

## OBTENCIÓN GRÁFICA DE REACCIONES MEDIANTE FUNICULAR

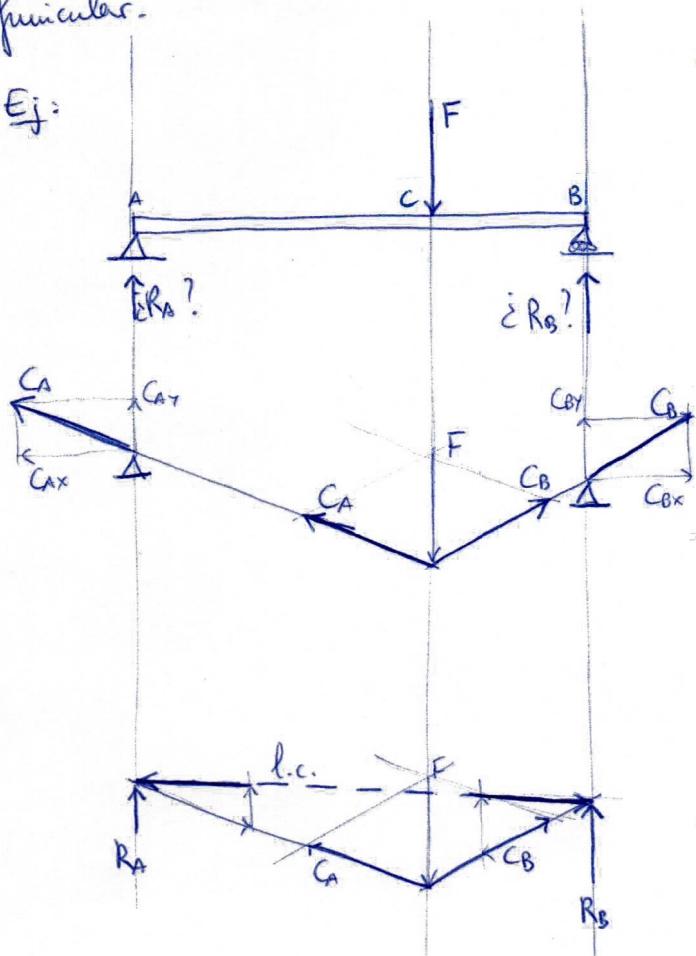
Es necesario usar el funicular para obtener gráficamente las reacciones de una estructura cuando todas las fuerzas actuantes, incluyendo las reacciones, son paralelas.

Es opcional cuando las fuerzas son paralelas pero no incluyendo a las reacciones.

La estrategia es obtener una estructura equivalente, compuesta de cables y puntal trabajando solo a solicitación axial, y que tenga las mismas reacciones que la estructura original.

Para obtener la forma de esta estructura análoga se requiere de la construcción del funicular.

Ej:



Al ser la fuerza  $F$  vertical y también solo  $R_B$ , no queda más remedio a  $R_A$  que ser vertical. Por ello no existe intersección entre los rectos de acción de  $F$  y de  $R_B$ , y no se pueden hallar las reacciones mediante un polígono de fuerzas simple.

Un funicular simple de la fuerza  $F$  tendría reacciones de cable, inclinadas. Debe quedar claro que las reacciones de la viga no son las proyecciones verticales de las reacciones de cable:  $R_A \neq C_{Ay}$ ;  $R_B \neq C_{By}$  (además de que estas proyecciones dependen del funicular que se elija).

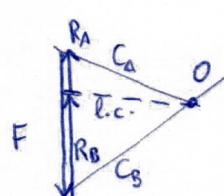
Sin embargo, las proyecciones horizontales ( $C_{Ax}$ ,  $C_{Bx}$ ), que constituyen los empujes del sistema, sí que coinciden; de otra forma no se cumpliría  $\sum F_x = 0$ :

$$C_{Ax} = C_{Bx}$$

Si se ~~añade~~ un punto superior comprimido a este cable, se tiene una estructura autocompensada de lamas o cable trabajando solo a esfuerzo axial. Este punto recoge todo el empuje horizontal sea cual sea su inclinación, y por tanto las reacciones del sistema son las mismas que las de la viga original (solo verticales).

Al punto superior se le llama "línea de cierre".

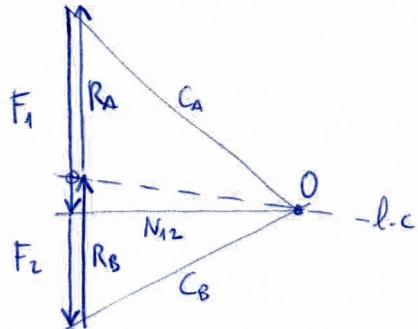
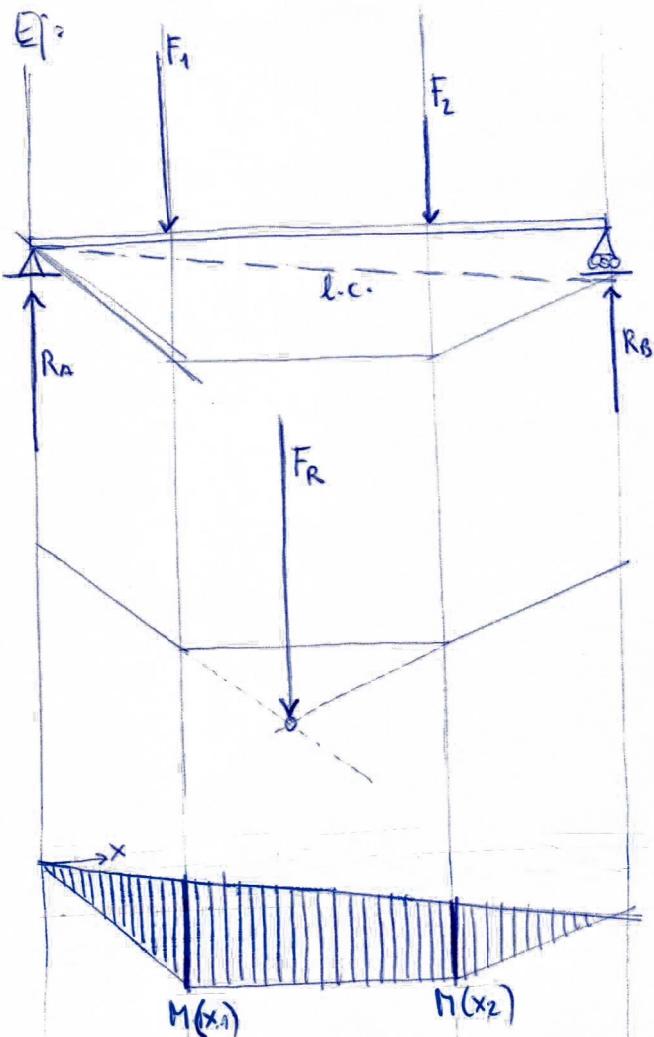
El polígono de cargas del sistema es:



El polígono de fuerzas verticales es cerrado (colapsado en una línea) y representa el equilibrio de fuerzas de la viga, recordando de izquierda a derecha en esta secuencia:

$$F \rightarrow R_B \rightarrow R_A \rightarrow F \dots$$

Por tanto: para hallar las reacciones de una viga cuyas fuerzas y reacciones son todas paralelas, se debe construir un trináculo cerrado, y trazar una paralela a la línea de cierre por el polo O del polígonos de fuerzas. En la intersección de esta paralela con las fuerzas estará el punto que separa ambas reacciones.



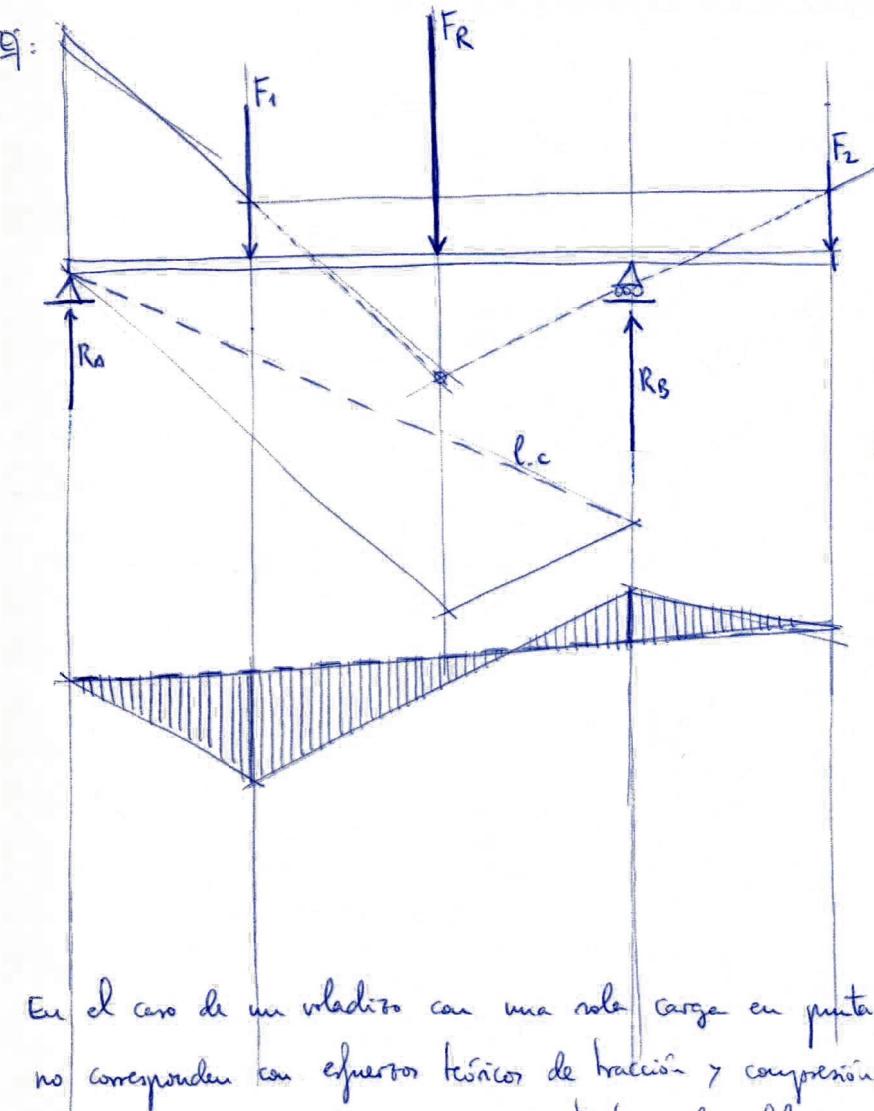
El polígonos (colapsado en linea) de fuerzas verticales se recorre de izquierda a derecha como:  
 $F_1 \rightarrow F_2 \rightarrow R_b \rightarrow R_a \rightarrow F_1 \dots$

Notese que el trináculo sirve también para hallar la posición de la resultante  $F_R$ , cuyo módulo no es más que la suma de los módulos de  $F_1$  y  $F_2$ .

Es importante recordar que la distancia vertical entre la línea de cierre y el trináculo corresponde con el diagrama de momentos de la viga.

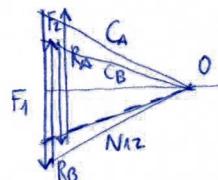
Cuando no todas las fuerzas se encuentran situadas entre las dos reacciones, es necesario hallar la resultante previamente. Esta fuerza, aunque quede sobre la viga en una posición no intermedia entre las reacciones, ni que se considere siempre intermedio a efectos de su lugar dentro del polígonos de fuerzas.

Primero se construye un trináculo de las cargas originales (sin las reacciones), se halla la resultante y se construye un segundo trináculo con línea de cierre para hallar las reacciones.



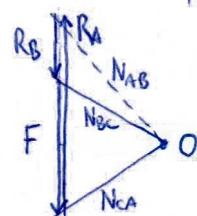
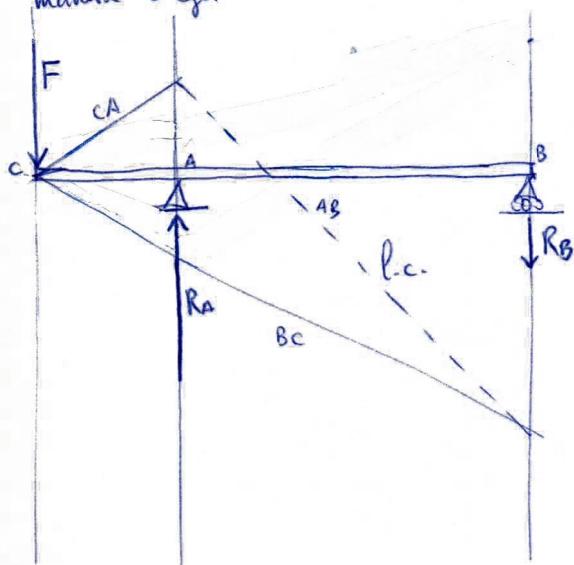
Para hallar la ley de momentos de la viga original, hay que construir un momento principal con su correspondiente polígono de cargas en orden:

$$F_1 \rightarrow R_B \rightarrow F_2 \rightarrow R_A \rightarrow F_1 \dots$$



En el caso de un voladizo con una sola carga en punta, el principal y la linea de cierre no corresponden con esfuerzos técnicos de tracción y compresión, respectivamente. Se recomienda no hacer ninguna analogía con una estructura de cables y puntas, y seguir el procedimiento de

mánera "ciego":

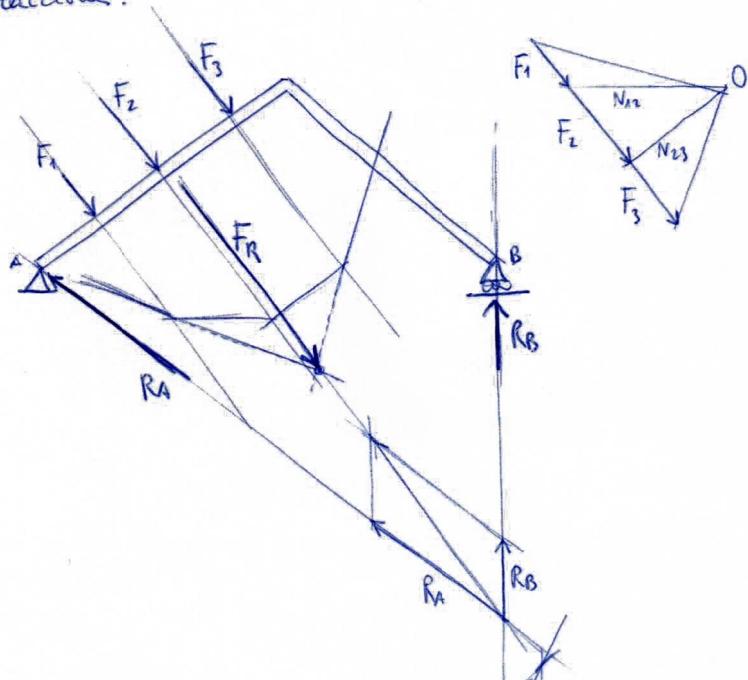


Si la viga se recorre en el sentido  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow \dots$ , el polígono de fuerzas se construye colocando  $F$  y un polo arbitrario. La fuerza que une el origen de  $F$  con  $O$  será la fuerza del tramo de principal "antes de  $C$ ", que es donde está aplicada la fuerza. Por tanto, entre  $B$  y  $C$  se hará paralela a  $N_{AC}$ , y análoga con el tramo  $CA$  ("después de  $C$ "). La linea de cierre se obtiene en una posición en que no une los extremos.

(Notese que la construcción gráfica tendría el significado habitual de cable traccionado y puntal comprimido si se mira cabete abajo, como una viga con carga vertical  $R_A$  y apoyada en  $C$  y en  $B$ ).

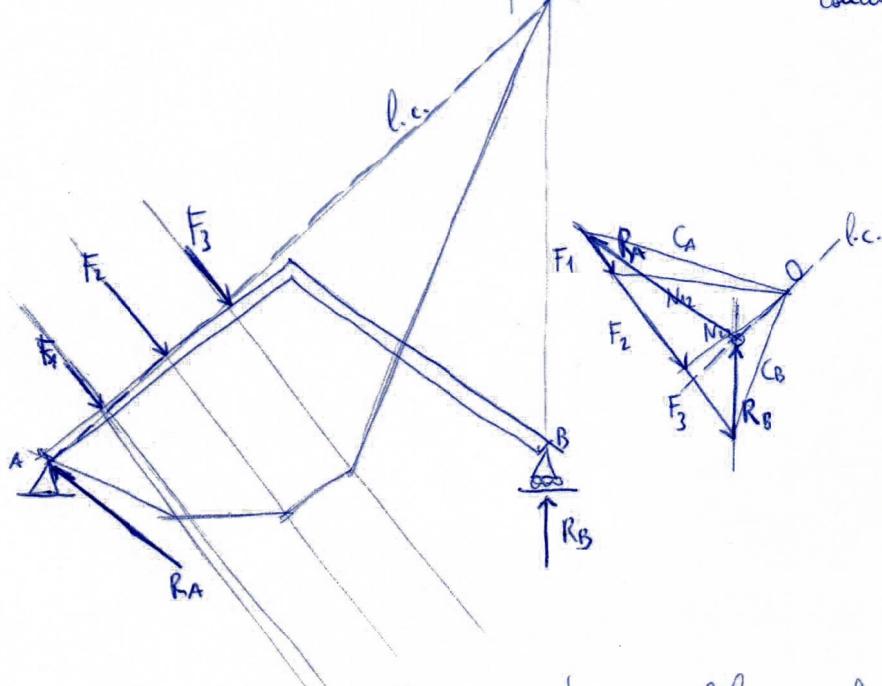
Finalmente, en el caso en que las fuerzas sean paralelas entre sí pero no sean también paralelas ambas reacciones, se puede utilizar el principio de los momentos para hallar las reacciones.

Ej:



### SOLUCIÓN 1

Hallar la fuerza inclinada mediante un principio sólo de las cargas. Una vez hallada la resultante  $F_R$ , se aplica el teorema de los tres fuerzas con las dos reacciones  $R_A$  y  $R_B$ , conociendo que la línea de acción de  $R_B$  es vertical y sabiendo que las tres fuerzas deben ser concurrentes.



### SOLUCIÓN 2

Se construye un principio de todos los cargas, que pasa por A (puesto que sólo se conoce que la reacción en A pasa por en punto, sin saber en qué dirección) y por la vertical de B (que no se conoce que es su línea de acción).

Una vez hallada la línea de ciere, se traza paralela por el polo O del polígonos. Como se conoce la dirección vertical de  $R_B$ , se traza vertical por el final de  $F_3$  (puesto que el orden de las fuerzas en la viga es  $F_1 \rightarrow F_2 \rightarrow F_3 \rightarrow R_B \rightarrow R_A \rightarrow F_1 \dots$ ) y donde corte a la paralela a la línea de ciere, ahí está la unión entre  $R_B$  y  $R_A$  (fin de  $R_B$  e inicio de  $R_A$ )