

SEIEM 2021



Valencia del 8 al 10 de septiembre de 2021

INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA XXIV

Pascual D. Diago
Dionisio F. Yáñez
M^a Teresa González-Astudillo
Dolores Carrillo



VNIVERSITAT ID VALÈNCIA [UVA]
Facultat de Magisteri

Departament de
Didàctica de la Matemàtica

VNIVERSITAT ID VALÈNCIA

Vicerectorat de Cultura i Esport



GOBIERNO
DE ESPAÑA

MINISTERIO
DE CIENCIA
E INNOVACIÓN

Servicio de Formación
Permanente e Innovación
Educativa (SFPIE)

VNIVERSITAT ID VALÈNCIA



65 RUBIO

DE LA CONSTRUCCIÓN A LA CONCEPTUALIZACIÓN DE LOS NÚMEROS NATURALES EN EDUCACIÓN PRIMARIA <i>Rodríguez, M. L., Gómez, B. y Filloy, E.</i>	529
SENTIDO ESPACIAL EN FUTUROS MAESTROS <i>Roura, R. y Ramírez, R.</i>	537
ANÁLISIS DE UNA SECUENCIA PARA LA NOCIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD USANDO UN RECURSO COMPUTACIONAL <i>Salinas, J., Valdez-Monroy, J. C., Salinas-Hernández, U., Sánchez, E. y Carrillo, J.</i> .	545
UN ESTUDIO DE CASO DE CÓMO ENTIENDE LA CREATIVIDAD Y SU DESA- RROLLO EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS UN FUTURO PROFESOR DE MATEMÁTICAS <i>Sánchez, A., Font, V., Diamantidis, D. y Breda, A.</i>	553
RELACIONES NUMÉRICAS ESTABLECIDAS POR ALUMNADO DE PRIMARIA <i>Sanfiel, L., Perdomo-Díaz, J. y Bruno, A.</i>	563
SOBRE LA IMPORTANCIA DE LA HERMENÉUTICA EN LA ENSEÑANZA MA- TEMÁTICA <i>Sanz, H., Cuida, A. y Martínez-Moro, E.</i>	571
ANÁLISIS DE UNA ACTIVIDAD DE VISUALIZACIÓN EN UN ENTORNO DE GEOMETRÍA DINÁMICA 3D Y REALIDAD AUMENTADA <i>Sua, C., Gutiérrez, Á. y Jaime, A.</i>	579
ESTRATEGIAS DE PROPORCIONALIDAD SIMPLE EN LAS AULAS DE MATE- MÁTICAS Y DE FÍSICA <i>Tinoco, J. C., Albarracín, L. y Deulofeu, J.</i>	587
RESOLUCIÓN E INVENCIÓN DE PROBLEMAS: LA ESTRATEGIA DE RESO- LUCIÓN CON RELACIÓN AL PROBLEMA INVENTADO <i>Torregrosa, A., Albarracín, L. y Deulofeu, J.</i>	595
PRIMERAS EXPERIENCIAS CON UNA TABLA EN SEGUNDO DE EDUCA- CIÓN PRIMARIA. APROXIMACIÓN FUNCIONAL AL PENSAMIENTO AL- GEBRAICO <i>Torres, M. D., Brizuela B., Cañadas, M. C. y Moreno, A.</i>	603
REPRESENTACIÓN DE LA GENERALIZACIÓN POR ESTUDIANTES DE PRI- MARIA Y SECUNDARIA (11-13 AÑOS) EN UNA TAREA FUNCIONAL <i>Ureña, J., Ramírez, R., Molina, M. y Cañadas, M. C.</i>	613
LA GESTIÓN DE UN REI EN SECUNDARIA: ¿CUÁNTO TIEMPO SE TARDA EN ABRIR UN CANDADO? <i>Vásquez, S., Barquero, B. y Bosch, M.</i>	621
CONSTRUCCIÓN DE CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO A PARTIR DE UNA TAREA FORMATIVA SOBRE VISUALIZACIÓN <i>Vergara, L., Climent, N. y Codes, M.</i>	629

SENTIDO ESPACIAL EN FUTUROS MAESTROS

Spatial sense in pre-service teachers

Roura, R.^a y Ramírez, R.^b

^a Centro de Magisterio La Inmaculada ^b Universidad de Granada

Resumen

En este trabajo se analiza el sentido espacial de 52 estudiantes de segundo curso del Grado de Educación Primaria mediante un test de concepción espacial (PMA-E) así como su rendimiento en la resolución de una tarea que pone en juego su sentido espacial. Los resultados muestran que mayoritariamente los futuros maestros analizados obtuvieron un nivel medio en la visualización y que un elevado porcentaje de ellos cometieron errores al identificar giros y simetrías. Se ha evidenciado que la visualización de los futuros maestros puede influir en la resolución de tareas que involucren otras componentes del sentido espacial.

Palabras clave: *sentido espacial, test PMA, formación de profesores*

Abstract

In this work, the visualization of 52 second year students of the Primary Education Degree is analyzed by means of a spatial conception test (PMA-E) as well as their performance in the resolution of a task that puts into play their spatial sense. The results show that most future teachers are average visualizers and that a high percentage of students make mistakes when identifying turns and symmetries. It has been shown that visualization can influence the resolution of tasks that involving spatial sense.

keywords: *spatial sense, PMA test, teacher training*

INTRODUCCIÓN

La terminología utilizada por los autores en sus diferentes investigaciones en los que aparece el concepto de sentido espacial es muy variada. Bennie y Smit (1999) afirman que en este campo se puede utilizar una variedad de terminología y que existe poco consenso a la hora de dar una definición. Otros autores que no hacen referencia explícitamente al sentido espacial aluden a elementos relacionados. Podemos organizar estas definiciones atendiendo a las alusiones a contenidos geométricos y elementos visualizadores.

En los elementos visualizadores se resalta el papel de la habilidad espacial, razonamiento espacial y visualización. Lean y Clements (1981) utilizan el término de habilidad espacial y lo entienden como la habilidad para crear imágenes mentales y para manipular estas imágenes en la mente. Lea (1990) define el sentido espacial como un conjunto complejo de habilidades entrelazadas que interactúan necesariamente para relacionarse con el espacio. Clements y Battista (1992) usaron la noción de razonamiento espacial, como un conjunto de procesos cognitivos mediante los cuales construyen en la mente y manipulan representaciones mentales de objetos, así como sus relaciones y transformaciones espaciales. Jones y Tzekaki (2016) enfatizan sobre la inevitable superposición de la visualización geométrica y el razonamiento espacial, mediante el cual toman la visualización como la capacidad de representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflexionar sobre la información visual.

Otros autores también hacen alusión a contenidos geométricos. Por ejemplo, Lupiañez y Rico (2015) plantean que el sentido espacial es un campo del sentido matemático y destacan que es importante la visualización y las nociones, propiedades y relaciones geométricas.

Jones y Tzekaki (2016), en una revisión de la investigación sobre la enseñanza de la geometría presentada en el International Group for the Psychology of Mathematics Education, destacan el papel del razonamiento espacial, más que por ser una componente importante de la acción humana y el pensamiento, por estar estrechamente relacionado con el pensamiento y el desarrollo del conocimiento geométrico. En la recopilación de trabajos sobre el conocimiento de los estudiantes relacionados con las capacidades espaciales, los autores indican un bajo desarrollo de habilidades relacionadas con la orientación espacial, relaciones espaciales y de las transformaciones. Este hecho contrasta el papel que juega la visualización en el aprendizaje de las matemáticas (Clements y Battista, 1992, New Jersey Mathematics Coalition, 1996).

La enseñanza de elementos visualizadores no es una tarea fácil para los profesores como revelan las investigaciones. En los Principios y Estándares del “National Council of Teachers of Mathematics” (NCTM, 2000) se hace especial alusión a los elementos visuales en los programas de enseñanza de todas las etapas. Estos programas deberían capacitar a todos los estudiantes para que puedan utilizar la visualización, el razonamiento matemático y la modelización geométrica para resolver problemas. Las orientaciones españolas donde se desarrolla el currículo básico de Educación Primaria, también hacen referencia al tema de la “orientación y representación espacial” (MEC, 2014)

Esta perspectiva se ha abordado en los planes de formación de los futuros maestros. Ruiz, Flores, Ramírez y Fernández (2019) destacan el desarrollo del sentido espacial en maestros en formación, tanto para la resolución, el análisis y el diseño de tareas en su futura labor docente.

En el XVII encuentro de la SEIEM (Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática), Fernández (2013) analiza las investigaciones en visualización, poniendo de manifiesto que sigue siendo un tema de interés para futuras investigaciones en el ámbito de la geometría. En posteriores encuentros también se ha trabajado en la visualización y el sentido espacial, destacando los trabajos relacionados con habilidades de visualización (Escrivá, Beltrán-Meneu, Gutiérrez y Jaime, 2016; Ramírez, Beltrán-Meneu, Jaime y Gutiérrez, 2016). Salgado, Berciano y Jiménez-Gestal (2019) en la última SEIEM, destacan que la orientación espacial y la capacidad para comunicar la posición de los objetos en el entorno, son dos de los aspectos de la competencia matemática que se deben favorecer desde el aula de Educación Infantil. Pese a este interés investigador, Gutiérrez y Jaime (2015) ponen de manifiesto la escasez de contenidos de Geometría espacial tanto en los currículos españoles de educación primaria como en los de educación secundaria. Bennie y Smit (1999), señalan que el sentido espacial no puede ser enseñado, pero debe ser desarrollado a lo largo de un periodo de tiempo.

Según la revisión anterior, destacamos que desarrollar el sentido espacial es un objetivo básico de la enseñanza y aprendizaje de la geometría. Por ello, consideramos pertinente investigar sobre sentido espacial en los futuros maestros, ya que estos son los responsables de formar a las generaciones futuras y deberán proponerles las tareas que les permitan desarrollarlo. Para ello, nos planteamos la siguiente pregunta de investigación:

¿El nivel de visualización de los futuros maestros está relacionado con el rendimiento al resolver una tarea de sentido espacial?

En relación con la visualización, Cruz y Ramírez (2018) realizan una exploración de las propiedades geométricas de los ítems del test PMA entre estudiantes de secundaria. Estos han manifestado mayor número de errores en ítems con un menor número de elementos. Para reconocer si la figura de la respuesta es la misma (salvo giros) o distinta (presencia de simetrías), una estrategia posible es fijar algunos elementos de referencia para establecer el centro, ángulo de giro o eje de simetría. Un menor número de elementos podría entenderse como una mayor dificultad para fijar estas referencias.

Sobre futuros maestros y sus conocimientos en visualización, Fernández (2014) realiza una evaluación diagnóstica usando un cuestionario con diferentes aspectos relacionados con habilidades de visualización y razonamiento espacial. El trabajo ha revelado importantes carencias de los futuros maestros en cuanto a conocimiento común del contenido de visualización y razonamiento espacial. La autora destaca la necesidad de diseñar e implementar acciones formativas específicas para promover la mejora de este tipo de conocimiento para favorecer la autonomía de estos estudiantes a la hora de proponer nuevas tareas. Este resultado está en la línea de la investigación de Gonzato, Godino y Neto (2011) donde se plantean el problema de evaluación de los conocimientos didáctico-matemáticos que tienen los futuros maestros sobre la visualización. Se observa que, aunque consiguen resolver correctamente algunas tareas relacionadas con los conocimientos común y ampliado del contenido, tienen dificultades a la hora de justificar las respuestas e identificar los objetos y procesos puestos en juego en la resolución.

Nuestro trabajo pretende aportar a las investigaciones actuales información que permita conocer si el nivel de visualización de los futuros maestros se relaciona con su rendimiento a la hora de resolver tareas que requieren del sentido espacial.

MARCO TEÓRICO

El Estándar número 7, Geometría y sentido espacial, recoge en su definición tanto los contenidos geométricos como los elementos visualizadores:

“Todos los estudiantes desarrollarán el sentido espacial y una habilidad para usar las propiedades geométricas y las relaciones para resolver problemas en matemáticas y en la vida diaria (...). El sentido espacial es un sentido intuitivo para la forma y el espacio. Implica los conceptos de geometría tradicional, incluyendo una habilidad para reconocer, visualizar, representar y transformar formas geométricas” (New Jersey Mathematics Coalition, 1996, p. 209).

Flores, Ramírez y Del Río (2015) operativizan esta definición realzando la necesidad de conjugar el aprendizaje geométrico con el desarrollo de habilidades de visualización que permitan dar más significado a los elementos geométricos. Estos autores destacan cuatro componentes del sentido espacial. La primera hace referencia al conocimiento de las características y propiedades de las distintas formas geométricas en el plano o en el espacio. La segunda implica reconocer y establecer relaciones geométricas entre formas y cuerpos geométricos. La tercera se centra en la ubicación y movimientos que se pueden realizar en las figuras. Ramírez (2012) sostiene que el conocimiento de conceptos geométricos (que englobaría las tres componentes citadas anteriormente) no puede entenderse de forma aislada. El sentido espacial implica, además una cuarta componente transversal, la visualización, entendida como el conjunto de imágenes, procesos y habilidades necesarios para que los estudiantes de geometría puedan producir, analizar, transformar y comunicar información visual relativa a objetos reales, modelos y conceptos geométricos (Gutiérrez, 2006).

Conocimiento y habilidades no son independientes ya que la fortaleza del sentido espacial radica justamente en establecer conexiones entre las componentes anteriores, lo cual se consigue al ir incorporando las destrezas de visualización. Conceptos geométricos y visualización espacial, aunque diferentes, se complementan para lograr un dominio geométrico funcional (figura 1)

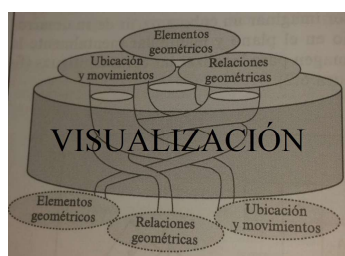


Figura 1. Conexión de las componentes. (Flores, Ramírez y Del Río, 2015)

METODOLOGÍA

Los sujetos que han participado en este estudio son 54 estudiantes de segundo curso del Grado de Educación Primaria del Centro de Magisterio la Inmaculada del curso 2018/2019, de los cuales 30 son mujeres y 24 son hombres. Se ha escogido a los alumnos de segundo curso ya que el sentido espacial es uno de los contenidos que trabajan en la asignatura Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria.

Toma de Datos

En el estudio se ha utilizado como primer instrumento en la toma de datos, la prueba de Aptitudes Mentales Primarias (PMA) que permite la evaluación de los factores básicos de la inteligencia entre ellos el Factor espacial, que es el que se ha usado en este trabajo. Este factor se define, como la “aptitud para interpretar y reconocer objetos que cambian de posición en el espacio, manteniendo su estructura interna” (Thurstone y Thurstone, 1976). El Test se constituye de 20 ítems, un ejemplo de uno de ellos se muestra en la Figura 2.

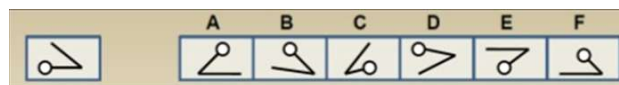


Figura 2. Ejemplo de ítem para el factor espacial PMA

En un tiempo limitado de 5 minutos los estudiantes debían determinar cuál o cuáles figuras coincidían con el modelo al aplicarle un giro en el plano. El segundo instrumento para la toma de datos está adaptado de Flores, Ramírez y Del Río (2015). Se propone a los estudiantes la resolución de la siguiente tarea. Construye todas las piezas que pueden obtenerse al unir cuatro cuadrados de manera que dos de ellos coincidan en un lado (tetraminós). Identifica cuales pueden obtenerse unos a partir de otros mediante movimientos en el plano.

Los autores de la actividad resaltan que las componentes del sentido espacial que intervienen principalmente en el proceso de resolución de esta son la ubicación y movimientos y las habilidades de visualización, de forma más específica.

Las posibles figuras que podían construir son las siguientes:

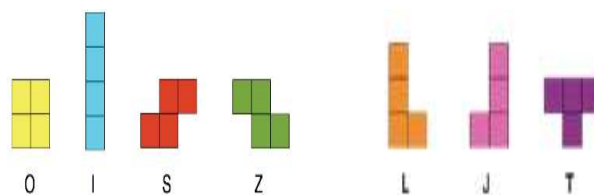


Figura 3. Tetraminós

En relación con el test, en la resolución de la tarea es importante discriminar qué figuras se consideran iguales al aplicar giros o simetrías. Pero aquí, según las instrucciones dadas las figuras S y Z, y las figuras L o J serían la misma figura, ya que ambas pueden obtenerse la una de la otra por simetría.

Categorías para el análisis de datos

Puesto que el objeto de estudio es el sentido espacial, establecemos como categorías las componentes del sentido espacial mostradas en el marco teórico (Flores, Ramírez y Del Río, 2015). Por un lado, se analizan los resultados del test y por otro lado las respuestas a la tarea planteada.

El test se ha corregido y evaluado siguiendo las normas de corrección y puntuación que establece el test PMA factor E, es decir, la puntuación directa (PD) es igual al número de aciertos menos el número de errores ($PD = A - E$), sin tener en cuenta las omisiones. La puntuación máxima que se puede obtener es una puntuación directa de 54 puntos.

Para analizar el rendimiento de la tarea, se utiliza como unidad de análisis la respuesta completa a la tarea planteada. Las categorías de análisis se basan en las componentes del sentido espacial de identificar y emplear relaciones geométricas y determinar la ubicación y movimientos de las formas y figuras. Teniendo en cuenta las posibles respuestas a la actividad, estas se van a analizar según las categorías de la Tabla 1.

Tabla 1. Categorías para el análisis de la tarea

Construcción de las posibles figuras	Construye la O	CO	
	Construye la I	CI	
	Construye la T	CT	
	Construye la L o J	CL	
	Construye la S o Z	CS	
Identificación de movimientos	Identificación de giros incorrecta	Identifica incorrectamente dos piezas iguales por un giro	IIPG
		No identifica dos piezas iguales por un giro	NIPG
	Identificación de simetrías incorrecta	Identifica incorrectamente dos piezas iguales por una simetría	IIPS
		No identifica dos piezas iguales por una simetría	NIPS

RESULTADOS

Para responder a la pregunta de investigación en relación con la visualización y el rendimiento en la tarea, describimos primero por separado lo observado en ambos aspectos.

Visualización

Los resultados del Test se han clasificado en tres niveles, dividiendo la puntuación máxima del test (54 puntos) en tres tramos de igual rango: Visualización Baja si la puntuación directa era menor o igual de 18, Visualización Media si la puntuación era mayor que 18 y menor o igual que 34 y Visualización Alta si la puntuación directa es mayor que 34.

Los resultados del Test para describir la visualización han sido los siguientes.

Nivel	Rango	Alumnos	Porcentaje
Visualización Baja	$PD \leq 18$	18	33,34 %
Visualización Media	$18 < PD \leq 34$	31	57,40 %
Visualización Alta	$PD > 34$	5	9,26 %

De la Tabla 2 destacamos el mayor porcentaje de estudiantes (57,4%) en el tramo que se consideró como Visualizadores Medios.

Rendimiento de la tarea

Para analizar el rendimiento en la resolución de una tarea de sentido espacial, también se han clasificado a los alumnos en tres categorías: Los estudiantes que no construyeron los 5 tetraminós posibles, los estudiantes que construyeron los 5 tetraminós y cometieron errores al identificar giros y simetrías, y los estudiantes que construyeron 5 tetraminós y no cometieron errores. Los resultados han sido los siguientes:

Tabla 3. Resultados de la Tarea de construcción de las piezas

Categoría	Alumnos	Porcentaje
No construye los 5 tetraminós	8	14,81%
Construye los 5 y no identifica todos los movimientos	34	62,97 %
Construye los 5 e identifica todos los movimientos	12	22,22 %

De estos resultados destacamos que un número elevado de alumnos, más del 62 % comete errores en la identificación por simetría o giro, aun siendo capaz de construir las 5 figuras.

Relación entre la visualización y el rendimiento de la tarea.

Para establecer relaciones entre la capacidad visual y el rendimiento, se relacionan los resultados del test con la forma en que resolvieron la tarea (Tabla 4).

Tabla 4. Comparación resultados del test con la resolución de la tarea

	No construye	Construye y no identifica	Construye e identifica	Total
Visualización Baja	3 (5,55%)	11 (20,37%)	4 (7,40%)	18 (33,32%)
Visualización Media	5 (9,26%)	21 (38,89%)	5 (9,26%)	31 (57,41%)
Visualización Alta	0 (0,00 %)	2 (3,71 %)	3 (5,56%)	5 (9,27%)
Total	8 (14,81%)	34 (62,97%)	12 (22,22%)	54 (100%)

Observando la comparación de la visualización con la resolución de la tarea, destacan que el mayor porcentaje (38,89%) se corresponde con alumnos con visualización media que, aunque son capaces de construir los cinco tetraminós, realizan de forma incorrecta la identificación de piezas por giro o simetría. De los alumnos con menor visualización según el test, el 20,37% son capaces de construir las 5 piezas, pero no identifican de forma correcta los giros o simetrías y el 5,55% no son capaces de construir todas las piezas, entre ellos encontramos a los alumnos que en el test han tenido una puntuación directa negativa. Observamos que 4 estudiantes con visualización baja resuelven correctamente la tarea, estos alumnos tienen una puntuación muy próxima a la visualización media. Por otro lado, destacan 2 estudiantes con visualización alta que no identifican los movimientos.

En la Figura 4 vemos el ejemplo de un alumno con visualización baja que no identifica movimientos entre dos de las figuras. En este caso identifica de forma incorrecta un giro.

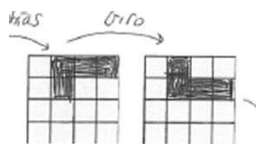


Figura 4. Ejemplo alumno de visualización baja.

Tanto en los estudiantes de visualización baja y media, el mayor porcentaje se corresponde con los estudiantes que construyen correctamente pero no identifican todos los giros y simetrías. En cambio, aunque con una diferencia derivada de un estudiante, cuando los estudiantes muestran visualización alta, el mayor porcentaje se ha presentado en la resolución correcta de la tarea. También observamos que hay más estudiantes que no construyen todas las piezas en la visualización media que en la visualización baja, no teniendo ningún alumno que no haya construido todas las piezas en la visualización alta. De los alumnos que han construido e identificado todos los movimientos, los

porcentajes de los 3 grupos de visualización son muy parecidos, siendo un porcentaje mayor los alumnos de visualización media.

CONCLUSIONES

Con los resultados obtenidos con el test PMA- E hemos podido describir el nivel de visualización de los maestros en formación. Los resultados muestran que mayoritariamente los futuros maestros tienen un nivel medio de visualización ya que mayoritariamente presentaron una puntuación en el rango considerado intermedio en el test. Solo 5 de los 54 estudiantes analizados obtuvieron una puntuación considerada como correspondiente a una visualización alta.

Con estos resultados obtenidos se ha comparado la visualización de los estudiantes y la forma en que resolvieron la tarea. En el trabajo se muestran algunas evidencias de que la visualización puede influenciar la resolución de tareas que involucren sentido espacial, pues los estudiantes con visualización baja o media mayoritariamente cometen errores al resolverla. La habilidad analizada en el test es necesaria para discriminar las figuras equivalentes por giros o simetrías en la tarea. Pero los resultados sugieren que basta un nivel medio e incluso bajo para afrontarla. El rendimiento en el test puede ir asociado a los elementos que componen cada ítem (Cruz y Ramírez, 2018). El hecho de que visualizadores medios e incluso bajos hayan obtenido rendimiento alto en la tarea puede derivarse de los elementos geométricos de los distintos tetraminós. La S o la Z tienen unas relaciones geométricas diferentes de la L o J, por lo que puede haberle resultado menos complejas que algunos de los ítems del test. Este trabajo puede aportar ideas para los procesos formativos sobre sentido espacial en el Grado de Primaria, utilizando tareas de formación que desarrollen el sentido espacial de los estudiantes (Ruiz, Flores, Ramírez y Fernández, 2019). En este trabajo hemos visto que la visualización es importante a la hora de resolver la tarea propuesta. Pero en la tarea, además de la habilidad, intervienen componentes del sentido espacial asociadas al proceso de construcción de las piezas y los conceptos geométricos involucrados (cuadrado, lado, giro, simetría...). Por tanto, pensamos que se debe dar más importancia al sentido espacial a la hora de trabajar en Geometría. Soto-Andrade (2008) muestra que, a pesar de que el razonamiento visual está contemplado en los currículos, en general, los profesores lo siguen presentando como un argumento auxiliar o introductorio. Por tal motivo, los alumnos no lo consideran como un tipo de razonamiento básico para su formación ni como una acción del todo válida para hacer matemáticas.

Referencias

- Bennie, K. y Smit, S. (1999). *"Spatial sense": Translating curriculum innovation into classroom practice*. Paper presented at the 5th Annual Congress of the Association for Mathematics Education of South Africa (AMESA), Port Elizabeth.
- Clements, D. H. y Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 420-464). New York, NY, England: Macmillan Publishing Co, Inc.
- Cruz, A. y Ramírez, R. (2018). Componentes del sentido espacial en un test de capacidad espacial. En L. J. Rodríguez Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 211-220). Gijón: SEIEM.
- Escrivá, M.T., Beltrán-Meneu, M.J., Gutiérrez, A. y Jaime, A. (2016): Habilidades de visualización de estudiantes de Primaria en actividades de geometría espacial. En J.A. Macías et al. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (p. 595). Málaga, España: SEIEM.
- Fernández, T. (2013). La investigación en visualización y razonamiento espacial. Pasado, presente y futuro. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 19-42). Bilbao: SEIEM.
- Fernández, T. (2014). Atendiendo habilidades de visualización en la enseñanza de la geometría. *Memorias IX Festival Internacional de Matemática*, 21-33.

- Flores, P., Ramírez, R., y Del Río, A. (2015). Sentido espacial. En P. Flores, y L. Rico, *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria*. Madrid: Pirámide.
- Gonzato, M., Godino, J. y Neto, T. (2011). Evaluación de conocimientos didáctico-matemáticos sobre la visualización de objetos tridimensionales. *Educación matemática*, 23(3), 5-37.
- Gutiérrez. A. (2006). La investigación sobre enseñanza y aprendizaje de la geometría. En Flores, P., Ruíz, F. y De la Fuente, M. (Eds.), *Geometría para el siglo XXI* (pp.13-58). Badajoz: Federación Española de Profesores de Matemáticas y SAEM THALES.
- Gutiérrez, A. y Jaime, A. (2015). Análisis del aprendizaje de geometría espacial en un entorno de geometría dinámica 3-dimensional. PNA, *Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 9(2), 53-83.
- Jones, K. Y Tzekaki, M. (2016). Research on the teaching and learning of geometry. En Á. Gutiérrez, G. C. Ledery P. Boero (Eds.), *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*, (pp. 109-149). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Lea, H. (1990). Spatial concepts in the Kalahari. En O. George Booker, P. Cobb y T. Mendicuti. (Eds.), *Proceedings of 14th PME conference* (pp. 259-266). México: Program Committe of the 14th PME Conference.
- Lean, G. y Clements, M. A. (1981). Spatial ability, visual imagery, and mathematical performance. *Educational Studies in Mathematics*, 12 (3), 267-299.
- Lupiañez, J. L. y Rico, L. (2015). Aprender las matemáticas escolares. En P. Flores y L. Rico. (Cds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria*. Madrid: Pirámide.
- MEC (2014). Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. Boletín Oficial del Estado número 54.
- New Jersey Mathematics Coalition (1996). Geometry and spatial sense, Standard 7. En *New Jersey Mathematics Curriculum Framework* (pp. 209-249). Trenton, NJ: New Jersey State Dept. of Education.
- NTCM (2000). Principios y estándares para la educación matemática. Cádiz: SAEM THALES.
- Ramírez, R. (2012). *Habilidades de visualización de los alumnos con talento matemático (Tesis doctoral)*. Universidad de Granada, Granada.
- Ramírez, R., Beltrán-Meneu, M. J., Jaime, A. y Gutiérrez, A. (2016). Resolución por Skype de una tarea de visualización cooperativa por una pareja de estudiantes de talento. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 447-457). Málaga: SEIEM.
- Ruiz, J. F., Flores, P., Ramírez, R., y Fernández, J. A. (2019). Tareas que desarrollan el sentido matemático en la formación inicial de profesores. *Educación MatEMática*, 31(1), 121-143.
- Salgado, M., Berciano, A. y Jiménez-Gestal, C. (2019). Tareas de representación espacial en el aula de tres años: detección de dificultades. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (p. 651). Valladolid: SEIEM.
- Soto-Andrade, J. (2008). *Mathematics as the art of seeing the invisible*. Comunicación presentada en 11th International Congress in Mathematical Education (ICME), Monterrey, México.
- Thurstone, L. L. y Thurstone, T. G. (1976). *P.M.A.: Aptitudes Mentales Primarias*. Madrid: TEA.