Acero:

Pandeo y dimensionado a flexocompresión

PANDEO

Deformación transversal
debida a
axil (longitudinal)

INESTABILIDAD

COMPROBACIONES ACERO

1. <u>ELU</u>

1.1 Resistencia

- Axil
- Momento(s)
- Cortante(s)
- Torsión

Pilares

1.2 Inestabilidad

- Pandeo
- Pandeo lateral

1.3 Efectos locales

- Abolladura
- Cargas concentradas

2. <u>ELS</u>

2.1 Deformación

- Flecha
- Horizontal

2.2 Vibración

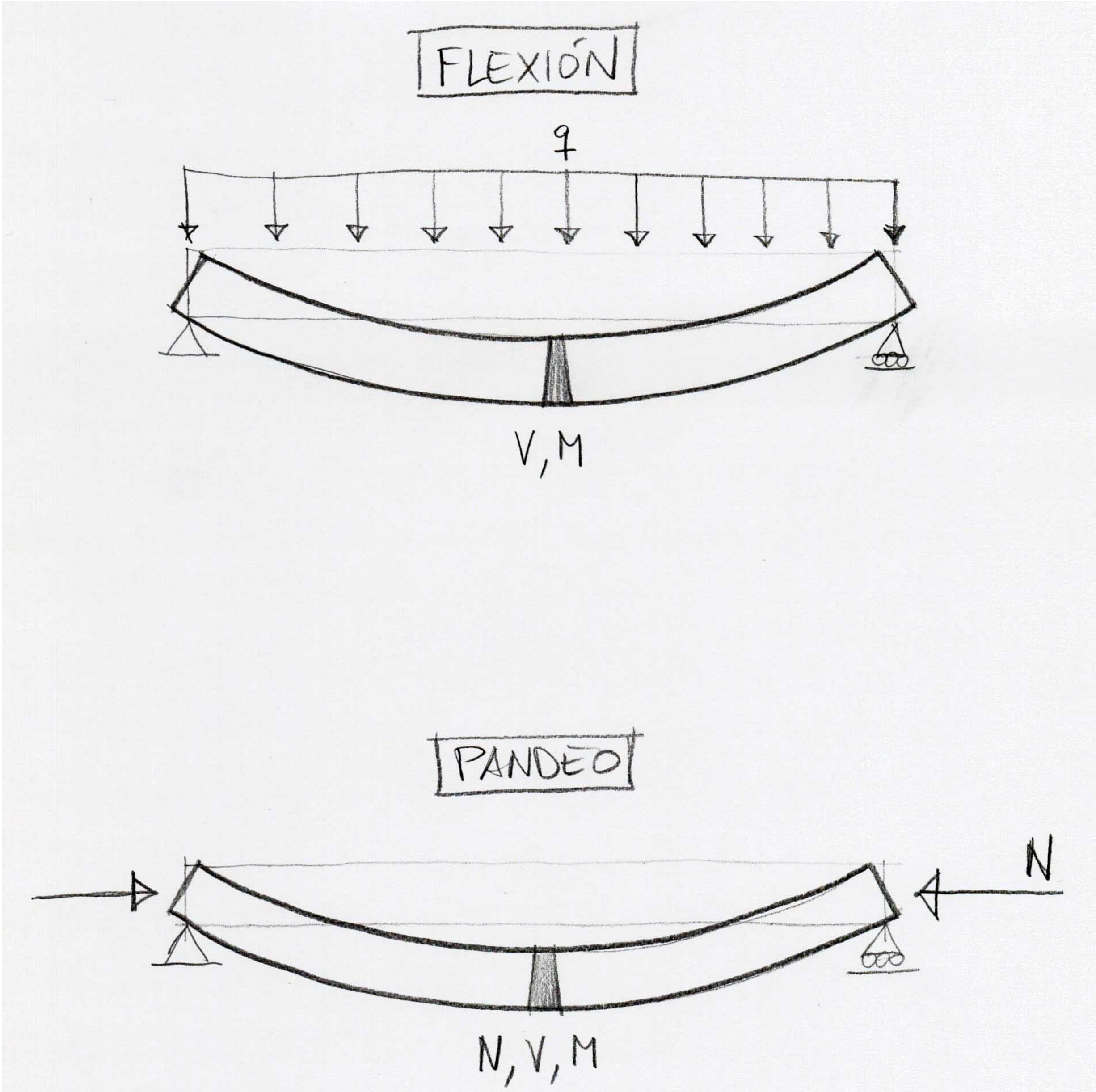
3. <u>NUDOS</u>

3.1 Uniones

3.2 Comprobación local

PANDEO ≠ FLEXIÓN

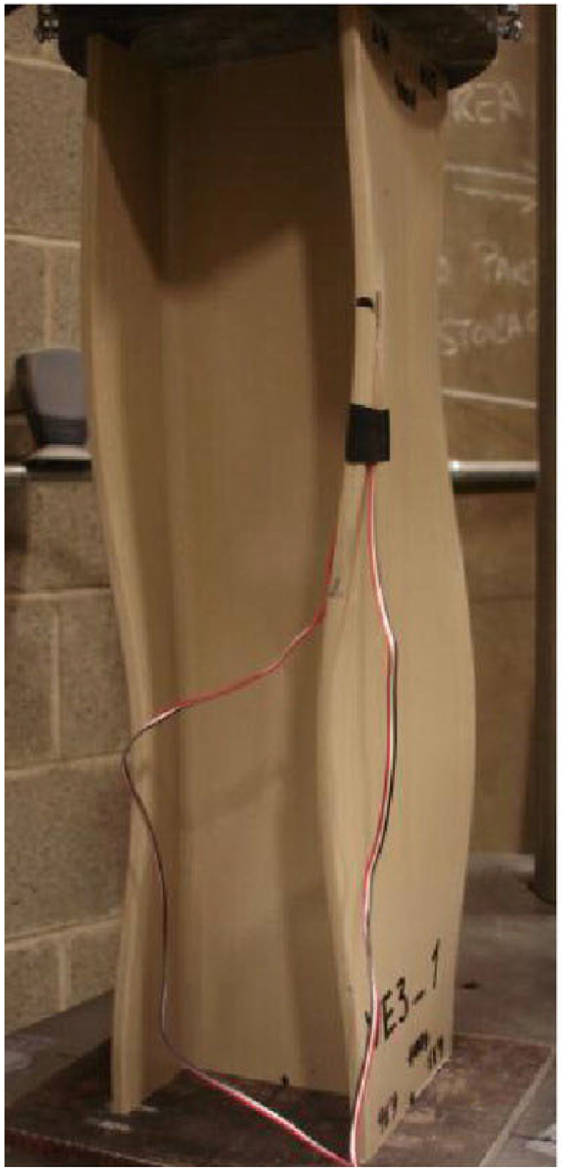
El pandeo <u>causa</u> flexión (M+V), pero no por cargas transversales



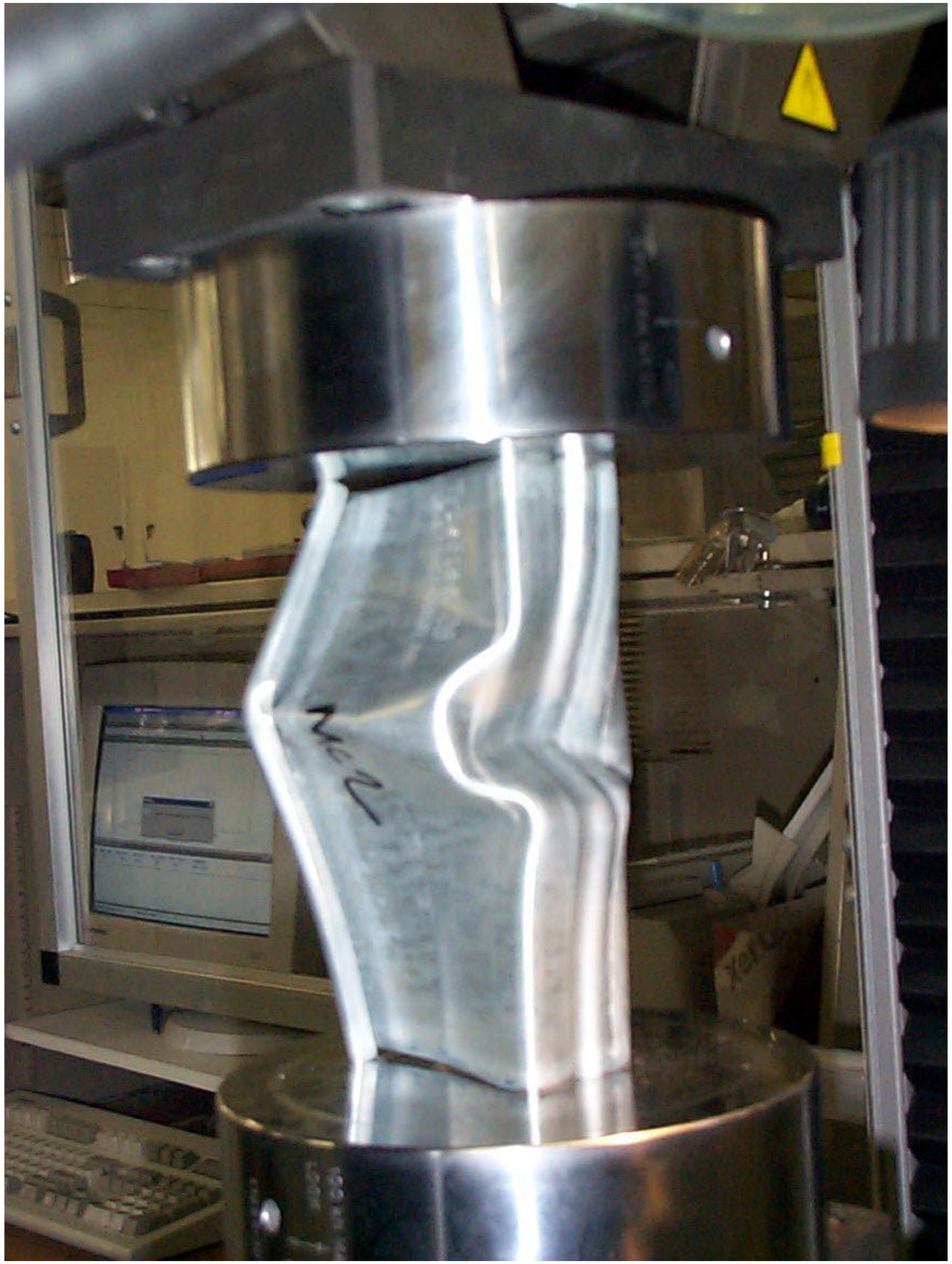
PANDEO ≠ FLEXIÓN

PANDEO ≠ FLEXIÓN

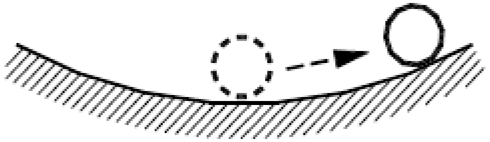
PANDEO ≠ FLEXIÓN



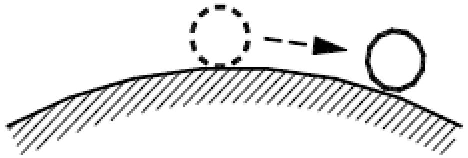
PANDEO ≠ FLEXIÓN



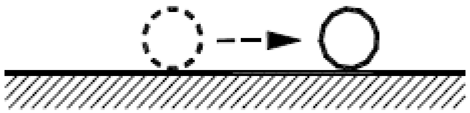
GENERALIDADES: TIPOS DE EQUILIBRIO



Equilibrio estable
Fuerzas actuantes devuelven a equilibrio

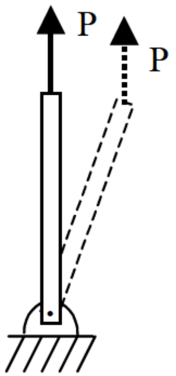


Equilibrio inestable
Fuerzas actuantes alejan de equilibrio

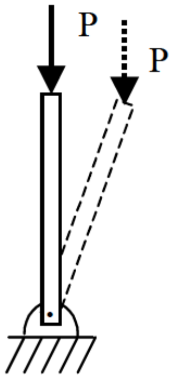


Equilibrio indiferente
Fuerzas actuantes llevan a nuevo equilibrio

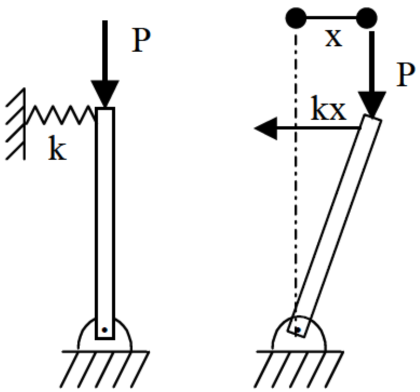
GENERALIDADES: TIPOS DE EQUILIBRIO



Equilibrio estable
Fuerzas actuantes devuelven a equilibrio

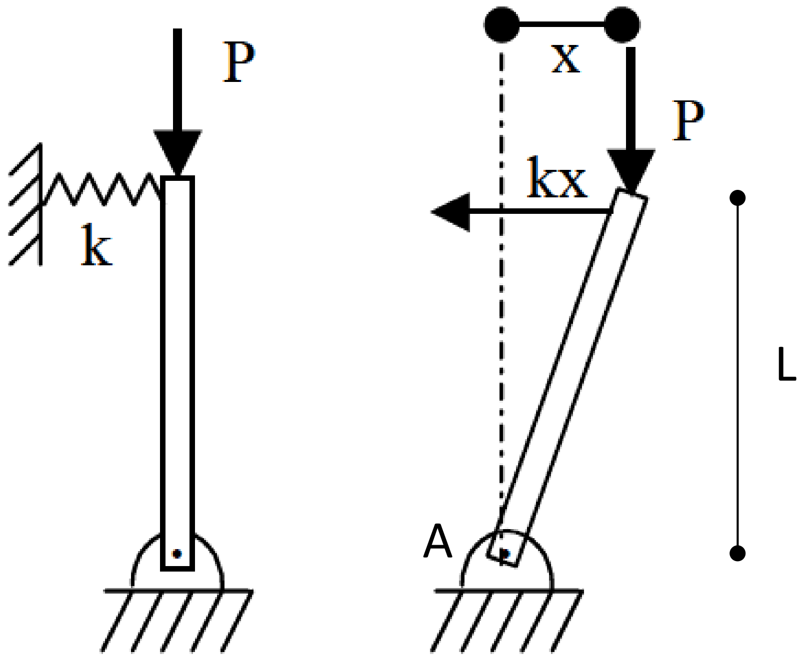


Equilibrio inestable
Fuerzas actuantes alejan de equilibrio



Equilibrio indiferente
Fuerzas actuantes llevan a nuevo equilibrio

GENERALIDADES: TIPOS DE EQUILIBRIO

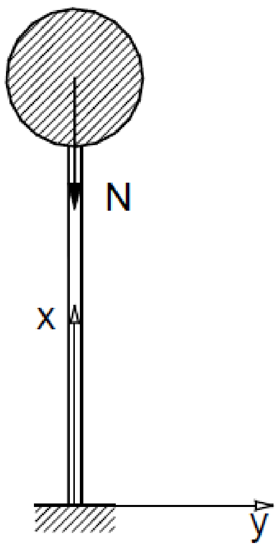


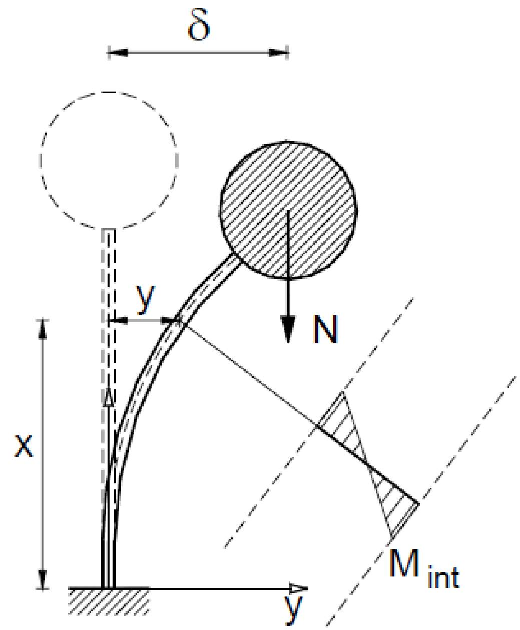
Equilibrio indiferente → $\Sigma M_A = 0$ → $P \cdot x = kx \cdot L$ → **$P = kL$**

$P < kL$ → Equilibrio estable
$P = kL$ → Equilibrio indiferente
$P > kL$ → Equilibrio inestable

INDEPENDIENTEMENTE DE x !!

GENERALIDADES: TIPOS DE EQUILIBRIO





$$M_{ext} = N \cdot (\delta - y)$$

$$M_{int} = E \cdot I \cdot \frac{d^2 y}{dx^2}$$

$M_{ext} < M_{int} \quad \Rightarrow$ equilibrio estable

$M_{ext} > M_{int} \quad \Rightarrow$ equilibrio inestable

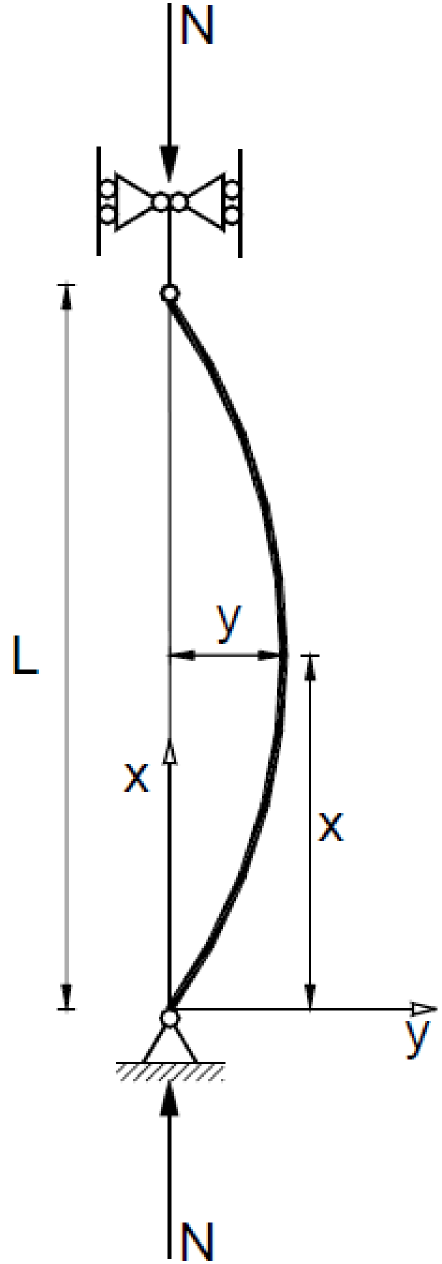
$M_{ext} = M_{int} \quad \Rightarrow$ equilibrio indiferente

N_{cr}: Axil crítico (independiente de δ)

PANDEO DE EULER

Leonhard Euler (1707 – 1783)

$$e^{i\pi}+1=0$$



PANDEO DE EULER

Momento exterior

$$M_{z,ext} = N \cdot y$$

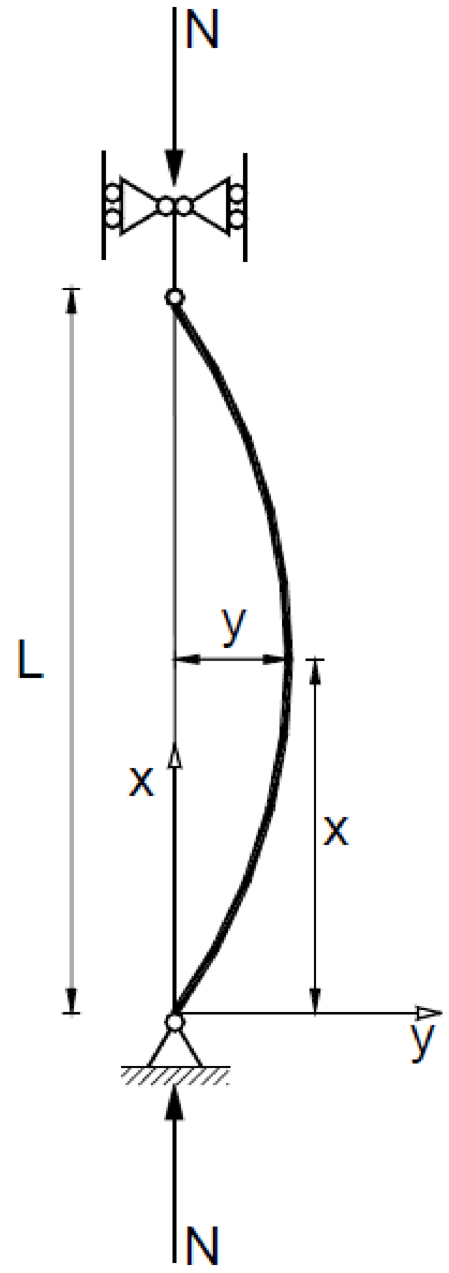
Momento interior

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{M_{z,int}}{E \cdot I_z}$$

Igualando $M_{z,ext} = M_{z,int}$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\boxed{\frac{N}{E \cdot I_z}} \cdot y \qquad k^2 = \frac{N}{E \cdot I_z}$$

$$\boxed{y'' + k^2 \cdot y = 0}$$



PANDEO DE EULER

$$\boxed{y''+k^2 \cdot y = 0}$$

La solución es de la forma

$$y = C_1 \cdot sen(k \cdot x) + C_2 \cdot cos(k \cdot x)$$

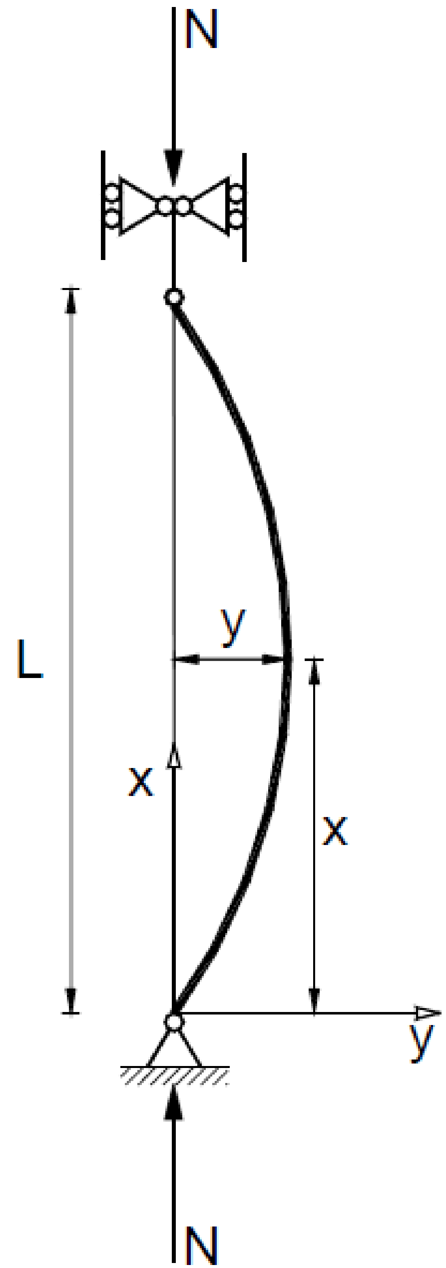
k es conocida; C_1 y C_2 a partir de contorno:

$$x = 0 \quad \rightarrow \quad y = 0 \quad \Rightarrow \quad C_2 = 0$$

$$x = L \quad \rightarrow \quad y = 0 \quad \Rightarrow \quad C_1 \cdot sen(k \cdot L) = 0$$

$$C_1 = 0 \qquad ó \qquad sen(k \cdot L) = 0$$

$$y = 0 \qquad\qquad k \cdot L = n \cdot \pi$$



PANDEO DE EULER

$$\boxed{y''+k^2\cdot y=0}$$

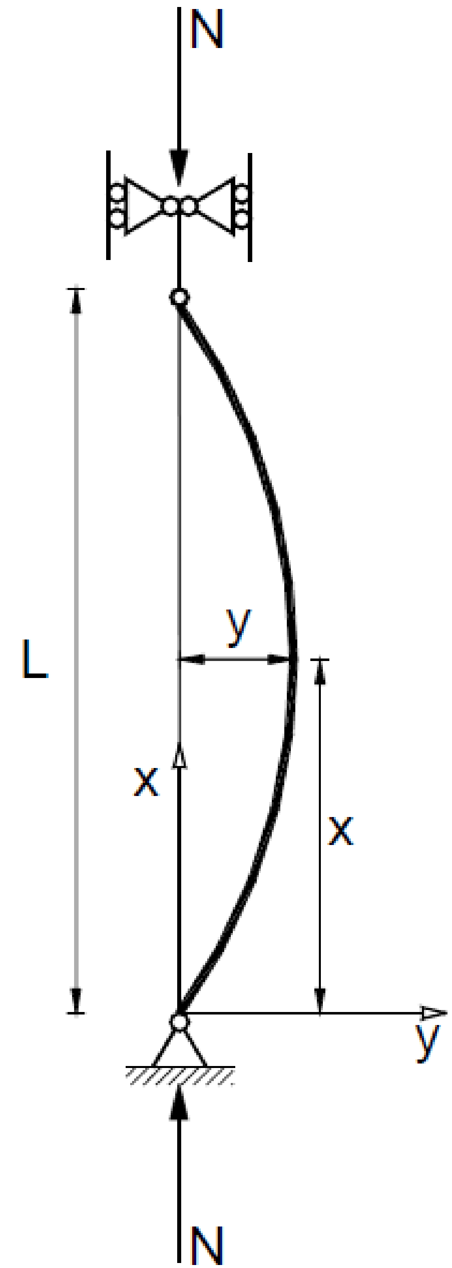
$$y=C_1\cdot sen(k\cdot x)+C_2\cdot cos(k\cdot x)$$

$$C_2=0$$

$$y=C_1\cdot sen(k\cdot x)$$

$$k\cdot L=n\cdot\pi$$

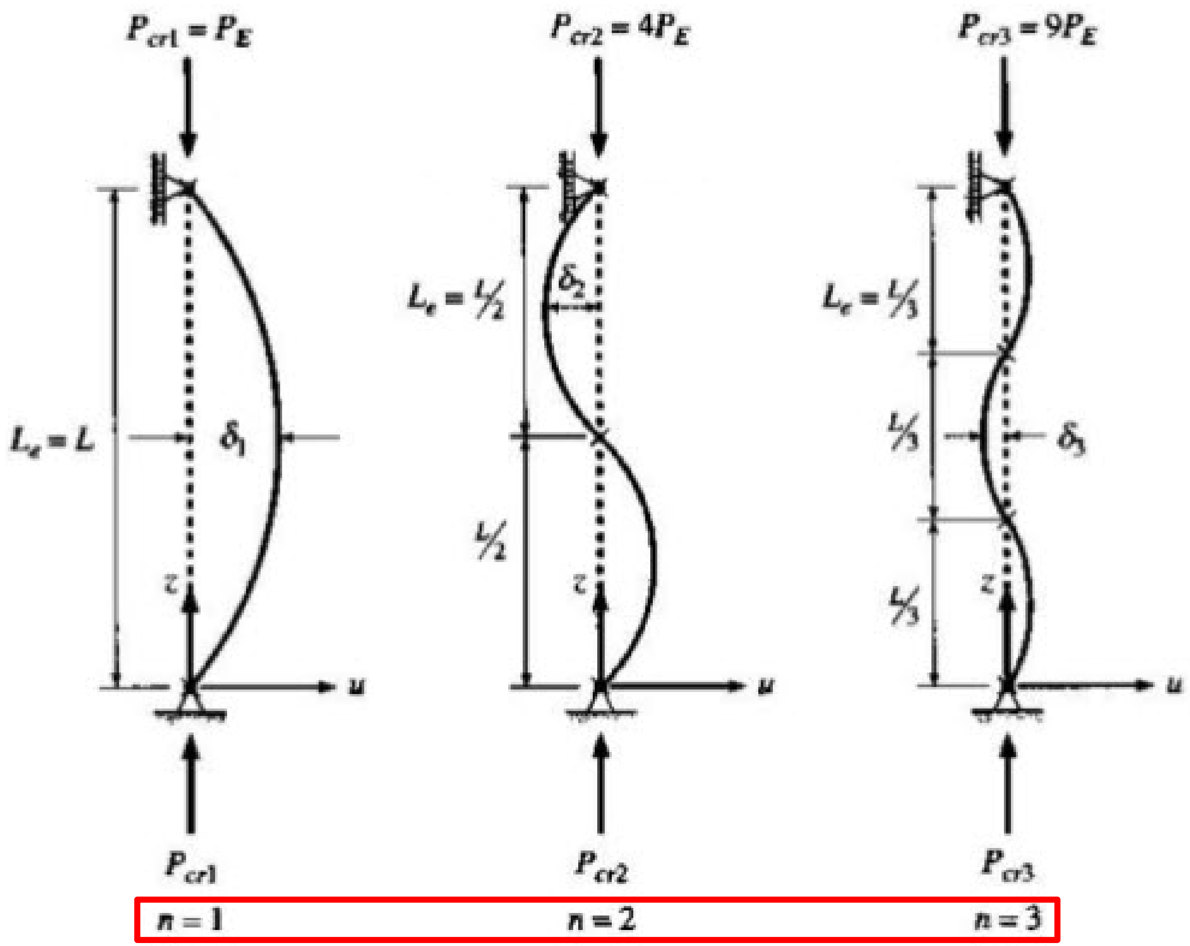
$$\boxed{y=\boxed{C_1}\cdot sen(n\cdot\pi\cdot x/L)}$$



PANDEO DE EULER

$$y = C_1 \cdot sen(\boxed{n} \cdot \pi \cdot x/L)$$

Modos de pandeo:
dando valores a **n**
n = 1, 2, …



PANDEO DE EULER

Cada modo de pandeo está en equilibrio con un axil N distinto

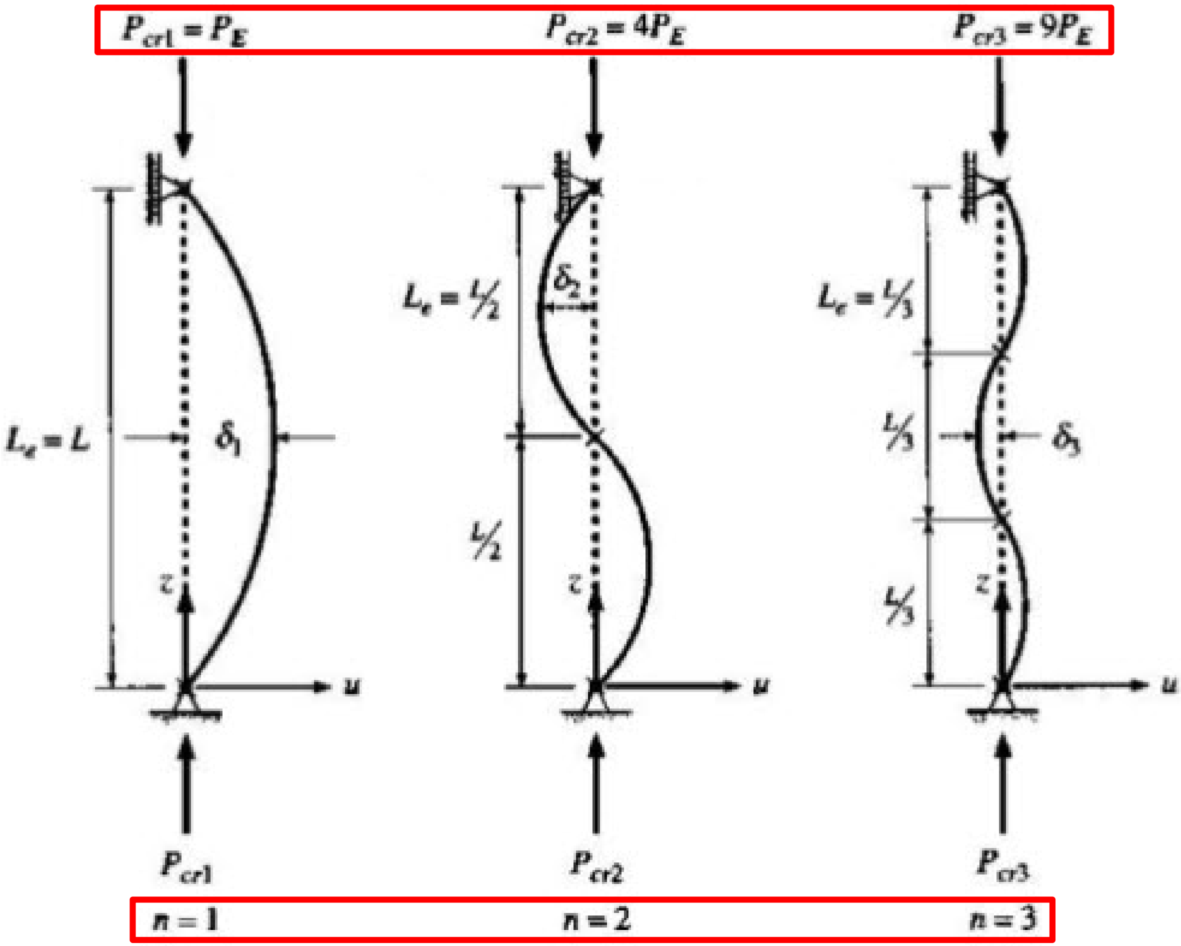
$$y'' + k^2 \cdot y = 0$$

$$k^2 = \frac{N}{E \cdot I_z}$$

$$k \cdot L = n \cdot \pi$$

$$\boxed{N = n^2 \cdot \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{L^2}}$$

Axil de pandeo del modo **n**

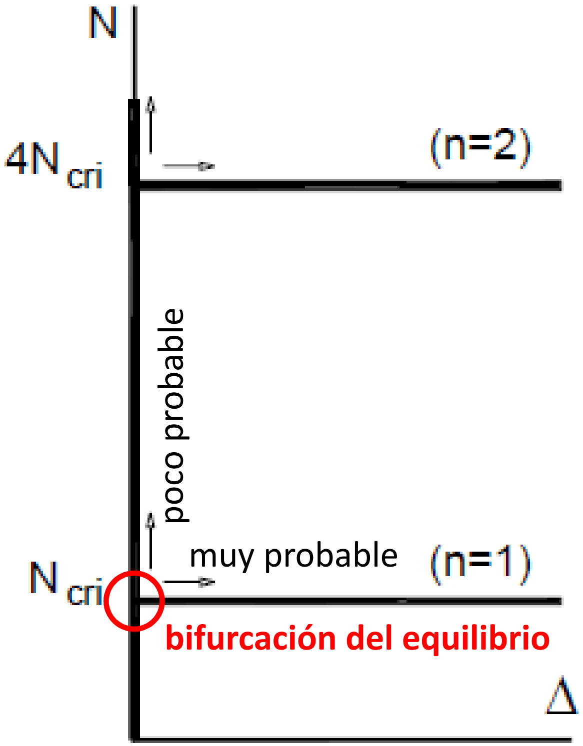


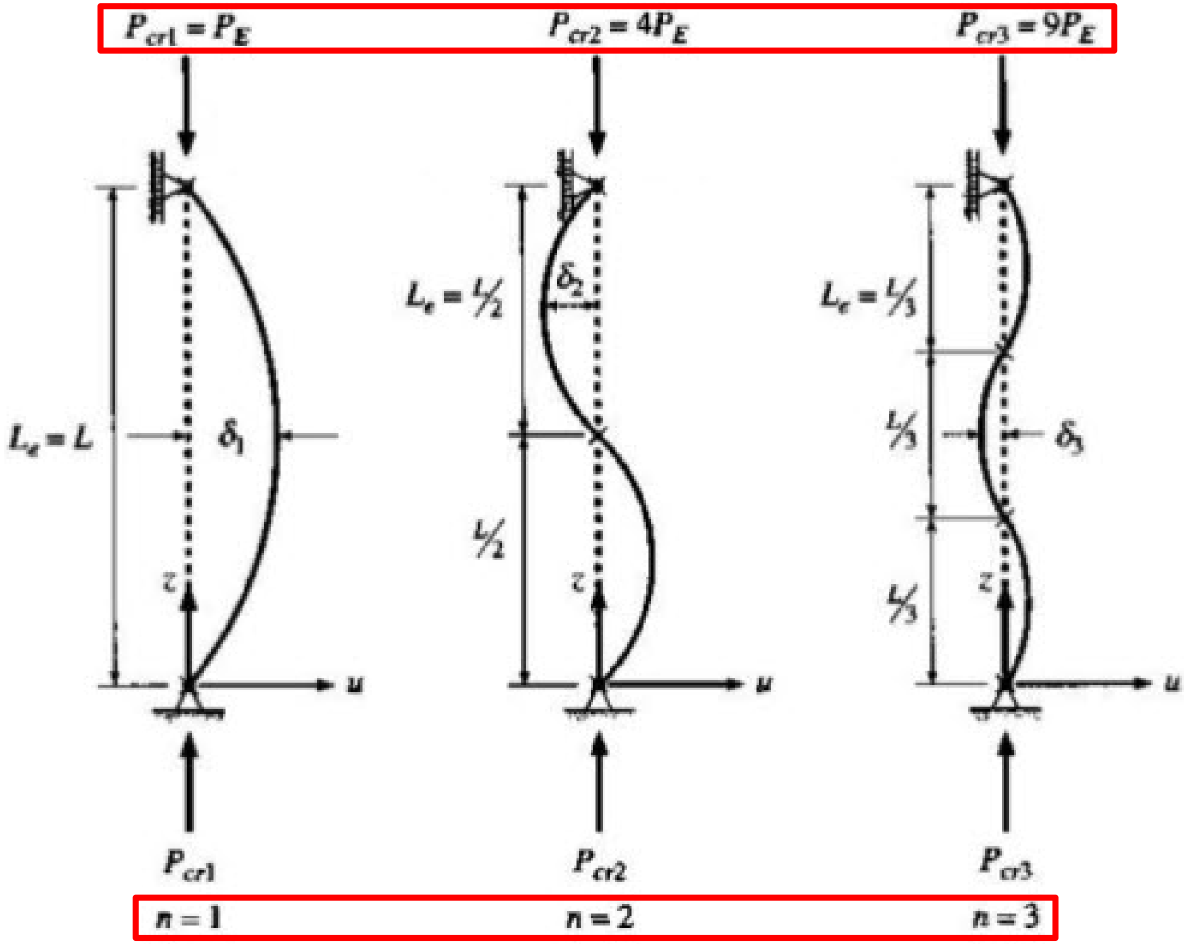
PANDEO DE EULER

$$N = n^2 \cdot \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{L^2}$$

$$\boxed{N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{L^2}}$$

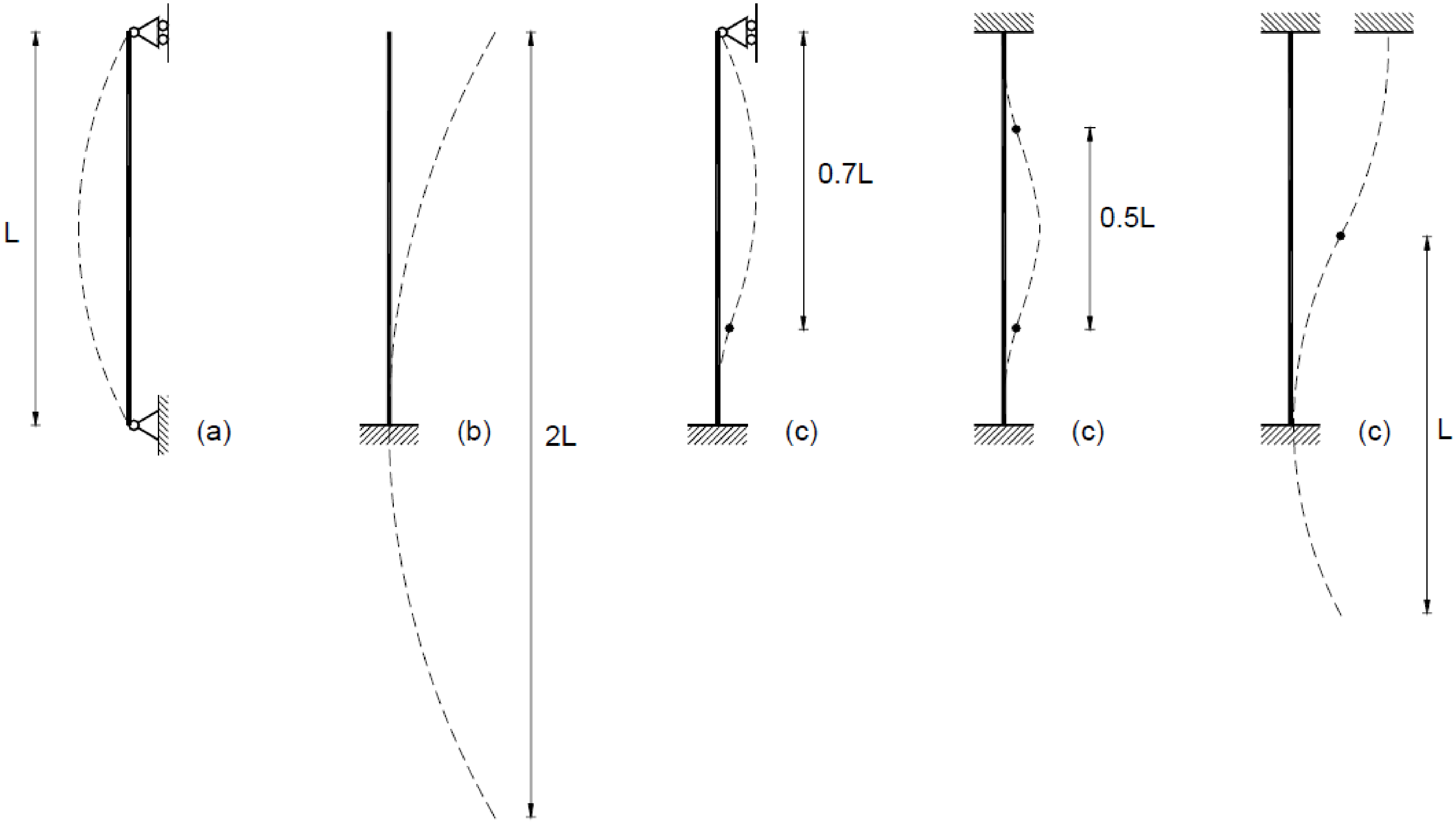
CARGA CRÍTICA DE PANDEO





PANDEO DE EULER

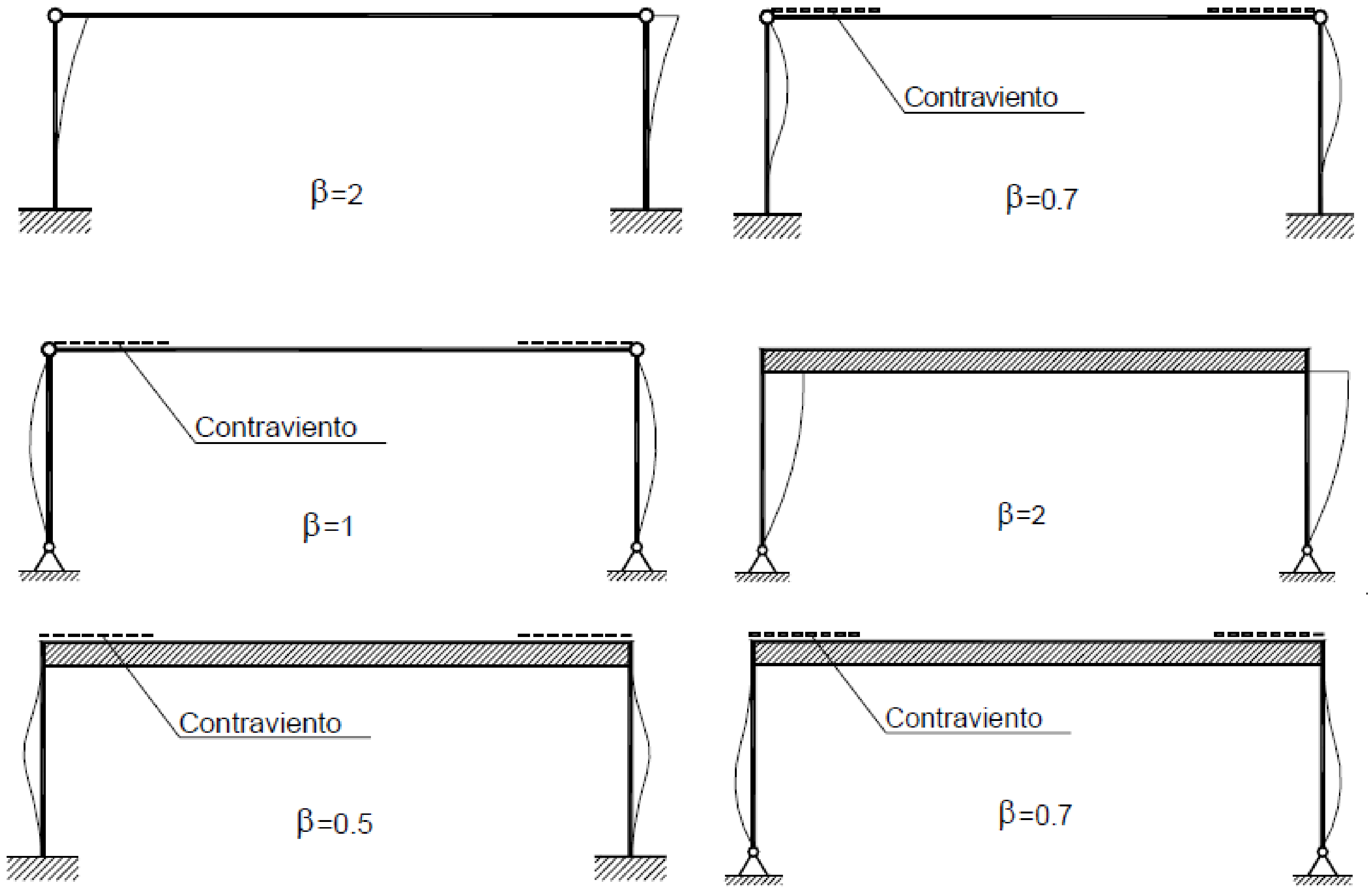
<u>Longitud de pandeo:</u>
Longitud de la barra biarticulada equivalente con igual carga crítica



PANDEO DE EULER

<u>Longitud de pandeo:</u>

Longitud de la barra biarticulada equivalente con igual carga crítica



PANDEO DE EULER

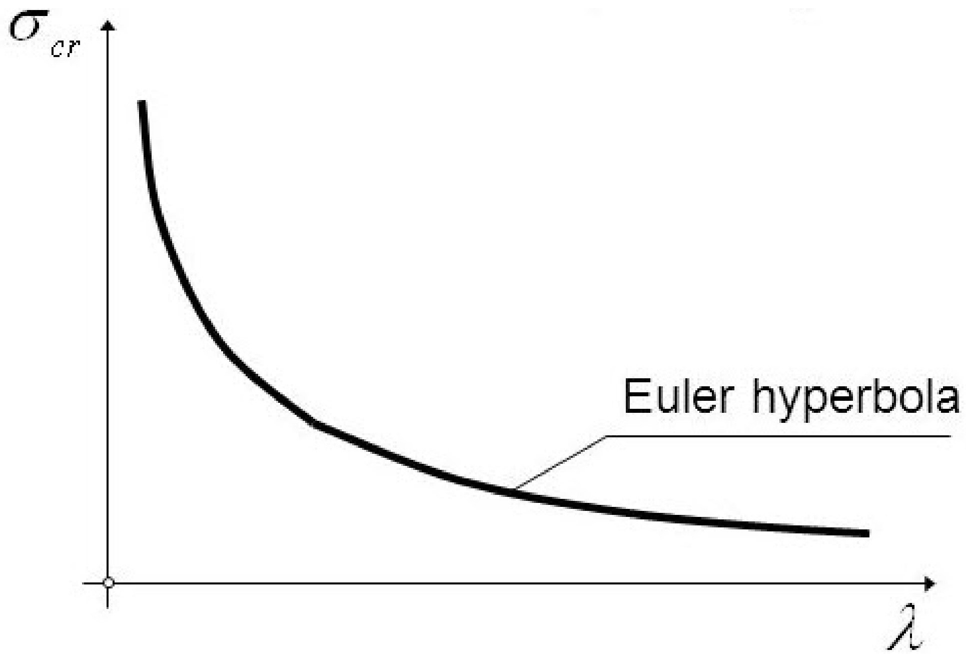
$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{L^2}$$

$$\sigma_{cr} = N_{cr} / A$$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{L^2 \cdot A}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{L^2} \cdot i_z^2 = \frac{\pi^2 \cdot E}{(L/i_z)^2}$$

$$\boxed{\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda_z^2}}$$



<u>Esbeltez mecánica</u>

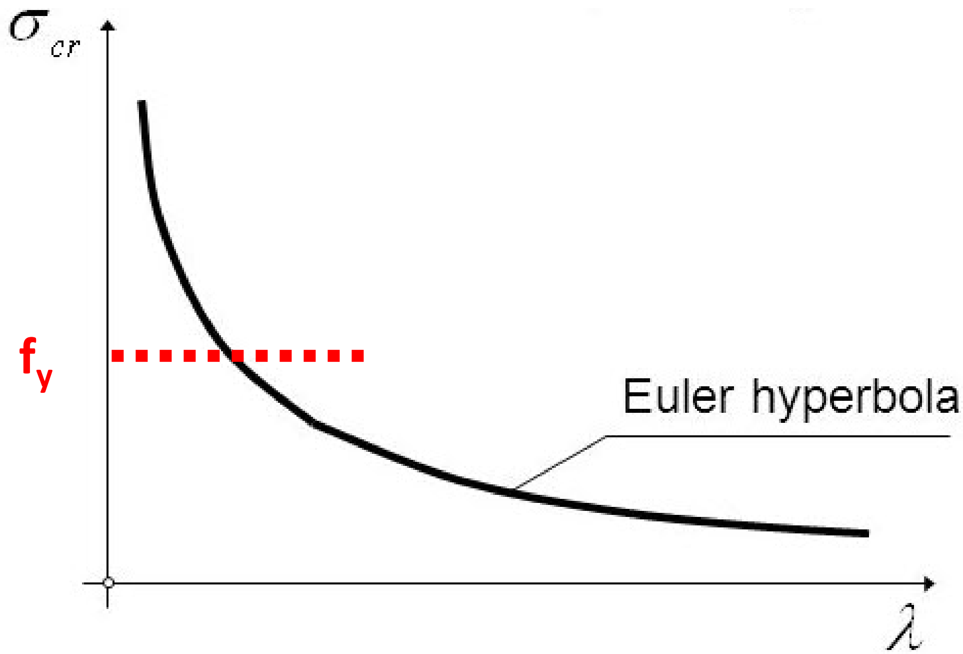
$$\lambda = L/i$$

PANDEO DE EULER

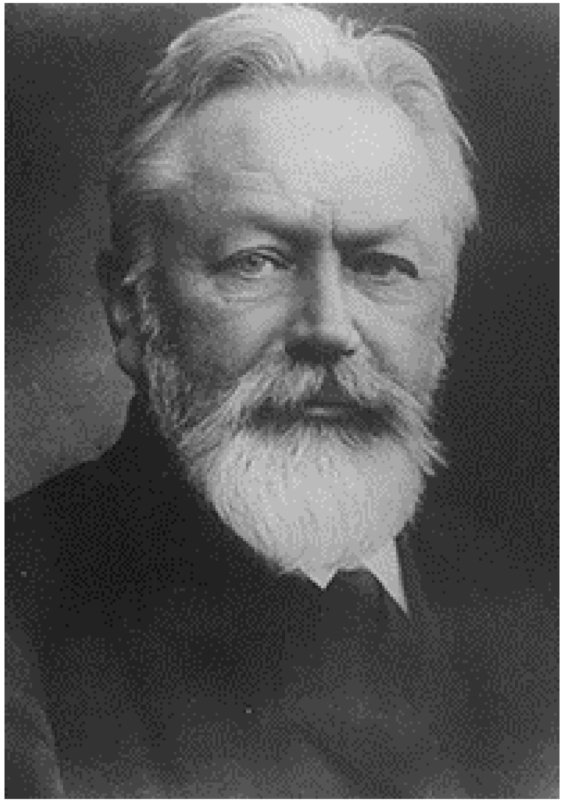
Para bajas esbelteces, tensión crítica sería <u>infinita</u>.

<u>**IMPOSIBLE**</u>

<u>Plastificación</u> del material



PANDEO DE ENGESSER

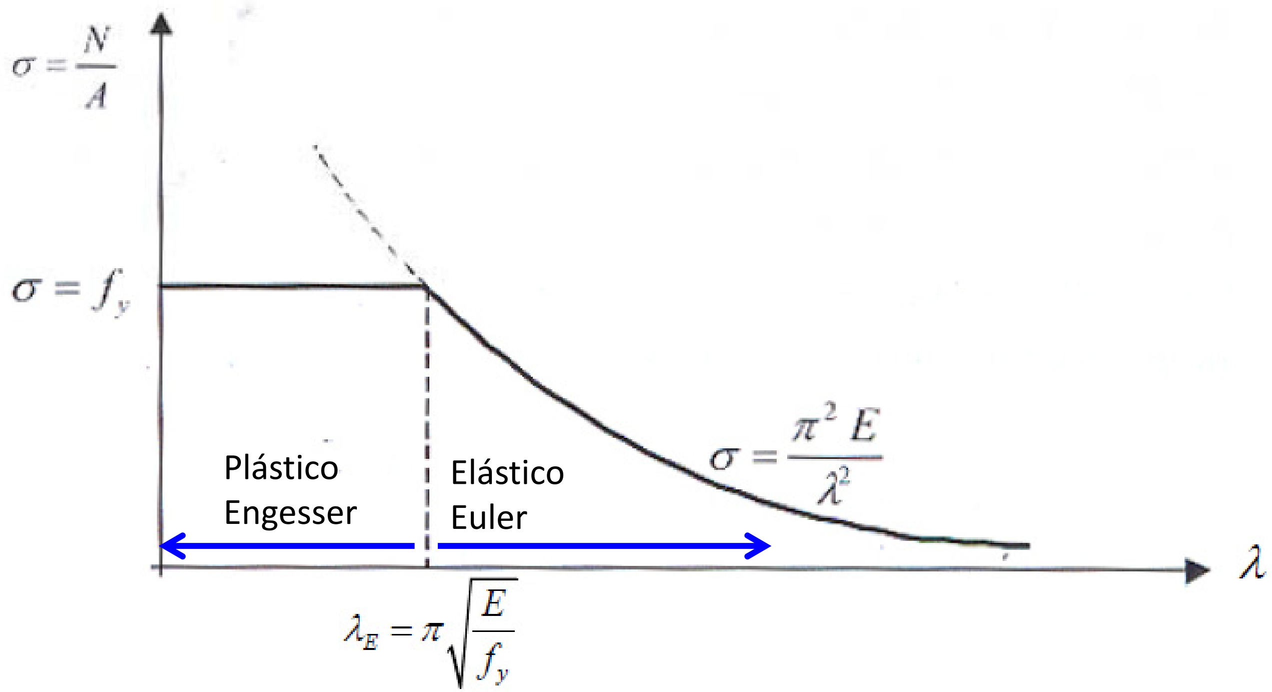


Friedrich Engesser (1848 – 1931)

PANDEO DE ENGESSER

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda_z^2}$$

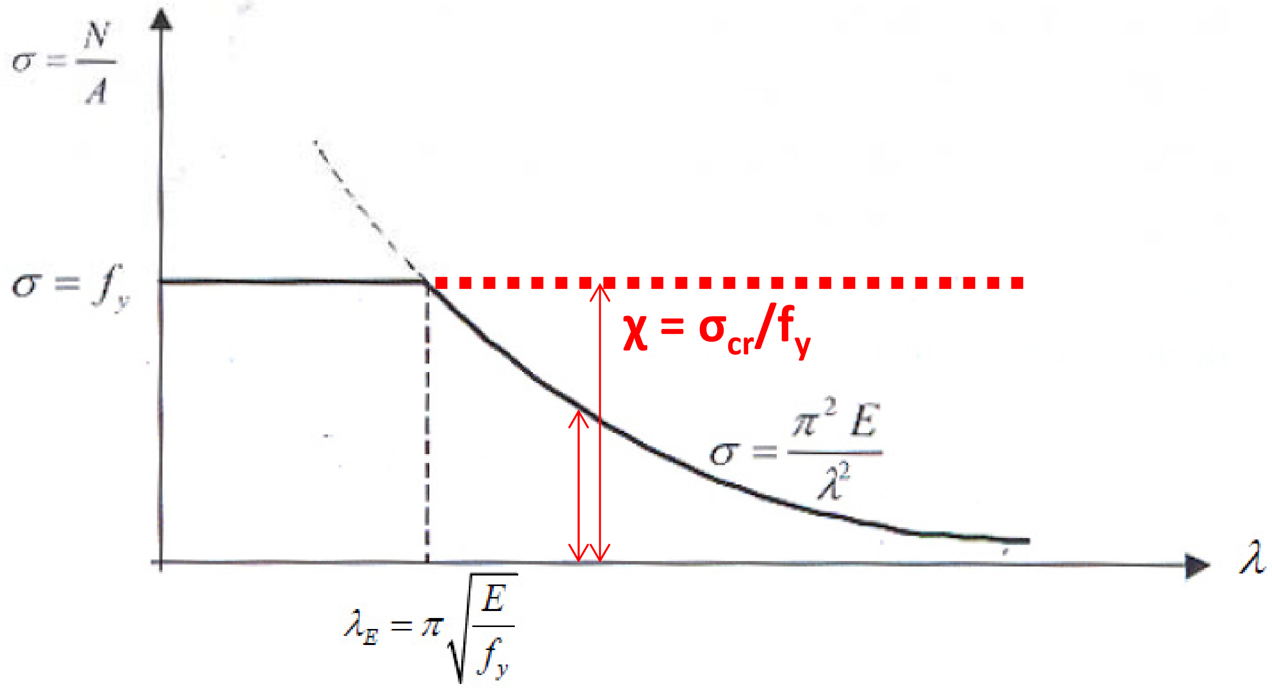
$$\sigma_p = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda_{z,R}^2} \quad \Rightarrow \quad \lambda_{z,R} = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E}{\sigma_p}}$$ Esbeltez límite



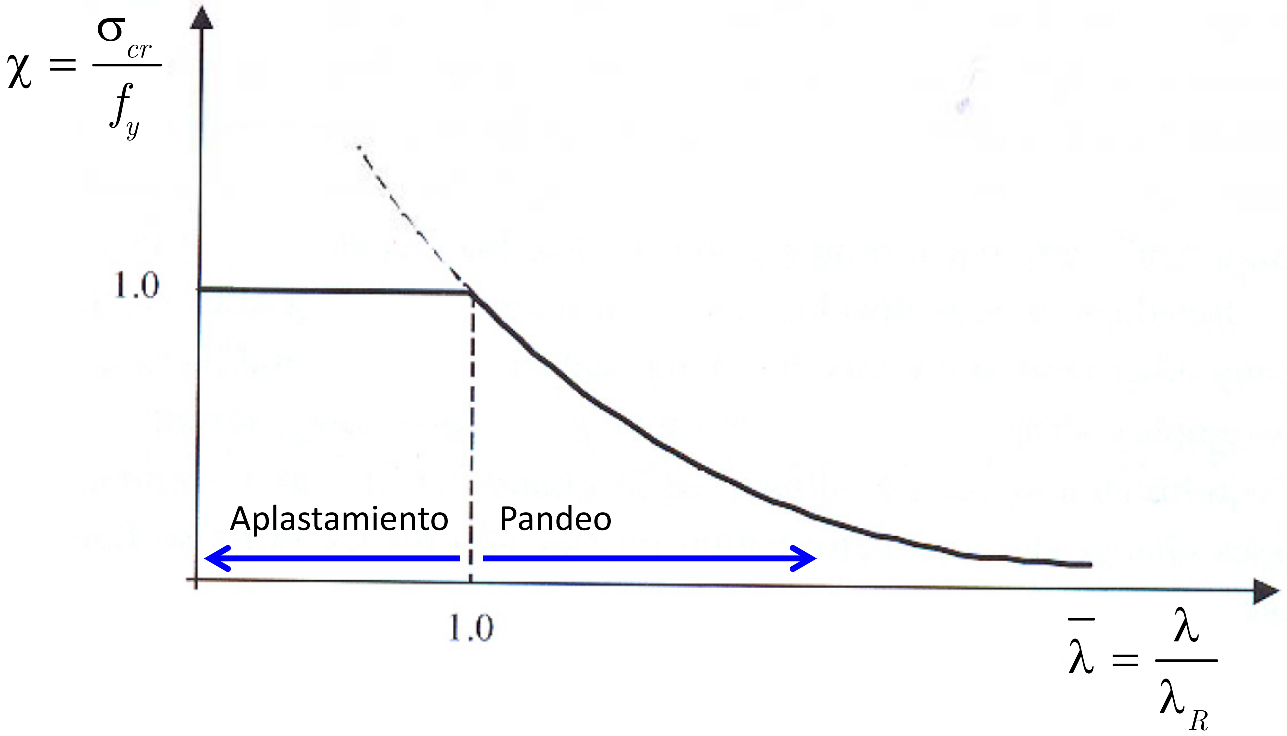
PANDEO DE ENGESSER

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda_z^2}$$

$$\sigma_p = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda_{z,R}^2} \quad \Rightarrow \quad \lambda_{z,R} = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E}{\sigma_p}}$$ Esbeltez límite



PANDEO DE ENGESSER



χ: Coeficiente reductor por pandeo

PANDEO DE ENGESSER

Condición de resistencia a compresión simple:

$N_{Ed} \leq N_{pl,Rd}$

$N_{pl,Rd} = A \cdot f_{yd}$

Resistencia a compresión reducida por pandeo:

$N_{b,Rd} = \chi \cdot N_{pl,Rd}$

Luego χ es la razón entre el axil resistido con pandeo y sin pandeo:

$\chi = N_{b,Rd} / N_{pl,Rd}$

PANDEO REAL

Peor comportamiento que en la teoría

Teoría

Realidad

PANDEO REAL

<u>Peor comportamiento</u> que en la teoría

Causas:

1) Tensiones residuales

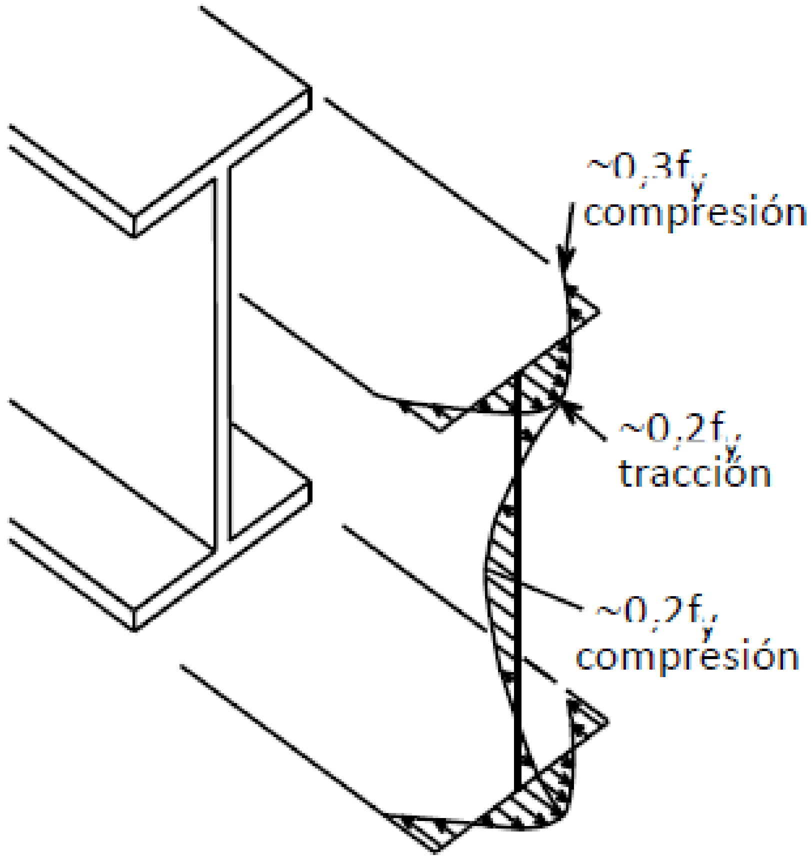
2) Imperfecciones del material

3) Imperfecciones geométricas → EXCENTRICIDAD

4) Variación de posición de acciones → EXCENTRICIDAD

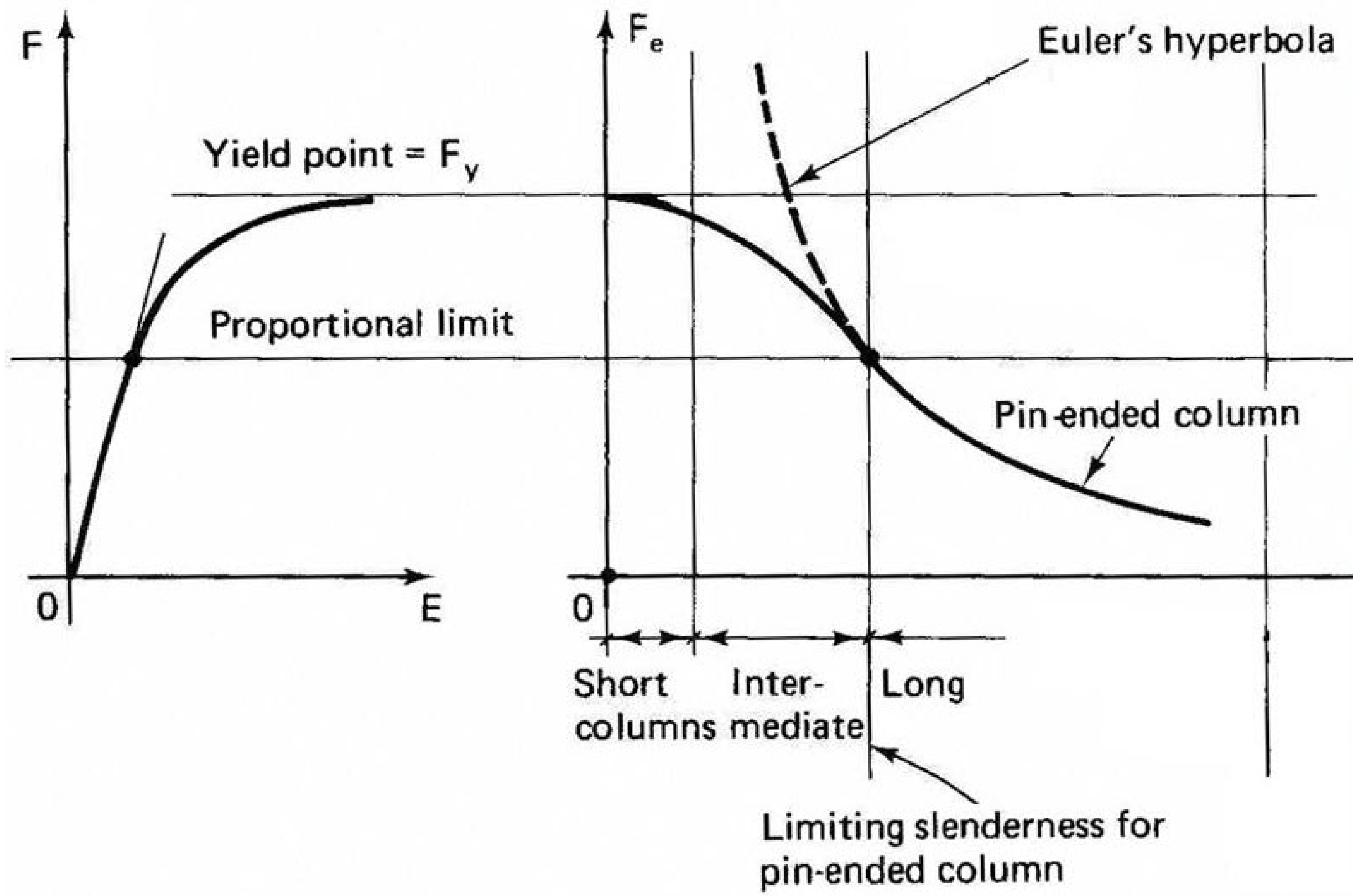
PANDEO REAL

1) Tensiones residuales



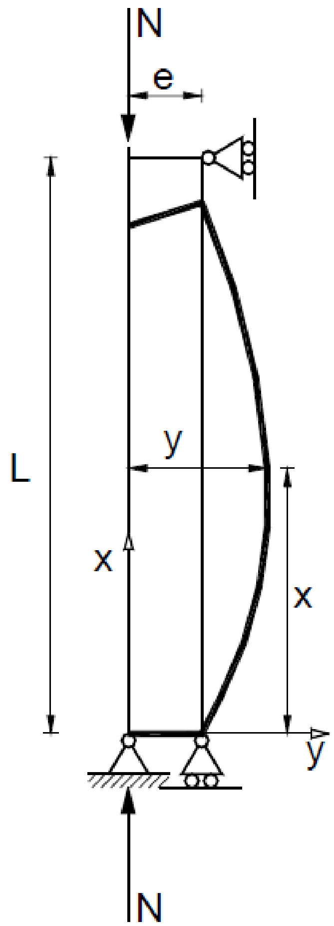
PANDEO REAL

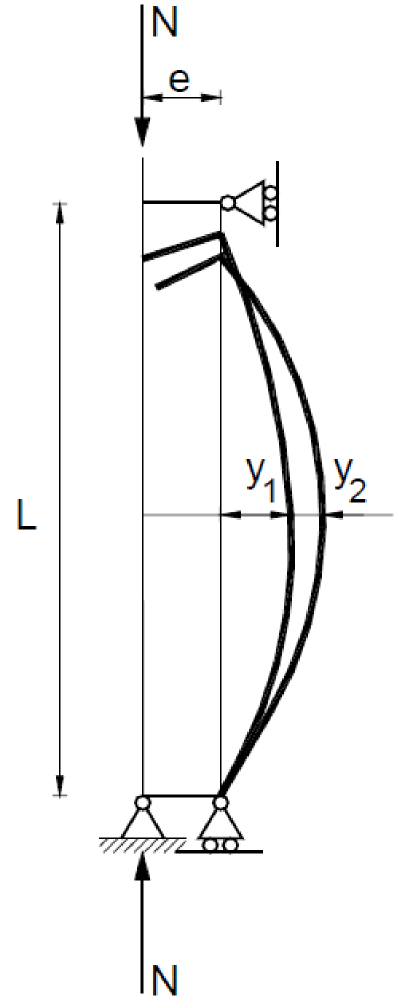
2) Imperfecciones del material (y degradación progresiva, no súbita)



PANDEO REAL

3) Imperfecciones geométricas → EXCENTRICIDAD
4) Variación de posición de acciones → EXCENTRICIDAD





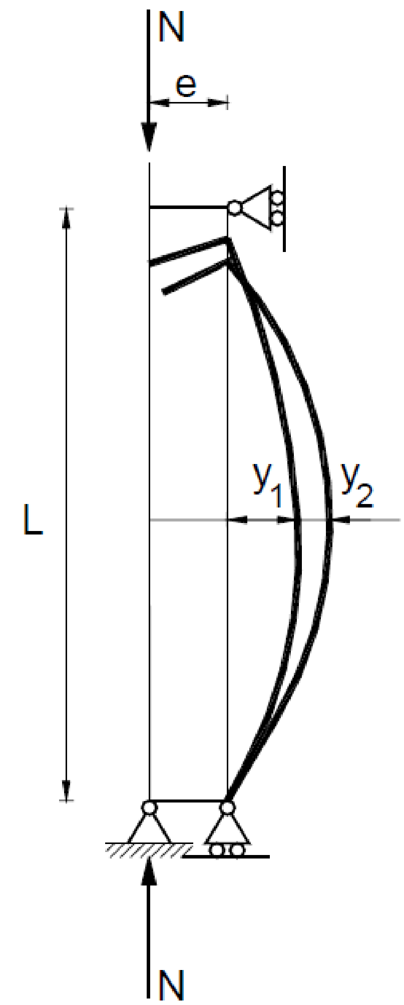
PANDEO REAL

3) Imperfecciones geométricas → EXCENTRICIDAD
4) Variación de posición de acciones → EXCENTRICIDAD

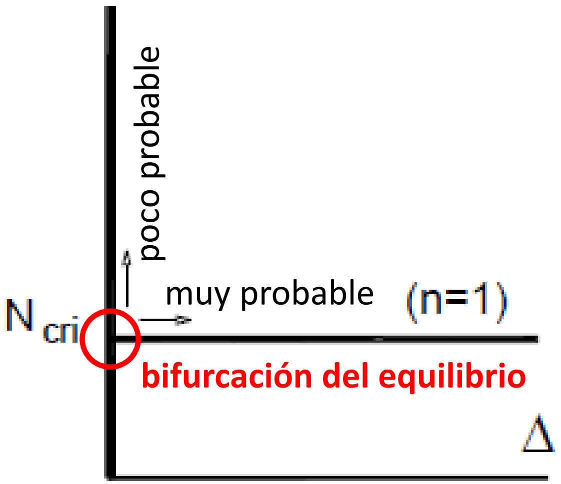
Pandeo + FLEXIÓN INICIAL

Excentricidad del axil causa flexión →
→ Flexión causa flecha y_1 →
→ Flecha aumenta la excentricidad del axil
....

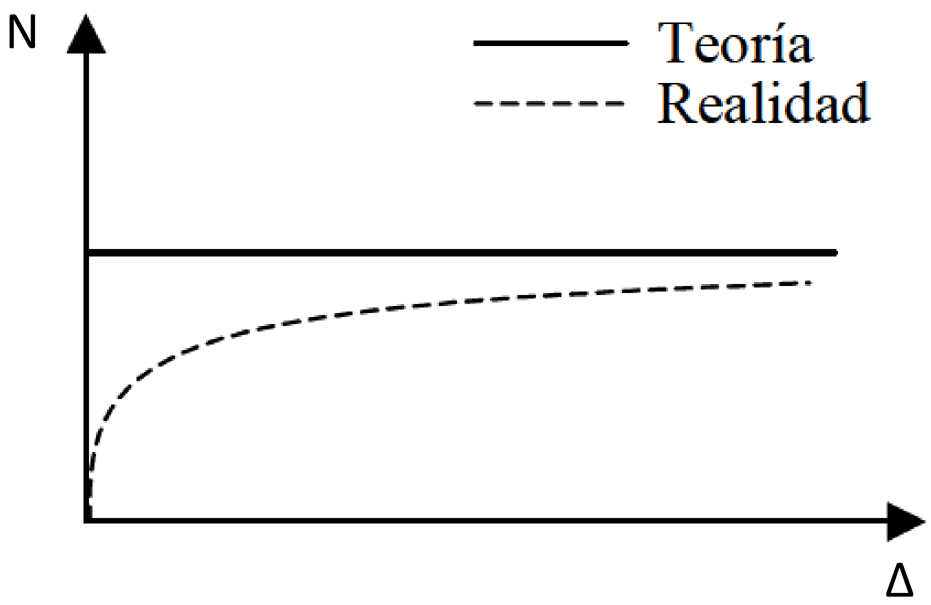
$$\sum y = y_1 + y_2 + \cdots$$



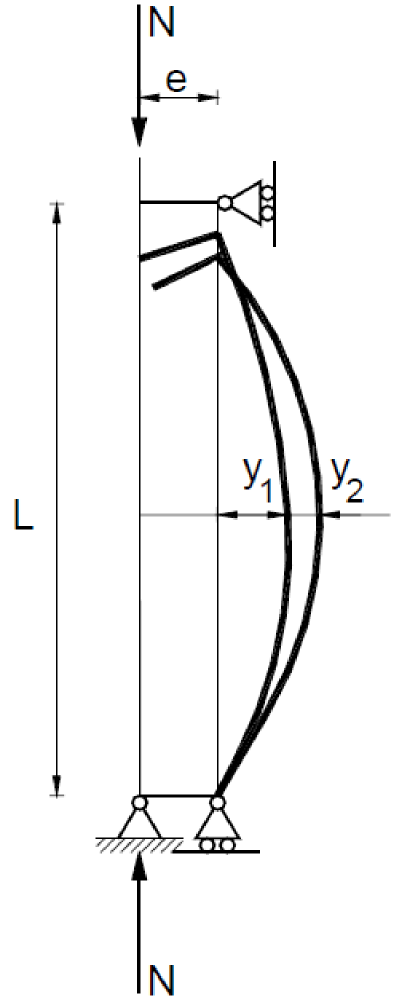
PANDEO REAL



poco probable
muy probable
(n=1)
N cri
bifurcación del equilibrio
Δ



N
Teoría
Realidad
Δ



N
e
L
y1
y2
N

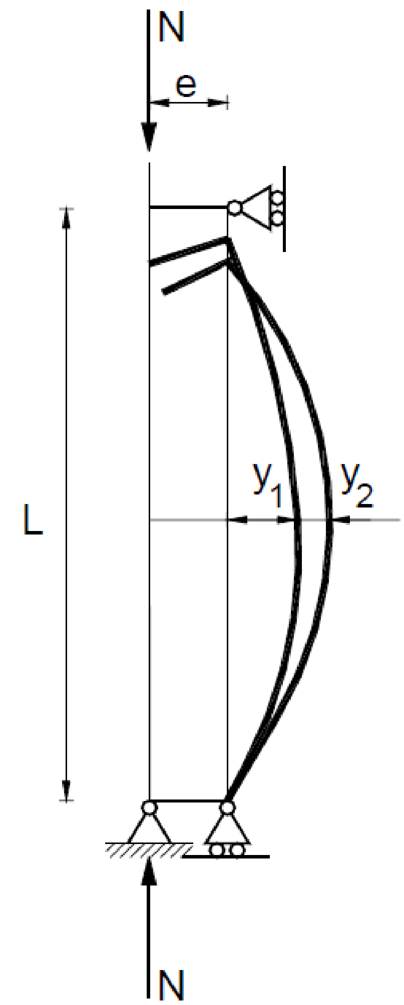
PANDEO REAL

$$\sum y = y_1 + y_2 + \cdots$$

Serie converge → Equilibrio estable → **NO PANDEA**
Serie no converge → Equilibrio inestable → **PANDEA**

¿Cuándo deja de converger? Con axil elevado

Modelo de **amplificación de momento**



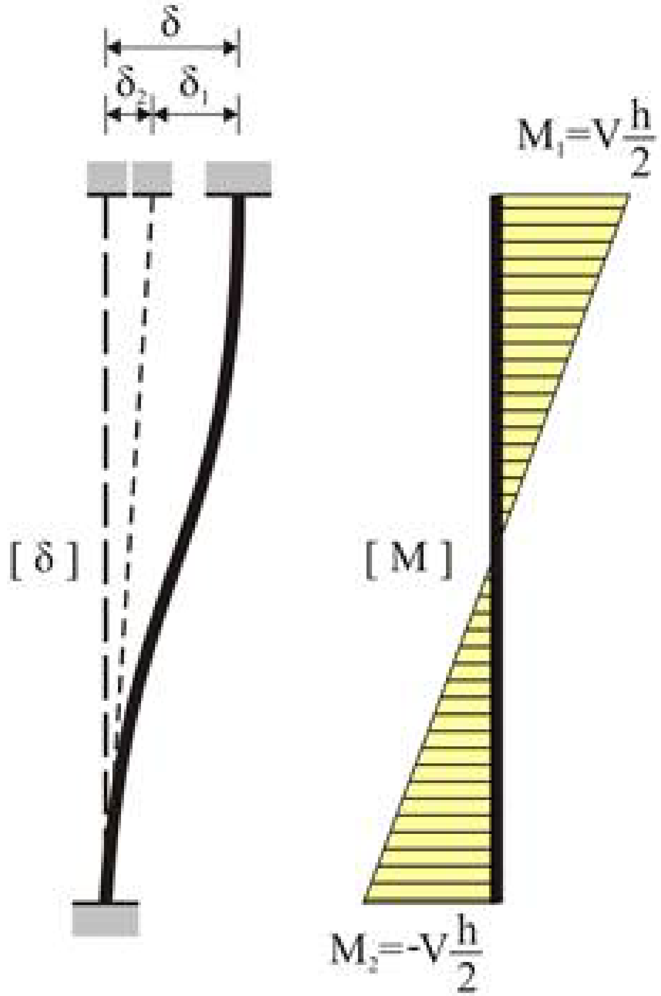
$$M_{max} = \frac{\eta}{\eta - 1} \cdot M_0$$

$$\eta = N_{cr} / N$$

PANDEO REAL

Para otras distribuciones de momentos (no constantes en la barra), se toma MOMENTO EQUIVALENTE

$$M_{eq} = 0,6 \cdot M_2 + 0,4 \cdot M_1 \geq 0,4 \cdot M_1$$



PANDEO REAL

Peor comportamiento que en la teoría

Causas:

1) Tensiones residuales

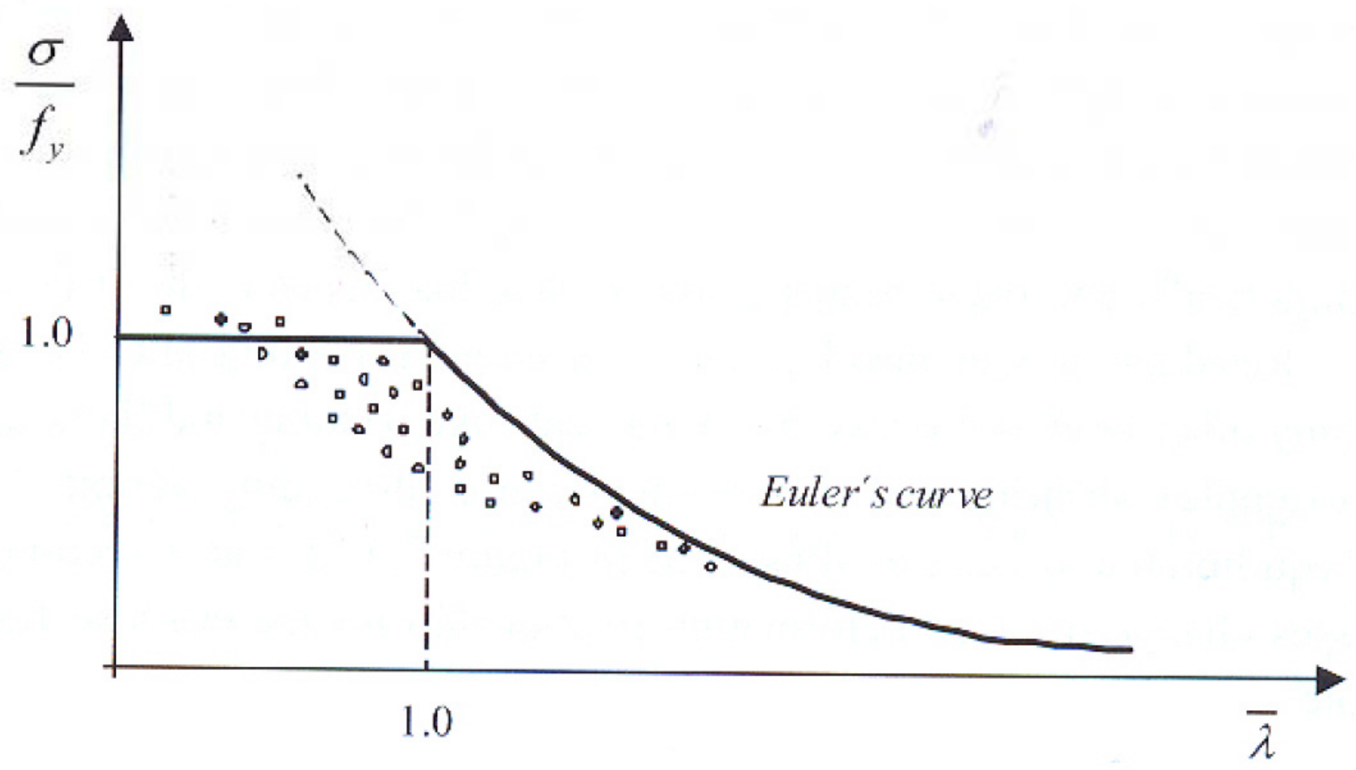
2) Imperfecciones del material

3) Imperfecciones geométricas → EXCENTRICIDAD

4) Variación de posición de acciones → EXCENTRICIDAD

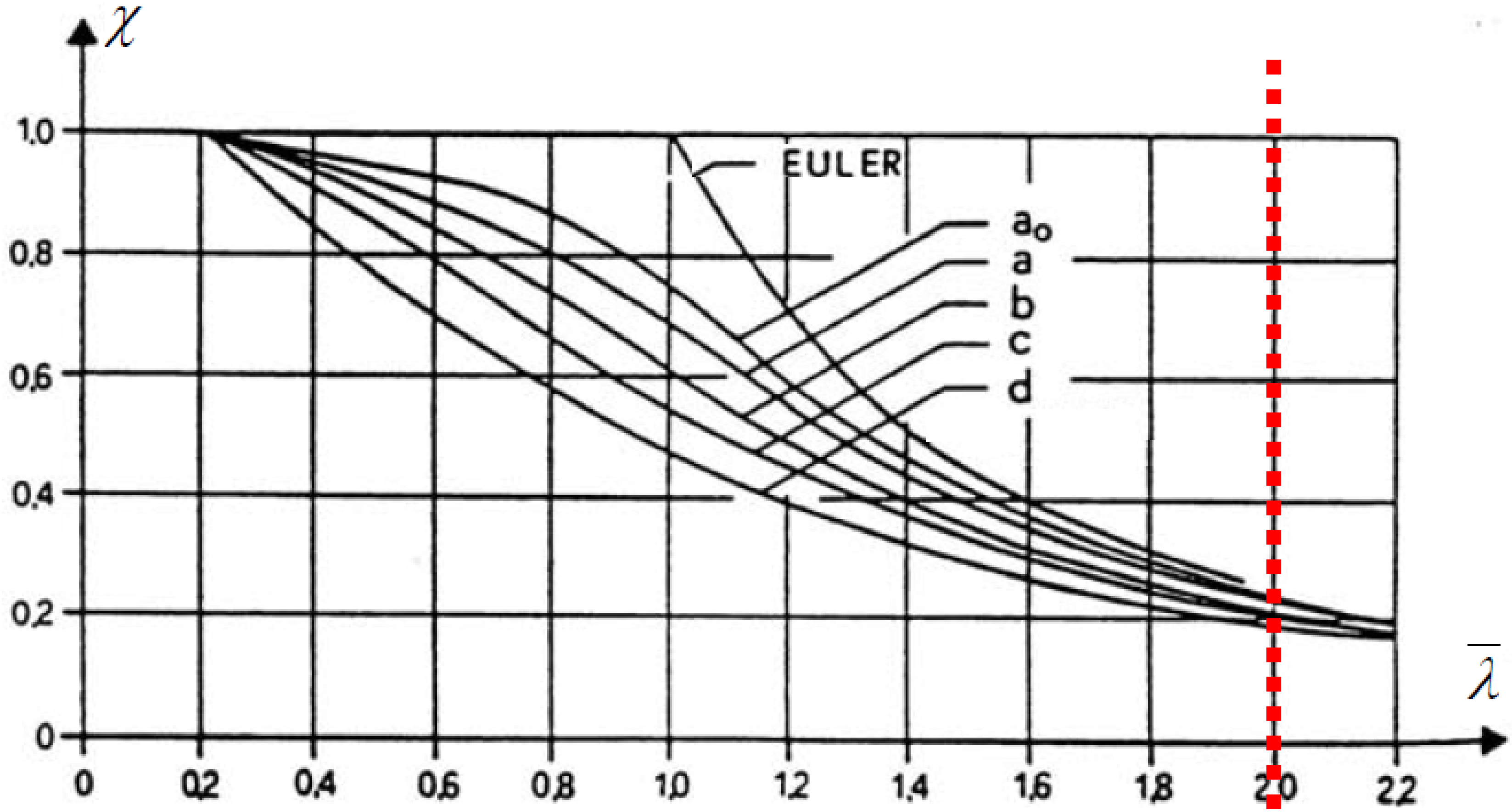
PANDEO REAL

Estudio experimental:
Curvas europeas de pandeo



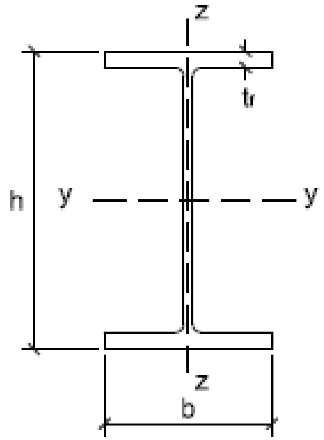
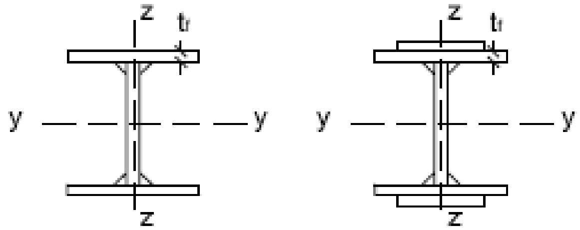
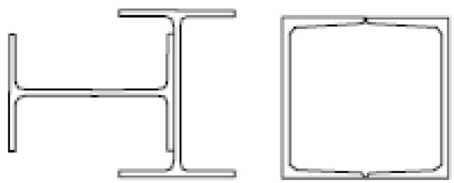
PANDEO REAL

Estudio experimental:
Curvas europeas de pandeo



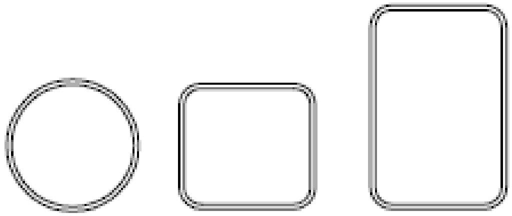
PANDEO REAL

Tabla 6.2 Curva de pandeo en función de la sección transversal

Tipo de sección	Tipo de acero		S235 a S355		S450	
	Eje de pandeo [1]		y	z	y	z
Perfiles laminados en I 	h/b > 1,2	t ≤ 40 mm	a	b	a_o	a_o
		40 mm < t ≤ 100 mm	b	c	a	a
	h/b ≤ 1,2	t ≤ 100 mm	b	c	a	a
		t > 100 mm	d	d	c	c
Perfiles armados en I 		t ≤ 40 mm	b	c	b	c
		t > 40 mm	c	d	c	d
Agrupación de perfiles laminados soldados 			c	c	c	c

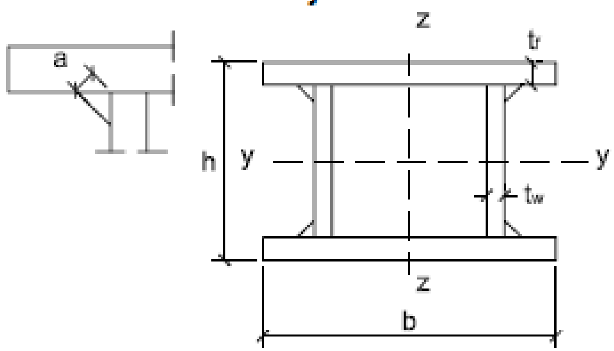
PANDEO REAL

Tubos de chapa simples o agrupados



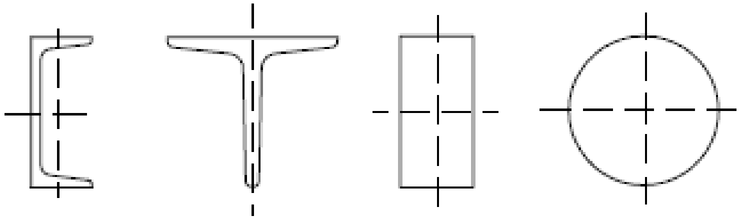
laminados en caliente	a	a	a_0	a_0
conformados en frío	c	c	c	c

Perfiles armados en cajón (2)



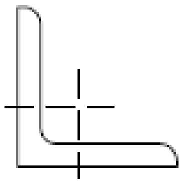
soldadura gruesa: $a/t > 0,5$ $b/t < 30$ $h/t_w < 30$	c	c	c	c
en otro caso	b	b	b	b

Perfiles simples U, T, chapa, redondo macizo



c	c	c	c

Perfiles L



b	b	b	b

DIMENSIONADO PILARES CTE: RESISTENCIA

A) Compresión simple (§6.2.5):

$N_{Ed} \leq N_{pl,Rd}$

B) Flexocompresión ($N + M_y + M_z$):

B.1 – Cortante (§6.2.4):

$V_{Ed} \leq V_{pl,Rd}$

B.2 – Interacción V – (M – N) (§6.2.8.3):

$V_{Ed} \leq 0.5 \cdot V_{pl,Rd} \rightarrow$ No hay interacción

B.3 – Flexocompresión (§6.2.8.1.c):

$$\frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,pl,Rd}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,pl,Rd}} \leq 1$$

DIMENSIONADO PILARES CTE: PANDEO

A) Compresión simple (§6.3.2.1):

$N_{Ed} \leq \chi_{min} \cdot N_{pl,Rd}$

Curva de pandeo (Tabla 6.2)

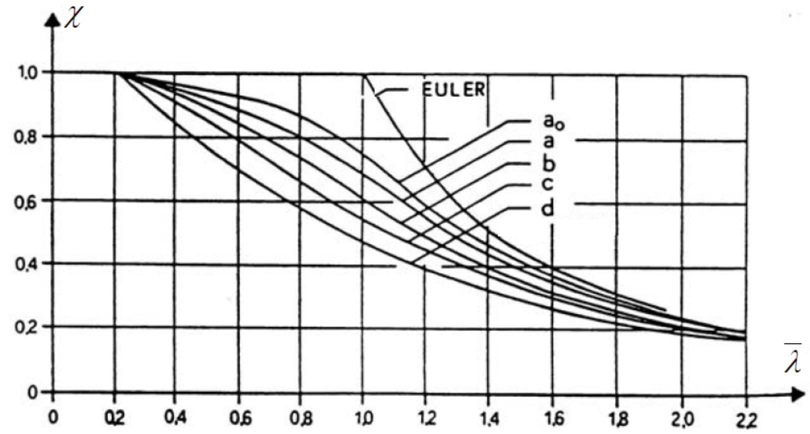
Esbeltez adimensional $\bar{\lambda} = \lambda/\lambda_R$

Esbeltez reducida λ_R

Esbeltez $\lambda = L_k/i$

Radio de giro i

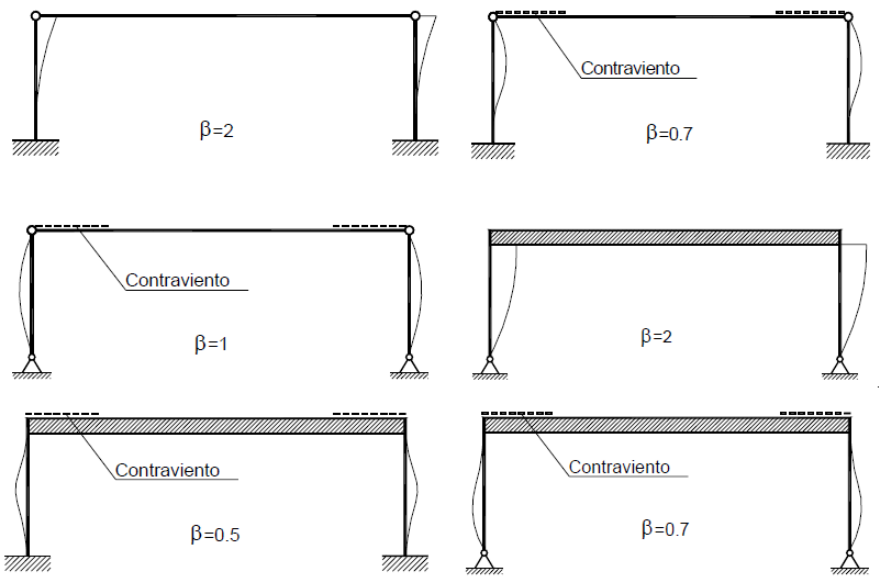
Longitud de pandeo $L_k = \beta \cdot L$

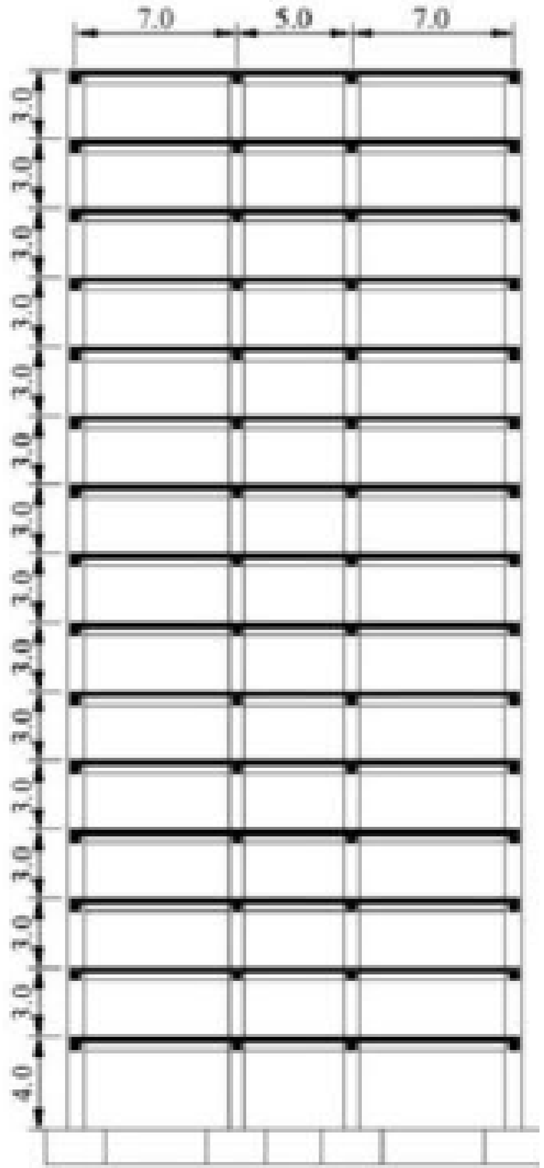


DIMENSIONADO PILARES CTE: PANDEO

LONGITUD DE PANDEO

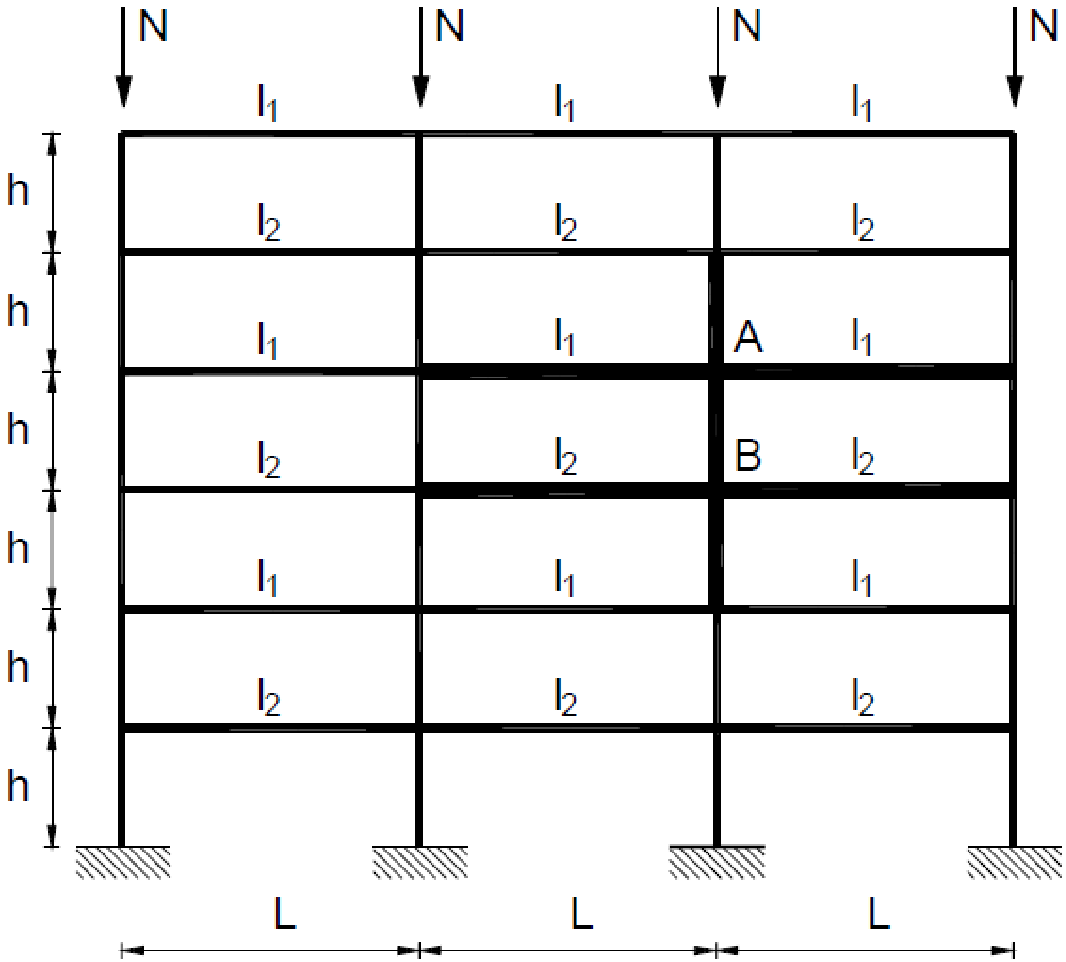
- Canónica
- No canónica





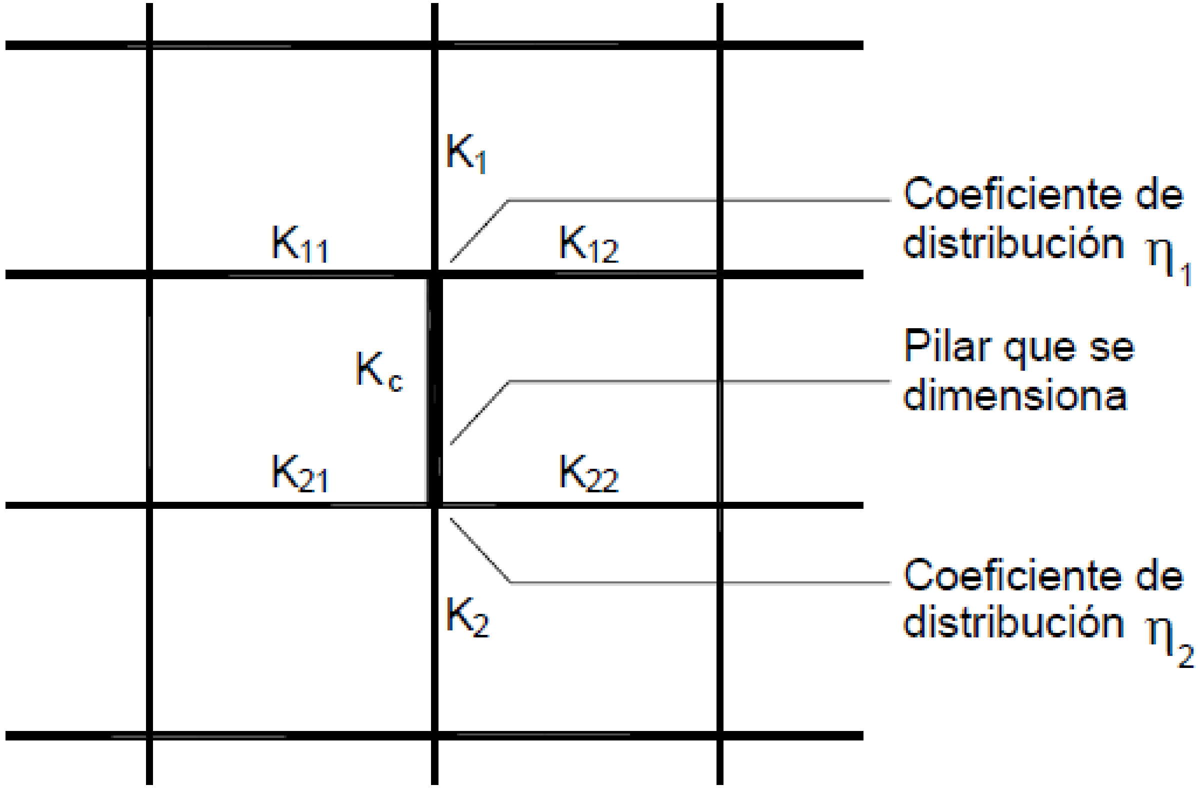
DIMENSIONADO PILARES CTE: PANDEO

LONGITUD DE PANDEO NO CANÓNICA (§6.3.2.5.3):
Pórticos de nudos rígidos



DIMENSIONADO PILARES CTE: PANDEO

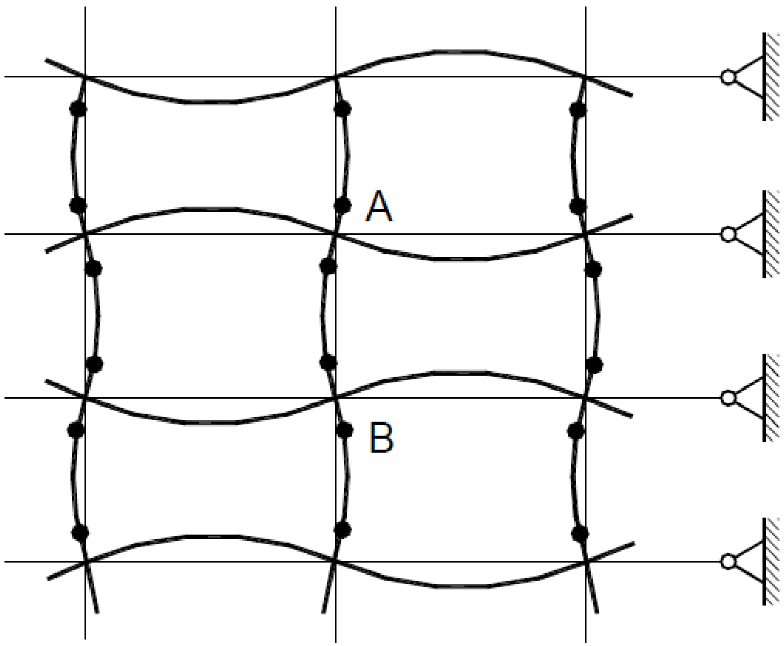
LONGITUD DE PANDEO NO CANÓNICA (§6.3.2.5.3):
Pórticos de nudos rígidos



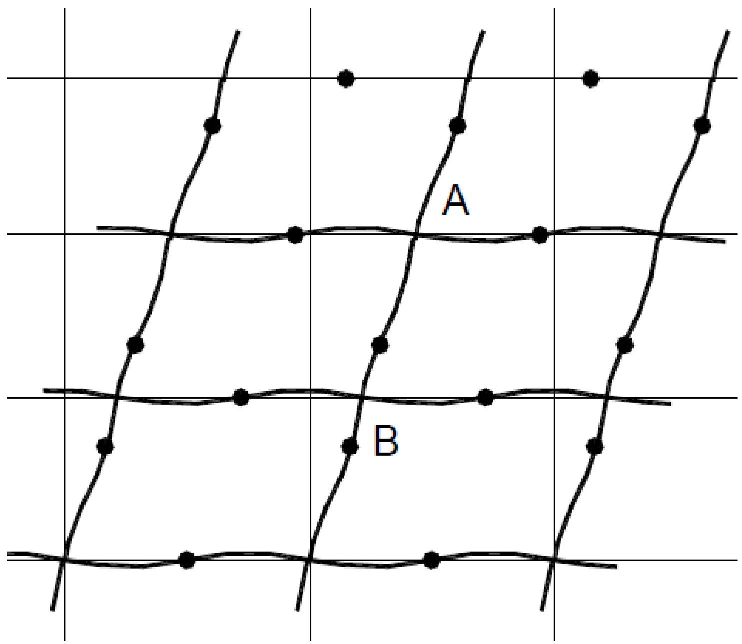
$$\eta_1 = \frac{K_c + K_1}{K_c + K_1 + K_{11} + K_{12}} \quad \text{y} \quad \eta_2 = \frac{K_c + K_2}{K_c + K_2 + K_{21} + K_{22}}$$

DIMENSIONADO PILARES CTE: PANDEO

LONGITUD DE PANDEO NO CANÓNICA (§6.3.2.5.3):
Pórticos de nudos rígidos



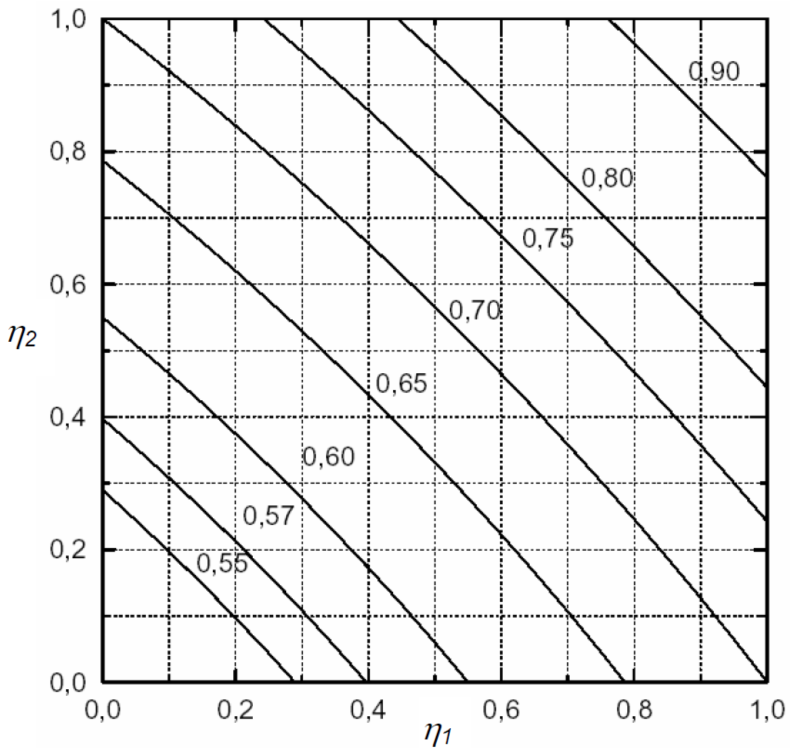
Intraslacional



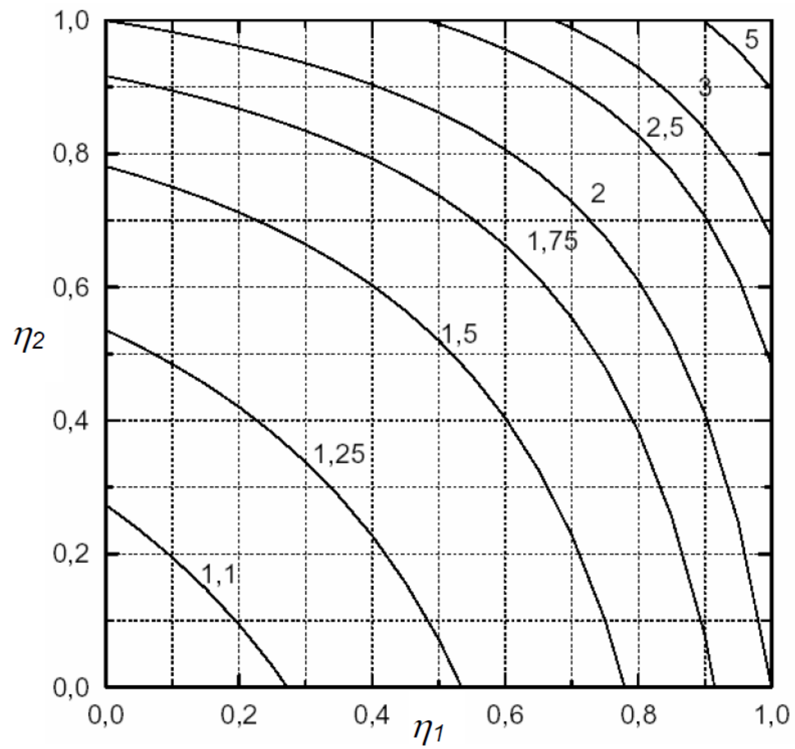
Traslacional

DIMENSIONADO PILARES CTE: PANDEO

LONGITUD DE PANDEO NO CANÓNICA (§6.3.2.5.3):
Pórticos de nudos rígidos



Intraslacional
$0.5 \leq \beta \leq 1$



Traslacional
$1 \leq \beta < \infty$

DIMENSIONADO PILARES CTE: RESISTENCIA

A) Compresión simple (§6.2.5):

$N_{Ed} \leq N_{pl,Rd}$

B) Flexocompresión ($N + M_y + M_z$):

B.1 – Cortante (§6.2.4):

$V_{Ed} \leq V_{pl,Rd}$

B.2 – Interacción V – (M – N) (§6.2.8.3):

$V_{Ed} \leq 0.5 \cdot V_{pl,Rd}$ → No hay interacción

B.3 – Flexocompresión (§6.2.8.1.c):

$$\frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,pl,Rd}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,pl,Rd}} \leq 1$$

DIMENSIONADO PILARES CTE: PANDEO

B) Flexocompresión (§6.3.4.2.1):

Comprobación en eje fuerte (sin pandeo por torsión):

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{pl,Rd}} + k_y \frac{c_{m,y} M_{y,Ed}}{M_{y,pl,Rd}} + 0.6 k_z \frac{c_{m,z} M_{z,Ed}}{M_{z,pl,Rd}} \leq 1$$

Resistencia sin pandeo

Reducción pandeo

Factor M equivalente

Amplificación M

Comprobación en eje débil (sin pandeo por torsión)

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{pl,Rd}} + 0.6 k_y \frac{c_{m,y} M_{y,Ed}}{M_{y,pl,Rd}} + k_z \frac{c_{m,z} M_{z,Ed}}{M_{z,pl,Rd}} \leq 1$$

DIMENSIONADO PILARES CTE: RESISTENCIA

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{pl,Rd}} + k_y \frac{c_{m,y} M_{y,Ed}}{M_{y,pl,Rd}} + 0.6 k_z \frac{c_{m,z} M_{z,Ed}}{M_{z,pl,Rd}} \leq 1$$

Coeficientes de interacción (amplificación)
(Tabla 6.9)

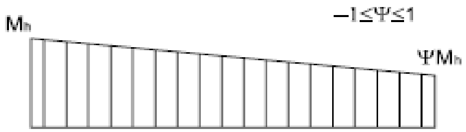
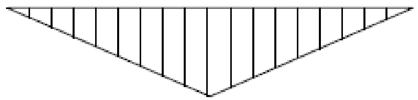
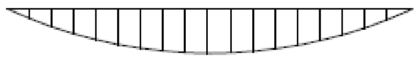
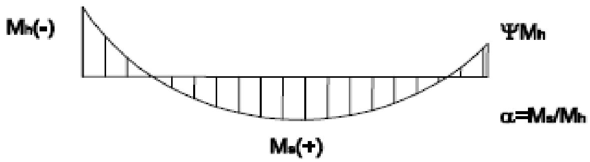
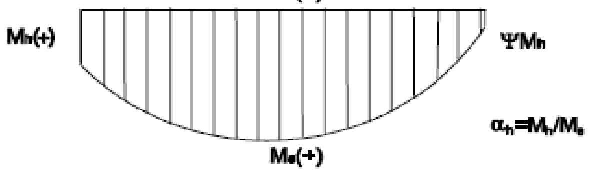
Tabla 6.9 Coeficientes de interacción

Clase	Tipo de sección	k_y	k_z
1 y 2	I, H, abiertas	$1+\left(\bar{\lambda}_y-0{,}2\right)\cdot\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{C.Rd}}$	$1+\left(2\cdot\bar{\lambda}_z-0{,}6\right)\cdot\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{C.Rd}}$
	Hueca delgada		$1+\left(\bar{\lambda}_z-0{,}2\right)\cdot\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{C.Rd}}$

DIMENSIONADO PILARES CTE: RESISTENCIA

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{pl,Rd}} + k_y \frac{c_{m,y} M_{y,Ed}}{M_{y,pl,Rd}} + 0.6 k_z \frac{c_{m,z} M_{z,Ed}}{M_{z,pl,Rd}} \leq 1$$

Coeficientes de momento equivalente
(Tabla 6.10)

Momentos de extremo 	$\boxed{c_{m,i} = 0{,}6 + 0{,}4 \cdot \psi \geq 0{,}4}$
Momento debido a cargas laterales coplanarias 	$c_{m,i} = 0{,}9$
	$c_{m,i} = 0{,}95$
Momentos debidos a cargas laterales y momentos de extremos 	$c_{m,i} = 0{,}1 - 0{,}8 \cdot \alpha \geq 0{,}4$ si $-1 \leq \alpha \leq 0$ $c_{m,i} = 0{,}2 + 0{,}8 \cdot \alpha \geq 0{,}4$ si $0 \leq \alpha \leq 1$
	$c_{m,i} = 0{,}95 + 0{,}05 \cdot \alpha_h$ con $-1 \leq \alpha_h \leq 1$