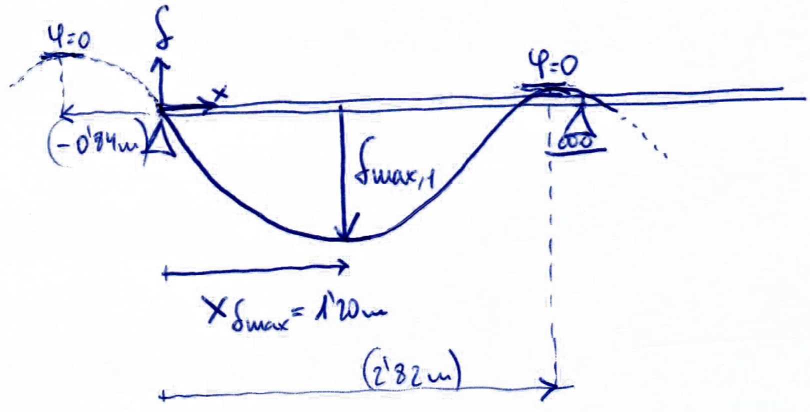
Luego la ley de flechas es $\boxed{\delta(x) = -6'45 \cdot 10^{-4}x^4 + 2'73 \cdot 10^{-3}x^3 - 7'35 \cdot 10^{-3}x}$

La flecha máxima se alcanza en el punto de giro nulo:

$$\varphi(x_{\delta max}) = 0 \Rightarrow \frac{-1'\hat{6}x_{\delta max}^3 + 5'3x_{\delta max}^2}{646'3} - 7'35 \cdot 10^{-3} = 0 \Rightarrow -2'58 \cdot 10^{-3}x_{\delta max}^3 + 8'2 \cdot 10^{-3}x_{\delta max}^2 - 7'35 \cdot 10^{-3} = 0$$

Esa ecuación no se puede resolver a mano. Mediante cualquier aplicación online se obtienen 3 soluciones, de las cuales debemos descartar dos:

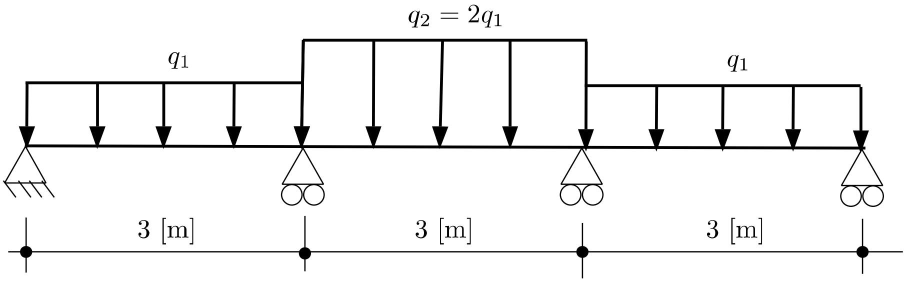
$$x_{\delta max} = \begin{cases} -0'84\ m & \text{) fuera del rango } 0 \le x \le 3\ m \\ \boxed{1'20\ m \longrightarrow \text{PUNTO DE MÁXIMA FLECHA}} \\ 2'82\ m & \text{) Corresponde al máximo ascenso de la viga junto al apoyo derecho} \end{cases}$$



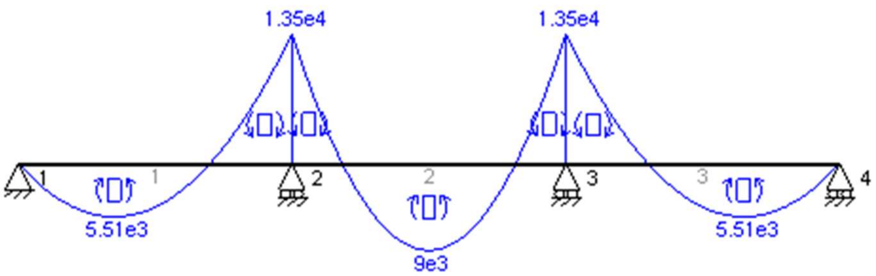
Por tanto: $\delta_{max,1} = \delta(1'20\ m) = -6'45 \cdot 10^{-4} \cdot 1'2^4 + 2'73 \cdot 10^{-3} \cdot 1'2^3 - 7'35 \cdot 10^{-3} \cdot 1'2 = 5'44 \cdot 10^{-3}\ m =$

$= \underline{\underline{5'44\ mm}}$

3.- En la figura se representa la correa de la cubierta de una nave industrial, sometida a dos cargas uniformes desconocidas q_1 y $q_2=2q_1$. La correa descansa sobre cuatro apoyos igualmente distanciados entre sí de forma que se tienen tres vanos de luz L=3 m.



Se sabe que la correa tiene una sección cuadrada de 10 cm de lado. Además, mediante técnicas experimentales se ha medido el diagrama de momento flector que aparece en la siguiente figura en unidades de Nm:



Se pide:

a) **Aplicando la ecuación de los tres momentos, calcular las los valores de las cargas uniformes q_1 y q_2.**

b) **Calcular las reacciones en todos los apoyos.**

c) **Representar la distribución de tensiones normales en la sección más desfavorable e indicar la máxima tensión normal a la que está sometida la correa.**

Ecuación de los tres momentos: $$M_{m-1}L_m + 2M_m(L_m + L_{m+1}) + M_{m+1}L_{m+1} = -6\left[\frac{\Omega_m D_m}{L_m} + \frac{\Omega_{m+1} d_{m+1}}{L_{m+1}}\right]$$

2) a) Por simetría, $M_1 = M_2 = M = -1'35 \cdot 10^4 \ Nm = -13'5 \ kNm$

Por simetría de cada vano: $\frac{D_i}{L_i} = \frac{d_i}{L_i} = \frac{1}{2}$

El área de cada parábola es $\Omega_i = \frac{2}{3} L_i \cdot M_{iso,i} = \frac{2}{3} L_i \cdot \frac{q_i L_i^2}{8} = \frac{q_i L_i^3}{12} \Rightarrow \begin{cases} \Omega_1 = \frac{q_1 L_1^3}{12} \\ \Omega_2 = \frac{q_2 L_2^3}{12} \end{cases}$

Por ser $q_2 = 2q_1$ y por ser $L_1 = L_2$, $\Omega_2 = \frac{2q_1 \cdot L_1^3}{12} = \frac{q_1 L_1^3}{6}$

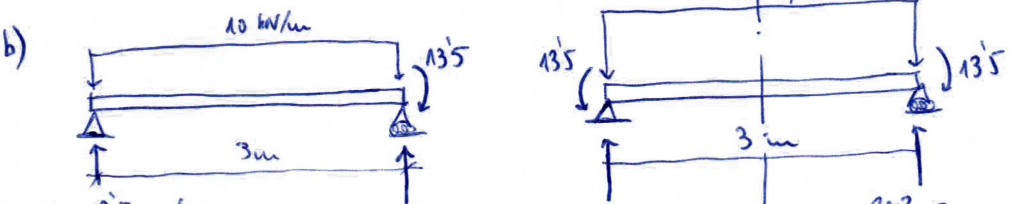
Planteando una sola ecuación de los 3 momentos centrada en el apoyo 1:

$$\cancel{M_0 L_1} + 2M_1(L_1 + L_2) + M_2 L_2 = -6\left(\frac{\Omega_1 D_1}{L_1} + \frac{\Omega_2 d_2}{L_2}\right) \Rightarrow 2M(3+3) + 3M = -6\left(\Omega_1 \cdot \frac{1}{2} + \Omega_2 \cdot \frac{1}{2}\right) \Rightarrow$$

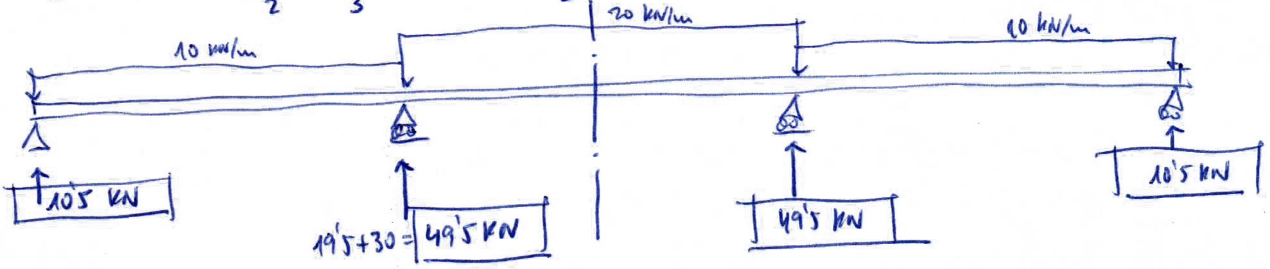
$$\Rightarrow 15M = -\frac{6}{2}\left(\frac{q_1 L_1^3}{12} + \frac{q_1 L_1^3}{6}\right) \Rightarrow 15M = -3\,\frac{q_1 L_1^3 + 2q_1 L_1^3}{12} \Rightarrow 60M = -3q_1 L_1^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q_1 = -\frac{60(-13'5)}{3 \cdot 3^3} = \boxed{10 \ kN/m} \Rightarrow q_2 = 2q_1 = \boxed{20 \ kN/m}$$

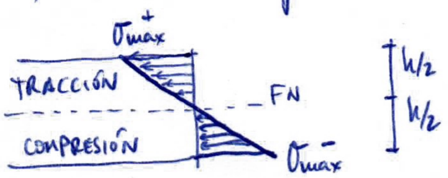
b)



$\frac{10 \cdot 3}{2} - \frac{13'5}{3} = 10'5$ $\quad \frac{10 \cdot 3}{2} + \frac{13'5}{3} = 19'5$ $\quad \frac{20 \cdot 3}{2} = 30$ $\quad \frac{20 \cdot 3}{2} = 30$



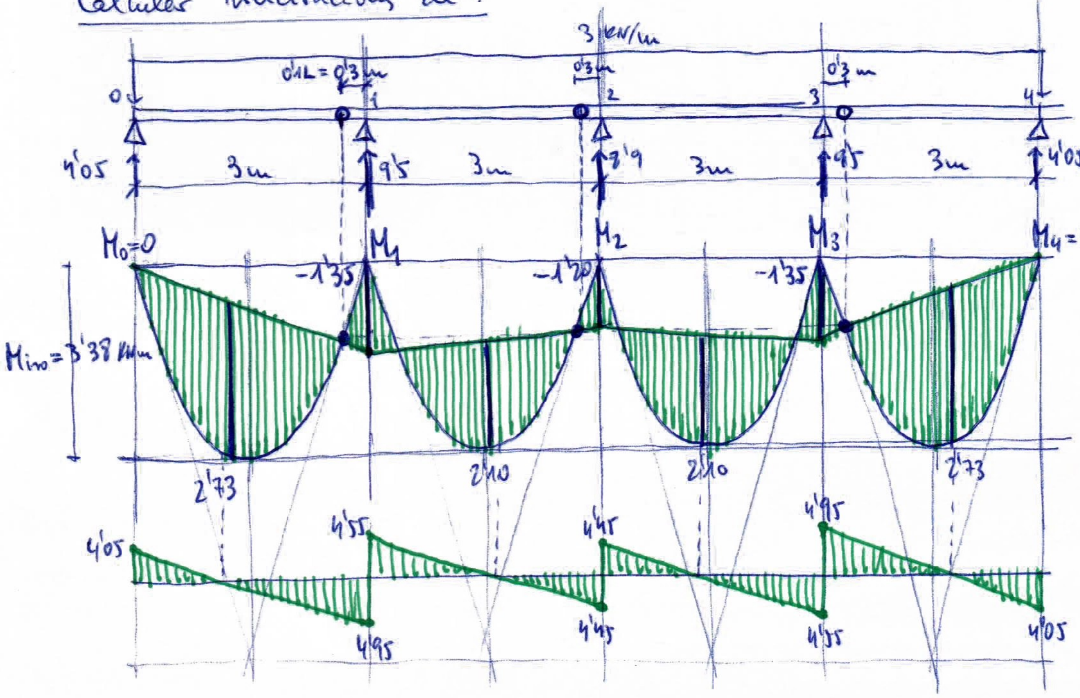
c) Sección más desfavorable es la de momento flector de mayor valor absoluto: $|M_{max}| = 13'5 \ kNm$



$$|\sigma_{max}^+| = |\sigma_{max}^-| = \sigma_{max} = \frac{|M_{max}|}{W} = \frac{13'5 \cdot 10^6 \ Nmm}{\frac{bh^2}{6} \ mm^3} = \frac{13'5 \cdot 10^6}{\frac{100^3}{6}} = \boxed{81 \ N/mm^2}$$

VIGAS GERBER

Calcular solicitaciones de:

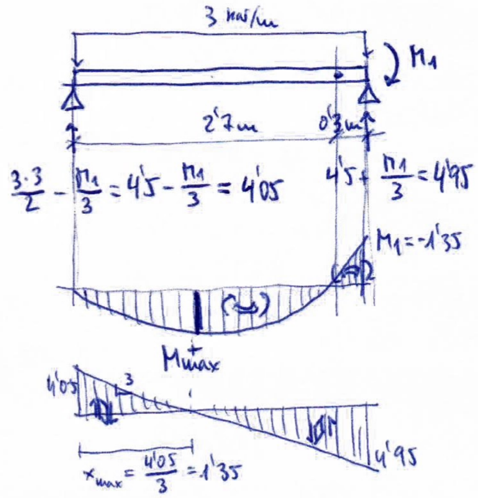


Las incógnitas son M_1 y M_2, pues $M_3=M_1$ por simetría.

Aunque en la viga 2-3 no haya rótula, por simetría se comporta como simétrica a la 1-2.

$$M_{iso,1} = M_{iso,2} = M_{iso,3} = M_{iso,4} = \frac{qL^2}{8} = \frac{3\cdot 3^2}{8} = 3'38 \text{ kNm}$$

Tramo 0-1:



$M_{iso}(x) = 4'5x - 1'5x^2$

$M(x) = \left(4'5 - \frac{M_1}{3}\right)x - \frac{3x^2}{2} = 4'5x - \frac{M_1}{3}x - 1'5x^2$

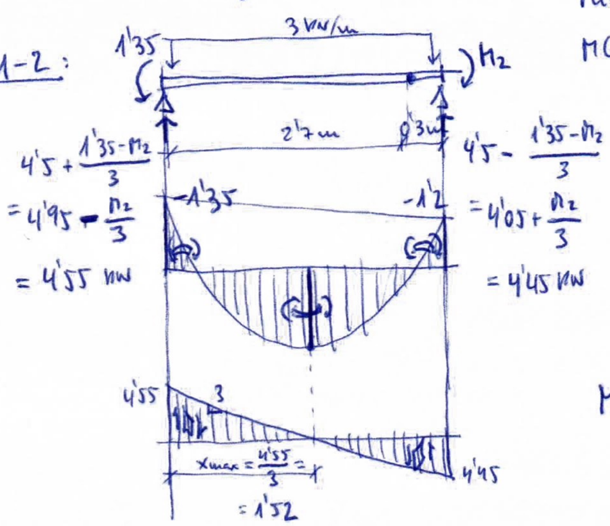
$M(2'7)=0 \Rightarrow 4'5\cdot 2'7 - \frac{M_1}{3}\cdot 2'7 - 1'5\cdot 2'7^2 = 0 \Rightarrow \boxed{M_1 = 1'35 \text{ kNm}}$

Otra forma: $M(2'7)=0 = M_{iso}(2'7) + \left(1-\frac{2'7}{3}\right)\cancel{M_0} - \frac{2'7}{3}M_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow 0 = (4'5\cdot 2'7 - 1'5\cdot 2'7^2) - 0'9M_1 \Rightarrow M_1 = 1'35 \text{ kNm}$ ✓

$M^+_{max} = M(1'35) = 2'73 \text{ kNm}$

Tramo 1-2:



$M_{iso}(x) = 4'5x - 1'5x^2$

$M(x) = -1'35 + \left(4'95 - \frac{M_2}{3}\right)x - 1'5x^2 = -1'35 + 4'95x - \frac{M_2}{3}x - 1'5x^2$

$M(2'7)=0 \Rightarrow -1'35 + 4'95\cdot 2'7 - \frac{M_2}{3}2'7 - 1'5\cdot 2'7^2 = 0 \Rightarrow$

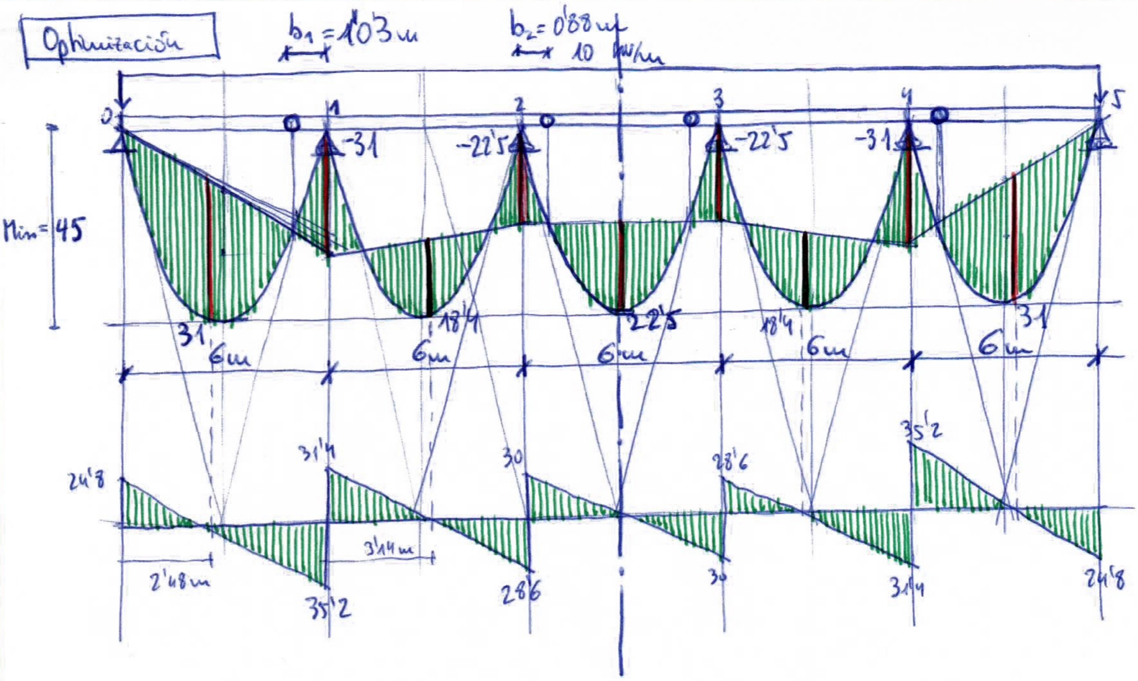
$\Rightarrow \boxed{M_2 = 1'2 \text{ kNm}}$

Otra forma: $M(2'7)=0 = M_{iso}(2'7) - \left(1-\frac{2'7}{3}\right)(+1'35) - \frac{2'7}{3}M_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 0 = (4'5\cdot 2'7 - 1'5\cdot 2'7^2) - 0'1(+1'35) - 0'9M_2 \Rightarrow M_2 = 1'2$ ✓

$M^+_{max} = M(1'52) = 2'10 \text{ kNm}$

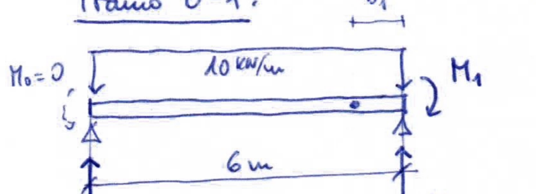
Optimización



Ejercicio

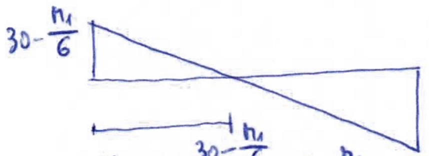
Calcular la posición de las rótulas para que la viga continua sea una viga Gerber (isostática) y para que el perfil empleado sea el mínimo (ley de momentos optimizada, es decir, igualar M^+_{max} y M^- en el mayor número de vanos).

Tramo 0-1:



$10\cdot\frac{6}{2} - \frac{M_1}{6} = 30 - \frac{M_1}{6} = 24'8$ $\qquad$ $30 + \frac{M_1}{6} = 35'2$

$a_1 = L - b_1$ $\qquad$ b_1



$$x_{max} = \frac{30 - \frac{M_1}{6}}{10} = 3 - \frac{M_1}{60} = 2'48$$

$$M_{iso}(x) = 30x - 5x^2$$

$$M(x) = 30x - \frac{M_1}{6}x - 5x^2$$

$$M(a_1) = 0 \Rightarrow 30a_1 - \frac{M_1}{6}a_1 - 5a_1^2 = 0$$

Condición: $M^+_{max} = M_1$

$$M^+_{max} = M(x_{max}) = M\left(3 - \frac{M_1}{60}\right) = 30\left(3 - \frac{M_1}{60}\right) - \frac{M_1}{6}\left(3 - \frac{M_1}{60}\right) - 5\left(3 - \frac{M_1}{60}\right)^2 =$$

$$= 90 - \frac{M_1}{2} - \frac{M_1}{2} + \frac{M_1^2}{360} - 5\left(9 + \frac{M_1^2}{3600} - \frac{M_1}{10}\right) =$$

$$= 90 - M_1 + \frac{M_1^2}{360} - 45 - \frac{M_1^2}{720} + \frac{M_1}{2} = \frac{M_1^2}{720} - \frac{M_1}{2} + 45$$

$$M^+_{max} = M_1 \Rightarrow \frac{M_1^2}{720} - \frac{M_1}{2} + 45 = M_1 \Rightarrow \frac{M_1^2}{720} - \frac{3}{2}M_1 + 45 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_1^2 - 1080M_1 + 32400 = 0 \Rightarrow M_1 = \frac{1080 \pm \sqrt{1080^2 - 4\cdot 32400}}{2} = \begin{cases} 1049. \text{ No} \\ \boxed{31 \text{ kNm}} \simeq \frac{qL^2}{11'66} \simeq \boxed{0'69\cdot M_{iso}} \end{cases}$$

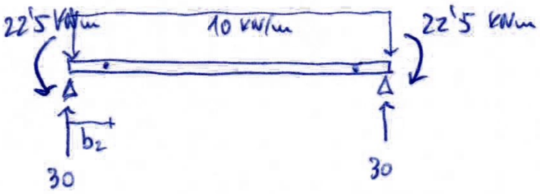
Luego $b_1 = L - a_1$ donde a_1 satisface $30a_1 - \frac{31}{6}a_1 - 5a_1^2 = 0 \Rightarrow 30 - \frac{31}{6} - 5a_1 = 0 \Rightarrow a_1 = 4'97\text{m} \Rightarrow$

$\Rightarrow b_1 = 6 - 4'97 = 1'03 = \boxed{0'17L}$

> En un tramo de viga apoyada-rígida, la rótula que causa que los máximos positivos y negativos se iguale hay que colocarla a $\boxed{0'17L}$ del extremo rígido, y los momentos máximos tienen valor $\boxed{0'69\cdot M_{iso} \simeq \frac{qL^2}{11'66}}$

Por simetría, vamos a intentar garantizar que en el vano central haya optimización de momentos. Después, el vano 1-2 (y 3-4) no podremos optimizarlo, viene dado por los resultados de haber optimizado 0-1 y 2-3.

<u>Tramo 2-3:</u> Se podría proceder de análoga forma al 0-1, pero por simetría se ve claro que la línea de cierre debe ser horizontal y que los momentos máximos deben ser igual a la mitad del isostático: $|M^+_{max}| = |M^-| = \boxed{\frac{M_{iso}}{2} = \frac{qL^2}{16}}$. Sólo queda calcular la posición de la rótula (también simétrica



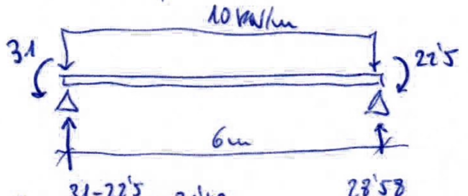
$$M_2 = M_3 = \frac{qL^2}{16} = 22'5 \text{ kNm}$$

$$M(x) = -22'5 + 30x - 5x^2 \; ; \; M(b_2) = 0 = -22'5 + 30b_2 - 5b_2^2 \Rightarrow b_2 = \frac{-30 \pm \sqrt{30^2 - 4 \cdot 5 \cdot 22'5}}{2(-5)} = \begin{cases} 0'88 \text{ m} \\ 5'12 \text{ m} \end{cases}$$

$b_2 = 0'88\text{m} \simeq \boxed{0'15L}$

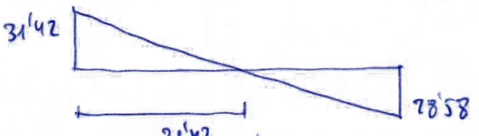
> En un tramo de viga rígida-rígida, la rótula que causa que los momentos máximos positivos y negativos se iguale hay que colocarla a $\boxed{0'15L}$ de uno de los extremos, y los momentos máximos tienen valor $\boxed{0'5 \cdot M_{iso} = \frac{qL^2}{16}}$

Sólo queda calcular M^+_{max} en el tramo 1-2:



$$M^+_{max} = M(x_{max}) = M(3'142) = -31 + 31'42 \cdot 3'142 - \frac{10}{2} 3'142^2 = 18'4 \text{ kNm}$$

$30 + \frac{31-22'5}{6} = 31'42$



$x_{max} = \frac{31'42}{10} = 3'142$