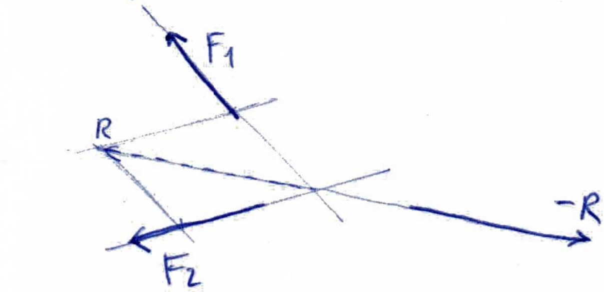
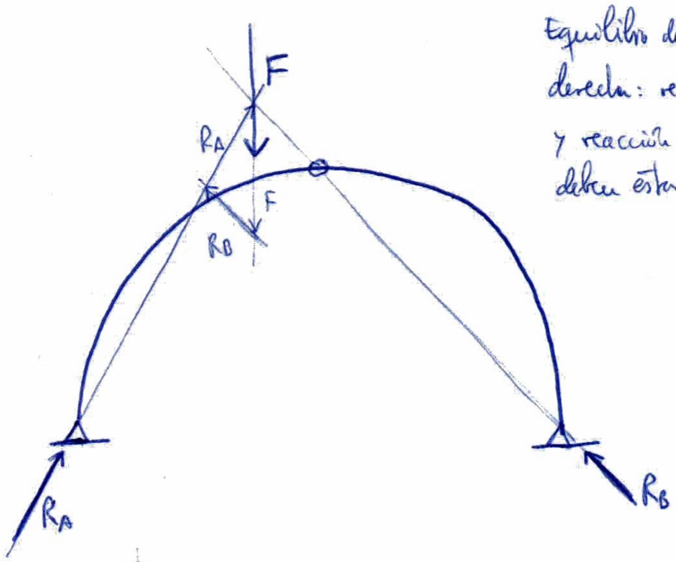
GEOMETRÍA FUNICULAR

1. POLÍGONO DE FUERZAS

• Teorema de las 3 fuerzas: 3 fuerzas en equilibrio en el plano no paralelas han de ser concurrentes.

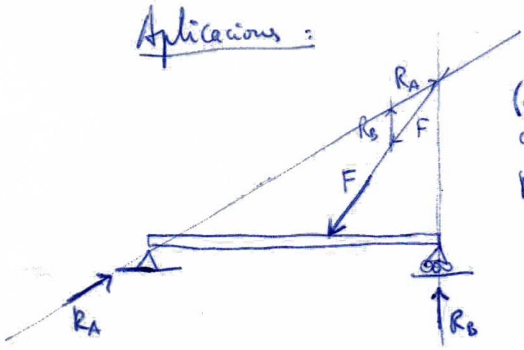
(2 fuerzas están en equilibrio con la opuesta de su resultante, que pasa por punto concurrencia).





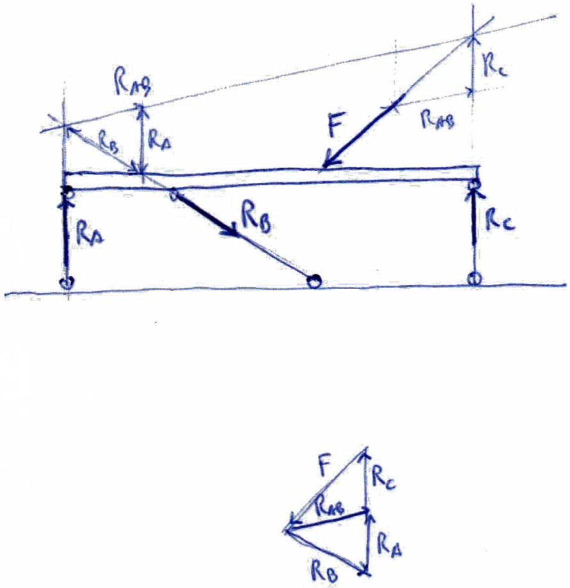
Equilibrio de parte derecha: reacción y reacción articulación deben estar alineadas.

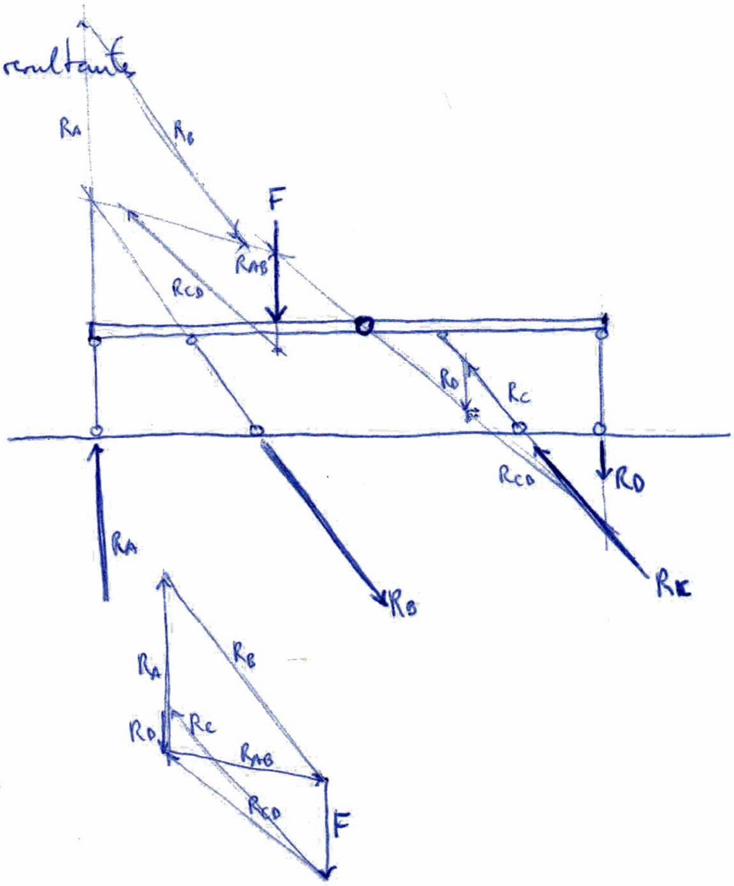
Aplicaciones:



(sólo con carga no paralela al apoyo)

Cuando hay más de 3 fuerzas, se opera con resultante





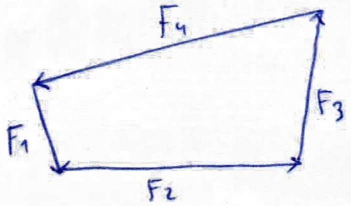
- <u>Ecuaciones de equilibrio</u>

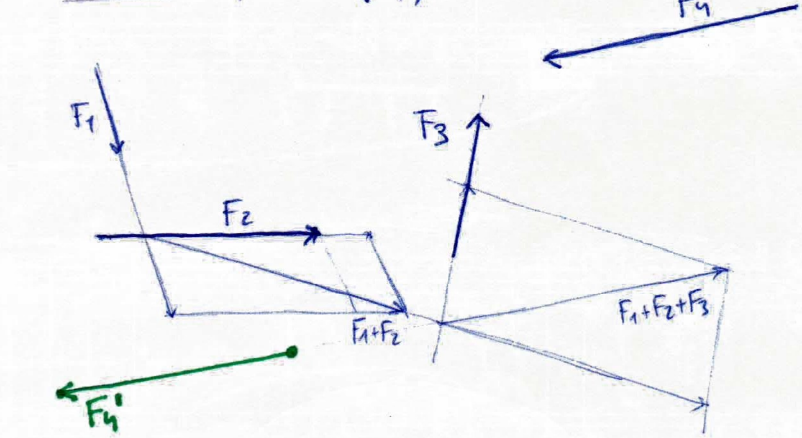
$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{array} \right\} \longrightarrow$ Polígono cerrado

$\Sigma M = 0 \longrightarrow$ Concurrentes en el último paso

No concurrentes ⇒ Par de fuerzas (F_4)
Concurrentes → equilibrio: (F_4')

Ej:

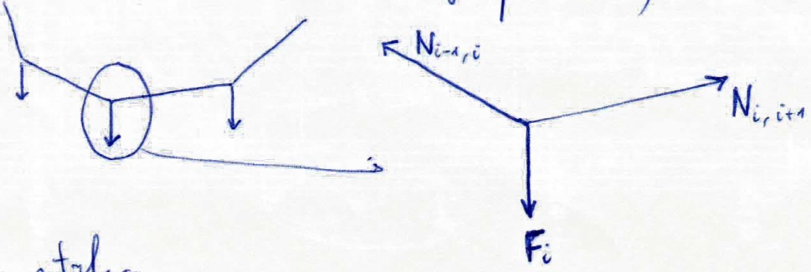




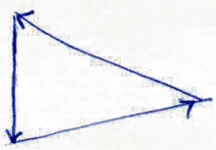
2. FUNICULAR

Cable modifica su forma para encontrar equilibrio (mínima energía potencial). Sólo tracción

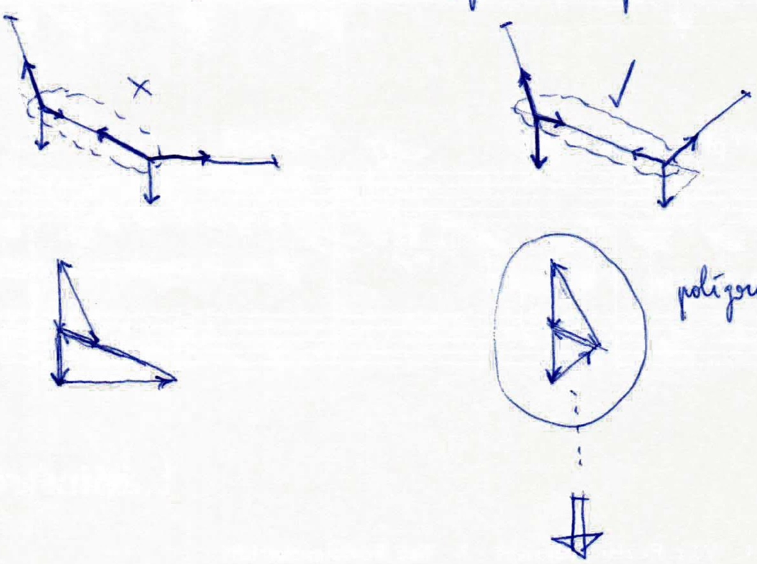
- <u>Equilibrio de nudos</u>:



Cualquier forma de cable satisface esta condición, pero...



- <u>Compatibilidad</u>: tramos se alargan lo mismo (igual axil por ambos lados)



polígonos adyacentes

⇓

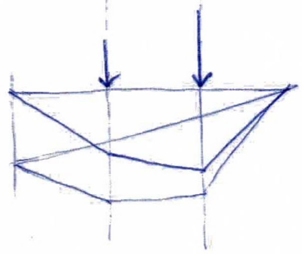
<u>POLÍGONO FUNICULAR</u>:

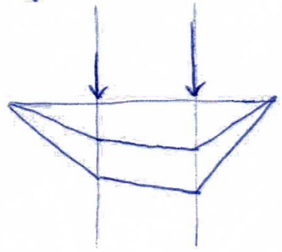
Sistematizar equilibrios de nudos

• <u>Polígono funicular</u>: Forma que adoptaría un cable inextensible sin peso sometido a conjunto fuerzas.

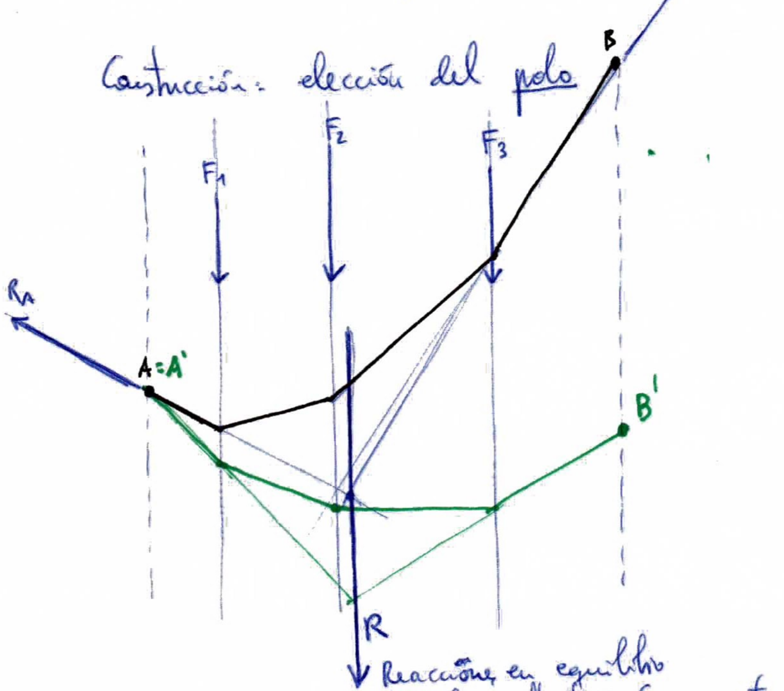
Hay infinitos funiculares, que dependen de:

- Inclinación (posición apoyos)
- Longitud (descuelgue)

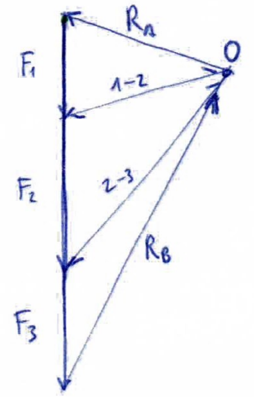


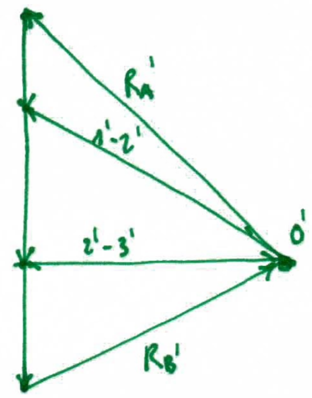


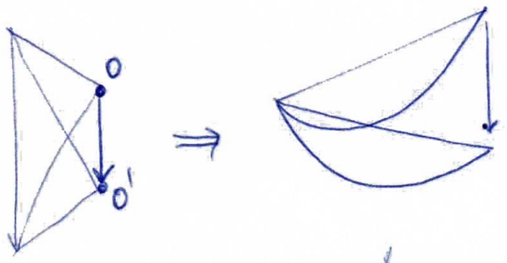
Construcción: elección del <u>polo</u>

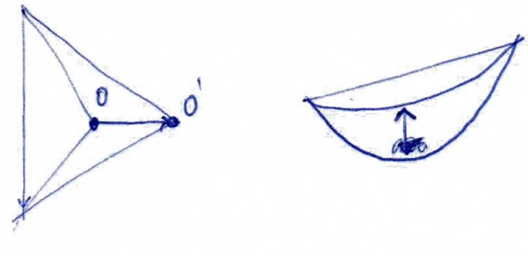


Reacciones en equilibrio con la resultante ⇒ Concurrentes

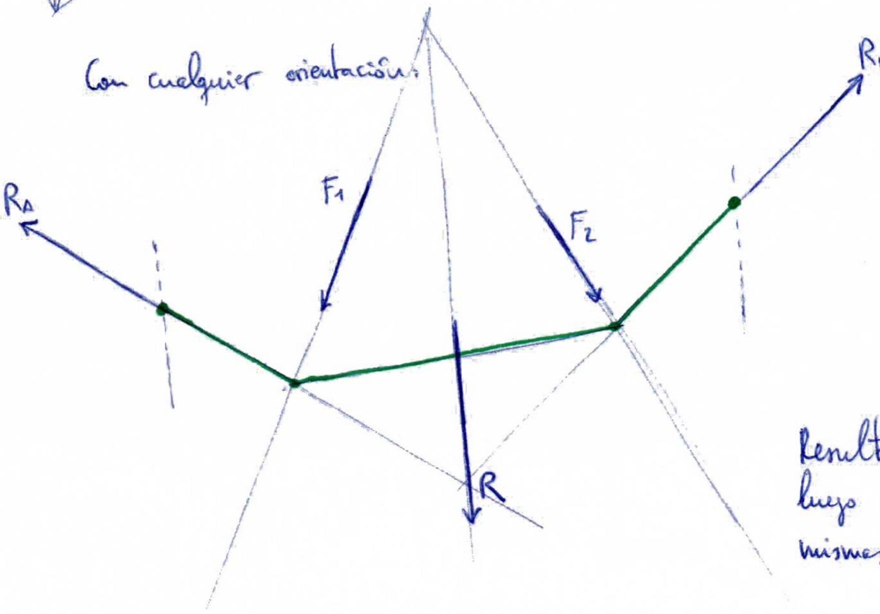


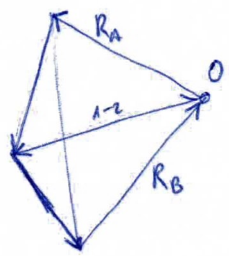






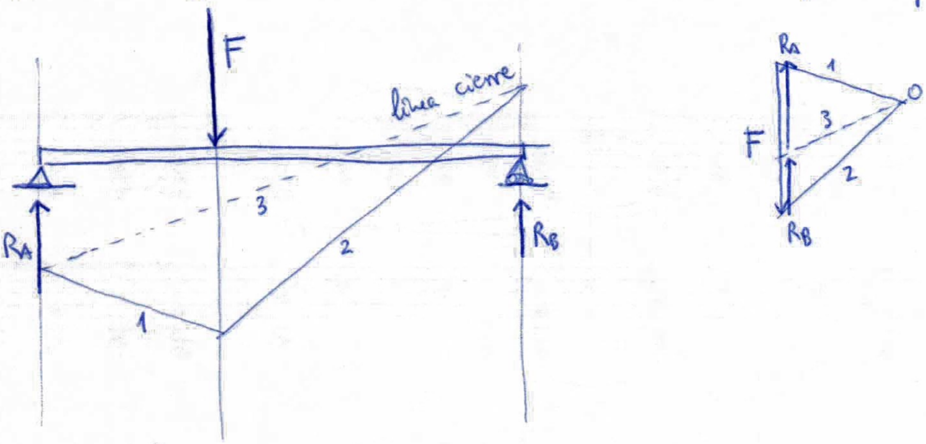
Con cualquier orientación:

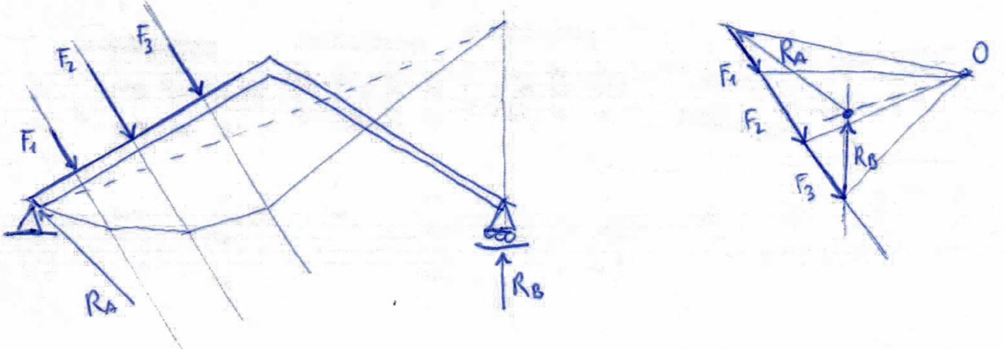




Resultante en equilibrio con las reacciones, luego se sitúa en la intersección de las mismas (teorema de las 3 fuerzas)

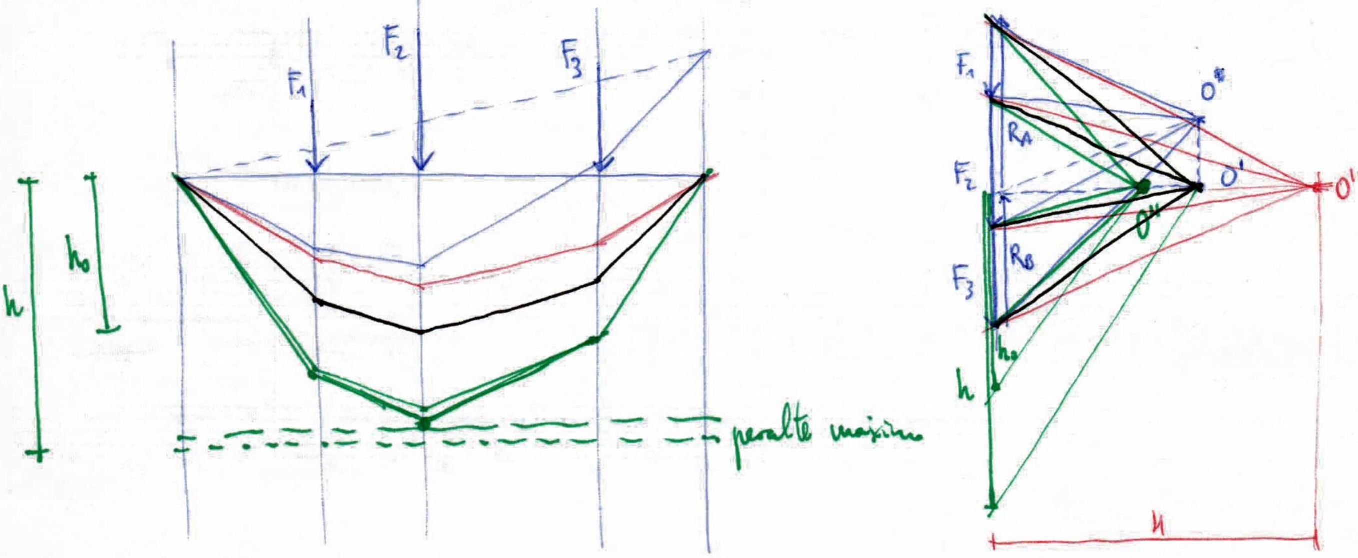
• Aplicaciones funicular: Cálculo de reacciones con fuerzas paralelas





3. FUNICULAR SUJETO A RESTRICCIONES GEOMÉTRICAS O MECÁNICAS

• Funicular con extremos fijos (infinito) (línea cierre horizontal)



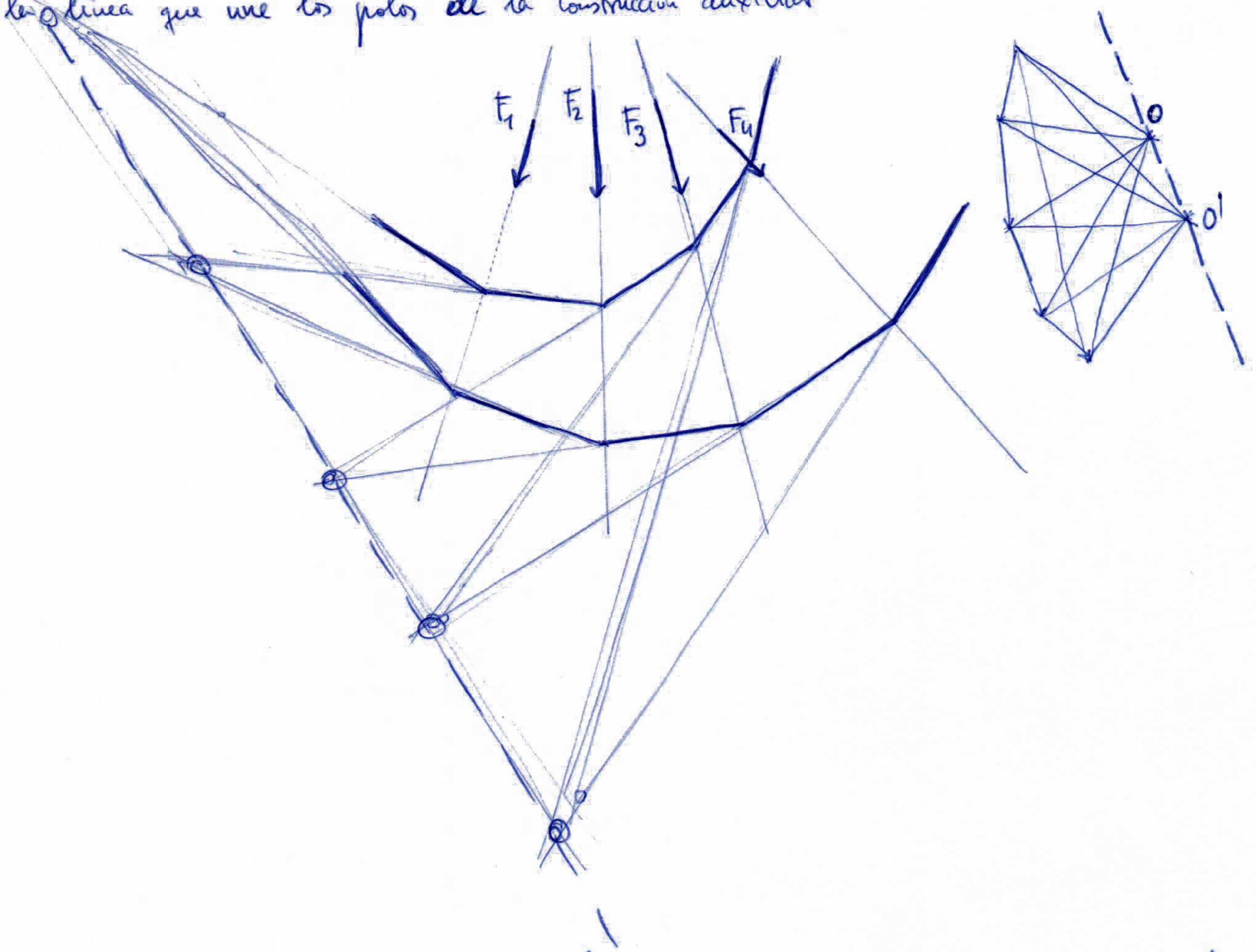
• Funicular con extremos fijos y peralte máximo (verde anterior) (línea cierre horizontal)

Único

• Funicular con extremos fijos y empuje máximo (rojo anterior) (línea cierre horizontal)

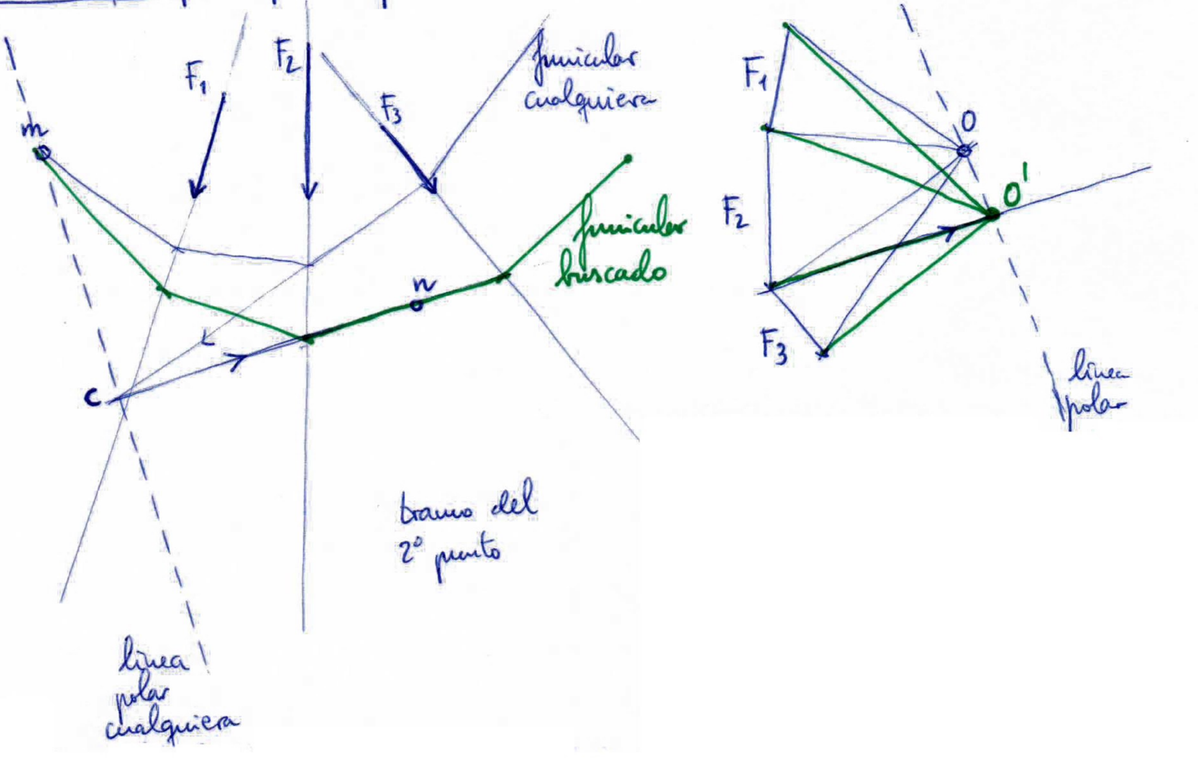
Único

Teorema de la línea polar: En ~~todos~~ dos funiculares posibles para un sistema de fuerzas, sus tramos análogos convergen en puntos situados sobre una recta que es paralela a la línea que une los polos de la construcción auxiliar



Usando este teorema se pueden hallar funiculares que pasan por 2 o 3 puntos fijos con cualquier orientación de cargas y líneas de cierre.

- Funicular que pasa por 2 puntos: caso general (infinitas soluciones)



1) Se elige un polo auxiliar cualquiera (O) y se construye el polígono de fuerzas

2) Se construye el funicular auxiliar pasando por el 1^{er} punto (m)

3) Se traza una línea polar cualquiera por m

4) En el grafo auxiliar, se traza paralela por O a la línea polar

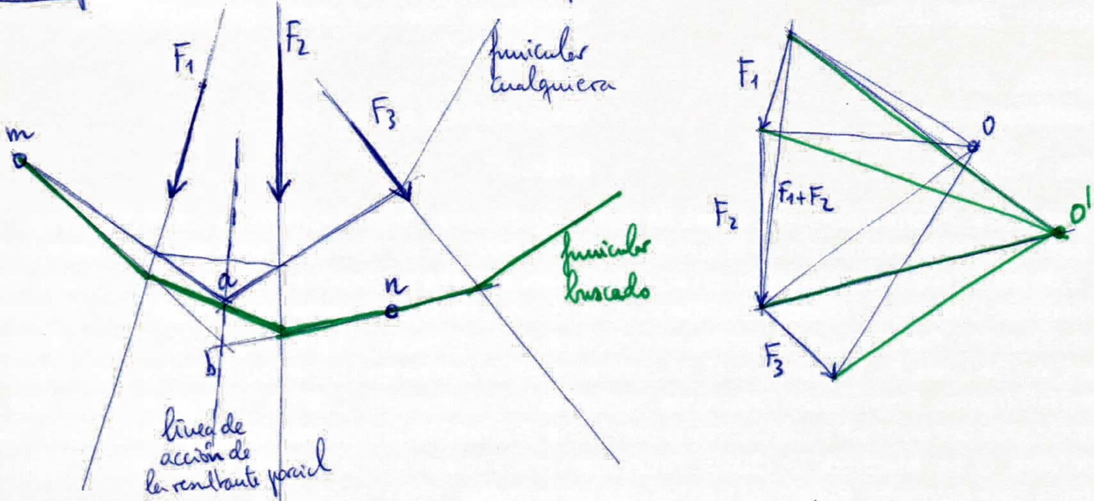
5) Se identifica el tramo de funicular correspondiente al 2º punto (n), y se prolonga hasta la línea polar (punto de corte c)

6) Desde c se traza recta pasando por n, obteniéndose el tramo análogo del nuevo funicular

7) En el polígono de fuerzas, se traza paralela a ese tramo desde el ~~[illegible]~~ punto compartido por las 2 fuerzas que determinan el tramo. Esa recta corta a la paralela a la línea polar en el nuevo polo O'

8) Se construye el nuevo polígono de fuerzas respecto del nuevo polo O' y se traza el funicular buscado, que debe pasar por m y por n.

<u>Otra forma</u>: mediante resultantes parciales.



El funicular no tiene por qué ser el mismo que el obtenido con el anterior método, hay infinitas soluciones.

1) Se elige polo auxiliar O, se construye polígono y se traza funicular por m

2) Se identifica el tramo correspondiente al 2º punto (n) y se identifican las fuerzas que quedan entre ambos tramos (el correspondiente a m y a n)

3) Se obtiene en el polígono la resultante de ese subconjunto de fuerzas

4) En el funicular, se prolongan los tramos correspondientes a m y n hasta cortarse en a, que es el punto de paso de la resultante del subconjunto de fuerzas

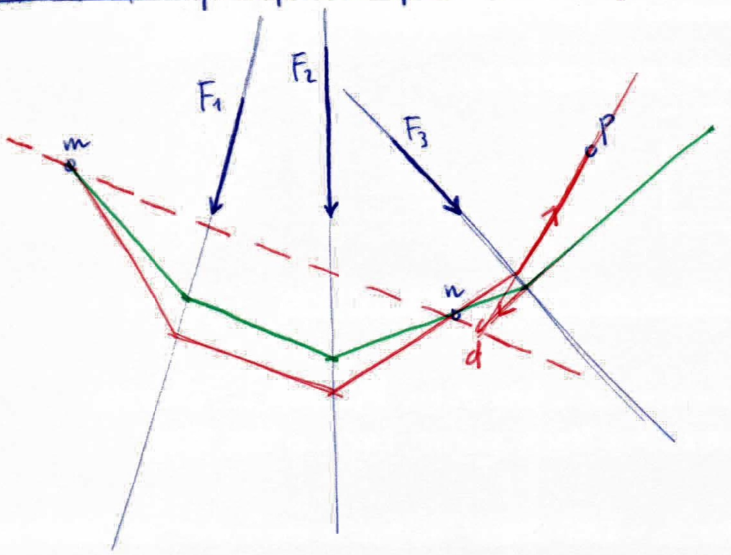
5) Por a, se traza la dirección de dicha resultante y se escoge un punto cualquiera $b \neq a$

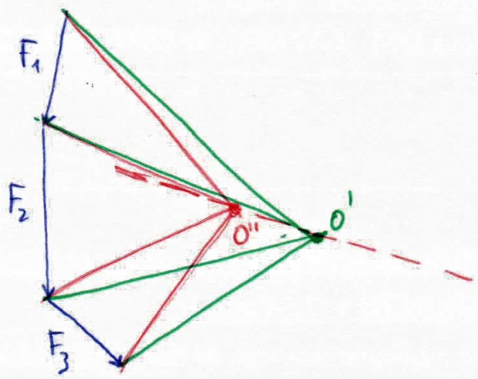
6) Se une b con m y con n, marcando los nuevos tramos de funicular correspondientes

7) En el polígono, se trazan paralelas a $\overline{mb}$ y $\overline{nb}$ por el inicio y final de la resultante parcial

8) En el corte de las anteriores paralelas se encuentra el nuevo polo O'. Se construye polígono y funicular

• <u>Funicular que pasa por 3 puntos</u>: caso general (solución única)





0) Hallar funicular que pasa por m y n mediante cualquiera de los métodos

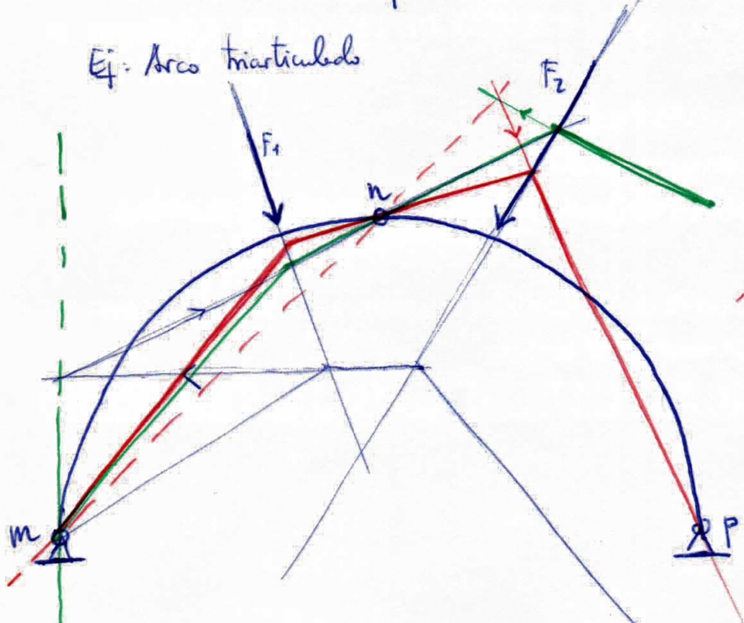
1) Trazar nueva línea polar por m y n, y paralela por O' en el polígono

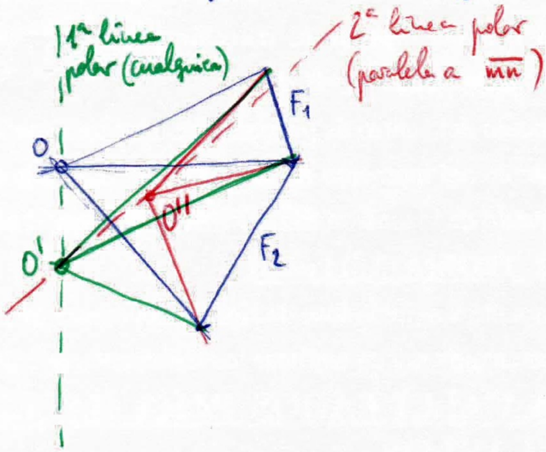
2) Identificar tramo correspondiente a p (3er punto), y prolongar tramo de funicular hasta la línea polar (punto d)

3) Trazar $\overline{dp}$ (nuevo tramo del funicular buscado) y paralela en el polígono desde el final de la fuerza inicial del tramo

4) Nuevo polo O'' se encuentra en la intersección de la paralela a $\overline{dp}$ y la paralela a la línea polar, en el polígono. Con nuevo polo O'' se traza funicular buscado

Ej: Arco triarticulado



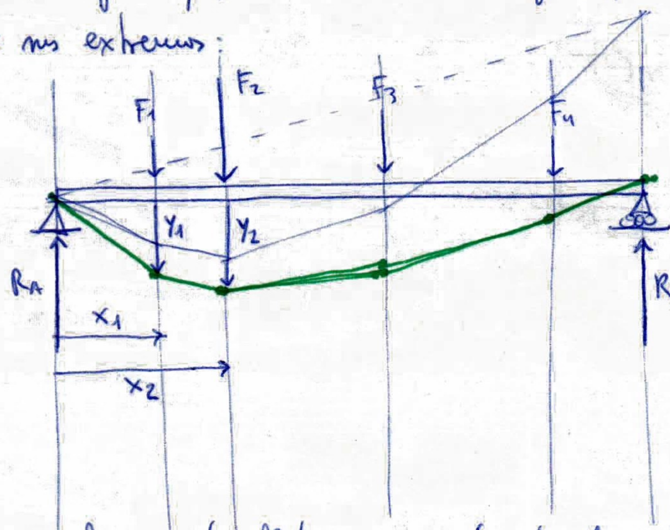


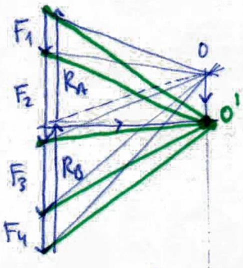
(En este ejemplo se puede observar que el funicular es el "camino directo" de las fuerzas de compresión hasta los apoyos, y la distancia en cada punto del arco hasta el funicular es la excentricidad con la que actúa ese axil dentro de la sección. Es decir, la distancia vertical entre el arco y el funicular es proporcional al momento flector).

4. RELACIÓN ENTRE FUNICULAR Y DIAGRAMA DE MOMENTOS

Se demuestra que el funicular es una figura análoga al diagrama de momentos.

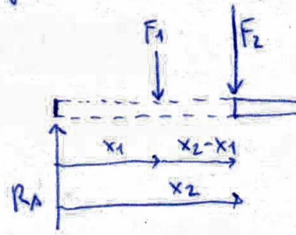
Se tiene una viga biapoyada sometida a cargas, y se construye ~~un~~ funicular que pase por sus extremos:





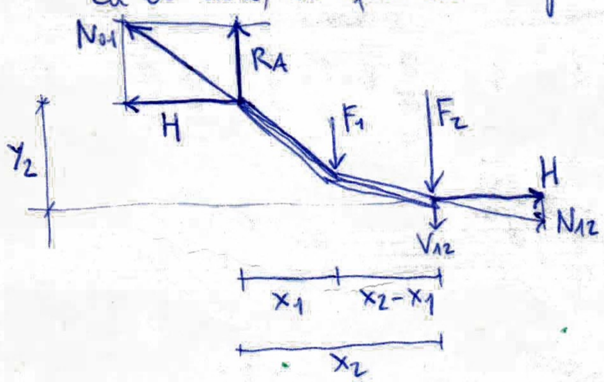
H (empuje horizontal) constante en todo el cable

En la viga, el momento flector en x_2 (punto de aplicación de F_2), es:



$$M(x_2) = R_A \cdot x_2 - F_1(x_2 - x_1)$$

En el cable, el equilibrio de ~~fuerzas~~ momentos a la izquierda de x_2 es:



$$\Sigma M_{x_2} = 0 \Rightarrow R_A \cdot x_2 - H \cdot y_2 - F_1(x_2 - x_1) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_A \cdot x_2 - F_1(x_2 - x_1) = H \cdot y_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M(x_2) = H \cdot y_2$$

Como H es constante en todo el cable ⇒

$$\Rightarrow \boxed{M(x) \propto y}$$

Momento flector proporcional al descuelgue del funicular