



CAPÍTULO 9

UN MARCO TEÓRICO PARA EL ESTUDIO DE LAS TENDENCIAS DE
PENSAMIENTO PROBABILÍSTICO DE LOS ESTUDIANTES
PARA PROFESOR DE BIOLOGÍA Y DE MATEMÁTICA

AMABLE MORENO

Universidad Nacional de Cuyo, Mendoza, Argentina

FRANCISCO GONZÁLEZ GARCÍA

Universidad de Granada

JOSÉ MARÍA CARDEÑOSO DOMINGO

Universidad de Cádiz

1. INTRODUCCIÓN

La importancia del desarrollo de un pensamiento probabilístico en los estudiantes para profesor de biología se puede detectar analizando el diseño curricular del profesorado. Este puntualiza que se deben jerarquizar algunas teorías, como la *Teoría de la Evolución* como teoría unificadora de la biología, tal como lo expresa Theodosius Dobzhansky (Mayr, 2006), para quien nada tiene sentido en biología excepto a la luz de la evolución. La teoría evolucionista fue la responsable de introducir el azar en biología; y como afirma el biólogo Losos (2013) el gran flujo de datos en todas las áreas de la biología evolutiva plantea importantes desafíos teóricos, por lo que se requieren nuevas clases de teorías para dar sentido a los nuevos tipos de datos. Paralelamente, desde la Ecología se viene planteando desde hace tiempo la necesidad del desarrollo de la capacidad predictiva para anticipar las consecuencias del cambio global. Para Brewer y Gross (2003) la evolución de la predicción ecológica será factible con una forma de pensar desde la *incertidumbre*.

Estas demandas, plantean la necesidad de afrontar el desarrollo de un pensamiento probabilístico y estadístico en los estudiantes de biología (Moreno, Cardeñoso y González-García, 2012a, 2012b, 2014b), para interpretar las teorías que surjan en el seno de la misma y comprender los métodos estadísticos que les permitan obtener la información contenida en los datos.

Por otra parte, el análisis de los significados de la aleatoriedad y de la probabilidad en los estudiantes para profesor de matemática (Moreno, Cardeñoso y González-García, 2014a), es fundamental porque serán los responsables de la enseñanza de esta temática, y sin una formación adecuada, estos futuros profesores podrían transmitir a sus alumnos concepciones erróneas (Azcárate y Cardeñoso, 2003; Watson, 2011).

Como afirman algunos autores, la probabilidad es necesaria para el desarrollo de la alfabetización estadística, la que caracteriza a los ciudadanos activos y críticos de una sociedad cargada de información (Nikiforidou; Lekka, y Pange, 2010). Desde esta perspectiva Azcárate y Cardeñoso (2011) consideran que la educación estadística es un tema poco trabajado en las aulas y sobre el que los profesores de los diferentes niveles tienen pocos referentes teóricos y prácticos.

En Mendoza, Argentina hemos detectado que los estudiantes egresados del nivel de secundaria no poseen las nociones básicas de la probabilidad y estadística; lo que nos preocupa y motivó para realizar nuestro trabajo de investigación, buscando respuestas a ciertos interrogantes.

¿Por qué los egresados de la escuela secundaria afirman no haber estudiado probabilidad y estadística, a pesar que el currículum lo prescribe?, ¿cuáles son los motivos que producen esta deficiencia en el sistema educativo provincial?, ¿por qué no han adquirido esos conocimientos, que son precisamente los que permiten actuar de modos diferentes en contextos nuevos y desconocidos? Estos interrogantes nos llevaron a explorar las tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes para profesor de biología y para profesor de matemática; con miras a obtener información como insumo para la mejora de la formación docente.

A continuación presentamos el marco teórico que fundamenta nuestra investigación. En primer lugar, estudiamos los aspectos más relevantes de la formación del profesorado en general; luego la referida al profesorado de matemática y al profesorado de biología en lo concerniente a la formación probabilística.

2. DESARROLLO DEL MARCO TEÓRICO

2.1. *La formación del profesorado*

Sabemos de la complejidad tanto conceptual como contextual de la enseñanza, lo que hace difícil definir los componentes y la estructura del

Conocimiento Profesional del Profesor. Sin embargo, las investigaciones realizadas diferencian los siguientes componentes:

- a) el conocimientos de los contenidos, del objeto o materia de enseñanza, que llamaremos conocimiento del contenido disciplinar;
- b) el conocimiento pedagógico;
- c) el conocimiento necesario para enseñar un saber particular, llamado Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC);
- d) el conocimiento del contexto.

El conocimiento que requiere el profesor para enseñar contenidos específicos, se denomina *Conocimiento Didáctico del Contenido* (CDC) es lo que denominan los norteamericanos y anglosajones (PCK) *Pedagogical Content Knoweldge*.

Lee Shulman (1987) establece un cuerpo de conocimientos como base para la enseñanza. De esta manera establece los saberes indispensables que todo profesor debe saber como mínimo:

- a) conocimiento de la disciplina;
- b) conocimientos pedagógicos generales, teniendo en cuenta especialmente aquellos principios y estrategias generales de manejo y organización de la clase;
- c) conocimiento del currículo, en especial dominio de los materiales y los programas que sirven como herramientas para el desempeño de la tarea docente;
- d) conocimiento pedagógico de la disciplina;
- e) conocimientos de los estudiantes;
- f) conocimiento de los contextos educativos;
- g) conocimiento de los objetivos, las finalidades y los valores, y de sus fundamentos filosóficos e históricos.

Shulman da fundamental importancia al conocimiento de las ideas de los alumnos, al igual que a las estrategias metodológicas para facilitar el aprendizaje. La aportación más relevante fue el haber incluido el CDC como un importante cuerpo de conocimiento, fundamental para la enseñanza de un saber particular. Para Shulman el papel del profesor a partir del dominio del CDC es:

El profesor debe de algún modo ser fiel, por un lado, a los posibles significados dentro de la materia y, por otro, a las comprensiones que sus estudiantes son capaces de alcanzar. El profesor debe construir puentes entre los significados inherentes al contenido curricular y las construcciones de significados que los estudiantes pueden inventar, idear o discernir (Shulman, 1993: 58)

A partir del trabajo de Shulman se han realizado distintas investigaciones, algunas de ellas son: Tamir, 1988; Smith y Neale, 1989; Marks, 1990; Even, 1990 y 1993; Rovegno, 1992; Llinares, 1993 y 1998; Marcelo, 1993; Blanco, Mellado y Ruiz, 1995; Mellado y García, 1997; Cooney, 1999; Graeber, 1999; Barnett y Hodson, 2001; Van Driel, De Jong y Verloop, 2002; Appleton, 2003; An, Kulm y Wu, 2004; Bolívar, 2005; Ponte y Chapman, 2006; Sorto, 2007; Burgess, 2008.

Además, es importante mencionar el aporte de Bromme (1988) quien define el Conocimiento Profesional docente como el conocimiento que los profesores utilizan en su práctica cotidiana. El profesor requiere un conocimiento tal que le permita interrelacionar e integrar los conocimientos científicos y los cotidianos. De tal manera, necesita integrar los conocimientos psicopedagógicos, y su experiencia profesional para lograr la transformación de la estructura lógica disciplinar de los conocimientos teóricos que esté enseñando.

Según este autor el Conocimiento Profesional requiere de la interrelación de diferentes tipos de conocimientos, como son: los específicos de la asignatura que enseña (conocimientos disciplinares), los de la didáctica específica, el pedagógico y el metaconocimiento.

El metaconocimiento es el conocimiento sobre la naturaleza de los conocimientos antes mencionados, en relación con la escuela, con la asignatura que enseña y con los objetivos que se persiguen. Este tipo de conocimiento constituye un elemento nuclear para la integración de los diferentes saberes involucrados en la construcción del Conocimiento Profesional.

El profesor necesita conocer el proceso de comprensión de los alumnos: cómo aprenden, qué obstáculos tienen en el aprendizaje, sus dificultades y errores. Los conocimientos sobre la Didáctica Específica son indispensables para establecer la secuenciación de contenidos. De igual manera, se requieren para definir el grado de profundidad de los diferentes temas de estudio, para evaluar las dificultades de las tareas y

para integrar los conceptos de la disciplina que enseña, con los conocimientos, experiencias y expectativas de los alumnos.

En esta misma línea de investigación encontramos a Grossman (1990), quien identifica cuatro componentes en el Conocimiento Profesional del profesor:

- a) el conocimiento del contenido de referencia;
- b) el conocimiento pedagógico general
- c) el conocimiento del contexto
- d) el conocimiento didáctico del contenido:

El conocimiento del contenido de la disciplina y su estructura, influye en la manera como han de presentarse los contenidos a los estudiantes en el momento de la enseñanza. Además, enfatiza en la importancia de conocer las concepciones, principalmente las ideas erróneas y los intereses de los alumnos para la definición y estructuración de los contenidos curriculares y de las estrategias de enseñanza.

Magnusson, Krajcik y Borko (1999), reconocieron una naturaleza aún más compleja para el conocimiento didáctico del contenido, llegando a considerar integrado por cinco tipos de conocimiento: orientaciones para la enseñanza de la ciencia, conocimientos y creencias sobre el currículo de la ciencia, sobre el aprendizaje de los alumnos de temas específicos de ciencia, sobre evaluación en ciencia y sobre estrategias didácticas en la enseñanza de la ciencia.

Para el presente trabajo es importante destacar el aporte de Posner, Strike, Hewson y Gertzog (1988), en relación con el cambio conceptual. Estos autores toman de las teorías filosóficas de los paradigmas de Kuhn y los programas de investigación de Lakatos, el cambio conceptual, que ocurre cuando esos compromisos centrales (paradigmas o programas), necesitan alguna modificación, lo cual implica un reto para el científico que se traduce en la revolución científica (perspectiva kuhniana) o un cambio de programa de investigación (Lakatos).

Posner, Strike, Hewson y Gertzog (1988) hacen una analogía del anterior planteamiento filosófico, con el aprendizaje; proponen así, que los nuevos conceptos o fenómenos son relacionados con los conceptos existentes en los alumnos, generándose cambios, que van desde la sustitución de los conceptos previos por lo nuevo, hasta la acomodación (reestructuración) de esos conceptos. Este concepto implica el paso

de las concepciones alternativas a las concepciones científicas y está sustentado en modelos gestados desde la nueva filosofía de las ciencias, especialmente en los pensamientos de Toulmin y Khum, en la medida que hacen una analogía entre el proceso mediante el cual las concepciones cambian, por una parte con la evolución de los conceptos y teorías a partir de la selección, y por otra parte con el cambio científico (al comparar el cambio conceptual con la «revolución», con lo cual dicho cambio puede culminar en éxito o fracaso).

Otro aporte importante es el de Carlsen (1999), quien propone integrar los conocimientos: general pedagógico, disciplinar, didáctico del contenido, del contexto general educativo, del contexto específico educativo. En contraste con otras perspectivas, en esta se considera que los componentes del conocimiento profesional docente no pueden existir independientemente y aisladamente, sino que por el contrario, cobran sentido únicamente dentro de un sistema.

En la formación del profesorado es destacable la labor desempeñada por el *Proyecto Curricular Investigación y Renovación Escolar* (IRES). El conocimiento profesional es asumido desde la perspectiva evolutiva, en la que se formula una hipótesis de progresión con miras a reestructurar, de una forma progresivamente compleja, el conocimiento «de hecho» del profesor en un conocimiento deseable (Porlán, Rivero y Pozo, 1998). Intervenir en la formación profesional docente desde la perspectiva que se plantea en el proyecto IRES, implica considerar el conocimiento profesional docente como la interrelación e integración sistémica y compleja de saberes de distinta índole. Esto demanda un profundo proceso de reelaboración y transformación epistemológica y didáctica. Los productos de esta reelaboración y transformación se constituyen en sistemas de ideas en evolución. Por lo tanto, el conocimiento profesional, es asumido desde una perspectiva evolutiva, en la que se formula una hipótesis de progresión con miras a reestructurar, de una forma progresivamente compleja, lo que permite una gradación de lo simple a lo complejo: una hipótesis de progresión que facilite dicha evolución. Desde esta perspectiva, la formación profesional docente que se plantea en el proyecto IRES, considera que el conocimiento escolar se construye teniendo como marco de referencia la epistemología de la complejidad, la concepción constructivista de la enseñanza y el aprendizaje, y el planteamiento ideológico crítico.

Para formular, la hipótesis de progresión de un contenido concreto, García (1998) propone establecer una gama que suponga aproximaciones al saber científico a partir del cotidiano, lo cual conduce a niveles de formulación, de uno inferior a otro superior, además de incrementarse el nivel de complejidad de la hipótesis de progresión es necesario el estudio de las concepciones de los alumnos en busca de su aproximación a una visión más compleja y crítica, superando algunas limitaciones del conocimiento cotidiano.

Por otra parte, Barnett y Hodson (2001) hacen énfasis en el conocimiento de los profesores del área de las ciencias. Quienes resaltan que el conocimiento profesional está notablemente determinado por las características personales de los docentes, y por un conocimiento colectivo definido por los contextos educativo, social y cultural específicos, al igual que por factores institucionales y políticos de diferente nivel. Además, señalan que cuando el profesor ejerce su profesión no se limita a aplicar de una manera imparcial los currículos generalizados que han sido elaborados por expertos, los cuales suelen estar distantes de la realidad escolar. Por el contrario, responden atendiendo a sus creencias personales, sus valores y experiencia.

En definitiva, el conocimiento colectivo de los profesores se gesta a partir de la constante socialización e interacción entre los colegas docentes.

Grossman, Wilson y Shulman (2005) consideran muy importante en la formación de profesores el conocimiento de la disciplina que van a enseñar. Estos autores destacan cuatro dimensiones: conocimiento del contenido, conocimiento sustantivo, conocimiento sintáctico y creencias acerca de la disciplina. A lo que agregan que cuando un profesor tiene un conocimiento profundo de la materia que va a enseñar, hace que el profesor ponga más énfasis en las explicaciones conceptuales. Además, aquellos profesores que tienen un mapa más amplio de la materia, que entienden la relación entre tópicos, también son más efectivos en la enseñanza.

La falta de conocimiento de contenido puede afectar al estilo de la instrucción. En la enseñanza de la materia con la que se encuentran inseguros, los profesores suelen preferir hablar más que solicitar a sus alumnos ciertas cuestiones porque esto los puede llevar a un terreno desconocido (Carlsen, 1988).

También la falta de conocimiento de contenido puede influir en la manera en cómo los profesores critican los libros de texto, o cómo seleccionar el material que van a usar en sus clases y a cómo organizan el curso y conducen la enseñanza.

Los profesores deben aprender todo lo concerniente a los conceptos centrales y los principios organizativos de la materia; ellos también deben ser conocedores de su responsabilidad para adquirir nuevo conocimiento hasta el final de sus carreras. La adquisición de un nuevo conocimiento requiere entre otras cosas la habilidad para reflexionar y aprender desde la experiencia.

Los profesores deben conocer las estructuras sustantivas de la materia que van a enseñar. Estas estructuras incluyen los marcos exploratorios o paradigmas que son usados tanto para guiar la investigación en el campo como para dar sentido a los datos. Las mismas influyen en el cómo y qué enseñar de los profesores.

El conocimiento disciplinario incluye el conocimiento de las formas en las que el nuevo conocimiento es introducido en el campo. Las estructuras sintácticas son los cánones de evidencia que son usados por los miembros de la comunidad disciplinaria para guiar por la investigación en el campo. Sin formación en la sintaxis de una disciplina, los profesores no tienen la capacidad para distinguir entre afirmaciones más o menos legítimas. Como el conocimiento cambia, los profesores necesitan ser capaces de evaluar nuevas teorías y explicaciones sobre la base de la evidencia.

Las creencias que tienen los profesores acerca de la disciplina influyen tanto en lo que eligen enseñar y cómo eligen enseñarlo. Por lo tanto, los formadores de profesores deben proporcionarles oportunidades para que los futuros profesores identifiquen y examinen las creencias que tienen acerca del contenido que enseñan.

Por otra parte, Park y Olivier (2007) incorporaron un nuevo dominio de conocimiento a los cinco propuestos por Magnusson, Krajcik y Borko (1999), la percepción de autoeficacia. Este nuevo dominio tiene una dimensión fundamentalmente afectiva dado que consiste en las percepciones y las creencias que el docente tiene sobre su propia habilidad para desempeñarse con éxito en la enseñanza de determinados temas con determinadas estrategias. Luego, el conocimiento didáctico del contenido se genera a partir de las interrelaciones contextualizadas

de seis dominios de conocimiento mediante la reflexión sobre la práctica que se tiene al planificarla y la reflexión en la práctica que sale al evaluarla metacognitivamente.

2.2. *Teoría de los modelos mentales*

El análisis de las causas que producen el fracaso evidenciado de los estudiantes nos conduce a reflexionar sobre distintos aspectos, que van desde el mensaje que se transmite sobre la naturaleza del conocimiento probabilístico, a los métodos de enseñanza, las herramientas empleadas, la planificación realizada y la evaluación; y de manera prioritaria nos hace pensar sobre los alumnos y en las barreras que impiden que el aprendizaje sea eficaz. En este sentido, consideramos que la teoría de los modelos mentales puede ayudarnos a interpretar el aprendizaje del conocimiento probabilístico.

Así, Vosniadou & Brewer (1994) interpreta el cambio conceptual como una modificación progresiva de los modelos mentales que el alumno tiene sobre el mundo físico, que logra por medio de enriquecimiento o revisión. Entendiendo enriquecimiento como adición de informaciones, y revisión implica cambios en las creencias o presupuestos individuales en la estructura relacional del modelo.

Desde esta perspectiva, los resultados de la investigación educativa plantean la necesidad de considerar al aprendizaje como un proceso cognitivo, como un modo de procesar mentalmente la información y de utilizarla; y de aquí surge la importancia que tienen las representaciones internas. Greca y Moreira (1997: 712) afirman:

Asumimos que construimos representaciones internas del mundo en lugar de aprehenderlo directamente, debe ser posible que el estudio de la estructura de estas representaciones nos suministre una mejor comprensión de los procesos de aprendizaje de nuevas estructuras conceptuales.

Para Pozo (1999) más allá de hablar de cambio conceptual, debemos hablar de cambio representacional. Se entiende por representación a «cualquier notación, signo o conjunto de símbolos que representa algún aspecto del mundo externo o de nuestra imaginación, en su ausencia» (Eysenck y Keane, 1991: 202). Por lo tanto, las representaciones pueden ser externas o internas.

Para Johnson-Laird (1983, 1996), la mente humana representa el mundo ante la imposibilidad de aprehenderlo directamente y lo hace según un triple código, opera mentalmente con proposiciones, imágenes y modelos mentales. Éstos son análogos estructurales del mundo que la mente genera para comprenderlo, de lo que se deriva que la conceptualización científica requiere la construcción de modelos mentales, estos modelos mentales tienen poder predictivo y explicativo, y se caracterizan por su funcionalidad; y por eso dotan al individuo de comprensión. Son los modelos de trabajo que actúan en la memoria a corto plazo.

Como los modelos mentales operan con la abstracción, y los conceptos científicos poseen un alto grado de abstracción y complejidad, de aquí se deriva la consideración de que el aprendizaje de los conceptos científicos requiere de la construcción de un modelo mental de los mismos.

Lograr el conocimiento de los modelos mentales y cómo se construyen, es una prioridad, si pretendemos que el conocimiento científico se construya, porque a partir de ese conocimiento podremos determinar las estrategias y los procesos adecuados para que los estudiantes recorran el camino que va desde los modelos mentales a los modelos conceptuales científicos. Si bien sabemos que, los modelos mentales de las personas son difíciles de investigar, porque son confusos, incompletos, inestables; diferentes a los modelos científicos que son precisos, consistentes y completos.

Para Johnson-Laird (1994) la construcción de los modelos mentales se basa en el conocimiento, las creencias y las concepciones. La teoría de los modelos mentales es una teoría apropiada para estudiar el pensamiento probabilístico, porque es una teoría que fue pensada para explicar los procesos superiores de la cognición, en particular la comprensión y la inferencia. Este autor realiza un estudio sobre el conocimiento general de las creencias y las descripciones de situaciones que conducen a los modelos mentales que se utilizan para evaluar probabilidades.

La mayoría de los científicos cognitivos están de acuerdo en que los seres humanos construyen representaciones mentales, y muchos pueden sospechar que esta teoría usa las palabras «modelo mental» en donde simplemente lo harían las palabras «representación mental». Por lo que nos planteamos el siguiente interrogante, ¿cómo podemos afirmar que

los individuos piensan probabilísticamente mediante la manipulación de modelos? La respuesta que da el autor es doble.

En primer lugar, los principios de la representación de modelos permiten tener en cuenta conjuntos de posibilidades de una manera comprimida. Por lo tanto, es posible evaluar la probabilidad mediante la estimación de los posibles estados de cosas dentro de un marco de trabajo general, mediante una frecuencia o mediante una interpretación del grado de creencia, ambas formas son igualmente factibles. En segundo lugar, la teoría de modelos hace una serie de predicciones basadas en la distinción entre la información implícita y la explícita, y sobre las limitaciones del procesamiento de la memoria de trabajo.

2.3. *La formación del profesor de matemática*

Reconocemos la importancia de las ideas de Hill, Ball y Schilling (2008), quienes describen el conocimiento matemático para la enseñanza como el conocimiento matemático que debe utilizar el profesor en el aula para producir instrucción y desarrollo en el alumno. Si bien, para la enseñanza de la probabilidad, en niveles no universitarios, los profesores no necesitan altos niveles de conocimiento del contenido matemático, resulta indispensable una comprensión profunda de la probabilidad básica; y además requieren de otros conocimientos, que son necesarios para organizar la enseñanza y llevarla a la práctica.

Para Hill, Ball y Schilling (2008) necesitamos diferenciar el conocimiento común del contenido; conocimiento especializado del contenido y el conocimiento en el horizonte matemático. El conocimiento común del contenido es el puesto en juego para resolver problemas matemáticos por cualquier persona, el conocimiento especializado incluye aspectos que no tiene una persona ordinaria, como identificar las ideas matemáticas trabajadas en un problema; y el conocimiento en el horizonte matemático aporta perspectivas a los profesores para su trabajo, por ejemplo conocimiento de la relación con otras disciplinas, o la historia de las matemáticas.

Para el conocimiento pedagógico del contenido Hill, Ball y Schilling (2008) proponen tener en cuenta tres componentes:

- a) el conocimiento del contenido y los estudiantes es el conocimiento de cómo los estudiantes piensan, saben, o aprenden este

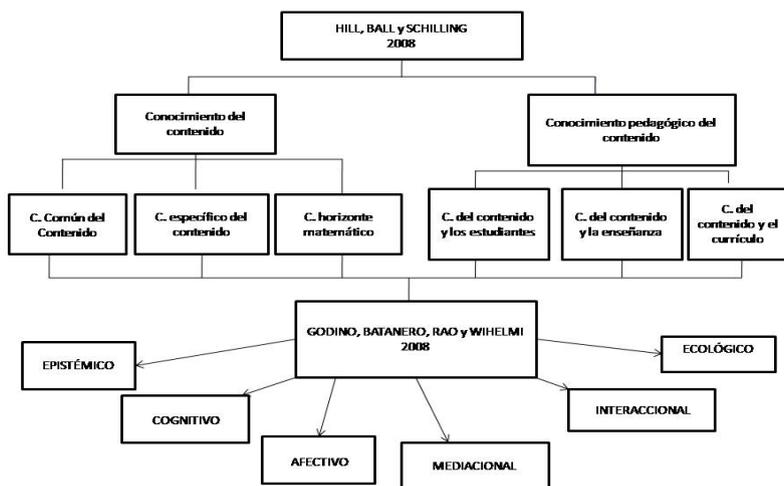
- contenido particular. Incluye el conocimiento de los errores y dificultades comunes, las concepciones erróneas, las estrategias utilizadas, el ser capaz de valorar la comprensión del alumno y saber cómo evoluciona su razonamiento matemático;
- b) el conocimiento del contenido y su enseñanza resulta de la integración del contenido matemático con el conocimiento de la enseñanza de dicho contenido. Incluye saber construir, a partir del razonamiento de los estudiantes y las estrategias utilizadas por ellos, procesos pertinentes para tratar y corregir sus errores y concepciones erróneas;
 - c) el conocimiento del contenido y el currículo, sería el conocimiento de las orientaciones curriculares, objetivos y competencias pretendidas, contenidos, medios de evaluación y materiales curriculares;

Si bien estos tipos de conocimientos han sido estudiados por Godino, Batanero, Roa y Wilhelmi (2008), ellos agregan además otros componentes, como los siguientes:

- a) componente epistémica: El profesor necesita conocer el significado matemático de los conceptos, y también el conocimiento de su desarrollo histórico y de los diversos significados de cada concepto de los que enseña, que han recibido en diferentes períodos, así como las controversias asociadas a estas diferentes definiciones puede ayudarlo a comprender mejor las dificultades de sus alumnos. Como es el caso de los diferentes significados de la probabilidad;
- b) componente cognitivo: Es importante conocer el desarrollo que alcanzan los alumnos respecto de los conceptos básicos de la probabilidad, dependiendo de su edad, así como los sesgos de razonamiento más comunes. Todo esto les permitirá una mejor predicción de las dificultades de aprendizaje de sus alumnos;
- c) componente mediacional: El profesor debe conocer los recursos que pueden favorecer el aprendizaje y los métodos de enseñanza adecuados. Debe alcanzar la capacidad crítica para analizar libros de texto y documentos curriculares y habilidad para adaptar los temas a los diferentes niveles de enseñanza. Debe tener habilidad para conseguir el interés de los alumnos, teniendo en cuenta sus actitudes y creencias;

- d) componente interaccional: Capacidad para crear una buena comunicación en el aula y organizar el discurso y comunicación entre alumnos y profesor, incluyendo la evaluación;
- e) componente ecológico: Relación del contenido matemático con otros de la misma disciplina u otras, así como condicionantes internos y externos en la enseñanza.

Gráfico 1: Marco teórico propuesto para la enseñanza de la matemática



Por otra parte, Lee y Hollebrands (2008, 2011) presentan un modelo del conocimiento profesional para enseñar estadística con apoyo de la tecnología con cuatro componentes:

- a) concepciones de qué significa enseñar un contenido particular integrando la tecnología en el proceso de aprendizaje;
- b) conocimiento de las estrategias de enseñanza y las representaciones para enseñar temas particulares con la tecnología;
- c) conocimiento sobre la comprensión, razonamiento y aprendizaje de los estudiantes con la tecnología;
- d) conocimiento del currículo y materiales curriculares que integran la tecnología en el aprendizaje y ponen el énfasis en el razonamiento estadístico.

Además, Garfield y Ben-Zvi (2008) describen el conocimiento profesional mediante seis componentes que se han de desarrollar en la formación de los profesores:

- a) ideas estocásticas fundamentales;
- b) uso de datos reales;
- c) uso de actividades para el aula;
- d) integración de los elementos tecnológicos;
- e) implementación del discurso en el aula;
- f) uso de métodos alternativos de evaluación.

2.4. *Las ideas estocásticas fundamentales*

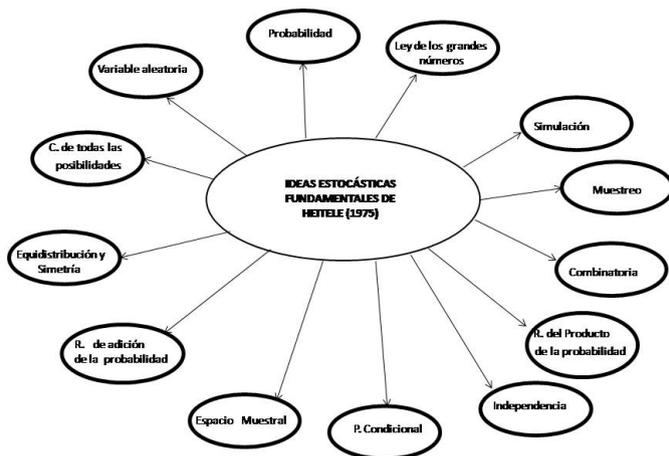
Para Heitele (1975) las ideas estocásticas fundamentales pueden ser enseñadas desde la escuela primaria a la universidad con distintos niveles de formalización creciente, y por lo tanto deben ser una guía para la elaboración del currículo de la probabilidad. La probabilidad es un tópico de la matemática, donde prosiguen en la actualidad discusiones sobre la interpretación de algunos conceptos. La definición axiomática de la probabilidad es satisfactoria desde el punto de vista matemático, pero no ha resuelto los problemas filosóficos de interpretación de la probabilidad y tampoco proporciona procedimientos para aplicar en distintas circunstancias.

La construcción de la teoría de la probabilidad no ha sido simple, y solamente mediante el esfuerzo y el aprendizaje a partir del análisis de los errores, ha permitido la evolución de la misma. De la misma forma, los alumnos deben construir su conocimiento mediante un proceso gradual, a partir de sus errores y del esfuerzo.

Luego, el profesor que debe enseñar probabilidad a sus alumnos, debe conocer esta problemática, para poder comprender las dificultades con las que tropezarán sus alumnos, quienes encontrarán a lo largo de su aprendizaje las mismas situaciones contraintuitivas que aparecieron en el desarrollo histórico de la probabilidad. Además, el profesor debe proporcionar a sus alumnos las herramientas necesarias para crecer en su comprensión de la probabilidad.

Para Heitele las ideas estocásticas fundamentales que se deben enseñar son las que se presentan en el Gráfico 2.

Gráfico 2: Ideas estocásticas fundamentales propuestas por Heitele para la enseñanza de la estadística



2.5. El conocimiento probabilístico en biología

Autores como Porlán (1989), Mellado y Carracedo (1993), Jiménez y Sanmartí (1997), Chalmers (2000), y García y Cubero (2000) consideran que, las características del conocimiento varían dependiendo de la perspectiva filosófica con que se aborde, lo que obliga a considerar aspectos generales de la Filosofía de la Ciencia. Estos autores establecen dos grandes perspectivas: la empírico-positivista, y la alternativa, correspondiente a la Nueva Filosofía de las Ciencias, la cual incluye visiones racionalistas, constructivistas y relativistas. Desde la Nueva Filosofía de la Ciencia estos autores, más allá de caracterizar a la ciencia según el método que emplea, se trata de abordar nuevas dimensiones como los paradigmas teóricos de Kuhn (el conocimiento también es cambiante cuando aparece un paradigma que «triunfa» sobre otro debido a que ninguna teoría puede resolver todos los problemas) o los programas de investigación de Lakatos.

Así, Mayr (1998, 2006) hace referencia al enfoque kuhiano al referirse a la biología, señala que en el desarrollo de la ciencia no han existido largos períodos de normalidad, ni tampoco revoluciones cataclísmicas. A pesar que la teoría de la evolución de Darwin fue revolucionaria, la comunidad científica demoró en aceptarla.

El mundo que nos rodea se caracteriza por la gran diversidad que existe en todos los ámbitos; y a su vez esta diversidad está en constante variación, que hace que cada uno sea único y, a su vez es distinto a como era en el momento precedente. Por lo tanto, el determinismo es totalmente excluyente para interpretar el mundo. Desde esta visión del mundo, toma relevancia la idea del «azar». El primer azar, era un azar epistemológico basado en la falta de conocimiento, pero a partir de Darwin nace un nuevo azar, es un azar ontológico, es un azar de la naturaleza.

Respecto de la perspectiva de Popper, el conocimiento científico también es modificable, las hipótesis deben ser refutables y las teorías cambian o abandonan cuando aparecen observaciones que las falsean. Al respecto, Mayr afirma:

Debido a la naturaleza probabilística de la mayor parte de las generalizaciones en biología evolutiva, resulta imposible aplicar el método falsacionista de Popper para poner a prueba las teorías porque el caso particular de una aparente refutación de una determinada ley puede resultar ser nada más que una excepción, algo común en Biología (Mayr, 2006:45)

Por otra parte, la Psicología ha estudiado el pensamiento de los seres humanos; y como afirman Wasserman, Young y Cook (2004), las personas son capaces de reconocer la aleatoriedad en sus entornos, buscando la estabilidad en su medio ambiente promovida por el instinto de supervivencia; pero no está tan claro si son capaces de hacer selecciones aleatorias de manera intencional (Wagenaar, 1972; Falk, 1981; Budescu, 1994; Brugger, Landis y Regard, 1990; Falk y Konold, 1997; Brugger, 1997).

2.6. *Sistema de categorías propuesto por Cardeñoso para la determinación de tendencias de pensamiento probabilístico*

Las dos investigaciones tomadas como antecedentes para el presente estudio se pueden encontrar en la tesis doctoral de Azcárate (1995) y en la de Cardeñoso (2001).

Cardeñoso plantea una estructura para el estudio de las tendencias probabilísticas, determinada por dos dimensiones; el reconocimiento de la aleatoriedad y la estimación de la probabilidad; la que da origen a un sistema de las siguientes nueve categorías.

Causalidad: Argumentaciones que tienen como criterio de reconocimiento de la aleatoriedad explicaciones en función de los diversos factores causales o en la ausencia de posibilidad de su control.

Multiplidad: Argumentaciones que tienen como criterio de reconocimiento de la aleatoriedad la existencia de múltiples posibilidades en el desarrollo del fenómeno.

Incertidumbre: Argumentaciones en las que se utiliza como criterio de reconocimiento de la aleatoriedad la propia imprevisibilidad del suceso, sin profundizar en su explicación o análisis.

Subjetiva: Argumentaciones en las que utiliza como criterio de reconocimiento de la aleatoriedad consideraciones referidas a la propia vivencia o creencia subjetiva.

Contingencia: Argumentaciones estimativas de cuantificación de la probabilidad basadas en la comparación entre los casos favorables y desfavorables de un suceso.

Laplaciana: Argumentaciones estimativas de cuantificación de la probabilidad basadas en la proporción entre los casos favorables y casos posibles del fenómeno.

Frecuencial: Argumentaciones estimativas de cuantificación de la probabilidad basadas en la lectura frecuencial del fenómeno o de la información aportada.

Equiprobabilidad: Argumentaciones estimativas de cuantificación de la probabilidad basadas en justificaciones desde la equiposibilidad entre los resultados del fenómeno.

Experiencial: Argumentaciones estimativas de cuantificación de la probabilidad basadas en criterios fruto de la experiencia personal.

A partir de este sistema de categorías, Cardeñoso plantea la estructura y contenido de un cuestionario para la determinación de tendencias de pensamiento probabilístico.

Tomamos como punto de partida este cuestionario; le efectuamos algunas modificaciones para adaptarlo a nuestro contexto; el que fue aplicado a toda la población de estudiantes para profesor de biología y para profesor de matemática de la provincia de Mendoza, Argentina.

2.7. Síntesis de resultados

El análisis de las respuestas y la aplicación de técnicas estadísticas multivariantes, nos permitió detectar cuatro tendencias de pensamiento

probabilístico, denominadas: Tendencia al Determinismo, Tendencia al Personalismo, Tendencia a la Incertidumbre y Tendencia a la Contingencia.

Entre los estudiantes para profesor de secundaria en matemática, únicamente la cuarta parte manifiestan tener un pensamiento probabilístico que, si bien dista del esperado, es el que posee modelos mentales más cercanos a los modelos científicos en relación con la aleatoriedad y la probabilidad.

Las concepciones que tienen los estudiantes para profesor de biología; probablemente influenciadas por la conceptualización que le brindan las disciplinas biológicas, logran un importante desarrollo de la capacidad que les permite reconocer la aleatoriedad; y pierden presencia las nociones propiamente probabilísticas. Por otra parte, se ha encontrado una relación de dependencia entre las tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes y el instituto donde se cursa la carrera.

Por lo tanto, consideramos que se requiere una mayor investigación, para encontrar información que sea relevante para la formación de los futuros profesores, y permita el desarrollo de un pensamiento probabilístico necesario para la toma de decisiones, y en consecuencia apropiado para la formación de una ciudadanía crítica.

3. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- An, S., Kulm, G. & Wu, Z. (2004). The pedagogical content knowledge of middle school, mathematics teachers in China and U.S. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7, 145-172.
- Appleton, K. (2003). How do beginning Primary School Teachers Cope with Science? Toward and understanding of Science Teaching Practice. *Research in Science Education*, 33 (1), 1-25.
- Azcárate, P. (1995). *El conocimiento Profesional de los Profesores sobre las nociones de Aleatoriedad y Probabilidad. Su estudio en el caso de la Educación Primaria*. Tesis doctoral inédita. Universidad de Cádiz.
- Azcárate, P. y Cardeñoso, J.M. (2003). Conocimiento profesional de referencia con relación al conocimiento probabilístico. Una aproximación a las ideas de los futuros profesores de primaria sobre el mismo. *Actas 27 Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa*. Lleida, 8-11 de abril de 2003.
- Azcárate, P. y Cardeñoso, J.M. (2011). La Enseñanza de la Estadística a través de Escenarios: implicación en el desarrollo profesional. *Bolema: Rio Claro*, 24(40), 789-810.

- Barnett, J. & Hodson, D. (2001). Pedagogical Context Knowledge: Tower a Fuller Understanding of What Good Science Teachers Know. *Science Education*, 85 (4), 436-453.
- Blanco, L. J., Mellado, V. y Ruiz, C. (1995). Conocimiento Didáctico del Contenido de Ciencias y Matemáticas y Formación de Profesores. *Revista de Educación*, 307, 427-446.
- Bolívar, A. (2002). «¿De nobis ipsis silemus?»: Epistemología de la investigación biográfico-narrativa en educación. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 4 (1). <http://redie.uabc.mx/vol4no1/contenido-bolivar.html>
- Bromme, R. (1988). Conocimientos profesionales de los profesores. *Enseñanza de las Ciencias*, 6 (1), 19-29.
- Budescu, D.V. & Rapoport, A. (1994). Subjective randomization in one-and two-person games. *Journal of Behavioral Decision Making*, 7, 261-278.
- Brewer, C.A. & Gross, L.J. (2003). Training ecologists to think with uncertainty in mind. *Ecology*, 84, 1412-1414.
- Brugger, P. (1997). Variables that influence the generation of random sequences: An update. *Perceptual and Motor Skills*, 84, 627-661.
- Brugger, P. Landis, T. & Regard, M. (1990). A «sheep-goat effect» in repetition avoidance: Extra-sensory perception as an effect of subjective probability? *British Journal of Psychology*, 81, 455-468.
- Burgess, T. (2008). Teacher knowledge for teaching statistics through investigations. En C. Batanero, G. Burril, C. Reading & A. Rossman (Eds.), Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. *Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey: ICMI y IASE.
- Cardeñoso, J.M. (2001). *Las creencias y conocimientos de los profesores de primaria andaluces sobre la Matemática escolar. Modelización de conceptos sobre la aleatoriedad y probabilidad*. Tesis doctoral leída 1998. Universidad de Cádiz. (editada 2001, Servicio de Publica de la UCA)
- Carlsen, W. (1999). Domains of Teacher Knowledge. In: J. Gess-Newsome & N. Lederman (Eds.). *Examining Pedagogical Content Knowledge. The Construct and its Implications for Science Education*. Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers. págs. 133-144.
- Chalmers, A. (2000). *¿Qué es esa cosa llamada ciencia?* Traducción de José María Padilla, Pilar López y Eulalia Pérez. Madrid: Siglo XXI.
- Cooney, T.(1999). Conceptualizing teachers' ways of knowing. *Educational Studies in Mathematics*, 38(1-3), 163-187.
- Even, R. & Tirosh, T. (2002). Teacher knowledge and understanding of students' mathematical leaning. En L. D. English (Ed.). *Handbook of In-*

- ternational Research in Mathematics Education* (págs. 219-240). London: Lawrence Erlbaum y NCTM.
- Eysenck, M. & Keane, M. (1991). *Cognitive Psychology: a student's handbook*. London: Erlbaum.
- Falk, R. (1981). The perception of randomness. *Proceedings of the V PME Conference Grenoble*, (págs. 222-229).
- Falk, R., & Konold, C. (1997). Making sense of randomness: Implicit encoding as a basis for judgment. *Psychological Review*, 104, 301-318.
- García, E. (1998). *Hacia una teoría alternativa sobre los contenidos escolares*. Sevilla: Díada.
- García, J. y Cubero, R. (2000). Constructivismo y formación inicial del profesorado. Las concepciones de los estudiantes de magisterio sobre la naturaleza y el cambio de las ideas del alumnado de primaria. *Investigación en la escuela*, 42, 55-65.
- Garfield, J. B. & Ben-Zvi, D. (2008). Preparing school teachers to develop students' statistical reasoning. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (Eds.). *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey: ICMI e IASE. www.ugr.es/~icmi/iase_study/.
- Godino, J. D., Batanero, C., Roa, R. & Wilhelmi, M. R. (2008). Assessing and developing pedagogical content and statistical knowledge of primary school teachers through project work. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (Eds.). *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey: ICMI e IASE. www.ugr.es/~icmi/iase_study/.
- Graeber, A. (1999). Forms of knowing mathematics: What preservice teachers should learn. *Educational Studies in Mathematics*, 38(1-3), 189-208.
- Greca, I.M. & Moreira, M.A. (1997). The kinds of mental representations-models, propositions and images- used by college physics students regarding the concept of field. *International Journal of Science Education*, 19, 6, 711-724.
- Grossman, P. (1990). *The Making of a Teacher. Teacher Knowledge and Teacher Education*. New York: Teachers College, Columbia University.
- Grossman, P.L.; Wilson, S. M. & Shulman, L.S. (2005). Profesores de sustancia: el conocimiento de la materia para la enseñanza del Profesorado. *Profesorado. Revista de curriculum y formación del profesorado*, 9, 2. *Universidad de Granada*. Granada, España (Publicación original: «Teachers

- of substance: subject matter knowledge for teaching», en M.C. Reynolds (ed.): *Knowledge Base for the Beginning Teacher*. Pergamon Press, Oxford, 1989, 23-36. Traducción de Pedro de Vicente Rodríguez).
- Heitele, D. (1975). An Epistemological View on Fundamental Stochastic Ideas. En *Educational Studies in Mathematics*, 6, (187-205).
- Hill, H. C., Ball, D. L. & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39, 372-400.
- Jiménez, M.P. y Sanmartí, N. (1997). ¿Qué ciencia enseñar?: objetivos y contenidos en la Educación Secundaria, En: Del Carmen, L (Coordinador). *La enseñanza y el aprendizaje de las ciencias de la naturaleza en la educación secundaria*, Barcelona: Horsori editorial, (págs. 17-46).
- Johnson-Laird, P. (1983). *Mental Models. Towards a Cognitive Science of Language, Inference, and Consciousness*. Harvard University Press. Cambridge.
- Johnson-Laird, P. (1994). Mental models probabilistic thinking. *Cognition*, 50, 189-209.
- Johnson-Laird, P. (1996). Images, Models and Propositional Representations, 90-127. En De Vega, M.; Intons-Peterson, M.J.; Johnson-Laird, P.N.; Denis, M. y Marschark, M. *Models of Visuospatial Cognition*. Oxford. University Press.
- Lee, H.S. & Hollebrands, K. (2008). Preparing to teach data analysis and probability with technology. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (Eds.). *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey: ICMI e IASE. Online: www.ugr.es/~icmi/iase_study/ .
- Lee, H. S. & Hollebrands, K. (2011). Characterizing and developing teachers' knowledge for teaching statistics with technology. En C. Batanero, G. Burrill, y C. Reading (Eds.). *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI and IASE study* (págs. 359-369). New York: Springer.
- Losos, J.B. *et al* (2013). Evolutionary Biology for the 21st Century. *PloS Biol* 11 (1): e1001466. Doi:10.1371/journal.pbio.1001466. <http://www.plos-biology.org/article/info%3Adoi%2F10.1371%2Fjournal.pbio.1001466>
- Magnusson, S., Krajcik, J., & Borko, H. (1999). Nature, sources, and development of pedagogical content knowledge for science teaching. In J. Gess-Newsome, & N. G. Lederman (Eds.). *Examining pedagogical content knowledge. The construct and its implications for science education* (Vol. 6, págs. 95-132). Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers.

- Marks, R. (1990). Pedagogical Content Knowledge. From a Mathematical Case to a Modified Conception. *Journal of Teacher Education*, 41 (3), 3-11.
- Mayr, E. (1998). *Así es la biología*. Barcelona: Debate.
- Mayr, E. (2006). *Por qué es única la biología: Consideraciones sobre la autonomía de una disciplina científica*. (J.M. Lebrón, Trad.). Buenos Aires: Katz Editores.
- Mellado, V. y Carracedo, D. (1993). Contribuciones de la filosofía de la ciencia a la didáctica de las ciencias. *Enseñanza de las Ciencias*, 11 (3), 331-339.
- Mellado, V. (1997). Preservice teachers classroom practice and their conceptions of the nature of science. *Science and Education*, 6, 331-354.
- Moreno, A.; Cardenoso, J.M. y González-García, F. (2012a). Un estudio exploratorio de las tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes del profesorado de biología. *Actas Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*, 16 th, Baeza.
- Moreno, A.; Cardenoso, J.M. y González-García, F. (2012b). Un análisis sobre las interpretaciones de la aleatoriedad en los estudiantes del profesorado de biología. *Actas Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*, 16 th., Baeza.
- Moreno, A., Cardenoso, J.M. y González-García, F. (2014a). La aleatoriedad en profesores de biología y de matemática en formación: análisis y contraste de significados. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias* 11 (2), 198-215. Doi: 10.498/15.975.
- Moreno, A.; Cardenoso, J.M. y González-García, F. (2014b). El Pensamiento Probabilístico en los Profesores de Biología en Formación. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 28 (50), 1415-1442. ISSN 1980-4415. DOI: 10.1590/1980-4415.
- Nikiforidou, Z, Lekka, A. & Pange, J. (2010). Statistical literacy at university level: the current trends. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 9, 795-799.
- Park, S. & Oliver, S. (2007). Revisiting the conceptualization of pedagogical content knowledge: PCK as a conceptual tool to understand teachers as professionals. *Research in Science Education*, 38 (3), 261-284.
- Ponte, J. P., & Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. En A. Gutierrez y P. Boero (Eds.). *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (págs. 461-494). Róterdam: Sense.
- Porlán, R. (1989). *Teoría del conocimiento, teoría de la enseñanza y desarrollo profesional*. Tesis doctoral inédita. Universidad de Sevilla.
- Porlán, R. y Rivero, A. (1998). Conocimiento profesional y epistemologías de los profesores II: estudios empíricos y conclusiones. *Enseñanza de las ciencias*, 16(2), 271-288.

- Posner, G., Strike, K., Hewson, P. y Gertzog, W. (1988). Acomodación de un concepto científico: Hacia una teoría del cambio conceptual. En: Porlán, R., García, E. y Cañal, P. (Eds.). *Constructivismo y Enseñanza de las Ciencias*. Sevilla: Díada. Págs.91-114.
- Pozo, J.I. (1999). Más allá del cambio conceptual: el aprendizaje de la ciencia como cambio representacional. *Enseñanza de las Ciencias*, 17 (3), 513-520.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Shulman, L. S. (1993). Renewing the pedagogy of teacher education: the impact of subject-specific conceptions of teaching. En L. Moreno y J. M. Vez (Eds.). *Las didácticas específicas en la formación de profesores* (págs. 53-69). Santiago de Compostela: Tórculo Ediciones.
- Smith, D.C. & Neale, D. C. (1989). The construction of subject matter knowledge in primary science teaching. *Teaching and Teacher Education*, 5 (1), 1-20.
- Sorto, M. A. (2007). Assessing the Knowledge of Future Middle School Teachers in Statistics by Lesson Design. Documento presentado en *Proceedings of the International Association of Statistics Education*, Guimaraes, Portugal.
- Tamir, P. (1988). Subject matter and related pedagogical knowledge in teacher education. *Teaching and Teacher Education*, 4(2), 99-110.
- Van Driel, J., De Jong, O. & Verloop, N. (2002). The development of preservice Chemistry Teachers' Pedagogical Content Knowledge. *Science Teacher Education*, 86, 572-590.
- Vosniadous, S. & Brewer, W. (1994). Mental models of the day/night cycle. *Cognitive Science*, 18, (7), 123-183.
- Wagenaar, W. A. (1972). *Sequential response bias: A study on choice and chance*. Unpublished doctoral dissertation. Utrecht University.
- Wasserman, E. A., Young, M. E., & Cook, R. G. (2004). Variability discrimination in humans and animals: Implications for adaptive action. *American Psychologist*, 59(9), 879-890.
- Watson, J.M. (2011). Foundations for improving statistical literacy. *Statistical Journal of the International Association of Official Statistics*, 27 (3/4), 197-204.

