



**UNIVERSIDAD
DE GRANADA**

Escuela Internacional de Posgrado

Máster Universitario en Profesorado

Especialidad: **Matemáticas**

Campus: **Campus de Fuentenueva**

TRABAJO FIN DE MÁSTER

Programación Didáctica de

la materia Matemáticas

Orientadas a las Enseñanzas

Académicas correspondiente

al Tercer Curso de

Educación Secundaria

Obligatoria.

Presentado por:

D. Nicolás Tizón Escamilla

Tutores:

**Prof. Dr. Emilio Crisol Moya y Prof. Dra. Aurora Inés del Río
Cabeza**

Curso académico 2021/2022

Índice

I. Justificación	5
II. Programación Didáctica	7
1. Contextualización	7
1.1. Características del entorno	7
1.2. Características del centro	8
1.3. Organización del centro	9
1.4. Recursos humanos y materiales	9
1.5. Características del grupo de alumnado	10
1.6. Jerarquización horizontal y vertical	10
2. Relación con el currículo	11
2.1. Pilares como docente	12
2.2. Objetivos	13
2.2.1. Objetivos generales	13
2.2.2. Objetivos didácticos	14
2.3. Competencias clave	16
2.4. Contenidos	18
2.5. Orientaciones metodológicas	23
2.5.1. Principios metodológicos	23
2.5.2. Estrategias metodológicas	24
2.5.3. Actividades	25
2.5.4. Espacios y recursos	26
2.6. Evaluación	27
2.7. Atención a la diversidad	28
2.7.1. Medidas generales	28
2.7.2. Medidas específicas	29
III. Análisis Didáctico: UD9. Funciones. Características y representación	30
1. Análisis del contenido	30
1.1. Estructura conceptual	30
1.1.1. Contenidos conceptuales	30
1.1.2. Contenidos procedimentales	32
1.1.3. Contenidos actitudinales	33
1.2. Sistemas de representación	33
1.2.1. Simbólico (algebraico)	33
1.2.2. Gráfico	34
1.2.3. Numérico (tabular)	34
1.2.4. Verbal	34
1.2.5. Conversión entre sistemas de representación	34
1.3. Sentido y modos de uso del contenido matemático	35
1.3.1. Términos	35
1.3.2. Contextos	36
1.3.3. Fenómenos	36
1.3.4. Situaciones	38
1.4. Mapa conceptual	39
1.5. Focos conceptuales y prioridades	41
1.5.1. Focos conceptuales	41
1.5.2. Prioridades	41

2. Análisis cognitivo	41
2.1. Expectativas de aprendizaje	42
2.1.1. Objetivos específicos	42
2.1.2. Competencias matemáticas PISA	43
2.2. Limitaciones de aprendizaje	44
2.3. Oportunidades de aprendizaje	46
3. Análisis de instrucción	46
3.1. Tareas y secuencias	46
3.2. Organización del trabajo en el aula	57
3.3. Materiales y recursos	57
3.3.1. Materiales	57
3.3.2. Recursos	57
4. Análisis de evaluación	58
IV. Conclusiones	59
Referencias	59
Anexos	63
A. Desarrollo de las Unidades Didácticas	63
UD1. Números racionales y decimales	63
UD2. Potencias y raíces	67
UD3. Sucesiones y progresiones	70
UD4. Expresiones algebraicas y polinomios	73
UD5. Ecuaciones y sistemas de ecuaciones	76
UD6. Geometría en el plano	79
UD7. Transformaciones geométricas en el plano	82
UD8. Geometría en el espacio	85
UD9. Funciones. Características y representación	88
UD10. Funciones lineales y cuadráticas	91
UD11. Estadística	94
UD12. Probabilidad	99
B. Rúbrica de revisión del cuaderno	102
C. Rúbrica de participación en el aula	103
D. Desarrollo de las sesiones de la UD9. Funciones. Características y representación	104
E. Tareas propuestas para la UD9. Funciones. Características y representación	107

I. Justificación

En el presente Trabajo Fin de Máster (TFM) se expone una propuesta de Programación Didáctica (PD) de la asignatura Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas correspondiente al Tercer Curso de la Educación Secundaria Obligatoria (ESO) contextualizada en el Instituto de Enseñanza Secundaria (IES) “Padre Suárez”, así como el análisis detallado de la Unidad Didáctica (UD) *UD9. Funciones. Características y representación* correspondiente a dicha PD.

Tal y como indica Zabalza (1997), cuando hablamos de Programación nos referimos al “proyecto educativo-didáctico específico desarrollado por los profesores para un grupo de alumnos concreto, en una situación concreta y para una o varias disciplinas” (p. 15). Se trata, por tanto, una herramienta de planificación del proceso de enseñanza-aprendizaje que se lleva a cabo en el aula (Gisbert Soler y Blanes Nadal, 2013). En este sentido, Rico Romero et al. (2008) señalan la importancia del papel que juega el docente en la planificación de la actividad educativa. Así, estos autores puntualizan que:

[...] la información que aportan a la planificación docente los currículos de Educación Secundaria establecidos y las secuenciaciones de contenidos que los boletines oficiales publican, se muestran claramente insuficientes para llegar al nivel del aula y decidir acerca de qué debe aprender un alumno o alumna de secundaria en cada tema y cómo hacerlo operativo cada día (Rico Romero et al., 2008, p. 8).

Además, también inciden en el hecho de que los libros de texto publicados por las diferentes editoriales están orientados a “perfiles de alumnos y profesores que no coinciden con la realidad de cada centro y aula” (Rico Romero et al., 2008, p. 8), por lo que deben de ser usados como un apoyo a la docencia, y no como una referencia a seguir. Ante esto, la PD elaborada por el profesorado se torna un elemento fundamental del proceso educativo en la que se contextualiza, sistematiza y organiza las distintas actividades que se plantean con el propósito de contribuir a la formación del alumnado, incorporando los objetivos, contenidos, competencias a desarrollar, metodología docente y propuesta de evaluación establecidos a tal fin (Medina Rivilla y Salvador Mata, 2009).

En el área de las matemáticas, el rol de la planificación docente es especialmente relevante dada la dificultad que el alumnado encuentra en el aprendizaje de esta área (Rico Romero et al., 2008). Como consecuencia, todo profesor o profesora de matemáticas debe ser capaz de realizar un análisis de los contenidos matemáticos que le permitan organizar y destacar los más convenientes en cada etapa de la formación del alumnado, establecer los objetivos de aprendizaje, diseñar las actividades que favorezcan la consecución de tales expectativas y proponer un sistema que le permita evaluar el grado de éxito del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Como hemos mencionado previamente, la materia objeto de la presente Programación Didáctica se encuadra en el Tercer Curso de la ESO. Según se establece en la Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOMLOE), esta etapa educativa tiene como finalidad conseguir que el alumnado adquiera aspectos elementales de la cultura, potenciar y mejorar sus rutinas de trabajo y formarles para etapas posteriores de su vida tanto en el académico como laboral y de la ciudadanía (BOE, núm. 340, 30 de diciembre de 2020, pp. 122889-122890). Además, esta ley también enfatiza la importancia del desarrollo de competencias por parte del alumnado, entendidas éstas como aquellas capacidades necesarias para el pleno desarrollo personal. En particular, la LOMLOE señala que la promoción del alumnado a cursos posteriores de la educación secundaria debe realizar en función del nivel de adquisición de las competencias propuestas (BOE, núm. 340, 30 de diciembre de 2020, pp. 122874-122875). Como consecuencia, toda Programación correspondiente a la etapa de Secundaria debe tener en cuenta estas directrices y planificar las actividades asociadas a los procesos de enseñanza-aprendizaje en consecuencia.

La planificación que se expone a lo largo de este TFM está orientada al ámbito de las Matemáticas. Las Matemáticas se encuentran presentes como materia troncal en todos los niveles de enseñanza correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria, así como en las modalidades de Ciencias y Humanidades y Ciencias Sociales en el itinerario de Ciencias Sociales. Sin embargo, uno puede llegar a preguntarse el por qué de esta

situación. ¿Son realmente tan importantes las matemáticas en la formación de una persona? De acuerdo con el Real Decreto 1105/2014 de 24 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, el razonamiento matemático fomenta el desarrollo cognitivo del alumnado, posibilitando una mejor adaptación del mismo a la sociedad (BOE, núm 3, 3 de enero de 2015). En este sentido, una de las características principales del ejercicio de las matemáticas es el planteamiento y resolución de problemas de diversa índole. Las Matemáticas se tornan, por tanto, esenciales en la vida del alumnado ya que, por un lado, favorecen el desarrollo del pensamiento lógico-deductivo y, por otro, contribuye a la mejora de las capacidades creativas. La importancia de las matemáticas en la formación intelectual del alumnado es una de las razones más importantes señaladas en la literatura como justificación de la implementación de las mismas en el sistema educativo (Niss, 1997; Rico Romero, 2016a).

Además de favorecer el desarrollo cognitivo, las Matemáticas son de especial utilidad en la vida social y cotidiana, como señala Niss (1997). Un claro ejemplo de la aplicación de las Matemáticas en el ámbito cotidiano puede encontrarse en los medios de comunicación. Así, tal y como indica la Orden de 15 de enero de 2021, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la etapa de Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad, se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado y se determina el proceso de tránsito entre distintas etapas educativas, cada vez con más asiduidad, la información que nos llega se encuentra inundada de datos y representaciones matemáticas, como son las tasas de paro, índices, porcentajes estadísticos o encuestas (BOJA, Extraordinario núm. 7, 18 de enero de 2021). Como consecuencia, el conocimiento de las técnicas y los formalismos de las Matemáticas son fundamentales para la comprensión y asimilación de dicha información.

En efecto, las Matemáticas tienen un carácter universal y su ubicuidad se hace patente al ser el lenguaje fundamental empleado en muy diferentes dominios como Física, Química, Medicina o Economía. Predecir la evolución meteorológica de los próximos días, construir un edificio estable, estimar la eficiencia de las vacunas contra el SARS-CoV-2 o determinar la producción y beneficios de una empresa son solo algunos ejemplos muy diversos que no podrían tener lugar sin el conocimiento de las Matemáticas.

Una mención especial merece el papel que desempeñan las Matemáticas en el desarrollo de la informática y las nuevas tecnologías. Las Matemáticas constituyen la base sobre la que se sustenta cualquier sistema informático, por lo que un sinnúmero de trabajos que van desde el desarrollo de aplicaciones móviles hasta el diseño de los programas más complejos capaces de predecir el comportamiento de nuestro tejido celular requieren todos ellos del dominio de las matemáticas. El estudio y aprendizaje de las Matemáticas por parte del alumnado contribuirá, por tanto, al desarrollo de una serie de habilidades y destrezas que le serán imprescindibles en este mundo gobernado por la tecnología. Pero, además, la relación entre el estudio las Matemáticas y el uso de recursos tecnológicos por parte del alumnado es bidireccional ya que, como indican Godino et al. (2003), el empleo de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TICs) “permiten a los estudiantes experimentar y explorar todos los aspectos de la matemática y tienen oportunidad de poder trabajar sobre preguntas de investigación reales, las cuales brindan mayor interés” (p. 143). Como consecuencia, el estudio combinado de las matemáticas junto con el uso de recursos TIC supone en el alumnado una notable mejora en el desarrollo de sus capacidades.

Teniendo en cuenta todo lo visto hasta ahora, resulta indubitable que el aprendizaje de las matemáticas es una pieza clave en la formación del alumnado. Sin embargo, aún puede quedar la duda acerca de la función que el aprendizaje de esta materia tiene en la etapa concreta en la que se encuentra el alumnado objetivo de la presente Programación. La respuesta a esta pregunta queda patente en virtud de lo recogido en la Orden de 15 de enero de 2021. De acuerdo con dicha Orden, la materia Matemáticas orientadas a las Enseñanzas Académicas correspondiente al Tercer Curso de ESO tiene 3 funciones principales: potenciar el modo de razonar y la estructura mental del alumnado, así como la consecución de una serie de capacidades propias de las matemáticas; adquirir una serie de herramientas y formalismos de aplicación interdisciplinar; y obtener los conocimientos necesarios para etapas posteriores de su formación (BOJA, Extraordinario núm. 7, 18 de enero de 2021). Por todo ello, es lógico pensar que el estudio y aprendizaje de las Matemáticas en esta etapa en particular supondrá un importante paso adelante en el desarrollo de los estudiantes.

En lo que respecta al desarrollo competencial por parte del alumnado, las Matemáticas constituyen uno de los pilares básicos de su formación. Por un lado, la competencia en matemáticas y la competencia básica en ciencias y tecnología es una de las siete competencias clave para alcanzar un desarrollo pleno a nivel

social, personal y laboral establecidas en la Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la Educación Primaria, la Educación Secundaria Obligatoria y el Bachillerato (BOE, núm 25, 29 de enero de 2015). Pero, además, la actividad matemática contribuye de forma considerable a la formación del alumnado en cada una de las seis competencias restantes: fomenta la comprensión de textos y comunicación de los resultados (competencia de comunicación lingüística), mejora la planificación y gestión del trabajo a la hora de resolver problemas (sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor), potencia la autonomía y control sobre su propio aprendizaje (competencia de aprender a aprender), facilita la adquisición de destrezas y habilidades relacionadas con el uso de recursos TIC (competencia digital), posibilita la comprensión y la elaboración de un análisis de obras de arte (competencia conciencia y expresiones culturales) y favorece el trabajo colaborativo y el respeto por las opiniones de los compañeros y compañeras (competencia social y cívica) (BOJA, Extraordinario núm. 7, 18 de enero de 2021).

Con todo ello, el RD 1105/2014 (BOE, núm 3, 3 de enero de 2015, pp. 391-394), así como la Orden de 15 de enero de 2021 (BOJA, Extraordinario núm. 7, 18 de enero de 2021, pp. 792-796), recogen los contenidos mínimos propios de este nivel de enseñanza, clasificándolos en 5 bloques distintos. El *Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas*, constituye un bloque de contenidos transversales que han de trabajarse de forma simultánea con los del resto de bloques. En el *Bloque 2. Números y álgebra*, se trabajan las operaciones con números racionales y decimales, así como con potencias y raíces, y se pretende potenciar el manejo del lenguaje algebraico y resolución de ecuaciones. El *Bloque 3. Geometría*, trata contenidos relacionados tanto con elementos geométricos en el plano y sus transformaciones como geometría en el espacio. El *Bloque 4. Funciones*, supone un acercamiento a las características y representaciones de las funciones, haciendo especial énfasis en los usos y aplicaciones de las funciones lineales y cuadráticas en el mundo que nos rodea. Finalmente, en el *Bloque 5. Estadística y Probabilidad*, se persigue asentar las bases de los métodos y técnicas propios de la estadística y teoría de la probabilidad, analizando sus propiedades y elementos.

En las siguientes líneas se presentará tanto la propia PD del curso correspondiente como el análisis didáctico de una de las UD's que componen la PD.

II. Programación Didáctica

En esta parte de la presente propuesta se describen los diferentes elementos que constituyen la PD de la materia Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas correspondiente a 3º de ESO. Es importante señalar que el bloque que aquí se inicia parte del trabajo realizado por Tizón Escamilla (2021), autor de la presente planificación, para el curso de Procesos y Contextos Educativos del Máster en Profesorado de Enseñanza Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas.

1. Contextualización

A continuación se procede a describir las características de entorno y centro asociadas al IES “Padre Suárez”, así como aquellas del aula que nos encontramos. Cabe mencionar que la información y los contenidos incluidos en las Secciones de la II.1.1 a la II.1.4 han sido extraídos del Proyecto Educativo (IES Padre Suárez., 2021), Reglamento de Organización y Funcionamiento (IES Padre Suárez., 2020) y página web¹ del propio IES “Padre Suárez”.

1.1. Características del entorno

El IES “Padre Suárez” es un centro educativo con más de 175 años de historia, hecho que lo convierte en el más antiguo de Granada. En 2018, recibió la distinción de Instituto Histórico Educativo de Andalucía, que reconoce aquellos institutos de educación secundaria creados en el siglo XIX o primera mitad del siglo XX que tienen en su proyecto educativo actividades que fomenten el uso didáctico de su Patrimonio. Es mucho el alumnado que se ha formado en las aulas que componen el centro, entre los que destacan figuras como las de Federico García Lorca, Elena Martín Vivaldi o Asunción Linares, la primera catedrática en Ciencias de España.

¹<https://www.iespadresuarez.es/>

El centro se encuentra situado en la calle Gran Vía de Colón, una de las vías más importantes del distrito Centro de Granada. Dada su excelente localización geográfica, en las proximidades del mismo, podemos encontrar lugares de interés en los que realizar actividades de ámbito educativo y sociocultural de diversa índole para el alumnado, como son edificios emblemáticos de la ciudad como el Hospital Real o el Monasterio de San Jerónimo, la Biblioteca Provincial de Granada, los Jardines del Triunfo y el Campus Universitario de Fuentenueva.

En lo que respecta al alumnado, éste proviene de entornos socioculturales diversos, si bien se observa una predominancia de niveles sociales y culturales medio-altos. En 1º de ESO, el alumnado incorporado al centro procede mayoritariamente de sus cuatro centros adscritos. Por el contrario, en 1º de Bachillerato, el alumnado presenta una mayor heterogeneidad en lo que concierne a su procedencia geográfica ya que el IES “Padre Suárez” solo posee un centro adscrito en esta etapa. A pesar de ello, cabe destacar que los estudiantes matriculados en Bachillerato exhiben, en su mayoría, amplias expectativas de continuar sus estudios a nivel universitario. Por último, el centro presenta una notable pluralidad geográfica con alumnado procedente de países europeos, americanos, africanos y asiáticos.

1.2. Características del centro

El IES “Padre Suárez” es un centro educativo público que se sitúa en un edificio construido a principios del siglo XX con la única finalidad de albergar actividades con fines académicos. Además de las aulas en las cuales se imparten la mayor parte de las clases, el centro dispone de otras instalaciones y espacios a disposición del profesorado y alumnado como son el Museo de Historia Natural, un salón de Actos, aulas de informática, una biblioteca escolar y una Biblioteca Histórica, una sala de usos múltiples, laboratorios de Física y Química y de Biología y Geología, gimnasio y pistas deportivas, un aula de música, un aula de dibujo, aulas polivalentes de ciclos formativos y un taller de Tecnología.

El centro cuenta con un total de 1352 alumnos y alumnas con 29 nacionalidades diferentes. La oferta educativa del mismo comprende las siguientes enseñanzas:

- Enseñanza Secundaria Obligatoria (ESO). El centro cuenta con 3 líneas de primero, segundo y tercero de ESO y 2 líneas de cuarto de ESO, todas ellas siguiendo el Plan de Fomento del Plurilingüismo siendo bilingüe en inglés.
- Bachillerato en las modalidades de Ciencias y Humanidades y Ciencias Sociales. En este caso, el centro cuenta con 3 líneas tanto en primero como en segundo de Bachillerato, una de las cuales sigue el Plan de Fomento del Plurilingüismo siendo bilingüe en inglés.
- Enseñanza Secundaria para Personas Adultas (ESPA). Se ofertan los niveles I y II y semipresencial.
- Bachillerato de Adultos/as en las modalidades de Ciencias y Humanidades y Ciencias Sociales. El centro cuenta con 2 líneas en primero y 3 líneas en segundo.
- Ciclo Formativo de Grado Medio de la familia profesional de Informática denominado “Sistemas Microinformáticos y Redes”.
- Ciclo Formativo de Grado Superior de la familia profesional de Informática denominado “Desarrollo de Aplicaciones Multiplataforma”.

Más allá de esta oferta, en el centro también se desarrollan una serie de proyectos y planes educativos. A continuación se describen brevemente algunos de los más relevantes:

- El Plan de Transformación Digital Educativa (TDE), cuyo principal objetivo es el de potenciar el empleo de tecnologías TIC en diversos ámbitos como son los procesos de enseñanza-aprendizaje, de transmisión de la información y de comunicación del Centro.
- El Proyecto de Innovación “Incorporamos Tecnología”, que persigue una renovación tecnológica con el fin de mejorar la calidad educativa.
- El Plan de Centros Docentes Bilingües, cuyo fin último es el de fomentar las capacidades del alumnado en competencia plurilingüística. En particular, el idioma con el que se trabaja es el inglés.
- La Red Andaluza Escuela “Espacio de Paz”, que pretende impulsar la generación de un mejor ambiente y convivencia.
- El Plan de Igualdad, que se centra en promover la igualdad entre mujeres y hombres.

- El Plan de Apertura de Centros Docentes, que incluye el establecimiento de servicios complementarios como son el Aula Matinal, el servicio de comedor escolar o las actividades extraescolares.
- El Proyecto Vivir y Sentir el Patrimonio, que persigue promover al alumnado para que disfrute y valore los bienes culturales y Patrimonios desde diversos puntos de vista.
- El Proyecto PIISA, cuyo objetivo es mostrar al alumnado nuevos métodos para aprender con la ciencia.
- El Proyecto Organización y Funcionamiento de las Bibliotecas Escolares, cuyo fin es impulsar el hábito lector en el alumnado, así como el uso de los recursos bibliográficos.
- El Plan de Escuelas Deportivas, que pretende desarrollar hábitos de vida saludable en el alumnado.
- El Proyecto Aula de Jaque, que busca introducir el ajedrez como herramienta para la enseñanza.
- El Proyecto STEAM: Robótica aplicada al aula, cuyo objetivo es introducir al alumnado en la materia de robótica.

1.3. Organización del centro

La plantilla del centro está compuesta por 74 docentes, 4 miembros del personal de administración, 4 miembros del personal de conserjería, 5 miembros del personal de limpieza y 2 miembros del personal de cafetería. El equipo directivo se compone de 4 miembros: Directora, Vicerrector, Secretario y Jefe de Estudios de Adultos.

El profesorado se organiza en diferentes áreas y departamentos:

- Área Científico-Tecnológica, compuesta por 4 departamentos: Biología y Geología, Física y Química, Matemáticas y Tecnología.
- Área Socio-Lingüística, compuesta por 8 departamentos: Alemán, Francés, Economía, Filosofía, Latín y Griego, Geografía e Historia, Inglés y Lengua y Literatura.
- Área Artística, compuesta por 3 departamentos: Música, Educación Física y Educación Plástica y Visual.
- Área Formación Profesional Informática, compuesta por 2 departamentos: Informática y Orientación.
- Área de Religión.
- Área de Patrimonio.
- Área de Formación, Evaluación e Innovación Educativa.

El centro, además, presenta 8 órganos colegiados compuestos por miembros de la comunidad educativa: Consejo Escolar, Comisión Permanente, Comisión de Convivencia, Comisión de Salud Laboral y P.R.L., Equipo de Autoevaluación, Responsable de Igualdad del Consejo Escolar, Equipo Técnico de Coordinación Pedagógica y Asociación de Madres y Padres de Alumnos (AMPA) “Elena Martín Vivaldi”.

1.4. Recursos humanos y materiales

La presente PD se enmarca dentro de la materia Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas del Tercer Curso de la ESO, que pertenece al Departamento de Matemáticas. Dicho departamento, encuadrado dentro del Área Científico-Tecnológica del centro, cuenta con un total de 6 docentes.

En lo que respecta a los recursos materiales del centro en relación con los contenidos de esta PD, podemos destacar los siguientes:

- Aulas equipadas con pizarra, proyector y pantalla. Además, en algunas de ellas también se encuentran disponibles pizarras electrónicas para el uso del profesorado.
- Aulas de informática a disposición del profesorado y alumnado.
- Biblioteca escolar con una colección de libros de Matemáticas.
- Museo de Historia Natural, que presenta algunos elementos de las Cátedras de Matemáticas.
- Salón de usos múltiples, que permite hacer uso de contenidos audiovisuales como herramienta para la enseñanza.

1.5. Características del grupo de alumnado

El alumnado al que se dirige esta PD pertenece a la línea “A” de 3° de ESO. En particular, como ya hemos visto, la materia a impartir es Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas con una carga lectiva de 4 horas semanales.

El grupo se compone de 13 alumnas y 17 alumnos, con edades que comprenden entre los 14 y 16 años. Dentro del alumnado, encontramos 1 persona considerada Alumnado Con Necesidades Específicas de Apoyo Educativo (ACNEAE). Se trata de una alumna con Necesidades Educativas Especiales (NEE) por hipoacusia.

Tras leer la Memoria de Fin de Curso correspondiente al curso pasado, observamos que solo el 30 % del alumnado suspendió la asignatura de Matemáticas en 2° de ESO. Este porcentaje de suspensos es similar al de algunas de las asignaturas troncales generales, en las cuales el rendimiento académico es bastante elevado. En Lengua Castellana y Literatura, dicho porcentaje es del 33 %, en Geografía e Historia, del 30 %; en Física y Química, del 40 %, y en Primera Lengua Extranjera (Inglés), del 17 %. Teniendo en cuenta la suma total de asignaturas, podemos observar que el 60 % del alumnado tiene de 0 a 2 suspensas, el 23 % tiene de 3 a 5 y el 17 % tiene más de 5.

Cabe mencionar que en dicha memoria también se señala que, en general, presentan una participación activa en clase, aunque para algunos de los estudiantes no llegue a traducirse en los resultados esperados.

1.6. Jerarquización horizontal y vertical

El Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM, por sus siglas en inglés) publicó en el año 2000 la obra *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000), traducida por Manuel Fernández (SAEM Thales, 2003), en la que se describen una serie de principios y estándares con la finalidad de mejorar la calidad de la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas desde la etapa de la Educación Infantil hasta el Bachillerato. Entre los principios propuestos se encuentra el Principio de Aprendizaje que establece que “los estudiantes deben aprender matemáticas, comprendiéndolas, construyendo activamente nuevo conocimiento desde la experiencia y el conocimiento previo” (SAEM Thales, 2003). Como consecuencia, la planificación de una PD para un curso determinado no puede realizarse de forma aislada, sino que debe estar conectada con los contenidos matemáticos desarrollados en cursos anteriores así como con aquellos que se establecen para los cursos siguientes.

En la Tabla 1 se muestra, de forma resumida, la relación de los contenidos que se trabajarán en el curso al que corresponde esta PD, esto es, 3° de ESO, con respecto a los establecidos en el RD1105/2014 para los demás cursos de la ESO² (BOE, núm 3, 3 de enero de 2015).

Analizándose en horizontal, esta tabla ilustra la relación existente entre los contenidos matemáticos de cada uno de los bloques para los diferentes cursos de la ESO. De esta forma, se puede observar como los distintos contenidos se estructuran con un nivel de complejidad y abstracción creciente a medida que el alumnado avanza por los diferentes cursos de esta etapa educativa, permitiendo sustentar la elaboración de un nuevo aprendizaje en sus conocimientos previos. Además, en el caso en el que surja una necesidad de priorización de unos contenidos frente a otros, también se puede identificar aquellos que, en cada curso, destacan por su carácter propedéutico, esto es, por ser necesarios para el estudio de otros contenidos en cursos posteriores.

Analizándose en vertical, esta tabla muestra la distribución de contenidos a lo largo de un curso escolar. Como se puede apreciar, si bien cada bloque de contenidos se trabaja de forma consecutiva, el orden en el que estos se establecen juega un papel relevante en el aprendizaje del alumnado. Así, aquellos contenidos que requieran de conocimientos previos que se desarrollen durante el mismo curso serán tratados posteriormente, lo que posibilitará que el alumnado construya su conocimiento de forma estructurada. Un claro ejemplo de esto puede apreciarse durante el desarrollo del curso de 3° de ESO, en el que los contenidos asociados con las Funciones son tratados después de que se trabajen aquellas unidades relacionadas con el Álgebra.

²Tanto la selección de los contenidos más relevantes como la secuenciación de los mismos presentadas en la Tabla 1 han sido realizadas a criterio del autor y fundamentada tanto en el RD 1105/2014 como en libros de textos de diferentes editoriales para las materias correspondientes.

Tabla 1: Jerarquización horizontal y vertical de los contenidos de las asignaturas de Matemáticas y Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas para los diferentes cursos de la ESO.

1° ESO	2° ESO	3° ESO	4° ESO
Números naturales	Números enteros y divisibilidad	UD1. Números racionales y decimales	Números reales
Divisibilidad			
Números enteros			
Fracciones	Fracciones y decimales		
Decimales			
Proporcionalidad y porcentajes	Proporcionalidad		
Sistema métrico decimal			
	Potencias y raíces	UD2. Potencias y raíces	Potencias y raíces
			Logaritmos
Álgebra	Expresiones algebraicas	UD3. Sucesiones y progresiones	Expresiones algebraicas y polinomios
		UD4. Expresiones algebraicas y polinomios	
Ecuaciones de primer grado	Ecuaciones de primer y segundo grado	UD5. Ecuaciones y sistemas de ecuaciones	Ecuaciones y sistemas de ecuaciones
	Sistemas de ecuaciones		
			Inecuaciones y sistemas de inecuaciones
Rectas y ángulos	Teorema de Pitágoras y aplicaciones	UD6. Geometría en el plano	Trigonometría
Figuras geométricas en el plano			
Áreas y perímetros	Semejanza	UD7. Transformaciones geométricas en el plano	Semejanza y aplicaciones
			Vectores
			Geometría analítica
	Cuerpos geométricos en el espacio.	UD8. Geometría en el espacio	
	Volúmenes de cuerpos geométricos		
Coordenadas cartesianas	Funciones y sus elementos	UD9. Funciones. Características y representación	Funciones y aplicaciones
	Funciones lineales	UD10. Funciones lineales y cuadráticas	Funciones elementales
Estadística: variables, tablas y gráficas	Variables estadísticas	UD11. Estadística	Gráficas estadísticas
	Medidas estadísticas		Medidas y distribuciones estadísticas
Ázar y probabilidad		UD12. Probabilidad	Combinatoria
			Probabilidad: dependencia e independencia y probabilidad condicionada.

2. Relación con el currículo

Tal y como se señala en el RD 1105/2014, el currículo está compuesto por los objetivos de la enseñanza, las competencias a desarrollar en el alumnado, los contenidos a tratar para lograr los objetivos propuestos, la metodología que se implementará durante el proceso de enseñanza-aprendizaje y los estándares de aprendizaje

evaluables y criterios de evaluación que permiten valorar la consecución de dichos objetivos. En esta sección se procede a describir y detallar cada uno de estos elementos en relación con la materia objeto de la presente PD.

2.1. Pilares como docente

Antes de entrar a describir cada uno de los elementos propios del currículo y establecer la planificación de la práctica docente, sería conveniente detenernos a reflexionar sobre las cualidades y competencias que debe poseer un buen docente. En otras palabras, ¿qué hace que un docente sea un buen docente? La respuesta a esta pregunta no es simple. Ya en 1955, Puig Adam (1955) estableció el Decálogo del Profesor de Matemáticas, en el que se establecían los preceptos que todo buen docente de Matemáticas debía cumplir, muchos de los cuales mantienen su vigencia a día de hoy. Casi 50 años después, Niss (2004) definía al buen docente de matemáticas como el profesor capaz de potenciar mediante su acción y de forma efectiva la adquisición de la competencia matemática en su alumnado, señalando una serie de competencias didácticas de diversa índole necesarias para poder llevar esta acción a cabo. Por otro lado, estudios como los de Sgreccia et al. (2019), Martínez de la Hidalga y Villardón-Gallego (2015) y Corona Cruz (2008) analizan las cualidades del buen docente desde el punto de vista de sus estudiantes.

En esta sección no se pretende realizar un análisis bibliográfico sobre las opiniones y los estudios sobre características que convierten al profesor de Matemáticas en un buen profesor, sino mostrar la reflexión realizada por el autor de este texto al respecto. Por ello, las características que debe tener todo buen docente de Matemáticas, de acuerdo con el criterio del autor, son las siguientes:

- **Conocedor de la materia.** Un buen docente de Matemáticas debe dominar la materia objeto de enseñanza. Toda práctica docente debe iniciarse con un análisis detallado de los contenidos que se van a desarrollar, incluyendo, entre otros, los conceptos matemáticos y las relaciones que se establecen entre ellos, los procedimientos y los razonamientos asociados a dicho contenido, los diferentes sistemas de representación que pueden emplearse y sus conversiones, y las situaciones, contextos y fenómenos propios del contenido matemático (esto es, el sentido del contenido matemático a tratar). Además, un buen docente debe ser conocedor de las capacidades que se ponen en juego y se desarrollan al trabajar un contenido matemático específico. Todo ello posibilita una apropiada planificación y secuenciación de la práctica docente, lo cual sin duda deriva en un claro beneficio para el aprendizaje del alumnado.
- **Buen comunicador.** Si bien tener un amplio conocimiento del contenido matemático es crucial, no siempre esto es sinónimo de buen docente. Por desgracia, en no pocas ocasiones nos encontramos ante docentes que dominan bastante la materia, pero no son capaces de transmitirla a su alumnado. Por ello, desarrollar una buena capacidad comunicativa se vuelve un elemento imprescindible para lograr la excelencia en la práctica docente.
- **Empático y preocupado por su alumnado.** Es importante no olvidar que la docencia no consiste en una mera transmisión de conocimientos, como si exclusivamente se tratase de plasmar en unas hojas los conceptos y procedimientos asociados a las Matemáticas. Ante todo, el docente trabaja con personas. Como consecuencia, la relación con el alumnado es una parte fundamental de la práctica docente y, como tal, un/a buen profesor/a debe tratar de entender los problemas y las situaciones en las que se encuentren sus estudiantes, interesarse por ellos y ayudarles en la medida de lo posible. De esta forma, se puede crear un vínculo entre el alumnado y el docente que redunde en un buen clima de aula, lo que sin duda repercute muy positivamente en su aprendizaje.
- **Paciente y flexible.** Cada persona posee un ritmo de aprendizaje diferente. Como tal, el docente debe ser capaz de adaptarse a las necesidades de sus estudiantes, realizando las modificaciones oportunas en su planificación para poder lograr los objetivos que se proponen. Además, debe comprender las dificultades que pueda presentar el alumnado en relación a los contenidos que se trabajen, buscando diversas estrategias para poder desarrollarlo y culminar con éxito el proceso de enseñanza-aprendizaje.
- **Creativo.** La mejor forma de alcanzar los objetivos propuestos y fomentar la adquisición y desarrollo de competencias en el alumnado es mediante la realización de tareas motivadoras y significativas. Ello implica que el docente debe ser capaz de diseñar actividades que capten el interés del alumnado, mostrando la importancia de las matemáticas en su vida cotidiana, y que a la vez supongan un desafío cognitivo para el estudiante. Como consecuencia, la creatividad a la hora de elaborar una amplia gama

de tareas que propicien un aprendizaje significativo en el alumnado se alza como una de las capacidades a destacar en un buen docente.

- **Abierto a mejorar y evolucionar.** La sociedad cambia y evoluciona con el tiempo. Junto a ello, las investigaciones en Matemáticas y Didáctica aportan continuamente nuevas estrategias y metodologías con el fin de incrementar la calidad de la enseñanza. Por lo tanto, aunque un docente haya alcanzado una alta cota de excelencia en todos los aspectos mencionados previamente, no puede ser considerado un buen docente si no está dispuesto a seguir mejorando cada día. Ser autocrítico, implementar modificaciones en sus clases, mantenerse informado de los avances en investigación e innovar con diversas técnicas y herramientas son algunas facetas deseables en un buen docente. En definitiva, un docente siempre debe estar abierto a seguir aprendiendo.

2.2. Objetivos

La presente PD tiene como una de sus principales finalidades la mejora de la capacidad reflexiva y del razonamiento lógico-deductivo del alumnado, así como la comprensión y asimilación por parte del mismo de conceptos, procedimientos y valores propios del ámbito de las matemáticas que contribuyan al desarrollo de su formación personal y profesional. Así pues, se presentan, a continuación, los diferentes objetivos tanto generales (de etapa y área) como específicos que se plantean para alcanzar este propósito general.

2.2.1. Objetivos generales

Los objetivos generales de la etapa de Secundaria se encuentran recogidos en el RD 1105/2014 (BOE, núm 3, 3 de enero de 2015, pp. 188) y la Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (BOE, núm. 340, 30 de diciembre de 2020, p. 122897). De esta forma, los objetivos de etapa que se desarrollarán en la presente planificación son los siguientes:

- “a) Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a los demás, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos y la igualdad de trato y de oportunidades entre mujeres y hombres, como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática.
- b) Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.
- c) Valorar y respetar la diferencia de sexos y la igualdad de derechos y oportunidades entre ellos. Rechazar la discriminación de las personas por razón de sexo o por cualquier otra condición o circunstancia personal o social. Rechazar los estereotipos que supongan discriminación entre hombres y mujeres, así como cualquier manifestación de violencia contra la mujer.
- d) Fortalecer sus capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en sus relaciones con los demás, así como rechazar la violencia, los prejuicios de cualquier tipo, los comportamientos sexistas y resolver pacíficamente los conflictos.
- e) Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Desarrollar las competencias tecnológicas básicas y avanzar en una reflexión ética sobre su funcionamiento y utilización.
- f) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.
- g) Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.”

Por otro lado, los objetivos generales de etapa son concretados para el área de Matemáticas por la Comunidad Autónoma de Andalucía en la Orden de 15 de enero de 2021 (BOJA, Extraordinario núm. 7, 18 de enero de 2021, pp. 701-791). Así, los objetivos de área que están vinculados a la presente planificación

son los siguientes:

- “1. Mejorar sus habilidades de pensamiento reflexivo y crítico e incorporar al lenguaje y modos de argumentación la racionalidad y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos, científicos y tecnológicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana.
2. Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar y utilizar diferentes estrategias para abordarlas y analizar los resultados utilizando los recursos más apropiados.
3. Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor: utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida, realizar el análisis de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados a cada situación.
4. Identificar los elementos matemáticos (datos estadísticos, geométricos, gráficos, cálculos, etc.) presentes en los medios de comunicación, Internet, publicidad u otras fuentes de información, analizar críticamente las funciones que desempeñan estos elementos matemáticos y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes.
5. Identificar las formas y relaciones espaciales que encontramos en nuestro entorno, analizar las propiedades y relaciones geométricas implicadas y ser sensible a la belleza que generan, al tiempo que estimulan la creatividad y la imaginación.
6. Utilizar de forma adecuada las distintas herramientas tecnológicas (calculadora, ordenador, dispositivo móvil, pizarra digital interactiva, etc.) tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y representar informaciones de índole diversa y también como ayuda en el aprendizaje.
7. Actuar ante los problemas que surgen en la vida cotidiana de acuerdo con métodos científicos y propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.
8. Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados y de su carácter exacto o aproximado.
9. Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en su propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito, adquiriendo un nivel de autoestima adecuado que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos, prácticos y utilitarios de las matemáticas.
10. Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que se van adquiriendo desde las distintas materias de modo que puedan emplearse de forma creativa, analítica y crítica.”

2.2.2. Objetivos didácticos

Una vez detallados los objetivos generales de etapa y área que corresponden al curso y materia objeto de la presente PD, es necesario establecer cuáles son los objetivos didácticos que se plantean como propósitos para el aprendizaje del alumnado. Estos objetivos didácticos, conocidos también objetivos específicos, recogen aquellos logros concretos de capacidades y conductas que se espera el alumnado adquiera como resultado del proceso de enseñanza-aprendizaje en relación a unos contenidos matemáticos definidos. Un análisis en profundidad del contenido matemático escolar permitirá, por tanto, identificar aquellos focos conceptuales principales que servirán de base estructura sobre la que elaborar los objetivos específicos de aprendizaje (en la Sección III.4 se detalla este proceso para la *UD 9. Funciones. Características y representación*).

Si bien en el Anexo A del presente trabajo se recogen de forma un poco más detallada, a continuación se realiza una breve descripción de los objetivos específicos establecidos para cada una de las UD's que componen la presente PD.

UD 1. Números racionales y decimales.

- Operar de forma adecuada con números racionales y decimales y utilizarlos para resolver problemas de la vida cotidiana.

- Calcular el error cometido al aproximar un número y emplearlo para expresar los resultados de problemas de forma precisa.
- UD 2. Potencias y raíces.
- Conocer las propiedades de potencias y raíces de números enteros y racionales, realizar operaciones con ellas y emplearlas para resolver problemas de la vida cotidiana.
- UD 3. Sucesiones y progresiones.
- Calcular términos de una sucesión numérica a partir de la ley de formación y determinar la ley de formación a partir de una sucesión de números enteros o racionales.
 - Identificar progresiones aritméticas y geométricas y operar con ellas para resolver problemas de la vida cotidiana.
- UD 4. Expresiones algebraicas y polinomios.
- Emplear el lenguaje algebraico para expresar una relación o propiedad en forma de polinomios y realizar operaciones con ellos.
- UD 5. Ecuaciones y sistemas de ecuaciones.
- Plantear y resolver ecuaciones de primer y segundo grado y sistemas de ecuaciones usando diferentes estrategias en problemas de la vida cotidiana e interpretar los resultados obtenidos en función del contexto presentado.
- UD 6. Geometría en el plano.
- Identificar y describir los elementos y las propiedades de figuras planas y emplearlas para resolver problemas geométricos sencillos.
 - Reconocer el significado del Teorema de Tales y de diversas fórmulas de las figuras geométricas en el plano y hacer uso de ellos para obtener medidas de longitud y superficie así como para determinar elementos desconocidos de figuras planas en problemas de la vida cotidiana.
- UD 7. Transformaciones geométricas en el plano.
- Identificar transformaciones geométricas que llevan una figura plana a otra, aplicarlas de forma adecuada y emplearlas para analizar los elementos presentes en obras de arte y patrones de la naturaleza.
- UD 8. Geometría en el espacio.
- Identificar los principales poliedros y cuerpos de revolución así como sus centros, ejes y planos de simetría, y calcular sus áreas y volúmenes para resolver problemas de la vida cotidiana.
 - Comprender el significado de las coordenadas geográficas y ubicar puntos sobre el globo terráqueo.
- UD 9. Funciones. Características y representación.
- Comprender el concepto de función y sus características locales y globales, representarla e identificar sus propiedades a partir de su representación gráfica y emplearlas para analizar e interpretar situaciones del entorno cotidiano.
- UD 10. Funciones lineales y cuadráticas.
- Identificar las funciones lineales así como las distintas expresiones de las ecuaciones de una recta y emplearlas para estudiar situaciones contextualizadas de la vida cotidiana.
 - Identificar las funciones cuadráticas, determinar sus características principales, representarlas y reconocer situaciones de la vida cotidiana que pueden ser modeladas utilizando este tipo de funciones.
- UD 11. Estadística.
- Reconocer variables estadísticas cualitativas, cuantitativas discretas y cuantitativas continuas, distinguir entre la población y la muestra de un estudio estadístico y evaluar la representatividad de una muestra mediante métodos de selección.
 - Construir tablas de frecuencias absolutas, relativas y acumuladas y elaborar gráficas estadísticas de muestras correspondientes a diversas situaciones de la vida cotidiana, y calcular medidas

de posición y dispersión e interpretar los resultados obtenidos en el contexto planteado.

- Emplear herramientas y medios tecnológicos para realizar gráficas, diagramas de caja y bigote y calcular las medidas de posición y dispersión con el fin de comunicar de forma concisa la información derivada de su análisis.

UD 12. Probabilidad.

- Identificar experiencias aleatorias, determinar los posibles sucesos que puede tener lugar y el espacio muestral correspondiente a dicha experiencia, cuantificar la probabilidad de los sucesos utilizando la regla de Laplace, tablas y/o diagramas de árbol y emplear estos resultados para la toma de decisiones.

2.3. Competencias clave

La noción de competencia ha irrumpido de forma drástica en el currículo de la enseñanza básica. Sin embargo, ¿a qué se refiere el término competencia? Perrenoud (2008) indica que ser competente posibilita “hacer frente regular y adecuadamente, a un conjunto o familia de tareas y situaciones”, poniendo en juego, para ello, nociones, conocimientos, procedimientos y técnicas, entre otros elementos (p. 3). De esta forma, y como señala Alsina (2010), un currículo basado en el desarrollo de competencias tiene como finalidad “formar personas con un mayor grado de eficacia para afrontar los problemas reales que plantea la vida, más allá de los estrictamente académicos” (p. 12).

A nivel institucional, en virtud de la Recomendación 2006/962/CE del Parlamento Europeo y del Consejo de 18 de diciembre de 2006, sobre las competencias clave para el aprendizaje permanente, la Unión Europea incide en la importancia de que el alumnado desarrolle una serie de competencias clave como base de un aprendizaje permanente y su preparación para la vida adulta. Siguiendo estas indicaciones, el RD 1105/2014 fomenta un aprendizaje basado en la adquisición y desarrollo de competencias, entendidas éstas como las capacidades para integrar y emplear los conocimientos, destrezas y actitudes adquiridos en cada una de las etapas educativas para resolver de manera eficiente diferentes problemas y/o llevar a cabo con éxito distintas actividades (BOE, núm 3, 3 de enero de 2015).

La adquisición de competencias conlleva un proceso integral que ha de implicar a todas las áreas del conocimiento y que debe realizarse de forma gradual en el transcurso de las diferentes etapas educativas, tal y como se explicita en la Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato (BOE, núm 25, 29 de enero de 2015). En dicha Orden se establecen y describen las siete competencias clave a desarrollar por el alumnado durante su formación educativa. A continuación, se describen brevemente, y con base en las directrices de la Orden ECD/65/2015 (BOE, núm 25, 29 de enero de 2015, p. 6991-7002), dichas competencias clave, así como una serie de indicaciones con el fin de ilustrar el tipo de acciones que se llevarán a cabo para fomentar su adquisición y desarrollo por parte del alumnado.

- *Competencia en Comunicación Lingüística (CCL)*. Esta competencia emerge como resultado de la comunicación en actividades de ámbito social que implican la interacción tanto con otros interlocutores como con textos en una amplia variedad de modalidades, formatos y soportes. Para tratar esta competencia se plantean, entre otras, las siguientes acciones:
 - Realización de actividades y resolución de problemas en grupo y exposición de los resultados al resto de la clase para trabajar el lenguaje y la expresión oral.
 - Redacción y entrega de la solución de ejercicios y problemas contextualizados propuestos en clase.
 - Lectura de textos específicos sobre diversos temas de las matemáticas y elaboración de trabajos escritos sobre los mismos.
- *Competencia Matemática y competencias básicas en Ciencias y Tecnología (CMCT)*. Por un lado, supone la habilidad de describir y predecir eventos, en el contexto de las matemáticas, a partir del uso del pensamiento matemático (competencia Matemática) y, por otro lado, aporta un conocimiento del mundo y de cómo interactuar con él con responsabilidad, potenciando el razonamiento científico (competencias básicas en Ciencias y Tecnología). Esta competencia es la piedra angular sobre la que desarrolla la materia en relación con la presente PD y se trabajará durante todo el curso escolar desde distintas perspectivas, como, por ejemplo:

- Análisis de las diferentes formas de representación de los contenidos matemáticos.
 - Modelización matemática de situaciones y fenómenos del mundo físico.
 - Resolución de problemas de la vida cotidiana haciendo uso del razonamiento matemático.
- *Competencia Digital (CD)*. Esta competencia conlleva la capacidad lograr diferentes propósitos a través del uso y aplicación de las nuevas tecnologías, tanto desde una perspectiva creativa como de manera crítica y segura, en distintos contextos como son la empleabilidad y el trabajo, el aprendizaje, el manejo del tiempo libre y la inclusión y participación en la sociedad. En lo que respecta a la presente PD, la CD será desarrollada mediante la realización de actividades como las siguientes:
 - Uso de diferentes medios y herramientas TIC en la realización de tareas y resolución de problemas. Estos recursos abarcan desde la calculadora hasta programas informáticos especializados tales como GeoGebra, hojas de cálculo o applets de diversa índole.
 - Empleo de motores de búsqueda y otros recursos TIC para buscar información sobre diferentes temas relacionados con las Matemáticas.
 - *Aprender a Aprender (CAA)*. Se trata de la competencia clave que propicia un aprendizaje permanente en el transcurso de toda la vida de la persona mediante tres capacidades fundamentales: la capacidad de motivación por el aprendizaje, la capacidad de estructurar y gestionar los distintos procesos que necesarios para que se produzca el aprendizaje y la capacidad de perseverar en el aprendizaje. Esta competencia se trabajará a lo largo del curso mediante diferentes tareas, entre las que podemos señalar:
 - Aplicación de los diferentes contenidos matemáticos a situaciones de la vida cotidiana para fomentar la motivación del alumnado.
 - Reflexión sobre la resolución (ya sea realizada por los propios estudiantes o realizada por el docente) de problemas, identificación de posibles errores en dicha resolución y puesta en común de soluciones.
 - Resolución de problemas cuya dificultad aumenta de forma secuencial, del tal forma que el alumnado tome conciencia de qué sabe y qué necesita para dar el siguiente paso y, con ello, gestione su propio aprendizaje.
 - *Competencias Sociales y Cívicas (CSC)*. Comprenden la capacidad de emplear los conocimientos que se tienen de la sociedad tanto para llevar a cabo la interpretación de diversas situaciones y problemas sociales, búsqueda de soluciones a dichos problemas, toma de decisiones y resolución de conflictos como para relacionarse con otros ciudadanos desde del respeto y la convicción democrática. Este tipo de habilidades serán desarrolladas a través de diversas acciones como:
 - Resolución de problemas contextualizados y/o con datos obtenidos de situaciones de la vida cotidiana del alumnado con respuesta abierta o múltiple que fomente la capacidad de tomar decisiones sobre la adecuación de las posibles soluciones.
 - Realización de tareas en grupo que requieran de la colaboración de todos los miembros para su adecuada ejecución, así como de debates en los que el alumnado tenga que argumentar de forma apropiada y respetuosa su postura.
 - *Sentido de la Iniciativa y Espíritu Emprendedor (SEIP)*. Se relaciona con la habilidad de convertir las ideas en hechos tangibles, para lo cual es necesario, en primer lugar, conocer y entender la situación o conflicto que se desea afrontar y, en segundo lugar, determinar y organizar los diferentes recursos conceptuales, procedimentales y actitudinales de los que se dispone para lograr el objetivo propuesto. Para desarrollar esta competencia, en esta planificación la estrategia didáctica incluirá acciones como:
 - Diseño y elaboración de problemas nuevos para proponer al resto del alumnado.
 - Ejecución de tareas y resolución de problemas nuevos para el alumnado en los que tengan que poner en práctica los diversos conocimientos matemáticos adquiridos a lo largo de las sesiones.
 - *Conciencia y expresiones culturales (CEC)*. Esta última competencia involucra dos aspectos clave para la formación de cualquier persona en el ámbito cultural y artístico. Por un lado, el conocimiento y la apreciación de las expresiones culturales y artísticas entendidas como parte fundamental del patrimonio de los pueblos, así como la motivación por participar en la conservación de las mismas. Por otro lado, el desarrollo de habilidades creativas y su uso como fuente de expresión. Esta competencia se tratará

mediante la puesta en práctica de acciones como las que se indican a continuación:

- Identificación y estudio de diferentes elementos propios de la Matemática presentes en obras artísticas. Un ejemplo de ello es el análisis de las formas y/o figuras geométricas así como de las transformaciones en el plano presentes en diversos elementos de obras arquitectónicas como la Alhambra de Granada o la Mezquita de Córdoba.
- Construcción de patrones y configuraciones usando elementos geométricos y exposición pública de los mismos.

2.4. Contenidos

Como se ha mencionado previamente, la presente PD corresponde a la asignatura Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de 3º de ESO, cuyos contenidos a desarrollar se establecen en la Orden del 15 de enero (BOJA, Extraordinario núm. 7, 18 de enero de 2021), clasificados en cada uno de los cinco Bloques correspondientes. En virtud de la Orden ECD/65/2015 (BOE, núm 25, 29 de enero de 2015), el cúmulo de conocimientos asociados a una competencia pueden clasificarse en tres grandes grupos: conocimiento declarativo, con base conceptual (también llamado “saber decir” o, simplemente, “saber”); conocimiento procedimental, referido a habilidades y destrezas para realizar acciones (también llamado “saber hacer”), y un conocimiento asociado a las actitudes y valores (también llamado “saber ser”). En consecuencia, a continuación se presentan los contenidos a desarrollar en la presente planificación, establecidos como resultado de aprendizaje y clasificados atendiendo a las tres categorías previamente mencionadas tanto para el Bloque 1 como para cada una de las UD.

Tabla 2: Contenidos del Bloque 1 (transversal a los demás) redactados como resultados de aprendizaje.

Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas			
Saber	Saber hacer	Saber ser	
Trans.	Planificación de la resolución de un problema.	Uso apropiado del lenguaje para razonar el procedimiento seguido en la resolución de un problema.	
	Conocimiento de diversas estrategias de resolución de problemas	Uso de diferentes razonamientos y diversas estrategias para resolver problemas.	Valoración de la coherencia de las soluciones obtenidas en el contexto del problema.
	Realización de investigaciones matemáticas en diversos contextos.	Desarrollo y uso de modelos matemáticos para predecir resultados en diversos contextos.	Apreciación de la importancia de las Matemáticas en diferentes situaciones del entorno cercano.
			Tomar conciencia de la existencia regularidades en diversas situaciones.
			Valoración de los resultados obtenidos mediante un modelo matemático en el contexto de la situación planteada.
			Valoración de la adecuación y/o limitaciones de un modelo matemático para describir una situación.
	Elaboración de informes de resultados.		
			Desarrollo de capacidades y actitudes adecuadas para el trabajo científico, tales como perseverancia, esfuerzo, curiosidad o toma decisiones.
Uso de las herramientas y recursos TIC para recoger, ordenar y analizar datos, así como para la realización de cálculos.		Adquisición de actitudes que propicien un buen cuidado y un uso con criterio de las herramientas y recursos TIC.	

Tabla 3: Contenidos del Bloque 2 redactados como resultados de aprendizaje.

Bloque 2. Números y álgebra			
	Saber	Saber hacer	Saber ser
UD1	Conocimiento de las propiedades y formas de representación de números racionales y decimales.	Realización de operaciones con números racionales y decimales.	Apreciación de la coherencia en la solución de un problema en función del error en la aproximación.
	Identificación de números decimales finitos e infinitos periódicos.		
	Conocimiento del concepto de fracción generatriz y sus propiedades.	Conversión de números racionales en decimales y viceversa.	
	Conocimiento de los conceptos de error absoluto y relativo.	Cálculo de errores absoluto y relativo en la aproximación de números decimales.	
	Conocimiento del concepto de cifra significativa.	Expresión de la solución de un problema con la precisión adecuada.	
UD2	Conocimiento de las propiedades de las potencias de números enteros y racionales.	Realización de operaciones con potencias de números enteros y racionales.	Valoración de la utilidad de la notación científica en diversos contextos.
	Conocimiento de la relación entre las potencias de base 10 y la notación científica.	Uso de la notación científica para expresar números grandes y pequeños.	
		Operar con números expresados en notación científica.	
	Conocimiento de las propiedades de las raíces de números enteros y racionales.	Realizar operaciones con raíces de números enteros y racionales.	
		Cálculo de la expresión decimal de raíces de números enteros y racionales.	
Conocimiento de la jerarquía de operaciones de potencias y raíces.	Factorización de expresiones con raíces.		
UD3	Conocimiento del concepto de sucesión y sus elementos.	Cálculo del valor de expresiones con potencias y raíces utilizando la jerarquía de operaciones.	Valoración de la presencia y/o uso de sucesiones en la vida cotidiana.
		Cálculo de los términos de una sucesión a partir de la ley general de formación.	
	Identificación de progresiones aritméticas y geométricas	Obtención de la ley de formación del término general de una sucesión.	
		Obtención del término general de progresiones aritméticas y geométricas.	
UD4	Conocimiento de las propiedades de los polinomios.	Cálculo de la suma de los n primeros términos de progresiones aritméticas y geométricas.	Valoración de la utilidad del lenguaje algebraico en la vida cotidiana.
		Obtención de expresiones algebraicas a partir de enunciados verbales.	
		Cálculo de la suma y la resta de polinomios.	
	Conocimiento y distinción de las diferentes identidades notables.	Cálculo del producto de polinomios.	
		Cálculo de la división de polinomios.	
		Uso de las identidades notables en diferentes contextos.	
		Factorización de polinomios.	

Bloque 2. Números y álgebra			
	Saber	Saber hacer	Saber ser
UD5	Conocimiento de la expresión y propiedades de ecuaciones de primer y segundo grado.	Formulación algebraica de situaciones cotidianas mediante ecuaciones de primer y segundo grado.	
		Resolución de ecuaciones de primer y segundo grado mediante los métodos algebraico y gráfico.	Valoración crítica del grado de adecuación de diferentes estrategias para resolver problemas con ecuaciones de primer y segundo grado.
	Conocimiento de la expresión de ecuaciones de grado superior a dos.	Resolución de ecuaciones sencillas de grado superior a dos.	
	Conocimiento de la expresión y las propiedades de los sistemas de ecuaciones.	Formulación algebraica de situaciones cotidianas mediante de sistemas de ecuaciones.	Valoración crítica del grado de adecuación de diferentes estrategias para resolver problemas con sistemas de ecuaciones.
		Resolución de sistemas de ecuaciones por diferentes métodos.	
	Resolución de problemas de la vida cotidiana usando ecuaciones de primer y segundo grado y sistemas de ecuaciones.	Apreciación de la importancia de las ecuaciones en la vida cotidiana.	
		Valoración crítica de la coherencia de los resultados de ecuaciones en contextos cotidianos.	

Tabla 4: Contenidos del Bloque 3 redactados como resultados de aprendizaje.

Bloque 3. Geometría			
	Saber	Saber hacer	Saber ser
UD6	Conocimiento de las propiedades de la mediatriz de un segmento y la bisectriz de un ángulo.	Resolución de problemas geométricos sencillos haciendo uso de las propiedades de la mediatriz de un segmento, la bisectriz de un ángulo y ángulos de rectas secantes.	
		Cálculo de perímetro y áreas de polígonos y figuras circulares.	
	Conocimiento del Teorema de Tales.	División de un segmento en partes proporcionales a otros dados.	Valoración de la coherencia de los resultados derivados del uso de escalas en la vida cotidiana.
		Identificación de triángulos semejantes.	
	Uso del Teorema de Tales para obtener medidas de longitudes en distintos contextos de la vida cotidiana.		
	Cálculo de medidas reales de longitud y superficie en situaciones de semejanza haciendo uso de escalas.		
UD7	Conocimiento de las propiedades de traslaciones, giros y simetrías en el plano.	Aplicación de traslaciones, giros y simetrías para transformar figuras planas.	Desarrollo de actitudes que fomenten un buen cuidado y uso de herramientas TIC.
		Creación de configuraciones y patrones mediante transformaciones geométricas de figuras planas.	
		Reconocimiento y análisis de traslaciones, giros y simetrías en obras de arte y patrones de la naturaleza.	Concienciación de la importancia de las transformaciones geométricas en la naturaleza y en la arquitectura andaluza.

Bloque 3. Geometría			
Saber	Saber hacer	Saber ser	
UD8	Conocimiento de los principales poliedros y cuerpos de revolución.	Cálculo de áreas y volúmenes de los principales poliedros y cuerpos de revolución.	Valoración de la relevancia del cálculo de áreas y volúmenes y de la determinación de los elementos de poliedros y cuerpos de revolución en la vida cotidiana.
		Identificación el centro, los ejes y los planos de simetría de poliedros y cuerpos y de revolución.	
		Identificación de las figuras resultantes de la intersección de planos y esferas.	
	Conocimiento de los elementos principales del globo terráqueo: polos, ecuador, paralelos y meridianos.	Localización un punto en la superficie del globo terráqueo usando las coordenadas geográficas.	
	Conocimiento de las coordenadas geográficas, longitud y latitud, y de los husos horarios.		

Tabla 5: Contenidos del Bloque 4 redactados como resultados de aprendizaje.

Bloque 4. Funciones			
Saber	Saber hacer	Saber ser	
UD9	Conocimiento del concepto de función.		Valoración de la importancia de las funciones en el entorno cotidiano.
	Conocimiento de las distintas representaciones (gráfica, algebraica, tabular y verbal) de una función.	Identificación de las características de una función a partir de su representación gráfica.	Valoración crítica del comportamiento y las características de las relaciones funcionales en el contexto presentado.
	Conocimiento de las características locales y globales de las funciones: dominio, recorrido, continuidad, monotonía, periodicidad y simetría.	Asociación de la gráfica de una función con un enunciado contextualizado.	
		Realización de la representación gráfica de una función a partir de un enunciado contextualizado.	
Asociación de expresiones analíticas de funciones con sus gráficas y viceversa.			
UD10	Conocimiento del concepto de función lineal y sus elementos y características principales.	Cálculo de los elementos de una función lineal.	Apreciación de la existencia de situaciones cotidianas que puedan ser representadas mediante funciones lineales.
	Identificación de las diferentes ecuaciones de la recta: punto pendiente, general, explícita y por dos puntos.	Obtención de la expresión analítica de una función lineal a partir de un enunciado contextualizado.	Valoración de la relevancia de una apropiada elección de características de una función lineal para modelar contextos cotidianos.
		Realización de la representación gráfica de una función lineal a partir de su expresión analítica.	
UD10	Conocimiento del concepto de función cuadrática y sus características.	Cálculo de los elementos característicos de una función cuadrática.	Apreciación de la existencia de situaciones cotidianas que puedan ser representadas mediante funciones cuadráticas.
		Realización de la representación gráfica de una función cuadrática.	Valoración de la relevancia de una apropiada elección de características de una función cuadrática para modelar contextos cotidianos.

Tabla 6: Contenidos del Bloque 5 redactados como resultados de aprendizaje.

Bloque 5. Estadística y probabilidad			
Saber	Saber hacer	Saber ser	
UD11	Conocimiento de las fases y tareas de un estudio estadístico.		Valoración de la representatividad de una muestra estadística en un contexto cotidiano.
	Conocimiento y distinción de los conceptos de población y muestra de estudio estadístico.		
	Identificación de variables estadísticas cualitativas, cuantitativas discretas y cuantitativas continuas.		
	Conocimiento de métodos de selección de una muestra estadística.		
	Conocimiento de los conceptos frecuencia absoluta, frecuencia relativa y frecuencia acumulada.	Elaboración de tablas de frecuencia de una muestra estadística.	Valoración de la información suministrada por una tabla de frecuencias correspondiente a una situación de la vida cotidiana.
	Conocimiento de los distintos tipos de gráficas estadísticas.	Elaboración de gráficas estadísticas a partir de una muestra dada.	Valoración de la información suministrada en una gráfica estadística correspondiente a una situación de la vida cotidiana.
			Desarrollo de actitudes que favorezcan un buen uso de recursos TIC para la realización de gráficas estadísticas.
	Conocimiento de medidas de posición: media, moda, mediana y cuartiles.	Cálculo de medidas de posición de una muestra estadística.	Valoración de la representatividad de la media de una muestra mediante el uso de medidas de dispersión.
Conocimiento de medidas de dispersión: rango, recorrido intercuartílico y desviación típica.	Cálculo de medidas de dispersión de una muestra estadística.	Apreciación de la importancia de un uso del vocabulario apropiado para comunicar resultados del análisis estadístico en el entorno cotidiano.	
Conocimiento de los diagramas de caja y bigote.	Elaboración de diagramas de caja y bigote.	Valoración de la importancia de la estadística en el mundo.	
Identificación de situaciones aleatorias.		Concienciación de la existencia de situaciones aleatorias en la vida cotidiana.	
UD12	Conocimiento de los conceptos de sucesos y espacio muestral.	Elaboración de diagramas de árbol para determinar la probabilidad de un suceso.	Toma de decisiones en diferentes contextos basadas en cálculos de la probabilidad de distintos sucesos.
	Conocimiento de la regla de Laplace.	Cálculo de la probabilidad de un suceso usando la regla de Laplace.	
	Conocimiento del concepto de permutación.	Cálculo de permutaciones.	
	Conocimiento del concepto de factorial de un número.	Cálculo del factorial de número.	

2.5. Orientaciones metodológicas

Una pieza clave de la planificación de la práctica docente radica en establecer cuáles serán los métodos, técnicas, procedimientos y estrategias que se desarrollarán durante el proceso de enseñanza-aprendizaje con el fin de facilitar el logro los objetivos y el desarrollo de competencias clave por parte del alumnado.

Según se establece en la Orden ECD/65/2015, un aspecto fundamental para llevar a cabo con éxito la enseñanza orientada a la adquisición de competencias es fomentar la motivación e interés por parte del alumnado, potenciando su participación y la aplicación de sus conocimientos a situaciones conocidas y reales, lo que redundará en un aprendizaje duradero y significativo (BOE, núm 25, 29 de enero de 2015). Como consecuencia, en esta planificación se adoptará un enfoque basado en metodologías activas y tareas contextualizadas, poniendo el foco en la inclusión e implicación de todo el alumnado.

Siguiendo estas ideas, a continuación se detallan los principios metodológicos que se seguirán, las estrategias metodológicas que se emplearán y los tipos de actividades que se realizarán para posibilitar el logro de los objetivos establecidos.

2.5.1. Principios metodológicos

En virtud del RD 1105/2014, tal y como se recoge en su Artículo 15, las propuestas pedagógicas establecidas por los centros educativos han de priorizar la atención a la diversidad, teniendo en consideración la existencia de distintos ritmos de aprendizaje en el alumnado, así como han de favorecer un aprendizaje que sea a la vez autónomo y cooperativo (BOE, núm 3, 3 de enero de 2015).

La metodología empleada, de acuerdo con la Orden ECD/65/2015, ha de adaptarse al nivel inicial del alumnado y debe estructurarse desde los aprendizajes más simples a aquellos más complejos (BOE, núm 25, 29 de enero de 2015). Además, en dicha Orden también se contempla que los métodos a utilizar deben estar orientados a la resolución de actividades o problemas para lo cual el alumnado haga uso de todos sus conocimientos, destrezas y actitudes.

Finalmente, y según se describe en la Orden de 15 de enero de 2021, el docente debe considerar las condiciones socioculturales del alumnado así como los recursos de los que se dispone y propiciar en el alumnado la capacidad de plantear nuevas preguntas, identificar y aprender de los errores cometidos y buscar nuevos caminos alternativos a la hora de resolver problemas (BOJA, Extraordinario núm. 7, 18 de enero de 2021).

Siguiendo estas indicaciones, la metodología docente establecida en la presente PD seguirá unos imperativos o principios que sustentarán la práctica educativa. Tal y como señalan los autores Medina Rivilla y Salvador Mata (2009), la adecuación de los métodos de la acción docente debe realizarse atendiendo a la finalidad de la propia práctica educativa, al alumnado al que está dirigida, a los contenidos a desarrollar y al contexto en la que ésta se enmarca. Como consecuencia de todo ello, a continuación se presentan los principios metodológicos que se seguirán clasificados de acuerdo a estas cuatro dimensiones:

- *Finalidad.*
 - Fomentar el desarrollo de competencias y valores claves para el alumnado en su formación y vida adulta.
 - Promover el razonamiento lógico-deductivo y crítico a través de la resolución de problemas tanto del área de Matemáticas como de áreas afines donde las Matemáticas sean un elemento clave.
 - Potenciar el trabajo colaborativo y cooperativo.
 - Fomentar la adquisición de destrezas en el uso de recursos y herramientas TIC.
- *Alumnado.*
 - Atender a la diversidad partiendo del nivel competencial de cada alumno/a y estableciendo estrategias que permitan aprender a diferentes ritmos.
 - Promover un aprendizaje significativo que perdure en el alumnado para etapas posteriores de su vida.

- *Contenidos.*
 - Comenzar con aprendizajes más simples e ir aumentando progresivamente la complejidad de los mismos.
 - Comenzar por los contenidos más generales e ir avanzando hacia los más específicos.
- *Contexto.*
 - Fomentar la motivación del alumnado a partir de sus intereses y su entorno.

2.5.2. Estrategias metodológicas

Como se ha mencionado con anterioridad, la metodología en la que se sustenta esta planificación busca la implicación activa del alumnado, favoreciendo la motivación del mismo, con el objetivo de que sean conscientes y partícipes de su propio aprendizaje. A tal fin, las estrategias metodológicas que se trabajarán serán las siguientes:

- **Lección magistral participativa.** La lección magistral, también llamada método expositivo, más tradicional consiste esencialmente en la exposición verbal de forma estructurada de los contenidos por parte del profesor, siguiendo un orden lógico y motivando el interés del alumnado (De Miguel, 2006). En este caso, se empleará una modalidad expositiva/participativa en la que el alumnado pueda intervenir mediante la formulación de preguntas y realización de actividades que se irán alternando con la exposición (Crisol Moya, 2012). Esta estrategia se erige como un método fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje a través del cual se transmite los contenidos de la materia al alumnado y, a la vez, éste participa de forma activa contribuyendo a la consecución de los objetivos propuestos. Será, por tanto, la estrategia a utilizar en actividades de iniciación y presentación de los contenidos, así como en actividades de desarrollo.
- **Tareas contextualizadas.** Como indica Pérez Cáceres (2017), tener en consideración el contexto del alumnado, profesorado y centro en el que se realiza la práctica educativa a la hora de desarrollar los proyectos y las tareas que vertebrarán los procesos de enseñanza-aprendizaje es un elemento clave para atender con éxito a la diversidad de nuestra aula. Así, este enfoque insta a encuadrar los contenidos de la materia a tratar en un contexto conocido y de interés para el alumnado. Como consecuencia, se generan vínculos entre el alumnado y su aprendizaje y se fomenta la autodeterminación del mismo al permitirles partir de situaciones conocidas y propias de cada uno (Pérez Cáceres, 2017), lo cual influirá de forma muy positiva en su motivación por aprender. En el área de las Matemáticas, la implementación de tareas contextualizadas cobra, si cabe, aún mayor relevancia. De Lange (1996) destaca que incorporar actividades con contextos de la vida cotidiana favorece el aprendizaje del alumnado, potencia la competencia ciudadana de los estudiantes, fomenta el desarrollo de la competencia matemática y de resolución de problemas y pone de manifiesto la utilidad e importancia de las Matemáticas. Por otro lado, los Marcos Teóricos del *Programme for International Student Assessment* (PISA), proyecto promovido por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OECD, por sus siglas en inglés) que evalúa el nivel competencial alcanzado por el alumnado a lo largo de la etapa educativa en diferentes países, establecen que una habilidad propia de la competencia matemática consiste en formular y resolver “problemas a través de las matemáticas en diferentes situaciones y contextos” (OECD, 2004, p. 29). Por todo ello, esta estrategia será adoptada en la presente planificación incorporando una amplia variedad de actividades contextualizadas de todo tipo.
- **Aprendizaje Cooperativo.** Pérez Cáceres (2017) señala al aprendizaje cooperativo como una pieza fundamental “si queremos avanzar hacia una educación de calidad y equidad y a una sociedad diversa” (p. 145). Se trata de una estrategia metodológica en la que se establecen grupos reducidos de alumnos/as que trabajan de forma cooperativa con el fin de optimizar su aprendizaje y el de sus compañeros (Johnson et al., 1999). De esta forma, como afirma De Miguel (2006), se antepone la colaboración a la competición lo cual acaba resultando en una importante contribución a la adquisición de conocimientos y destrezas y, muy especialmente, al desarrollo de competencias relacionadas con la obtención de valores y actitudes. En el ámbito de las Matemáticas, diversos estudios han mostrado las ventajas que supone emplear el Aprendizaje Cooperativo en la etapa de Educación Secundaria. Algunos ejemplos de ellos son el trabajo de Alsina (2010), quienes señalaron la influencia positiva de emplear el Aprendizaje

Cooperativo en tareas relacionadas con el estudio de poliedros regulares; el estudio de Chamoso Sánchez et al. (2010), quienes llevaron a cabo una experiencia de Aprendizaje por Descubrimiento Cooperativo concluyendo que los estudiantes mejoraron su capacidad de resolución de problemas y actitud hacia las Matemáticas, si bien su rendimiento se mantuvo inalterado, o el análisis de Gavilán Bouzas (2011), quien indica que el Aprendizaje Cooperativo supone un beneficio en el desarrollo de capacidades algebraicas. Como consecuencia, en esta PD se adoptará esta estrategia siguiendo de forma predominante dos tipos de estructuras cooperativas: por un lado estructuras de dinámica simple como, por ejemplo, el folio giratorio, orientadas a actividades de desarrollo y consolidación y, por otro lado, estructuras que se fundamentan en la tutoría entre iguales, a poner en práctica durante las actividades de ampliación.

- **Exposición oral de tareas y/o trabajos por parte del alumnado.** Este enfoque consiste en que el alumnado, organizados en grupos reducidos o de forma individual, realicen una presentación de tareas y problemas realizados en clase o trabajos de búsqueda, para posteriormente ser discutida y trabajada por toda la clase (Crisol Moya, 2012). Así, el alumnado profundizará en los contenidos propios de la materia, favoreciendo su aprendizaje, a la vez que se potenciarán en los estudiantes competencias relacionadas con la comunicación de resultados. Además, como puntualiza Suárez Ávila et al. (2010) fomentando actividades relacionadas con la comunicación matemática, “el lenguaje de la matemática surge como un proceso de construcción” (p. 180). Así, en esta PD se contemplan actividades de desarrollo que se llevarán a cabo se basarán en este tipo de estrategia.

En el Anexo A se describen brevemente cada una de las estrategias metodológicas que se implementarán en cada UD de la presente PD.

2.5.3. Actividades

Tal y como establecen los autores Medina Rivilla y Salvador Mata (2009), las distintas actividades que se llevarán a cabo a lo largo de las diferentes sesiones pueden clasificarse en 5 categorías descritas en las siguientes líneas.

- **Actividades de introducción.**

A través de estas actividades se pretende, por un lado, despertar el interés y la motivación del alumnado, potenciando su predisposición a aprender, y, por otro lado, proporcionar una herramienta al docente para conocer el grado de conocimientos inicial de sus estudiantes y perfilar así la zona de desarrollo próximo en la cual trabajar. Este tipo de actividades se llevarán a cabo al comienzo de cada UD y con ellas se presentarán diferentes situaciones de la vida cotidiana y/o del mundo físico que nos rodea analizadas desde el punto de vista del contenido matemático que se pretende desarrollar. Además, también se fomentará la reflexión individual del alumnado sobre sus conocimientos acerca de la temática que se trabajará y se propiciará un posterior debate o puesta en común en gran grupo de las ideas que hayan surgido.

- **Actividades de desarrollo.**

Con ellas se pretende que el alumnado adquiera y/o amplíe los contenidos propios de la materia. Así, a lo largo de las diferentes UDs se alternarán exposiciones de la materia por parte del docente, en las cuales éste promoverá la participación del alumnado mediante la realización de cuestiones y preguntas, con la realización de ejercicios y problemas por parte del alumnado. Estos últimos serán resueltos en pizarra tanto por el docente como por los propios estudiantes, fomentando la discusión en grupo sobre la interpretación de los resultados y/o las posibles diferentes estrategias de resolución.

- **Actividades de consolidación.**

Estas actividades permitirán comprobar el nivel de aprendizaje de los contenidos así como el grado de adquisición y desarrollo de competencias clave por parte del alumnado. Con este fin, durante el desarrollo de la UD se llevarán a cabo entregas de problemas resueltos. Además, al final de cada UD se realizará una prueba escrita en relación a los contenidos matemáticos trabajados en la misma.

- **Actividades de ampliación.**

Este tipo de actividades se consideran una medida general de atención a la diversidad orientada al

alumnado con altas capacidades y/o alta demanda cognitiva. Con el objetivo de incentivar la motivación de estos estudiantes y fomentar su desarrollo cognitivo tanto en el ámbito de las Matemáticas como en otras competencias, se propondrán tareas como la elaboración de nuevos problemas, lo cual facilitará la elaboración del aprendizaje conduciendo a aprendizajes más duraderos, desafíos guiados que le permitan trabajar contenidos matemáticos avanzados que caigan fuera del ámbito de la presente planificación o la tutoría entre iguales. Ésta última tiene la gran ventaja de favorecer el aprendizaje tanto del alumnado tutor, ya que profundizará aún más en los contenidos y desarrollará otras competencias fundamentales de carácter actitudinal, como alumnado tutorado, que dispondrá de una ayuda significativa para alcanzar los objetivos propuestos.

■ **Actividades de refuerzo.**

Estas actividades constituyen una segunda medida general de atención a la diversidad, en este caso orientadas a aquel alumnado con dificultades en la adquisición de los conocimientos y competencias básicas para continuar con su formación dando lugar a una diferencia de aprendizaje con respecto a sus compañeros/as. Durante el desarrollo del curso académico, el docente valorará la posibilidad de asignar este tipo de actividades al alumnado que lo requiera. Entre ellas, se considerarán ejercicios y problemas guiados que, partiendo de un nivel inferior al demandado en el aula, incrementen progresivamente su dificultad hasta alcanzar los objetivos inicialmente propuestos. También se propondrán nuevas relaciones de ejercicios y problemas para trabajar en casa y la realización de resúmenes y/o mapas conceptuales que recojan los contenidos clave de la materia.

En el Anexo A se realiza una breve descripción de cada uno de los tipos de actividad que se llevarán a cabo para cada UD de la presente PD.

2.5.4. Espacios y recursos

Para llevar a cabo con éxito el proceso de enseñanza-aprendizaje, resulta de especial importancia que el docente haga uso de una variedad de los espacios y recursos a su disposición. En particular, en el área de las Matemáticas, este hecho es, si cabe, aún más crucial dada la naturaleza abstracta de sus contenidos. Como señala Flores Martínez (2016b), “el aprendizaje es eficaz cuando el aprendiz lo construye sobre experiencias propias que aportan sentido a los conceptos” (p. 275). Por lo tanto, será necesario efectuar una elección apropiada de los espacios donde tendrá lugar la práctica docente así como de los materiales y recursos que se emplearán con el objetivo de potenciar un aprendizaje significativo en nuestro alumnado.

A continuación se recogen los recursos que serán utilizados en la implementación de la presente PD.

- Materiales didácticos elaborados por el docente. Comprenderán apuntes detallados de los contenidos que se tratarán, resúmenes, mapas conceptuales y relaciones de problemas y ejercicios, así como otros recursos necesarios para la realización de diversas tareas, como pueden ser los laberintos y dominós matemáticos o los desarrollos planos de cuerpos geométricos.
- Libro de texto de la materia, que servirá como manual de guía y consulta para el alumnado y del que se extraerán diferentes actividades a realizar en el aula.
- Materiales y recursos específicos para trabajar el contenido matemático. Este tipo de materiales resultan de gran utilidad para trabajar aspectos más abstractos de las Matemáticas. Algunos ejemplos son los tableros y piezas de ajedrez o los muros de fracciones.
- Materiales y recursos TIC. Se fomentará el uso de medios tecnológicos como ordenadores y dispositivos móviles con una finalidad educativa. Como ya hemos mencionado previamente, a lo largo del curso académico, se emplearán programas informáticos tales como GeoGebra, hojas de cálculo y/o diversos applets de contenido matemático. Además, también se instará al uso de recursos TIC como fuente de información para la realización de tareas y de herramientas tecnológicas como complemento de exposiciones orales. Finalmente, el propio docente también empleará este tipo de recursos para enriquecer sus exposiciones, mostrando figuras y vídeos que ilustren los contenidos que se están trabajando en cada momento y haciendo uso de la pizarra electrónica como complemento de su explicación.

En lo que respecta a los espacios, la mayor parte de las sesiones tendrán lugar en el aula de clase. Sin embargo, con cierta frecuencia se hará uso del aula de informática para poder trabajar con los ordenadores

y explotar las diferentes herramientas matemáticas que estos proporcionan.

2.6. Evaluación

Casanova (1998) define la evaluación del aprendizaje como

[...] un proceso sistemático y riguroso de obtención de datos, incorporado al proceso educativo desde su comienzo, de manera que sea posible disponer de información continua y significativa para conocer la situación, formar juicios de valor con respecto a ella y tomar las decisiones adecuadas para proseguir la actividad educativa mejorándola progresivamente (p. 70).

De esta forma, la evaluación no es solo un mecanismo para calificar el grado de adquisición de conocimientos y destrezas por parte del alumnado, sino también un proceso formativo que permite valorar la evolución de su aprendizaje y, como consecuencia, intervenir e implementar mejoras que ayuden a su perfeccionamiento (Casanova, 1998). Así, la evaluación proporciona información acerca de aquellos aspectos que han sido aprendidos por el alumnado y aquellos que no, mostrando los puntos débiles que deben ser reformulados (Segovia Alex, 2016).

En virtud del RD 1105/2014, la evaluación en la etapa de la Educación Secundaria Obligatoria debe cumplir tres requisitos fundamentales (BOE, núm 3, 3 de enero de 2015). Por un lado, la evaluación ha de ser continua, lo cual permite detectar posibles dificultades en el aprendizaje del alumnado y tomar las medidas de refuerzo adecuadas que le permitan progresar apropiadamente en su formación. Por otro lado, la evaluación ha de ser formativa, proporcionando instrumentos de mejora de los procesos de enseñanza-aprendizaje. Y, finalmente, la evaluación deberá ser integradora, de tal forma que todas las materias deben contribuir tanto al logro de los objetivos generales de etapa como a la adquisición de las distintas competencias clave.

El RD 1105/2014 también remarca que los procesos de evaluación establecidos por el docente han de llevarse a cabo tanto sobre los procesos de aprendizaje como sobre los de enseñanza, por lo que las PDs han de incluir los logros que permitan la evaluación de los conocimientos, destrezas y actitudes desarrollados por el alumnado y la propia puesta en práctica de la enseñanza (BOE, núm 3, 3 de enero de 2015).

Con todo ello en mente, y atendiendo a la clasificación descrita por los autores Medina Rivilla y Salvador Mata (2009), en la presente planificación se distinguen tres tipos de evaluación diferentes en función del momento temporal en los que se lleven a cabo.

- **Evaluación inicial.** Al comenzar el curso académico y antes de desarrollar los contenidos asociados a esta planificación, se llevará a cabo una prueba escrita inicial con el objetivo de determinar el nivel competencial del alumnado así como el grado de motivación del mismo con respecto a la materia. Además, al comienzo de cada UD, se realizarán actividades destinadas a evaluar los conocimientos y destrezas que el alumnado posee en referencia a la temática a trabajar. Esta evaluación tendrá, por tanto, un carácter diagnóstico y permitirá adaptar los procesos de enseñanza-aprendizaje a las necesidades expresadas.
- **Evaluación procesual.** Se trata de la piedra angular de una evaluación continua, ya que permite conocer el nivel de aprendizaje del alumnado a medida que se van desarrollando las sesiones. Este tipo de evaluación, por tanto, posibilita la detección prematura de dificultades en el aprendizaje y la modificación de los métodos utilizados en el proceso de enseñanza-aprendizaje en consecuencia. En lo que respecta a la presente planificación, se propondrá la realización de ejercicios y resolución de problemas de diversa índole, tanto en actividades individuales como en grupo, que serán entregados, corregidos en clase y/o expuestos de forma oral.
- **Evaluación final.** A través de esta evaluación, que se realiza una vez finalizada la presentación y el desarrollo de los contenidos marcados dentro de un plazo establecido, el docente podrá constatar el grado tanto de consecución de los objetivos propuestos como de adquisición de las competencias clave establecidas por parte del alumnado. Para ello, al finalizar cada UD se realizará una prueba escrita de forma individual incluyendo contenidos de carácter tanto conceptual como procedimental. Además, en algunas UD también se propondrá la realización de un trabajo sobre un tema particular que conlleve la elaboración de un informe y su exposición oral.

Todas estas diferentes evaluaciones se realizarán atendiendo a los criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables establecidos en la Orden de 15 de enero de 2021 (BOJA, Extraordinario núm. 7, 18 de enero de 2021, pp. 792-796). En el Anexo A se pueden encontrar desglosados cada uno de estos criterios y estándares así como una especificación para cada una de los tipos de evaluación previamente mencionados para cada UD de la presente planificación.

Finalmente, un aspecto clave para llevar a cabo el proceso de evaluación son los distintos instrumentos que se utilizarán para recoger información y realizar el seguimiento durante el proceso de enseñanza-aprendizaje. En la presente planificación, se emplearán los instrumentos que se detallan a continuación:

- **Rúbrica.** Es un instrumento que permite una evaluación objetiva y minuciosa de las actividades y tareas que se realicen. En ella se indica el nivel obtenido por el alumnado en cada uno de los indicadores propuestos así como una valoración cualitativa tanto las capacidades adquiridas como de aquellas que restan por adquirir. En este caso, se emplearán rúbricas para valorar el grado de consecución de los logros de aprendizaje establecidos (véase Anexo A), evaluar el estado y el contenido del cuaderno de clase (véase Anexo B) y observar la participación y actuación en el aula (véase Anexo C).
- **Hojas de registro.** Las hojas de registro permiten al docente recoger información de la observación diaria en el aula. En este caso, se emplearán de forma combinada con las rúbricas para tomar nota de la participación e implicación del alumnado en las sesiones.
- **Realización y entrega de actividades y trabajos y exposición oral de los mismos.** A lo largo del proceso formativo, se propondrá al alumnado que realice y entregue una serie de tareas y que exponga oralmente la solución de algunos de los ejercicios y/o problemas que en ellas se planteen. Además también se propondrá la realización de trabajos que conlleven la realización de un informe escrito y una exposición oral de los resultados. Con ello, se podrá valorar de forma continua el progreso del alumnado y el desarrollo de sus capacidades conceptuales, procedimentales y actitudinales. Este instrumento supone, por tanto, una fuente importante de información para el docente, que podrá implementar nuevas medidas en los casos en los que se observen dificultades de aprendizaje.
- **Pruebas escritas.** La realización de una prueba escrita permitirá conocer el grado de adquisición de conocimientos y destrezas por parte del alumnado, así como el nivel de desarrollo de determinadas competencias clave. De esta forma, se dispondrá de una valoración cuantitativa del proceso de enseñanza-aprendizaje que indicará aquellos contenidos que han de ser reforzados.

2.7. Atención a la diversidad

Según se establece en la Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación, la educación inclusiva será el principio fundamental sobre el que se apoyará la enseñanza básica, con el propósito de “atender a la diversidad de las necesidades de todo el alumnado, tanto del que tiene especiales dificultades de aprendizaje como del que tiene mayor capacidad y motivación para aprender” (BOE, núm. 340, 30 de diciembre de 2020, p. 122882). En particular, en dicha Ley se señala como principio pedagógico de la Educación Secundaria que las propuestas pedagógicas de los centros educativos deberán realizarse atendiendo a la diversidad, incluyendo metodologías que consideren la existencia de diversos ritmos de aprendizaje entre sus estudiantes (BOE, núm. 340, 30 de diciembre de 2020, p. 122892). Este último aspecto también se encuentra recogido en el RD 1105/2014, donde además se indica que los propios centros dispondrán de autonomía para incorporar las medidas de atención a la diversidad en función de las características de sus estudiantes (BOE, núm. 3, 3 de enero de 2015, p. 181).

A continuación se detallan las medidas tanto generales como específicas de atención a la diversidad que se considerarán durante la implementación de la presente PD.

2.7.1. Medidas generales

Las Instrucciones de 8 de marzo de 2017, de la Dirección General de Participación y Equidad, por las que se actualiza el protocolo de detección, identificación del alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo y organización de la respuesta educativa, recogen, entre otros aspectos, las medidas generales de organización de la respuesta educativa a la atención a la diversidad (Consejería de Educación, Junta de Andalucía, 2017). Estas medidas se entienden como aquellas acciones ordinarias que tienen como finalidad

promover el aprendizaje y el éxito educativo de todo el alumnado y comprenderán elementos de flexibilidad en la organización y atención inclusiva. Para la presente PD, y siguiendo las Instrucciones de 8 de marzo de 2017, se contemplan las siguientes medidas generales de atención a la diversidad:

- **Criterios flexibles de organización de espacios y tiempos.** Por un lado, en lo que respecta a los espacios, se llevarán a cabo actuaciones en función de las características y necesidades de los estudiantes, entre las que podemos señalar colocación próxima al docente, espacios iluminados y con una disposición apropiada para fomentar la interacción tanto con el docente como con el propio grupo y disposición accesible del material. Por otro lado, se amoldarán los tiempos a las necesidades del alumnado, llevando a cabo una amplia variedad de tareas que se adapten a diferentes ritmos de trabajo.
- **Realización de actividades de refuerzo y ampliación.** Para tener en cuenta la existencia de distintos ritmos de aprendizaje del alumnado, se llevarán a cabo actividades de refuerzo, en caso de que aparezcan dificultades en el aprendizaje, y actividades de ampliación, destinadas a aquellos estudiantes de altas capacidades y/o demanda que finalicen las tareas en menor tiempo que sus compañeros.
- **Implementación de metodologías activas.** Como se ha visto en la Sección II.2.5, esta PD contempla la puesta en práctica de metodologías que fomenten la participación activa del alumnado en su aprendizaje. En particular, podemos destacar el uso de dinámicas basadas en el aprendizaje cooperativo, como la tutoría entre iguales, con el fin de potenciar la inclusión de los estudiantes en el aula.
- **Diversidad en los procedimientos de evaluación.** Se llevarán a cabo diferentes métodos para realizar la evaluación del alumnado, como son la observación del trabajo y la participación del alumnado, la revisión del cuaderno de clase y de las tareas realizadas, o la realización de pruebas escritas y exposiciones orales, que nos permitan valorar de forma continua el aprendizaje del alumnado en diferentes momentos de tiempos. Además, se emplearán distintos instrumentos como rúbricas, hojas de registro, entrega de tareas o pruebas escritas, que permitan recabar información sobre la evolución del alumnado y poder modificar en consecuencia las actividades docentes. Finalmente, en relación a las pruebas escritas, estas se adaptarán a las necesidades del alumnado, tanto a nivel de formato (incorporando preguntas secuenciadas y separadas, el uso de diversos sistemas de representación en los enunciados y la lectura previa de las preguntas) como a nivel de tiempo.
- **Adaptación de la PD al alumnado.** Se contemplará también la adecuación de la PD a las necesidades que puedan surgir en el alumnado, incluyendo la adopción de nuevas metodologías, cambios en la secuenciación de los contenidos y/o la implementación de nuevos métodos e instrumentos evaluativos.

2.7.2. Medidas específicas

Se consideran medidas específicas de atención a la diversidad a aquellas actuaciones destinadas a subsanar las necesidades de aprendizaje que puedan experimentar el ACNEAE y que no hayan sido superadas con éxito a través de las medidas generales (Conserjería de Educación, Junta de Andalucía, 2017).

En la descripción de las características del alumnado objetivo de esta PD (véase Sección II.1.5), se indicó la presencia de una alumna con NEAE por hipoacusia en el aula. Siguiendo las orientaciones metodológicas recomendadas por la Comunidad Autónoma de Andalucía en el *Manual de atención al alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo derivadas de discapacidad auditiva* (Conserjería de Educación, Junta de Andalucía, 2008), se tendrán en cuenta las siguientes medidas:

- Tener una sonoridad lo más adecuada posible. Además, se evitará que la alumna reciba luz natural directamente a la cara, lo cual podría dificultar su visión.
- Intentar mantener el nivel de ruido del aula a niveles bajos.
- Posicionar a la alumna en primera fila y no realizar explicaciones de espalda a ella.
- Presentar la información de forma ordenada y precisa, sin realizar incisos que puedan provocar un cambio en la atención.
- Realizar y hacerle entrega de esquemas, mapas conceptuales y otros materiales que puedan complementar la explicación oral, así como acompañar las explicaciones con una apropiada gestualización.
- Utilizar un lenguaje sencillo en los textos y problemas del curso, así como presentar con antelación el nuevo vocabulario a utilizar para que pueda familiarizarse con él.

III. Análisis Didáctico: UD9. Funciones. Características y representación

Como señala Rico Romero (2016b), el Análisis Didáctico constituye un método que permite “escudriñar, estructurar e interpretar, dentro de un marco curricular, los contenidos didácticos de las matemáticas escolares, con el propósito de su planificación, su implementación en el aula y su evaluación” (p. 95). Como tal, el Análisis Didáctico se subdivide en cuatro análisis diferentes que atienden a diferentes objetivos. En primer lugar, el análisis del significado que poseen los contenidos matemáticos objetos de estudio. En segundo lugar, el análisis cognitivo de los contenidos, que engloba tanto las expectativas de aprendizaje que se desean alcanzar como las limitaciones que entorpecen el aprendizaje del alumnado y las oportunidades de aprendizaje que originan las diferentes situaciones didácticas. En tercer lugar, el análisis de instrucción, que determina las tareas que se implementan para lograr las expectativas marcadas, minimizando las limitaciones de aprendizaje, así como la gestión, organización y uso de materiales y recursos en el aula. Por último, el análisis evaluativo, en el que se enmarca la valoración del aprendizaje del alumnado y las decisiones que a tomar en función del resultado de dicha valoración (Rico Romero, 2016b).

En la tercera parte de la presente PD se procederá a realizar el Análisis Didáctico de la UD9. *Funciones. Características y representación* asociada a la materia Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas correspondiente a 3º de ESO, incluyendo un estudio pormenorizado de los cuatro tipos de análisis que lo componen: análisis del contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis evaluativo.

1. Análisis del contenido

En esta sección se procede a realizar un análisis del contenido matemático que guarda relación con la UD sobre la versa la presente planificación. Para ello, se describirán y establecerán los significados de los distintos conceptos asociados al contenido matemático de las funciones a través del estudio de su estructura conceptual, de los diferentes sistemas de representación en los que pueden expresarse estos conceptos y del sentido matemático y modos de uso que presentan (Rico Romero, 2016b).

1.1. Estructura conceptual

En primer lugar, se procede a realizar una organización estructural de los contenidos matemáticos objeto de la presente UD. Esta clasificación se llevará a cabo siguiendo criterios cognitivos, esto es, atendiendo a la forma en que “los conocimientos correspondientes se entienden, se aprenden y se utilizan por usuarios escolares” (Rico Romero, 2016b, p. 89). De esta forma, y como ya se indicó en la Sección II.2.4, se identifican tres campos generales: *campo conceptual*, *campo procedimental* y *campo actitudinal*. A su vez, cada uno de ellos se subdivide en tres niveles de diferente complejidad cognitiva. A continuación, se presenta la estructuración conceptual de los contenidos asociados a las funciones de acuerdo a esta organización jerárquica.

1.1.1. Contenidos conceptuales

Se trata de los hechos matemáticos y las relaciones entre ellos. Como tal, los tres niveles de complejidad cognitiva (ordenados de forma creciente) que se establecen en el campo conceptual son los *hechos*, los *conceptos matemáticos* y las *estructuras conceptuales*.

Hechos

Son las “unidades de información que el escolar debe memorizar” (Rico Romero, 2016b, p. 89) y constituyen el primer nivel de complejidad del campo conceptual. En este nivel se sitúan los *términos*, las *notaciones*, los *convenios* y los *resultados* básicos.

Términos. Son las expresiones verbales que usan para apelar a “los objetos, nociones, relaciones y operaciones de un tema matemático” (Fernández Plaza, 2016a, p. 106).

- Plano cartesiano
- Ejes de coordenadas.
- Cuadrante.
- Coordenadas cartesianas.
- Eje de abscisas.
- Punto.
- Origen de coordenadas.
- Eje de ordenadas.
- Variable.

- Variable dependiente.
- Variable independiente.
- Tabla de valores.
- Gráfica de una función.
- Dominio.
- Recorrido o imagen.
- Función.
- Escala.
- Monotonía.
- Crecimiento.
- Decrecimiento.
- Constante.
- Extremos.
- Máximo.
- Mínimo.
- Tendencia.
- Rama.
- Periodicidad.
- Período.
- Continuidad.
- Discontinuidad.
- Expresión algebraica.
- Función constante.
- Función lineal.
- Función cuadrática.

Notaciones. Son los símbolos que se emplean para expresar los objetos matemáticos, así como sus propiedades y operaciones.

- Punto/Coordenadas cartesianas: (x, y) .
- Función de una variable x : $f(x)$.
- Ecuación de la función: $y = f(x)$.
- Función lineal: $y = mx + n$
- Dominio de una función: $Dom f$

Convenios. Son los acuerdos que se utilizan de forma recurrente.

- $f(x)$ se lee “efe de equis”.
- Al realizar la tabla de valores de una función, en la primera columna/fila se sitúa la variable independiente y , en la segunda, la variable dependiente.
- El eje de abscisas se denomina también “eje X”, corresponde al eje horizontal y sobre él se localiza la coordenada x .
- La variable independiente se representa sobre el eje de abscisas y se denota como x .
- Los valores representados en el eje de abscisas aumentan de izquierda a derecha.
- El eje de ordenadas se denomina también “eje Y”, corresponde al eje vertical y sobre él se localiza la coordenada y .
- La variable dependiente se representa sobre el eje de ordenadas y se denota como y .
- Los valores representados en el eje de ordenadas aumentan de abajo a arriba.
- Al escribir las coordenadas cartesianas, siempre se indica primero la coordenada x y, en segundo lugar, la coordenada y , esto es, (x, y) .

Resultados. Son aquellas “inferencias básicas que se derivan de los hechos conceptuales anteriores” (Fernández Plaza, 2016a, p. 106).

- Todo punto en el plano queda descrito por dos coordenadas, (x, y) .
- Una función relaciona dos variables x e y , de tal forma que asocia a cada valor de x un único valor de y .
- Una función es creciente si al aumentar la variable independiente también lo hace la dependiente.
- Una función es decreciente si al aumentar la variable independiente disminuye la variable dependiente.
- Una función tiene un máximo en un punto si el valor de la ordenada en ese punto es mayor que la de los puntos a su alrededor.
- Una función tiene un mínimo en un punto si el valor de la ordenada en ese punto es menor que la de los puntos a su alrededor.
- Una función lineal es siempre creciente, decreciente o constante, y su representación gráfica viene dada por una recta.

Conceptos Matemáticos

En este segundo nivel de complejidad se sitúan objetos que demandan un mayor nivel de abstracción.

Lo constituyen los *conceptos* y las *relaciones* que entre ellos se producen. En este caso, el estudio se centrará en los conceptos relacionados con el tema de funciones y su caracterización y representación.

Conceptos. Un concepto “establece una clase o conjunto de objetos” (Fernández Plaza, 2016a, p. 108).

- Función.
- Funciones continuas.
- Funciones discontinuas.
- Características de una función.
- Extremo de una función.
- Monotonía de una función.
- Representación de una función.
- Expresión algebraica de una función.

Estructuras

Las estructuras aparecen al considerar diferentes conceptos y sus transformaciones y relaciones, así como las propiedades y operaciones que entre ellos se establecen (Fernández Plaza, 2016a). Como tal, las estructuras matemáticas se corresponden con el tercer nivel de complejidad del campo de los contenidos matemáticos. En el caso que ocupa a la presente planificación, la estructura asociada es la siguiente:

- Espacio vectorial de funciones reales de una variable real, $\mathcal{F}(x, \mathbb{R})$.

1.1.2. Contenidos procedimentales

El campo procedimental engloba aquellos contenidos relacionados con las operaciones, métodos y procesos matemáticos, así como sus formas de procesamiento (Rico Romero, 2016b). Así, los tres niveles de complejidad que se encuentran, ordenados de menor a mayor, son las *destrezas*, los *razonamientos* y las *estrategias*.

Destrezas

En el primer nivel de complejidad cognitiva se encuentran las destrezas, consideradas como aquellos “procedimientos bien establecidos, con varios pasos, que incluyen expresiones simbólicas, figuras geométricas y otros signos y gráficos” (Rico Romero, 2016b, p. 90). Entre sus características se encuentran la promoción de acciones que implican a unidades de conocimiento y su carácter secuencial.

- Representar en el plano cartesiano un conjunto de puntos dado a partir de sus coordenadas y/o de una tabla de valores.
- Distinguir las variables independiente y dependiente en la representación gráfica de una función.
- Determinar el dominio y recorrido de una función a partir de su representación gráfica.
- Determinar si una función es continua o discontinua a partir de su representación gráfica.
- Identificar los extremos de una función a partir de su representación gráfica.
- Identificar la monotonía de una función a partir de su representación gráfica.
- Identificar el período de una función a partir de su representación gráfica.
- Construir una tabla de valores de las variables independiente y dependiente partiendo de la expresión algebraica de la función.

Razonamientos

Los razonamientos implican el manejo y procesamiento de relaciones entre los distintos conceptos matemáticos. De esta manera, se distinguen cuatro tipos diferentes de razonamientos: *lógico-deductivo*, *inductivo*, *analógico* y *figurativo*. A continuación se presentan algunos de los razonamientos presentes en el contenido matemático asociado al tema de las funciones.

- Determinar la expresión analítica de una función a partir de su representación gráfica.
- Inferir la expresión analítica de una función a partir de una tabla de valores.
- Inferir la tendencia de una función para valores grandes y/o pequeños de la variable independiente a partir de su representación gráfica.
- Representar gráficamente una función a partir de su expresión analítica.
- Esbozar la gráfica de una función a partir de la descripción sus características (monotonía, extremos, periodicidad,...).

Estrategias

En el tercer y último nivel de complejidad se sitúan las estrategias, que conllevan el procesamiento de las estructuras conceptuales, esto es, de conceptos y razonamientos, para poder dar respuesta a un interrogante y/o resolver problemas más complejos. En el caso que ocupa esta planificación, las estrategias establecidas son las siguientes:

- Analizar la dependencia funcional de dos variables en una situación de la vida cotidiana e interpretar las características y el comportamiento de una función en dicho contexto.
- Resolver problemas en situaciones de la vida cotidiana a partir de la relación funcional entre dos variables.

1.1.3. Contenidos actitudinales

En el campo actitudinal se enmarcan los distintos valores y normas que tratan el contenido matemático en cuestión. De esta forma, los aspectos actitudinales de un contenido matemático también se clasifican en tres categorías: la *actitud emocional* que se tiene hacia dicho contenido; el *aspecto moral y normativo*, relacionado con el cumplimiento de las reglas, procedimientos y tareas, y el *aspecto ético* del tema que se trabaja, incluyendo en esta categoría de qué forma contribuye éste al desarrollo personal (Rico Romero, 2016b). A continuación se exponen algunos de los aspectos actitudinales relacionados con el contenido propio de las funciones:

- Tomar conciencia de la importancia y utilidad de las funciones para describir situaciones de la vida cotidiana en el mundo que nos rodea.
- Tener disciplina a la hora de seguir los procedimientos tanto para representar gráficamente una función como para convertir la expresión de una función en un sistema de representación a otro distinto.
- Aprender que existen diversas posibles estrategias para resolver un problema (como consecuencia, por ejemplo, de existir diversos tipos de representaciones para una función) y ser capaz de tomar decisiones sobre cuál es la más apropiada, si existe, en cada contexto.
- Tener una buena disposición para trabajar en equipo, respetar las opiniones de los/as compañeros/as y estar abierto a ofrecer ayuda cuando se le necesite.

1.2. Sistemas de representación

Tal y como señala Lupiáñez Gómez (2016), dentro del ámbito de las matemáticas, las representaciones se definen como “aquellas notaciones simbólicas o gráficas, o bien expresiones verbales, mediante las que se hacen presentes y se nombran los conceptos y procedimientos en esta disciplina, así como sus características y relaciones más relevantes” (p. 120). Estas representaciones pueden, a su vez, clasificarse atendiendo a sus características intrínsecas, dando lugar a los llamados sistemas de representación. De esta forma, un sistema de representación se compone de una serie de símbolos, gráficos y términos propios, relacionados mediante un conjunto de reglas determinadas, que permiten expresar los distintos objetos de un contenido matemático y utilizarlos en diferentes situaciones (Lupiáñez Gómez, 2016).

En relación al contenido matemático relacionado con el tema de las funciones y su caracterización y representación, se consideran cuatro sistemas de representación diferentes para expresar los distintos conceptos matemáticos involucrados: simbólico (algebraico), gráfico, numérico (tabular) y verbal. En las siguientes líneas se describe cada uno de ellos, mostrando algunos ejemplos de sus expresiones y se finaliza con un ejemplo particular para ilustrar cómo es posible transformar (o convertir) la expresión en un sistema de representación a otro distinto.

1.2.1. Simbólico (algebraico)

El uso de símbolos permite establecer relaciones así como realizar operaciones entre diferentes objetos matemáticos de una manera más cómoda y sencilla. En el ámbito de las funciones, la representación simbólica posibilita expresar de forma algebraica la relación que existe entre dos variables, una independiente y otra dependiente. Algunos ejemplos de ello son

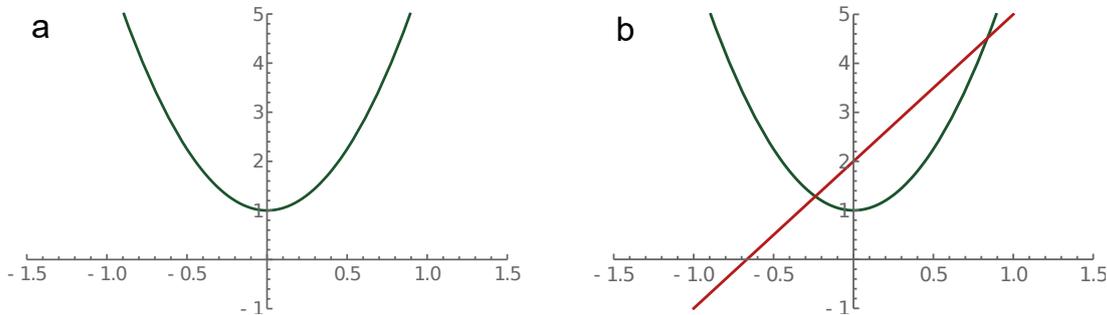
$$y = mx + n, \quad y = x^2 + 3x - 1, \quad y = \frac{5}{x},$$

que representan dependencias funcionales entre las variables x e y de tipo lineal, cuadrática y racional, respectivamente.

1.2.2. Gráfico

El sistema de representación gráfico favorece la visualización de la relación existente entre dos variables, permitiendo determinar de forma sencilla el comportamiento global de la función así como sus características locales. Un ejemplo de ello puede encontrarse en la Figura 1a. En este caso, se puede observar que se trata de una función continua y que presenta un mínimo en el punto $(0, 1)$. Además, la representación gráfica también posibilita analizar de forma simultánea el comportamiento de dos o más funciones, lo que facilita su comparación (véase Figura 1b).

Figura 1: a) Representación gráfica de la función $f(x) = 5x^2 + 1$. b) Representación gráfica de las funciones $f(x) = 5x^2 + 1$ (en verde) y $g(x) = 3x + 2$ (en rojo).



1.2.3. Numérico (tabular)

La representación tabular proporciona información cuantitativa de la relación entre dos variables, indicando los valores numéricos que toma la variable dependiente para valores dados de la variable independiente. Un ejemplo de ello se muestra en la Tabla 7.

Tabla 7: Representación tabular de la función $f(x) = 5x^2 + 1$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	81	46	21	6	1	6	21	46	81

1.2.4. Verbal

A través de la representación verbal se pueden describir tanto la relación funcional que existe entre dos variables como las diferentes características propias de dicha función. Algunos ejemplos de ello se indican a continuación:

- *Una variable es el doble de la otra.*
- *Existe una relación cuadrática entre la variable independiente y la variable dependiente.*
- *El valor de la variable dependiente se calcula elevando al cuadrado el valor de la variable dependiente y sumando cinco unidades.*
- *La función lineal es continua y no presenta máximos ni mínimos en el intervalo de los números reales.*

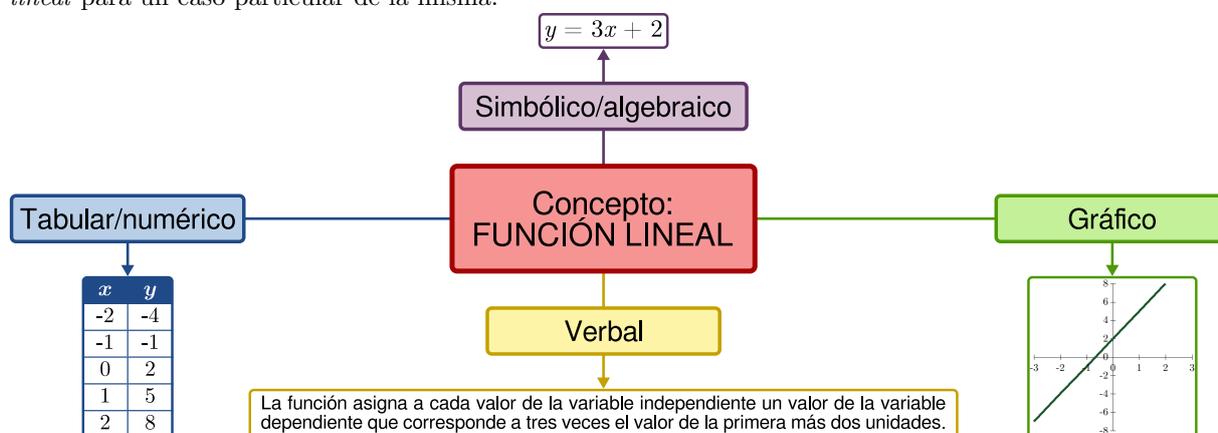
1.2.5. Conversión entre sistemas de representación

Un mismo objeto matemático puede, en numerosas ocasiones, ser expresado mediante diferentes sistemas de representación. De esta forma, la representación de dicho objeto en un sistema dado puede traducirse a otro sistema distinto, disfrutando así de las ventajas que este último puede proporcionar. A esta acción se le denomina conversión entre sistemas de representación (Lupiáñez Gómez, 2016). En las siguientes líneas se

ilustra la conversión del concepto *función lineal* entre los diferentes sistemas de representación descritos con anterioridad.

Se parte de la representación algebraica de una función lineal. En este caso, y con fines didácticos, se considerará la función lineal dada por $y = 3x + 2$, donde y es el símbolo utilizado para representar la variable dependiente y x es el símbolo utilizado para representar la variable independiente. Así, se puede derivar la representación tabular de dicha función lineal asignando valores a la variable x y calculando los valores respectivos de la variable y usando para ello su expresión algebraica. Tras ello, estas parejas de valores pueden situarse en el plano cartesiano y obtener a partir de ellas la representación gráfica de la función lineal objeto de estudio. Finalmente, también es posible enunciar esta relación funcional entre dos variables mediante la expresión verbal *la función asigna a cada valor de la variable independiente un valor de la variable dependiente que corresponde a tres veces el valor de la primera más dos unidades*. En la Figura 2 se muestra un esquema que recoge la conversión de este concepto entre los distintos sistemas de representación.

Figura 2: Esquema que ilustra la conversión entre los distintos sistemas de referencia del concepto *función lineal* para un caso particular de la misma.



1.3. Sentido y modos de uso del contenido matemático

Ruiz Hidalgo (2016) indica que los “conceptos matemáticos alcanzan su máxima expresión cuando se piensan con plenitud de sentido” (p. 140). Por ello, se debe fomentar el aprendizaje de la Matemática con sentido, para lo cual es necesario realizar un análisis previo de los términos que caracterizan el contenido objeto de aprendizaje, la clase de interrogantes a los que trata de dar respuesta, los fenómenos de los cuales surge y las diferentes situaciones en las que puede aplicarse. A continuación se presenta un estudio del sentido y modos de uso del contenido relacionado con las funciones atendiendo a las cuatro dimensiones previamente mencionadas.

1.3.1. Términos

El análisis del sentido de un contenido matemático se inicia mediante la descripción de aquellos términos que expresan sus modos de uso (Ruiz Hidalgo, 2016). En particular, un importante número de los conceptos relacionados con el ámbito de las funciones se identifica mediante términos cuyo uso no es exclusivo del lenguaje matemático, sino que forman parte del vocabulario cotidiano. Como tal, es importante tomar conciencia de la polisemia asociada a muchos de los términos empleados en el marco de las funciones, hacer uso de los más adecuados para dotar de un sentido a los conceptos matemáticos y estar atentos ante las posibles dificultades que el hecho de utilizar estos términos en su vida diaria pueda originar en el alumnado. A continuación se muestra un análisis de los términos asociados a tres objetos matemáticos distintos: función, continuo y máximo.

- **Función.** De acuerdo a la Real Academia Española (RAE), algunos términos que asocian al concepto de función son *capacidad de actuar, tarea, acto, representación, obra, papel o finalidad*. En particular,

en su undécima definición del Diccionario de la lengua española de la RAE, se identifica función como “relación entre dos conjuntos que asigna a cada elemento del primero un elemento del segundo” (Real Academia Española, s.f.-b, definición 11).

- **Continuo.** Entre otros, los términos asociados al concepto continuo según el Diccionario de la lengua española de la RAE son *sin interrupción, unión, constante o perseverante*. Destaca aquí la acepción número 4 del Diccionario que define continuo como “dicho de una magnitud: que toma valores que no están separados unos de otros” (Real Academia Española, s.f.-a, definición 4).
- **Máximo.** El caso de este concepto es especialmente relevante. Las dos acepciones que presenta el Diccionario de la lengua española de la RAE del término máximo son “más grande que cualquier otro en su especie” (Real Academia Española, s.f.-c, definición 1) y “límite superior o extremo a que puede llegar algo” (Real Academia Española, s.f.-c, definición 2). Como se puede apreciar, su primera definición podría originar confusión a la hora de entender el concepto matemático de *máximo local* (ya que puede existir un segundo máximo en la función “más grande” que el primero), mientras que la segunda definición podría inducir a pensar en el máximo como el extremo del dominio de la función. Por lo tanto, y como ya se ha comentado, es importante tener en mente estas definiciones a la hora de trabajar el concepto de máximo con el alumnado, ya que pueden resultar fuentes de limitaciones que entorpezcan su aprendizaje.

1.3.2. Contextos

Los contextos de un concepto matemático se relacionan con aquellas preguntas a las que dicho concepto trata de dar respuesta. Como señala Ruiz Hidalgo (2016), un contexto constituye “una descripción de cómo los conceptos y estructuras matemáticas atienden y responden, como instrumentos de conocimiento, a unas necesidades intelectuales o prácticas determinadas” (p. 142).

Las funciones, en tanto que constituyen una relación entre dos variables cualesquiera, ya sea de forma directa o a través de un análisis exhaustivo de las mismas responden a una amplia variedad de cuestiones: comprender cómo una variable se afectada por el cambio de una segunda, conocer el valor exacto de una magnitud sabiendo el valor de otra con la que se relaciona, encontrar aquellos valores que optimizan el comportamiento de un sistema dado,... Con el fin de ilustrar algunos de estos interrogantes, se presentan a continuación cuatro tipos de prácticas señaladas por Leinhardt et al. (1990) como las cuatro tareas típicas relacionadas con el ámbito de las funciones y su representación gráfica que son habitualmente tratadas en la literatura.

- *Predicción.* Relacionado con la determinación de los valores desconocidos de una variable a partir del conocimiento de los valores de la variable con la que se relaciona.
- *Clasificación.* Este tipo de tareas se asocia a la determinación de si una relación entre variables es o no realmente una función e identificar y distinguir diversos tipos de relaciones funcionales.
- *Traducción.* Se refiere al reconocimiento de una misma relación funcional expresada mediante diferentes representaciones (ya sea en lenguaje matemático o en un enunciado contextualizado y adecuadamente interpretado), así como a la conversión entre dichas representaciones.
- *Escala.* Asociada al uso adecuado de las escalas y unidades de medida de las magnitudes involucradas en la relación funcional.

Antes de finalizar con el análisis de los contextos, cabe mencionar que Leinhardt et al. (1990) también destacan la relevancia de dos tipos de acciones que se ponen de manifiesto en cada una de las tareas anteriormente descritas: interpretación (relacionada con el acto de leer y extraer el significado de cualquier tipo de representación de una función) y construcción (relacionada con el acto de elaborar los diferentes tipos de representaciones de una función).

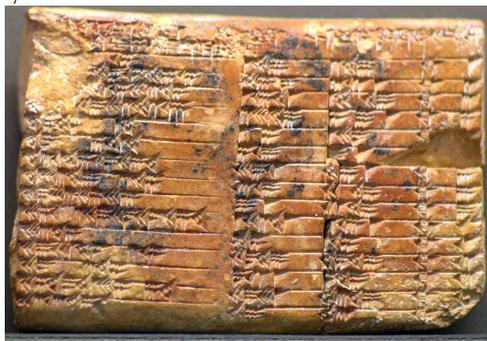
1.3.3. Fenómenos

Un nuevo análisis que permite dar un paso más en la determinación del sentido matemático de un concepto es el de los fenómenos de los cuales este concepto emerge y/o a los que organiza (Ruiz Hidalgo, 2016). En este caso, podemos diferenciar dos aspectos: los problemas que son el germen del concepto matemático o la manera en la que, a día de hoy, dicho concepto se estructura. En el presente trabajo se realizará un breve

estudio del primero de ellos, para lo cual se presentarán, de forma resumida, algunos de los problemas que surgieron a lo largo de la historia y contribuyeron a formar el concepto de función actual. Es importante mencionar aquí que en la búsqueda de esta información se ha recurrido a los trabajos de Azcárate Giménez y Deulofeu Piquet (1999) y Pascual Bonis (1999), que a su vez se basaron, entre otros, en el extenso trabajo de Youschkevitch (1976).

Para rastrear algunas de las primeras manifestaciones que constatan la búsqueda de relaciones, en este caso aritméticas, entre conjuntos de datos hay que remontarse aproximadamente 4000 años atrás. La civilización babilónica, localizada en la región de Mesopotamia, consideraba de gran importancia la predicción de fenómenos astronómicos, los cuales asociaban con profecías de carácter astrológico. Como consecuencia, en Babilonia se desarrollaron una vasta cantidad de teorías, herramientas y métodos relacionados con la astronomía. En particular, su interés por la predicción de determinados acontecimientos astronómicos los llevó a realizar observaciones sistemáticas de dichos fenómenos y establecer, como hemos mencionado, relaciones aritméticas entre ellas, recogiendo dichos datos y relaciones en tablillas (véase Figura 3). Cabe mencionar que no solo se limitaron a la mera recogida de datos: en algunas tablillas también se detallan métodos de interpolación y extrapolación de conjuntos de datos, una búsqueda de regularidades que puede considerarse como precursores del concepto de función, si bien éste tardaría muchos años más en desarrollarse.

Figura 3: Fotografía de la tablilla Plimpton 322 que recoge la relación entre la hipotenusa y los catetos de un triángulo rectángulo. Imagen extraída de <https://www2.uned.es/geo-1-historia-antigua-universal/ASIRIA/BABILONIA/PLIMTOM%20322.htm> .



En la Antigua Grecia, también podemos encontrar algunos indicios del estudio de relaciones funcionales. De nuevo, vuelven a encontrarse tablas de datos obtenidos mediante observaciones astronómicas e interpolaciones entre ellos para resolver diversos problemas relacionados con la posición y el movimiento de los cuerpos celestes. A este respecto, cabe señalar que el propio Ptolomeo en su *Almagesto* llega a introducir representaciones tabulares de senos y cosenos. Además de ello, existen otros problemas que, en este período, incentivaron el estudio de relaciones funcionales, como pueden ser los intentos de los pitagóricos por establecer, mediante estudios de cuerdas vibrantes, leyes simples de la acústica. Sin embargo, y a pesar de todo ello, no se llegó a realizar ninguna consideración general sobre el concepto de variable o función.

Es en la Edad Media cuando comienza a sentarse las bases sobre las que posteriormente se erigirá el concepto de función. Entre los diferentes problemas que dieron lugar a las primeras ideas de función se puede destacar la búsqueda de una relación entre la distancia recorrida por un cuerpo que se mueve siguiendo un movimiento uniformemente acelerado aquella que recorre un cuerpo con velocidad constante e igual a la velocidad del punto medio del intervalo del primer cuerpo (regla de Merton) llevaba a cabo por filósofos escolásticos de la escuela de Oxford, o los distintos problemas de cambio estudiados por Nicolás de Oresme, de la escuela de París, orientados a la representación gráfica de las relaciones funcionales (como, por ejemplo, la relación de la velocidad de un móvil con el tiempo en un movimiento uniformemente acelerado).

De esta forma, hasta el siglo XVII, una función, o relación funcional, se expresaba de forma verbal o mediante tablas y gráficos. Sin embargo, en 1637, Descartes publica *La Géométrie*, libro que supone el surgimiento de la geometría analítica. En él se plantea la representación de elementos geométricos como curvas y superficie en términos de ecuaciones. Como consecuencia, Descartes establece que una ecuación en x e y implica una relación entre dos variables, de tal forma que los valores de una de ellas pueden ser

calculados a partir de los de la segunda.

Finalmente, no se puede concluir este muy breve repaso histórico de los fenómenos que originan el surgimiento del concepto de función sin mencionar las contribuciones de Leibniz y Newton en relación al cálculo diferencial. En particular, a este respecto cabe destacar dos de los principales problemas del cálculo diferencial estudiados por Newton: determinar la velocidad de un cuerpo conocida la distancia recorrida por el mismo y determinar la distancia recorrida por un cuerpo conocida su velocidad.

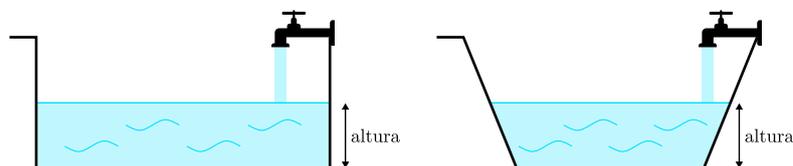
1.3.4. Situaciones

Para concluir el estudio de los sentidos del concepto matemático de función, es necesario analizar las situaciones en las cuales está implicado y/o se hace uso de este concepto. Entendemos por situación aquel escenario y/o aspecto del mundo del alumnado en el cual tiene aplicación el contenido matemático en cuestión (OECD, 2013; Ruiz Hidalgo, 2016). Como señala Ruiz Hidalgo (2016), “las situaciones ubican los problemas y los ejemplifican, dotando así de sentido al concepto en cuestión” (p. 146). En el ámbito de las funciones, el estudio de los sentidos posee una especial relevancia dado el amplio de rango de aplicación que presentan en innumerables escenarios de la realidad del estudiante.

A continuación se describen los cuatro tipos de situaciones considerados en los marcos de la evaluación PISA de 2003 (OECD, 2004; Rico, 2007; Ruiz Hidalgo, 2016), indicando algunos ejemplos referidos a los contenidos propios de tema de funciones:

- **Situaciones personales.** Se trata de aquellos contextos de la vida cotidiana del alumnado, ya sea a nivel individual o familiar. Un ejemplo de ello puede ser un escenario en el que, al llegar el verano, es necesario llenar de agua la piscina de casa. Se conoce el ritmo al que el surtido vierte agua dentro de la piscina, esto es, la cantidad de agua que vierte por unidad de tiempo y las dimensiones de la misma. Con ello, se puede determinar la relación que existe entre la cantidad de agua necesaria para rellenar la piscina y la altura a la que deseamos que llegue el agua. Una alternativa interesante a esta situación es considerar diferentes formas geométricas para la piscina, como, por ejemplo, una piscina con forma de prisma regular o con forma de prisma trapezoidal (véase Figura 4).

Figura 4: Representación gráfica que ilustra el llenado de dos piscinas con formas geométricas diferentes.



Otros ejemplos de situaciones personales son realizar una invitación para almorzar a unos amigos y que se necesite relacionar el tiempo de cocinado en el horno del pescado en función de la masa del mismo, determinar el coste de la luz en función del consumo que se haya realizado o establecer la relación entre el consumo de gasolina de un coche y la velocidad a la que éste se desplaza.

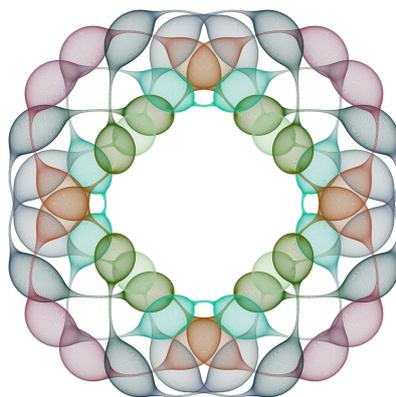
- **Situaciones laborales o escolares.** Son las situaciones que se refieren al entorno profesional y/o educativo. Un claro ejemplo de este tipo de situaciones es el caso en el que se necesita cercar el recinto rectangular destinado al baile para la fiesta de fin de curso del centro, de tal forma que su área sea lo más grande posible. Para ello, se dispone de una cuerda de una longitud conocida. Por tanto, es importante conocer la relación que existe entre el área del recinto y la longitud de uno de los lados del recinto y así poder determinar las dimensiones del mismo.

Conocer la relación entre la distancia a la que está colocado el proyector y el área de la imagen proyectada para poder aprovechar al máximo el tamaño de la pantalla, determinar la relación entre el número de estudiantes que colaboran en la limpieza del centro y el tiempo necesario para llevar a cabo dicha limpieza o conocer la cantidad de aluminio que una fábrica necesita para envasar un refresco en función de las dimensiones de la lata con el objetivo de minimizar costes son otros de los muchos ejemplos que se pueden encontrar de situaciones laborales o escolares.

- **Situaciones sociales.** Están relacionadas con aspectos propios de la comunidad del estudiante, tanto

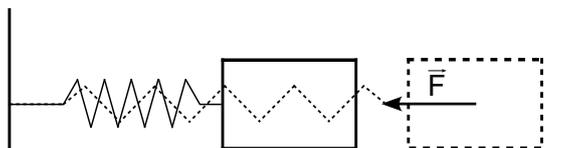
a nivel local como nacional y/o global. Establecer la relación entre el volumen de tráfico en la Circunvalación de Granada (GR30) y la hora del día o conocer las emisiones de gases contaminantes en función del año y/o volumen de transporte rodado son algunos ejemplos de situaciones de interés para las instituciones. Cabe señalar que, si bien en la mayor parte de los casos el nivel de abstracción y complejidad del contenido matemático asociado queda fuera del objeto de esta PD, las funciones también tienen aplicación en el mundo del arte. Existen un gran número de representaciones artísticas elaboradas en base a conocimientos y herramientas matemáticas. Un ejemplo de ello es la obra de Hamid Naderi Yeganeh que se muestra en la Figura 5 realizada usando funciones trigonométricas.

Figura 5: Representación artística del autor Hamid Naderi Yeganeh, realizada con 14000 circunferencias cuyas posiciones y radios vienen dadas por funciones trigonométricas. Imagen extraída de <https://blogs.scientificamerican.com/guest-blog/making-mathematical-art/> .



- Situaciones científicas.** Este tipo de situaciones son aquellas relativas a la ciencia y la tecnología, esto es, a aquellos aspectos del mundo natural en los que los contenidos matemáticos encuentran aplicación. Las funciones juegan un papel fundamental en materias como la Física, la Química o la Biología. Las leyes físicas son un claro ejemplo de ello, ya que establecen relaciones entre distintas magnitudes con el fin de predecir el comportamiento de un fenómeno dado (conocidos los valores de unas variables se determina los valores que toman aquellas otras con las que las primeras se relacionan). La ley de Hooke, por ejemplo, establece que la fuerza elástica que ejerce un muelle sobre un cuerpo unido a él es proporcional a su elongación (véase Figura 6). Como consecuencia, se puede realizar el estudio de la relación de la posición de un cuerpo unido a un muelle cuando éste se separa de la posición de equilibrio para liberarse posteriormente en función del tiempo.

Figura 6: Representación gráfica de un cuerpo unido a un muelle y la fuerza ejercida por este último sobre el primero al desplazarlo de su posición de equilibrio

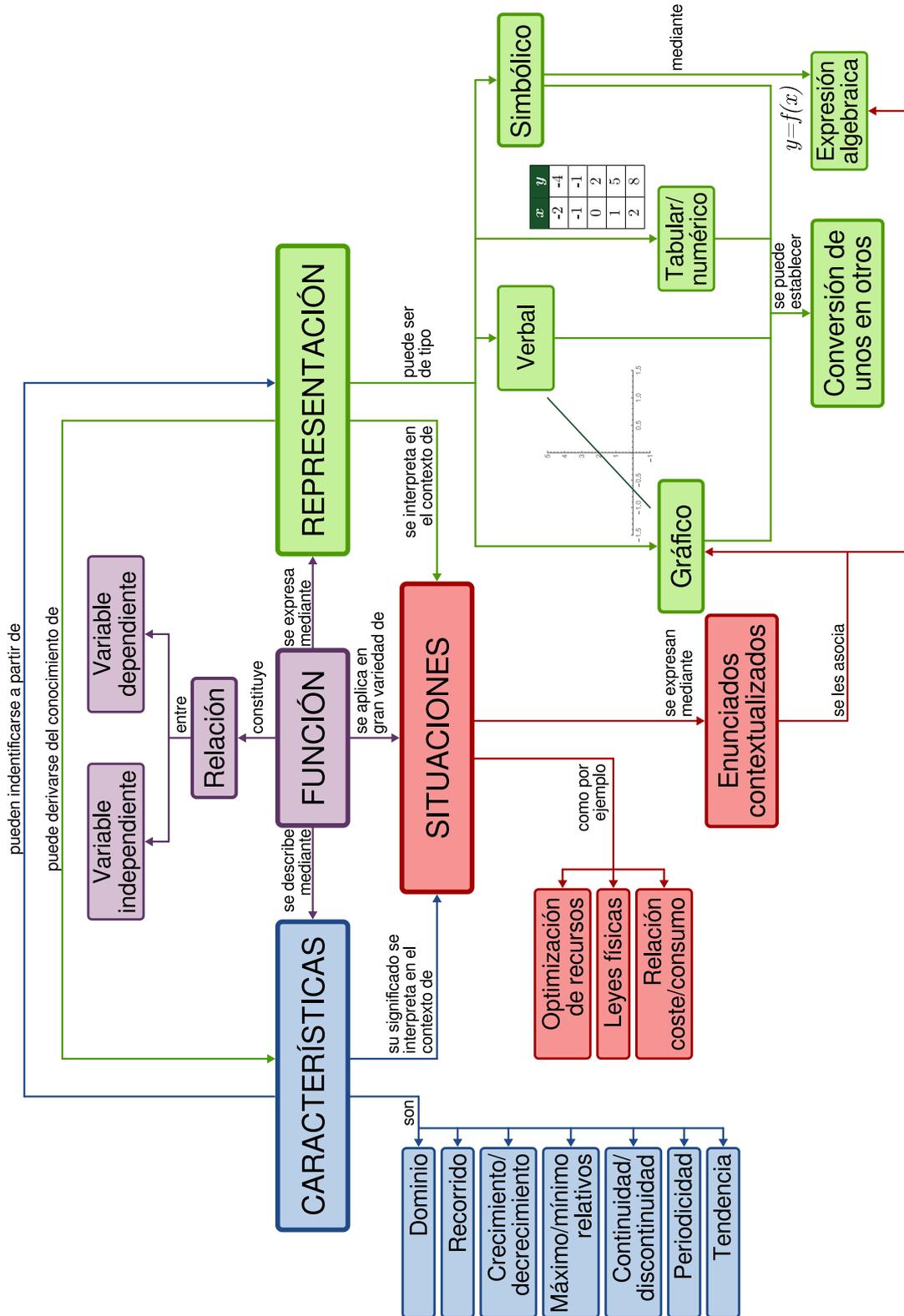


Estudiar la trayectoria de cuerpos en movimiento en un plano, determinar la velocidad de un cuerpo en caída libre en función del tiempo y/o la distancia recorrida desde que se soltó o establecer la relación entre la variación de la temperatura y la altura a la que se encuentra una persona al escalar un montaña son otros ejemplos de situaciones de carácter científico.

1.4. Mapa conceptual

Se presenta en la Figura 7 el mapa conceptual de los contenidos asociados al tema de funciones y sus características y representación.

Figura 7: Mapa conceptual de la UD9. Funciones. Características y representación.



1.5. Focos conceptuales y prioridades

El análisis realizado del significado del contenido matemático a trabajar, incluyendo su estructura conceptual, los sistemas de representación que pueden emplearse para expresar los diferentes conceptos y los sentidos y modos de uso del mismo, posibilitan la detección de los focos y prioridades sobre los que articular la enseñanza y el aprendizaje de dicho contenido. En las siguientes secciones se describen ambos elementos en el ámbito de las funciones.

1.5.1. Focos conceptuales

Los focos conceptuales son aquellas ideas o conceptos centrales sobre los que organizar el contenido matemático objeto del proceso de enseñanza-aprendizaje (Fernández Plaza, 2016a). En el caso que ocupa la presente UD, los focos conceptuales establecidos son los siguientes:

- F1. Características de las funciones.* Conocer e identificar las características de las funciones es uno de los aspectos principales a desarrollar en esta temática. La adquisición de estos conocimientos y las destrezas asociadas permite analizar el comportamiento de las relaciones funcionales y, con ello, facilita la resolución diferentes situaciones del entorno cotidiano.
- F2. Representación de funciones.* El segundo bloque de elementos sobre los que se estructura la enseñanza y aprendizaje de esta UD son los diferentes sistemas de representación asociados a las funciones. Ser capaz de expresar la relación entre dos variables empleando diferentes sistemas de representación, así como de convertir la representación de una función en un sistema a otro distinto permite al alumnado abordar y analizar las situaciones desde diferentes perspectivas, lo que fomenta el desarrollo de la capacidad de resolución de problemas y toma de decisiones de los estudiantes.
- F3. Situaciones de aplicación de las funciones: interpretación y resolución de problemas.* Dado el vasto rango de aplicaciones de las funciones en el mundo que nos rodea, saber interpretar una situación, detectar y representar la relación funcional entre las variables implicadas y resolver con ello problemas de la vida cotidiana constituye uno de los pilares fundamentales del desarrollo del contenido matemático asociado al ámbito de las funciones. Cabe resaltar que este foco no se tratará de forma independiente a los demás, sino que se irá desarrollando a lo largo de la UD a través de la resolución de tareas contextualizadas.

1.5.2. Prioridades

Tras identificar los focos conceptuales principales sobre los que gira la UD objeto de esta planificación, resulta apropiado establecer cuáles son aquellas capacidades más importantes a desarrollar en el alumnado en relación a cada uno de estos focos. Éstas capacidades son las que denominamos prioridades de trabajo y, en el caso que ocupa esta UD, son las siguientes:

- Conocer e identificar las características de las funciones. Analizar el comportamiento de una función atendiendo a sus características.
- Convertir la representación de una función dada en un sistema a la representación en otro diferente y deducir las características de una función a partir de su representación en diversos sistemas.
- Interpretar enunciados contextualizados, representar la dependencia funcional de las variables implicadas y resolver problemas de la vida cotidiana relacionados con funciones.

2. Análisis cognitivo

Tras haber realizado el análisis del significado de los contenidos matemáticos relacionados con las funciones e identificado los focos conceptuales y prioridades sobre los que estructurar, es necesario establecer ahora cuáles son los propósitos que se plantean para el aprendizaje de los estudiantes. Esta es la finalidad de la segunda dimensión del Análisis Didáctico, conocida como análisis cognitivo, que abarca la determinación de aquellos contenidos objetivo del aprendizaje del alumnado así como de aquellas competencias cuyo desarrollo en el alumnado debe ser fomentado, las limitaciones que puedan aparecer y entorpecer el aprendizaje de tales contenidos y las oportunidades de las que se dispone para la consecución de los objetivos propuestos (Flores Martínez y Lupiáñez Gómez, 2016).

En esta sección se lleva a cabo, por tanto, el análisis cognitivo en relación a la temática objeto de la presente UD (esto es, funciones y sus características y representación) atendiendo a sus tres descriptores: expectativas, limitaciones y oportunidades de aprendizaje.

2.1. Expectativas de aprendizaje

Las expectativas de aprendizaje se definen como aquellas “capacidades, competencias, técnicas, destrezas, hábitos, valores y actitudes que se espera que los escolares adquieran o desarrollen como resultado de una propuesta intencional de formación” (Flores Martínez y Lupiáñez Gómez, 2016, p. 178). Como consecuencia, las expectativas de aprendizaje engloban, por un lado, los objetivos que se proponen en relación al contenido a trabajar y las competencias que se espera el alumnado desarrolle como consecuencia del proceso de enseñanza-aprendizaje.

En las siguientes líneas se detallan cada uno de los elementos que se acaban de mencionar. Cabe mencionar que el estudio de los objetivos de aprendizaje debe llevarse a cabo partiendo de aquellos propósitos más generales, propuestos por las instituciones administrativas, y analizando los distintos niveles curriculares hasta llegar a aquellos más específicos para el contexto en el que se lleva a cabo la práctica docente. Puesto que la descripción de los objetivos generales de etapa y área asociados a la presente PD ya han sido descritos en la Sección II.2.2.1, esta parte de la planificación se limita únicamente a los objetivos específicos relacionados con el contenido propio del ámbito de las funciones y su caracterización y representación.

2.1.1. Objetivos específicos

Los objetivos específicos ponen de manifiesto aquellos conocimientos, destrezas, habilidades y actitudes a adquirir y/o desarrollar por parte del alumnado durante el transcurso de las sesiones que componen la UD a la que se refiere este análisis. Como tal, estos han de tratar unos contenidos concretos y precisos, necesitan de unas capacidades para poder llevar a cabo las tareas propuestas y presentan aquellos comportamientos que el alumnado ha de exhibir (Flores Martínez y Lupiáñez Gómez, 2016). Además, como se verá más adelante, el objetivo quedará concretado al determinar las tareas que, a la vez, fomentan y son indicadoras de su consecución.

Como se ha mencionado previamente, el análisis del contenido concluyó con la detección de los focos conceptuales sobre los que estructurar el contenido matemático. Como consecuencia, estos conceptos e ideas han constituido los núcleos en torno a los cuales ha girado la redacción de los objetivos específicos propuestos para el tema objeto de esta UD. Dichos objetivos son los siguientes:

- O1.* Conocer el concepto de función con el fin de diferenciar lo que es una representación gráfica de una función y lo que no lo es.
- O2.* Identificar las variables independiente y dependiente a partir de la representación gráfica de una función.
- O3.* Determinar las características de una función (dominio, recorrido, continuidad, monotonía, extremos, tendencia y periodicidad) a partir de su representación gráfica con el fin de analizar su comportamiento.
- O4.* Esbozar la representación gráfica de una función a partir de la descripción de sus características.
- O5.* Convertir la expresión de una función en un sistema de representación (verbal, gráfico, tabular o simbólico) a otro sistema distinto.
- O6.* Asociar enunciados de problemas contextualizados a representaciones gráficas de funciones.
- O7.* Construir la representación gráfica de una función a partir de un enunciado contextualizado para describir el comportamiento del fenómeno en cuestión.
- O8.* Interpretar las características de la relación funcional entre dos variables en un contexto dado.
- O9.* Emplear el programa GeoGebra para asociar la expresión algebraica de una función con su representación gráfica y analizar sus características.

Puesto que, como ya se ha comentado previamente, una de las metodologías que se implementarán a lo largo de la UD es la realización de tareas contextualizadas (véase Sección II.2.5.2), y teniendo en cuenta

que tres de los cuatro Estándares de Aprendizaje Evaluables recogidos en la Orden de 15 de enero (BOJA, Extraordinario núm. 7, 18 de enero de 2021) que se asocian a la presente UD (véase Anexo A) mencionan la interpretación de las funciones y sus característicos en términos de un contexto dado, cabe destacar que los objetivos *O6*, *O7* y *O8* serán transversales a lo largo de toda la UD. En la Tabla 8 se muestra la relación de los objetivos con los focos conceptuales previamente descritos.

Tabla 8: Relación de los objetivos específicos con los focos conceptuales.

Focos	<i>O1</i>	<i>O2</i>	<i>O3</i>	<i>O4</i>	<i>O5</i>	<i>O6</i>	<i>O7</i>	<i>O8</i>	<i>O9</i>
<i>F1</i>	X	X	X	X				X	
<i>F2</i>				X	X	X	X		X
<i>F3</i>						X	X	X	

2.1.2. Competencias matemáticas PISA

Los objetivos específicos anteriormente indicados establecen aquellos aprendizajes que pretenden sean llevados a cabo a corto y/o medio plazo. Sin embargo, las expectativas de aprendizaje también contemplan el desarrollo a largo plazo de competencias, entendidas éstas, tal y como ya se ha comentado previamente, como aquellas capacidades que permiten poner en juego los diferentes conocimientos, destrezas, habilidades y actitudes adquiridos para resolver los diferentes problemas que una persona pueda encontrar a lo largo de su vida (Flores Martínez y Lupiáñez Gómez, 2016).

Si bien en la Sección II.2.3 se detallaron las Competencias Clave establecidas en Orden ECD/65/2015 (BOE, núm 25, 29 de enero de 2015) así como algunas de las acciones propuestas para fomentar su adquisición y desarrollo a nivel general, en esta sección se pondrá el foco en las competencias específicas propias de las Matemáticas propuestas en el informe de evaluación PISA de 2003 (OECD, 2004; Rico, 2007), así como en los *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012* (Flores Martínez y Lupiáñez Gómez, 2016; OECD, 2013). A continuación se muestra una breve descripción de cada una de estas competencias (Flores Martínez y Lupiáñez Gómez, 2016; OECD, 2013):

- *Razonar y argumentar (RA)*. Esta competencia está relacionada con pensar de forma secuencial y lógica e inferir resultados a partir de una serie de premisas y justificar las soluciones obtenidas.
- *Comunicar (C)*. Se pone de manifiesto tanto al leer e interpretar cuestiones y tareas relacionados con el contenido matemático objeto de comprensión y estudio como al expresar de forma justificada la resolución de las mismas.
- *Matematizar (M)*. Consiste en convertir al lenguaje matemático un problema que, inicialmente, no se encontraba expresado en esos términos, con el objetivo de poder operar y posibilitar su resolución.
- *Diseñar estrategias para resolver problemas (RP)*. Se trata de disponer de una serie de métodos y herramientas que posibiliten la formulación y resolución de problemas de forma eficaz.
- *Representar (R)*. Se relaciona con el uso, conversión e interpretación de distintos sistemas de representación para expresar una situación o problema y sus soluciones.
- *Utilizar operaciones y lenguaje simbólico (LS)*. Es competencia está asociada a comprender, operar y utilizar representaciones simbólicas de los contenidos matemáticos, así como al conocimiento y uso de reglas formales y algoritmos para la resolución problemas de índole matemática.
- *Utilizar herramientas matemáticas (HM)*. Engloba el uso de todo tipo de instrumentos y herramientas que fomenten la actividad matemática, como pueden ser determinados materiales manipulativos o recursos TIC, con el fin de resolver problemas y comunicar dichas soluciones.

En la Tabla 9 se relacionan los objetivos específicos propuestos para esta UD con las competencias específicas PISA que se acaban de describir. Es importante mencionar que las competencias asociadas con cada objetivo específico en dicha tabla se trabajarán no solo de manera directa en el propio objetivo, sino también a través de los diferentes tipos de tareas que se llevarán a cabo para lograr la consecución de estos últimos.

Tabla 9: Relación entre los objetivos específicos y las competencias matemáticas específicas trabajadas en cada uno de ellos.

Objetivos	RA	C	M	RP	R	LS	HM
O1	X	X			X		
O2	X				X		
O3	X	X			X		
O4	X	X			X		
O5	X	X			X	X	
O6	X		X	X	X		
O7	X		X	X	X		
O8			X	X		X	
O9					X	X	X

2.2. Limitaciones de aprendizaje

El segundo organizador del análisis cognitivo son las limitaciones de aprendizaje. Éstas detallan las posibles trabas, impedimentos u otras circunstancias que obstaculizan el aprendizaje del alumnado y la consecución de las expectativas establecidas (Fernández Plaza, 2016b; Flores Martínez y Lupiáñez Gómez, 2016). Dentro de las limitaciones, se encuentran dos componentes diferentes, si bien relacionadas entre sí. La primera de ellas son las *dificultades de aprendizaje*, entendidas éstas como aquellos factores que entorpecen la correcta comunicación docente-alumnado o la relación del docente con el contenido matemático, influyendo de forma negativa en el aprendizaje de los propios estudiantes (Fernández Plaza, 2016b). De esta forma, las dificultades pueden generar un conocimiento incompleto o deficiente en el alumnado, lo que conduce a razonamientos inadecuados o incorrectos y/o respuestas inexactas a los interrogantes planteados. Todos ellos constituyen el segundo componente de las limitaciones de aprendizaje denominado *errores de aprendizaje* (Fernández Plaza, 2016b). Como consecuencia, para que el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas se desarrolle de forma adecuada y exitosa, es de vital importancia analizar las posibles dificultades y errores que previsiblemente pueden emerger en relación al contenido objeto de estudio.

A continuación se describen los errores y dificultades asociados al tema de funciones y su caracterización y representación. Las limitaciones que aquí se presentan son una combinación de las indicadas y recopiladas por los autores Azcárate Giménez y Deulofeu Piquet (1999), Leinhardt et al. (1990), y Ortega y Pecharromán (2014) y las inferidas de la experiencia del propio autor de esta PD.

D1. Dificultad a la hora de identificar lo que es una función y lo que no lo es.

E1. No identificar como función aquellas que no presentan un patrón claramente reconocible en su representación gráfica, como ser lineales o ser siempre crecientes o decrecientes.

E2. Etiquetar como relaciones funcionales a aquellas en las que a un valor de la variable independiente se le asigna más de un valor de la variable dependiente.

E3. No identificar la función constante como función.

D2. Dificultad al identificar y analizar las características de una función.

E4. Confundir crecimiento (decrecimiento) con máximo (mínimo).

E5. Asociar el signo de las ordenadas al crecimiento o decrecimiento de la función.

E6. Interpretar los extremos relativos como los puntos que limitan el dominio de la función.

E7. Interpretar los extremos por su posición relativa respecto al eje de abscisas (máximo es aquello que está por encima del eje X y mínimo, lo que esté por debajo).

E8. Indicar únicamente una de las coordenadas al expresar el punto que corresponde a un extremo de la función.

E9. Considerar exclusivamente el comportamiento de una de las variables (normalmente, la independiente) y no de las dos simultáneamente al estudiar la tendencia de una función.

- D3.* Dificultad en la representación de funciones en diversos sistemas y su conversión.
- E10.* Graduar los ejes de forma incorrecta, ya sea cambiando la unidad o invirtiendo los valores positivos y negativos.
 - E11.* Representar la variable dependiente en el eje de abcisas y la variable independiente en el eje de ordenadas.
 - E12.* Cambiar el orden de las coordenadas al representarlas: la primera coordenada se representa en el eje de ordenadas y la segunda, en el eje de abcisas.
 - E13.* No representar de forma correcta puntos de coordenadas racionales.
 - E14.* No poder representar una función periódica dada, conocido su período, fuera del intervalo proporcionado.
 - E15.* No asociar adecuadamente una expresión algebraica a la representación gráfica de una función dada.
 - E16.* No representar gráficamente de forma correcta la función constante a partir de su representación simbólica.
 - E17.* Usar de forma incorrecta los recursos TIC (como hojas de cálculo o el programa GeoGebra) para representar gráficamente una función dada en forma tabular o algebraica.
- D4.* Dificultad relacionada con la interpretación de la representación gráfica de funciones en una situación dada.
- E18.* Responder preguntas relacionadas con intervalos de la función con el valor de un solo punto de ella.
 - E19.* Interpretar la gráfica como un dibujo no considerando de forma correcta el significado de las variables (lectura icónica de las gráficas). Por ejemplo, en problemas relacionados con desplazamientos, confundir la representación de la trayectoria con la de la distancia al punto de salida como función del tiempo.
 - E20.* No relacionar las variables del problema con las variables de la función.
- D5.* Dificultad relacionada con la notación.
- E21.* Creer que la relación funcional cambia si se cambia el símbolo que representa a cada una de las variables.
 - E22.* Considerar el símbolo f de la notación $f(x)$ como una variable.

Con el fin de mostrar la relación entre los errores más comunes que se pueden cometer y los objetivos específicos planteados para esta UD, en la Tabla se secuencian correspondientemente ambos elementos.

Tabla 10: Relación entre los objetivos específicos y los errores de aprendizaje que pueden cometerse en relación a la *UD9. Funciones. Características y representación.*

Objetivos	Errores
<i>O1</i>	<i>E1, E2, E3</i>
<i>O2</i>	<i>E12</i>
<i>O3</i>	<i>E4, E5, E6, E7, E8, E9</i>
<i>O4</i>	<i>E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E14</i>
<i>O5</i>	<i>E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E21, E22</i>
<i>O6</i>	<i>E19, E20</i>
<i>O7</i>	<i>E10, E11, E14, E19, E20</i>
<i>O8</i>	<i>E4, E18, E19, E20</i>
<i>O9</i>	<i>E17</i>

2.3. Oportunidades de aprendizaje

Las oportunidades de aprendizaje constituyen el tercer organizador del análisis cognitivo. Como señalan Ruiz Hidalgo y Rico Romero (2016), las oportunidades de aprendizaje se definen como el “conjunto de circunstancias y experiencias, orientaciones, demandas y retos que acompañan y estimulan los aprendizajes escolares, bien porque que los regulan, los condicionan, los incentivan o los promueven” (p. 209). En el proceso de planificación y puesta en práctica de una UD, el docente ha de preocuparse por identificar las condiciones que favorecen el aprendizaje del alumnado, establecer demandas cognitivas que requieran un esfuerzo por parte de los estudiantes y proponer retos que desafíen sus capacidades y fomenten su interés por ampliar sus conocimientos sobre el contenido matemático en cuestión (Ruiz Hidalgo y Rico Romero, 2016). Así surgen las tres componentes de este organizador, a saber, *condiciones, demandas específicas y desafíos o retos*.

Ruiz Hidalgo y Rico Romero (2016) también indican que es en las tareas escolares donde se concretan las oportunidades de aprendizaje. En efecto, estos autores puntualizan que las tareas proponen una demanda cognitiva que, por un lado, “indica al profesor el logro de las expectativas” (p. 211) y, por otro lado, “sirve como herramienta para detectar las dificultades de los estudiantes o para ayudarles a su superación” (p. 211). Estas reflexiones preparan el terreno para la introducción de la tercera dimensión del análisis didáctico, conocido análisis de instrucción, en el que, entre otros aspectos, se establecen y secuencian aquellas tareas que se llevarán a cabo a lo largo la UD. Como consencuencia, será en la siguiente sección donde se expondrán y analizarán algunas de las tareas propuestas para alcanzar los objetivos propuestos y superar los errores y dificultades que puedan encontrarse (ambos elementos se encuentran indicados en la categoría *Meta* del análisis de las tareas en la Sección III.3.1), describiendo entonces la demanda y el grado de desafío cognitivo que éstas presentan.

3. Análisis de instrucción

Como señalan Moreno Verdejo y Ramírez Uclés (2016), el “proceso de instrucción implica por parte del profesor la invención, diseño, selección y secuenciación de tareas escolares que permitan el aprendizaje de nuevos conceptos por parte del alumno” (p. 244). Por lo tanto, una vez analizados los contenidos objeto del proceso enseñanza-aprendizaje, establecidas las expectativas que se esperan el alumnado alcance y detectadas las posibles limitaciones que puedan encontrarse en el proceso, será necesario determinar cuáles son las tareas que llevarán a la práctica para lograr los objetivos propuestos, así como los recursos y materiales empleados y la propia gestión del aula para su implementación. Una adecuada selección de las tareas escolares resulta fundamental en la consecución de un aprendizaje significativo, por lo que el buen docente debe ser partícipe de forma activa en el diseño y elección de las mismas, lo cual sin lugar a dudas repercutirá de manera muy positiva en el propio alumnado.

En las siguientes líneas se detalla el análisis de instrucción realizado para la *UD9. Funciones. Características y representación* atendiendo a sus tres organizadores: las *tareas y secuencias*, la *organización del trabajo en el aula* y los *materiales y recursos* que se empleen.

3.1. Tareas y secuencias

Ya se ha mencionado la importancia capital de las tareas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas. Pero, ¿qué es tarea matemática escolar? Los autores Moreno Verdejo y Ramírez Uclés (2016) definen la tarea matemática escolar como “una propuesta que solicita la actividad del alumno en relación con las matemáticas y que el profesor planifica como oferta intencional para el aprendizaje o como instrumento para la evaluación del aprendizaje” (p. 244). Como ellos mismos destacan, las tareas propuestas deben de ser significativas, esto es, incluir tanto conceptos como procedimientos a desarrollar por el alumnado y sus diferentes significados, y auténticas, esto es, que suponga una simulación realista de una situación de la vida cotidiana. En esta sección se presentará la secuenciación de las diferentes sesiones con sus respectivas tareas para la *UD9. Funciones. Características y representación* así como el análisis exhaustivo de algunas de dichas tareas.

En primer lugar, en la Tabla 13 se muestra la secuenciación de las tareas con los objetivos que se trabajan, los contenidos matemáticos que se desarrollan y la funcionalidad para cada una de las sesiones. En el Anexo D se puede encontrar un análisis más detallado de la secuenciación de la UD, incluyendo la

temporalización de cada una de las sesiones, mientras que en el Anexo E se describen todas las tareas propuestas para la UD³. En lo que respecta a las tareas, cabe señalar que en ellas se trabajan una serie de actividades seleccionadas de los trabajos de Colera Jiménez et al. (2015), Gallegos Fernández (2014), Shell Centre for Mathematical Education (1990), incluyendo algunas modificaciones en su implementación y la organización del aula, y otras de diseño propio del autor de esta planificación.

Tabla 11: Secuenciación de las sesiones de la UD9. *Funciones. Característica y representación.*

Sesión	Objetivos	Tareas	Contenidos	Función
S1	O1, O2	Tarea 1 Tarea 2	Variables independiente y dependiente. Concepto de función.	Inicio: Motivar y relacionar con la realidad. Conocer aprendizajes previos. Elaborar y construir significados.
S2	O1, O2, O3, O6	Tarea 3 Tarea 4	Concepto de función. Representación gráfica de una función. Dominio y recorrido.	Desarrollo: Elaborar y construir significados. Fomentar la interrogación y el cuestionamiento.
S3	O1, O2, O3, O6, O7	Tarea 5 Tarea 6	Concepto de función. Representación gráfica de una función. Dominio y recorrido.	Desarrollo: Ejercitar. Fomentar la interrogación y el cuestionamiento.
S4	O3, O6, O8	Tarea 7 Tarea 8	Crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos.	Desarrollo: Elaborar y construir significados. Ejercitar. Fomentar la interrogación y el cuestionamiento.
S5	O3, O6, O7, O8	Tarea 9 Tarea 10	Continuidad y discontinuidad.	Desarrollo: Elaborar y construir significados. Ejercitar.
S6	O3, O6, O7, O8	Tarea 11	Tendencia y periodicidad. Repaso de características de funciones.	Desarrollo: Elaborar y construir significados. Ejercitar. Fomentar la interrogación y el cuestionamiento.
S7	O3, O4, O7, O8	Tarea 12 Tarea 13	Representación gráfica de una función a partir de sus características y viceversa.	Desarrollo: Ejercitar.
S8	O5	Tarea 14 Tarea 15	Expresión algebraica de una función. Conversión entre sistemas de representación.	Desarrollo: Elaborar y construir significados. Ejercitar.
S9	O5, O6, O7, O8	Tarea 16 Tarea 17 Tarea 18	Conversión entre sistemas de representación en situaciones de la vida cotidiana.	Desarrollo: Ejercitar. Fomentar la interrogación y el cuestionamiento.
S10	O9	Tarea 19 Tarea 20	Representación gráfica y expresiones algebraicas de funciones en GeoGebra.	Desarrollo: Elaborar y construir significados. Ejercitar.
S11	O3, O5, O6, O7, O8	Tarea 21 Tarea 22	Repaso de contenidos.	Cierre: Descontextualizar y aplicar. Sintetizar.
S12	Evaluación. Prueba escrita.			
S13	Evaluación. Corrección de prueba escrita.			

Como se ha indicado previamente, una de las labores del docente será seleccionar aquellas tareas que favorezcan el logro de las expectativas ayudando al mismo tiempo a superar las posibles limitaciones de aprendizaje que el alumnado se encuentre. Para ello, deberá reflexionar sobre las posibles tareas que se puedan proponer y analizarlas para determinar su grado de adecuación. De acuerdo con los autores Moreno Verdejo y Ramírez Uclés (2016), un apropiado análisis de una tarea escolar tendrá en consideración los cuatro aspectos que se describen a continuación

- *Elementos de la tarea.* Constituyen los datos que permiten describir la tarea. Entre ellos se encuentran la *meta* o expectativa de aprendizaje que se pretende trabajar con la tarea; la *formulación*, que es la forma en la que dicha tarea es presentada al alumnado; los *materiales y recursos* que se emplean en el desarrollo de la misma; el *tipo de agrupamiento*, que describe la forma en la que el alumnado es organizado para llevar a cabo la tarea; la *situación de aprendizaje* o lugar donde se realizará, y la *temporalización*, que detalla tanto la duración como la secuenciación de la propia tarea.

³La numeración de las tareas en el texto principal se corresponde con la que puede encontrarse en el Anexo E.

- *Variables de la tarea.* En este caso se consideran tres variables distintas, de la misma forma que se sugiere en los *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012* (Flores Martínez y Lupiáñez Gómez, 2016; OECD, 2013). En primer lugar, el *contenido matemático*, que, de acuerdo a los marcos PISA (OECD, 2013), se puede clasificar en cuatro categorías: cantidad, espacio y forma, incertidumbre y datos, y cambio y relaciones. En segundo lugar, las *situaciones*, que proporcionan sentido a las tareas a la vez que muestran los distintos modos de uso del contenido matemático y que, de nuevo según los marcos PISA (OECD, 2013), se clasifican en cuatro categorías: personal, educativa o laboral, públicas y científica. En tercer y último lugar, la *complejidad*, elemento fundamental para la secuenciación de las mismas a lo largo de una UD, y que clasifica a las tareas según tres categorías: reproducción, conexión y reflexión.
- *Significatividad.* Como se ha mencionado previamente, las tareas escolares deben de ser significativas, esto es, han de promover una mejora en la concepción que posee el alumnado sobre el significado del contenido matemático que se trabaja (Moreno Verdejo y Ramírez Uclés, 2016). Una tarea será, por tanto, significativa si parte de *conocimientos previos* ya adquiridos por el alumnado generando conexiones con los nuevos contenidos, si fomenta en el alumnado la *activación de los contenidos* que con ella se pretendan desarrollar, si supone un *reto* para los estudiantes que capte su interés y si posibilita que el alumnado sea capaz de reconocer su *finalización*, esto es, de que han completado y resuelto la tarea con éxito, lo cual les permite tomar consciencia de lo que han aprendido.
- *Autenticidad.* Una tarea será considerada como auténtica si se formula de tal forma que presenta una simulación realista de una situación concreta, planteando una actividad a realizar por el alumnado similar a la que tendría que enfrentarse en dicha situación (Moreno Verdejo y Ramírez Uclés, 2016). Para considerar una tarea como auténtica se emplearán los siguientes criterios: el *evento* que se describe debe tener posibilidades reales de que suceda, la *pregunta* que se plantea es similar a la que se haría en la situación real, el *propósito* de la tarea en su contexto debe de ser igual de claro que en la situación que simula, el *lenguaje utilizado* ha de emplear la misma terminología que se utilizaría en la situación que se representa (sin incluir vocablos que entorpezcan su comprensión) y los *datos* que se proporcionan han de ser realistas en el contexto presentado.

La selección de las tareas propuestas para la UD a la que corresponde la presente planificación fue realizada bajo un proceso de reflexión sobre los distintos aspectos que se acaban de mencionar. Con el objetivo de ilustrar este análisis, en las páginas siguientes se recoge una descripción detallada del mismo para cinco de las tareas propuestas. Estas cinco tareas constituyen una muestra bastante representativa de los distintos tipos de agrupamiento, contextos y grados de significatividad y autenticidad que están presentes en el global de las tareas de esta UD. Cabe mencionar que, además de los elementos descritos con anterioridad, en el análisis que se procede a detallar también se indican los *errores* que pueden trabajarse a través de dicha tarea, se incluye una descripción sobre la *funcionalidad* que presenta la tarea en el contexto de la UD y se plantean dos posibles modificaciones para *atender a la diversidad*: una para el alumnado que presente dificultades durante su realización y otra para el alumnado con alta capacidad y/o alta demanda que finalice la tarea antes del tiempo establecido. Finalmente, notar que, en este caso, el análisis de la atención a la diversidad solo se limita a la modificación de la tarea, si bien dinámicas de tutorización entre iguales también serán llevadas a cabo durante el desarrollo de las sesiones de la UD.

En las Tablas 12-16 se muestra el análisis realizado para cada una de estas cinco tareas.

Tabla 12: Análisis de la Tarea 6. La máquina de bebidas.

Tarea 6. La máquina de bebidas (35')	
Elementos de la tarea	
Meta	Representar una función a partir de su descripción verbal en un enunciado contextualizado a una situación de la vida cotidiana. <i>Objetivos: O4, O7. Errores: E11, E20.</i>

Formulación	<p><i>Enunciado:</i> ENUNCIADO A. A continuación se muestra un problema que tu compañero/a y tú debéis resolver. Para ello, cada uno/a de vosotros/as tendrá un enunciado diferente, con indicaciones distintas. No podéis enseñarle las indicaciones, pero podéis comentar cualquier cosa de ellas (incluso leerlas en voz alta, siempre y cuando cada uno/a no lea las indicaciones del otro/a). La cafetería de una fábrica tiene una máquina que vende bebidas. En un día típico:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ La máquina comienza medio llena. ▪ Las bebidas se venden a un ritmo lento durante el día, excepto en los descansos de la mañana y de la comida (10:30-11 am y 1-2 pm) en que hay mayor demanda. <p>Dibujad una gráfica que muestre cómo varía el número de bebidas que hay en la máquina desde las 8 am hasta las 6 pm. ¿En qué momento del día diríais que la máquina tiene menos bebidas?</p> <p>ENUNCIADO B. A continuación se muestra un problema que tu compañero/a y tú debéis resolver. Para ello, cada uno/a de vosotros/as tendrá un enunciado diferente, con indicaciones distintas. No podéis enseñarle las indicaciones, pero podéis comentar cualquier cosa de ellas (incluso leerlas en voz alta, siempre y cuando cada uno/a no lea las indicaciones del otro/a). La cafetería de una fábrica tiene una máquina que vende bebidas. En un día típico:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ No se venden bebidas antes de las 9 am o después de las 5 pm. ▪ La máquina se llena justo antes del descanso de la comida (lleva unos 10 minutos llenarla). <p>Dibujad una gráfica que muestre cómo varía el número de bebidas que hay en la máquina desde las 8 am hasta las 6 pm. ¿En qué momento del día diríais que la máquina tiene menos bebidas?</p> <p><i>Sistema de representación:</i> Verbal.</p>
Materiales y recursos	Bolígrafo y cuaderno de clase.
Agrupamiento	Grupo reducido: en parejas (realización de la actividad). Gran grupo (puesta en común de los resultados y discusión final).
Interacción	El alumnado discutirá en parejas para resolver la actividad e interactuará con el docente en caso de que surjan dudas. Finalmente se realizará una discusión en gran grupo para poner en común los resultados obtenidos.
Situación	Aula de clase.
Temporalidad	Presentación de la tarea: 5'. Realización de la actividad por parte del alumnado: 20'. Discusión de los resultados por parte de toda la clase: 10'.
Variables de la tarea	
Contenido	Espacio y forma. Cambio y relaciones.
Contexto	Laboral (situación que puede encontrarse en un entorno de trabajo).
Complejidad	Es necesario relacionar distintas representaciones de un mismo elemento en una situación contextualizada, por lo que se trata de una tarea de conexión. Difícil y de respuesta cerrada, por lo que bajo la clasificación de Ponte es un problema.
Significatividad de la tarea	
Conocimientos previos	Conoce el concepto de función. Distingue entre variable independiente y variable dependiente. Representa funciones gráficamente.
Contenidos que se activan	Concepto de función. Representación gráfica de funciones. Interpretación de las características y comportamiento de una relación funcional entre variables en una situación dada. Uso del lenguaje matemático para comunicar oralmente resultados.
Reto	El alumnado se enfrenta a un problema complejo, donde no solo tendrán que poner en práctica sus conocimientos sobre funciones y su representación sino además su manejo del vocabulario matemático y capacidades de comunicación oral. Además, el hecho de que cada persona desconozca una parte de los datos y tengan que cooperar para hallar la solución puede potenciar el interés del alumnado por la tarea.
Finalización de la tarea	Una vez realizada la representación gráfica, podrán volver a leer cada una de las indicaciones para ver si se satisfacen en su representación, posibilitando su propia evaluación del problema. Además, la tarea finaliza con una discusión grupal sobre los resultados obtenidos, lo que les permite tomar consciencia de lo que han aprendido.

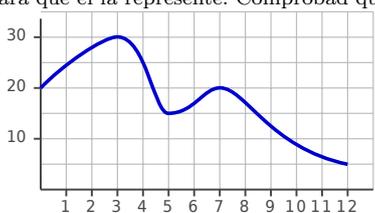
Autenticidad de la tarea	
Evento	Se trata de una situación realista que puede darse en un entorno laboral.
Pregunta	La pregunta guarda coherencia con cuestiones de la vida real. Un ejemplo de ello es la necesidad de explorar la evolución diaria de la venta de bebidas para su comercialización y reposición.
Propósito	El propósito de la tarea es claro y realista, derivado de cuestiones como la plantada en el apartado anterior.
Lenguaje	Se emplea un lenguaje sencillo, contextualizado a la situación que se presenta, y adecuado para la etapa en la que se encuentran.
Datos	Los datos proporcionados son realistas.
Funcionalidad de la tarea	
Ejercitar. Fomentar la interrogación y el cuestionamiento.	
Atención a la diversidad	
<ul style="list-style-type: none"> • <i>Alumnado con dificultades.</i> Se les proporcionarán más indicaciones que detallen con mayor precisión el comportamiento de la función, por ejemplo, dando explícitamente los intervalos de tiempo en los que la función cambia de comportamiento. • <i>Alumnado con alta capacidad y/o demanda.</i> Se realizarán cuestiones del tipo “¿Es esa representación la única solución posible?”, “¿Podrías representar otra función que satisfaga las indicaciones?”, “Si la empresa decide rellenar la máquina al inicio del día en lugar de justo antes del descanso (tardando de nuevo 10 minutos para ello), ¿cuál sería la representación de dicha función?”, “¿Cuáles son las ventajas e inconvenientes de cada método (rellenar antes del descanso de la comida o al inicio del día) para la empresa a la luz de las representaciones que has realizado?”. 	

Tabla 13: Análisis de la Tarea 11. El péndulo simple.

Tarea 11. El péndulo simple (25')	
Elementos de la tarea	
Meta	Representar gráficamente una función periódica a partir de las medidas experimentales del tiempo de oscilación de un péndulo. Identificar el período y continuar la representación gráfica para valores del tiempo en los que no se han tomado medidas. <i>Objetivos: O3. Errores: E4, E5, E7, E8, E10, E14.</i>
Formulación	<p><i>Enunciado:</i> El objetivo de esta actividad será conocer cómo varía el ángulo de oscilación de un péndulo con el tiempo. Para ello, se realizará lo siguiente:</p> <ol style="list-style-type: none"> Se pondrá a oscilar el péndulo y cada uno de los miembros del grupo, con ayuda de un reloj, tomará nota del tiempo en el que el péndulo pasa por una de las siguientes tres posiciones: los dos extremos de oscilación y el punto de ángulo 0°. Procurad que todos empecéis a medir los tiempos a la vez. Realizad estas medidas para tres oscilaciones completas. Haced una tabla con los valores obtenidos del tiempo y del ángulo al que corresponde (ya sea el de los extremos o 0°). Representad gráficamente la relación entre el ángulo de oscilación y el tiempo. <p>Una vez hecho esto, responded a las siguientes preguntas de forma justificada.</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿Es continua esta función? Estudiad los intervalos en los que crece y decrece e indicad dónde se encuentran los máximos y los mínimos de esta función. ¿Es periódica esta función? Si es así, indicad el período de la misma. ¿Qué pasará si seguimos midiendo? Sin necesidad de hacer las medidas, esbozad la función durante el tiempo en el que el péndulo realiza tres oscilaciones más. <p><i>Sistema de representación:</i> Verbal y numérico.</p>
Materiales y recursos	Vídeo (mostrado al inicio de la actividad), bolígrafo y cuaderno de clase. Para la construcción del péndulo: hilo, bolígrafo, transportador de ángulos, cinta adhesiva y una goma de borrar.
Agrupamiento	Grupos reducidos de tres personas (realización de la actividad). Gran grupo (puesta en común de los resultados y discusión final).
Interacción	Los miembros del grupo interactuarán entre ellos para llevar a cabo la actividad con éxito. Finalmente se realizará una discusión en gran grupo para poner en común los resultados obtenidos.

Situación	Aula de clase.
Temporalidad	Visualización del vídeo sobre el péndulo: 5'. Presentación de la tarea: 5'. Construcción del péndulo: 5'. Realización de la actividad por parte del alumnado: 20'. Discusión de los resultados por parte de toda la clase: 5'.
Variables de la tarea	
Contenido	Cambio y relaciones. Espacio y forma.
Contexto	Científico (se trata de una tarea que simula una situación que, si bien básica, puede darse en un laboratorio de investigación de física).
Complejidad	En esta tarea se tendrán que relacionar las medidas que se toman en un experimento real y la representación gráfica de la función que relaciona dos de las variables consideradas, lo cual requiere una demanda cognitiva media. Como tal, esta tarea puede enmarcarse en la categoría de conexión. Fácil y de respuesta cerrada, por lo que bajo la clasificación de Ponte es un ejercicio.
Significatividad de la tarea	
Conocimientos previos	Conoce el concepto de función. Representa gráficamente una función a partir de las coordenadas de algunos de los puntos que la constituyen. Conoce los conceptos de periodicidad y tendencia de una función. Identifica el período de una función dada a partir de su representación gráfica.
Contenidos que se activan	Concepto de función. Representación gráfica de funciones a partir de tablas de valores. Identificación de funciones periódicas así como de su período. Representación gráfica de funciones periódicas.
Reto	El alumnado tendrá que emplear los conocimientos que posee acerca de las funciones y su representación y características para analizar una experiencia real en vivo: la medida del período de un péndulo simple. Esto supondrá un desafío para los estudiantes, que además se verán motivados por la realización práctica del experimento.
Finalización de la tarea	Tras completar la tarea, el alumnado podrá volver realizar las medidas oportunas con el péndulo para comprobar que su predicción sobre el comportamiento del mismo coincide con la realidad, lo cual le permite valorar su desempeño y tomar conciencia de dónde pueden estar sus errores, en caso de haberlos. Además, la tarea finaliza con una discusión grupal sobre los resultados, lo cual favorece aún más estos aspectos.
Autenticidad de la tarea	
Evento	Se trata de una situación que podría darse en un laboratorio de física.
Pregunta	El tipo de preguntas que se plantea son coherentes con la situación en la que se enmarca la tarea. Tanto la descripción del fenómeno como la predicción de su comportamiento son aspectos cruciales en el ámbito de la Física.
Propósito	Como se menciona en el apartado anterior, el propósito es realista en relación al contexto presentado.
Lenguaje	Se emplea un lenguaje sencillo, con algunos términos matemáticos ya trabajados previamente en clase, y adecuado para la etapa en la que se encuentran.
Datos	Los datos que se emplearán en la resolución de la tarea serán obtenidos directamente por el propio alumnado a través de la realización de las medidas oportunas, por lo que son datos reales y coherentes con la situación planteada.
Funcionalidad de la tarea	
Ejercitar. Elaborar y construir significados.	
Atención a la diversidad	
<ul style="list-style-type: none"> ● <i>Alumnado con dificultades.</i> Se les propondrá que realicen una tarea secuenciada en la que, en primer lugar, solo midan una oscilación, y realicen la representación gráfica de la misma. Posteriormente, se les propondrá que midan dos períodos, y vuelvan a representarlo, y se les cuestionará sobre lo que observan. Finalmente, procederán a realizar la tarea con tres oscilaciones completas. ● <i>Alumnado con alta capacidad y/o demanda.</i> Dada la forma en la que se ha construido el péndulo, se espera que la amplitud de las oscilaciones vaya decreciendo progresivamente. Por lo tanto, se les planteará que realicen una medición más larga, de 10 ó 20 oscilaciones, y repitan el proceso de representación. Se les preguntará entonces qué observan y si son capaces de predecir qué sucederá a largo plazo. También se les propondrá que comparen la solución que plantearon inicialmente y la nueva que han obtenido, señalando las diferencias entre ambas. 	

Tabla 14: Análisis de la Tarea 13. Describamos las funciones.

Tarea 13. Describamos las funciones (35')	
Elementos de la tarea	
Meta	Representar gráficamente una función a partir de la descripción de sus características. Elaborar un enunciado contextualizado en una situación conocida cuya resolución implique la representación gráfica de una función dada. <i>Objetivos: O4, O7, O8. Errores: E4, E5, E6, E7, E8, E10, E20.</i>
Formulación	<p><i>Enunciado:</i></p> <p>1) Describe el comportamiento de la siguiente función a tu compañero/a atendiendo a sus características, sin que la vea, para que él la represente. Comprobad que las representaciones coinciden.</p>  <p>2) Realiza la representación gráfica de la función que tu compañero te describa. Comprobad que las representaciones coinciden.</p> <p>3) Una vez completadas ambas representaciones, elegid una de ellas y elaborad un enunciado donde se describa una situación que esté representada por dicha función. El enunciado del problema ha de ser lo suficientemente preciso para que se pueda reproducir la gráfica a partir de él sin necesidad de mirarla.</p> <p>4) Intercambiad vuestro enunciado con otra pareja. Representad gráficamente la función que se presenta en el enunciado que habéis recibido. Comprobad que las representaciones coinciden.</p> <p><i>Sistemas de representación:</i> Verbal y gráfico.</p>
Materiales y recursos	Bolígrafo, cuaderno de clase y hojas con el enunciado.
Agrupamiento	Grupos reducidos: en parejas (realización de la primera parte de la actividad). Grupos reducidos de cuatro personas (realización de la segunda parte de la actividad: intercambio de enunciados) Gran grupo (puesta en común de los resultados y discusión final).
Interacción	En la primera parte de la actividad, los miembros de la pareja tendrán que describir mutuamente las características de su función y comprobar que las representaciones realizadas coinciden. En la segunda parte de la actividad, las dos parejas interactuarán para verificar que la interpretación del enunciado ha sido correcta, así como la representación gráfica realizada. Finalmente se realizará una discusión en gran grupo para poner en común los resultados obtenidos.
Situación	Aula de clase.
Temporalidad	Presentación de la tarea: 5'. Realización de la actividad por parte del alumnado: 25'. Discusión de los resultados por parte de toda la clase: 5'.
Variables de la tarea	
Contenido	Cambio y relaciones. Espacio y forma.
Contexto	Científico (se trata de una tarea en un contexto puramente matemático).
Complejidad	Esta tarea requiere relacionar dos sistemas de representación distintos (verbal y gráfico) e identificar y describir características de las funciones a partir de su gráfica. Además, también demanda en el alumnado la activación de su capacidad de recontextualización, teniendo que elaborar un problema basado en un contenido matemático concreto (la representación de gráfica de una función) en una situación conocida para él, una tarea que resulta compleja. Como resultado, se condiera que esta tarea se enmarca en la categoría de conexión. Fácil y de respuesta cerrada, por lo que bajo la clasificación de Ponte es un ejercicio.
Significatividad de la tarea	
Conocimientos previos	Conoce el concepto de función. Representa gráficamente una función. Identifica las características de una función.

Contenidos que se activan	Concepto de función. Identificación de las características de una función a partir de su representación gráfica. Representación gráfica de funciones a partir de sus características. Interpretación de las características y comportamiento de una relación funcional entre variables en una situación dada.
Reto	El alumnado deberá identificar las características de una función atendiendo a su representación gráfica, para después comunicar a su pareja de la forma más detallada posible el comportamiento de una función. Posteriormente, deberá ser capaz de esbozar la gráfica de una función a través de la descripción de sus características, una actividad no sencilla para el nivel en el que se plantea. Además, la pareja deberá idear una situación cotidiana donde se presenten variables que se relacionen siguiendo la función dada, otra actividad que puede resultar compleja. Como tal, la tarea supone un auténtico desafío para el alumnado, hecho que, unido a la metodología de aprendizaje cooperativo puesta en práctica, puede suponer una fuente de motivación para su realización.
Finalización de la tarea	En cada una de las partes de la tarea, el alumnado podrá valorar el nivel de corrección de su resolución, comparando la representación gráfica realizada con la de su compañero/a, lo que favorece la detección de posibles errores y la autonomía del estudiante. Además, la tarea finaliza con una discusión grupal sobre los resultados, lo que permite evaluar los conocimientos que ha adquirido durante el desarrollo de la tarea.
Autenticidad de la tarea	
Evento	En este caso, al tratarse de una tarea en un contexto puramente matemático, no se presenta ninguna situación de la vida cotidiana. Sin embargo, durante el desarrollo de la tarea el alumnado se enfrentará a la resolución de un problema contextualizado elaborado por sus compañeros.
Pregunta	Las preguntas que se plantean son poco realistas al no contextualizarse la tarea a ninguna situación cotidiana. Sin embargo, cabe mencionar que las preguntas sí tienen más coherencia en un contexto matemático, en el que describir el comportamiento de la relación funcional entre dos variables resulta fundamental en muchos ámbitos de esta materia.
Propósito	Como se menciona en el apartado anterior, al carecer de un contexto, no es posible discernir un propósito coherente.
Lenguaje	Se emplea un lenguaje sencillo y adecuado para la etapa en la que se encuentran.
Datos	En este caso, no se emplean datos relacionados con ninguna situación cotidiana.
Funcionalidad de la tarea	
Ejercitar.	
Atención a la diversidad	
<ul style="list-style-type: none"> ● <i>Alumnado con dificultades.</i> Se les dará indicaciones más detalladas de los elementos más importantes necesarios para describir la función. Por ejemplo, se les marcará en la representación la posición de los extremos, los intervalos de monotonía y continuidad, o el período de la función. Otra alternativa posible es establecer un guión con las diferentes características que debe ir describiendo de manera progresiva acompañadas de ilustraciones que les permitan tanto detectarlas en su representación como reproducirlas al oír las en la descripción de su compañero/a. ● <i>Alumnado con alta capacidad y/o demanda.</i> Se les proporcionarán nuevas representaciones gráficas para que repitan el proceso de descripción y representación. Sin embargo, en este caso se les impondrán algunas restricciones en lo que respecta a las características que pueden nombrar. Por ejemplo, no podrán decir máximo ni mínimo, por lo que tendrán que idear otra forma de poder describir el comportamiento de la función. 	

Tabla 15: Análisis de la Tarea 15. Desplazando una gráfica vertical y horizontalmente.

Tarea 15. Desplazando una gráfica vertical y horizontalmente (25')	
Elementos de la tarea	
Meta	Representar gráficamente una función a partir de su expresión analítica y derivar la regla general para desplazar una función cuadrática horizontal y verticalmente. <i>Objetivos: O5. Errores: E10, E11, E12, E15, E16.</i>
Formulación	<p><i>Enunciado:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Representa gráficamente la función $y = x^2$. ¿Qué le ocurre a la función para valores grandes y pequeños de x. 2) Representa gráficamente las funciones $y = x^2 + 1$, $y = x^2 + 3$, $y = x^2 - 1$. ¿Qué observas? 3) Representa gráficamente las funciones $y = (x + 1)^2$, $y = (x + 3)^2$, $y = (x - 1)^2$. ¿Qué observas? 4) Representa gráficamente la función $y = x^2$, pero trasladada 4 unidades en sentido horizontal a la izquierda y 5 unidades en sentido vertical hacia abajo. Determina, sin necesidad de hacer una tabla de valores, la expresión algebraica a la que corresponde dicha representación gráfica. <p><i>Sistema de representación:</i> Verbal y simbólico.</p>

Materiales y recursos	Bolígrafo y cuaderno de clase.
Agrupamiento	Individual (realización de la actividad). Gran grupo (puesta en común de los resultados y discusión final).
Interacción	El alumnado interactuará con el docente en caso de que surjan dudas durante el transcurso de la tarea. Finalmente se realizará una discusión en gran grupo para poner en común los resultados obtenidos.
Situación	Aula de clase.
Temporalidad	Presentación de la tarea: 5'. Realización de la actividad por parte del alumnado: 15'. Discusión de los resultados por parte de toda la clase: 5'.
Variables de la tarea	
Contenido	Cambio y relaciones. Espacio y forma.
Contexto	Científico (se trata de una tarea en un contexto puramente matemático).
Complejidad	Si bien los primeros tres apartados corresponden a una tarea de reproducción ya que se han realizado previamente representaciones gráficas de funciones dadas por su expresión algebraica, para la realización del último apartado es necesario generalizar el resultado que han ido obteniendo de forma progresiva, hecho que ya se inicia en el segundo y tercer apartado mediante la cuestión “¿Qué observas?”. Aún así, y a pesar de que su resolución suponga una demanda cognitiva medio-alta, no se considera que llegue a tratarse de una tarea de reflexión y, como consecuencia, se enmarca en la categoría de conexión. Fácil y de respuesta cerrada, por lo que bajo la clasificación de Ponte es un ejercicio.
Significatividad de la tarea	
Conocimientos previos	Conoce el concepto de función. Convierte la expresión de una función en un sistema de representación a otros distintos (en este caso, entre algebraico y gráfico).
Contenidos que se activan	Concepto de función. Conversión entre sistemas de referencia. Identificación de características de una función.
Reto	El alumnado tendrá que derivar una regla general a partir de casos particulares que irá resolviendo de forma secuencial, lo cual conlleva una importante demanda cognitiva. Además, a medida que los estudiantes inferan dichas reglas, se verán motivados a seguir avanzando. Por todo ello, esta tarea supone un desafío para los estudiantes.
Finalización de la tarea	En el último apartado, el alumnado tendrá que emplear las reglas que ha ido obteniendo a lo largo de la tarea, lo cual le permite tomar consciencia de qué ha aprendido. Además, la tarea finaliza con una discusión grupal sobre los resultados, lo que les permite evaluar sus propias resoluciones.
Autenticidad de la tarea	
Evento	En este caso, al tratarse de una tarea en un contexto puramente matemático, no se presenta ninguna situación de la vida cotidiana.
Pregunta	Si bien las preguntas que se formulan no tienen relación con un contexto de la vida cotidiana, sí son realistas en el ámbito de las Matemáticas. La búsqueda de generalizaciones a partir de casos particulares es una de las actividades propias de la labor matemática y, como tal, tienen coherencia en el contexto planteado.
Propósito	Como se menciona en el apartado anterior, el propósito es realista en relación al contexto matemático en el que se presenta la tarea (búsqueda de relaciones generales), si bien no es coherente con ninguna situación cotidiana al tratarse de una tarea no contextualizada en un entorno conocido.
Lenguaje	Se emplea un lenguaje sencillo y adecuado para la etapa en la que se encuentran.
Datos	En este caso, no se presentan datos relacionados con ninguna situación de la vida cotidiana.
Funcionalidad de la tarea	
Ejercitar. Elaborar y construir significados.	

Atención a la diversidad

- *Alumnado con dificultades.* Si la dificultad la encuentran en la representación gráfica, se les propondrá que realicen una tabla de valores a partir de la expresión algebraica. Posteriormente, se les indicará que representen esos puntos en el plano cartesiano y obtengan la representación gráfica de la función. Si, por el contrario, la dificultad la encuentran en la inferencia de las reglas generales, se les propondrá que empiecen con una función lineal y vean qué sucede al cambiar la ordenada en el origen sin variar la pendiente. Tras ello, se les propondrá que realicen el apartado b) (funciones del tipo $y = x^2 + a$) y que observen si hay alguna semejanza con el comportamiento anterior, pudiendo continuar con la tarea original.
- *Alumnado con alta capacidad y/o demanda.* Se les plantearán preguntas del tipo “¿Sucede lo mismo con funciones cúbicas $y = x^3$?”, “¿Y con funciones del tipo $y = x^4$?”, “¿Podrías deducir alguna regla general para cualquier función $y = x^n$?”.

Tabla 16: Análisis de la Tarea 22. Optimizando recursos.

Tarea 22. Optimizando recursos (40')	
Elementos de la tarea	
Meta	Obtener la expresión algebraica de una función relacionando variables en una situación dada y representar gráfica dicha función. Optimizar una función analizando sus características a partir de su representación e interpretar los resultados en una situación contextualizada <i>Objetivos: O3, O5, O6, O7, O8. Errores: E4, E6, E11, E12, E16, E20.</i>
Formulación	<p><i>Enunciado:</i> PROBLEMA A. Se tiene que fabricar una lata cilíndrica de aluminio capaz de contener medio litro de líquido. El volumen de la lata debe ser por lo tanto de 500cm^3. Determinar el radio y la altura de la lata que utilice menos aluminio, y, por lo tanto, la que sea más barata de fabricar. (Esto es, busca cómo hacer mínima la superficie exterior de la lata). Algunas ideas:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Conocida la expresión del volumen de un cilindro, obtén la función que relaciona el radio y la altura de la lata de tal forma que satisfagan las condiciones propuestas. ■ Teniendo en cuenta que el área de la superficie de un cilindro es $A = 2\pi R(h + R)$, representa gráficamente la relación entre el área y el radio de la lata, considerando la relación que has obtenido previamente para el radio y la altura. ■ Determina el radio y la altura de la lata que utilice menos aluminio. <p>PROBLEMA B. Se quiere cercar un recinto rectangular para destinarlo a la pista de baile de cara a la fiesta de fin de curso del centro, de tal forma que su área sea lo más grande posible. Para ello, se dispone de una cuerda de 80m. ¿Cuál debe de ser la medida de cada uno de los lados del rectángulo? Algunas ideas:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Teniendo en cuenta cómo se relaciona el perímetro de un rectángulo con la longitud de sus lados, obtén la función que relaciona los lados del rectángulo de tal forma que satisfagan las condiciones propuestas. ■ Teniendo en cuenta cómo se relaciona el área de un rectángulo con sus lados, representa gráficamente la relación entre dicho área y la longitud de uno de sus lados, considerando la relación que has obtenido previamente entre los lados. ■ Determina las dimensiones del rectángulo de área mayor. <p><i>Sistema de representación:</i> Verbal y simbólico.</p>
Materiales y recursos	Bolígrafo y cuaderno de clase.
Agrupamiento	Grupo reducido: en parejas (realización de la actividad). Gran grupo (puesta en común de los resultados y discusión final).
Interacción	Se empleará la dinámica del folio giratorio. En la primera parte de la tarea, el alumnado tendrá que tratar de resolver el problema que se les plantea de forma individual. Transcurrido un tiempo, se intercambiarán los problemas y la resolución que cada miembro de la pareja estaba realizando, y continuarán con la resolución del compañero/a. Transcurrido de nuevo el mismo intervalo de tiempo, comenzarán a trabajar juntos para completar el problema. Finalmente se realizará una discusión en gran grupo para poner en común los resultados obtenidos.
Situación	Aula de clase.
Temporalidad	Presentación de la tarea: 5'. Realización de la actividad por parte del alumnado: 30'. Discusión de los resultados por parte de toda la clase: 5'.

Variables de la tarea	
Contenido	Cambio y relaciones. Espacio y forma.
Contexto	Laboral (en el caso de la fabricación de la lata, situación que puede encontrarse en un entorno de trabajo) y educativo/escolar (en el caso del recinto, situación que puede darse en el centro educativo).
Complejidad	Se trata de una tarea bastante compleja, en la que tienen que relacionar no solo distintos sistemas de representación sino además transformar elementos dentro de un mismo sistema (relacionar la condición con la función a optimizar). Sin embargo, si bien podría considerarse una tarea de reflexión, la dinámica de resolución en parejas junto con las indicaciones que se dan en el enunciado reducen ligeramente su complejidad, por lo que se considera una tarea de conexión. Difícil y de respuesta cerrada, por lo que bajo la clasificación de Ponte es un problema.
Significatividad de la tarea	
Conocimientos previos	Conoce el concepto de función. Distingue entre variable independiente y variable dependiente. Convierte la expresión de una función en un sistema de representación a otros distintos (en este caso, entre algebraico, numérico/tabular y gráfico). Identifica las características de una función a partir de su representación gráfica. Conoce las fórmulas de área y volúmenes del rectángulo y el cilindro.
Contenidos que se activan	Concepto de función. Conversión entre sistemas de referencia. Identificación de características de una función. Interpretación de las características y comportamiento de una relación funcional entre variables en una situación dada. Uso del lenguaje matemático para comunicar oralmente y por escrito resultados.
Reto	El alumnado se enfrenta a un problema complejo en el cual tendrá que, por un lado, poner en práctica buena parte de los conocimientos adquiridos a lo largo de las sesiones que componen la UD y, por otro lado, describir adecuadamente y con detalle sus soluciones de forma escrita para que su compañero/a pueda continuar la tarea en la rotación. Además, la interacción final fomenta el trabajo colaborativo para la resolución de la actividad. Como consecuencia, se espera que el alumnado se encuentre motivado durante la realización de la tarea.
Finalización de la tarea	En la parte final de la tarea, el alumnado, al poner en común con su pareja los resultados que han ido obteniendo toman consciencia de lo que han aprendido y los errores cometidos. Además, la tarea finaliza con una discusión grupal sobre los resultados, lo que les permite evaluar sus propias resoluciones.
Autenticidad de la tarea	
Evento	Se presentan dos situaciones realistas que pueden darse en entornos laborales y escolares.
Pregunta	Las preguntas guardan coherencia con cuestiones de la vida real. La optimización tanto de material en la fabricación de un producto como del área disponible para realizar una actividad son dos problemas muy comunes en el contexto en el que se presentan.
Propósito	El propósito de la tarea es claro y realista, derivado de cuestiones como la plantada en el apartado anterior.
Lenguaje	Se emplea un lenguaje sencillo, contextualizado a la situación que se presenta, y adecuado para la etapa en la que se encuentran.
Datos	Los datos proporcionados son realistas.
Funcionalidad de la tarea	
Sintetizar (se recoge buena parte de lo trabajado durante el transcurso de la UD).	
Atención a la diversidad	
<ul style="list-style-type: none"> ● <i>Alumnado con dificultades.</i> Se les proporcionarán indicaciones más detalladas sobre el proceso a seguir. En primer lugar, se les proporcionará la fórmula del volumen del cilindro y se les pedirá que identifiquen la función que relaciona la altura y el radio de la lata. En segundo lugar, se les pedirá que calculen el valor de la función a optimizar para un valor dado de las variables (satisfaciendo las condiciones establecidas). Posteriormente, se les dirá que repitan este proceso y realicen una tabla de valores. Con ella, se les indicará que representen la función y encuentren su extremo. Finalmente, se les indicará que interpreten los resultados obtenidos en el contexto del problema. ● <i>Alumnado con alta capacidad y/o demanda.</i> En el caso en que hayan resuelto los problemas realizando una tabla de valores para finalmente realizar la representación gráfica, se les pedirá que encuentren la expresión algebraica de la función que están representando, a partir de las condiciones establecidas en los problemas. En el caso de que hayan encontrado dicha expresión y resuelto el problema a partir de ella, se les pedirá que representen para distintos valores de h diferentes del mínimo/máximo (pero cercanos a éste) la función $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$, donde $f(x)$ corresponde a la expresión que han obtenido y x es el valor que optimiza la función, en ambos problemas. Se les preguntará entonces si observan alguna particularidad y se les pedirá que busquen información acerca de qué es ese objeto matemático. 	

3.2. Organización del trabajo en el aula

LePage et al. (2005) describe la gestión del aula como aquellas “acciones que se toma para crear y mantener un clima de aprendizaje que respalde el logro de los objetivos” (p. 330). Los mismos autores señalan diferentes aspectos a tener en cuenta de cara a mantener una adecuada gestión en el aula, como pueden ser la elaboración de currículo significativo, impulsar el desarrollo moral del alumnado o favorecer el establecimiento de comunidades de aprendizaje. Sin embargo, esta sección se centrará en uno de estos aspectos, la organización del trabajo en el aula (Moreno Verdejo, 2016; Rico Romero, 2013), poniendo en foco tanto en la organización del alumnado como en la comunicación docente-estudiante y estudiante-estudiante.

En lo que respecta a la organización del alumnado, como ya se ha mencionado a lo largo de esta PD, será flexible. En la planificación de esta UD se incluyen tareas que contemplan distintos tipos de agrupamiento, como parejas, grupos reducidos de tres personas o actividades en gran grupo. Por otro lado, en relación a la interacción docente-estudiante, ésta se llevará a cabo tanto durante las lecciones magistrales participativas como durante la realización de tareas. En todo momento se fomentará el cuestionamiento y la participación del alumnado, propiciando un ambiente que favorezca la formulación de preguntas sobre las dudas o dificultades que puedan emerger durante las exposiciones del docente y en la implementación de las tareas. Finalmente, en lo que respecta a la interacción estudiante-estudiante, se promoverá la discusión entre el alumnado durante la realización de las diferentes tareas, tanto en grupos reducidos (como parejas o grupos de tres personas) como en gran grupo. Los detalles acerca de la organización e interacción del alumnado para cada tarea pueden encontrarse en la Sección III.3.1 para las tareas analizadas y en el Anexo E donde se describen el resto de ellas.

3.3. Materiales y recursos

El uso de materiales y recursos en el aula posibilita que el alumnado experimente nuevas situaciones que concreten y aporten sentido a los conceptos matemáticos. Como señala el autor Flores Martínez (2016a), “el profesor tiene que lograr que los estudiantes vinculen los contenidos abstractos con objetos y acciones que lo concreten y correspondan” (p. 275). Como consecuencia, incorporar de forma adecuada materiales y recursos en la enseñanza de las Matemáticas favorece la consecución de un aprendizaje significativo en el alumnado. En las siguientes líneas se describen los materiales y recursos que se emplearán en la presente UD.

3.3.1. Materiales

Se definen como aquellos instrumentos o medios diseñados específicamente con fines educativos (Flores Martínez, 2016a). En primer lugar, se hará uso del libro de texto, como guía del desarrollo de la UD. En segundo lugar, la Sesión 10 de esta UD está dedicada al estudio y análisis de funciones empleando el programa informático GeoGebra. Durante la misma, se llevarán a cabo diversas tareas en las que hará uso de este programa para representar gráficamente funciones expresadas en diferentes sistemas de representación (algebraico, tabular y verbal) y analizar sus características en problemas contextualizados ya resueltos previamente en sesiones anteriores. El objetivo que se persigue es múltiple. Por un lado, se pretende mejorar la capacidad de visualización de las representaciones gráficas de funciones. Por otro lado, se espera fomentar la competencia del alumnado en relación a la conversión entre diversos sistemas de representación, favoreciendo, en particular, su capacidad para asociar expresiones algebraicas de funciones a sus representaciones gráficas. Finalmente, también se busca potenciar la autonomía del alumnado, proporcionándole una herramienta que le permita evaluar por sí mismo el grado de corrección de sus soluciones a las tareas propuestas.

3.3.2. Recursos

En lo que respecta a los recursos, se trata de aquellos instrumentos o medios que no fueron diseñados específicamente para la práctica de la enseñanza (Flores Martínez, 2016a). En esta UD se hará uso de una amplia variedad de recursos como son vídeos que capten el interés del alumnado motivando las aplicaciones de las funciones en situaciones y fenómenos del mundo que rodea al alumnado, el cuaderno de clase, material de escritura, pizarra y tizas. Cabe mencionar que, durante la Sesión 6 se llevará a cabo una tarea que requerirá la construcción de un péndulo simple. Para ello, se emplearán diversos objetos como hilo, cinta adhesiva, bolígrafo y goma de borrar, entre otros.

4. Análisis de evaluación

Tal y como se ha comentado previamente, la evaluación constituye un elemento fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje ya que permite, por un lado, valorar el grado de consecución de los objetivos propuestos y, por otro lado, detectar qué contenidos no han sido aprendidos de forma adecuada por el alumnado, lo cual posibilita la implementación de mejoras en pro de su aprendizaje. Como tal, el análisis de la evaluación constituye la cuarta y última dimensión del Análisis Didáctico.

En la Sección II.2.6 se analiza con detalle los distintos tipos de evaluación que se llevarán a cabo en función del momento temporal en el que se implementen, así como los instrumentos que se emplearán para recoger la información y elaborar el seguimiento del desempeño del alumnado durante todo el curso académico al que corresponde la presente PD. A continuación se describen cada uno de estos aspectos en relación a la UD que se trabaja esta parte de la planificación.

Con respecto a los tipos de evaluación, ésta se llevará a cabo en tres momentos distintos:

- **Evaluación inicial.** La UD se iniciará con la realización de una tarea que tiene objetivo no solo motivar el interés del alumnado por el tema que se va a desarrollar sino además valorar el grado de conocimientos que los estudiantes poseen sobre la materia. En ella se propiciará una discusión en la que se tratarán, entre otros, aspectos como qué es una función, cómo se representa gráficamente una función, si existen o no otras formas de representar funciones o qué características de una función son conocidas. Con ello se podrá establecer qué contenidos son familiares al alumnado y cuáles no, con el fin de incidir, en caso de ser necesario, en estos últimos a lo largo del desarrollo de las sesiones.
- **Evaluación procesual.** Durante el desarrollo de las sesiones que componen la UD se realizará una observación del trabajo y la participación del alumnado en su desempeño diario. Además, también se recogerán por escrito la resolución de algunas de las actividades propuestas (en la descripción de las tareas que se encuentra en el Anexo E se detallan cuáles de ellas finalizarán con la entrega de la resolución al docente) y se realizará una revisión periódica del cuaderno de clase que permita valorar la evolución del alumnado.
- **Evaluación final.** Se llevará a cabo una prueba escrita al final de la UD para evaluar el grado de logro de los objetivos propuestos.

En relación a los instrumentos, se emplearán los que se detallan a continuación:

- **Rúbrica.** Como ya se mencionó en la Sección II.2.6, se utilizarán tres rúbricas distintas: una para valorar el nivel de consecución de los logros de aprendizaje del alumnado (que puede encontrarse en la sección correspondiente a la *UD9. Funciones. Características y representación* del Anexo A), otra para evaluar el estado y el contenido del cuaderno de clase (véase el Anexo B) y una tercera para valorar el grado de participación de los estudiantes (véase el Anexo C).
- **Hoja de registro.** Se usará una hoja de registro para tomar notas de la implicación y participación del alumnado en las diferentes tareas que se proponen.
- **Entrega de tareas.** Tal y como se ha explicado, el alumnado deberá entregar por escrito la resolución de algunas de las actividades propuestas para su evaluación, en la que se atenderá tanto a contenidos conceptuales, como procedimentales y actitudinales (presentación, limpieza, organización,...).
- **Prueba escrita.** Como también se ha indicado, se llevará a cabo una prueba escrita al final de la UD.

Finalmente, para completar este análisis, en la Tabla 17 se muestra desglosado ponderación de la evaluación para cada tipo de contenido.

Tabla 17: Ponderación de la evaluación.

Ponderación de la evaluación		
Contenidos conceptuales (30 %)	Contenidos procedimentales (50 %)	Contenidos actitudinales (20 %)
<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita: 20 % ● Entrega de tareas: 10 % 	<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita: 40 % ● Entrega de tareas: 10 % 	<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita y entrega de tareas (Presentación, organización, interpretación de resultados,...): 10 % ● Observación de la participación, atención y trabajo cooperativo: 10 %

IV. Conclusiones

En el presente TFM se ha presentado una propuesta de PD para la materia Matemáticas Orientadas a la Enseñanzas Académicas correspondiente al Tercer Curso de la ESO, así como la planificación de la *UD9. Funciones. Características y representación* perteneciente a dicha PD bajo el marco del Análisis Didáctico. Este estudio a dos niveles (curso completo y UD de dos a tres semanas de duración) permite, por un lado, establecer unos objetivos a largo plazo con el fin de lograr un adecuado desarrollo competencial en el alumnado y estructurar los contenidos matemáticos en pro de la consecución de los mismos, lo que, sin lugar a dudas, repercute de forma muy positiva en el éxito del proceso de enseñanza-aprendizaje. De esta forma, se adquiere una perspectiva global de las capacidades que se espera el alumnado adquiera a lo largo de un curso y de cómo organizar los contenidos en consecuencia. Mientras que, por otro lado, también aporta una profunda reflexión sobre una parte de los contenidos que se van a trabajar y su directa implementación en el día a día del aula, lo cual favorece la búsqueda y diseño de las metodologías más apropiadas para trabajar unas capacidades concretas. En consecuencia, el autor de este TFM considera altamente beneficioso para la formación de cualquier docente la elaboración de una planificación del proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas que englobe tanto una visión anual (correspondiente al curso escolar) como diaria (a nivel de UD).

Dado todo lo expuesto anteriormente, si bien este trabajo presenta un análisis pormenorizado de la planificación de la práctica docente para un curso completo, describiendo con mayor profundidad una UD específica, parece quedarse corto ante una apropiada labor docente. En efecto, el autor de este texto considera que el estudio presentado para la *UD9. Funciones. Características y representación* bajo marco del Análisis Didáctico, debe hacerse extensivo para todas las UD que componen la PD. De esta forma, el docente podrá reflexionar en profundidad sobre los distintos contenidos objeto de trabajo del curso correspondiente y adquirir una visión mucho más precisa de cómo desarrollar su práctica en el aula para favorecer el aprendizaje de los estudiantes.

En definitiva, la labor de planificar el proceso de enseñanza-aprendizaje es compleja, pero crucial para fomentar un aprendizaje significativo en el alumnado y potenciar su desarrollo personal, social y laboral, un objetivo que todo docente debe perseguir en su práctica diaria.

Referencias

- Alsina, À. (2010). La «pirámide de la educación matemática». Una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. *Aula de innovación educativa*, 189, 12-16. <https://www.grao.com/es/producto/la-piramide-de-la-educacion-matematica>
- Azcárate Giménez, C. y Deulofeu Piquet, J. (1999). *Funciones y gráficas*. Síntesis.
- BOE. (núm. 340, 30 de diciembre de 2020). *Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación*, 122868-122953. <https://www.boe.es/eli/es/lo/2020/12/29/3>
- BOE. (núm 25, 29 de enero de 2015). *Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato*, 6986-7003. <https://www.boe.es/buscar/doc.php?id=BOE-A-2015-738>
- BOE. (núm 3, 3 de enero de 2015). *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*, 169-546. <https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2015-37>
- BOJA. (Extraordinario núm. 7, 18 de enero de 2021). *Orden de 15 de enero de 2021, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la etapa de Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad, se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado y se determina el proceso de tránsito entre distintas etapas educativas*, 656-1024. <https://www.juntadeandalucia.es/boja/2021/507/3>
- Casanova, M. (1998). *La evaluación educativa. Escuela básica*. SEP Muralla.
- Chamoso Sánchez, J., Hernández Encinas, L. y Orrantía Rodríguez, J. (2010). Análisis de una experiencia de resolución de problemas de matemáticas en secundaria. *Revista de Educación*, 351, 557-570. <https://redined.mecd.gob.es/xmlui/handle/11162/76452>

- Colera Jiménez, J., Oliveira González, M., Gaztelu Albero, I. y Calera Cañas, R. (2015). *Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas 3. Trimestres*. ANAYA.
- Conserjería de Educación, Junta de Andalucía. (2008). *Manual de atención al alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo derivadas de discapacidad auditiva*. <https://www.juntadeandalucia.es/educacion/portalerros/publicaciones/contenido/discapacidad-auditiva>
- Conserjería de Educación, Junta de Andalucía. (2017). *Instrucciones de 8 de marzo de 2017, de la Dirección General de Participación y Equidad, por las que se actualiza el protocolo de detección, identificación del alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo y organización de la respuesta educativa*. <https://www.juntadeandalucia.es/educacion/portals/web/ced/normativa/-/normativas/detalle/instrucciones-de-8-de-marzo-de-2017-de-la-direccion-general-de-participacion-y-equidad-por-las-que-se-actualiza-el-1xr2aw1d841t>
- Corona Cruz, A. (2008). ¿Qué hace al buen maestro?: La visión del estudiante de ciencias físico matemáticas. *Latin-American Journal of Physics Education*, 2(2). http://www.lajpe.org/may08/08_Adrian_Corona.pdf
- Crisol Moya, E. (2012). *Opinión y percepción del profesorado y de los estudiantes sobre el uso de las metodologías activas en la Universidad de Granada*. (Tesis Doctoral), Universidad de Granada, Granada. <https://digibug.ugr.es/handle/10481/23759>
- De Lange, J. (1996). Using and applying mathematics in education. En A.-J. Bishop, K. Clements, Ch. Keitel, K. Kilpatrick y C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (Parte 1, pp. 49 – 97). Kluwer Academic Publishers. https://doi.org/10.1007/978-94-009-1465-0_3
- De Miguel, M. (2006). *Modalidades de enseñanza centradas en el desarrollo de competencias. Orientaciones para promover el cambio metodológico en el Espacio Europeo de Educación Superior*. MEC/ UNIOVI.
- Fernández Plaza, J. (2016a). Análisis del contenido. En L. Rico Romero y A. Moreno Verdejo (Coords.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de secundaria* (págs. 103 – 118). Pirámide.
- Fernández Plaza, J. (2016b). Errores y dificultades. En L. Rico Romero y A. Moreno Verdejo (Coords.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de secundaria* (págs. 195 – 207). Pirámide.
- Flores Martínez, P. (2016a). Materiales y recursos en el aula. En L. Rico Romero y A. Moreno Verdejo (Coords.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de secundaria* (págs. 275 – 291). Pirámide.
- Flores Martínez, P. y Lupiáñez Gómez, J. (2016). Expectativas de aprendizaje. En L. Rico Romero y A. Moreno Verdejo (Coords.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de secundaria* (págs. 177 – 193). Pirámide.
- Flores Martínez, P. (2016b). Materiales y recursos en el aula. En L. Rico Romero y A. Moreno Verdejo (Coords.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de secundaria* (págs. 275 – 291). Pirámide.
- Gallegos Fernández, J. (2014). *Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas. 3ºB de ESO. Capítulo 10: Funciones y gráficas*. Apuntes Marea Verde. https://www.apuntesmareaverde.org.es/grupos/mat/3B/10_Funciones_3B.pdf
- Gavilán Bouzas, P. (2011). Dificultades en el paso de la aritmética al álgebra escolar: ¿puede ayudar el Aprendizaje Cooperativo? *Investigación en la Escuela*, 73, 95-108. <https://doi.org/10.12795/IE.2011.i73.07>
- Gisbert Soler, V. y Blanes Nadal, C. (2013). Análisis de la importancia de la programación didáctica en la gestión docente. *3C Empresa. Investigación Y Pensamiento crítico*, 2(3), 1-21. <https://www.3ciencias.com/wp-content/uploads/2013/03/PROGRAMACION-DIDACTICA.pdf>
- Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Universidad de Granada. https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1_Fundamentos.pdf
- IES Padre Suárez. (2020). *Reglamento de Organización y Funcionamiento*. <https://www.iespadresuarez.es/wp-content/uploads/2020/10/2-ROF-Padre-Suarez-20-21.pdf>
- IES Padre Suárez. (2021). *Proyecto educativo*. <https://www.iespadresuarez.es/wp-content/uploads/2021/11/1-Proyecto-Educativo-Sua%5C%CC%5C%81rez-2021-22-1.pdf>
- Johnson, D., Johnson, R. y Holubec, E. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Paidós.

- Leinhardt, G., Zaslavsky, O. y Stein, M. (1990). Functions, graphs, and graphing: tasks, learning, and teaching. *Reviews of educational research*, 60(1), 1-64. <https://doi.org/https://doi.org/10.3102/00346543060001001>
- LePage, P., Darling-Hammond, L., Akar, H., Gutierrez, C., Jenkins-Gunn, E. y Rosebrock, K. (2005). Classroom management. En L. Darling-Hammond y J. Bransford (Eds.), *Preparing teachers for a changing world: What teachers should learn and be able to do* (págs. 327 – 357). Jossey-Bass.
- Lupiañez Gómez, J. (2016). Sistemas de representación. En L. Rico Romero y A. Moreno Verdejo (Coords.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de secundaria* (págs. 119 – 137). Pirámide.
- Martínez de la Hidalga, Z. y Villardón-Gallego, L. (2015). La imagen del profesor de Educación Secundaria en la formación inicial. *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*, 19(1). <https://recyt.fecyt.es/index.php/profesorado/article/view/41051>
- Medina Rivilla, A. y Salvador Mata, F. (2009). *Didáctica General*. Pearson Educación.
- Moreno Verdejo, A. (2016). Planificación e implementación de la enseñanza. En L. Rico Romero y A. Moreno Verdejo (Coords.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de secundaria* (págs. 293 – 306). Pirámide.
- Moreno Verdejo, A. y Ramírez Uclés, R. (2016). Variables y funciones de las tareas matemáticas. En L. Rico Romero y A. Moreno Verdejo (Coords.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de secundaria* (págs. 243 – 257). Pirámide.
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. VA:NCTM.
- Niss, M. (1997). ¿Por qué enseñamos matemáticas en la escuela?. En L. Puig (Ed.), *Investigar y enseñar. Variedades de la educación matemática* (págs. 7 – 16). Una empresa docente y Grupo Editorial Iberoamérica.
- Niss, M. (2004). The Danish KOM project and possible consequences for teacher education. En R. Strässer, G. Brandell y B. Grevholm (Eds.), *Educating for the future. Proceedings of an international symposium on mathematics teacher education* (pp. 179 – 192). Royal Swedish Academy of Sciences.
- OECD. (2004). *Marcos teóricos de PISA 2003. Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de Problemas*. INECSE. <https://www.oecd.org/pisa/39732603.pdf>
- OECD. (2013). *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012: Matemáticas, Lectura y Ciencias*. Secretaría General Técnica. Centro de Publicaciones. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. <https://sede.educacion.gob.es/publivena/d/16134/19/01>
- Ortega, T. y Pecharromán, C. (2014). Errores en el aprendizaje de las propiedades globales de las funciones. *Revista de Investigación en Educación*, 12(2), 209-221. <https://doi.org/https://revistas.uvigo.es/index.php/reined/article/view/2005>
- Pascual Bonis, J. (1999). Funciones y gráficas en la historia y en la enseñanza. En E. Lacasta Zabalza y J.R. Pascual Bonis, *Las funciones en los gráficos cartesianos* (págs. 15 – 53). Síntesis.
- Pérez Cáceres, M. (2017). *Aulas inclusivas. Experiencias prácticas*. Altaria Editorial.
- Perrenoud, P. (2008). Construir las competencias, ¿es darle la espalda a los saberes? *Revista de Docencia Universitaria*, 6 (2) (2008): Número monográfico II: Formación centrada en competencias (II). <https://revistas.um.es/redu/article/view/35261>
- Puig Adam, P. (1955). Decálogo de la Didáctica de la Matemática Media. *Gaceta Matemática 1° serie, tomo VII*, (num. 5 y 6).
- Real Academia Española. (s.f.-a). Continuo. En *Diccionario de la lengua española*. 1 de Junio de 2022. <https://dle.rae.es/continuo>
- Real Academia Española. (s.f.-b). Función. En *Diccionario de la lengua española*. 1 de Junio de 2022. <https://dle.rae.es/funci%C3%B3n>
- Real Academia Española. (s.f.-c). Máximo. En *Diccionario de la lengua española*. 1 de Junio de 2022. <https://dle.rae.es/m%C3%A1ximo>
- Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. *PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 1(2), 47-66. <https://doi.org/https://doi.org/10.30827/pna.v1i2.6215>
- Rico Romero, L. (2013). El método del Análisis Didáctico. *UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 33, 11-27. <https://doi.org/https://doi.org/10.3102/00346543060001001>
- Rico Romero, L. (2016a). Matemáticas escolares: fines educativos y estructura curricular. En L. Rico Romero y A. Moreno Verdejo (Coords.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de secundaria* (págs. 31 – 44). Pirámide.

- Rico Romero, L. (2016b). Matemáticas y análisis didáctico. En L. Rico Romero y A. Moreno Verdejo (Coords.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de secundaria* (págs. 85 – 100). Pirámide.
- Rico Romero, L., Marín, A., Lupiáñez Gómez, J. y Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los Números Naturales. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, (58), 7-23. <https://revistasuma.fespm.es/sites/revistasuma.fespm.es/IMG/pdf/58/007-023.pdf>
- Ruiz Hidalgo, J. (2016). Sentido y modos de uso de un concepto. En L. Rico Romero y A. Moreno Verdejo (Coords.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de secundaria* (págs. 139 – 151). Pirámide.
- Ruiz Hidalgo, J. y Rico Romero, L. (2016). Oportunidades para el aprendizaje. En L. Rico Romero y A. Moreno Verdejo (Coords.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de secundaria* (págs. 209 – 224). Pirámide.
- SAEM Thales. (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. SAEM Thales.
- Segovia Alex, I. (2016). Evaluación en matemáticas. En L. Rico Romero y A. Moreno Verdejo (Coords.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de secundaria* (págs. 309 – 328). Pirámide.
- Sgreccia, N., Cirelli, M. y Vital, M.-B. (2019). Cualidades de profesores de matemática recordados como buenos profesores por futuros profesores en matemática. *Revista iberoamericana de educación superior*, 10(27). <https://doi.org/10.22201/iisue.20072872e.2019.27.346>
- Shell Centre for Mathematical Education. (1990). *El lenguaje de funciones y gráficas*. Universidad del País Vasco.
- Suárez Ávila, N., Galindo Mendoza, S. y Jiménez Espinosa, A. (2010). La comunicación: eje en la clase de Matemáticas. *Praxis & Saber*, 1(2), 173-202. <https://doi.org/10.19053/22160159.1104>
- Tizón Escamilla, N. (2021). *Planificación didáctica para la asignatura Matemáticas I del Primer Curso de Bachillerato en la Modalidad de Ciencias*. (Trabajo para el módulo Procesos y Contextos Educativos del Máster en Profesorado de Enseñanza Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas no publicado). Universidad de Granada, Granada.
- Youschkevitch, A. (1976). The Concept of Function up to the Middle of the 19th Century. En *Fragments d'histoire des mathématiques*. *Archive for History of Exact Sciences*, 16(1), 37-85. <https://www.jstor.org/stable/41133460>
- Zabalza, M. (1997). *Diseño y desarrollo curricular*. Narcea.

Anexos

A. Desarrollo de las Unidades Didácticas

En este Anexo se detallarán los diferentes elementos de cada una de las UD's enmarcadas dentro de la presente PD.

UD1. Números racionales y decimales

UNIDAD DIDÁCTICA 1. NÚMEROS RACIONALES Y DECIMALES		
Descripción		
En esta UD se estudiarán las propiedades y las diferentes formas de representación de los números racionales y los decimales, se trabajará la conversión de unos a otros haciendo uso de la función generatriz y se operarán con ellos para resolver problemas de la vida cotidiana. Además, también se estudiarán los conceptos de errores absoluto y relativo y de cifra significativa, aprendiendo cómo calcularlos y usarlos para expresar de forma adecuada el resultado de un problema.		
Objetivos didácticos		
<ul style="list-style-type: none"> • Conocer las propiedades de los números racionales y los decimales para establecer relaciones entre ellos. • Relacionar los distintos sistemas de representación de los números racionales y los decimales para mejorar su comprensión y modos de uso. • Operar con números racionales y decimales para resolver problemas de la vida cotidiana. • Distinguir números decimales finitos e infinitos periódicos. • Convertir números racionales en decimales y viceversa, haciendo uso en este segundo caso de la fracción generatriz. • Calcular el error absoluto y relativo cometido al realizar una aproximación de números decimales. • Identificar las cifras significativas de un número para expresar con la precisión adecuada la solución de un problema. • Interpretar la coherencia de un resultado en el contexto de un problema atendiendo al error cometido en su aproximación. 		
Contenidos expresados como resultados de aprendizaje		
Saber	Saber hacer	Saber ser
Conocimiento de las propiedades y formas de representación de números racionales y decimales.	Realización de operaciones con números racionales y decimales.	Apreciación de la coherencia en la solución de un problema en función del error en la aproximación.
Identificación de números decimales finitos e infinitos periódicos.		
Conocimiento del concepto de fracción generatriz y sus propiedades.	Conversión de números racionales en decimales y viceversa.	
Conocimiento de los conceptos de error absoluto y relativo.	Cálculo de errores absoluto y relativo en la aproximación de números decimales.	
Conocimiento del concepto de cifra significativa.	Expresión de la solución de un problema con la precisión adecuada.	

Criterios de evaluación		Estándares de aprendizaje evaluables			
1. Utilizar las propiedades de los números racionales para operarlos, utilizando la forma de cálculo y notación adecuada, para resolver problemas de la vida cotidiana, y presentando los resultados con la precisión requerida.		1.1. Reconoce los distintos tipos de números (naturales, enteros, racionales), indica el criterio utilizado para su distinción y los utiliza para representar e interpretar adecuadamente información cuantitativa.			
		1.2. Distingue, al hallar el decimal equivalente a una fracción, entre decimales finitos y decimales infinitos periódicos, indicando en este caso, el grupo de decimales que se repiten o forman período.			
		1.3. Halla la fracción generatriz correspondiente a un decimal exacto o periódico.			
		1.6. Distingue y emplea técnicas adecuadas para realizar aproximaciones por defecto y por exceso de un número en problemas contextualizados, justificando sus procedimientos.			
		1.7. Aplica adecuadamente técnicas de truncamiento y redondeo en problemas contextualizados, reconociendo los errores de aproximación en cada caso para determinar el procedimiento más adecuado.			
		1.8. Expresa el resultado de un problema, utilizando la unidad de medida adecuada, en forma de número decimal, redondeándolo si es necesario con el margen de error o precisión requeridos, de acuerdo con la naturaleza de los datos.			
		1.10. Emplea números racionales para resolver problemas de la vida cotidiana y analiza la coherencia de la solución.			
Logros de aprendizaje					
EAA	4	3	2	1	
1.1	Reconoce a la perfección los distintos tipos de números, indica correctamente el criterio utilizado para su distinción y los utiliza para representar e interpretar adecuadamente información cuantitativa.	Reconoce los distintos tipos de números, indica el criterio utilizado para su distinción pero tiene dificultades al utilizarlos para representar e interpretar adecuadamente información cuantitativa.	Reconoce los distintos tipos de números, indica parcialmente el criterio utilizado para su distinción pero no los utiliza para representar e interpretar información cuantitativa.	Difícilmente reconoce distintos tipos de números y no indica el criterio utilizado para su distinción ni los utiliza para representar e interpretar información cuantitativa.	
1.2	Distingue de forma correcta, al hallar el decimal equivalente a una fracción, entre decimales finitos y decimales infinitos periódicos, indicando adecuadamente en este caso, el grupo de decimales que se repiten o forman período.	Distingue, al hallar el decimal equivalente a una fracción, entre decimales finitos y decimales infinitos periódicos, pero rara vez indica el grupo de decimales que se repiten o forman período.	En ocasiones, distingue, al hallar el decimal equivalente a una fracción, entre decimales finitos y decimales infinitos periódicos, pero no indica el grupo de decimales que se repiten o forman período.	Rara vez distingue, al hallar el decimal equivalente a una fracción, entre decimales finitos y decimales infinitos periódicos, y no indica el grupo de decimales que se repiten o forman período.	
1.3	Halla a la perfección la fracción generatriz correspondiente a un decimal exacto o periódico.	Halla la fracción generatriz correspondiente a un decimal exacto pero tiene dificultades para hacerlo en el caso de decimal periódico.	Halla con dificultad la fracción generatriz correspondiente a un decimal exacto y no lo hace en el caso de decimal periódico.	Rara vez halla la fracción generatriz correspondiente a un decimal exacto y no lo hace en el caso de decimal periódico.	
1.6	Distingue y emplea de forma correcta técnicas adecuadas para realizar aproximaciones por defecto y por exceso de un número en problemas contextualizados, justificando apropiadamente sus procedimientos.	Distingue y emplea técnicas adecuadas para realizar aproximaciones por defecto y por exceso de un número en problemas contextualizados, pero rara vez justifica sus procedimientos.	Distingue pero tiene dificultades para emplear técnicas adecuadas para realizar aproximaciones por defecto y por exceso de un número en problemas contextualizados, y no justifica sus procedimientos.	Distingue pero no emplea técnicas adecuadas para realizar aproximaciones por defecto y por exceso de un número en problemas contextualizados, y no justifica sus procedimientos.	

1.7	Aplica adecuadamente técnicas de truncamiento y redondeo en problemas contextualizados, reconociendo a la perfección los errores de aproximación en cada caso para determinar el procedimiento más adecuado.	Aplica adecuadamente técnicas de truncamiento y redondeo en problemas contextualizados, pero le cuesta reconocer los errores de aproximación en cada caso.	Aplica en ocasiones técnicas de truncamiento y redondeo en problemas contextualizados, pero no reconoce los errores de aproximación en cada caso.	Difícilmente aplica técnicas de truncamiento y redondeo en problemas contextualizados y no reconoce los errores de aproximación en cada caso.
1.8	Expresa correctamente el resultado de un problema, utilizando la unidad de medida adecuada, en forma de número decimal, redondeándolo si es necesario con el margen de error o precisión requeridos, de acuerdo con la naturaleza de los datos.	Expresa el resultado de un problema, utilizando la unidad de medida adecuada, en forma de número decimal, redondeándolo si es necesario pero no con el margen de error o precisión requeridos, de acuerdo con la naturaleza de los datos.	Expresa el resultado de un problema, utilizando la unidad de medida adecuada, en forma de número decimal, pero no lo redondea en caso de que sea necesario ni lo escribe con el margen de error o precisión requeridos, de acuerdo con la naturaleza de los datos.	Presenta dificultades para expresar el resultado de un problema utilizando la medida adecuada y en forma de número decimal, no lo redondea en caso de que sea necesario y no lo escribe con el margen de error o precisión requeridos, de acuerdo con la naturaleza de los datos.
1.10	Emplea a la perfección números racionales para resolver problemas de la vida cotidiana y analiza correctamente la coherencia de la solución.	Emplea números racionales para resolver problemas de la vida cotidiana pero tiene dificultades para analizar la coherencia de la solución.	Emplea en ocasiones números racionales para resolver problemas de la vida cotidiana pero no analiza la coherencia de la solución.	Difícilmente emplea números racionales para resolver problemas de la vida cotidiana y no analiza la coherencia de la solución.

Metodología

Estrategias

- Lección magistral participativa. Se expondrán los diferentes contenidos de la materia, fomentando la participación del alumnado mediante la realización de preguntas y propuestas de discusión.
- Tareas contextualizadas. Se propondrán actividades relacionadas con los números racionales y los decimales contextualizadas a situaciones y problemas de la vida cotidiana como, por ejemplo, medidas de longitudes, masas y otras magnitudes continuas.
- Aprendizaje cooperativo. Se llevarán a cabo actividades en grupo donde se tendrá que trabajar de forma cooperativa para llevarlas a cabo con éxito y dinámicas como la tutorización entre iguales para fomentar la comunicación y motivación del alumnado.
- Exposición oral de tareas. Se realizarán exposiciones en pizarra de la resolución de las diferentes tareas propuestas.

Actividades

Actividades de iniciación. Se presentarán algunas situaciones de la vida cotidiana que requieran del uso de números racionales y de decimales. Se propondrá al alumnado que plantee soluciones a los mismos, describiendo los procedimientos que conocen para ello, y que describan otras situaciones donde aparezcan números racionales y decimales.

Actividades de desarrollo. Se propondrán problemas contextualizados a situaciones cotidianas relacionados con los contenidos del tema, a realizar tanto de forma individual como en grupo.

Actividades de consolidación. Se realizarán problemas en el aula que el alumnado deberá entregar para su corrección y exponer oralmente en pizarra.

Actividades de refuerzo. Se proporcionarán nuevas relaciones de problemas con dificultad creciente que favorezcan el logro progresivo de los objetivos propuestos y/o se propondrán modificaciones de las tareas propuestas secuenciando detalladamente las actividades que han de realizarse para poder resolverlas con éxito.

Actividades de ampliación. Se propondrán variaciones de las tareas propuestas que fomenten la adquisición de nuevos conocimientos y competencias del alumnado con alta capacidad y/o demanda. Además, también se realizarán actividades donde se implementen dinámicas de tutorías entre iguales, en las que el alumnado que haya terminado con su tarea pueda ayudar a sus compañeros, favoreciendo, entre otros, el desarrollo de sus capacidades comunicativas.

Espacios y recursos

Las actividades se realizarán en el aula de clase, haciendo uso del libro de texto y la pizarra tradicional así como del proyector y ordenador en los momentos que estos sean necesario. También se emplearán muros de fracciones para ilustrar la equivalencia de fracciones y facilitar la comprensión de las operaciones con ellas.

Evaluación		
Tipos		
<ul style="list-style-type: none"> ● Evaluación inicial. Se llevarán a cabo actividades de iniciación al comienzo de la UD para valorar el conocimiento previo del alumnado. ● Evaluación procesual. Se valorarán el nivel de corrección de las tareas entregadas así como sus exposiciones en pizarra. Además, se observará la participación en el aula del alumnado y se realizará la revisión del cuaderno de clase. ● Evaluación final. Se realizará una prueba escrita al final de la UD para evaluar los conocimientos y destrezas adquiridos. 		
Ponderación		
Contenidos conceptuales (30%)	Contenidos procedimentales (50%)	Contenidos actitudinales (20%)
<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita: 20 % ● Entrega de tareas y/o exposición oral: 10 % 	<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita: 30 % ● Entrega de tareas y/o exposición oral: 20 % 	<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita y entrega de tareas (organización, interpretación y valoración de los resultados): 10 % ● Observación de la participación, atención y trabajo cooperativo: 10 %

UD2. Potencias y raíces

UNIDAD DIDÁCTICA 2. POTENCIAS Y RAÍCES		
Descripción		
En esta UD se trabajará el cálculo con potencias y raíces de números enteros y racionales y su aplicación a problemas de la vida cotidiana. En particular, se prestará especial atención al manejo de la notación científica en situaciones relacionadas con la medida.		
Objetivos didácticos		
<ul style="list-style-type: none"> • Operar con potencias de números enteros y racionales haciendo uso de sus propiedades. • Identificar expresiones escritas en notación científica. • Expresar números grandes y pequeños en notación científica. • Operar con números expresados en notación científica para resolver con mayor facilidad problemas relacionados con la medida de magnitudes continuas. • Valorar la utilidad de la notación científica en diversos contextos. • Operar con raíces de números enteros y racionales haciendo uso de sus propiedades. • Factorizar expresiones con raíces con el fin de simplificar la forma final en la que se presenta un resultado. • Calcular el valor de expresiones con potencias y raíces haciendo uso del conocimiento de la jerarquía de operaciones. 		
Contenidos expresados como resultados de aprendizaje		
Saber	Saber hacer	Saber ser
Conocimiento de las propiedades de las potencias de números enteros y racionales.	Realización de operaciones con potencias de números enteros y racionales.	Valoración de la utilidad de la notación científica en diversos contextos.
Conocimiento de la relación entre las potencias de base 10 y la notación científica.	Uso de la notación científica para expresar números grandes y pequeños.	
	Operar con números expresados en notación científica.	
Conocimiento de las propiedades de las raíces de números enteros y racionales.	Realizar operaciones con raíces de números enteros y racionales.	
	Cálculo de la expresión decimal de raíces de números enteros y racionales.	
	Factorización de expresiones con raíces.	
Conocimiento de la jerarquía de operaciones de potencias y raíces.	Cálculo del valor de expresiones con potencias y raíces utilizando la jerarquía de operaciones.	
Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables	
1. Utilizar las propiedades de los números racionales para operarlos, utilizando la forma de cálculo y notación adecuada, para resolver problemas de la vida cotidiana, y presentando los resultados con la precisión requerida.	1.4. Expresa números muy grandes y muy pequeños en notación científica, y opera con ellos, con y sin calculadora, y los utiliza en problemas contextualizados.	
	1.5. Factoriza expresiones numéricas sencillas que contengan raíces, opera con ellas simplificando los resultados.	
	1.9. Calcula el valor de expresiones numéricas de números enteros, decimales y fraccionarios mediante las operaciones elementales y las potencias de exponente entero aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones.	

Logros de aprendizaje				
EAA	4	3	2	1
1.4	Expresa adecuadamente números muy grandes y muy pequeños en notación científica, y opera con ellos, con y sin calculadora, y los utiliza de forma correcta en problemas contextualizados.	Expresa números muy grandes y muy pequeños en notación científica, y opera con ellos, con y sin calculadora, pero no los utiliza en problemas contextualizados.	Expresa números muy grandes y muy pequeños en notación científica, pero no opera con ellos ni los utiliza de forma correcta en problemas contextualizados.	Tiene dificultades para expresar números muy grandes y muy pequeños en notación científica y no opera con ellos ni los utiliza de forma correcta en problemas contextualizados.
1.5	Factoriza a la perfección expresiones numéricas sencillas que contengan raíces, opera correctamente con ellas simplificando los resultados.	Factoriza expresiones numéricas sencillas que contengan raíces, opera con ellas pero no simplifica los resultados.	Factoriza expresiones numéricas sencillas que contengan raíces, pero no opera con ellas y no simplifica los resultados.	Rara vez factoriza expresiones numéricas sencillas que contengan raíces, no opera con ellas y no simplifica los resultados.
1.9	Calcula adecuadamente el valor de expresiones numéricas de números enteros, decimales y fraccionarios mediante las operaciones elementales y las potencias de exponente entero aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones.	Calcula el valor de expresiones numéricas de números enteros, decimales y fraccionarios mediante las operaciones elementales pero le cuesta hacerlo mediante las potencias de exponente entero aplicando la jerarquía de las operaciones.	Calcula con dificultad el valor de expresiones numéricas de números enteros, decimales y fraccionarios mediante las operaciones elementales y no lo hace mediante las potencias de exponente entero ni aplica correctamente la jerarquía de las operaciones.	En escasas ocasiones calcula el valor de expresiones numéricas de números enteros, decimales y fraccionarios mediante las operaciones elementales o las potencias de exponente entero y no aplica correctamente la jerarquía de las operaciones.
Metodología				
Estrategias				
<ul style="list-style-type: none"> ● Lección magistral participativa. Se expondrán los diferentes contenidos de la materia, fomentando la participación del alumnado mediante la realización de preguntas y propuestas de discusión. ● Tareas contextualizadas. Se propondrán actividades relacionadas con potencias y raíces, con especial énfasis en el uso de la notación científica, contextualizadas a situaciones de medida de longitudes, masas y otras magnitudes continuas. ● Aprendizaje cooperativo. Se llevarán a cabo actividades en grupo donde se tendrá que trabajar de forma cooperativa para llevarlas a cabo con éxito y dinámicas como la tutorización entre iguales para fomentar la comunicación y motivación del alumnado. 				
Actividades				
Actividades de iniciación. Se presentará al alumnado un problema relacionado con la medida de volúmenes contextualizado a una situación de la vida cotidiana y se planteará una discusión en la que se propongan ideas sobre su resolución. A lo largo de la misma se fomentará el cuestionamiento sobre los conocimientos previos que se poseen del uso de potencias y raíces y su utilidad en el entorno que nos rodea.				
Actividades de desarrollo. Se propondrán diversas tareas para operar con potencias y raíces y problemas contextualizados a situaciones cotidianas donde la expresión en notación científica juegue un papel fundamental, a realizar tanto de forma individual como en grupo.				
Actividades de consolidación. Se realizarán problemas en el aula que el alumnado deberá entregar para su corrección.				
Actividades de refuerzo. Se proporcionarán nuevas relaciones de problemas con dificultad creciente que favorezcan el logro progresivo de los objetivos propuestos y/o se propondrán modificaciones de las tareas propuestas secuenciando detalladamente las actividades que han de realizarse para poder resolverlas con éxito.				
Actividades de ampliación. Se propondrán variaciones de las tareas propuestas que fomenten la adquisición de nuevos conocimientos y competencias del alumnado con alta capacidad y/o demanda. Además, también se realizarán actividades donde se implementen dinámicas de tutorías entre iguales, en las que el alumnado que haya terminado con su tarea pueda ayudar a sus compañeros, favoreciendo, entre otros, el desarrollo de sus capacidades comunicativas.				

Espacios y recursos		
Las actividades se realizarán en el aula de clase, haciendo uso del libro de texto y la pizarra tradicional así como del proyector y ordenador en los momentos que estos sean necesario.		
Evaluación		
Tipos		
<ul style="list-style-type: none"> ● Evaluación inicial. Se llevará a cabo una actividad de iniciación al comienzo de la UD para valorar el conocimiento previo del alumnado. ● Evaluación procesual. Se valorarán el nivel de corrección de las tareas entregadas. Además, se observará la participación en el aula del alumnado y se realizará la revisión del cuaderno de clase. ● Evaluación final. Se realizará una prueba escrita al final de la UD para evaluar los conocimientos y destrezas adquiridos. 		
Ponderación		
Contenidos conceptuales (20 %)	Contenidos procedimentales (60 %)	Contenidos actitudinales (20 %)
<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita: 10 % ● Entrega de tareas: 10 % 	<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita: 40 % ● Entrega de tareas: 20 % 	<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita y entrega de tareas (organización, interpretación y valoración de los resultados): 10 % ● Observación de la participación, atención y trabajo cooperativo: 10 %

UD3. Sucesiones y progresiones

UNIDAD DIDÁCTICA 3. SUCESIONES Y PROGRESIONES		
Descripción		
<p>En esta UD se estudiarán los conceptos de sucesión y progresiones aritmética y geométrica, caracterizando sus propiedades y principales elementos. En relación a las sucesiones, se trabajará el cálculo de sus términos a partir de una ley general de formación y la inferencia de dicha ley a partir de unos términos dados. Con respecto a las progresiones, se obtendrá el término general de la misma y se calculará la suma de número dado de elementos.</p>		
Objetivos didácticos		
<ul style="list-style-type: none"> • Conocer las propiedades de las sucesiones para poder identificarlas en situaciones de la vida cotidiana. • Valorar la utilidad de las sucesiones para la comprensión de diversos fenómenos naturales. • Calcular los términos de una sucesión a partir de la ley general de formación. • Inferir la ley general de formación de una sucesión del conocimiento de algunos de los términos que la forman. • Distinguir entre progresiones aritméticas y geométricas a partir del conocimiento de sus propiedades. • Obtener los términos de una progresión aritmética o geométrica a partir de su término general. • Calcular la suma de los n primeros términos de una progresiones aritméticas y geométricas para resolver problemas en diversos contextos. 		
Contenidos expresados como resultados de aprendizaje		
Saber	Saber hacer	Saber ser
Conocimiento del concepto de sucesión y sus elementos.	<p>Cálculo de los términos de una sucesión a partir de la ley general de formación.</p> <p>Obtención de la ley de formación para el término general de una sucesión.</p>	Valoración de la presencia y/o uso de sucesiones en la vida cotidiana.
Identificación de progresiones aritméticas y geométricas	Obtención del término general de progresiones aritméticas y geométricas.	
	Cálculo de la suma de los n primeros términos de progresiones aritméticas y geométricas.	
Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables	
2. Obtener y manipular expresiones simbólicas que describan sucesiones numéricas, observando regularidades en casos sencillos que incluyan patrones recursivos.	2.1. Calcula términos de una sucesión numérica recurrente usando la ley de formación a partir de términos anteriores.	
	2.2. Obtiene una ley de formación o fórmula para el término general de una sucesión sencilla de números enteros o fraccionarios.	
	2.3. Identifica progresiones aritméticas y geométricas, expresa su término general, calcula la suma de los “ n ” primeros términos, y las emplea para resolver problemas.	
	2.4. Valora e identifica la presencia recurrente de las sucesiones en la naturaleza y resuelve problemas asociados a las mismas.	

Logros de aprendizaje				
EAA	4	3	2	1
2.1	Calcula a la perfección términos de una sucesión numérica recurrente usando la ley de formación a partir de términos anteriores.	Calcula en ocasiones pero de forma adecuada términos de una sucesión numérica recurrente usando la ley de formación a partir de términos anteriores.	Calcula con dificultad términos de una sucesión numérica recurrente usando la ley de formación a partir de términos anteriores.	Rara vez calcula términos de una sucesión numérica recurrente usando la ley de formación a partir de términos anteriores.
2.2	Obtiene correctamente una ley de formación o fórmula para el término general de una sucesión sencilla de números enteros o fraccionarios.	Obtiene en ciertas ocasiones una ley de formación o fórmula para el término general de una sucesión sencilla de números enteros o fraccionarios.	Le cuesta obtener una ley de formación o fórmula para el término general de una sucesión sencilla de números enteros o fraccionarios.	Difícilmente obtiene una ley de formación o fórmula para el término general de una sucesión sencilla de números enteros o fraccionarios.
2.3	Identifica perfectamente progresiones aritméticas y geométricas, expresa de forma apropiada su término general, calcula la suma de los “n” primeros términos, y las emplea adecuadamente para resolver problemas.	Identifica progresiones aritméticas y geométricas, expresa su término general, calcula la suma de los “n” primeros términos pero no las emplea para resolver problemas.	Identifica progresiones aritméticas y geométricas, expresa en ocasiones su término general pero no calcula la suma de los “n” primeros términos ni las emplea para resolver problemas.	Identifica con dificultad progresiones aritméticas y geométricas pero no expresa su término general, no calcula la suma de los “n” primeros términos y no las emplea para resolver problemas.
2.4	Valora e identifica a la perfección la presencia recurrente de las sucesiones en la naturaleza y resuelve adecuadamente problemas asociados a las mismas.	Valora e identifica la presencia recurrente de las sucesiones en la naturaleza pero tiene dificultades para resolver problemas asociados a las mismas.	En ocasiones valora e identifica la presencia recurrente de las sucesiones en la naturaleza pero no resuelve problemas asociados a las mismas.	Rara vez valora e identifica la presencia recurrente de las sucesiones en la naturaleza y no resuelve problemas asociados a las mismas.
Metodología				
Estrategias				
<ul style="list-style-type: none"> ● Lección magistral participativa. Se expondrán los diferentes contenidos de la materia, fomentando la participación del alumnado mediante la realización de preguntas y propuestas de discusión. ● Tareas contextualizadas. Se propondrán actividades en las que se trabajen las sucesiones (tanto la generación de términos como obtención de la ley general) y las progresiones aritmética y geométrica en diferentes contextos, poniendo especial énfasis en el comportamiento de poblaciones o fenómenos naturales. ● Aprendizaje cooperativo. Se llevarán a cabo actividades en grupo donde se tendrá que trabajar de forma cooperativa para llevarlas a cabo con éxito y dinámicas como la tutorización entre iguales para fomentar la comunicación y motivación del alumnado. Además, también se propondrá la realización de un proyecto en grupo en el cual el alumnado tendrá que indagar sobre la emergencia de sucesiones y/o progresiones en la naturaleza. ● Exposición oral de trabajos. El alumnado deberá exponer oralmente los resultados que se deriven de un trabajo que llevarán a cabo sobre la aplicación de sucesiones o progresiones a alguna situación de la vida cotidiana y/o fenómeno natural. 				
Actividades				
Actividades de iniciación. Se presentará al alumnado diversas imágenes de elementos que pueden encontrarse en la naturaleza en los que aparezca la sucesión de Fibonacci, así como un problema sencillo de dinámica de poblaciones en el que se pongan en juego conocimientos de progresiones geométricas y se planteará una discusión que permita valorar los conocimientos previos que poseen sobre los contenidos matemáticos sobre los que versa la UD, y de aquellos que serán de utilidad durante el transcurso de la misma.				
Actividades de desarrollo. Se propondrán diversas tareas para operar con sucesiones y progresiones y problemas contextualizados a situaciones cotidianas y fenómenos naturales en los cuales sea necesario obtener términos generales de sucesiones y progresiones y calcular algunos de sus términos, a realizar tanto de forma individual como en grupo.				
Actividades de consolidación. Se realizarán problemas en el aula que el alumnado deberá entregar para su corrección.				

<p>Actividades de refuerzo. Se proporcionarán nuevas relaciones de problemas con dificultad creciente que favorezcan el logro progresivo de los objetivos propuestos y/o se propondrán modificaciones de las tareas propuestas secuenciando detalladamente las actividades que han de realizarse para poder resolverlas con éxito.</p>		
<p>Actividades de ampliación. Se propondrán variaciones de las tareas propuestas que fomenten la adquisición de nuevos conocimientos y competencias del alumnado con alta capacidad y/o demanda. Además, también se realizarán actividades donde se implementen dinámicas de tutorías entre iguales, en las que el alumnado que haya terminado con su tarea pueda ayudar a sus compañeros, favoreciendo, entre otros, el desarrollo de sus capacidades comunicativas.</p>		
<p>Espacios y recursos</p>		
<p>Las actividades se realizarán en el aula de clase, haciendo uso del libro de texto y la pizarra tradicional así como del proyector y ordenador en los momentos que estos sean necesario. Por otro lado, la realización del trabajo propuesto se realizará tanto en el aula de clase como en casa, utilizando el ordenador como uno de los recursos principales de búsqueda de información y trabajo.</p>		
<p>Evaluación</p>		
<p>Tipos</p>		
<ul style="list-style-type: none"> ● Evaluación inicial. Se llevará a cabo una actividad de iniciación al comienzo de la UD para valorar el conocimiento previo del alumnado. ● Evaluación procesual. Se valorarán el nivel de corrección de las tareas entregadas. Además, se observará la participación en el aula del alumnado y se realizará la revisión del cuaderno de clase. ● Evaluación final. Se realizará una prueba escrita al final de la UD para evaluar los conocimientos y destrezas adquiridos, así como la entrega y exposición oral de un trabajo relacionado con sucesiones y progresiones en la vida cotidiana o la naturaleza que se llevará a cabo de forma grupal. 		
<p>Ponderación</p>		
<p>Contenidos conceptuales (30%)</p>	<p>Contenidos procedimentales (50%)</p>	<p>Contenidos actitudinales (20%)</p>
<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita: 10 % ● Entrega del trabajo y exposición oral: 10 % ● Entrega de tareas: 10 % 	<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita: 30 % ● Entrega del trabajo y exposición oral: 10 % ● Entrega de tareas: 10 % 	<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita, entrega de tareas y trabajo y exposición oral (organización, interpretación, valoración y comunicación de los resultados): 10 % ● Observación de la participación, atención y trabajo cooperativo: 10 %

UD4. Expresiones algebraicas y polinomios

UNIDAD DIDÁCTICA 4. EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y POLINOMIOS				
Descripción				
En esta UD se estudiarán las propiedades de los polinomios y sus operaciones, poniendo especial énfasis en su aplicación para expresar propiedades y relaciones en situaciones de la vida cotidiana. Además, se trabajarán las operaciones con igualdades notables y su empleo para la factorización de polinomios.				
Objetivos didácticos				
<ul style="list-style-type: none"> • Expresar en lenguaje algebraico relaciones y propiedades dadas en forma de enunciados verbales. • Realizar operaciones con polinomios a partir del conocimiento de sus propiedades. • Identificar las diferentes igualdades notables. • Emplear las identidades notables para resolver problemas en distintos contextos. • Factorizar polinomios mediante el empleo de la regla de Ruffini, las identidades notables y la extracción de factor común. 				
Contenidos expresados como resultados de aprendizaje				
Saber		Saber hacer		Saber ser
		Obtención de expresiones algebraicas a partir de enunciados verbales.		Valoración de la utilidad del lenguaje algebraico en la vida cotidiana.
Conocimiento de las propiedades de los polinomios.		Cálculo de la suma y la resta de polinomios.		
		Cálculo del producto de polinomios.		
		Cálculo de la división de polinomios.		
Conocimiento y distinción de las diferentes identidades notables.		Uso de las identidades notables en diferentes contextos.		
		Factorización de polinomios.		
Criterios de evaluación		Estándares de aprendizaje evaluables		
3. Utilizar el lenguaje algebraico para expresar una propiedad o relación dada mediante un enunciado, extrayendo la información relevante y transformándola.		3.1. Realiza operaciones con polinomios y los utiliza en ejemplos de la vida cotidiana.		
		3.2. Conoce y utiliza las identidades notables correspondientes al cuadrado de un binomio y una suma por diferencia, y las aplica en un contexto adecuado.		
		3.3. Factoriza polinomios de grado 4 con raíces enteras mediante el uso combinado de la regla de Ruffini, identidades notables y extracción del factor común.		
Logros de aprendizaje				
EAA	4	3	2	1
3.1	Realiza de forma correcta operaciones con polinomios y los utiliza a la perfección en ejemplos de la vida cotidiana.	Realiza operaciones con polinomios pero tiene dificultades para utilizarlos en ejemplos de la vida cotidiana.	Realiza algunas operaciones con polinomios pero no los utiliza en ejemplos de la vida cotidiana.	Difícilmente realiza operaciones con polinomios y no los utiliza en ejemplos de la vida cotidiana.

3.2	Conoce y utiliza adecuadamente las identidades notables correspondientes al cuadrado de un binomio y una suma por diferencia, y las aplica sin dificultades en un contexto adecuado.	Conoce y utiliza las identidades notables correspondientes al cuadrado de un binomio y una suma por diferencia, pero difícilmente las aplica en un contexto adecuado.	Conoce pero utiliza solo en ocasiones las identidades notables correspondientes al cuadrado de un binomio y una suma por diferencia, y no las aplica en un contexto adecuado.	Conoce pero no utiliza las identidades notables correspondientes al cuadrado de un binomio y una suma por diferencia, y no las aplica en un contexto adecuado.
3.3	Factoriza a la perfección polinomios de grado 4 con raíces enteras mediante el uso combinado de la regla de Ruffini, identidades notables y extracción del factor común.	En ocasiones, factoriza polinomios de grado 4 con raíces enteras mediante el uso combinado de la regla de Ruffini, identidades notables y extracción del factor común.	Factoriza con dificultad polinomios de grado 4 con raíces enteras mediante el uso combinado de la regla de Ruffini, identidades notables y extracción del factor común.	Rara vez factoriza polinomios de grado 4 con raíces enteras mediante el uso combinado de la regla de Ruffini, identidades notables y extracción del factor común.

Metodología

Estrategias

- Lección magistral participativa. Se expondrán los diferentes contenidos de la materia, fomentando la participación del alumnado mediante la realización de preguntas y propuestas de discusión.
- Tareas contextualizadas. Se propondrán tareas en las que se trabaje la formulación en lenguaje algebraico de situaciones de la vida cotidiana, así como las aplicaciones de las operaciones con polinomios e identidades notables en diferentes contextos.
- Aprendizaje cooperativo. Se llevarán a cabo actividades en grupo donde se tendrá que trabajar de forma cooperativa para llevarlas a cabo con éxito y dinámicas como la tutorización entre iguales para fomentar la comunicación y motivación del alumnado.
- Exposición oral de tareas. El alumnado expondrá oralmente los procedimientos empleados para resolver las tareas que se le propongan y los resultados que de ellos se deriven.

Actividades

Actividades de iniciación. Se presentará al alumnado diversos enunciados contextualizados para que escriban las relaciones en ellos se exponen utilizando el lenguaje algebraico, motivando así su estudio y pretendiendo captar el interés de los estudiantes por la materia. Además, se propondrá al alumnado resolver un “laberinto de polinomios” en el que el alumnado, para decidir qué camino tomar, deberán realizar distintas operaciones con polinomios e identidades notables, lo que permite establecer los conocimientos previos que los estudiantes tienen del tema.

Actividades de desarrollo. Se propondrán diversas tareas en las que el alumnado tendrá que llevar a cabo operaciones con polinomios e identidades notables en diferentes contextos y aplicarlos para la resolución de problemas, así como actividades relacionadas con la factorización de polinomios. Estas actividades se llevarán a cabo tanto de forma individual como en grupo y se propondrá que el alumnado exponga, de forma periódica, la resolución de las mismas.

Actividades de consolidación. Se realizarán problemas en el aula que el alumnado deberá entregar para su corrección.

Actividades de refuerzo. Se proporcionarán nuevas relaciones de problemas con dificultad creciente que favorezcan el logro progresivo de los objetivos propuestos y/o se propondrán modificaciones de las tareas propuestas secuenciando detalladamente las actividades que han de realizarse para poder resolverlas con éxito.

Actividades de ampliación. Se plantearán variaciones de las tareas propuestas que fomenten la adquisición de nuevos conocimientos y competencias del alumnado con alta capacidad y/o demanda. Además, también se realizarán actividades donde se implementen dinámicas de tutorías entre iguales, en las que el alumnado que haya terminado con su tarea pueda ayudar a sus compañeros, favoreciendo, entre otros, el desarrollo de sus capacidades comunicativas.

Espacios y recursos

Las actividades se realizarán en el aula de clase, haciendo uso del libro de texto y la pizarra tradicional así como del proyector y ordenador cuando sea necesario.

Evaluación		
Tipos		
<ul style="list-style-type: none"> ● Evaluación inicial. Se llevará a cabo una actividad de iniciación al comienzo de la UD para valorar el conocimiento previo del alumnado. ● Evaluación procesual. Se valorarán el nivel de corrección de las tareas entregadas. Además, se observará la participación en el aula del alumnado y se realizará la revisión del cuaderno de clase. Por último, también se valorarán las exposiciones orales de la resolución de las tareas. ● Evaluación final. Se realizará una prueba escrita al final de la UD para evaluar los conocimientos y destrezas adquiridos. 		
Ponderación		
Contenidos conceptuales (20%)	Contenidos procedimentales (60%)	Contenidos actitudinales (20%)
<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita: 10 % ● Entrega de tareas y exposición oral: 10 % 	<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita: 40 % ● Entrega de tareas: 10 % ● Exposición oral: 10 % 	<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita, entrega de tareas y exposición oral (organización, interpretación, valoración y comunicación de los resultados): 10 % ● Observación de la participación, atención y trabajo cooperativo: 10 %

UD5. Ecuaciones y sistemas de ecuaciones

UNIDAD DIDÁCTICA 5. ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES		
Descripción		
En esta UD se estudiarán las propiedades y métodos de resolución de ecuaciones de primer y segundo grado y sistemas de ecuaciones, y se hará uso de todas ellas para formular y resolver problemas de la vida cotidiana, interpretando y valorando de forma crítica los resultados obtenidos.		
Objetivos didácticos		
<ul style="list-style-type: none"> ● Conocer las propiedades de las ecuaciones de primer y segundo grado para poder caracterizarlas e identificarlas de forma adecuada. ● Resolver ecuaciones de primer y segundo grado mediante los métodos algebraico y gráfico. ● Resolver ecuaciones sencillas de grado superior a dos. ● Conocer las propiedades de los sistemas de ecuaciones para poder caracterizarlos e identificarlos de forma adecuada. ● Resolver sistemas de ecuaciones usando diferentes métodos. ● Formular de forma algebraica situaciones de la vida cotidiana mediante ecuaciones de primer y segundo grado y sistemas de ecuaciones. ● Emplear ecuaciones de primer y segundo grado y sistemas de ecuaciones para resolver problemas de la vida cotidiana. ● Interpretar las soluciones de las ecuaciones de primer y segundo grado y sistemas de ecuaciones en el contexto en el que se aplican. 		
Contenidos expresados como resultados de aprendizaje		
Saber	Saber hacer	Saber ser
Conocimiento de la expresión y propiedades de ecuaciones de primer y segundo grado.	Formulación algebraica de situaciones cotidianas mediante ecuaciones de primer y segundo grado.	
	Resolución de ecuaciones de primer y segundo grado mediante los métodos algebraico y gráfico.	Valoración crítica del grado de adecuación de diferentes estrategias para resolver problemas con ecuaciones de primer y segundo grado.
Conocimiento de la expresión de ecuaciones de grado superior a dos.	Resolución de ecuaciones sencillas de grado superior a dos.	
Conocimiento de la expresión y las propiedades de los sistemas de ecuaciones.	Formulación algebraica de situaciones cotidianas mediante sistemas de ecuaciones.	
	Resolución de sistemas de ecuaciones por diferentes métodos.	Valoración crítica del grado de adecuación de diferentes estrategias para resolver problemas con sistemas de ecuaciones.
	Resolución de problemas de la vida cotidiana usando ecuaciones de primer y segundo grado y sistemas de ecuaciones.	Apreciación de la importancia de las ecuaciones en la vida cotidiana.
		Valoración crítica de la coherencia de los resultados de ecuaciones en contextos cotidianos.

Criterios de evaluación		Estándares de aprendizaje evaluables			
4. Resolver problemas de la vida cotidiana en los que se precise el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer y segundo grado, ecuaciones sencillas de grado mayor que dos y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, aplicando técnicas de manipulación algebraicas, gráficas o recursos tecnológicos, valorando y contrastando los resultados obtenidos.		4.1. Formula algebraicamente una situación de la vida cotidiana mediante ecuaciones y sistemas de ecuaciones, las resuelve e interpreta críticamente el resultado obtenido.			
Logros de aprendizaje					
EAA	4	3	2	1	
4.1	Formula algebraicamente de forma adecuada una situación de la vida cotidiana mediante ecuaciones y sistemas de ecuaciones, las resuelve e interpreta críticamente y a la perfección el resultado obtenido.	Formula algebraicamente una situación de la vida cotidiana mediante ecuaciones y sistemas de ecuaciones, las resuelve pero tiene dificultades para interpretar críticamente el resultado obtenido.	En ocasiones formula algebraicamente una situación de la vida cotidiana mediante ecuaciones y sistemas de ecuaciones, las resuelve pero con dificultad y no interpreta críticamente el resultado obtenido.	Difícilmente formula de forma algebraica una situación de la vida cotidiana mediante ecuaciones y sistemas de ecuaciones, y no las resuelve ni interpreta críticamente el resultado obtenido.	
Metodología					
Estrategias					
<ul style="list-style-type: none"> ● Lección magistral participativa. Se expondrán los diferentes contenidos de la materia, fomentando la participación del alumnado mediante la realización de preguntas y propuestas de discusión. ● Tareas contextualizadas. Se propondrán tareas en las que se planteen problemas de la vida cotidiana cuya respuesta se encuentre en la formulación y resolución de ecuaciones de primer y segundo grado y sistemas de ecuaciones, interpretando adecuadamente los resultados obtenidos. ● Aprendizaje cooperativo. Se llevarán a cabo actividades en grupo donde se tendrá que trabajar de forma cooperativa para llevarlas a cabo con éxito y dinámicas como la tutorización entre iguales para fomentar la comunicación y motivación del alumnado. ● Exposición oral de tareas. El alumnado expondrá oralmente los procedimientos empleados para resolver las tareas que se le propongan así como su interpretación de los resultados que de ellos se deriven. 					
Actividades					
Actividades de iniciación. Se presentarán diferentes situaciones de la vida cotidiana en cuya resolución resulte de especial utilidad el empleo de ecuaciones con el fin de incentivar el interés del alumnado por el tema a desarrollar. Se propondrá, además, que procedan a hallar las soluciones y las interpreten en el contexto establecido, pudiendo evaluar el nivel de conocimientos previos del que parten los estudiantes.					
Actividades de desarrollo. Se propondrán diversas tareas en las que el alumnado tendrá que resolver problemas contextualizados a situaciones muy variadas para las cuales sea necesario poner en juego sus conocimientos y destrezas sobre la resolución de ecuaciones de primer y segundo grado y sistemas de ecuaciones. Estas actividades se llevarán a cabo tanto de forma individual como en grupo y se propondrá que el alumnado exponga, de forma periódica, la resolución de las mismas.					
Actividades de consolidación. Se realizarán problemas en el aula que el alumnado deberá entregar para su corrección.					
Actividades de refuerzo. Se proporcionarán nuevas relaciones de problemas con dificultad creciente que favorezcan el logro progresivo de los objetivos propuestos y/o se propondrán modificaciones de las tareas propuestas secuenciando detalladamente las actividades que han de realizarse para poder resolverlas con éxito.					
Actividades de ampliación. Se plantearán modificaciones de las tareas propuestas que fomenten la adquisición de nuevos conocimientos y competencias del alumnado con alta capacidad y/o demanda. Además, también se realizarán actividades donde se implementen dinámicas de tutorías entre iguales, en las que el alumnado que haya terminado con su tarea pueda ayudar a sus compañeros, favoreciendo, entre otros, el desarrollo de sus capacidades comunicativas.					

Espacios y recursos		
Las actividades se realizarán en el aula de clase, haciendo uso del libro de texto y la pizarra tradicional así como del proyector y ordenador en los momentos que estos sean necesario.		
Evaluación		
Tipos		
<ul style="list-style-type: none"> ● Evaluación inicial. Se llevará a cabo una actividad de iniciación al comienzo de la UD para valorar el conocimiento previo del alumnado. ● Evaluación procesual. Se valorarán el nivel de corrección de las tareas entregadas. Además, se observará la participación en el aula del alumnado y se realizará la revisión del cuaderno de clase. Por último, también se realizará una valoración de las exposiciones orales de la resolución de las tareas. ● Evaluación final. Se realizará una prueba escrita al final de la UD para evaluar los conocimientos y destrezas adquiridos. 		
Ponderación		
Contenidos conceptuales (20 %)	Contenidos procedimentales (60 %)	Contenidos actitudinales (20 %)
<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita: 10 % ● Entrega de tareas y exposición oral: 10 % 	<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita: 40 % ● Entrega de tareas: 10 % ● Exposición oral: 10 % 	<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita, entrega de tareas y exposición oral (organización, interpretación, valoración y comunicación de los resultados): 10 % ● Observación de la participación, atención y trabajo cooperativo: 10 %

UD6. Geometría en el plano

UNIDAD DIDÁCTICA 6. GEOMETRÍA EN EL PLANO		
Descripción		
<p>En esta UD se estudiarán propiedades y relaciones de diversas figuras geométricas en el plano, como rectas, segmentos o diferentes tipos de polígonos. Además, se realizarán medidas de longitudes, áreas y volúmenes, aplicadas a situaciones de la vida cotidiana o el arte, haciendo uso para ello de las fórmulas adecuadas y/o del teorema de Tales. Finalmente, se trabajará el cálculo de las dimensiones reales de diferentes elementos haciendo uso para ello de escalas.</p>		
Objetivos didácticos		
<ul style="list-style-type: none"> • Utilizar las propiedades de la mediatriz de un segmento y la bisectriz de un ángulo para resolver problemas geométricos sencillos. • Identificar las relaciones entre ángulos de rectas secantes y de rectas paralelas cortadas por una secante para resolver problemas geométricos sencillos. • Calcular perímetros y áreas de polígonos y figuras circulares planas en diversos contextos mediante el uso de fórmulas y técnicas adecuadas. • Dividir un segmento en partes proporcionales a otro dado. • Identificar triángulos semejantes en situaciones de la vida real. • Conocer el teorema de Tales y su utilidad para resolver problemas geométricos. • Emplear el teorema de Tales para realizar medidas de longitudes en diferentes contextos. • Calcular medidas reales de longitud y superficie haciendo uso de escalas en situaciones de la vida cotidiana. 		
Contenidos expresados como resultados de aprendizaje		
Saber	Saber hacer	Saber ser
Conocimiento de las propiedades de la mediatriz de un segmento y la bisectriz de un ángulo.	Resolución de problemas geométricos sencillos haciendo uso de las propiedades de la mediatriz de un segmento y la bisectriz de un ángulo, así como de las relaciones entre ángulos formados por rectas secantes.	Valoración de la coherencia de los resultados derivados del uso de escalas en la vida cotidiana.
Conocimiento de las relaciones entre ángulos formados por rectas secantes.		
	Cálculo de perímetro y áreas de polígonos y figuras circulares.	
Conocimiento del Teorema de Tales.	Realización de la división de un segmento en partes proporcionales a otros dados.	
	Identificación de triángulos semejantes.	
	Uso del Teorema de Tales para obtener medidas de longitudes en distintos contextos de la vida cotidiana.	
	Cálculo de medidas reales de longitud y superficie en situaciones de semejanza haciendo uso de escalas.	
Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables	
1. Reconocer y describir los elementos y propiedades características de las figuras planas, los cuerpos geométricos elementales y sus configuraciones geométricas.	1.1. Conoce las propiedades de los puntos de la mediatriz de un segmento y de la bisectriz de un ángulo, utilizándolas para resolver problemas geométricos sencillos.	
	1.2. Maneja las relaciones entre ángulos definidos por rectas que se cortan o por paralelas cortadas por una secante y resuelve problemas geométricos sencillos.	

2. Utilizar el teorema de Tales y las fórmulas usuales para realizar medidas indirectas de elementos inaccesibles y para obtener las medidas de longitudes, áreas y volúmenes de los cuerpos elementales, de ejemplos tomados de la vida real, representaciones artísticas como pintura o arquitectura, o de la resolución de problemas geométricos.	2.1. Calcula el perímetro y el área de polígonos y de figuras circulares en problemas contextualizados aplicando fórmulas y técnicas adecuadas.
	2.2. Divide un segmento en partes proporcionales a otros datos y establece relaciones de proporcionalidad entre los elementos homólogos de dos polígonos semejantes.
	2.3. Reconoce triángulos semejantes y, en situaciones de semejanza, utiliza el teorema de Tales para el cálculo indirecto de longitudes en contextos diversos.
3. Calcular (ampliación o reducción) las dimensiones reales de figuras dadas en mapas o planos, conociendo la escala.	3.1. Calcula dimensiones reales de medidas de longitudes y de superficies en situaciones de semejanza: planos, mapas, fotos aéreas, etc.

Logros de aprendizaje

EAA	4	3	2	1
1.1	Conoce a la perfección las propiedades de los puntos de la mediatriz de un segmento y de la bisectriz de un ángulo, utilizándolas de forma correcta para resolver problemas geométricos sencillos.	Conoce las propiedades de los puntos de la mediatriz de un segmento y de la bisectriz de un ángulo, utilizándolas en algunas ocasiones para resolver problemas geométricos sencillos.	Conoce las propiedades de los puntos de la mediatriz de un segmento y de la bisectriz de un ángulo, pero rara vez las utiliza para resolver problemas geométricos sencillos.	Conoce solo algunas de las propiedades de los puntos de la mediatriz de un segmento y de la bisectriz de un ángulo, y no las utiliza para resolver problemas geométricos sencillos.
1.2	Maneja adecuadamente las relaciones entre ángulos definidos por rectas que se cortan o por paralelas cortadas por una secante y resuelve correctamente problemas geométricos sencillos.	Maneja las relaciones entre ángulos definidos por rectas que se cortan o por paralelas cortadas por una secante, pero no siempre resuelve problemas geométricos sencillos.	Maneja las relaciones entre ángulos definidos por rectas que se cortan o por paralelas cortadas por una secante, pero en raras ocasiones resuelve problemas geométricos sencillos.	Maneja con dificultad las relaciones entre ángulos definidos por rectas que se cortan o por paralelas cortadas por una secante y no resuelve problemas geométricos sencillos.
2.1	Calcula a la perfección el perímetro y el área de polígonos y de figuras circulares en problemas contextualizados aplicando fórmulas y técnicas adecuadas.	En ocasiones, calcula el perímetro y el área de polígonos y de figuras circulares en problemas contextualizados aplicando fórmulas y técnicas adecuadas.	Tiene dificultades para calcular el perímetro y el área de polígonos y de figuras circulares en problemas contextualizados aplicando fórmulas y técnicas adecuadas.	Rara vez calcula el perímetro el área de polígonos y de figuras circulares en problemas contextualizados aplicando fórmulas y técnicas adecuadas.
2.2	Divide adecuadamente un segmento en partes proporcionales a otros datos y establece de forma correcta relaciones de proporcionalidad entre los elementos homólogos de dos polígonos semejantes.	Divide un segmento en partes proporcionales a otros datos pero tiene dificultades para establecer relaciones de proporcionalidad entre los elementos homólogos de dos polígonos semejantes.	Divide con dificultad un segmento en partes proporcionales a otros datos y no establece relaciones de proporcionalidad entre los elementos homólogos de dos polígonos semejantes.	En raras ocasiones, divide un segmento en partes proporcionales a otros datos y no establece relaciones de proporcionalidad entre los elementos homólogos de dos polígonos semejantes.
2.3	Reconoce triángulos semejantes y, en situaciones de semejanza, utiliza a la perfección el teorema de Tales para el cálculo indirecto de longitudes en contextos diversos.	Reconoce triángulos semejantes pero exhibe dificultades para utilizar, en situaciones de semejanza, el teorema de Tales para el cálculo indirecto de longitudes en contextos diversos.	En ocasiones, reconoce triángulos semejantes pero no utiliza, en situaciones de semejanza, el teorema de Tales para el cálculo indirecto de longitudes en contextos diversos.	Diffícilmente reconoce triángulos semejantes y no utiliza, en situaciones de semejanza, el teorema de Tales para el cálculo indirecto de longitudes en contextos diversos.
3.1	Calcula perfectamente dimensiones reales de medidas de longitudes y de superficies en situaciones de semejanza: planos, mapas, fotos aéreas, etc.	Calcula, aunque con dificultades, dimensiones reales de medidas de longitudes y de superficies en situaciones de semejanza: planos, mapas, fotos aéreas, etc.	Calcula solo parcialmente y con dificultades algunas dimensiones reales de medidas de longitudes y de superficies en situaciones de semejanza: planos, mapas, fotos aéreas, etc.	En raras ocasiones calcula dimensiones reales de medidas de longitudes y de superficies en situaciones de semejanza: planos, mapas, fotos aéreas, etc.

Metodología		
Estrategias		
<ul style="list-style-type: none"> ● Lección magistral participativa. Se expondrán los diferentes contenidos de la materia, fomentando la participación del alumnado mediante la realización de preguntas y propuestas de discusión. ● Tareas contextualizadas. Se propondrán tareas en las que se planteen problemas geométricos que surgen en la vida real cuya resolución requiera del conocimiento y uso de propiedades y relaciones entre figuras planas, semejanzas, teorema de Tales y/o escalas. ● Aprendizaje cooperativo. Se llevarán a cabo actividades en grupo donde se tendrá que trabajar de forma cooperativa para llevarlas a cabo con éxito y dinámicas como la tutorización entre iguales para fomentar la comunicación y motivación del alumnado. 		
Actividades		
Actividades de iniciación. Se expondrán diferentes situaciones de la vida real, desde construcciones arquitectónicas al uso de mapas y planos, en las que el uso de propiedades y relaciones geométricas de figuras planas jueguen un papel fundamental. Además, se realizará una discusión en gran grupo en la que se expongan los diferentes conceptos y métodos conocidos por el alumnado que posibiliten la resolución de algunas de las situaciones planteadas, con el fin de valorar sus conocimientos previos sobre la materia.		
Actividades de desarrollo. Se propondrán diversas tareas en las que el alumnado tendrá que resolver problemas geométricos sencillos extraídos de situaciones del mundo real empleando para ello métodos asociados al uso de propiedades y relaciones de figuras planas, semejanza, teorema de Tales y escalas. Estas actividades se llevarán a cabo tanto de forma individual como en grupo y se propondrá que el alumnado exponga, de forma periódica, la resolución de las mismas.		
Actividades de consolidación. Se realizarán problemas en el aula que el alumnado deberá entregar para su corrección.		
Actividades de refuerzo. Se proporcionarán nuevas relaciones de problemas con dificultad creciente que favorezcan el logro progresivo de los objetivos propuestos y/o se propondrán modificaciones de las tareas propuestas secuenciando detalladamente las actividades que han de realizarse para poder resolverlas con éxito.		
Actividades de ampliación. Se plantearán modificaciones de las tareas propuestas que fomenten la adquisición de nuevos conocimientos y competencias del alumnado con alta capacidad y/o demanda. Además, también se realizarán actividades donde se implementen dinámicas de tutorías entre iguales, en las que el alumnado que haya terminado con su tarea pueda ayudar a sus compañeros, favoreciendo, entre otros, el desarrollo de sus capacidades comunicativas.		
Espacios y recursos		
Las actividades se realizarán en el aula de clase, haciendo uso del libro de texto y la pizarra tradicional así como del proyector y ordenador en los momentos que estos sean necesario.		
Evaluación		
Tipos		
<ul style="list-style-type: none"> ● Evaluación inicial. Se llevará a cabo una actividad de iniciación al comienzo de la UD para valorar el conocimiento previo del alumnado. ● Evaluación procesual. Se valorarán el nivel de corrección de las tareas entregadas. Además, se observará la participación en el aula del alumnado y se realizará la revisión del cuaderno de clase. ● Evaluación final. Se realizará una prueba escrita al final de la UD para evaluar los conocimientos y destrezas adquiridos. 		
Ponderación		
Contenidos conceptuales (30%)	Contenidos procedimentales (50%)	Contenidos actitudinales (20%)
<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita: 20% ● Entrega de tareas: 10% 	<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita: 30% ● Entrega de tareas: 20% 	<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita y entrega de tareas (organización, interpretación y valoración de los resultados): 10% ● Observación de la participación, atención y trabajo cooperativo: 10%

UD7. Transformaciones geométricas en el plano

UNIDAD DIDÁCTICA 7. TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS EN EL PLANO				
Descripción				
En esta UD se estudiarán los conceptos de translación, giro y simetría en el plano, identificándolos en diseños del entorno cotidiano, obras de arte y fenómenos de la naturaleza y aplicándolos para generar configuraciones propias.				
Objetivos didácticos				
<ul style="list-style-type: none"> • Conocer las propiedades y características principales de las traslaciones, giros y simetrías de figuras planas. • Aplicar traslaciones, giros y simetrías para transformar figuras planas. • Identificar transformaciones geométricas de figuras planas en diseños del entorno cotidiano, obras de arte y patrones existentes en la naturaleza. • Elaborar creaciones propias mediante el uso de traslaciones, giros y simetrías. • Emplear herramientas TIC para generar configuraciones haciendo de traslaciones, giros y simetrías de figuras planas. 				
Contenidos expresados como resultados de aprendizaje				
Saber		Saber hacer		Saber ser
Conocimiento de las propiedades de traslaciones, giros y simetrías en el plano.		Aplicación de traslaciones, giros y simetrías para transformar figuras en el plano.		Valoración de la coherencia de los resultados derivados del uso de escalas en la vida cotidiana.
		Creación de configuraciones y patrones mediante transformaciones geométricas de figuras planas.		
		Reconocimiento y análisis de traslaciones, giros y simetrías en obras de arte y patrones de la naturaleza.		Concienciación de la importancia de las transformaciones geométricas tanto en frisos y mosaicos de la arquitectura andaluza como en la naturaleza.
Criterios de evaluación		Estándares de aprendizaje evaluables		
4. Reconocer las transformaciones que llevan de una figura a otra mediante movimiento en el plano, aplicar dichos movimientos y analizar diseños cotidianos, obras de arte y configuraciones presentes en la naturaleza.		4.1. Identifica los elementos más característicos de los movimientos en el plano presentes en la naturaleza, en diseños cotidianos u obras de arte.		
		4.2. Genera creaciones propias mediante la composición de movimientos, empleando herramientas tecnológicas cuando sea necesario.		
Logros de aprendizaje				
EAA	4	3	2	1
4.1	Identifica perfectamente los elementos más característicos de los movimientos en el plano presentes en la naturaleza, en diseños cotidianos u obras de arte.	Identifica en bastantes ocasiones los elementos más característicos de los movimientos en el plano presentes en la naturaleza, en diseños cotidianos u obras de arte.	Identifica con dificultad solo algunos de los elementos más característicos de los movimientos en el plano presentes en la naturaleza, en diseños cotidianos u obras de arte.	Rara vez identifica los elementos más característicos de los movimientos en el plano presentes en la naturaleza, en diseños cotidianos u obras de arte.
4.2	Genera con precisión y de forma adecuada creaciones propias mediante la composición de movimientos, empleando herramientas tecnológicas cuando sea necesario.	Genera creaciones propias mediante la composición de movimientos, pero rara vez emplea herramientas tecnológicas.	Presenta dificultades para generar creaciones propias mediante la composición de movimientos, y no emplea herramientas tecnológicas.	En raras ocasiones genera creaciones propias mediante la composición de movimientos, y no emplea herramientas tecnológicas.

Metodología	
Estrategias	
<ul style="list-style-type: none"> ● Lección magistral participativa. Se expondrán los diferentes contenidos de la materia, fomentando la participación del alumnado mediante la realización de preguntas y propuestas de discusión. ● Tareas contextualizadas. Se propondrán tareas en las que el alumnado deba analizar configuraciones de la vida cotidiana y la naturaleza y obras de arte mediante la identificación de traslaciones, giros y simetrías. ● Aprendizaje cooperativo. Se llevarán a cabo actividades en grupo donde se tendrá que trabajar de forma cooperativa para llevarlas a cabo con éxito y dinámicas como la tutorización entre iguales para fomentar la comunicación y motivación del alumnado. Además, también se propondrá la realización de un proyecto en grupo en el cual el alumnado tendrá que investigar y analizar la presencia de transformaciones geométricas en obras de arte o patrones de la naturaleza. ● Exposición oral de trabajos. El alumnado deberá exponer oralmente el trabajo que llevarán a cabo sobre el análisis de transformaciones geométricas en obras de arte o patrones de la naturaleza. 	
Actividades	
Actividades de iniciación. Se expondrán diferentes diseños del entorno del alumnado, obras de arte y configuraciones de la naturaleza y se llevará a cabo una discusión en gran grupo sobre el tipo de transformaciones de figuras planas que pueden dar lugar a dichos patrones. Además, se discutirá sobre las diferentes propiedades que caracterizan a traslaciones, giros y simetrías, estableciendo el nivel de conocimiento previo que el alumnado tiene sobre la temática de la UD.	
Actividades de desarrollo. Se propondrán diversas tareas en las que el alumnado deberá llevar a cabo transformaciones de diferentes figuras planas, elaborando diversas configuraciones de creación propia. Además, también deberán analizar configuraciones dadas extraídas de situaciones del mundo real atendiendo a las transformaciones que las componen. Estas actividades se llevarán a cabo tanto de forma individual como en grupo.	
Actividades de consolidación. Se realizarán actividades en el aula que el alumnado deberá entregar para su corrección.	
Actividades de refuerzo. Se proporcionarán nuevas actividades con dificultad creciente que favorezcan el logro progresivo de los objetivos propuestos y/o se propondrán modificaciones de las tareas propuestas secuenciando detalladamente las actividades que han de realizarse para poder resolverlas con éxito.	
Actividades de ampliación. Se plantearán modificaciones de las tareas propuestas que fomenten la adquisición de nuevos conocimientos y competencias del alumnado con alta capacidad y/o demanda. Además, también se realizarán actividades donde se implementen dinámicas de tutorías entre iguales, en las que el alumnado que haya terminado con su tarea pueda ayudar a sus compañeros, favoreciendo, entre otros, el desarrollo de sus capacidades comunicativas.	
Espacios y recursos	
Las actividades se realizarán tanto en el aula de clase como en el aula de informática, haciendo uso del libro de texto y la pizarra tradicional, el proyector y ordenador en diferentes momentos durante el transcurso de las sesiones. Por otro lado, la realización del trabajo propuesto se realizará tanto en el aula de clase como en casa, utilizando el ordenador como uno de los recursos principales de búsqueda de información y trabajo.	
Evaluación	
Tipos	
<ul style="list-style-type: none"> ● Evaluación inicial. Se llevará a cabo una actividad de iniciación al comienzo de la UD para valorar el conocimiento previo del alumnado. ● Evaluación procesual. Se valorarán el nivel de corrección de las tareas entregadas. Además, se observará la participación en el aula del alumnado y se realizará la revisión del cuaderno de clase. ● Evaluación final. Se realizará una prueba escrita al final de la UD para evaluar los conocimientos y destrezas adquiridos, así como la entrega y exposición oral de un trabajo relacionado con transformaciones geométricas de figuras planas en obras de arte o la naturaleza que se llevará a cabo de forma grupal. 	

Ponderación		
Contenidos conceptuales (30%)	Contenidos procedimentales (50%)	Contenidos actitudinales (20%)
<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita: 10% ● Entrega del trabajo y exposición oral: 10% ● Entrega de tareas: 10% 	<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita: 20% ● Entrega del trabajo y exposición oral: 20% ● Entrega de tareas: 10% 	<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita, entrega de tareas y trabajo y exposición oral (organización, interpretación, valoración y comunicación de los resultados): 10% ● Observación de la participación, atención y trabajo cooperativo: 10%

UD8. Geometría en el espacio

UNIDAD DIDÁCTICA 8. GEOMETRÍA EN EL ESPACIO		
Descripción		
En esta UD se analizarán las propiedades de poliedros y cuerpos de revolución y se trabajará el cálculo de sus áreas y volúmenes en problemas contextualizados. Además, también se estudiarán los elementos característicos del globo terráqueo haciendo especial énfasis el uso de las coordenadas geográficas para localizar puntos sobre la superficie terrestre.		
Objetivos didácticos		
<ul style="list-style-type: none"> • Identificar los principales poliedros y cuerpos de revolución atendiendo a las propiedades y elementos que los caracterizan. • Aplicar el cálculo de áreas y volúmenes de los principales poliedros y cuerpos de revolución en la resolución de problemas de la vida cotidiana. • Identificar centros, ejes y planos de simetría tanto de figuras planas como de poliedros en diseños y configuraciones del entorno cotidiana, obras de arte y la naturaleza. • Identificar los principales elementos del globo terráqueo. • Ubicar un punto en la superficie del globo terráqueo haciendo uso de las coordenadas geográficas. 		
Contenidos expresados como resultados de aprendizaje		
Saber	Saber hacer	Saber ser
Conocimiento de los principales poliedros y cuerpos de revolución.	Cálculo de áreas y volúmenes de los principales poliedros y cuerpos de revolución.	Valoración de la relevancia del cálculo de áreas y volúmenes y de la determinación de los elementos de poliedros y cuerpos de revolución en la vida cotidiana.
	Identificación el centro, los ejes y los planos de simetría de poliedros y cuerpos y de revolución.	
	Identificación de las figuras resultantes de la intersección de planos y esferas.	
Conocimiento de los elementos principales del globo terráqueo: polos, ecuador, paralelos y meridianos.	Localización un punto en la superficie del globo terráqueo usando las coordenadas geográficas.	
Conocimiento de las coordenadas geográficas, longitud y latitud, y de los husos horarios.		
Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables	
5. Identificar centros, ejes y planos de simetría de figuras planas y poliedros.	5.1. Identifica los principales poliedros y cuerpos de revolución, utilizando el lenguaje con propiedad para referirse a los elementos principales.	
	5.2. Calcula áreas y volúmenes de poliedros, cilindros, conos y esferas, y los aplica para resolver problemas contextualizados.	
	5.3. Identifica centros, ejes y planos de simetría en figuras planas, poliedros y en la naturaleza, en el arte y construcciones humanas.	
6. Interpretar el sentido de las coordenadas geográficas y su aplicación en la localización de puntos.	6.1. Sitúa sobre el globo terráqueo ecuador, polos, meridianos y paralelos, y es capaz de ubicar un punto sobre el globo terráqueo conociendo su longitud y latitud.	

Logros de aprendizaje				
EAA	4	3	2	1
5.1	Identifica a la perfección los principales poliedros y cuerpos de revolución, utilizando el lenguaje con propiedad para referirse a los elementos principales.	Identifica los principales poliedros y cuerpos de revolución, pero tiene dificultades para utilizar el lenguaje con propiedad para referirse a los elementos principales.	Identifica algunos de los principales poliedros y cuerpos de revolución, pero no utiliza el lenguaje con propiedad para referirse a los elementos principales.	Rara vez identifica algunos de los principales poliedros y cuerpos de revolución, y no utiliza el lenguaje con propiedad para referirse a los elementos principales.
5.2	Calcula de forma correcta áreas y volúmenes de poliedros, cilindros, conos y esferas, y los aplica adecuadamente para resolver problemas contextualizados.	Calcula áreas y volúmenes de poliedros, cilindros, conos y esferas, pero exhibe dificultades al aplicarlos para resolver problemas contextualizados.	Calcula con dificultad áreas y volúmenes de algunos de los poliedros, cilindros, conos y esferas, y no los aplica para resolver problemas contextualizados.	En raras ocasiones calcula áreas y volúmenes de poliedros, cilindros, conos y esferas, y no los aplica para resolver problemas contextualizados.
5.3	Identifica a la perfección centros, ejes y planos de simetría en figuras planas, poliedros y en la naturaleza, en el arte y construcciones humanas.	Identifica centros, ejes y planos de simetría en figuras planas y poliedros pero solo parcialmente en la naturaleza, en el arte y construcciones humanas.	En ocasiones identifica centros, ejes y planos de simetría en algunas figuras planas y poliedros pero no en la naturaleza, en el arte y construcciones humanas.	Difícilmente identifica centros, ejes y planos de simetría en figuras planas y poliedros y no lo hace en la naturaleza, en el arte y construcciones humanas.
6.1	Sitúa perfectamente sobre el globo terráqueo ecuador, polos, meridianos y paralelos, y es capaz de ubicar un punto sobre el globo terráqueo conociendo su longitud y latitud de forma correcta.	Sitúa sobre el globo terráqueo ecuador, polos, meridianos y paralelos, pero solo en ocasiones es capaz ubicar un punto sobre el globo terráqueo conociendo su longitud y latitud.	Sitúa sobre el globo terráqueo ecuador, polos, meridianos y paralelos, pero rara vez es capaz ubicar un punto sobre el globo terráqueo conociendo su longitud y latitud.	Tiene dificultades para situar sobre el globo terráqueo ecuador, polos, meridianos y paralelos, y no es capaz ubicar un punto sobre el globo terráqueo conociendo su longitud y latitud.
Metodología				
Estrategias				
<ul style="list-style-type: none"> ● Lección magistral participativa. Se expondrán los diferentes contenidos de la materia, fomentando la participación del alumnado mediante la realización de preguntas y propuestas de discusión. ● Tareas contextualizadas. Se propondrán tareas en las que el alumnado deba resolver problemas de la vida cotidiana calculando para ello áreas y volúmenes de poliedros y cuerpos de revolución. Se realizarán también actividades en las que se requiera identificar centros y ejes de simetrías de figuras planas y poliedros en el entorno cotidiano, obras de arte y naturaleza. ● Aprendizaje cooperativo. Se llevarán a cabo actividades en grupo donde se tendrá que trabajar de forma cooperativa para llevarlas a cabo con éxito y dinámicas como la tutorización entre iguales para fomentar la comunicación y motivación del alumnado. ● Exposición oral de tareas. El alumnado expondrá oralmente los procedimientos empleados para resolver las tareas que se le propongan y los resultados que de ellos se deriven. 				
Actividades				
<p>Actividades de iniciación. Se expondrán algunas situaciones de la vida cotidiana cuya resolución requiera del cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos geométricos y se iniciará una discusión sobre los métodos que se pueden llevar a cabo para resolverlas, con el objetivo de evaluar los conocimientos que posee el alumnado sobre la materia a desarrollar. Además, también se planteará al alumnado cuestiones acerca de cómo se pueden ubicar en el mundo, motivando así el estudio del globo terráqueo y las coordenadas geográficas.</p>				

<p>Actividades de desarrollo. Se propondrán diversas tareas en las que el alumnado deberá poner en práctica sus conocimientos sobre cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos geométricos para resolver problemas de la vida cotidiana, así como identificar centros y ejes de simetría de figuras planas y poliedros en configuraciones del entorno cotidiano, el arte y la naturaleza. Además, se plantearán actividades para que el alumnado ubique diversos monumentos o accidentes geográficos en el globo terráqueo. Estas actividades se llevarán a cabo tanto de forma individual como en grupo.</p>		
<p>Actividades de consolidación. Se realizarán actividades en el aula que el alumnado deberá entregar para su corrección.</p>		
<p>Actividades de refuerzo. Se proporcionarán nuevas tareas con dificultad creciente que favorezcan el logro progresivo de los objetivos propuestos y/o se propondrán modificaciones de las tareas propuestas secuenciando detalladamente las actividades que han de realizarse para poder resolverlas con éxito.</p>		
<p>Actividades de ampliación. Se plantearán modificaciones de las tareas propuestas que fomenten la adquisición de nuevos conocimientos y competencias del alumnado con alta capacidad y/o demanda. Además, también se realizarán actividades donde se implementen dinámicas de tutorías entre iguales, en las que el alumnado que haya terminado con su tarea pueda ayudar a sus compañeros, favoreciendo, entre otros, el desarrollo de sus capacidades comunicativas.</p>		
<p>Espacios y recursos</p>		
<p>Las actividades se realizarán en el aula de clase, haciendo uso del libro de texto y la pizarra tradicional así como del proyector y ordenador en los momentos que estos sean necesario.</p>		
<p>Evaluación</p>		
<p>Tipos</p>		
<ul style="list-style-type: none"> ● Evaluación inicial. Se llevará a cabo una actividad de iniciación al comienzo de la UD para valorar el conocimiento previo del alumnado. ● Evaluación procesual. Se valorarán el nivel de corrección de las tareas entregadas. Además, se observará la participación en el aula del alumnado y se realizará la revisión del cuaderno de clase. Por último, también se valorarán las exposiciones orales de la resolución de las tareas. ● Evaluación final. Se realizará una prueba escrita al final de la UD para evaluar los conocimientos y destrezas adquiridos. 		
<p>Ponderación</p>		
<p>Contenidos conceptuales (30%)</p>	<p>Contenidos procedimentales (50%)</p>	<p>Contenidos actitudinales (20%)</p>
<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita: 20% ● Entrega de tareas y exposición oral: 10% 	<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita: 40% ● Entrega de tareas: 10% ● Exposición oral: 10% 	<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita, entrega de tareas y exposición oral (organización, interpretación, valoración y comunicación de los resultados): 10% ● Observación de la participación, atención y trabajo cooperativo: 10%

UD9. Funciones. Características y representación

UNIDAD DIDÁCTICA 9. FUNCIONES. CARACTERÍSTICAS Y REPRESENTACIÓN		
Descripción		
<p>En esta UD se estudiará el concepto de función así como las distintas características que describen su comportamiento y las interpretaciones de las mismas en diversos contextos de la vida cotidiana. Además, también se estudiarán los diferentes tipos de representaciones con las que puede expresarse una función, haciendo especial énfasis en las representaciones gráfica y algebraica y la conversión de una en otra, y se asociarán enunciados de situaciones de la vida cotidiana con diferentes representaciones que posibilitarán su análisis y resolución.</p>		
Objetivos didácticos		
<ul style="list-style-type: none"> ● Conocer el concepto de función con el fin de diferenciar lo que es una representación gráfica de una función y lo que no lo es. ● Identificar las variables independiente y dependiente a partir de la representación gráfica de una función. ● Determinar las características de una función (dominio, recorrido, continuidad, monotonía, extremos, tendencia y periodicidad) a partir de su representación gráfica con el fin de analizar su comportamiento. ● Esbozar la representación gráfica de una función a partir de la descripción de sus características. ● Convertir la expresión de una función en un sistema de representación (verbal, gráfico, tabular o simbólico) a otro sistema distinto. ● Asociar enunciados de problemas contextualizados a representaciones gráficas de funciones. ● Construir la representación gráfica de una función a partir de un enunciado contextualizado para describir el comportamiento del fenómeno en cuestión. ● Interpretar las características de la relación funcional entre dos variables en un contexto dado. ● Emplear el programa GeoGebra para asociar la expresión algebraica de una función con su representación gráfica y analizar sus características. 		
Contenidos expresados como resultados de aprendizaje		
Saber	Saber hacer	Saber ser
Conocimiento del concepto de función.		Valoración de la importancia de las funciones en el entorno cotidiano.
Conocimiento de las distintas representaciones (gráfica, algebraica, tabular y verbal) de una función.	Identificación de las características de una función a partir de su representación gráfica.	Valoración crítica del comportamiento y las características de las relaciones funcionales en el contexto presentado.
Conocimiento de las características locales y globales de las funciones: dominio, recorrido, continuidad, monotonía, periodicidad y simetría.	Asociación de la gráfica de una función con un enunciado contextualizado.	
	Realización de la representación gráfica de una función a partir de un enunciado contextualizado.	
	Asociación de expresiones analíticas de funciones con sus gráficas.	

Criterios de evaluación		Estándares de aprendizaje evaluables		
1. Conocer los elementos que intervienen en el estudio de las funciones y su representación gráfica.		1.1. Interpreta el comportamiento de una función dada gráficamente y asocia enunciados de problemas contextualizados a gráficas.		
		1.2. Identifica las características más relevantes de una gráfica interpretándolas dentro de su contexto.		
		1.3. Construye una gráfica a partir de un enunciado contextualizado describiendo el fenómeno expuesto.		
		1.4. Asocia razonadamente expresiones analíticas a funciones dadas gráficamente.		
Logros de aprendizaje				
EAA	4	3	2	1
1.1	Interpreta a la perfección el comportamiento de una función dada gráficamente y asocia de forma adecuada enunciados de problemas contextualizados a gráficas.	Interpreta el comportamiento de una función dada gráficamente pero tiene dificultades para asociar enunciados de problemas contextualizados a gráficas.	Interpreta parcialmente el comportamiento de una función dada gráficamente pero no asocia enunciados de problemas contextualizados a gráficas.	Difícilmente interpreta el comportamiento de una función dada gráficamente y no asocia enunciados de problemas contextualizados a gráficas.
1.2	Identifica apropiadamente las características más relevantes de una gráfica interpretándolas dentro de su contexto.	Identifica las características más relevantes de una gráfica pero presenta dificultades para interpretarlas dentro de su contexto.	Identifica solo algunas de las características más relevantes de una gráfica y no las interpreta dentro de su contexto.	Rara vez identifica las características más relevantes de una gráfica y no las interpreta dentro de su contexto.
1.3	Construye perfectamente una gráfica a partir de un enunciado contextualizado describiendo el fenómeno expuesto.	Construye una gráfica a partir de un enunciado contextualizado aunque solo describe parcialmente el fenómeno expuesto.	Construye pero con dificultad una gráfica a partir de un enunciado contextualizado y no describe el fenómeno expuesto.	En raras ocasiones construye una gráfica a partir de un enunciado contextualizado y no describe el fenómeno expuesto.
1.4	Asocia razonadamente y a la perfección expresiones analíticas a funciones dadas gráficamente.	Asocia razonadamente expresiones analíticas a algunas funciones dadas gráficamente.	Asocia razonadamente pero con dificultad expresiones analíticas a algunas funciones dadas gráficamente.	Rara vez asocia razonadamente expresiones analíticas a funciones dadas gráficamente.
Metodología				
Estrategias				
<ul style="list-style-type: none"> ● Lección magistral participativa. Se expondrán los diferentes contenidos de la materia, fomentando la participación del alumnado mediante la realización de preguntas y propuestas de discusión. ● Tareas contextualizadas. Se propondrán tareas en las que el alumnado estudiará el comportamiento de las relaciones funcionales de diferentes variables en situaciones de la vida cotidiana haciendo uso para ello de las características propias de las funciones así como de sus distintas representaciones. ● Aprendizaje cooperativo. Se llevarán a cabo actividades en grupo donde se tendrá que trabajar de forma cooperativa para llevarlas a cabo con éxito y dinámicas como la tutorización entre iguales para fomentar la comunicación y motivación del alumnado. ● Exposición oral de tareas. El alumnado expondrá oralmente los procedimientos empleados para resolver las tareas que se le propongan y los resultados que de ellos se deriven. 				
Actividades				
Actividades de iniciación. Para motivar al alumnado y fomentar su apreciación de la importancia de las funciones, se plantearán situaciones de la vida cotidiana (en particular, en un contexto deportivo) cuyo comportamiento pueda analizarse a partir del conocimiento de las características y formas de representación de las funciones. Se realizará una discusión grupal acerca de la información que podemos obtener sobre las relaciones funcionales en ese caso y de los contenidos matemáticos que necesitamos para ello, evaluando el conocimiento previo que el alumnado tiene sobre el ámbito de las funciones.				

<p>Actividades de desarrollo. Se propondrán diversas tareas en las que el alumnado, entre otros aspectos, deberá identificar las características de una función a partir de su representación gráfica y viceversa, esto es, elaborar la representación gráfica de una función a partir de sus características, transformar expresiones de funciones en un sistema de representación a otro distinto y asociar enunciados contextualizados en situaciones de la vida cotidiana a representaciones gráficas de funciones interpretando sus características en el contexto indicado. Estas actividades se llevarán a cabo tanto de forma individual como en grupo.</p>		
<p>Actividades de consolidación. Se realizarán actividades en el aula que el alumnado deberá entregar para su corrección.</p>		
<p>Actividades de refuerzo. Se propondrán modificaciones de las tareas propuestas secuenciando detalladamente las actividades a realizar para poder resolverlas con éxito.</p>		
<p>Actividades de ampliación. Se plantearán modificaciones de las tareas propuestas que fomenten la adquisición de nuevos conocimientos y competencias del alumnado con alta capacidad y/o demanda. Además, también se realizarán actividades donde se implementen dinámicas de tutorías entre iguales, en las que el alumnado que haya terminado con su tarea pueda ayudar a sus compañeros, favoreciendo, entre otros, el desarrollo de sus capacidades comunicativas.</p>		
<p>Espacios y recursos</p>		
<p>Las actividades se realizarán tanto en el aula de clase como en el aula de informática, haciendo uso del libro de texto y la pizarra tradicional, el proyector y ordenador en diferentes momentos durante el transcurso de las sesiones. Por otro lado, se utilizará el programa informático GeoGebra para la representación de funciones a partir de su expresión algebraica y/o representación tabular.</p>		
<p>Evaluación</p>		
<p>Tipos</p>		
<ul style="list-style-type: none"> ● Evaluación inicial. Se llevará a cabo una actividad de iniciación al comienzo de la UD para valorar el conocimiento previo del alumnado. ● Evaluación procesual. Se valorarán el nivel de corrección de las tareas entregadas. Además, se observará la participación en el aula del alumnado y se realizará la revisión del cuaderno de clase. ● Evaluación final. Se realizará una prueba escrita al final de la UD para evaluar los conocimientos y destrezas adquiridos. 		
<p>Ponderación</p>		
<p>Contenidos conceptuales (30%)</p>	<p>Contenidos procedimentales (50%)</p>	<p>Contenidos actitudinales (20%)</p>
<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita: 20% ● Entrega de tareas: 10% 	<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita: 40% ● Entrega de tareas: 10% 	<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita y entrega de tareas (Presentación, organización, interpretación de resultados,...): 10% ● Observación de la participación, atención y trabajo cooperativo: 10%

UD10. Funciones lineales y cuadráticas

UNIDAD DIDÁCTICA 10. FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS		
Descripción		
En esta UD se describirán en profundidad las funciones lineales y cuadráticas, estudiando sus representaciones, características, y elementos principales, y se utilizarán para analizar e interpretar el comportamiento de fenómenos y/o situaciones de la vida cotidiana que pueden modelizarse mediante este tipo de funciones. Además, también se estudiarán las distintas formas de expresión de la ecuación de una recta, derivando unas en función de otras.		
Objetivos didácticos		
<ul style="list-style-type: none"> • Identificar las diferentes formas de expresión de la ecuación de una recta. • Obtener las diferentes formas de expresión de la ecuación de una recta a partir de otras dadas. • Determinar los puntos de corte y la pendiente de una función lineal a partir de su expresión algebraica. • Representar gráficamente una función lineal a partir de su expresión algebraica. • Obtener la expresión algebraica de una función lineal a partir de un enunciado contextualizado. • Describir el comportamiento de fenómenos cotidianos que pueden modelizarse mediante funciones lineales a partir de sus representaciones gráfica y algebraica. • Determinar los principales elementos que caracterizan a una función cuadrática a partir de su expresión algebraica y/o representación gráfica. • Representar gráficamente una función cuadrática a partir de su expresión algebraica. • Describir el comportamiento de fenómenos cotidianos que se pueden modelizar mediante funciones cuadráticas a partir de sus representaciones gráfica y algebraica. 		
Contenidos expresados como resultados de aprendizaje		
Saber	Saber hacer	Saber ser
Conocimiento del concepto de función lineal y sus elementos y características principales.	Cálculo de los elementos de una función lineal.	Apreciación de la existencia de situaciones cotidianas que puedan ser representadas mediante funciones lineales. Valoración de la relevancia de una apropiada elección de características de una función lineal para modelar contextos cotidianos.
Identificación de las diferentes ecuaciones de la recta: punto pendiente, general, explícita y por dos puntos.	Obtención de la expresión analítica de una función lineal a partir de un enunciado contextualizado.	
		Realización de la representación gráfica de una función lineal a partir de su expresión analítica.
Conocimiento del concepto de función cuadrática y sus características.	Cálculo de los elementos característicos de una función cuadrática.	Apreciación de la existencia de situaciones cotidianas que puedan ser representadas mediante funciones cuadráticas. Valoración de la relevancia de una apropiada elección de características de una función cuadrática para modelar contextos cotidianos.
Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables	
2. Identificar relaciones de la vida cotidiana y de otras materias que pueden modelizarse mediante una función lineal valorando la utilidad de la descripción de este modelo y de sus parámetros para describir el fenómeno analizado.	2.1. Determina las diferentes formas de expresión de la ecuación de la recta a partir de una dada (Ecuación punto pendiente, general, explícita y por dos puntos), identifica puntos de corte y pendiente, y la representa gráficamente.	
	2.2. Obtiene la expresión analítica de la función lineal asociada a un enunciado y la representa.	
	2.3. Formula conjeturas sobre el comportamiento del fenómeno que representa una gráfica y su expresión algebraica.	

3. Reconocer situaciones de relación funcional que necesitan ser descritas mediante funciones cuadráticas, calculando sus parámetros y características.		3.1. Calcula los elementos característicos de una función polinómica de grado dos y la representa gráficamente.		
		3.2. Identifica y describe situaciones de la vida cotidiana que puedan ser modelizadas mediante funciones cuadráticas, las estudia y las representa utilizando medios tecnológicos cuando sea necesario.		
Logros de aprendizaje				
EAA	4	3	2	1
2.1	Determina a la perfección las diferentes formas de expresión de la ecuación de la recta a partir de una dada (Ecuación punto pendiente, general, explícita y por dos puntos), identifica correctamente puntos de corte y pendiente, y la representa gráficamente.	Determina las diferentes formas de expresión de la ecuación de la recta a partir de una dada (Ecuación punto pendiente, general, explícita y por dos puntos), identifica puntos de corte y pendiente, pero tiene dificultades para representarla gráficamente.	Determina las diferentes formas de expresión de la ecuación de la recta a partir de una dada (Ecuación punto pendiente, general, explícita y por dos puntos), en ocasiones identifica puntos de corte y pendiente, pero no la representa gráficamente.	Tiene dificultades para determinar las diferentes formas de expresión de la ecuación de la recta a partir de una dada (Ecuación punto pendiente, general, explícita y por dos puntos), y no identifica puntos de corte y pendiente ni la representa gráficamente.
2.2	Obtiene de forma adecuada la expresión analítica de la función lineal asociada a un enunciado y la representa.	Obtiene, aunque con dificultad, la expresión analítica de la función lineal asociada a un enunciado y la representa.	En algunas ocasiones obtiene la expresión analítica de la función lineal asociada a un enunciado y la representa.	Rara vez obtiene la expresión analítica de la función lineal asociada a un enunciado y la representa.
2.3	Formula de forma correcta conjeturas precisas sobre el comportamiento del fenómeno que representa una gráfica y su expresión algebraica.	Formula algunas conjeturas sobre el comportamiento del fenómeno que representa una gráfica y su expresión algebraica.	En ocasiones formula algunas conjeturas sobre el comportamiento del fenómeno que representa una gráfica y su expresión algebraica.	Rara vez formula algunas conjeturas sobre el comportamiento del fenómeno que representa una gráfica y su expresión algebraica.
3.1	Calcula correctamente todos los elementos característicos de una función polinómica de grado dos y la representa gráficamente.	Calcula algunos de los elementos característicos de una función polinómica de grado dos y la representa gráficamente.	Calcula con dificultad algunos de los elementos característicos de una función polinómica de grado dos y la representa gráficamente.	En raras ocasiones calcula los elementos característicos de una función polinómica de grado dos y la representa gráficamente.
3.2	Identifica y describe perfectamente situaciones de la vida cotidiana que puedan ser modelizadas mediante funciones cuadráticas, las estudia de manera adecuada y las representa utilizando medios tecnológicos cuando sea necesario.	Identifica y describe situaciones de la vida cotidiana que puedan ser modelizadas mediante funciones cuadráticas, pero tiene dificultades para estudiarlas y representarlas utilizando medios tecnológicos cuando sea necesario.	Identifica pero difícilmente describe situaciones de la vida cotidiana que puedan ser modelizadas mediante funciones cuadráticas, y no las estudia ni las representa.	En ocasiones identifica situaciones de la vida cotidiana que puedan ser modelizadas mediante funciones cuadráticas pero no las describe, y no las estudia ni las representa.
Metodología				
Estrategias				
<ul style="list-style-type: none"> ● Lección magistral participativa. Se expondrán los diferentes contenidos de la materia, fomentando la participación del alumnado mediante la realización de preguntas y propuestas de discusión. ● Tareas contextualizadas. Se propondrán tareas en las que el alumnado deberá analizar situaciones de la vida cotidiana que puedan modelizarse empleando funciones lineales y cuadráticas, describiendo su comportamiento a partir del conocimiento de las características y los elementos de dichas funciones. ● Aprendizaje cooperativo. Se llevarán a cabo actividades en grupo donde se tendrá que trabajar de forma cooperativa para llevarlas a cabo con éxito y dinámicas como la tutorización entre iguales para fomentar la comunicación y motivación del alumnado. ● Exposición oral de tareas. El alumnado expondrá oralmente los procedimientos empleados para resolver las tareas que se le propongan y los resultados que de ellos se deriven. 				

Actividades		
<p>Actividades de iniciación. Se expondrán diversas situaciones de la vida cotidiana cuyo comportamiento pueda predecirse mediante el estudio de las funciones lineales y cuadráticas que las modelizan para incentivar el interés del alumnado por la materia. Además, se realizará una discusión grupal en la que se pregunte a los estudiantes qué propiedades de estas funciones conocen y cómo pueden deducirlas, con el fin de valorar sus conocimientos previos del tema que se va a iniciar.</p>		
<p>Actividades de desarrollo. Se propondrán diversas tareas en las que el alumnado deberá determinar los principales elementos que caracterizan a funciones lineales (a partir de sus diferentes expresiones en forma de ecuaciones de la recta) y cuadráticas, representarlas e interpretar los resultados en contextos de la vida cotidiana. Estas actividades se llevarán a cabo tanto de forma individual como en grupo.</p>		
<p>Actividades de consolidación. Se realizarán actividades en el aula que el alumnado deberá entregar para su corrección.</p>		
<p>Actividades de refuerzo. Se propondrán modificaciones de las tareas propuestas secuenciando detalladamente las actividades que han de realizarse para poder resolverlas con éxito.</p>		
<p>Actividades de ampliación. Se plantearán modificaciones de las tareas propuestas que fomenten la adquisición de nuevos conocimientos y competencias del alumnado con alta capacidad y/o demanda. Además, también se realizarán actividades donde se implementen dinámicas de tutorías entre iguales, en las que el alumnado que haya terminado con su tarea pueda ayudar a sus compañeros, favoreciendo, entre otros, el desarrollo de sus capacidades comunicativas.</p>		
Espacios y recursos		
<p>Las actividades se realizarán tanto en el aula de clase como en el aula de informática, haciendo uso del libro de texto y la pizarra tradicional, el proyector y ordenador en diferentes momentos durante el transcurso de las sesiones. Por otro lado, se utilizará el programa informático GeoGebra para la representación de funciones a partir de su expresión algebraica y/o representación tabular.</p>		
Evaluación		
Tipos		
<ul style="list-style-type: none"> ● Evaluación inicial. Se llevará a cabo una actividad de iniciación al comienzo de la UD para valorar el conocimiento previo del alumnado. ● Evaluación procesual. Se valorarán el nivel de corrección de las tareas entregadas. Además, se observará la participación en el aula del alumnado y se realizará la revisión del cuaderno de clase. ● Evaluación final. Se realizará una prueba escrita al final de la UD para evaluar los conocimientos y destrezas adquiridos. 		
Ponderación		
Contenidos conceptuales (30%)	Contenidos procedimentales (50%)	Contenidos actitudinales (20%)
<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita: 20 % ● Entrega de tareas: 10 % 	<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita: 40 % ● Entrega de tareas: 10 % 	<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita y entrega de tareas (Presentación, organización, interpretación de resultados,...): 10 % ● Observación de la participación, atención y trabajo cooperativo: 10 %

UD11. Estadística

UNIDAD DIDÁCTICA 11. ESTADÍSTICA		
Descripción		
<p>En esta UD se tratarán diversos contenidos relacionados con la Estadística como son la distinción entre población y muestra, la identificación de los distintos tipos de variables estadísticas, la elaboración de tablas de frecuencias tanto absoluta como relativa y acumulada analizando además la relación entre ellas y la creación de gráficos estadísticos de diverso tipo todo ello en contextos de la vida cotidiana. Además, también se analizarán e interpretarán estos datos mediante el cálculo de medidas de posición (media, moda, mediana y cuartiles) y dispersión (rango, recorrido intercuartílico y desviación típica) y se profundizará en el uso de un vocabulario adecuado para el análisis de la información y en el empleo de herramientas tecnológicas que faciliten dicho análisis.</p>		
Objetivos didácticos		
<ul style="list-style-type: none"> • Distinguir entre población y muestra en problemas contextualizados. • Valorar la representatividad de una muestra mediante el procedimiento de selección. • Elaborar tablas de frecuencias absolutas, acumuladas y relativas para organizar la información proporcionada. • Construir gráficos estadísticos asociados a diversas situaciones del mundo contemporáneo haciendo uso, en caso necesario, de herramientas tecnológicas. • Calcular las medidas de posición (media, moda, mediana y cuartiles) de una variable estadística. • Calcular las medidas de dispersión (rango, rango intercuartílico y desviación típica) de una variable estadística. • Elaborar diagramas de caja y bigote. • Interpretar las medidas de posición y dispersión de un conjunto de datos para proporcionar un resumen de los mismos. • Emplear un vocabulario apropiado para describir e interpretar la información obtenida del análisis de una variable estadística. • Utilizar recursos tecnológicos para la organización y análisis de los datos, así como para comunicarlos de forma adecuada. 		
Contenidos expresados como resultados de aprendizaje		
Saber	Saber hacer	Saber ser
<p>Conocimiento de las fases y tareas de un estudio estadístico.</p> <p>Conocimiento y distinción de los conceptos de población y muestra de estudio estadístico.</p> <p>Identificación de variables estadísticas cualitativas, cuantitativas discretas y cuantitativas continuas.</p> <p>Conocimiento de métodos de selección de una muestra estadística.</p>		<p>Valoración de la representatividad de una muestra estadística en un contexto cotidiano.</p>
<p>Conocimiento de los conceptos frecuencia absoluta, frecuencia relativa y frecuencia acumulada.</p>	<p>Elaboración de tablas de frecuencia de una muestra estadística.</p>	<p>Valoración de la información suministrada por una tabla de frecuencias correspondiente a una situación de la vida cotidiana.</p>
<p>Conocimiento de los distintos tipos de gráficas estadísticas.</p>	<p>Elaboración de gráficas estadísticas a partir de una muestra dada.</p>	<p>Valoración de la información suministrada en una gráfica estadística correspondiente a una situación de la vida cotidiana.</p> <p>Desarrollo de actitudes que favorezcan un buen uso de recursos TIC para la realización de gráficas estadísticas.</p>

Conocimiento de medidas de posición: media, moda, mediana y cuartiles.		Cálculo de medidas de posición de una muestra estadística.	Valoración de la representatividad de la media de una muestra estadística mediante el conocimiento de las medidas de dispersión.	
Conocimiento de medidas de dispersión: rango, recorrido intercuartílico y desviación típica.		Cálculo de medidas de dispersión de una muestra estadística.	Apreciación de la importancia de un uso del vocabulario apropiado para comunicar resultados del análisis estadístico en el entorno cotidiano.	
Conocimiento de los diagramas de caja y bigote.		Elaboración de diagramas de caja y bigote.	Valoración de la importancia de la estadística en el mundo.	
Criterios de evaluación		Estándares de aprendizaje evaluables		
1. Elaborar informaciones estadísticas para describir un conjunto de datos mediante tablas y gráficas adecuadas a la situación analizada, justificando si las conclusiones son representativas para la población estudiada.		1.1. Distingue población y muestra justificando las diferencias en problemas contextualizados.		
		1.2. Valora la representatividad de una muestra a través del procedimiento de selección, en casos sencillos.		
		1.3. Distingue entre variable cualitativa, cuantitativa discreta y cuantitativa continua y pone ejemplos.		
		1.4. Elabora tablas de frecuencias, relaciona los distintos tipos de frecuencias y obtiene información de la tabla elaborada.		
		1.5. Construye, con la ayuda de herramientas tecnológicas si fuese necesario, gráficos estadísticos adecuados a distintas situaciones relacionadas con variables asociadas a problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana.		
2. Calcular e interpretar los parámetros de posición y de dispersión de una variable estadística para resumir los datos y comparar distribuciones estadísticas.		2.1. Calcula e interpreta las medidas de posición (media, moda, mediana y cuartiles) de una variable estadística para proporcionar un resumen de los datos.		
		2.2. Calcula los parámetros de dispersión (rango, recorrido intercuartílico y desviación típica. Cálculo e interpretación) de una variable estadística (con calculadora y con hoja de cálculo) para comparar la representatividad de la media y describir los datos.		
3. Analizar e interpretar la información estadística que aparece en los medios de comunicación, valorando su representatividad y fiabilidad.		3.1. Utiliza un vocabulario adecuado para describir, analizar e interpretar información estadística de los medios de comunicación.		
		3.2. Emplea la calculadora y medios tecnológicos para organizar los datos, generar gráficos estadísticos y calcular parámetros de tendencia central y dispersión.		
		3.3. Emplea medios tecnológicos para comunicar información resumida y relevante sobre una variable estadística analizada.		
Logros de aprendizaje				
EAA	4	3	2	1
1.1	Distingue a la perfección población y muestra justificando las diferencias en problemas contextualizados.	Distingue población y muestra pero tiene dificultades para justificar las diferencias en problemas contextualizados.	Distingue en ocasiones población y muestra pero no justifica las diferencias en problemas contextualizados.	Diffícilmente distingue en ocasiones población y muestra pero no justifica las diferencias en problemas contextualizados.
1.2	Valora de forma apropiada la representatividad de una muestra a través del procedimiento de selección, en casos sencillos.	Valora, aunque con dificultades, la representatividad de una muestra a través del procedimiento de selección, en casos sencillos.	Solo en algunas ocasiones valora la representatividad de una muestra a través del procedimiento de selección y en casos sencillos.	Rara vez valora la representatividad de una muestra a través del procedimiento de selección.

1.3	Distingue correctamente entre variable cualitativa, cuantitativa discreta y cuantitativa continua y pone ejemplos.	Distingue entre variable cualitativa, cuantitativa discreta y cuantitativa continua pero presenta dificultades para poner ejemplos.	Distingue entre variable cualitativa y cuantitativa pero tienen dificultades para distinguir entre variables cuantitativas discreta y continua y solo pone ejemplos de las primeras aunque con dificultad.	Difícilmente distingue entre variable cualitativa y cuantitativa y no lo hace entre variables cuantitativas discreta y continua ni pone ejemplos.
1.4	Elabora tablas de frecuencias, relaciona de forma adecuada los distintos tipos de frecuencias y obtiene a la perfección información de la tabla elaborada.	Elabora tablas de frecuencias, relaciona los distintos tipos de frecuencias pero exhibe dificultades para obtener información de la tabla elaborada.	Elabora tablas de frecuencias pero rara vez relaciona los distintos tipos de frecuencias y no obtiene información de la tabla elaborada.	En raras ocasiones elabora tablas de frecuencias, no relaciona los distintos tipos de frecuencias y no obtiene información de la tabla elaborada.
1.5	Construye correctamente, con la ayuda de herramientas tecnológicas si fuese necesario, gráficos estadísticos adecuados a distintas situaciones relacionadas con variables asociadas a problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana.	Construye, con la ayuda de herramientas tecnológicas si fuese necesario, gráficos estadísticos adecuados solo a algunas situaciones sencillas relacionadas con variables asociadas a problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana.	Presenta dificultades para construir, con o sin la ayuda de herramientas tecnológicas, gráficos estadísticos adecuados a situaciones sencillas relacionadas con variables asociadas a problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana.	Rara vez construye, con o sin la ayuda de herramientas tecnológicas, gráficos estadísticos adecuados a situaciones relacionadas con variables asociadas a problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana.
2.1	Calcula e interpreta a la perfección las medidas de posición (media, moda, mediana y cuartiles) de una variable estadística para proporcionar un resumen de los datos.	Calcula e interpreta, pero esta última con dificultad, las medidas de posición (media, moda, mediana y cuartiles) de una variable estadística para proporcionar un resumen de los datos.	Calcula en algunas ocasiones pero no interpreta las medidas de posición (media, moda, mediana y cuartiles) de una variable estadística para proporcionar un resumen de los datos.	Rara vez calcula y no interpreta las medidas de posición (media, moda, mediana y cuartiles) de una variable estadística para proporcionar un resumen de los datos.
2.2	Calcula correctamente los parámetros de dispersión (rango, recorrido intercuartílico y desviación típica. Cálculo e interpretación) de una variable estadística (con calculadora y con hoja de cálculo) para comparar la representatividad de la media y describir los datos.	Calcula los parámetros de dispersión (rango, recorrido intercuartílico y desviación típica. Cálculo e interpretación) de una variable estadística (con calculadora y con hoja de cálculo) pero difícilmente compara la representatividad de la media y describe los datos.	Calcula en ocasiones los parámetros de dispersión (rango, recorrido intercuartílico y desviación típica. Cálculo e interpretación) de una variable estadística (con calculadora y con hoja de cálculo) pero no compara la representatividad de la media ni describe los datos.	Difícilmente calcula los parámetros de dispersión (rango, recorrido intercuartílico y desviación típica. Cálculo e interpretación) de una variable estadística (con calculadora y con hoja de cálculo) y no compara la representatividad de la media ni describe los datos.
3.1	Utiliza a la perfección un vocabulario adecuado para describir, analizar e interpretar información estadística de los medios de comunicación.	En ocasiones utiliza un vocabulario adecuado para describir, analizar e interpretar información estadística de los medios de comunicación.	Aún en situaciones sencillas, presenta dificultades para utilizar un vocabulario adecuado para describir, analizar e interpretar información estadística de los medios de comunicación.	Rara vez utiliza un vocabulario adecuado para describir, analizar e interpretar información estadística de los medios de comunicación.
3.2	Emplea adecuadamente la calculadora y medios tecnológicos para organizar los datos, generar gráficos estadísticos y calcular parámetros de tendencia central y dispersión.	Emplea la calculadora y medios tecnológicos para organizar los datos y generar gráficos estadísticos pero tiene dificultades al hacerlo para calcular parámetros de tendencia central y dispersión.	Emplea la calculadora y medios tecnológicos para organizar los datos pero difícilmente lo hace para generar gráficos estadísticos y no lo hace para calcular parámetros de tendencia central y dispersión.	En raras ocasiones emplea la calculadora y medios tecnológicos para organizar los datos y no lo hace para generar gráficos estadísticos ni para calcular parámetros de tendencia central y dispersión.

3.3	Emplea de un modo apropiado medios tecnológicos para comunicar información resumida y relevante sobre una variable estadística analizada.	Emplea con dificultad medios tecnológicos para comunicar información resumida y relevante sobre una variable estadística analizada.	Solo en ocasiones, y con dificultad, emplea medios tecnológicos para comunicar información resumida y relevante sobre una variable estadística analizada.	Rara vez emplea medios tecnológicos para comunicar información resumida y relevante sobre una variable estadística analizada.
Metodología				
Estrategias				
<ul style="list-style-type: none"> ● Lección magistral participativa. Se expondrán los diferentes contenidos de la materia, fomentando la participación del alumnado mediante la realización de preguntas y propuestas de discusión. ● Tareas contextualizadas. Se propondrán tareas en las que el alumnado deberá organizar, analizar y/o interpretar conjuntos de datos derivados de situaciones de la vida cotidiana empleando para ello los diferentes conocimientos y destrezas que desarrollen a lo largo de la UD, como son las elaboración de tablas y gráficos o el cálculo de medidas de posición y dispersión. ● Aprendizaje cooperativo. Se llevarán a cabo actividades en grupo donde se tendrá que trabajar de forma cooperativa para llevarlas a cabo con éxito y dinámicas como la tutorización entre iguales para fomentar la comunicación y motivación del alumnado. ● Exposición oral de trabajos. El alumnado deberá exponer oralmente los resultados que se deriven de un trabajo en el cual deberán recoger una serie de datos (ya sea mediante encuestas o búsqueda por internet) y organizarlos adecuadamente para su posterior análisis e interpretación. 				
Actividades				
Actividades de iniciación. Se mostrarán diversos gráficos estadísticos extraídos de diferentes medios de comunicación y se realizará una discusión en gran grupo donde se preguntará al alumnado qué tipo de información podemos inferir de los mismos. Además, también se preguntará sobre qué medidas conocen que permiten analizar dichos datos y cómo pueden calcularse. Con ello se pretende, por un lado, motivar al alumnado presentando situaciones de la vida cotidiana en las que la Estadística juega un papel relevante y, por otro lado, determinar los conocimientos previos del alumnado en esta materia.				
Actividades de desarrollo. Se propondrán muy diversas en las que tendrán que elaborar tablas de frecuencias y gráficos estadísticos a partir de conjuntos de datos y calcular e interpretar las medidas de posición y dispersión de variables estadísticas, todo ello contextualizado a situaciones de la vida cotidiana y el mundo actual. Estas actividades se llevarán a cabo tanto de forma individual como en grupo.				
Actividades de consolidación. Se realizarán actividades en el aula que el alumnado deberá entregar para su corrección.				
Actividades de refuerzo. Se proporcionarán nuevas tareas con dificultad creciente que favorezcan el logro progresivo de los objetivos propuestos y/o se propondrán modificaciones de las tareas propuestas secuenciando detalladamente las actividades que han de realizarse para poder resolverlas con éxito.				
Actividades de ampliación. Se plantearán modificaciones de las tareas propuestas que fomenten la adquisición de nuevos conocimientos y competencias del alumnado con alta capacidad y/o demanda. Además, también se realizarán actividades donde se implementen dinámicas de tutorías entre iguales, en las que el alumnado que haya terminado con su tarea pueda ayudar a sus compañeros, favoreciendo, entre otros, el desarrollo de sus capacidades comunicativas.				
Espacios y recursos				
Las actividades se realizarán tanto en el aula de clase como en el aula de informática, haciendo uso del libro de texto y la pizarra tradicional, el proyector y ordenador en diferentes momentos durante el transcurso de las sesiones. Por otro lado, se utilizará un programa informático de hoja de cálculo para el análisis y la representación de conjuntos de datos. Finalmente, la realización del trabajo propuesto se realizará tanto en el aula de clase como en casa, utilizando el ordenador como uno de los recursos principales de búsqueda de información y trabajo.				

Evaluación		
Tipos		
<ul style="list-style-type: none"> ● Evaluación inicial. Se llevará a cabo una actividad de iniciación al comienzo de la UD para valorar el conocimiento previo del alumnado. ● Evaluación procesual. Se valorarán el nivel de corrección de las tareas entregadas. Además, se observará la participación en el aula del alumnado y se realizará la revisión del cuaderno de clase. ● Evaluación final. Se realizará una prueba escrita al final de la UD para evaluar los conocimientos y destrezas adquiridos, así como la entrega y exposición oral de un trabajo relacionado con el análisis interpretativo de un conjunto de datos que el propio alumnado tendrá que recoger y organizar. 		
Ponderación		
Contenidos conceptuales (20 %)	Contenidos procedimentales (60 %)	Contenidos actitudinales (20 %)
<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita: 10 % ● Entrega de tareas: 10 % 	<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita: 30 % ● Entrega del trabajo y exposición oral: 20 % ● Entrega de tareas: 10 % 	<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita, entrega de tareas y trabajo y exposición oral (organización, interpretación, valoración y comunicación de los resultados): 10 % ● Observación de la participación, atención y trabajo cooperativo: 10 %

UD12. Probabilidad

UNIDAD DIDÁCTICA 12. PROBABILIDAD				
Descripción				
En esta UD se realizará un estudio de los experimentos aleatorios, analizando tanto el tipo de lenguaje a utilizar para describir y cuantificar este tipo de situaciones como la forma de cuantificar la probabilidad de los distintos sucesos posibles en aquellos casos en los que los resultados sean equiprobables. Además, también se fomentará la toma de decisiones fundamentada en el cálculo de las probabilidades de cada uno de los sucesos que pueden tener lugar.				
Objetivos didácticos				
<ul style="list-style-type: none"> • Distinguir experimentos aleatorios y deterministas. • Emplear un vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones de azar. • Calcular la probabilidad de sucesos en experimentos aleatorios con resultados equiprobables mediante la regla de Laplace, frecuencia relativa, tablas o árboles. • Calcular el número de permutaciones de n objetos mediante el cálculo del factorial o digramas de árbol. • Utilizar el cálculo de la probabilidad de sucesos para tomar decisiones apropiadas en situaciones de azar. 				
Contenidos expresados como resultados de aprendizaje				
Saber		Saber hacer		Saber ser
Identificación de situaciones aleatorias.				Concienciación de la existencia e importancia de situaciones aleatorias en el mundo.
Conocimiento de los conceptos de sucesos y espacio muestral.		Cálculo de la probabilidad de un suceso usando la regla de Laplace.		Toma de decisiones en diferentes contextos basadas en cálculos de la probabilidad de distintos sucesos.
Conocimiento de la regla de Laplace.		Elaboración de diagramas de árbol para determinar la probabilidad de un suceso.		
Conocimiento del concepto de permutación.		Cálculo de permutaciones.		
Conocimiento del concepto de factorial de un número.		Cálculo del factorial de número.		
Criterios de evaluación		Estándares de aprendizaje evaluables		
4. Estimar la posibilidad de que ocurra un suceso asociado a un experimento aleatorio sencillo, calculando su probabilidad a partir de su frecuencia relativa, la regla de Laplace o los diagramas de árbol, identificando los elementos asociados al experimento.		4.1. Identifica los experimentos aleatorios y los distingue de los deterministas.		
		4.2. Utiliza el vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar.		
		4.3. Asigna probabilidades a sucesos en experimentos aleatorios sencillos cuyos resultados son equiprobables, mediante la regla de Laplace, enumerando los sucesos elementales, tablas o árboles u otras estrategias personales.		
		4.4. Toma la decisión correcta teniendo en cuenta las probabilidades de las distintas opciones en situaciones de incertidumbre.		
Logros de aprendizaje				
EAA	4	3	2	1
4.1	Identifica a la perfección los experimentos aleatorios y los distingue de los deterministas.	Identifica los experimentos aleatorios pero tiene dificultades para distinguirlos de los deterministas.	En ocasiones identifica los experimentos aleatorios pero no los distingue de los deterministas.	Rara vez identifica los experimentos aleatorios y no los distingue de los deterministas.

4.2	Utiliza de manera correcta el vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar.	Utiliza el vocabulario adecuado para describir pero exhibe dificultades al hacerlo para cuantificar situaciones relacionadas con el azar.	Utiliza en algunas ocasiones el vocabulario adecuado para describir pero no lo hace para cuantificar situaciones relacionadas con el azar.	Difícilmente utiliza el vocabulario adecuado para describir y no lo hace para cuantificar situaciones relacionadas con el azar.
4.3	Asigna adecuadamente probabilidades a sucesos en experimentos aleatorios sencillos cuyos resultados son equiprobables, mediante la regla de Laplace, enumerando los sucesos elementales, tablas o árboles u otras estrategias personales.	Asigna probabilidades a sucesos solo en algunos experimentos aleatorios sencillos cuyos resultados son equiprobables, mediante la regla de Laplace, enumerando los sucesos elementales, tablas o árboles u otras estrategias personales.	Asigna pero con dificultad probabilidades a sucesos solo en algunos experimentos aleatorios sencillos cuyos resultados son equiprobables, mediante la regla de Laplace, enumerando los sucesos elementales, tablas o árboles u otras estrategias personales.	Rara vez asigna probabilidades a sucesos en experimentos aleatorios sencillos cuyos resultados son equiprobables, mediante la regla de Laplace, enumerando los sucesos elementales, tablas o árboles u otras estrategias personales.
4.4	Toma en todo momento la decisión correcta teniendo en cuenta las probabilidades de las distintas opciones en situaciones de incertidumbre.	Toma pero con dificultad la decisión correcta teniendo en cuenta las probabilidades de las distintas opciones en situaciones de incertidumbre.	En ocasiones toma con dificultad la decisión correcta teniendo en cuenta las probabilidades de las distintas opciones en situaciones de incertidumbre.	En raras ocasiones toma la decisión correcta teniendo en cuenta las probabilidades de las distintas opciones en situaciones de incertidumbre.
Metodología				
Estrategias				
<ul style="list-style-type: none"> ● Lección magistral participativa. Se expondrán los diferentes contenidos de la materia, fomentando la participación del alumnado mediante la realización de preguntas y propuestas de discusión. ● Tareas contextualizadas. Se propondrán tareas en las que el alumnado deberá cuantificar la probabilidad de que un suceso dado tenga lugar en situaciones aleatorias de la vida cotidiana, fomentando la toma de decisiones en base a dicho cálculo. ● Aprendizaje cooperativo. Se llevarán a cabo actividades en grupo donde se tendrá que trabajar de forma cooperativa para llevarlas a cabo con éxito y dinámicas como la tutorización entre iguales para fomentar la comunicación y motivación del alumnado. ● Exposición oral de tareas. El alumnado expondrá oralmente los procedimientos empleados para resolver las tareas que se le propongan y los resultados que de ellos se deriven. 				
Actividades				
Actividades de iniciación. Se expondrán diversas situaciones de la vida cotidiana tanto aleatoria como deterministas y se iniciará una discusión en gran grupo para distinguir cada una de ellas. Además, para aquellas que sean aleatorias, se preguntará al alumnado cuáles son los posibles sucesos que pueden ocurrir y si conocen alguna forma de determinar la probabilidad de que tengan lugar. Con ello se pretende tanto fomentar el interés del alumnado como evaluar sus conocimientos iniciales sobre probabilidad.				
Actividades de desarrollo. Se llevarán a cabo diferentes tareas relacionadas con la identificación de situaciones aleatorias y el cálculo de la probabilidad de diferentes sucesos en problemas contextualizados al entorno cotidiano. Estas actividades se llevarán a cabo tanto de forma individual como en grupo.				
Actividades de consolidación. Se realizarán actividades en el aula que el alumnado deberá entregar para su corrección.				
Actividades de refuerzo. Se proporcionarán nuevas tareas con dificultad creciente que favorezcan el logro progresivo de los objetivos propuestos y/o se propondrán modificaciones de las tareas propuestas secuenciando detalladamente las actividades que han de realizarse para poder resolverlas con éxito.				
Actividades de ampliación. Se plantearán modificaciones de las tareas propuestas que fomenten la adquisición de nuevos conocimientos y competencias del alumnado con alta capacidad y/o demanda. Además, también se realizarán actividades donde se implementen dinámicas de tutorías entre iguales, en las que el alumnado que haya terminado con su tarea pueda ayudar a sus compañeros, favoreciendo, entre otros, el desarrollo de sus capacidades comunicativas.				
Espacios y recursos				
Las actividades se realizarán en el aula de clase, haciendo uso del libro de texto y la pizarra tradicional así como del proyector y ordenador en los momentos que estos sean necesario.				

Evaluación		
Tipos		
<ul style="list-style-type: none"> ● Evaluación inicial. Se llevará a cabo una actividad de iniciación al comienzo de la UD para valorar el conocimiento previo del alumnado. ● Evaluación procesual. Se valorarán el nivel de corrección de las tareas entregadas. Además, se observará la participación en el aula del alumnado y se realizará la revisión del cuaderno de clase. Por último, también se valorarán las exposiciones orales de la resolución de las tareas. ● Evaluación final. Se realizará una prueba escrita al final de la UD para evaluar los conocimientos y destrezas adquiridos. 		
Ponderación		
Contenidos conceptuales (30%)	Contenidos procedimentales (50%)	Contenidos actitudinales (20%)
<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita: 20 % ● Entrega de tareas y exposición oral: 10 % 	<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita: 30 % ● Entrega de tareas: 10 % ● Exposición oral: 10 % 	<ul style="list-style-type: none"> ● Prueba escrita, entrega de tareas y exposición oral (organización, interpretación, valoración y comunicación de los resultados): 10 % ● Observación de la participación, atención y trabajo cooperativo: 10 %

B. Rúbrica de revisión del cuaderno¹

Categoría	4	3	2	1
Presentación	El cuaderno del estudiante presenta una muy correcta presentación en cuanto a limpieza y claridad, respetando ambos márgenes.	El cuaderno del estudiante presenta una adecuada presentación en cuanto a limpieza y claridad, con pocos tachones. Respeto únicamente el margen izquierdo.	El cuaderno del estudiante presenta tachones. Respeto solo el margen izquierdo.	El cuaderno del estudiante presenta muchos tachones. No respeta el interlineado establecido ni ninguno de los dos márgenes.
Contenidos	El cuaderno presenta todo el contenido aprendido en clase, con anotaciones, todos los ejercicios y las tareas.	El cuaderno presenta buena parte del contenido aprendido en clase, con anotaciones, todos los ejercicios y las tareas.	El cuaderno presenta una parte del contenido aprendido en clase y aparecen algunos ejercicios y tareas.	El cuaderno presenta excusa información del contenido aprendido en clase y aparecen pocos ejercicios y tareas.
Errores	Los errores están bien señalados y corregidos. No suele volver a repetirlos.	Los errores están señalados y corregidos. En ocasiones se vuelven a repetir.	A veces se señalan y corrigen los errores pero se suelen volver a repetir.	Rara vez se señalan o corrigen los errores y vuelve a cometerlos de forma reiterada.
Organización	La información está organizada de manera temporal.	Hay algunas partes que están desordenadas.	Hay varias partes que están desordenadas.	El cuaderno está totalmente desordenado.

¹Rúbrica realizada en base a las recuperadas de <https://www.orientacionandujar.es/2019/10/06/rubricas-para-evaluar-la-libreta-y-la-actitud/> y https://www.orientacionandujar.es/2019/10/06/rubricas-para-evaluar-la-libreta-y-la-actitud/rubricas-para-evaluar-la-libreta-y-la-actitud-1-2_paje-0001/.

C. Rúbrica de participación en el aula²

Categoría	4	3	2	1
Participación	Participa siempre en el grupo de forma activa exponiendo sus opiniones.	Participa a menudo en el grupo exponiendo sus opiniones.	En ocasiones participa en el grupo exponiendo sus opiniones.	Rara vez participa en el grupo exponiendo sus opiniones.
Respeto	Respeto las opiniones y el trabajo del resto de sus compañeros.	A menudo respeta las opiniones y el trabajo del resto de sus compañeros.	En ocasiones respeta las opiniones y el trabajo del resto de sus compañeros.	Rara vez respeta las opiniones y el trabajo del resto de sus compañeros.
Atención	Presta atención durante toda la sesión.	Presta atención durante buena parte de la sesión.	Presta atención durante prácticamente la mitad sesión.	Rara vez presta atención durante la sesión.
Tareas	Cumple con todas las tareas encomendadas.	Cumple con la mayor parte de las tareas encomendadas.	Cumple con menos de la mitad tareas encomendadas.	Difícilmente cumple las tareas encomendadas.
Ayudas	Cuando ha completado sus tareas, ayuda al grupo en todo lo que necesita.	Cuando ha completado sus tareas, a menudo ayuda al grupo en todo lo que necesita.	Cuando ha completado sus tareas, en ocasiones ayuda al grupo en todo lo que necesita.	Cuando ha completado sus tareas, rara vez ayuda al grupo en todo lo que necesita.
Puntualidad	Entrega puntualmente las tareas encomendadas.	Entrega puntualmente las tareas encomendadas con frecuencia.	En ocasiones entrega puntualmente las tareas encomendadas.	Rara vez entrega puntualmente las tareas encomendadas.
Autonomía e iniciativa personal	Siempre es autónomo/a y tiene iniciativa para resolver problemas y acometer las tareas.	Suele ser autónomo/a y casi siempre tiene iniciativa para resolver problemas y acometer las tareas.	En ocasiones tiene iniciativa para resolver problemas y acometer las tareas.	Tiene escasa iniciativa para resolver problemas y acometer las tareas.

²Rúbrica realizada en base a la recuperada de <http://www.musikawa.es/rubrica-de-observacion-para-evaluar-el-trabajo-en-clase-por-parte-del-alumnado-coevaluacion-by-caotico27-musikawa> .

D. Desarrollo de las sesiones de la UD9. *Funciones. Características y representación*

En este Anexo se detalla el desarrollo de cada una de las sesiones correspondientes a la UD9. *Funciones. Características y representación*.

SESIÓN 1 - Duración: 55'		
Objetivos	Contenidos	Función
O1, O2	Variables independiente y dependiente. Concepto de función.	Inicio: Motivar y relacionar con la realidad. Conocer aprendizajes previos. Elaborar y construir significados
Temporalización		
<ul style="list-style-type: none"> • Introducción. Explicación del tema que se va a iniciar y justificación de su importancia. (5') • Tarea de desarrollo. Tarea 1. Las funciones y el deporte. (25') • Lección magistral participativa. explicación del concepto de variables independiente y dependiente y relación funcional. (10') • Tarea de desarrollo. Tarea 2. ¿Están relacionadas funcionalmente estas variables? (10') • Tarea de cierre. Resumen de la sesión. (5') 		
SESIÓN 2 - Duración: 55'		
Objetivos	Contenidos	Función
O1, O2, O3, O6	Concepto de función. Representación gráfica de una función. Dominio y recorrido.	Desarrollo: Elaborar y construir significados. Fomentar la interrogación y el cuestionamiento.
Temporalización		
<ul style="list-style-type: none"> • Introducción. Breve repaso de la clase anterior y explicación de lo que se va a realizar en la sesión de hoy. (5') • Lección magistral participativa: explicación del concepto de función, su representación gráfica, dominio y recorrido. (10') • Tarea de inicio. Tarea 3. ¿Son estas gráficas representaciones de funciones? (10') • Tarea de desarrollo. Tarea 4. Un día en la vida de Irene. (25') • Tarea de cierre. Resumen de la sesión. (5') 		
SESIÓN 3 - Duración: 55'		
Objetivos	Contenidos	Función
O1, O2, O3, O6, O7	Concepto de función. Representación gráfica de una función. Dominio y recorrido.	Desarrollo: Ejercitar. Fomentar la interrogación y el cuestionamiento.
Temporalización		
<ul style="list-style-type: none"> • Introducción. Breve repaso de la clase anterior y explicación de lo que se va a realizar en la sesión de hoy. (5') • Tarea de inicio. Tarea 5. Comentando una carrera de 400m vallas. (20') • Tarea de desarrollo. Tarea 6. La máquina de bebidas. (35') • Tarea de cierre. Resumen de la sesión. (5') 		
SESIÓN 4 - Duración: 55'		
Objetivos	Contenidos	Función
O3, O6, O8	Crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos.	Desarrollo: Elaborar y construir significados. Ejercitar. Fomentar la interrogación y el cuestionamiento.
Temporalización		
<ul style="list-style-type: none"> • Introducción. Breve repaso de la clase anterior y explicación de lo que se va a realizar en la sesión de hoy (5'). • Lección magistral participativa: explicación de los conceptos de crecimiento, decrecimiento, máximo y mínimo. (10') • Tarea de inicio. Tarea 7. Temperatura de la ciudad de Jaca (Aragón). (15') • Tarea de desarrollo. Tarea 8. Un informe de tráfico. (20') • Tarea de cierre: Resumen de la sesión (5'). 		

SESIÓN 5 - Duración: 55'

Objetivos	Contenidos	Función
<i>O3, O6, O7, O8</i>	Continuidad y discontinuidad.	Desarrollo: Elaborar y construir significados. Ejercitar.

Temporalización

- Introducción. Breve repaso de la clase anterior y explicación de lo que se va a realizar en la sesión de hoy (5').
- Tarea de inicio. Tarea 9. En el parque de atracciones. (10')
- Lección magistral participativa: explicación de los conceptos de continuidad y discontinuidad. (5')
- Tarea de desarrollo. Tarea 10. ¿Dónde aparcamos? (30')
- Tarea de cierre. Resumen de la sesión (5').

SESIÓN 6 - Duración: 55'

Objetivos	Contenidos	Función
<i>O3</i>	Tendencia y periodicidad. Repaso de características de funciones.	Desarrollo: Elaborar y construir significados. Ejercitar. Fomentar la interrogación y el cuestionamiento.

Temporalización

- Introducción. Breve repaso de la clase anterior y explicación de lo que se va a realizar en la sesión de hoy (5').
- Lección magistral participativa: explicación de los conceptos de periodicidad y tendencia. (5')
- Tarea de desarrollo. Tarea 11. El péndulo simple. (40')
- Tarea de cierre. Resumen de la sesión (5').

SESIÓN 7 - Duración: 55'

Objetivos	Contenidos	Función
<i>O3, O4, O7, O8</i>	Representación gráfica de una función a partir de sus características y viceversa.	Desarrollo: Ejercitar.

Temporalización

- Introducción. Breve repaso de la clase anterior y explicación de lo que se va a realizar en la sesión de hoy (5').
- Tarea de inicio. Tarea 12. El coste de alquilar un autobús. (10')
- Tarea de desarrollo. Tarea 13. Describamos las funciones. (35')
- Tarea de cierre. Resumen de la sesión (5').

SESIÓN 8 - Duración: 55'

Objetivos	Contenidos	Función
<i>O5</i>	Expresión algebraica de una función. Conversión entre sistemas de representación.	Desarrollo: Elaborar y construir significados. Ejercitar.

Temporalización

- Introducción. Breve repaso de la clase anterior y explicación de lo que se va a realizar en la sesión de hoy (5').
- Lección magistral participativa: explicación de la expresión algebraica de una función y su relación con otros sistemas de representación. (10')
- Tarea de inicio. Tarea 14. Representación gráfica y simbólica. (10')
- Tarea de desarrollo. Tarea 15. Desplazando una gráfica vertical y horizontalmente. (25')
- Tarea de cierre. Resumen de la sesión (5').

SESIÓN 9 - Duración: 55'

Objetivos	Contenidos	Función
<i>O5, O6, O7, O8</i>	Conversión entre sistemas de representación en situaciones de la vida cotidiana.	Desarrollo: Ejercitar. Fomentar la interrogación y el cuestionamiento.

Temporalización

- Introducción. Breve repaso de la clase anterior y explicación de lo que se va a realizar en la sesión de hoy (5').
- Tarea de inicio. Tarea 16. Construyendo una caja I. (10')
- Tarea de desarrollo. Tarea 17. Construyendo una caja II. (15')
- Tarea de desarrollo. Tarea 18. ¿Dónde colocamos el proyector? (20')
- Tarea de cierre. Resumen de la sesión (5').

SESIÓN 10 - Duración: 55'

Objetivos	Contenidos	Función
<i>O9</i>	Representación gráfica y expresiones algebraicas de funciones en GeoGebra.	Desarrollo: Elaborar y construir significados. Ejercitar.

Temporalización

- Introducción. Breve repaso de la clase anterior y explicación de lo que se va a realizar en la sesión de hoy (5').
- Lección magistral participativa: explicación del uso de GeoGebra para representar funciones. (10')
- Tarea de inicio. Tarea 19. Representando funciones en GeoGebra. (15')
- Tarea de desarrollo. Tarea 20. Autocorrección con GeoGebra. (20')
- Tarea de cierre. Resumen de la sesión (5').

SESIÓN 11 - Duración: 55'

Objetivos	Contenidos	Función
<i>O3, O5, O6, O7, O8</i>	Repaso de contenidos.	Cierre: Sintetizar.

Temporalización

- Tarea de inicio. Tarea 21. Llenar la piscina. (10')
- Tarea de desarrollo. Tarea 22. Optimizando recursos. (40')
- Tarea de cierre: Resumen de la sesión (5').

SESIÓN 12 - Duración: 55'

Función

Sesión de evaluación. Realización de prueba escrita.

Temporalización

- Realización de prueba escrita. (55')

SESIÓN 13 - Duración: 55'

Función

Sesión de evaluación. Corrección de prueba escrita.

Temporalización

- Corrección de la prueba escrita. (55')

E. Tareas propuestas para la UD9. Funciones. Características y representación

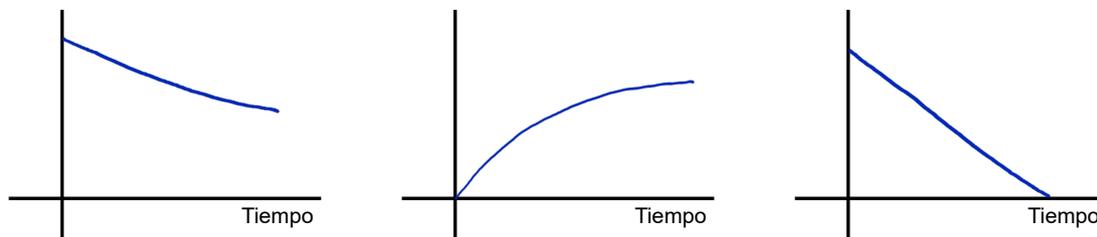
En este Anexo se recogen las distintas tareas propuestas para la UD9. *Funciones. Características y representación*.

Tarea 1: Las funciones y el deporte.

Esta tarea se llevará a cabo en grupos de 4 estudiantes. En primer lugar se mostrará un vídeo: un tiro a puerta que acaba en gol⁶. Tras ello, se le pedirá al alumnado que responda a las siguientes preguntas:

Dadas las gráficas que se muestran a continuación, indica cuál de ellas se aproxima más a la representación de cada una de las siguientes relaciones:

- *La distancia del balón al suelo en función del tiempo desde que el jugador golpea el balón.*
- *La distancia desde la portería al balón en función del tiempo desde que el jugador golpea el balón.*
- *La velocidad del balón en función del tiempo desde que el jugador golpea el balón.*



El alumnado tendrá que reflexionar en grupos reducidos sobre esta pregunta. Posteriormente, se iniciará un debate en gran grupo donde los estudiantes tendrán que justificar sus razonamientos.

Una vez resuelto, se mostrarán otros dos vídeos nuevos: un lanzamiento a canasta de un jugador de baloncesto⁷ y un lanzamiento de una bola de bolos⁸. Una vez visualizados, se le pedirá al alumnado que responda, de nuevo en grupos de 4 estudiantes, a las siguientes preguntas:

Esboza las gráficas que se corresponden con cada una de las tres relaciones vistas en el caso anterior para cada uno de estos dos lanzamientos (en estos casos, la portería equivale a la canasta en el primero y a los bolos en el segundo). ¿Qué diferencias observas entre las gráficas de cada uno de los tres lanzamientos?

De nuevo, el alumnado deberá reflexionar sobre estas cuestiones y resolverlas en grupos reducidos. Finalmente, se volverá a realizar un debate en gran grupo donde expongan sus ideas y soluciones, para finalmente acabar con la corrección de las actividades.

Tarea 2: ¿Están relacionadas funcionalmente estas variables?

Esta tarea será realizada de forma individual por el alumnado. En ella, se tendrá que resolver la siguiente cuestión (Gallegos Fernández, 2014, p. 297):

- De las siguientes relaciones entre dos variables, razona cuáles son funcionales y cuáles no:*
- Edad y altura de la persona a lo largo de su vida.*
 - Altura y edad de la persona.*

⁶El vídeo se encuentra en el siguiente enlace: <https://www.youtube.com/watch?v=5efwAHIWYag> .

⁷El vídeo se encuentra en el siguiente enlace: <https://www.youtube.com/watch?v=vRCII6uZOqI> .

⁸El vídeo se encuentra en el siguiente enlace <https://www.youtube.com/watch?v=RAchEvn9NC4> .

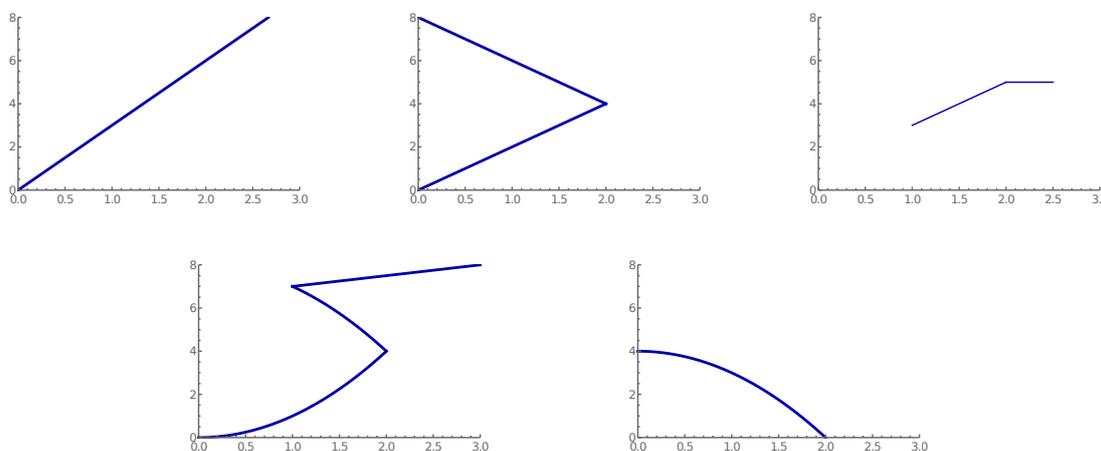
- c) Precio de la gasolina y día del mes.
- d) Día del mes y precio de la gasolina.
- e) Un número y su quinta parte.
- f) Un número y su cuadrado.
- g) Un número y su raíz cuadrada.

La actividad será corregida de forma oral en gran grupo, generando una discusión en la que el alumnado tenga que razonar y justificar sus respuestas.

Tarea 3: ¿Son estas gráficas representaciones de funciones?

Esta tarea será realizada de forma individual por el alumnado. En ella, se tendrá que resolver las siguientes cuestiones:

1) Indica cuáles de las siguientes gráficas son representaciones de funciones.



- 2) Indica el dominio y recorrido aquellas que sean funciones.
- 3) Señala algún ejemplo de relación funcional entre variables que conozcas que podría ser representada por estas funciones.

La actividad será corregida de forma oral en gran grupo, generando una discusión en la que el alumnado tenga que razonar y justificar sus respuestas.

Tarea 4: Un día en la vida de Irene

Esta tarea será realizada en dos partes. Para la primera parte, se tendrá que resolver, de forma individual, el siguiente problema (Colera Jiménez et al., 2015):

Irene sale de casa y visita el dentista. A continuación recoge un vestido en casa de la modista y come con una amiga en el restaurante. Por último, hace lo compra en un supermercado situado camino de casa.



Observa la gráfica y responde a las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es la variable independiente?
- ¿Cuál es la variable dependiente?
- ¿Cuáles son el dominio y recorrido de esta función?
- ¿A qué distancia de la casa de Matilde está la consulta del dentista?
- ¿A qué hora llegó Matilde al restaurante?
- ¿Cuánto duró la comida?
- ¿Qué le queda a Matilde más lejos de casa, la modista o el supermercado?

Una vez completado, se corregirá en pizarra con ayuda del alumnado. Tras ello, se procederá a la segunda parte de la tarea en la que el alumnado se agrupará en parejas. La actividad a realizar será la siguiente:

- Elige un día de tu vida y realiza una representación gráfica similar a la anterior y la descripción de lo que hiciste, indicando las horas de inicio/fin y/o los tiempos entre cada actividad. No dejes que tu compañero/a las vea.
- Una vez termines, intercambia la descripción con tu compañero/a y realiza la representación gráfica que se correspondería con la descripción que has recibido.
- Finalmente, comprobad que vuestras representaciones coinciden con las originales.

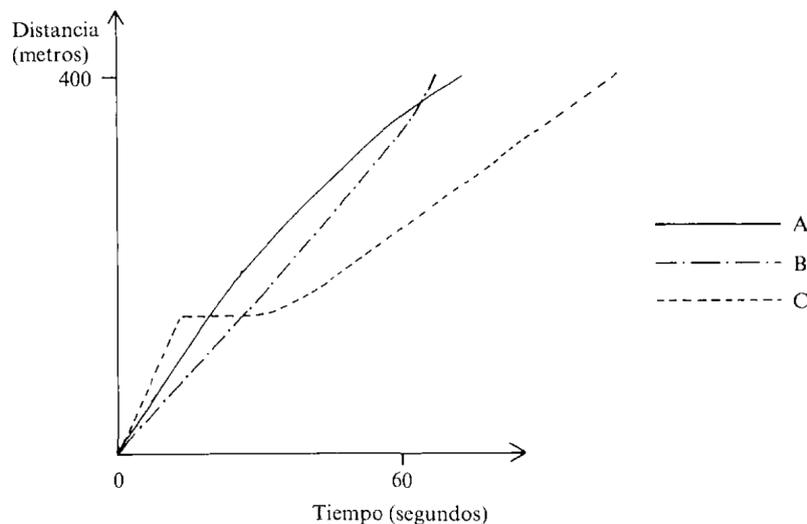
Cuando todas las parejas hayan terminado, se seleccionarán algunas de ellas para que salgan a la pizarra. Uno de los miembros realizará la gráfica en la pizarra, y el segundo leerá la descripción, para comprobar que se ha hecho correctamente. Al finalizar la tareas, el alumnado entregará al docente todas las descripciones y gráficas para su revisión.

Tarea 5: Comentando una carrera de 400m vallas

Esta tarea será realizada en grupos de 3 personas. En ella se propondrá, en primer lugar, que reflexionen sobre una representación gráfica que recoge los datos de una carrera de 400m vallas disputada por tres corredores distintos y describan, como si fueran los comentaristas deportivos, lo que sucede en la carrera. A continuación, se les pedirá a 3 grupos que salgan a la pizarra y escenifiquen la narración de la carrera.

El enunciado con la actividad que se le entregará al alumnado es el siguiente (Shell Centre for Mathematical Education, 1990):

La gráfica siguiente describe aproximadamente lo que ocurre cuando tres atletas A, B y C participan en una carrera de 400m vallas. Imagina que vosotros/as sois los/as comentaristas de la prueba. Describid lo que ocurre de la forma más cuidadosa que podáis. No necesitáis hacer medidas exactas.



Tras realizar las narraciones, el docente abrirá una discusión con todo el alumnado para comentar los distintos aspectos de la carrera y puntualizará aquellos no tratados para terminar de corregir la actividad.

Tarea 6: La máquina de bebidas

Esta tarea será realizada en parejas. En ella se les proporcionará a cada miembro de la pareja un enunciado distinto. En ambos enunciados tendrán que resolver la misma tarea, representar gráficamente la función que relaciona el número de bebidas que hay en una máquina de bebidas a lo largo de un día laborable, y responder a una cuestión. Sin embargo, cada uno tendrá unas indicaciones diferentes y complementarias sobre el llenado/vaciado de la máquina. Para poder realizar la actividad tendrán que interactuar entre ellos y comunicar oralmente sus indicaciones. No se permite que un miembro de la pareja pueda leer las indicaciones del compañero/a, solo se podrá transmitir dicha información de forma oral (o mediante la representación gráfica).

Los enunciados que se les entregarán al alumnado son los siguientes (Shell Centre for Mathematical Education, 1990):

ENUNCIADO A.

A continuación se muestra un problema que tu compañero/a y tú debéis resolver. Para ello, cada uno/a de vosotros/as tendrá un enunciado diferente, con indicaciones distintas. No podéis enseñarle las indicaciones, pero podéis comentar cualquier cosa de ellas (incluso leerlas en voz alta, siempre y cuando cada uno/a no lea las indicaciones del otro/a).

La cafetería de una fábrica tiene una máquina que vende bebidas. En un día típico:

- *La máquina comienza medio llena.*
- *Las bebidas se venden a un ritmo lento durante el día, excepto en los descansos de la mañana y de la comida (10:30-11 am y 1-2 pm) en que hay mayor demanda.*

Dibujad una gráfica que muestre cómo varía el número de bebidas que hay en la máquina desde las 8 am hasta las 6 pm. ¿En qué momento del día diríais que la máquina tiene menos bebidas?

ENUNCIADO B.

A continuación se muestra un problema que tu compañero/a y tú debéis resolver. Para ello, cada uno/a de vosotros/as tendrá un enunciado diferente, con indicaciones distintas. No podéis enseñarle las indicaciones, pero podéis comentar cualquier cosa de ellas (incluso leerlas en voz alta, siempre y cuando cada

uno/a no lea las indicaciones del otro/a).

La cafetería de una fábrica tiene una máquina que vende bebidas. En un día típico:

- No se venden bebidas antes de las 9 am o después de las 5 pm.
- La máquina se llena justo antes del descanso de la comida (lleva unos 10 minutos llenarla).

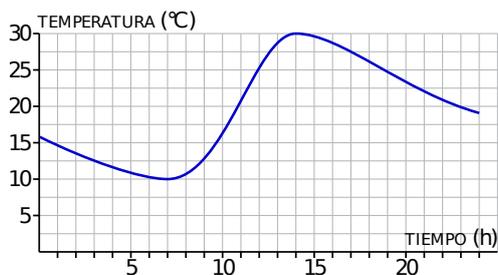
Dibujad una gráfica que muestre cómo varía el número de bebidas que hay en la máquina desde las 8 am hasta las 6 pm. ¿En qué momento del día diríais que la máquina tiene menos bebidas?

Tras realizar la actividad, se propondrá a una pareja que salga a la pizarra para explicar el procedimiento que han realizado y mostrar sus resultados. El docente hará partícipe al resto del alumnado preguntando cuestiones acerca de su opinión sobre dicha solución, finalizando con la corrección de la actividad.

Tarea 7: Temperatura en la ciudad de Jaca (Aragón)

Esta tarea será realizada de forma individual por parte del alumnado. En ella, se tendrá que resolver el siguiente problema (Colera Jiménez et al., 2015):

La gráfica que se muestra a continuación da la temperatura en la ciudad de Jaca (Aragón) a lo largo de un día.



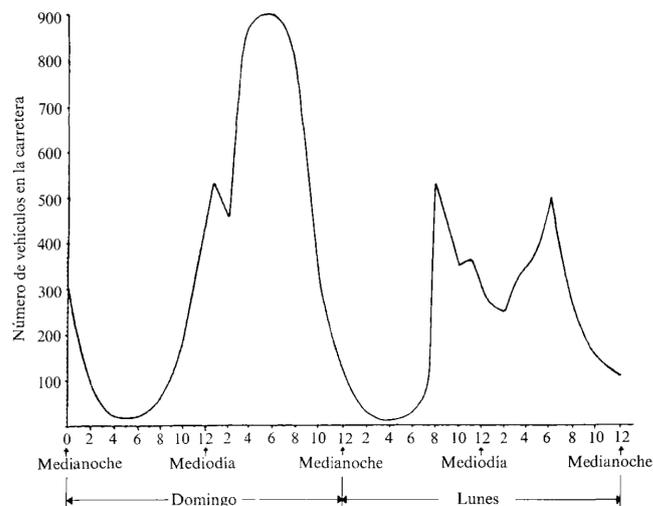
- Indica los intervalos de tiempo en los que crece la temperatura y aquellos en los que decrece.
- ¿Cuándo se produce el máximo de temperatura? ¿Y el mínimo? Indica a qué temperatura corresponden.
- ¿Por qué crees que se producen esos aumentos y disminuciones de temperatura en esos tramos?
- ¿Crees que en la ciudad es verano o invierno? Justifícalo.

Una vez completada la actividad por parte del alumnado, se procederá a su corrección en pizarra, dando lugar a la discusión en gran grupo para justificar las respuestas, especialmente en los dos últimos apartados.

Tarea 8: Un informe de tráfico

Esta tarea será realizada en parejas. En ella, se tendrá que resolver el siguiente problema (Shell Centre for Mathematical Education, 1990, p. 234):

Se realizó un informe para estudiar el volumen del tráfico que circula por una carretera concreta. Los resultados se publicaron mediante la gráfica que muestra el número de coches que usa la carretera en cada momento durante un domingo y un lunes típicos de junio.



- Intenta explicar, de la manera más detallada posible, la forma de la gráfica.
- Compara la gráfica del domingo con la del lunes. ¿Hay algo que resulte sorprendente?
- ¿Dónde crees que podría estar situada esta carretera? (Da un ejemplo de una carretera que conozcas, que pueda dar una gráfica como ésta.)

Una vez completada la actividad por parte del alumnado, se procederá a su corrección. En primer lugar, se seleccionará a una pareja para que explique la gráfica (apartado a)). Posteriormente, se iniciará una discusión en gran grupo donde se justifiquen las respuestas dadas a cada una de las otras cuestiones.

Tarea 9: En el parque de atracciones

Esta tarea será realizada de forma individual por parte del alumnado. En ella, se tendrá que resolver el siguiente problema (Colera Jiménez et al., 2015):

La entrada al parque de atracciones vale 10€, y por cada atracción hay que pagar 1€.

- Representa la función que relaciona el número de atracciones en la que se monta y el coste total.
- ¿Se pueden unir los puntos de la gráfica?
- ¿Cuánto costará subir a 12 atracciones? ¿Y a 20?

Una vez completada la actividad por parte del alumnado, se procederá a su corrección en pizarra, fomentando la participación del alumnado mediante preguntas sobre la justificación de sus soluciones.

Tarea 10: ¿Dónde aparcamos?

Esta tarea será realizada en parejas. A cada miembro de la pareja se le asignará uno de los dos enunciados que muestran a continuación. Cada uno realizará una parte de forma individual, y después deberán comunicar sus resultados y trabajar juntos para realizar el resto de la actividad.

ENUNCIADO A

En un aparcamiento público A, las tarifas que para aparcar el coche son las siguientes:

- La primera media hora, el precio es fijo e igual a 2€.
- Desde la primera media hora, el precio sube 1€ cada hora.

Realiza una representación gráfica de la función que relaciona el tiempo que está aparcado el coche y el coste total.

Una vez tu compañero/a y tú hayáis completado la primera parte de forma individual, trabajad juntos para resolver las siguientes cuestiones.

- a) ¿Alguna de las gráficas es continua? ¿Y discontinua? Si hay alguna discontinua, indica cuáles son los puntos donde se produce la discontinuidad.
- b) Razona dónde es más conveniente aparcar el coche en función del tiempo que vaya a quedarse.
- c) Si el coche va a permanecer aparcado 1 hora y 45 minutos, ¿dónde aparcarías?

ENUNCIADO B

En un aparcamiento público B, las tarifas que para aparcar el coche son las siguientes:

- La primera hora, el precio es fijo e igual a 3€.
- A partir de la primera hora, a esos 3€ se les suma una cantidad proporcional al tiempo de más que se esté aparcado. Esta cantidad es de un 1€ la hora (por ejemplo, si está aparcado una hora y media, el coste será de 3€ por la primera hora más 0.5€ por la media hora restante).

Realiza una representación gráfica de la función que relaciona el tiempo que está aparcado el coche y el coste total.

Una vez tu compañero/a y tú hayáis completado la primera parte de forma individual, trabajad juntos para resolver las siguientes cuestiones.

- a) ¿Alguna de las gráficas es continua? ¿Y discontinua? Si hay alguna discontinua, indica cuáles son los puntos donde se produce la discontinuidad.
- b) Razona dónde es más conveniente aparcar el coche en función del tiempo que vaya a quedarse.
- c) Si el coche va a permanecer aparcado 7 horas y 45 minutos, ¿dónde aparcarías?

Una vez completada la actividad por parte del alumnado, se seleccionará a una pareja para que explique en pizarra sus respuestas, iniciando así una discusión con el resto de la clase que concluya en la corrección de la actividad.

Tarea 11: El péndulo simple

Esta tarea será realizada en grupos de tres estudiantes. En ella se medirán las oscilaciones de un péndulo casero que el propio alumnado fabricará.

Antes de comenzar, se le pondrá al alumnado un vídeo en el que se presente lo que es un péndulo, con el objetivo de captar el interés por la tarea⁹. A continuación, se les proporcionará las instrucciones para que cada grupo elabore su péndulo. Para ello, hará falta hilo, cinta adhesiva, un lápiz o un bolígrafo, un transportador de ángulos, una hoja de papel y un objeto pequeño pesado, como una goma o un anillo. Con ello, se construirá el péndulo tal y como se muestra en la imagen.

⁹El vídeo se encuentra en el siguiente enlace: <https://www.youtube.com/watch?v=vNAMBzIBNZ8>.

Figura 8: Construcción de un péndulo simple.



Tras esto, el alumnado procederá a realizar la siguiente actividad.

El objetivo de esta actividad será conocer cómo varía el ángulo de oscilación de un péndulo con el tiempo. Para ello, se realizará lo siguiente:

- a) Se pondrá a oscilar el péndulo y cada uno de los miembros del grupo, con ayuda de un reloj, tomará nota del tiempo en el que el péndulo pasa por una de las siguientes tres posiciones: los dos extremos de oscilación y el punto de ángulo 0° . Procurad que todos empecéis a medir los tiempos a la vez. Realizad estas medidas para tres oscilaciones completas.*
- b) Haced una tabla con los valores obtenidos del tiempo y del ángulo al que corresponde (ya sea el de los extremos o 0°).*
- c) Representad gráficamente la relación entre el ángulo de oscilación y el tiempo.*

Una vez hecho esto, responded a las siguientes preguntas de forma justificada.

- d) ¿Es continua esta función?*
- e) Estudiad los intervalos en los que crece y decrece e indicad dónde se encuentran los máximos y los mínimos de esta función.*
- f) ¿Es periódica esta función? Si es así, indicad el período de la misma.*
- g) ¿Qué pasará si seguimos midiendo? Sin necesidad de hacer las medidas, esbozad la función durante el tiempo en el que el péndulo realiza tres oscilaciones más.*

Una vez completada la actividad por parte del alumnado, se realizará un debate en el aula donde se discutirán los resultados obtenidos.

Tarea 12: El coste de alquilar un autobús

Esta tarea será realizada de forma individual por parte del alumnado. En ella, se tendrá que resolver el siguiente ejercicio (Shell Centre for Mathematical Education, 1990):

Una empresa ofrece el alquiler de un autobús de 500 plazas por 500€ diarios. El organizador de la

excursión decide cobrar el mismo precio a todos los viajeros. ¿Como dependerá lo que paga cada uno del número de viajeros? Describe las características principales de esta función (dominio, recorrido, crecimiento, decrecimiento, máximos, mínimos, continuidad, tendencia,...).

Una vez completada la actividad por parte del alumnado, se procederá a su corrección en pizarra, fomentando la participación del alumnado mediante preguntas sobre la justificación de sus soluciones.

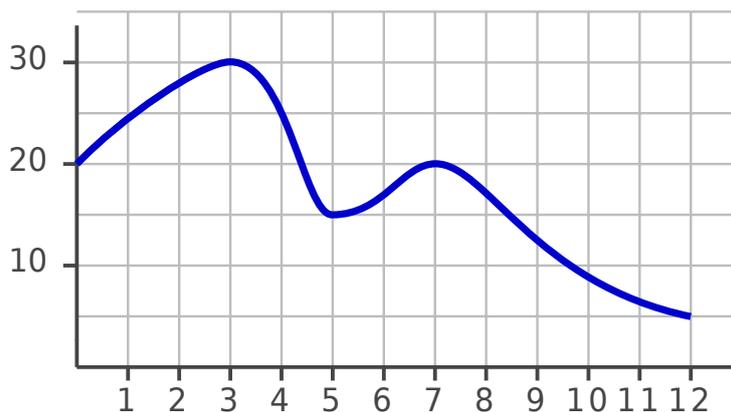
Tarea 13: Describamos las funciones

Esta tarea será realizada en parejas y constará de dos partes. En la primera de ellas, a cada estudiante se le asignará una representación gráfica de una función diferente. Cada miembro de la pareja describirá a su compañero/a el comportamiento de su función atendiendo a sus características, y este/a último/a deberá reproducir la representación sin haberla visto previamente. Posteriormente se intercambiarán roles para que ambos/as trabajen todas las capacidades puestas en juego.

En la segunda parte de la tarea, se pedirá que seleccionen una de las dos gráficas que han representado y elaboren un enunciado contextualizado a una situación dada donde se describa dicha gráfica. Tras ello, se intercambiarán los enunciados con otra pareja, y tendrán que intentar obtener la representación gráfica de dicho enunciado contextualizado. Finalmente, se comprobarán los resultados obtenidos.

A continuación se muestra un ejemplo de uno de los enunciados que recibirán los estudiantes.

1) Describe el comportamiento de la siguiente función a tu compañero/a atendiendo a sus características, sin que la vea, para que él la represente. Comprobad que las representaciones coinciden.



2) Realiza la representación gráfica de la función que tu compañero te describa. Comprobad que las representaciones coinciden.

3) Una vez completadas ambas representaciones, elige una de ellas y elaborad un enunciado donde se describa una situación que esté representada por dicha función. El enunciado del problema ha de ser lo suficientemente preciso para que se pueda reproducir la gráfica a partir de él sin necesidad de mirarla.

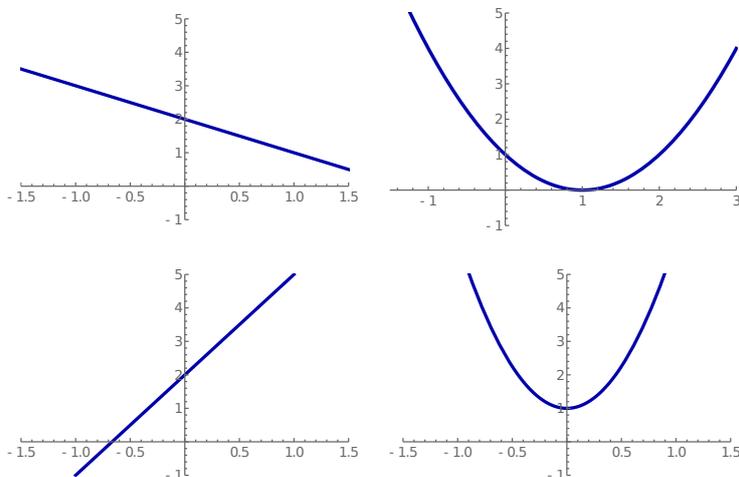
4) Intercambiad vuestro enunciado con otra pareja. Representad gráficamente la función que se presenta en el enunciado que habéis recibido. Comprobad que las representaciones coinciden.

Una vez completada la actividad por parte del alumnado, se seleccionarán a dos parejas para que salgan y expliquen el procedimiento que han llevado a cabo en las dos partes de la actividad.

Tarea 14: Representaciones gráfica y simbólica

Esta tarea será realizada de forma individual por parte del alumnado. En ella, se tendrá que resolver el siguiente ejercicio:

Asocia cada una de las siguientes representaciones gráficas de funciones con la expresión algebraica correspondiente.



a) $y = 3x + 2$ b) $(x - 1)^2$ c) $5x^2 + 1$ d) $-x + 2$.

Una vez completada la actividad por parte del alumnado, se procederá a su corrección en pizarra, fomentando la participación del alumnado mediante preguntas sobre la justificación de sus soluciones.

Tarea 15: Desplazando una gráfica vertical y horizontalmente

Esta tarea será realizada de forma individual por parte del alumnado. En ella, se tendrá que resolver el siguiente ejercicio (Gallegos Fernández, 2014):

- 1) Representa gráficamente la función $y = x^2$. ¿Qué le ocurre a la función para valores grandes y pequeños de x .
- 2) Representa gráficamente las funciones $y = x^2 + 1$, $y = x^2 + 3$, $y = x^2 - 1$. ¿Qué observas?
- 3) Representa gráficamente las funciones $y = (x + 1)^2$, $y = (x + 3)^2$, $y = (x - 1)^2$. ¿Qué observas?
- 4) Representa gráficamente la función $y = x^2$, pero trasladada 4 unidades en sentido horizontal a la izquierda y 5 unidades en sentido vertical hacia abajo. Determina, sin necesidad de hacer una tabla de valores, la expresión algebraica a la que corresponde dicha representación gráfica.

Una vez completada la actividad por parte del alumnado, se procederá a su corrección en pizarra, fomentando la participación del alumnado mediante preguntas sobre la justificación de sus soluciones.

Tarea 16: Construyendo una caja I

Esta tarea será realizada de forma individual por parte del alumnado. En ella, se tendrá que resolver el siguiente ejercicio (Gallegos Fernández, 2014):

Una caja cuadrada tiene una altura de 20 cm. ¿Cómo depende su volumen del lado de la base? Representa gráficamente la función que resulta.

Una vez completada la actividad por parte del alumnado, se procederá a su corrección en pizarra, fomentando la participación del alumnado mediante preguntas sobre la justificación de sus soluciones.

Tarea 17: Construyendo una caja II

Esta tarea será realizada de forma individual por parte del alumnado. En ella, se tendrá que resolver el siguiente ejercicio (Gallegos Fernández, 2014):

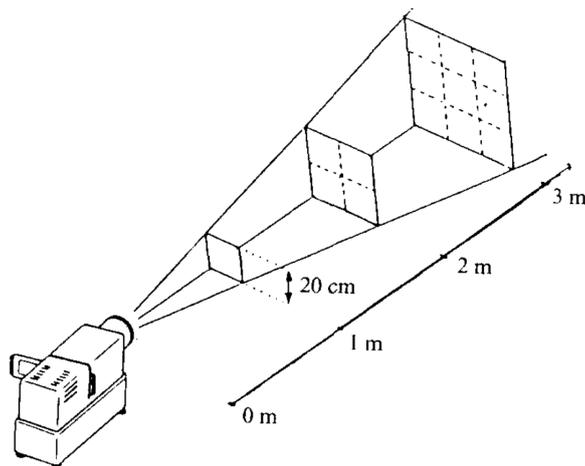
Con una hoja de papel de 32 cm de largo y 22 cm de ancho se recorta un cuadrado de 2 cm de lado en cada una de las esquinas, se dobla y se construye una caja. ¿Cuál es el volumen de la caja? ¿Y si se recortan cuadrados de 3 cm? ¿Cuál es el volumen si el lado del cuadrado recortado es x ? Escribe la expresión algebraica de la relación funcional y represéntala gráficamente.

Una vez completada la actividad por parte del alumnado, se procederá a su corrección en pizarra, fomentando la participación del alumnado mediante preguntas sobre la justificación de sus soluciones.

Tarea 18: ¿Dónde colocamos el proyector?

Esta tarea será realizada de forma individual por parte del alumnado. En ella, se tendrá que resolver el siguiente ejercicio (Shell Centre for Mathematical Education, 1990):

Cuando se proyecta una diapositiva sobre una pantalla el área de la imagen depende de la distancia del proyector a la pantalla como se ilustra abajo (cuando la pantalla está a 1m del proyector, la imagen es 20cm x 20cm).



- Representa gráficamente cómo varía el área de la imagen cuando se aleja la pantalla del proyector. ¿Qué expresión algebraica se corresponde con esa representación gráfica?
- Si la pantalla de nuestra clase tiene forma cuadrada de lado 50cm, ¿dónde tendríamos que colocar el proyector para maximizar el área de la imagen proyectada?
- Si el proyector se usa en un cine cuya pantalla tiene forma cuadrada y un área de $4m^2$, ¿dónde tendríamos que colocar el proyector para maximizar el área de la imagen proyectada?

Una vez completada la actividad por parte del alumnado, se procederá a su corrección en pizarra, fomentando la participación del alumnado mediante preguntas sobre la justificación de sus soluciones.

Tarea 19: Representando funciones en GeoGebra

Esta tarea será realizada de forma individual en el aula de informática. En ella se tendrá que llevar a cabo la siguiente actividad:

Representa gráficamente, con ayuda de GeoGebra, las siguientes funciones:

- $y = 2x + 1$.
- $y = -x^2 + 2x - 4$.
- Aquella cuya representación gráfica es una línea recta que pasa por los puntos $A = (1, 2)$ y $B = (-2, 3/2)$.
- Aquella que asigna a cada valor de la variable independiente un valor de la variable dependiente igual al cubo de la primera más 5 unidades.
- Aquella dada por la siguiente tabla de valores:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	81	46	21	6	1	6	21	46	81

Una vez completada la actividad por parte del alumnado, se procederá a su corrección por parte del docente, fomentando la participación del alumnado mediante preguntas sobre el procedimiento empleado para llevarla a cabo.

Tarea 20: Autocorrección con GeoGebra

Esta tarea será realizada de forma individual en el aula de informática. En ella se tendrá que llevar a cabo la siguiente actividad:

Resuelve, con ayuda de GeoGebra, los ejercicios y problemas correspondientes a las tareas:

- Tarea 15: Desplazando una gráfica vertical u horizontalmente
- Tarea 17: Construyendo una caja II.
- Tarea 18: ¿Dónde colocamos el proyector?

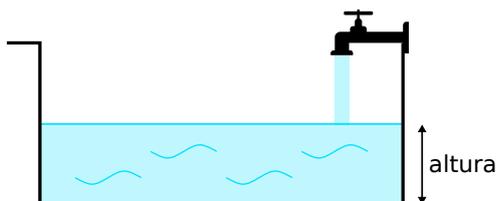
Comprueba que las soluciones que propusiste son correctas.

Una vez completada la actividad por parte del alumnado, se procederá a su corrección por parte del docente, fomentando la participación del alumnado mediante preguntas sobre el procedimiento empleado para llevarla a cabo.

Tarea 21: Llenar la piscina

Esta tarea será realizada de forma individual por parte del alumnado. En ella, se tendrá que resolver el siguiente ejercicio:

Se está rellenando una piscina rectangular con una manguera que vierte agua a una velocidad de 10kl/h. Representa gráficamente la relación entre la altura del agua y el tiempo que tarda en llenarse hasta llegar a dicha altura. ¿Puedes encontrar la expresión algebraica que representa dicha función?



Una vez completada la actividad por parte del alumnado, se procederá a su corrección en pizarra,

fomentando la participación del alumnado mediante preguntas sobre la justificación de sus soluciones.

Tarea 22: Optimizando recursos

Esta tarea será realizada en parejas, empleando la dinámica del folio giratorio. Se propondrán dos problemas distintos a cada pareja. Cada miembro empezará resolviendo uno de ellos. Transcurridos 10 minutos, se intercambiarán los problemas y las solución que tengan escrita hasta ahora. Cada miembro de la pareja tendrá que continuar con la resolución del compañero donde lo dejó. Después de otros 10 minutos, trabajarán juntos para resolver lo que quede de ambos problemas, para lo cual se les otorgará otros 10 minutos. Finalmente, una vez terminado el tiempo, se hará entrega de ambas resoluciones al docente.

Los problemas a resolver son los siguientes (Shell Centre for Mathematical Education, 1990):

PROBLEMA A.

Se tiene que fabricar una lata cilíndrica de aluminio capaz de contener medio litro de líquido. El volumen de la lata debe ser por lo tanto de 500cm^3 . Determinar el radio y la altura de la lata que utilice menos aluminio, y, por lo tanto, la que sea más barata de fabricar. (Esto es, busca cómo hacer mínima la superficie exterior de la lata).

Algunas ideas:

- *Conocida la expresión del volumen de un cilindro, obtén la función que relaciona el radio y la altura de la lata de tal forma que satisfagan las condiciones propuestas.*
- *Teniendo en cuenta que el área de la superficie de un cilindro es $A = 2\pi R(h + R)$, representa gráficamente la relación entre el área y el radio de la lata, considerando la relación que has obtenido previamente para el radio y la altura.*
- *Determina el radio y la altura de la lata que utilice menos aluminio.*

PROBLEMA B.

Se quiere cercar un recinto rectangular para destinarlo a la pista de baile de cara a la fiesta de fin de curso del centro, de tal forma que su área sea lo más grande posible. Para ello, se dispone de una cuerda de 80 m. ¿Cuál debe de ser la medida de cada uno de los lados del rectángulo?

Algunas ideas:

- *Teniendo en cuenta cómo se relaciona el perímetro de un rectángulo con la longitud de sus lados, obtén la función que relaciona los lados del rectángulo de tal forma que satisfagan las condiciones propuestas.*
- *Teniendo en cuenta cómo se relaciona el área de un rectángulo con sus lados, representa gráficamente la relación entre dicho área y la longitud de uno de sus lados, considerando la relación que has obtenido previamente entre los lados.*
- *Determina las dimensiones del rectángulo de área mayor.*

Una vez completada la actividad por parte del alumnado, se seleccionará dos parejas para que cada una resuelva uno de los problemas en pizarra, promoviendo la participación y discusión del resto del alumnado.