



Dinámica Ambiental
UNIVERSIDAD DE GRANADA

Métodos de verificación de Nivel II y Nivel III

Asunción Baquerizo y Manuel Cobos

Granada, Abril de 2022

Métodos de verificación de Nivel II y III

- **Introducción**
 - Escalas temporales y espaciales de la ec. de verificación
 - Agentes, acciones
 - Términos y formatos de la ecuación de verificación
 - Planteamiento del problema
- **Métodos de Nivel II**
 - Interpretación geométrica
 - Ec. verificación lineal, v.a. $N(\mu, \sigma)$ independientes
 - Ec. verificación no lineal, v.a. $N(\mu, \sigma)$ independientes
 - Ec. Verificación no lineal, v.a. no Independientes.
 - Ejemplos
- **Métodos de Nivel III**
 - Simulación de Montecarlo
 - Ec. v.a. independientes
 - Ec. v.a. no independientes
 - Ejemplos

Definiciones, R.O.M .0.0:

Tramo de obra”conjunto de partes de la obra que cumplen solidariamente una función específica y relevante de los objetivos y los requisitos de explotación de la obra, están sometidos a los mismos niveles de acción de los agentes actuantes y forman parte de la misma tipología formal y estructural’.

Intervalo de tiempo:”conjunto de partes de la obra que cumplen solidariamente una función específica y relevante de los objetivos y los requisitos de explotación de la obra, están sometidos a los mismos niveles de acción de los agentes actuantes y forman parte de la misma tipología formal y estructural”.

Definiciones, R.O.M .0.0:

Tramo de obra”conjunto de partes de la obra que cumplen solidariamente una función específica y relevante de los objetivos y los requisitos de explotación de la obra, están sometidos a los mismos niveles de acción de los agentes actuantes y forman parte de la misma tipología formal y estructural’.

Intervalo de tiempo:”conjunto de partes de la obra que cumplen solidariamente una función específica y relevante de los objetivos y los requisitos de explotación de la obra, están sometidos a los mismos niveles de acción de los agentes actuantes y forman parte de la misma tipología formal y estructural”.

Objetivo: verificar un tramo de obra frente a un modo de fallo adscrito a un estado límite en un intervalo de tiempo

Agentes

Acciones → Ecuación de verificación

Introducción

Objetivo: verificar un tramo de obra frente a un modo de fallo adscrito a un estado límite en un intervalo de tiempo

Ejemplo

Tramo de obra:

Modo de fallo:

Intervalo de tiempo:

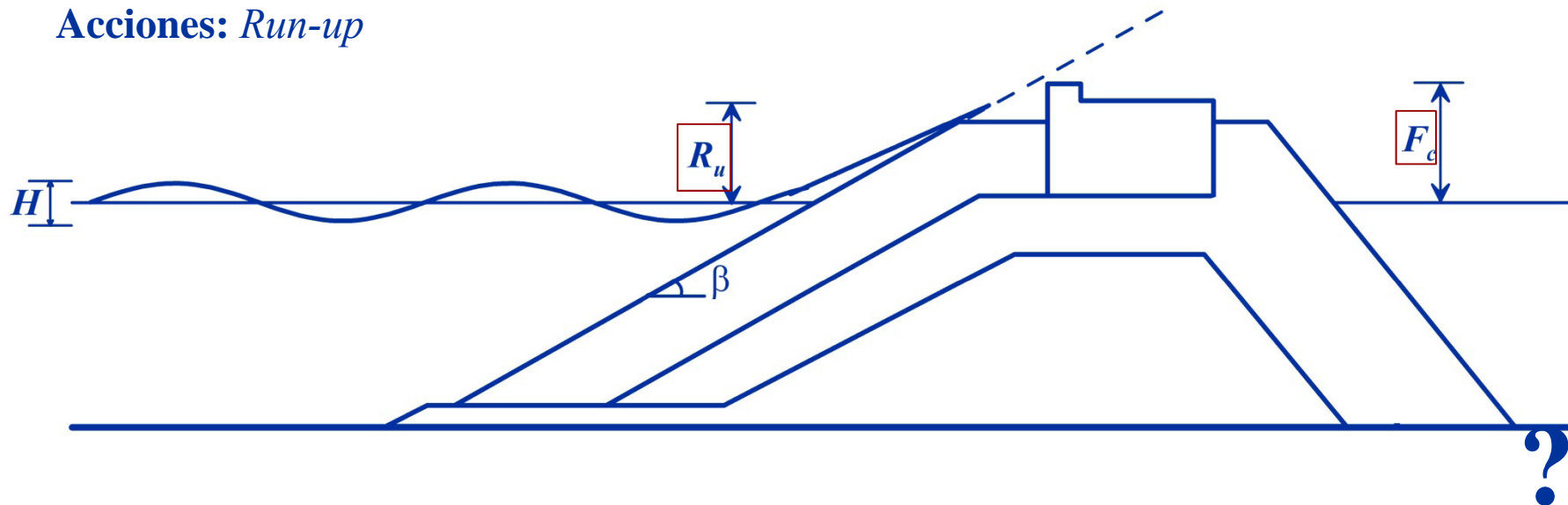
Sección tipo de un dique en talud

REBASE

Estado de mar (H_s , T_z)

Agentes: Oleaje

Acciones: *Run-up*



Introducción

Objetivo: verificar un tramo de obra frente a un modo de fallo adscrito a un estado límite en un intervalo de tiempo

Ejemplo

Tramo de obra:

Modo de fallo:

Intervalo de tiempo:

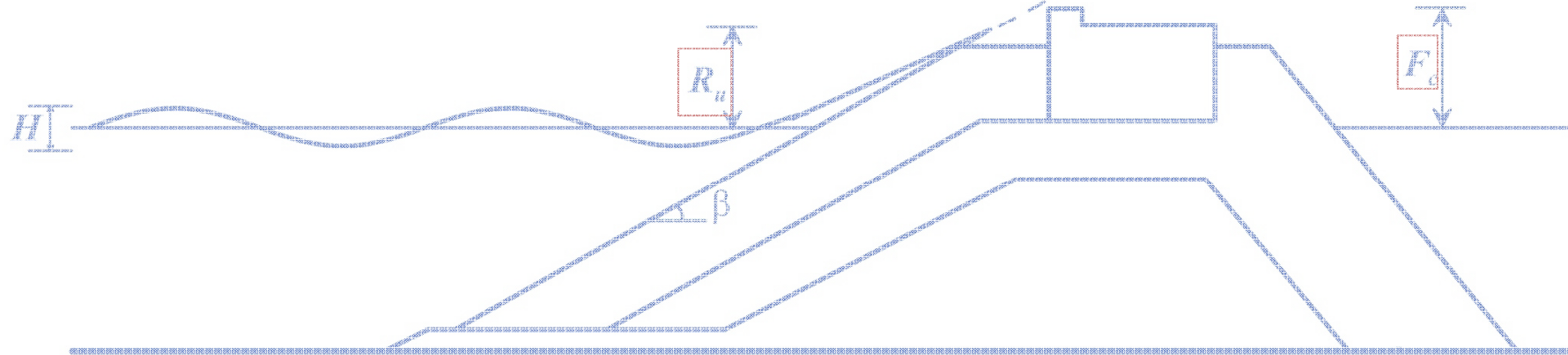
Sección tipo de un dique en talud

REBASE

Estado de mar (H_s, T_z)

Agentes: Oleaje

Acciones: *Run-up*



Ecuación de verificación

T_F = Términos favorables (no fallo)

T_D = Términos desfavorables (fallo)

verificación

$\zeta T_F > T_D ? \rightarrow$ No fallo

$\zeta T_F \leq T_D ? \rightarrow$ Fallo



$$\frac{T_F}{T_D} = 1$$

Formato *Coefficiente de seguridad*

$$T_F - T_D = 0$$

Formato *Margen de seguridad*

Introducción

Objetivo: verificar un tramo de obra frente a un modo de fallo adscrito a un estado límite en un intervalo de tiempo

Ejemplo

Tramo de obra:

Modo de fallo:

Intervalo de tiempo:

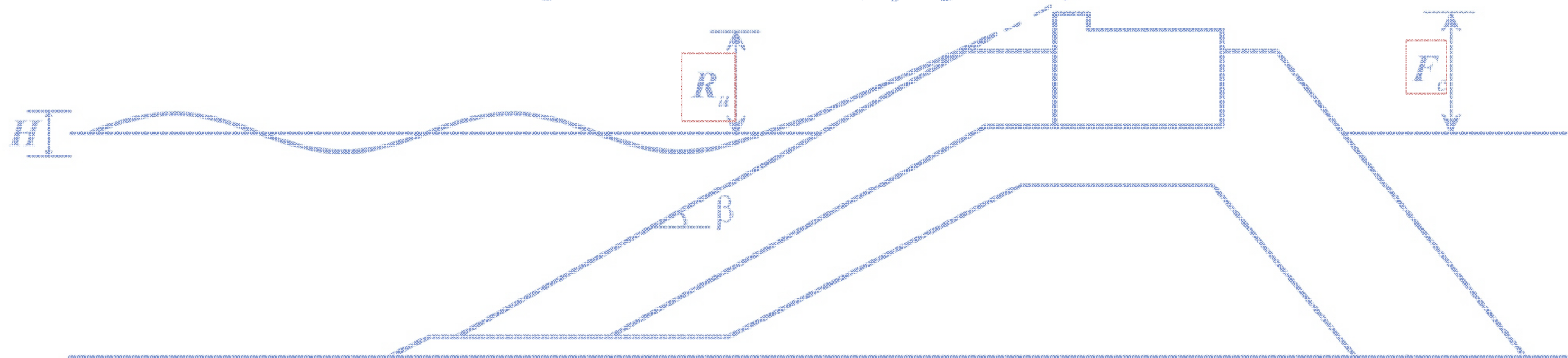
Sección tipo de un dique en talud

REBASE

Estado de mar (H_s, T_z)

Agentes: Oleaje

Acciones: *Run-up*



Ecuación de verificación

F_c = Términos favorables (no fallo)

R_u = Términos desfavorables (fallo)

verificación

$\zeta F_c > R_u ? \rightarrow$ No fallo

$\zeta F_c \leq R_u ? \rightarrow$ Fallo



$$\frac{F_c}{R_u} = 1 \quad \text{Formato Coeficiente de seguridad}$$

$$F_c - R_u = 0 \quad \text{Formato Margen de seguridad}$$

Introducción

Objetivo: verificar un tramo de obra frente a un modo de fallo adscrito a un estado límite en un intervalo de tiempo

Ejemplo

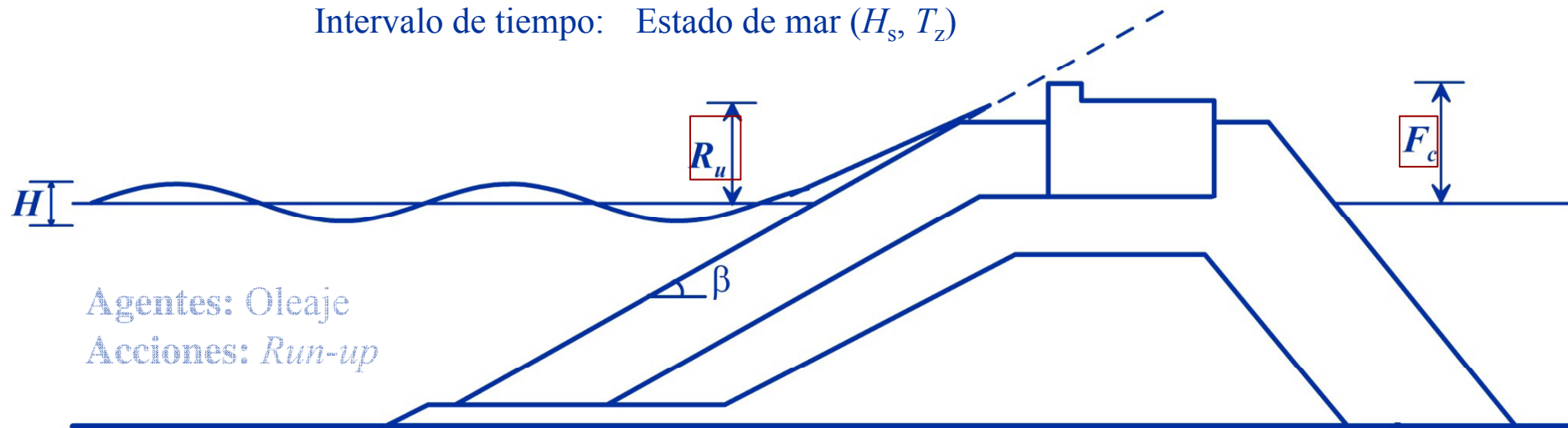
Tramo de obra:

Modo de fallo:

Intervalo de tiempo: Estado de mar (H_s, T_z)

Sección tipo de un dique en talud

REBASE



Agentes: Oleaje
Acciones: *Run-up*

$$\frac{R_u}{H} = A_u [1 - \exp(B_u I_r)]$$

Losada (1985)

Ecuación de verificación

$$g(H, T) = F_c - A_u H [1 - \exp(B_u I_r)]$$

Introducción

Objetivo: verificar un tramo de obra frente a un modo de fallo adscrito a un estado límite en un intervalo de tiempo

Ejemplo

Tramo de obra:

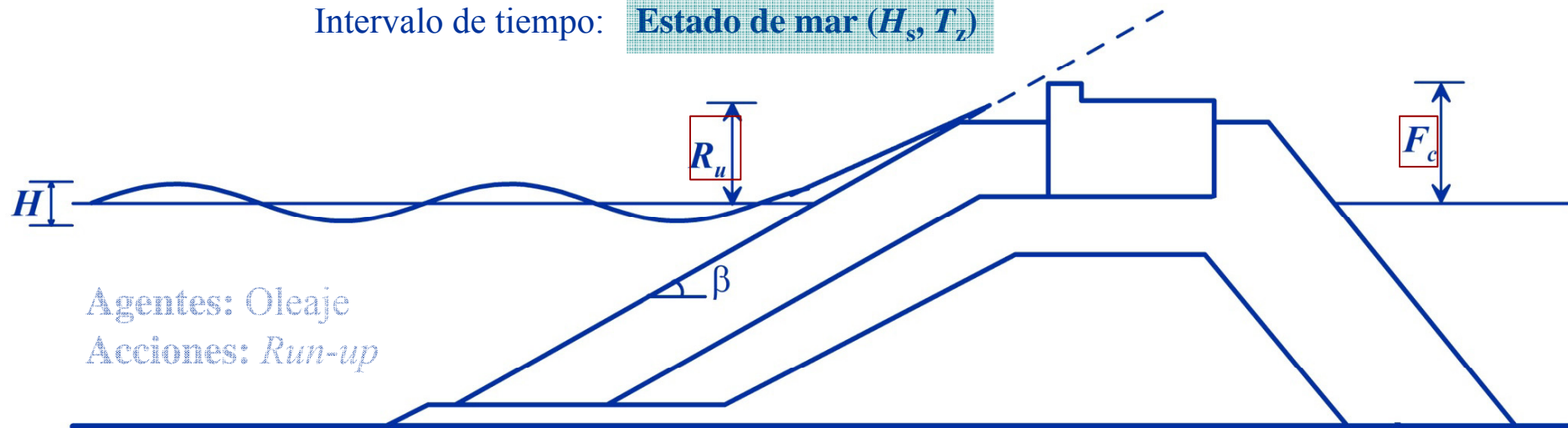
Modo de fallo:

Intervalo de tiempo:

Sección tipo de un dique en talud

REBASE

Estado de mar (H_s, T_z)



Agentes: Oleaje
Acciones: Run-up

Ecuación de verificación

$$\frac{R_u}{H} = A_u [1 - \exp(B_u I_r)]$$

Losada (1985)

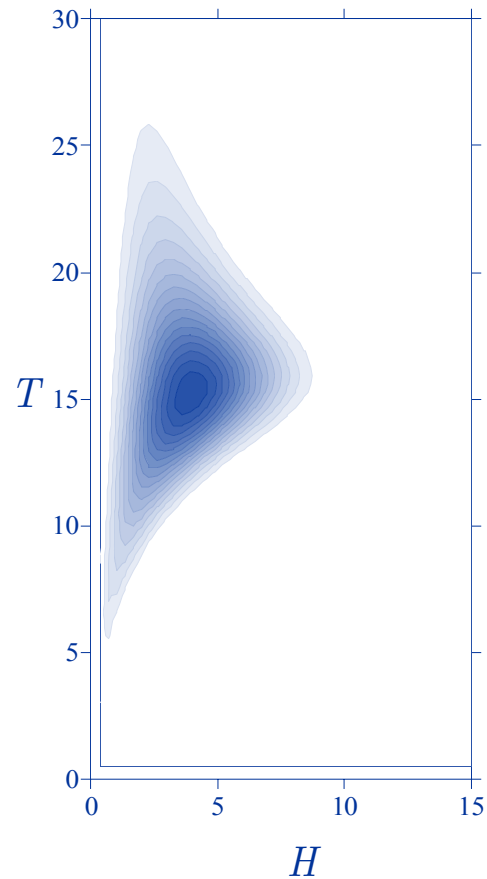
$$g(H, T) = F_c - A_u H [1 - \exp(B_u I_r)]$$

$$¿p_f = \Pr[g(H, T) \leq 0]?$$

Introducción

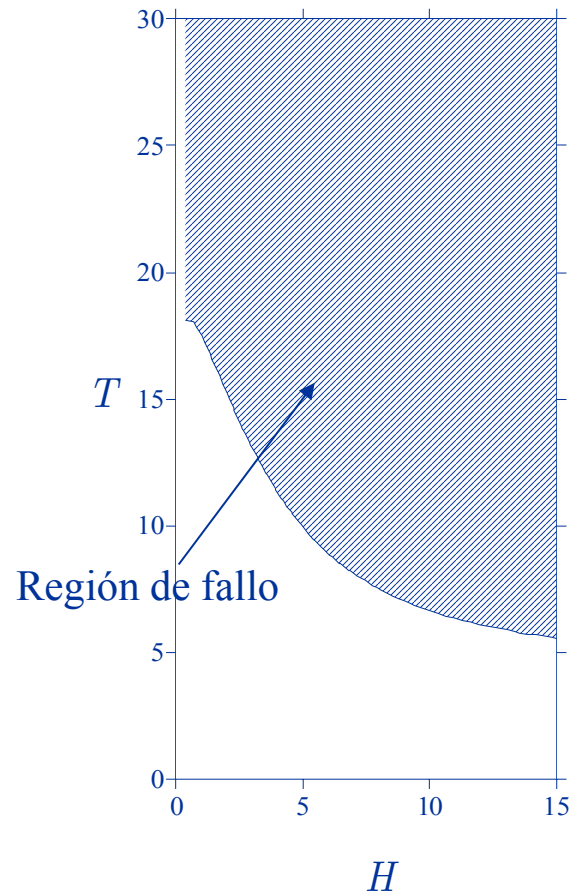
Función de densidad conjunta

$$f(H, T)$$



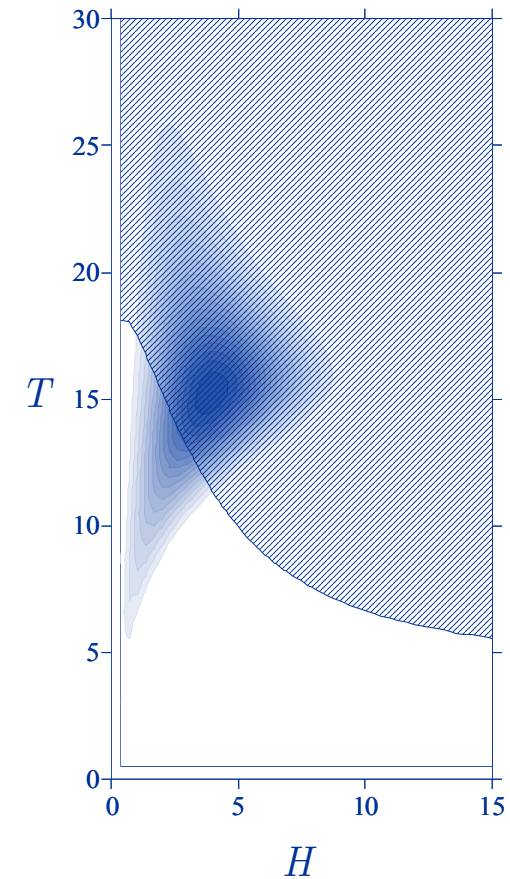
Ecuación de verificación

$$g(H, T) = 0$$



Probabilidad de fallo

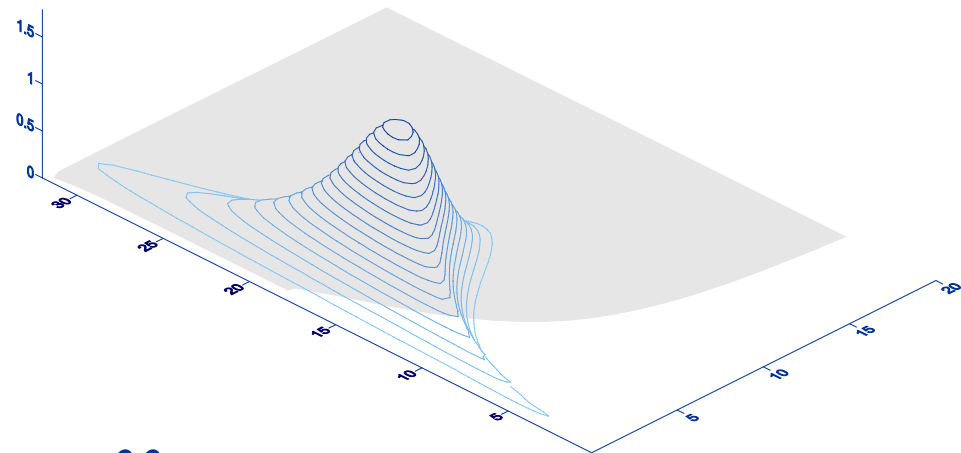
$$p_f = \Pr[g(H, T) \leq 0]$$



Ecuación de verificación:

$$g(X_1, \dots, X_N) = 0 \quad X_1, \dots, X_N \quad \text{variables aleatorias}$$

$$\Pr[g(X_1, \dots, X_N) \leq 0] = \int_{g(X_1, \dots, X_N) \leq 0} f_{X_1, \dots, X_N}(x_1, \dots, x_N) dx_1, \dots, dx_N$$



Probabilidad de fallo

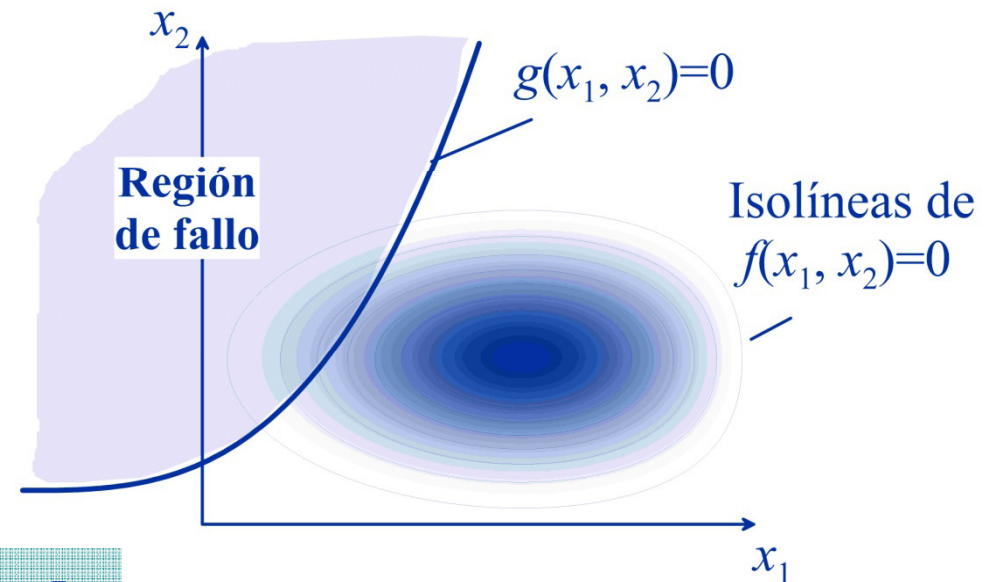
$$p_f = \Pr[g(x, y) \leq 0] = \iint_{g(x, y) \leq 0} f(x, y) dx dy$$

Introducción

Objetivo: verificar un tramo de obra frente a un modo de fallo adscrito a un estado límite en un intervalo de tiempo

Ecuación de verificación

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0$$



$$¿p_f = \Pr[g(X_1, X_2, \dots, X_n) \leq 0]?$$

Métodos de Nivel II

Técnicas de optimización

Métodos de Nivel III

Técnicas de simulación

Problema:

$$g(X_1, X_2) = X_1 - X_2$$

$$X_1: N(\mu_1, \sigma_1)$$

$$X_2: N(\mu_2, \sigma_2)$$

X_1, X_2

independientes

$$\text{¿ } p_f = \Pr[g(X_1, X_2) \leq 0]?$$

Problema: $g(X_1, X_2) = X_1 - X_2$

$$X_1: N(\mu_1, \sigma_1)$$

$$X_2: N(\mu_2, \sigma_2)$$

X_1, X_2 independientes

$$¿p_f = \Pr[g(X_1, X_2) \leq 0]?$$

Solución

$$g(X_1, X_2) \rightarrow N(\mu, \sigma)$$

$$\mu = \mu_1 - \mu_2$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$



$$Z = \frac{g(X_1, X_2) - \mu}{\sigma} \rightarrow N(0,1)$$

$$\begin{cases} \text{F. de densidad, } \varphi(z) \\ \text{F. de distribución, } \Phi(z) \end{cases}$$

Métodos de Nivel II

Problema: $g(X_1, X_2) = X_1 - X_2$

$$X_1: N(\mu_1, \sigma_1)$$

$$X_2: N(\mu_2, \sigma_2)$$

X_1, X_2 independientes

$$¿p_f = \Pr[g(X_1, X_2) \leq 0]?$$

Solución

$$g(X_1, X_2) \rightarrow N(\mu, \sigma)$$

$$\mu = \mu_1 - \mu_2$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$



$$Z = \frac{g(X_1, X_2) - \mu}{\sigma} \rightarrow N(0, 1)$$

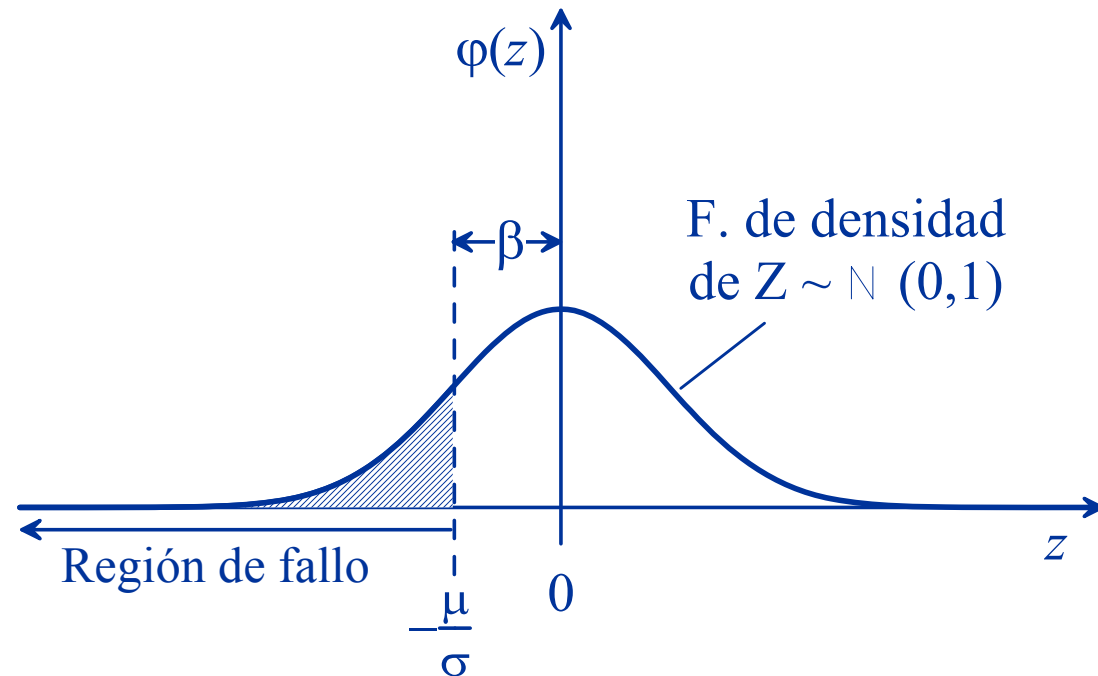
$$\begin{cases} \text{F. de densidad, } \varphi(z) \\ \text{F. de distribución, } \Phi(z) \end{cases}$$

$$p_f = \Pr[g(X_1, X_2) \leq 0] = \Pr\left[\frac{g(X_1, X_2) - \mu}{\sigma} = Z \leq -\frac{\mu}{\sigma}\right] = \Phi\left(-\frac{\mu}{\sigma}\right)$$

$$p_f = \Pr[g(X_1, X_2) \leq 0] = \Pr\left[Z \leq -\frac{\mu}{\sigma}\right] = \Phi\left(-\frac{\mu}{\sigma}\right)$$

$$\beta = -\frac{\mu}{\sigma}$$

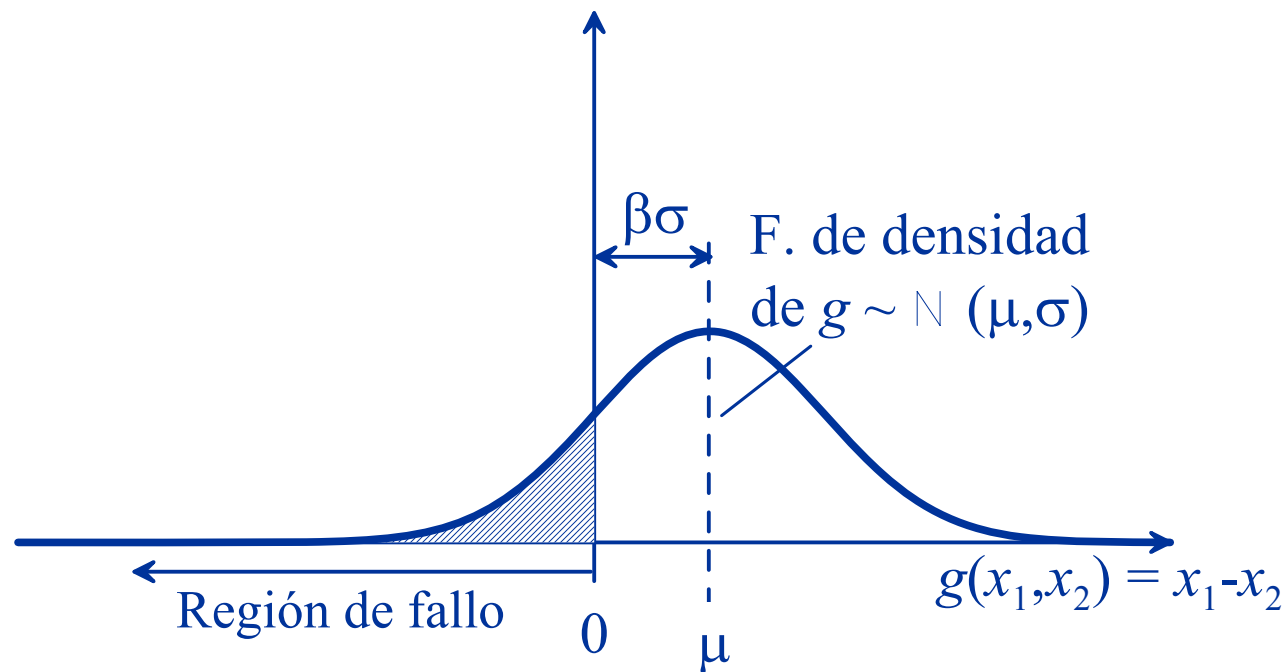
$$p_f = \Phi(-\beta)$$



β : distancia de la región de fallo, $Z \leq -\mu/\sigma$, al origen (punto más probable).

Índice de fiabilidad

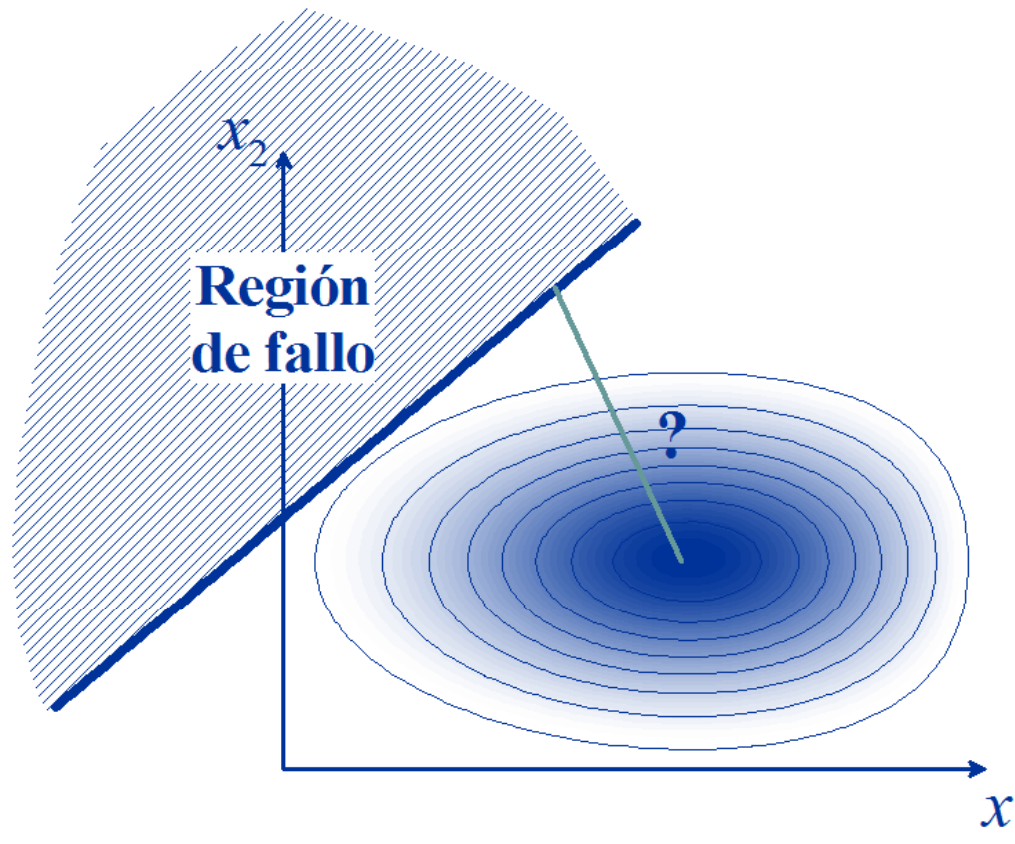
$$p_f = \Pr[g(X_1, X_2) \leq 0] = F(0)$$



β : distancia de la región de fallo, $g(X_1, X_2) \leq 0$,
al punto más probable, μ , en unidades de σ .

Nivel II. E. v. lineal, v.a. Gaussianas independientes

$$g(X_1, X_2) = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 \quad \begin{array}{l} X_1: N(\mu_1, \sigma_1) \\ X_2: N(\mu_2, \sigma_2) \end{array} \quad X_1, X_2 \text{ independientes}$$

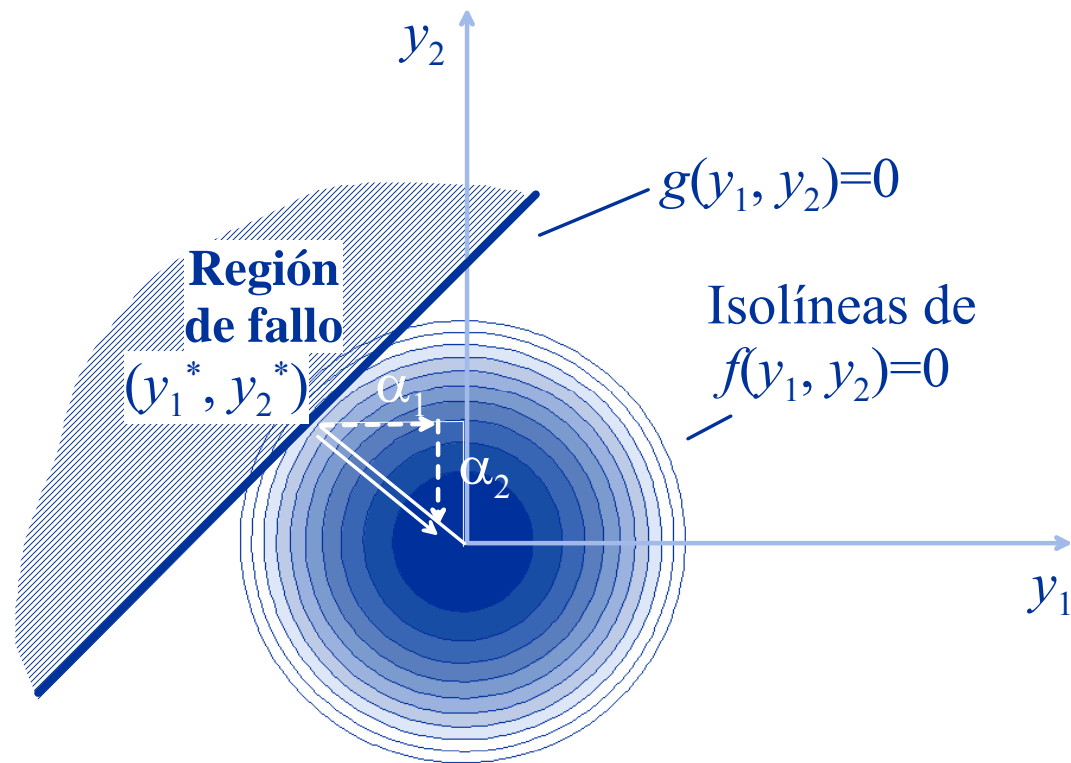


Nivel II. E. v. lineal, v.a. Gaussianas independientes

Ec. de verificación en vbles. reducidas

$$Y_i = \frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \rightarrow g(Y_1, Y_2) = a_0 + a_1 Y_1 + a_2 Y_2 = 0$$

$$\beta = \min_{g(y_1, y_2)=0} \left\{ \sqrt{y_1^2 + y_2^2} \right\}$$



Nivel II. E. v. lineal, v.a. Gaussianas independientes

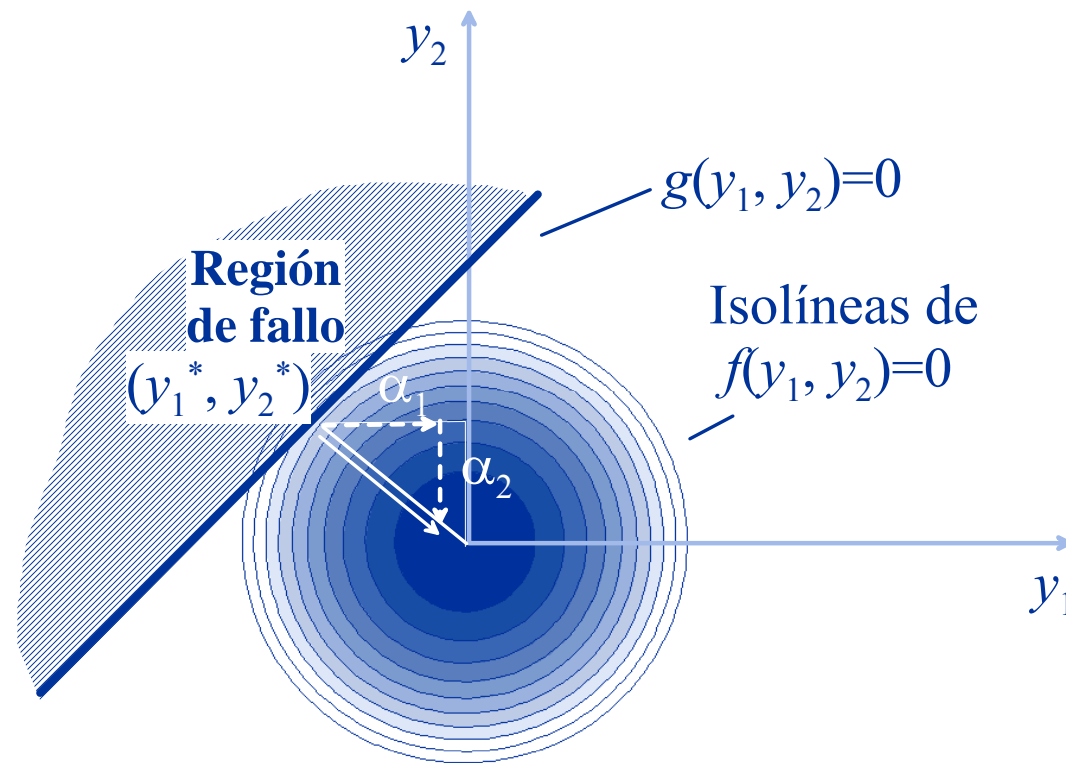
Ec. de verificación en vbles. reducidas

$$Y_i = \frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \rightarrow g(Y_1, Y_2) = a_0 + a_1 Y_1 + a_2 Y_2 = 0$$

$$\beta = \min_{g(y_1, y_2)=0} \left\{ \sqrt{y_1^2 + y_2^2} \right\}$$

Punto de diseño

$$(y_1^*, y_2^*) = -\frac{a_0}{a_1^2 + a_2^2} (a_1, a_2)$$



Nivel II. E. v. lineal, v.a. Gaussianas independientes

Ec. de verificación en vbles. reducidas

$$Y_i = \frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \rightarrow g(Y_1, Y_2) = a_0 + a_1 Y_1 + a_2 Y_2 = 0$$

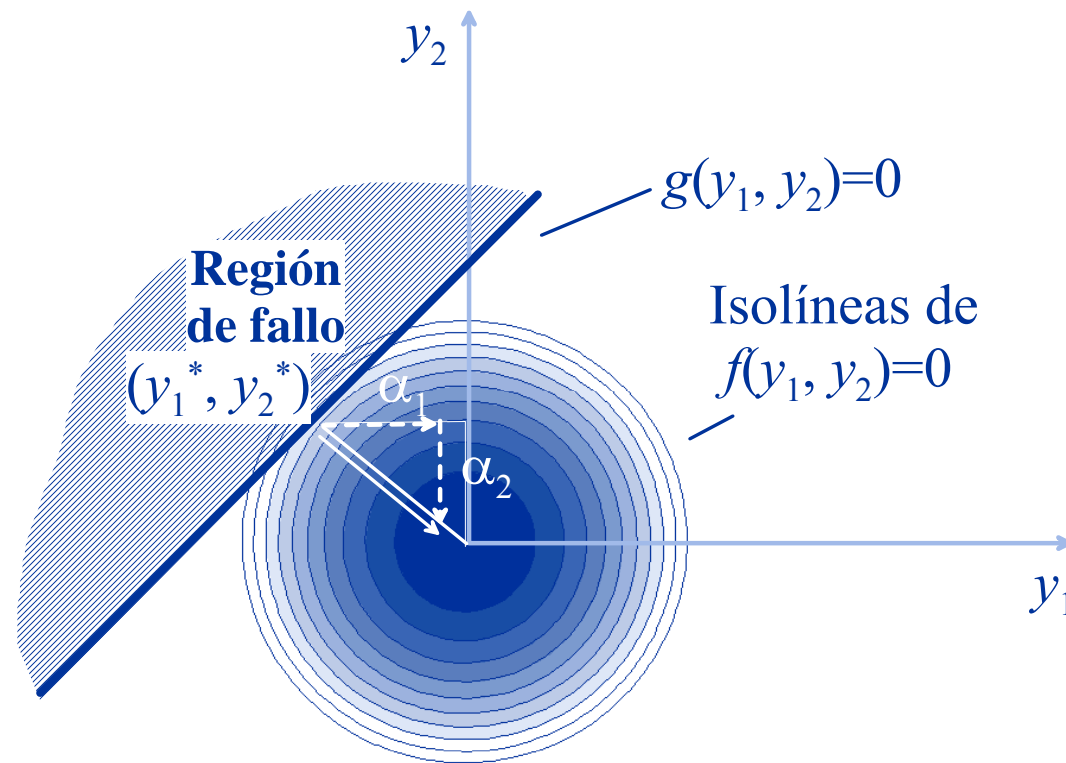
$$\beta = \min_{g(y_1, y_2)=0} \left\{ \sqrt{y_1^2 + y_2^2} \right\}$$

Punto de diseño

$$(y_1^*, y_2^*) = -\frac{a_0}{a_1^2 + a_2^2} (a_1, a_2)$$

Índices de sensibilidad

$$\vec{\alpha} = \left(\frac{a_1}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}}, \frac{a_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}} \right)$$



Nivel II. E. v. lineal, v.a. Gaussianas independientes

Ec. de verificación en vbles. reducidas

$$Y_i = \frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \rightarrow g(Y_1, Y_2) = a_0 + a_1 Y_1 + a_2 Y_2 = 0$$

$$\beta = \min_{g(y_1, y_2)=0} \left\{ \sqrt{y_1^2 + y_2^2} \right\}$$

Punto de diseño

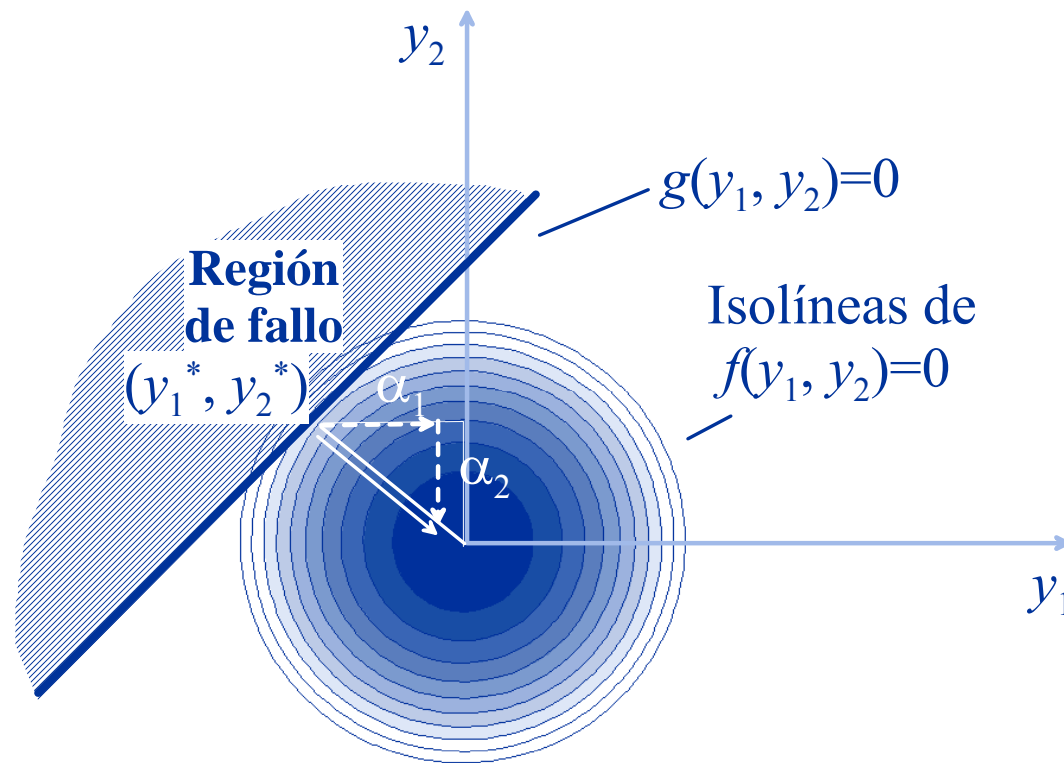
$$(y_1^*, y_2^*) = -\frac{a_0}{a_1^2 + a_2^2} (a_1, a_2)$$

Índices de sensibilidad

$$\vec{\alpha} = \left(\frac{a_1}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}}, \frac{a_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}} \right)$$

Índice de fiabilidad

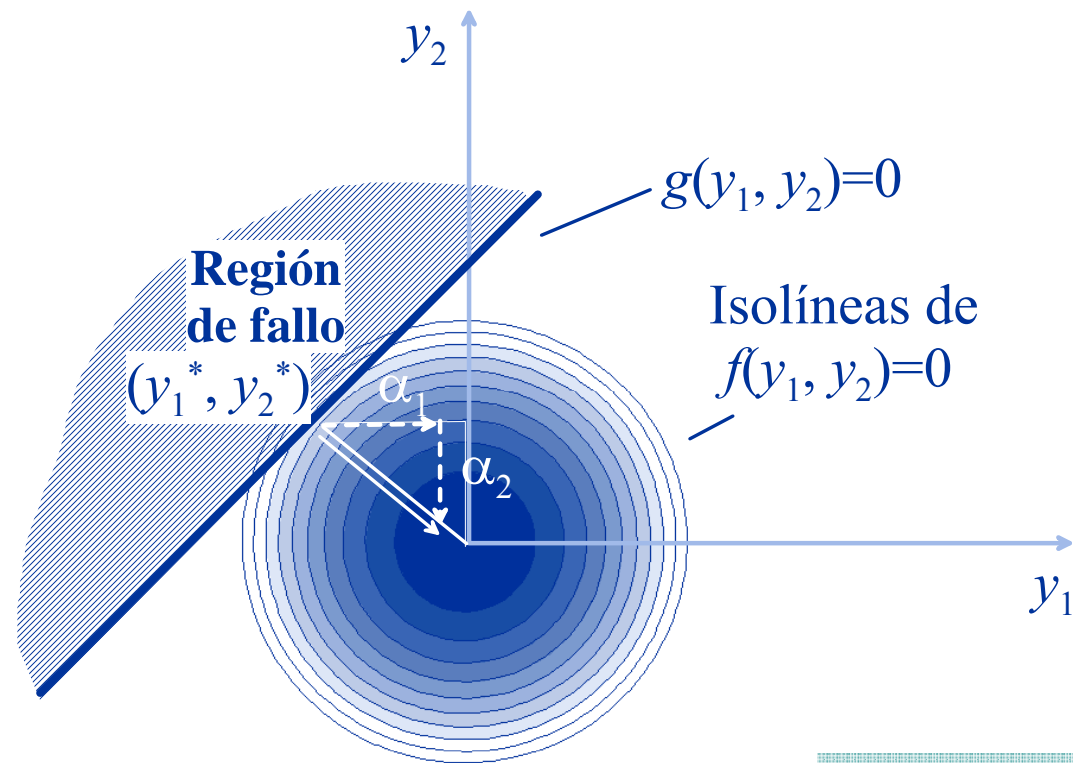
$$\beta = |a_0| / \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$



Nivel II. E. v. lineal, v.a. Gaussianas independientes

Ec. de verificación en vbles. reducidas

$$Y_i = \frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \rightarrow g(Y_1, Y_2) = a_0 + a_1 Y_1 + a_2 Y_2 = 0$$



$$\beta = \min_{g(y_1, y_2)=0} \left\{ \sqrt{y_1^2 + y_2^2} \right\}$$

Punto de diseño

$$(y_1^*, y_2^*) = -\frac{a_0}{a_1^2 + a_2^2} (a_1, a_2)$$

Índices de sensibilidad

$$\vec{\alpha} = \left(\frac{a_1}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}}, \frac{a_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}} \right)$$

Índice de fiabilidad

$$\beta = |a_0| / \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

Punto de diseño

$$(y_1^*, y_2^*) = -sg(a_0)\beta(\alpha_1, \alpha_2)$$

Probabilidad de fallo

$$p_f = \Phi(-\beta)$$

Nivel II. E. v. lineal, v.a. Gaussianas independientes

Problema: $g(X_1, \dots, X_N) = b_0 + b_1 X_1 + \dots + b_N X_N$

$$p_f = \Pr[g(X_1, \dots, X_N) \leq 0]?$$

$X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i), i = 1, \dots, N$ independientes

Solución

1. Variables reducidas $Y_i = \frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i}, i = 1, \dots, N$

2. Ec. verificación en v. reducidas $g(Y_1, \dots, Y_N) = a_0 + a_1 Y_1 + \dots + a_N Y_N = 0$

3. Encontrar $\beta = \min_{g(y_1, \dots, y_N)=0} \left\{ \sqrt{y_1^2 + \dots + y_N^2} \right\} \rightarrow$ **4. Calcular** $p_f = \Phi(-\beta)$

$$f(y_1, \dots, y_N, \lambda) = \sqrt{y_1^2 + \dots + y_N^2} + \lambda g(y_1, \dots, y_N)$$

λ : multiplicador de Lagrange

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial y_1} &= \frac{y_1}{\sqrt{y_1^2 + \dots + y_N^2}} + \lambda a_1 = 0 \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{\partial f}{\partial y_N} &= \frac{y_N}{\sqrt{y_1^2 + \dots + y_N^2}} + \lambda a_N = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial \lambda} &= a_0 + a_1 y_1 + \dots + a_N y_N = 0 \end{aligned} \right\}$$

Nivel II. E. v. lineal, v.a. Gaussianas independientes

$$\left. \begin{aligned} f(y_1, \dots, y_N, \lambda) &= \sqrt{y_1^2 + \dots + y_N^2} \\ &\quad + \lambda g(y_1, \dots, y_N) \\ \lambda: \text{multiplicador de Lagrange} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial y_1} &= \frac{y_1}{\sqrt{y_1^2 + \dots + y_N^2}} + \lambda a_1 = 0 \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{\partial f}{\partial y_N} &= \frac{y_N}{\sqrt{y_1^2 + \dots + y_N^2}} + \lambda a_N = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial \lambda} &= a_0 + a_1 y_1 + \dots + a_N y_N = 0 \end{aligned}$$

Índices de sensibilidad

$$\alpha_1 = \frac{a_1}{\sqrt{a_1^2 + \dots + a_N^2}}$$

.....

$$\alpha_N = \frac{a_N}{\sqrt{a_1^2 + \dots + a_N^2}}$$

Índice de fiabilidad

$$\beta = \frac{|a_0|}{\sqrt{a_1^2 + \dots + a_N^2}} = \frac{\mu}{\sigma}$$

Punto de diseño

$$y_1^* = -sg(a_0)\beta\alpha_1$$

.....

$$y_N^* = -sg(a_0)\beta\alpha_N$$

Probabilidad de fallo

$$p_f = \Phi(-\beta)$$

Nivel II. Problema general

Problema: $g(X_1, \dots, X_N) = 0$ no lineal

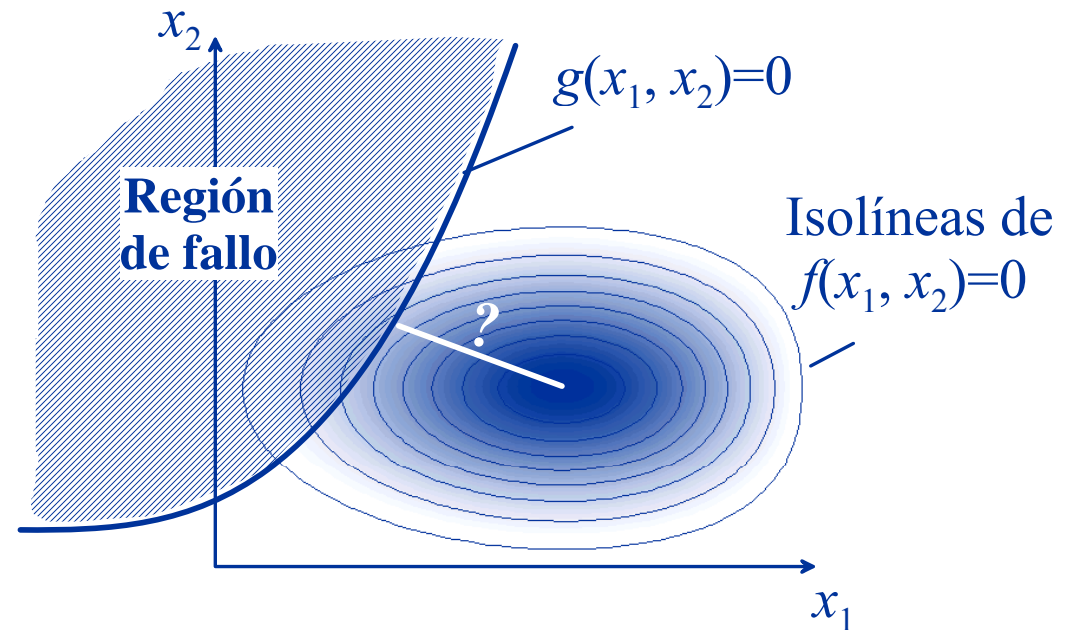
X_1, \dots, X_N no gaussianas
no independientes

Solución

$$\beta = \min_{g(x_1, \dots, x_N)=0} \left\| \vec{x} - \vec{x}_p \right\|$$

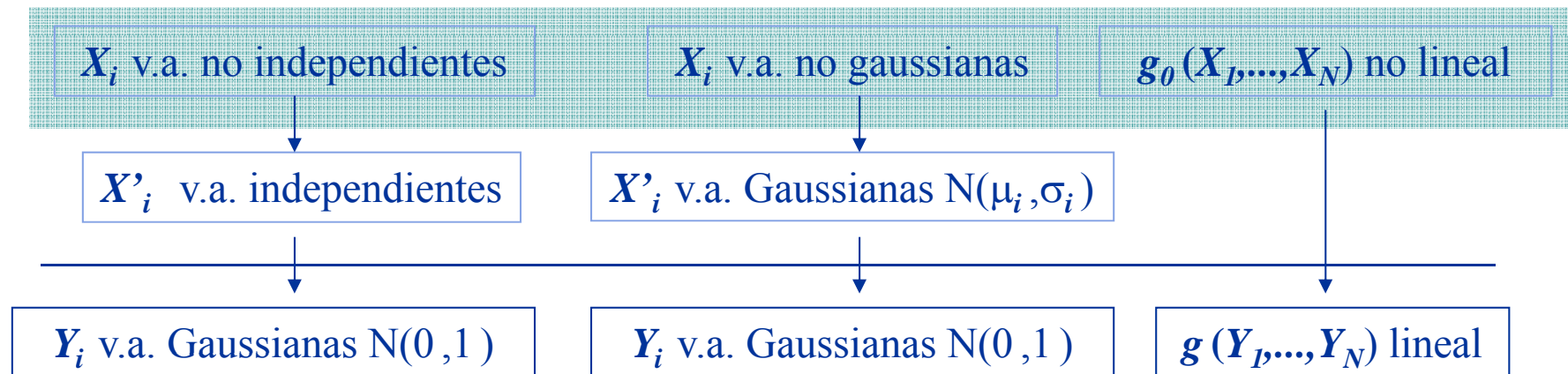
$$(x_1^*, x_2^*, \dots, x_N^*)$$

Punto de la región de fallo más probable (Shinozuka, 1983)



$$g_0(X_1, \dots, X_N) = 0$$

$$X_1, \dots, X_N$$



$$g(Y_1, \dots, Y_N) \rightarrow N(\mu, \sigma)$$

$$\beta = \frac{\mu}{\sigma} \quad p_f = \Phi(-\beta)$$

Nivel II. Método FOSM

$$g_0(X_1, \dots, X_N) = 0$$

Ecuación de verificación

$$X_1, \dots, X_N$$

V.a. Gauss. Indep.

$$X_1, \dots, X_N \rightarrow Y_1, \dots, Y_N \quad N(0,1)$$

$$g(Y_1, \dots, Y_N) = 0$$

Nivel II. Método FOSM (first order, second moment)

$$g_0(X_1, \dots, X_N) = 0 \quad X_1, \dots, X_N$$

Ecuación de verificación V.a. Gauss. Indep.

$$X_1, \dots, X_N \rightarrow Y_1, \dots, Y_N \quad N(0,1)$$

$$g(Y_1, \dots, Y_N) = 0$$

Linearización de $g \rightarrow$ desarrollo en serie de Taylor de g entorno a $\vec{y}^{(0)} = (y_1^{(0)}, \dots, y_N^{(0)})$

$$g(\vec{y}) = g(y_1, \dots, y_N)$$

$$g(\vec{y}) \approx g_L(\vec{y}) = g_L(y_1, \dots, y_N)$$

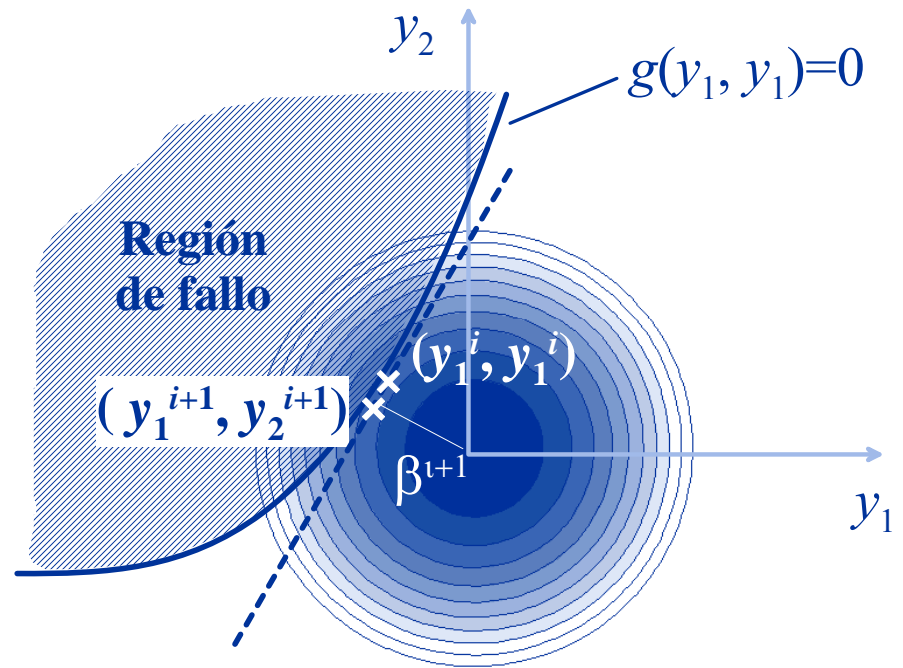
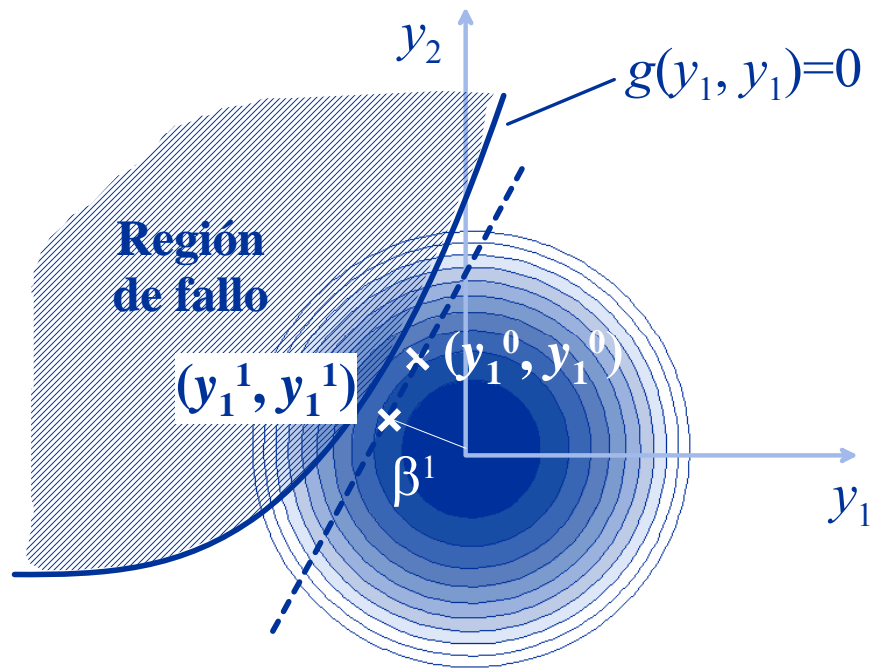
$$= g(\vec{y}^{(0)}) + (Dg)_{|\vec{y}^{(0)}} (\vec{y} - \vec{y}^{(0)})$$

$$= g(\vec{y}^{(0)}) + \left. \frac{\partial g}{\partial y_1} \right|_{\vec{y}^{(0)}} (y_1 - y_1^{(0)}) + \dots + \left. \frac{\partial g}{\partial y_N} \right|_{\vec{y}^{(0)}} (y_N - y_N^{(0)})$$

$$= a_0 + a_1 y_1 + \dots + a_N y_N$$

$$a_0 = g(\vec{y}^{(0)}) - y_1^{(0)} \left. \frac{\partial g}{\partial y_1} \right|_{\vec{y}^{(0)}} - \dots - y_N^{(0)} \left. \frac{\partial g}{\partial y_N} \right|_{\vec{y}^{(0)}}$$
$$a_1 = \left. \frac{\partial g}{\partial y_1} \right|_{\vec{y}^{(0)}}, \dots, a_N = \left. \frac{\partial g}{\partial y_N} \right|_{\vec{y}^{(0)}}$$

Nivel II. Método FOSM



Nivel II. Problema general

1. Elección del punto crítico inicial

$$y^{(0)} = (y_1^{(0)}, \dots, y_N^{(0)})$$

2. En cada iteración $\vec{y}^{(i)} \longrightarrow \vec{y}^{(i+1)}$

- Linearización de g entorno $\vec{y}^{(i)}$
- Cálculo de los índices de Sensibilidad de g_L
- Cálculo del índice de fiabilidad de g_L
- Cálculo del punto crítico de g_L

$$\begin{aligned} g(\vec{y}) &\approx g_L(\vec{y}) = g(\vec{y}^{(i)}) + (Dg)_{|\vec{y}^{(i)}} (\vec{y} - \vec{y}^{(i)}) \\ &= a_0 + a_1 y_1 + \dots + a_N y_N \\ \vec{\alpha}^{(i+1)} &= (\alpha_1^{(i+1)}, \dots, \alpha_N^{(i+1)}) = \frac{(a_1, \dots, a_N)}{\sqrt{a_1^2 + \dots + a_N^2}} \\ \beta^{(i+1)} &= |a_0| / \sqrt{a_1^2 + \dots + a_N^2} \\ \vec{y}^{(i+1)} &= -\beta^{(i+1)} \vec{\alpha}^{(i+1)} \end{aligned}$$

No

Si

3. Test de parada $\beta^{(i+1)} \approx \beta^{(i)} ?$

No: $\vec{y}^{(i)} \leftarrow \vec{y}^{(i+1)}$
Si: $\vec{y} \approx \vec{y}^{(i+1)}$

$$\vec{\alpha} \approx \vec{\alpha}^{(i+1)}; \beta \approx \beta^{(i+1)}; p_f = \Phi(-\beta)$$

$\vec{y}^{(i+1)} \longrightarrow \vec{y} = \vec{y}^{(i+1)}$

Nivel II. Transformación en una vble. Gaussiana equivalente

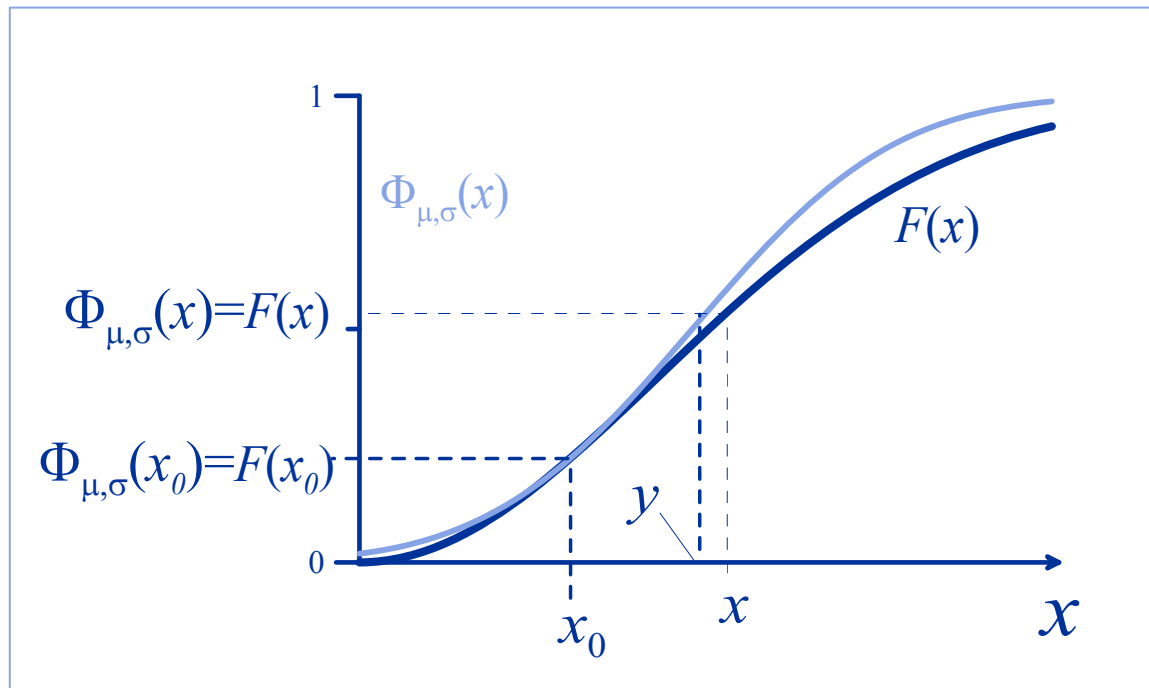
X v. a. no gaussiana; $f(x)$ f. densidad; $F(x)$ f. de distribución

Normal tail transformation

$U \sim N(\mu, \sigma)$ t.q.

$$F(x_0) \approx \Phi_{\mu, \sigma}(x_0)$$

$$F(x) \approx \Phi_{\mu, \sigma}(x) \text{ para } x \approx x_0$$



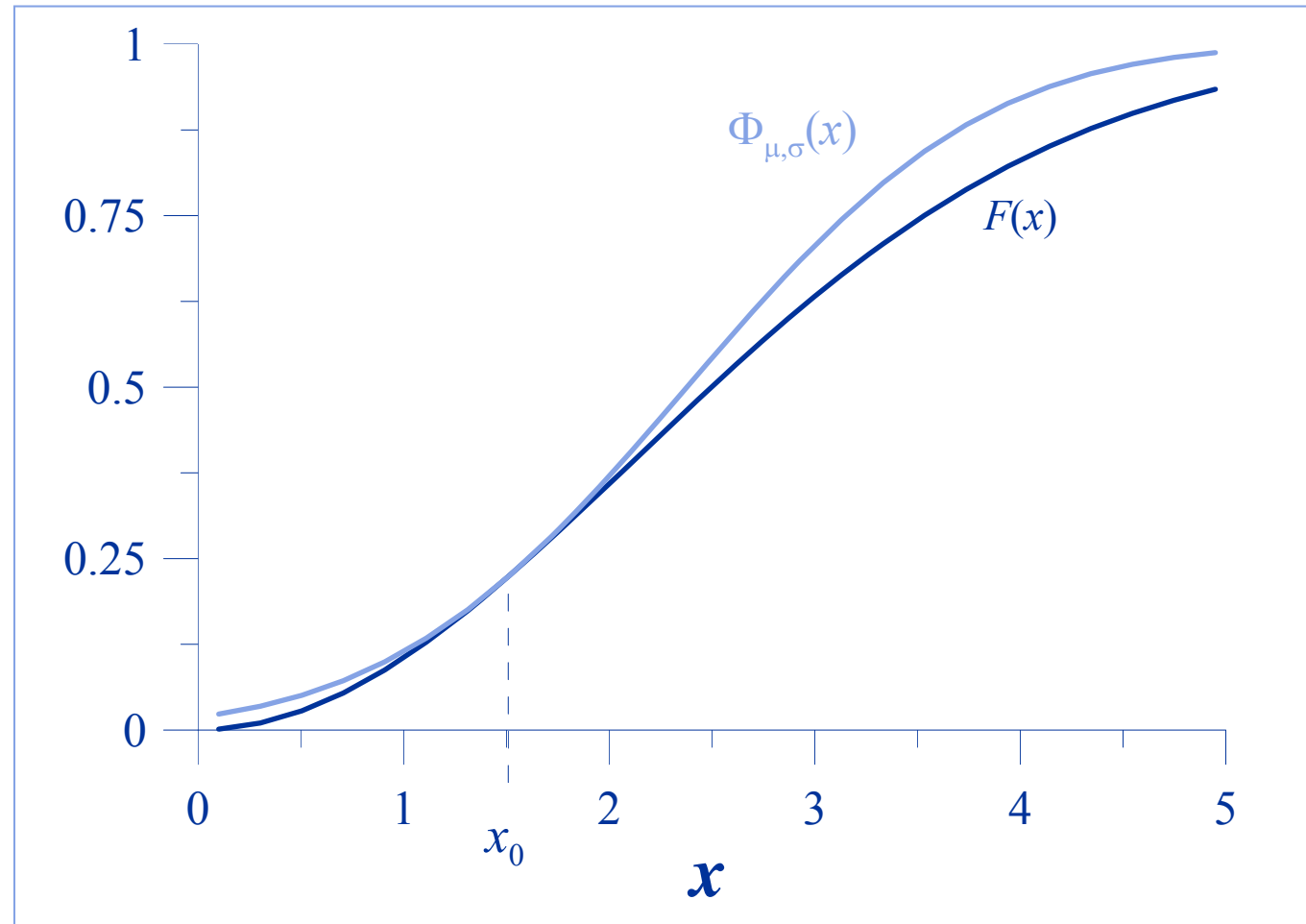
$$\sigma = \frac{\phi[\Phi^{-1}(F(x_0))]}{f(x_0)}$$
$$\mu = x_0 - \Phi^{-1}(F(x_0))\sigma$$

$$Y = \frac{U - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$$

Nivel II. Problema general

$H \sim \text{Rayleigh}, H_{rms}$

$x_0 = 1.5$



Nivel II. Transformación en vbles. gaussianas independientes

X_1, \dots, X_N Variables no independientes

Transformación de Rossemblatt

$$Y_1 = X_1$$

$$Y_2 = X_2 | X_1$$

$$Y_3 = X_3 | X_1 X_2$$

...

$$Y_N = X_N | X_1 \dots X_{N-1}$$

$$Z_1 = \Phi^{-1} \left(F_1(X_1) \right)$$

$$Z_2 = \Phi^{-1} \left(F_{2|1}(X_2 | X_1) \right)$$

$$Z_3 = \Phi^{-1} \left(F_{3|12}(X_3 | X_1 X_2) \right)$$

...

$$Z_N = \Phi^{-1} \left(F_{N|1\dots N-1}(X_N | X_1 \dots X_{N-1}) \right)$$

$$Z_1, \dots, Z_N$$

Variables independientes $\sim N(0,1)$

Nivel II. Ejemplo

$$\frac{R_u}{H} = A_u (1 - \exp(-B_u I_r)) \quad \text{Losada (1985)} \quad I_r = \frac{\tan \beta}{\sqrt{\frac{H}{L_o}}} = 1.25 T \frac{\tan \beta}{\sqrt{H}}$$

Vbles. deterministas: $\cotan \beta = 1.5, F_c = 7 (m), T_z = 10(s)$

Vbles. aleatorias: A_u, B_u, H independientes

Ecuación de verificación: $g(A_u, B_u, H) = F_c - A_u H (1 - \exp(-B_u I_r))$

$$A_u \sim N(\mu_a = 1.05, \sigma_a = 0.210)$$

$$B_u \sim N(\mu_b = -0.67, \sigma_b = 0.134)$$

$$H \sim \text{Rayleigh}, H_{rms} = 3(m)$$

Nivel II. Ejemplo

- Elección del punto crítico inicial $\vec{x}^{(0)} = (1.05, -0.67, 1.5)$

1ª Iteración

- Transf. en v. a. normales reducidas equivalentes en un entorno del punto $\vec{x}^{(0)} = (1.05, -0.67, 1.5)$

$$\sigma_0 = \frac{\phi\left[\Phi^{-1}\left(F(H_0)\right)\right]}{f(H_0)} = 1.1$$

$$\mu_0 = H_0 - \Phi^{-1}\left(F(H_0)\right)\sigma_0 = 2.3789$$

$$A_u, B_u, H \longrightarrow Y_1 = \frac{A_u - \mu_a}{\sigma_a} \quad Y_2 = \frac{B_u - \mu_b}{\sigma_b} \quad Y_3^{(i)} = \frac{H - \mu_0}{\sigma_0}$$

- Aprox. del punto crítico en las nuevas vbles

$$y_1 = \frac{A_u - 1.05}{0.21} = 0$$

$$y_2 = \frac{B_u + 0.67}{0.134} = 0$$

$$y_3^{(i)} = \frac{H - \mu_0}{\sigma_0} = -0.768$$

Nivel II. Ejemplo

- Linearización de g_0

$$\frac{\partial g_0}{\partial A_u} = -H \left(1 - e^{(B_u I_r)} \right) = -1.4843 \quad \frac{\partial g_0}{\partial B_u} = H A_u I_r e^{(B_u I_r (H, T))} = 0.1123$$

$$\frac{\partial I_r}{\partial H} = -1.25T \tan \beta \frac{1}{2} H^{-3/2} = -0.2268 \quad \frac{\partial g_0}{\partial H} = -A_u \left(1 - e^{(B_u I_r)} \right) + H A_u B_u \frac{\partial I_r}{\partial H} e^{(B_u I_r)} = -1.0635$$

$$\frac{\partial A_u}{\partial Y_1} = \sigma_a = 0.21 \quad \frac{\partial B_u}{\partial Y_2} = \sigma_b = 0.134 \quad \frac{\partial H}{\partial Y_3} = \sigma_3 = 1.1441$$

$$a_1 = \left(\frac{\partial g}{\partial y_1} \right) \Big|_{(0,0,-0.7681)} = \frac{\partial g_0}{\partial A_u} \Big|_{(1.05,-0.67,1.5)} \frac{\partial A_u}{\partial Y_1} \Big|_{(0,0,-0.7681)} = -0.3117$$

$$a_2 = \left(\frac{\partial g}{\partial y_2} \right) \Big|_{(0,0,-0.7681)} = \frac{\partial g_0}{\partial B_u} \Big|_{(1.05,-0.67,1.5)} \frac{\partial B_u}{\partial Y_2} \Big|_{(0,0,-0.7681)} = 0.150$$

$$a_3 = \left(\frac{\partial g}{\partial y_3} \right) \Big|_{(0,0,-0.7681)} = \frac{\partial g_0}{\partial H} \Big|_{(1.05,-0.67,1.5)} \frac{\partial H}{\partial Y_3} \Big|_{(0,0,-0.7681)} = -0.6945$$

$$g(0,0,-0.7681) = g_0(1.05,-0.67,1.5) = 5.4415$$

$$a_0 = g - (a_1 y_1 + a_2 y_2 + a_3 y_3) = 4.908$$

$$g(y_1, y_2, y_3) = a_0 + y_1 a_1 + y_2 a_2 + y_3 a_3$$

$$a_1 = -0.3117 \quad a_2 = 0.150 \quad a_3 = -0.6945 \quad a_0 = 4.908$$

Nivel II. Ejemplo

- Linearización de g_0

$$g(y_1, y_2, y_3) = a_0 + y_1 a_1 + y_2 a_2 + y_3 a_3 \quad a_1 = -0.3117 \quad a_2 = 0.150 \quad a_3 = -0.6945 \quad a_0 = 4.908$$

- Calculo del índice de fiabilidad de g $\beta^1 = \frac{a_0}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}} = 6.4459$

- Calculo de los índices de sensibilidad de g

$$\frac{a_1}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}} = -0.409 \quad \alpha_2 = \frac{a_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}} = 0.02 \quad \alpha_3 = \frac{a_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}} = -0.912$$

- Calculo de las coordenadas del punto crítico de g

$$y_1 = -\alpha_1 \beta^1 = 2.639 \quad y_2 = -\alpha_2 \beta^1 = -0.127 \quad y_3 = -\alpha_3 \beta^1 = 5.88$$

- Calculo de las coordenadas de la primera aproximación al punto crítico de g_0

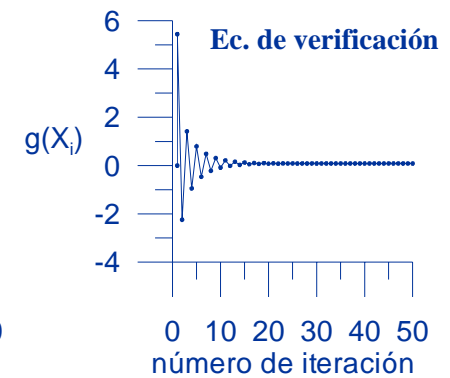
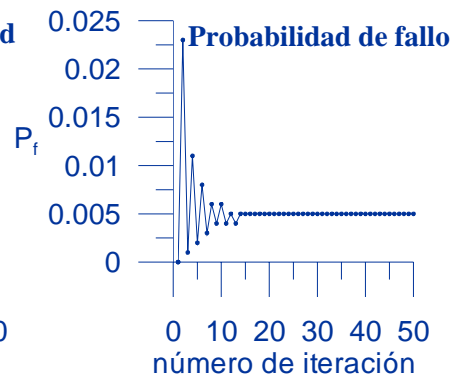
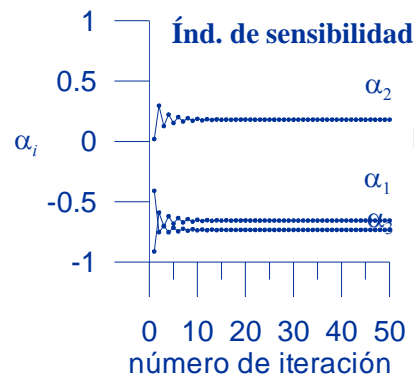
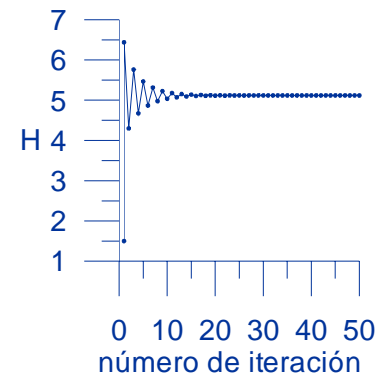
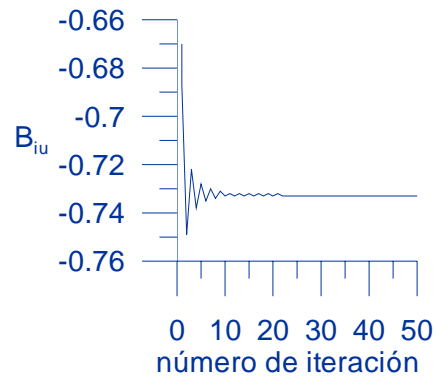
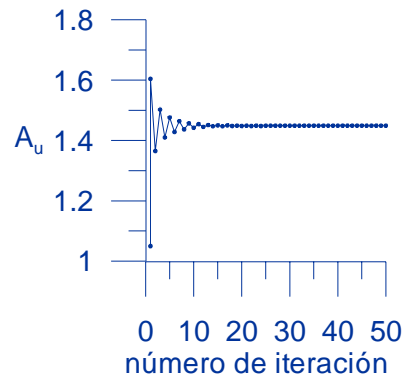
$$x_1 = \sigma_a y_1 + \mu_a = 1.604 \quad x_2 = \sigma_b y_2 + \mu_b = 0.687$$
$$x_3 = F^{-1}(\Phi(y_3)) = H_{rms} \sqrt{-\log(1 - \Phi(y_3))} = 6.4369$$

2ª Iteración

- Transf. en v. a. normales reducidas equivalentes en un entorno del punto $\vec{x}^{(1)} = (1.604, -0.687, 6.438)$

Nivel II. Ejemplo

Punto de diseño



Métodos de nivel III

Objetivo: verificar un tramo de obra frente a un modo de fallo adscrito a un estado límite en un intervalo de tiempo

Ejemplo

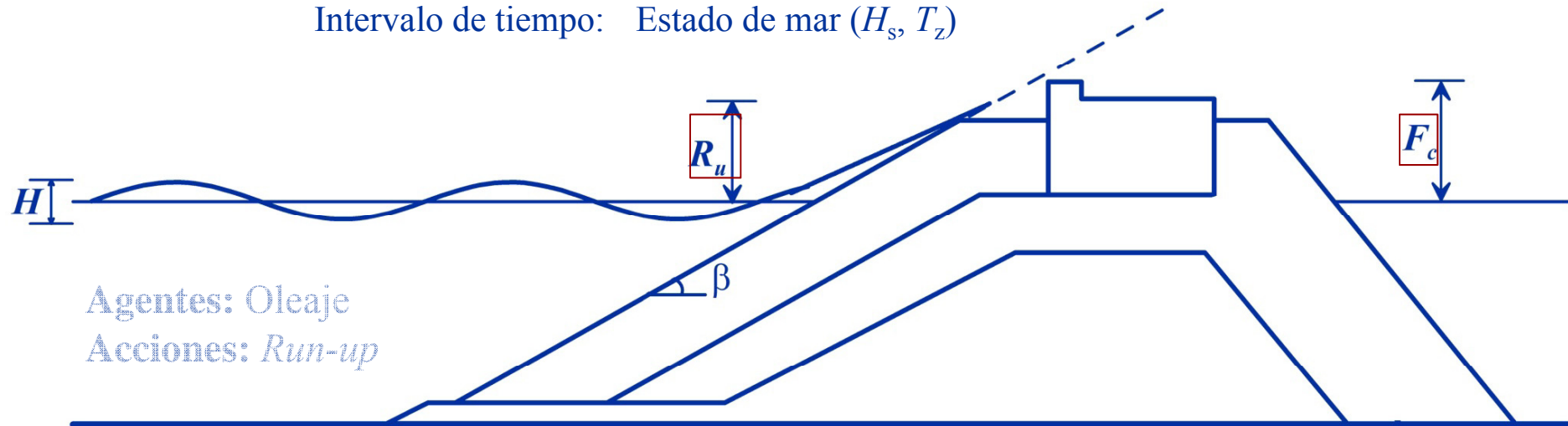
Tramo de obra:

Modo de fallo:

Intervalo de tiempo: Estado de mar (H_s, T_z)

Sección tipo de un dique en talud

REBASE



Agentes: Oleaje
Acciones: *Run-up*

$$\frac{R_u}{H} = A_u [1 - \exp(B_u I_r)]$$

Losada (1985)

Ecuación de verificación

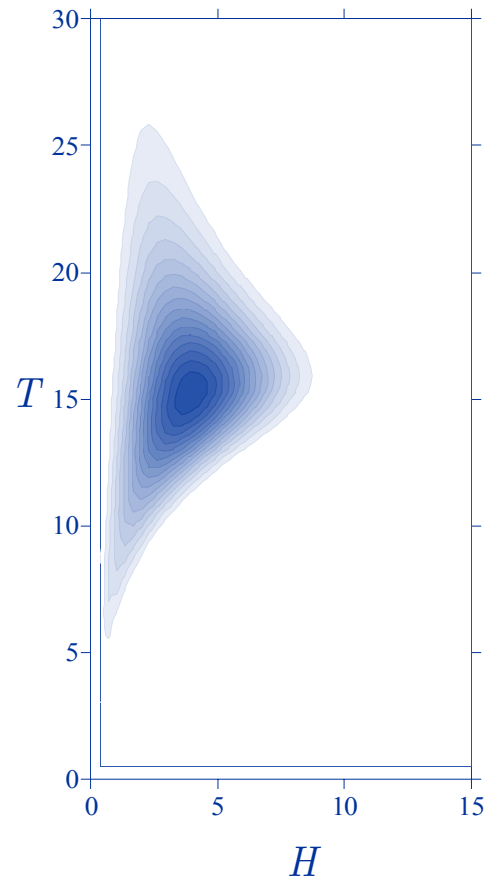
$$g(H, T) = F_c - A_u H [1 - \exp(B_u I_r)]$$

Formato *Margen de seguridad*

Métodos de nivel III

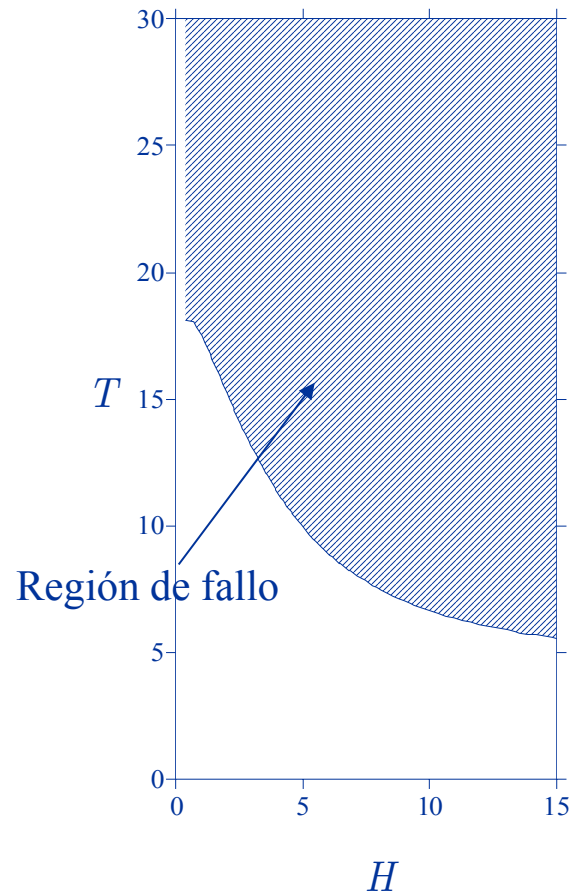
Función de densidad conjunta

$$f(H, T)$$



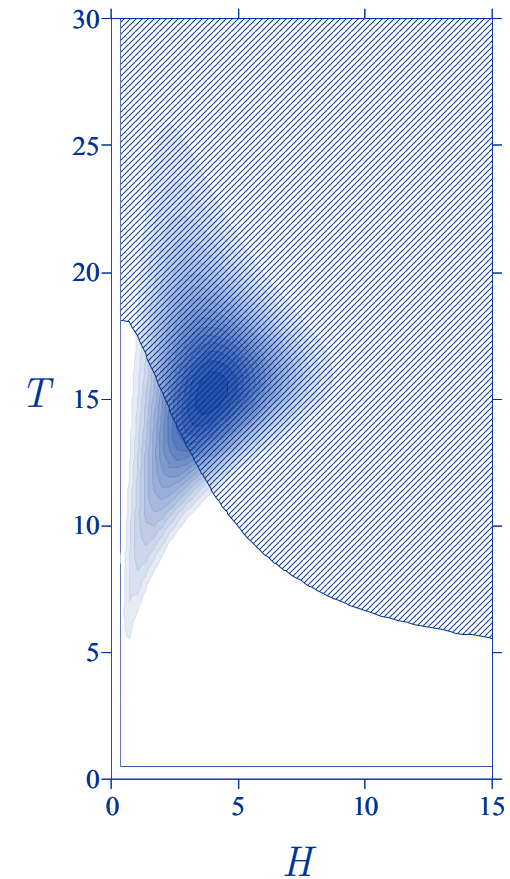
Ecuación de verificación

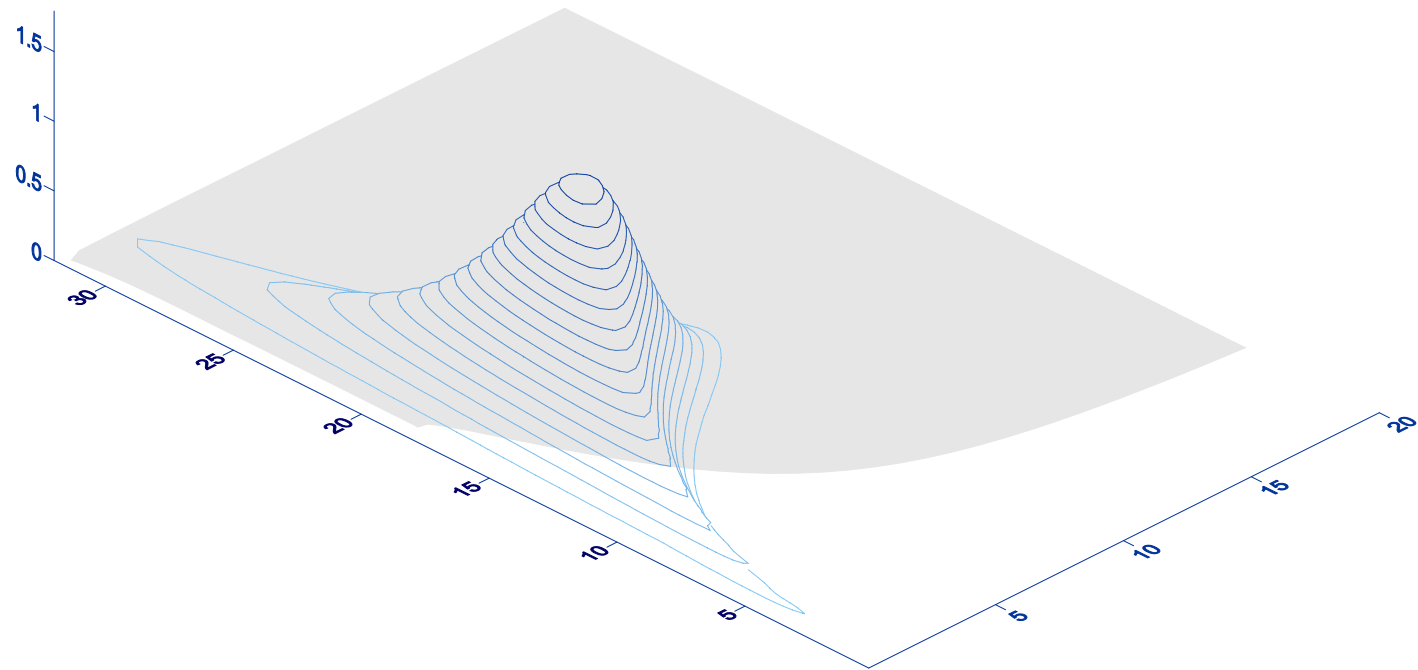
$$g(H, T) = 0$$



Probabilidad de fallo

$$p_f = \Pr[g(H, T) \leq 0]$$





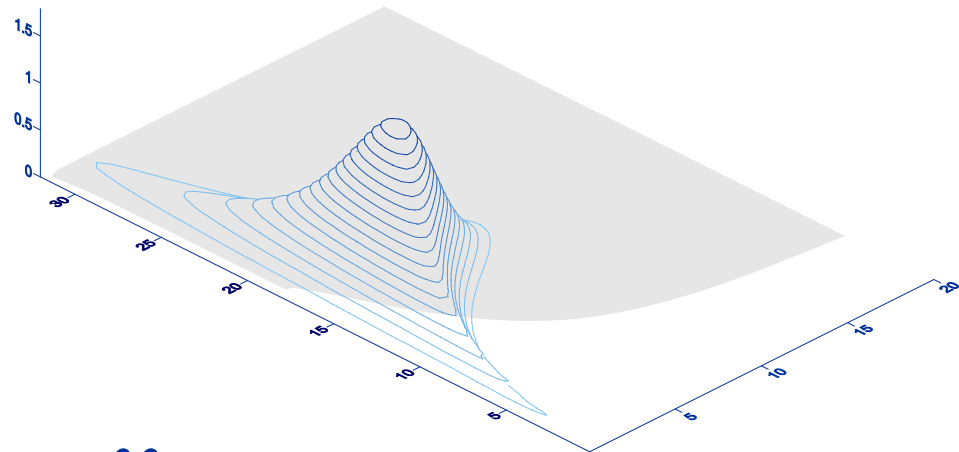
Probabilidad de fallo

$$p_f = \Pr[g(H, T) \leq 0] = \iint_{g(H, T) \leq 0} f(H, T) dH dT$$

Ecuación de verificación:

$$g(X_1, \dots, X_N) = 0 \quad X_1, \dots, X_N \quad \text{variables aleatorias}$$

$$\Pr[g(X_1, \dots, X_N) \leq 0] = \int_{g(X_1, \dots, X_N) \leq 0} f_{X_1, \dots, X_N}(x_1, \dots, x_N) dx_1, \dots, dx_N$$



Probabilidad de fallo

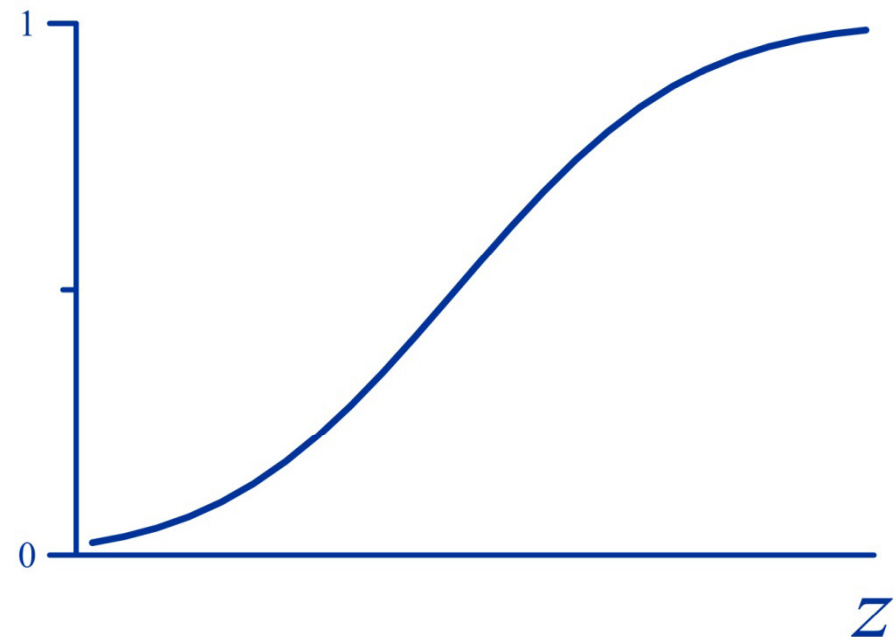
$$p_f = \Pr[g(x, y) \leq 0] = \iint_{g(x, y) \leq 0} f(x, y) dx dy$$

Ecuación de verificación: $g(X_1, \dots, X_N) = 0$ X_1, \dots, X_N v.a.

$$Z = g(X_1, \dots, X_N)$$

$$Z \text{ v.a.} \sim F(z) \quad U = F(z) \sim \mathcal{U}(0,1)$$

$F(z)$



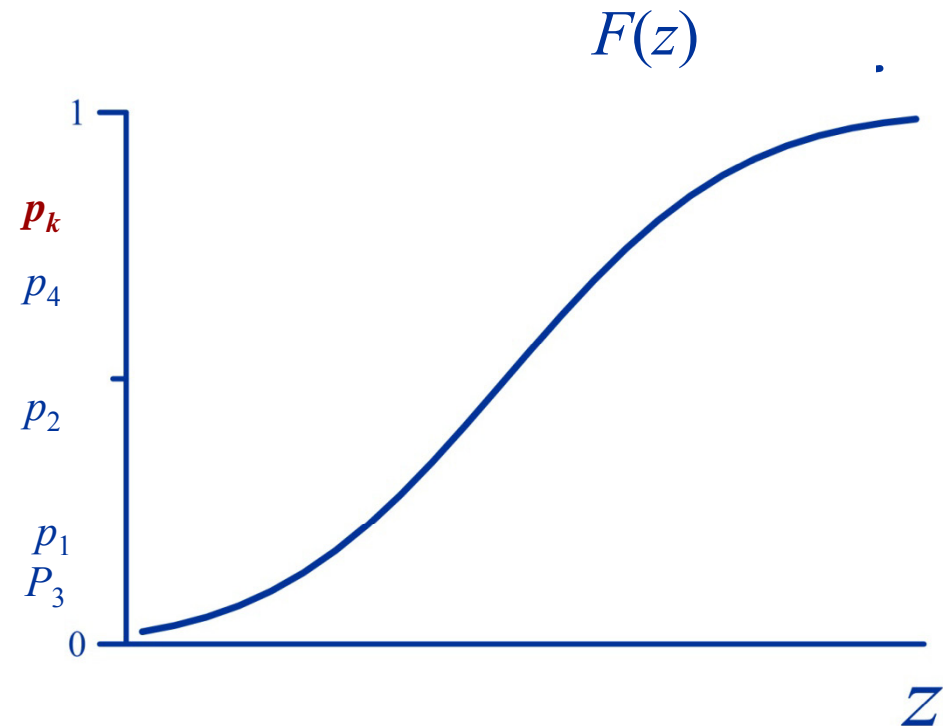
Métodos de nivel III

Ecuación de verificación: $g(X_1, \dots, X_N) = 0$ X_1, \dots, X_N v.a.

$$Z = g(X_1, \dots, X_N)$$

$$Z \text{ v.a.} \sim F(z) \quad U = F(z) \sim \mathcal{U}(0,1)$$

Núm. aleatorios $\sim \mathcal{U}(0,1)$: $p_1, p_2, \dots, \mathbf{p_k}, \dots, p_M$



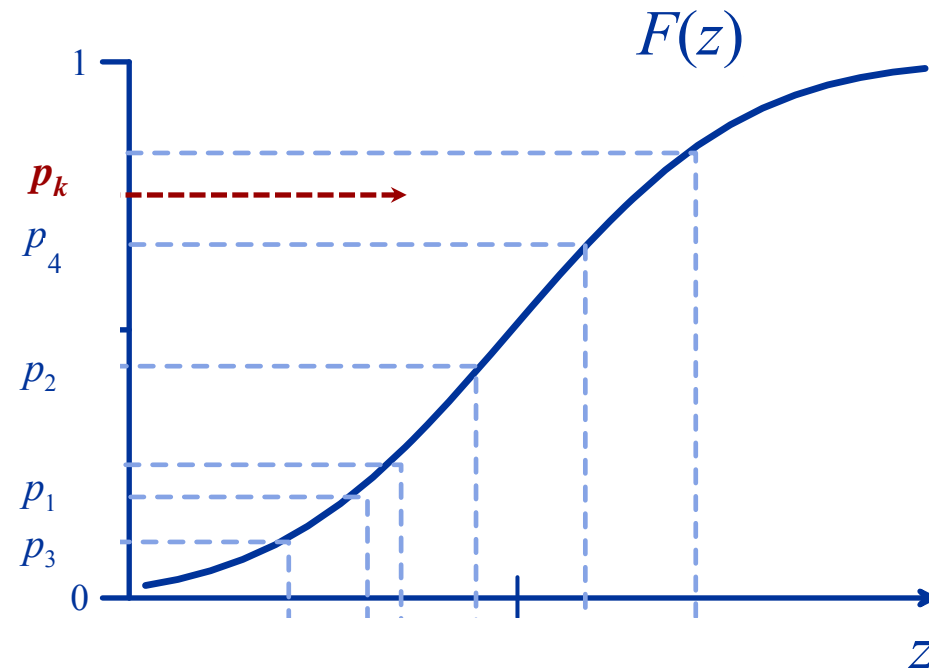
Métodos de nivel III

Ecuación de verificación: $g(X) = 0$ X v.a

$$Z = g(X) \quad \text{v.a}$$

$$U = F(Z) \sim \mathcal{U}(0,1)$$

Núm. aleatorios $\sim \mathcal{U}(0,1)$: $p_1, p_2, \dots, p_k, \dots, p_M$



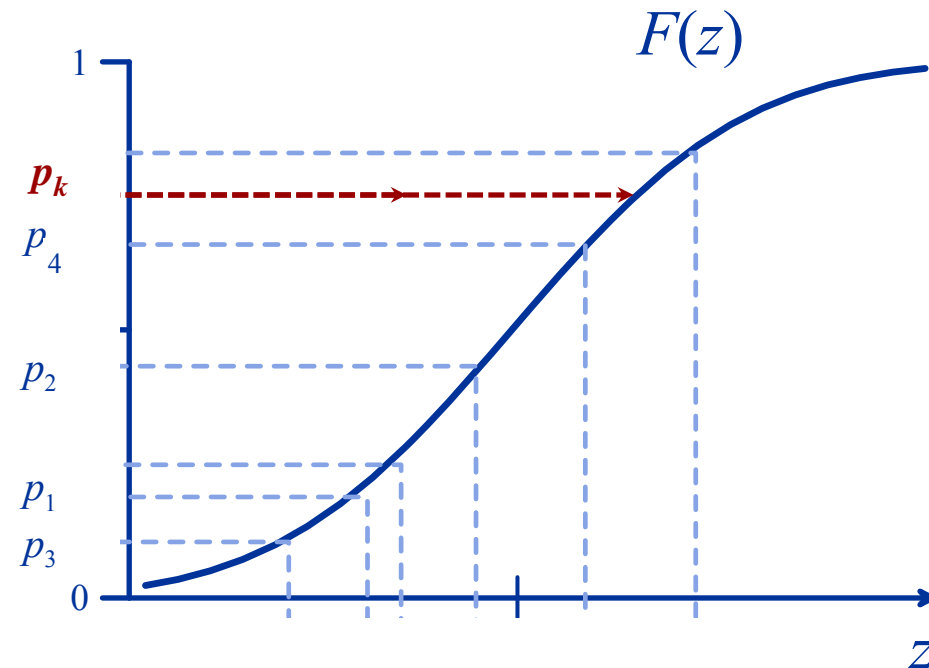
Métodos de nivel III

Ecuación de verificación: $g(X) = 0$ X v.a

$$Z = g(X) \quad \text{v.a}$$

$$U = F(Z) \sim \mathcal{U}(0,1)$$

Núm. aleatorios $\sim \mathcal{U}(0,1)$: $p_1, p_2, \dots, p_k, \dots, p_M$



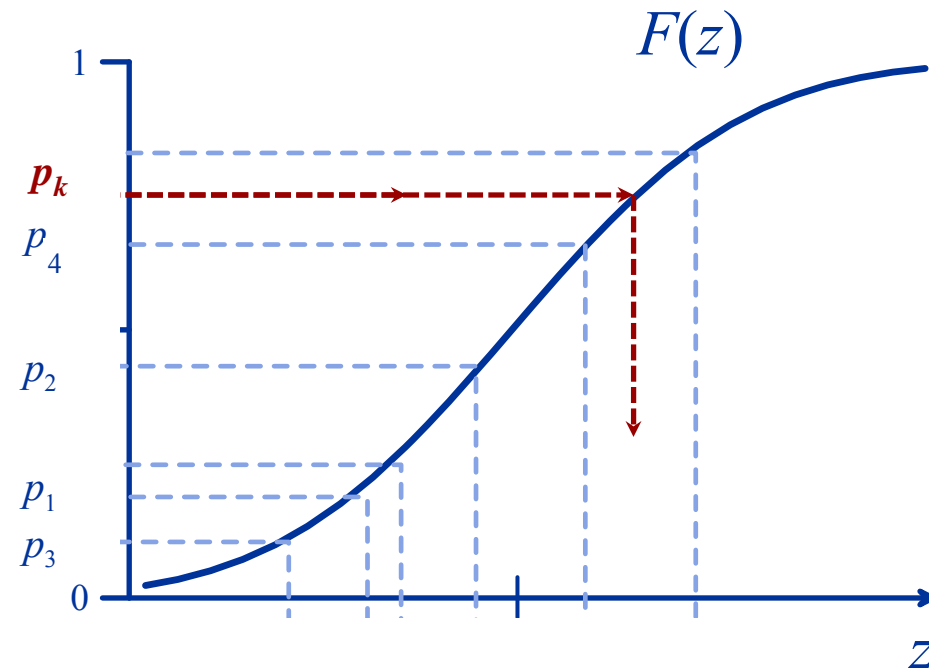
Métodos de nivel III

Ecuación de verificación: $g(X) = 0$ X v.a

$$Z = g(X) \quad \text{v.a}$$

$$U = F(Z) \sim \mathcal{U}(0,1)$$

Núm. aleatorios $\sim \mathcal{U}(0,1)$: $p_1, p_2, \dots, p_k, \dots, p_M$



Métodos de nivel III

Ecuación de verificación: $g(X) = 0$ X v.a

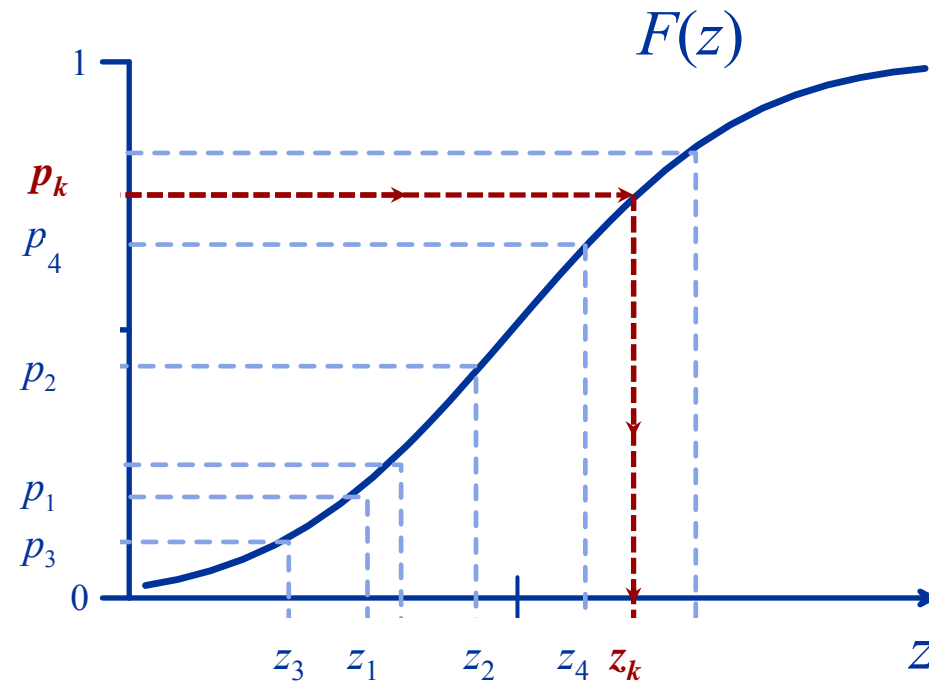
$$Z = g(X) \quad \text{v.a}$$

$$U = F(Z) \sim \mathcal{U}(0,1)$$

Núm. aleatorios $\sim \mathcal{U}(0,1)$: $p_1, p_2, \dots, \mathbf{p_k}, \dots, p_M$

Imágenes inversas por F : $z_1, z_2, \dots, \mathbf{z_k}, \dots, z_M$

i.e. tales que $z_k = F^{-1}(p_k)$



Métodos de nivel III

Ecuación de verificación: $g(X) = 0$ X v.a

$$Z = g(X) \quad \text{v.a}$$

$$U = F(Z) \sim \mathcal{U}(0,1)$$

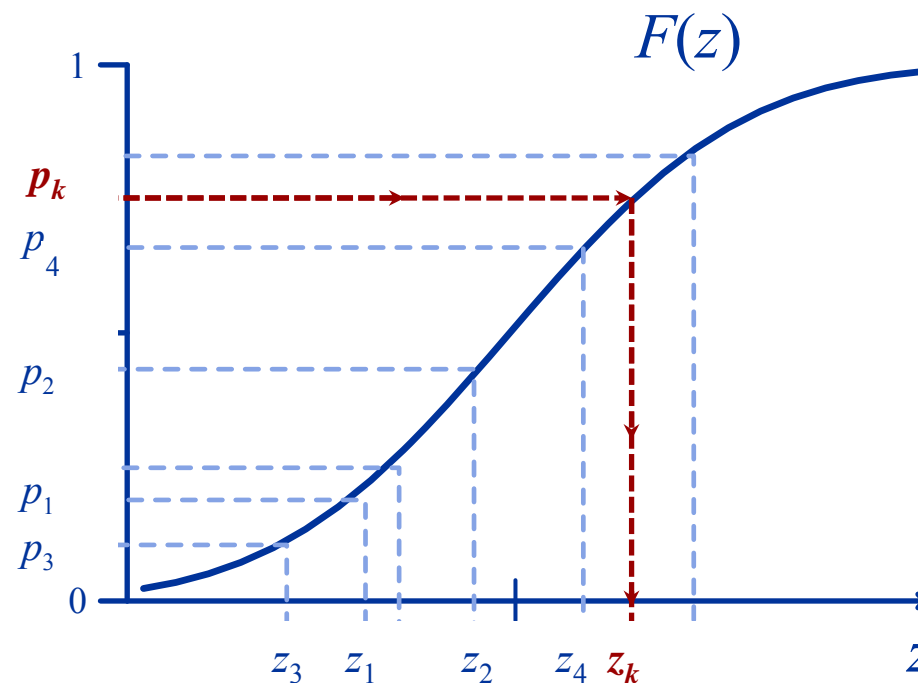
Núm. aleatorios $\sim \mathcal{U}(0,1)$: $p_1, p_2, \dots, p_k, \dots, p_M$

Imágenes inversas por F : $z_1, z_2, \dots, z_k, \dots, z_M$

i.e. tales que $z_k = F^{-1}(p_k)$

$\{z_1, z_2, \dots, z_M\}$

muestra de la variable Z



Métodos de nivel III

Ecuación de verificación: $g(X) = 0$ X v.a

$$Z = g(X) \quad \text{v.a}$$

$$U = F(Z) \sim \mathcal{U}(0,1)$$

Núm. aleatorios $\sim \mathcal{U}(0,1)$: $p_1, p_2, \dots, \mathbf{p_k}, \dots, p_N$

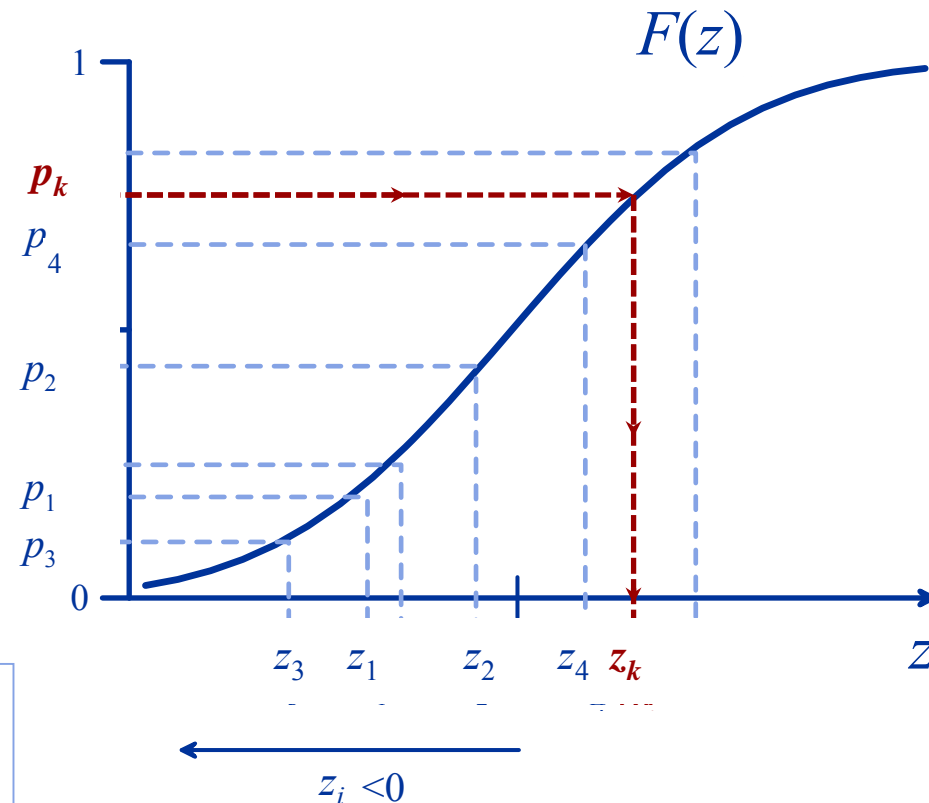
Imágenes inversas por F : $z_1, z_2, \dots, \mathbf{z_k}, \dots, z_N$

i.e. tales que $z_k = F^{-1}(p_k)$

$$\{z_1, z_2, \dots, z_M\}$$

muestra de la variable Z

$$p_f = \frac{\text{Card}\{z_i / z_i < 0\}}{M}$$



Métodos de nivel III

Ecuación de verificación: $g(X) = 0$ X v.a

$$Z = g(X) \quad \text{v.a}$$

$$U = F(X) \sim \mathcal{U}(0,1)$$

Núm. aleatorios $\sim \mathcal{U}(0,1)$: $p_1, p_2, \dots, \mathbf{p_k}, \dots, p_M$

Imágenes inversas por F : $x_1, x_2, \dots, \mathbf{x_k}, \dots, x_M$

i.e. tales que $x_k = F^{-1}(p_k)$

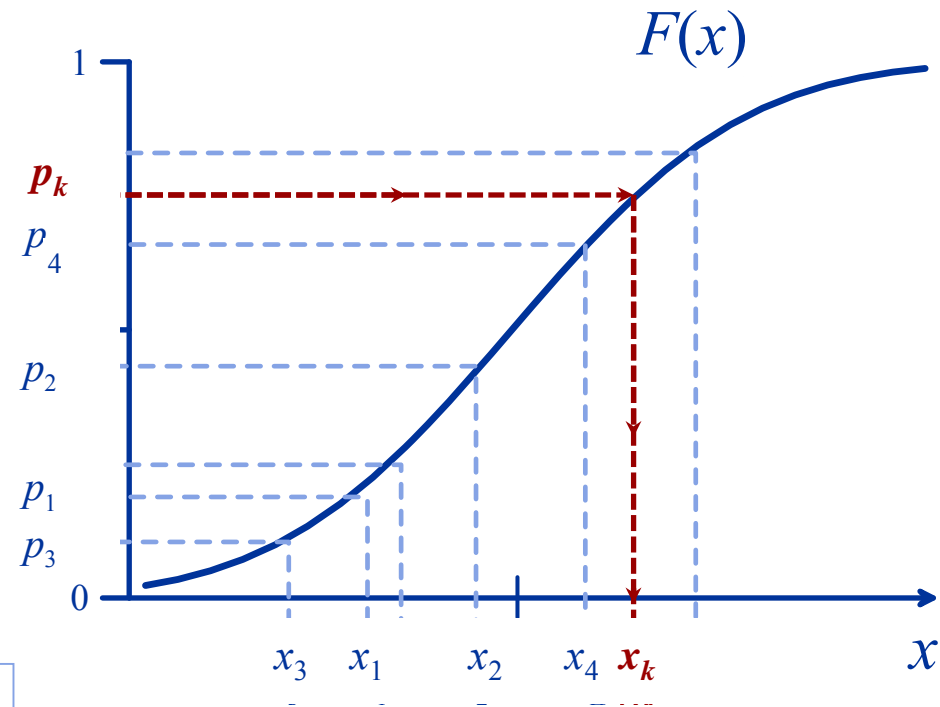
Imágenes por g : $z_1, z_2, \dots, \mathbf{z_k}, \dots, z_M$

i.e. $z_k = g(x_k)$

$$\{z_1, z_2, \dots, z_M\}$$

muestra de la variable Z

$$p_f = \frac{\text{Card}\{z_i / z_i < 0\}}{M}$$



Métodos de nivel III

Objetivo: verificar un tramo de obra frente a un modo de fallo adscrito a un estado límite en un intervalo de tiempo

Ejemplo

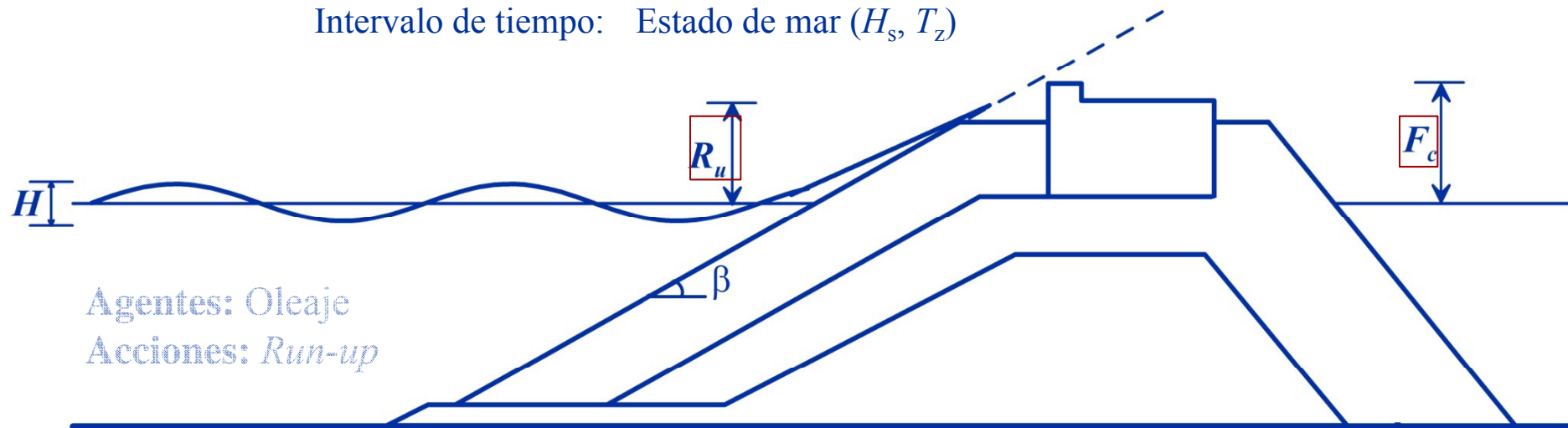
Tramo de obra:

Modo de fallo:

Intervalo de tiempo: Estado de mar (H_s, T_z)

Sección tipo de un dique en talud

REBASE



Agentes: Oleaje
Acciones: *Run-up*

$$\frac{R_u}{H} = A_u [1 - \exp(B_u I_r)]$$

Losada (1985)

Ecuación de verificación

$$g(H) = F_c - A_u H [1 - \exp(B_u I_r)]$$

Métodos de nivel III. Ejemplo

Ecuación de verificación

$$T = T_z = cte$$

$$g(H) = F_c - A_u H [1 - \exp(B_u I_r)]$$

$$H \sim \text{Rayleigh}(H_{rms})$$

$$F(H) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{H}{H_{rms}}\right)^2\right)$$

$$\{p_i\}_{i=1,\dots,M} \sim U(0,1) \rightarrow \{H^i\}_{i=1,\dots,M}$$

$$H = H_{rms} \sqrt{-\ln(1-p)}$$

$$\bullet p_1, p_2, \dots, p_M \rightarrow H^1, \dots, H^i, \dots, H^M \quad \text{con } H^i = F_H^{-1}(p_3^i)$$

$z_1, \dots, z_i, \dots, z_M$ muestra de la variable $Z=g(H)$

$$p_f = \frac{\text{Card}\{z_i / z_i < 0\}}{M}$$

Métodos de nivel III

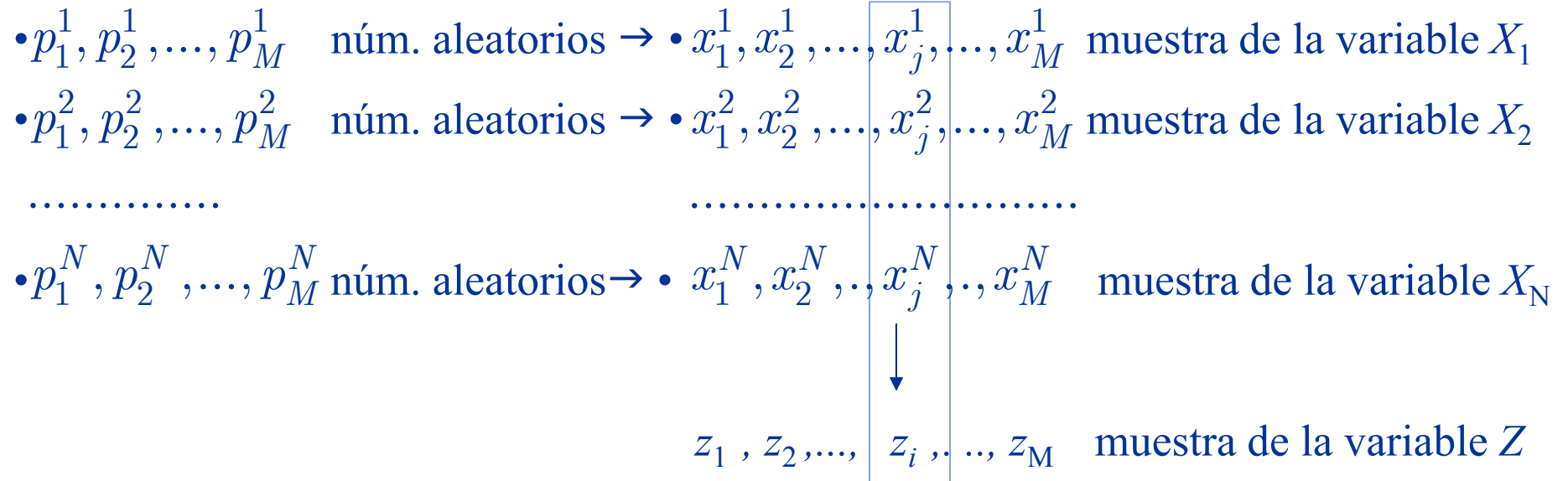
Ecuación de verificación:

$$g(X_1, \dots, X_N) = 0$$

X_1, \dots, X_N v.a. independientes

$$X_i \rightarrow F_i(x)$$

$$Z = g(X_1, \dots, X_N) \text{ v.a.}$$



$$\{z_{i_1}, z_{i_2}, \dots, z_{i_m}\} \longrightarrow < 0$$

$$p_f = \frac{m}{M} = \frac{\text{Card}\{z_i / z_i < 0\}}{M}$$

Métodos de nivel III

Objetivo: verificar un tramo de obra frente a un modo de fallo adscrito a un estado límite en un intervalo de tiempo

Ejemplo

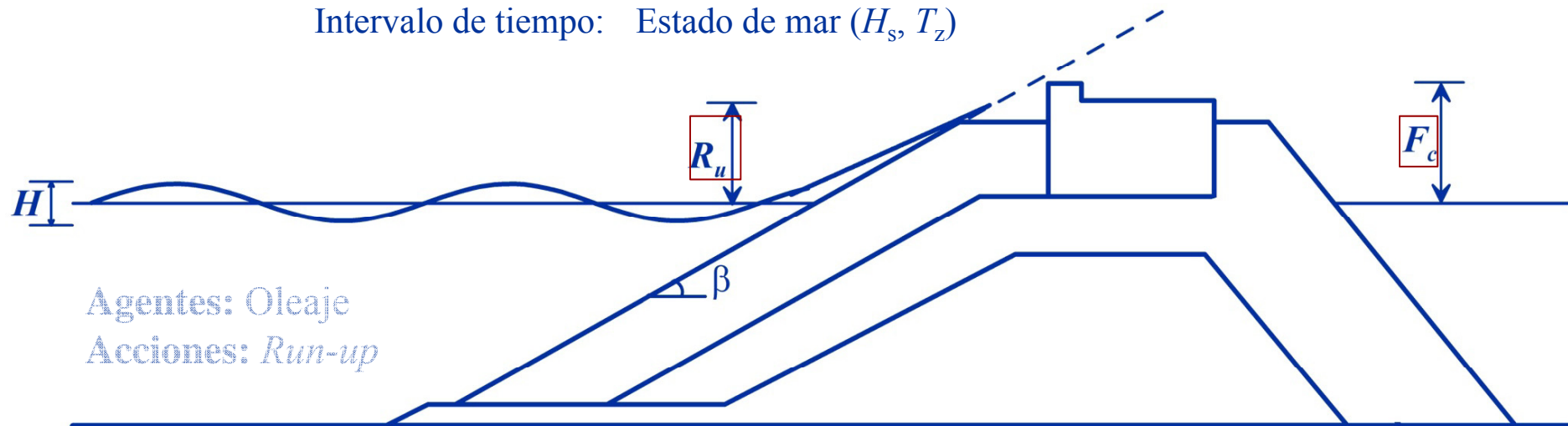
Tramo de obra:

Modo de fallo:

Intervalo de tiempo: Estado de mar (H_s, T_z)

Sección tipo de un dique en talud

REBASE



Agentes: Oleaje
Acciones: *Run-up*

$$\frac{R_u}{H} = A_u [1 - \exp(B_u I_r)]$$

Losada (1985)

Ecuación de verificación

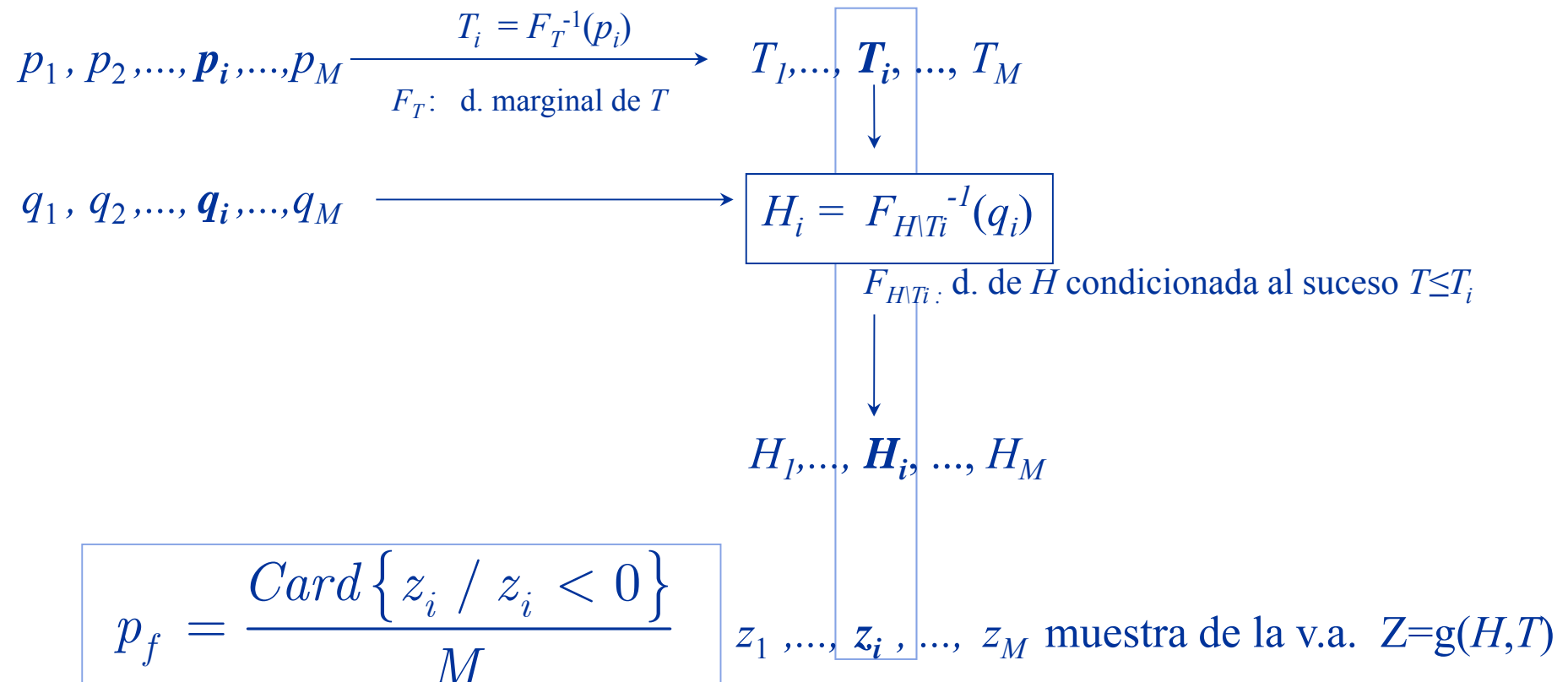
$$g(H, T) = F_c - A_u H [1 - \exp(B_u I_r)]$$

Formato *Margen de seguridad*

Métodos de nivel III. Ejemplo

$$g(H, T) = F_c - A_u H [1 - \exp(B_u I_r)] \quad (H, T) \sim \text{Longuet-Higgins}(H_s, T_z, \nu)$$

$$\begin{aligned} \{p_i\}_{i=1, \dots, M} &\sim U(0, 1) \\ \{q_i\}_{i=1, \dots, M} &\sim U(0, 1) \end{aligned} \rightarrow \{H_i, T_i\}_{i=1, \dots, M}$$



p , probabilidad de fallo

p^* , estimación de p

¿ Cuántas simulaciones son necesarias para que,
fijos

$\varepsilon' - \varepsilon p$, error admisible

$c = 1 - \alpha$, nivel de confianza

$$\Pr(|y - p| \leq \varepsilon') = c = 1 - \alpha \quad ?$$

Métodos de nivel III. Tamaño de la muestra y precisión

Para cada simulación i :

$$Y_i = \begin{cases} 1 & \text{si } g(X_1, \dots, X_N) \leq 0 \quad \leftarrow \text{ fallo, prob}=p \\ 0 & \text{si } g(X_1, \dots, X_N) > 0 \quad \leftarrow \text{ no fallo, prob}=1-p \end{cases}$$

$Y_i \sim \text{Bernoulli}, p$

$$\mu = E[Y_i] = p$$

$$\sigma^2 = E[(Y_i - \mu)^2] = p(1 - p)$$

$$Y = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M Y_i \rightarrow \frac{\text{N}^\circ \text{ de fallos}}{\text{N}^\circ \text{ de simulaciones}} = p^*$$

Estimación de la probabilidad de fallo, p

Métodos de nivel III. Tamaño de la muestra y precisión

Para cada simulación i :

$$Y_i = \begin{cases} 1 & \text{si } g(X_1, \dots, X_N) \leq 0 \quad \leftarrow \text{ fallo, prob}=p \\ 0 & \text{si } g(X_1, \dots, X_N) > 0 \quad \leftarrow \text{ no fallo, prob}=1-p \end{cases}$$

$Y_i \sim \text{Bernoulli}, p$

$$\mu = E[Y_i] = p$$

$$\sigma^2 = E[(Y_i - \mu)^2] = p(1 - p)$$

$$Y = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M Y_i \rightarrow \frac{\text{N}^\circ \text{ de fallos}}{\text{N}^\circ \text{ de simulaciones}} = p^*$$

Estimación de la probabilidad de fallo, p

Métodos de nivel III. Tamaño de la muestra y precisión

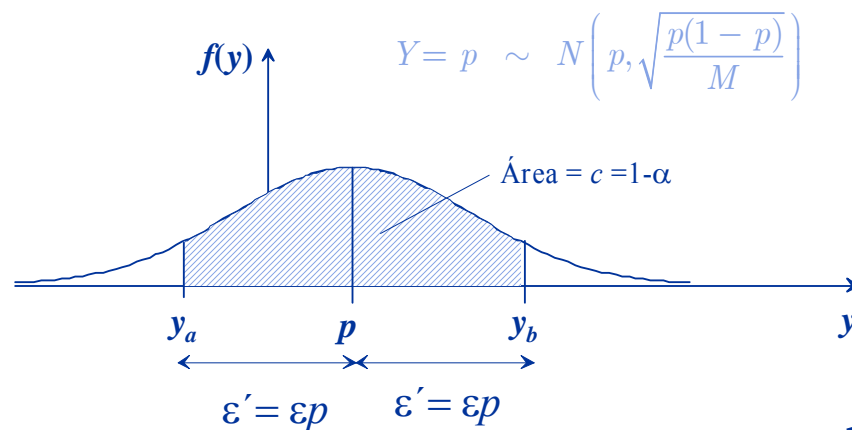
$$Y = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M Y_i = p \underset{\uparrow}{\sim} N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{M}}\right) = N\left(p, \sqrt{\frac{p(1-p)}{M}}\right)$$

M grande, Teorema Central del Límite

$$Z = \frac{Y - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{M}}} \sim N(0,1)$$

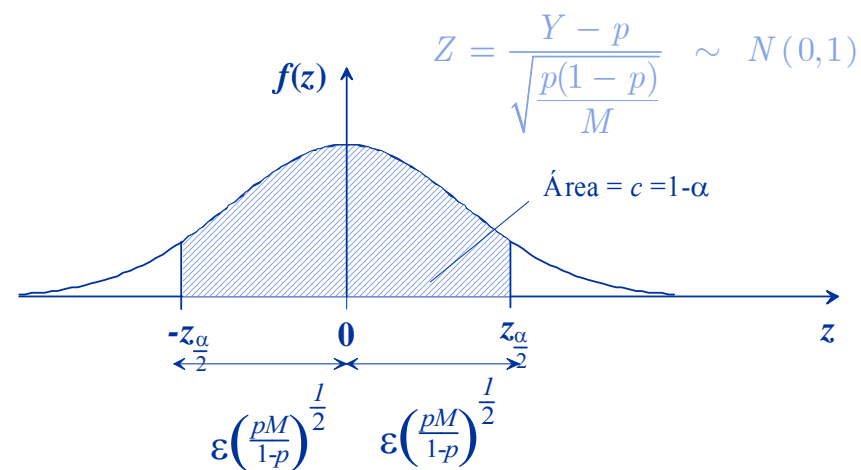
$$\Pr(|y - p| \leq \varepsilon') = c = 1 - \alpha$$

Métodos de nivel III. Tamaño de la muestra y precisión

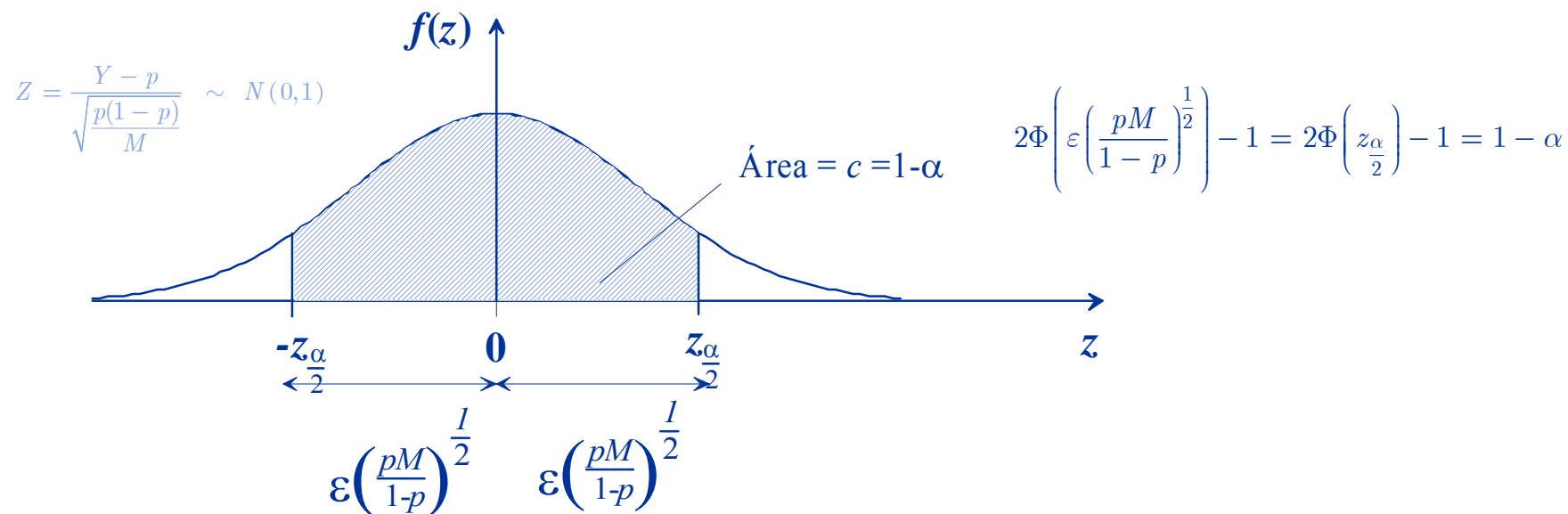


$$\Pr(|y - p| \leq \epsilon') = c = 1 - \alpha$$

$$\Pr\left(-\epsilon'\left(\frac{M}{p(1-p)}\right)^{\frac{1}{2}} \leq Z \leq \epsilon'\left(\frac{M}{p(1-p)}\right)^{\frac{1}{2}}\right) = 2\Phi\left(\underbrace{\epsilon\left(\frac{pM}{1-p}\right)^{\frac{1}{2}}}_{\frac{z_{\alpha}}{2}}\right) - 1 = 1 - \alpha$$

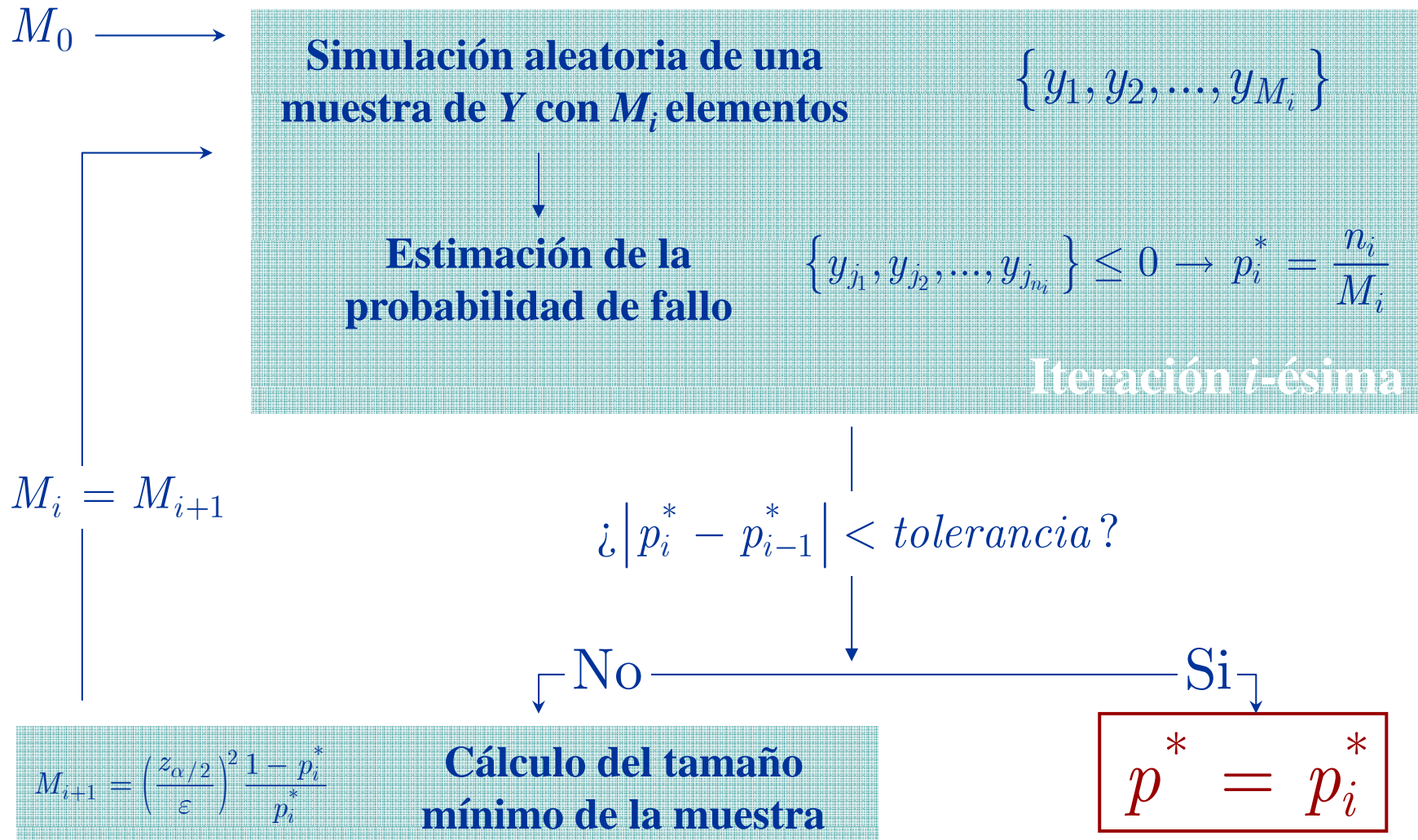


Métodos de nivel III. Tamaño de la muestra y precisión



$$\frac{z_{\alpha}}{2} \leq \varepsilon \left(\frac{pM}{1-p} \right)^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow M \geq \left(\frac{z_{\alpha}/2}{\varepsilon} \right)^2 \frac{1-p}{p}$$

Métodos de nivel III. Tamaño de la muestra y precisión



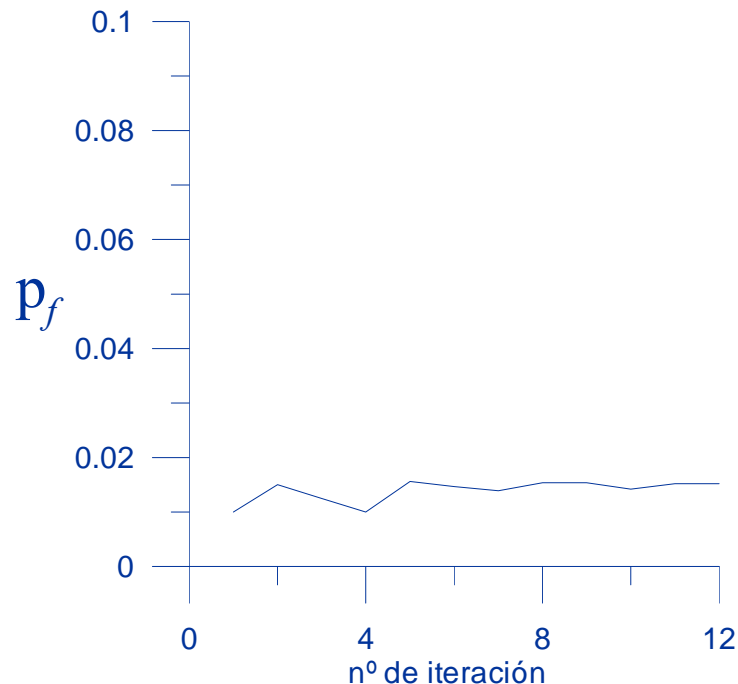
Métodos de nivel III. Tamaño de la muestra y precisión

$$g(A_u, B_u, H, T) = F_c - R_u$$

$$\{p_k^i\}_{i=1, \dots, m} \sim U(0,1) \quad k=1,2,3,4 \rightarrow \{A_u^i, B_u^i, H^i, T^i\}_{i=1, \dots, M}$$

$$\text{Muestra: } \{g_i = g(A_u^i, B_u^i, H^i, T^i)\}_{i=1}^m$$

$$p_f = \frac{\text{Card} \{g_i / g_i < 0\}}{m}$$



α α : nivel de confianza

ε ε : error

$$z_\alpha = \Phi^{-1}(1 - \alpha)$$

$$M = \left[z_\alpha^2 (1 - p_f) / (\varepsilon^2 p_f) \right]$$

Métodos de nivel III. Tamaño de la muestra y precisión

$$Z = g(A_u, B_u, H, T) = F_c - R_u$$

$$\{p_k^i\}_{i=1,\dots,m} \sim U(0,1) \quad k=1,2,3,4 \rightarrow \{A_u^i, B_u^i, H^i, T^i\}_{i=1,\dots,m}$$

$$\bullet p_1^1, p_2^1, \dots, p_M^1 \rightarrow A_u^1, \dots, A_u^i, \dots, A_u^M$$

con $A_u^i = F_a^{-1}(p_1^i)$

F_a : distribución de A_u

$$\bullet p_1^2, p_2^2, \dots, p_M^2 \rightarrow B_u^1, \dots, B_u^i, \dots, B_u^M$$

con $B_u^i = F_b^{-1}(p_2^i)$,

F_b : distribución de B_u

$$\bullet p_1^3, p_2^3, \dots, p_M^3 \rightarrow H^1, \dots, H^i, \dots, H^M$$

con $H^i = F_H^{-1}(p_3^i)$

de H

F_H : distribución marginal

$$\bullet p_1^4, p_2^4, \dots, p_M^4 \rightarrow T^1, \dots, T^i, \dots, T^M$$

con $T^i = F_{T|H}(p_4^i)$

$F_{T|H}$: distribución condicional de T

$z_1, \dots, z_i, \dots, z_M$ muestra de la variable Z

Métodos de nivel III. Tamaño de la muestra y precisión

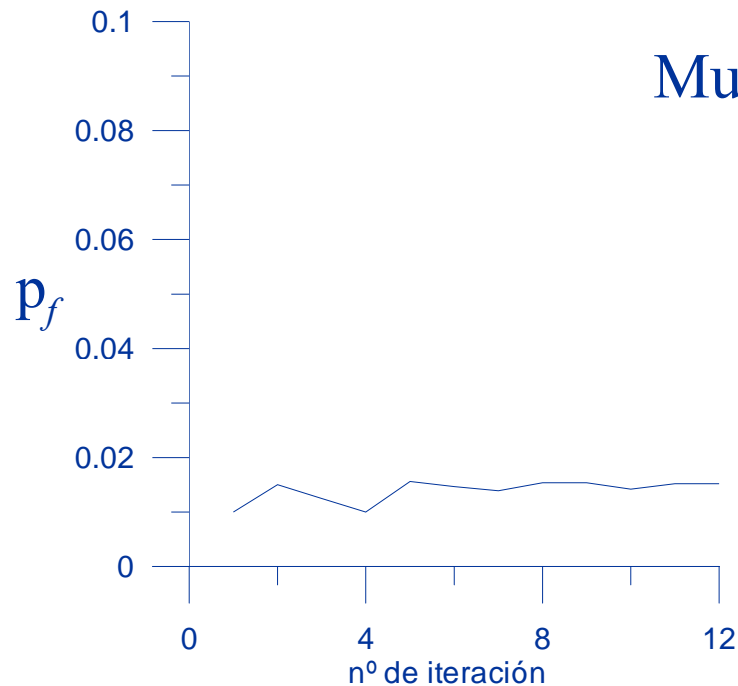
$$g(A_u, B_u, H, T) = F_c - R_u$$

$$A_u : N(\mu_a = 1.05, \sigma_a = 0.210)$$

$$B_u : N(\mu_b = -0.67, \sigma_b = 0.134)$$

$$(H, T) : L - H_{H_s} = 5, T_z = 10, \nu = 0.25$$

$$\{p_k^i\}_{i=1, \dots, m} \sim U(0, 1) \quad k=1, 2, 3, 4 \rightarrow \{A_u^i, B_u^i, H^i, T^i\}_{i=1, \dots, M}$$

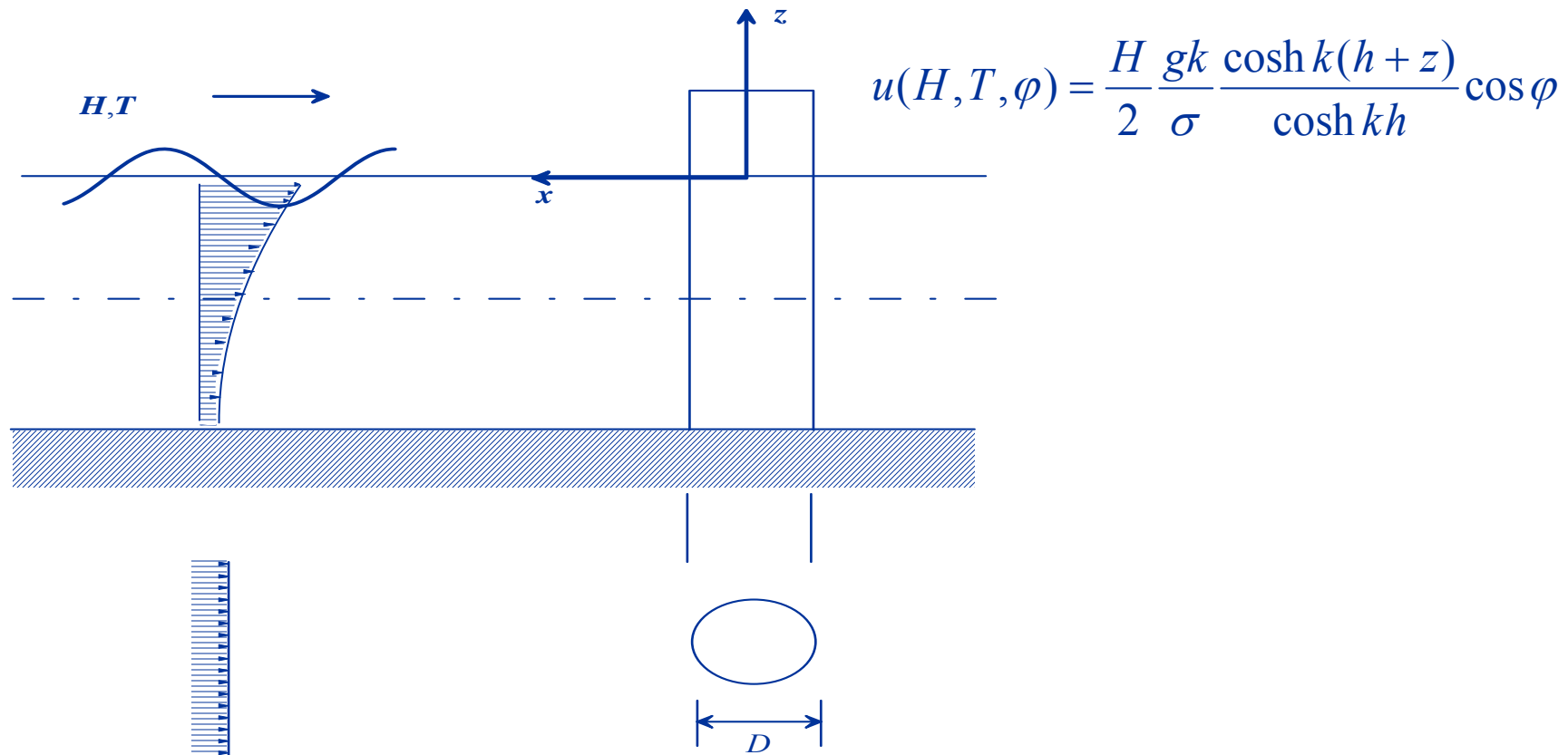


$$\text{Muestra: } \{g_i = g(A_u^i, B_u^i, H^i, T^i)\}_{i=1}^m$$

$$p_f = \frac{\text{Card} \{g_i / g_i < 0\}}{M}$$

Ecuación de Morison

$$f(z) = f_D(z) + f_M(z) = \frac{1}{2} \rho_w C_D S u |u| + \rho_w C_M V \frac{\partial u}{\partial t}$$



Métodos de nivel III. Ejemplo

$$f(z) = f_D(z) + f_M(z) = \frac{1}{2} \rho_w C_D S u |u| + \rho_w C_M V \frac{\partial u}{\partial t}$$

$$u(H, T, \varphi) = \frac{H}{2} \frac{gk}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \cos \varphi$$

Simulación de Montecarlo:

$$\{p_k^i\}_{i=1, \dots, m} \sim U(0,1) \quad k=1,2,3,4 \rightarrow \{H^i, T^i, \varphi^i\}_{i=1, \dots, m}$$

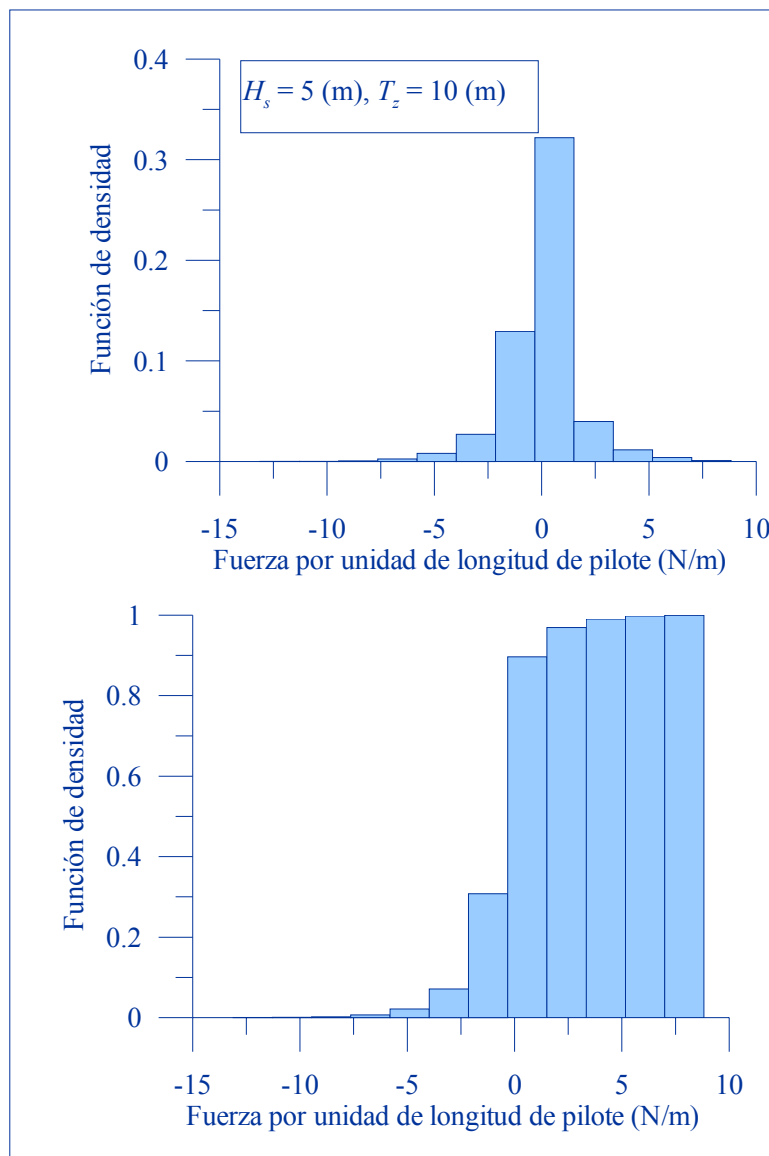
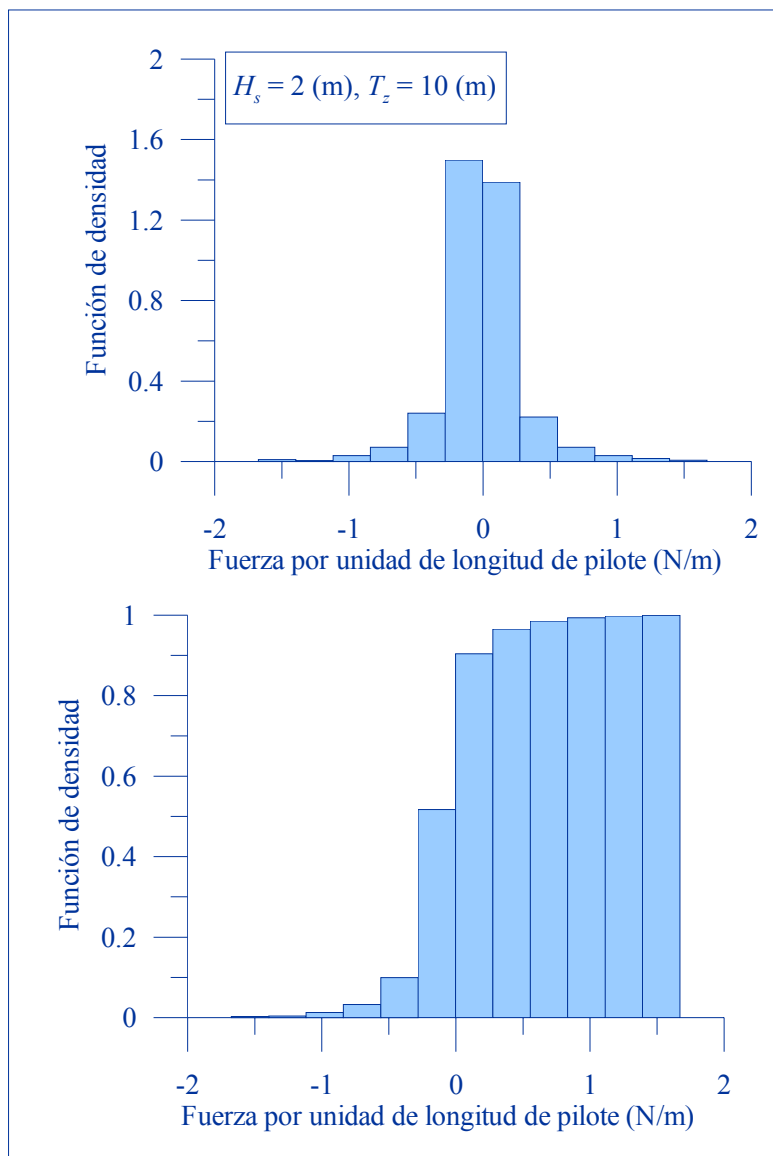
$$\varphi^i = U_{[0,2\pi]}^{-1}(p_3^i) \quad U_H : \text{Distribución de } \varphi$$

$$H^i = F_H^{-1}(p_3^i) \quad F_H : \text{Distribución marginal de } H$$

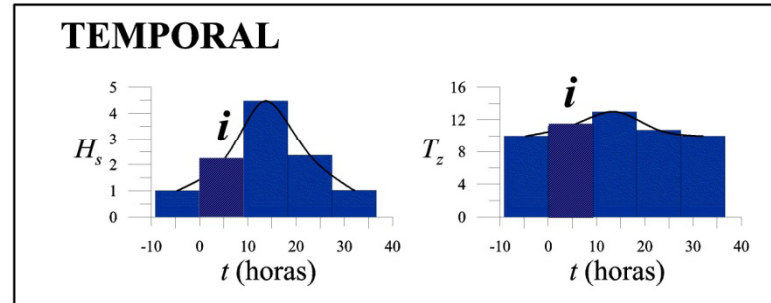
$$T^i = F_{T|H}(p_4^i) \quad F_{T|H} : \text{Distribución condicional de } T$$

$$\text{Muestra: } \left\{ f_i = f(H^i, T^i, \varphi^i) \right\}_{i=1}^m \quad \text{Distribución de } f$$

Métodos de nivel III. Ejemplo



Métodos de nivel III. Ejemplo



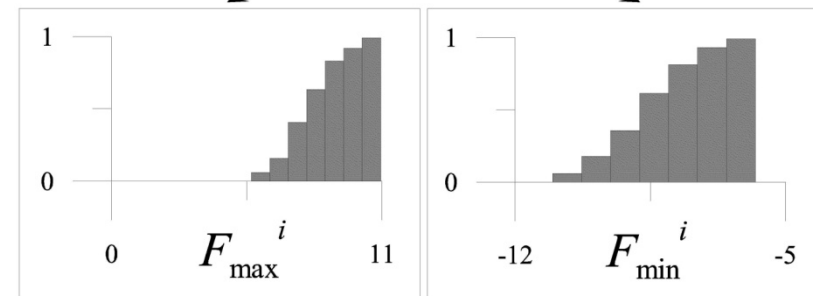
Estado i : 1ª simulación: $\{f_1^{i,1}, f_2^{i,1}, \dots, f_N^{i,1}\} \rightarrow$

j^{a} simulación: $\{f_1^{i,j}, f_2^{i,j}, \dots, f_N^{i,j}\} \rightarrow$

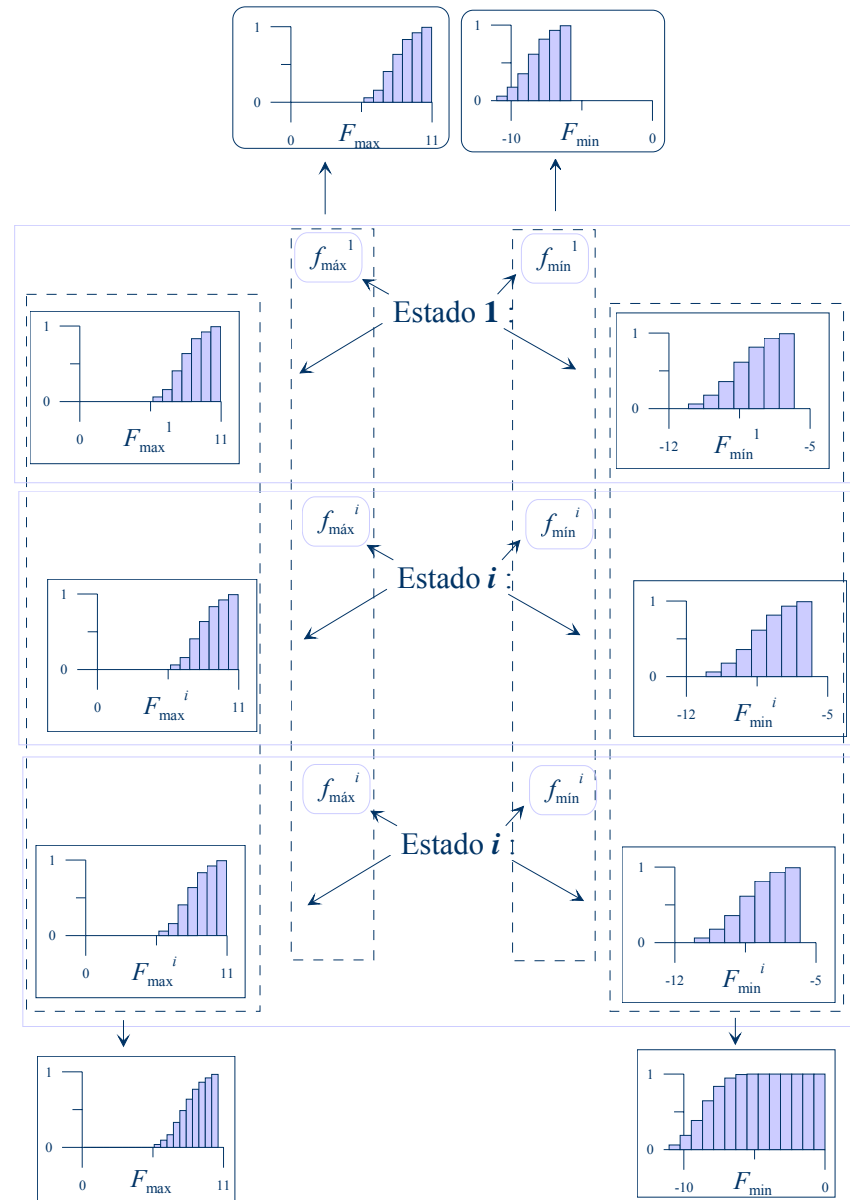
M^{a} simulación: $\{f_1^{i,M}, f_2^{i,M}, \dots, f_N^{i,M}\} \rightarrow$

$f_{\text{máx}}^i$ $f_{\text{mín}}^i$

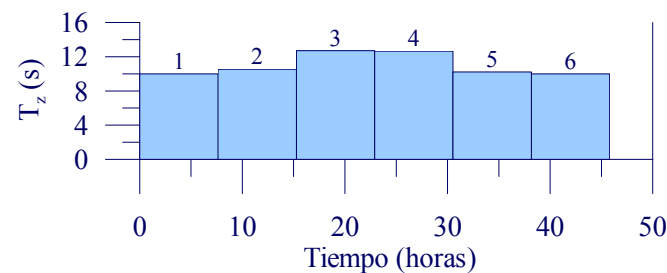
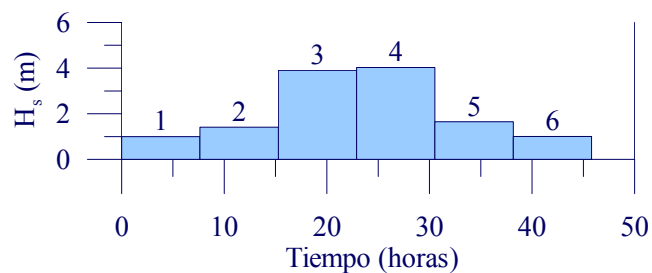
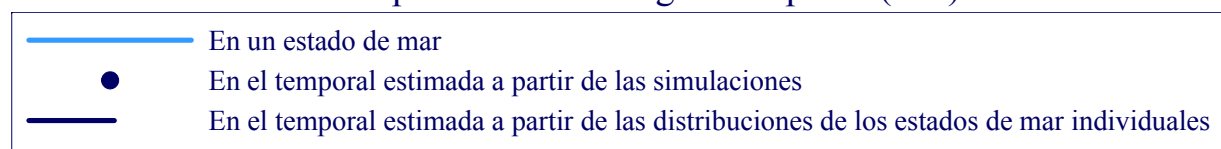
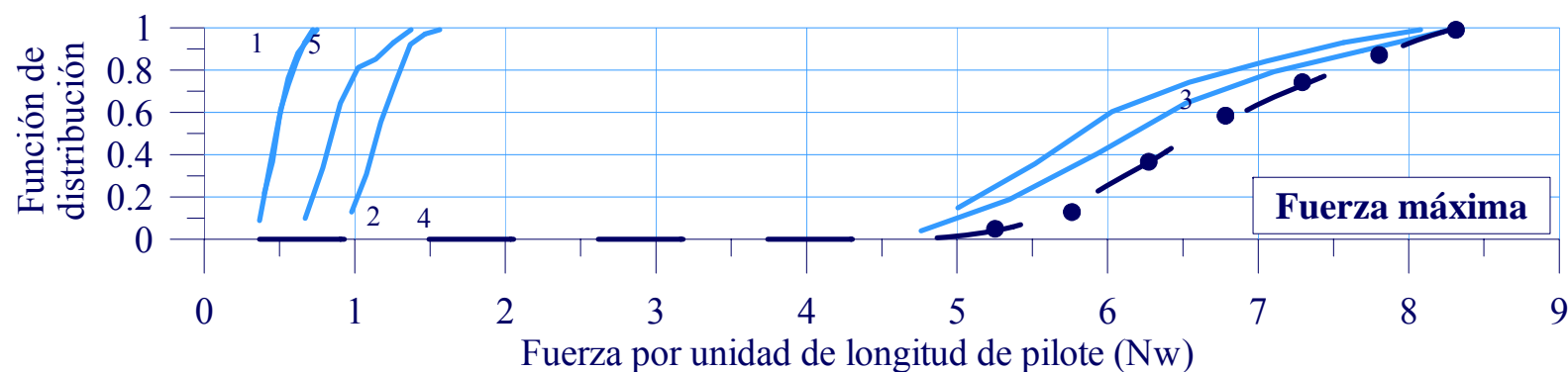
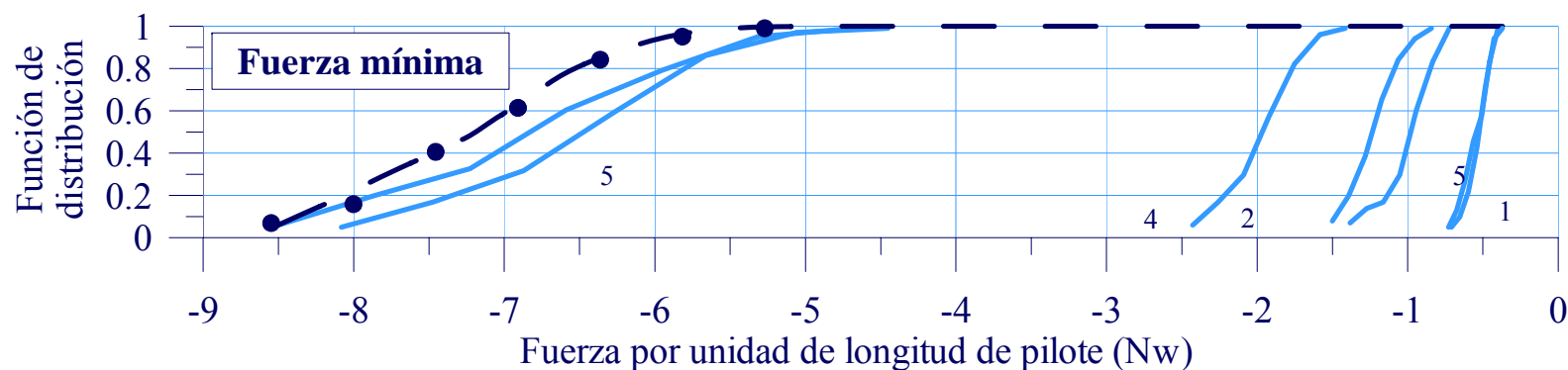
$f_{\text{máx}}^{i,1}, f_{\text{mín}}^{i,1}$
 $f_{\text{máx}}^{i,j}, f_{\text{mín}}^{i,j}$
 $f_{\text{máx}}^{i,M}, f_{\text{mín}}^{i,M}$



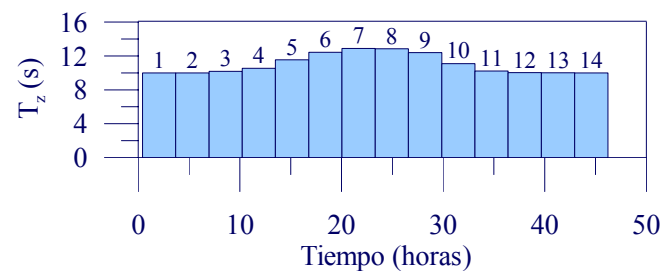
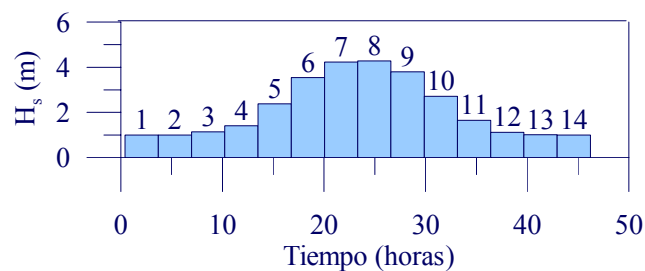
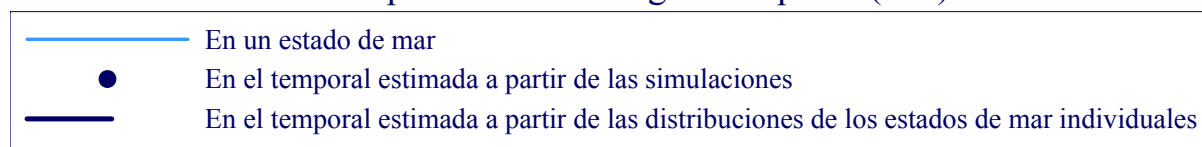
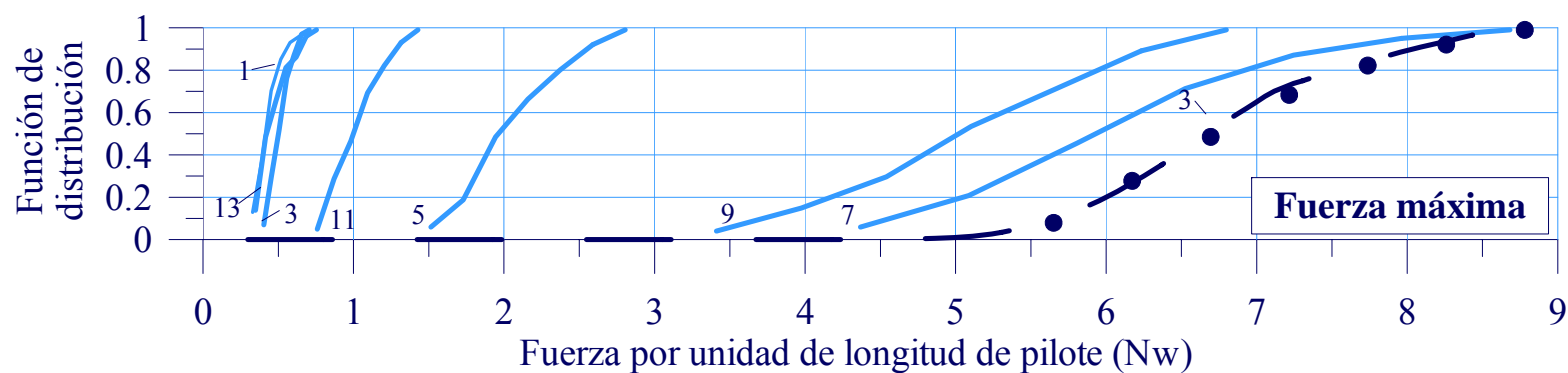
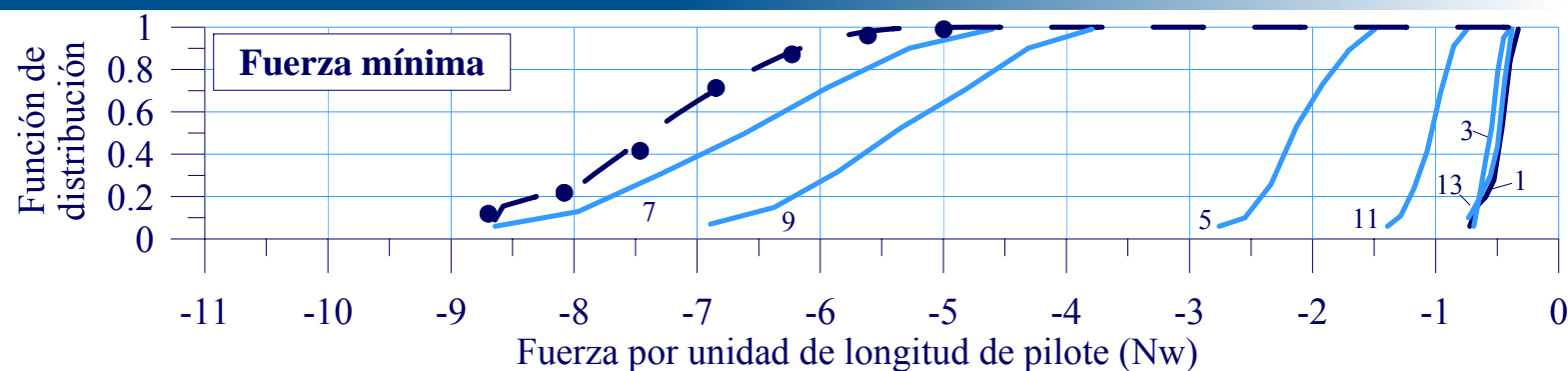
Métodos de nivel III. Ejemplo



Métodos de nivel III. Ejemplo



Métodos de nivel III. Ejemplo



Ecuación de verificación

$$g(H) = F_c - A_u H [1 - \exp(B_u I_r)]$$

$$\frac{R_u}{H} = A_u [1 - \exp(B_u I_r)]$$

Losada (1985)

La herramienta automatiza el análisis y discierne entre cada uno de los métodos mencionados anteriormente a excepción de modelos multivariados.

La herramienta dispone de un archivo *info_ini.txt* que contiene un diccionario con las ecuaciones, parámetros, etc., del modelo. Así, p.e., la ecuación de verificación se escribiría:

```
{"ec_verificacion": "Fc-Au*H*(1-exp(Bu*(1.25*T*tanb/sqrt(H))))",  
  "variables": ["Au", "Bu", "H"]}
```

El siguiente paso es describir los parámetros del modelo.

```
{"parametros_ec_verificacion": {"Fc": 7, "tanb": 0.6666666666666666, "T": 10},  
  "pto_critico_ini": [1.05, -0.67, 1.5]}
```

Entre comillas se escribe el texto y sin comillas los valores numéricos. Cómo se puede observar, la ecuación de verificación contenía tres variables y ahora vemos que también tiene tres parámetros en esta ecuación (Fc, tanb y T).

Se escriben entre llaves. Los vectores, cómo el punto crítico inicial se escriben entre corchetes.

Por último, se precisa definir todos los modelos de probabilidad por los que se rigen cada una de las variables que conforman la ecuación de verificación.

```
{"modelos_probabilidad": ["norm", "norm", "rayleigh" ],  
  "params_mod_prob": [[1.05, 0.21], [-0.67, 0.134], [0, 3]]}
```

Para ejecutarlo basta con escribir en la terminal:

```
python MNII.py
```

Y obtendremos el resultado del análisis visto en las diapositivas del ejemplo anterior.