

UNIVERSIDAD DE GRANADA
PROGRAMA DE DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA



TESIS DOCTORAL

DISEÑO DE TAREAS PARA LA EVALUACIÓN
DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA
ESCOLAR. UNA EXPERIENCIA CON
PROFESORES DE COSTA RICA

José Romilio Loría Fernández

GRANADA, 2020

Editor: Universidad de Granada. Tesis Doctorales
Autor: José Romilio Loría Fernández
ISBN: 978-84-1306-842-8
URI: <http://hdl.handle.net/10481/68159>

UNIVERSIDAD DE GRANADA
PROGRAMA DE DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA



TESIS DOCTORAL

DISEÑO DE TAREAS PARA LA EVALUACIÓN DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA ESCOLAR. UNA EXPERIENCIA CON PROFESORES DE COSTA RICA

Memoria de TESIS DOCTORAL realizada bajo la dirección del Doctor José Luis Lupiáñez Gómez, del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, que presenta D. José Romilio Loría Fernández para optar al grado de Doctor en el programa de Doctorado de Ciencias de la Educación.

Fdo. José Romilio Loría Fernández

VºBº del Director

Fdo. José Luis Lupiáñez Gómez

El trabajo de tesis doctoral se realizó dentro del Grupo de Investigación Didáctica de la Matemática. Pensamiento Numérico de la Universidad de Granada, del Plan Andaluz de Investigación, Desarrollo e Innovación de la Junta de Andalucía (FQM-193), en las líneas de investigación Calidad y Evaluación de Programas de Formación en Matemáticas, Formación de Profesores de Matemáticas y Diseño, Desarrollo e Innovación del Currículo de Matemáticas. En el marco del proyecto PROFESTEM (Competencia Profesional del Profesor en Formación Inicial y Educación STEM), PGC2018-095765-B-I00 financiado por el Programa Estatal de Generación de Conocimiento y Fortalecimiento Científico y Tecnológico del Sistema I+D+I, del Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades de España.

El autor es becario de la Junta de Becas de la Universidad Nacional, Costa Rica.

A mi madre

Agradecimientos

“La gratitud se da cuando la memoria se almacena en el corazón y no en la mente”

Lionel Hampton

A Dios por acompañarme en todo el camino. Seguiré confiando en el poder de la oración.

A José Luis Lupiáñez Gómez quien se embarcó conmigo en esta aventura. Sus valiosos aportes, su sabia orientación, su ánimo constante, pero especialmente su paciencia y empatía impulsaron los pasos con los que recorrí el camino y proveyeron la guía para alcanzar la meta. Le estaré agradecido de por vida.

A los profesores del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada por sus enseñanzas. Quiero agradecer especialmente al profesor Pablo Flores Martínez por todo el apoyo brindado.

A los profesores participantes del curso-taller. Agradezco su disposición para aprender y enriquecer las sesiones con su conocimiento y experiencia. Admiro el compromiso que tienen con su desarrollo profesional y con el aprendizaje de sus alumnos.

A los académicos e investigadores Juan Francisco Ruiz, Ángel Ruiz, Gabriela Valverde, Ricardo Poveda y Rosa Caraballo por sus aportaciones valiosas en la realización del curso-taller. Gracias Rosa por tus sabios consejos y por tu trabajo académico que fertilizaron y fortalecieron esta investigación.

A mis compañeros y compañeras de trabajo en la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional en Costa Rica que me dieron la oportunidad de crecer profesionalmente. En especial a Cynthia, Jennifer y Miguel quienes siempre se mantuvieron presentes, dándome ánimo y recordándome el verdadero valor de la amistad.

A la Junta de Becas de la Universidad Nacional por el aporte económico brindado para la realización de este sueño profesional.

A mi amiga Karen por prestarme sus alas en los momentos en las que las mías no recordaban como volar.

A mi familia: mi hermana Kattia, mis sobrinos David y Gabriel, y mi madre. Gracias por esperarme con el amor y la alegría de siempre. Mami gracias por creer en mí, por tu amor incondicional, por forjar el hombre que soy hoy, por ser la fuente inagotable para recargar energía, adquirir fuerza y salir adelante. Gracias papá, porque a pesar de estar en el cielo siempre te siento cerca, de vos aprendí que el regalo más preciado que un padre puede dar a un hijo es la educación.

A mi familia Granadina: Carmen Gloria, Ferni y mis ticos. Mi transitar por Granada hubiese estado lleno de grises sin vos Carmen Gloria, gracias por colorear mis días con tu sonrisa y por hacer de este viaje una experiencia tan especial.

Tabla de contenidos

Presentación.....	19
Capítulo I. Planteamiento de la investigación	23
1.1.Descripción general	24
1.2. Focos y campos de problemas que encuadran la investigación.....	26
1.3. Antecedentes de la investigación.....	28
1.4. El currículo costarricense de matemática.....	29
1.5. Tareas matemáticas como medio para el aprendizaje de los alumnos.....	31
1.6. El profesor como promotor y gestor de los cambios curriculares	34
1.7. Preguntas y objetivos de la investigación	37
1.8. Pertinencia de la investigación.....	39
1.9. Balance del capítulo.....	40
Capítulo II. Marco Teórico	43
2.1. Perspectiva curricular del estudio.....	44
2.1.1. La noción de currículo.....	44
2.1.2. La noción de competencia.....	46
2.1.3. La noción de competencia matemática.....	48
2.1.4. El enfoque funcional del aprendizaje matemático.....	49
2.1.5. Programas de Estudio de Matemáticas.....	50
2.2. Tareas matemáticas escolares.....	62
2.2.1. Importancia del diseño y la selección de tareas.....	62
2.2.2. Análisis de las tareas.....	64
2.2.3. Secuenciación de las tareas.....	71
2.2.4. Tareas de evaluación.....	74
2.2.5. Gestión de aula y tareas.....	78
2.3. El desarrollo profesional del profesor de matemáticas.....	80
2.3.1. La importancia del desarrollo profesional para la reforma curricular....	82
2.3.2. La competencia profesional del profesor de matemáticas.....	84
2.4. La evaluación de los programas de formación.....	91
2.4.1. Enfoques para evaluar programas de formación.....	92
2.4.2. La calidad del programa de formación.....	95
2.5. Balance del capítulo.....	98
Capítulo III. Diseño Metodológico	105
3.1. Caracterización de la investigación.....	106
3.2. Evaluación del programa de formación.....	108
3.2.1. Diseño de la investigación.....	110
3.2.2. Indicadores para evaluar la calidad del programa de formación.....	114
3.3. Recogida de la información.....	119
3.3.1. Instrumentos para recoger información.....	122
3.4. Análisis de la información.....	123
3.4.1. Análisis de la relevancia del programa.....	126
3.4.2. Análisis de la eficacia del programa.....	126
3.4.3. Análisis de la eficiencia del programa.....	127
3.4.4. Análisis del impacto del programa.....	128
3.4.5. Procedimiento de análisis.....	128

3.5. Balance del diseño y la metodología de la investigación.....	130
Capítulo IV. El Curso-Taller.....	135
4.1. El curso-taller como programa de formación.....	136
4.2. Fase de planificación.....	138
4.2.1. Finalidad del programa de formación.....	139
4.2.2. Objetivos planteados para el programa de formación.....	140
4.2.3. Planificación de la recogida de información.....	141
4.2.4. Contenidos seleccionados y secuencia temporal.....	142
4.2.5. Estructura de las sesiones.....	144
4.2.6. Formadores y participantes.....	145
4.2.7. Recursos previstos.....	145
4.2.8. Juicio de expertos.....	146
4.2.9. Resumen de la fase de planificación.....	147
4.3. Fase de implementación.....	147
4.3.1. Contexto de aplicación.....	148
4.3.2. Realización de la secuencia temporal.....	149
4.3.3. Recogida de información.....	156
4.3.4. Resumen de la fase de implementación.....	160
4.4. Fase de resultados.....	162
4.5. Fase de puesta en práctica.....	163
4.6. Balance del diseño e implementación del curso-taller.....	166
Capítulo V. El Desarrollo de la Competencia Profesional de los Profesores.....	169
5.1. Cuestionario inicial.....	170
5.1.1. Balance del análisis del cuestionario inicial.....	175
5.2. Cuestionario de valoración final.....	176
5.2.1. Organización y análisis de las preguntas de respuesta cerrada.....	177
5.2.2. Organización y análisis de las preguntas de respuesta abierta.....	179
5.2.3. Balance del análisis del cuestionario final.....	184
5.3. Reflexiones escritas.....	186
5.3.1. Reflexiones sobre el marco conceptual del currículo costarricense de Matemática.....	190
5.3.2. Reflexiones sobre la conceptualización y caracterización de las tareas matemáticas escolares.....	193
5.3.3. Reflexiones sobre tareas para evaluar la competencia matemática escolar y sus respectivos criterios de valoración.....	198
5.3.4. Reflexiones sobre la valoración del curso-taller.....	202
5.3.5. Balance general del análisis de las reflexiones escritas.....	204
5.4. Trabajos no presenciales.....	205
5.4.1. Primer trabajo no presencial.....	206
5.4.2. Segundo trabajo no presencial.....	210
5.4.3. Tercer trabajo no presencial.....	215
5.4.4. Cuarto trabajo no presencial.....	219
5.4.5. Quinto trabajo no presencial.....	221
5.4.6. Sexto trabajo no presencial.....	226
5.4.7. Balance general del análisis de los trabajos no presenciales.....	231
5.5. Planeamiento de la instrucción.....	232
5.5.1. Balance general del análisis del cuestionario para valorar planeamientos.....	236
5.6. Desarrollo de lecciones en el aula.....	236
5.6.1. Profesora P ₀	237

5.6.2. Profesor P ₈	238
5.6.3. Profesor P ₇	241
5.6.4. Profesora P ₆	243
5.6.5. Profesor P ₅	244
5.6.6. Discusión y balance sobre las observaciones de aula.....	245
5.7. Diseño de instrumentos de evaluación.....	246
5.7.1. Balance general del diseño de instrumentos de evaluación.....	248
5.8. Desarrollo de la competencia profesional de los profesores	249
5.9. Cambios en conocimientos, capacidades y actitudes.....	253
Capítulo VI. Evaluación del Programa de Formación	257
6.1. Evaluación de la planificación.....	258
6.1.1. Pertinencia a los participantes.....	259
6.1.2. Calidad del contenido.....	262
6.1.3. Calidad técnica.....	263
6.1.4. Evaluabilidad.....	266
6.1.5. Viabilidad.....	267
6.1.6. Balance de la evaluación de la fase de planificación.....	273
6.2. Evaluación de la implementación.....	274
6.2.1. Puesta en marcha.....	275
6.2.2. Marco de aplicación.....	282
6.2.3. Balance de la evaluación de la implementación.....	284
6.3. Evaluación de resultados.....	286
6.3.1. Medida y logros.....	286
6.3.2. Valoración	288
6.3.3. Balance de la evaluación de resultados.....	290
6.3.4. Valoración del logro de los objetivos de formación.....	291
6.4. Evaluación de la puesta en práctica.....	295
6.4.1. Aprendizaje de los participantes.....	295
6.4.2. Desempeño profesional de los participantes.....	296
6.4.3. Balance de la evaluación de la puesta en práctica.....	298
6.5. Análisis de la validez de la evaluación del programa de formación.....	299
Capítulo VII. Conclusiones	301
7.1. Discusión sobre los resultados del estudio.....	302
7.2. Evaluación del logro de los objetivos de investigación.....	305
7.3. Conclusiones generales del estudio.....	314
7.4. Aportes del estudio.....	317
7.5. Limitaciones del estudio.....	318
7.6. Líneas de continuidad sugeridas.....	318
Referencias.....	321
Anexos.....	343

Índice de Figuras

Figura 1.1. Focos principales de la investigación.....	27
Figura 1.2. Esquema general de la investigación.....	42
Figura 2.1. Contextos considerados en los programas de estudio.....	58
Figura 2.2. Componentes para la valoración de tareas matemáticas.....	66
Figura 2.3. 4+6: Estrategia para la valoración de tareas matemáticas.....	67
Figura 2.4. Función de la tarea en cada fase del proceso enseñanza-aprendizaje	73
Figura 2.5. Dimensiones de la calidad en un programa de formación.....	97
Figura 2.6. Resumen del proceso de valoración del programa de formación.....	97
Figura 2.7. Marco teórico de la investigación.....	102
Figura 3.1. Esquema del diseño de la investigación.....	112
Figura 3.2. Ciclo del análisis de la información.....	124
Figura 3.3. Triangulación de las fuentes de información.....	125
Figura 3.4. Diseño metodológico de la investigación.....	134
Figura 4.1. Componentes de la secuencia de actividades de cada sesión.....	144
Figura 4.2. Esquema de la fase de diseño y planificación del curso-taller.....	147
Figura 4.3. Proceso de recogida de información y momentos del curso-taller.....	160
Figura 4.4. Resumen de la fase de implementación del programa de formación...	161
Figura 4.5. Proceso de recogida de información en la fase de puesta en práctica...	166
Figura 5.1. Tarea analizada por G_3	214
Figura 5.2. Tarea referida por G_3	217
Figura 5.3. Tarea presentada por G_3	224
Figura 5.4. Situación en la que se enmarca la tarea valorada por P_5	228
Figura 5.5. Caracterización de una tarea en un planeamiento de P_7	235
Figura 5.6. Tarea propuesta en la práctica de P_8	240
Figura 5.7. Tarea diseñada por P_8	241
Figura 5.8. Contextualización de la tarea propuesta por P_7	241
Figura 5.9. Tarea propuesta por P_7	243
Figura 5.10. Tarea propuesta por P_5	244
Figura 5.11. Tarea diseñada por P_7 para una prueba escrita.....	248

Índice de Tablas

Tabla 1.1. Perspectivas desde las que se espera producir resultados de interés.....	41
Tabla 2.1. Procesos matemáticos considerados en el currículo costarricense.....	52
Tabla 2.2. Fases de la Etapa 1.....	61
Tabla 2.3. Indicadores para los grados de complejidad de las tareas.....	71
Tabla 2.4. Componentes curriculares para el análisis de tareas.....	72
Tabla 2.5. Funciones del análisis didáctico.....	89
Tabla 2.6. El enfoque de evaluación de programas de Kirkpatrick.....	95
Tabla 3.1. Finalidad, actividades y fuentes de información.....	113
Tabla 3.2. Indicadores para evaluar la calidad del programa de formación.....	115
Tabla 3.3. Indicadores para evaluar el impacto del programa de formación.....	118
Tabla 3.4. Indicadores del análisis cognitivo y su codificación.....	119
Tabla 3.5. Indicadores del análisis de instrucción y su codificación.....	119
Tabla 3.6. Dimensiones de la evaluación y fuentes de información.....	120
Tabla 3.7. Descripción de los instrumentos de recogida de información.....	122
Tabla 3.8. Instrumento de recogida de información y aspectos de la valoración....	124
Tabla 3.9. Resumen del análisis de la información recogida por instrumento.....	131
Tabla 4.1. Organización temporal de los contenidos.....	143
Tabla 4.2. Organización secuencial de los contenidos según su desarrollo.....	150
Tabla 4.3. Secuencia de actividades de la sesión 1.....	151
Tabla 4.4. Secuencia de actividades de la sesión 2.....	152
Tabla 4.5. Secuencia de actividades de la sesión 3.....	152
Tabla 4.6. Secuencia de actividades de la sesión 4.....	153
Tabla 4.7. Secuencia de actividades de la sesión 5.....	153
Tabla 4.8. Secuencia de actividades de la sesión 6.....	154
Tabla 4.9. Secuencia de actividades de la sesión 7.....	154
Tabla 4.10. Secuencia de actividades de la sesión 8.....	155
Tabla 4.11. Secuencia de actividades de la sesión 9.....	156
Tabla 4.12. Secuencia de actividades de la sesión 10.....	156
Tabla 4.13. Información recogida durante la implementación del curso-taller.....	157
Tabla 4.14. Momentos determinantes en la implementación del curso-taller.....	159
Tabla 4.15. Información recogida durante la puesta en práctica del curso-taller...	165
Tabla 4.16. Fases del programa de formación, finalidad y actividades asociadas...	168
Tabla 5.1. Contenido de las preguntas en el cuestionario inicial.....	171
Tabla 5.2. Síntesis y categorización del cuestionario inicial.....	171
Tabla 5.3. Frecuencias en las respuestas a las preguntas cerradas del cuestionario final.....	177
Tabla 5.4. Propósito y agrupación de las preguntas abiertas en el cuestionario final.....	179
Tabla 5.5. Síntesis y categorización de las preguntas abiertas en el cuestionario final.....	179
Tabla 5.6. Organización de las reflexiones según sujeto, finalidad de la pregunta y objetivos del curso.....	187
Tabla 5.7. Organización de reflexiones escritas según el contenido que tratan.....	190
Tabla 5.8. Categorización de reflexiones sobre el marco conceptual del currículo costarricense.....	191

Tabla 5.9. Categorización de reflexiones sobre conceptualización y caracterización de tareas.....	194
Tabla 5.10. Categorización de reflexiones sobre la conceptualización y la caracterización de tareas de evaluación.....	200
Tabla 5.11. Categorización de reflexiones sobre valoración del curso-taller.....	203
Tabla 5.12. Enfoque del primer trabajo no presencial.....	207
Tabla 5.13. Indicadores sobre análisis cognitivo aplicados por los grupos.....	212
Tabla 5.14. Elementos de la tarea identificados por los grupos.....	213
Tabla 5.15. Valoración de los grupos en el cuarto trabajo no presencial.....	220
Tabla 5.16. Conocimiento didáctico de los grupos en el quinto trabajo no presencial.....	223
Tabla 5.17. Conocimiento didáctico de los grupos en el sexto trabajo no presencial.....	228
Tabla 5.18. Síntesis de la valoración de los planeamientos.....	233
Tabla 5.19. Frecuencia en las respuestas a las preguntas del cuestionario para valorar pruebas escritas	247

Presentación

El marco de la reciente reforma curricular en matemáticas en Costa Rica propone la aplicación de un modelo de currículo que persigue el logro y el fortalecimiento de una serie de habilidades y capacidades cognoscitivas para conducir el desarrollo de la competencia matemática de los estudiantes. En este trabajo analizaremos la competencia profesional de profesores de matemáticas de Educación Secundaria para promover ese aprendizaje funcional en el aula, después de desarrollar con ellos una propuesta formativa con base en esa reforma. Para ello, fundamentamos y diseñamos un programa de formación para profesores en ejercicio y elaboramos un protocolo de observación de prácticas de enseñanza para evaluar el impacto de esa formación en esa competencia profesional de los docentes.

Organizamos el escrito en siete capítulos. En el Capítulo I describimos las circunstancias y los cambios curriculares que precedieron el estudio, los campos de problemas que abordamos y los antecedentes de la investigación. Se continúa con las preguntas de investigación, los objetivos de estudio y la pertinencia e interés del área problemática.

En el Capítulo II describimos los fundamentos teóricos conceptuales y prácticos que dan sustento a la investigación. Este capítulo está estructurado de acuerdo con cuatro categorías: la perspectiva curricular de este estudio, las tareas matemáticas escolares, el desarrollo profesional del profesor de matemáticas y la evaluación de programas formativos.

En el Capítulo III describimos y fundamentamos el diseño metodológico del estudio. La investigación es un estudio evaluativo. Aplicamos métodos propios de la investigación cualitativa en un estudio con propósitos descriptivos, explicativos y evaluativos. Además, caracterizamos la investigación a partir de los siguientes elementos: fuentes e instrumentos de recogida de datos, el tratamiento de estos y el análisis y la codificación de la información.

En el Capítulo IV presentamos el curso-taller como programa de formación y describimos cada uno de los componentes del programa según correspondan a las fases de planificación, implementación, resultados y puesta en práctica. Además, presentamos un balance de las aportaciones de cada uno de estos componentes y de sus relaciones, puesto

que, en conjunto conforman el planteamiento y puesta en práctica del plan de formación que se estudia. Detallamos la finalidad, estructura curricular y organización del curso-taller, su implementación con un grupo de profesores de Educación Secundaria, así como las actividades y documentos recogidos durante su realización y cuando los profesores regresaron a sus entornos de trabajo, aspectos todos ellos considerados para su evaluación.

En el Capítulo V presentamos el análisis de la información recogida durante el trabajo de campo, para describir la naturaleza de los cambios en la competencia profesional del grupo de profesores participantes en el curso-taller y si, en efecto, estos cambios pueden relacionarse con las actividades desarrolladas durante la experiencia de desarrollo profesional. La información recogida es de carácter cualitativo y la analizamos con un enfoque evaluativo e interpretativo. Organizamos el análisis de acuerdo con las fuentes de información utilizadas: cuestionario inicial, cuestionario de valoración final, reflexiones escritas, trabajos no presenciales, cuestionario para valorar planeamientos, guías de observación y cuestionario para valorar pruebas escritas.

En el Capítulo VI evaluamos la calidad de nuestro programa de formación mediante la valoración de cada una de sus cuatro fases: planificación, implementación, resultados y puesta en práctica. Cada una de las fases del programa de formación fue evaluada a partir de un conjunto de criterios. El valor que se atribuye a cada criterio se constituye mediante diversos indicadores. De esta manera, la evaluación de las fases se realizó mediante el análisis razonado de los indicadores y la presentación de evidencias.

En el Capítulo VII sintetizamos los aprendizajes de los profesores de matemáticas en ejercicio que determinamos a partir de los hallazgos de la investigación y describimos el desarrollo profesional programado en términos de dichos aprendizajes. Asimismo, evaluamos y argumentamos el logro de los objetivos de la investigación. Luego, identificamos los aportes de nuestra investigación al desarrollo profesional de los profesores de matemáticas y reconocemos las limitaciones del estudio. Se cierra el capítulo sugiriendo algunas líneas de continuidad. En síntesis, el programa de formación que diseñamos e implementamos proporcionó a los profesores participantes un marco reflexivo común para analizar sus prácticas docentes pero especialmente para elaborar tareas que atendieran el desarrollo de la competencia matemática escolar. Asimismo, las herramientas que facilitamos permitieron que las ideas emergentes pudieran ubicarse en

el aula y guiaron la proyección de la oportuna aplicación de los conceptos aprendidos y, en consecuencia, la modificación de sus prácticas actuales.

El escrito finaliza con las referencias empleadas en el desarrollo del estudio y los anexos.

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN

Esta investigación tiene como propósito fundamentar, planificar, implementar y valorar los logros de un programa de formación para profesores en ejercicio. El programa formativo se concretó en un curso-taller centrado en el análisis, diseño y selección de tareas mediante las cuales favorecer el desarrollo de la competencia matemática escolar en la Educación Secundaria Obligatoria. El foco de interés del estudio está en identificar y describir la competencia profesional necesaria, es decir, los conocimientos, capacidades y actitudes requeridos por los profesores de matemáticas de secundaria para elaborar tareas que promuevan el aprendizaje escolar y tareas que evalúen el desarrollo y el nivel de competencia matemática. En coherencia con el significado de la competencia profesional, el estudio incluye el análisis de la actividad docente de los profesores tras finalizar el programa de formación.

En este capítulo describimos las circunstancias y los cambios curriculares que precedieron el estudio, los campos de problemas que abordamos y los antecedentes de la investigación, para luego profundizar en cada uno de los temas que nos competen. Presentamos las preguntas de investigación y los objetivos de estudio que se derivan de éstas. Posteriormente, justificamos el interés y pertinencia del área problemática aproximada y, finalmente, brindamos un balance que sintetiza el entramado de ideas expuestas.

1.1. Descripción general

La noción de currículo es importante para la labor docente del profesor (Lupiáñez, 2014). En un currículo se concretan y organizan una serie de principios epistemológicos, pedagógicos y psicopedagógicos que, en conjunto, encauzan y definen la orientación general del sistema educativo correspondiente (Jonnaert, Barrette, Masciotra y Yaya, 2008), y se atiende a la complejidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje de cada disciplina, entre ellas las matemáticas. Cuando se aíslan las directrices curriculares de otros aspectos de la realidad educativa, como la labor del profesor, surgen problemas e inconvenientes que van precisamente en detrimento de esa propuesta curricular (Harris y Burn, 2011).

La base de la reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (MEP, 2012), constituye una reorganización de las principales dimensiones y elementos curriculares, dotándoles de una gran cohesión y profundidad. Esta reforma, que ofrece una respuesta al fracaso escolar en matemáticas presente en años anteriores, propone un programa curricular que

persigue el logro y el fortalecimiento de una serie de habilidades y capacidades cognitivas para conducir el desarrollo de la competencia matemática de los escolares.

Este programa, que destaca con solidez una visión funcional de las Matemáticas, emplea la noción de competencia matemática como expectativa a largo plazo, y en su articulación se emplean nociones, supuestos y referencias clave sobre tareas de aprendizaje contextualizadas, grados de desempeño y niveles de complejidad de los procesos básicos de actuación en esta área; los procesos matemáticos adoptados se introducen a partir de tareas para el aprendizaje en las que se persigue el desarrollo de habilidades específicas. El sujeto cognitivo usa las herramientas que tiene a su disposición para aproximarse a las tareas, movilizándolo y manifestando su competencia al efectuar los correspondientes procesos cognitivos (Rico y Lupiáñez, 2008).

Niss (2006) caracteriza un modelo de profesor competente para enseñar matemática, dentro del cual destaca una faceta curricular que debe formar parte de sus conocimientos y habilidades: analizar, evaluar, relacionar e implementar programas formativos y currículos. En esa línea, son numerosas las referencias relativas a la conceptualización de la noción de competencia profesional del profesor. Por su parte, Gordon et al (2009) señalan que el profesor es el actor principal en el cambio hacia un enfoque curricular basado en la noción de competencia y la implementación de este enfoque también depende, en gran medida, de la formación y la actitud de los docentes.

Sin embargo, los profesores costarricenses arrastran debilidades de su formación inicial y manifiestan la ausencia de procesos continuos de capacitación (Alfaro, Alpízar, Morales, Ramírez y Salas, 2013); particularmente en la formación en contenidos matemáticos y su didáctica. Ruiz (2015) reconoce que asumir el estilo de organización de las lecciones tratado en la reforma curricular, invoca una experticia docente que no ha sido generada hasta ahora por las instituciones formadoras. Esta situación atenta con la implementación del nuevo currículo, por lo que el desempeño profesional y la calidad de la formación docente están en el punto de mira. Morales-López (2017) destaca que la formación del profesorado es una de las líneas prioritarias de actuación presentes en la Educación Matemática en Costa Rica.

De esta manera, pretendemos identificar y describir los cambios en los conocimientos didácticos de un grupo de profesores, como parte estructural de su competencia profesional. Nos centraremos en conocimientos relacionados con el análisis, diseño y selección de tareas matemáticas escolares, al participar en una propuesta formativa basada

en la reforma curricular en matemáticas en Costa Rica. Los profesores participantes proporcionaron la información empírica que se analiza y que se organiza en diferentes momentos.

1.2. Focos y campos de problemas que encuadran la investigación

Nuestra investigación se ubica en el contexto de la reforma curricular en matemáticas en Costa Rica, por lo que consideramos los fines, los principios y las directrices de esta reforma para encuadrar el estudio según tres de los cambios más relevantes que introduce. Dichos cambios, interrelacionados entre sí, los consideramos focos principales que orientan este estudio: (1) la innovación curricular, centrada en la noción de competencia; (2) tareas matemáticas escolares como medio para el aprendizaje y (3) la formación de profesores, como promotores y gestores de los cambios curriculares. En general se puede decir que los cambios introducidos en el currículo de matemáticas implican cambios importantes en la actividad de los profesores.

En este sentido, Pressmeg (1992) afirma que toda reforma curricular involucra tanto la adopción de un nuevo plan de estudios, como la identificación de nuevas vías de poner en práctica la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, de concebir la manera de desarrollarlo. Asimismo, se debe replantear y modificar las competencias de los profesores para planificar la enseñanza, para implementar lo planificado, para observar gestionar y orientar el aprendizaje de los alumnos, y también de su competencia como evaluadores (Gil, 1999). Según, Cowie, Hipkins, Keown, y Boyd (2011) en la implementación de la reforma subyace la coherencia entre las prácticas curriculares, su enseñanza y su evaluación, que se manifiesta mediante los propósitos, la responsabilidad, la participación y el compromiso de todos los agentes implicados en el proceso.

El primer campo de problemas que contempla este estudio procede del foco curricular, derivado de la inclusión de nuevas expectativas de aprendizaje. Las habilidades básicas provienen de un modelo funcional de enseñanza y aprendizaje, en el cual el dominio de los procesos matemáticos se evidencia por su uso eficaz en tareas contextualizadas.

El segundo campo de problemas procede del marco teórico de la reforma curricular que sugiere promover las competencias matemáticas y su evaluación en el largo plazo mediante un tipo definido de tareas matemáticas escolares, campo que destaca el segundo foco. Este tipo de tareas son relevantes tanto para los procesos de enseñanza y aprendizaje como para los procesos evaluativos; mediante estas tareas se pretende valorar el

desarrollo de la competencia matemática de los alumnos y su progreso en el sistema educativo.

El tercer campo de problemas se relaciona con las funciones de los profesores, singularmente como promotores y gestores de los cambios curriculares, que es el tercer foco de estudio considerado. Los profesores necesitan durante su formación, inicial y permanente, desarrollar y afianzar una serie de conocimientos, capacidades y actitudes que le permitan promover y evaluar la alfabetización matemática escolar. El análisis y el diseño de tareas matemáticas escolares es parte relevante de la actuación profesional de los profesores para el desarrollo y evaluación de la competencia matemática (Caraballo, 2014).

En la Figura 1.1. señalamos la interrelación entre los focos principales del estudio que dan origen a los campos de problemas que abordamos.

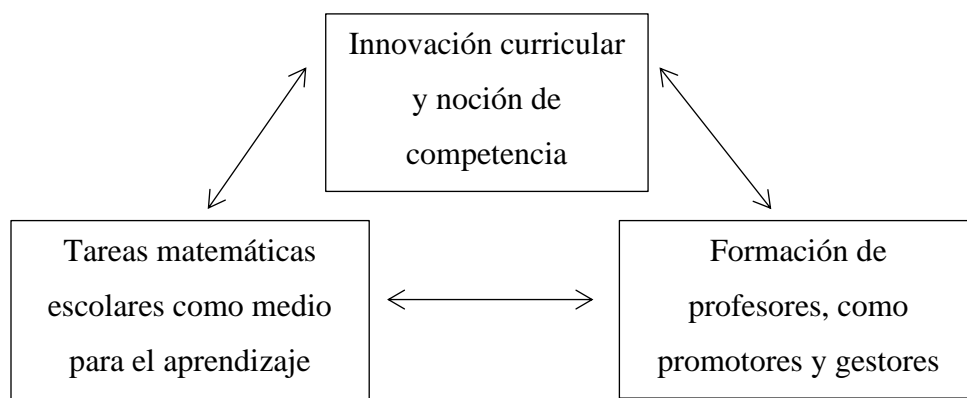


Figura 1.1. Focos principales de la investigación.
Fuente: Elaboración propia

Los campos de problemas muestran cuestiones que deben abordarse por diversas razones educativas y sociales: (1) el bajo rendimiento en Matemáticas, que se da de modo sistemático en cualquier prueba que se aplique a los estudiantes costarricenses (PEN, 2019); (2) la ampliación del ámbito de trabajo del profesor de matemáticas, derivada de la consideración de la competencia matemática escolar, que fundamentan los cambios curriculares (Gil y Vilches, 2006); (3) el papel central que desempeñan en el aprendizaje de los alumnos las tareas matemáticas y su secuenciación (Kilpatrick, Swafford y Findell, 2001; NCTM, 1991) y (4) la necesaria mejora del dominio técnico por parte del profesor en ejercicio relativo a características, funciones y variables de las tareas matemáticas escolares y su evaluación (Baartman, Bastiaens y Kirschner, 2004; Boston y Smith, 2009; Zaslavsky, 2008).

1.3. Antecedentes de la investigación

A partir de los focos principales de la investigación ubicamos nuestro estudio en la trayectoria del Grupo de Investigación FQM193 “Didáctica de la Matemática. Pensamiento Numérico”¹ de la Universidad de Granada, dentro de tres de sus líneas principales: *Calidad y Evaluación de Programas de Formación en Matemáticas* (Bedoya, 2002; Caraballo, 2014; Ortiz, 2002; Ruiz, 2000); *Formación de Profesores de Matemáticas* (Aguayo, 2018; Castellanos, 2017; Gil, 1999; Gómez, 2007; Ramos, 2014; Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez, 2008; Lupiáñez, 2009; Rojas, 2014; Valverde, 2012) y *Diseño, Desarrollo e Innovación del Currículo de Matemáticas* (Cañadas, 2007; Molina, 2007; Rico, Díez, Castro y Lupiáñez, 2011; Romero, 1997). Dentro del grupo de investigación se han llevado a cabo estudios orientados a la evaluación de programas de formación de profesores, así como estudios sobre innovación y cambio curricular, antecedentes que sustentan nuestra investigación.

Consideramos como precedente principal de este estudio el trabajo de Caraballo (2014) centrado en el estudio de los aprendizajes de profesores de matemáticas de Educación Secundaria en ejercicio, evaluando su conocimiento didáctico para evaluar la competencia matemática de sus escolares. Dicho trabajo se ubica en el contexto de la reforma curricular ocurrida a raíz de la aprobación de la LOE (Ministerio de Educación y Ciencia, 2006), ley que marca una evolución de las orientaciones educativas en España. El trabajo de Caraballo y nuestro estudio tienen muchas similitudes, tanto contextuales como en los propósitos que persiguen. De esta forma, el primero ha constituido el referente teórico y metodológico para el segundo.

Además, nuestra investigación se enmarca en el proyecto denominado “Competencia Profesional del Profesor en Formación Inicial y Educación STEM (PROFESTEM)”²; Código PGC2018-095765-B-I00. Este proyecto profundiza y da continuidad al estudio de las competencias profesionales del profesor realizado por el grupo de investigación de la Universidad de Granada mencionado anteriormente. Este grupo se ha caracterizado por una metodología de trabajo y una estrategia para la formación inicial de profesores de matemáticas, a la que han denominado análisis didáctico (Rico, Lupiáñez y Molina, 2013). El análisis didáctico establece vínculos entre las competencias didácticas del

¹ Grupo de Investigación del Plan Andaluz de Investigación, Desarrollo e Innovación de la Junta de Andalucía (<http://fqm193.ugr.es>).

² Perteneciente al Programa Estatal de Generación de Conocimiento y Fortalecimiento Científico y Tecnológico del Sistema I+D+I., del Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades de España.

profesor y la competencia matemática de los alumnos. Asimismo, como metodología de la investigación, el análisis didáctico permite profundizar en el concepto matemático que se está investigando y de esta manera sentar bases conceptuales, o bien categorías de análisis para conceptualizar el conocimiento profesional de los profesores (Rojas, Flores y Ramos, 2013). En nuestro estudio, para delimitar las capacidades de los profesores sobre el desarrollo y la evaluación de la competencia matemática escolar, usamos un sistema de categorías basado en los análisis, cognitivo y de instrucción, del análisis didáctico.

1.4. El currículo costarricense de matemáticas

Con la aprobación de los nuevos Programas de Estudio en Matemáticas en 2012³ se inicia un proceso de reforma curricular amplia y profunda, que introdujo un conjunto de cambios en los paradigmas que se venían manejando en la enseñanza de la disciplina. Para Ruiz (2019), los principales cambios introducidos en el currículo costarricense de matemáticas se sintetizan en los puntos siguientes:

- a) Se enfatizan cinco capacidades cognitivas superiores transversales a las áreas matemáticas, formuladas en términos de procesos matemáticos (razonar y argumentar, plantear y resolver problemas, conectar, comunicar, representar). La estructura de intervención de esos procesos establece niveles de complejidad creciente (reproducción, conexión, reflexión). Las capacidades se deben desarrollar conscientemente en la mediación pedagógica, en la evaluación de aula y en las pruebas nacionales.
- b) Aunque se prioriza el desarrollo de capacidades superiores, la malla curricular parte de conocimientos y habilidades de corto plazo (específicas) y se organiza según los ciclos educativos (generales), se fomenta la integración de habilidades en toda la acción educativa.
- c) Se establecen cinco ejes curriculares (resolución de problemas, contextualización activa, potenciar actitudes y creencias positivas, uso inteligente de tecnologías, y uso de Historia de las Matemáticas) con el propósito de dar un orden de prioridades al currículo, y de potenciar e integrar diversas acciones que están dispersas inevitablemente en este.

³ Disponible en <https://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matematica.pdf>

- d) Como eje curricular, la resolución de problemas pretende darle un sentido a la participación de los problemas en la organización de las lecciones, la construcción de aprendizajes y toda la práctica de aula.
- e) Se promueve la contextualización activa, es decir, un trabajo en contextos reales que permita visualizar las Matemáticas como práctica que fomenta una relación con los entornos estudiantiles, ayudando en particular a combatir el rechazo hacia la disciplina.
- f) Cada una de las áreas matemáticas (Números, Medidas, Geometría, Relaciones y álgebra y Estadística y probabilidad) se consideran con enfoques didácticos específicos.

Antes de aprobarse la reforma curricular, un conjunto de evaluaciones sobre los niveles de aplicación del programa de estudios evidenció que los profesores de Matemáticas tenían dificultades para desarrollar algunos contenidos incluidos en la propuesta curricular, situación que coincide con las críticas expresadas por las universidades en esa época, sobre la deficiente formación con que el estudiantado estaba ingresando a esas instituciones (Alfaro et al, 2004; Chaves, 2007). Posteriormente, Chaves et al. (2010) analizaron la concordancia entre la realidad de aula, los programas del MEP y la formación de docentes. Entre las principales conclusiones del estudio se señalaron debilidades en el dominio de los fundamentos teóricos y prácticos de los programas y la existencia de un divorcio entre la realidad del aula y lo propuesto en los planes de estudio.

Debido a los antecedentes anteriores y a las reacciones provocadas en la comunidad educativa por la aprobación de la reforma curricular, fue necesario un proceso de sensibilización y capacitación para llevar a la práctica la nueva propuesta curricular. El “Proyecto Reforma de la Educación de la Educación Matemática en Costa Rica” (PREMCR) en coordinación con el Ministerio de Educación Pública (MEP), llevó a cabo varios planes piloto para sentar las bases del proceso de implementación y determinar posibles debilidades. En consecuencia, se realizaron varios estudios en centros educativos públicos de secundaria; los principales resultados se mencionan a continuación.

En el estudio de Lentini y Villalobos (2014) los profesores afirmaron conocer mucho sobre la reforma de Matemáticas y sostenían que la estaban ejecutando. Por otra parte, se identificaron diferencias entre los docentes en cuanto a sus actitudes frente al programa de estudios y se clasificaron en cuatro grupos: los dedicados, los pasivos, los entusiastas y los aislados (PEN, 2015). Espinoza y Zumbado (2015), mostraron que los docentes

estaban satisfechos con la reforma y no identificaron dificultades en la estrategia metodológica propuesta. Además, se obtuvo una valoración muy aceptable de los elementos principales de la malla curricular y la actitud de los estudiantes hacia la reforma fue satisfactoria, ya que mostraron mayor interés en las Matemáticas. Por otro lado, el PREMCR (2015) identificó que algunos profesores no habían logrado interiorizar el currículo y que en medida en que la micro y macroevaluación no incluyeran ítems de desarrollo usando resolución de problemas, el cambio curricular no sería evidente. También, se resaltó el hecho de que, antes del proceso de monitoreo, los profesores no habían logrado hacer un planeamiento coherente con la organización de la lección y las indicaciones puntuales incluidas en los programas, y que después del proceso lo consiguieron, por lo que se concluyó que la implementación de la reforma era factible.

En el actual Estado de la Educación (PEN, 2019) se recomienda fortalecer el dominio de los programas de estudio en los profesores en cuanto a: el enfoque curricular, las habilidades generales y específicas, los procesos matemáticos, la estrategia metodológica principal, la organización de las lecciones (según las etapas y momentos), ejes disciplinares y niveles de complejidad en las tareas asignadas. Además, se sugiere promover cursos de capacitación, presenciales o en línea, que le permitan al profesor mantenerse actualizado sobre temáticas como: la resolución de problemas como estrategia metodológica, experiencias exitosas acerca de la implementación de los programas, uso de tecnologías tecnológicas, o didácticas específicas para la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.

1.5. Tareas matemáticas como medio para el aprendizaje de los alumnos

En nuestro estudio consideramos una tarea matemática escolar como toda demanda estructurada de actuación propuesta al estudiante, que requiere su reflexión sobre el uso de las matemáticas, y que el profesor presenta intencionalmente como un medio para el aprendizaje o como una herramienta de evaluación (Caraballo, 2014). En palabras de Stein y Smith (1998, p. 268), “una tarea se define como un segmento de la actividad de clase que se dedica al desarrollo de una idea matemática particular”, siendo esta “el principal vehículo para suministrar a los escolares oportunidades de aprendizaje” (Lupiáñez, 2013, p. 96).

La selección que los profesores hacen de las tareas matemáticas desempeña un papel crucial en el aprendizaje de los alumnos (Boston y Smith, 2009; Hiebert y Wearne, 1997; Henningsen y Stein, 1997; Kilpatrick, 2001; Sullivan, Clarke y Clarke, 2013). De esta

manera, la identificación, selección y organización de las tareas matemáticas escolares son acciones de vital importancia para planificar la enseñanza (Niss, 2011; Steketee y McNaught, 2007).

La planificación de los procesos de enseñanza y aprendizaje es uno de los desempeños esenciales que debe realizar cualquier profesor. En educación matemática, por la complejidad de su enseñanza, el profesor debe profundizar en cómo aprenden los alumnos, cuáles son las mejores estrategias didácticas, cuáles son las directrices que establecen los currículos oficiales, cuál es la mejor forma de evaluar el conocimiento de sus alumnos, entre otras cuestiones que los profesores deben considerar al enfrentarse al aula (Aguayo, 2018).

La planificación contribuye a un mejor aprendizaje de los alumnos (Brown, 2009; Fernández y Cannon, 2005; Roche, Clarke, Clarke y Sullivan, 2014; Stein y Smith, 2011; Sullivan et al, 2012; Warren, 2000) y contribuye al desarrollo profesional de los profesores (Mutton, Hagger y Burn, 2011). Investigaciones recientes apuntan que en la formación inicial, el uso de materiales curriculares educativos apoya tanto al desarrollo del conocimiento necesario para la enseñanza como también al conocimiento curricular de los futuros profesores (Drake y Land, 2012; Drake, Land y Tyminski, 2014). Rico (2015) menciona que el currículo de matemática es una de las nociones centrales para la formación inicial de los profesores.

Por su parte, algunas investigaciones señalan que los profesores expertos hacen menos uso de materiales curriculares que los profesores principiantes cuando planifican la enseñanza (Bush, 1986; Leinhardt, 1983; Livingston y Borko, 1990) y consideran la planificación como un proceso sin utilidad y solo como un trámite administrativo para cumplir con exigencias, argumentando la falta de tiempo para planear, el exceso de detalles de los modelos que se emplean y la escasa relación con lo que realmente pasa en la práctica (Bailey, 2015; De Pro, 1999; Yildirim, 2003). Los profesores cambian su estilo de proponer tareas a medida que adquieren experiencia en la enseñanza, presentando, la mayoría de las veces, tareas menos algorítmicas, más abiertas y cognitivamente más complejas (Crespo, 2003).

No obstante, las investigaciones existentes sobre planificación de la enseñanza no son precisas al describir el estilo y las decisiones que los profesores experimentados consideran o cómo utilizan los recursos curriculares para respaldar sus decisiones (Castro, 2008). Asimismo, son limitadas las investigaciones que estudian cómo los profesores

aprenden sobre la planificación de la enseñanza en el contexto de una reforma curricular y en qué medida éste les proporciona el diseño para la enseñanza (Kilpatrick, Swafford y Findell, 2001).

En síntesis, las tareas matemáticas escolares son claves en la formación inicial y continua de los profesores. En conjunto estructuran una unidad didáctica, concretan y organizan la gestión de la clase y posibilitan el logro de las expectativas de aprendizaje escolar. Además, determinan en qué medida el profesor es experto en la planificación de tareas y secuencias de tareas.

El diseño y el papel de las tareas en la formación de profesores de matemáticas es un tema emergente en la línea de investigación de formación de profesores (Sánchez, 2011). En este sentido, son vistas bajo dos perspectivas: como tarea matemática escolar (TME), base para el aprendizaje de los alumnos, y como tarea formativa profesional (TFP), utilizada en la formación de profesores (Aguayo, 2018). Para Tirosh y Woods (2008), estas tareas se diferencian por los agentes a quien están dirigidas y los sistemas educativos en que se plantean. Por tanto, cuando una tarea matemática escolar se aplica en la formación de profesores, no solo se debe enfatizar en el contenido matemático, sino que a su vez se deben incorporar cuestiones de didáctica de la matemática (Liljedahl, Chernoff, Zazkis, 2007).

Aguayo-Arriagada, Flores y Moreno (2018) definen las tareas matemáticas profesionales como todas las acciones instructivas estructuradas, referidas a un contenido matemático, que establecen demandas matemáticas y la gestión e interacción prevista. Por su parte, Watson y Mason (2007) consideran que este tipo de tareas incluye la selección, modificación, diseño, secuenciación, instalación, observación y evaluación de tareas. A manera de resumen, ejemplifican tres formas para trabajar estas tareas:

“utilizar tareas para comprender el conocimiento matemático de los alumnos; utilizar tareas para desarrollar la propia conciencia matemática de los docentes, ya sea repensando sus puntos de vista de las matemáticas o reviviendo el aprendizaje de nuevos contenidos matemáticos; utilizar tareas para pensar cómo las diferentes formas de enseñanza ofrecen diferentes posibilidades de aprendizaje matemático.”
(p. 212)

Todos los antecedentes expuestos reafirman lo que establece Rico et al. (2008):

“la planificación es una de las competencias profesional clave para el profesor...demanda el desarrollo de capacidades específicas para identificar, organizar, seleccionar y priorizar los significados de los conceptos matemáticos... para establecer las expectativas de aprendizaje, previo al diseño de tareas y necesario para la elección de secuencia de actividades.” (p. 8)

Para ello las competencias de dominio del conocimiento disciplinar, diseño y planificación, comunicación y argumentación y gestión del aprendizaje, son centrales en la formación del profesor de matemáticas (Rico, 2015).

1.6. El profesor como promotor y gestor de los cambios curriculares

En este punto, reflexionamos acerca del compromiso que tienen los profesores de suministrar a los alumnos oportunidades para que consoliden conocimientos y desarrollen las competencias básicas que establece el currículo, y la responsabilidad de hacer útiles y eficaces estas herramientas para enfrentar multitud de cuestiones y problemas en la vida cotidiana. Desde esta perspectiva, el profesor cumple un rol determinante en los ajustes necesarios para asumir las reformas curriculares y ponerlas en práctica, lo cual requiere por su parte, del desarrollo de su competencia profesional.

En la revisión de la literatura acerca de las competencias del profesor de matemáticas y su evaluación, Blömeke y Delaney (2012) han señalado que la investigación sobre la competencia profesional tanto del profesor en formación como del profesor en ejercicio ha tenido un auge sobresaliente en los últimos años y que una de las razones de ese desarrollo, se encuentra en el gran número de proyectos internacionales de evaluación realizados. Lupiáñez (2014) estudia diferentes acercamientos al establecimiento de las competencias del profesor de matemáticas identificando generalidades y singularidades que, a pesar de delimitar unos fundamentos básicos, ponen de manifiesto que diferentes interpretaciones siguen siendo imprecisas y que eso puede redundar en una determinada inconsistencia para la investigación (Baumert y Kunter, 2013).

Entre las posiciones de consenso, destaca el significado atribuido a la competencia profesional del profesor que se vincula, fundamentalmente, con las demandas propias de su profesión y con la importancia atribuida a su papel central para la optimización de todo el proceso educativo (Baumert et al., 2013; Lin y Hsu, 2018). Sin embargo, las distancias se marcan al delimitar las dimensiones y componentes de esa competencia profesional.

Entendemos que la competencia profesional de los profesores es establecida por la cualificación de sus conocimientos disciplinares y didácticos, sus capacidades de actuación y gestión en los procesos de metacognición y autorregulación, y sus actitudes y creencias hacia las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, todos ellos modulados y condicionados mediante la experiencia alcanzada (Lupiáñez, 2009 y 2013; Rico y Lupiáñez, 2008). En nuestro estudio nos centramos en algunas de esas dimensiones de la competencia profesional: el conocimiento didáctico, la capacidad para diseñar y seleccionar tareas que permitan desarrollar y evaluar la competencia matemática escolar y las actitudes sobre su práctica docente.

Un profesor de matemáticas evidencia su competencia profesional cuando aborda tareas y problemas relativos a la enseñanza de las matemáticas en contextos escolares reales. Por ejemplo, al precisar los significados de los contenidos matemáticos escolares, al identificar las necesidades de enseñanza de los estudiantes, al diagnosticar sus problemas de aprendizaje y al elaborar propuestas de intervención e instrucción para su abordaje y resolución (Caraballo, 2014). Toda esa formación se torna especialmente importante al establecer como finalidad de los aprendizajes escolares las competencias matemáticas que subyacen a la visión funcional del currículo costarricense.

Por otro lado, en el detalle específico del conocimiento, como una de las dimensiones de la competencia profesional, las componentes que consideramos son el conocimiento disciplinar escolar y el conocimiento didáctico. Entendemos el conocimiento del contenido matemático escolar como “el estudio de los significados matemáticos básicos de los conceptos de las matemáticas escolares y de los procesos para su comunicación, necesarios para su trabajo profesional, significados que se establecen mediante la terna definición, representación, sentido” (Rico, 2015, p. 31). Estos significados que pueden aportar los escolares sirven como reactivos, punto de partida para establecer el conocimiento didáctico del profesor y valorar el desarrollo de su competencia profesional (Rico, 2012). Por otra parte, el conocimiento didáctico del contenido se identifica como “aquellos conocimientos teóricos, técnicos y prácticos, sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares, que son propios para la formación de un profesor” (Rico, 2015, p. 32).

En relación con las capacidades de actuación y gestión, consideramos que se incluyen en estas las capacidades necesarias para gestionar las cuatro dimensiones del currículo: contenido, aprendizaje, enseñanza y evaluación. Además, esta dimensión de la

competencia profesional incluye la realización de una tarea o actividad y la puesta en juego de un conjunto de conocimientos, habilidades y actitudes para realizar esa tarea (Gómez, Lupiáñez, Rico y Marín, 2007).

Por su parte, entendemos las actitudes hacia la matemática como la predisposición evaluativa del docente que establece las intenciones personales hacia la disciplina e influyen en su comportamiento como educador. Para Martínez (2008), las actitudes tienen que ver con la valoración, satisfacción y el interés por la disciplina, su enseñanza y su aprendizaje, acentuando más el componente afectivo que el cognitivo. Las actitudes que poseen los profesores hacia la matemática tienen un impacto en el compromiso, rendimiento, comportamiento y desempeño de los estudiantes, especialmente en la resolución de problemas (Akay y Boz, 2010; Hassi y Laursen, 2009; Stramel, 2010; Suthar y Tarmizi, 2010).

Asimismo, los procesos de metacognición y autorregulación están relacionados con las estrategias planificadas por los profesores para brindar a sus estudiantes las herramientas que los formen como sujetos conscientes de su propio aprendizaje. En este sentido, la enseñanza y aprendizaje requiere profesores comprometidos con su práctica educativa y capaces de reflexionar a partir de la práctica (Elosúa, 1993).

El análisis didáctico, como procedimiento para la planificación, puesta en práctica y evaluación de unidades didácticas, puede servir como marco conceptual apropiado para explorar las dimensiones de la competencia profesional del profesor de matemáticas. En particular, permite identificar, organizar y fundamentar las capacidades específicas que pueden contribuir a la competencia de planificación (Gómez, Lupiáñez, Rico y Marín, 2007).

Desde este planteamiento, la investigación educativa debe responder a la necesidad formativa de los profesores, para que pueda clarificarse el impacto educativo de esta metodología y enriquecer las orientaciones didácticas para promover actitudes favorables hacia las matemáticas y favorecer el desarrollo de la competencia matemática. La investigación constata que determinadas actuaciones docentes pueden modificar las actitudes de los estudiantes hacia las ciencias y modular su aprendizaje (Aguilera y Perales-Palacios, 2018).

Nos proponemos por tanto en este estudio, el diseño, implementación y evaluación de un curso-taller para profesores de matemáticas de secundaria en ejercicio, orientado al

desarrollo de la competencia profesional de la planificación en el diseño y selección de tareas adecuadas para promover y evaluar la competencia matemática de los estudiantes. Las características de las tareas y su adecuación a la visión funcional de las Matemáticas del currículo costarricense orientan la dirección del programa formativo. Según Caraballo (2014), una vía para promover el desarrollo de la competencia matemática en los estudiantes es mediante la mejora de la calidad de las tareas a las que se enfrentan durante su proceso de aprendizaje. En consecuencia, para reflejar la noción de competencia en el currículo, los alumnos deberán abordar tareas matemáticas que les provean oportunidades para pensar, razonar y resolver problemas enmarcados en contextos reales y auténticos.

Asimismo, nos proponemos describir el grado de desarrollo de la competencia profesional que los profesores evidencian durante su participación en la experiencia formativa, identificando aquellos modos de uso que, finalmente, contribuyen a que el profesor ejerza su responsabilidad profesional (Rojas, 2014).

Conectamos la preocupación de los investigadores con la de los profesores, para facilitar la transición desde la formación inicial hacia el desempeño profesional, especialmente en el medio en el que los profesores van a realizar su acción. Los recientes trabajos de conexión entre teoría y práctica (Kieran et al., 2013), remarcan la importancia de considerar al profesor “accionista”, o “depositario” de los avances de la investigación en educación matemática. Es necesario buscar vías que logren esta conexión entre teoría y práctica, en el terreno del conocimiento profesional del profesor (Caraballo, 2014) y nuestra perspectiva es analizar en este caso, el modo en que los profesores en ejercicio llevan a cabo las prácticas en centros educativos, a partir de lo aprendido.

1.7. Preguntas y objetivos de la investigación

Al sintetizar los antecedentes anteriores tenemos que: este estudio analiza los cambios en el conocimiento didáctico, las capacidades y las actitudes de un grupo de profesores, sobre el diseño y la selección de tareas adecuadas para promover y evaluar la competencia matemática, que se producen durante su participación en un curso-taller, como experiencia de desarrollo profesional, focalizado en las variables de tarea del marco conceptual que sustenta la reforma curricular de las Matemáticas en Costa Rica. Además, consideramos el análisis de la actividad docente de los profesores tras finalizar el programa de formación.

Como preguntas de investigación, planteamos las siguientes:

1. ¿Qué conocimientos, matemáticos y didácticos, requieren los profesores de matemáticas de secundaria para promover y evaluar de modo competente el desarrollo de la competencia matemática de los alumnos?
2. ¿Qué requisitos debe satisfacer un curso-taller para atender a estos requerimientos?
3. ¿Qué cambios en el conocimiento didáctico en cuanto al diseño y selección de tareas matemáticas escolares ocurren como resultado de la experiencia de desarrollo profesional concretada en el curso-taller?
4. ¿Qué aprendizajes profesionales pueden asociarse con estas experiencias?
5. ¿Cómo se identifican y documentan estos cambios?
6. ¿Cómo los profesores enfocan, aplican y gestionan en la práctica los conceptos aprendidos, las capacidades desarrolladas y actitudes promovidas durante la experiencia en el curso-taller para diseñar tareas orientadas al desarrollo y la evaluación de la competencia matemática?

Las preguntas de investigación orientan nuestro objetivo general: Evaluar la calidad de un programa de formación dirigido a promover y desarrollar la competencia profesional de los profesores de matemáticas en ejercicio en el diseño y la selección de tareas para el desarrollo y la evaluación de la competencia matemática de los escolares de educación secundaria.

Este objetivo, a su vez, se desglosa en los objetivos específicos siguientes:

1. Caracterizar tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática básica escolar, a partir de los lineamientos establecidos por la reforma curricular de las Matemáticas en Costa Rica.
2. Caracterizar la competencia profesional de los profesores de matemática, en términos de los conocimientos didácticos, las capacidades y las actitudes necesarias para el diseño y la selección de tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar.
3. Describir los mecanismos y argumentos con que los profesores implementan el enfoque del currículo costarricense de matemáticas en su actividad docente, particularmente aquellos relacionados con las competencias profesionales de planificación de la enseñanza y evaluación de los aprendizajes escolares.
4. Describir el progreso en la competencia profesional para diseñar y seleccionar tareas matemáticas escolares como resultado de la implementación de un

programa de formación que atiende el marco conceptual de la reforma curricular de las Matemáticas en Costa Rica.

5. Explicar la implicación del programa de formación implementado para el desarrollo de la competencia profesional de los profesores en sus prácticas de aula.
6. Evaluar la calidad del programa de formación implementado para el desarrollo de la competencia profesional de los profesores.

1.8. Pertinencia de la investigación

La orientación de los fines y principios de la reforma curricular hacia la mejora de la calidad del sistema educativo y del rendimiento escolar de los alumnos, destaca la importancia del papel del profesor y su responsabilidad por alcanzar los objetivos de mejora pretendidos. Para que los profesores interpreten y comprendan la naturaleza y el propósito de la introducción de competencia matemática como una innovación curricular, deben buscar los mecanismos necesarios que les permitan desarrollar conocimientos didácticos y de prácticas docentes orientadas a gestionar la enseñanza, el desarrollo y la evaluación de esta competencia.

Atender las directrices del currículo costarricense reformado requiere que los profesores reflexionen sobre sus prácticas actuales y realicen los cambios y ajustes necesarios para adaptarse a las nuevas orientaciones. El éxito o fracaso de una reforma curricular depende de la implementación que cada profesor haga de ella en su respectivo centro educativo (Hall y Hord, 2001). Será exitosa en cuanto los profesores conozcan su alcance y se involucren activamente en el desarrollo e implementación de las directrices establecidas (Leander y Osborne, 2008; Luttenberg, Van Veen e Imants, 2013).

La respuesta a esas directrices curriculares requiere, a su vez, orientación y desarrollo profesional que capacite a los profesores para enseñar matemáticas de manera integrada y elaborar tareas que atiendan a su evaluación (Caraballo, 2014). Nuestro estudio con profesores en ejercicio se centra en sus conocimientos sobre el análisis, el diseño y la selección de tareas matemáticas a partir de la aplicación de las directrices curriculares de Costa Rica.

En el curso-taller que desarrollamos y describimos en este informe, nos centramos en tareas para desarrollar y evaluar la competencia matemática general, es decir, el aprendizaje de conocimientos y el desarrollo de habilidades por los estudiantes a largo plazo. Para ello hacemos uso de tareas que aportan evidencias sobre el logro de las

habilidades establecidas para cada uno de los contenidos del currículo. La consideración de la contribución que se hace desde las habilidades específicas a las habilidades más generales vincula el análisis y el diseño de las tareas matemáticas escolares con el desarrollo y la evaluación de la competencia matemática.

El desarrollo de la competencia matemática depende del conocimiento del profesor y de su habilidad para seleccionar tareas que movilicen los procesos matemáticos fundamentales como razonar, argumentar, plantear y resolver problemas. El curso-taller brindó a los profesores un marco referencial como apoyo para profundizar o aprender sobre el análisis, diseño y selección de tareas dirigidas a promover y evaluar la competencia matemática. Lo que esperábamos es que, conforme los profesores dominaran el marco referencial, se generarían cambios en sus prácticas docentes de seleccionar y diseñar tareas con ese propósito. Esta expectativa se apoyaba en la convicción de que, al reflexionar sobre su propia práctica, los profesores analizarían y determinarían qué tipo de ajustes resultaban necesarios para enseñar de acuerdo con las directrices impuestas por la reforma curricular. A medida que reflexionaran sobre sus prácticas docentes actuales y a medida que se involucraran en la práctica de seleccionar y diseñar tareas, los profesores deberían de efectuar cambios educativos importantes dirigidos a mejorar sus competencias profesionales de planificación de la enseñanza y evaluación del aprendizaje escolar. Las reflexiones y las expresiones de los profesores participantes en el curso-taller mostraban evidencias sobre el rol que los profesores perciben que desempeñan en los procesos de cambio educativo y desarrollo curricular.

1.9. Balance del capítulo

Nos proponemos valorar la competencia profesional que pueden desarrollar los profesores en ejercicio, es decir, su apreciación y comprensión de los conocimientos, los enfoques y los métodos, que deben desarrollar y manejar para promover y evaluar la alfabetización de los alumnos, en respuesta a las directrices de la reforma curricular en Matemáticas en Costa Rica.

El foco central del estudio está en identificar y describir la competencia profesional necesaria, esto es, aquellos conocimientos, capacidades y actitudes requeridos por los profesores de matemáticas de secundaria para elaborar tareas con las cuales promover el aprendizaje escolar, así como, tareas que evalúan el desarrollo y el nivel de alfabetización matemática. En la Tabla 1.1 describimos los resultados de interés que producirá nuestro estudio desde diferentes perspectivas.

Tabla 1.1.

Perspectivas desde las que se espera producir resultados de interés

Perspectiva	Aportación
Teórica	<p>Fomentar y profundizar el conocimiento sobre tareas y su papel en la planificación de la enseñanza, la gestión del aula y los procesos de evaluación.</p> <p>Investigar qué aspectos deben atenderse para que los profesores adquieran las destrezas necesarias para ajustar sus prácticas a las demandas curriculares.</p> <p>El análisis de las producciones de los profesores es la mayor aportación teórica.</p>
Metodológica	<p>Enfatizar en la necesidad de más y variados métodos de investigación que impliquen a los profesores en ejercicio.</p> <p>Diseñar actividades de formación profesional encaminadas a desarrollar en los profesores en ejercicio su competencia profesional para diseñar y seleccionar tareas adecuadas dirigidas a promover y evaluar la competencia matemática escolar.</p> <p>Destacar la viabilidad del análisis didáctico como metodología de investigación con profesores en ejercicio.</p> <p>El diseño mismo del curso-taller como recurso de formación es la mayor aportación metodológica.</p>
Práctica	<p>Contribuir a la maduración del conocimiento en cuanto a la posible ausencia de herramientas efectivas a disposición de los profesores en ejercicio para mejorar sus competencias de planificación y evaluación de la competencia matemática.</p> <p>Proveer de evidencia empírica sobre la manera como los profesores adoptan e implementan las demandas curriculares en el aula.</p> <p>El análisis de las tareas, la percepción acerca de su utilidad y el desempeño de los participantes en general es la mayor aportación práctica.</p>

Fuente: Elaboración propia

La Figura 1.2 sintetiza el entramado de ideas principales en la investigación.

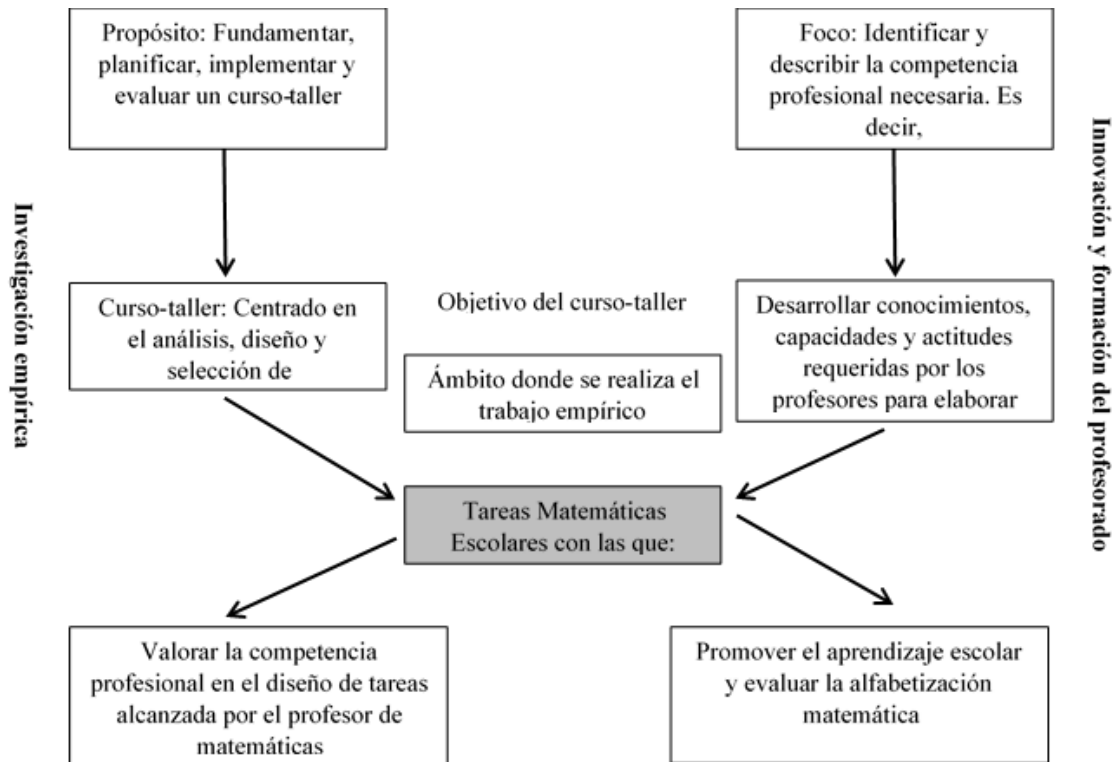


Figura 1.2. Esquema general de la investigación.
 Fuente: Adaptación de Caraballo (2014, p. 29)

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

Nuestra investigación se centra en tres focos, derivados de los principales cambios introducidos y regulados por la reforma curricular de las Matemáticas en Costa Rica: innovación curricular y noción de competencia; tareas matemáticas escolares como medio para el aprendizaje; formación de profesores de matemáticas como promotores y gestores de los cambios curriculares. Estas prioridades orientan la estructura del discurso que presentamos en este capítulo.

Describimos aquí los fundamentos teóricos conceptuales y prácticos que dan sustento a la investigación. El marco teórico que desarrollamos, de acuerdo con los focos anteriores, consiste en tres categorías principales: la perspectiva curricular del estudio, las tareas matemáticas escolares y el desarrollo profesional del profesor de matemáticas. Además, consideramos una cuarta categoría, la evaluación de programas formativos, que sirve de apoyo teórico al enfoque adoptado para evaluar el programa de formación que desarrollamos. Destacamos que la literatura consultada permitió clarificar las ideas que enmarcan el estudio y aproximarnos a los campos de problemas abordados. Finalizamos este capítulo con un balance de nuestro marco teórico.

2.1. Perspectiva curricular del estudio

En el planteamiento de la investigación abordamos la reforma curricular de las Matemáticas en Costa Rica, aprobada en el 2012. Esta reforma marca una evolución de las orientaciones educativas costarricenses mediante la incorporación de la noción de competencia como componente integral del currículo.

Puesto que nuestro estudio se justifica a partir de las innovaciones establecidas por la reforma curricular, consideramos fundamental para su organización sostener teórica y conceptualmente las siguientes nociones: currículo, competencia como componente integral del currículo, competencia matemática como competencia básica y el enfoque funcional del aprendizaje matemático. También describimos los Programas de Estudio de Matemáticas de Costa Rica, señalando las nociones, supuestos y referencias clave que se emplean en su articulación.

2.1.1. La noción de currículo

A lo largo de la historia de la educación la noción de currículo se ha definido y conceptualizado de diferentes maneras. Algunas definiciones centran el concepto de currículo en el alumno con experiencias y vivencias particulares, mientras que otras lo conciben exclusivamente integrado al ámbito escolar (Marsh y Willis, 2007). Por su parte,

Stenhouse (1984) concibe el currículo como ente dinámico y propone superar la separación entre teoría y práctica mediante la investigación activa y el desarrollo curricular. Así, el profesor es el centro de toda actividad de investigación y de desarrollo de manera que “este aumente progresivamente la comprensión de su propia labor y perfeccione así su enseñanza.” (Rico, 1997, p.110)

En esta línea, Rico (1997) concibe el currículo como “toda actividad que planifique una formación” (p.28) y establece que como plan de formación, un currículo está determinado por los siguientes elementos (pp. 28-32): (1) los sujetos a quienes hay que formar; (2) las finalidades formativas que se pretenden y las necesidades a las que se quiere atender; (3) la institución, el personal y los recursos con los que se lleva a cabo la formación; (4) el tipo de formación que se quiere proporcionar, dado mediante normas, códigos, valores, conocimientos, capacidades, habilidades, técnicas, actitudes y destrezas; y (5) el sistema de evaluación del plan de formación, determinado por unos criterios e instrumentos.

Bajo esta perspectiva, en la que formación y actuación educativa son aspectos que estructuran el currículo, el principal responsable de aplicar en el aula lo que los diseñadores curriculares han establecido como planes de formación es el profesor; por lo general, con una participación restringida en la toma de decisiones sobre el modelo curricular propuesto o sobre los enfoques didácticos que éste incluye (Díaz-Barriga, 2010).

Rico (1997, p. 386) identifica, a partir de las finalidades para la educación obligatoria, una serie de cuestiones a las que el currículo de matemáticas debe dar respuesta específica:

- a) *¿Qué es, en qué consiste el conocimiento?* Se refiere a modos de entender las matemáticas escolares, su importancia y sus características relevantes y distintivas de otras disciplinas.
- b) *¿Qué es el aprendizaje?* Consiste en las maneras de interpretar y caracterizar el aprendizaje de las matemáticas escolares, específicamente en qué consiste, cómo se adquiere y cómo se produce.
- c) *¿Qué es la enseñanza?* Considera las maneras de poner en práctica el currículo mediante la enseñanza de las matemáticas. Atiende cuestiones tales como en qué consiste la educación matemática, cómo puede llevarse a cabo, quiénes son los agentes que la hacen posible, qué funciones cumplen y cómo planifican y ponen en práctica esta planificación.

- d) *¿Qué es, en qué consiste el conocimiento útil?* Atiende la valoración de la utilidad y el dominio de los aprendizajes realizados mediante criterios, instrumentos y mecanismos para determinar y valorar la capacidad matemática de un individuo, la eficacia de un currículo, la capacidad de un profesor y de unos materiales curriculares, los cambios al currículo y los responsables de su valoración y modificación.

Las respuestas a estas cuestiones se expresan enunciando las distintas finalidades del currículo (conceptuales, cognitivas, formativas y sociales) y, para abordarlas se toman en consideración cuatro dimensiones (cultural/conceptual, cognitiva o de desarrollo, ética y social) que, a su vez, organizan cuatro niveles de reflexión curricular: planificación a nivel del profesor, sistema educativo, disciplinas académicas y finalidades (Caraballo, 2014).

Esta concepción del currículo resulta de utilidad para los profesores, tanto en formación como en ejercicio, en cuanto constituye un marco de referencia para comprender, valorar y reflexionar sobre sus aspectos teóricos y prácticos (Rico, 1997). En consecuencia, la teoría curricular debe estar incluida en los contenidos básicos para la formación del profesor de secundaria y aportar criterios para su actuación y gestión en el aula. En síntesis, los profesores de matemáticas deben conocer, comprender y poner en práctica el currículo de su disciplina; este constituye una herramienta para su actuación en el aula, aporta comprensión de los procesos de enseñanza y aprendizaje, así como criterios para tomar decisiones con su gestión diaria.

2.1.2. La noción de competencia

Para la conceptualización de la noción de competencia nos basamos en las aportaciones de Rico y Lupiáñez (2008) y en la amplia revisión bibliográfica que han hecho estos autores sobre la interpretación de este concepto. Para ellos, la noción de competencia está caracterizada a partir de tres dimensiones centrales (p. 138): componentes cognitivos o de otros tipos, finalidad o finalidades que se le asignan y el contexto. Con esta caracterización, los autores concluyen dos funciones principales de la competencia (p. 140):

- a) *Sirve para y se manifiesta mediante la acción.* Expresada de diversas formas, por ejemplo, actuar interpretar, enfrentar demandas complejas, aplicar conocimientos.

b) *Se muestra mediante el desarrollo personal y social del sujeto competente.*

Expresado igualmente de diversas formas, por ejemplo, vivir, desarrollar capacidades, tomar decisiones, desempeñar una actividad, contribuir a la comunidad.

De esta manera, estos autores establecen que competencia es “la actuación competente de los sujetos en situaciones y contextos determinados. Se muestra por el desempeño al abordar y resolver tareas planteadas en contexto, mediante el uso de unas herramientas determinadas” (p. 136). En la noción de currículo, estructurado en dimensiones y niveles de reflexión, esta noción de competencia se vincula como un tipo de expectativa general sobre el aprendizaje de los escolares a largo plazo y mediante la aplicación de un enfoque funcional de las matemáticas.

Esta precisión curricular y funcional de la competencia es recogida por Caraballo (2014) en las siguientes ideas centrales: (1) la competencia es una noción innovadora unida al logro de nuevas orientaciones educativas; (2) las nuevas orientaciones exigen un programa específico para su realización y el ajuste a alguna estructura curricular; y (3) dentro de un marco curricular adecuado, las competencias enuncian expectativas de aprendizaje.

El proyecto Tuning (European Commission, 2006) plantea las competencias y las expectativas de aprendizaje en términos de los profesores y los alumnos como los implicados más relevantes en el proceso. En esta misma línea, Rico y Lupiáñez (2008) establecen la relación entre las expectativas de aprendizaje y las competencias al señalar:

Empleamos el término expectativas de aprendizaje para denominar de manera genérica aquellas capacidades, competencias, conocimientos, saberes, actitudes, técnicas, destrezas, hábitos, valores y actitudes que, según diferentes instancias del currículo, se espera que logren, adquieran, desarrollen y utilicen los escolares. Las competencias expresan expectativas de aprendizaje generales sobre el aprendizaje de los alumnos, enuncian los modos en que deben actuar cuando hacen matemáticas, es decir, describen aquellos procesos cognitivos a cuyo dominio está orientada la formación a largo plazo. (p. 73)

Esto es, comprender la competencia como un nivel de expectativas que el currículo considera junto a los objetivos específicos del aprendizaje.

2.1.3. La noción de competencia matemática

La introducción de la noción de competencia en el currículo de matemáticas costarricense organiza y amplía la noción de objetivos del aprendizaje que se tenía. Esta situación conlleva un cambio de los métodos tradicionales de enseñanza enfocados en los contenidos, seguidos hasta el momento, hacia métodos enfocados en la comprensión conceptual y el desarrollo de la competencia matemática en los alumnos.

Esta inclusión tiene como antecedente el uso que se le ha dado al concepto de competencia en la comunidad internacional, particularmente en el sentido que usa el Programa Internacional de Evaluación de los Aprendizajes de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (PISA y OECD, respectivamente, por sus siglas en inglés). Al ser el marco teórico que sostiene ese programa una referencia central en el escenario mundial para los propósitos educativos, el currículo de matemáticas costarricense asume como conveniente su utilización en lo que es pertinente.

De esta manera, para efectos del estudio entendemos por competencia:

(...) la capacidad de los alumnos para aplicar conocimientos y habilidades, y para analizar, razonar y comunicarse con eficacia cuando plantean, resuelven e interpretan problemas relacionados con distintas situaciones. Se mide de un modo continuo, no como algo que una persona tiene o no tiene. (...) el carácter variable es un rasgo fundamental. Una persona instruida posee varias capacidades, y no existe ningún límite claro entre alguien que es totalmente competente y alguien que no lo es (OCDE, 2005, p. 23).

De igual forma se entiende la siguiente definición de competencia matemática:

(...) una capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las Matemáticas en una variedad de contextos. Incluye razonar matemáticamente y usar conceptos, procedimientos, hechos y herramientas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a los individuos a reconocer el papel de las Matemáticas en el mundo y hacer juicios bien fundados y decisiones necesarias para ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos (OECD, 2010, p.4).

Esta definición establece que la competencia matemática se formula en relación con el uso de las Matemáticas para describir, comprender y actuar en diversos contextos de su realidad (MEP, 2012). Esto implica usos más extensos de las matemáticas en la vida de las personas y no se circunscribe a operaciones mecánicas o a procedimientos

algorítmicos rutinarios. Considerada básica, la competencia matemática resulta un saber imprescindible para que los alumnos se desempeñen adecuadamente en el ambiente en que viven mediante su aplicación oportuna. Esta caracterización de la competencia matemática responde y se ajusta al aprendizaje de las matemáticas desde una perspectiva funcional del currículo.

2.1.4. El enfoque funcional del aprendizaje matemático

La evaluación PISA describe las matemáticas como un conjunto de herramientas que sirve para resolver problemas mediante la puesta en funcionamiento de determinadas competencias (Rico, 2006). Esta percepción de las matemáticas como “modo de hacer”, se ajustan a un enfoque funcional del aprendizaje matemático. Rico y Lupiáñez (2008) establecen que:

En el enfoque funcional de las matemáticas escolares los conceptos y procedimientos matemáticos tienen un para qué cercano, sirven para algo tangible, pues las nociones matemáticas constituyen herramientas mediante las que actuamos para dar respuesta a cuestiones, problemas e interrogantes del entorno. (...) La noción de competencia que consideramos se ajusta a la orientación funcional del currículo. (...) La noción de competencia básica surge para dar satisfacción a las expectativas de aprendizaje que se plantean en un marco funcional, para el cual el modelo de objetivos resulta restrictivo y contradictorio. (p. 178)

Según Caraballo (2014) el modelo funcional del aprendizaje matemático se centra en cómo los alumnos aplican los conocimientos adquiridos mediante los contenidos curriculares para enfrentarse a situaciones de la vida real que le son familiares. También afirma que este modelo está conformado por tres dimensiones: tareas contextualizadas, herramientas conceptuales y las capacidades del sujeto cognitivo que trabaja. El sujeto cognitivo usa las herramientas que tiene a su disposición para aproximarse a las tareas, movilizándolo y manifestando su competencia al efectuar los correspondientes procesos cognitivos (Rico y Lupiáñez, 2008).

A diferencia de un modelo instrumental que centra toda su atención en los contenidos curriculares básicos de la matemática escolar, el foco de atención principal del modelo funcional reside en las tareas. Una vez el sujeto conoce las herramientas básicas de las matemáticas (conceptos y objetos), el énfasis se dirige, no a la herramienta misma como

objeto de estudio, sino a su aplicación a distintas situaciones, a su empleo en satisfacer las demandas que plantean las tareas (Caraballo, 2014).

En síntesis, la orientación de funcionalidad dentro del currículo de Matemáticas no implica el conocimiento de los conceptos básicos, como herramientas, en todas sus manifestaciones sino la extensión de su uso y aplicación a situaciones que así lo demanden (Rico y Lupiáñez, 2008).

2.1.5. Programas de Estudio de Matemáticas

A continuación, describiremos las principales características de los Programas de Estudio de Matemáticas de Costa Rica (MEP, 2012), que son una guía para que cada docente implemente la propuesta curricular vigente en la actualidad.

El fin último del currículo se concreta en una competencia matemática asociada a una visión pragmática de la enseñanza que busca promover capacidades ciudadanas que contribuyan al progreso del país, nutrir el interés de los estudiantes en las Matemáticas, y así favorecer su aprendizaje. Para Ruiz (2015), existe una conexión estrecha entre la búsqueda de esta competencia matemática, los contenidos y las reglas metodológicas establecidas en estos programas.

Conocimientos, habilidades, competencia y mediación pedagógica

El currículo busca el dominio de conocimientos y generar habilidades en torno a los mismos, pero principalmente, pretende la construcción de capacidades cognoscitivas superiores y transversales que le permitan al alumno emplear las Matemáticas para entender y actuar sobre diferentes contextos reales. Estas capacidades, que se alcanzan en plazos medianos y largos, pueden ser llamadas “competencias”.

Las habilidades se diferencian entre específicas y generales, siempre asociadas a las áreas matemáticas. Las primeras son para desarrollar en periodos cortos de tiempo y se refieren a la forma en que los estudiantes comprenden o manipulan intelectualmente un conocimiento matemático, es decir, un procedimiento o concepto. Las segundas deben desarrollarse en plazos mayores y pretenden generalizar o combinar habilidades específicas afines a un área matemática (habilidades aritméticas, habilidades geométricas, habilidades algebraicas, entre otras). Las habilidades surgen a través de procesos graduales de manera integrada; su integración debe hacerse mediante problemas cuidadosamente seleccionados para que desencadenen los aprendizajes esperados (Ruiz, 2015).

A pesar de la importancia que tienen las competencias en el currículo, la malla curricular está organizada mediante las áreas matemáticas (conocimientos y habilidades) que se asumen. Por tanto, el punto de partida para la acción que debe desarrollar el o la docente son las Matemáticas.

De esta manera, las competencias se proponen como objetivos a desarrollar durante la mediación pedagógica: en la acción de aula. Ésta conlleva el desarrollo preciso de habilidades, la realización de acciones transversales llamadas “procesos matemáticos”, la organización de las lecciones mediante problemas seleccionados y el trabajo con tareas ubicadas en varios niveles de complejidad.

Para Ruiz (2017), se trata de una perspectiva original en la asociación de estos elementos curriculares. El autor explica que los conocimientos matemáticos son el punto de partida, pero en relación estrecha con las capacidades que se formulan de manera precisa en el currículo: las habilidades asociadas a las áreas matemáticas y especialmente aquellas cognitivas superiores correspondientes a las actividades denominadas procesos matemáticos transversales a estas áreas; destaca “capacidades en un ensamblaje dinámico con los conocimientos edifican la competencia matemática general.” (p. 61)

Procesos matemáticos

Los procesos matemáticos, que no dependen de áreas matemáticas, expresan modos de actuación para resolver e interpretar problemas y el fomento de su puesta en juego conduce y articula el desarrollo de la competencia matemática de los escolares. Es decir, los procesos describen lo que hacen los individuos para relacionar el contexto de un problema con las matemáticas y, de ese modo, resolverlo.

Los procesos de la reforma curricular son: “Razonar y argumentar”, “Plantear y resolver problemas”, “Conectar”, “Comunicar” y “Representar”, con un significado muy próximo al adoptado en el marco del proyecto PISA (OCDE, 2012). En la Tabla 2.1 describimos cada uno de ellos.

Según Ruiz (2013), los procesos seleccionados trabajan de manera integrada y provocan gradualmente el desarrollo de las competencias, fortaleciendo a la vez la generación de las habilidades. El sentido de estos procesos es desarrollar el rigor y la capacidad matemática para la resolución de problemas, para la aplicación, matematización o modelización de diferentes situaciones, así como de lograr mayores niveles analíticos en la justificación y argumentación matemática (MEP, 2012). Ruiz y Barrantes (2016)

señalan que se deben seleccionar bien cuáles son los contenidos matemáticos necesarios para lograr rigor y profundidad en el manejo de los procesos y el lenguaje matemático.

Tabla 2.1.

Procesos matemáticos considerados en el currículo costarricense

Proceso matemático	Descripción
Razonar y argumentar	Este proceso matemático trata de actividades mentales que aparecen transversalmente en el plan de estudios y que desencadenan formas típicas del pensamiento matemático: deducción, inducción, comparación analítica, generalización, pruebas, uso de ejemplos y contraejemplos, justificaciones. Se busca potenciar capacidades para desarrollar y discutir argumentaciones matemáticas, para formular y analizar conjeturas matemáticas, para usar fórmulas o métodos matemáticos que permitan la comprensión o desarrollo de informaciones presentes.
Plantear y resolver problemas	Este proceso matemático refiere al planteamiento de problemas en contextos reales y al diseño de estrategias para resolverlos. Se busca fomentar capacidades en torno a la identificación, la formulación, el desarrollo, la adecuación, el contraste y la valoración de métodos y estrategias para resolver problemas y modelos matemáticos.
Comunicar	Este proceso matemático refiere a la expresión y comunicación oral, visual o escrita de ideas, resultados y argumentos matemáticos al docente o a los otros estudiantes. Se busca potenciar la capacidad para expresar ideas matemáticas y sus aplicaciones usando el lenguaje matemático (reglas de sintaxis y semántica).
Conectar	Este proceso matemático refiere a la obtención de relaciones entre las diferentes áreas matemáticas, además del desarrollo de acciones para identificar dentro de situaciones no matemáticas aquellas en las cuales es posible un tratamiento matemático. De igual manera persigue motivar conexiones con otras asignaturas y con distintos contextos.
Representar	Este proceso matemático refiere a la organización, reconocimiento, interpretación y manipulación de las múltiples representaciones que poseen las nociones matemáticas (gráficas, numéricas, visuales, simbólicas y tabulares). También promueve la capacidad de pasar de una representación a otras, comprendiendo las ventajas y desventajas de cada una de estas en una situación específica.

Fuente: Programas de Estudio de Matemáticas (MEP, 2012, pp. 24-26)

Las áreas matemáticas

El currículo se separa de las aproximaciones basadas estrictamente en contenidos. Sin embargo, no se subestima el papel de los contenidos. La base que organiza los planes de estudio en cada ciclo y año lectivo son los conocimientos matemáticos y las habilidades en torno a ellos que se espera sean aprendidos. Se plantean entonces cinco áreas

matemáticas: Números, Geometría, Medidas, Relaciones y Álgebra, Estadística y Probabilidad. La participación de las mismas áreas desde el principio de la Primaria hasta el final de la Secundaria fortalece especialmente la integración vertical del currículo (MEP, 2012).

Ruiz (2015) afirma que en cada una de estas áreas matemáticas se incluyen reflexiones y aportes basados en la experiencia de la Educación Matemática internacional: sentido numérico y visión pragmática de los números, visualización y representación analítica de los objetos geométricos, cultivo del pensamiento algebraico, integración de lo simbólico y lo funcional, estadística y probabilidad para la organización de la información y la toma de decisiones. Además, puntualiza que la aproximación que se tiene en cada una de ellas se integra con la perspectiva general que se busca: la competencia matemática.

Los ejes disciplinares

El currículo propone cinco ejes transversales o disciplinares que buscan potenciar una enseñanza efectiva de las Matemáticas, y por tanto deben incluirse en el planeamiento; aunque no en todos los niveles o las áreas matemáticas, cada uno de ellos permea igualmente al currículo.

Los cinco ejes disciplinares son: (1) la resolución de problemas como estrategia metodológica principal; (2) la contextualización activa como un componente pedagógico especial; (3) el uso inteligente y visionario de tecnologías digitales; (4) la potenciación de actitudes y creencias positivas en torno a las Matemáticas; y (5) el uso de la Historia de las Matemáticas. Estos ejes contribuyen a integrar verticalmente el currículo y “favorecen una formación matemática de calidad que ayude a generar personas competentes, racionales, responsables y críticas para la construcción de una sociedad culta, justa y democrática.” (MEP, 2012, p. 36)

Por la importancia que tienen los dos primeros ejes curriculares, al asumirse como los articuladores de los restantes y las diferentes actividades que supone la implementación de los programas, nos centraremos, solamente, en la descripción de ellos.

La resolución de problemas y el diseño de tareas

La resolución de problemas como eje curricular corresponde a la necesidad de asumir estándares cuya conveniencia para la Educación Matemática ha sido ampliamente comprobada en la escala internacional. De este modo, constituye una estrategia de

organización de la lección, asociada al uso de problemas del contexto real; estos participan en la construcción de aprendizajes y en toda la práctica de aula.

Ruiz (2015) remarca que esta visión de la resolución de problemas “rompe no solo con el paradigma conductista para definir un currículo, sino con otras aproximaciones de lo que es la resolución de problemas: aunque con intersecciones con esos enfoques, no se interpreta como un medio para desarrollar en los estudiantes capacidades resolutorias para los problemas.” (p. 17)

Bajo este enfoque, un problema es “un planteamiento o una tarea que busca generar la interrogación y la acción estudiantil utilizando conceptos o métodos matemáticos” (MEP, 2012, p. 475), que debe cumplir con los requisitos siguientes: (1) las ideas matemáticas pensadas por los estudiantes, así como las soluciones de los problemas, para enfrentar el problema, deben ser nuevas y no explicadas a priori por el docente; y (2) los conceptos o procedimientos matemáticos por enseñar deben ser afines al contexto del problema propuesto. Si no se contemplase alguno de estos aspectos, la tarea se convierte en una acción rutinaria, a la cual se le denomina ejercicio.

Partiendo de que el aprendizaje escolar se moviliza y desarrolla al abordar la resolución de problemas, y de que el trabajo con los procesos matemáticos es fundamental para generar las capacidades superiores que nutren el progreso de la competencia matemática, se plantea que la lección proporcione problemas interesantes que capturen la atención estudiantil y a la vez que sean desafíos para motivar su acción cognitiva, es decir, que promuevan los procesos matemáticos (Ruiz, 2013). Las orientaciones curriculares sugieren un énfasis especial en los procesos de Plantear y resolver problemas y Razonar y argumentar (siguiendo este orden específicamente); mientras que los tres restantes complementan a los dos primeros.

Asimismo, interviene la introducción de tareas matemáticas en tres niveles de complejidad que permite favorecer el desarrollo de las capacidades: “existe una relación directamente proporcional entre los niveles de complejidad y las oportunidades para realizar procesos matemáticos” (Ruiz, 2017, p. 65).

Según su complejidad los problemas se clasifican en (MEP, 2012, pp. 32-33):

- a) *Problemas de reproducción.* Son problemas relativamente familiares que demanden la reproducción de conocimientos ya practicados. Algunas tareas que se incluyen en este tipo de problemas son aquellas en las que se solicita conocer

hechos, representar problemas comunes, reconocer objetos matemáticos equivalentes, identificar propiedades, realizar procedimientos rutinarios, aplicar algoritmos estándar, manipular expresiones con símbolos, fórmulas y cálculos sencillos, y resolver problemas rutinarios. Por ejemplo, “Resolver la ecuación $8x - 2 = 15x + 9$ ” o “Encuentre el promedio de los números 8, 13, 6, 15, 7.

- b) *Problemas de conexión*. Son problemas basados en capacidades que intervienen en el nivel de reproducción, pero van más lejos. Implican la conexión entre los diversos elementos del problema, en particular, entre distintas representaciones de la situación. Remite a la resolución de problemas que no son rutinarios pero que se desarrollan en ambientes familiares al estudiante. Por ejemplo, “Una pastelería vende pasteles en forma circular y con el mismo grosor en dos tamaños: unos con diámetro de 20 cm a 8000 colones (moneda de Costa Rica), otros con diámetro de 30 cm a 12000 colones. ¿Con cuáles pasteles se obtiene una mejor oferta? Explique”.
- c) *Problemas de reflexión*. El elemento significativo de este tipo de problemas es la reflexión, realizada en ambientes que son más novedosos y contienen más elementos que los que aparecen en otro nivel de complejidad. Se plantea aquí la formulación y resolución de problemas complejos, la necesidad de argumentación y justificación, la generalización, el chequeo de si los resultados corresponden a las condiciones iniciales del problema y la comunicación de esos resultados. Se exige la participación de varios métodos complejos para su solución. Por ejemplo, “Un documental televisivo incluía un debate sobre la posibilidad de predecir los terremotos. El Dr. Morales, un especialista en sismología, afirmó: en los próximos veinte años, la posibilidad de que ocurra un terremoto en la ciudad de Santa Eulalia es dos de tres. ¿De qué manera se refleja mejor el significado de la afirmación del sismólogo?”.

Un énfasis curricular que asume la resolución de problemas como su enfoque principal deberá de priorizar los problemas de conexión o reflexión sobre los de reproducción, ya que los primeros pondrán en movimiento más capacidades.

Ruíz (2017) explica que entre los niveles de complejidad de un problema y los procesos o capacidades superiores que estos buscan promover existe una estrecha relación; el punto teórico de partida es que los procesos (o capacidades que implican) determinan los niveles de complejidad. Si se establece el papel preciso de intervención de esos procesos en un

problema será posible identificar el nivel de complejidad. En términos introducidos por el autor: la estructura de intervención de los procesos en un problema (colección de indicadores distribuidos en tres grados de complejidad para los cinco procesos matemáticos) ayuda a identificar el nivel de complejidad de este.

Además, establece los siguientes criterios (Ruiz, 2017, pp. 124-125):

- a) *NC1*. Cuando en un problema la intervención de los procesos no supera el grado 1, se acepta que el problema es de reproducción.
- b) *NC2*. Cuando en un problema la intervención en al menos dos procesos es de grado 2 y se pueden identificar al menos tres indicadores en ese grado, se acepta que el problema es de conexión.
- c) *NC3*. Cuando en un problema la intervención en al menos dos procesos es de grado 3 y se pueden identificar al menos tres indicadores en ese grado, se acepta que el problema es de reflexión.
- d) *NC4*. Cuando en un problema la intervención de procesos es de grados 2 o 1 y el número de los indicadores en el grado 2 es menor que tres, se requerirá hacer una valoración más específica para establecer si es de reproducción o conexión. Dependerá de la “fuerza” del indicador o indicadores de grado 2 para poder valorar el problema como de conexión. También este criterio aplica cuando en un problema aparecen tres indicadores de grado 2 en un proceso matemático y en los otros procesos los indicadores no sobrepasan el grado 1.
- e) *NC5*. Cuando en un problema la intervención de procesos es de grado 3, 2 o 1 y el número de los indicadores en el grado 3 es menor que tres, se requerirá hacer una valoración más específica para establecer si es de reproducción, conexión o reflexión. Dependerá de la “fuerza” del indicador o indicadores de grado 3 para poder valorar el problema como de reflexión. También este criterio aplica cuando en un problema aparece tres indicadores de grado 3 en un proceso matemático y en los otros procesos los indicadores no sobrepasan los grados 1 o 2.

De esta manera, la aplicación de estos criterios para valorar la complejidad de un problema propone como primer paso valorar los grados de los procesos matemáticos. Además, es importante comprender que deben aplicarse de una manera flexible, y que siempre habrá problemas donde será complejo identificar su nivel. Es necesario señalar que los procesos matemáticos no tienen el mismo impacto en un problema; los procesos Razonar y argumentar y Plantear y resolver problemas puede decirse que son más

decisivos en la valoración global de la complejidad de un problema (Ruiz, 2017). Por ejemplo, este podría ser el caso de un problema donde un indicador de un solo proceso permita valorar el nivel de complejidad como el de conexión.

Esta visión de la educación matemática obliga a un planeamiento cuidadoso de las lecciones, involucrando la selección de los problemas, los tiempos a destinar para cada tarea, y la acción docente en cada momento (el profesor debe jugar un papel central en la interacción social y cognitiva en el aula). Además, su uso debe ser flexible, lo que dependerá de las condiciones y del contexto de aula, así como del nivel educativo en que se enseña.

El papel de la contextualización activa

La contextualización activa hace referencia al trabajo en contextos reales o que el estudiante asuma de esa forma, con el propósito de despertar un mayor interés, provocar actitudes positivas hacia las Matemáticas y, fortalecer un papel estudiantil activo y comprometido con su aprendizaje.

Los contextos que se consideran en los programas de estudio se agrupan en cinco categorías: matemáticos, personales, ocupacionales, sociales y científicos. Los últimos cuatro mantienen la formulación que hace la OCDE (2016) en las pruebas PISA, aunque con una modificación: los problemas que se desarrollan enteramente dentro del mundo de las Matemáticas se excluyen de los “científicos” y se establecen en una categoría aparte. De esta manera, los contextos pueden conceptualizarse así (Ruiz, 2017, p. 75):

- a) *Matemáticos*. Se centran exclusivamente en conceptos y procedimientos que no salen del seno de las Matemáticas.
- b) *Personales*. Se refieren a las actividades de uno mismo, su familia o sus iguales. Por ejemplo: preparación de alimentos, compras, juegos, salud personal, transporte personal, deportes, viajes, programación personal, finanzas personales, entre otros.
- c) *Ocupacionales*. Se refieren al mundo del trabajo. Pueden relacionarse con cualquier nivel de la fuerza laboral, desde el trabajo no calificado hasta los niveles más altos de trabajo profesional.
- d) *Sociales*. El enfoque de los problemas está en la perspectiva de la comunidad, aunque los individuos están involucrados en todas las actividades que sucedan en la comunidad de manera personal. Por ejemplo: sistemas de votación, transporte

público, gobierno, políticas públicas, demografía, publicidad, estadísticas nacionales, economía, entre otros.

- e) *Científicos*. Se refieren a la aplicación de las matemáticas al mundo natural y temas relacionados con la ciencia y tecnología. Por ejemplo: clima, ecología, medicina, ciencia espacial, genética, medición, entre otros.

La Figura 2.1 resume la conceptualización anterior.

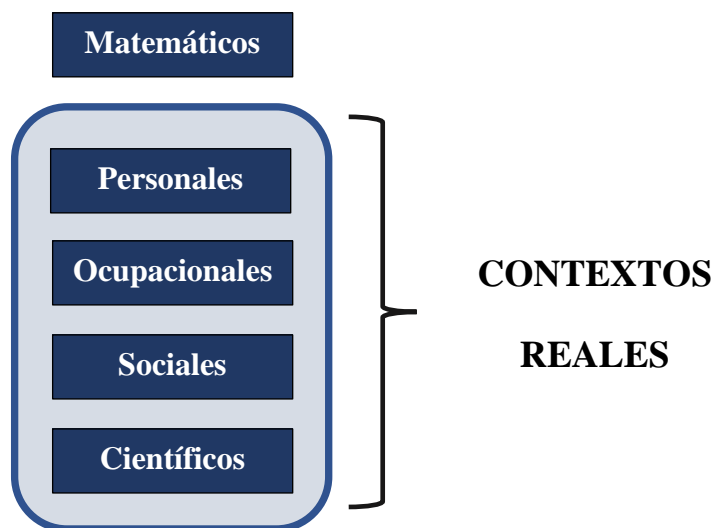


Figura 2.1. Contextos considerados en los Programas de Estudio.

Fuente: Elaboración propia

Aunque las Matemáticas son una ciencia y sus problemas pueden ser considerados científicos, los últimos cuatro contextos son visualizados como referidos a aplicaciones de las Matemáticas, es decir, al uso de estas en tornos reales. El currículo busca promover estos contextos en las diversas acciones de aula.

Se parte de una consideración sobre la naturaleza de las Matemáticas: los objetos matemáticos refieren a las relaciones de los sujetos con la realidad física y social, son modelos de lo real. Así, los contextos reales permiten manipular métodos generales de construcción matemática, por eso mismo, el trabajo con problemas que los consideran estimula diversas actividades cognitivas y el cultivo de la competencia matemática (Ruiz, 2017). Por ejemplo, incentivan que el estudiante realice conexiones e integre un conjunto de conocimientos para llegar a una solución de manera creativa y estratégica (Poveda y Morales, 2015).

Los objetos matemáticos se pueden contextualizar de varias maneras. Por ejemplo, al ofrecerse una introducción contextual para abordar algunos conceptos o procedimientos matemáticos, o al contextualizar una situación matemática. Esas contextualizaciones son

útiles en muchas circunstancias educativas, pero no activan acciones cognitivas de nivel superior ni procesos matemáticos; no generan un involucramiento estudiantil activo (MEP, 2012). Caso contrario sucede con aquellos problemas enriquecidos desde la perspectiva de la modelización.

Esta perspectiva se distancia del clásico enfoque de aquellas situaciones matemáticas revestidas de contexto de una manera artificial (problemas con palabras) y se desarrolla sobre una manipulación de la información de la realidad circundante gracias al uso y construcción de modelos matemáticos (Chaves y Barrantes, 2013). Se trata de diseñar problemas extraídos de las informaciones de prensa, de la escuela, de la comunidad, de la clase, de Internet, entre otros.

Un modelo matemático es en esencia “un conjunto de elementos matemáticos conectados que representan una realidad específica; explican, describen, permiten hacer predicciones” (MEP, 2012, p. 31). Pueden existir varios modelos sobre una realidad con distintos grados de representación de esta. Identificar, construir o usar un modelo de una situación real es una manera de matematizar esa realidad.

Lo que se espera es utilizar modelos matemáticos y las acciones que suponen su construcción y utilización para generar o reforzar aprendizajes. Conocimientos y habilidades específicas se pueden construir o aplicar a través de las acciones que ofrece la modelización. Esta matematización escolar trata de la creación y uso sucesivo de modelos que refinan, adecúan y amplían su rango de acción. Refiere al aprendizaje, a una acción estudiantil constructiva en la que también hay intervención docente.

El grado de dificultad de los modelos que se generen dependerá de las circunstancias a las que refiere, así como de los conceptos y procedimientos matemáticos implicados, lo cual debe ajustarse en cada nivel educativo. Asimismo, la introducción de la contextualización activa dependerá de las diversas áreas matemáticas, algunas se prestan más que otras para el trabajo en contextos reales en dependencia del nivel educativo.

Por su parte, las situaciones de contexto real deben estar relacionadas con la tarea matemática que se propone de manera precisa. Si la tarea planteada no resuelve los desafíos del contexto o se podría prescindir del mismo para realizarla o sus resultados no aportan algo significativo para el contexto, no se logrará lo que se persigue con el eje disciplinar (Espinoza y Zumbado, 2015).

En síntesis, la clave de la contextualización activa es la búsqueda de un involucramiento intelectual del estudiante por medio de situaciones que le permitan desarrollar sus habilidades y capacidades matemáticas. De esta forma, la contextualización activa debe ser un elemento presente en todas las dimensiones educativas; particularmente en la construcción y movilización de aprendizajes y en la evaluación.

El estilo de la lección

La competencia matemática será fortalecida en cuanto se realice una construcción colectiva de significados a partir de la participación activa de los actores del proceso de enseñanza-aprendizaje. Para ello, la acción de aula debe hacerse en dos etapas (MEP, 2012, p. 41):

- a) *Etapa 1. El aprendizaje de conocimientos.* Se centra en realizar el aprendizaje de conocimientos nuevos. Es conveniente que se ejecute en una lección o una secuencia de estas. Para su ejecución se proponen cuatro fases o momentos centrales. En la Tabla 2.2 se describen estas fases.
- b) *Etapa 2. La movilización y aplicación de los conocimientos.* Se centra en reforzar y ampliar los aprendizajes realizados. Puede realizarse en cualquier momento posterior, no necesariamente de forma inmediata a la Etapa 1.

Por su parte, en la Etapa 2, se sugiere que los estudiantes trabajen mecánicamente con algunos de los procedimientos aprendidos, usen los nuevos conocimientos en otros contextos y los conecten con otras áreas, y amplíen las formas de expresar o representar los conocimientos (fórmulas, gráficas y diagramas). Asimismo, se propone que en esta etapa se evalúen los aprendizajes y que las actividades planteadas no sean excesivas y repetitivas, sino que generen motivación o aprendizajes complementarios (vinculados con aspectos de escaso desarrollo o aplicaciones).

Para conducir la lección se sugiere la estrategia de pregunta dirigida, la cual consiste en la formulación y reformulación de preguntas afines a un tema, hasta que se llegue a un cierre cognoscitivo y pedagógico de este. Su aplicación se recomienda cuando la cantidad de estudiantes en el grupo es numerosa. Además, para su implementación se espera que el docente de un lapso para que el estudiante responda a las preguntas; éstas deben captar el interés del estudiante, seguir la secuencia con la que se aborda el tema (puede emplearse en cualquier momento de la Etapa 1), y formularse con base en lo dicho por el alumno.

Tabla 2.2.
Fases de la Etapa 1

Fase	Descripción
Propuesta de un problema	Se debe proponer un problema (contextualizado cuando resulte pertinente), un desafío inicial o una actividad para provocar la indagación. Para la propuesta debe considerar el lugar que ocupa el contenido, las expectativas de aprendizaje y las condiciones específicas del grupo de estudiantes con el que se trabaja
Trabajo estudiantil independiente	Se ofrece tiempo para el trabajo individual, en parejas o en subgrupos. Se encuentra estructurado en tres fases: apropiación del problema, formulación de estrategias, hipótesis, y procedimientos, y la resolución del problema o investigación estudiantil. Se consigna como una “fase independiente” en cuanto no hay una intervención docente directa. Es el momento crucial para que haya aprendizaje significativo. El estudiante debe conocer alguna estrategia que le permita resolver el problema, pero no aquella que se base en el conocimiento que se desea enseñar
Discusión interactiva y comunicativa	Con la guía docente, este momento permite espacios para la valoración y contrastación de resultados, soluciones o elaboraciones aportadas, entrando en juego la argumentación y la comunicación
Clausura o cierre	Síntesis cognoscitiva del aprendizaje, donde se relaciona el saber construido con lo hecho por la comunidad profesional de la disciplina. Para esto, se sugiere que con ayuda del docente se reformulen por escrito los conocimientos adquiridos. Esta conclusión debe tener un vínculo estrecho con lo trabajado en los tres momentos previos

Fuente: Programas de Estudio de Matemáticas (MEP, 2012, p. 42)

Ruíz (2017) explica que en el currículo costarricense de matemáticas la sugerencia de organización de las lecciones asume el enfoque de PISA y usa como base la experiencia japonesa (Clarke, Emanuelsson, Jablonka y Mok, 2006; Neubrand, 2006; Shimizu, 2009; Stigler y Hiebert, 2004), aunque con algunos énfasis nutridos por los planteamientos teóricos de la corriente de Educación Matemática Realista (EMR) iniciada por Freudenthal (1991) y la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) de Brousseau (1998).

A manera de reflexión, debe destacarse que el modelo educativo planteado plasma importantes experiencias de investigación en la comunidad internacional de Educación

Matemática. Además, no solo incluye cuatro fases para la acción de aula, sino considera la presencia de varios ejes disciplinares y un rol central de las capacidades. Se insiste que la estrategia de aula y todos los elementos curriculares buscan el aprendizaje de conocimientos, el desarrollo de las capacidades superiores y la competencia matemática general.

2.2. Tareas matemáticas escolares

Reiteramos que una tarea matemática escolar es toda demanda estructurada de actuación cognitiva propuesta al estudiante, que requiere su reflexión sobre el uso de las matemáticas, y que el profesor presenta intencionalmente como un medio para el aprendizaje o como una herramienta de evaluación (Caraballo, 2014). Las propuestas que no contemplan expectativas de aprendizaje, explícitas o implícitas, y cuyo resultado el profesor no pueda utilizar para evaluar sus logros, quedan excluidas de esta consideración (Caraballo, Rico y Lupiáñez, 2011).

La definición de tarea que consideramos hace diferencia entre tarea matemática y actividad matemática. Para Moreno y Ramírez (2016) la actividad matemática está relacionada con el alumno y con la acción que realiza, mientras que la tarea matemática está asociada con los objetivos para los que se solicita la actividad. Puede decirse que la actividad es la participación del alumno que acepta un desafío y completa la tarea. Además, los autores indican que el profesor no participa de la actividad del alumno, pero sí dispone de medios y se ocupa en la formulación de la tarea, de modo en que se propone su realización y la dirige en el aula.

De esta manera, el proceso de instrucción implica por parte del profesor la invención, diseño, selección y secuenciación de tareas escolares que le permitan al alumno ampliar sus conceptos matemáticos y desarrollar la competencia matemática.

2.2.1. Importancia del diseño y la selección de tareas

Las tareas escolares desempeñan un papel determinante en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Sullivan, Clarke y Clarke (2009) destacan que la naturaleza del aprendizaje de los alumnos está determinada por el tipo de tareas que se le plantean y por el modo de aplicarlas.

Consideradas esenciales para el aprendizaje de las alumnos, “las tareas comunican mensajes acerca de qué son las matemáticas y de lo que implica el hacer matemáticas (NCTM, 1991, p. 24). Por lo tanto, aquellas tareas que lleven al alumno a involucrarse

significativamente con las matemáticas proveen el contexto intelectual para el desarrollo de la competencia matemática de estos (Chapman, 2013; Sanni, 2012).

Reconociendo la noción de oportunidad de aprendizaje como el conjunto de condiciones o circunstancias dentro del aula que promuevan el aprendizaje de todos los escolares, y determinadas por componentes como currículos, profesores, materiales de aprendizaje, y diferentes experiencias instruccionales (Lupiáñez, 2009), no cabe duda de que el diseño y la selección de tareas es una de las dimensiones más relevantes desde el punto de vista de la actividad del profesor.

De esta manera, consideramos las tareas como el principal vehículo para suministrar a los alumnos oportunidades de aprendizaje, y es el profesor quien debe ser capaz de planificar actividades que tengan el potencial de crear oportunidades de aprendizaje (Real, Segovia y Ruiz, 2013). En esta misma línea, Carrión (2007) sostiene que “las oportunidades de los estudiantes para aprender dependen del entorno, del tipo de tareas y del discurso en que participan” (p. 20).

Hiebert et al. (1997) sostienen que las tareas forman la base para proveer a los alumnos las oportunidades para aprender matemáticas porque constituyen el fundamento de la enseñanza. Desde este punto de vista, el rol del profesor consiste en facilitar la comprensión conceptual, la reflexión y la comunicación sobre las matemáticas mediante la selección y planificación de secuencias de tareas como oportunidades de aprendizaje, el intercambio de información necesaria para solucionar problemas y el establecimiento de ambientes donde los alumnos trabajen, discutan y reflexionen en sus respuestas y estrategias de resolución.

Sullivan, Clarke y Clarke (2013) aseguran que “el conocimiento que tiene un profesor se refleja en la manera como selecciona, elabora y usa las tareas en la sala de clase” (p. 15). Además, subrayan la importancia de evitar dar por sentado que los profesores son capaces de traducir una tarea en una experiencia significativa de aprendizaje para los alumnos sin que reciban algún tipo de desarrollo profesional como apoyo. En este sentido, el foco de atención de las experiencias formativas serán aquellos aspectos del conocimiento especializado que puedan apoyar la selección, el diseño y el uso efectivo de tareas. No es necesario que los profesores conozcan toda la matemática que necesitan para enseñar, lo que deben saber son las destrezas y la orientación para buscar las matemáticas necesarias cuando las necesitan (Sanni, 2012).

En concordancia con esta visión, Chapman (2013) define un conocimiento necesario para que los profesores dominen el trabajo con las tareas matemáticas. Este conocimiento trata sobre qué debe conocer un profesor a fin de seleccionar y elaborar tareas que: promuevan la comprensión de los conceptos matemáticos, apoyen el desarrollo del pensamiento matemático, capturen el interés de los alumnos y despierten su curiosidad, optimicen el potencial de tales tareas para el aprendizaje y desarrollen la competencia matemática.

La caracterización que hace Chapman de este conocimiento lo hemos denominado *conocimiento didáctico* para la selección y el diseño de tareas para promover y evaluar la competencia matemática escolar, y será descrito con detalle en un apartado más adelante de este capítulo. Asimismo, en el diseño metodológico que desarrollamos en el Capítulo III, explicamos el papel que desempeña el conocimiento didáctico en la evaluación de nuestro programa de formación.

2.2.2. Análisis de las tareas

La selección o diseño de las tareas matemáticas de acuerdo con el currículo es un proceso crucial. Además, como se mencionaba anteriormente, los profesores ponen en juego sus conocimientos, capacidades y actitudes acerca de las matemáticas escolares, de su enseñanza y de su aprendizaje, así como su experiencia y conocimiento profesional, cuando seleccionan o diseñan tareas (Sullivan, Clarke y Clarke, 2013).

Dada la gran cantidad de fuentes a las que tienen acceso los profesores para seleccionar tareas, o bien se hayan inventado o elaborado, las mismas deben ser objeto de una valoración que permita establecer su pertinencia curricular. Esta valoración permitiría aportar elementos para seleccionar o incorporar la tarea en los procesos de enseñanza y aprendizaje, en la forma o en el momento adecuado, o brindar insumos para avanzar en el diseño de la tarea (Ruiz, 2017).

De esta manera el profesor se asegura que las tareas se ajustan a los contenidos seleccionados y a las expectativas sobre su aprendizaje consideradas, a cuya enseñanza contribuyen significativamente (Caraballo, 2014). El profesor en el proceso de planificación que realiza es necesario que detalle las tareas que propondrá a los estudiantes para promover y facilitar los aprendizajes matemáticos.

Un estudio metódico de las tareas, por medio del análisis de algunos de sus componentes, permite comprenderlas mejor y decidir sobre su ajuste a las expectativas de aprendizaje planificadas y a las características de nuestros alumnos (Moreno y Ramírez, 2016). En

este sentido, Caraballo (2014, p. 60) establece que para analizar tareas es necesario enumerar los componentes que las constituyen. En una tarea identifica las siguientes componentes:

- a) Un resultado, meta o finalidad. El resultado inmediato que se espera.
- b) Un conjunto de recursos disponibles. Incluye la metodología, materiales, distribución del tiempo, organización del aula, agrupamiento de los alumnos.
- c) Un conjunto de operaciones que se aplican a los recursos para lograr la meta.
- d) Un contenido matemático que la sustenta. Implica interrelacionar los conocimientos nuevos adquiridos y los nuevos.
- e) Una situación de aprendizaje o contexto en que se propone su acción.
- f) Complejidad o demanda cognitiva de la tarea.
- g) Competencia que pretende promover la tarea.

Haciendo una reflexión en el mismo sentido de las propuestas anteriores, Ruiz (2017) establece que los elementos curriculares principales que deben ser considerados en el diseño-valoración de tareas matemáticas o problemas se pueden resumir con base en las siguientes preguntas (p. 134):

1. ¿Cuáles son los conocimientos y áreas matemáticas?
2. ¿A cuál categoría pertenece el contexto utilizado? Cuando sea pertinente: ¿Hay contextualización activa?
3. ¿Cuáles son las habilidades generales involucradas? ¿Cuál es el escenario de interacción de las habilidades?
4. ¿Cuáles son las habilidades específicas que participan?
5. ¿Cuál es la intervención de los procesos en el problema o tarea matemática?
6. ¿Cuál es el nivel de complejidad?

En la Figura 2.2 se representan estos elementos.

Nótese que los cuatro elementos curriculares generales que se destacan son: conocimientos, contextos, habilidades y procesos. En relación con los términos “tarea matemática” y “problema”, estos han sido usados de manera flexible en el currículo. Se puede afirmar que en un problema matemático aparece una o varias tareas matemáticas de menor complejidad; es decir, una tarea matemática puede verse como una componente de un problema, aunque el lenguaje puede permitir considerar un problema completo

como si fuera una sola tarea. Para efectos de este estudio consideraremos la primera aproximación.

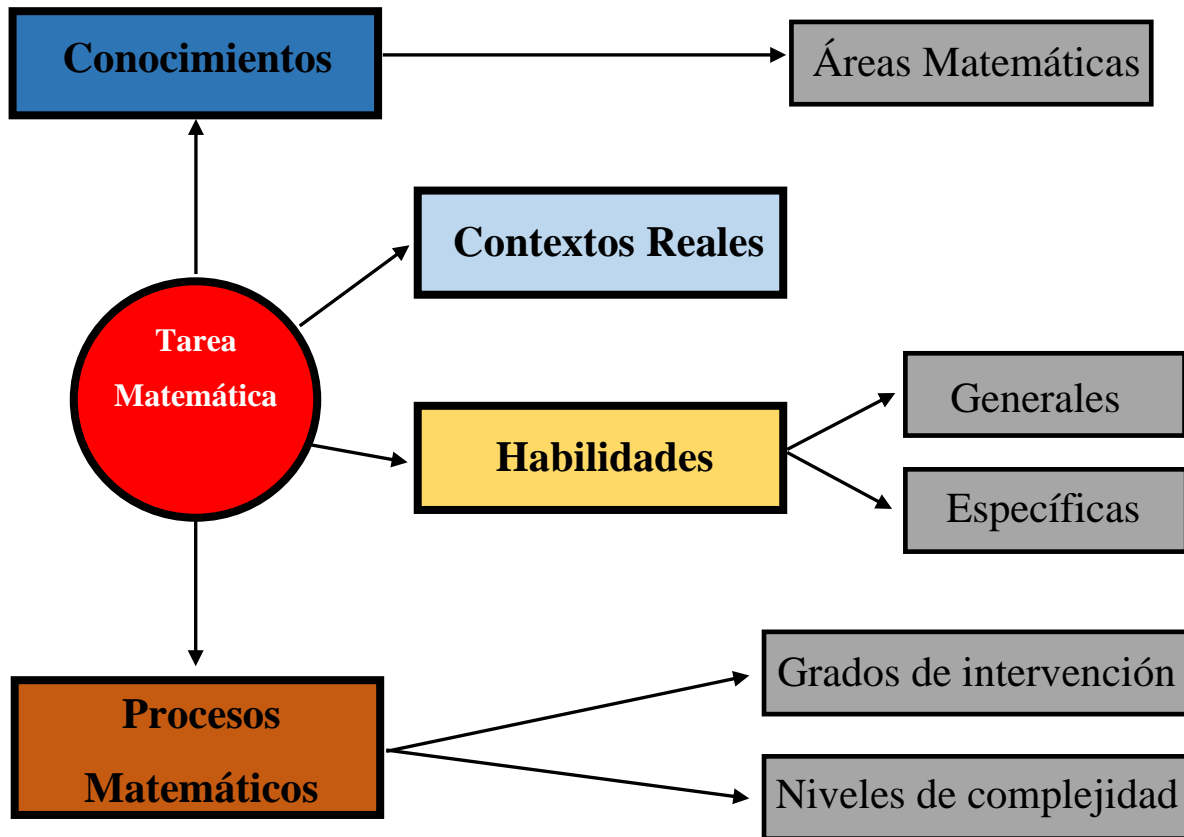


Figura 2.2. Componentes para la valoración de tareas matemáticas.

Fuente: Ruiz (2017, p. 135)

La valoración usando los elementos curriculares se podría efectuar incluyendo una o varias tareas. La decisión sobre qué tareas matemáticas juntar y a las cuales aplicar la valoración debe ser decidida con base en las necesidades o los propósitos educativos y también con base en el sentido y pertinencia que posea en relación con la situación, no todo agrupamiento es válido.

La estrategia para la valoración de tareas matemáticas propuesta por Ruiz (2017, p.135) sigue cuatro pasos y considera seis elementos curriculares.

- a) *Paso 1.* Enunciar la tarea (una vez que se ha seleccionado o diseñado).
- b) *Paso 2.* Resolver la tarea que invoca ofrecer una o varias soluciones de esta. Este paso es muy importante pues permite ver la argumentación que se realiza y pone en movimiento los objetos curriculares que luego se procederá a precisar.
- c) *Paso 3.* Identificar algunos de los elementos curriculares que participan en la tarea: conocimientos, contextos y habilidades. Al hacerlo se muestran en detalle: los conocimientos y las áreas a los que pertenecen (según el currículo), el tipo de

contexto que usa la tarea (de acuerdo con los cinco contextos considerados en el currículo) y si este plantea la contextualización activa o no.

- d) *Paso 4*. Valorar, que refiere a analizar los procesos y niveles de complejidad, de acuerdo con los cinco criterios para establecer niveles de complejidad según la estructura de intervención de los procesos matemáticos en el problema.

Este modelo no constituye un procedimiento para construir o diseñar las tareas matemáticas, solamente para valorarlas, pero puede ayudar significativamente en ese diseño.

El análisis de las tareas matemáticas que seleccionen o diseñen los profesores participantes en el curso-taller se centra en el modelo 4 + 6 propuesto por Ruiz (2017) y descrito anteriormente. La Figura 2.3 representa un esquema del modelo.

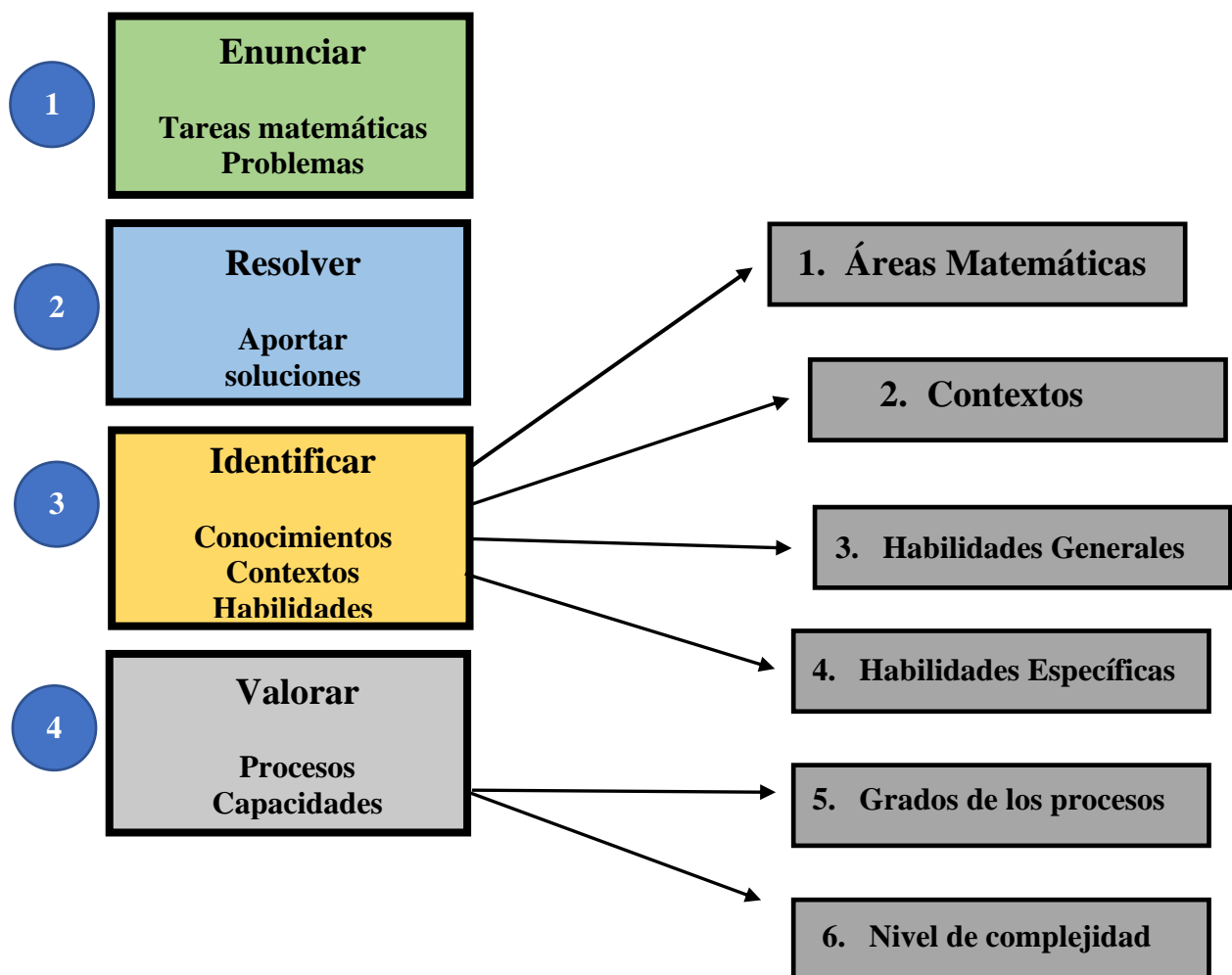


Figura 2.3. 4 + 6: Estrategia para la valoración de tareas matemáticas.
Fuente: Ruiz (2017, p. 136)

En este punto destacamos el papel del contexto como parte integral en la resolución de problemas del mundo real. El contexto permite a los alumnos ubicar la tarea propuesta en una situación conocida. Obviar este mecanismo provoca que el alumno enfrente dificultad para aplicarlo en la resolución de problemas (Castro-Rodríguez, Castro y Torralbo, 2013).

Ahora, la situación es uno de los componentes que establecen el sentido de un concepto o noción matemática. De acuerdo con el marco del estudio PISA (OCDE, 2012), la situación es la parte del mundo del estudiante en la que se localizan las tareas que se le plantean y de esta manera las dota de significado, muestran modos de uso, son indicadores de sentido y ayudan a profundizar sobre el mismo. Se trata de un dominio central que permite distinguir tareas y evaluar la capacidad de los escolares para aplicar las matemáticas en una amplia variedad de situaciones (Caraballo, Rico y Lupiáñez, 2013). Para lograrlo, el marco PISA 2012 ha asegurado que “los ítems desarrollados se encuadren en contextos significativos y auténticos” (OECD, 2013, p. 24).

Moreno y Ramírez (2016) enfatizan que la importancia del estudio de esta componente curricular reside en el hecho de que las representaciones y estrategias matemáticas elegidas para resolver una tarea dependen de su sentido, que se vincula con la situación de la que surge.

Las diferentes situaciones en que se presentan las tareas permiten el uso auténtico de las matemáticas para resolver el problema. El término “auténtico” es utilizado para calificar aquellas situaciones extraescolares de la vida real con las que se introduce una tarea matemática escolar. Para que pueda calificarse de auténtica una situación es importante que ésta pueda reproducirse o simularse de forma razonablemente realista. En este sentido, las tareas matemáticas escolares deben formularse de manera que las situaciones reales puedan ser simuladas. Se trata de que el proceso de solución emprendido por el estudiante suceda en condiciones parecidas al modo en que se enfrentaría a la situación real.

En consecuencia, las tareas matemáticas escolares pueden clasificarse de acuerdo con su autenticidad y su relevancia (Maaß, 2006): (1) problema incrustado en el mundo real; (2) problema relacionado con la realidad; (3) problemas con contexto real y cuestión relevante (didáctica); (4) problemas con contexto real y cuestión relevante; y (5) problemas con contexto real y cuestión auténtica. En las tres últimas categorías es que tiene lugar la contextualización activa, pues se desarrollan sobre una manipulación de la

información de la realidad circundante mediante el uso y la construcción de modelos matemáticos.

Para valorar y mejorar la autenticidad y relevancia con que se plantea una tarea, Moreno y Ramírez (2016, p. 245) sugieren los siguientes criterios:

- a) *Evento*. Es esencial que el evento descrito en la tarea matemática escolar haya tenido lugar o tenga una posibilidad real de tener lugar.
- b) *Pregunta*. El planteamiento de la pregunta de la tarea escolar debe ser acorde con la formulación de la pregunta en la vida real.
- c) *Propósito*. En el contexto de la tarea, la posibilidad de abordar su solución y las consideraciones a tener en cuenta para ello dependen del propósito con el que se aborda. Este propósito debe ser tan claro en el contexto de la tarea como lo sería en su correspondiente situación de la vida real.
- d) *Lenguaje utilizado*. Se refiere a la terminología, la estructura de las oraciones y la extensión del texto utilizado en la presentación de la tarea. Una simulación de una situación real, con un grado razonable de fidelidad, no debería incluir términos que dificulten su resolución a los estudiantes si esa dificultad no está presente en la situación extraescolar simulada.
- e) *Datos*. Se refiere a la información en la que se basa la solución de la tarea. Es decir, en qué medida los datos facilitados por la tarea son realistas.

Asimismo, la complejidad de una tarea matemática escolar es una de sus componentes más importantes, porque proporciona fundamento para ordenar y secuenciar las tareas, ya que contribuye a que éstas se adapten a diferentes ritmos de aprendizaje de los estudiantes.

Es difícil de precisar, porque, junto con una valoración teórica, son las respuestas del alumnado las que, en definitiva, establecen empíricamente la mayor o menor complejidad de una tarea. Los términos “fácil” o “difícil” resultan imprecisos para calificar esta variable, ya que pueden provenir de una valoración subjetiva. Por ello resulta necesario proponer categorías según criterios objetivos.

Para Lupiáñez (2009), las tareas exigen determinadas demandas cognitivas a los alumnos que las afrontan, pero no siempre esas demandas tienen el mismo grado de complejidad. En ocasiones las tareas resultan más sencillas a los alumnos por estar enmarcadas en un contexto cercano a ellos, porque los conceptos y procedimientos que la resuelven son

simples, corresponden a significados o representaciones más sencillas o han sido suficientemente practicadas.

Por su parte, Marín (2009, p. 11) realiza la importancia de la complejidad como una de las componentes del análisis de tareas y propone una serie de criterios que inciden en la categorización de esa complejidad.

- a) *Relativos a la presentación y formulación de la tarea.* En este criterio se especifican tres clases: (1) forma de redacción (tipo de oraciones, vocabulario empleado, tiempos verbales para indicar la actividad demandada, entre otros), (2) encuadre en contextos más o menos motivadores y auténticos, y (3) representaciones como apoyo, representaciones que requieren decodificar la información para extraerla.
- b) *Relativos al tipo y medida de las competencias que se activan.* En este criterio se especifican cinco clases: (1) tipo y grado de interpretación y reflexión requeridos al alumno al leer y comprender el problema, (2) tipo de habilidades en la representación, (3) complejidad del razonamiento requerido para detectar un planteamiento correcto o una idea feliz, (4) tipo y nivel de las destrezas matemáticas requeridas en la resolución (problemas de un solo paso o de varios pasos, procedimientos simples o estrategias complejas, modelización en todas sus fases o en alguna de ellas, entre otras), y (5) tipo y grado de argumentación matemática.
- c) *Relativos al contenido matemático necesario para interpretar y resolver el problema.*
- d) *La cercanía del contexto en que se presenta el problema.*

Los descriptores presentados en esa lista de criterios son clasificados por Lupiáñez (2009) en tres conjuntos de tareas, en función de las demandas cognitivas que son necesarias, según el marco del Proyecto Pisa (OCDE, 2005, pp. 44-45). La Tabla 2.3 los resume.

El interés de esta categorización va más allá del diseño y el análisis de tareas, ya que también suministra información importante para su secuenciación y para la evaluación, entre otros aspectos.

En definitiva, el nivel de complejidad de una tarea y la demanda de activación de la competencia matemática guardan una estrecha relación. De esta manera, Turner (2012) explica que los problemas utilizados por los profesores como vehículos para la enseñanza

y el aprendizaje deben incluir elementos que permitan el tratamiento de las matemáticas en contexto.

Tabla 2.3.

Indicadores para los grados de complejidad de las tareas

Reproducción	Conexión	Reflexión
Contextos familiares Conocimientos ya practicados	Contextos menos familiares Interpretar y explicar	Tareas que requieren comprensión y reflexión Creatividad
Aplicación de algoritmos estándar	Manejar y relacionar diferentes sistemas de representación	Ejemplificación y uso de conceptos
Realización de operaciones sencillas	Seleccionar y usar estrategias de resolución	Relacionar conocimientos para resolver problemas complejos
Uso de fórmulas elementales	de problemas no rutinarios	Generalizar y justificar resultados obtenidos

Fuente: Lupiáñez (2009, p. 63)

Estos elementos deberían permitir cierta toma de decisiones (pensamiento estratégico) sobre el enfoque, en oposición a los problemas para los cuales la ruta de solución es especificada u obvia; y para el proceso de modelado que se utilizará, matematización de aspectos del contexto y desmatematización del resultado (interpretar un resultado matemático en relación con el contexto), en lugar de simplemente replicar procedimientos aprendidos como algoritmos. Además, las tareas utilizadas deben promover el uso de representaciones de la situación, incluyendo múltiples representaciones donde sea apropiado, y preferiblemente las tareas deben proporcionar oportunidad para que los estudiantes manipulen las representaciones como parte de la resolución del problema. Finalmente, el profesor debe procurar en el aula la comunicación de las ideas y conclusiones de los estudiantes a través del habla y la escritura, particularmente cultivar la capacidad de explicar y argumentar un problema matemáticamente. Esta manera de expresión ayuda a desarrollar y cimentar el pensamiento matemático y los procesos de razonamiento.

Resumiendo las ideas tratadas en este apartado, la Tabla 2.4 muestra los principales componentes curriculares que articulan nuestro análisis de las tareas matemáticas escolares.

2.2.3. Secuenciación de las tareas

La secuenciación didáctica constituye una serie organizada “de unidades de información y propuestas de acción que el profesor suministra al alumno con diferentes intenciones” (Marín, 2009, p. 18). Cuando un profesor planifica y diseña una sesión de clase, debe

estructurar y organizar temporalmente las tareas que realizarán los escolares (Lupiáñez, 2009).

Tabla 2.4.
Componentes curriculares para el análisis de tareas

Conocimientos	Habilidades	Contextos	Niveles de complejidad
Números	Generales	Autenticidad y	Reproducción
Medidas	Específicas	relevancia	Conexión
Geometría			Reflexión
Relaciones y Álgebra			
Estadística			
y Probabilidad			

Fuente: Elaboración propia

Existen varios criterios que permiten al profesor secuenciar las tareas que ha diseñado o seleccionado, entre ellos destacamos aquellos que se relacionan con la intencionalidad y la funcionalidad de las tareas; qué sentido tiene dentro de la propuesta docente. Cada tarea matemática escolar desempeña una o varias funciones.

Desde el punto de vista del fomento del aprendizaje, Mason y Johnston-Wilder (2006, p. 69) señalan las intenciones principales de las tareas:

- Pueden idearse para introducir algunos temas matemáticos.
- Pueden diseñarse para suministrar un contexto en el cual encontrar nuevas ideas o en el que practicar ideas introducidas previamente.
- Pueden idearse para revisar, consolidar o provocar la reflexión y la integración a través de una visión global.

Por su parte, Parcerisa (1996) clasifica las tareas de acuerdo con la funcionalidad que poseen en una secuencia de aprendizaje, y distingue:

- Tareas cuya finalidad es conocer los aprendizajes previos de los alumnos.
- Tareas para ayudar a la motivación y de relación con la realidad.
- Tareas exploratorias fomentadoras de la interrogación y del cuestionamiento.
- Tareas para elaborar y construir significados.
- Tareas de descontextualización y aplicación.
- Tareas de ejercitación y consolidación.
- Tareas de síntesis.

Caraballo (2014) afirma que la función de una tarea dentro del proceso de aprendizaje no es casual ni ocurre de manera aislada o incidentalmente, ya que dependerá tanto de sus

potencialidades como de su posición en relación con las demás tareas. Algunos factores que determinan la función de una tarea son: las condiciones en que se realiza, las tareas y aprendizajes anteriores, el grado en que contextualiza al contenido, los elementos de estímulo y motivación presentes, y la priorización del contenido que se espera que los alumnos aprendan. La Figura 2.4 sintetiza las funciones que cumplen las tareas durante la etapa de los procesos de enseñanza y aprendizaje al que se asocian.

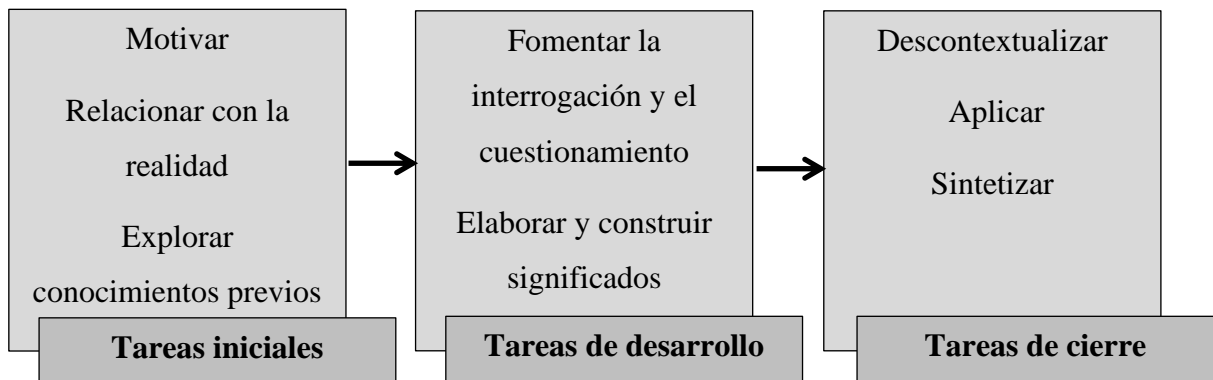


Figura 2.4. Función de la tarea en cada fase del proceso de enseñanza-aprendizaje
Fuente: Caraballo (2014, p. 62)

Elegidas las tareas, procede organizarlas en secuencias de aprendizaje estructuradas de acuerdo con las expectativas de aprendizaje. Marín (2009) considera que el proceso de enseñanza-aprendizaje debe plantearse con ritmo y regularidad, de manera que el profesor anticipe sobre qué y cómo se va a trabajar en el aula y qué se espera que los escolares hayan aprendido al finalizar su trabajo. El profesor debe tomar en cuenta las fases del proceso de enseñanza-aprendizaje (inicio, desarrollo y cierre) al secuenciar tareas que permiten organizar el aprendizaje y decidir las sesiones de trabajo que estructuran la enseñanza de un tema específico.

Una vez seleccionadas las tareas y la secuenciación de estas procede a determinar la secuenciación de las sesiones de clase. Esta requiere tomar decisiones respecto al tiempo disponible, los contenidos y las habilidades vinculadas a las competencias que se pretenden promover. Las habilidades muestran cuántas tareas y el tiempo que se dedica en cada caso, mientras que los contenidos exponen la lógica en su distribución (Caraballo, 2014).

Puesto que debe adecuarse al nivel cognitivo de los alumnos, la complejidad de cada tarea es una variable que influye significativamente en su secuenciación. Además de la demanda cognitiva que impone una tarea, otros factores que contribuyen a determinar su

complejidad y son importantes al momento de seleccionar y secuenciar tareas matemáticas son: presentación y formulación de la tarea, capacidades que se activan, condiciones en que se propone la tarea y cantidad de tareas rutinarias (Turner, 2012).

Cuando la secuencia de sesiones de clase queda establecida, el profesor organiza las tareas y las actividades que realizará en cada una de ellas. De esta manera, consideramos que para estructurar una sesión de clase coherentemente, el profesor deberá organizar sus componentes: las tareas seleccionadas, las habilidades vinculadas a las competencias que pretende promover y los contenidos correspondientes. Además, organizará las tareas tomando en cuenta las fases del proceso de enseñanza-aprendizaje, aplicadas a una sesión y asociadas a sesiones anteriores y posteriores. Así, construirá una secuencia inicial que irá mejorando de forma progresiva.

2.2.4. Tareas de evaluación

La evaluación es un elemento central en el currículo y en la actividad docente del profesor. Actualmente la evaluación ha cambiado, desde una visión que la consideraba como una serie de eventos que objetivamente miden la adquisición de conocimiento hacia una práctica social que proporciona información y conocimientos continuos para apoyar el aprendizaje del estudiante e influir en la práctica docente (Suurtamm et al, 2016).

Por consiguiente, tanto para la evaluación formativa como para la sumativa, es importante disponer de criterios que permitan el diseño y la selección de tareas que brinden información acerca del aprendizaje de los alumnos (Scriven, 1967; Gimenez, 1997).

En términos generales, Suurtamm et al (2016) señalan que “la evaluación debe reflejar las matemáticas que es importante aprender y las matemáticas que se valoran” (p. 5). Esto significa que se deben desarrollar evaluaciones que presten atención a sus implicaciones y que las tareas seleccionadas o diseñadas para evaluar la competencia matemática respondan a las expectativas de aprendizaje planteadas, a los procesos y acciones matemáticas, y a los distintos contenidos matemáticos en distintos contextos y mediante diferentes sistemas de representación. Del mismo modo, deben plantear demandas cognitivas de diferentes niveles de complejidad, mediante situaciones y contextos variados.

Marín (2009, p. 27) señala varios aspectos que inciden en el diseño y selección de tareas de evaluación:

1. Relacionar los criterios curriculares de evaluación con las expectativas de aprendizaje esperadas.
2. Enunciar los objetivos según focos del contenido y de manera que abarquen la mayoría de las competencias.
3. Recopilar tareas y organizarlas según: las habilidades que persiguen, las competencias asociadas a las habilidades, la diversidad de contenidos que abarquen, los sistemas de representación utilizados, los diferentes niveles de complejidad que exigen, y la variedad de situaciones y contextos que presentan.
4. Seleccionar tareas sencillas y cognitivamente complejas que impliquen, al mismo tiempo, varias habilidades.
5. Elegir tareas adecuadas según el instrumento de evaluación y los recursos disponibles.

Además, Rico (1997) destaca la importancia de caracterizar instrumentos que permitan llevar a cabo la evaluación de los estudiantes. Para ello describiremos las condiciones que según Ball, Burkhardt y Swan (1992, pp. 127-133) ha de satisfacer las tareas de evaluación:

- a) *Relevancia práctica.* Las tareas se deben presentar en situaciones de la vida real y deben plantear un significado práctico para el estudiante.
- b) *Coherencia.* Las tareas no deben estar fragmentadas en una secuencia de pasos cerrados o inconexos. Las tareas deben permitir que el estudiante aplique su capacidad para tomar decisiones, seleccionar su propia compilación de técnicas, recorrer una cadena de razonamientos y comparar métodos alternativos.
- c) *Amplio rango de respuestas posibles.* Las tareas deben ofrecer al estudiante la oportunidad de trabajar con un amplio rango de capacidades y destrezas y que sea el estudiante y no el profesor quien determine el abanico de respuestas posibles.
- d) *Extensión y valor.* Es necesario incluir tareas de distinta extensión, desde cálculos mentales rápidos hasta problemas prácticos de mayor extensión, y que constituyan por sí mismas experiencias de aprendizaje válidas y aceptables.
- e) *Autonomía y flexibilidad.* Las tareas deben permitir al estudiante usar su comprensión y sus capacidades con autonomía y flexibilidad. Asimismo, que le permitan explorar diferentes maneras de trabajarlas, bien de manera cooperativa o utilizando diferentes formas de comunicación oral y prácticas en un ambiente natural de trabajo.

- f) *Adaptabilidad*. Las tareas se deben alejar de la familiaridad y la rutina de manera que desarrollen la habilidad del estudiante para adaptar y extender sus conocimientos matemáticos. Los problemas no rutinarios se asocian estrechamente con la autonomía del estudiante. Es necesario que estos problemas exijan más estrategia que técnica.

Más todavía, Swan y Burkhardt (2012) concretan un conjunto de principios de diseño y selección de tareas que garanticen evaluaciones de alta calidad y que refuercen los objetivos para las matemáticas de aquellos currículos que integren conocimiento sobre contenidos y procesos matemáticos. Entre ellos destacamos los siguientes:

1. Las tareas deben presentar una visión equilibrada del plan de estudios en términos de todos los aspectos de desempeño que el plan de estudios quiere alentar.
2. Las tareas deben tener “validez aparente” y ser de interés para los estudiantes.
3. Las tareas deben ser apropiadas para el propósito y deben integrar procesos y prácticas en lugar de intentar evaluarlas por separado del contenido.
4. Las tareas deben ser accesibles (tener múltiples puntos de entrada) para estudiantes con un rango de niveles de capacidad y rendimiento, mientras que aún brindan oportunidades de desafío.
5. Las tareas deben brindar oportunidades para demostrar cadenas de razonamiento y los estudiantes deben recibir crédito por tal razonamiento, incluso si el resultado final contiene errores.
6. Las tareas deben usar contextos auténticos en lugar de artificiales, a veces con datos incompletos o extraños.
7. Las tareas deben brindar oportunidades para que los estudiantes determinen qué estrategia desea utilizar para buscar una solución.
8. Las tareas deben ser lo suficientemente claras para que los estudiantes sepan qué tipos de respuestas será aceptable. (p. 7)

Dentro de los desafíos que conlleva la selección y el diseño de tareas de evaluación siguiendo estos principios, Suurtamm et al (2016) apuntan: estas tareas son más largas que las tareas típicas, tardan más en completarse y tienen una mayor carga cognitiva porque son más complejas, asimismo tienen una mayor demanda técnica. Cuando se evalúa el trabajo colaborativo, se debe considerar la evaluación de la contribución individual de los estudiantes. Finalmente, por la cantidad de andamios que una tarea podría necesitar para su diseño, es necesario que se prueben con estudiantes de las

poblaciones objetivo, con el propósito de revisar y corregir el diseño de ser necesario, esto en un ciclo continuo de diseño y refinamiento.

Son muchas las variables que inciden en la selección y el diseño de tareas de evaluación, pero es importante que el profesor considere el mayor número de ellas para disponer así de una amplia colección de tareas mediante las cuales obtenga información coherente y relevante acerca del aprendizaje de sus alumnos (Lupiáñez, 2009). Para efectos de nuestro estudio, consideramos los criterios de selección y diseño de tareas descritos en este apartado, para el análisis de las tareas de evaluación que los profesores participantes en el curso-taller seleccionen y diseñen.

Marín (2013) afirma que el análisis de las tareas realizado se complementa mediante la evaluación de los aprendizajes y que las tareas seleccionadas para este propósito aportan información sobre la situación de aprendizaje del alumno en términos de logros, desarrollo de competencias y detección de errores.

Un modo convencional de establecer el logro de unos aprendizajes sobre unos contenidos matemáticos comienza por determinar criterios e instrumentos mediante los que obtener datos complementarios diversos con los que valorar el dominio de los escolares. La determinación del rendimiento, en términos generales, se hace mediante aquellos valores cualitativos y cuantitativos que obtienen grupos de escolares como el resultado de las respuestas que dan a aquellas tareas o preguntas planteadas en esos instrumentos, aplicando criterios de valoración establecidos previamente.

Por consiguiente, el análisis de los criterios de valoración que establezcan los profesores participantes en el curso-taller, asociados a las tareas de evaluación que seleccionen o diseñen, considera las condiciones que deben cumplir estos criterios según Moreno (2016), los cuales son:

- Deben servir para apreciar las expectativas de aprendizaje.
- Deben permitir la valoración del grado de adquisición de la competencia matemática.
- Deben referirse al proceso de aprendizaje.
- Deben permitir adecuarse a las necesidades peculiares del alumnado.
- Deben implicar tanto los procesos de aprendizaje del alumnado como los procesos de enseñanza.

- Deben mejorar progresivamente tanto los aprendizajes del alumnado como la práctica docente. (p. 337)

En cuanto a los procedimientos para llevar a cabo la evaluación del desempeño de los estudiantes con relación a un conjunto de habilidades y competencias previamente definidas suelen ser diversos, en función de las expectativas evaluadas. En general, el grado en que un alumno ha desarrollado las expectativas de aprendizaje previstas puede determinarse a través de técnicas y procedimientos convencionales de evaluación, como son pruebas escritas, el portafolio, la realización de trabajos o actividades, la resolución de problemas, la observación directa de la actividad de los escolares en el aula o mediante entrevista (Moreno, *Ibíd.*).

Todas estas vías son útiles para recoger información, identificar el logro de habilidades y el desarrollo de competencias. Algunos instrumentos asociados a estas técnicas de evaluación son (MEP, 2012): la lista de control, la escala de estimación, el registro anecdótico, la rúbrica, entre otros.

Las pruebas escritas diseñadas por los docentes que participaron en el curso-taller, así como cualquier otro instrumento empleado por ellos para determinar el desempeño de sus estudiantes, son objeto de valoración. Para ello consideramos los criterios de selección y diseño para tareas de evaluación y los condiciones que deben cumplir los criterios de valoración asociados a estas tareas, descritas en este apartado.

2.2.5. Gestión de aula y tareas

La gestión del proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula es compleja y requiere considerar variados aspectos (Doyle, 1986; Marín, 1997; Zabalza, 2004). Muchos de ellos surgen directamente en el contexto del aula, como la disciplina, la integración de todos los estudiantes, la organización de las diferentes o el manejo del tiempo, y por tanto no siempre se pueden planificar de antemano. Por lo que el profesor tendrá que reaccionar a determinadas actuaciones en el momento preciso que ocurren. Sin embargo, desde el punto de vista de la planificación “es posible prever algunas situaciones partiendo de las expectativas de aprendizaje y de las tareas que el profesor ha seleccionado” (Lupiáñez, 2009, p. 67).

La selección, el diseño y la organización de las tareas están encaminados a conseguir una enseñanza efectiva. Por tanto, estas acciones deben iniciarse en la fase de planificación de la gestión del aula. Las decisiones que el profesor asuma con respecto a ellas pueden

orientar su posterior práctica docente en el salón de clase. De esta forma, se recomienda la consideración de los siguientes criterios para planificar la gestión del aula (Caraballo, 2014, pp. 60-61):

- Responder y vincularse al análisis y selección de contenidos que le precede (conceptos y procedimientos, representaciones, situaciones y contextos).
- Plantear determinadas demandas cognitivas, diversas y de distinto grado de complejidad.
- Concretar y hacer viable la gestión de la clase, posibilitando así el logro de las expectativas de aprendizaje.
- Contribuir al logro de las expectativas de aprendizaje y afrontar sus limitaciones.
- Incorporar recursos y materiales que optimicen el logro de las expectativas de aprendizaje.
- Promover el desarrollo de las competencias matemáticas específicas.
- Enmarcar la sesión en relación con las sesiones previas y posteriores.
- Considerar factores que aumenten la eficacia de las tareas que se consideren: título, ritmo de trabajo, duración aproximada, organización (agrupamiento, puesta en común, entre otros), descripción de la actividad del alumno y del profesor, material o recurso necesario, previsiones acerca de la actuación del profesor y los alumnos, y las estrategias de comunicación en clase.
- Determinar si las condiciones para realizar las tareas propuestas son las más adecuadas a las expectativas de aprendizaje planteadas.
- Adecuarse a las secuencias de aprendizaje y a distintas estrategias y estilos de instrucción (atención a la diversidad, construcción de nuevos significados, evaluación).
- Formar parte de un banco de recursos más amplio que incluya tareas adicionales, material coherente y otros recursos relevantes para promover y evaluar el aprendizaje de los escolares.

Estos criterios son utilizados para valorar la planificación de la gestión del aula que realizan los profesores que participaron en el curso-taller y la correspondencia de esa planificación con su puesta en práctica.

2.3. El desarrollo profesional del profesor de matemáticas

El profesor como profesional desarrolla una tarea asistencial, destinada a atender las necesidades de sus alumnos, los cuales son irrepetibles, continuamente cambiantes, por lo que el profesor no puede quedarse estancado, poniendo en práctica unas técnicas de actuación, por muy sólidas que sean; el profesor debe ser un profesional crítico (Carr y Kemmis, 1988).

Para Cardeñoso, Flores y Azcárate (2001), la carrera profesional de cada profesor se ve influenciada por la forma en que se representa la tarea educativa a lo largo de su experiencia como alumno, y la manera en que contempla el mundo, y esta forma se ve alterada por el ejercicio profesional, su situación histórica, y su etapa vital. De esta forma, el desarrollo de las destrezas del profesor se realiza durante la historia profesional del docente, y siempre desde su individualidad. Además, la docencia es una profesión práctica, por lo que la competencia profesional del docente no puede reducirse a una dimensión teórica.

Por todo ello, no es posible pensar que el profesor pasa de ser estudiante a ser un profesor por un proceso de formación puntual, sino que se ve sumergido en un proceso de desarrollo profesional, continuo en el que va atravesando diversos papeles y momentos. Desde esta perspectiva, debe concebirse la formación del profesor como un proceso intencionado de ayuda e intervención, para sistematizar su desarrollo profesional.

En este apartado abordamos las experiencias de desarrollo profesional como estrategia para la formación continua de los profesores. De manera general, el desarrollo profesional se refiere a la evolución de una persona en el desempeño de su profesión u ocupación. Para este estudio, consideramos que el desarrollo profesional de los profesores de matemáticas consiste en la evolución del conjunto de competencias que poseen para desempeñarse de manera eficaz. Como describiremos más adelante, implícito en el desarrollo profesional de los profesores de matemáticas está la adquisición de conocimientos, el logro de nuevas capacidades, el cambio en las actitudes y la mejora en las prácticas de aula (Clarke, 1991; Guskey, 2002; Schoenfeld, 1998; Sowder, 2007).

Las experiencias e iniciativas de desarrollo profesional deben realizarse con el objetivo de mejorar la calidad de la enseñanza de los profesores de matemáticas en ejercicio (Sowder, 2007) y permitir que los profesores reflexionen sobre su conocimiento (Climent y Carrillo, 2003). Kirkpatrick (2006) argumenta que las actividades de formación

conlleven algún tipo de desarrollo, pues estos implican aumentar conocimiento, mejorar capacidades y cambiar actitudes. Guskey (2002) define los programas de desarrollo profesional como esfuerzos sistemáticos para promover cambios en la práctica docente, en las actitudes y creencias de los profesores y en el rendimiento del aprendizaje de los alumnos.

Ertle, Rosenfeld, Lewis-Presser y Goldstein (2016) proponen seis principios para formular actividades de desarrollo profesional del profesor de matemáticas:

- Relacionar los contenidos matemáticos, el aprendizaje de esos contenidos y la manera en cómo deben ser enseñados y evaluados.
- Estudiar episodios de clase, por medio de videos, que permitan comprender en profundidad los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- Incluir oportunidades para la discusión. Estos espacios permiten hacer conexiones entre los temas, promueven la confianza, el compromiso y la participación de los participantes, y valorar los conocimientos de los profesores.
- Proponer diferentes actividades que le permitan al profesor comprender la complejidad y la dificultad de las matemáticas desde la perspectiva del alumno.
- Promover actividades para que los profesores pongan en práctica aspectos relacionados con la planificación, y la actuación y la gestión en el aula.
- Fundamentar teóricamente todas las actividades que se propongan.

Por su parte, Swan (2011) sugiere promover el desarrollo profesional mediante experiencias que provoquen la duda, la reflexión y la reconstrucción de la propia práctica, más que a través de la persuasión. También propone que las experiencias orientadas a modificar las prácticas docentes en los profesores en ejercicio se desarrollen en cuatro etapas: (1) reconocer valores, creencias y prácticas actuales; (2) confrontar a los profesores con prácticas que contrastan las actuales; (3) adoptar nuevas prácticas; y (4) reflexionar en la experiencia. Niss (2011) señala que el profesor fomenta su desarrollo profesional al participar en cursos y conferencias, investigar y realizar proyectos, reflexionar sobre su propia actividad docente y mantenerse actualizado acerca de nuevas tendencias en investigación y en prácticas docentes.

Todas estas actividades profesionales les proporcionan a los docentes directrices para que personalicen las orientaciones curriculares a las necesidades que perciben e identifican en sus alumnos (Caraballo, 2014).

2.3.1. La importancia del desarrollo profesional para la reforma curricular

El cambio que acompaña la reforma curricular exige desarrollar, tanto a nivel de aula como en el entorno escolar general, disposiciones, capacidades, conocimientos, motivación y recursos, para actuar conjuntamente y lograr cambios positivos (Fullan, 2005a). El cambio educativo se logra mediante la reflexión sobre la práctica; la interacción y el intercambio de ideas que promuevan la cohesión de grupo; y la mejora continua en el aprendizaje profesional (Fullan, 2005b).

Poner en marcha un proceso de reforma curricular depende, principalmente, del compromiso que adquieren los profesores con ese proceso y su implicación en el mismo. Ese compromiso se logra clarificando y destacando las ventajas que acarreará el cambio para los profesores. Para Gil (1999) esas ventajas pueden adoptar la forma de desarrollo de competencias, definición de nuevas funciones, reconocimiento de tareas o dignificación de la figura del profesor.

Cuando se considera al profesor como pieza clave para la implementación de la reforma curricular, los documentos curriculares adoptan la forma de guías generales que el profesor personaliza a medida que trabaja con sus colegas para adaptar los materiales y orientaciones curriculares a las necesidades que perciben e identifican en sus alumnos (Clarke, 2008). A manera de ejemplo, Castro (2008) señala que los profesores de matemáticas, ante una reforma curricular, utilizan las disposiciones de los programas de estudio como punto de partida para planear sus lecciones, pero son sus concepciones sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje quienes determinan las decisiones relacionadas con aspectos de la instrucción.

En este sentido, Demonte (2013) destaca la importancia del profesor y afirma que su desarrollo profesional es el enlace entre el diseño y la implementación de una reforma curricular y constituye su éxito en el entorno escolar. Además, sostiene que desarrollar un proceso de enseñanza-aprendizaje no se logra exclusivamente mediante el ejercicio de la práctica de enseñar; es necesario brindar a los profesores actividades de apoyo para alcanzar esa mejora.

En síntesis, las actividades de desarrollo profesional proveen dirección para convertir a los profesores en el elemento determinante para lograr cambios significativos. Esto es posible solo si los profesores reciben los recursos y el apoyo que les permita implementar la reforma eficazmente. En el caso de Costa Rica, una reforma curricular tan profunda no

podía implementarse con acciones normales y tradicionales en la historia educativa del país. Chaves (2018, pp. 158-160) hace un recuento de las acciones innovadoras que el grupo denominado PREMCR ha realizado desde el año 2011 para apoyar a los profesores costarricenses en la implementación de la nueva reforma curricular en matemáticas. Entre ellas se pueden indicar:

- *Implementación gradual.* Se diseñaron programas de transición en todos los niveles para cada año entre 2013 y 2017.
- *Múltiples documentos de apoyo para los docentes.* Orientados a proporcionar ejemplos desarrollados sobre los componentes curriculares centrales: conocimientos, habilidades, procesos, ejes disciplinares, metodología para la acción de aula con base en la resolución de problemas con énfasis en contextos reales.
- *Capacitaciones bimodales nacionales para docentes.* Cursos con dimensiones presenciales y otras de trabajo virtual mediante la plataforma Moodle. Estos cursos se desarrollaron entre 2011 y 2015 en dos etapas: en la primera se impartía el curso a docentes y funcionarios líderes de las 27 regiones educativas, en la segunda estos líderes lo ejecutaban en todo el país, con apoyo logístico de algunas dependencias centrales del Ministerio de Educación. El propósito de esta modalidad de capacitaciones era potenciar un liderazgo pedagógico en las diversas regiones y romper con las capacitaciones del pasado, que eran presenciales y sin continuidad.
- *MOOC para docentes.* Diseño y ejecución de cursos para docentes totalmente virtuales con la modalidad Massive Open Online Courses (MOOC) que se ejecutaron en la segunda mitad del 2014 (7 cursos) y durante todo el 2015 (12 cursos). Los MOOC poseen diferencias de fondo con los tradicionales cursos virtuales, pues están dirigidos a poblaciones masivas, son gratuitos y usan los videos como medio central de desarrollo de sus contenidos.
- *Capacitaciones bimodales regionales.* Entre el 2017 y 2019 las capacitaciones bimodales fueron regionales, esto es, que se dirigen a regiones específicas que requirieron preparación. Uno de los elementos novedosos de estas es que todos los contenidos que se realizan en línea se desarrollan mediante videos, de forma semejante a como lo hacen los MOOC. Las sesiones presenciales refuerzan el trabajo virtual.

- *MOOC para estudiantes.* En el 2016 se diseñaron y ejecutaron MOOC para estudiantes del Ciclo Diversificado que preparaban las pruebas nacionales de Bachillerato, las cuales son un requisito para completar la educación preuniversitaria, y además para ingresar en las universidades. El propósito de estos MOOC era apoyar a esta población estudiantil que debía enfrentarse a una prueba que por primera vez se debía diseñar con base en todos los elementos del currículo aprobado en el 2012; se desarrollaron porque había conciencia en los reformadores de que no en todo el país se estaba implementando adecuadamente el currículo, y se quería apoyar a los estudiantes.
- *Colecciones y Mini MOOC.* En el año 2017 Costa Rica comenzó a trabajar con un refinamiento de los MOOC: los Mini MOOC, que poseen todas las ventajas de los MOOC pero que se desarrollan en periodos breves (alrededor de 12 horas cada uno). La modalidad organiza los Mini MOOC mediante colecciones. Entre el 2017 y el 2019 se ofrecieron una gran cantidad de Mini MOOC en varias colecciones (ver <http://curso.reformamatematica.net>). Hay cursos para docentes y para estudiantes.

2.3.2. La competencia profesional del profesor de matemáticas

Numerosas investigaciones concluyen que existe la necesidad de que los profesores posean diversas competencias para llevar a cabo su labor docente en matemáticas (Ball, Lubenski y Mewborn, 2001; Borko y Putnam, 1995; Dhörmann, Kaiser y Blömeke, 2012; Niss, 2011; Phillip, 2007; Sherin, 2002). Estas competencias actúan conjuntamente e influyen en las decisiones educativas que toma el profesor diariamente en relación con la planificación, la evaluación y las normas que establece para gestionar su práctica (Schoenfeld, 1998).

En el Capítulo I ya habíamos señalado que, debido al gran número de proyectos internacionales de evaluación realizados, la investigación sobre la competencia profesional del profesor, tanto en formación como en ejercicio, ha tenido un auge significativo desde los últimos años. No obstante, las interpretaciones imprecisas sobre el establecimiento de las competencias del profesor de matemáticas, particularmente al delimitar sus dimensiones y componentes, puede redundar en una determinada inconsistencia para la investigación (Baumert y Kunter, 2013; Lupiáñez, 2014). En general, el significado atribuido a la competencia profesional del profesor se relaciona

con las demandas propias de su profesión y con la importancia atribuida a su papel central para la optimización de todo el proceso educativo (Baumert et al, 2013; Lin y Hsu, 2018).

La posición asumida en esta investigación acerca de la noción de competencia se sustenta en una visión funcional del currículo y de la formación de profesores (Rico y Lupiáñez, 2008; Lupiáñez, 2009, 2013). Asumimos que la competencia profesional del profesor comprende la cualificación de sus conocimientos disciplinares y didácticos; de sus capacidades de actuación y gestión en los procesos de metacognición y autorregulación; y de sus actitudes y creencias hacia las matemáticas, todos ellos puestos en práctica, modulados y condicionados mediante la experiencia alcanzada, para responder a una variedad de situaciones didácticas. Estas tres dimensiones, son recogidas en la literatura con diferentes énfasis.

En el marco del proyecto TEDS-M se concretó, desde una perspectiva cognitiva, un significado a la competencia profesional del profesor de matemáticas que abarca diferentes componentes organizadas en dos dimensiones: cognitiva y afectivo-emocional. Las componentes de la dimensión cognitiva son: el conocimiento del contenido, el conocimiento didáctico del contenido y el conocimiento pedagógico general. Las categorías que organizan la dimensión afectivo-emocional se centran en la autorregulación, la motivación y las creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje (Dhormann et al, 2012).

La dimensión sobre el afecto y la motivación relacionado con las matemáticas varía en teorías y conceptos (Goldin et al, 2016). Ha adquirido trascendencia en la investigación en Educación Matemática debido a la relación que las actitudes y creencias sobre las matemáticas tienen con la enseñanza y aprendizaje de la disciplina (Gamboa y Moreira-Mora, 2017).

Para Relich, Way y Martin (1994), una actitud positiva hacia las matemáticas debe formar parte de la competencia profesional del profesor que las enseña. El docente está siempre vulnerable para obtener experiencias sobre las matemáticas, ya sean cognitivas, afectivas o conductuales, durante su formación personal o académica, éstas le crean una actitud hacia la materia (Goldin et al, 2016). En este orden de ideas, Tejedor, García-Valcárcel y Prada (2009) indican que en el ámbito psicopedagógico se concretan las actitudes a través de tres componentes: el componente cognitivo (creencias, expectativas, preferencias), el componente afectivo (sentimientos, emociones y estados de ánimo) y el componente comportamental (conductas e intenciones de acción).

En otro proyecto, también de la IEA, TEDS-FU, la perspectiva es ahora situada y se considera la dualidad novato-experto y la noción de mirada profesional (noticing) como herramienta analítica para el estudio de episodios de aula (Kasier et al, 2016; Ivars y Fernández, 2018).

Carrillo y colaboradores (2014) distinguen también un conocimiento especializado para la enseñanza de las matemáticas, que abarca el conocimiento escolar y el conocimiento didáctico del contenido matemático. Estos tipos de conocimiento profesional han sido en los últimos años objeto de investigación sistemática (Carreño, Rojas, Montes y Flores, 2013; Hill, 2010, Krainer y Llinares, 2010) y su variedad de caracterizaciones está documentada (Neubrand, 2018). Su interés procede de la información que aportan para la toma de decisiones en la formación inicial de profesores junto con su posterior implicación en el aprendizaje de los escolares mediante mejora de la enseñanza en el aula de matemáticas. Identificar y describir el conocimiento profesional de los profesores es importante para caracterizar aspectos que definen la profesión y que contribuyen notablemente a caracterizar su competencia profesional, pero no de manera exclusiva.

El modelo de competencia profesional del proyecto COACTIV (Kunter et al, 2013), expande el modelo de TEDS-M y considera cuatro dimensiones que estructuran esa competencia: conocimiento profesional; creencias, valores y metas; orientaciones motivacionales y, por último, autorregulación (Baumert y Kunter, 2013). Dentro del conocimiento profesional, distinguen cinco componentes; los tres primeros son los mismos que los de TEDS-M, pero se añaden un conocimiento organizativo y un conocimiento sobre asesoramiento y orientación.

En esta propuesta, también se destaca el carácter organizador y central del conocimiento en la competencia profesional (p. 28), pero nuestra posición enfatiza aún más, desde nuestra perspectiva funcional, la puesta en juego de tal conocimiento para dar respuesta a las demandas propias de la actividad docente mediante capacidades de actuación. Un profesor de matemáticas evidencia su competencia profesional cuando aborda tareas y problemas relativos a la enseñanza de esa disciplina, en contextos escolares reales. Por otro lado, en el detalle específico del conocimiento profesional, las componentes que consideramos son el conocimiento disciplinar escolar y el conocimiento didáctico, en virtud de la noción de análisis didáctico que han desarrollado Rico, Lupiáñez y Molina (2013).

En esta investigación no cubrimos todas las dimensiones y componentes de la competencia profesional del profesor de matemáticas, aunque sí enmarcamos nuestro estudio en el conjunto de los elementos presentados. Para estudiar la competencia profesional nos centramos en el conocimiento didáctico de los profesores y las capacidades para llevar a la práctica el currículo de matemáticas, diseñando e implementando tareas que promuevan y evalúen el desarrollo de la competencia matemática de los escolares. Desde la dimensión motivacional, solo consideramos las actitudes hacia las matemáticas. No abordamos el estudio del conocimiento disciplinar escolar, de la componente de autorregulación y de las creencias de los profesores en ejercicio. Sí respondemos al marco presentado analizando el desempeño de los profesores en sus aulas tras finalizar el curso-taller.

Conocimiento didáctico

Nuestra investigación documenta el conocimiento didáctico manifestado por profesores en ejercicio durante la experiencia de desarrollo profesional concretada en el curso-taller que implementamos. Thames (2006) describe el conocimiento didáctico como aquel que los profesores necesitan para realizar el trabajo que los distingue y su foco de interés radica en lograr que, con las matemáticas que conocen, los profesores contribuyan a mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Por su parte Gómez (2007) conceptúa este conocimiento como el conjunto de conocimientos y habilidades que faculta a los profesores para abordar el análisis de una estructura matemática con el propósito de producir y justificar una planificación. En su trabajo con profesores en formación inicial, Lupiáñez (2009) amplió este concepto y precisó el conocimiento didáctico como los conocimientos y capacidades que los profesores debían activar para completar específicamente también el análisis cognitivo de un tema de las matemáticas escolares.

En nuestra investigación, centrada en profesores en ejercicio, describimos el conocimiento didáctico como el conjunto de conocimientos y capacidades que los profesores ponen en juego para diseñar y seleccionar tareas dirigidas a promover y evaluar la competencia matemática escolar. Este conocimiento incluye (Chapman, 2013, pp. 1-2):

- a) La comprensión de la naturaleza de las tareas que son valiosas. Por ejemplo, que impliquen contenidos matemáticos significativos; se pueden resolver de múltiples

maneras; usan múltiples representaciones; se conectan a otras ideas matemáticas importantes; exigen justificaciones, interpretaciones y conjeturas de los estudiantes; tienen una alta demanda cognitiva.

- b) La capacidad para identificar, seleccionar y crear tareas que sean ricas matemáticamente en términos de contenidos, pedagógicamente en términos de permitir el aprendizaje de las matemáticas de manera significativa y con una comprensión profunda, y personalmente para los estudiantes en términos de su interés y necesidades de aprendizaje.
- c) El conocimiento de los niveles de complejidad de las tareas y su relación con los objetivos de la tarea en términos del nivel de aprendizaje y comprensión de las matemáticas que puedan promover.
- d) El conocimiento sobre la comprensión, los intereses y las experiencias de los estudiantes y las diferentes maneras en que los estudiantes aprenden matemáticas.
- e) La comprensión de cómo las tareas seleccionadas por los profesores y las maneras en que las usan influyen en la comprensión de los estudiantes de las matemáticas y en cómo hacen y aplican las matemáticas.
- f) El conocimiento sobre qué aspectos de una tarea destacar, cómo organizar y orquestar el trabajo de los estudiantes, qué preguntas hacer para desafiar a aquellos con diferentes niveles de experiencia, y cómo apoyar a los estudiantes sin asumir el proceso de pensar por ellos para no eliminar el desafío.

Capacidades

El análisis didáctico es un método empleado para planificar, implementar y evaluar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Se organiza en cuatro análisis parciales: de contenido, cognitivo, de instrucción y de actuación. Estos análisis se articulan en torno a una serie de categorías que otorgan a cada uno de ellos un carácter cíclico y, en conjunto, estructuran el análisis didáctico (Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez, 2008).

En el ámbito de las matemáticas escolares el análisis didáctico tiene como finalidades fundamentar, dirigir y sistematizar la planificación, puesta en práctica y evaluación de la enseñanza y aprendizaje de contenidos escolares específicos, según establece la comunidad educativa y tienen lugar en el medio escolar (Rico y Fernández-Cano, 2013, p. 13). A partir de estas finalidades, se identifican tres funciones prioritarias del análisis didáctico: curricular, profesional e investigadora.

En la Tabla 2.5 describimos los aspectos relacionados con cada finalidad.

Tabla 2.5.
Funciones del análisis didáctico

Curricular	Profesional	Investigadora
<ul style="list-style-type: none"> • Análisis y elaboración de textos • Redacción de propuestas curriculares • Análisis de propuestas educativas • Diseño de unidades didácticas 	<ul style="list-style-type: none"> • Formación inicial y continua de profesores en términos de: apoyo al proceso de planificación de la enseñanza y fortalecimiento de las competencias profesionales de los profesores 	<ul style="list-style-type: none"> • Evaluación del proceso enseñanza-aprendizaje • Aplicación del modelo funcional del aprendizaje matemático

Fuente: Rico y Fernández-Cano (2013, pp.13-14)

En nuestra investigación, el análisis didáctico, desde su función profesional, nos permite delimitar las capacidades del profesor para seleccionar y diseñar tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar; proporciona un conjunto estructurado de conceptos teóricos y procedimientos técnicos orientados al logro de conocimientos y capacidades por parte de los profesores participantes en el curso-taller, para planificar los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Específicamente determinamos las actuaciones que el profesor debería manifestar al diseñar e implementar dichas tareas, a partir de las categorías del análisis cognitivo y, en menor consideración, las categorías del análisis de instrucción. A continuación describimos estos análisis parciales. Los indicadores que caracterizan estas actuaciones serán descritos en el Capítulo III.

Análisis cognitivo

Lupiáñez (2009) explica que los focos prioritarios del tema a desarrollar, resultantes del análisis de contenido previo, organizan el análisis cognitivo en tres categorías: expectativas, limitaciones y oportunidades.

Con las expectativas de aprendizaje el profesor determina los aprendizajes esperados por los alumnos. Estos aprendizajes se concretan en conocimientos, capacidades y actitudes relativas al tema considerado y pueden articularse en términos de contenidos, actuaciones y tareas.

El estudio de las limitaciones en el aprendizaje del contenido permite al profesor prever los posibles fracasos de los alumnos, diagnosticarlos y planificar una intervención efectiva para evitarlos, corregirlos o superarlos. Estas limitaciones se concretan en el

estudio de los posibles errores y dificultades. Las dificultades se refieren a aspectos del contenido que se han identificado de difícil comprensión y los errores son la manifestación de las dificultades.

Las oportunidades de aprendizaje corresponden a las propuestas, retos y demandas cognitivas que el profesor dirige al estudiante. Éstas suponen desafíos a la capacidad de los alumnos para pensar, reflexionar y actuar. En el aula, las demandas cognitivas pueden tomar la forma de tareas que el profesor propone a sus alumnos orientadas a promover, ampliar, reforzar o evaluar los conocimientos adquiridos.

El análisis cognitivo se sintetiza en la concreción de los aprendizajes en términos de tareas matemáticas escolares, las cuales determinan la médula de la planificación de la enseñanza, y deben estar orientadas a trabajar las prioridades de aprendizaje en contextos reales, lograr habilidades específicas y promover las competencias vinculadas a los objetivos enunciados (Lupiáñez, 2013).

Análisis de instrucción

Este análisis ocurre como consecuencia de los análisis de contenido y cognitivo previos. Los tres aspectos clave que organizan el análisis de instrucción son: las funciones y secuenciación de las tareas; la selección y propuesta de materiales y recursos adecuados; y la organización y gestión del aula. Las tareas escolares conforman el núcleo de este análisis, que se caracteriza porque el profesor diseña, analiza, selecciona y organiza las tareas que conforman secuencias de enseñanza y con las cuales los alumnos pueden alcanzar los aprendizajes esperados ya planteados en el análisis cognitivo (Lupiáñez, 2009).

Marín (2013) afirma para el análisis de instrucción es necesario adecuar las tareas escolares a la planificación previa, analizar su complejidad, considerar su adecuación a unas determinadas funciones, organizarlas en secuencias de aprendizaje y sesiones de clase y evaluar con ellas el logro de las expectativas por parte de los alumnos. El proceso del análisis de instrucción culmina con la incorporación de estos organizadores.

Actitudes

El aula es el primer y más importante agente moldeador de las actitudes de los estudiantes, y dentro del aula, cobra especial significación la actuación del docente, en la formación y cambio de las actitudes de sus alumnos (Tejedor, García-Valcárcel y Prada (2009). El docente se convierte así, en un modelo a seguir, en un poderoso reforzador y promotor de

actitudes en el aula, por tanto es importante considerar las actitudes de los profesores hacia las matemáticas (Gil, Blanco y Guerrero, 2006).

Según Hidalgo, Maroto y Palacios (2004), las actitudes hacia las matemáticas “se refieren a la valoración y el aprecio de esta disciplina y al interés por esta materia, por su enseñanza y por su aprendizaje” (p. 77). Alemany y Lara (2010) consideran a “la actitud hacia las matemáticas como una predisposición del individuo para responder de manera favorable o desfavorable ante un determinado objeto, las Matemáticas.” (p. 50)

Por su parte, Hernández, Fernández y Baptista (2010), mencionan que para valorar una actitud es necesario contar con cierta cantidad de elementos (cognitivos, afectivos y conductuales) referidos al objeto de estudio.

De esta manera, en nuestra investigación, entendemos la actitud hacia las matemáticas como la predisposición del docente hacia el desarrollo y la evaluación de la competencia matemática de los estudiantes mediante la selección y el diseño de tareas. Esta actitud está constituida por las siguientes componentes Tejedor, García-Valcárcel y Prada (2009, p. 4):

- a) *Componente cognitivo*. Incluye hechos, opiniones, creencias, pensamientos, valores, conocimientos y expectativas, acerca de la selección y el diseño de tareas para promover y evaluar la competencia matemática escolar.
- b) *Componente afectivo*. Incluye sentimientos evaluativos y preferencias, estados de ánimo y las emociones que se evidencian (física y/o emocionalmente) ante la selección y el diseño de tareas para promover y evaluar la competencia matemática escolar (tensión, ansiedad, felicidad, preocupación, compromiso, tristeza, enojo, entre otros).
- c) *Componente comportamental*. Incluye las evidencias de actuación, a favor o en contra, al seleccionar y diseñar tareas para promover y evaluar la competencia matemática escolar, conforme la manera en la que se comprenda la relación “conducta-actitud”.

2.4. La evaluación de programas de formación

La evaluación es “el proceso de recoger y analizar sistemáticamente información procedente de unas actuaciones de determinados sujetos o instituciones, que conduzcan a determinar el grado de logro de unos objetivos previamente planteados” (Caraballo, 2014, p. 78). Pérez-Juste (2006) considera la evaluación como una herramienta potente al

servicio de la realidad que se evalúa. Asimismo, Stufflebeam y Shinkfield (2007) afirman que, orientada a valorar y contribuir a la mejora de todos sus aspectos, la evaluación es la disciplina más fundamental de la sociedad.

En el ámbito propiamente educativo, la evaluación es una componente del currículo, parte obligada de todo programa de formación (Boulmetis y Dutwin, 2000; Rico, 1990). Para propósitos de nuestro estudio, definimos un programa de formación como un plan estructurado de intervención, recogida y análisis de información que persigue el cumplimiento de objetivos de formación claramente estipulados (Caraballo, 2014). Ubicado en un contexto, Pérez-Juste (2006) estima que, como mínimo, un programa de formación debe estar compuesto por contenidos, objetivos, medios y recursos, y evaluación.

Romberg (1989) indica que, históricamente, han sido dos las corrientes que mayor influencia han tenido en la evaluación en matemáticas: la corriente psicométrica y la evaluación de programas de formación. Esta última centrada en establecer la diferencia entre los objetivos propuestos y los alcanzados.

De esta manera, definimos que evaluar un programa de formación consiste en usar la información que se recoja, durante la fase de su implementación, para valorarlo en todos sus componentes. El análisis de la información que se recoja dará luz sobre el cumplimiento de los objetivos establecidos, los logros alcanzados por los participantes y contribuirá a valorar el programa en conjunto. La evaluación óptima de un programa de formación es inexistente y depende de las metas del programa y el juicio profesional de los formadores (Stufflebeam y Shinkfield, 2007).

2.4.1. Enfoques para evaluar programas de formación

La evaluación de programas de formación se ha concebido y conceptualizado de diversas formas y desde distintas perspectivas. Fitzpatrick, Sanders y Worthen (2004) realizan una clasificación, sencilla y exhaustiva, para la evaluación de programas en seis grandes categorías, según su orientación. A partir de esta clasificación enmarcamos el enfoque adoptado para evaluar nuestro programa de formación. Estos autores consideran que la evaluación de programas puede estar:

- *Orientada a los objetivos.* El foco reside en establecer metas y objetivos específicos y en determinar el grado de su cumplimiento.

- *Orientada al consumidor o cliente.* El foco principal es desarrollar información evaluativa sobre productos para ser usada en la selección de productos y servicios.
- *Orientada al peritaje.* Depende principalmente del juicio de expertos profesionales para valorar la calidad de instituciones, programas, productos y otras iniciativas educativas.
- *Orientada al adversario.* Se distingue por la oposición planificada de los puntos de vista de diferentes evaluadores (a favor y en contra).
- *Orientada a los participantes.* Involucrar a los participantes es central para determinar los valores, los criterios, las necesidades, la información y los resultados necesarios para la evaluación. Usa una perspectiva naturista y cualitativa de investigación.
- *Orientada a las decisiones o administraciones.* Su finalidad básica es identificar y satisfacer las necesidades informativas de los administradores para la toma de decisiones. Se fundamenta sobre el supuesto de que la evaluación es una parte esencial de la toma acertada de decisiones.

Los autores de esta clasificación sostienen que los enfoques de evaluación de programas son polifacéticos, conceptuales y no técnicos, e incluyen, características que permiten ubicarles en varias categorías simultáneamente. En este sentido, consideramos que una combinación de enfoques es el procedimiento más adecuado para abordar un proceso de evaluación de programas formativos.

El enfoque desarrollado por Pérez-Juste (2006), para evaluar la calidad de programas educativos, se clasifica como orientado a los participantes, bajo la orientación de la toma de decisiones. Es un enfoque integral que pone de manifiesto la importancia de evaluar un programa educativo en todos sus componentes y se distingue por enfatizar en el concepto de calidad global de un programa cuyo desarrollo ocurre en tres etapas: inicial, formativo y final.

Por otro lado, el enfoque de Kirkpatrick (2006) consta de cuatro pasos para aplicarlo principalmente en entornos de desarrollo profesional empresarial (este enfoque guarda interés en el contexto en que se desarrolla nuestro programa de formación). Guskey (2002) lo adaptó a la evaluación de programas de desarrollo profesional y Owston (2008), afirma que la adaptación de Guskey permite examinar el cambio, en el aprendizaje adquirido y en las actitudes, de los profesores en una experiencia de desarrollo profesional y, de la misma manera, estudiar el impacto del programa en su práctica docente.

Estos autores argumentan que un evaluador debe atender cuatro niveles: reacción, aprendizaje, conducta y resultados y que lo importante es comenzar por el final. El primer paso en la planificación de un proceso de evaluación es tener una visión clara de los resultados que se desea obtener. Una vez definidos los resultados, como segundo paso, se debe determinar qué comportamientos necesitan mostrar los participantes a fin de lograr los resultados pretendidos. El tercer paso consiste en determinar los conocimientos, capacidades y actitudes que los participantes necesitan desarrollar y adquirir para provocar tales comportamientos. El último paso corresponde a la presentación del programa de formación de manera que permita, no solo que los participantes adquieran tales conocimientos, capacidades y actitudes sino también que reaccionen al programa favorablemente.

Asimismo, afirman que aunque pueden aplicarse independientemente, los cuatro niveles representan una secuencia de formas para evaluar programas. Cada nivel es importante y tiene un impacto determinante en el siguiente nivel (Kirkpatrick, 2006, p. 19). La Tabla 2.6 resume los cuatro niveles propuestos en este enfoque.

Finalmente, Maher (2012) propone un modelo para planificar y evaluar programas de servicios humanos que consta de cuatro fases: clarificación, diseño, implementación y evaluación. En la fase de clarificación, realizada previo al inicio del programa, se determina su necesidad de desarrollo, se establece el contexto relevante para implementación y se identifica la población participante. En la fase de diseño se planifica el programa tomando en consideración la información clarificada en la primera fase. El propósito de la fase de implementación es asegurar que el programa diseñado se realiza como se había planificado; permite su revisión continua y la observación del proceso. La fase de evaluación consiste en establecer los beneficios y méritos del programa en términos del aprendizaje de los participantes, obtener sus respuestas y tomar decisiones en cuanto a su mejora y continuidad.

Una vez evaluado el programa, se debe evaluar la evaluación (metaevaluación) a partir de cuatro criterios (Maher, 2012, pp. 121-122):

- *Factibilidad.* El programa se realizó de manera que pudo completarse exitosamente.
- *Utilidad.* La información obtenida en la fase de evaluación resulta de ayuda para los participantes.

- *Legalidad.* El programa ocurrió en correspondencia con estructuras legales y estándares de ética.
- *Calidad técnica.* La evaluación puede justificarse en cuanto a confiabilidad y validez.

Tabla 2.6.

El enfoque de evaluación de programas de Kirkpatrick

Nivel	Descripción
Nivel 4 Resultados	Hasta qué grado los resultados planificados ocurrieron como consecuencia de la experiencia de aprendizaje y el refuerzo subsiguiente. Es la mejora en los resultados atribuibles a cambios de la conducta. Su evaluación no ha sido claramente definida.
Nivel 3 Conducta	Hasta qué grado los participantes aplicaron lo aprendido durante la experiencia de formación cuando regresan a su entorno de trabajo. Es el conjunto de conocimientos, capacidades y actitudes adquiridos durante la experiencia de formación. Generalmente evaluado mediante la observación directa y entrevistas.
Nivel 2 Aprendizaje	Hasta qué grado los participantes adquieren los conocimientos, capacidades y actitudes, propuestos como objetivos, durante la experiencia de formación. Son los cambios en conducta que experimentan los participantes como resultado de la formación. Generalmente evaluado mediante pre y post pruebas.
Nivel 1 Reacción	Hasta qué grado los participantes reaccionan favorablemente a la experiencia de formación. Es la reacción de los participantes a la relevancia, utilidad y valor de la experiencia. Generalmente evaluado mediante encuestas.

Fuente: Caraballo (2014, p. 81)

Luego de hacer la revisión de enfoques para evaluar programas de formación, concluimos que nuestra evaluación corresponde a la combinación de dos enfoques: orientación a los objetivos y orientación a los participantes. Además, el modelo que determinamos para evaluar nuestro programa de formación considera una combinación de fases, pasos y criterios procedentes de los enfoques de Pérez-Juste (2006), Kirkpatrick (2006) y Maher (2012). En el Capítulo III explicamos este modelo.

2.4.2. La calidad del programa de formación

La calidad es un concepto subjetivo que está relacionada con las percepciones de cada individuo para comparar una cosa con cualquier otra de su misma especie. Diversos factores como la cultura, el producto o servicio, las necesidades y las expectativas influyen directamente en esta definición (Quecedo y Castaño, 2002). Para Egido (2005) el concepto de calidad lleva implícito un proceso de evaluación; establecer el carácter cualitativo de un aspecto implica haberlo valorado previamente mediante algún criterio.

Gómez, et al. (2006), desde una mirada funcional del concepto de calidad, afirman que “existe calidad en la medida en que un servicio se ajusta a las exigencias para cuya satisfacción fue concebido” (p. 260). En otras palabras, la calidad se define en función del propósito que conlleva.

Para evaluar la calidad de nuestro programa de formación, adoptamos el modelo propuesto por Rico y colaboradores (Gómez, González, Gil, Lupiáñez, Moreno, Rico, 2006, pp. 257-278) articulado en torno a tres dimensiones:

- *Relevancia.* Corresponde a la medida del grado en el que el programa de formación resultó adecuado u oportuno a los requerimientos y expectativas del entorno, sus participantes y el contexto de aplicación.
- *Eficiencia.* Corresponde a la medida del grado de viabilidad de la puesta en práctica del programa mediante la utilización y optimización de los medios y las circunstancias de aplicación.
- *Eficacia.* Corresponde a la medida del grado de logro de los objetivos planteados.

Estos investigadores proponen organizar este concepto de la calidad con los objetivos del programa de formación planteados como núcleo. En la Figura 2.5 mostramos la organización de las dimensiones de la calidad en un programa de formación.

La síntesis realizada atiende las tres dimensiones de la calidad que son objeto de la valoración del programa de formación en su conjunto como mostramos en la Figura 2.6.

En nuestro estudio añadimos una nueva dimensión para evaluar la calidad de un programa de formación: el impacto del programa en las prácticas de aula de los profesores participantes. Según Ramos, Meizoso y Guerra (2016), la evaluación del impacto de la capacitación es un proceso que posibilita el conocimiento de los efectos de un programa formativo en relación con las metas propuestas (eficacia) y los recursos asignados (eficiencia). Asimismo, consideran que tiene como objetivo determinar si un programa de formación produjo los efectos deseados en las personas e instituciones y si esos efectos son atribuibles a la intervención del programa. Por tanto, para la valoración del impacto de un programa formativo se deben considerar seis dimensiones (pp. 120-121):

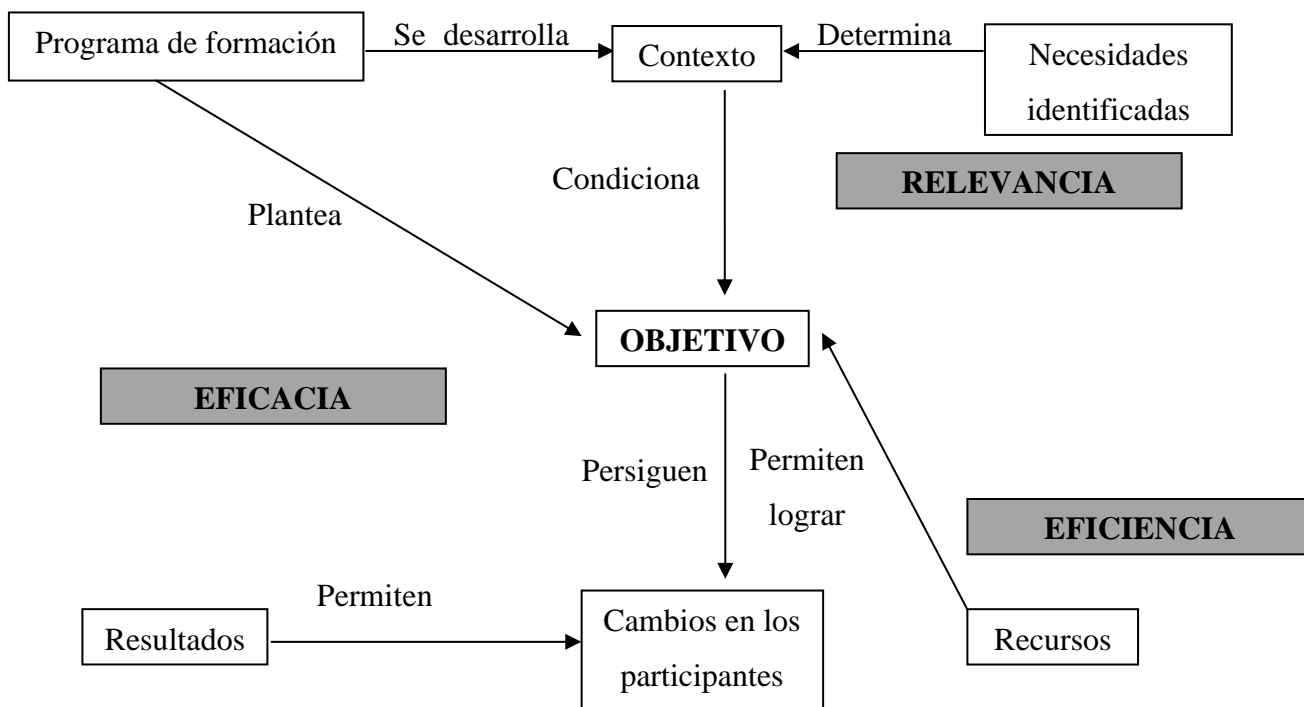


Figura 2.5. Dimensiones de la calidad en un programa de formación.
Fuente: Gómez et al., (2006, p. 272)

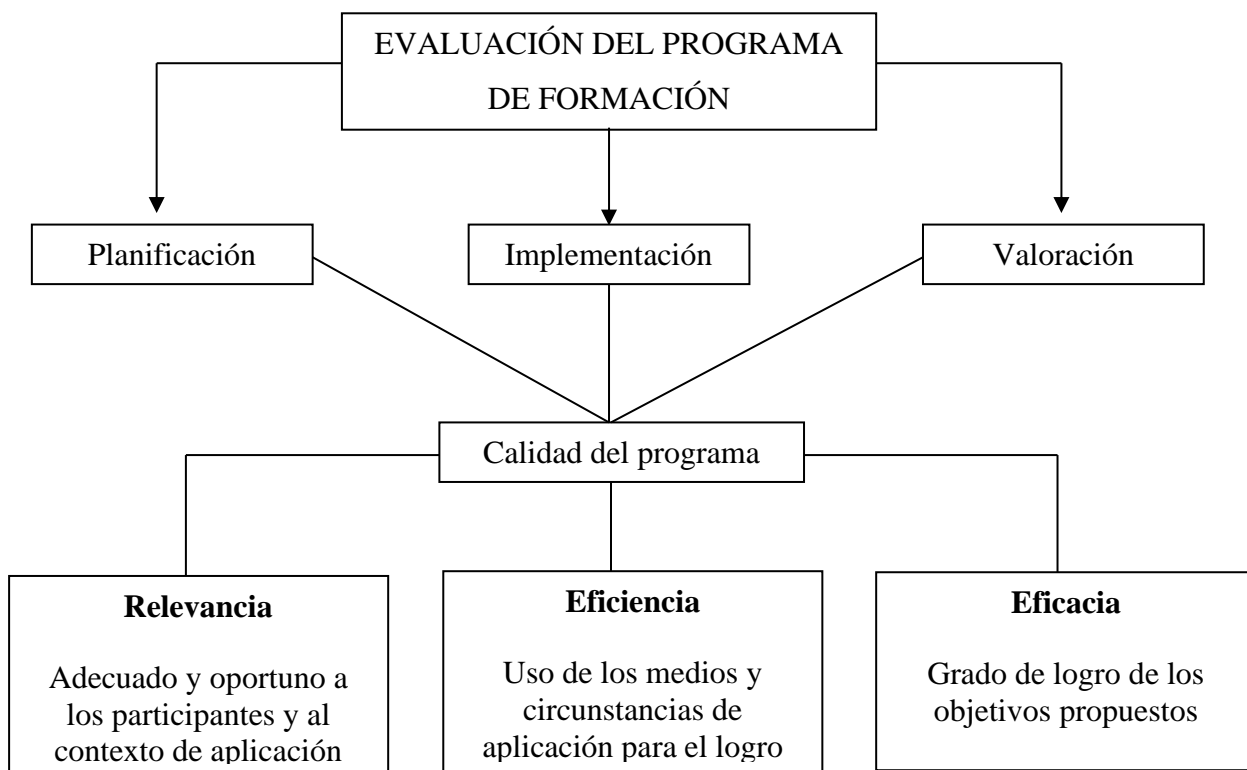


Figura 2.6. Resumen del proceso de valoración del programa de formación.
Fuente: Caraballo, (2014, p. 101)

1. *Aprendizaje*. Se refiere al grado en el que se han cumplido los objetivos del programa, así como la contribución de este a los participantes en términos de: la actualización y profundización de sus conocimientos, la obtención de nuevos conocimientos y la producción de conocimientos.
2. *Impacto en las personas*. Considera la valoración del efecto en las funciones sociales y en los aspectos del desempeño profesional de los participantes, en los que ha incidido el programa.
3. *Impacto en la organización*. Considera la contribución de la formación recibida en relación con los siguientes atributos: aumento de la productividad; reducción de costos y tiempos; mejora de la calidad, el clima laboral, el trabajo en equipo y la motivación personal; propuestas de innovaciones organizacionales. Además, toma en cuenta las condiciones de la organización para la implementación de los cambios como resultado de la capacitación recibida.
4. *Impacto en la sociedad*. Se refiere a las necesidades sociales (actuales y perspectivas) que se cubren con los conocimientos adquiridos en la experiencia formativa.
5. *Satisfacción*. Se refiere a la satisfacción en general con el programa y con el cumplimiento de las expectativas. Incluye también la recomendación de participar en la capacitación a otros colegas.
6. *Recomendaciones*. Considera aquellas recomendaciones orientadas a la mejora de la experiencia formativa.

A partir del estudio de Caraballo (2014), quien asume y adapta el modelo de evaluación propuesto por Pérez-Juste (2006) para evaluar la calidad de un programa de formación en términos de su relevancia, eficacia y eficiencia, y el trabajo investigativo de Ramos, Meizoso y Guerra (2016), quienes desarrollan un instrumento para evaluar el impacto de una experiencia formativa, establecemos un conjunto de criterios e indicadores para determinar la calidad del programa de formación que hemos diseñado e implementado. En el Capítulo III describimos en detalle estos criterios e indicadores.

2.5. Balance del capítulo

En este capítulo hemos presentado los fundamentos teóricos conceptuales y prácticos que sirven de andamiaje y sustento a nuestra investigación, desarrollando el marco teórico a partir de los tres focos que orientan nuestro estudio: innovación curricular y noción de competencia; tareas matemáticas escolares como medio para el aprendizaje; y formación

de profesores como promotores y gestores de los cambios curriculares. Asimismo, hemos conceptualizado la evaluación de programas formativos como apoyo teórico al enfoque adoptado para evaluar el programa de formación que hemos desarrollado.

En primer lugar, destacamos la importancia del currículo como elemento del conocimiento profesional del profesor de matemáticas, tanto en formación inicial como continua, en cuanto que, para enseñar eficazmente, debe conocer sus fundamentos, prioridades y recomendaciones. Estos le aportarán criterios para su actuación, toma de decisiones y gestión diaria en el aula. Introducir la noción de competencia como un articulador del currículo, conlleva cambios significativos en los métodos de enseñanza seguidos hasta el momento; se debe promover la comprensión conceptual y el desarrollo de la competencia matemática escolar en los alumnos.

La caracterización que hace el currículo costarricense de la competencia matemática responde y se ajusta al modelo funcional del aprendizaje matemático, que se centra en cómo los alumnos aplican los conocimientos adquiridos, por medio de los contenidos curriculares, en situaciones cotidianas. Se trata de desarrollar el rigor y la capacidad matemática para la resolución de problemas, para la aplicación, matematización o modelización de diversas situaciones, así como para lograr mayores niveles analíticos en la justificación y argumentación matemática.

Consecuentemente, se establece un modelo pedagógico centrado en la resolución de problemas que planteen demandas cognitivas de diferentes niveles de complejidad, mediante situaciones y contextos variados. Se asume que usar este tipo de problemas facilita la construcción activa de aprendizajes al identificar, usar y construir modelos matemáticos; medios que permiten desarrollar en el estudiante sus habilidades y capacidades matemáticas.

Otra premisa que se tiene es que la realización constante en la acción de aula de procesos matemáticos (actividades transversales que se asocian a capacidades presentes en cada área temática) para comprender y usar conocimientos, apoya el progreso de la competencia matemática. Se plantean cinco procesos matemáticos centrales: Razonar y argumentar, Plantear y resolver problemas, Conectar, Comunicar y Representar.

Asimismo, la estructura de intervención de los procesos matemáticos en un problema (colección de indicadores distribuidos en tres grados de complejidad para los cinco procesos matemáticos) ayuda a identificar el nivel de complejidad de este: reproducción,

conexión y reflexión. Un énfasis curricular que asume la resolución de problemas como su enfoque principal deberá de priorizar los problemas de conexión o reflexión sobre los de reproducción, ya que los primeros pondrán en movimiento más capacidades matemáticas.

En compendio, el modelo educativo planteado plasma importantes experiencias de investigación en la comunidad internacional de Educación Matemática. No solo incluye cuatro fases para la acción de aula, sino considera la presencia de varios ejes disciplinares y un rol central de las capacidades. Se insiste que la estrategia de aula y todos los elementos curriculares buscan el aprendizaje de conocimientos, el desarrollo de las capacidades superiores y la competencia matemática general.

En segundo lugar, destacamos el papel preponderante que tienen las tareas matemáticas escolares en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Entendidas como toda demanda estructurada de actuación cognitiva propuesta al estudiante, que requiere su reflexión sobre el uso de las matemáticas, y que el profesor presenta intencionalmente como un medio para el aprendizaje o como una herramienta de evaluación (Caraballo, 2014); su planteamiento y el modo de aplicarlas determinan la naturaleza del aprendizaje de los alumnos.

De esta manera, no cabe duda de que el diseño y la selección de tareas es una de las dimensiones más relevantes desde el punto de vista de la actividad del profesor. Sullivan, Clarke y Clarke (2013) aseguran que el conocimiento que tiene un profesor se refleja en la manera como selecciona, elabora y usa las tareas en el aula. Además, subrayan la importancia de brindar a los profesores experiencias de desarrollo profesional como apoyo para que puedan ser capaces de traducir una tarea en una oportunidad significativa de aprendizaje para los alumnos.

En este sentido, el foco de atención de las experiencias formativas serán aquellos aspectos del conocimiento especializado que puedan apoyar la selección, el diseño y el uso efectivo de tareas. Un estudio metódico de las tareas, por medio del análisis de algunos de sus componentes, permite comprenderlas mejor y decidir sobre su ajuste a las expectativas de aprendizaje planificadas y a las características de los alumnos.

Así, centramos el análisis de las tareas matemáticas escolares considerando los siguientes componentes curriculares: los conocimientos, referidos a las áreas matemáticas; las habilidades, que pueden ser generales y específicas, y siempre están asociadas a las área

matemáticas; los contextos reales que dan relevancia y autenticidad a las tareas; y los procesos matemáticos, cuya acción contribuye al progreso de capacidades y proporcionan niveles de complejidad a las tareas.

También, consideramos la función de una tarea dentro del proceso de aprendizaje, como un aspecto importante en el análisis de las tareas matemáticas escolares. Hicimos un énfasis especial en los criterios que permitan el diseño y la selección de tareas que brinden información acerca del aprendizaje de los alumnos: tareas de evaluación.

En tercer lugar, destacamos el rol determinante que desempeñan los profesores de matemáticas en la implementación exitosa de la reforma curricular y la necesidad de ampliar su ámbito de trabajo y adquirir formación específica para lograrlo. Apuntamos a las experiencias de desarrollo profesional como los mecanismos para que los profesores de matemáticas desarrollen y mejoren diversas competencias necesarias que actúan conjuntamente e influyen en las decisiones educativas que toman diariamente en relación con la planificación, la evaluación y las normas que establecen para gestionar su práctica.

En general, el significado atribuido a la competencia profesional del profesor se relaciona con las demandas propias de su profesión y con la importancia atribuida a su papel central para la optimización de todo el proceso educativo. Asumimos que la competencia profesional del profesor comprende la cualificación de sus conocimientos disciplinares y didácticos; de sus capacidades de actuación y gestión en los procesos de metacognición y autorregulación; y de sus actitudes y creencias hacia las matemáticas, todos ellos puestos en práctica, modulados y condicionados mediante la experiencia alcanzada, para responder a una variedad de situaciones didácticas.

En esta investigación no cubrimos todas las dimensiones y componentes de la competencia profesional del profesor de matemáticas, aunque sí enmarcamos nuestro estudio en el conjunto de los elementos presentados. Para estudiar la competencia profesional nos centramos en el conocimiento didáctico de los profesores y las capacidades para llevar a la práctica el currículo de matemáticas, diseñando e implementando tareas que promuevan y evalúen el desarrollo de la competencia matemática de los escolares. Desde la dimensión motivacional, solo consideramos las actitudes hacia las matemáticas. Además, respondemos al marco presentado analizando el desempeño de los profesores en sus aulas tras finalizar el curso-taller.

Definimos el conocimiento didáctico como el conjunto de conocimientos que debe conocer un profesor a fin de seleccionar y elaborar tareas que: promuevan la comprensión de los conceptos matemáticos, apoyen el desarrollo del pensamiento matemático, capturen el interés de los alumnos y despierten su curiosidad, optimicen el potencial de tales tareas para el aprendizaje y desarrollen la competencia matemática (Chapman, 2013).

Por otro lado, el análisis didáctico, desde su función profesional, nos permite delimitar las capacidades del profesor para seleccionar y diseñar tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar; proporciona un conjunto estructurado de conceptos teóricos y procedimientos técnicos orientados al logro de conocimientos y capacidades por parte de los profesores participantes en el curso-taller, para planificar los procesos de enseñanza-aprendizaje. Específicamente determinamos las actuaciones que el profesor debería manifestar al diseñar e implementar dichas tareas, a partir de las categorías del análisis cognitivo y, en menor consideración, las categorías del análisis de instrucción (Rico, Lupiáñez y Molina, 2013).

Entendemos la actitud hacia las matemáticas como la predisposición del docente hacia el desarrollo y la evaluación de la competencia matemática de los estudiantes mediante la selección y el diseño de tareas. Esta actitud está constituida por tres componentes: componente cognitivo, componente afectivo y componente comportamental (Tejedor, García-Valcárcel y Prada (2009).

Finalmente, y acorde con el carácter evaluativo de nuestra investigación, hemos definido un programa educativo como un plan estructurado de intervención, recogida y análisis de información que persigue el cumplimiento de objetivos de formación claramente establecidos. En este sentido, concretamos su evaluación como el proceso de usar la información recogida para valorarlo en todas sus componentes.

Luego de hacer la revisión de enfoques para evaluar programas de formación, concluimos que nuestra evaluación corresponde a la combinación de dos enfoques: orientación a los objetivos y orientación a los participantes. Además, el modelo que determinamos para evaluar la calidad de nuestro programa de formación, en términos de su relevancia, eficacia, eficiencia e impacto, considera una combinación de fases, pasos, criterios e indicadores procedentes de los enfoques evaluativos de Caraballo (2014), Kirkpatrick (2006), Maher (2012), Ramos, Meizoso y Guerra (2016) y Pérez-Juste (2006).

La Figura 2.7 sintetiza el marco teórico de la investigación descrito en este capítulo.

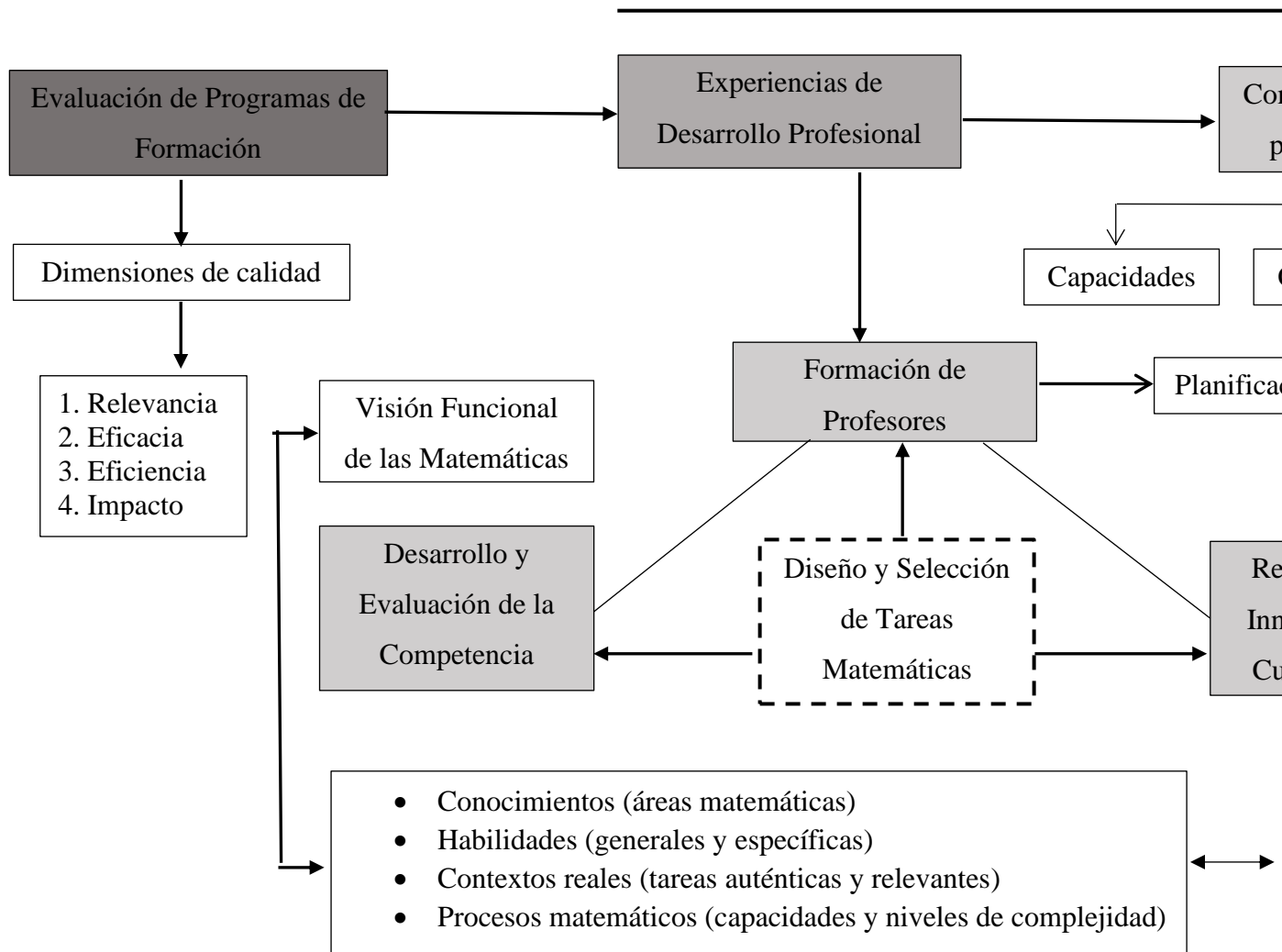


Figura 2.7. Marco teórico de la investigación.
Fuente: Elaboración propia

CAPÍTULO III

DISEÑO METODOLÓGICO

Esta investigación consiste en la evaluación de un curso-taller planificado e implementado con la finalidad de capacitar a un grupo de profesores de secundaria de Costa Rica en el desarrollo y la evaluación de la competencia matemática escolar. El curso-taller propone criterios, instrumentos y tareas, y establece indicadores adecuados para fomentar el desarrollo de la competencia profesional de estos profesores en ese dominio. La investigación contempla los cambios en los conocimientos didácticos, las capacidades y las actitudes de los profesores sobre la selección y el diseño de tareas y la estructuración de secuencias de estas. Estos diferentes aspectos constituyen dimensiones básicas de la competencia profesional del profesor de matemáticas, tal y como hemos desarrollado en los capítulos precedentes.

En este capítulo describimos el diseño metodológico de este trabajo y lo estructuramos en cinco apartados. En el primero caracterizamos el tipo de investigación. En el segundo exponemos el diseño de la investigación a partir de la metodología que lo orienta, la caracterización de las fases que incluye y los indicadores considerados para evaluar la calidad del curso-taller como programa de formación. En el tercero explicamos el procedimiento que seguimos para recolectar información y describimos los instrumentos que empleamos para ello. Las técnicas de análisis de información, así como el sistema de categorías que empleamos para interpretar los cambios de los informantes durante su participación en el curso-taller, las describimos en el cuarto apartado. Finalmente, hacemos un balance que sintetiza las principales ideas desarrolladas en el capítulo.

3.1. Caracterización de la investigación

Esta investigación es un estudio evaluativo: evaluamos un programa de formación. Para ello diseñamos un curso-taller, lo ponemos en práctica, observamos la naturaleza y la dirección de los cambios producidos en los profesores como resultado de la implementación de este y valoramos su impacto. Estos cambios provienen de las actuaciones del plan inicial elaborado, resultan de su puesta en práctica y se muestran en las propuestas de tareas matemáticas escolares que realizan los profesores. Finalmente, evaluamos en su conjunto el diseño, la implementación, los logros y el impacto del plan considerado. Esta evaluación la llevamos a cabo aplicando métodos propios de la investigación cualitativa tales como “el uso de fuentes variadas de información, preguntas abiertas, análisis de textos o documentos, métodos emergentes e interpretación reiterada de las aportaciones de los informantes” (Creswell, 2009, p. 15).

La pertinencia de la investigación cualitativa para el desarrollo de nuestro estudio está justificada por el hecho de que el núcleo de este tipo de investigación reside en las acciones de los sujetos bajo estudio y en el significado que estos construyen y el sentido que adjudican a las experiencias vividas (Denzin y Lincoln, 2005; Merriam, 2009). Además, Cohen, Manion y Morrison (2011) explican que el análisis de los datos cualitativos se distingue por su cualidad interpretativa y recursiva; por su riqueza están sujetos a múltiples y reiterados análisis e interpretaciones. Por lo tanto, aseguran que no existe una manera específica de trabajar con información cualitativa, pues la naturaleza del análisis y el enfoque de la investigación están determinados por el propósito que el investigador persigue.

En este sentido, podemos detallar los aspectos de nuestro estudio que se ajustan al modelo cualitativo (Creswell, 2008): la flexibilidad del enfoque cualitativo permitió centrar nuestra atención en las respuestas de los participantes al marco conceptual del curso-taller y a los cambios que experimentaron como consecuencia de éste. La cualidad emergente del enfoque cualitativo facilitó incorporar las aportaciones imprevistas de los participantes a los conceptos desarrollados y para reevaluar y reajustar los procesos de manera continua. Finalmente, la cercanía lograda con los participantes en el curso-taller proporcionó las condiciones que propiciaran la disponibilidad de información valiosa para el logro de los objetivos de la investigación.

De acuerdo con los propósitos de una investigación educativa descritos por Johnson y Christensen (2008), podemos argumentar que nuestra investigación, por sus características y objetivos, corresponde a un estudio descriptivo con argumentos explicativos. Por un lado, describimos las necesidades y posibles actuaciones de un grupo de profesores en servicio para diseñar un curso-taller y documentamos el desempeño de esos profesores durante su implementación. Por otro lado, identificamos factores que explican los cambios experimentados por los profesores, durante la experiencia, en sus conocimientos didácticos, capacidades y actitudes relacionados con las nociones básicas prescritas en el currículo costarricense, sustento del curso-taller, y argumentamos con pruebas la implicación de la experiencia formativa en las prácticas de aula de los profesores. Es a través de un sistema de categorías basadas en el Análisis Didáctico que interpretamos y explicamos tales cambios (Rico y Fernández-Cano, 2013) y todo ello nos permite estudiar y documentar el desarrollo que experimentan en su competencia profesional.

3.2. Evaluación del programa de formación

En este punto es importante destacar que el objeto de evaluación de nuestra investigación es la experiencia de desarrollo profesional que diseñamos y concretamos en un curso-taller y no el desempeño de los participantes en este. Luego de la revisión de enfoques de evaluación de programas, determinamos que la evaluación de nuestro curso-taller corresponde a la combinación de dos enfoques: orientación a los objetivos y orientación a los participantes. El primer enfoque se refiere a valorar si y en qué medida se cumplieron los objetivos propuestos, de acuerdo con el desempeño de los participantes y el desarrollo del curso-taller en términos generales. El otro enfoque responde a que, para nuestros propósitos, era indispensable la implicación directa de los participantes tanto en el desarrollo del curso-taller como en su valoración. Desde esta perspectiva, ajustamos la evaluación de nuestro curso-taller a los modelos conceptuados por Maher (2012), Kirkpatrick (2006) y Pérez-Juste (2006); estos modelos están descritos en el Capítulo II.

A partir de los criterios del modelo para planificar y evaluar programas de servicios humanos propuesto por Maher (2012) determinamos las tres primeras fases del diseño de la investigación. Establecimos una fase inicial, llamada fase de planificación, en la que integramos las fases de clarificación y de diseño del modelo de Maher. Las otras dos fases se corresponden con las fases de implementación y de evaluación de dicho modelo. Los criterios propuestos para evaluar la evaluación de la experiencia formativa resultan de utilidad para orientar la valoración final de nuestro curso-taller en su conjunto; los criterios son: factibilidad, utilidad, legalidad y calidad técnica.

El enfoque de los cuatro niveles de evaluación de Kirkpatrick (2006) sirve de guía para la evaluación de nuestro curso-taller por lo que adaptamos estos niveles a sus características específicas. Los dos últimos niveles dieron lugar a la cuarta fase del diseño de nuestra investigación; esta fase la denominamos puesta en práctica. Interpretamos los niveles de la siguiente manera:

Nivel 1. Reacción. Se refiere a la medida de satisfacción de los profesores con el curso-taller. Su evaluación se sustenta de las respuestas dadas a algunos de los cuestionarios y a lo expuesto en algunas reflexiones escritas. La información obtenida en este nivel nos señala la disposición de los profesores a iniciativas de desarrollo profesional similares a la implementada y la necesidad autopercebida de ampliar sus conocimientos sobre las nuevas orientaciones curriculares.

Nivel 2. Aprendizaje. Se refiere a la medida de la competencia profesional desarrollada en términos de conocimientos didácticos y capacidades. Su evaluación se sustenta en las tareas grupales completadas. La información obtenida en este nivel nos explica los cambios experimentados por los profesores en sus conocimientos didácticos y capacidades.

Nivel 3. Conducta. Se refiere al grado de aplicación de lo aprendido durante la experiencia de formación cuando los profesores regresan a las aulas; una vez terminada la experiencia formativa. Su evaluación se sustenta en las observaciones de clases y el análisis de los planeamientos y evaluaciones escritas. La información obtenida en este nivel nos muestra el conjunto de conocimientos didácticos y capacidades adquiridos.

Nivel 4. Resultados. Se refiere al grado de intervención del curso-taller en la mejora de la competencia profesional de los profesores en términos de conocimientos didácticos, capacidades y actitudes. Su evaluación se sustenta en los resultados obtenidos en las fases previas. La información obtenida en este nivel nos informa si los resultados planificados ocurrieron como consecuencia de la experiencia formativa.

Por su parte, el modelo para evaluar la calidad de programas educativos propuesto por Pérez-Juste (2006) determinó, en nuestro caso, tres etapas para evaluar nuestro curso-taller. A continuación, se describe cada uno de ellos.

Etapas inicial. Corresponde a nuestra fase de planificación. Pérez-Juste define este momento como el curso-taller en sí mismo. La finalidad de la evaluación en este momento es de carácter preventivo; se hace previo a la implementación del curso-taller. Esta evaluación incluye la relevancia del programa al contexto de aplicación: participantes, contenido y circunstancias.

Etapas de desarrollo. Corresponde a nuestra fase de implementación. Conlleva una evaluación formativa. Esta evaluación incluye la eficiencia del curso-taller: implantación e implementación. La implantación es la puesta en marcha, en el momento en que se comienza el curso-taller como tal y se considera crítica para su éxito o fracaso, la implementación se refiere a la ejecución misma del curso-taller.

Etapas de conclusión. Corresponde a nuestra fase de evaluación. Consiste en valorar los resultados obtenidos mediante el curso-taller. En palabras del autor esta evaluación se refiere a la constatación del grado de eficacia alcanzado, esto es, el nivel de logro conseguido en los diversos objetivos a los que sirve el curso-taller. Distingue dos tipos

de eficacia: objetiva y subjetiva. La eficacia objetiva se relaciona con el logro de los objetivos establecidos mientras que la eficacia subjetiva con el grado de satisfacción de los participantes.

En síntesis, los criterios de Maher (2012), los niveles de Kirkpatrick (2006) y las etapas de Pérez-Juste (2006), aportan diferentes perspectivas que posibilitan llevar a efecto la evaluación de un programa formativo de una manera sólida y coherente. Estos autores brindan una serie de criterios que adoptamos para realizar la evaluación, una serie de focos en los que concretarla y una sucesión de fases para organizarla, respectivamente. El hecho de integrar estos enfoques nos permite establecer un modelo para evaluar el curso-taller estructurado en cuatro fases. En el siguiente apartado describiremos con más detalle nuestra propuesta evaluativa.

3.2.1. Diseño de la investigación

La primera fase consistió en fundamentar la propuesta y valorar la calidad del diseño del curso-taller de acuerdo con los fines perseguidos y el logro de los objetivos planteados. El enfoque del curso-taller fue orientado a partir de los fundamentos teóricos y conceptuales de la reforma curricular de los programas de matemáticas en Costa Rica y la formación continua de profesores en un ámbito de cambio curricular. La reorganización significativa de la planificación de la instrucción, la enseñanza de las matemáticas escolares y la evaluación, plasmada en las directrices curriculares, permitió diseñar el curso-taller ajustado a una estructura conceptual y organizativa que atendió a los propósitos establecidos. El balance entre el marco conceptual considerado y el diseño del curso-taller finalmente propuesto acreditó la valoración del curso-taller y permitió su realización. El curso-taller tenía como objetivo fundamental aportar a los profesores de secundaria en servicio conocimiento didáctico y capacidades para la selección y el diseño de tareas con las que promover y evaluar la competencia matemática escolar, como expectativa formativa establecida en el programa de la reforma.

La segunda fase consistió en implementar el curso-taller diseñado y constituyó la coyuntura central de la investigación, donde trabajamos directamente con los profesores participantes. Como modalidad de formación, el curso-taller permitió combinar aspectos teóricos y aplicaciones prácticas. Los aspectos teóricos se desarrollaron mediante temas pertinentes al objeto de estudio. Las aplicaciones prácticas se concretaron en la producción de trabajos por los profesores. De esta manera, consideramos tres aspectos para evaluar el curso-taller en esta fase: el cumplimiento del programa en sus aspectos

organizativos y formales; el seguimiento de los profesores en la realización de las actividades propuestas en el programa; y la recogida de información de las actuaciones de los profesores durante las sesiones de trabajo. El balance entre lo planificado y lo ejecutado junto con las percepciones de los profesores, proporcionaron información documentada para la evaluación del curso-taller.

La tercera fase contempló los logros alcanzados por los profesores participantes en términos de tres componentes. Primero, el incremento en el conocimiento didáctico sobre tareas matemáticas escolares, a partir de su conocimiento inicial; segundo, la mejora de las capacidades para seleccionar, diseñar y gestionar tareas; y tercero, los cambios experimentados en sus actitudes iniciales hacia las orientaciones curriculares. Esta fase concluye con un conjunto de criterios e indicadores para valorar el desarrollo de la competencia profesional de los profesores. En este sentido, la noción de competencia profesional se vincula de manera indisoluble con la puesta en práctica de lo aprendido.

La cuarta fase consistió en valorar el impacto del curso-taller en las prácticas de aula de los profesores participantes. Contempla el seguimiento de las tareas propuestas por los profesores en sus clases y la recogida de información de las actuaciones de los profesores al planificar, mediar y evaluar la competencia matemática de los escolares. El balance entre lo aprendido y lo aplicado por los profesores proporcionó información documentada para la evaluación del curso-taller.

Así, la metodología seguida para la evaluación de nuestro programa de formación se centró en las fases de planificación, implementación, resultados y puesta en práctica, respectivamente. La síntesis que se realiza al término de cada fase constituye una peculiaridad de esta investigación, cuyo diseño metodológico se resume en la Figura 3.1.

La investigación consiste en la evaluación de la calidad del curso-taller como propuesta formativa en su totalidad. Se inicia considerando la coherencia de la propuesta de formación diseñada respecto al marco conceptual que la fundamentaba. Continúa con la verificación crítica del cumplimiento de las previsiones establecidas para implementar el curso-taller. Luego se valora el avance en los conocimientos didácticos, capacidades y actitudes de los profesores participantes en el curso-taller. Y concluye con la evaluación del nivel de implicación que tiene la propuesta formativa en la aplicación de lo aprendido en las prácticas de aula de los profesores participantes.

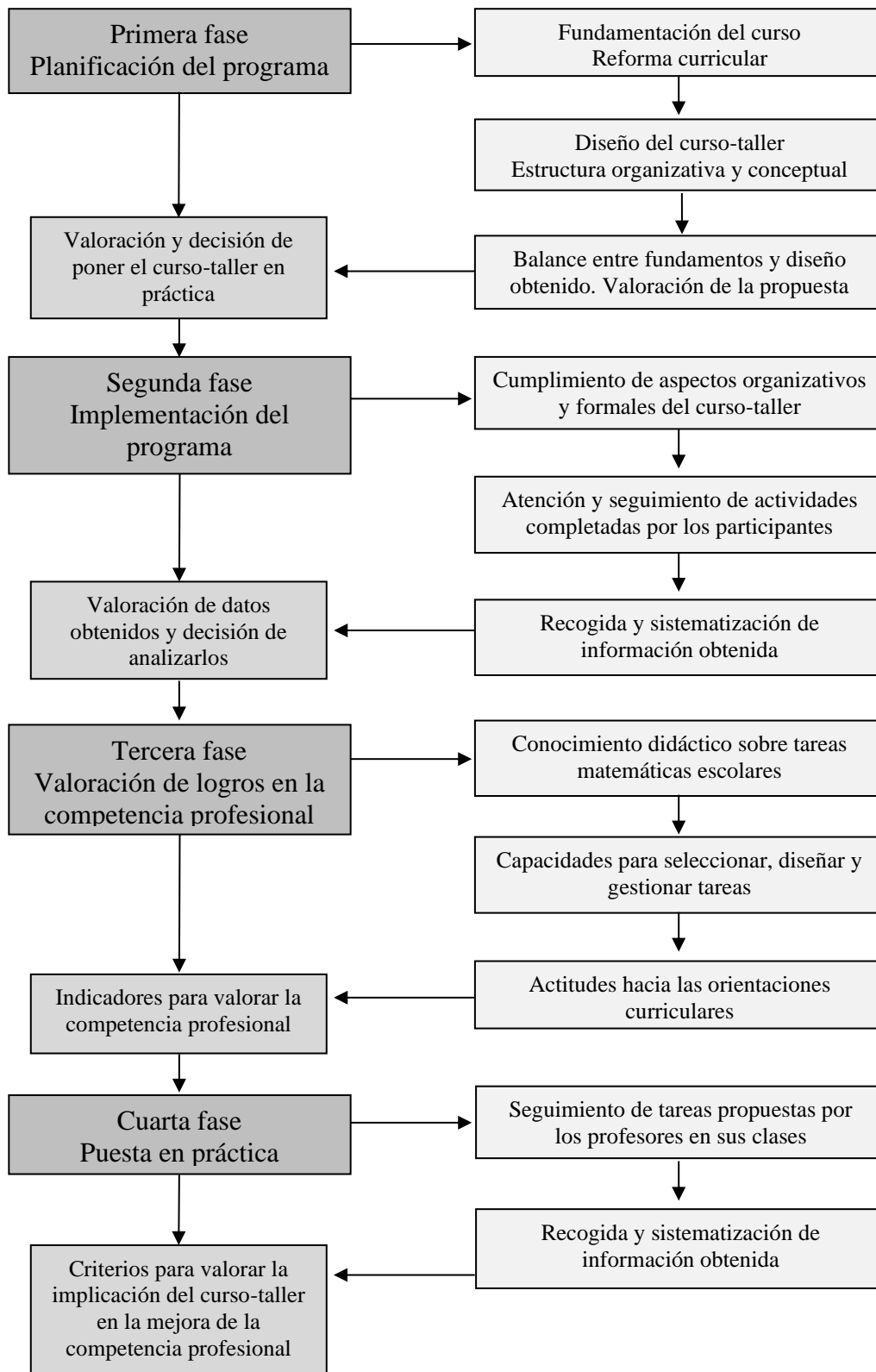


Figura 3.1. Esquema del diseño de la investigación.

Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 3.1 caracterizamos cada una de las fases establecidas en el diseño de la investigación mediante sus finalidades, las actividades que en cada caso se contemplan y las fuentes de información que se manejan.

Tabla 3.1.

Finalidad, actividades y fuentes de información de las fases de la investigación

Finalidad	Actividades	Fuentes de información
Fase de planificación		
<ul style="list-style-type: none"> • Establecer la relevancia del programa • Diseñar el programa y planificar su implementación • Organización temporal • Seleccionar los participantes 	<ul style="list-style-type: none"> • Diseño curricular con base en los ejes temáticos del marco de referencia de la investigación y las necesidades de formación identificadas previamente • Determinación de temporalización y viabilidad del programa • Reuniones periódicas de los evaluadores • Consultas a expertos • Redacción y discusión de guiones de desarrollo • Divulgación del programa • Orientación y matrícula de los interesados • Identificación del espacio físico para la realización de la actividad • Identificación de recursos necesarios 	<ul style="list-style-type: none"> • Reforma curricular de la Educación Matemática en Costa Rica • Propuesta de formación • Instrumento de valoración por juicio de expertos • Notas de reuniones realizadas • Borradores de guiones de desarrollo • Diseño de la encuesta inicial
Fase de implementación		
<ul style="list-style-type: none"> • Puesta en marcha del programa • Estructura curricular del curso-taller • Ejecución de lo planificado • Asistencia de participantes • Realización de trabajos 	<ul style="list-style-type: none"> • Revisión crítica continua del diseño curricular mediante la evaluación de la sesión precedente y la revaluación de las actividades propuestas • Reuniones periódicas de los evaluadores • Redacción y revisión de documentos teóricos • Diseño de presentaciones teóricas de los evaluadores en la sala de clase • Identificación de estrategias de enseñanza • Establecer funciones y responsabilidades de los evaluadores • Identificar los recursos y medios educativos necesarios • Reproducir documentos • Recoger información sobre el desarrollo del programa 	<ul style="list-style-type: none"> • Lista de asistencia • Encuesta inicial • Documentos teóricos entregados a los participantes • Guiones de desarrollo de los participantes • Guiones de desarrollo de los evaluadores • Reflexiones de los participantes • Tares completadas por los participantes • Presentaciones visuales de los evaluadores. • Presentaciones visuales de los profesores expertos invitados • Presentaciones prácticas de los participantes en la sala de clase • Intervenciones de los participantes captadas en grabaciones de audio
Fase de resultados		
<ul style="list-style-type: none"> • Analizar e interpretar los resultados de acuerdo con los objetivos del programa • Valorar la experiencia 	<ul style="list-style-type: none"> • Cierre del curso-taller • Recapitulación de lo trabajado en el curso-taller • Diseño de la encuesta de evaluación del curso-taller • Organizar la información que eventualmente sería analizada • Determinar los cambios en conocimiento didáctico, capacidades y actitudes de los 	<ul style="list-style-type: none"> • Valoración oral de lo desarrollado respecto al estado inicial y final de los participantes captada en audio • Cuestionario de valoración del curso-taller completada por los participantes

Tabla 3.1.

Finalidad, actividades y fuentes de información de las fases de la investigación

Finalidad	Actividades	Fuentes de información
	participantes como resultado de la experiencia formativa • Determinar el grado de cumplimiento de los objetivos planteados • Establecer indicadores para valorar la competencia profesional sobre selección y diseño de tareas matemáticas escolares y logros alcanzados	
Fase de puesta en práctica		
<ul style="list-style-type: none"> • Diseñar las guías de observación de episodios de aula • Organización temporal de las observaciones • Seleccionar los sujetos de observación • Puesta en marcha de las observaciones • Diseñar los instrumentos para valorar los planeamientos y las evaluaciones escritas elaboradas por los sujetos de observación • Analizar e interpretar los resultados de acuerdo con la mejora en la competencia profesional de los participantes • Valorar la experiencia 	<ul style="list-style-type: none"> • Diseño y revisión de las guías de observación • Reuniones periódicas de los evaluadores • Determinar la temporalización de las observaciones • Identificación de los sujetos de observación • Reuniones con los sujetos de observación • Tramitar los permisos correspondientes para llevar a cabo las observaciones y las grabaciones de audio • Diseño y revisión de los instrumentos para valorar los planeamientos y las evaluaciones escritas • Organizar la información que eventualmente sería analizada • Determinar la aplicación de los conocimientos didácticos aprendidos y las capacidades desarrolladas como resultado de la experiencia formativa en las prácticas de aula de los profesores participantes • Determinar el grado de implicación del curso-taller en la mejora de la competencia profesional de los profesores participantes 	<ul style="list-style-type: none"> • Guías de observación de episodios de aula • Planeamientos elaborados por los sujetos de observación • Evaluaciones escritas elaboradas por los sujetos de observación • Intervenciones de los sujetos de observación captadas en grabaciones de audio • Criterios para valorar la implicación del curso-taller en la mejora de la competencia profesional sobre la selección y diseño de tareas matemáticas escolares

Fuente: Elaboración propia.

3.2.2. Indicadores para evaluar la calidad del programa de formación

Las fases establecidas en la metodología para evaluar la calidad de nuestro programa de formación contribuyeron, en conjunto, a su evaluación integral. Para evaluar la calidad del curso-taller adoptamos el modelo propuesto por Rico y colaboradores (Gómez, González, Gil, Lupiáñez, Moreno, Rico, 2006), articulado en torno a tres dimensiones: relevancia, eficiencia y eficacia.

Para determinar la relevancia de nuestro programa formativo consideramos criterios relacionados con elementos de la fase de planificación: finalidad, participantes, contexto,

contenido, estructura y viabilidad. Para determinar la eficiencia del programa formativo consideramos criterios relacionados con los recursos y medios utilizados durante la fase de implementación del curso-taller. Para determinar la eficacia del programa formativo consideramos criterios destacados de la fase de resultados: resultados apreciables de la puesta en marcha del curso-taller y el logro de los objetivos.

Caraballo (2014) recoge un conjunto de criterios e indicadores propuestos por Pérez-Juste (2006) como pauta para evaluar programas educativos, y los adapta para evaluar la calidad de un programa de formación en términos de las tres dimensiones mencionadas anteriormente. Para efectos de nuestro estudio emplearemos los mismos indicadores trabajados por Caraballo (*Ibíd.*). En la Tabla 3.2 mostramos los criterios e indicadores para evaluar la calidad del programa de formación.

Tabla 3.2.

Indicadores para evaluar la calidad del programa de formación

Criterios	Indicadores
Fase I. Planificación (Dimensión: Relevancia)	
Pertinencia a los participantes	<ol style="list-style-type: none"> 1. Existen datos sobre las necesidades, carencias, demandas y expectativas de los destinatarios del programa 2. El programa toma en consideración las necesidades y demandas detectadas, identificadas y valoradas mediante algún procedimiento sistemático de evaluación 3. El diseño responde a las necesidades identificadas en los participantes
Calidad del contenido	<ol style="list-style-type: none"> 4. Se han explicado las bases científicas del programa 5. Los contenidos están actualizados 6. Los contenidos son relevantes en cuanto a valor formativo (desde perspectivas científicas, sociales, psicológicas y didácticas)
Calidad técnica	<ol style="list-style-type: none"> 7. Los objetivos del programa son suficientes y se adecúan a las necesidades, demandas y expectativas que lo justifican 8. El programa contiene objetivos, medios, actividades, metodología y sistema de evaluación propio 9. Los objetivos, medios, actividades y metodología son adecuados para orientar tanto la enseñanza como el aprendizaje 10. Los componentes del programa son coherentes con los objetivos planteados
Evaluabilidad	<ol style="list-style-type: none"> 11. Se dispone de información clara y precisa sobre aspectos metodológicos y de contenido del programa 12. La información contenida en el programa de cara a su posterior evaluación se considera suficiente, relevante y adecuada
Viabilidad	<ol style="list-style-type: none"> 13. Los objetivos formulados son realistas (realizables y medibles) 14. Están previstos los espacios, horario, recursos y personal necesarios para el desarrollo del programa 15. Existen en el centro los medios y recursos necesarios y suficientes para un correcto desarrollo del programa 16. La secuencia temporal del programa está prevista y debidamente fundamentada

Tabla 3.2.

Indicadores para evaluar la calidad del programa de formación

Criterios	Indicadores
	17. Los profesores responsables del programa funcionan en auténtico equipo 18. Los responsables del programa se encuentran capacitados para su desarrollo 19. Los responsables del programa se reúnen para planificar la implantación e implementación del programa y asegurar la coherencia de los planeamientos
Fase II. Implementación (Dimensión: Eficiencia)	
Puesta en marcha	20. Se exploraron las expectativas de los participantes 21. Se cuida con especial dedicación el momento de implantación del programa 22. La metodología utilizada, resulta adecuada para el desarrollo de los objetivos del programa 23. El tratamiento dado a los temas responde a las necesidades identificadas 24. El programa se adecúa a las características diferenciales de los participantes: motivación, intereses, capacidad 25. Los participantes muestran interés y motivación hacia las actividades del programa 26. Se aprecia corrección en la secuencia de las actividades programadas 27. Se cumple la temporalización prevista sin desfases significativos 28. Se respeta la planificación en lo referente a espacios, tiempos, apoyos y recursos 29. Se da rigidez / flexibilidad en la aplicación del programa 30. Los recursos planeados resultan suficientes y adecuados y están disponibles 31. Se está atento a posibles efectos no planeados, positivos o negativos, del programa y existen previsiones de actuación en relación con tales efectos 32. Se cuenta con un sistema de registro de la información que facilite la posterior evaluación y, sobre todo, una mejor gestión de los procesos
Marco de aplicación	33. Las relaciones con el alumnado pueden calificarse de cordiales 34. Se da un clima de confianza en el éxito por parte de alumnos y profesores 35. Se aprecia satisfacción en los responsables del programa, en sus destinatarios y en las demás partes implícitas e interesadas 36. Se da entre el equipo de profesores un trabajo de tipo cooperativo 37. Se toman en consideración fuentes diversas que pueden aportar información relevante
Fase III. Resultados (Dimensión: Eficacia)	
Medida y logros	38. Se recurre a técnicas variadas de recogida de datos, acordes con la diversidad de los objetivos del programa 39. Se toman en consideración fuentes diversas que pueden aportar información relevante 40. Las técnicas e instrumentos utilizados para decidir sobre la eficacia del programa son adecuados a las características de los contenidos/objetivos que se desea evaluar

Tabla 3.2.
Indicadores para evaluar la calidad del programa de formación

Criterios	Indicadores
Valoración	41. Se especifican los criterios de calificación y de los niveles de logro del programa 42. Se recoge información sobre el grado de satisfacción de las diferentes partes interesadas con el programa, su implantación y desarrollo y con sus resultados 43. Se identifican los puntos fuertes y débiles del programa 44. Se especificaron, de modo claro y preciso, los criterios y las referencias para valorar los resultados 45. Se dispone de información, rica y matizada, sobre los momentos inicial y procesual del programa, como base para valorar los resultados 46. Se valoran los cambios en conocimiento didáctico y capacidades profesionales de los participantes mediante indicadores del análisis cognitivo y del análisis de instrucción

Fuente: Caraballo (2014, pp. 102-104)

En nuestro estudio añadimos una nueva dimensión para evaluar la calidad de un programa de formación: el impacto del programa en las prácticas de aula de los profesores participantes. Para determinar el impacto del curso-taller consideramos criterios relacionados con las actuaciones de los profesores al planificar, mediar y evaluar la competencia matemática de los escolares, una vez haya concluido la experiencia formativa y se incorporen a sus centros de trabajo.

A partir del estudio de Ramos, Meizoso y Guerra (2016), quienes desarrollan un instrumento para evaluar el impacto de un programa de formación académico, establecimos un conjunto de criterios e indicadores para determinar el grado de implicación del curso-taller en la mejora de la competencia profesional. En la Tabla 3.3 mostramos los indicadores para evaluar el impacto del programa de formación.

Asimismo, para valorar los cambios en el conocimiento didáctico y en las capacidades de los profesores participantes en el curso-taller sobre la selección y el diseño de tareas para promover y evaluar la competencia matemática, fundamentamos el análisis y la valoración de las tareas elaboradas por los informantes mediante indicadores del análisis cognitivo y del análisis de instrucción (análisis parciales del análisis didáctico, que se describió en el Capítulo II).

Tabla 3.3.
Indicadores para evaluar el impacto del programa de formación

Criterios	Indicadores
Aprendizaje de los participantes	<ol style="list-style-type: none"> 1. Se toman en consideración fuentes diversas que pueden aportar información relevante sobre el grado en que se han cumplido los objetivos del programa 2. Se recurre a técnicas variadas de recogida de datos para determinar la contribución del programa en la producción de nuevos conocimientos así como en la actualización y profundización de conocimientos previamente obtenidos 3. Las técnicas e instrumentos utilizados para decidir sobre el impacto del programa son adecuados a las características de los conocimientos y capacidades aprendidos
Desempeño profesional de los participantes	<ol style="list-style-type: none"> 4. Se especificaron, de modo claro y preciso, los criterios y las referencias para valorar el efecto del programa en el desempeño profesional 5. Se consideran las condiciones de las instituciones educativas en la valoración de los cambios como resultado de la formación recibida 6. Se identifican aspectos relacionados con el cumplimiento de expectativas y la satisfacción general con el programa

Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 3.4 presentamos las actuaciones que el profesor debería manifestar en cada una de las categorías del análisis cognitivo consideradas; estas actuaciones han sido adaptadas al contexto de aplicación de nuestro estudio. La valoración de las tareas se centra en las expectativas de aprendizaje y en las oportunidades de aprendizaje, en términos de tareas matemáticas escolares. También incluimos la codificación correspondiente.

Para la codificación de los indicadores consideramos: el análisis parcial del análisis didáctico en el que nos estamos enfocando; la categoría que queremos valorar del análisis parcial respectivo y; el número del indicador. Por ejemplo el indicador AcE3 refiere al indicador tres de la categoría expectativas de aprendizaje del análisis cognitivo.

En la Tabla 3.5 presentamos las actuaciones que el profesor debería manifestar en la categoría del análisis de instrucción considerada; estas actuaciones han sido adaptadas al contexto de aplicación de nuestro estudio. La valoración de las tareas se centra en las funciones y en la secuenciación de tareas. También incluimos la codificación correspondiente. La codificación de estos indicadores sigue la misma lógica anterior.

Tabla 3.4.
Indicadores del análisis cognitivo y su codificación

Indicador	Código
Expectativa de aprendizaje	
1. Enunciar y organizar habilidades sobre focos prioritarios del contenido a desarrollar	AcE1
2. Vincular habilidades a procesos matemáticos	AcE2
3. Diseñar y seleccionar tareas que consideren la estructura conceptual del contenido matemático, sistemas de representación y, sentidos y modos de uso	AcE3
4. Diseñar y seleccionar tareas que respondan a una o más habilidades planteadas	AcE4
5. Diseñar y seleccionar tareas que promuevan competencias asociadas a las habilidades planteadas	AcE5
Oportunidades de aprendizaje	
1. Establecer los conocimientos previamente adquiridos para estructurar los conocimientos nuevos en términos de tareas o actividades	AcO1
2. Determinar conocimientos que no hayan sido adquiridos o asimilados por los alumnos	AcO2
3. Establecer conexiones entre los distintos bloques matemáticos al momento de planificar la enseñanza y diseñar tareas de aprendizaje	AcO3
4. Resaltar el sentido práctico del concepto matemático que se trabaja	AcO4
5. Diseñar y seleccionar tareas que representen niveles distintos de complejidad	AcO5
6. Diseñar y seleccionar tareas que estimulen la creatividad de los alumnos	AcO6
7. Diseñar y seleccionar tareas variadas que atiendan la diversidad social e intelectual de los alumnos	AcO7

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3.5.
Indicadores del análisis de instrucción y su codificación

Indicador	Código
Funciones y secuenciación de las tareas	
1. Determinar la función que cumple cada tarea en el proceso enseñanza-aprendizaje	AiF1
2. Combinar tareas según su complejidad y función dentro del proceso de aprendizaje	AiF2
3. Valorar y organizar tareas en secuencias para el aprendizaje y la evaluación	AiF3

Fuente: Elaboración propia

3.3. Recogida de la información

Con el propósito de dar respuesta a las preguntas de investigación formuladas y lograr los objetivos planteados, recogimos información de la que extrajimos datos sobre el desempeño de los profesores en el desarrollo del curso-taller según demandas y propuestas de trabajo que les presentamos. Además, se les dio seguimiento a las prácticas de aula de algunos de estos profesores.

Como se ha mostrado anteriormente, a cada una de las fases de nuestro diseño metodológico le corresponden diferentes actividades, dimensiones de evaluación, fuentes de información y técnicas de análisis. La Tabla 3.6 resume las fuentes de información empleadas en cada fase de la investigación, según las cuatro dimensiones de evaluación consideradas.

Los documentos seleccionados para el diseño del curso-taller proporcionaron una primera fuente de información, con los cuales se procedió a evaluar la relevancia de este. Esta documentación estuvo constituida por los decretos y normas que regulaban el sistema educativo costarricense en el año 2017; el marco conceptual de la reforma curricular de la Educación Matemática en Costa Rica; y los instrumentos de valoración por juicio de expertos acerca de las decisiones respecto a los contenidos, la finalidad y demás elementos del curso-taller. Estos aspectos nos permitieron validar la relevancia de la formación que habíamos identificado.

Tabla 3.6.

Dimensiones de la evaluación y fuentes de información

Dimensión	Fase	Fuentes de información
Relevancia	Planificación	<ul style="list-style-type: none"> • Documentos oficiales • Publicaciones del MEP • Juicio de expertos • Perfil profesional de los participantes
Eficiencia	Implementación	<ul style="list-style-type: none"> • Documentos oficiales • Publicaciones del MEP • Cuestionario inicial • Reflexiones escritas • Producciones de los participantes • Documentos teóricos entregados a los participantes • Documentos elaborados por los investigadores • Guiones de trabajo de los participantes • Guiones de desarrollo de los evaluadores • Presentaciones visuales de los evaluadores y de los profesores expertos invitados • Presentaciones de los participantes • Cuestionario de valoración final del curso • Valoración de lo desarrollado respecto del estado inicial y final expresada por los participantes
Eficacia	Resultados	<ul style="list-style-type: none"> • Grabaciones de audio • Análisis de los resultados • Guiones de desarrollo de los evaluadores • Guiones de trabajo de los participantes • Cuestionario de valoración final del curso • Reuniones periódicas de los evaluadores • Revisión crítica continua del programa • Valoración del cumplimiento de objetivos • Valoración de los cambios en conocimientos, capacidades y actitudes de los participantes
Impacto	Puesta en práctica	<ul style="list-style-type: none"> • Documentos oficiales • Publicaciones del MEP

Tabla 3.6.

Dimensiones de la evaluación y fuentes de información

Dimensión	Fase	Fuentes de información
		<ul style="list-style-type: none"> • Reuniones periódicas de los evaluadores • Guías de observación • Instrumento para valorar los planeamientos • Instrumento para valorar las pruebas escritas • Grabaciones de audio • Análisis de los resultados • Valoración del grado de implicación del programa en la mejora de la competencia profesional de los participantes

Fuente: Elaboración propia

La implementación del curso-taller considera sus características técnicas, el contexto y las circunstancias de aplicación, los participantes y sus expectativas, los recursos manejados y su aprovechamiento, así como el tiempo destinado a la formación y los plazos de maduración de aprendizajes y de entrega de las actividades. Estos indicadores evalúan la eficiencia en la realización del curso-taller y se consideran los guiones de trabajo, el cronograma implementado y las producciones de los participantes como principales fuentes de información.

Los logros de los participantes reflejan el cumplimiento de los objetivos del curso-taller por lo que centran la evaluación de la eficacia del programa formativo. Para ello consideramos el incremento en el conocimiento didáctico, el desarrollo de capacidades para el diseño y selección de tareas para promover y evaluar la competencia matemática escolar, y los cambios de actitudes hacia las orientaciones curriculares y la práctica docente. Los cambios experimentados por los participantes en su conocimiento didáctico los asociamos directamente con el logro de los objetivos planteados del curso-taller y de la propia percepción de cambio expresada por ellos mismos. El desarrollo de las capacidades se deriva del análisis que realizamos de las producciones en forma de tareas grupales. El cambio en las actitudes se evidencia en las inquietudes generadas y en las interpretaciones que los participantes expresan y aportan en las reflexiones escritas, los cuestionarios y los debates realizados durante las sesiones de balance del curso-taller. Estos cambios los describimos en el Capítulo V.

La aplicación de lo aprendido durante la experiencia de formación prueba si y en qué medida los resultados planificados ocurrieron como consecuencia de la experiencia de aprendizaje, por lo que las actuaciones de los profesores en el aula ajustan la evaluación

del impacto del curso-taller. Para ello consideramos los conocimientos didácticos y las capacidades que ponen en juego al planificar la instrucción y al enseñar y evaluar las matemáticas escolares. Las observaciones de episodios de aula y los instrumentos que diseñamos para valorar planeamientos y evaluaciones escritas constituyen las principales fuentes de información para valorar el impacto del programa de formación.

Los datos obtenidos en el desarrollo de las cuatro fases de nuestro estudio mediante las distintas fuentes de información descritas fueron analizados y permitieron obtener resultados con los cuales evaluamos el programa de formación en su conjunto. Las conclusiones derivadas dirigen la discusión sobre el cumplimiento de los objetivos de la investigación y permiten dar respuesta a las preguntas de investigación formuladas. Destacamos que el dictamen al que se llegue proviene de una valoración subjetiva en cuanto fue realizada por los responsables del curso-taller. Subsanaamos este aspecto mediante la revisión cuidadosa y el consenso final del equipo de investigadores.

3.3.1. Instrumentos para recoger información

En la Tabla 3.7 describimos los diferentes instrumentos con los que recogimos la información sujeta al análisis. Señalamos que el trabajo de los profesores fuera del aula, a lo que denominamos trabajo no presencial, constituye el núcleo de la información recolectada. Como describimos y justificamos más adelante, es en estos trabajos que los profesores evidenciaron desarrollo en sus conocimientos didácticos y capacidades para diseñar y seleccionar tareas matemáticas escolares, como parte clave de su competencia profesional.

Tabla 3.7.

Descripción de los instrumentos de recogida de información

Instrumento	Descripción
Cuestionario inicial	Cuestionario abierto en el formato de aseveraciones para ser completadas. Pretendía explorar las expectativas, intereses personales y profesionales de los participantes relacionados con el contenido del curso-taller (Anexo 1).
Reflexiones escritas	Ponderación y perspectiva, de forma escrita, de los participantes sobre los conceptos propuestos durante la sesión. Mediante estas reflexiones los participantes expresaban sus conocimientos didácticos, capacidades y actitudes (Anexo 2).
Trabajo no presencial	Presentación de las tareas diseñadas o seleccionadas por los participantes para cumplir con los objetivos planteados en cada sesión. Incluye aportaciones e intervenciones durante la puesta en común realizada en torno a las tareas propuestas por ellos o por sus compañeros. Estas tareas grupales dan cuenta del desarrollo de la competencia profesional de diseñar y seleccionar tareas matemáticas escolares y el avance en el conocimiento didáctico (ver ejemplos de las tareas propuestas en Anexo 3).

Tabla 3.7.

Descripción de los instrumentos de recogida de información

Instrumento	Descripción
Cuestionario de valoración final	Cuestionario para conocer el grado de satisfacción de los participantes con el curso-taller. Consta de una primera parte con preguntas de respuesta cerrada con una escala de niveles de satisfacción, y la segunda parte las tiene de respuesta abierta. Incluyen cuestiones sobre la utilidad de lo aprendido para su práctica docente y sobre los cambios que recomiendan tanto al contenido como a los mecanismos en general (Anexo 4).
Cuestionario para valorar el planeamiento de la instrucción	Cuestionario de respuesta cerrada con una escala de niveles de ejecución para conocer el grado de incidencia de los conocimientos aprendidos en el diseño de los planeamientos. Incluye indicadores relacionados con las características óptimas del planeamiento según las directrices curriculares (Anexo 5).
Guía de observación	Plantilla estructurada a través de filas y columnas. Incluye categorías de observación vinculadas con las nociones curriculares desarrolladas en el curso-taller, las cuales se esperaba que fueran manifestadas en alguno de los momentos de la lección. Incluye un espacio para registrar de manera más amplia la descripción de la realidad. Mediante la observación pudimos tener evidencia de la aplicación de lo aprendido a la enseñanza (Anexo 6).
Cuestionario para valorar las evaluaciones escritas	Cuestionario de respuesta cerrada con una escala de niveles de ejecución para conocer el grado de incidencia de los conocimientos aprendidos en el diseño de las evaluaciones escritas. Incluye indicadores relacionados con las características óptimas de este tipo de evaluaciones según las directrices curriculares (Anexo 7).

Fuente: Elaboración propia

La Tabla 3.8 presenta la relación de estos instrumentos con los aspectos considerados en la valoración del programa de formación: conocimiento didáctico, capacidades y actitudes hacia las nociones curriculares y la práctica docente.

Los instrumentos utilizados para la recogida de la información consistieron, en su mayoría, en documentos, bien textos escritos o grabaciones de reflexiones verbales. Para Cohen, Manion y Morrison (2011) un documento es el registro de un suceso o un evento producido por entidades, grupos o individuos que puede adoptar formas verbales, virtuales o visuales, y ese es el significado considerado en este estudio. Toda la información recolectada fue organizada para el posterior análisis.

3.4. Análisis de la información

El foco del estudio está en valorar la calidad del programa de formación. Para ello hemos establecido cuatro fases que han sido descritas en este capítulo. Asimismo, hemos detallado los instrumentos con los cuales recogimos datos que fueron analizados y

permitieron obtener resultados con los cuales evaluamos el programa de formación en su conjunto. El análisis de los datos recorre sucesivamente cuatro etapas: recogida, organización, procesamiento e interpretación (Miles, Huberman y Saldaña, 2014).

Tabla 3.8.

Instrumento de recogida de información y aspectos de la valoración considerados

Instrumento de recogida de información	Aspecto considerado
Cuestionario inicial	Conocimiento didáctico Actitudes
Reflexiones escritas	Conocimiento didáctico Capacidades Actitudes
Trabajos no presenciales	Conocimiento didáctico Capacidades Actitudes
Cuestionario de valoración final	Conocimiento didáctico Actitudes
Cuestionario para valorar el planeamiento de la instrucción	Conocimiento didáctico Capacidades
Guía de observación	Conocimiento didáctico Capacidades
Cuestionario para valorar las evaluaciones escritas	Conocimiento didáctico Capacidades

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 3.2 mostramos el ciclo del análisis de información que realizamos.

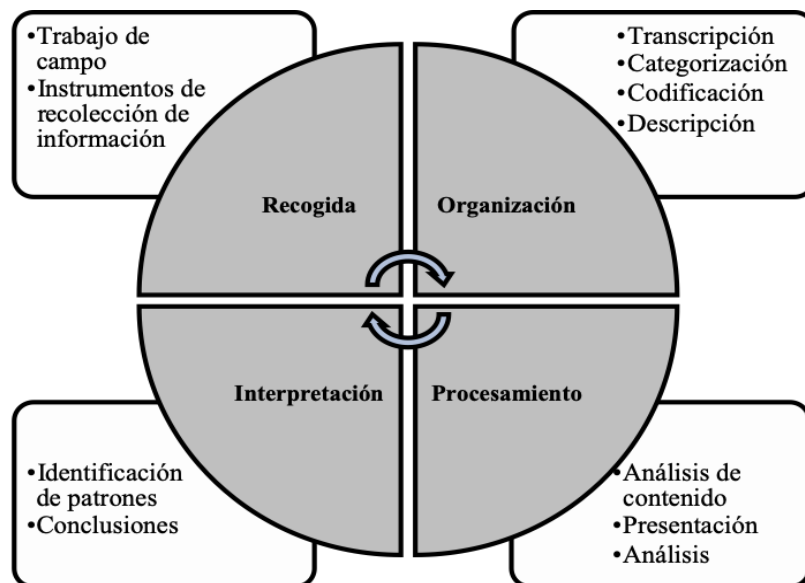


Figura 3.2. Ciclo del análisis de la información

Fuente: Caraballo (2014, p. 113)

Mediante el trabajo de campo recogimos información pertinente a las preguntas de investigación formuladas y los objetivos propuestos. Para ello diseñamos o seleccionamos instrumentos como: tareas grupales, reflexiones, cuestionarios, entre otros. La información recogida fue completada con descripciones detalladas de lo sucedido, citas directas de las respuestas ofrecidas, transcripciones de lo compartido en las actividades del curso y observaciones realizadas por los observadores. Esta información fue organizada mediante un proceso inductivo que describimos más adelante. Las conclusiones derivadas de las interpretaciones realizadas a partir de los patrones identificados en el procesamiento de los datos culminaron el proceso y permitieron la escritura de este informe.

Con el propósito de garantizar que la información obtenida fuera consistente y considerar todos los ángulos posibles de acuerdo con nuestros objetivos, procedimos a una triangulación metodológica. Esta estrategia permite que la diversidad de métodos con focos y fortalezas distintas se complementen para contribuir a la corroboración de resultados así como a incrementar su credibilidad y fiabilidad (Johnson y Christensen, 2008; Miles, Huberman y Saldaña, 2014). Señalamos que en nuestro estudio entendemos los métodos como fuentes de información. En este sentido, agrupamos las principales fuentes de información de acuerdo con los aspectos de la valoración del programa de formación vinculadas a ellas (véase la Tabla 3.6 en este capítulo).

En la Figura 3.3 mostramos la triangulación metodológica que realizamos.

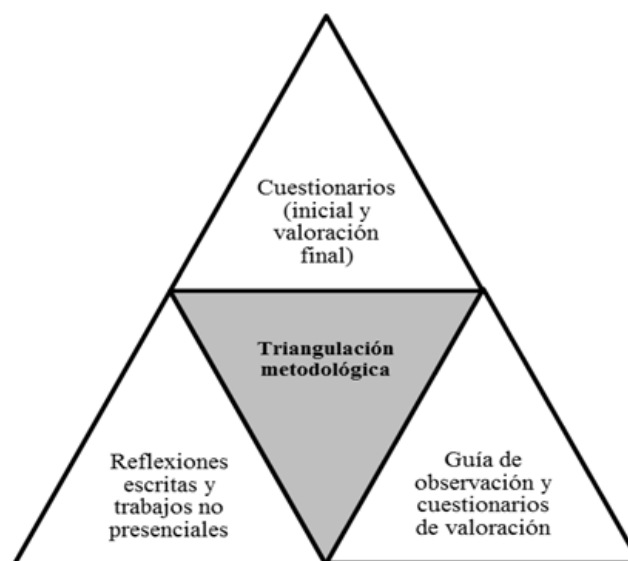


Figura 3.3. Triangulación de fuentes de información
Fuente: Elaboración propia

Los cuestionarios inicial y de valoración final nos informaron sobre los cambios en el conocimiento didáctico y en las actitudes de los profesores participantes de la experiencia formativa, desde su propia percepción. Por su parte, las reflexiones escritas y los trabajos no presenciales evidenciaron los cambios, en los conocimientos didácticos, capacidades y actitudes, de estos profesores, sucedidos durante la implementación del curso-taller. Finalmente, la guía de observación y los cuestionarios de valoración (para los planeamientos y las evaluaciones escritas) brindaron insumos para explicar la aplicación de los conocimientos didácticos y las capacidades desarrolladas a las prácticas de aula de los profesores.

En los apartados que siguen, presentamos las técnicas y los procedimientos utilizados para analizar la información recogida y alcanzar el logro de los objetivos propuestos.

3.4.1. Análisis de la relevancia del programa

El análisis de la información considerada para evaluar la fase de planificación del curso-taller permitió determinar la relevancia del programa. Es la evaluación del diseño del programa. Esta evaluación incluye la pertinencia del programa con relación al contexto de aplicación y los participantes, la adecuación de los contenidos a las necesidades formativas de los participantes, las características técnicas del programa y su evaluabilidad y la preparación de los formadores. El cumplimiento de los indicadores definidos para establecer la relevancia del programa se determinó mediante un análisis crítico de los documentos que podían aportar información pertinente para este propósito (Tabla 3.2).

Por ejemplo considérese el indicador *Los objetivos del programa son suficientes y se adecúan a las necesidades, demandas y expectativas que lo justifican*. Un análisis de la reforma curricular de la Educación Matemática en Costa Rica, los resultados del juicio de expertos, el perfil profesional de los profesores que solicitaron participación en el curso y las respuestas al cuestionario inicial nos llevaron a concluir que, en efecto, las necesidades identificadas y su priorización guiaron el enunciado de los objetivos del curso. Un total de 19 indicadores fueron analizados para determinar la relevancia del programa.

3.4.2. Análisis de la eficacia del programa

El análisis de la información considerada para evaluar los resultados del curso-taller permitió determinar la eficacia del programa, que la constituyen la evaluación del logro

de los objetivos planteados y el grado de satisfacción de los participantes con el programa en términos de su aprovechamiento. Para ello analizamos la información recopilada en los trabajos no presenciales, las reflexiones escritas y los cuestionarios (inicial y de valoración final). Esta evaluación incluye los logros alcanzados por los asistentes al curso-taller en su competencia profesional como promotores y evaluadores de la competencia matemática escolar. Dichos logros están establecidos por el conocimiento didáctico adquirido, las capacidades desarrolladas y las actitudes asumidas por los profesores durante la experiencia de formación.

En este sentido, nos interesa estudiar el progreso alcanzado en el dominio, manejo y comprensión de la normativa curricular, en las capacidades técnicas para seleccionar y diseñar tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática y en la caracterización de tareas matemáticas escolares. Los trabajos no presenciales y los cuestionarios evidenciaron el incremento del conocimiento didáctico y el desarrollo de las capacidades de los participantes en el diseño y la selección de tareas para promover y evaluar la competencia matemática escolar. Las reflexiones escritas, además de corroborar las evidencias mencionadas anteriormente, informaron sobre las actitudes de los participantes en cuanto a los conceptos desarrollados y sus prácticas de aula. Para determinar la eficacia del programa, se analizaron un total de 9 indicadores.

3.4.3. Análisis de la eficiencia del programa

El análisis de la información considerada para evaluar la fase de implementación del curso-taller permitió determinar la eficiencia del programa. Es la evaluación de la puesta en marcha y el desarrollo mismo del programa. Esta evaluación incluye la metodología, la secuencia temporal, los objetivos planteados, los recursos disponibles y utilizados, la respuesta de los participantes a las actividades realizadas, el ambiente de aprendizaje, la satisfacción expresada por los participantes con el programa y los mecanismos en general. De la misma forma que se evaluó la relevancia, el cumplimiento de estos indicadores se determinó mediante un análisis crítico de los documentos que podían brindar información pertinente para este propósito (Tabla 3.2).

Por ejemplo, para establecer el cumplimiento del indicador *Se aprecia corrección en la secuencia de las actividades programadas* revisamos los guiones de trabajo de los participantes y los guiones de desarrollo de los evaluadores, así como las reflexiones escritas. Analizamos 18 indicadores para determinar la eficiencia del programa.

3.4.4. Análisis del impacto del programa

El análisis de la información considerada para evaluar la fase de puesta en práctica permitió determinar el impacto del programa. Es la valoración del grado de implicación de la formación recibida en la mejora de la competencia profesional, en términos de conocimientos didácticos, capacidades y actitudes, de los participantes como promotores y evaluadores de la competencia matemática escolar. Para ello analizamos la información recogida en las guías de observación y los cuestionarios para valorar el planeamiento de la instrucción y las evaluaciones escritas. Esta evaluación incluye la puesta en práctica de la formación desarrollada en el curso-taller.

De esta manera, nos interesa estudiar las actuaciones de los participantes cuando planean, enseñan y evalúan las matemáticas escolares. Las guías de observación y los cuestionarios de valoración determinaron la implicación directa del programa en el desarrollo de su competencia profesional para desarrollar y evaluar la competencia matemática. Un total de 6 indicadores fueron analizados para determinar el impacto del programa.

3.4.5. Procedimiento de análisis

Asimismo, la participación continua de los investigadores en las revisiones y en la toma de decisiones durante todas las fases del programa permitió obtener un consenso en cuanto a los patrones observados en los resultados. Cada uno de los instrumentos de recogida de información fue analizado de acuerdo con su naturaleza y el objetivo específico que atendía. Los datos recogidos mediante preguntas cerradas, contenidas en tres de los cuestionarios, se organizaron en tablas de frecuencias y se cuantificaron mediante medidas descriptivas.

Las respuestas a las preguntas abiertas, contenidas en dos de los cuestionarios y las reflexiones escritas, se sometieron a un análisis inductivo, mediante transformación y categorización. El punto de partida fueron las respuestas específicas de los participantes para construir categorías generales sustentadas en nuestros referentes teóricos. Según Thomas (2006) esta estrategia de transformación de datos cualitativos permite establecer relaciones entre los objetivos de una investigación y los hallazgos derivados de los datos, por lo que se pueden condensar una gran cantidad de información textual en forma resumida a partir de un modelo sobre la estructura evidente en los datos. De esta forma, se puede asegurar que estas relaciones puedan ser justificadas y demostradas.

Una vez condesadas las respuestas a las preguntas abiertas estas fueron tratadas mediante técnicas de análisis de contenido. Esta técnica refiere un conjunto de procedimientos utilizado para examinar, verificar y analizar rigurosamente el contenido de textos e involucra codificar, categorizar las unidades de análisis, comparar las categorías definidas, establecer relaciones entre ellas y derivar conclusiones de la información estructurada (Cohen, Manion y Morrison, 2011, pp. 563-564). Krippendorff (2013) afirma que con esta técnica se pueden hacer inferencias válidas a partir de textos y permite al investigador aumentar su comprensión de un fenómeno.

La información suministrada por los trabajos no presenciales constituye la aportación más importante para analizar el desarrollo y evaluar la eficacia del curso. Para describir y documentar la naturaleza y la dirección de los cambios en la competencia profesional de los profesores participantes para seleccionar y diseñar tareas matemáticas escolares, consideramos un sistema de categorías fundamentado en la caracterización del análisis didáctico; particularmente nos centramos en el análisis cognitivo y el análisis de instrucción.

Por su parte, los datos derivados del protocolo de observación de aula aplicado contribuyen al análisis del impacto del curso-taller. Para describir el grado de implicación del programa en la mejora de la competencia profesional de los profesores para promover y evaluar la competencia matemática escolar, establecimos un sistema de categorías basado en el marco conceptual de la reforma curricular de la Educación Matemática costarricense; particularmente nos centramos en las nociones tratadas en el curso-taller.

Destacamos que todas las grabaciones de audio fueron transcritas, revisadas y procesadas de acuerdo con el objetivo perseguido. Además, algunas intervenciones fueron reproducidas exactamente para justificar o respaldar algún argumento. El estudio de los datos permitió identificar tendencias, interpretarlas y derivar conclusiones. Este proceso de análisis se realizó de manera reiterada hasta lograr el grado de profundidad y claridad perseguido.

En la Tabla 3.9 resumimos las técnicas utilizadas para analizar cada una de las fuentes documentales de información recogidas, señalando los datos que recogen, las unidades y categorías de análisis y el procedimiento analítico aplicado.

3.5. Balance del diseño y la metodología de la investigación

Esta investigación es un estudio evaluativo. Tiene como origen la reforma curricular de la Educación Matemática en Costa Rica (MEP, 2012). La incorporación de la noción de competencia matemática como expectativa a largo plazo, articulada con nociones, supuestos y referencias clave sobre tareas de aprendizaje contextualizadas, grados de desempeño y niveles de complejidad de los procesos básicos de actuación en esta área, así como la necesidad de formar profesores que atiendan estos cambios curriculares, motivaron la propuesta de diseñar, implementar y evaluar un programa de formación.

Abordamos la naturaleza y la dirección de los cambios producidos en su competencia profesional para el desarrollo y evaluación de la competencia matemática escolar, mediante el diseño y selección de tareas. Para lograrlo aplicamos métodos propios de la investigación cualitativa en un estudio con propósitos descriptivos, explicativos y evaluativos. Describimos el desempeño de un grupo de profesores en ejercicio durante su participación en un curso-taller, identificamos factores que contribuyen a explicar los cambios experimentados en sus conocimientos didácticos, capacidades y actitudes, y probamos la implicación del programa en sus prácticas de aula. Como modalidad de formación, el curso-taller permitió combinar aspectos teóricos y aplicaciones prácticas.

El diseño de la investigación se orienta mediante la metodología de evaluación de programas de formación. Luego de la revisión teórica de esta metodología ajustamos nuestro plan de evaluación a las propuestas de Maher (2012), Kirkpatrick (2006), Pérez-Juste (2006). Maher propone concretar la evaluación sobre cuatro criterios: factibilidad, utilidad, legalidad y calidad técnica. Kirkpatrick propone un enfoque de cuatro niveles que ajustamos a las características específicas de nuestro programa. Pérez-Juste propone evaluar un programa en sus fases de planificación, implementación y evaluación mediante una pauta. La tesis doctoral de Caraballo (2014) es un antecedente valioso de este diseño metodológico.

De esta manera, el modelo que empleamos para evaluar nuestro programa de formación se estructura en cuatro fases: planificación, implementación, resultados y puesta en práctica. En la primera fase diseñamos el programa y planificamos su implementación. En la segunda fase pusimos en marcha el programa. En la tercera fase analizamos e interpretamos los resultados, determinamos el logro de los objetivos y valoramos la experiencia. Un tiempo después de haber terminado el curso-taller tuvo lugar la cuarta

fase, en ella analizamos las actuaciones de los participantes en su quehacer de aula, determinamos el impacto del programa y valoramos nuevamente la experiencia.

Tabla 3.9.

Resumen del análisis de la información recogida por instrumento

Instrumento	Datos recogidos	Unidad de análisis	Categorías de análisis	Tipo de análisis
Cuestionarios	<ul style="list-style-type: none"> • Reflexiones didácticas • Comentarios y valoraciones 	<ul style="list-style-type: none"> • Respuestas de acuerdo con escala • Segmentos de las respuestas aislados como enunciados 	<ul style="list-style-type: none"> • Escala de respuesta • Categorías definidas en el proceso de categorización 	<ul style="list-style-type: none"> • Frecuencias • Porcentajes • Análisis de contenido
Reflexiones escritas	<ul style="list-style-type: none"> • Descripciones de prácticas docentes • Reflexiones didácticas • Comentarios y valoraciones 	<ul style="list-style-type: none"> • Segmentos de las respuestas aislados como enunciados 	<ul style="list-style-type: none"> • Categorías definidas en el proceso de categorización 	<ul style="list-style-type: none"> • Análisis de contenido
Trabajo no presencial	<ul style="list-style-type: none"> • Enunciados de tareas matemáticas escolares • Descripciones de propuestas de aprendizaje • Reflexiones didácticas • Comentarios y valoraciones 	<ul style="list-style-type: none"> • Enunciado de tarea • Comentarios • Función en la unidad didáctica • Función evaluadora • Valoración de la tarea 	<ul style="list-style-type: none"> • Análisis cognitivo <ul style="list-style-type: none"> • Expectativa • Limitaciones • Demanda cognitiva • Análisis de instrucción <ul style="list-style-type: none"> • Función de la tarea dentro de una secuencia • Variables de tarea según la propuesta curricular del MEP <ul style="list-style-type: none"> • Contenido matemático • Habilidades • Contexto • Complejidad • Función de la tarea 	<ul style="list-style-type: none"> • Ajuste a las categorías del análisis cognitivo • Ajuste a las categorías del análisis de instrucción • Ajuste al marco conceptual del MEP
Guía de observación	<ul style="list-style-type: none"> • Enunciados de tareas matemáticas escolares • Descripciones de propuestas de aprendizaje • Reflexiones didácticas • Comentarios y valoraciones 	<ul style="list-style-type: none"> • Enunciado de tarea • Comentarios • Función en la unidad didáctica • Función evaluadora • Valoración de la tarea 	<ul style="list-style-type: none"> • Gestión del profesor • Papel del alumno • Contexto • Aprendizaje 	<ul style="list-style-type: none"> • Ajuste a las categorías del marco conceptual del MEP

Fuente: Elaboración propia

Determinamos la calidad del programa mediante la evaluación de sus fases de acuerdo con cuatro dimensiones: relevancia, eficacia, eficiencia e impacto. La relevancia se refiere al grado en el que el programa de formación resultó adecuado u oportuno a los

requerimientos y expectativas del entorno, sus participantes y el contexto de aplicación. La valoración del diseño del programa determinó su relevancia. La eficacia se refiere al logro de los objetivos planteados y fue determinada mediante la valoración de los resultados obtenidos. La eficiencia se refiere al logro de los objetivos mediante la utilización o maximización de los medios, recursos y circunstancias de aplicación. La eficiencia del programa se determinó mediante la evaluación de la implementación del programa. El impacto se refiere al grado de implicación del programa en la aplicación de lo aprendido y fue determinado mediante la evaluación de la fase de puesta en práctica.

Para evaluar las primeras tres fases consideramos la pauta de 46 indicadores establecida por Caraballo (2014). En la evaluación de la fase de planificación tomamos en cuenta la relevancia a los participantes y al contexto; las características técnicas; la pertinencia del contenido; la evaluabilidad y la formación de formadores. En la evaluación de la fase de resultados consideramos criterios sobre medida y logros, y valoración. Valoramos los logros alcanzados en cuanto a la evolución de los participantes en tres aspectos: cambios en el conocimiento didáctico, desarrollo de capacidades para diseñar y seleccionar tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática de los escolares y cambio en las actitudes sobre su práctica docente así como la satisfacción con el programa expresada por los participantes. En la evaluación de la fase de implementación tomamos en consideración la puesta en marcha y el marco de aplicación. Para evaluar la fase de puesta en práctica adaptamos la propuesta de Ramos, Meisozo y Guerra (2016) a nuestros propósitos y elaboramos una pauta de seis indicadores. Para esta evaluación tomamos en consideración la implicación del programa en el aprendizaje y en el desempeño profesional de los participantes.

Los informantes voluntarios en el estudio fueron los profesores asistentes al curso-taller; durante el desarrollo de las cuatro fases de la investigación recogimos información empírica de los participantes. Para ello empleamos diferentes instrumentos de recogida de información: cuestionarios, reflexiones escritas, tareas grupales y observaciones de clase. Con el propósito de garantizar que la información obtenida fuera consistente y considerar todos los ángulos posibles de acuerdo con nuestros objetivos, procedimos a una triangulación metodológica. Por lo que agrupamos las principales fuentes de información de acuerdo con los aspectos de la valoración del programa vinculadas a ellas. Para analizar e interpretar los cambios en conocimientos didácticos, capacidades y actitudes usamos técnicas del análisis de contenido y un sistema de categorías basado en

los análisis cognitivo y de instrucción del análisis didáctico. Para describir el grado de implicación del programa en la mejora de la competencia profesional de los profesores para promover y evaluar la competencia matemática escolar, establecimos un sistema de categorías basado en el marco conceptual de la reforma curricular de la Educación Matemática costarricense.

La Figura 3.4 sintetiza el diseño y la metodología de la investigación descrita en este capítulo. El diseño de la investigación está enmarcado por la metodología de evaluación de programas de formación. El modelo de evaluación empleado se organiza en cuatro fases: planificación, implementación, resultados y puesta en práctica. Durante el desarrollo de las fases recogimos información empírica de los profesores que participaron en el programa de formación, concretado en un curso-taller. Finalmente, determinamos la calidad del programa de formación mediante la evaluación de sus fases de acuerdo con cuatro dimensiones: relevancia, eficacia, eficiencia e impacto.

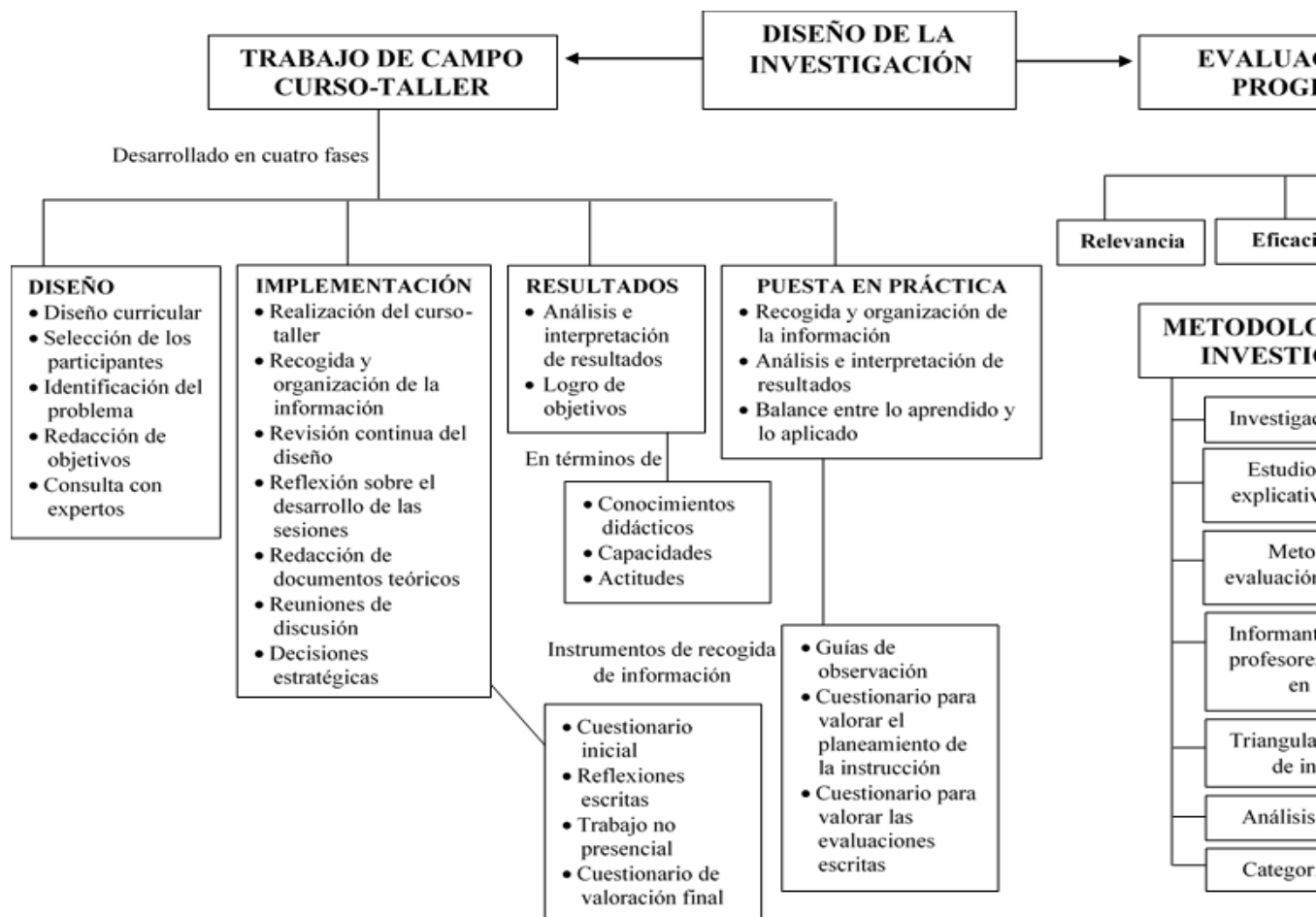


Figura 3.4. Diseño metodológico de la investigación.
Fuente: Elaboración propia

CAPÍTULO IV

EL CURSO-TALLER

El eje que estructura esta investigación es el curso-taller, concebido como programa de formación y experiencia de desarrollo profesional para su valoración en conjunto. En el Capítulo III establecimos las fases del estudio junto con aquellos aspectos del curso-taller que destacan en cada una de ellas. Asimismo, consideramos los criterios para evaluar el programa de formación. Tomando en cuenta los aspectos y criterios mencionados anteriormente y la caracterización que hace Rico (1997) de un plan de formación (descrita en el Capítulo II), definimos un conglomerado de componentes medulares para cada fase del programa.

Así, en este capítulo presentamos el curso-taller como programa de formación y describimos cada uno de los componentes del programa según correspondan a las fases de planificación, implementación, resultados y puesta en práctica. Finalmente presentamos un balance de las aportaciones de cada uno de estos componentes y de sus relaciones, puesto que, en conjunto conforman el planteamiento y puesta en práctica del plan de formación que se estudia. Detallamos la finalidad, estructura curricular y organización del curso-taller, su implementación con un grupo de profesores de Educación Secundaria, así como las actividades y documentos recogidos durante su realización y cuando los profesores regresaron a sus entornos de trabajo, aspectos todos ellos considerados para su evaluación.

4.1. El curso-taller como programa de formación

El programa de formación surge como una respuesta a las dificultades que manifiestan los profesores de matemática costarricenses para implementar el nuevo currículo, debido a debilidades en su formación inicial y a la ausencia de procesos continuos de capacitación; particularmente en la formación de contenidos matemáticos y su didáctica. La incorporación de la noción de competencia matemática escolar como parte integral del currículo en todos los niveles educativos, nos lleva a identificar esta noción como una necesidad para el desarrollo profesional del profesor, en términos de su competencia profesional, pues deben seleccionar y diseñar tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar, y también como una expectativa a largo plazo que se desarrolla en el aula.

Con nuestro programa de formación pretendíamos establecer y organizar los aspectos teóricos y conceptuales relevantes a los objetivos de la investigación y lograr que los participantes pudieran involucrarse activamente en una experiencia de desarrollo

profesional mediante su participación en diálogos y debates y mediante la producción de trabajos técnicos y prácticos.

Para la Organización de Estados Americanos, OEA (2003, p. 43), un curso académico conforma una programación de contenidos curriculares y se distingue por dos características fundamentales: el facilitador, como autoridad y elemento central del ambiente de aprendizaje, y el receptor, como participante pasivo en el proceso. Por su parte, considera que un taller educativo es un modelo didáctico desarrollado en seis fases: iniciación, preparación, fundamentación, actuación, debate y evaluación (esta secuencia es similar a la que adoptamos en nuestra experiencia de formación). Además, el aprendizaje bajo esta modalidad está orientado por el interés de los participantes en lograr un producto, es propiciado por el intercambio de experiencias entre los participantes, y se promueve mediante el desarrollo continuo de la práctica, los procesos y los productos (*Ibíd*, p. 135).

De esta manera, lo más conveniente, según nuestros propósitos, es establecer una modalidad de formación que combine las características de un curso académico con las de un taller educativo. Es decir, que incluya aspectos teóricos y aplicaciones prácticas. El curso-taller se ajusta a la formación teórico-práctica que esperamos desarrollar. Del curso conservamos la programación y estructuración de contenidos; del taller, la idea del aprendizaje activo: orientado a la producción, en un ambiente de colaboración, y promovido mediante el desarrollo continuo de los participantes.

La fortaleza del curso-taller como herramienta de formación radica en el rol activo, participativo, e investigativo del sujeto que aprende en el binomio teoría y práctica; los encargados actúan como facilitadores del aprendizaje, los participantes construyen su aprendizaje mediante el predominio de la práctica (Careaga, Sica, Cirillo y Da Luz, 2006; Castillo, 2003; Ortiz, 2002). Caraballo (2014) así lo constató.

En nuestro estudio la modalidad de curso-taller favoreció:

- El trabajo grupal sin desestimar la formación individual.
- El intercambio y la complementariedad de ideas entre los participantes.
- La producción de trabajos.
- La mejora continua de los procesos de enseñanza.
- La interacción con los informantes.

- El estímulo de las aportaciones significativas para los objetivos de la investigación.
- El reconocimiento de los momentos específicos en los que se experimentaron cambios significativos en el desarrollo del proceso.

Establecida la necesidad del programa de formación y la modalidad con la que se abordaría la experiencia de desarrollo profesional, procedimos a organizar y evaluar el programa mediante el desarrollo de cuatro fases: planificación, implementación, resultados y puesta en práctica. Cada una de estas fases requirió actividades e información propia para el logro de sus propósitos, como describimos a continuación.

4.2. Fase de planificación

Esta fase tuvo como finalidad diseñar el programa de formación y planificar su implementación. Los meses previos a su implementación, determinamos el contenido curricular del curso-taller y, con base a los contenidos definidos, la secuencia temporal, la documentación necesaria y los recursos para su puesta en práctica.

Completado el diseño lo presentamos en calidad de propuesta de formación a la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional de Costa Rica (UNA). El documento incluía una justificación del interés de la actividad para la comunidad educativa a la que se dirigía, objetivos previstos, contenidos, organización temporal, metodología, evaluación y recursos necesarios para su realización. La Escuela de Matemática aprobó la propuesta, y en conjunto al Ministerio de Educación Pública se otorgó al curso-taller el carácter de actividad formativa para profesores de matemática en ejercicio, lo que equivale a puntaje de aprovechamiento de actividades de capacitación profesional ante el ente ministerial; este puntaje beneficia a los profesores porque entre mayor sea mejores beneficios profesionales y económicos obtendrán.

Luego de su aprobación tomamos decisiones en cuanto a: la selección de los participantes, la organización temporal de los contenidos, la propuesta de los trabajos y actividades, los guiones de desarrollo preliminares y el espacio físico donde tendría lugar el curso-taller. Determinados los elementos relativos al diseño, procedimos a recabar el juicio de expertos con el propósito de validarlo y planificar el momento de la implantación del programa.

Los componentes de la planificación del programa que describimos en este apartado son: finalidad; objetivos; recogida de información; contenidos seleccionados; secuencia temporal; formadores y participantes; recursos; y la descripción de las consultas realizadas a los expertos, sus sugerencias de mejora al diseño y las decisiones tomadas a partir de las mismas.

4.2.1. Finalidad del programa de formación

Como hemos mencionado en el apartado anterior, las debilidades que arrastran los profesores costarricenses de su formación inicial y la formación continua insuficiente obstaculizan el propósito que persigue el nuevo currículo. Esta situación nos llevó a una profunda reflexión en torno al compromiso de los profesores de suministrar a los alumnos herramientas que les permitan lograr y fortalecer una serie de habilidades y capacidades cognoscitivas conducentes al desarrollo de su competencia matemática escolar. De esta forma, identificamos la necesidad de formar a los profesores en ejercicio en el diseño y la selección de tareas adecuadas para promover y evaluar la competencia matemática.

Esta visión de la educación matemática obliga a un planeamiento cuidadoso de las lecciones, involucrando la selección de las tareas, los tiempos a destinar para cada paso, y la acción docente en cada momento (el profesor debe jugar un papel central en la interacción social y cognitiva en el aula). Además, su uso debe ser flexible, lo que dependerá de las condiciones y del contexto de aula, así como del nivel educativo en que se enseña.

En esta línea, Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez (2008) consideran que,

“la planificación, como competencia clave del profesor de matemáticas, demanda el desarrollo de capacidades específicas para identificar, organizar, seleccionar y priorizar los significados de los conceptos matemáticos mediante el análisis cuidadoso de su contenido, análisis necesario para establecer las expectativas de aprendizaje, previo al diseño de tareas y necesario para la elección de secuencias de actividades.” (p. 8)

Además, como argumentamos en el Capítulo II, los profesores de matemáticas ante una reforma curricular utilizan las disposiciones de los programas de estudio como punto de partida para planear sus lecciones, pero son sus concepciones sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje quienes determinan las decisiones relacionadas con aspectos de la instrucción. En este sentido, el desarrollo profesional de los profesores es el enlace

entre el diseño y la implementación de una reforma curricular y constituye su éxito en el entorno escolar.

Así, podemos concluir que para adoptar las reformas curriculares y aplicarlas en el aula los profesores ponen en juego su competencia profesional, en la variedad de situaciones y actuaciones que han de realizar con motivo de su labor docente. Por tanto, consideramos oportuno planificar e implementar un programa de formación que tuviera por finalidad capacitar a los profesores en servicio para planificar la instrucción ajustándose al modelo funcional de las Matemáticas que estructura la propuesta del nuevo currículo.

4.2.2. Objetivos planteados para el programa de formación

El curso-taller se denominó *Diseño y selección de tareas pertinentes para desarrollar y evaluar la competencia matemática*. Su finalidad formativa era: identificar, promover y valorar la competencia profesional de los profesores participantes para el diseño de tareas que desarrollen y evalúen la competencia matemática de sus alumnos, así como en el establecimiento de los criterios de valoración correspondientes. Se concretó este objetivo mediante el enunciado de los objetivos específicos siguientes:

- Identificar nociones y elementos clave, de la normativa legal y el marco teórico que enmarcan la reforma curricular de los programas de matemática en Costa Rica, para el desarrollo y la evaluación de la competencia matemática escolar.
- Caracterizar tareas matemáticas escolares en términos de las variables que las constituyen: contenido matemático, situaciones y contextos, niveles de complejidad.
- Caracterizar tareas matemáticas escolares de acuerdo con la función principal que cumple cada una de ellas dentro de una secuencia de aprendizaje.
- Diseñar tareas adecuadas para el desarrollo y evaluación de la competencia matemática escolar de sus alumnos.
- Establecer criterios de valoración que determinen el grado en que un alumno ha desarrollado las expectativas de aprendizaje previstas.

Los objetivos en su conjunto consideran un incremento del conocimiento didáctico del profesor de matemáticas sobre las nociones básicas de la reforma curricular, un desarrollo de sus capacidades para el diseño y selección de tareas matemáticas escolares, y una variación en sus actitudes hacia el desarrollo y la evaluación de la competencia

matemática escolar, basándonos en la noción de competencia profesional que hemos asumido. Para alcanzar los objetivos específicos y valorar el objetivo general era fundamental identificar el nivel de competencia de los participantes en términos de su conocimiento didáctico, capacidades y actitudes.

4.2.3. Planificación de la recogida de información

Los objetivos planteados orientaron la planificación de la recogida de información. Para conocer el nivel de competencia profesional de los profesores participantes en el programa de formación, aplicamos variados instrumentos de recogida de información en momentos distintos: al inicio del curso-taller, en el intermedio y a su término. Los instrumentos de recogida de información (cuestionarios, trabajos grupales y reflexiones escritas) fueron diseñados y previstos para que resultaran adecuados y alcanzar los objetivos propuestos. Los propósitos y el formato de estos instrumentos están descritos en el Capítulo III de esta memoria. Todos fueron diseñados expresamente para esta experiencia y están basados en los instrumentos de recogida de información empleados en el estudio de Caraballo (2014).

Planificamos explorar el estado inicial del conocimiento didáctico de los profesores, sus capacidades y actitudes mediante preguntas específicas en el cuestionario inicial y por medio de reflexiones escritas y trabajos grupales en las primeras sesiones del curso-taller. Esta información sería contrastada con la información obtenida a la terminación de la experiencia formativa. En el transcurso del curso-taller, las respuestas a las preguntas formuladas en las reflexiones escritas contribuirían a identificar el nivel de conocimiento de los participantes respecto a los conceptos teóricos y prácticos presentados. Asimismo, los trabajos grupales aportarían información valiosa para determinar el dominio de los participantes en el diseño y selección de tareas y determinar los cambios experimentados por ellos en esta competencia. Por su parte, el cuestionario de valoración final nos permitiría conocer el grado de satisfacción de los participantes y se planificó su aplicación al cierre del curso-taller.

Los objetivos de esta investigación son perfectamente compatibles con la finalidad formativa del curso-taller pues el curso tiene una finalidad que no se pone en tela de juicio y que se promueve de manera estricta y coherente, a pesar de que se obtengan datos para analizar su calidad e impacto. Los instrumentos de recogida de información se desprenden de las tareas propuestas a los profesores para el desarrollo de la competencia profesional

necesaria en el diseño de tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar.

4.2.4. Contenidos seleccionados y secuencia temporal

Determinamos el marco curricular de nuestra investigación y el contenido del programa formativo a partir del desarrollo de la competencia profesional concretada en la planificación y evaluación, y el marco conceptual de la reforma curricular de la Educación Matemática en Costa Rica: la noción de competencia matemática como expectativa a largo plazo, y su articulación con nociones, supuestos y referencias clave sobre tareas de aprendizaje contextualizadas, grados de desempeño y niveles de complejidad de los procesos básicos de actuación en esta área.

De esta manera, los principales focos de la investigación son: la competencia matemática escolar, los medios para su desarrollo y evaluación, y la formación de los profesores de matemáticas en estos aspectos. Los dos primeros focos sirvieron de referente para seleccionar los contenidos desarrollados en el curso-taller y la formación de profesores proporcionó orientación permanente al programa.

En este sentido, el foco de interés del programa se mantuvo en la percepción y comprensión de los propios participantes, tanto del enfoque como de los métodos que debían desarrollar, a fin de promover y evaluar la competencia matemática escolar según establecen las directrices curriculares. Por lo tanto, el tema central del curso-taller y sobre el que enfatizamos las sesiones fueron las características de las tareas matemáticas escolares y su adecuación al modelo funcional del aprendizaje basado en el desarrollo de competencias. Las decisiones respecto a los documentos de trabajo propuestos en las distintas sesiones del curso-taller se basaron en los contenidos identificados. La selección final de los contenidos del curso-taller, organizados secuencialmente, fue la que recoge la Tabla 4.1.

El desarrollo de los contenidos del curso-taller se organizó temporalmente en términos de sesiones. Siguiendo un planteamiento deductivo desde los principios generales a las propuestas específicas, presentamos en primer lugar, los conceptos básicos tratados en el currículo, en segundo lugar, todo lo concerniente a las tareas matemáticas escolares, y en último lugar, modelos específicos de tareas que desarrollan y evalúan la competencia matemática y sus respectivos criterios de valoración. Las actividades que se propusieron a los profesores participantes incluían lecturas críticas de secciones específicas del

currículo, valoración de tareas y secuencias de enseñanza dadas y demandas de ejemplos propios o elaboración de criterios de valoración de tareas en términos de competencias, entre otras.

Tabla 4.1.
Organización temporal de los contenidos

Sesión	Contenidos
Preliminar	Presentación del curso-taller
1	La reforma curricular de los programas de matemática en Costa Rica; conceptos básicos del currículo oficial en Costa Rica (habilidades, competencias, procesos, ejes disciplinares, planificación, implementación y evaluación de las matemáticas escolares)
2	La planificación del aprendizaje de las matemáticas desde un enfoque funcional
3	Significados de las matemáticas escolares. Contextualización activa
4	Expectativas de aprendizaje: habilidades, competencias y procesos
5	Análisis, caracterización y organización de las tareas matemáticas escolares
6	Balance de los contenidos discutidos y trabajos realizados en las sesiones anteriores
7	La evaluación en las matemáticas escolares: tareas de evaluación de la competencia matemática escolar
8	Factores para considerar en el diseño de una prueba para evaluar la competencia matemática
9	Criterios de valoración para las tareas que evalúan la competencia matemática escolar
10	Recapitulación, cierre y evaluación del curso-taller

Fuente: Elaboración propia

Determinamos que el curso requeriría 100 horas de trabajo para completarse exitosamente. De estas, 30 horas serían presenciales y se distribuirían en las diez sesiones planificadas, cada una de las cuales con una duración de tres horas). 55 horas se destinaron a que los profesores completasen los trabajos no presenciales y otras 15 horas se destinaron exclusivamente a que elaborasen el trabajo final. Consideramos idóneos los meses de noviembre y diciembre para la implementación del curso-taller por varias razones. Primero, porque para ese periodo los profesores habrían finalizado el curso académico y estarían dedicados a las actividades del programa formativo, y segundo, porque no incluía días festivos lo cual ampliaba las posibilidades de combinar varios días de la semana para las sesiones presenciales. Escogimos los lunes, miércoles, jueves y sábados para llevar a cabo las sesiones presenciales del curso-taller. Consideramos que esta combinación de días implicaría un trabajo intensivo para los profesores participantes pero permitiría un espacio cómodo para completar los trabajos propuestos.

4.2.5. Estructura de las sesiones

Determinamos la organización de cada sesión en términos de las actividades que planificábamos realizar en cada una de ellas. Consideramos la estructura general establecida por Caraballo (2014) ajustada al desarrollo propio de cada sesión. La Figura 4.1 muestra la estructura para el desarrollo general de las sesiones y una breve descripción de su secuencia.

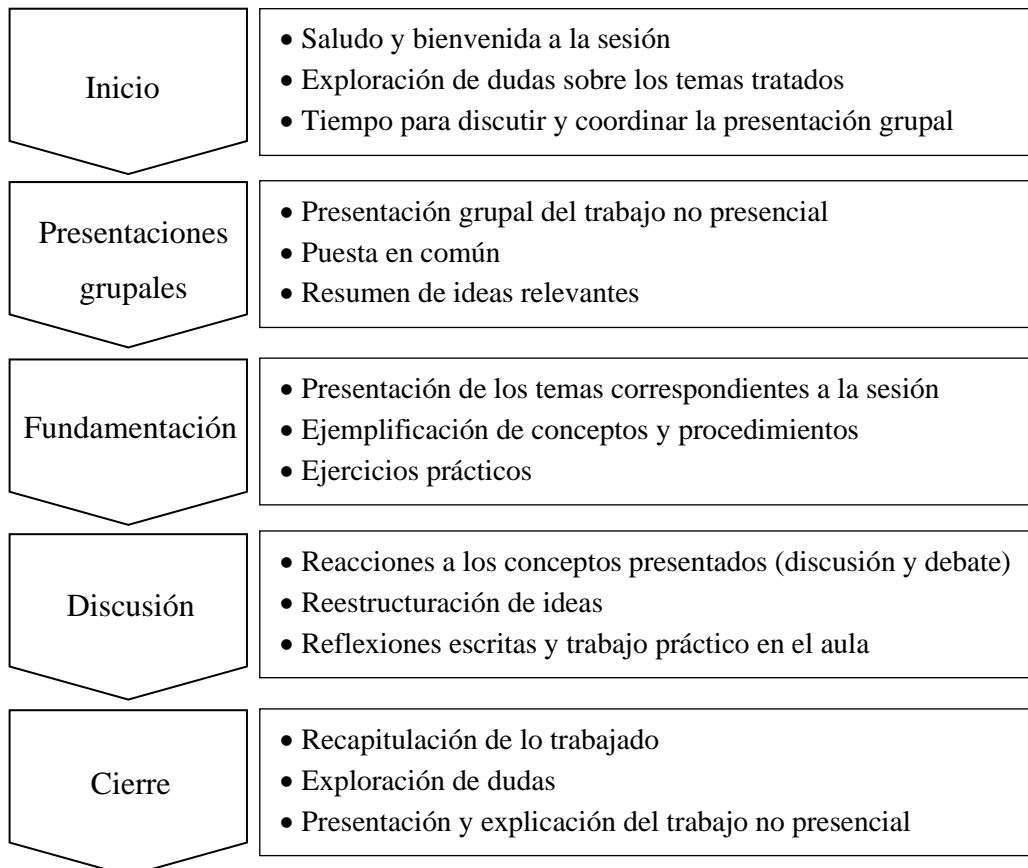


Figura 4.1. Componentes de la secuencia de actividades de cada sesión

Fuente: Caraballo (2014, p. 135)

La estructura de las sesiones establecida dio paso a otros detalles del diseño del curso-taller como fueron la redacción de guiones de trabajo preliminares, la redacción de documentos teóricos, y la planificación de actividades de aprendizaje. Para cada sesión se redactaron dos guiones: uno de desarrollo para los evaluadores y uno de trabajo para los participantes. Los guiones de desarrollo fueron elaborados con el propósito de manejar el tiempo y controlar la duración de las distintas actividades, por lo que eran más extensos y contenían directrices específicas para llevar a cabo la secuencia de actividades. Los guiones de trabajo fueron elaborados con el propósito de orientar a los participantes en la

secuencia de desarrollo de la sesión, y contenían todas las actividades que serían desarrolladas en cada momento.

4.2.6. Formadores y participantes

El curso-taller fue diseñado y desarrollado por el equipo de investigación; compuesto por el estudiante de posgrado, investigador principal y autor de esta Tesis, y el investigador del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, Dr. José Luis Lupiáñez Gómez, director de esta. Ambos investigadores estuvieron a cargo de las actividades de formación y la redacción de los documentos de trabajo. El investigador principal se encargaría también de asuntos técnicos tales como registrar la asistencia, seguir las producciones de los participantes y custodiar las grabaciones. Además, consideramos la participación de investigadores de reconocida experiencia en la temática del curso o en este tipo de formación. Por una parte, contamos con el académico Ricardo Poveda, profesor experto de secundaria y profesor de la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional de Costa, que fue miembro del equipo de la Reforma de la Matemática de Costa Rica, y que por tanto resultó de gran pertinencia para el curso-taller. Por otro lado, contamos con la Dra. Rosa Caraballo, de la Universidad Metropolitana de Puerto Rico, quien en su tesis doctoral diseño y evaluó en España un programa de formación con características similares a nuestro curso-taller. Ambos colaboraron en varias sesiones del programa en calidad de asesores expertos.

En cuanto a los participantes, los profesores de matemáticas de secundaria en ejercicio en las provincias de Alajuela, Heredia y San José constituyeron la población de referencia para el estudio. Una vez anunciado el curso por la UNA se confirmó la matrícula de un total de diez profesores, quienes se inscribieron de manera voluntaria y gratuita, motivados por el deseo manifiesto de desarrollar y fortalecer su competencia profesional, para afrontar con solidez y coherencia la Reforma de la Matemática en el ejercicio de su actividad docente.

4.2.7. Recursos previstos

De acuerdo con las previsiones establecidas la Escuela de Matemática de la UNA, institución encargada de ofertar la experiencia formativa, contaba con ordenadores y proyectores necesarios para la realización del curso-taller. Además, nos asignó una sala de reuniones con la amplitud necesaria para propiciar el trabajo en equipo. Esto puso de manifiesto el interés de esta institución por ofrecer servicio y apoyo a los profesores que

se inscribieron en esta propuesta de formación. Por su parte, el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada proveyó las grabadoras de audio que hicieron posible el registro continuo de las sesiones.

4.2.8. Juicio de expertos

Determinados los elementos relativos al diseño, procedimos a recabar el juicio de expertos con el propósito de validar la necesidad de formación que habíamos identificado y las decisiones tomadas respecto a los contenidos, la finalidad, y todo lo concerniente a la programación del curso-taller. Consultamos a cuatro expertos: el director del Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica, una profesora del Departamento de Formación de Profesores de la Universidad de Costa Rica (UCR), un profesor del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada en España, y una profesora de la Universidad Metropolitana de Puerto Rico (mencionada anteriormente como una de las asesoras expertas del curso-taller).

Todos los expertos concluyeron que el planteamiento de la propuesta formativa era coherente con la reforma curricular, y que tanto los objetivos del curso-taller como el diseño de las actividades desarrolladas en las sesiones presenciales eran pertinentes ante la necesidad de capacitar a los profesores de matemática en servicio; al considerarse aspectos conceptuales y metodológicos que perseguían promover el desarrollo de su competencia profesional para asumir los recientes cambios curriculares de Costa Rica.

Asimismo los señalamientos más significativos apuntaban a una falta de precisión en los procesos para dar seguimiento a los profesores en la parte no presencial del curso-taller y en la descripción de las técnicas e instrumentos de evaluación considerados. El director del proyecto de la reforma curricular señaló además que el tiempo considerado para desarrollar el curso-taller no era suficiente para que los profesores lo realizaran a cabalidad.

A partir de estas recomendaciones establecimos mecanismos que nos permitirían mantener un contacto más personalizado con los profesores durante la realización de las tareas no presenciales (un foro en la plataforma de “Google Groups” y un grupo de Whats App); depuramos los criterios de evaluación del curso-taller asociándolos con actividades específicas y estableciendo rubros de calificación para cada uno de ellos; y extendimos el cronograma del curso-taller: nos decantamos por trabajar tres días a la semana en lugar de los cuatro inicialmente propuestos, considerando que esta combinación permitía un

espacio más amplio para completar satisfactoriamente los trabajos y madurar con pausa los contenidos tratados.

4.2.9. Resumen de la fase de planificación

En la Figura 4.2 sintetizamos el proceso de diseño y planificación del curso-taller, desde la fase previa de identificación de las necesidades, hasta la validación del diseño por expertos.

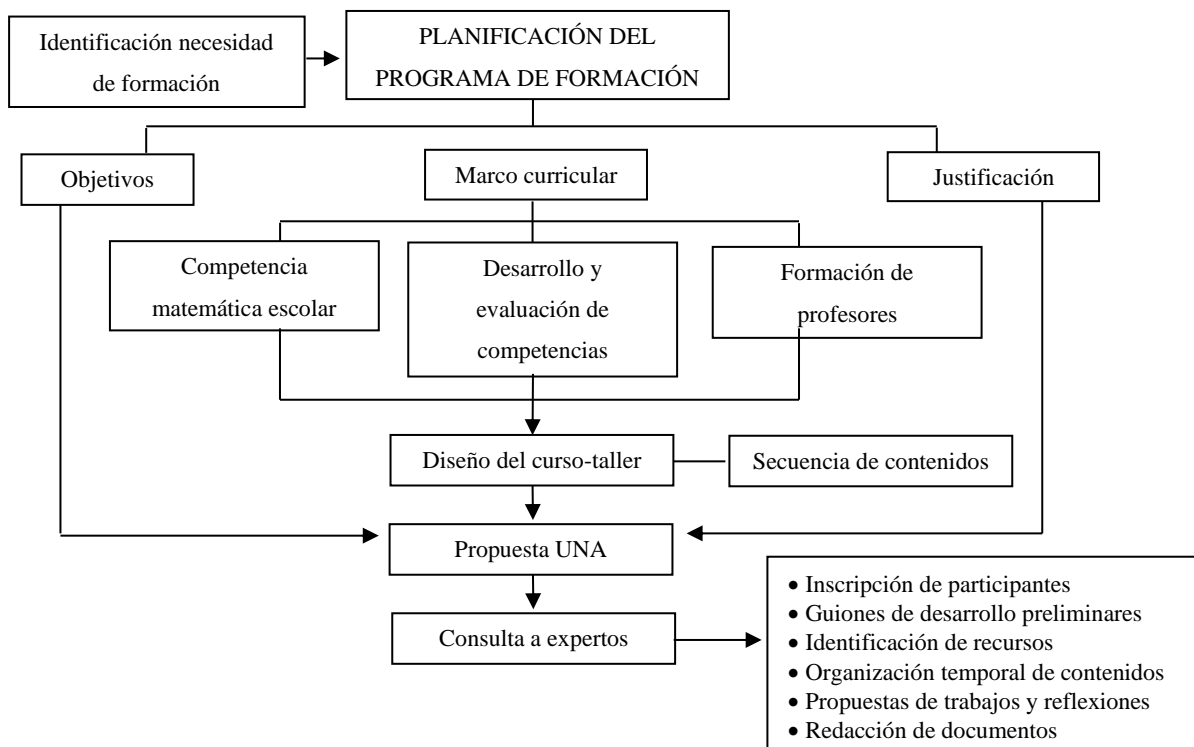


Figura 4.2. Esquema de la fase de diseño y planificación del programa de formación
Fuente: Elaboración propia

4.3. Fase de implementación

Durante esta fase implementamos el programa de formación, recogimos información sobre su desarrollo para reevaluar y revisar de manera continua las actividades propuestas, y organizamos la información para su eventual análisis. También tuvo lugar la revisión y reformulación del diseño mediante observación crítica, continua y cíclica, de los contenidos curriculares y de las estrategias de enseñanza. A partir del modelo de investigación-acción citado por Cohen, Manion y Morrison (2011), sintetizamos la revisión y la reformulación del diseño en cuatro momentos: planificación de cada una de las sesiones, intervención en el aula, observación de lo realizado en la sesión y reflexión del equipo de investigadores.

Al terminar cada sesión, el equipo de investigadores mantuvo reuniones para evaluar lo acontecido y lo logrado con base en el desarrollo de la sesión y los aportes de los participantes. Esta evaluación nos permitió: redactar y revisar los documentos teóricos, diseñar las presentaciones teóricas seleccionando ejemplos significativos, identificar y elegir estrategias de enseñanza, identificar y elegir los recursos y los medios educativos necesarios para el desarrollo de las sesiones, y determinar las funciones y responsabilidades del equipo de investigadores. Finalizada cada sesión comenzaba de nuevo el ciclo. Los documentos previos correspondientes a cada sesión fueron redactados, diseñados, revisados y modificados en conjunto por el equipo de investigadores. Asimismo, se tomaron decisiones en cuanto a materiales y recursos, reproducción de documentos, revaluación de estrategias de enseñanza, recogida de trabajos no presenciales y reflexiones escritas.

En este apartado describimos los aspectos de la puesta en marcha del programa de formación, la experiencia formativa en términos del contexto donde se llevó a cabo, la secuencia de actividades didácticas y la recogida de la información.

4.3.1. Contexto de aplicación

El curso-taller tuvo lugar los lunes, miércoles y sábados de cada una de las cuatro semanas comprendidas entre el 13 noviembre y el 6 de diciembre de 2017 en la Escuela de Matemática de la UNA. La planificación inicial de horas presenciales y de trabajo autónomo se cumplió en su totalidad. Es importante indicar que tuvimos una sesión preliminar, una semana antes de iniciar con la experiencia formativa, en la que presentamos el programa de formación, establecimos acuerdos sobre la dinámica del curso-taller y se formalizó la matrícula de los participantes.

Al inicio de la mayoría de las sesiones se realizaron las presentaciones de los trabajos no presenciales asignados en la sesión anterior. Estas presentaciones estaban seguidas por un debate de todo el grupo con el propósito de orientar y reestructurar ideas. En cada sesión los investigadores y los profesores asesores intervinieron mediante exposiciones teóricas, ejemplos, ejercicios y explicaciones seguidas por debates y reflexiones individuales y grupales en el aula. Las reflexiones escritas se centraron en aspectos directamente relacionados con la práctica docente, y las ideas tratadas en ellas fueron presentadas por la totalidad de los participantes.

La dinámica del curso-taller motivó y facilitó el trabajo colaborativo e implicó la participación activa de los participantes. Para completar los trabajos no presenciales se fomentó el trabajo en equipos de dos o tres personas. Con este agrupamiento los participantes tuvieron oportunidad de compartir ideas y profundizar en su comprensión de las consideraciones teóricas discutidas en clase, así como alcanzar un mejor desempeño en las actividades didácticas propuestas. Cabe señalar que todas las sesiones del curso-taller fueron grabadas en audio.

De los diez profesores matriculados asistieron al curso-taller nueve, ocho de los cuales estaban en activo. El grupo de participantes se distinguió porque la mayoría trabajaba en centros educativos privados y contaba con pocos años de experiencia profesional (la mediana era tres años). Además, siempre mostraron una conducta de compromiso hacia el curso-taller: eran puntuales, se implicaban en las actividades propuestas, y llegaban a la sala de clase comentando, de manera informal, los trabajos realizados y cualquier otro asunto relacionado con los temas discutidos. En la sesión preliminar al curso-taller se consultó a los participantes sobre su posición en cuanto a la grabación de la totalidad de las sesiones. Todos estuvieron de acuerdo y consintieron el procedimiento.

En cuanto a la asistencia de los formadores a las sesiones, señalamos que el investigador principal asistió a cada una de ellas. El otro investigador del equipo estuvo presente en las sesiones tercera, cuarta, quinta y sexta. El académico Ricardo Poveda acompañó al investigador principal en la primera sesión del curso-taller y la Dra. Rosa Caraballo en las últimas cuatro sesiones. El balance es que en todas las sesiones, excepto en la segunda, estuvieron presentes dos formadores, lo cual enriquece la observación y el registro de su desarrollo.

4.3.2. Realización de la secuencia temporal

Como resultado de las revisiones continuas al diseño mencionadas anteriormente, la secuencia inicial propuesta (Tabla 4.1) sufrió algunas modificaciones durante la implementación del curso-taller. En la Tabla 4.2 mostramos la secuencia de los contenidos finalmente desarrollados y las modificaciones introducidas a la secuencia planificada.

En relación con la secuencia de cada sesión, esta mantuvo fases que podemos resumir en los siguientes: inicio; presentaciones grupales; fundamentación, ejemplificación y motivación; discusión y reestructuración de ideas; asignación de trabajo no presencial y

cierre (véase la Figura 4.1 en este capítulo). Estas fases se mantuvieron, con pocas variantes, durante el desarrollo del curso-taller. Los guiones de trabajo entregados a los participantes al inicio de cada sesión orientaron el progreso de las actividades consideradas en cada uno de los momentos de la secuencia, e incluían los objetivos perseguidos durante la misma.

Tabla 4.2.

Organización secuencial de los contenidos según su desarrollo

Sesión	Tema	Modificación introducida
1	La reforma curricular de los programas en Costa Rica. Conceptos básicos del currículo	Ninguna.
2	La planificación del aprendizaje de las matemáticas desde un enfoque funcional como competencia profesional clave	Se amplió el tema para profundizar en las actuaciones que debe realizar un profesor para analizar, diseñar, y seleccionar tareas matemáticas escolares.
3	Significados de las matemáticas escolares. Contextualización activa	Se definen las tareas matemáticas escolares en términos de su relevancia y autenticidad.
4	Expectativas de aprendizaje. Vínculo entre habilidades, competencias y procesos	Se profundiza en la descripción del vínculo entre habilidades, competencias y procesos.
5	Tareas matemáticas escolares. Niveles de complejidad	Se limita el tema de esta sesión a los niveles de complejidad de una tarea matemática escolar. Las funciones de las tareas y la secuenciación de tareas se movieron a la sesión 7.
6	Balance de los contenidos discutidos y trabajos realizados en las sesiones anteriores	Se asigna un trabajo no presencial que no se consideraba en el balance original, con el propósito de reforzar los contenidos discutidos.
7	Funciones de las tareas matemáticas escolares. Tareas de evaluación	Se conceptualiza las tareas de evaluación luego de caracterizar las tareas de acuerdo con la función que cumplen. Se describe brevemente la secuenciación de tareas.
8	Factores para considerar en el diseño de una prueba para evaluar la competencia matemática	Se incluyen las debilidades y las fortalezas de los ítems de una prueba.
9	Criterios de valoración para las tareas que evalúan la competencia matemática escolar	Los participantes inician el trabajo final del curso-taller; en la secuencia original este trabajo era exclusivamente una actividad fuera de clase.
10	Recapitulación, cierre y evaluación del curso-taller	Los participantes continúan el trabajo final del curso-taller; en la secuencia original este trabajo era exclusivamente una actividad fuera de clase.

Fuente: Elaboración propia

Durante las exposiciones, los investigadores intervenían con la intención de que los expositores explicaran con detalle sus ideas y los demás participantes pudieran comprender los planteamientos presentados. El interés manifestado y las discusiones que surgían dificultaban ajustarse al tiempo que inicialmente se había asignado para cada

actividad. Al finalizar, los formadores sintetizaban los aportes de los distintos grupos y las ideas surgidas en cada puesta en común.

La estrategia empleada en la fundamentación teórica permitió que los participantes se familiarizaran con los conceptos teóricos y reflexionarán sobre actividades y tareas que pudieran utilizar en el aula. El ambiente de trabajo facilitó las intervenciones de los participantes durante la conceptualización.

Es importante señalar que si en una sesión se discutían varios temas, entonces se reiteraban los momentos de fundamentación y discusión para ajustarlos a los contenidos correspondientes.

De esta manera, presentamos en las Tablas 4.3 a 4.12 la secuencia de las actividades realizadas en cada una de las sesiones del curso-taller.

Tabla 4.3.
Secuencia de actividades didácticas de la sesión 1

Inicio/Presentaciones grupales	Fundamentación	Discusión	Cierre
Bienvenida al curso-taller	Presentación: <i>La reforma curricular de los programas de matemática en Costa Rica</i>	Reflexión: <i>¿Cuáles son las nociones básicas del currículo oficial de matemáticas?</i>	Constitución de los grupos de trabajo
Presentación y debate de la finalidad y la metodología a seguir	Presentación: <i>Conceptos básicos del currículo de matemáticas oficial en Costa Rica</i>	<p><i>¿Qué relaciones pueden darse entre ellas?</i></p> <p>Reflexión: <i>¿Qué implicaciones pedagógicas tiene la reforma curricular de los programas de matemática en su práctica docente?</i></p> <p><i>¿Influye en las competencias profesionales de planificación y de evaluación?</i></p>	<p>Asignación de un proceso matemático básico a los grupos de trabajo: razonar y argumentar, plantear y resolver problemas, conectar o establecer relaciones, representar de diversas formas, comunicar ideas matemáticas formal y verbalmente</p> <p>Trabajo no presencial: <i>considerando un contenido matemático escolar, cada grupo de trabajo debe ejemplificar y justificar una tarea que favorezca el desarrollo de los procesos matemáticos básicos asignados</i></p>

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.4.
Secuencia de actividades didácticas de la sesión 2

Inicio/Presentaciones grupales	Fundamentación	Discusión	Cierre
<p>Presentación y discusión de actividades previas</p> <p>Cada grupo presentará un ejemplo de tarea justificará como esta favorecen el desarrollo de procesos matemáticos básicos</p> <p>Reflexión: <i>¿Qué criterios utilizas para seleccionar actividades que desarrollen la competencia matemática?</i></p> <p><i>¿Qué elementos debe tener una tarea debidamente formulada para que contribuya a promover el desarrollo de la competencia matemática?</i></p>	<p>Presentación: <i>La planificación del aprendizaje de las matemáticas desde un enfoque funcional como competencia profesional clave</i></p>	<p>Actividad de aprendizaje: <i>A partir de la presentación de episodios de aula (por medio de videos) identificar actividades concretas que contribuyan al desarrollo de la competencia matemática</i></p> <p>Debate: <i>¿Qué nociones clave del nuevo currículo de matemáticas en Costa Rica se evidencian en los episodios de aula observados?</i></p> <p>Reflexión: <i>¿Cuál es tu posición respecto a las actuaciones que debe realizar un profesor para analizar, diseñar y seleccionar tareas adecuadas para desarrollar la competencia matemática?</i></p>	<p>Trabajo no presencial: <i>Por grupos, proponer una tarea nueva atendiendo las condiciones de selección indicadas la sesión anterior, en relación con el contenido matemático escolar y los procesos matemáticos básicos, y realizar un análisis de esta según lo discutido en el curso-taller. Presentar el análisis en una tabla resumen.</i></p>

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.5.
Secuencia de actividades didácticas de la sesión 3

Inicio/Presentaciones grupales	Fundamentación	Discusión	Cierre
<p>Presentación y discusión de actividades previas</p> <p>Cada grupo presentará un nuevo ejemplo de tarea que favorezca el desarrollo de procesos matemáticos básicos y el correspondiente análisis de esta</p> <p>Reflexión: <i>¿Cómo interrelacionas el contenido, el contexto y las competencias matemáticas básicas para diseñar o seleccionar una tarea?</i></p>	<p>Presentación: <i>Relevancia y autenticidad de las tareas matemáticas escolares</i></p> <p>Ejemplos de tareas según su relevancia y autenticidad</p>	<p>Actividad de aprendizaje: <i>Evaluar las tareas que se presenten respecto al uso apropiado o inadecuado de la contextualización activa</i></p> <p>Reflexión: <i>¿Qué importancia tiene la modelización en la contextualización activa?</i></p>	<p>Trabajo no presencial: <i>Por grupos, elegir una tarea de un libro de texto y analizarla en términos de su relevancia y autenticidad (presentar el análisis en una tabla resumen)</i></p>

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.6.
Secuencia de actividades didácticas de la sesión 4

Inicio/Presentaciones grupales	Fundamentación	Discusión	Cierre
<p>Presentación y discusión de actividades previas</p> <p>Cada grupo presentará el análisis de dos tareas seleccionadas de un libro de texto, en términos de su relevancia y autenticidad</p>	<p>Presentación: <i>Expectativas de aprendizaje (habilidades, competencias y procesos)</i></p>	<p>Actividad de aprendizaje: <i>Seleccionar del currículo oficial de matemática en Costa Rica, cuatro habilidades relacionadas a un contenido matemático escolar.</i></p> <p><i>Discutir las implicaciones docentes que conllevan dichas habilidades y compartirlas con los otros grupos de trabajo.</i></p> <p><i>Examinar el aspecto de contenido matemático, la tarea, y las capacidades previstas vinculadas a cada una de las actividades de aprendizaje</i></p> <p>Actividad de aprendizaje: <i>Asociar habilidades con actividades de aprendizaje. Justificar en cada caso si tales actividades son apropiadas o no para el logro de cada habilidad</i></p> <p>Reflexión: <i>¿Cuál es el vínculo entre habilidades, competencias y procesos?</i></p>	<p>Trabajo no presencial: <i>Por grupos, mostrar en una tabla, la relación entre las habilidades seleccionadas para la primera actividad de aprendizaje de la sesión y las competencias matemáticas básicas consideradas en el currículo oficial de matemáticas de Costa Rica. Justificar las relaciones establecidas</i></p>

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.7.
Secuencia de actividades didácticas de la sesión 5

Inicio/Presentaciones grupales	Fundamentación	Discusión	Cierre
<p>Presentación y discusión de actividades previas</p> <p>Cada grupo justificará y mostrará una tabla con la relación entre habilidades y competencias</p>	<p>Presentación: <i>Tareas matemáticas escolares</i></p> <p>Ejemplos de tareas según el nivel de complejidad</p>	<p>Actividad de aprendizaje: <i>Diseñar dos tareas centradas en un contenido matemático escolar que activen un proceso matemático,</i></p>	<p>Trabajo no presencial: <i>Por grupos diseñar dos tareas que desarrollen la competencia matemática escolar. Utilicen el mismo contenido matemático con el que</i></p>

Tabla 4.7.
Secuencia de actividades didácticas de la sesión 5

Inicio/Presentaciones grupales	Fundamentación	Discusión	Cierre
matemáticas consideradas en el currículo oficial de matemáticas de Costa Rica Reflexión: <i>¿A qué atribuyes la complejidad de una tarea??</i>		<i>con dos grados de complejidad diferentes. Pueden usar tareas ya diseñadas y también puede ser una sola tarea con dos apartados</i>	<i>han trabajado hasta el momento. Luego determinar el nivel de complejidad para las tareas.</i>

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.8.
Secuencia de actividades didácticas de la sesión 6

Inicio/Presentaciones grupales	Fundamentación	Discusión	Cierre
Presentación y discusión de actividades previas Cada grupo presentará dos tareas relacionadas con un contenido matemático y que activen un proceso matemático, con dos grados de complejidad diferentes Cada grupo presentará el balance parcial de los trabajos realizados hasta el momento en el curso-taller	No hubo conceptualizaciones nuevas en esta sesión	Actividad de aprendizaje: <i>Ejemplificar y analizar tareas de la prueba nacional de bachillerato en matemáticas aplicada en el curso lectivo 2016 de acuerdo con la caracterización discutida a lo largo del curso-taller</i> Reflexión: <i>¿De qué manera consideras útil para tu práctica docente lo trabajado en este curso-taller hasta el momento?</i>	Trabajo no presencial: <i>Preparar un balance parcial de los trabajos realizados hasta el momento</i>

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.9.
Secuencia de actividades didácticas de la sesión 7

Inicio/Presentaciones grupales	Fundamentación	Discusión	Cierre
Presentación y discusión de actividades previas Cada grupo presentará el análisis de la tarea que diseñaron, en términos de los aspectos estudiados en el curso-taller Reflexión: <i>¿Qué criterios usas para evaluar el</i>	Presentación: <i>Funciones de las tareas matemáticas escolares</i> Presentación: <i>Las tareas matemáticas escolares de evaluación</i> Ejemplos de tareas matemáticas escolares para evaluar la	Actividad de aprendizaje: <i>evaluar las tareas matemáticas de evaluación que se presenten, respecto a las variables que se han estudiado en el curso-taller (contextualización activa, modelización, habilidades, procesos, competencias, entre otros)</i>	Trabajo no presencial: <i>Por grupos diseñar una tarea de evaluación de la competencia matemática escolar. Mantener las condiciones de selección de las sesiones anteriores, en relación con el contenido matemático escolar. Luego analizarla de acuerdo con los aspectos estudiados en esta sesión</i>

Tabla 4.9.
Secuencia de actividades didácticas de la sesión 7

Inicio/Presentaciones grupales	Fundamentación	Discusión	Cierre
<i>aprendizaje de tus alumnos?</i>	competencia matemática		
Reflexión: <i>¿Cómo pones en juego los principios de evaluación establecidos en el currículo oficial de matemáticas en Costa Rica, en el diseño y selección de tareas?</i>		Reflexión: <i>¿Qué diferencias encuentras entre las tareas presentadas en la actividad de aprendizaje y las tareas trabajadas en las sesiones anteriores?</i> Reflexión: <i>Explica la diferencia entre una tarea diseñada para promover la competencia matemática y una tarea diseñada para evaluar la competencia matemática</i>	

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.10.
Secuencia de actividades didácticas de la sesión 8

Inicio/Presentaciones grupales	Fundamentación	Discusión	Cierre
Presentación y discusión de actividades previas	Presentación: <i>Características de una prueba de evaluación de la competencia matemática.</i>	Actividad de aprendizaje: <i>Proponer de forma grupal, cinco ítems para incluir en una prueba de evaluación de la competencia matemática</i>	Trabajo no presencial: <i>Avanzar en la propuesta de ítems indicada en la actividad de aprendizaje de esta sesión</i>
Cada grupo presentará la tarea para evaluar la competencia matemática escolar que diseñaron y presentarán el análisis de la tarea de acuerdo con los aspectos estudiados	Presentación: <i>Elección de variables y fortalezas y debilidades de una tarea</i>	Reflexión: <i>¿Cómo llevas el trabajo?</i>	
Reflexión: <i>Cuando se diseña una prueba para evaluar la competencia matemática, según el momento de evaluación ¿Qué variables consideras necesarias destacar?</i>		<i>¿Qué dificultades enfrentaste para completar la actividad?</i>	

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.11.
Secuencia de actividades didácticas de la sesión 9

Inicio/Presentaciones grupales	Fundamentación	Discusión	Cierre
Presentación y discusión de actividades previas	Presentación: <i>Criterios de valoración para las tareas que evalúan la competencia matemática</i>	Actividad de aprendizaje: <i>Establecer los criterios de valoración correspondientes a los cinco ítems que diseñaron</i>	Trabajo no presencial: <i>Avanzar en la finalización de la actividad de aprendizaje propuesta en esta sesión</i>
Cada grupo presentará el avance en la propuesta de cinco ítems para incluir en una prueba de evaluación de la competencia matemática		Reflexión: <i>¿Cómo llevas el trabajo?</i>	
Reflexión: <i>¿Qué criterios consideras para valorar la resolución de una tarea propuesta en una evaluación diseñada para evaluar la competencia matemática escolar?</i>		<i>¿Qué dificultades enfrentaste para completar la tarea?</i>	

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.12.
Secuencia de actividades didácticas de la sesión 10

Inicio/Presentaciones grupales	Fundamentación	Discusión	Cierre
Presentación y discusión de actividades previas	Recapitulación de lo trabajado hasta el momento	Reflexión y balance del curso-taller:	Completar el formulario de evaluación del curso-taller
Cada grupo presentará el avance de la propuesta de los ítems para incluir en una prueba de evaluación de la competencia matemática escolar		<i>¿Cómo comparas la persona que eras cuando comenzó el curso-taller y la persona que eres hoy?</i> <i>¿Cuál es el balance?</i>	

Fuente: Elaboración propia

4.3.3. Recogida de información

Como explicamos en el Capítulo III, la fuente principal de información surgió del desarrollo del programa de formación y en los datos obtenidos durante las cuatro fases que lo conforman. El conjunto de datos recogido y sujeto a análisis provino, principalmente, de las reflexiones escritas diarias de los participantes, de las presentaciones de los trabajos grupales al inicio de cada sesión, del cuestionario inicial y del cuestionario de valoración final del curso-taller.

La Tabla 4.13 muestra la cronología de la recogida de información, por participante y fecha.

Tabla 4.13.

Información recogida durante la implementación del curso-taller

Instrumento	Sesión	Asistente ⁴	Informante (P)/Grupo (G)
Cuestionario inicial	1	P ₁ , P ₂ , P ₃ , P ₄ , P ₅ , P ₆ , P ₇ , P ₈ , P ₉ , P ₁₀	P ₁ , P ₂ , P ₃ , P ₄ , P ₅ , P ₆ , P ₇ , P ₈ , P ₉ , P ₁₀
Reflexión 1.1	1	P ₁ , P ₂ , P ₃ , P ₄ , P ₅ , P ₆ , P ₇ , P ₈ , P ₉ , P ₁₀	P ₁ , P ₂ , P ₃ , P ₄ , P ₅ , P ₆ , P ₇ , P ₈ , P ₉ , P ₁₀
Reflexión 1.2	1	P ₁ , P ₂ , P ₃ , P ₄ , P ₅ , P ₆ , P ₇ , P ₈ , P ₉ , P ₁₀	P ₁ , P ₂ , P ₃ , P ₄ , P ₅ , P ₆ , P ₇ , P ₈ , P ₉ , P ₁₀
Reflexión 2.1	2	P ₁ , P ₄ , P ₅ , P ₆ , P ₇ , P ₉ , P ₁₀	P ₁ , P ₄ , P ₅ , P ₆ , P ₇ , P ₉ , P ₁₀
Reflexión 2.2	2	P ₁ , P ₄ , P ₅ , P ₆ , P ₇ , P ₉ , P ₁₀	P ₁ , P ₄ , P ₅ , P ₆ , P ₇ , P ₉ , P ₁₀
Reflexión 3.1	3	P ₁ , P ₂ , P ₄ , P ₅ , P ₇ , P ₈ , P ₉ , P ₁₀	P ₁ , P ₂ , P ₄ , P ₅ , P ₇ , P ₈ , P ₉ , P ₁₀
Reflexión 3.2	3	P ₁ , P ₂ , P ₄ , P ₅ , P ₇ , P ₈ , P ₉ , P ₁₀	P ₁ , P ₂ , P ₄ , P ₅ , P ₇ , P ₈ , P ₉ , P ₁₀
Reflexión 4.1	4	P ₁ , P ₄ , P ₅ , P ₆ , P ₇ , P ₈ , P ₉ , P ₁₀	P ₁ , P ₄ , P ₅ , P ₆ , P ₇ , P ₈ , P ₉ , P ₁₀
Reflexión 5.1	5	P ₁ , P ₂ , P ₄ , P ₅ , P ₆ , P ₇ , P ₈ , P ₉ , P ₁₀	P ₁ , P ₂ , P ₄ , P ₅ , P ₆ , P ₇ , P ₈ , P ₉ , P ₁₀
Reflexión 6.1	6	P ₁ , P ₂ , P ₄ , P ₅ , P ₆ , P ₇ , P ₈ , P ₁₀	P ₁ , P ₂ , P ₄ , P ₅ , P ₆ , P ₇ , P ₈ , P ₁₀
Reflexión 7.1	7	P ₁ , P ₄ , P ₅ , P ₇ , P ₈ , P ₉	P ₁ , P ₄ , P ₅ , P ₇ , P ₈ , P ₉
Reflexión 7.2	7	P ₁ , P ₄ , P ₅ , P ₇ , P ₈ , P ₉	P ₁ , P ₄ , P ₅ , P ₇ , P ₈ , P ₉
Reflexión 7.3	7	P ₁ , P ₄ , P ₅ , P ₇ , P ₈ , P ₉	P ₁ , P ₄ , P ₅ , P ₇ , P ₈ , P ₉
Reflexión 7.4	7	P ₁ , P ₄ , P ₅ , P ₇ , P ₈ , P ₉	P ₁ , P ₄ , P ₅ , P ₇ , P ₈ , P ₉
Reflexión 8.1	8	P ₁ , P ₂ , P ₄ , P ₅ , P ₆ , P ₇ , P ₈ , P ₉ , P ₁₀	P ₁ , P ₂ , P ₄ , P ₅ , P ₆ , P ₇ , P ₈ , P ₉ , P ₁₀
Reflexión 8.2	8	P ₁ , P ₂ , P ₄ , P ₅ , P ₆ , P ₇ , P ₈ , P ₉ , P ₁₀	P ₁ , P ₂ , P ₄ , P ₅ , P ₆ , P ₇ , P ₈ , P ₉ , P ₁₀
Reflexión 9.1	9	P ₁ , P ₂ , P ₅ , P ₆ , P ₇ , P ₈ , P ₉ , P ₁₀	P ₁ , P ₂ , P ₅ , P ₆ , P ₇ , P ₈ , P ₉ , P ₁₀
Reflexión 9.2	9	P ₁ , P ₂ , P ₅ , P ₆ , P ₇ , P ₈ , P ₉ , P ₁₀	P ₁ , P ₂ , P ₅ , P ₆ , P ₇ , P ₈ , P ₉ , P ₁₀
Reflexión 10.1	10	P ₁ , P ₂ , P ₄ , P ₅ , P ₆ , P ₇ , P ₈ , P ₉ , P ₁₀	P ₁ , P ₂ , P ₄ , P ₅ , P ₆ , P ₇ , P ₈ , P ₉ , P ₁₀
Trab. grupal 1	2		G ₁ , G ₂ , G ₃ , G ₄
Trab. grupal 2	3		G ₁ , G ₂ , G ₃ , G ₄
Trab. grupal 3	4		G ₁ , G ₂ , G ₃ , G ₄
Trab. grupal 4	5		G ₁ , G ₂ , G ₃ , G ₄
Trab. grupal 5	6		G ₁ , G ₂ , G ₃ , G ₄
Trab. grupal 6	7		G ₁ , G ₂ , G ₃ , G ₄
Trab. grupal 7	8		G ₁ , G ₂ , G ₃ , G ₄
Trab. grupal 8	9		G ₁ , G ₂ , G ₃ , G ₄
Trab. grupal 9	10		G ₁ , G ₂ , G ₃ , G ₄
Cuestionario final	10	P ₁ , P ₂ , P ₄ , P ₅ , P ₆ , P ₇ , P ₈ , P ₉ , P ₁₀	P ₁ , P ₂ , P ₄ , P ₅ , P ₆ , P ₇ , P ₈ , P ₉ , P ₁₀

Fuente: Elaboración propia

La información y los datos recogidos proceden de 197 documentos, desglosados en diez cuestionarios iniciales, 142 reflexiones escritas, 36 trabajos no presenciales de grupo, y nueve cuestionarios de valoración final. Observamos en la tabla anterior que todos los participantes asistentes a las diferentes sesiones aportaron información para cada instrumento de recogida. Señalamos que las actividades de aprendizaje llevadas a cabo en las sesiones presenciales del curso-taller estaban asociadas a reflexiones escritas, por lo que solo se considera para efectos de la tabla anterior, las reflexiones personales de los participantes. Esto no significa que aspectos interesantes acontecidos durante las actividades de aprendizaje no se hayan considerado para el análisis de la información.

Para efectos de organización, determinamos momentos en el desarrollo del curso-taller demarcados parcialmente por la secuencia temporal de las sesiones. A cada uno de estos momentos asociamos una característica específica de acuerdo con los contenidos

⁴ Para garantizar la confidencialidad de los informantes, se asignó aleatoriamente un código a cada uno de ellos (P_i, i=1,..., 10)

conceptuados, las actividades realizadas y la información recabada durante los mismos. Identificamos cinco momentos: momento inicial, momento 1, momento 2, momento 3 y momento final.

El momento inicial (MI) surgió en la sesión preliminar al inicio del curso-taller y durante la primera sesión, permitió determinar las condiciones específicas a partir de las cuales cada participante se integró en la dinámica del curso-taller en términos de sus conocimientos didácticos y actitudes sobre los antecedentes y marco conceptual que encuadraba el programa de formación.

El momento 1 (M1) transcurrido durante las sesiones segunda, tercera, cuarta, quinta y la primera mitad de la sexta, facilitó la conceptualización y caracterización de las tareas matemáticas escolares según la fundamentación teórica del currículo.

El momento 2 (M2) se concretó en la sesión sexta y constituyó un balance intermedio del programa. Este momento estableció un giro significativo en el curso-taller pues en las sesiones siguientes pudimos centrarnos acentuadamente en el diseño y selección de tareas.

El momento 3 (M3), que transcurrió en las sesiones séptima, octava y la primera mitad de la novena, favoreció a que los participantes se aproximaran con mayor profundidad y recibieran información sobre el diseño y selección de tareas que facilitarían la evaluación de la competencia matemática.

En el momento final (MF), que comenzó en la segunda mitad de la sesión novena y culminó junto con el curso-taller en la décima sesión, los participantes pusieron en acción el conjunto de conocimientos didácticos adquiridos para diseñar una prueba que evalúe la competencia matemática y establecer sus respectivos criterios de valoración.

Observamos que la mayoría de los momentos no son exclusivos de alguna sesión sino que un mismo momento puede transcurrir durante dos o más sesiones diferentes. Asimismo, en algunas sesiones convergen dos momentos.

La Tabla 4.14 describe los momentos en el desarrollo del curso-taller y la información asociada a cada uno de ellos.

Tabla 4.14.

Momentos determinantes en la implementación del curso-taller e información asociada

Momento	Descripción	Información asociada
MI (Inicial)	<ul style="list-style-type: none"> • Contacto inicial con participantes • Exploración de conocimientos didácticos y actitudes sobre el marco conceptual de la reforma curricular del MEP 	<ul style="list-style-type: none"> • Cuestionario inicial • Reflexión 1.1 • Reflexión 1.2
M1	<ul style="list-style-type: none"> • Sesión preliminar; Sesión 1 • Comprensión y aplicación de las nociones clave del currículo • Conceptuación y caracterización de tareas matemáticas escolares • Sesión 2; Sesión 3; Sesión 4; Sesión 5; Sesión 6 	<ul style="list-style-type: none"> • Reflexión 2.1 • Reflexión 2.2 • Reflexión 3.1 • Reflexión 3.2 • Reflexión 4.1 • Reflexión 5.1 • Trabajo no presencial 1 • Trabajo no presencial 2 • Trabajo no presencial 3 • Trabajo no presencial 4 • Trabajo no presencial 5
M2	<ul style="list-style-type: none"> • Balance intermedio del curso-taller • Sesión 6 	<ul style="list-style-type: none"> • Reflexión 6.1
M3	<ul style="list-style-type: none"> • Conceptuación y caracterización de tareas de evaluación • Diseño y selección de tareas de evaluación • Sesión 7; Sesión 8; Sesión 9 	<ul style="list-style-type: none"> • Reflexión 7.1 • Reflexión 7.2 • Reflexión 7.3 • Reflexión 7.4 • Reflexión 8.1 • Reflexión 8.2 • Reflexión 9.1 • Trabajo no presencial 6 • Trabajo no presencial 7
MF (Final)	<ul style="list-style-type: none"> • Diseño de una prueba para evaluar la competencia matemática • Establecer criterios de valoración asociados a una tarea de evaluación • Balance y cierre del curso-taller • Sesión 9; Sesión 10 	<ul style="list-style-type: none"> • Reflexión 9.2 • Reflexión 10.1 • Trabajo no presencial 8 • Trabajo no presencial 9 • Cuestionario de valoración final

Fuente: Elaboración propia

La Figura 4.3 sintetiza el proceso de recogida de información asociado a los momentos de desarrollo del curso-taller.

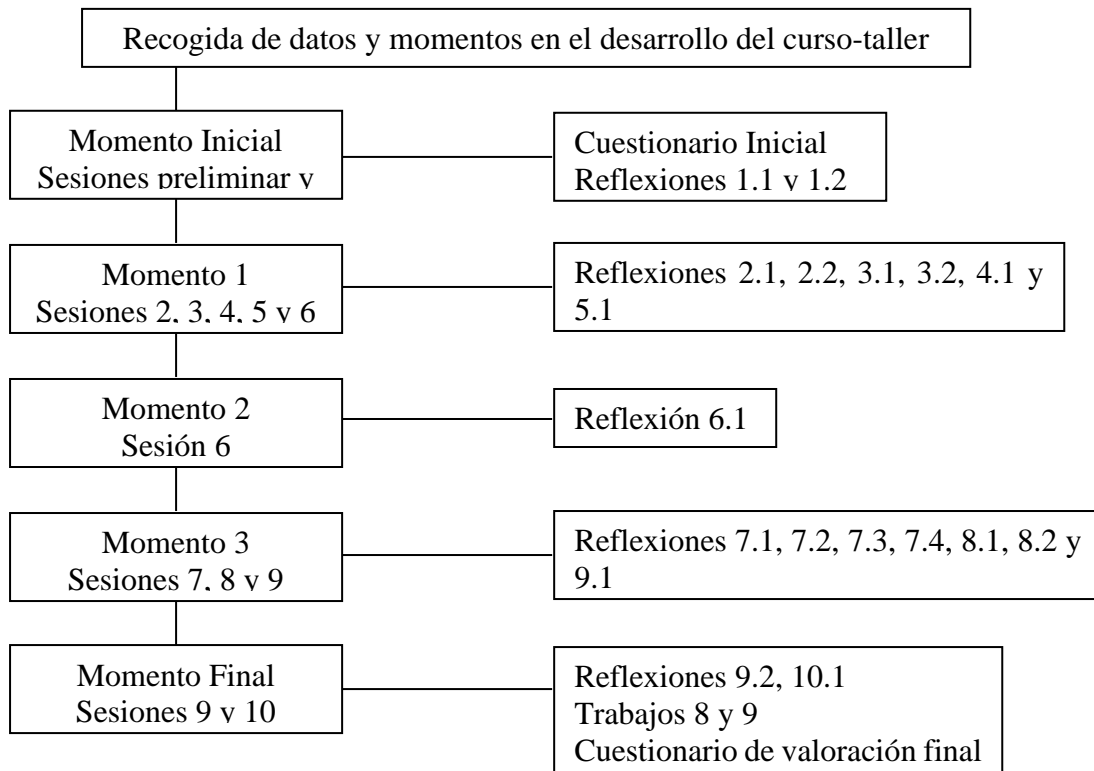


Figura 4.3. Proceso de recogida de información y momentos del curso-taller.
Fuente: Elaboración propia

4.3.4. Resumen de la fase de implementación

En este apartado hemos presentado las actividades realizadas durante la puesta en marcha del curso-taller. Hemos enfatizado la revisión continua del diseño y el ajuste correspondiente en la redacción de documentos y la planificación de actividades didácticas.

La Figura 4.4 resume la fase de implementación del curso-taller que acabamos de describir mientras que las Tablas 4.3 a 4.12 detallan la secuencia de actividades de cada una de las sesiones.

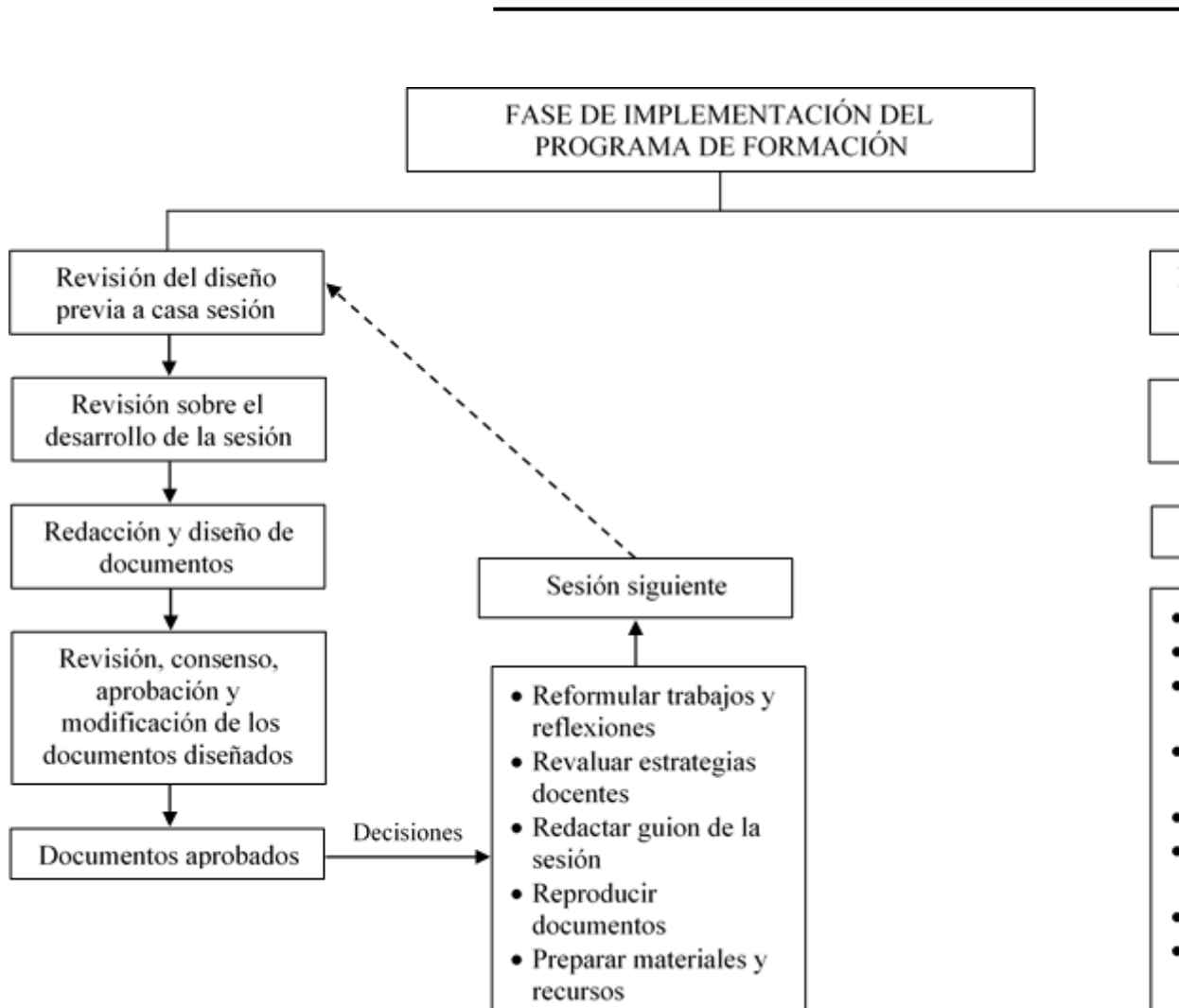


Figura 4.4. Resumen de la fase de implementación del programa de formación
Fuente: Elaboración propia

4.4. Fase de resultados

Mediante la valoración de los resultados del curso-taller pretendíamos apreciar críticamente si existe armonía entre las dos primeras fases o, si por el contrario, se presentaron discrepancias entre lo planificado y lo implementado. A continuación contrastaremos los componentes relevantes de la fase de planificación del programa de formación con su puesta en marcha.

- Durante todo el curso-taller la finalidad establecida a partir de la identificación de la necesidad de formación de los profesores de secundaria, orientó las decisiones que tomamos tanto en la planificación como en la implementación del programa de formación. En el apartado 4.2.1 de este capítulo mencionamos las circunstancias que nos llevaron a plantear el curso-taller como experiencia de desarrollo profesional.
- Los objetivos planteados en la fase de planificación determinaron las actividades didácticas llevadas a cabo durante la implementación del curso-taller. Estas actividades aportaron la información requerida para valorar el logro de los objetivos del programa formativo. En el apartado 4.2.2 de este capítulo exponemos los objetivos del curso-taller.
- Durante la fase de implementación recogimos toda la información que en la fase de planificación consideramos recoger. Para ello utilizamos 19 cuestionarios, 142 reflexiones escritas, 36 trabajos no presenciales de grupo y aproximadamente 30 horas de audio grabadas. El apartado 4.3.3 de este capítulo describe la cronología que empleamos para recoger información con los instrumentos que consideramos para tal propósito.
- La metodología establecida en la fase de planificación fue seguida fielmente durante el desarrollo del curso-taller. Todos los escenarios se dieron en el desarrollo de las sesiones: debates, presentaciones, reflexiones, puestas en común, actividades de aprendizajes. Las Tablas 4.3 a 4.12 incluídas en este capítulo, detallan la secuencia de actividades realizadas en cada una de las sesiones.
- Los contenidos seleccionados inicialmente fueron modificados de forma ligera durante la puesta en práctica del curso-taller. No obstante, consideramos que estos cambios enriquecieron la conceptualización de los temas. La Tabla 4.2 de este capítulo muestra la

secuencia de los contenidos finalmente desarrollados y las modificaciones introducidas a la secuencia planificada.

- La secuencia temporal planificada fue respetada durante la puesta en práctica del curso-taller, tanto en el número de sesiones como en la distribución del tiempo de cada una de ellas. En el apartado 4.2.4 de este capítulo describimos la organización temporal del curso-taller en término de sesiones e indicamos el número de horas de trabajo que consideramos necesarias para que la experiencia formativa se completará de forma exitosa.
- La estructura de las sesiones establecida en la fase de planificación fue respetada durante la implementación del programa formativo. El esquema representado en la Figura 4.1 de este capítulo muestra la estructura general de todas las sesiones presenciales y no se alteró en ninguna de ellas a pesar de que las diferentes fases ocuparon distintos intervalos de tiempo en cada caso.
- Con excepción de un profesor, que por motivos personales no pudo continuar en la experiencia formativa, los participantes potenciales identificados antes de la puesta en marcha fueron los asistentes al curso-taller. Asimismo, los formadores previstos atendieron el desarrollo del curso-taller. En el apartado 4.2.6 de este capítulo describimos el equipo de formadores y el conjunto de profesores participantes.
- Todos los recursos previstos en la planificación del programa formativo fueron suficientes y los adecuados para desarrollar el curso-taller según lo planeado. En el apartado 4.2.7 de este capítulo detallamos los recursos con los que contamos para llevar a cabo la experiencia formativa.

En síntesis, los sistemas de planificación e implementación para la recogida de información muestran una precisión apreciable en el diseño, seguimiento, control y valoración del total de actividades de los participantes en el curso-taller, así como por la ejecución del plan de formación según lo previsto, en todos sus momentos. En términos generales y partir de todos los datos recogidos, valoramos positivamente los resultados obtenidos de la realización del curso-taller.

4.5. Fase de puesta en práctica

En esta fase recolectamos información que nos permitiera determinar el impacto del programa de formación en la práctica docente de los profesores en sus respectivos centros.

¿Cómo la competencia profesional desarrollada influye en su desempeño diario? De forma particular, nos centramos en los cambios en su competencia para diseñar y seleccionar tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática de los alumnos, provocados por la experiencia de desarrollo profesional.

Para ello confeccionamos una plantilla de observación de prácticas de enseñanza, tomando en consideración las nociones curriculares básicas y las categorías de observación que emplean Climent, Romero-Cortés, Carrillo, Muñoz-Catalán y Contreras (2013) en sus experimentos de enseñanza. Además, elaboramos cuestionarios para valorar los planeamientos y las evaluaciones escritas diseñadas por los profesores durante el periodo de observación. Se usa como referencia para su elaboración las características óptimas que deberían tener estos documentos según las directrices curriculares. Logramos recolectar 23 guías de observación, 13 planeamientos y diez evaluaciones escritas, para un total de 46 documentos.

La selección de los profesores observados obedece a su desempeño durante el curso-taller y la actitud que mostraron a lo largo de este. Escogimos cuatro docentes en cuyas intervenciones y producciones ponían de manifiesto un interés particular en mejorar sus prácticas de enseñanza. De estos docentes, uno trabaja en un colegio público, por lo que debe asumir obligatoriamente las orientaciones curriculares en sus prácticas de aula. Los otros tres profesores trabajan en colegios privados, y pueden asumir con mayor flexibilidad el currículo oficial.

De esta manera, para contrastar que los cambios manifestados por los profesores, si los había, se debían en mayor parte por el diseño e implementación del programa formativo, observamos adicionalmente a una profesora que no había participado en el curso-taller y que trabajase en un colegio público. Por practicidad, la profesora fue seleccionada del mismo colegio público donde trabaja uno de los profesores que participó en la experiencia formativa.

Luego de gestionar los respectivos permisos de ingreso a las instituciones educativas y solicitar la autorización de padres de familia y profesores para realizar grabaciones de audio en el aula, iniciamos las observaciones. El periodo de observación se efectuó tres meses después de la implementación del curso-taller, tiempo suficiente para que los profesores pudieran manifestar cambios en sus prácticas de aula. Las observaciones se extendieron durante seis semanas, del 26 de febrero al 13 de abril de 2018, sin considerar

la Semana Santa. Cada profesor fue observado durante dos semanas, para un total aproximado de cinco episodios de aula; el investigador principal participó como observador no participante en todos los episodios y se tiene el registro de audio de la mayoría de ellos; no fue posible tener la totalidad de clases grabadas porque algunos centros educativos prohibieron grabar las actividades escolares de sus alumnos.

La Tabla 4.15 muestra la cronología de la recogida de información, por fecha y sujeto de observación, siguiendo la misma notación que en secciones anteriores de este capítulo. A la profesora que no participo en el curso-taller le corresponde el código P₀.

Tabla 4.15.
Información recogida durante la puesta en práctica del curso-taller

Semana	Instrumentos	Sujeto de observación
1	Guías de observación 1, 2 y 3	P ₀
	Cuestionario para valorar planeamientos 1	P ₀
2	Guías de observación 4, 5, 6 y 7	P ₀ , P ₈
	Cuestionario para valorar planeamientos 2	P ₈
	Cuestionario para valorar planeamientos 3	P ₈
	Cuestionario para valorar planeamientos 4	P ₈
3	Guías de observación 8, 9, 10 y 11	P ₆ , P ₈
	Cuestionario para valorar planeamientos 5	P ₆
	Cuestionario para valorar planeamientos 6	P ₆
	Cuestionario para valorar pruebas escritas 1 y 2	P ₀ , P ₆
4	Guías de observación 12, 13, 14, 15, 16 y 17	P ₆ , P ₇
	Cuestionario para valorar planeamientos 7	P ₇
	Cuestionario para valorar planeamientos 8	P ₇
	Cuestionario para valorar planeamientos 9	P ₇
	Cuestionario para valorar pruebas escritas 3,4,5 y 6	P ₆
5	Guías de observación 18, 19, 20 y 21	P ₅ , P ₇
	Cuestionario para valorar planeamientos 10	P ₅
	Cuestionario para valorar planeamientos 11	P ₅
	Cuestionario para valorar planeamientos 12	P ₅
	Cuestionario para valorar planeamientos 13	P ₅
6	Guías de observación 22 y 23	P ₅
	Cuestionario para valorar pruebas escritas 7, 8, 9 y 10	P ₅ , P ₆

Fuente: Elaboración propia

Obsérvese que dos profesores podían ser observados en una misma semana; de hecho, lo planificamos así para optimizar la cantidad de episodios de clase observados. En la primera clase observada, cada profesor entregó al investigador principal una copia de sus planeamientos; esto nos permitió ir constatando que lo planificado se ajustaba a lo desarrollado durante el episodio de clase. Las evaluaciones escritas fueron entregadas justo después de ser aplicadas por los profesores.

La Figura 4.5 sintetiza el proceso de recogida de información asociado a la fase de institucionalización del programa de formación

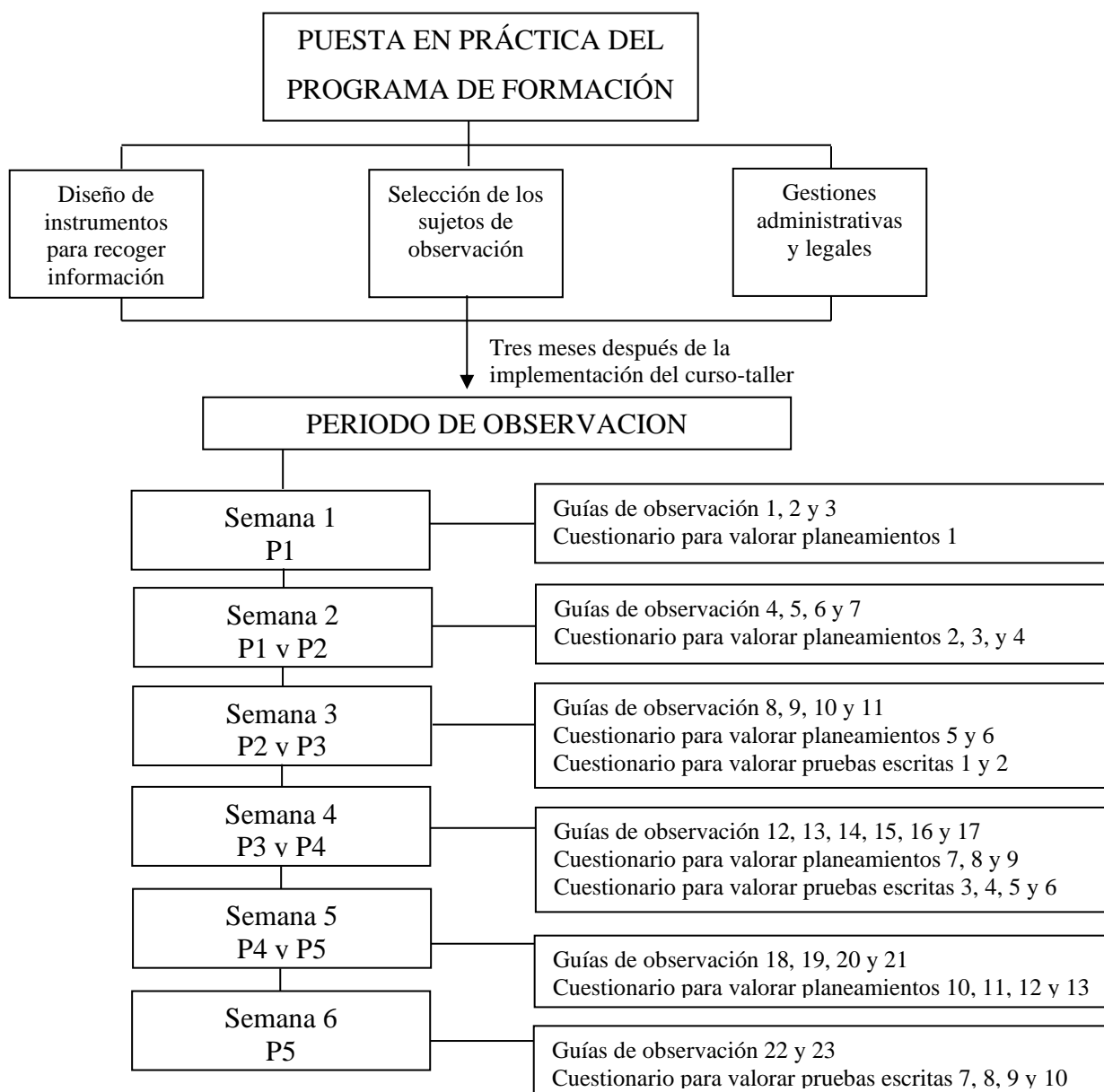


Figura 4.5. Proceso de recogida de información en la fase de puesta en práctica
Fuente: Elaboración propia

4.6. Balance del diseño e implementación del curso-taller

Nuestro trabajo empírico está orientado por la necesidad de formar a profesores de Educación Secundaria en el diseño y selección de tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática, ajustándose al modelo funcional de las Matemáticas que estructura la propuesta del nuevo currículo costarricense. De esta manera, proponemos la evaluación de una experiencia formativa, concretada en un curso-taller, con la finalidad

de capacitar a los profesores en servicio en sus competencias de planificación y evaluación según las directrices curriculares. Señalamos que nuestro programa tuvo una edición única y la evaluación que realizamos es de carácter formativo.

El programa formativo fue organizado según cuatro fases: planificación, implementación, resultados y puesta en práctica. A cada una de estas fases asociamos una serie de componentes y actividades, así como un sistema de recogida de información específica. En la Tabla 4.16 presentamos un resumen de estas fases y las actividades realizadas en cada una de ellas.

Durante la primera fase diseñamos y planificamos el curso-taller. Identificamos a los profesores de matemática de secundaria en servicio en las provincias de Alajuela, Heredia y San José como los participantes potenciales. Los contenidos curriculares fueron seleccionados a partir del marco conceptual de nuestra investigación que, a su vez, atendió y respondió a la problemática identificada. La secuencia de los contenidos se planificó siguiendo una lógica progresiva: primero, los conceptos básicos tratados en el currículo; segundo, todo lo concerniente a las tareas matemáticas escolares; tercero, los modelos específicos de tareas que desarrollan y evalúan la competencia matemática y sus respectivos criterios de valoración.

En la fase de implementación pusimos el programa en práctica. El diseño del programa estuvo sujeto a revisiones continuas en cuanto a su contenido, la secuencia de actividades, y las producciones de los participantes. Estas revisiones se fundamentaron sobre las reflexiones, que como equipo investigador, realizamos al final de cada sesión.

Durante la fase de resultados, determinamos si lo ocurrido durante la puesta en marcha del curso-taller era debidamente recogido y se ajustaba a las decisiones tomadas durante su diseño y planificación.

Finalmente, en la fase de puesta en práctica recogimos información que nos permitiera determinar cómo el aprendizaje adquirido y las capacidades desarrolladas durante la implementación del curso-taller, influyen en el desempeño diario de los profesores que formaron parte de la experiencia formativa.

Tabla 4.16.

Fases del programa de formación, finalidad y actividades asociadas

Fase	Finalidad	Actividades asociadas
Planificación	Diseñar el programa de formación y planificar su implementación	<ul style="list-style-type: none"> • Identificación de la necesidad del programa (previo a su diseño y planificación) • Diseño basado en el marco conceptual de la investigación • Establecimiento de temporalización y viabilidad del programa • Consulta con expertos en cuanto al diseño curricular establecido • Redacción y discusión de los guiones de desarrollo • Divulgación del programa • Orientación de los interesados • Identificación del espacio físico para la realización del curso-taller
Implementación	Puesta en marcha del programa del programa de formación y recogida de información	<ul style="list-style-type: none"> • Matrícula de los interesados • Aplicación de instrumentos para recoger información • Revisión crítica continua del diseño del curso-taller • Diseño de presentaciones teóricas • Reuniones para evaluar lo acontecido y lo logrado con base en el desarrollo de la sesión
	Revisión continua de contenidos curriculares, recursos y estrategias de enseñanza	<ul style="list-style-type: none"> • Revaluación de actividades propuestas • Redacción y revisión de documentos • Identificación de estrategias de enseñanza • Determinación de funciones y responsabilidades de los evaluadores • Identificación de recursos y medios educativos • Reproducción de documentos • Cierre del curso-taller
Resultados	Contraste entre lo planificado y lo realizado durante la implementación	<ul style="list-style-type: none"> • Mirada crítica a lo trabajado en el curso-taller • Valoración de la recogida de la información y de sus instrumentos • Comparación entre la planificación y la implementación
Puesta en práctica	Balance entre lo aprendido por los profesores en el curso-taller y lo aplicado en sus prácticas de aula	<ul style="list-style-type: none"> • Diseño y aplicación de los instrumentos para recoger información • Seleccionar a los sujetos de observación • Establecimiento de la temporalización • Comparación entre lo aprendido y lo aplicado

Fuente: Elaboración propia

CAPÍTULO V

EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA PROFESIONAL DE LOS PROFESORES

Esta investigación estudia los cambios en la competencia profesional de un grupo de profesores de educación secundaria en matemática sobre el diseño y selección de tareas adecuadas para promover y evaluar la competencia matemática. Estos cambios se producen durante su participación en un programa de formación, concretado en un curso-taller, y centrado en el modelo funcional de las Matemáticas que estructura el nuevo currículo costarricense.

En este capítulo presentamos el análisis de la información recogida durante el trabajo de campo, para describir la naturaleza de dichos cambios y si, en efecto, estos cambios pueden relacionarse con las actividades realizadas durante la experiencia de desarrollo profesional. La información recogida es de carácter cualitativo y la analizamos con un enfoque evaluativo e interpretativo. Organizamos el análisis de acuerdo con las fuentes de información utilizadas: cuestionario inicial, cuestionario de valoración final, reflexiones escritas, trabajos no presenciales, cuestionario para valorar planeamientos, guías de observación y cuestionario para valorar pruebas escritas. El análisis realizado y los resultados obtenidos siguen a continuación.

5.1. Cuestionario inicial

Por medio de esta fuente de información pretendimos explorar, antes de que diera inicio la experiencia formativa, los conocimientos didácticos y las actitudes de los participantes sobre los temas a tratar en el curso-taller, así como las expectativas de aprendizaje y los intereses personales y profesionales que motivaron su participación.

El análisis de la información recogida mediante el cuestionario inicial lo realizamos mediante una serie de pasos: (1) transcribir las respuestas a cada pregunta; (2) extraer los enunciados significativos; (3) agrupar las respuestas repetidas o similares; (4) clasificar los enunciados; (5) definir categorías a partir de los enunciados; y (6) estructurar las ideas resultantes.

Para efectos de su estudio, agrupamos las preguntas de acuerdo con el contenido o concepto con el que se relacionan y la finalidad que persiguen. Por ejemplo, las dos primeras preguntas pretenden valorar la introducción de la noción de competencia matemática escolar en el currículo. La séptima pregunta trata de mostrar los conocimientos didácticos de los informantes sobre la evaluación de la competencia matemática escolar. La Tabla 5.1 muestra el contenido de cada una de las preguntas.

Tabla 5.1.
Contenido de las preguntas en el cuestionario inicial

Pregunta	Contenido
1 y 2	Valoración de incluir la noción de competencia en el currículo
3	Valoración de la evaluación de bachillerato
4 y 5	Conocimientos sobre la selección de tareas y su planificación
6	Conocimientos sobre el desarrollo de la competencia matemática escolar
7	Conocimientos sobre la evaluación de la competencia matemática escolar
8, 9 y 10	Expectativas respecto al curso-taller

Fuente: Elaboración propia

Luego de organizar las respuestas de las preguntas y extraer los enunciados significativos, pudimos sintetizarlas y definir categorías y subcategorías. La Tabla 5.2 muestra la síntesis realizada y las categorías definidas en cada agrupación de preguntas.

Tabla 5.2.
Síntesis y categorización del cuestionario inicial

Preguntas	Categorías	Subcategorías
1. La reforma curricular de los programas de matemática mejoran la enseñanza de las matemáticas mediante:	Aprendizaje de los alumnos	<ul style="list-style-type: none"> • Mejora el aprendizaje de los alumnos: conocimientos y habilidades • Estrategias metodológicas para la enseñanza: resolución de problemas, contextualización, papel activo del alumno
2. Creo que introducir la noción de competencias en el currículo:		<ul style="list-style-type: none"> • Desarrollo de habilidades • Aplicación de los conocimientos
3. En mi opinión, las pruebas de bachillerato en matemáticas tienen el efecto de:	Medida de contenidos adquiridos	<ul style="list-style-type: none"> • Prácticas de aula de los profesores • Estado anímico de profesores y alumnos • Cambios sustanciales en las pruebas
4. Cuando selecciono tareas para mis clases tomo en consideración:	Noción de tarea	<ul style="list-style-type: none"> • Obligaciones fuera de clase • Lista de ejercicios de refuerzo
5. La planificación de mis clases está basada en:	Diseño de la instrucción Diseño de la planificación	<ul style="list-style-type: none"> • Características de los alumnos • Organización de los alumnos • Programas de estudio y libros de texto • Contenidos • Habilidades • Competencias • Procesos • Tiempo

Tabla 5.2.

Síntesis y categorización del cuestionario inicial

Preguntas	Categorías	Subcategorías
6. La manera como promuevo en mis estudiantes el aprendizaje para toda la vida es:	Usos del conocimiento matemático	<ul style="list-style-type: none"> • Resolución de problemas contextualizados • Interdisciplinariedad • Estructura conceptual • Trabajo activo
7. La evaluación de los aprendizajes en mis clases considera aspectos como:	Instrumentos de evaluación Objetos de evaluación	<ul style="list-style-type: none"> • Pruebas cortas • Exámenes Parciales • Trabajos en clase • Trabajos extra-clase • Participación activa • Adquisición de contenidos • Ejecución de procedimientos • Logro de habilidades
8. Me inscribí en este curso porque:	Expectativas relacionadas con las competencias profesionales	<ul style="list-style-type: none"> • Clarificar • Incluir • Mejorar
9. Espero que el curso me sea útil para:	Expectativas relacionadas con las tareas matemáticas escolares	<ul style="list-style-type: none"> • Aprender • Seleccionar • Diseñar • Desarrollar • Valorar

Fuente: Elaboración propia

Las dos primeras preguntas se relacionan con la introducción de la noción de competencia matemática escolar en el currículo. Los informantes destacan que esta acción favorece el aprendizaje de los alumnos ya que permite el desarrollo de conocimientos y habilidades y la aplicación de los conocimientos para resolver problemas. Esto conlleva el planteamiento de estrategias metodológicas que permitan al alumno tener un papel protagónico en el progreso de su aprendizaje; destacan la resolución de problemas contextualizados como metodología de trabajo en las aulas. El informante P₇ manifestó que la resolución de problemas, entendida desde la perspectiva propuesta en la reforma curricular, permitiría desarrollar en los alumnos habilidades que conlleven a un análisis crítico de la realidad que los rodea. De esta manera, podemos afirmar que los profesores comprenden, de manera general, la finalidad de introducir las competencias como parte integral del currículo, y que el curso-taller podría representar una oportunidad para reforzar y clarificar los aspectos conceptuales y metodológicos que fundamentan la reforma curricular.

La tercera pregunta explora la opinión de los informantes respecto al modelo de evaluación estándar de las pruebas de bachillerato. Las respuestas aportadas coincidieron en que esta evaluación se centra en medir la adquisición de los contenidos considerados en los programas de estudio, en lugar de valorar el desarrollo de la competencia matemática escolar. Por esta razón, los informantes consideran que dicha evaluación debería sufrir modificaciones sustanciales, acordes con la visión funcional de las Matemáticas que fundamenta el nuevo currículo. Además, comentan que la prueba condiciona sus prácticas de aula y genera, tanto en ellos como en los estudiantes, apatía y frustración. El informante P₃ mencionó: *Estas pruebas obligan a los docentes a abarcar los contenidos de un programa, si se les hiciera un cambio a la forma en que son planteadas nos permitiría desarrollar en los estudiantes más que contenidos.* En general, los informantes no consideran útiles las pruebas de bachillerato para el aprendizaje de los alumnos. De estas respuestas derivamos que existen vacíos en el conocimiento de los profesores respecto a la finalidad de las evaluaciones estandarizadas y el rol que desempeñan en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Este hecho fortalece la finalidad del curso-taller en cuanto aporta a los profesores conocimiento sobre las evaluaciones estandarizadas y el marco conceptual de la reforma curricular.

Las respuestas de la cuarta y quinta preguntas revelaron que los informantes relacionan la noción de tarea con obligaciones para atender en tiempo fuera de clase y cuya finalidad se centra en repasar los contenidos ya estudiados. Además, para planificar la instrucción toman en cuenta aspectos relacionados con el diseño de la instrucción y el diseño de la planificación. Asociados al diseño de la instrucción podemos mencionar las características y la organización de los alumnos. Con respecto al diseño de la planificación destacaron los recursos disponibles y las expectativas de aprendizaje. El programa de estudios y los libros de texto son las principales fuentes de consulta. Del primero consideran los contenidos, las habilidades, los procesos y el tiempo para desarrollar las actividades que planifican. Señalamos que un informante mencionó la competencia como un aspecto a considerar para planificar la instrucción. De los libros de texto consideran las listas de ejercicios con las que diseñan sus tareas. Las respuestas sugieren que los profesores planificaron la instrucción a partir de aspectos que consideraron importantes y no evidenciaron conocimiento conceptual y técnico sobre el diseño y selección de tareas matemáticas escolares, según sería considerado durante el desarrollo del curso-taller.

La sexta pregunta examina las prioridades que establecen los informantes para promover la competencia matemática de sus alumnos. Para los profesores, el aprendizaje está vinculado a los conocimientos matemáticos y a la manera en qué se usan estos conocimientos. El considerar el contexto en que se plantean los problemas como una prioridad, sugiere la aplicación del conocimiento matemático a situaciones reales como medio para desarrollar la competencia matemática. Otro medio que consideran los profesores para promover esta competencia es relacionar los conocimientos matemáticos con otras materias (interdisciplinariedad) o bien relacionar los conceptos matemáticos con otros conceptos de la disciplina (estructura conceptual). Algunos informantes explican que el desarrollo de la competencia matemática es producto del papel protagónico que debe desempeñar el alumno durante su proceso de aprendizaje; el alumno debe construir sus conocimientos para resolver situaciones problemáticas.

Por su parte, la séptima pregunta explora las prioridades que establecen los profesores para evaluar la competencia matemática. Para los informantes los aspectos que se deben considerar en la evaluación de los aprendizajes son los instrumentos de evaluación y el objeto que se espera evaluar. Como instrumentos que permiten valorar el desempeño de los alumnos mencionan las pruebas parciales, las pruebas cortas, los trabajos en clase y las actividades extra-escolares. Con respecto a lo que debe ser objeto de evaluación, señalan los conceptos, los procedimientos, la participación activa y las habilidades (específicas y generales). A partir de las respuestas dadas podemos afirmar que los profesores priorizan el logro de habilidades sobre la adquisición de conceptos o ejecución de procedimientos como indicador para valorar el desarrollo de la competencia matemática escolar.

Destacamos que los profesores poseen conocimiento adecuado sobre los aspectos que deben priorizarse para promover y evaluar la competencia matemática. No obstante, ningún profesor mencionó las tareas para promover o evaluar esta competencia, lo cual aportó indicios de la necesidad de los profesores de conocer sobre el diseño y selección de tareas y su papel preponderante en el desarrollo y evaluación de la alfabetización matemática escolar.

Las tres últimas preguntas pretendían conocer las expectativas de los participantes con el curso-taller. Las respuestas siguieron dos direcciones: en relación con sus competencias profesionales y en relación con las tareas matemáticas escolares. Las primeras respuestas expresaron expectativas de clarificación, inclusión en la enseñanza y mejora de las

prácticas de enseñanza. La informante P₄ comentó: *Esta experiencia formativa va a enriquecer mi experiencia como docente, a la vez que me permitirá comprender cada aspecto tratado en la reforma.* Las segundas respuestas manifestaron expectativas referidas al aprendizaje de aspectos conceptuales y técnicos que les permitan seleccionar, diseñar, desarrollar, y valorar tareas. El informante P₅ mencionó: *Me inscribí en este curso porque considero primordial abordar aspectos teóricos bien fundamentados que me permitan crear tareas que faciliten desarrollar lo que se pretende en el programa de estudios.*

5.1.1. Balance del análisis del cuestionario inicial

Los siguientes puntos resumen los patrones observados en las respuestas de los informantes.

- Los informantes consideraron favorable la introducción de la noción de competencia como parte integral del currículo costarricense y expresaron, a grandes rasgos, su finalidad. Un aspecto destacado se refirió al aprendizaje, entendido como el desarrollo de habilidades y la adquisición de conocimientos y su aplicación a situaciones de la vida diaria. Esta información reforzó la finalidad del curso-taller para estudiar los aspectos conceptuales y metodológicos que fundamentan la reforma curricular.
- Se identificaron vacíos en el conocimiento de los profesores respecto a la finalidad de las evaluaciones estandarizadas y el rol que desempeñan en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Esta información corroboró la necesidad de mejorar el conocimiento sobre la evaluación de la competencia matemática escolar.
- Los profesores evidenciaron una noción de tarea alejada de la visión que se tiene de esta en el currículo. Asimismo, afirmaron planificar la instrucción a partir de aquellos aspectos que consideraban importantes y no manifestaron disponer de conocimiento conceptual y técnico sobre el diseño y selección de tareas matemáticas escolares.
- Los profesores identificaron suficientes aspectos prioritarios para promover y evaluar la competencia matemática. Sin embargo, señalamos que el diseño, la selección y el análisis de tareas matemáticas escolares no fue considerado como

una prioridad. Esta exclusión refuerza nuestro propósito de formar a los profesores en esta competencia profesional.

- Las expectativas con el curso-taller expresadas por los profesores robustecen la necesidad de contribuir al desarrollo de sus competencias profesionales que les permitan implementar satisfactoriamente las directrices curriculares; particularmente aquellas relacionadas con el diseño y selección de tareas que desarrollen y evalúen la alfabetización matemática de sus alumnos.

Como síntesis, los resultados de la aplicación del cuestionario inicial nos permitieron constatar conocimientos y creencias asentados en los profesores sobre determinadas nociones básicas del currículo costarricense de matemáticas, si bien también se identificaron determinadas lagunas o imprecisiones. También es evidenciado el interés de todos ellos por participar en la experiencia de desarrollo profesional.

5.2. Cuestionario de valoración final

Mediante esta instrumento pretendimos conocer la opinión y el grado de satisfacción de los participantes sobre aspectos conceptuales y técnicos del curso-taller, documentar la interpretación de los participantes sobre los acontecimientos y procesos generales del curso-taller y obtener sugerencias para su mejora. El cuestionario consta de 22 preguntas distribuidas en dos partes. La primera consta de 14 preguntas de respuesta cerrada que se contestaron mediante una escala de niveles de satisfacción tipo Likert que va de 1 a 5, donde cinco representa el mayor grado de acuerdo. La segunda parte consta de ocho preguntas de respuesta abierta, cuyo propósito es informar sobre la utilidad para la práctica docente de lo aprendido y sobre los cambios sugeridos tanto al contenido temático como al desarrollo del curso-taller. Para garantizar la confidencialidad de las respuestas, el cuestionario fue contestado de forma anónima y se codificaron las respuestas de cada uno de los informantes.

Las preguntas con respuesta cerrada de la primera parte las organizamos en una tabla de frecuencias, y en base a éstas, calculamos porcentajes. Las preguntas con respuesta abierta de la segunda parte las estudiamos aplicando técnicas de análisis de contenido, similarmente a como analizamos las preguntas del cuestionario inicial que hemos descrito en el apartado 5.1 de este capítulo. En este apartado analizamos las respuestas aportadas por los profesores participantes en el curso-taller, primero a las preguntas de respuesta

cerrada y luego a las preguntas de respuesta abierta. Cerramos el apartado con un balance del análisis realizado.

5.2.1. Organización y análisis de las preguntas de respuesta cerrada

Las frecuencias en las respuestas a las preguntas cerradas y sus respectivos porcentajes se muestran en la Tabla 5.3.

Tabla 5.3.

Frecuencias en las respuestas a las preguntas cerradas del cuestionario final

Pregunta	1	2	3	4	5
1. Los objetivos establecidos al inicio del curso-taller se cumplieron cabalmente					9 100%
2. Las ideas y contenidos presentados eran nuevos para mí				6 67%	3 33%
3. Las ideas y contenidos presentados son pertinentes para mi práctica docente					9 100%
4. El curso-taller cumplió mis expectativas					9 100%
5. Implementaré lo aprendido en el aula				3 33%	6 67%
6. Se manejó el tiempo eficientemente				3 33%	6 67%
7. Las estrategias usadas fueron efectivas					9 100%
8. Los recursos visuales eran claros y útiles					9 100%
9. Se proveyó oportunidad para el intercambio y el desarrollo de ideas					9 100%
10. El profesorado dominaba los temas presentados					9 100%
11. Se proveyó información útil					9 100%
12. Se proveyó oportunidad para la práctica de lo enseñado				3 33%	6 67%
13. Prevaleció un ambiente propicio para el aprendizaje					9 100%
14. Recomendaría este curso-taller a mis colegas					9 100%

Fuente: Elaboración propia

Es importante destacar la unanimidad en las respuestas a la mayoría de las preguntas (1, 3, 4, 7, 8, 9, 10, 11, 13 y 14). La totalidad de los profesores participantes en el curso-taller consideró que: los objetivos establecidos al inicio del curso-taller se cumplieron cabalmente; las ideas y los contenidos presentados fueron pertinentes para su práctica docente; el curso-taller cumplió con sus expectativas; las estrategias usadas fueron

efectivas; los recursos visuales fueron claros y útiles; se proveyó información útil y oportunidad para el intercambio y desarrollo de ideas; el profesorado dominaba los temas presentados; prevaleció un ambiente propicio para el aprendizaje; y recomendarían el curso-taller a otros colegas.

A estas preguntas le siguen, por orden de valoración, la 5, la 6 y la 12, con porcentajes más altos. El 67% de los profesores participantes expresaron su acuerdo total con que implementarían lo aprendido en el aula, que se manejó el tiempo eficientemente y que se proveyó oportunidad para la práctica de lo tratado en el curso-taller. El otro 33% de los profesores manifestó su conformidad respecto a estos aspectos, pero no de manera rotunda. Si bien la valoración es positiva o muy positiva, concluimos que los aspectos en los que puede mejorar el curso-taller están relacionados con el tipo de actividades que se proponen para aplicar lo aprendido en la práctica, y el tiempo para realizar las actividades durante la experiencia formativa. Asimismo, se sugiere que algunos de los profesores no valoraron el carácter práctico de los conocimientos aprendidos, pues por el contrario, fueron considerados conocimientos teóricos o técnicos.

Con relación a las respuestas de la pregunta 2, sobresale que solo el 33% de los profesores considera que las ideas y los contenidos presentados en el curso-taller son nuevos para ellos; el otro 67% de los profesores sugieren tener algún conocimiento sobre dichos aspectos. Es posible que estos profesores tuvieran conocimientos previos de los contenidos tratados en la experiencia formativa porque los contenidos se establecieron a partir del marco conceptual de la reforma curricular que deben implementar los profesores.

A manera de síntesis, los profesores manifestaron total satisfacción con los temas presentados, las estrategias utilizadas, los recursos empleados, el cumplimiento de los objetivos planteados y sus expectativas de formación. En general, quedaron satisfechos con el curso-taller y, por lo tanto, lo recomendarían a sus colegas. Además, la satisfacción de los profesores con las estrategias utilizadas para desarrollar la experiencia formativa, respaldan el beneficio que se obtuvo de la modalidad de curso-taller como propuesta de formación.

Dentro de la valoración conjunta positiva, los aspectos que resultaron menos satisfactorios fueron la novedad de las ideas y contenidos presentados, la implementación

de lo aprendido en el aula, el manejo efectivo del tiempo y la oportunidad para la práctica de lo tratado.

5.2.2. Organización y análisis de las preguntas de respuesta abierta

Para facilitar su estudio, las preguntas se agrupan de acuerdo con el propósito establecido. Por ejemplo, las preguntas 15 y 16 exploraron los temas que los profesores incluirían en experiencias formativas futuras y aquellos otros que eliminarían, respectivamente. La pregunta 22 suministra información sobre la motivación de los profesores participantes para inscribirse en el programa de formación y no se corresponde con ninguna otra pregunta. En la Tabla 5.4 mostramos los propósitos establecidos y la agrupación de las preguntas.

Tabla 5.4.

Propósito y agrupación de las preguntas abiertas en el cuestionario final

Preguntas	Propósito
15 y 16	Cambios al temario del curso-taller
17	Valoración de las características del curso-taller
18 y 19	Expectativas de cambio en la práctica docente
20 y 21	Utilidad de lo aprendido
22	Motivación para participar en el programa de formación

Fuente: Elaboración propia

Síntesis de las respuestas

Las respuestas fueron estudiadas de manera crítica para identificar los enunciados significativos. Estos enunciados fueron clasificados y sintetizados en categorías y subcategorías. La Tabla 5.5 muestra la síntesis realizada y las categorías definidas en cada agrupación de preguntas.

Tabla 5.5.

Síntesis y categorización de las preguntas abiertas en el cuestionario final

Preguntas	Categorías	Subcategorías
15. ¿Qué temas recomendarías incorporar en cursos futuros?	Ampliación de temas	<ul style="list-style-type: none"> • Relacionados con la instrucción: implementación de las tareas diseñadas • Relacionados con el aprendizaje: análisis de las tareas realizadas por los estudiantes • Relacionados con la evaluación: diseño de rúbricas y exámenes escritos
16. ¿Qué temas eliminarías?	Ninguno	
17. ¿Qué aspectos consideras que deben mejorarse?	Aspectos técnicos Aspectos metodológicos Aspectos favorables	<ul style="list-style-type: none"> • El tiempo asignado • Relación entre teoría y práctica • Temas desarrollados y ejemplos • Trabajo colaborativo y participativo • Exposiciones, Reflexión, Actualidad, Expertos

Tabla 5.5.

Síntesis y categorización de las preguntas abiertas en el cuestionario final

Preguntas	Categorías	Subcategorías
18. ¿Qué cambios contemplas introducir en tu práctica docente como resultado de este curso?	Relacionados con el aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> • Ampliar el concepto de tarea • Profundizar en las variables de tarea • Selección de tareas según sus funciones y complejidad • Diseño de tareas para desarrollar y evaluar la competencia matemática
19. ¿Cuáles de tus prácticas actuales discontinuar como resultado de este curso?	Relacionados con la instrucción	<ul style="list-style-type: none"> • Considerar variables de tarea • Relativizar el temario • Momentos de la clase
	Relacionados con la evaluación	<ul style="list-style-type: none"> • Evaluación de la competencia matemática escolar
20. Considero que lo más útil del curso fue...	Aspectos técnicos	<ul style="list-style-type: none"> • Documentación • Trabajo participativo y colaborativo
	Aspectos metodológicos	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimiento de los expertos • Desarrollo de los temas
	Relacionados con el aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> • Concepto de tarea • Concepto de competencia matemática
	Relacionadas con la instrucción	<ul style="list-style-type: none"> • Variables de tarea • Diseño y selección de tareas • Funciones de las tareas
21. Considero que lo menos útil del curso fue...	Todo fue útil	
22. Mi motivación para inscribirme en el curso fue...	Aprender sobre aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimientos: comprender la noción de competencia matemática • Capacidades: promover y evaluar la competencia matemática
	Aprender sobre instrucción	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimientos: ampliar la noción de tarea • Capacidades: aprender a diseñar y seleccionar tareas
	Aprender sobre evaluación	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimientos: mejorar conocimiento sobre evaluación según la propuesta curricular • Capacidades: implementar la evaluación de la competencia matemática en el aula
	Actitudes	<ul style="list-style-type: none"> • Mejorar la práctica de aula

Fuente: Elaboración propia

Patrones obtenidos en la agrupación de las preguntas

Las preguntas 15 y 16 demandan al profesor evaluar el curso-taller como programa de formación en el que ha participado. Solicitan propuestas de temas para ser incorporados o eliminados del temario en experiencias formativas futuras, respectivamente. Las respuestas señalan a la ampliación de temas, específicamente a cuestiones relacionadas con el conocimiento didáctico el contenido matemático del profesor, es decir con la instrucción, el aprendizaje y la evaluación de los alumnos, y a que ninguno de los temas del curso-taller debería eliminarse.

En relación con la instrucción, identificamos el interés por implementar en el aula las tareas que se diseñaron durante el curso-taller. Por otra parte, relacionado con el aprendizaje, se incluyó analizar dichas tareas una vez hayan sido resueltas por los alumnos. Con respecto a la evaluación se sugirió profundizar en el diseño de rúbricas de evaluación y de exámenes escritos, de nuevo con el propósito de aplicar lo que los escolares aprendieran en el aula. De estos patrones concluimos que los profesores sugirieron actividades que promovieran la aplicación de lo aprendido en la práctica. Estas sugerencias nos parecen interesantes al considerarlas como aspectos de mejora para futuras ediciones del curso-taller.

Destacamos que todos los profesores consideraron que no hacía falta eliminar temas, esto sugiere que estimaron adecuado y suficiente el temario del curso-taller.

La pregunta 17 también demanda al profesor evaluar el curso-taller ya que solicita señalar aquellas características que considerasen mejorables. Las categorías definidas identificaron un aspecto técnico y otro metodológico.

El aspecto técnico mejorable se refiere al tiempo asignado al curso-taller. Es importante destacar que todos los participantes opinaron respecto a ello. La informante P₆ indicó que *el curso debe ser más extenso, debe durar al menos tres meses, para que podamos aprovechar al máximo los contenidos tan interesantes que se estudian mientras que el informante P₇ mencionó que para asimilar los contenidos que se estudian en el curso, el tiempo entre una sesión y otra debe ser más amplio, así podemos dedicar más tiempo a la elaboración de los trabajos.*

El aspecto metodológico mejorable considerado fue la relación entre la teoría y la práctica. Para los profesores que hicieron este señalamiento el curso-taller puede mejorar considerablemente en cuanto se ponga en práctica los conocimientos y capacidades desarrolladas durante la experiencia formativa, particularmente al implementar y evaluar las tareas que diseñaron. Consideramos estas respuestas valiosas porque, aunque el enfoque pretendido de nuestro curso-taller se planteó en un ambiente que no es el aula habitual de los profesores, la puesta en práctica de lo aprendido en cada una de las realidades de los participantes enriquecería significativamente la formación pretendida.

A pesar de que la pregunta no cuestionara aspectos sobresalientes del curso-taller los profesores mencionaron varios aspectos metodológicos que consideraron favorables. Entre estos figuran las diversas estrategias de enseñanza utilizadas tales como el trabajo

participativo y colaborativo, las exposiciones y los ejemplos utilizados para ilustrar los contenidos, las reflexiones promovidas, y la participación de diversos expertos. Otro aspecto que mereció ser destacado fue el desarrollo de los temas y su ajuste a la realidad educativa actual. Consideramos que los aspectos señalados confirman la pertinencia del curso-taller como estrategia de formación.

Por otra parte, las preguntas 20 y 21 evaluaron el curso-taller según los logros y el aprendizaje de los profesores participantes, teniendo en cuenta aquellos aspectos que considerasen útiles o inadecuados, respectivamente.

Las respuestas relacionadas con la utilidad del curso-taller fueron organizadas en cuatro categorías: *Aspectos técnicos*, *Aspectos metodológicos*, *Relacionados con el aprendizaje* y *Relacionados con la instrucción*. Los aspectos técnicos señalados fueron la documentación suministrada y el trabajo colaborativo y participativo. El desarrollo de los temas y el conocimiento aportado por los expertos figuran como aspectos metodológicos útiles. Relacionados con el aprendizaje se identificaron los conceptos de tarea y de competencia matemática mientras que conocer y aplicar las variables de tarea en la selección y diseño de éstas, así como la clasificación de las tareas de acuerdo con la función que desempeñan, fueron aspectos relacionados con la instrucción señalados como útiles. El total de profesores participantes consideró útil todo lo presentado en el curso-taller. Estos patrones sugieren que el concepto de tarea que tratamos en el curso-taller fue una novedad para los profesores participantes, y que existió interés por clarificar la noción de competencia matemática y comprender la visión funcional de las matemáticas que sustenta el marco conceptual del currículo costarricense.

A diferencia de las preguntas anteriores, que pretendían evaluar el curso-taller como programa formativo, las preguntas 18 y 19 se plantearon con el propósito de explorar los cambios y mejoras que los profesores participantes percibieron en sus conocimientos, capacidades y actitudes para desarrollar y evaluar la competencia matemática escolar, es decir, en su competencia profesional para seleccionar y diseñar tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática, como resultado del curso-taller. Las respuestas aportadas se organizaron en tres categorías: *Relacionados con el aprendizaje*, *Relacionados con la instrucción* y *Relacionados con la evaluación*, aspectos relevantes en la competencia profesional del profesor de matemáticas, según lo discutido en el Marco Teórico de este estudio.

En los aspectos relacionados con el aprendizaje figuran ampliar y profundizar el concepto de tarea y de las variables de tarea, seleccionar tareas según las funciones que desempeñan y su nivel de complejidad, y diseñar tareas para desarrollar y evaluar la competencia matemática escolar de los alumnos. Estas respuestas sugieren que los profesores participantes desconocían o usaban poco las tareas en sus clases, o por lo menos no con el enfoque con que fueron conceptualizadas durante el curso-taller. Además, a partir de la experiencia formativa los profesores participantes están dispuestos a usar las tareas en sus clases según lo tratado.

Relacionados con la instrucción se identificaron los siguientes aspectos: considerar las variables de tarea, relativizar el temario y organizar las clases según lo establecido en el currículo de matemáticas costarricense. El único aspecto considerado relacionado con la evaluación fue la evaluación de la competencia matemática escolar.

En general, consideramos que las respuestas se ajustaron al aprendizaje sobre el concepto de tarea tratado en el curso-taller y pusieron de manifiesto que los profesores desarrollaron un conocimiento que pretendían aplicar en sus prácticas de aula, enfatizando sobre todo el análisis, selección y diseño de tareas para promover y evaluar la competencia matemática escolar.

La pregunta 22 exploró las motivaciones de los profesores para participar en el curso-taller. Las respuestas aportadas se agruparon en cuatro categorías: *Aprender sobre aprendizaje*, *Aprender sobre instrucción*, *Aprender sobre evaluación* y *Actitudes*.

Para las tres primeras categorías distinguimos entre conocimientos y capacidades. En relación con el aprendizaje, los profesores señalaron estar motivados por adquirir conocimientos que les permitan comprender y clarificar la noción de competencia matemática, así como consolidar capacidades para promover su desarrollo y evaluarlo. La motivación de los profesores relacionada con la instrucción está orientada a obtener conocimientos que amplíen la noción de tarea y desarrollar capacidades para diseñar y seleccionar tareas con las que puedan promover y evaluar la competencia matemática escolar. Con respecto a la motivación relacionada con la evaluación, los profesores esperaban mejorar sus conocimientos sobre la evaluación de la competencia matemática escolar, de acuerdo con la propuesta curricular, y desarrollar capacidades que les permitan implementar en el aula el tipo de evaluación esperada.

En la cuarta categoría incluimos aquellas respuestas de los profesores en las que se reforzaba su actitud por mejorar su práctica docente como motivación para inscribirse en el curso-taller. La totalidad de los profesores señaló como motivación la mejora de sus prácticas de aula.

La variedad de motivos para inscribirse en el curso-taller, puso en evidencia que los profesores buscaron aprender o mejorar sus conocimientos, capacidades y actitudes sobre los temas y conceptos propuestos y trabajados durante la experiencia formativa, es decir, desarrollar su competencia profesional sobre el diseño y selección de tareas para promover y evaluar la competencia matemática escolar.

5.2.3. Balance del análisis del cuestionario final

Las respuestas aportadas proporcionaron información valiosa para mejorar diversos aspectos del curso-taller, en caso de su desarrollo en futuras ediciones. Los siguientes puntos resumen los patrones observados en las respuestas de los profesores participantes.

- Los aspectos con los cuales los informantes estuvieron totalmente satisfechos fueron el cumplimiento de los objetivos establecidos al inicio del curso-taller, la pertinencia para su práctica docente de las ideas y los contenidos presentados, la efectividad de las estrategias utilizadas, la claridad y utilidad de los recursos visuales, la utilidad de la información, las oportunidades provistas para el intercambio y desarrollo de ideas, el dominio de los temas presentados por parte del profesorado y el ambiente propicio para el aprendizaje. Además, en menor grado, los informantes se mostraron complacidos con otros aspectos técnicos del curso-taller como la novedad de los contenidos, la puesta en práctica de lo aprendido y el manejo de tiempo.
- La satisfacción de los informantes con los temas, las estrategias y los aspectos técnicos del curso-taller se manifestó en su disposición por recomendar la experiencia formativa a otros colegas.
- Todos los informantes expresaron haber cumplido o superado sus expectativas con el curso-taller.
- Los aspectos acogidos con mayor reserva fueron la novedad de las ideas y contenidos presentados, la implementación de lo aprendido en el aula, el manejo efectivo del tiempo y la oportunidad para la práctica de lo tratado.

- La sugerencia de temas para ediciones futuras del curso-taller se orientaron hacia la implementación en el aula de las tareas diseñadas durante la experiencia formativa, el análisis de estas tareas una vez hayan sido resueltas por los alumnos y la profundización en el diseño de rúbricas de evaluación y exámenes escritos que puedan ser utilizadas en sus prácticas docentes. Estos señalamientos sugieren que los profesores consideraron insuficiente el trato dado a la aplicación de lo aprendido en la práctica.
- Los informantes consideraron que ningún tema debía ser eliminado del temario. De esta manera, afirmamos que los profesores consideraron adecuado y suficiente el contenido del curso-taller.
- Entre los aspectos que deberían mejorarse figuraron extender el tiempo asignado para la realización del curso-taller y propiciar la puesta en práctica de los conocimientos y capacidades desarrolladas durante la experiencia formativa.
- Los informantes destacaron aspectos tanto técnicos como metodológicos del curso-taller como el desarrollo de los temas y su ajuste a la realidad educativa actual y las diversas estrategias de enseñanza utilizadas (trabajo participativo y colaborativo, exposiciones, ejemplos, reflexiones promovidas, participación de diversos expertos). Las respuestas aportadas están vinculadas con aspectos característicos del curso-taller como recurso de formación.
- Ampliar y profundizar el concepto de tarea, considerar las variables de tarea, seleccionar tareas según las funciones que desempeñan y el nivel de complejidad y diseñar tareas para desarrollar y evaluar la competencia matemática escolar de los alumnos, fueron algunos cambios que los informantes consideraron apropiados para introducir en sus prácticas docentes. Estos patrones ponen en evidencia que los profesores participantes desconocían o usaban poco en sus prácticas de aula el concepto de tarea matemática escolar con el enfoque que desarrollamos durante la experiencia formativa, por lo cual manifestaron su disposición para ponerlo en práctica a partir de su experiencia de formación en el curso-taller.
- Entre los aspectos que los informantes estuvieron dispuestos a modificar en su práctica docente actual se encuentran considerar las variables de tareas para seleccionar y diseñar tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar y organizar las clases según las directrices establecidas en el currículo. De

estos patrones deducimos que los profesores adquirieron nuevos conocimientos, desarrollaron nuevas capacidades, mejoraron su actitud y previeron extenderlos a su práctica docente.

- Los informantes puntualizaron que conocer y aplicar las variables de tarea para seleccionar y diseñar tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar, fue lo más útil del curso-taller. Insistimos en que el concepto de tarea que tratamos en el curso-taller fue una novedad para los profesores participantes. Asimismo, existió interés por clarificar la noción de competencia matemática y comprender la visión funcional de las matemáticas que sustenta el marco conceptual del currículo de matemáticas costarricense.
- Los informantes consideraron que no hubo aspectos inadecuados o poco útiles en el curso-taller.
- Los diversos motivos expresados por los informantes para inscribirse y participar en el curso-taller evidenció que los profesores identificaron como una necesidad propia adquirir o mejorar sus conocimientos, capacidades y actitudes sobre los temas y conceptos desarrollados durante la experiencia formativa.

En síntesis, afirmamos que los informantes expresaron satisfacción con las estrategias, aspectos técnicos, metodología y conceptualización de los temas utilizados para desarrollar el curso-taller y proyectaron aplicar los conceptos aprendidos en su práctica docente. Por tanto, los profesores participantes validaron la elección de la modalidad de curso-taller como plan efectivo de formación, y confirmaron esta elección como una decisión acertada.

5.3. Reflexiones escritas

Propusimos esta fuente de información con el propósito de ponderar las perspectivas y reacciones de los participantes en el curso-taller sobre los conceptos presentados durante cada sesión. El número de reflexiones varió en cada sesión por estar ajustadas a la profundidad y al alcance de los temas desarrollados. De este modo, los profesores tuvieron la oportunidad de expresar, individualmente, sus conocimientos didácticos, capacidades y actitudes.

La Tabla 5.6 muestra una caracterización de las reflexiones en términos del sujeto al que fue dirigida, la finalidad que conllevó y el objetivo del curso-taller atendido. A cada reflexión se le asignó un código numérico que indica la sesión en que fue propuesta y el

orden que ocupó en el desarrollo de la sesión. Por ejemplo, la reflexión 7.2 es la segunda reflexión propuesta en la séptima sesión.

Tabla 5.6.

Organización de las reflexiones según sujeto, finalidad de la pregunta y objetivos del curso

Reflexión	Sujeto	Finalidad	Objetivo
1.1 ¿Cuáles son las nociones básicas del currículo oficial de matemáticas? ¿Qué relaciones pueden darse entre ellas?	Educador	Reflexión	Identificar nociones y elementos clave, de la normativa legal y el marco teórico que enmarcan la reforma curricular de los programas de matemática en Costa Rica, para el desarrollo y la evaluación de la competencia matemática escolar
1.2 ¿Qué implicaciones pedagógicas tiene la reforma curricular de los programas de matemática en su práctica docente? ¿Influye en las competencias profesionales de planificación y de evaluación?	Educador	Reflexión	
2.1 ¿Qué criterios utilizas para seleccionar actividades que desarrollen la competencia matemática? ¿Qué elementos debe tener una tarea debidamente formulada para que contribuya a promover el desarrollo de la competencia matemática?	Profesor	Aplicación	Caracterizar tareas matemáticas escolares en términos de las variables que las constituyen: contenido matemático, situaciones y contextos, niveles de complejidad
2.2 ¿Cuál es tu posición respecto a las actuaciones que debe realizar un profesor para analizar, diseñar y seleccionar tareas adecuadas para desarrollar la competencia matemática?	Educador	Actuación	
3.1 ¿Cómo interrelacionas el contenido, el contexto y las competencias matemáticas básicas para diseñar o seleccionar una tarea?	Profesor	Aplicación	Caracterizar tareas matemáticas escolares en términos de las variables que las constituyen: contenido matemático, situaciones y contextos, niveles de complejidad
3.2 ¿Qué importancia tiene la modelización en la contextualización activa?	Educador	Valoración	
4.1 ¿Cuál es el vínculo entre habilidades, competencias y procesos?	Educador	Reflexión	
5.1 ¿A qué factores atribuyes la complejidad de una tarea?	Educador	Aplicación	

Tabla 5.6.

Organización de las reflexiones según sujeto, finalidad de la pregunta y objetivos del curso

Reflexión	Sujeto	Finalidad	Objetivo
6.1 ¿De qué manera consideras útil para tu práctica docente lo trabajado en este curso-taller hasta el momento?	Participante	Aplicación	
7.1 ¿Qué criterios usas para evaluar el aprendizaje de tus alumnos?	Profesor	Aplicación	Caracterizar tareas matemáticas escolares de acuerdo con la función principal que cumple cada una de ellas dentro de una secuencia de aprendizaje
7.2 ¿Cómo pones en juego los principios de evaluación establecidos en el currículo oficial de matemáticas en Costa Rica, en el diseño y selección de tareas?	Profesor	Actuación	
7.3 ¿Qué diferencias encuentras entre las tareas presentadas en la actividad de aprendizaje y las tareas trabajadas en las sesiones anteriores?	Educador	Reflexión	
7.4 Explica la diferencia entre una tarea diseñada para promover la competencia matemática y una tarea diseñada para evaluar la competencia matemática	Educador	Aplicación	
8.1 Cuando se diseña una prueba para evaluar la competencia matemática, según el momento de evaluación ¿Qué variables consideras necesarias destacar?	Profesor	Actuación	Caracterizar tareas matemáticas escolares en términos de las variables que las constituyen: contenido matemático, situaciones y contextos, niveles de complejidad
8.2 ¿Cómo llevas el trabajo? ¿Qué dificultades enfrentaste para completar la actividad?	Participante	Aplicación	
9.1 ¿Qué criterios consideras para valorar la resolución de una tarea propuesta en una evaluación diseñada para evaluar la competencia matemática escolar?	Profesor	Actuación	Establecer criterios de valoración que determinen el grado en que un alumno ha desarrollado las expectativas de aprendizaje previstas
9.2 ¿Cómo llevas el trabajo? ¿Qué dificultades enfrentaste para completar la actividad?	Participante	Aplicación	Diseñar tareas adecuadas para el desarrollo y evaluación de la

Tabla 5.6.

Organización de las reflexiones según sujeto, finalidad de la pregunta y objetivos del curso

Reflexión	Sujeto	Finalidad	Objetivo
10.1 ¿Cómo comparas la persona que eras cuando comenzó el curso-taller y la persona que eres hoy? ¿Cuál es el balance?	Participante	Valoración	competencia matemática escolar de sus alumnos

Fuente: Elaboración propia

Observemos que la mayor cantidad de reflexiones fueron dirigidas al educador, pues estas preguntas estimularon el conocimiento o saber de los profesores como expertos. Las preguntas dirigidas al profesor se orientaron a determinar la manera específica en que los participantes, como docentes en ejercicio, realizaron una actuación en sus prácticas de aula. Las preguntas dirigidas al participante se dirigían a indagar sobre aspectos concretos del curso-taller.

Con respecto a la finalidad de las preguntas, la mayoría pretendía que los informantes pusieran en funcionamiento los conceptos próximos a discutirse o ya discutidos (su aplicación). En el primer caso, la intención fue explorar el grado de conocimiento de los profesores y si pusieron en práctica ese conocimiento en el aula (2.1, 3.1, 5.1, 7.1 y 7.4). En el segundo caso, queríamos comprobar el grado de comprensión de los temas conceptualizados y cómo los profesores extendieron el conocimiento adquirido a la práctica (8.2 y 9.2). La finalidad de las demás preguntas consistía en provocar la reflexión (1.1, 1.2, 4.1 y 7.3); valorar la importancia de conceptos, procedimientos o aspectos concretos del curso-taller (3.2, 6.1 y 10.1); y explicar o describir actuaciones específicas en las prácticas de aula (2.2, 7.2, 8.1 y 9.1).

Señalamos también que la mayoría de las reflexiones pretendían identificar el nivel de competencia profesional de los participantes sobre el diseño, selección y valoración de tareas que promuevan y evalúen la alfabetización matemática. A pesar de que el curso-taller contaba con cinco objetivos, los primeros tres objetivos se reflejaron en la mayoría de las reflexiones escritas. Los últimos dos objetivos, que buscaban capacitar a los participantes en el diseño, selección y valoración de tareas que promuevan y evalúen la alfabetización matemática, se vieron reflejados principalmente en los trabajos no presenciales, cuyos resultados se recogen en este mismo capítulo. De esta manera, las reflexiones aportaron información pertinente antes de la realización de los trabajos no presenciales. De ahí la complementariedad de ambas fuentes al triangular la información.

A partir de las respuestas obtenidas identificamos temas y patrones, lo que nos permitió organizar las reflexiones y generar un sistema de categorías. Las unidades de análisis fueron los enunciados significativos extraídos de las respuestas a cada pregunta. Las reflexiones exploraron distintos aspectos de la competencia profesional de los profesores participantes, por lo que cada reflexión produjo sus propias categorías. Sin embargo, algunas categorías coincidieron entre las diferentes reflexiones. Interpretamos y explicamos las tendencias observadas según el sistema de categorías establecido.

Para facilitar su análisis, organizamos las propuestas de reflexión según el contenido que tratan. Esta organización obedece al criterio determinante que establecimos para identificar los momentos en el desarrollo del programa, esto es, la secuencia de implementación del curso-taller en términos de los contenidos conceptuados, las actividades realizadas y la información recogida en ellos. En el caso de los balances intermedio y final, los agrupamos alterando el orden de formulación de las reflexiones. La Tabla 5.7 presenta la organización de las reflexiones.

Tabla 5.7.

Organización de reflexiones escritas según el contenido que tratan

Contenido	Reflexión
Marco conceptual del currículo costarricense de matemáticas	1.1 y 1.2
Concepto y características de las tareas matemáticas escolares	2.1, 2.2, 3.1, 3.2, 4.1 y 5.1
Tareas de evaluación y criterios de valoración	7.1, 7.2, 7.3, 7.4, 8.1 y 9.1
Valoración del curso-taller	6.1, 8.2, 9.2 y 10.1

Fuente: Elaboración propia

A continuación analizamos las reflexiones correspondientes a cada una de las cuatro agrupaciones.

5.3.1. Reflexiones sobre el marco conceptual del currículo costarricense de matemáticas

Las reflexiones 1.1 y 1.2 fueron planteadas en la primera sesión del curso-taller. Durante esta sesión exploramos los conocimientos didácticos y las actitudes de los participantes sobre el marco conceptual que encuadraba el programa de formación. En la Tabla 5.8 mostramos las reflexiones concernientes a esta temática y las categorías definidas.

Tabla 5.8.

Categorización de reflexiones sobre el marco conceptual del currículo costarricense

Reflexión	Categorías
1.1 ¿Cuáles son las nociones básicas del currículo oficial de matemáticas? ¿Qué relaciones pueden darse entre ellas?	<ul style="list-style-type: none"> • Enseñar para la aplicación de contenidos • Enseñar para el logro de habilidades
1.2 ¿Qué implicaciones pedagógicas tiene la reforma curricular de los programas de matemática en su práctica docente? ¿Influye en las competencias profesionales de planificación y de evaluación?	<ul style="list-style-type: none"> • Cambios en la orientación del aprendizaje • Cambios en la metodología • Cambios en la planificación • Cambios en la evaluación

Fuente: Elaboración propia

Con la reflexión 1.1 propusimos establecer la conexión entre las nociones básicas que fundamentan el currículo costarricense de matemáticas y que los participantes reconocieran las implicaciones de esta relación. Los profesores identifican como nociones básicas del currículo: las habilidades; los procesos; las áreas temáticas; los ejes disciplinares, particularmente la resolución de problemas y la contextualización activa; y las etapas para organizar el desarrollo de las lecciones. Es importante destacar que ninguno de los profesores mencionó la competencia como una noción central del currículo.

Las relaciones entre estas nociones están orientadas al propósito de la enseñanza y se organizan en dos categorías. El *enseñar para la aplicación de contenidos*, que se refiere a proponer problemas en contextos reales cuya resolución implique el uso de contenidos adquiridos. Y el *enseñar para el logro de habilidades*, que propone la resolución de problemas contextualizados que favorezcan el desarrollo de capacidades cognitivas superiores. Las respuestas obtenidas en esta reflexión evidencian que los profesores comprenden la finalidad que en conjunto persiguen las nociones del currículo. No obstante, no tienen clara la vinculación entre dichas nociones.

Con la reflexión 1.2 pretendíamos que los profesores identificaran las implicaciones pedagógicas de introducir la noción de competencia en el currículo. Las respuestas obtenidas contemplaron cambios en cuatro aspectos diferentes: la orientación del aprendizaje, la metodología, la planificación y la evaluación. En este sentido, los profesores consideran que la competencia como parte integral del currículo introduce cambios en casi la totalidad de sus dimensiones.

El *cambio en la orientación del aprendizaje* destaca un papel más activo del alumno en la construcción de los saberes y en el desarrollo de habilidades. El *cambio en la metodología* incluyó variantes como el replanteamiento de la actividad docente y la reorientación de la enseñanza hacia una actividad no rutinaria. El *cambio en la planificación* incluyó la renovación en la competencia de seleccionar y diseñar problemas. Y el *cambio en la evaluación* se centró en el replanteamiento de las actividades asociadas a este proceso. Estas respuestas reflejaron que los profesores tienen conocimiento técnico de las diferentes dimensiones del currículo y de la función curricular de la noción de competencia.

Asimismo, las respuestas de ambas reflexiones aportaron información pertinente para determinar el nivel de conocimiento y las actitudes de los participantes respecto al marco conceptual del currículo costarricense de matemáticas.

Balance

Señalamos que estas reflexiones fueron propuestas antes de la conceptualización de cada uno de los temas por lo que consideramos que los informantes manifestaron sus propios criterios. Los patrones observados en las respuestas de los profesores se resumen en los siguientes puntos:

- Los profesores manifestaron amplio conocimiento sobre las nociones básicas que fundamentan el currículo pero no tienen clara la vinculación que existe entre estas nociones.
- Los profesores evidenciaron conocimiento de la noción de competencia como innovación curricular y expresaron con claridad sus implicaciones pedagógicas en varios aspectos del proceso de enseñanza y aprendizaje. Sin embargo, no la reconocieron inicialmente como una noción básica del currículo.
- Al contrastar las respuestas de estas reflexiones con las obtenidas en el cuestionario inicial, en el que también exploramos conocimientos y actitudes de los profesores sobre la finalidad de introducir las competencias en el currículo, detectamos concordancia entre ambas fuentes de información. Los profesores reconocen la utilidad práctica de la noción de competencia como parte integral del currículo. El profesor P₅ indicó: *Introducir la noción de competencia en el currículo favorece el aprendizaje de los estudiantes porque les permite desarrollar una serie de habilidades y capacidades necesarias para enfrentar*

problemas reales, de su entorno. Sin embargo, ignoran su importancia como elemento curricular. Por ejemplo, la profesora P₁ señaló: *Para promover el aprendizaje de los estudiantes es suficiente con contextualizar los conceptos por medio de situaciones reales, mostrando a los estudiantes la utilidad que tiene la matemática en su vida.* Este tipo de razonamiento desmerita el papel de otros elementos del currículo, que en su articulación son fundamentales para el desarrollo de la competencia matemática escolar, como los procesos matemáticos y las habilidades.

5.3.2. Reflexiones sobre la conceptualización y caracterización de las tareas matemáticas escolares

Las reflexiones 2.1, 2.2, 3.1, 3.2, 4.1 y 5.1 fueron planteadas en las sesiones dos, tres, cuatro y cinco del curso-taller. Las actividades realizadas durante estas sesiones concretaron la conceptualización y la caracterización de las tareas matemáticas escolares, y la conceptualización de variables de tarea según el marco conceptual del currículo. Además, permitieron la valoración y aplicación de las variables de tarea en el diseño y selección de tareas matemáticas escolares. Primero conceptualizamos cada una de las variables de tarea por sí misma hasta terminar con la interrelación de todas ellas. En la Tabla 5.9 mostramos las reflexiones concernientes a esta temática y las categorías definidas.

Con la reflexión 2.1 pretendíamos que los profesores indicaran los criterios que toman en consideración para seleccionar tareas que promuevan la competencia matemática escolar, e identificaran variables de tarea. Las respuestas aportadas mostraron uniformidad y fueron organizadas en dos categorías: *Tarea como asignación extra-clase* y *Variables de tarea*. En la primera categoría consideramos las respuestas que hacían referencia a tarea como una asignación de actividades que deben ser resueltas fuera del tiempo lectivo con el propósito de reforzar los conocimientos estudiados en clase. Es importante señalar que esta no es la noción de tarea que se trata en el marco conceptual del currículo. En la otra categoría los informantes identificaron variables de tarea como el contexto, los contenidos, las habilidades y los procesos matemáticos.

La reflexión 2.2 tenía como propósito que los informantes especificaran las actuaciones que debe realizar un profesor para elaborar y gestionar tareas para promover la competencia matemática escolar. Identificamos en las respuestas tres actuaciones diferentes: *Reflexionar*, *Diseñar tareas según variables*, y *Tomar decisiones*. En los

enunciados agrupados en la primera categoría se mencionaron actividades como analizar el proceso de solución, identificar los posibles errores de los alumnos, cuestionar el propósito. Entre los aspectos en que es necesario reflexionar se mencionaron: contenidos, habilidades, errores e instrucción (organización y características de los alumnos). Los enunciados de la segunda categoría hacen referencia a la elaboración y el análisis de las tareas según variables tales como contenidos, contextos, dificultad y procesos matemáticos. Los enunciados asociados a la última categoría incluyeron actividades que llevan implícita la toma de decisiones como la gestión del aula, el uso de los errores para desarrollar tareas y las variables de tarea.

Tabla 5.9.

Categorización de reflexiones sobre la conceptualización y caracterización de tareas

Reflexión	Categorías
2.1 ¿Qué criterios utilizas para seleccionar actividades que desarrollen la competencia matemática? ¿Qué elementos debe tener una tarea debidamente formulada para que contribuya a promover el desarrollo de la competencia matemática?	<ul style="list-style-type: none"> • Tarea como asignación extra-clase • Variables de tarea
2.2 ¿Cuál es tu posición respecto a las actuaciones que debe realizar un profesor para analizar, diseñar y seleccionar tareas adecuadas para desarrollar la competencia matemática?	<ul style="list-style-type: none"> • Reflexionar • Diseñar tareas según variables • Tomar decisiones
3.1 ¿Cómo interrelacionas el contenido, el contexto y las competencias matemáticas básicas para diseñar o seleccionar una tarea?	<ul style="list-style-type: none"> • Ideas generales que no responden a la pregunta • Contenido-habilidades en contextos
3.2 ¿Qué importancia tiene la modelización en la contextualización activa?	<ul style="list-style-type: none"> • Herramienta para diseñar problemas idóneos
4.1 ¿Cuál es el vínculo entre habilidades, competencias y procesos?	<ul style="list-style-type: none"> • Ideas generales que no responden a la pregunta • Procesos-Habilidades-Competencias
5.1 ¿A qué factores atribuyes la complejidad de una tarea?	<ul style="list-style-type: none"> • Procesos matemáticos • Contexto • Diseño

Fuente: Elaboración propia

La reflexión 3.1 propuso que los informantes identificaran la interrelación entre el contenido, el contexto y las competencias cuando diseñan o seleccionan tareas. La mayor parte de las repuestas expresaron ideas generales sobre las tres variables sin explicar cómo estas se interrelacionan para seleccionar o diseñar una tarea. Solo el profesor P₇ explicó:

El contexto es un medio para desarrollar las habilidades que están relacionadas a un contenido matemático.

La reflexión 3.2 buscó que los informantes determinaran la importancia de la modelización en la contextualización activa. Hubo unanimidad en las respuestas. Los profesores consideran que la modelización es una herramienta fundamental para diseñar tareas en contextos reales porque todos los modelos que dan sentido a la modelización matemática emergen de la realidad. La profesora P₄ mencionó: *La modelización es una herramienta que contextualiza la matemática con fenómenos naturales reales, además nos ayuda a desarrollar problemas cercanos para los alumnos.* El profesor P₅, haciendo uso de lo aprendido en la sesión, complementó: *Con la modelización podemos diseñar problemas en contextos reales y con cuestiones relevantes y auténticas.*

Con la reflexión 4.1 esperábamos que los profesores articularan argumentos relacionados con los procesos matemáticos, según están definidos en el marco conceptual del currículo, y su conexión con las habilidades y con la noción de competencia matemática. Las respuestas aportadas mostraron uniformidad y encontramos dos tipos de respuestas. Primero aquellos enunciados que contenían ideas generales sobre las tres variables sin explicar el vínculo entre ellas y luego, las respuestas que describían a los procesos matemáticos como las actividades cognitivas que favorecen el desarrollo de habilidades, las cuales están vinculadas a la competencia matemática. El profesor P₈ señaló: *La competencia se desarrollará dependiendo de los procesos a los que se hayan visto expuestos los estudiantes.* La profesora P₆ explicó: *Las tareas van a depender de las expectativas que tenga el profesor y el vínculo es que todas las variables están ligadas, esto se debe a que los procesos impulsan las habilidades que se proponen en los programas y las habilidades responden a las competencias que se persiguen.* El profesor P₇ puntualizó: *La habilidad está relacionada con el contenido matemático, la competencia se enfoca en la capacidad para aplicar esa habilidad en la resolución de problemas en contextos reales, y con respecto a los procesos estos se deben aplicar para el desarrollo de la habilidad. Por ejemplo en el desarrollo de la habilidad pueden darse varios procesos, no necesariamente solo uno.*

La reflexión 5.1 indagó los factores que los informantes atribuyen a la complejidad de una tarea. Hubo diversidad de enfoques, pero determinamos que para los profesores la complejidad de una tarea depende de: *los procesos matemáticos, el contexto, y el diseño.* El profesor P₅ expresó: *La complejidad de una tarea depende del tipo y la cantidad de*

procesos matemáticos que se proponen, entre más procesos se utilicen más habilidades se activan y por lo tanto la tarea es más difícil y ayuda de mejor manera a desarrollar competencias. El profesor P₈ que consideró el contexto manifestó: Si el contexto en el que se plantea la tarea no es muy cercano al alumno, hará que la tarea se dificulte, porque el contexto despertará el interés del alumno para resolverla. La profesora P₁₀ señaló que: Los profesores no sabemos plantear tareas por lo que al no poder pedirle al alumno lo que queremos que haga aumenta la complejidad de la tarea, se vuelve para el estudiante un problema confuso.

Balance

Los puntos siguientes resumen los patrones observados en las respuestas de los informantes:

- Al indagar respecto al conocimiento de los profesores de las variables de tarea, el vínculo entre ellas y el papel que desempeñan en la selección y el diseño de tareas matemáticas escolares, la mayoría de las cuestiones planteadas evidenciaron multiplicidad de enfoques, esta diversidad de respuestas nos sugiere un desconocimiento de las variables de tarea que propone el marco conceptual del currículo y que cada informante ajusta las ideas que tiene a la realidad de su práctica profesional.
- Los informantes consideraron que el diseño y la selección de tareas para promover la competencia matemática requiere de tres actuaciones por parte del profesor: reflexionar, diseñar tareas considerando diferentes variables y tomar decisiones. Estas actuaciones abarcaron aspectos sobre contenidos, habilidades, errores, como herramientas para favorecer el aprendizaje, la organización del aula, las características de los alumnos y distintas variables de tarea.
- De manera unánime, los profesores consideraron que la contextualización activa se ve potenciada significativamente por la modelización, puesto que los modelos que dan sentido a la modelización matemática emergen de la realidad.

Cuando contrastamos las respuestas de los informantes a las reflexiones sobre la conceptualización y caracterización de las tareas matemáticas escolares con las abordadas en el cuestionario inicial encontramos similitudes. Es importante señalar que a pesar de encontrar puntos en común entre ambas fuentes de información, el contenido de las preguntas fue diferente en cada una de ellas. En las reflexiones el foco de atención se

mantuvo en las actuaciones que debía realizar un profesor cuando selecciona o diseña tareas para promover la competencia. Por su parte, el cuestionario inicial apuntó a aspectos generales tomados en cuenta para la selección de tareas y a las prioridades que le profesor establece para promover la competencia matemática en los alumnos.

De esta manera, los profesores manifiestan desconocimiento de los aspectos tanto conceptuales como técnicos del diseño y selección de tareas adecuadas para desarrollar la competencia matemática. Cabe destacar que los profesores evidenciaron una concepción de tarea distinta a la que se entiende en el currículo. Para ellos una tarea correspondía a una asignación de actividades que deben ser resueltas fuera del tiempo lectivo con el propósito de reforzar los conocimientos estudiados en clase; la mayoría de las veces se considera la resolución de listas de ejercicios donde se fomente la reproducción de procedimientos aprendidos.

Asimismo, las respuestas del cuestionario inicial sugieren que los profesores seleccionan tareas y planifican sus clases a partir de aquellos aspectos que consideran importantes como las características de los alumnos y el logro de su aprendizaje, los recursos disponibles (libros de texto, planes de estudio o el tiempo) y las expectativas de aprendizaje. Ningún informante tomó en consideración el análisis o la selección de tareas en sus respuestas. Estas consideraciones se distinguieron de las dadas en la reflexión correspondiente, donde los profesores ampliaron la variedad de aspectos a considerar e incluyeron las variables de tarea. No obstante, fueron consistentes al indicar que las características de los alumnos y la gestión de la instrucción son aspectos importantes en el proceso de selección de tareas.

En síntesis, las reflexiones de los informantes sobre el concepto y las características de las tareas matemáticas escolares evidenciaron conocimiento sobre los temas tratados así como claridad en las funciones que debe cumplir un profesor que pretenda desarrollar la competencia matemática en sus alumnos. Por ejemplo, los profesores manifestaron un progreso en el concepto de tarea. El profesor P₂ explicó: *Una tarea matemática escolar es una actividad que el profesor propone para que en su resolución el estudiante use las matemáticas aprendidas.* El profesor P₇ agregó: *Las tareas deben ser demandas cognitivas estructuradas y en su diseño intervienen variables como el contenido matemático, las habilidades, los procesos matemáticos, el contexto y los niveles de complejidad.*

5.3.3. Reflexiones sobre tareas para evaluar la competencia matemática escolar y sus respectivos criterios de valoración

Las reflexiones 7.1, 7.2, 7.3, 7.4, 8.1 y 9.1 fueron planteadas en las sesiones siete, ocho y nueve del curso-taller. Las actividades realizadas durante estas sesiones concretaron la conceptualización y la caracterización de tareas para evaluar la competencia matemática y aplicar las variables de tarea estudiadas en el diseño y la selección de este tipo de tareas. Además, permitieron establecer criterios de corrección para valorar las tareas. En la Tabla 5.10 mostramos las reflexiones concernientes a esta temática, así como las categorías definidas.

La reflexión 7.1 pretendió que los informantes indicaran los criterios que toman en consideración para evaluar el aprendizaje de sus alumnos. Las respuestas aportadas fueron organizadas en tres categorías: *Conocimiento de los contenidos*, *Criterios de evaluación* y *Logro de habilidades*. En la primera categoría ubicamos enunciados de respuesta que se referían a la valoración de los conocimientos previos y de los contenidos objeto de evaluación. En las respuestas concernientes al cumplimiento de criterios de evaluación los informantes señalaron las indicaciones sobre la evaluación de los aprendizajes que sugieren los programas de estudio y sus respectivos centros educativos. Cuando los informantes se refirieron al logro de habilidades mencionaron que, la observación de las tareas realizadas por los alumnos en la clase y el desempeño de estos en las pruebas escritas, permitieron determinar si las habilidades sugeridas se habían alcanzado o no.

La reflexión 7.2 pretendió que, una vez identificados los criterios que tomaron en consideración para evaluar el aprendizaje, los informantes explicaran la manera en la que ponen en juego los principios de evaluación establecidos en el currículo costarricense. Identificamos dos tipos diferentes de respuestas: *Mediante pruebas escritas* y *Mediante observación del desempeño*. Cuando se refirieron a pruebas escritas, los informantes incluyeron los exámenes parciales y las pruebas cortas. Además, indicaron que usaban como referencia el modelo de prueba de bachillerato oficial para diseñar sus pruebas escritas. La observación del desempeño incluía las rúbricas que diseñaban los informantes para valorar el trabajo cotidiano del alumno; el cual representa una porción significativa en la nota final de la asignatura.

Las reflexiones 7.3 y 7.4 se centraron en las diferencias entre tareas para promover la competencia matemática y tareas para evaluar la competencia matemática. La reflexión 7.3 tuvo lugar antes de formalizar la conceptualización de tarea de evaluación, y en sus respuestas los informantes mencionaron que las diferencias radican fundamentalmente en dos aspectos. El primero de ellos se refiere a la *Finalidad* o el propósito para el cual fueron diseñadas. El profesor P₈ indicó: *La tarea para promover la competencia matemática es aquella donde el alumno tiene que analizar, investigar y fomentar el aprendizaje por sí mismo con la guía del docente y la tarea para evaluar la competencia mide si los alumnos alcanzaron las habilidades propuestas en el programa de estudios.* El otro aspecto relaciona *El formato y los niveles de complejidad*. La profesora P₄ explicó: *Las tareas que promueven la competencia tienen cierta cantidad de incisos ordenados por los grados de dificultad, donde intervienen diversos procesos matemáticos, mientras que las tareas que evalúan la competencia matemática son utilizadas para cuestionar un concepto específico.*

Luego de la conceptualización de tarea de evaluación aplicamos la reflexión 7.4. En esta ocasión, las respuestas se condensaron en una única categoría: la *Finalidad* de la tarea. La profesora P₁ argumentó: *Las tareas matemáticas escolares pueden clasificarse según queramos usarlas, ya sea como medio para promover el aprendizaje o como herramienta para la evaluación.* La profesora P₆ señaló que: *Las tareas para promover la competencia matemática son diferentes a las tareas que evalúan competencias porque las primeras guían al estudiante a dar significado y utilidad al conocimiento matemático, la mayoría de las veces en situaciones problemáticas nuevas, mientras que las segundas se proponen para aplicar esos conocimientos en problemas similares a los trabajados en clase. En el diseño de ambas tareas las variables estudiadas juegan un papel importante.*

La reflexión 8.1 propuso a los informantes que destacaran las variables que emplean al diseñar una prueba para evaluar la competencia matemática. Se encontraron múltiples respuestas, pero es posible agruparlas en dos categorías: *Variables de tareas* y *Otros aspectos*. En la primera categoría consideramos aquellos enunciados de las respuestas en donde los informantes hacían referencia a alguna de las variables de tarea estudiadas en el curso-taller. Las variables de tarea que destacan son: habilidades, niveles de complejidad, contenido matemático y contexto. En la segunda categoría agrupamos las referencias de los profesores a otros aspectos que no fueran considerados variables de tarea, tales como las indicaciones de los centros educativos para diseñar pruebas escritas,

la prueba de bachillerato y el tiempo que dedicaron los profesores en el estudio del contenido a evaluar, entre otros.

Tabla 5.10.

Categorización de reflexiones sobre la conceptualización y la caracterización de tareas de evaluación

Reflexión	Categorías
7.1 ¿Qué criterios usas para evaluar el aprendizaje de tus alumnos?	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimiento de los contenidos • Criterios de evaluación • Logro de habilidades
7.2 ¿Cómo pones en juego los principios de evaluación establecidos en el currículo oficial de matemáticas en Costa Rica, en el diseño y selección de tareas?	<ul style="list-style-type: none"> • Mediante pruebas escritas • Mediante observación del desempeño
7.3 ¿Qué diferencias encuentras entre las tareas presentadas en la actividad de aprendizaje y las tareas trabajadas en las sesiones anteriores?	<ul style="list-style-type: none"> • Finalidad • Formato y niveles de complejidad
7.4 Explica la diferencia entre una tarea diseñada para promover la competencia matemática y una tarea diseñada para evaluar la competencia matemática	<ul style="list-style-type: none"> • Finalidad
8.1 Cuando se diseña una prueba para evaluar la competencia matemática, según el momento de evaluación ¿Qué variables consideras necesarias destacar?	<ul style="list-style-type: none"> • Variables de tarea: contenido, habilidades, niveles de complejidad, contexto • Otros aspectos
9.1 ¿Qué criterios consideras para valorar la resolución de una tarea propuesta en una evaluación diseñada para evaluar la competencia matemática escolar?	<ul style="list-style-type: none"> • Aplicación de contenidos • Habilidades presentes • No comprendieron la pregunta

Fuente: Elaboración propia

Con la reflexión 9.1 pretendíamos que los profesores indicaran los criterios que toman en consideración para valorar la resolución de una tarea propuesta en una prueba diseñada para evaluar la competencia matemática escolar. Las respuestas aportadas fueron organizadas en tres categorías: *Aplicación de contenidos*, *Habilidades presentes* y *No comprendieron la pregunta*. En los enunciados agrupados en la primera categoría se mencionaron criterios relacionados con el uso de los contenidos aprendidos para resolver la tarea. La profesora P₁ detalló: *Lo que yo considero para revisar un ejercicio en una prueba es si el alumno aplica los conceptos y procedimientos estudiados para encontrar la respuesta correcta*. Los enunciados de la segunda categoría se relacionan con criterios que validan la resolución de la tarea según las habilidades que se manifiestan. El profesor

P₅ indicó: *Yo me fijo si lo que hizo el alumno en la tarea se relaciona con las habilidades que debo evaluar, es decir, si las aplica para resolver el problema.* Los enunciados asociados a la última categoría incluyeron actividades que no se asocian a la valoración de tareas en una prueba escrita, por ejemplo si el alumno es puntual, si sigue instrucciones o si termina los trabajos a tiempo. Estas respuestas nos sugieren que los informantes no comprendieron la cuestión que se planteó. En todo caso, el vínculo de la tarea se establece con respuestas esperadas o habilidades, no con referencias explícitas a la noción de competencia matemática.

Balance

Los puntos siguientes resumen los patrones observados en las respuestas de los informantes:

- Los profesores expresaron que la evaluación del aprendizaje de sus alumnos se orienta a partir de la programación de los contenidos, los criterios de evaluación normativos y las habilidades sugeridas. Además, los profesores trabajan prioritariamente la evaluación sumativa.
- Los profesores argumentaron que las tareas matemáticas escolares se diferencian según la finalidad para la que han sido diseñadas.
- Para diseñar una prueba que evalúe la competencia matemática escolar los profesores destacan variables de tarea, tales como: habilidades, niveles de complejidad, contenidos matemáticos y contexto. Asimismo, determinan criterios para valorar la resolución de tareas de evaluación. Estos criterios abarcaron aspectos como la aplicación de los contenidos aprendidos y el desarrollo de habilidades.

Al contrastar las respuestas de los informantes a las reflexiones sobre la conceptualización y caracterización de las tareas de evaluación con las abordadas en el cuestionario inicial encontramos similitudes. Es importante señalar que a pesar de encontrar puntos en común entre ambas fuentes de información, el contenido de las preguntas fue diferente en cada una de ellas. En las reflexiones el foco de atención se mantuvo en las actuaciones que debía realizar un profesor cuando selecciona o diseña tareas para evaluar la competencia. Por su parte, el cuestionario inicial apuntó a aspectos generales tomados en cuenta para la selección de tareas y a las prioridades que le profesor establece para evaluar la competencia matemática en los alumnos. En las reflexiones los profesores ampliaron la

variedad de aspectos a considerar para seleccionar o diseñar tareas que evalúan la competencia matemática e incluyeron las variables de tarea. No obstante, fueron consistentes al indicar que el modelo de prueba estandarizada aplicada en Costa Rica determina sus prácticas evaluativas.

En síntesis, las reflexiones sobre el concepto y las características de las tareas para evaluar la competencia matemática escolar ponen de manifiesto que los profesores han desarrollado conocimiento para valorar las funciones de las tareas matemáticas escolares según sus características y de acuerdo con el propósito para el cual fueron diseñadas, y para diseñar por su propia cuenta tareas pertinentes tanto para desarrollar competencias como para evaluarlas.

5.3.4. Reflexiones sobre la valoración del curso-taller

Las reflexiones 6.1 y 10.1 enfocaron la valoración del curso-taller y se plantearon respectivamente en las sesiones sexta y décima. Estas sesiones constituyeron los balances, intermedio y final, de la experiencia formativa y, mediante las reflexiones propuestas, los participantes discutieron sobre la utilidad de lo aprendido para su práctica profesional.

Las reflexiones 8.2 y 9.2 nos brindaron información acerca del trabajo que debían realizar los participantes para cerrar el curso-taller, el diseño de una prueba orientada a evaluar la competencia matemática escolar y establecer los criterios de corrección respectivos, y las dificultades que habían enfrentado para completar esta actividad. Por esta razón las consideramos en el análisis de las reflexiones sobre la valoración del curso-taller.

La Tabla 5.11 resume las respuestas a estas reflexiones y su correspondiente categorización.

En las dos primeras instancias identificamos tres categorías iguales: *Avance en conocimiento teórico*; *Criterios para seleccionar y diseñar tareas*; y *Mejora de las prácticas de aula*. Las categorías *Cambio en actitudes* y *Percepción de alguna limitación* se identificaron en el balance final. La categoría *Percepción de alguna limitación* también se considera en la última instancia.

En la categoría *Avance en conocimiento teórico* se incluyó la importancia de la noción de competencia como parte integral del currículo y el vínculo entre las nociones curriculares. El profesor P₈ identificó como avance teórico *la claridad con la que ahora visualizo la competencia matemática, su papel en el currículo, y como los contenidos, las habilidades,*

los procesos matemáticos, y otros conceptos se relacionan para garantizar el desarrollo de la competencia en mis alumnos. Con respecto a los criterios para diseñar y seleccionar tareas, la mayoría de las respuestas apuntó a valorar la adquisición y el desarrollo de conocimientos sobre tareas, su análisis y caracterización, las variables que las integran así como los elementos que distinguen las tareas para promover la competencia de las tareas para evaluar la competencia. La profesora P₄ señaló: *Iniciando el curso tenía una noción de tarea que se fue mejorando a lo largo del curso. Ahora me cuestiono el tipo de tareas que voy a usar tanto para promover el aprendizaje como para evaluarlo.* El profesor P₂ mencionó: *Tengo mayor cantidad de criterios para poder tomar la decisión de que problema puede promover la competencia matemática.* Algunos aspectos correspondientes a la categoría sobre la mejora de las prácticas de aula propusieron un replanteamiento de la planificación de la instrucción, la evaluación, la organización del trabajo, así como la búsqueda de la mejora por medio de la capacitación constante.

Tabla 5.11.

Categorización de reflexiones sobre valoración del curso-taller

Reflexión	Categorías
6.1 ¿De qué manera consideras útil para tu práctica docente lo trabajado en este curso hasta el momento?	<ul style="list-style-type: none"> • Avance en conocimiento teórico • Criterios para seleccionar y diseñar tareas • Mejora de las prácticas de aula
10.1 ¿Cómo comparas la persona que eras cuando comenzó el curso y la persona que eres hoy? ¿Cuál es el balance?	<ul style="list-style-type: none"> • Avance en conocimiento teórico • Criterios para seleccionar y diseñar tareas • Mejora de las prácticas de aula • Cambio en actitudes • Percepción de limitaciones
8.2 y 9.2 ¿Cómo llevas el trabajo? ¿Qué dificultaste enfrentaste para completar la actividad?	<ul style="list-style-type: none"> • Percepción de limitaciones

Fuente: Elaboración propia

En cuanto a los cambios en actitudes informados se refirieron a: tener una postura más positiva hacia las directrices curriculares; la visión crítica de sus prácticas de aula; la motivación de aplicar lo aprendido; y la intención de compartir con otros profesores la experiencia. Entre las limitaciones percibidas se encuentra la necesidad de madurar las ideas discutidas, conocer la teoría sin ponerla en práctica y el tiempo tan ajustado entre las sesiones del curso-taller.

Balance

Las reflexiones realizadas en los balances, intermedio y final del curso-taller, ponen en evidencia que:

- Los profesores expresaron haber avanzado en su conocimiento teórico sobre la noción de competencia y el marco conceptual del currículo costarricense de matemáticas.
- Los profesores desarrollaron conocimientos nuevos sobre tareas, su análisis y caracterización, las variables que las definen y los elementos que las diferencian.
- Los profesores manifestaron haber mejorado en aspectos relacionados con sus prácticas de aula específicamente al replantearse la introducción de la competencia como parte integral del currículo, la organización del trabajo y la adquisición de herramientas de mejora.
- Se identificaron cambios en las actitudes referentes a la motivación para aplicar lo aprendido en el aula y compartir la experiencia formativa con otros profesores.
- Se detectaron algunas limitaciones como la desconexión de teoría y práctica y la necesidad de madurar las nociones aprendidas.

Al comparar los patrones en las respuestas a estas reflexiones con las expresiones de los informantes, en cuanto a las expectativas que tenían sobre el curso-taller, incluidas en el cuestionario inicial, observamos concordancia. Los profesores al inicio del curso-taller manifestaron que esperaban ampliar sus conocimientos sobre competencia y sobre tareas matemáticas escolares. Estas nociones aparecen indicadas en las respuestas a las reflexiones de los balances. Esta información sugiere que los participantes lograron sus expectativas con el curso-taller.

En síntesis, consideramos que las respuestas dadas en las reflexiones propuestas durante los balances, intermedio y final, del curso-taller manifiestan reconocimiento de los beneficios que como participantes de la propuesta formativa fueron obtenidos. Los aspectos mencionados como positivos se relacionan directamente con sus competencias profesionales de enseñar, curricular y de evaluar.

5.3.5. Balance general del análisis de las reflexiones escritas

El análisis de las reflexiones escritas ha puesto de manifiesto varios aspectos significativos:

- El conocimiento y las actitudes de los profesores sobre la noción de competencia como innovación curricular y las implicaciones pedagógicas de la reforma curricular de los programas de matemática para su práctica docente fue desarrollando y profundizándose conforme transcurría su participación en el curso-taller.
- El aprendizaje sobre el análisis y la caracterización de tareas matemáticas escolares para promover y evaluar la competencia matemática de sus alumnos fue una expectativa que los participantes vieron cumplida al finalizar la experiencia de desarrollo profesional.
- Los profesores pudieron valorar las funciones de las tareas matemáticas escolares a partir de la caracterización y la conceptualización que se hicieron de ellas en el curso-taller. Además, los profesores expresaron disposición para manejar el concepto de tarea en sus prácticas de aula.
- Existían vacíos en el conocimiento de los profesores sobre las variables de tarea del marco conceptual del currículo costarricense y su enfoque para promover y evaluar la competencia matemática. Los profesores reconocieron haber adquirido el conocimiento necesario para implementar este enfoque en la selección y diseño de tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar.
- Los profesores expresaron haber reflexionado y profundizado en aspectos de su práctica docente específicamente al replantearse la introducción de la competencia como parte integral del currículo, la organización del trabajo y la adquisición de herramientas de mejora. Asimismo, manifestaron cambio en sus actitudes referentes a la motivación para aplicar lo aprendido en el aula y compartir la experiencia formativa con otros profesores.
- Los profesores valoraron los beneficios del curso-taller como experiencia de desarrollo profesional y admitieron haber adquirido capacidades y conocimientos directamente relacionados con sus competencias profesionales sobre currículo, enseñanza y evaluación.

5.4. Trabajos no presenciales

Estas tareas grupales informan sobre el dominio de los participantes en el diseño y la selección de tareas y del avance en su conocimiento didáctico, por lo que constituyen la principal fuente de información relativa al logro de los objetivos del curso-taller. En cada sesión, excepto la primera, los profesores debían entregar uno de estos trabajos. Como las

dos últimas asignaciones se complementaban por perseguir el mismo objetivo aunque con distinto contexto consideramos para su análisis un solo trabajo que las incluya. Además, determinamos que los trabajos asignados en la cuarta y la sexta sesión, por estar vinculados específicamente a actividades de reflexión del curso-taller, no agregan información para ser descrita en este apartado; los resultados de las reflexiones que se mencionan han sido explicados con detalle en los apartados 5.3.2 y 5.3.4 de este capítulo. De esta manera, contamos con un total de seis trabajos no presenciales.

En el Capítulo III las tablas 3.4 y 3.5 muestran las actuaciones, en términos de indicadores, que el profesor debería manifestar en cada una de las categorías del análisis cognitivo y del análisis de instrucción consideradas. Estas actuaciones han sido adaptadas al contexto de aplicación de nuestro estudio y fundamentan la valoración de las producciones de los grupos.

Nuestra reflexión se centró en las expectativas de aprendizaje, consideradas en la relación entre las habilidades específicas y las competencias, en las oportunidades de aprendizaje en términos de tareas matemáticas, y en las funciones de estas tareas. A continuación presentamos el análisis realizado.

5.4.1. Primer trabajo no presencial

En la primera sesión del curso-taller presentamos una visión amplia y detallada del marco conceptual que sustenta la reforma curricular de los programas de matemática en Costa Rica. Los profesores pudieron resolver todas las dudas y manifestar sus inquietudes en relación con la implementación del nuevo currículo en sus prácticas de aula. El experto invitado respondió cada una de las cuestiones planteadas. Esta sesión cumplió los siguientes objetivos:

- Analizar la reforma curricular de los programas de matemática.
- Determinar las implicaciones que conlleva la reforma curricular de los programas de matemática en la práctica docente.
- Relacionar los conceptos básicos del currículo de matemática oficial con las actividades que sustentan la práctica docente.

El trabajo no presencial fue asignado al finalizar la sesión y su realización se revisó y discutió al inicio de la segunda sesión. Los profesores se organizaron en cuatro grupos,

tres parejas (P₅ y P₆ (G₁), P₉ y P₁₀ (G₂), P₇ y P₈ (G₃)) y un grupo de tres (P₁, P₂ y P₄ (G₁))⁵. Cada grupo eligió del currículo un contenido matemático, el cual debería mantenerse para la realización de todos los trabajos no presenciales del curso-taller. Además, les asignamos un proceso matemático sobre el que se centraran en este primer trabajo. Decidimos asignar los procesos matemáticos para garantizar que se trabajaran la mayor cantidad de ellos. La Tabla 5.12 muestra las selecciones de los grupos.

Tabla 5.12
Enfoque del primer trabajo no presencial

Grupo	Contenido matemático	Proceso matemático
Grupo 1 (G ₁)	Transformaciones en el plano	Razonar y Argumentar
Grupo 2 (G ₂)	Ecuaciones lineales	Conectar
Grupo 3 (G ₃)	Función cuadrática	Representar
Grupo 4 (G ₄)	Estadística descriptiva	Plantear y Resolver problemas

Fuente: Elaboración propia

El trabajo consistía en que cada grupo ejemplificara una tarea que favoreciera el desarrollo de los procesos matemáticos asignados; tomando en consideración el contenido matemático seleccionado. El trabajo tuvo como finalidad explorar en qué medida los profesores participantes, después de identificar un contenido matemático específico, eran capaces de establecer relaciones entre habilidades, procesos matemáticos y tareas, así como analizar los argumentos aportados para justificar su propuesta.

Para determinar si los grupos cumplieron el trabajo requerido, usamos los indicadores mencionados al inicio de este apartado. Por ejemplo, para el indicador *Vincular habilidades a procesos matemáticos* consideramos que este se cumplió cuando el grupo ofreció un argumento con el que respaldar dicha relación de manera coherente. Cuando la habilidad no se vinculó de forma correcta con el proceso matemático, la justificación ofrecida no se ajustó a indicadores concretos de la aplicación de los procesos matemáticos o estuvo ausente la vinculación correspondiente, entonces el indicador se consideró como no cumplido. De la misma forma procedimos con los demás indicadores.

De esta manera, consideramos que un trabajo presentado por uno de los grupos es satisfactorio cuando se evidencian los siguientes aspectos:

- Relacionan habilidades con el foco de contenido de la tarea y expresan expectativas sobre su aprendizaje.

⁵ Como mencionamos en apartados anteriores, para garantizar su confidencialidad, los profesores participantes fueron identificados con un código (P_i).

- El ajuste de los procesos matemáticos con las habilidades es descrito mediante la manera en que los procesos matemáticos podrían activar una determinada habilidad.
- Las tareas seleccionadas están conectadas con las habilidades identificadas y con los procesos matemáticos asignados. Esto es, que la tarea pusiera de manifiesto la habilidad y pudieran identificarse los descriptores del proceso matemático que potencialmente movilizará.
- Los participantes aplicaron de manera observable los indicadores del análisis cognitivo y del análisis de instrucción.

Los trabajos presentados por todos los grupos consistieron en listas de ejercicios centrados en el contenido matemático y cuya resolución se aborda a través de una secuencia de pasos o algoritmo matemático ya conocido. Por ejemplo, el G₂ enlistó 12 ecuaciones lineales para ser resueltas y el G₃ solicitó la representación gráfica de un conjunto de funciones cuadráticas a partir del criterio algebraico correspondiente a cada una de ellas. Consideramos que los trabajos elaborados por los grupos no corresponden a situaciones problemas, por tanto, no promueven los procesos matemáticos encomendados.

En el debate que siguió a la presentación de sus trabajos, los profesores afirmaron que una tarea consiste en la asignación de actividades que deben ser resueltas fuera del tiempo lectivo con el propósito de reforzar los conocimientos estudiados en clase; lo que concuerda con las evidencias encontradas mediante las reflexiones iniciales. El profesor P₂ señaló: *Cuando asigno tareas trato de buscar prácticas con muchos ejercicios para que los estudiantes tengan bastante material de trabajo fuera de clase.* Además, admitieron desconocer herramientas o mecanismos con los cuales promover procesos matemáticos. La profesora P₁ mencionó: *Es difícil aplicar procesos matemáticos en clase porque al ser un concepto tan nuevo no tenemos los conocimientos para hacerlo, por eso es más fácil seguir priorizando el desarrollo de contenidos.* La profesora P₄ agregó: *Sé que los procesos matemáticos son importantes pero no me siento capacitada para argumentar sobre ellos; hasta el momento he preferido fijarme en el contenido y en la habilidad que quiero desarrollar para seleccionar tareas.*

Todos los grupos pueden enunciar habilidades relacionadas con el contenido matemático seleccionado, pero no argumentan o justifican acciones concretas que atiendan el proceso

matemático asignado. Por ejemplo, la habilidad *Determinar medidas estadísticas de resumen: moda, media aritmética, máximo, mínimo y recorrido, para caracterizar un grupo de datos* correspondiente al tema de *Estadística descriptiva* seleccionado por G₄, no se vinculó con el proceso matemático *Plantear y resolver problemas* que el grupo debía trabajar. Asimismo, el G₁ no contempla indicadores propios del proceso matemático *Razonar y Argumentar* (desarrolla y discute argumentaciones matemáticas, formula y analiza conjeturas matemáticas, entre otros) para justificar la manera en que los ejercicios propuestos activan la habilidad *Resolver problemas relacionados con la simetría axial*.

Los resultados del análisis de los trabajos de los grupos mostraron de manera global un escaso dominio para vincular habilidades con procesos matemáticos y diseñar tareas que respondieran a este vínculo.

Balance

Con base en el desempeño de los grupos en la presentación del primer trabajo no presencial, podemos afirmar que, en términos generales, el estado inicial de los profesores participantes en cuanto a su conocimiento didáctico reflejó:

- Dominio en la priorización y delimitación de contenidos.
- Dominio en el ajuste de habilidades a un foco de contenido.
- Carencia en el conocimiento de la noción de competencia y su función curricular.
- Carencia en el conocimiento sobre procesos matemáticos y actuaciones implicadas en su desarrollo.
- Comprensión insuficiente de la vinculación entre procesos matemáticos y habilidades.
- Carencia en el conocimiento de ejemplificación de tareas que contribuyan al desarrollo tanto de habilidades como de procesos matemáticos.

En síntesis, los profesores participantes evidenciaron capacidad para identificar un foco específico dentro de un contenido concreto. Sin embargo, en base a esta selección, no establecen con significado alguna conexión entre habilidades, procesos matemáticos y tareas argumentando justificadamente su propuesta según lo esperado. De esta manera consideramos que el primer trabajo presencial no se completó de manera satisfactoria.

5.4.2. Segundo trabajo no presencial

En la segunda sesión del curso-taller profundizamos en las nociones básicas del marco conceptual que sustenta la reforma curricular de los programas de matemática en Costa Rica. El objetivo de esta sesión fue ejemplificar y caracterizar acciones concretas que contribuyan al desarrollo de la competencia matemática escolar. El trabajo no presencial fue asignado al finalizar la sesión y su realización se revisó y discutió al inicio de la tercera sesión. Los grupos conformados continuaron su trabajo conjunto.

En la sesión discutimos que la selección, el diseño y la organización de las tareas matemáticas escolares, forman parte de la fase de la planificación del trabajo del profesor y están encaminadas a conseguir una enseñanza efectiva. Como elementos que determinan una tarea matemática escolar propusimos y discutimos: (1) un resultado, meta o finalidad; (2) el contenido matemático que trata; (3) el nivel de complejidad y (4) la situación de aprendizaje o el contexto en el que se propone su acción. Es importante destacar que abordamos estos elementos sin establecer una definición precisa para cada uno de ellos. La conceptualización de las variables que constituyen una tarea serían objeto de estudio en las sesiones posteriores.

El trabajo consistía en que cada grupo propusiera una tarea matemática escolar nueva que atendiera el foco que han venido trabajando y realizar un análisis de esta a partir de lo discutido en la sesión; el análisis debía quedar registrado en una tabla a modo de resumen. El trabajo propuesto perseguía dos finalidades. Primero, dar continuidad al avance realizado en la primera sesión: los profesores participantes continuarían trabajando sobre el proceso matemático asignado al inicio del curso-taller y también con el contenido matemático escogido. Segundo, que los profesores mostraran sus capacidades para planificar, analizar y organizar una tarea matemática escolar.

Para determinar si los grupos cumplieron el trabajo requerido, nos centramos en los indicadores del análisis cognitivo. Por ejemplo, determinamos que el indicador *Diseñar y seleccionar tareas que consideren la estructura conceptual del contenido matemático, sistemas de representación y, sentidos y modos de uso*, se cumplió cuando el grupo ofreció un argumento que respaldará el ajuste de la tarea diseñada al foco seleccionado. Si la tarea no se ajustó al foco o lo hizo de manera indirecta o parcial, entonces consideraremos no cumplido el indicador. De igual manera consideramos todos los demás indicadores. Las funciones y la secuenciación de tareas no han sido tratadas hasta el

momento en el curso-taller por lo que no se consideraron los indicadores del análisis de instrucción para valorar este trabajo no presencial.

En este sentido, establecemos que el trabajo de planificación presentado se había completado satisfactoriamente si se tomaron en cuenta los siguientes requerimientos:

- Mantener el proceso matemático asignado y el contenido matemático seleccionado.
- Identificar los elementos de la tarea escolar (finalidad o meta, contenido, situación de aprendizaje o contexto y complejidad).
- Evidenciar el ajuste de los procesos matemáticos con las habilidades mediante la manera en que los procesos matemáticos podían activar una determinada habilidad.

De acuerdo con estos requerimientos, presentamos a continuación el análisis de las producciones de los cuatro grupos de profesores en cuanto a dos criterios de valoración: conocimiento didáctico expresado en términos de los indicadores del análisis cognitivo, y el análisis de la tarea en términos de los elementos trabajados en la sesión. La Tabla 5.13 muestra los indicadores del análisis cognitivo aplicados por los grupos de trabajo.

Los resultados del análisis de los trabajos no presenciales de los grupos mostraron de manera global el dominio de los indicadores sobre las expectativas de aprendizaje como organizador del análisis cognitivo. Todos los grupos, a excepción de G₂, cumplieron la totalidad de estos indicadores.

Para el indicador *Enunciar y organizar habilidades sobre focos prioritarios del contenido a desarrollar* consideramos como una habilidad bien delimitada la planteada por el G₃: *Analizar en situaciones dadas la influencia de los parámetros a , b , c en la gráfica de una función cuadrática*. Consideramos adecuada esta habilidad porque va dirigida al contenido específico de la función cuadrática dentro del tema de Relaciones y Álgebra. Además, contempla las actuaciones concretas de reconocer, interpretar y distinguir interrelaciones entre representaciones múltiples que poseen las nociones matemáticas, atendiendo de esta manera el proceso matemático *Representar* que fue asignado.

Tabla 5.13.

Indicadores sobre análisis cognitivo aplicados por los grupos

Indicadores	Grupos de trabajo			
	G1	G2	G3	G4
Análisis cognitivo				
Expectativas de aprendizaje				
AcE1	✓	✓	✓	✓
AcE2	✓		✓	✓
AcE3	✓	✓	✓	✓
AcE4	✓	✓	✓	✓
AcE5	✓	✓	✓	✓
Oportunidades de aprendizaje				
AcO1				
AcO2				
AcO3				
AcO4	✓	✓	✓	✓
AcO5				
AcO6	✓	✓	✓	✓
AcO7				

Fuente: Elaboración propia

El G₁ cumplió el indicador *Vincular habilidades a procesos matemáticos* al enlazar la habilidad planteada con el proceso matemático asignado y justificar su elección. Los profesores expresaron: *el proceso de razonar y argumentar involucra el desarrollo y la discusión de argumentaciones matemáticas, está acción es precisamente la que se exige en la habilidad*. Por el contrario, consideramos que G₂ satisfizo el indicador de manera parcial porque la habilidad planteada no se vincula expresamente con el proceso matemático asignado. Esto es, la habilidad *Plantear y resolver problemas en contextos reales, utilizando ecuaciones de primer grado con una incógnita* no se vinculó con el proceso matemático *Conectar* que el grupo debía trabajar sino que se manifestó con actuaciones relacionadas con el proceso matemático *Plantear y resolver problemas*.

Para ejemplificar el cumplimiento del indicador *Diseñar y seleccionar tareas que respondan a una o más habilidades planteadas*, podemos mencionar la tarea que planteó G₄: *Todos los domingos, Rafael, un agricultor, va a la feria a vender frutas. Recolectó los datos de ventas del mes y obtuvo lo siguiente: Vendió 50 manzanas a 150 colones a cada una, 75 naranjas a 80 colones cada una y 200 melones a 800 colones cada uno. ¿Cuál es el promedio de frutas que vendió? ¿Cuál es la ganancia promedio de un mes?* Esta tarea se ajustó a la habilidad *Determinar medidas estadísticas de resumen* planteada por el grupo y puede contribuir potencialmente a su desarrollo. La tarea propuesta se asoció claramente a la habilidad planteada y al proceso matemático *Plantear y resolver*

problemas asignado. Identificamos el proceso matemático enmarcado en la formulación de una tarea en una situación cercana para los estudiantes.

El G₁, centrado en el foco de utilizar las ecuaciones de primer y segundo grado para resolver problemas dentro del tema de Relaciones y Álgebra enunció la habilidad *Plantear y resolver problemas en contextos reales, utilizando ecuaciones de primer grado con una incógnita*. Como apreciamos a continuación, la tarea propuesta contribuyó al desarrollo de esta habilidad: *La empresa Omega produce estuches para celulares. El costo de producir cada estuche es de ¢400 y cada uno de ellos se vende en ¢2000. Si en un mes Omega realiza una inversión de ¢4 000 000 en la producción de estuches, entonces, ¿cuántos estuches se produjeron en ese mes?*

Por otro lado, todos los grupos verificaron dos de los siete indicadores de las oportunidades de aprendizaje como indicador. Estos indicadores estuvieron relacionados con el sentido práctico del contenido y la creatividad de los alumnos. Como se suponía, ningún grupo atendió algún aspecto relacionado con la secuenciación y funciones de una tarea. La Tabla 5.14 resume los elementos de la tarea considerados por los profesores participantes al completar la tabla resumen propuesta para organizar las tareas.

Tabla 5.14
Elementos de la tarea identificados por grupo

Elementos de la tarea	Grupos de trabajo			
	G1	G2	G3	G4
Resultado o meta	✓	✓	✓	✓
Contenido	✓	✓	✓	✓
Situación o contexto	✓	✓	✓	✓
Complejidad	X	X	✓	X

Fuente: Elaboración propia

Observamos que los grupos fueron capaces de organizar las tareas propuestas en la tabla resumen sugerida identificando así sus componentes. El G₃ identificó de manera efectiva todos los elementos. El trabajo de este grupo se distinguió por la claridad en su presentación y la exactitud de sus explicaciones. Destaca la justificación que realizan de la tarea como vía para promover el proceso matemático asignado. La Figura 5.1 muestra la tarea analiza por G₃:

Durante una exhibición, una avioneta debe realizar una maniobra de “vuelo rasante”, la cual debe iniciar a cierta altura h_0 . La función que describe la altura h que alcanza la avioneta (en metros) a los x segundos de haber comenzado la maniobra está dada, por la expresión:



$$h(x) = 0,5x^2 - 6x + h_0$$

El piloto sabe que no corre riesgo de tocar el suelo si comienza la maniobra a una altura mayor de cierto valor. Con base en esta información:

- a) Indique cuál es esa altura mínima a partir de la cual debe iniciar la maniobra.
- b) Realice un dibujo la forma de un vuelo rasante

Figura 5.1. Tarea analizada por G₃.

Y así la justificaron:

Mediante esta tarea los estudiantes pueden relacionar el signo del discriminante con la cantidad de intersecciones que tiene la gráfica con el eje “x”. Además, identificar la relación que hay entre “c” y la intersección con el eje “y”, en la representación gráfica. Sirve para determinar el ámbito, intervalos de monotonía y concavidad en la representación gráfica. Identifica la relación del parámetro “a” con la concavidad en una representación gráfica. Finalmente pueden hacer inferencias que relacionan los elementos analizados a partir de la gráfica con la representación algebraica de la función, es decir, su criterio. (P₇)

Los demás grupos también ofrecieron descripciones efectivas sobre los elementos identificados. Sin embargo, les resultó imposible identificar la complejidad de la tarea. Los profesores argumentan que la complejidad de una tarea está determinada por distintos factores como los procesos matemáticos, el contexto, y el diseño. Asimismo, opinan que la variedad de factores originó opiniones divididas a lo interno de los grupos respecto a cuál de ellos darle prioridad para determinar la complejidad de la tarea propuesta.

Balance

Con la finalización del segundo trabajo no presencial los profesores participantes demostraron:

- Haber clarificado lo que comprende trabajar con un foco de contenido específico.
- Comprensión sobre cuáles procesos matemáticos promueve potencialmente una tarea.

- Capacidad para planificar una tarea, analizarla y organizarla a partir de un conjunto de elementos que la constituyen.
- Ajuste a indicadores de los dos organizadores del análisis cognitivo: expectativas y oportunidades de aprendizaje.

Al considerar la planificación de las tareas en conjunto, afirmamos que se atendieron los criterios definidos para determinar cuando el trabajo no presencial se completó satisfactoriamente, por lo que concluimos que el trabajo propuesto a los profesores participantes cumplió su finalidad. En síntesis, al comparar las producciones de los grupos para el trabajo propuesto en la segunda sesión con el trabajo completado en la primera sesión, podemos concluir que evidenciaron una notable mejora en su conocimiento didáctico.

5.4.3. Tercer trabajo no presencial

En la tercera sesión del curso-taller iniciamos la conceptualización de las tareas matemáticas escolares a partir de las variables que las constituyen. Particularmente nos enfocamos en la variable de tarea situación o contexto, la modelización y su importancia para la contextualización activa. El propósito de la sesión fue caracterizar las tareas matemáticas escolares en términos de su relevancia y autenticidad. El trabajo no presencial fue asignado al finalizar la sesión y su realización se revisó y discutió al inicio de la cuarta sesión.

Durante la sesión establecimos la autenticidad y relevancia de las tareas matemáticas escolares en cuanto estas estén formuladas de manera que el proceso de solución emprendido por el estudiante suceda en condiciones parecidas al modo en que se enfrentaría a la situación real. De acuerdo con este criterio valoramos ejemplos de tareas de libros de texto y las clasificamos según su relevancia y autenticidad.

El trabajo consistía en que cada grupo seleccionara una tarea de un libro de texto y la analizara en términos de su relevancia y autenticidad; el análisis debía quedar registrado en una tabla resumen. El propósito de este trabajo no presencial consistía en que los profesores participantes demostraran su capacidad para identificar, describir y valorar tareas contenidas en libros de texto actuales según las variables que las constituyen, en particular la variable situación o contexto.

Consideramos que el trabajo presentado se completó satisfactoriamente cuando se tomaron en consideración los siguientes aspectos:

- El texto seleccionado se ajustó al nivel de Educación Secundaria.
- Se analizó la tarea del texto en términos de su relevancia y autenticidad.
- Se valoró la tarea de acuerdo con esos dos criterios.

Valoramos este trabajo no presencial mediante los indicadores correspondientes de los análisis cognitivo y de instrucción. En los trabajos realizados observamos que los grupos seleccionaron adecuadamente el libro de texto; todos eran de Educación Secundaria. Señalamos que todos los grupos se ajustaron al contenido que atendieron en los trabajos no presenciales anteriores.

Todos los grupos lograron identificar tareas enmarcadas en una situación auténtica y brindaron descripciones efectivas sobre dicha caracterización. Por ejemplo, el G₄ explicó con detalle las particularidades de la tarea seleccionada:

La tarea planteada tiene como propósito que los estudiantes utilicen medidas estadísticas de resumen para ayudar al agricultor de la feria a determinar la ganancia que obtendría en un mes si incorpora en su repertorio una nueva fruta. Observen que el escenario de la tarea representa una situación de la vida real que puede simularse en la clase de manera bastante realista, cualquiera de nosotros podríamos encontrarnos con esta situación en la cotidianidad. Además, la tarea permite movilizar varios procesos matemáticos como razonar y argumentar, comunicar, plantear y resolver problemas. Por lo tanto determinamos que la tarea seleccionada se puede clasificar como un problema con contexto real y situación auténtica. (P₄)

Por su parte al referirse G₃ a la tarea que se muestra en la Figura 5.2 P₈ mencionó:

Nuestra tarea implica la modelización de un fenómeno sencillo, el recorrido parabólico que hacen tres pelotas lanzadas por un malabarista. De esta manera, el problema se enmarca en una situación de la vida cotidiana, cercana para los alumnos. Esa es la virtud de la modelización, mediante ella podemos diseñar tareas en contextos reales y con cuestiones relevantes y auténticas.

Un malabarista lanza hacia arriba tres pelotas, cada una de ellas se desplaza siguiendo una trayectoria que cumple con la gráfica de la función cuadrática:

$$f(x) = -12x^2 + 96x + 100$$

Donde $f(x)$ indica la altura (en centímetros) alcanzada por las pelotas al cabo de x segundos de transcurrido el lanzamiento.



1. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza cada pelota?
2. ¿Cuántos segundos deben transcurrir para que alcanza la altura máxima?
3. Si cada pelota tiene una diferencia de dos segundos, determine la altura en la que se encuentra cada pelota al cabo de 1 segundo.
4. Determine los segundos en el momento en que dos pelotas están en el aire y una en la mano.
5. Determine los segundos que pasan para que las tres pelotas hayan realizado la trayectoria

Figura 5.2. Tarea referida por G₃.

Asimismo, los grupos valoraron las tareas seleccionadas. El G₁ mencionó: *Consideramos que las situaciones auténticas dan significado y sentido a las tareas matemáticas. En otras palabras permiten que los estudiantes den un uso auténtico a los contenidos matemáticos mientras resuelven problemas relacionados con el mundo que los rodea.* El G₂ agregó: *Este tipo de tareas permiten el logro de las habilidades que conducen el desarrollo de la competencia matemática.* (P₆)

Los profesores participantes valoraron de forma positiva el trabajo no presencial en cuanto les permitió establecer criterios para evaluar las tareas matemáticas escolares que contienen los libros de texto. La profesora P₁₀ comentó: *Desde que estoy en el curso no puedo dejar de verificar si las tareas que me encuentro en algún material o en los libros de texto que consulto están bien diseñadas, si son relevantes y auténticas.* La profesora P₆ afirmó: *Me parece muy bueno este trabajo no presencial porque usualmente los profesores utilizamos el libro de texto como apoyo fundamental para nuestras clases. Puedo asegurar que a partir de ahora podré hacer consultas más profesionales a mi libro de texto.* Finalmente la profesora P₉ comentó: *No quiero decir que los libros de texto consultados son buenos o malos, pero cuando hicimos este trabajo nos dimos cuenta de que la mayoría de los libros no contienen tareas que favorezcan la contextualización*

activa. Se enmarcan [las tareas] en contextos artificiales o de plano no tienen. Antes no me percataba de ello.

Al analizar el cumplimiento de los indicadores del análisis didáctico encontramos que las aportaciones de los profesores participantes se ajustaron principalmente al análisis cognitivo mediante indicadores de las expectativas y oportunidades de aprendizaje. Observamos que, en general, los profesores participantes cumplieron con los indicadores de las expectativas de aprendizaje: *Vincular habilidades a procesos matemáticos y Diseñar y seleccionar tareas que consideren la estructura conceptual del contenido matemático, sistemas de representación y, sentidos y modos de uso.* Asimismo, cumplieron con los indicadores de las oportunidades de aprendizaje: *Resaltar el sentido práctico del concepto matemático que se trabaja y Diseñar y seleccionar tareas que estimulen la creatividad de los alumnos.* En cuanto a los indicadores del análisis de instrucción los profesores cumplieron con: *Valorar y organizar tareas en secuencias para el aprendizaje y la evaluación.*

Balance

Al concluir el tercer trabajo no presencial, los profesores participantes pusieron de manifiesto:

- Capacidad para criticar el contenido y el estilo de un libro de texto.
- Dominio en la identificación de los procesos matemáticos potencialmente promovidos por las tareas propuestas en un libro de texto.
- Dominio en la identificación de la situación o contexto de una tarea en los libros de texto.
- Dominio en la caracterización de una tarea en libros de texto en términos de su relevancia y autenticidad.
- Capacidad para valorar la aportación de un libro de texto en la selección de tareas matemáticas escolares.
- Capacidad para reconocer que los libros de texto no son exhaustivos y sirven como recurso de apoyo a la docencia.
- Ajuste al análisis cognitivo mediante indicadores de las expectativas y las oportunidades de aprendizaje.

Al considerar los trabajos en conjunto, afirmamos que se atendieron los criterios definidos para determinar cuando el trabajo no presencial se completó satisfactoriamente, sobre

todo por el modo en el que usaban argumentos bien elaborados para valorar su propuesta. Por todo ello afirmamos que el trabajo propuesto a los profesores participantes cumplió su finalidad.

5.4.4. Cuarto trabajo no presencial

Este trabajo se propuso al terminar la quinta sesión del curso-taller y se discutió al inicio de la sexta. Durante la sesión finalizamos la conceptualización de las variables de tarea, particularmente nos enfocamos en la variable complejidad. El propósito principal fue caracterizar las tareas matemáticas escolares en términos de su complejidad.

En la sesión establecimos que el nivel de complejidad de una tarea depende de la estructura de intervención de los procesos matemáticos que se movilizan en esta. En este sentido, entregamos a los profesores participantes un documento con los criterios establecidos por Ruíz (2017) para determinar el nivel de complejidad de una tarea matemática escolar. De acuerdo con estos criterios valoramos varios ejemplos de tareas y las clasificamos según este criterio.

El trabajo consistía en que cada grupo debía diseñar dos tareas que desarrollen la competencia matemática escolar atendiendo las variables de tarea que la caracterizan, específicamente el nivel de complejidad (reproducción, conexión, reflexión).

Consideramos que el trabajo propuesto se completó satisfactoriamente si se tomaron en consideración los siguientes aspectos:

- Mantener el foco de contenido de los trabajos anteriores.
- Identificar correctamente la complejidad de las tareas.
- Vincular los procesos matemáticos movilizados por las tareas y su complejidad.

Para determinar si los procesos matemáticos movilizados por las tareas fueron vinculados con su nivel de complejidad se tomaron en consideración los criterios establecidos por Ruíz (2017); descritos en el Capítulo II. En este trabajo no presencial consideramos aplicable el indicador *Diseñar y seleccionar tareas que representen niveles distintos de complejidad* del organizador oportunidades de aprendizaje del análisis cognitivo.

Para propósitos de nuestra investigación y basados en el marco conceptual de la reforma curricular de las Matemáticas en Costa Rica, particularmente lo relativo a las variables de tarea, añadimos como indicador de conocimiento didáctico la capacidad para *Identificar y aplicar las variables de tarea en la selección y el diseño de tareas para promover y*

evaluar la competencia matemática escolar. La incorporación de este nuevo indicador pretendió determinar si los profesores participantes del curso-taller comprendían la concepción de las variables de tarea del marco de la reforma curricular, una vez hayan sido presentadas y discutidas, y determinar si eran capaces de diseñar tareas para promover y evaluar la competencia matemática escolar a partir de ese conocimiento. El conocimiento didáctico evidenciado por los profesores participantes en la realización de este trabajo no presencial se muestra en la Tabla 5.15.

Observemos que todos los grupos mantuvieron el foco de contenido de los trabajos anteriores e identificaron correctamente las variables de tarea. El dato más relevante es que los grupos identificaron correctamente la complejidad de las tareas propuestas. Los resultados del análisis del segundo trabajo no presencial evidenciaron que los profesores tenían dificultad para identificar la complejidad en una tarea matemática escolar. De esta manera, consideramos que todos los grupos cumplieron el indicador *Diseñar y seleccionar tareas que representen niveles distintos de complejidad* de las oportunidades de aprendizaje del análisis cognitivo.

Tabla 5.15
Valoración de los grupos en el cuarto trabajo no presencial

Aspecto considerado	Grupos de trabajo			
	G ₁	G ₂	G ₃	G ₄
Mantener foco de contenido	Sí	Sí	Sí	Sí
Identificar complejidad	Sí	Sí	Sí	Sí
Vincular procesos matemáticos	Sí	Sí	Sí	Parcial

Fuente: Elaboración propia

Por otra parte, detectamos que uno de los grupos presentó dificultad en identificar los procesos matemáticos que potencialmente moviliza una tarea. El G₄ identificó correctamente los procesos matemáticos *Razonar y Argumentar y Plantear y resolver problemas* pero no consideraron que la tarea propuesta igualmente podía movilizar el proceso matemático *Comunicar*. Este error no afectó la identificación de la complejidad de la tarea propuesta por el grupo.

En cuanto al indicador *Identificar y aplicar las variables de tarea en la selección y el diseño de tareas para promover y evaluar la competencia matemática escolar* consideramos que, en general, los grupos demostraron comprensión de las variables de tarea así como capacidad para aplicarlas en el diseño de tareas que promuevan la competencia matemática escolar.

Balance

Los resultados obtenidos del análisis del cuarto trabajo no presencial evidencian que los profesores participantes:

- Son consistentes en su trabajo con prioridades de contenido.
- Dominan la identificación de la complejidad de una tarea.
- Son capaces de seleccionar o diseñar tareas que representen niveles de complejidad diferentes poniendo de manifiesto su capacidad para ofrecer oportunidades de aprendizaje a sus alumnos.
- Son capaces de vincular los procesos matemáticos potencialmente movilizados por una tarea con su complejidad y justificar esa vinculación.

Concluimos que, mediante la realización del cuarto trabajo no presencial, los profesores participantes del curso-taller evidenciaron avances en su conocimiento didáctico sobre la selección y el diseño de tareas adecuadas para promover la competencia matemática escolar.

5.4.5. Quinto trabajo no presencial

Este trabajo se propuso al terminar la séptima sesión del curso-taller y se discutió al inicio de la octava. Durante la sesión caracterizamos las tareas matemáticas escolares de acuerdo con la función que cumplen en una secuencia de aprendizaje y conceptualizamos las tareas orientadas a evaluar la competencia matemática escolar. El propósito de la sesión fue analizar las variables de tarea (situación o contexto, contenido y complejidad) en la selección y el diseño de tareas adecuadas para evaluar la competencia matemática.

En la sesión establecimos que una tarea orientada a evaluar la competencia matemática debe responder a las expectativas de aprendizaje planteadas, a los procesos matemáticos, y a los distintos contenidos matemáticos mediante el planteamiento de demandas cognitivas de diferentes niveles de complejidad, en situaciones y contextos variados. De esta manera, argumentamos que las tareas que promueven la competencia matemática se diferencian de las tareas que evalúan la competencia matemática por la función que desempeña cada una de ellas en una secuencia de aprendizaje.

El trabajo consistía en que cada grupo debía diseñar y analizar una tarea para evaluar la competencia matemática escolar atendiendo las variables de tarea que la caracterizan. El propósito de este trabajo no presencial consistía en que los profesores participantes

demostrarán su capacidad para identificar las variables de tarea en tareas orientadas a evaluar la competencia matemática escolar.

Para valorar el trabajo realizado por los profesores participantes continuamos con los indicadores del análisis didáctico. En este trabajo no presencial consideramos adecuado, como indicador de conocimiento didáctico, la capacidad para *Identificar y aplicar las variables de tarea en la selección y el diseño de tareas para promover y evaluar la competencia matemática escolar* que presentamos en el análisis del cuarto trabajo no presencial. Para determinar si los grupos cumplieron el indicador mencionado anteriormente, consideramos las variables de tarea que hemos descrito durante el curso-taller: situación o contexto, contenido y complejidad.

En relación con las variables situación o contexto y contenido consideramos su dominio como parte del indicador de conocimiento didáctico que se refiere a la aplicación de las variables de tarea en la selección y diseño de tareas de evaluación. Asociado al concepto de situación o contexto en una tarea consideramos el indicador del organizador de oportunidades de aprendizaje del análisis cognitivo *Resaltar el sentido práctico del concepto matemático que se trabaja*. Con respecto a la variable complejidad consideramos la aplicación de los criterios establecidos por Ruíz (2017) ya analizados en el caso anterior para determinar la complejidad de una tarea.

Otro aspecto que consideramos importante en la realización de este trabajo no presencial y que dio continuidad al trabajo no presencial realizado previamente, fue la identificación de los procesos matemáticos que potencialmente promovía una tarea. De esta manera, incorporamos el indicador *Identificar los procesos matemáticos en una tarea* al conocimiento didáctico evidenciado.

Cuando los grupos analizaron correctamente las tareas diseñadas respecto a su situación o contexto, contenido y complejidad, y proporcionan justificaciones de sus criterios, consideramos su dominio en este conocimiento. La Tabla 5.16 presenta el conocimiento didáctico evidenciado por los profesores participantes en la realización de este trabajo no presencial.

Tabla 5.16

Conocimiento didáctico de los grupos en el quinto trabajo no presencial

Indicadores de conocimiento didáctico	Grupos de trabajo			
	G ₁	G ₂	G ₃	G ₄
Resaltar el sentido práctico del concepto matemático que se trabaja	Sí	Sí	Sí	Sí
Identificar y aplicar las variables de tarea en la selección y el diseño de tareas para evaluar la competencia matemática	Sí	Parcial	Sí	Sí
Situación o contexto	✓	✓	✓	✓
Contenido	✓	✓	✓	✓
Complejidad	✓	X	✓	✓
Identifica los procesos matemáticos en una tarea	Sí	Sí	Sí	Sí

Fuente: Elaboración propia

Destacamos del análisis de este trabajo no presencial que todos los grupos cumplieron con el indicador relacionado con el sentido práctico de los conceptos trabajados, evidenciando que al enfrentarse a una tarea como las diseñadas, los profesores participantes reflexionan sobre su aplicación a situaciones reales.

Los profesores participantes argumentaron que las tareas presentadas por los grupos tenían sentido práctico. Por ejemplo, la profesora P₄ de G₄ comentó: *Todas las situaciones presentadas son reales, cualquiera puede cursar la carrera de diseño gráfico, cuestionarse sobre asuntos de ingresos y ventas, preocuparse por su rendimiento académico o bien construir una estructura como un puente.*

Respecto a la identificación y aplicación de las variables de tarea observamos que todos los grupos, excepto G₃, cumplieron el indicador correctamente. Para determinar el cumplimiento del indicador hemos documentado la identificación de cada variable.

Así, vemos que la situación o contexto se identificó y justificó correctamente en las cuatro tareas presentadas. Por ejemplo, G₃ ofreció una justificación completa del contexto identificado en la tarea que se muestra en la Figura 5.3:

Primero que todo queremos indicar que la tarea se encuadra en una situación auténtica, se refiere al Túnel Zurquí, que es una estructura que todos los costarricenses conocemos. Segundo, la situación la hemos considerado social, porque el enfoque de la tarea está en la perspectiva de la comunidad, del país. El Ministerio de Obras Públicas y Transportes necesita determinar las dimensiones del túnel y de los carriles de este para que los carros pasen sin problemas. Es una situación que concierne a todos. (P₇)



El Túnel Zurquí es el más grande de Costa Rica, este túnel fue construido dentro de una montaña con el fin de conectar la provincia de San José con la de Limón, con una altura de 10 m y 12 m de ancho, el Ministerio de Obras Públicas desea saber cuál es la máxima altura

que puede ingresar un vehículo para que pueda transitar y no tenga problemas en chocar contra el túnel o contra otro vehículo.

- Realice un dibujo que modele la situación anterior
- Determine la fórmula que modela la situación anterior
- Calcule la medida del largo y del alto que no debe sobre pasar un vehículo para pasar por el túnel Zurquí
- ¿Cuál debe ser el ancho de cada carril para que dos automóviles pasen sin problemas?

Figura 5.3. Tarea presentada por G₃.

El contenido también se identificó y justificó de manera correcta en las cuatro tareas presentadas. El P₅ del G₁ justificó así su clasificación: *El contenido corresponde al bloque de Geometría porque la tarea trabaja con el concepto de homotecia y se refiere a la visualización espacial.* Por su parte, la P₁ del G₄ lo hizo de esta manera: *El contenido es Estadística y Probabilidad porque la tarea trata la identificación, organización y presentación de información, en este caso de las calificaciones de los alumnos.*

Respecto a la complejidad de las tareas propuestas, el G₁, G₃ y G₄ clasificaron correctamente la complejidad de los problemas que diseñaron. El G₃ argumentó su clasificación de esta manera:

En la tarea podemos identificar que la intervención de al menos dos procesos matemáticos es de grado 3, nos referimos a los procesos Razonar y argumentar y Plantear y resolver problemas por lo que determinamos que la tarea es de reflexión.

Por su parte, el G₂ argumentó que la tarea que diseñaron es de reflexión. No obstante, la clasificación que hicieron no es correcta. El profesor P₅ de G₁ señaló: *Me parece que el proceso matemático razonar y argumentar que ustedes clasifican como grado 3 en realidad es de grado 2, de esta manera la tarea sería de conexión.* La profesora P₁ de G₄ agregó una explicación más directa: *Consideren que en su tarea intervienen acciones que*

normalmente se hacen en problemas de reproducción pero va un poco más allá, sin llegar a la necesidad de argumentar o justificar.

En general, se deduce que los profesores participantes tienen dominio en la identificación de las variables de tarea del marco conceptual de la reforma curricular de las Matemáticas en Costa Rica, y fueron capaces de argumentar a favor de la clasificación adoptada.

Asimismo, la información que presenta la tabla sobre el cumplimiento de los indicadores muestra que los grupos en conjunto mejoraron en su conocimiento y en la aplicación de los procesos matemáticos. La totalidad de los grupos lograron determinar de manera acertada los procesos matemáticos que potencialmente moviliza una tarea. Particularmente G₄ mostró un avance en su desempeño, pues en el trabajo anterior el dominio de este indicador fue parcial.

Por ejemplo, G₁ justificó la identificación de los procesos matemáticos de su tarea de la siguiente manera:

Los procesos matemáticos involucrados en la tarea son Razonar y Argumentar porque los estudiantes deben argumentar matemáticamente las decisiones que debe tomar para realizar su proyecto, Comunicar porque deben expresar de forma escrita sus argumentaciones, y Plantear y resolver problemas porque deben establecer una estrategia para resolver el problema. (P₅)

Concluimos que los profesores participantes manifestaron dominio de la identificación de los procesos matemáticos en una tarea.

Balance

Con los resultados obtenidos del análisis del quinto trabajo no presencial los profesores participantes manifestaron:

- Conocimiento sobre la caracterización de las variables de tarea del marco conceptual de la reforma curricular de las Matemáticas en Costa Rica.
- Capacidad para aplicar la caracterización de las variables de tarea en el análisis y diseño de tareas orientadas a evaluar la competencia matemática escolar.
- Capacidad para identificar los procesos matemáticos que potencialmente promueve una tarea.
- Capacidad para justificar sus clasificaciones y argumentar a favor o en contra de las clasificaciones que realizan sus compañeros en sus respectivas tareas.

- Avance en su conocimiento de los procesos matemáticos y su caracterización.
- Capacidad para reflexionar sobre el sentido práctico de los conceptos y su aplicación a situaciones reales.

En resumen, concluimos que el trabajo no presencial propuesto se completó de manera satisfactoria. Respecto al trabajo anterior, los profesores participantes evidenciaron progreso tanto en la comprensión de las variables de tarea del marco conceptual de la reforma curricular como en su capacidad para aplicar estas variables en el análisis y diseño de tareas para evaluar la competencia matemática escolar a partir de ese conocimiento.

5.4.6. Sexto trabajo no presencial

Ese trabajo fue asignado en la octava sesión del curso-taller. Gran parte de la novena sesión se dedicó a que los profesores participantes aclararan dudas y avanzaran en la propuesta de tareas. Ante la petición de los profesores participantes de extender el plazo de entrega de esta última asignación, consideramos apropiado otorgarles dos semanas más de tiempo para completar el trabajo no presencial, debido a la dificultad de la asignación y el poco tiempo que disponían para hacerla. De esta manera, en la última sesión del curso-taller valoramos el avance del trabajo y en conjunto brindamos propuestas de mejora a las tareas propuestas y sus respectivos criterios de corrección.

Durante la octava y novena sesión los temas desarrollados fueron: factores que se deben tomar en cuenta al diseñar una prueba para evaluar la competencia matemática escolar; elección de variables de tarea; fortalezas y debilidades de las tareas de evaluación; y criterios de valoración para las tareas que evalúan la competencia matemática escolar. Con estos temas cerramos el desarrollo de las temáticas programadas para el curso-taller.

El propósito de estas sesiones consistía en identificar los factores a tomar en cuenta al diseñar una prueba para evaluar la competencia matemática escolar. De esta manera, el trabajo no presencial se orientó a la propuesta de cinco tareas categorizadas según las variables de tarea para incluir en una prueba de evaluación de la competencia matemática escolar, así como los criterios de corrección para cada uno de los ítems. Este trabajo no presencial cierra el ciclo de trabajos grupales y constituye la interpretación más significativa que realizaron los profesores participantes del curso-taller de los conceptos discutidos.

Para analizar el trabajo realizado por los profesores participantes consideramos adecuado, como indicador de conocimiento didáctico, la capacidad para *Identificar y aplicar las variables de tarea en la selección y el diseño de tareas para promover y evaluar la competencia matemática escolar*. Mediante este indicador determinamos si los profesores participantes del curso-taller comprendieron la conceptualización de las variables de tarea del marco conceptual de la reforma curricular de las Matemáticas en Costa Rica y si fueron capaces de usar esa conceptualización en el diseño de una prueba para evaluar la competencia matemática escolar.

Otro indicador importante para determinar el progreso de los profesores participantes en el conocimiento pretendido es *Identificar los procesos matemáticos en una tarea*, específicamente la aplicación de estos procesos en el diseño de una prueba con el objetivo mencionado anteriormente.

Si los grupos propusieron las cinco tareas con sus respectivos criterios de valoración, y justificaron las variables utilizadas y su inclusión en la prueba, entonces consideramos que dominaban este conocimiento. El conocimiento didáctico evidenciado por los profesores participantes en la realización del sexto trabajo no presencial se muestra en la Tabla 5.17.

Los grupos completaron las cinco tareas encomendadas, con combinaciones diferentes de las variables de tarea, establecieron los criterios de valoración respectivos y atendieron los dos indicadores considerados.

Por ejemplo, el P₅ de G₁ al referirse a la complejidad de la tarea sobre los lanzamientos en los partidos de fútbol diseñada por el G₃ propuso la siguiente modificación:

Está bien determinar la altura máxima que alcanza el balón luego de cada lanzamiento, básicamente lo que deben hacer [los estudiantes] es interpretar los coeficientes numéricos del criterio de las funciones que les dan, pero sería mucho más interesante que a partir de la información dada se argumente si el portero alcanza el valor de fútbol en alguno de los lanzamientos.

Tabla 5.17

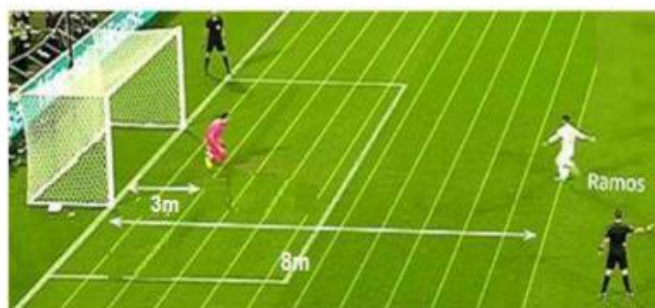
Conocimiento didáctico de los grupos en el sexto trabajo no presencial

Indicadores de conocimiento didáctico	Grupos de trabajo			
	G ₁	G ₂	G ₃	G ₄
Identificar y aplicar las variables de tarea en la selección y el diseño de tareas para evaluar la competencia matemática	Sí	Sí	Sí	Sí
Situación o contexto	✓	✓	✓	✓
Contenido	✓	✓	✓	✓
Complejidad	✓	✓	✓	✓
Identifica los procesos matemáticos en una tarea	Sí	Sí	Sí	Sí

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 5.4 presentamos la situación en la que se enmarca la tarea valorada por el P₅.

Un jugador de fútbol (delantero) se encuentra a 8 metros de la portería y el portero está a 3 metros de la misma; cuando el portero salta, este puede cubrir hasta 2,5 metros de altura. El



delantero puede escoger para hacer el remate a marco por medio de diversas maneras, a continuación, se presentan el criterio de dos funciones que modelan la distancia basada en el tiempo: $h(t) = 0,4t - 0,05t^2$ y $f(t) = 1,6t - 0,2t^2$.

Figura 5.4. Situación en la que se enmarca la tarea valorada por P₅.

En general, los grupos presentaron tareas con las variables identificadas correctamente y junto con sus presentaciones, en las sesiones orientadas a discutir el avance de la asignación, aportaron explicaciones y justificaciones de las clasificaciones de las variables de tarea realizadas. Los integrantes de los demás grupos expresaron acuerdo o desacuerdo, según fuera el caso, de tales calificaciones y realizaron aportes mayormente para profundizar en la complejidad de la tarea y mejorar los criterios de valoración presentados.

Para la tarea presentada por el G₄ sobre las notas del curso Cálculo II, la profesora P₁₀ de G₂ sugirió el siguiente cambio:

Así como tienen la tarea es de reproducción, un ítem de selección única típico, pero si le proponen al estudiante que haga una estimación de la nota del último

examen habiendo aprobado el segundo, la tarea pasaría a ser una tarea de conexión.

La tarea modificada por G₄ luego de la sugerencia de P₁₀ corresponde a:

En una universidad privada, la evaluación por semestre en el curso de Cálculo II, el cuál cursa Dayana, se basa en cuatro pruebas, ella ha obtenido las siguientes calificaciones en las tres primeras: 62, 50, 86. Si la nota para aprobar es 70, ¿Cuál es la calificación mínima que puede obtener en la cuarta prueba? Si la estudiante, en la segunda prueba gana el examen, ¿Cuál sería la nota del último examen para aprobar el curso?

Por su parte, el profesor P₇ de G₃ sugirió al G₂ valorar sus tareas mediante criterios de desempeño que se refieran al grado de actuación de los procesos matemáticos. Su comentario fue el siguiente:

En la rúbrica de evaluación que proponen yo incluiría aspectos que me permitan determinar, por ejemplo, si el razonamiento matemático hecho es correcto, si se usa lenguaje matemático apropiado, si se usó alguna representación para resolver la tarea, o bien si [el estudiante] mostró una estrategia para resolver la tarea, porque si evalúan solamente si el resultado es correcto estarían orientando su evaluación a medir la adquisición de contenidos.

Este tipo de intercambio se sucedió frecuentemente a lo largo de las sesiones. Así, afirmamos que de manera grupal, se reestructuró la complejidad de las tareas y los criterios de valoración correspondientes. En general, se observó la tendencia a seleccionar tareas abiertas, orientadas a evaluar procesos matemáticos y que en su mayoría respondieran a la complejidad de conexión.

Una vez finalizadas las presentaciones, realizamos un balance y solicitamos que compartieran su experiencia con la completación del trabajo no presencial. Estas son algunas reacciones de los profesores participantes a esta exploración:

- *P₁. Me ha gustado mucho porque suelo ser muy sintética a la hora de plantear una tarea, busco las preguntas más directas. Ahora puedo incorporar otros elementos valiosos como las situaciones y la complejidad. Eso sí, no puede ser cualquier situación. Los estudiantes no son tontos y saben cuándo la situación está de adorno en la tarea.*

- *P₄. Para mí lo más difícil es seleccionar tareas con situaciones reales y cuestiones auténticas. Hay temas como Estadística y Probabilidad que son muy fáciles de abordar desde la contextualización activa, pero hay otros que son muy complicados de contextualizar. Al principio considere el trabajo muy retador porque uno no está acostumbrado a diseñar tareas considerando tantos aspectos, uno toma de los libros de texto las que considera más apropiadas, pero me siento muy satisfecha de haber completado el trabajo.*
- *P₈. La visión de las tareas que tenía ha cambiado considerablemente, usualmente nos centramos en seleccionar tareas de reproducción. De hecho establecer la complejidad de una tarea es algo que me cuesta pero afortunadamente con los criterios que nos dieron ustedes para determinarla voy superando ese obstáculo.*

De estas expresiones derivamos dos ideas fundamentales: (1) seleccionar tareas se les hace más fácil que diseñarlas y (2) los profesores los profesores participantes enfrentan dificultad para seleccionar y diseñar tareas con un nivel elevado de complejidad y enmarcadas en situaciones auténticas.

Balance

Los resultados obtenidos del sexto trabajo no presencial permitieron determinar el estado final de los profesores participantes respecto a las condiciones identificadas en el análisis del primer trabajo no presencial. Con esta asignación grupal los profesores participantes evidenciaron:

- Dominio de la caracterización de las variables de tarea del marco conceptual de la reforma curricular de las Matemáticas en Costa Rica.
- Capacidad para justificar la clasificación de variables de tarea que realizaron y para argumentar a favor o en contra de las clasificaciones que los compañeros hicieron en sus respectivas tareas.
- Dificultad para seleccionar o diseñar tareas, con diferentes niveles de complejidad y enmarcadas en situaciones auténticas, que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar.
- Considerar la situación o contexto y la complejidad como variables importantes al momento de seleccionar y diseñar tareas.
- Tendencia a seleccionar o diseñar tareas abiertas que respondieran a la complejidad de reproducción y conexión.

Concluimos que los profesores participantes lograron identificar, explicar, ejemplificar y justificar las diferentes nociones que incorpora el marco conceptual de la reforma curricular de las Matemáticas en Costa Rica, así como las variables de tarea que se incluyen en este, demostraron capacidad para aplicarlas en el análisis y diseño de tareas dirigidas a evaluar la competencia matemática escolar. Los grupos pusieron de manifiesto el conocimiento adquirido y su capacidad para justificar las tareas diseñadas. En resumen, afirmamos que el trabajo no presencial se cumplió satisfactoriamente. Los profesores participantes evidenciaron progreso tanto en la comprensión de las variables de tarea como en su capacidad para aplicarlas en el análisis y diseño de tareas para evaluar la competencia matemática escolar a partir de ese conocimiento.

5.4.7. Balance general del análisis de los trabajos no presenciales

Al inicio del curso-taller los profesores participantes manifestaron un conocimiento mínimo del marco conceptual de la reforma curricular de las Matemáticas en Costa Rica. Este conocimiento fue ampliándose y reforzándose a medida que los profesores participantes se enfrentaron a las conceptualizaciones correspondientes y tuvieron la oportunidad de practicar los conceptos aprendidos.

De esta manera fueron mejorando sus capacidades para vincular habilidades con procesos matemáticos, justificaron esta vinculación y eventualmente, ejemplificaron tareas con esta vinculación. Asimismo, mediante el análisis de tareas en libros de texto los profesores participantes demostraron capacidad para criticar el contenido y el estilo particular de un libro de texto. Los indicadores de los análisis cognitivo y de instrucción permitieron identificar el nivel de conocimiento didáctico de los profesores participantes en los tres primeros trabajos no presenciales.

Estos indicadores dieron paso a las capacidades en el dominio de la caracterización de las variables de tarea, centrado en el marco conceptual de la reforma curricular. En esta conceptualización se concentraron los últimos tres trabajos no presenciales. Conforme los profesores participantes se vieron inmersos en la conceptualización de las variables de tarea y en su aplicación práctica, fueron manifestando progreso en su comprensión de las variables de tarea y en su conocimiento didáctico y capacidades sobre el análisis, la selección y el diseño de tareas para promover y evaluar la competencia matemática escolar.

Al contrastar la información obtenida sobre los profesores participantes al comienzo del curso-taller con la obtenida a su final, afirmamos que al cierre del curso-taller los profesores participantes evidenciaron:

- Comprensión del marco conceptual de la reforma curricular de las Matemáticas en Costa Rica y las variables de tarea.
- Capacidad para aplicar estas variables en el análisis de tareas orientadas a promover y evaluar la competencia matemática escolar.
- Capacidad para seleccionar y diseñar tareas apropiadas para promover y evaluar la competencia matemática escolar.
- Capacidad para argumentar coherentemente la pertinencia y adecuación de esas tareas para el logro de habilidades, el desarrollo de procesos y en definitiva, para el desarrollo de la competencia matemáticas de sus estudiantes.

Por lo tanto, concluimos que los profesores participantes progresaron en su conocimiento didáctico durante el desarrollo del curso-taller.

La cuarta y última fase de nuestra investigación se concreta en el estudio del impacto de la experiencia de desarrollo profesional en la actividad docente de los profesores participantes. El objeto aquí es el modo en el que diseñan, llevan a efecto y evalúan una intervención de aula. Contempla, por tanto, el seguimiento de las tareas propuestas por los profesores en sus clases y la recogida de información de las actuaciones de los profesores al planificar, mediar y evaluar la competencia matemática de los escolares. El balance entre lo aprendido y lo aplicado por los profesores proporcionó, además, información documentada para la evaluación del curso-taller.

5.5. Planeamiento de la instrucción

Para valorar el grado de incidencia de los conocimientos y capacidades desarrollados por los profesores participantes en el curso-taller al diseñar sus planeamientos, diseñamos un cuestionario con 28 indicadores de valoración planteados en forma de pregunta dicotómica (Sí/No). Estos indicadores están relacionados con las características óptimas del planeamiento según las directrices curriculares y se encuentran agrupados en cuatro categorías: Organización de las lecciones; Habilidades, competencias y procesos; Tareas matemáticas escolares; y Evaluación.

Valoramos 13 planeamientos de cinco profesores, cuatro de los cuales habían participado en el curso-taller. Del total de docentes, tres trabajan en un colegio privado y los otros dos en un colegio público. Como explicamos en el Capítulo III los criterios para seleccionar los profesores que participan en esta fase de la investigación están basados en la calidad de sus intervenciones y trabajos realizados, así como su compromiso durante el curso-taller. Además, para garantizar la confidencialidad de los profesores, se asignó aleatoriamente un código a cada uno de ellos. A la profesora que no participó en el curso-taller se le asignó el código P₀ durante esta fase. Los otros profesores mantienen el código con el que nos hemos referido a ellos hasta ahora: P₅, P₆, P₇ y P₈.

En la Tabla 5.18 sintetizamos el cumplimiento de los indicadores de valoración según la categoría asociada a ellos y el profesor al que pertenecen los planeamientos evaluados.

Tabla 5.18.

Síntesis de la valoración de los planeamientos

Categoría	P ₀	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈
Organización de las lecciones	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Habilidades, competencias y procesos	Parcial	Sí	Sí	Sí	Sí
Tareas matemáticas escolares	No	Sí	Sí	Sí	Sí
Evaluación	No	Sí	Sí	Sí	Sí

Fuente: Elaboración propia

Destacamos en todos los planeamientos el cumplimiento de los indicadores relacionados con las características óptimas sobre la organización de las lecciones. En los planeamientos el desarrollo de las lecciones se encuentra organizado en dos etapas (Etapa 1 y Etapa 2), de acuerdo con los propósitos de la enseñanza y aprendizaje. Asimismo, en las lecciones donde se realiza el aprendizaje de conocimientos nuevos se pueden identificar cuatro secciones centrales: propuesta de un problema, trabajo estudiantil independiente, discusión interactiva y comunicativa, y cierre. Por su parte, en las lecciones donde se movilizan y aplican los conocimientos aprendidos se plantea además su evaluación. Los planeamientos también incluyen la organización de los tiempos y la acción docente en cada momento del desarrollo de las lecciones previstas, los mecanismos para gestionar la participación de los estudiantes, los recursos didácticos y su uso. Por ejemplo, en uno de los planeamientos mostrados por P₈ el profesor anotó:

Durante 20 minutos los estudiantes analizaran la información que recolectaron para tratar de dar solución a la situación problema planteada. En ese periodo el docente observa y aclara las consultas que puedan surgir. Los estudiantes deben

ilustrar la estrategia que abordaron para resolver el problema en el papel periódico que se les facilitó. Se promueve el cálculo mental en lugar del uso de la calculadora.

Es importante señalar que encontramos diferencias significativas en el abordaje y diseño de los planeamientos; cada profesor debe acoger las normas oficiales del colegio correspondiente. En relación con la congruencia entre el diseño de los planeamientos analizados y el modelo de planeamiento sugerido en el currículo, los profesores de colegios públicos se apegan estrictamente a las disposiciones curriculares; por su parte, los planeamientos de los profesores de colegios privados coinciden con algunas nociones del modelo curricular, pero presentan diferencias marcadas en cuanto a fundamentación y formato. Esta diferencia ha constatado una dificultad inherente al profesorado que trabaja en centros privados. En esos casos, las directrices de organización y funcionamiento internas obligan a los docentes a realizar unas planificaciones de acuerdo con criterios particulares, que necesariamente no van en consonancia con las prioridades establecidas en los programas de Matemáticas. En algunos casos aparecen nuevas nociones organizadoras que no se describen conceptualmente, pero que sí deben ser ejemplificadas para cada curso o nivel. Por ejemplo, P₇ debe elaborar sus planificaciones aplicando un modelo de planeamiento llamado T, esto es, según explica el profesor:

Lo que se debe hacer es integrar las capacidades, destrezas y actitudes como objetivos y los contenidos y métodos como medios en una sola hoja para que sea percibido de una manera global y desde ella el profesor pueda construir una imagen mental útil para su instrucción.

Con respecto a las características óptimas sobre la incorporación de habilidades, competencias y procesos en la fase de planificación, los planeamientos evidencian que el aprendizaje de los contenidos matemáticos se plantea en función de habilidades (específicas y generales) relacionadas con los contenidos. No obstante, solo en los planeamientos de los profesores participantes en el curso-taller se muestran tareas que atiendan al vínculo entre habilidades y procesos matemáticos. La mayoría de estas tareas priorizan los procesos matemáticos *Plantear y resolver problemas* y *Razonar y argumentar*. De esta manera, en los planeamientos de los profesores participantes se evidencia que la mediación pedagógica tiene como propósito la generación de capacidades en plazos diversos. Los profesores parten de un saber hacer en relación con un objeto matemático, para desarrollarse en tiempos relativamente cortos, hacia la

promoción de capacidades superiores. Transcenden las expectativas de aprendizaje de un año escolar a un ciclo lectivo.

En cuanto a la consideración de las variables de tarea en la selección y el diseño de las tareas matemáticas escolares durante la fase de la planificación, la profesora que no participó en el curso-taller realiza un análisis pobre de las características de las variables de tarea que selecciona para trabajar en el desarrollo de la lección; se limita a proponer solo los problemas que se sugieren en los programas de estudio y determina la complejidad de una tarea a partir de cómo se plantean las cuestiones. Por ejemplo, la extensión del enunciado de la tarea y la cantidad de preguntas que aborda determinan su complejidad. En cambio, los profesores que participaron en la experiencia formativa realizan una planificación paralela mediante cuadernos de apuntes o registros de actividades en donde detallan las ideas, secuencias, ejemplos y enunciados de las tareas que utilizarán en el aula. Asimismo, analizan las tareas propuestas en términos de su relevancia y autenticidad, y vinculan los procesos matemáticos movilizados por las tareas y su complejidad. Por ejemplo, P₇ incluye en sus planeamientos cuadros de información por cada tarea como el que se muestra en la Figura 5.5.

Contenido matemático	Imágenes Ecuaciones lineales Concepto de pendiente.
Sistemas de representación	Verbal, gráfica y algebraica
Situación/contexto	Profesional
Procesos	a. Plantear y Resolver problemas – Grado 2 – Resuelve problemas que impliquen establecer conexiones entre distintas formas de representación. b. Representar– Grado 3 – Pasa de una representación Matemática a otra. c. Comunicar– Grado 2 – Comunica conclusiones mediante en torno a razonamientos que ha desarrollado en la resolución de un problema.

Figura 5.5. Caracterización de una tarea en un planeamiento de P₇.

Finalmente, en relación con las características óptimas sobre el detalle de la evaluación en la planificación, solamente en los planeamientos de los profesores participantes en el curso-taller se establecen mecanismos de evaluación durante el desarrollo de las actividades que se plantean, se mencionan técnicas e instrumentos variados (exámenes

escritos, rúbricas de evaluación, registro anecdótico) para evaluar el desempeño de los estudiantes y se sugiere la comunicación a los estudiantes de los objetivos y los criterios que se utilizarán para evaluar su progreso.

5.5.1. Balance general del análisis del cuestionario para valorar planeamientos

Los resultados obtenidos del análisis de la valoración de los planeamientos nos permitieron determinar el grado de incidencia de los conocimientos y capacidades desarrollados en la fase de planificación del trabajo de los profesores participantes en el curso-taller. Las evidencias muestran que los profesores participantes:

- Consideran las directrices del centro educativo para planificar la instrucción.
- Comprenden el marco conceptual de la reforma curricular de las Matemáticas en Costa Rica en términos de las nociones que cobran importancia en su práctica docente.
- Planifican tareas orientadas a promover y evaluar la competencia matemática escolar a partir de las variables de tarea tratadas en el curso-taller: situación o contexto-contenido-complejidad.
- Analizan las tareas planificadas en términos de estas variables de tarea.

Concluimos que en los planeamientos los profesores que participaron en la experiencia de desarrollo profesional profundizan en el conocimiento desarrollado en el curso-taller, y vinculan lo propuesto en la reforma curricular, conceptual y metodológicamente, con las disposiciones que dictan sus respectivos colegios para abordar la acción de aula. El contraste entre las acciones realizadas durante la fase de planificación por la profesora que no participó en la experiencia formativa y por los profesores participantes nos permite afirmar que el programa de formación incide considerablemente en los cambios manifestados por estos profesores en su competencia profesional para planificar tareas para el diseño y justificación de su actividad docente.

5.6. Desarrollo de lecciones en el aula

En este caso, empleamos unas guías de observación con el objetivo de recolectar evidencia de la aplicación de los conocimientos y capacidades desarrollados por los profesores participantes en el curso-taller a la enseñanza. La guía de observación es una plantilla estructurada en filas y columnas que incluye categorías de observación vinculadas con las nociones curriculares desarrolladas en el curso-taller, las cuales se

esperaba que fueran evidenciadas durante el desarrollo de las lecciones de los profesores observados. Además, incluye un espacio para registrar de manera más amplia la descripción de la realidad.

A continuación detallamos por profesor los eventos más sobresalientes que registramos durante los periodos de observación.

5.6.1. Profesora P₀ (centro público)

En la primer lección que observamos tuvo lugar el aprendizaje de conocimientos nuevos. Al inicio de la clase, la profesora solicitó a los estudiantes que escribieran en su cuaderno las habilidades que debían ser desarrolladas en la lección. Las habilidades fueron dictadas por la profesora y corresponden a: *Comparar y ordenar números racionales en notación decimal, fraccionaria y mixta, Representar números racionales en la recta numérica, en cualquiera de sus representaciones y Aplicar la suma y la resta de números racionales en diversos contextos.*

Como propuesta de problema la profesora plantea la tarea que se sugiere en los programas de estudio para el abordaje de las habilidades mencionadas anteriormente. La tarea es la siguiente:

Luisa, Andrés, Juan y María son jóvenes que practican el atletismo, ellos se reúnen y dicen que distancia corrieron el día de hoy de la siguiente manera. Juan dice yo corrí 8,5 km, Andrés dice que hizo $\frac{39}{7}$ km, Luisa afirma que su entrenador le dijo que tenía que correr $5\frac{1}{3}$ km, por último María dice que corrió 8,47 km. ¿Cuál de los jóvenes corrió la mayor distancia? ¿Quién corrió más entre Andrés y Luisa? Ordene de menor a mayor las distancias que corrieron. (MEP, 2012, p. 286)

La profesora es quien resuelve la tarea. Se centra en la aplicación de algoritmos y técnicas para dar respuesta a las cuestiones planteadas. Enuncia la ley de tricotomía para comparar dos números racionales. En cuanto la explicación termina propone una tarea nueva, también sugerida en los programas de estudio:

Ademar compró tres metros de plástico para forrar cuadernos. Él necesitó $1\frac{1}{5}$ m para forrar algunos, su hermano Randall utilizó 0,6 m y su hermana Hellen usó

$\frac{3}{4}m$ ¿Cuánto plástico utilizaron en total para forrar los cuadernos? ¿Cuánto plástico sobró? (MEP, 2012, p. 287)

De nuevo es la profesora quien resuelve la tarea, destacando el procedimiento que siguió para resolverla. En ninguno de los dos casos la profesora se refirió al sentido práctico de las tareas ni motivó a los estudiantes a proponer estrategias propias para resolverlas.

Posterior a la resolución de las tareas, la profesora organiza al grupo en parejas y les indica que para la próxima lección resolverán del libro de texto una lista de ejercicios y operaciones relacionadas con las temáticas expuestas al inicio de la clase. Los ejercicios no están contextualizados y se enfocan en la repetición mecánica de procedimientos. El tiempo dedicado a la resolución de estos ejercicios fue de tres lecciones. Durante ese periodo la profesora recorría el salón aclarando las dudas de los estudiantes y calificando el trabajo cotidiano. El parámetro de la profesora para calificar este rubro de evaluación fue la entrega de la resolución de todos los ejercicios propuestos.

En las siguientes dos lecciones tuvo lugar la revisión de los ejercicios. Esta revisión consistió en la participación de algunos estudiantes escribiendo en la pizarra los procedimientos que siguieron para la resolución correspondiente. La profesora repasaba lo escrito en la pizarra por el estudiante y aclaraba las dudas que surgieran durante la revisión. Al final de la clase la profesora asignó una “tarea”, la cual consistía en otra lista de ejercicios que los estudiantes debían resolver en la casa para reforzar los contenidos tratados en las sesiones. El siguiente enunciado es un ejemplo de esa lista, *Ubique en la recta numérica los siguientes números $\frac{-7}{4}$; 0,85; $5\frac{2}{7}$, $-1\frac{2}{5}$; 4, $\overline{56}$.*

En la última lección observada se revisó la asignación extra-clase siguiendo el método de revisión descrito anteriormente. Los comentarios de valoración de la profesora de nuevo se centraron en el dominio del contenido.

5.6.2. Profesor P₈ (centro público)

Este profesor también debía desarrollar en sus lecciones las mismas habilidades que la profesora P₀. En las cinco primeras lecciones observadas el profesor abordó las habilidades: *Comparar y ordenar números racionales en notación decimal, fraccionaria y mixta, Representar números racionales en la recta numérica, en cualquiera de sus representaciones.*

Al inicio de la primer lección el profesor llevo el grupo a la cancha multiuso del centro educativo para medir el tiempo que tardaban seis de sus compañeros en una carrera de 100 metros plano. Le solicitó a una estudiante que contabilizará las mediciones. De regreso al aula el profesor planteó la siguiente tarea utilizando los datos recolectados:

Considerando los datos recolectados en la siguiente tabla:

Atletas del 8-2	Tiempo en segundos
Rodríguez	12,331
Montoya	12,31
Díaz	12,411
Monge	12,03
Sánchez	12,24
Morera	12,032

Responda las siguientes preguntas: ¿Cuál de los atletas ganó la carrera? ¿Cuál llegó de último? ¿Cuál es la posición de los primeros tres lugares? Ordene las posiciones de los corredores.

El profesor les indicó a los estudiantes que tenían diez minutos para analizar la información que se les brindó y tratar de dar solución a la tarea. En ese tiempo el profesor aclaró las dudas que los estudiantes manifestaron.

Luego, en grupos pequeños de cuatro estudiantes, analizaron las propuestas de cada uno para llegar a un consenso en la solución. Los estudiantes una vez que analizaron la situación problema, expusieron al resto del grupo las estrategias utilizadas para responder las cuestiones planteadas. Posterior al análisis de las estrategias seguidas y de establecer un consenso grupal, el profesor expuso la ley de tricotomía para comparar dos números. De esta manera hace el cierre del conocimiento aprendido.

Las actividades antes descritas corresponden a las dos primeras lecciones observadas. En la siguiente lección el profesor facilitó a los estudiantes una práctica para aplicar los conocimientos aprendidos. La práctica tenía ejercicios mecánicos y algunas tareas contextualizadas que movilizaban procesos matemáticos como Comunicar, Razonar y Argumentar y Plantear y resolver problemas. Asimismo, se promovió el cálculo mental

en lugar de la calculadora. Para resolver las tareas los estudiantes contaban con dos lecciones. El enunciado de una de las tareas de la práctica se muestra en la Figura 5.6.

TAREA 7

Laura se encontró en Internet una receta cuyos ingredientes aparecen a continuación.



Imagen tomada de: <http://www.aretas.com>

Laura manifiesta que no comprende la forma en que aparece la información pues no está descrita en la forma tradicional. ¿De qué forma se puede ayudar a Ana para que comprenda los datos de la receta?

Figura 5.6. Tarea propuesta en la práctica de P8.

La revisión de la práctica tuvo lugar en la quinta lección observada. El profesor solicitaba a dos estudiantes que se refirieran a la tarea, uno que describiera de qué trataba la asignación y el otro debía explicar el proceso de resolución que abordó. Con base a las respuestas de estos estudiantes, y la intervención de otros estudiantes y el profesor, se corroboraba la resolución de la práctica.

Durante la revisión de la práctica el profesor revisó el trabajo cotidiano. Para ello disponía de una rúbrica de evaluación con criterios de desempeño en términos de las actuaciones de los estudiantes. Por ejemplo, valoraba de manera positiva si el estudiante determinaba alguna estrategia para resolver la tarea, discutía argumentaciones matemáticas, o realizaba correctamente la conversión de una fracción impropia a mixta.

En las dos últimas lecciones observadas el profesor atendió la habilidad *Aplicar la suma y la resta de números racionales en diversos contextos*. En esta ocasión propuso como problema inicial la siguiente tarea:

María va al supermercado y compra los siguientes productos

		
$\frac{1}{4} Kg$	$1\frac{1}{2} kg$	$0,2 Kg$

- 1) ¿Cuántos kilogramos pesan los frijoles?
- 2) ¿Cuáles de los tres productos pesa más?
- 3) Entre el café y la salsa de tomate ¿Cuál pesa menos?
- 4) ¿Cuánto pesan los tres productos juntos?
- 5) Si deseo llevar los tres productos en una bolsa plástica que tiene de soporte un kilo y medio. ¿Soportará la bolsa? Si /no ¿Por qué?

Figura 5.7. Tarea diseñada por P₈.

El profesor abordó la resolución de la tarea de la misma manera que lo hizo en las dos primeras lecciones observadas; propició el trabajo grupal y la discusión interactiva. En esta ocasión cerró la clase con la formalización del algoritmo para sumar y restar fracciones heterogéneas y homogéneas.

Cabe resaltar que el profesor durante el proceso de observación fue muy insistente en el sentido práctico de las tareas. Por ejemplo, para la última tarea propuesta el profesor comentó: *Estamos aplicando la matemática en la realidad, acá todos por lo menos alguna vez hemos ido al mercado de Alajuela a comprar nuestros alimentos. Y nos hemos cuestionado ¿Cuánto compré? ¡Qué pesado está!*


5.6.3. Profesor P₇ (centro privado)

Durante el periodo de observación el profesor debía abordar las habilidades *Representar gráficamente una función lineal* y *Plantear y resolver problemas en contextos reales*. En las tres primeras lecciones observadas tuvo lugar el aprendizaje de conocimientos nuevos.

Para ello el profesor propuso una tarea contextualizada (Figura 5.8):

Juan fue a Nova Cinemas de Repretel con su novia a ver la película Liga de la Justicia, salieron de la sala a las 8:00 pm, como saben que a esa hora es peligroso caminar por las afueras del lugar, ya que pueden ser víctimas de un asalto, y que el sector donde viven se ubica a 5 km, entonces deciden contratar un servicio de transporte, en este caso un Uber.

Ellos saben que, actualmente, para trasladarse en un Uber, el costo varía dependiendo de si es un UberX o un UberXL (UberX pueden viajar 4 personas, mientras que en un UberXL pueden viajar 6). Las tarifas toman en cuenta los kilómetros de viaje y el tiempo de duración del mismo, en la siguiente tabla aparece el costo de cada rubro, para cada uno de los tipos de Uber.

	Tipo	Tarifa base (1km)	Costo por minuto	Costo por km adicional
	UberX	400	40	240
	UberXL	750	75	450

Fuente: Datos tomados de www.ubertarifa.com

Figura 5.8. Contextualización de la tarea propuesta por P₇.

Las cuestiones que planteaba la tarea eran variadas. Entre ellas se pueden mencionar:

Determina la tarifa, aproximada, que debe pagar Juan por dicho viaje. Considerando que, por el congestionamiento vehicular de nuestro país, el automóvil podría durar alrededor de 10 minutos para trasladarse desde Nova Cinemas hasta su casa de habitación.

Si Juan va al cine acompañado de su novia y cuatro amigos más, y deciden pedir un Uber, y dividirse de forma equitativa la tarifa de este, entonces ¿cuánto le corresponde pagar a cada uno? (Considera las mismas condiciones de viaje del enunciado anterior).

Plantee las representaciones algebraicas que sirven de modelo para determinar una aproximación del costo a pagar por cualquier viaje; una para los Uber X y otra para los Uber XL (omite el costo por el tiempo de duración del viaje).

Asimismo, la tarea movilizaba varios procesos matemáticos como Plantear y resolver problemas, Razonar y Argumentar y Representar. El abordaje de la tarea fue exactamente igual al realizado por el profesor P₈ en la descripción anterior. Una vez propuesta la tarea, el profesor fomentó el trabajo grupal y la discusión interactiva de las respuestas obtenidas por los diferentes grupos. Esta tarea tiene como objetivo mostrar que el dominio de la función lineal puede ser discreto o continuo, por lo que el profesor para hacer un cierre de los conocimientos aprendidos definió la función lineal y realizó el análisis de su dominio.

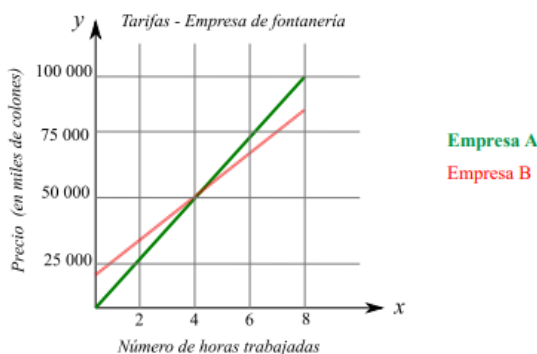
En las siguientes cuatro lecciones tuvo lugar la movilización y aplicación de los conocimientos aprendidos. De esta manera, el profesor propuso tres tareas para que los estudiantes trabajaran de forma mecánica algunos de los procedimientos estudiados, ampliando su dominio en las formas de representación de la función lineal y de la fórmula de la pendiente así como en su interpretación en términos de las situaciones dadas. La Figura 5.9 muestra una de las tareas propuestas por este profesor.

Las tareas fueron resueltas en parejas y el profesor realizó una supervisión constante de las estrategias de resolución planteadas por los estudiantes. Al finalizar la resolución de las tareas el profesor seleccionó al azar a estudiantes para que explicarían el proceso de resolución de cada una de ellas. El trabajo de los escolares era valorado mediante una rúbrica con criterios de desempeño en términos de las actuaciones de los estudiantes. Algunos criterios considerados eran: pasa de una representación matemática a otra en la

resolución de la tarea, responde las preguntas en donde la solución no es tan directa y utiliza argumentación matemática para hacerlo, entre otros.



Javier tiene una avería en el baño de su casa y necesita con urgencia un fontanero. Nuria, una compañera de trabajo, le ha dado la referencia de dos empresas de fontanería. Javier ha decidido representar conjuntamente las tarifas de ambas empresas para establecer comparaciones y esto es lo que ha obtenido:



- ¿Cuál es el precio por ninguna hora trabajada de ambas empresas? Interprete la información obtenida.
- ¿Cuál empresa cobra más por dos horas de contrato?
- ¿Qué sucede durante cuatro horas de trabajo?
- Como Javier prevé que la reparación de su baño dure unas 5 horas, se ha inclinado por la empresa A. Indique a cuánto asciende su factura y razona si ha hecho la elección más conveniente para su bolsillo.

Figura 5.9. Tarea propuesta por P₇.

5.6.4. Profesora P₆ (centro privado)

Durante el periodo de observación la profesora debía abordar las habilidades *Resolver operaciones con fracciones algebraicas* y *Racionalizar el denominador o numerador de expresiones algebraicas*. La profesora era consciente de que por la naturaleza abstracta del contenido vinculado a las habilidades que debía promover, seleccionar o diseñar tareas con las características trabajadas en el curso-taller no era viable. Al inicio del periodo de observación la profesora manifestó:

No en todas las áreas matemáticas se puede realizar contextualización activa, en Estadística y Probabilidad es más fácil, en álgebra se complica el asunto, a menos de que las habilidades estén vinculadas con el contenido de funciones, en ese caso podríamos explorar con problemas de modelización.

Un aspecto importante de rescatar en las prácticas de aula de esta profesora es la manera en la que evaluaba el trabajo cotidiano. Al igual que P₈ disponía de una rúbrica de evaluación con criterios de desempeño en términos de las actuaciones de los estudiantes. Por ejemplo, al valorar la participación de uno de sus estudiantes al exponer la estrategia

de resolución seguida para racionalizar el denominador de una expresión algebraica, la profesora consideraba aspectos como la expresión oral y escrita de cuestiones matemáticas, la valoración del desarrollo de su trabajo y de los resultados matemáticos obtenidos, los argumentos que emplea para justificar el uso de una regla matemática, entre otros.

Si bien es cierto que con ese tema las tareas contextualizadas en situaciones reales son más costoso, la profesora podría haber aprovechado para sacar partido a habilidades de corte superior, o a los ejes de historia o de tecnología. Por ejemplo, GeoGebra le hubiera abierto posibilidades valiosas.

5.6.5. Profesor P5 (centro privado)

Durante el periodo de observación el profesor debía abordar la habilidad *Identificar la función logarítmica como la inversa de la función exponencial*. Para introducir el tema, el profesor decidió usar un problema en el que surja de forma natural la función logarítmica. La Figura 5.10 muestra este enunciado.

Laura va a depositar 225 000 colones en su cuenta de ahorros en Grupo Mutual; si la tasa de interés del banco es de un 6% compuesta anualmente, y si ella no hizo un nuevo depósito ni retiro durante esos años, entonces:

- ¿Cuánto dinero ganará al término de un año?
- Si desea que dentro de cierto tiempo el banco le reintegre en total 375 000 colones, entonces ¿cuánto tiempo debe transcurrir?

Sugerencia, en la parte b, puede tomar en cuenta que: Si invertimos C_0 colones (valor presente) a una tasa de interés anual i (porcentual) compuesta n veces al año, entonces la cantidad (valor futuro) obtenida t años después es dada por: $C(t) = C_0 \left(1 + \frac{i}{n}\right)^{nt}$

Figura 5.10. Tarea propuesta por P5.

Una vez propuesta la tarea, el profesor fomentó el trabajo grupal y la discusión interactiva de las respuestas obtenidas por los diferentes grupos. Por ejemplo el profesor cuestionó: *¿Chicos cómo resolvemos este problema? ¿Hemos trabajado en clase algún concepto o procedimiento que nos ayude a resolver la ecuación a la que llegamos?* En cuanto se justificó la necesidad de introducir la función logarítmica, el profesor mostró varios videos en los que se describían las aplicaciones prácticas de la función en situaciones reales. Durante la etapa de cierre el profesor definió la función logarítmica como inversa

de la exponencial mediante el uso de la composición de funciones para justificar esta propiedad.

Las actividades antes descritas corresponden a las tres primeras lecciones observadas. En las siguientes dos lecciones el profesor llevó el grupo al laboratorio de informática para que mediante el software matemático GeoGebra los estudiantes pudieran visualizar la relación entre las gráficas de la función exponencial y la función logarítmica.

5.6.6. Discusión y balance sobre las observaciones de aula

A partir de los patrones reconocidos consideramos que las lecciones observadas de los profesores que participaron en la experiencia formativa son congruentes con las disposiciones establecidas por el currículo costarricense de matemáticas vigente. Las evidencias revelan el predominio de clases dinámicas, participativas y con uso de variados recursos didácticos. En este sentido, y en términos generales, afirmamos que estos profesores apuestan por didácticas novedosas y por la mediación de los conocimientos según lo dicta la malla curricular. Ellos mismos reconocieron que antes no consideraban todas esas variables, como ya hemos señalado anteriormente.

Por otro lado, las actividades propuestas en sus clases permiten que los estudiantes se involucren en el proceso de enseñanza y aprendizaje. En efecto, las estrategias utilizadas por los profesores logran enganchar al grupo-clase y que se mantengan enfocados en el desarrollo de la lección. Los estudiantes se observaron comprometidos con la resolución de problemas que les representan retos, por ejemplo el problema empleado por P₅ para introducir el estudio de la función logarítmica.

Las sesiones observadas de estos profesores revelan prácticas que tienen que ver con el desarrollo de habilidades superiores, la inclusión de procesos matemáticos, la aplicación de la metodología de resolución de problemas, la atención a determinados ejes curriculares, como la tecnología, y la caracterización de tareas matemáticas escolares en términos de las variables de tarea que las constituyen y de la función que cumplen en una secuencia de aprendizaje. Además, constatamos que las decisiones relacionadas con la instrucción están respaldadas por la planificación previa, lo que garantiza la concordancia entre lo planificado y lo que hacen el aula.

En contraparte tenemos las prácticas de aula de P₀, que no se han modificado a pesar de los nuevos lineamientos curriculares. Esta profesora demostró escaso dominio sobre la vinculación que existe entre las nociones que sustentan el currículo, poca promoción de

actividades relacionadas con procesos matemáticos y resolución de problemas. En particular, manifestó una noción de tarea alejada a la visión que se tiene de esta en el currículo. La descripción que hacemos de esta profesora nos refiere al estado inicial del conocimiento didáctico de los profesores que participaron en la experiencia de desarrollo profesional.

Por el contrario, los resultados obtenidos del análisis de la guía de observación nos permitieron determinar el grado de incidencia de los conocimientos, habilidades y actitudes desarrollados por los profesores participantes en el curso-taller a la enseñanza.

Las evidencias muestran que los profesores participantes:

- Consideran las disposiciones curriculares y la planificación previa para mediar los conocimientos.
- Promocionan actividades relacionadas con el desarrollo de habilidades superiores y la inclusión de procesos matemáticos.
- Implementan tareas con niveles de complejidad diversos y enmarcadas en situaciones auténticas para promover la competencia matemática escolar.
- Manifiestan su compromiso de respuesta a la reforma curricular, atendiendo sus directrices y adecuándolas al contexto de sus estudiantes.

Concluimos que los profesores que participaron en el curso-taller son competentes para incluir tareas que promuevan la competencia matemática en su acción de aula según la visión funcional de las Matemáticas que sustenta el currículo costarricense. El contraste entre las prácticas de aula de la profesora que no participó en la experiencia formativa y la acción docente de los profesores participantes en el curso-taller, nos permite afirmar que el programa de formación incide considerablemente en los cambios manifestados por estos profesores en su competencia profesional para promover la competencia matemática escolar.

5.7. Diseño de instrumentos de evaluación

Para analizar el grado de incidencia de los conocimientos y capacidades desarrollados por los profesores participantes en el curso-taller en el diseño de evaluaciones escritas que valoren la competencia matemática escolar, empleamos un cuestionario de nueve indicadores de valoración de respuesta cerrada, que se contestaron mediante una escala de niveles de satisfacción tipo Likert que va de 1 a 5, donde cinco representa el mayor grado de acuerdo. Estos indicadores están relacionados con las características óptimas de

este tipo de evaluaciones según las directrices curriculares. En total valoramos diez pruebas escritas; dos por cada profesor. Las frecuencias en las respuestas y sus respectivos porcentajes se muestran en la Tabla 5.19.

Un dato relevante es la similitud en el cumplimiento de la mayoría de los indicadores, ocho de ellos no se cumplieron o lo hicieron de manera parcial, en un margen de cumplimiento muy bajo.

En términos generales, podemos afirmar que las pruebas escritas incluyen pocas tareas para recopilar información que determine el logro de habilidades y el desempeño, la comprensión y la aplicación conceptual acerca de la resolución de problemas. Se priorizan las tareas de reproducción, sin relevancia práctica, fragmentadas en una secuencia de pasos cerrados y de corta extensión. De esta manera la evaluación está orientada a la medición de técnica y retención de contenidos.

Tabla 5.19.

Frecuencia en las respuestas a las preguntas del cuestionario para valorar pruebas escritas

Pregunta	1	2	3	4	5
1. Recopila información para determinar el logro de habilidades	2	8			
2. Brinda información acerca del desempeño, la comprensión y aplicación conceptual acerca de la resolución de problemas	2	8			
3. Existe concordancia entre el abordaje realizado durante el proceso de mediación pedagógica y las tareas de evaluación propuestas					10
4. Se manifiesta equilibrio entre los distintos niveles de complejidad de las tareas de evaluación propuestas	2	8			
5. Las tareas de evaluación propuestas tienen relevancia práctica	2	8			
6. Las tareas presentan coherencia	2	8			
7. Se incluyen tareas de distinta extensión	2	8			
8. Las tareas exigen más estrategia que técnica	2	8			
9. La evaluación mide más que la retención de contenidos	2	8			

Fuente: Elaboración propia

Las tareas que se separan de ese último grupo fueron propuestas por los cuatro profesores participantes en el curso-taller. En la Figura 5.11 presentamos una tarea para evaluar la competencia matemática escolar diseñada por el P₇ durante el periodo de observación.

Estos profesores analizaban cada una de las tareas de evaluación propuestas. El análisis de la tarea incluye una caracterización de esta en términos de las variables que la componen y los criterios de selección que deben cumplir las tareas de evaluación; nociones estudiadas durante el desarrollo del curso-taller. Además, describen los criterios de corrección respectivos para valorar el desempeño de los alumnos al realizar la tarea.

La propuesta de evaluación de P_0 evidencia poca reflexión sobre las variables de tarea y la consideración de las habilidades como fines logrados. La profesora prioriza el resultado obtenido sobre el desarrollo de habilidades.

LA FERIA DEL AGRICULTOR

Todos los domingos, Rafael un agricultor va a la feria a vender frutas. Recolectó los datos de ventas del mes y obtuvo lo siguiente: Vendió 50 manzanas a 150 colones a cada una, 75 naranjas a 80 colones cada una y 200 melones a 800 colones cada uno.



1. ¿Cuál es el promedio de las frutas que vendió?
2. ¿Cuál es la ganancia promedio de un mes?
3. Rafael incorporó en sus ventas: cocos. En un determinado mes vende 89 cocos a 425 colones cada uno. Él quiere evaluar si la ganancia por mes mejora al introducir este producto. Ayude a Rafael si la venta de cocos ayudó a mejorar su ganancia de manera considerable.

Figura 5.11. Tarea diseñada por P_7 para una prueba escrita.

5.7.1. Balance general del diseño de instrumentos de evaluación

Los resultados obtenidos del análisis de la valoración de las pruebas escritas nos permitieron determinar el grado de incidencia de los conocimientos, capacidades y actitudes desarrollados por los profesores participantes en el curso-taller al diseñar evaluaciones orientadas a medir el progreso de la competencia matemática escolar. Las evidencias muestran que los profesores participantes:

- Priorizan la evaluación de contenidos sobre la medición del desarrollo de habilidades superiores.
- Consideran las variables de tarea tratadas en el curso-taller para seleccionar y diseñar tareas que se ajusten a pruebas escritas orientadas a evaluar la competencia matemática escolar.
- Analizan las tareas de evaluación propuestas en términos de estas variables de tarea.

Con respecto al diseño de las evaluaciones escritas propuestas, concluimos que en los instrumentos de los profesores participantes en la experiencia formativa se sigue priorizando la evaluación de contenidos. No obstante, se evidenció la incorporación de algunas tareas para evaluar la competencia matemática con características trabajadas en el curso-taller para este tipo de tareas. El contraste entre las tareas de evaluación propuestas por estos profesores y la evaluación sugerida por la profesora que no participó

en el curso-taller, nos permite afirmar que el programa de formación incide en los cambios manifestados por estos profesores en su competencia profesional para analizar, seleccionar y diseñar tareas que evalúen la competencia matemática escolar.

5.8. Desarrollo de la competencia profesional de los profesores

Al inicio de la experiencia formativa logramos identificar los conocimientos, las capacidades y las actitudes de los profesores sobre aspectos teóricos y metodológicos del currículo costarricense a tratar en el curso-taller. Por medio del cuestionario inicial y las primeras reflexiones escritas indagamos sobre la noción de competencia como innovación curricular, la selección de tareas, el desarrollo de la competencia matemática en los alumnos y la evaluación de los aprendizajes. Además, exploramos las creencias e intereses personales y profesionales que motivaron su participación en la experiencia de desarrollo profesional.

Los profesores identifican como focos de conocimiento y de interés: la resolución de problemas como estrategia metodológica, la contextualización activa como elemento que da sentido funcional a las Matemáticas, los conocimientos y las capacidades de los estudiantes en términos de habilidades, y la evaluación del aprendizaje escolar.

Cuando puntualizamos estos aspectos encontramos que los profesores reconocen la utilidad práctica de la noción de competencia como parte integral del currículo. Pero ignoran su importancia como elemento curricular. Este tipo de razonamiento podría conducir a que se desmerite el papel de algún elemento del currículo, que en su articulación son fundamentales para el desarrollo de la competencia matemática escolar, como los procesos matemáticos y las habilidades.

Además, manifiestan desconocimiento de los aspectos tanto conceptuales como técnicos del diseño y selección de tareas adecuadas para desarrollar y evaluar la competencia matemática. Particularmente, en las reflexiones hechas por los profesores se evidenció una concepción de tarea distinta a la que se entiende en el currículo. Para ellos una tarea correspondía a una asignación de actividades que deben ser resueltas fuera del tiempo lectivo con el propósito de reforzar los conocimientos estudiados en clase; la mayoría de las veces se considera la resolución de listas de ejercicios donde se fomente la reproducción de procedimientos aprendidos.

Asimismo, las respuestas de la encuesta inicial sugieren que los profesores seleccionan tareas y planifican sus clases a partir de aquellos aspectos que consideran importantes

como las características de los alumnos y el logro de su aprendizaje, los recursos disponibles (libros de texto, planes de estudio, el tiempo) y las expectativas de aprendizaje. Comprendemos que los profesores poseen conocimiento adecuado sobre aspectos que deben priorizarse para desarrollar la competencia matemática. No obstante, el papel que le dan a las tareas para desarrollar esta competencia no es claro, lo cual aportó indicios de la necesidad de los profesores de conocer sobre el diseño, la selección y el análisis de tareas matemáticas. Esta necesidad también se pone de manifiesto en los intereses profesionales de los profesores que motivaron su participación en el curso-taller. Además de mejorar sus procesos de enseñanza, los profesores se refirieron a expectativas relacionadas con aprender a seleccionar, desarrollar, mejorar y valorar tareas.

Los patrones observados corroboraron la necesidad de mejorar el conocimiento sobre el marco conceptual de la reforma y de recibir formación específica para lograr diseñar y seleccionar tareas que permitan planificar la mediación y la evaluación.

Al conceptualizar y caracterizar las tareas matemáticas escolares los profesores reflexionaron sobre los criterios que utilizan para seleccionar tareas que desarrollen la competencia matemática, y los elementos que las deben constituir, manifestando un progreso en el concepto de tarea. Esta afirmación está respaldada por los resultados que obtuvimos a partir del análisis de los trabajos no presenciales.

Los trabajos no presenciales constituyen la fuente de información principal relativa al logro de los objetivos del curso-taller. Estas tareas grupales informan sobre el dominio de los profesores en el diseño y la selección de tareas y del avance en su conocimiento didáctico. Por medio de ellos pretendíamos que los profesores profundizaran en las nociones sujetas a reflexión y aplicaran los conceptos tratados durante el desarrollo de las sesiones.

El análisis de los trabajos no presenciales demostró que, a medida que el curso-taller se desarrolló, los profesores ampliaron y profundizaron sus conocimientos sobre el modelo funcional de aprendizaje matemático adoptado por el currículo de matemáticas costarricense. Además, mejoraron sus capacidades para vincular habilidades, procesos y competencias, justificar esta vinculación y, conceptualizar variables de tarea (áreas matemáticas, contextos, niveles de complejidad).

Al conceptualizar y caracterizar las tareas para evaluar la competencia matemática y aplicar las variables de tarea estudiadas en el diseño y selección de este tipo de tareas, las

reflexiones ponen de manifiesto que los profesores han adquirido conocimiento para valorar las funciones de las tareas matemáticas escolares según sus características y de acuerdo con el propósito para el cual fueron diseñadas, y para diseñar por su propia cuenta tareas pertinentes tanto para desarrollar competencias como para evaluarlas.

En los trabajos no presenciales relacionados con este tipo de tarea los profesores profundizaron en la caracterización de las variables de tarea, mejoraron su comprensión de estas, su capacidad para aplicarlas en el análisis de tareas para desarrollar y evaluar la competencia matemática y su conocimiento didáctico sobre el diseño y selección de tareas adecuadas para desarrollar y evaluar esta competencia. El avance en el conocimiento didáctico de los profesores es consistente con el manifestado durante los procesos reflexivos propuestos.

Al finalizar el curso-taller los profesores eran capaces de analizar, seleccionar y diseñar una tarea mediante la caracterización de la misma en términos de las variables estudiadas en el curso-taller: el contenido matemático tratado, las habilidades específicas asociadas al contenido, las habilidades de carácter más general vinculas a las habilidades específicas, el contexto en el que se ubica la tarea, los procesos matemáticos que intervienen y el nivel de complejidad de la tarea a partir de la estructura de intervención de los procesos matemáticos. Además, crearon una plantilla con criterios de corrección para valorar el desempeño de los alumnos al realizar una tarea de evaluación.

Por su parte, en el cuestionario de evaluación final del curso-taller los profesores expresaron satisfacción con las estrategias, aspectos técnicos, metodología y conceptualización de los contenidos tratados durante la experiencia formativa y afirmaron estar dispuestos a aplicar los conceptos aprendidos en su práctica docente. Destacaron la oportunidad para practicar lo aprendido, el trabajo colaborativo y el ajuste de los temas desarrollados a la realidad educativa. Además, manifestaron que conocer y aplicar las variables de tarea en el diseño, selección y análisis de tareas fue lo más útil del curso. Considerar las variables de tarea y profundizar el concepto de tarea fueron algunos cambios que los profesores consideraron apropiados. Estas afirmaciones refuerzan la elección de la dinámica del curso-taller como plan efectivo de formación y confirman esta elección como una decisión acertada, asimismo nos dan indicios de que los profesores vieron cumplidas sus expectativas de mejora profesional.

En otro orden de ideas, propusimos las reflexiones escritas como fuente de información para ponderar la perspectiva y reacciones de los profesores sobre los conceptos que serían presentados en cada sesión del curso-taller. Redactadas siempre en forma de pregunta abierta, las propuestas hechas a los profesores les proporcionaron la oportunidad de expresar sus conocimientos, capacidades y actitudes. Con los patrones observados en las respuestas de estas reflexiones, podemos afirmar que los profesores profundizaron en aspectos centrales del curso-taller y mejoraron su conocimiento didáctico gradualmente.

Además, los profesores expresaron haber cumplido las expectativas establecidas al inicio de la experiencia en cuanto al análisis y la caracterización de tareas matemáticas escolares como medio para promover y evaluar la competencia matemática de sus alumnos, y manifestaron que la dinámica del curso-taller y las herramientas adquiridas en este, les permitió reflexionar sobre su labor docente y la de otros compañeros, por lo que la percepción que tenían sobre su competencia profesional mejoró; expresan sentirse más dispuestos para aplicar lo aprendido en el aula valorando así el curso-taller como experiencia de desarrollo profesional.

Finalmente, el estudio de las prácticas de aula de los profesores observados y el análisis de sus planeamientos y evaluaciones evidenció que el aprendizaje adquirido y las capacidades desarrolladas en el curso influyen en la acción de aula de los profesores.

Todos los profesores observados utilizan el planeamiento como un instrumento que organiza la instrucción, sin embargo, muchos de ellos complementan su uso con otros documentos como cuadernos de apuntes elaborados por ellos mismos o registros de actividades para respaldar las decisiones relacionadas con la instrucción, garantizando la concordancia entre lo planificado y lo que hacen en el aula. En estos documentos los profesores que participaron en la experiencia de desarrollo profesional profundizan en el conocimiento desarrollado en el curso-taller, y vinculan lo propuesto en la reforma curricular, conceptual y metodológicamente, con las disposiciones que dictan sus respectivos colegios para abordar la acción de aula.

Con respecto al diseño de las evaluaciones escritas, en todos los instrumentos estudiados se sigue priorizando la evaluación de contenidos. No obstante, se evidenció la incorporación de algunas tareas para evaluar la competencia matemática con características trabajadas en el curso para este tipo de tareas.

En términos generales, los profesores son conscientes del desarrollo profesional vivido, pues así lo expresaron en las reflexiones finales del curso-taller y también lo evidenciaron durante las jornadas de seguimiento en los centros, cuando explicaban y justificaban las planificaciones realizadas y las sesiones que imparten.

5.9. Cambios en conocimientos, capacidades y actitudes

Al caracterizar la competencia profesional de los profesores en términos de conocimientos, capacidades y actitudes conviene que nos refiramos específicamente a cada una de estas componentes y establecer diferencias entre los profesores en cuanto al desarrollo de su aprendizaje.

Uno de los principales cambios que experimentaron los profesores es la mejora en el conocimiento sobre la noción de competencia como componente curricular. A partir de la evidencia encontrada en el momento inicial del curso-taller, nos enfocamos a priorizar en el momento 1, el estudio de las nociones claves que sustentan el currículo, las conceptuamos y caracterizamos para posteriormente articularlas y justificar la importancia de esta articulación en la promoción de la competencia matemática escolar. De manera paralela los profesores ampliaron su comprensión de las tareas matemáticas escolares a partir de las variables de tarea que las componen.

Primero atendimos el vínculo entre habilidades y procesos matemáticos. Constatamos que la perspectiva de los profesores sobre la competencia matemática, entendida está como el dominio de un mayor número de contenidos matemáticos, se modificó en cuanto los profesores movilizan los procesos matemáticos adoptados por medio de tareas que persiguen el desarrollo de habilidades específicas.

Luego, al vínculo descrito anteriormente agregamos la variable situación o contexto. De esta manera, los profesores podían describir las tareas matemáticas escolares en términos de su relevancia y autenticidad, resaltar el sentido práctico del contenido que se trabaja y considerar los modos y sentidos de uso de un contenido matemático en el diseño y la selección de tareas. De esta manera, podemos afirmar que los profesores también están capacitados para seleccionar y diseñar tareas que estimulen la creatividad de sus alumnos.

Finalmente, presentamos la variable complejidad. El conjunto de criterios facilitados para determinar la complejidad de las tareas constituyó una herramienta valiosa para ampliar el conocimiento didáctico de los profesores. Confirmamos que los profesores comprenden que el grado de intervención de los procesos matemáticos en una tarea

matemática determina su complejidad en cuanto seleccionaron y diseñaron tareas que representen niveles distintos de complejidad a partir de los criterios estudiados en el curso-taller.

Una vez hecho un balance en el momento 2 del curso-taller y comprobar que los profesores manifestaron cambios en los conocimientos descritos anteriormente, procedimos a conceptualizar y caracterizar las tareas de acuerdo con la función que cumplen en una secuencia de aprendizaje; estas acciones tuvieron lugar durante el momento 3 del curso-taller. Los profesores manifestaron evolución en este conocimiento en cuanto diferenciaron tareas para promover y evaluar la competencia matemática escolar, combinaron tareas según su complejidad y función, y valoraron secuencias de tareas.

En el momento final del curso-taller pudimos constatar mediante la entrega del último trabajo no presencial que los profesores son capaces de analizar, seleccionar y diseñar tareas que sean ricas matemáticamente en términos de contenido, pedagógicamente en términos de permitir el aprendizaje de las matemáticas de manera significativa y con una comprensión profunda, y personalmente para los estudiantes en términos de su interés y necesidades de aprendizaje.

Con respecto a cambios en las actitudes de los profesores, podemos afirmar que participaron activamente en las actividades realizadas durante el curso-taller; esto pone en evidencia su actitud positiva hacia los temas y conceptos discutidos. Asimismo, manifestaron cambio en sus actitudes referentes a la motivación para aplicar lo aprendido en el aula y compartir la experiencia formativa con otros profesores.

De esta manera, los cambios trascendieron a las prácticas de aula. Durante la visita a los centros educativos verificamos que los profesores incluyeron en su planificación, mediación y evaluación tareas matemáticas escolares con las características estudiadas en la experiencia de desarrollo profesional. Asimismo, establecieron rúbricas de evaluación con criterios de desempeño en términos de las actuaciones de los estudiantes. Podemos afirmar que los profesores manifestaron un sentido práctico para la competencia matemática, acorde con la visión funcional que sustenta el currículo de Matemáticas costarricense.

Por otra parte, debemos reconocer que la orientación con la que abordamos el curso-taller nos imposibilitó ahondar en aspectos como la organización de secuencias de aprendizaje,

la atención a la diversidad intelectual, el establecimiento de conexiones entre distintos bloques matemáticos al momento de planificar la enseñanza y diseñar tareas de aprendizaje. Por lo que consideramos que los profesores no manifestaron cambios en este conocimiento.

A pesar de que todos los profesores manifestaron cambios en sus conocimientos, capacidades y actitudes, afirmamos que existen algunas diferencias en su progreso. En las intervenciones y reflexiones de los profesores P₅, P₆, P₇ y P₈ observamos más dominio de los temas tratados, esto se refleja en el tipo de tareas que diseñaron a lo largo del curso-taller y en sus prácticas de aula. Particularmente, las diferencias son notables al determinar el nivel de complejidad de una tarea y al vincular habilidades con procesos matemáticos.

CAPÍTULO VI

EVALUACIÓN DEL PROGRAMA DE FORMACIÓN

La evaluación de la calidad de nuestro programa de formación se ha realizado mediante la valoración de cada una de sus cuatro fases: planificación, implementación, resultados y puesta en práctica. Para mejorar la calidad de un programa de formación es necesario establecer un plan sistemático de evaluación que comprenda la mejora de los elementos que lo conforman y que informe sobre sus fortalezas y debilidades (Rico, 2004).

Valoramos la calidad del diseño en términos de su relevancia como medida del grado en el que el programa de formación resultó adecuado a los requerimientos y expectativas del entorno, sus participantes y el contexto de aplicación. Valoramos la calidad de la implementación en términos de su eficiencia como medida del grado de viabilidad de la ejecución del programa y el cumplimiento de su diseño, mediante la utilización y la optimización de los medios y los recursos necesarios para su realización y las circunstancias concretas de su aplicación. Valoramos la calidad de los resultados en términos de su eficacia como medida del grado en que se lograron los objetivos de formación planteados a partir de la capacidad de las actividades desarrolladas. Finalmente, valoramos la calidad de la puesta en práctica en términos de su impacto en las prácticas de aula de los profesores participantes. Señalamos que la evaluación fue realizada por los responsables del programa de formación.

Cada una de las fases del programa de formación fue evaluada a partir de un conjunto de criterios. El valor que se atribuye a cada criterio se constituye mediante diversos indicadores. De esta manera, la evaluación de las fases se realizó mediante el análisis razonado de los 52 indicadores propuestos (ver Tabla 3.2) y la presentación de evidencias. Al finalizar el capítulo constatamos la validez de la evaluación.

6.1 Evaluación de la planificación

El diseño del programa de formación se planteó desde dos perspectivas: como proceso inicial, previo a la implementación, y como proceso concurrente, llevado a cabo durante la elaboración de documentos teóricos para cada sesión, su revisión continua y la toma de decisiones asociada a las actividades que se desarrollarían en el curso-taller. La planificación recurrente significó una valoración permanente del diseño del programa en términos de las componentes que lo organizan (objetivos, contenidos, metodología, recursos, actividades). Asimismo, el programa se refinó de modo concurrente conforme era implementado, procurando también la mejora continua del diseño inicial.

Evaluamos el diseño del programa a partir de cinco criterios: pertinencia a los participantes, calidad del contenido, calidad técnica, evaluabilidad y viabilidad. Estos criterios están conformados por 19 indicadores. A continuación revisamos estos criterios y valoramos de manera crítica el cumplimiento de sus indicadores.

6.1.1 Pertinencia a los participantes

La pertinencia se refiere a la adecuación del programa a las necesidades de formación identificadas en el grupo de participantes potenciales en el programa formativo. Para determinar si el programa es pertinente a los profesores participantes concretamos tres indicadores.

Indicador 1. Existen datos sobre las necesidades, carencias, demandas y expectativas de los destinatarios del programa

Este indicador considera la existencia de datos como registros, informes, actas u otro documento que sean referencia para afirmar que: (1) los destinatarios del programa tenían necesidad de este; (2) los responsables del programa conocían las demandas y las expectativas de los participantes; (3) se consultó a expertos para la identificación y valoración de tales necesidades.

Según las evidencias de diversas investigaciones descritas en el Capítulo I concluimos que asumir la visión funcional de las Matemáticas, base de la reforma curricular de la Educación Matemática en Costa Rica, requiere una experticia docente que no ha sido generada hasta ahora por las instituciones formadoras. Particularmente los profesores costarricenses presentan debilidades en la formación en contenidos matemáticos y su didáctica. En consecuencia la implementación del nuevo currículo se pone en riesgo, por lo que la formación del profesorado es una de las líneas prioritarias de actuación.

En los informes de estudios realizados por el Proyecto Reforma de la Educación de la Educación Matemática en Costa Rica (PREMCR), en coordinación con el Ministerio de Educación Pública (MEP), se reportaron que algunos profesores de centros educativos de secundaria no habían logrado interiorizar el currículo pero que luego de un proceso de sensibilización y capacitación estos profesores lograron hacer un planeamiento coherente con la organización de la lección y las indicaciones puntuales incluidas en los programas. Las conclusiones de estos estudios apuntaban a la factibilidad de la implementación de la reforma en la medida en que se ejecutaran cursos de capacitación para fortalecer el dominio de los programas de estudio en los profesores en aspectos como: el enfoque

curricular, las habilidades generales y específicas, los procesos matemáticos, la estrategia metodológica principal, la organización de las lecciones (según las etapas y momentos), ejes disciplinares y niveles de complejidad en las tareas asignadas.

De esta manera, en los reportes de los últimos años del Estado de la Educación (PEN, 2015; PEN, 2017; PEN, 2019) se sugiere promover cursos de capacitación que le permitan al profesorado costarricense mantenerse actualizado sobre temáticas como: la resolución de problemas como estrategia metodológica, experiencias exitosas acerca de la implementación de los programas, uso de tecnologías tecnológicas, didácticas específicas para la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, entre otros.

Por tanto, estos y otros estudios respaldaron nuestra convicción sobre la necesidad de un programa de formación para los profesores costarricenses de educación secundaria en relación con la selección y el diseño de tareas orientadas a promover y evaluar la competencia matemática escolar. En este sentido, nuestro curso-taller se adecuó a lo dispuesto por el MEP en cuanto respondió no solo a sus orientaciones curriculares, sino también a tendencias actuales en Didáctica de la Matemática.

Evidencia de la actualidad de esta preocupación son las acciones innovadoras organizadas por el grupo PREMCR desde el año 2011 para apoyar a los profesores costarricenses en la implementación de la nueva reforma curricular en matemáticas, que abordaron las necesidades, carencias, demandas y expectativas de los profesores.

En el Capítulo II de este estudio mencionamos los resultados de investigaciones diversas que aportaron información necesaria para diseñar el curso-taller y comenzar la planificación previa a su implementación.

La planificación concurrente propició información valiosa respecto a las demandas y expectativas de los participantes. Cada sesión de desarrollo fundamentó la planificación de la sesión siguiente. Por ejemplo, los participantes al responder la encuesta inicial y realizar las reflexiones escritas durante la primera sesión proveyeron detalles específicos respecto a sus expectativas sobre el curso-taller, particularmente reconocieron la necesidad de aprender sobre el diseño y selección de tareas que desarrollen y evalúen la competencia matemática escolar.

Como equipo de investigación desconocíamos durante la planificación inicial las demandas y expectativas específicas del grupo concreto de profesores respecto al programa de formación en el que participarían. No obstante, ofertamos el curso-taller con

la certeza de generar interés y entusiasmo en los participantes potenciales. Al terminar el curso-taller varios profesores se acercaron interesados en participar en caso de que el curso-taller tuviera ediciones posteriores. Este interés puso de manifiesto que los profesores de matemáticas de secundaria eran conscientes de su necesidad de formación en la selección y diseño de tareas para promover y evaluar la competencia matemática escolar.

Por otra parte, esta necesidad de formación fue confirmada por los expertos consultados. La participación de dos asesores expertos en tres sesiones de desarrollo aportó además una visión externa sobre la calidad y pertinencia de las actividades planificadas. Concluimos que el programa de formación fue diseñado con datos suficientes sobre las necesidades y carencias de los participantes, cumpliendo así el indicador.

Indicador 2. El programa de formación toma en consideración las necesidades y demandas detectadas, identificadas y valoradas mediante algún procedimiento sistemático de evaluación de necesidades

Este indicador informa sobre la existencia de sistemas de detección de necesidades y carencias de los participantes, por ejemplo, pruebas diagnósticas, entrevistas, cuestionarios, sesiones de evaluación, entre otros.

Consideramos que para la planificación inicial no se estableció un sistema con el cual identificar y valorar la necesidad de formación de los profesores. Nuestra planificación se basó exclusivamente en lo descrito con respecto al indicador 1. Durante la planificación concurrente, podemos afirmar que en su desarrollo prestamos atención continua a las demandas y expectativas de los participantes.

Ante la ausencia de un procedimiento sistemático de identificación de necesidades, concluimos que el programa de formación no satisface este indicador.

Indicador 3. El diseño responde a las necesidades identificadas en los participantes

Diseñamos el curso-taller en términos de finalidad, objetivos, contenidos secuencia temporal, perfil de los participantes y recursos necesarios. Cada componente del diseño estuvo contemplado con base en la necesidad identificada y argumentada en el indicador 1. Sin embargo, el diseño no respondió a una priorización de necesidades puesto que, como describimos en el indicador 2, estas no fueron detectadas de manera sistemática

mediante algún cuestionario, entrevista o sesiones de evaluación. Por tanto, concluimos que el programa de formación no satisface este indicador.

6.1.2 Calidad del contenido

Este criterio se relaciona con la rigurosidad, corrección y coherencia en la fundamentación de los contenidos seleccionados. Determinamos la calidad del contenido mediante tres indicadores.

Indicador 4. Se han explicado las bases científicas del programa

Las bases científicas del programa se establecieron durante la planificación previa a su implementación. No obstante, la explicación dada a los participantes sobre los fundamentos científicos que sustentaron el programa tuvo lugar en su inicio, por lo que este indicador se ajustó más adecuadamente a la planificación concurrente. En la introducción del curso-taller se comentó su propósito y se justificó su realización con base en los fundamentos teóricos que sustentan la reforma curricular de los programas de estudio de matemática en Costa Rica. En la documentación de propuesta y divulgación del curso-taller, así como en el plan de actividades (Anexo 8) entregado a los participantes en la primer sesión, también se incluyó de manera amplia su propósito y justificación.

En la planificación inicial del curso-taller se determinó que durante las primeras sesiones conceptuaríamos las nociones y elementos claves prescritos en el currículo costarricense, sustento del programa de formación. Esta conceptualización se realizó y discutió con los participantes. Concluimos por tanto que las bases científicas del programa se expusieron de manera amplia y suficiente.

Indicador 5. Los contenidos están actualizados

Durante la planificación inicial el equipo de investigadores dedicó un tiempo considerable a diseñar las sesiones del curso-taller en cuanto a los contenidos presentados y las actividades de aprendizaje propuestas. Para esta planificación utilizamos como referencia el marco conceptual de la más reciente reforma curricular de la Educación Matemática en Costa Rica. Así, la noción de competencia y los conocimientos didácticos y las capacidades para diseñar tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar se orientaron por la normativa curricular vigente. De esta manera, se seleccionaron contenidos vigentes y actuales, a partir de la revisión, consulta y compilación de documentos extraídos de fuentes confiables.

Luego de seleccionar los contenidos redactamos minuciosamente los documentos teóricos que presentamos a los participantes. De igual modo revisamos todos los documentos propuestos durante el transcurso del programa, y el creciente interés de los participantes en los temas tratados y en su discusión reafirmó su actualidad. Por lo tanto, concluimos que los contenidos destacaron por ser actualizados y por su vigencia.

Indicador 6. Los contenidos son relevantes en cuanto a valor formativo (desde perspectivas científicas, sociales, psicológicas y didácticas)

El valor formativo de los contenidos está determinado desde su perspectiva socio-didáctica. Como explicamos en el Capítulo II, el currículo se orienta, entre otras cosas, mediante consideraciones socioculturales y didácticas y resulta indispensable que los profesores de matemáticas conozcan el currículo de su disciplina. Los contenidos desarrollados en el curso-taller, estuvieron orientados mediante la normativa curricular vigente en Costa Rica y sustentados por una amplia revisión de literatura. Como diseñadores del programa de formación pretendíamos conformar un conjunto de herramientas y mecanismos para guiar las prácticas de aula de los profesores participantes y favorecer la comprensión de los procesos de planificación y evaluación de la competencia matemática escolar de acuerdo con la normativa curricular. Las sesiones desarrolladas centraron su atención en las características de las tareas matemáticas escolares, sus componentes, su diseño y su adecuación a la visión funcional del aprendizaje basado en competencias, enfoque que fundamenta el nuevo currículo costarricense. El programa de formación se diseñó para contribuir al desarrollo de conocimientos didácticos, capacidades y actitudes necesarios en la selección y el diseño de tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar. Por lo tanto, confirmamos el carácter formativo de los contenidos.

6.1.3 Calidad técnica

La calidad técnica se refiere al grado de claridad de los objetivos y la coherencia entre los diferentes componentes del programa de formación. Determinamos la calidad técnica del programa mediante cuatro indicadores.

Indicador 7. Los objetivos del programa son suficientes y se adecúan a las necesidades, demandas y expectativas que lo justifican

El programa tuvo como objetivo general identificar, promover y valorar la competencia profesional de los profesores participantes para el diseño de tareas que desarrollen y

evalúen la competencia matemática de sus alumnos, así como en el establecimiento de los criterios de valoración correspondientes. Este objetivo se estableció mediante cinco objetivos específicos que, en síntesis, propusieron: proporcionar conocimientos sobre la normativa legal y el marco teórico que enmarca la reforma curricular de los programas de matemática en Costa Rica; caracterizar tareas matemáticas en términos de las variables que las constituyen y la función que cumple en una secuencia de aprendizaje; capacitar a los participantes en la selección y el diseño de tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar.

Consideramos que estos objetivos corresponden a la necesidad de formación que identificamos en la planificación inicial porque aportaron conocimiento sobre la normativa curricular vigente y se orientaron a desarrollar en los participantes conocimientos didácticos, capacidades y actitudes para planificar tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar.

Sin embargo, consideramos insuficientes los objetivos tal y como los planteamos en el diseño del curso-taller. Por ejemplo, no consideramos un análisis de la puesta en práctica de los profesores sobre lo desarrollado en el curso-taller. Si bien es cierto este análisis fue realizado posteriormente como parte de la fase de resultados, no se planteó como objetivo específico del curso-taller. Este objetivo, hubiera informado, parcialmente, sobre la adecuación de lo desarrollado en el curso-taller a las necesidades identificadas de los profesores participantes.

En consecuencia reconocemos que los objetivos del programa se adecúan a la necesidad de formación identificada pero no fueron suficientes para expresar las expectativas planteadas. Valoramos por tanto un cumplimiento parcial de este indicador.

Indicador 8. El programa contiene objetivos, medios, actividades, metodología y sistema de evaluación propio

Los objetivos, los medios tanto planificados como utilizados, las actividades propuestas y realizadas, y la metodología seguida para cumplir los objetivos planteados los hemos descritos en el Capítulo IV. Aunque la metodología estaba sujeta al desarrollo del curso-taller igualmente la habíamos previsto. El plan de actividades (Anexo 8) entregado a los participantes en la primera sesión incluyó una descripción detallada de cada uno de estos componentes. Al inicio del curso-taller solo se habían programado las actividades para la primera sesión.

Durante la planificación concurrente se revaluaron estos componentes para adecuarlos a las necesidades específicas de los participantes, conforme el desarrollo de cada sesión. Así, se revisaron los guiones de trabajo antes de cada sesión y se modificaron las actividades de aprendizaje y las estrategias de enseñanza.

Con relación al sistema propio de evaluación, durante la planificación inicial estuvo ausente. Sin embargo, al finalizar cada sesión su evaluación formó parte de la planificación concurrente. El equipo de investigadores intercambió impresiones y valoró cada sesión inmediatamente después de concluida esta, con el propósito de tomar decisiones para la sesión siguiente.

Por todo lo expuesto anteriormente concluimos que el programa de formación contenía los elementos definitorios que ameritaba.

Indicador 9. Los objetivos, medios, actividades y metodología son adecuados para orientar tanto la enseñanza como el aprendizaje

Los objetivos planteados guiaron las actividades planificadas y la metodología identificada. Durante la planificación inicial seleccionamos las estrategias de enseñanza más adecuadas para presentar el contenido, desarrollar las actividades y facilitar el aprendizaje de los participantes. Estas estrategias se adecuaron a la modalidad de curso-taller que adoptamos como recurso de formación. En este sentido, las actividades propuestas tuvieron carácter participativo y colaborativo por lo que los participantes del curso-taller fueron responsables de su propio aprendizaje y los evaluadores desempeñaron el rol de facilitadores y orientadores. Así, concluimos que los componentes del programa de formación (objetivos, medios, actividades y metodología) orientaron de forma idónea la enseñanza y el aprendizaje.

Indicador 10. Los componentes del programa son coherentes con los objetivos planteados

Tanto el objetivo general del curso-taller como sus seis objetivos específicos guiaron la selección de los contenidos. La secuencia de las actividades se planificó de acuerdo con la secuencia de los objetivos específicos, de manera lógica y progresiva, de lo general a lo particular. Por su disponibilidad de medios y recursos y por su cercanía a la realidad de los participantes, se identificó la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional en Costa Rica como espacio idóneo para desarrollar el curso-taller. Los expertos consultados recomendaron precisar los procesos para dar seguimiento a los participantes

en la parte no presencial del curso-taller y en la descripción de las técnicas e instrumentos de evaluación considerados. Además, sugirieron ampliar el tiempo considerado para desarrollar el curso-taller de manera que los participantes realizarán las actividades propuestas a cabalidad. Por lo tanto, consideramos que existe coherencia entre los objetivos planteados y el resto de los componentes que configuran el programa de formación.

6.1.4 Evaluabilidad

Un programa de formación se considera evaluable si incluye las características y condiciones necesarias para ello y aporta información oportuna para tomar decisiones en cuanto a su posibilidad de mejora. Consideramos dos indicadores para determinar si el programa pudo ser objeto de evaluación.

Indicador 11. Se dispone de información clara y precisa sobre aspectos metodológicos y de contenido del programa

El plan de actividades (Anexo 8) entregado a los participantes en la primera sesión incluyó una descripción detallada de la metodología, las estrategias de enseñanza y la secuencia de los contenidos en las diez sesiones del curso-taller. Por ejemplo, se explicó que: *El curso tendrá carácter de taller con énfasis en el trabajo en equipo. Dada la naturaleza del curso, el enfoque teórico práctico es la principal estrategia que se emplea para incentivar el desarrollo de conocimientos didácticos, capacidades y actitudes. De esta manera, el curso se desarrollará mediante el uso de estrategias como: reflexiones individuales, discusiones grupales, debates, presentaciones individuales y grupales. Esta modalidad implica la participación activa de los profesores participantes en todas las actividades que se proponen.*

A medida que el curso-taller progresó las instrucciones, estrategias y actividades se redactaron de acuerdo con los requerimientos de los participantes y a las expectativas de los evaluadores, relacionadas con las características del grupo.

Con relación a los contenidos, estos estuvieron razonablemente secuenciados (de general a lo específico y de lo teórico a lo práctico). Para cada conceptualización se entregó documentación completa a los participantes. Al inicio del curso-taller los participantes evidenciaron no disponer de conocimiento conceptual y técnico sobre el diseño y selección de tareas matemáticas escolares, por lo que ninguno estaba familiarizado con los conceptos desarrollados en el curso-taller. En este sentido, consideramos que la

claridad con que fueron expresados los temas no está sujeta al grado de conocimiento de cada participante. Asimismo los participantes al final del curso-taller expresaron satisfacción con las estrategias, la metodología y la conceptualización de los temas utilizados. Por lo tanto, concluimos que se dispone de información clara y precisa sobre aspectos metodológicos y de contenido del programa.

Indicador 12. La información contenida en el programa de cara a su posterior evaluación se considera suficiente, relevante y adecuada

La información incluida en el diseño contiene los elementos necesarios para establecer un programa de formación: objetivos, contenidos, actividades, recursos materiales y humanos y metodología. Como justificamos en el indicador 11, estos elementos respondieron a la necesidad de formación identificada en el momento previo a la planificación inicial y se expresaron de manera precisa. De esta manera, concluimos que la información sujeta a evaluación es suficiente, relevante y adecuada por lo que damos por satisfecho este indicador.

6.1.5 Viabilidad

La viabilidad se refiere al grado en el que el diseño del programa ha tomado en consideración la situación, el momento, las características y las circunstancias en que este se desarrollará de manera que sea factiblemente realizado y resulte exitoso. Consideramos siete indicadores para determinar el carácter viable del programa de formación.

Indicador 13. Los objetivos formulados son realistas (realizables y medibles)

Los cinco objetivos específicos del programa orientaron la realización de las actividades propuestas. Consideramos que estos objetivos son realizables porque cada uno de ellos se tradujo en conductas observables y medibles. A continuación argumentamos el carácter realista de cada uno de los objetivos específicos del programa de formación.

2. Identificar nociones y elementos clave, de la normativa legal y el marco teórico que enmarcan la reforma curricular de los programas de matemática en Costa Rica, para el desarrollo y la evaluación de la competencia matemática escolar. Con este objetivo esperamos incrementar el conocimiento de los profesores sobre este marco y modificar sus actitudes hacia la normativa curricular vigente. Para determinar el logro de este objetivo planificamos explorar el estado inicial del conocimiento de los profesores y sus actitudes mediante preguntas específicas en la encuesta inicial, en las

reflexiones escritas y en las actividades de aprendizaje que pudieran compararse con información recogida posteriormente. Por ejemplo, una de las preguntas incluida en el cuestionario inicial sobre la actitud de los participantes ante la reforma curricular fue: *La reforma curricular de los programas de matemática mejoran la enseñanza de las matemáticas mediante...* En la primera sesión una de las reflexiones escritas indagó este conocimiento mediante las preguntas: *¿Cuáles son las nociones básicas del currículo oficial de matemáticas? ¿Qué relaciones pueden darse entre ellas?* Las respuestas a estas preguntas aportaron información para determinar el nivel de conocimiento y la actitud de los participantes respecto a la normativa legal y las nociones y los elementos clave del marco teórico de la reforma curricular.

3. Caracterizar tareas matemáticas escolares en términos de las variables que las constituyen. Este objetivo perseguía que los participantes realizarán un estudio metódico de las tareas por medio del análisis de algunas de sus variables: contenido matemático, situaciones y contextos, niveles de complejidad. El logro de este objetivo igualmente fue determinado mediante la indagación del conocimiento de los participantes sobre estas variables. Una de las preguntas del cuestionario inicial fue: *Cuando seleccione tareas para mis clases tomo en consideración...* Una de las reflexiones escritas de la tercera sesión preguntó: *¿Cómo interrelacionas el contenido, el contexto y las competencias matemáticas básicas para diseñar o seleccionar una tarea?* Asimismo, una de las reflexiones escritas de la quinta sesión cuestionó: *¿A qué factores atribuyes la complejidad de una tarea?* Las respuestas a estas preguntas aportaron información para determinar si conceptualmente los participantes eran capaces de identificar variables que caracterizarán tareas matemáticas escolares.
4. Caracterizar tareas matemáticas escolares de acuerdo con la función principal que cumple cada una de ellas dentro de una secuencia de aprendizaje. Este objetivo perseguía que los participantes establecieran criterios para seleccionar tareas y organizarlas en secuencias. Para determinar el logro de este objetivo planificamos examinar el conocimiento de los participantes acerca de las funciones que puede atender una tarea. Por ejemplo, en la séptima sesión se propició la siguiente reflexión: *Explica la diferencia entre una tarea diseñada para promover la competencia matemática y una tarea diseñada para evaluar la competencia matemática.* Las respuestas a estas preguntas aportaron información para determinar si

conceptualmente los participantes eran capaces de caracterizar tareas matemáticas escolares a partir de su función según la fase de la secuencia en la que se implemente.

5. Diseñar tareas adecuadas para el desarrollo y evaluación de la competencia matemática escolar de sus alumnos. Con este objetivo esperamos capacitar a los participantes en el diseño y la selección de tareas para promover y evaluar la competencia matemática escolar. Para ello era necesario determinar el dominio de los participantes en el diseño y la selección de tareas al inicio del curso-taller y establecer un punto de partida que sirviera para contrastar la variación en su competencia profesional sobre el diseño y selección de tareas. El estado inicial, identificado mediante la completación del primer trabajo no presencial, sería contrastado con las producciones siguientes para analizar su progreso hasta culminar con el diseño de una prueba corta de evaluación en la última sesión.
6. Establecer criterios de valoración que determinen el grado en que un alumno ha desarrollado las expectativas de aprendizaje previstas. Este objetivo pretendía que los participantes establecieran criterios que valorarían el desempeño de los estudiantes con relación a un conjunto de objetivos y competencias previamente definidos. El logro de este objetivo igualmente fue determinado mediante la indagación de las ideas particulares de los participantes sobre estos conceptos. Una de las reflexiones escritas en la séptima sesión preguntó: *¿Qué criterios usas para evaluar el aprendizaje de tus alumnos?* Asimismo, en el último trabajo no presencial del curso-taller, los participantes debían incluir los criterios de valoración correspondientes para las tareas que evalúan la competencia matemática.

Por todo lo descrito anteriormente concluimos que los objetivos formulados son realizables y medibles; este indicador se cumplió.

Indicador 14. Están previstos los espacios, horario, recursos y personal necesarios para el desarrollo del programa

Para el momento en que se pone en marcha el programa se habían tomado los acuerdos necesarios para el desarrollo de este: (1) se habían inscrito formalmente los diez participantes; (2) el desarrollo del programa se había establecido en diez sesiones de tres horas de duración; (3) el director de la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional en Costa Rica, donde tuvo lugar el curso-taller, garantizó que el espacio destinado contaría con ordenador y proyector, y que el servicio de reproducción de documentos

estaría disponible para nuestro uso; (4) los evaluadores acordaron ubicarse en localidades cercanas a la Universidad Nacional para facilitar su traslado hasta el centro de estudios; (5) los evaluadores asignaron los roles específicos que cada quien desempeñaría; (6) el profesor Ricardo Poveda y la profesora Rosa Caraballo habían aceptado colaborar como profesores expertos en el desarrollo del curso-taller; (7) se había obtenido en calidad de préstamo el equipo necesario para grabar las sesiones. Durante la planificación concurrente consideramos estas previsiones previas a la realización de cada sesión.

De esta manera, concluimos que los elementos necesarios para el desarrollo del programa estuvieron debidamente previstos.

Indicador 15. Existen en el centro los medios y recursos necesarios y suficientes para un correcto desarrollo del programa

La Escuela de Matemática de la Universidad Nacional en Costa Rica, donde acordamos realizar el curso-taller, dispuso las instalaciones y proporcionó las facilidades necesarias para su realización adecuada. La sala de sesiones, donde tuvo lugar el curso-taller, contaba con espacio amplio para organizar el número de participantes inscritos y disponía de mesas que facilitaron el trabajo en pequeños grupos como teníamos previsto en la planificación. Un ordenador y un proyector de imágenes constituyeron los recursos estándar de cada sesión. Además, se podía utilizar el servicio de reproducción de documentos de la institución. Por lo tanto, concluimos que el centro donde tuvo lugar el desarrollo del programa contaba con los medios y recursos necesarios y suficientes para desarrollar el programa correctamente.

Indicador 16. La secuencia temporal del programa está prevista y debidamente fundamentada

El plan de actividades (Anexo 8) entregado a los participantes en la primera sesión incluyó la secuencia temporal del programa y, como se ha argumentado anteriormente, se realizó con base en los objetivos planteados. El equipo de investigadores determinó abordar los contenidos del curso-taller siguiendo un planteamiento deductivo desde los principios generales a las propuestas específicas. En las dos primeras sesiones, se conceptualizarían los conceptos básicos tratados en el currículo. En las siguientes tres sesiones, se planificó profundizar en todo lo concerniente a las tareas matemáticas escolares. En la sexta sesión se planificó realizar un balance intermedio para recapitular lo trabajado hasta el momento y explorar el sentir de los participantes respecto a su

utilidad. En las últimas cuatro sesiones, se analizarían modelos específicos de tareas que desarrollan y evalúan la competencia matemática y sus respectivos criterios de valoración.

Para seleccionar las fechas de realización del curso-taller consideramos como condición primordial que los profesores participantes no se encontrarán en un periodo lectivo con altas cargas académicas.

De esta manera, consideramos que la secuencia temporal planificada estuvo prevista y debidamente fundamentada.

Indicador 17. Los profesores responsables del programa funcionan en auténtico equipo

La colaboración y el apoyo mutuo tanto en las reuniones realizadas como en los trabajos de aula caracterizaron siempre el trabajo de los evaluadores del programa. Como responsables del programa trabajamos conjuntamente en la planificación inicial y acordamos en consenso el diseño del programa en todos sus componentes. Asimismo, durante la planificación concurrente, tomamos las decisiones y distribuimos las tareas de manera consensuada. Por ejemplo, antes del momento de implementación nos reunimos para decidir cómo introducir el curso-taller en la sesión inicial y asignar responsabilidades. De esa forma, decidimos atender a los participantes en una sesión preliminar, una semana antes de iniciar con la experiencia formativa, para presentar el programa de formación, establecer acuerdos sobre la dinámica del curso-taller y formalizar la matrícula de los participantes; esta sesión estaría a cargo del evaluador principal. Además, conscientes de la importancia de conceptualizar la noción de competencia y otras nociones básicas del currículo de matemáticas costarricense, decidimos que en la primera sesión del curso-taller el académico Ricardo Poveda, miembro del grupo PREMCR, acompañará al evaluador principal. Reafirmamos así el carácter colaborativo y de auténtico trabajo en equipo de los evaluadores responsables del programa.

Indicador 18. Los responsables del programa se encuentran capacitados para su desarrollo

Los integrantes del equipo de investigación y formadores responsables del curso-taller son profesionales de la educación matemática, especialistas en formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. El director del curso-taller es miembro de la Facultad de Educación de la Universidad de Granada, posee amplia experiencia en el

trabajo con el marco de competencias que encuadraba el curso-taller, es autor de numerosas publicaciones científicas referentes de los temas desarrollados en el programa y ha dirigido tesis sobre evaluación de programas de formación de profesores de matemáticas de secundaria.

El estudiante de doctorado había realizado en 2015 una investigación sobre los ítems de la prueba elaborada para la aplicación de la primera evaluación en competencia matemática realizada en España, puesta en marcha la Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE); aplicada por el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (MECD) y las comunidades autónomas (CCAA) a los estudiantes de tercer curso de la Educación Primaria en el año académico 2014-2015 (Loría, 2015). Además de su formación y experiencia, el equipo de investigadores tuvo total implicación y compromiso en el desarrollo del programa de formación en todas sus fases. Para completar el grupo de formadores invitamos al académico Ricardo Poveda, profesor experto de secundaria y profesor de la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional de Costa, que fue miembro del equipo de la Reforma de la Matemática de Costa Rica, y que por tanto resultó de gran pertinencia para el curso-taller. Por otro lado, contamos con la Dra. Rosa Caraballo, de la Universidad Metropolitana de Puerto Rico, quien en su tesis doctoral diseñó y evaluó en España un programa de formación con características similares a nuestro curso-taller. Ambos colaboraron en varias sesiones del programa en calidad de asesores expertos. Por su experiencia y preparación, consideramos que los responsables del programa de formación se encuentran capacitados para desarrollarlo.

Indicador 19. Los responsables del programa se reúnen para planificar la implantación e implementación del programa y asegurar la coherencia de los planteamientos

Los responsables del programa se reunieron frecuentemente para planificar la implantación del curso-taller y establecer un plan de acción para su implementación. Las reuniones podían ser tanto presenciales como virtuales. Durante la planificación inicial se realizaron 18 reuniones y 10 durante la planificación concurrente. En estas reuniones el equipo de evaluadores discutió sobre la redacción y revisión de documentos, el desarrollo de los temas y las actividades, y se asignaron roles para cada etapa del proceso. Por lo tanto, concluimos que este indicador se cumple satisfactoriamente.

6.1.6 Balance de la evaluación de la fase de planificación

Por medio de evidencias precisas hemos reflexionado sobre los indicadores que conforman los cinco criterios que describen la evaluación de la planificación de nuestro programa de formación. A continuación sintetizamos la evaluación realizada en torno a los siguientes puntos:

- *Pertinencia a los participantes.* Nuestro programa de formación cumple uno de los tres indicadores que describen este criterio. Esto no significa que el programa dejara de ser pertinente para los participantes. Hemos argumentado ampliamente la necesidad de formación identificada previamente, confirmada y validada por expertos, y que nos condujo a tomar la decisión de diseñar y poner en marcha un programa de formación que atendiera tal necesidad. Los indicadores que no se cumplieron para este criterio están relacionados con la falta de un procedimiento sistemático de identificación y evaluación de necesidades.
- *Calidad del contenido.* Nuestro programa de formación cumple con los tres indicadores que describen este criterio. Podemos afirmar que los contenidos seleccionados se fundamentaron sobre bases científicas, tuvieron vigencia y carácter formativo.
- *Calidad técnica.* Nuestro programa de formación cumple tres de los cuatro indicadores que describen este criterio. El programa contiene los elementos necesarios para su desarrollo: objetivos, medios, actividades y metodología; estos elementos son adecuados, coherentes y orientadores. Sin embargo, los objetivos propuestos fueron insuficientes para expresar las expectativas planteadas, deficiencia que fue rectificada durante la puesta en práctica.
- *Evaluabilidad.* Nuestro programa de formación cumple con los dos indicadores que describen este criterio. Consideramos que el programa de formación incluye las características y las condiciones necesarias para ser objeto de evaluación y aporta información oportuna para tomar decisiones en cuanto a su posibilidad de mejora.
- *Viabilidad.* Nuestro programa de formación cumple con los siete indicadores que describen este criterio. De esta manera, podemos afirmar que el programa de formación planificado contaba con objetivos realistas y medibles, dispuso los elementos necesarios (espacio, horario, recursos físicos y humanos) para su puesta

en marcha. Asimismo se fundamentó debidamente la secuencia temporal y se organizó el equipo de evaluadores colaborativamente.

En síntesis, nuestro programa de formación cumple satisfactoriamente 16 de los 19 indicadores analizados para evaluar su diseño y planificación. Aseguramos que la planificación del programa fue detallada, cuidada y minuciosa y nuestra intención inicial fue cumplir con la totalidad de los indicadores. No obstante, reconocemos las deficiencias y carencias que obstaculizaron el cumplimiento de todos los indicadores. Consideramos que los aspectos no cumplidos por el programa son mejorables en una edición futura del mismo.

A partir del análisis realizado concluimos que el programa de formación diseñado y planificado tenía cuatro fortalezas evidentes. Primero consideramos la calidad de su contenido. Los contenidos seleccionados para ser desarrollados durante el curso-taller se fundamentaron de forma rigurosa y coherente. Asimismo, el programa tiene calidad técnica. Los objetivos, medios, actividades y metodología se adecuaron a las necesidades identificadas en el grupo de participantes potenciales y se orientaron hacia el desarrollo de su competencia profesional para planificar tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar. Además, la claridad y precisión en las descripciones de la metodología, las estrategias de enseñanza utilizadas y el contenido proporcionan al programa su carácter de evaluabilidad. Finalmente, el programa fue viable en cuanto incluyó los objetivos necesarios y atendió las circunstancias adecuadas y suficientes para su correcta realización. Destacamos la fundamentación acertada de la secuencia temporal de los contenidos, el equipo de formadores capacitados, el carácter comprometido, colaborativo y de auténtico trabajo en equipo de los evaluadores durante el desarrollo del programa.

Por otra parte, consideramos como debilidades y elementos sujetos de mejora la ausencia de un procedimiento sistemático para detectar las necesidades de formación de los profesores y la manera imprecisa con la que fueron enunciados los objetivos. La primer debilidad está relacionada con la pertinencia a los participantes y la otra se refiere a un aspecto de la calidad técnica del programa de formación.

6.2 Evaluación de la implementación

La fase de implementación comprende la implantación, es decir, el momento preciso en que se establece, y la puesta en marcha del programa en términos de su desarrollo y de

las actividades planificadas. Consideramos que la puesta en práctica del programa de formación se efectuó sistemáticamente de acuerdo con los lineamientos establecidos en su diseño y con las decisiones tomadas durante su planificación. Igualmente, las actividades se desarrollaron de manera estructurada, pero con flexibilidad necesaria para permitir la consideración de situaciones emergentes.

Evaluamos la implementación del programa a partir de dos criterios: puesta en marcha y marco de aplicación. Estos criterios, como ya se vio, están conformados por 18 indicadores. A continuación revisamos estos criterios y analizamos de manera crítica el cumplimiento de sus indicadores.

6.2.1 Puesta en marcha

Este criterio se refiere al grado en el que la puesta en práctica o ejecución del programa responde a la planificación previa en términos de actividades, secuencia temporal, recursos y flexibilidad. Consideramos 14 indicadores para valorar este criterio.

Indicador 20. Se exploraron las expectativas de los participantes

Durante la implantación del programa, en la primera sesión, se brindó a los participantes un espacio de reflexión para que, de manera voluntaria y oral, expresaran informalmente su interés por inscribirse y sus expectativas con el curso-taller. No todos compartieron sus expectativas pero podemos destacar algunas intervenciones. Por ejemplo, el participante P7 manifestó su expectativa de que los temas presentados le permitieran ajustar sus prácticas de aula a las indicaciones metodológicas y evaluativas descritas en los documentos curriculares. La expectativa del participante P6 era aprender a plantear problemas, atendiendo la normativa curricular, para promover aprendizaje en sus estudiantes. Igualmente, exploramos las expectativas de los participantes en el cuestionario inicial mediante la aseveración *Espero que el curso me sea útil para...* Algunas de las respuestas obtenidas fueron:

P₃ *Comprender la noción de competencia y como desarrollarla en mis prácticas de aula.*

P₄ *Aprender a elaborar problemas en contextos reales para que mis estudiantes relacionen la matemática con la vida cotidiana, que sean retos para ellos.*

P₈ *Construir tareas diferentes a las que uno está acostumbrado a proponer para que los estudiantes visualicen la matemática más entretenida y se sienten motivados a la hora de estudiar.*

De esta manera, concluimos que se realizó una exploración adecuada de las expectativas de los participantes y damos por cumplido este indicador.

Indicador 21. Se cuida con especial atención el momento de implantación del programa

El momento puntual de inicio del programa fue objeto de una extensa y minuciosa planificación. Previmos los detalles necesarios para una implantación precisa y controlada: guiones de desarrollo de la sesión desarrollados, una versión para los participantes y otra para los formadores; documentos reproducidos; equipo de grabación; hoja para controlar la asistencia; presentaciones teóricas en PowerPoint preparadas; la participación del experto invitado confirmada; acuerdos claros sobre el rol que desempeñaría el evaluador durante el desarrollo de la sesión.

En esa primera sesión los participantes mostraron un interés notable por los temas que se desarrollarían. Antecediendo esta situación, en la fase de planificación decidimos orientar la sesión completa a reflexionar sobre las nociones básicas del currículo oficial de matemáticas y las relaciones que pueden darse entre ellas, asimismo el experto explicó las implicaciones pedagógicas que tiene la reforma curricular de los programas de matemática en las prácticas docentes de los participantes. A pesar de tratarse de una temática densa y de que los participantes intervinieron considerablemente logramos cumplir con los tiempos previstos en cada una de las actividades programadas para la sesión. En este sentido, las previsiones de la planificación fueron acordes con las necesidades reales de los profesores durante la implantación.

Por todo lo expuesto concluimos que este indicador se ha cumplido.

Indicador 22. La metodología utilizada, resulta adecuada para el desarrollo de los objetivos del programa

Durante el desarrollo del curso-taller se siguió básicamente la misma metodología en cada una de las sesiones; esta metodología está explicada en el Capítulo IV. Propiciar la participación activa de los participantes en los debates y el desarrollo de los temas; el énfasis en las reflexiones escritas; la presentación de los trabajos grupales completados y

la puesta en común que le seguía, conformaron las estrategias metodológicas que orientaron el cumplimiento de los objetivos planteados. Concluimos que la metodología se ajustó a los objetivos propuestos, a la modalidad de enseñanza seleccionada, al desarrollo de las actividades previstas y a las características de los participantes. Por tanto, damos por cumplido este indicador.

Indicador 23. El tratamiento dado a los temas responde a las necesidades identificadas

Los temas desarrollados responden a la necesidad de formación identificada en el grupo de profesores de matemáticas de secundaria sobre el diseño y la gestión de tareas matemáticas escolares. Comenzamos describiendo los conceptos básicos tratados en el currículo, luego explicamos todo lo concerniente a las tareas matemáticas escolares y finalmente, mostramos modelos específicos de tareas que desarrollan y evalúan la competencia matemática y sus respectivos criterios de valoración. Consideramos que la forma en que se desarrollaron los temas se ajustó a la necesidad de los participantes y a las expectativas expresadas por estos al inicio del curso-taller. Así lo expresó el participante P₅ en su respuesta a la reflexión *¿Cómo comparas la persona que eras cuando comenzó el curso y la persona que eres hoy? ¿Cuál es el balance?* al cierre de la décima sesión:

La definición que tenía de tarea al principio del curso dista mucho del concepto que he construido a lo largo de todas las sesiones. Ahora puedo identificar en una tarea elementos importantes que le dan sentido. Ya no puedo, por ejemplo, cuando reviso un libro no pensar en qué elementos tienen las tareas que me encuentro ahí. Concluyo que el profesor que soy ahora cuenta con bastantes herramientas y apoyos para escoger y proponer problemas a sus estudiantes que promuevan sus aprendizajes en contextos cercanos a ellos como dice el MEP.

Por otra parte, las respuestas aportadas a la pregunta *¿Qué aspectos consideras deben mejorarse?* incluida en el cuestionario final, mencionan aspectos metodológicos del curso-taller que los participantes consideraron como favorables, a pesar de que la pregunta no cuestionará sobre aspectos sobresalientes de este. Algunos aspectos señalados y que respaldan la presencia de este indicador son:

- *Los espacios de discusión que proponen en donde reflexionamos sobre los temas aprendidos.*

- *La claridad de las explicaciones.*
- *Las variables de tarea: situaciones y contextos, niveles de complejidad.*
- *El aporte de los expertos.*
- *La temática cercana a la realidad educativa.*
- *Los materiales y recursos empleados por los profesores para explicar, así como las presentaciones y los documentos que nos entregan.*
- *La organización de cada clase.*
- *La propuesta teoría-práctica.*
- *Los ejemplos que utilizan para explicar la teoría.*
- *El trabajo en grupo.*
- *En las actividades del curso todos tenemos que participar, nadie se queda sin dar su opinión.*
- *El interés de los profesores para que aprendamos sobre los temas.*

Según lo que expresan los participantes en sus comentarios podemos afirmar que los temas del curso-taller se trataron tomando en cuenta las necesidades de formación de estos. Estas evidencias nos permiten concluir que, desde la perspectiva de los participantes, este indicador se ha cumplido.

Indicador 24. El programa se adecúa a las características diferenciales de los participantes: motivación, intereses, capacidad

Consideramos que el desarrollo del programa se ajustaba a las características de los participantes en cuanto permitió flexibilidad. Por ejemplo, al inicio del curso-taller, en la primera sesión, los grupos de trabajo quedaron conformados en cinco parejas. Luego, en la sesión siguiente se perdió un participante por lo que su pareja de trabajo quedó sola, ante esta situación se le propuso a la profesora que continuaba en el curso-taller incorporarse a otro grupo, y ella aceptó. De esta manera, los grupos de trabajo quedaron constituidos por tres parejas y un grupo de tres.

Un dato que debemos destacar y que sustenta lo afirmado en el indicador que estamos analizando es que aunque el curso-taller iba dirigido a profesores de secundaria en ejercicio, recibimos una profesora que no estaba trabajando en el momento que se desarrolló el curso-taller. Se le restó importancia a esta particularidad y se expresó satisfacción con su participación.

Consideramos que el programa atendió las características diferenciales de los participantes. Por tanto, damos por cumplido este indicador.

Indicador 25. Los participantes muestran interés y motivación hacia las actividades del programa

Podemos sugerir que la propia conciencia de los participantes sobre sus necesidades de formación los motivó a inscribirse en el curso-taller, dado que la inscripción era de forma voluntaria y gratuita. Además, consideramos las respuestas que en el balance intermedio realizado en la sexta sesión los participantes aportaron a la pregunta *¿De qué manera consideras útil para tu práctica docente lo trabajado en este curso hasta el momento?* El propósito de esta reflexión era explorar el interés en las actividades desarrolladas y los beneficios que los participantes consideran como resultado del curso-taller. Los ocho participantes de esa sesión consideraron de utilidad los conceptos trabajados y las actividades realizadas hasta el momento. Algunas de las respuestas obtenidas son:

- P₁ *El curso me ha permitido entender cómo se pone en práctica lo que dice el MEP, particularmente cuando debo proponer tareas a mis estudiantes porque antes no tenía ni idea de cómo plantear una que fuera significativa para ellos.*
- P₆ *Lo que más me parece útil del curso es que nos proporciona un conjunto de pautas a seguir para plantear tareas, y esas pautas son congruentes con la propuesta ministerial. Por ejemplo, ahora comprendo cuando el MEP habla de contextualización activa y cómo identificar la complejidad de una tarea, entre otras cosas.*
- P₁₀ *El trabajo en grupo me ha permitido reflexionar sobre mi propia práctica y conocer que hacen mis otros colegas. De esa manera, intercambiamos experiencias, estrategias, recursos que mejoran la práctica docente de todos los presentes. El curso me ha aportado conocimientos para mejorar mi clase y en consecuencia el aprendizaje de mis estudiantes.*

Con las evidencias recogidas concluimos que este indicador se ha cumplido.

Indicador 26. Se aprecia corrección en la secuencia de las actividades programadas

La secuencia de temas y actividades asociadas a ellos se estableció siguiendo un planteamiento deductivo desde los principios generales a las propuestas específicas. Afirmamos que esta secuencia fue correcta porque desarrolló los conceptos de una

manera progresiva y logró que los participantes fueran asimilando y asociando los conceptos a medida que se ampliaban. Podemos ubicarnos de nuevo en los aspectos que los participantes consideraron como sobresalientes del curso-taller, expresados en el cuestionario final:

- *Las variables de tarea: situaciones y contextos, niveles de complejidad*
- *La temática cercana a la realidad educativa*
- *La organización de cada clase.*
- *La propuesta teoría-práctica.*
- *Los ejemplos que utilizan para explicar la teoría.*
- *El trabajo en grupo.*

Con las evidencias recogidas concluimos que este indicador se ha cumplido.

Indicador 27. Se cumple la temporalización prevista sin desfases significativos

El desarrollo de los temas ocurrió en las sesiones asignadas tal y como estuvo previsto en el diseño. Asimismo, se cumplió la secuencia de los temas y actividades como habían sido incluidos en los guiones de trabajo. Por lo que podemos asegurar que la secuencia temporal de los temas fue respetada completamente durante el desarrollo de las diez sesiones que fueron planificadas e implementadas. Las evidencias analizadas sobre este indicador muestran su cumplimiento.

Indicador 28. Se respeta la planificación en lo referente a espacios, tiempos, apoyos y recursos

El curso-taller se desarrolló en su totalidad en la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional, en Costa Rica, con los recursos planificados y con la presencia continua de al menos uno de los evaluadores. Por otro lado, en todas las sesiones se cumplieron los tiempos estipulados sin negar margen para imprevistos. De esta manera, concluimos que este indicador se cumplió.

Indicador 29. Se da rigidez/flexibilidad en la aplicación del programa

Consideramos que en la aplicación del programa fuimos rígidos en la secuencia de los temas y en el uso de los recursos respecto a su disponibilidad. Por otra parte, fuimos flexibles en el ajuste de las actividades a las características de los participantes y en los tiempos asignados para su realización. Por ejemplo, se extendió dos semanas el plazo de entrega del último trabajo no presencial. Estimamos la petición de los participantes sobre

la dificultad de esta asignación y el poco tiempo que disponían para realizarla. Sería contraproducente mantener la fecha de entrega original porque su respuesta podría limitar la información aportada respecto al progreso en la competencia profesional de los participantes sobre el diseño y la selección de tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar. Por lo antes expuesto, concluimos positivas las evidencias disponibles sobre este indicador.

Indicador 30. Los recursos planeados resultan suficientes y adecuados y están disponibles

La implementación del programa se realizó con los recursos previstos en la planificación. No fue necesario utilizar recursos adicionales o no planeados por lo que podemos asegurar que resultaron suficientes. Asimismo, los recursos previstos estuvieron siempre disponibles durante la implementación. Las evidencias confirman el cumplimiento de este indicador.

Indicador 31. Se está atento a posibles efectos no planeados, positivos o negativos, del programa y existen previsiones de actuación en relación con tales efectos

Desde la planificación del programa previmos recoger el desarrollo de las sesiones mediante grabaciones de audio, estas eran escuchadas durante la planificación concurrente para que al repasar el desarrollo de la sesión pudiéramos, de ser el caso, identificar efectos no planeados y actuar conforme a ellos en la sesión siguiente. Durante la implementación del programa no identificamos efectos no planeados. Como describimos en los indicadores anteriores previmos los detalles necesarios para una implantación precisa y controlada; estas previsiones fueron acordes con las necesidades reales de los profesores. Además, el programa se desarrolló con flexibilidad en cuanto lo ajustamos a las características de los participantes. El desarrollo de los temas ocurrió en las sesiones asignadas en los tiempos estipulados sin negar margen para imprevistos y con los recursos planificados tal y como estuvo previsto en el diseño. Las evidencias analizadas sobre este indicador muestran su cumplimiento.

Indicador 32. Se cuenta con un sistema de registro de la información que facilite la posterior evaluación y, sobre todo, una mejor gestión de los procesos

La recogida de información con la que evaluaríamos el programa (ver Tabla 3.6), fue recogida de manera estricta. Decidimos registrar las presentaciones de los trabajos no presenciales y las discusiones que surgían a partir de las reflexiones escritas mediante las

grabaciones de audio, al mismo tiempo que solicitábamos los documentos escritos que respaldaran el trabajo de los participantes en estas actividades. Las reuniones realizadas inmediatamente después de concluida una sesión permitieron identificar sus detalles significativos. Las evidencias disponibles nos permiten concluir el cumplimiento de este indicador.

Indicador 33. Las relaciones con el alumnado pueden calificarse de cordiales

El curso-taller se desarrolló en un clima de confianza, colaboración y cordialidad sin perder la seriedad de los procesos y el cumplimiento de los objetivos, de esta forma podemos afirmar que logramos establecer un ambiente propicio para el aprendizaje. En ninguna de las sesiones se presentó un altercado con ninguno de los informantes ni entre los evaluadores. Las grabaciones de audio respaldan esta afirmación. Un dato interesante que puede aportar a la valoración de este indicador es que al cerrar la sesión quinta, los participantes festejaron el cumpleaños del evaluador principal, en este espacio de esparcimiento, con buen ánimo y humor, intercambiamos impresiones sobre lo realizado y recibimos palabras amables y de respaldo. A partir de esta sesión, en los recesos de cada una de las sesiones siguientes, las participantes establecieron una actividad que llamamos “merienda compartida”, en estos espacios para compartir el grupo genero proximidad y compañerismo. Las evidencias permiten afirmar que el indicador se ha cumplido.

6.2.2 Marco de aplicación

Este criterio determina si el programa fue aceptado con agrado; si el clima generado fue armonioso, promovió la confianza y la colaboración; si los agentes implicados adoptaron una actitud positiva hacia y demostraron satisfacción con el mismo. Se definieron cuatro indicadores para valorar este criterio.

Indicador 34. Se da un clima de confianza en el éxito por parte de alumnos y profesores

Por el interés manifestado por los participantes en los temas conceptuados y las actividades realizadas desde el inicio del programa, los evaluadores estábamos seguros de que el curso-taller sería desarrollado con éxito en términos de lograr los objetivos propuestos. Este era un tema de conversación en nuestras reuniones regulares. No obstante, sin evidencias pertinentes, resulta imposible afirmar que los participantes compartieran con los evaluadores este nivel de confianza. En consecuencia, no podemos

afirmar que entre los informantes existiera el mismo clima de confianza con el éxito del programa. Concluimos que este indicador se cumple parcialmente.

Indicador 35. Se aprecia satisfacción en los responsables del programa, en sus destinatarios y en las demás partes implicadas e interesadas

Los responsables del programa nos sentimos satisfechos con el desarrollo del programa. Sin embargo, no recogimos información que pueda sustentar esta afirmación. En cambio, las expresiones de los participantes, en el balance intermedio realizado en la sesión sexta, en la exploración que hicimos oralmente en la última sesión y mediante el cuestionario final, dan cuenta del grado de satisfacción de estos en el programa. Por ejemplo, a la reflexión *¿Cómo comparas la persona que eras cuando comenzó el curso y la persona que eres hoy? ¿Cuál es el balance?* algunos participantes expresaron lo siguiente:

- P₂ *Considero que antes de conocer los temas tratados en el curso mi trabajo era normal, donde llevaba a cabo ciertas actividades pero no hacía un análisis previo de las tareas que proponía dentro del aula, me estaba quedando en ejercicios de reproducción, los cuales no hace reflexionar a mis estudiantes. De ahora en adelante voy a proponer tareas donde se movilicen procesos matemáticos y realizaré un análisis previo de las tareas para lograr un balance en el uso de tareas de diferentes niveles de complejidad.*
- P₄ *Ahora soy una docente con la intención de cambiar en mis prácticas de aula la manera en cómo promuevo y evalúo la competencia matemática. Quiero presentar a mis estudiantes la matemáticas enmarcadas en situaciones de la vida cotidiana para que su aprendizaje pueda ser aplicado más allá del salón de clase. Más segura de cómo voy a enfrentar mi trabajo el próximo año, el curso me ha dado estrategias y herramientas suficientes para hacerlo. Estoy deseosa de más capacitación y compartir lo aprendido con mis otros colegas.*
- P₇ *Ahora soy más crítico para seleccionar tareas pues cuento con herramientas, conocimientos y estrategias que me permiten tomar la decisión sobre que tipo de tareas promueven la competencia matemática escolar. Comprendo la relación entre las nociones básicas que se tratan en los programas de estudio del MEP: procesos, habilidades, contenidos, situaciones y contextos. El compartir con otros docentes me hace reflexionar sobre mis prácticas de aula. Estoy seguro de que el*

próximo año tendré una forma distinta de planear y evaluar y desde luego con una metodología de clase diferente.

De acuerdo con las respuestas en el cuestionario final podemos asegurar que la satisfacción de los participantes con los temas, las estrategias y los aspectos técnicos del curso-taller se manifestó en su disposición por recomendar la experiencia formativa a sus colegas. Todos los informantes expresaron haber cumplido o superado sus expectativas con el curso-taller y no eliminarían ningún tema.

Las evidencias muestran el cumplimiento del indicador con los participantes, pero no hay evidencias concretas de lo propio respecto a los responsables del programa. Consideramos por tanto un cumplimiento parcial de este indicador.

Indicador 36. Se da entre el equipo de profesores un trabajo de tipo cooperativo

Como ya hemos descrito en apartados anteriores los evaluadores mantuvieron comunicación constante durante la planificación y puesta en marcha del programa. En las reuniones previas a las sesiones se tomaron decisiones relacionadas con el desarrollo de las actividades de aprendizaje como el tiempo que se le dedicaría a cada una y el rol que cada evaluador desempeñaría. Siempre se consultaron las decisiones y se alcanzó consenso. Afirmamos que las evidencias muestran que el equipo de evaluadores trabajó siempre de manera colaborativa y concluimos que el indicador se cumplió.

Indicador 37. Se toman en consideración fuentes diversas que pueden aportar información relevante

Como describimos en el Capítulo III de esta investigación consideramos triangulación de métodos de recogida de información. Las fuentes diversas que hemos descrito a lo largo de este informe recogieron información pertinente a los objetivos propuestos. Estas evidencias muestran que el indicador se ha cumplido.

6.2.3 Balance de la evaluación de la implementación

Por medio de evidencias precisas hemos reflexionado sobre los indicadores que conforman los dos criterios que describen la evaluación de la implementación de nuestro programa de formación. A continuación sintetizamos la evaluación realizada en los siguientes puntos.

- *Puesta en marcha.* Este criterio se refiere al grado en el que el programa según implementado se apegó a la planificación. Hemos concluido que los 14 indicadores que conforman este criterio fueron cumplidos satisfactoriamente. Según la reflexión y el análisis de estos indicadores podemos afirmar que el programa de formación fue puesto en marcha según planificado en aspectos importantes como la implantación del programa; las expectativas de los participantes; la metodología utilizada; el tratamiento y la temporalización de los contenidos; atención a la diversidad; la secuencia de actividades; la actitud positiva de los participantes hacia el desarrollo del programa; la previsión de efectos no planeados; la recogida de información; los recursos; el clima de confianza; y la disposición de flexibilizar las actividades.
- *Marco de aplicación.* Con este criterio determinamos si el programa recibió aceptación la aceptación positiva de los participantes, si el ambiente de aprendizaje era de armonía y confianza y si tanto los participantes como los evaluadores mostraron satisfacción con el programa. Luego de analizar los cuatro indicadores que conforman este criterio admitimos que, por falta de evidencias concretas, dos indicadores se cumplen de forma parcial. No podemos afirmar que los participantes tenían confianza en el éxito del programa, los evaluadores interactuamos con ellos y podemos aceptar que había aceptación y comodidad con el programa pero no recogimos información que respalde esta afirmación. Asimismo, no contamos con información correspondiente a la satisfacción de las partes implicadas por parte de los responsables. Para los otros dos indicadores las evidencias disponibles nos permiten concluir que los evaluadores trabajaron de forma colaborativa y que se contó con fuentes diversas y pertinentes que aportaran información precisa y relevante.

En síntesis, nuestro programa de formación cumple satisfactoriamente 16 de los 18 indicadores analizados para evaluar su implementación. Consideramos que como aspectos positivos del programa debemos señalar: la puesta en marcha se realizó de manera estructurada y ajustada a la planificación; la amplia exploración de las expectativas de los participantes; la adecuación y suficiencia de la metodología, del tratamiento otorgado a los contenidos, de las características diferenciales de los participantes, de las actividades secuenciadas y de los recursos; la flexibilidad impartida;

la variedad de fuentes de información y su eficiente registro; y la cordialidad presente en las relaciones con los participantes y entre los responsables.

En cuanto a las debilidades, podemos señalar la ausencia de evidencias que demuestren, por un lado, que existía entre los participantes confianza en el éxito del programa y, por el otro, que los responsables del programa estaban satisfechos con el mismo. Puntualizamos que estas deficiencias son potencialmente rectificables en ediciones futuras del programa.

6.3 Evaluación de los resultados

La fase de evaluación de los resultados del programa se centra en los logros alcanzados y comprende el análisis y la síntesis interpretativa posterior de los resultados de acuerdo con los objetivos del programa y la valoración de la experiencia. El propósito de esta fase consiste en determinar el logro de los objetivos de formación planteados y su grado de consecución junto con la valoración para tomar decisiones críticas sobre las mejoras al programa, deseables y realizables, cuando se realicen ediciones futuras.

Evaluamos los resultados del programa a partir de dos criterios: medida y logros, y valoración. Estos criterios se conformaron por nueve indicadores. A continuación revisamos estos criterios y discutimos críticamente las evidencias encontradas sobre cada uno de los indicadores que los establecen.

6.3.1. Medida y logros

Este criterio refiere al grado en que se han alcanzado los objetivos del programa propuestos. Consideramos cinco indicadores para valorar este criterio.

Indicador 38. Se recurre a técnicas variadas de recogida de datos, acordes con la diversidad de los objetivos del programa

La variedad de técnicas de recogida de información ha quedado evidenciada en el Capítulo III, en el trabajo empírico descrito en el Capítulo IV y en su análisis detallado en el Capítulo V. Asimismo, hemos destacado la relación existente entre cada fuente de información con los objetivos del programa. Por ejemplo, la reflexión 2.1 *¿Qué elementos debe tener una tarea debidamente formulada para que contribuya a promover el desarrollo de la competencia matemática?* está asociada al segundo objetivo del curso-taller *Caracterizar tareas matemáticas escolares en términos de las variables que las constituyen*. Por lo tanto, concluimos que este indicador se ha cumplido.

Indicador 39. Se toman en consideración fuentes diversas que pueden aportar información relevante

A partir de la descripción hecha en el Indicador 38, que muestra la diversidad de fuentes de información y la riqueza de los documentos que aportaron datos para valorar los logros del programa, se comprueba el cumplimiento de este indicador.

Indicador 40. Las técnicas e instrumentos utilizados para decidir sobre la eficacia del programa son adecuados a las características de los contenidos/objetivos que se desea evaluar

En el Capítulo III explicamos las fuentes de recogida de información utilizadas y las técnicas de análisis que empleamos para el tratamiento de los datos pertinentes a las fases del programa de formación. En el Capítulo V mostramos el análisis de la información recogida durante la fase de implementación del curso-taller. En la Tabla 5.6 relacionamos las 18 reflexiones escritas propuestas con los objetivos del curso-taller. En el análisis de los seis trabajos no presenciales propuestos a los participantes explicamos la relación de dichas asignaciones con el desarrollo conceptual de la sesión en que se completaron. Por ejemplo, el quinto trabajo no presencial fue asignado en la séptima sesión del curso-taller cuando conceptuamos tareas matemáticas escolares de acuerdo con la función principal que cumple cada una de ellas dentro de una secuencia de aprendizaje. En esta tarea los grupos debían proponer una tarea orientada a evaluar la competencia matemática escolar. Aseguramos que todos los trabajos no presenciales respetaron la adecuación de los contenidos. De esta manera, concluimos que este indicador se cumple.

Indicador 41. Se especifican los criterios de calificación y de los niveles de logro del programa

Al considerar que el interés primordial de los profesores en ejercicio es su desarrollo profesional y no el reconocimiento por su participación, en la primera sesión del curso-taller precisamos a los profesores que sólo el programa estaría sujeto a evaluación y no ellos como participantes. Sin embargo, establecimos que el nivel de logro de los asistentes al curso-taller sería determinado mediante su grado en el progreso en los conocimientos didácticos, capacidades y actitudes para diseñar y seleccionar tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar. En el plan de actividades del curso-taller (Anexo 8) se especificó lo siguiente:

Consideramos que el curso no debe tener una calificación numérica final correspondiente al rendimiento de los profesores matriculados. Al contrario, apostamos por una evaluación integradora y continua que nos permita determinar una valoración global de los conocimientos desarrollados durante cada una de las etapas del proceso formativo con el fin de realizar los reajustes necesarios para su mejora.

Como no se explicitaron criterios específicos de calificación ni se establecieron niveles de logro concretos, concluimos que este indicador no se ha cumplido.

Indicador 42. Se recoge información sobre el grado de satisfacción de las diferentes partes interesadas con el programa, su implantación y desarrollo y con sus resultados

Mediante el cuestionario final, las reflexiones escritas correspondientes y los balances intermedio y final en el Capítulo V analizamos la valoración realizada por los participantes sobre diferentes aspectos del desarrollo del curso-taller. Estas instancias recogieron información sobre el grado de satisfacción de los profesores con el curso-taller y el cumplimiento de sus expectativas con el mismo. Por las evidencias mencionadas, consideremos este indicador como cumplido.

6.3.2 Valoración

Este criterio se refiere a la adecuación de los elementos considerados en el curso-taller a fin de valorar los resultados. Consideramos cuatro indicadores para valorar este criterio.

Indicador 43. Se identifican los puntos fuertes y débiles del programa

En la evaluación de las fases de planificación y de implementación identificamos fortalezas y debilidades del programa de formación. Resaltamos como puntos fuertes:

- Los contenidos seleccionados para ser desarrollados durante el curso-taller se fundamentaron de forma rigurosa y coherente.
- Calidad técnica en cuanto los objetivos, medios, actividades y metodología se adecuaron a las necesidades identificadas en el grupo de participantes potenciales y se orientaron hacia el desarrollo de su competencia profesional para planificar tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar.
- Evaluabilidad en términos de la claridad y precisión en las descripciones de la metodología, las estrategias de enseñanza utilizadas y el contenido.

- Viabilidad en términos de incluir los objetivos necesarios y atender las circunstancias adecuadas y suficientes para su correcta realización; la fundamentación acertada de la secuencia temporal de los contenidos; un equipo de formadores capacitados, en constante comunicación, y comprometido e implicado en el desarrollo del programa.
- La puesta en marcha se realizó de manera estructurada y ajustada a la planificación.
- La amplia exploración de las expectativas de los participantes.
- La adecuación y suficiencia de la metodología, del tratamiento otorgado a los contenidos, de las características diferenciales de los participantes, de las actividades secuenciadas y de los recursos.
- La flexibilidad impartida.
- La variedad de fuentes de información y su eficiente registro.
- La cordialidad presente en las relaciones con los participantes y entre los responsables.

En cuanto a las debilidades del programa hemos identificado:

- La ausencia de un procedimiento sistemático para detectar las necesidades de formación de los profesores.
- La manera imprecisa con la que fueron enunciados los objetivos de formación.
- La ausencia de evidencias que demuestren que existía entre los participantes confianza en el éxito del programa.
- La ausencia de evidencias que confirmen la satisfacción de los responsables del programa con el mismo.

Con estas evidencias determinamos el cumplimiento del indicador.

Indicador 44. Se especificaron, de modo claro y preciso, los criterios y las referencias para valorar los resultados

Mediante los indicadores del análisis cognitivo y del análisis de instrucción contamos con un sistema preciso, claro y completo para identificar y documentar las actuaciones de los participantes y determinar la naturaleza y el grado de los cambios en sus conocimientos didácticos y capacidades durante su experiencia de desarrollo profesional. Además, la pauta de evaluación conformada por el conjunto de los 46 indicadores considerados

permitió evaluar el curso-taller en tres de las cuatro dimensiones de la calidad que hemos mencionado a lo largo de este informe: relevancia, eficacia y eficiencia.

Consideramos que estos sistemas de valoración confirman el cumplimiento de este indicador.

Indicador 45. Se dispone de información, rica y matizada, sobre los momentos inicial y procesual del programa, como base para valorar los resultados

Las fases de planificación y de implementación fueron descritas en el marco metodológico y debidamente documentadas en el capítulo sobre el trabajo empírico. La cantidad significativa de documentación sobre los procesos y acontecimientos del curso-taller con la que contamos proporciona información cuya riqueza sirve como fundamento para valorar los resultados del programa. De esta manera, concluimos que el indicador se ha cumplido.

Indicador 46. Se valoran los cambios en conocimiento didáctico y capacidades profesionales de los participantes mediante indicadores del análisis cognitivo y del análisis de instrucción

El análisis de los seis trabajos no presenciales completados por los participantes del curso-taller y la aplicación de los indicadores del análisis cognitivo y el análisis de instrucción, como instrumento para identificar los cambios en su conocimiento didáctico y sus capacidades para diseñar y seleccionar tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar, se ha presentado en el Capítulo V. Estos cambios nos han permitido evidenciar un avance en el desarrollo de la competencia profesional de los profesores participantes. De esta manera, la evidencia permite concluir que el indicador se ha cumplido.

6.3.3 Balance de la evaluación de resultados

Por medio de evidencias precisas hemos reflexionado sobre los indicadores que conforman los dos criterios que describen la evaluación de los resultados de nuestro programa de formación. A continuación discutimos la evaluación realizada en base a los siguientes puntos:

- *Medida y logros.* Con este criterio determinamos el grado de logro de los objetivos planteados. A partir de las evidencias presentadas determinamos que se han cumplido cuatro de los cinco indicadores que conforman este criterio. Concluimos

que la variedad de técnicas para recoger información, su ajuste a los contenidos y los objetivos del programa, su riqueza y relevancia así como los datos sobre el grado de satisfacción de los participantes con el desarrollo del curso-taller permiten el logro de los objetivos planteados. Sin embargo, reconocemos la ausencia de un sistema de calificación y niveles de logro claro y preciso.

- *Valoración.* Con este criterio determinamos la adecuación de los elementos considerados para valorar los resultados del programa. Las evidencias aportadas confirman el cumplimiento de los cuatro indicadores que conforman este criterio. Por lo tanto podemos afirmar que nuestro programa de formación tiene las siguientes fortalezas: (1) la información disponible sobre los momento inicial y procesual del programa es rica y relevante para valorar los resultados; (2) los criterios y las referencias para valorar los resultados son claros y precisos; (3) se dispuso de un sistema de indicadores que permitió valorar los cambios en el conocimiento didáctico y en las capacidades de los participantes sobre el diseño y la selección de tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar.

En síntesis, nuestro programa de formación cumple satisfactoriamente ocho de los nueve indicadores analizados para evaluar sus resultados. La evaluación realizada nos permite confirmar la concordancia y ajuste satisfactorios de la planificación con la implementación, particularmente la precisión en la planificación y en la consecuente recogida de información y en el desarrollo de las actividades realizadas según lo previsto. Por lo tanto, valoramos positivamente los resultados obtenidos de la realización del curso-taller mediante el reconocimiento de fuentes acertadas y criterios adecuados para valorar el programa de formación.

6.3.4 Valoración del logro de los objetivos de formación

A partir de la valoración de los resultados del curso-taller determinamos el cumplimiento de los cinco objetivos que direccionaron las actividades realizadas durante el transcurso de la experiencia de desarrollo profesional que concretamos en el curso-taller. Para argumentar el grado de logro de cada uno de los objetivos hacemos referencia al análisis correspondiente de cada fuente de información, realizado y explicado en el Capítulo V.

Primer objetivo. Identificar nociones y elementos clave, de la normativa legal y el marco teórico que enmarcan la reforma curricular de los programas de matemática en Costa Rica, para el desarrollo y la evaluación de la competencia matemática escolar.

En la exploración realizada al inicio del curso-taller los profesores participantes consideraron favorable la introducción de la noción de competencia como parte integral del currículo costarricense y expresaron, a grandes rasgos, su finalidad. Además, afirmaron planificar la instrucción a partir de aquellos aspectos que consideraban importantes e identificaron suficientes aspectos prioritarios para promover y evaluar la competencia matemática. Sin embargo, señalamos que el diseño, la selección y el análisis de tareas matemáticas escolares no fue considerado como una prioridad.

Al finalizar el curso-taller los profesores participantes reconocieron la importancia de conocer la normativa legal y el marco teórico que enmarca la reforma curricular de los programas de matemáticas en Costa Rica y que introducir las tareas escolares en sus prácticas de aula permitirá el progreso en la competencia matemática de sus alumnos. El participante P₈ expresó en la sesión final: *Hemos adquirido el conocimiento necesario para comprender lo que sugiere nuestro principal referente en nuestro quehacer en el aula: la reforma curricular. Me siento empoderado para diseñar tareas que incluyan los elementos que sugiere el MEP.* Consideramos que este objetivo se logró adecuadamente.

Segundo objetivo. Caracterizar tareas matemáticas escolares en términos de las variables que las constituyen: contenido matemático, situaciones y contextos, niveles de complejidad.

En su estado de conocimiento inicial los participantes en general evidenciaron ausencia de conocimiento conceptual y técnico sobre el diseño y selección de tareas matemáticas escolares. Asimismo, en los trabajos realizados los profesores participantes demostraron desconocimiento de la caracterización de las variables de tarea que sugiere una visión funcional de las matemáticas.

Al finalizar el curso-taller los profesores participantes reconocieron haber mejorado sus conocimientos para impulsar esta visión a las tareas con las que promover y evaluar la competencia matemática de sus alumnos. Los participantes puntualizaron que conocer y aplicar las variables de tarea en la selección y diseño de tareas fue lo más útil del curso-taller. En el balance final la participante P₁ mencionó: *Considero que uno de los aportes más valiosos del curso es el estudio de las variables que componen una tarea. Comprendo*

que para promover la competencia matemática en mis alumnos debo considerarlas en el diseño de las tareas. Al indagar en los aspectos que los participantes estuvieron dispuestos a modificar en su práctica docente actual, identificaron: ampliar y profundizar el concepto de tarea, considerar las variables de tarea, seleccionar tareas según el nivel de complejidad y diseñar tareas para desarrollar y evaluar la competencia matemática escolar. Por estas razones damos por conseguido este objetivo.

Tercer objetivo. Caracterizar tareas matemáticas escolares de acuerdo con la función principal que cumple cada una de ellas dentro de una secuencia de aprendizaje.

Como hemos mencionado anteriormente, al inicio del curso-taller, las evidencias demostraban que los profesores participantes desconocían o usaban poco en sus prácticas de aula el concepto de tarea matemática escolar con el enfoque que desarrollamos durante la experiencia formativa. Específicamente no contaban con los conocimientos necesarios para establecer criterios que les permitiera seleccionar tareas y organizarlas en secuencias.

Al final del curso-taller, las reflexiones escritas, ponen de manifiesto que los profesores han adquirido conocimiento para valorar las funciones de las tareas matemáticas escolares según sus características y de acuerdo con el propósito para el cual fueron diseñadas. Seleccionar tareas según las funciones que desempeñan fue uno de los cambios que los participantes consideraron apropiados para introducir en sus prácticas docentes. El participante P₂ mencionó en el balance final: *Un aporte interesante del curso es la clasificación de las tareas en iniciales, de desarrollo y de cierre. Al proponer tareas debo decidir de qué manera las organizó, según el papel que cumple cada una de ellas en la clase.* Por estas razones damos por conseguido este objetivo.

Cuarto objetivo. Diseñar tareas adecuadas para el desarrollo y evaluación de la competencia matemática escolar de sus alumnos.

La realización de los trabajos no presenciales permitió determinar la competencia profesional de los participantes para diseñar y seleccionar tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar. A medida que tenían contacto con los conceptos y caracterizaciones correspondientes, ampliaron y reforzaron sus conocimientos para elaborar tareas con los propósitos pretendidos. De esta manera, al contrastar el estado inicial de los participantes con su estado final, pudimos apreciar que manifestaron progreso en su comprensión de las variables y las funciones de las tareas matemáticas según el marco teórico de la reforma curricular, en su capacidad para aplicar

las variables en el análisis de tareas y justificar sus elecciones, y en su conocimiento didáctico sobre el diseño y selección de tareas adecuadas para promover y evaluar la competencia matemática escolar. En el balance final del curso-taller el participante P₇ recapituló el aprendizaje adquirido de esta manera:

El curso me ha dado permitido comprender el concepto de competencia matemática, su papel en el currículo, y como los contenidos, las habilidades, los procesos matemáticos, y otros conceptos se relacionan para garantizar el desarrollo de la competencia en mis alumnos. El medio idóneo para ello son las tareas, que cumplen distintas funciones según el lugar que ocupan en la clase y están compuestas por diferentes variables que le dan sentido.

A partir de las evidencias descritas anteriormente, consideramos que este objetivo se logró adecuadamente.

Quinto objetivo. Establecer criterios de valoración que determinen el grado en que un alumno ha desarrollado las expectativas de aprendizaje previstas.

Los participantes expresaron, en las reflexiones escritas, que la evaluación del aprendizaje de sus alumnos se orienta a partir de la programación de los contenidos, los criterios de evaluación normativos y las habilidades sugeridas. Para diseñar una prueba que evalúe la competencia matemática escolar los profesores destacan variables de tarea, tales como: las habilidades, los niveles de complejidad, los contenidos matemáticos y el contexto. Asimismo, determinan criterios para valorar la resolución de tareas de evaluación. Estos criterios abarcaron aspectos como la aplicación de los contenidos aprendidos y el desarrollo de habilidades. Por su parte, en el último trabajo no presencial del curso-taller, los participantes incluyeron los criterios de valoración correspondientes para las tareas que evalúan la competencia matemática. En el balance final del curso-taller la participante P₆ expresó: *Ahora tengo una idea más clara sobre las características que deben satisfacer los criterios de evaluación para valorar el desarrollo de la competencia matemática, los cuales pienso incluir en mis rúbricas de evaluación el próximo año.*

A partir de las evidencias descritas anteriormente, consideramos que este objetivo se logró adecuadamente.

En síntesis, valoramos positivamente los resultados obtenidos por la realización del curso-taller y determinamos que los objetivos planteados fueron alcanzados satisfactoriamente

en virtud de las evidencias recogidas sobre el desarrollo de la competencia profesional de los profesores participantes.

6.4 Evaluación de la puesta en práctica

La fase de puesta en práctica se centra en las actuaciones de los participantes del programa cuando planean, enseñan y evalúan las matemáticas escolares, una vez haya concluido la experiencia formativa y se incorporen a sus centros de trabajo. El propósito de esta fase es valorar el grado de implicación de la formación recibida en la mejora de la competencia profesional para promover y evaluar la competencia matemática escolar.

Evaluamos la puesta en práctica a partir de dos criterios: aprendizaje de los participantes y desempeño profesional de los participantes. Estos criterios están conformados por seis indicadores. A continuación revisamos estos criterios y discutimos críticamente las evidencias encontradas sobre cada uno de los indicadores que los establecen.

6.4.1 Aprendizaje de los participantes

Este criterio se refiere al alcance de los objetivos de formación planificados en el programa. Consideramos tres indicadores para valorar este criterio.

Indicador 1. Se toman en consideración fuentes diversas que pueden aportar información relevante sobre el grado en que se han cumplido los objetivos del programa

Al evaluar los resultados del programa la descripción del Indicador 38 muestra la diversidad de fuentes de información y la riqueza de los documentos que aportaron datos para valorar los logros del programa. De esta manera, los argumentos que exponemos en el apartado 6.3.4, basados en el análisis correspondiente de cada fuente de información, para determinar el grado de logro de cada uno de los objetivos nos permitió valorar positivamente los resultados obtenidos por la realización del programa y determinamos que los objetivos planteados fueron alcanzados satisfactoriamente. A partir de las evidencias presentadas concluimos que el indicador se ha cumplido.

Indicador 2. Se recurre a técnicas variadas de recogida de datos para determinar la contribución del programa en la producción de nuevos conocimientos así como en la actualización y profundización de conocimientos previamente obtenidos

Como lo hemos mencionado en reiteradas ocasiones la variedad de técnicas de recogida de información ha quedado evidenciada en el marco metodológico detallado en la

Capítulo III, en el trabajo empírico descrito en el Capítulo IV y en su análisis detallado en el Capítulo V. Asimismo, hemos destacado la relación existente entre cada fuente de información con los objetivos del programa de formación. Por lo tanto, concluimos que este indicador se ha cumplido.

Indicador 3. Las técnicas e instrumentos utilizados para decidir sobre el impacto del programa son adecuados a las características de los conocimientos y capacidades aprendidas

En el Capítulo III explicamos las fuentes de recogida de información utilizadas y las técnicas de análisis que empleamos para el tratamiento de los datos pertinentes a las fases de puesta en práctica. Los planeamientos, las evaluaciones escritas y los reportes de observación constituyen la fuente de información para determinar el impacto del programa de formación en la práctica docente de los profesores; cómo el aprendizaje adquirido y las capacidades desarrolladas influyen en su desempeño diario. Estos documentos fueron valorados a partir de la reflexión que hicimos sobre las prácticas de enseñanza y las características óptimas que deberían tener los planeamientos y las evaluaciones escritas según las directrices curriculares. Las funciones, variables y características de las tareas fueron el foco de nuestra reflexión. De esta manera, concluimos que este indicador se cumple.

6.4.2 Desempeño profesional de los participantes

Este criterio se refiere a los efectos del programa en los participantes y su contexto. Evalúa la adecuación de los elementos considerados para valorar si los participantes han aplicado los conocimientos aprendidos en su quehacer diario y cómo la formación recibida repercute en su desempeño profesional. Consideramos tres indicadores para valorar este criterio.

Indicador 4. Se especificaron, de modo claro y preciso, los criterios y las referencias para valorar el efecto del programa en el desempeño profesional

Mediante los indicadores sobre las características óptimas del planeamiento y de las evaluaciones escritas según las directrices curriculares y las categorías de observación vinculadas con las nociones y elementos clave del currículo tratados en el curso-taller, contamos con un sistema preciso, claro y completo para identificar y documentar las actuaciones de los participantes en su contexto laboral y determinar el grado de

implicación de la formación recibida en la mejora de su competencia profesional para promover y evaluar la competencia matemática escolar.

Además, la pauta de evaluación que adaptamos con seis indicadores permitió evaluar el curso-taller en una de las cuatro dimensiones de la calidad que hemos mencionado a lo largo de este informe: impacto.

Consideramos que estos sistemas de valoración confirman el cumplimiento de este indicador.

Indicador 5. Se consideran las condiciones de las instituciones educativas en la valoración de los cambios como resultado de la formación recibida

Como mencionamos en el trabajo empírico descrito en el Capítulo IV la selección de los profesores observados obedece a su desempeño durante el curso-taller y la actitud que mostraron a lo largo de este. De los cuatro profesores escogidos uno trabaja en un colegio público y los otros tres en colegios privados. El tipo de colegio condiciona el uso del currículo oficial, por lo que para valorar los cambios como resultado de la formación recibida consideramos las directrices de organización y funcionamiento internas de cada una de las instituciones educativas en las que laboran los profesores seleccionados. Por ejemplo, en el Capítulo V señalamos diferencias significativas en el abordaje y diseño de los planeamientos según las normas oficiales de cada colegio. A partir de las evidencias descritas concluimos que este indicador se ha cumplido.

Indicador 6. Se identifican aspectos relacionados con el cumplimiento de expectativas y la satisfacción general con el programa

Ampliar y profundizar el concepto de tarea, considerar las variables de tarea, seleccionar tareas según las funciones que desempeñan y el nivel de complejidad y diseñar tareas para desarrollar y evaluar la competencia matemática escolar de los alumnos fueron algunos cambios que los informantes consideraron apropiados para introducir en sus prácticas docentes.

A partir del análisis de las prácticas de aula de los profesores observados podemos afirmar que aunque todos los profesores consideran las disposiciones curriculares para planificar y llevar a cabo su quehacer docente, el nivel de reflexión que hacen los profesores que participaron en el curso sobre los elementos a considerar para la organización de la lección es superior al análisis con el que aborda la profesora que no participó en la

experiencia formativa dichos aspectos. Por ejemplo, el conocimiento de la profesora sobre la realización de procesos matemáticos en el aula para apoyar el desarrollo de la competencia matemática de los estudiantes es muy parecido al conocimiento que manifestaban los profesores al inicio del curso-taller.

En términos generales, los profesores son conscientes del desarrollo profesional vivido, pues así lo expresaron en las reflexiones finales del curso y también lo evidenciaron durante las jornadas de seguimiento en los centros, cuando explicaban y justificaban las planificaciones realizadas y las sesiones que impartían. A partir de las evidencias descritas concluimos que este indicador se ha cumplido.

6.4.3 Balance de la evaluación de la puesta en práctica

Por medio de evidencias precisas hemos reflexionado sobre los indicadores que conforman los dos criterios que describen la evaluación de la puesta en práctica de nuestro programa de formación. A continuación discutimos la evaluación realizada según los siguientes puntos.

- *Aprendizaje de los participantes.* Con este criterio determinamos el alcance de los objetivos de formación planificados en el programa. A partir de las evidencias presentadas determinamos que se han cumplido los tres indicadores que lo conforman. Concluimos que la variedad de técnicas para recoger la información, su ajuste a las características de los conocimientos y capacidades aprendidas, su riqueza y relevancia permiten determinar la trascendencia de los cambios en el conocimiento didáctico, en las capacidades y en las actitudes de los profesores participantes en el curso-taller, sobre la selección y el diseño de tareas para promover y evaluar la competencia matemática, a sus prácticas de aula.
- *Desempeño profesional de los participantes.* Con este criterio determinamos la adecuación de los elementos considerados para valorar la puesta en práctica del programa. Las evidencias aportadas confirman el cumplimiento de los tres indicadores que conforman este criterio. Por lo tanto podemos afirmar que: (1) los criterios y las referencias para valorar el efecto del programa en el desempeño profesional de los participantes son claros y precisos; (2) se consideran las condiciones de las instituciones educativas en la valoración de los cambios en la competencia profesional sobre el diseño y la selección de tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar como resultado de la formación

recibida; (3) se identifican aspectos relacionados con el cumplimiento de expectativas y la satisfacción general con el programa

En síntesis, nuestro programa de formación cumple satisfactoriamente todos los indicadores analizados para evaluar su puesta en práctica. La evaluación realizada nos permite confirmar la correspondencia y ajuste satisfactorios de la planificación y la implementación, con la puesta en práctica del programa según lo previsto. Por lo tanto, valoramos positivamente el grado de implicación de la formación recibida en la mejora de la competencia profesional de los participantes para promover y evaluar la competencia matemática escolar mediante el reconocimiento de fuentes acertadas y criterios adecuados para valorar la puesta en práctica del programa de formación.

6.5 Análisis de la validez de la evaluación del programa de formación

Tras revisar la literatura, en el Capítulo II concluimos que la evaluación de nuestro programa formativo resulta de una combinación de enfoques: orientación a los objetivos, centrada en la valoración de la medida en la que se satisficieron las expectativas planificadas, y orientación a los participantes, focalizada en la valoración de los resultados formativos alcanzados en los profesores que siguieron el curso-taller. En los apartados precedentes, hemos detallado las evidencias que constatan la valoración positiva de ese programa desde ambas ópticas.

Además, la validez de la evaluación realizada se sustenta en los criterios, focos y fases establecidos en la literatura por expertos reconocidos. En primer lugar, hemos seguido el enfoque de Pérez-Juste (2006), que propone una visión global de la calidad de un programa cuyo desarrollo ocurre en tres etapas: inicial, formativo y final. Nuestra evaluación ha seguido ese esquema, centrado en la fases de planificación (diseño y justificación del curso-taller), implementación (la puesta en marcha de este y la aplicación de instrumentos de recogida de información) y conclusión (lo alcanzado por los profesores participantes y el modo en el que lo aplicaron en su práctica docente).

Por otro lado, Kirkpatrick (2006) propone cuatro niveles de evaluación, que establecen focos prioritarios de valoración. El nivel 1 (reacción), se refiere a la medida de satisfacción de los profesores con el curso-taller. Los indicadores 20, 25, 33, 34 y 42 todos satisfechos, evidencian la superación de este. El nivel 2 (aprendizaje), se centra en los logros formativos alcanzados, y la presencia de los indicadores 38, 39, 40 y 41 unido al análisis de logros alcanzados (§6.3.4), constata su superación. El nivel 3 (conducta), se

refiere al grado en que los participantes aplicaron lo aprendido durante la experiencia de formación cuando regresan a su entorno de trabajo. La presencia de los indicadores sobre el impacto del programa corrobora su cumplimiento. El nivel 4 (Resultados) se refiere al grado en que los resultados planificados ocurrieron como consecuencia de la experiencia de aprendizaje. Consideramos que la evaluación en conjunto de las cuatro fases del programa de formación confirma su cumplimiento.

Finalmente, Mahrer (2012) propone llevar a efecto una metaevaluación una vez finalizada la evaluación propiamente dicha, mediante cuatro criterios ya presentados (§2.4.1). El criterio de factibilidad lo hemos satisfecho, toda vez que el curso-taller se completó con éxito (indicadores del 21 al 37). El segundo criterio, utilidad, también se ha constatado pues la información obtenida en la fase de evaluación de resultados es de ayuda para los participantes (indicadores del 38 al 46). El criterio de legalidad lo hemos cumplido en cuanto el programa de formación ocurrió en correspondencia con estructuras legales y éticas (indicador 18). El cuarto criterio, calidad técnica, también se confirmó al evidenciarse claridad de los objetivos y la coherencia entre los diferentes componentes del programa de formación (indicadores 7, 8, 9 y 10).

CAPÍTULO VII

CONCLUSIONES

Nuestro estudio consiste en la evaluación de un programa de formación diseñado e implementado con el propósito de desarrollar y mejorar la competencia profesional de los profesores costarricenses de matemáticas de secundaria para seleccionar y diseñar tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar. La investigación considera los cambios en el conocimiento didáctico, las capacidades y las actitudes de los profesores participantes sobre esta temática como resultado de una experiencia de desarrollo profesional.

En este capítulo sintetizamos los aprendizajes de los profesores de matemáticas en ejercicio que determinamos a partir de los hallazgos de la investigación y describimos el desarrollo profesional programado en términos de dichos aprendizajes. Primero, presentamos una discusión general de los resultados del estudio. Luego, evaluamos y argumentamos el logro de los objetivos de la investigación para después, exponer las conclusiones generales derivadas de los resultados del estudio. Posteriormente, identificamos los aportes de nuestra investigación al desarrollo profesional de los profesores de matemáticas y reconocemos las limitaciones del estudio. Finalmente, sugerimos algunas líneas de continuidad.

7.1. Discusión sobre los resultados del estudio

El currículo de matemáticas de la reforma educativa de Costa Rica propone un compendio completo de principios, fundamentos, propósitos, conceptos y matices importantes que son expuestos de manera detallada, para tratar de impulsar con criterio la formación matemática de los estudiantes de ese país. Asimismo, explica la terminología necesaria para manejarlo, sus prioridades e innovaciones y recomendaciones para su desarrollo posterior. También se han incluido secciones dedicadas a desarrollar la praxis de esta propuesta, con numerosos ejemplos que serán de gran utilidad para el profesorado. Al ser un currículo funcional que propone como prioridad formativa el desarrollar estudiantes competentes, constituye, en sí mismo, una marcada implicación, un reto y un complejo compromiso de futuro.

Sin embargo, las debilidades que arrastran los profesores costarricenses en su formación inicial atenta con la implementación del nuevo currículo; a pesar de tener claridad en la finalidad de las disposiciones curriculares, los profesores evidencian dificultades para integrar las diferentes nociones tratadas en el currículo. De esta manera, el desempeño profesional y la calidad de la formación docente son objetos de observación y la existencia

de procesos continuos de capacitación una necesidad prioritaria; particularmente en la formación en contenidos matemáticos y su didáctica.

Las conceptualizaciones desarrolladas y las actividades realizadas durante el programa de formación que realizamos en esta investigación, aportaron a los profesores participantes las explicaciones pertinentes para que comprendieran las condiciones que, como promotores de la competencia matemática, debieran satisfacer. Además, brindaron a los profesores un marco de referencia común para reflexionar sobre sus propias prácticas docentes, particularmente, marcaron un camino para elaborar tareas que atendieran el desarrollo y la evaluación de la competencia matemática escolar. De esta manera, les permitió proyectar la pertinente aplicación de los conocimientos desarrollados y, por consiguiente, la modificación de sus prácticas actuales en consonancia con la reforma curricular.

Con la descripción de los cambios en los conocimientos didácticos, capacidades y actitudes que evidenciaron los profesores, mediante contraste entre el estado inicial y el estado final de estas componentes, pusimos de manifiesto un avance en el desarrollo de una dimensión clave de su competencia profesional. El marco analítico, reflexivo y sistemático que aportamos a los profesores les permitió tanto revisar y estructurar sus conocimientos didácticos, capacidades y actitudes, sobre la selección y el diseño de tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar, como avanzar en su desarrollo y profundización.

La evolución de los conocimientos didácticos de estos profesores se ilustra en el tránsito entre el desconocimiento de la noción de tarea, según las directrices curriculares, al diseño de tareas que vinculan las nociones básicas del currículo, la justificación de esta vinculación, y la organización de la lección a partir de la relación directamente proporcional entre los diferentes niveles de complejidad en los problemas matemáticos y las oportunidades para realizar procesos matemáticos.

Los profesores evidenciaron y manifestaron mejora en su conocimiento sobre la noción de competencia como componente curricular, y ampliaron su comprensión del modelo funcional del aprendizaje matemático como base del currículo y de la utilidad de los conceptos considerados en este. Además, expresaron la importancia de potenciar el aprendizaje de sus alumnos y, profundizaron en el conocimiento sobre tareas matemáticas escolares y su función en los procesos de planeamiento, aprendizaje de sus alumnos y

organización del trabajo docente. Asimismo, adquirieron conocimientos para incluir tareas matemáticas que promuevan y evalúen la competencia matemática en su acción de aula; particularmente cuentan con herramientas teóricas y prácticas para diseñar tareas que promuevan y valoren esa expectativa curricular.

La participación activa de los profesores durante las actividades del programa de formación, así como las interacciones entre ellos y su disposición permanente de compartir conocimientos y estrategias durante la realización del programa de formación y posterior a este, evidencian su progreso en la capacidad para ser profesores reflexivos sobre sus prácticas de aula y las de sus colegas. Igualmente, manifestaron cambios en sus actitudes referentes a la motivación para aplicar lo aprendido en el aula y compartir la experiencia formativa con otros profesores.

La exploración sobre el impacto de los cambios en los conocimientos didácticos, las capacidades y las actitudes relacionadas con el diseño y la selección de tareas matemáticas nos permite afirmar que la potencialidad de los cambios experimentados por los profesores participantes de la experiencia de desarrollo profesional permitirá mejorar y desarrollar la alfabetización matemática de sus alumnos.

Finalmente, la participación voluntaria de los profesores al programa de formación como experiencia profesional que surge de haber identificado la necesidad de adquirir conocimiento sobre los temas y conceptos discutidos, y su satisfacción con los cambios manifestados a través de la experiencia formativa, hacen al programa de formación que diseñamos e implementamos un recurso efectivo de desarrollo profesional.

Es importante subrayar el papel del trabajo de Caraballo (2014) para el desarrollo de nuestra investigación. Ambos estudios consideran los aprendizajes de profesores de matemáticas en Educación Secundaria en ejercicio como resultado de una experiencia de desarrollo profesional, en el contexto de una reforma curricular. Por las similitudes, tanto contextuales como en los propósitos que persiguen, el trabajo de Caraballo ha constituido el referente teórico y metodológico para nuestro estudio; favoreciendo así el logro de los objetivos de formación programados.

Es de esperar que los resultados también sean similares. Los participantes en el programa de formación diseñado e implementado por Caraballo evidenciaron progreso en su conocimiento didáctico, y adquirieron capacidades y conocimientos relacionados con el

conglomerado de sus competencias profesionales sobre: currículo, enseñanza, diagnóstico del aprendizaje evaluación, colaboración y desarrollo profesional.

No obstante, nuestro estudio da un paso más y atiende una de las líneas de continuidad sugeridas en el trabajo de Caraballo. Tomando como referente la relevancia, eficacia y eficiencia de nuestro programa de formación, prestamos atención a la evaluación posterior a la aplicación del programa, esto es, el impacto de la experiencia de desarrollo profesional. Pudimos determinar cómo el aprendizaje adquirido influye en su desempeño diario en términos de cuáles de los cambios en los conocimientos didácticos, capacidades y actitudes que evidencian los profesores pueden relacionarse con la experiencia de desarrollo profesional.

Para Tejada y Ferrández (2012) es sumamente importante medir la cantidad de aprendizaje que está siendo utilizado en los centros educativos y no limitarse a medir la cantidad de aprendizaje adquirido al término del programa, puesto que este nivel de evaluación ofrece al programa la oportunidad de demostrar su valía para las instituciones educativas, al mismo tiempo que referencia la transferencia del aprendizaje al centro de trabajo, es decir, cómo los participantes en la formación ponen en práctica los aprendizajes alcanzados.

En este orden de ideas, consideramos a la formación como una estrategia de desarrollo de competencias profesionales que requiere de un conjunto de variables, factores y criterios propiciadores de la transferencia de los aprendizajes adquiridos. Así, creemos que se debe insistir en el impacto de la formación al evaluar la efectividad de programas orientados al desarrollo profesional de sus participantes.

7.2. Evaluación del logro de los objetivos de investigación

La interrelación entre los cambios introducidos con la reforma curricular de las Matemáticas en Costa Rica nos permitió identificar tres focos principales que orientaron el desarrollo de esta investigación. De las implicaciones de estos focos reconocimos tres campos de problemas que concretamos en seis preguntas de investigación. Dichas preguntas orientaron el objetivo general: evaluar la calidad de un programa de formación dirigido a promover y desarrollar la competencia profesional de los profesores de matemáticas en ejercicio en el diseño y la selección de tareas para el desarrollo y la evaluación de la competencia matemática de los escolares de educación secundaria. Este

objetivo se desglosó en seis objetivos específicos. A continuación, describimos las preguntas de investigación planteadas y los objetivos específicos asociados a ellas.

Las dos primeras preguntas de investigación que planteamos fueron las siguientes: (1) ¿Qué conocimientos, matemáticos y didácticos, requieren los profesores de matemáticas de secundaria para promover y evaluar de modo competente el desarrollo de la competencia matemática de los alumnos? y (2) ¿Qué requisitos debe satisfacer un curso-taller para atender a estos requerimientos?

Con estas preguntas pretendíamos describir y atender los requerimientos conceptuales y curriculares necesarios para diseñar e implementar una experiencia de desarrollo profesional centrada en la selección y diseño de tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar. Estos requerimientos fueron establecidos considerando la estructura curricular vigente y la consulta a estudios e investigaciones acreditadas y actuales. En la valoración del curso-taller hemos considerado el alcance con que se cumplieron estas condiciones.

Estas cuestiones fueron abordadas mediante los primeros dos objetivos específicos:

- Caracterizar tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática básica escolar, a partir de los lineamientos establecidos por la reforma curricular de las Matemáticas en Costa Rica.
- Caracterizar la competencia profesional de los profesores de matemática, en término de los conocimientos didácticos, las capacidades y las actitudes necesarias para el diseño y la selección de tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar.

Con el primer objetivo caracterizamos las tareas que promueven y evalúan la competencia matemática escolar considerando la normativa curricular vigente. Con el segundo objetivo aplicamos las directrices curriculares para caracterizar el conocimiento didáctico, las capacidades y actitudes que los profesores en ejercicio necesitan adquirir, desarrollar y ampliar para la selección y el diseño de tareas orientadas a promover y evaluar la competencia matemática escolar en sus alumnos.

Las siguientes tres preguntas de investigación que planteamos fueron: (1) ¿Qué cambios en el conocimiento didáctico en cuanto al diseño y selección de tareas matemáticas escolares ocurren como resultado de la experiencia de desarrollo profesional concretada

en el curso-taller? (2) ¿Qué aprendizajes profesionales pueden asociarse con estas experiencias? y (3) ¿Cómo se identifican y documentan estos cambios?

Con estas preguntas consideramos los aspectos relacionados con el aprendizaje de los profesores en términos del conocimiento didáctico adquirido, de las capacidades desarrolladas y de la promoción de actitudes durante el curso-taller como experiencia de desarrollo profesional.

Estas cuestiones fueron abordadas mediante los siguientes tres objetivos específicos:

- Describir los mecanismos y argumentos con que los profesores implementan el enfoque del currículo costarricense de matemáticas en su actividad docente, particularmente aquellos relacionados con las competencias profesionales de planificación de la enseñanza y evaluación de los aprendizajes escolares.
- Describir el progreso en la competencia profesional para diseñar y seleccionar tareas matemáticas escolares como resultado de la implementación de un programa de formación que atiende el marco conceptual de la reforma curricular de las Matemáticas en Costa Rica.
- Explicar la implicación del programa de formación implementado para el desarrollo de la competencia profesional de los profesores en sus prácticas de aula.

Con el primer objetivo describimos el desempeño de los profesores en el curso-taller en términos de la selección y el diseño de tareas. Con el segundo objetivo detallamos el desarrollo del conocimiento didáctico, las capacidades y las actitudes de los profesores con base en su desempeño durante la experiencia de desarrollo profesional. Con el tercer objetivo explicamos cómo el aprendizaje adquirido influye en el desempeño diario de los profesores y cuáles de los cambios en los conocimientos didácticos, capacidades y actitudes que evidencian pueden relacionarse con la experiencia de desarrollo profesional.

La última pregunta de investigación que planteamos fue: ¿Cómo los profesores enfocan, aplican y gestionan en la práctica los conceptos aprendidos, las capacidades desarrolladas y actitudes promovidas durante la experiencia en el curso-taller para diseñar tareas orientadas al desarrollo y la evaluación de la competencia matemática?

Con esta pregunta valoramos el desarrollo alcanzado por los profesores en términos de su competencia profesional sobre selección y diseño de tareas para promover y evaluar la competencia matemática escolar. Esta competencia se mostró en la aplicación y el uso de

esos conocimientos, capacidades y actitudes tanto en la experiencia de desarrollo profesional como en la actividad docente de los profesores tras finalizar el curso-taller.

Esta cuestión fue abordada mediante el último objetivo específico:

- Evaluar la calidad del programa de formación implementado para el desarrollo de la competencia profesional de los profesores.

Con este objetivo evaluamos la calidad del programa de formación en conjunto, en las cuatro dimensiones consideradas: relevancia, eficacia, eficiencia e impacto. De su relevancia dio cuenta el grado en que el programa de formación resultó oportuno a los requerimientos y expectativas del entorno, sus participantes y el contexto de aplicación. De su eficacia dio cuenta el grado de logro de los objetivos de formación propuestos para el curso-taller. De su eficiencia dio cuenta el grado de viabilidad de la puesta en práctica del programa de formación mediante la utilización y la optimización de los medios y las circunstancias de aplicación. De su impacto dio cuenta el grado de implicación del programa de formación en la aplicación de lo aprendido.

A continuación, detallamos el grado y modo en que dimos consecución a los objetivos específicos y reflexionamos sobre el cumplimiento del objetivo general.

Evaluación del primer objetivo específico

En el Capítulo I enfatizamos la importancia de introducir la noción de competencia como elemento del currículo costarricense de matemáticas y las disposiciones curriculares respecto a su promoción y evaluación. Con el marco curricular como referencia discutimos que toda reforma curricular implica una reestructuración de las prácticas docentes, y que su éxito o fracaso depende de que los profesores en ejercicio conozcan su alcance, se apropien de sus directrices y las pongan en práctica en el aula (Hall y Hord, 2001; Leander y Osborne, 2008; Luttenberg, Van Veen e Imants, 2013).

De esta manera, argumentamos que concretar y llevar a la práctica una reforma curricular exige formación del profesorado. En el Capítulo II complementamos dicho argumento con los beneficios de experiencias de desarrollo profesional para alcanzar estos propósitos y reflexionamos acerca de cómo estas experiencias contribuyen a mejorar el conocimiento didáctico, las capacidades y las actitudes, constituyentes de la competencia profesional de los profesores (Castro, 2008; Clarke, 2008; Demonte, 2013; Fullan, 2005a; Fullan, 2005b; Gil, 1999).

Igualmente, en los dos primeros capítulos explicamos ampliamente la importancia de las tareas en el desarrollo de la competencia matemática escolar y el papel decisivo que desempeña su selección por parte de los profesores (Boston y Smith, 2009; Hiebert y Wearne, 1997; Henningsen y Stein, 1997; Kilpatrick, 2001; Niss, 2011; Steketee y McNaught, 2007; Sullivan, Clarke y Clarke, 2013).

En el Capítulo II definimos tarea matemática escolar como toda demanda estructurada de actuación cognitiva propuesta al estudiante, que requiere su reflexión sobre el uso de las matemáticas, y que el profesor presenta intencionalmente como un medio para el aprendizaje o como una herramienta de evaluación (Caraballo, 2014). El marco teórico de la reforma curricular orientó nuestro concepto de tarea matemática escolar y enfatizó el rol preponderante de las tareas en el desarrollo y evaluación de la competencia matemática.

En este sentido, caracterizamos las tareas matemáticas escolares en términos de las variables que las constituyen: contenido, habilidades, contexto y complejidad; y de acuerdo con la función que cumplen en una secuencia de aprendizaje. Así, afirmamos que las tareas matemáticas escolares deben responder a los objetivos de formación planteados, a las habilidades matemáticas específicas y a los distintos contenidos en contextos diversos y mediante diferentes sistemas de representación. De igual forma, deben plantear demandas cognitivas de diferentes niveles de complejidad, mediante situaciones y contextos variados.

Por lo tanto, consideramos haber caracterizado tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática básica escolar, a partir de los lineamientos establecidos por la reforma curricular de las Matemáticas en Costa Rica. Declaramos cumplido el primer objetivo de la investigación.

Evaluación del segundo objetivo específico

En el Capítulo I reflexionamos acerca del compromiso que tienen los profesores de suministrar a los alumnos oportunidades para que consoliden conocimientos y desarrollen las competencias básicas que establece el currículo, y la responsabilidad de hacer útiles y eficaces estas herramientas para enfrentar multitud de cuestiones y problemas en la vida cotidiana. Bajo esta perspectiva, el profesor cumple un rol determinante en los ajustes necesarios para asumir las reformas curriculares y ponerlas en práctica, lo cual requiere por su parte, del desarrollo de su competencia profesional.

En el Capítulo II destacamos la importancia de las tareas matemáticas escolares en la labor diaria de los profesores y cómo se manifiestan en todas las fases del proceso de enseñanza y aprendizaje. De esta manera, consideramos las tareas como el principal vehículo para promover el desarrollo de las competencias básicas en los alumnos y es el profesor quien debe ser capaz de planificar actividades que tengan el potencial de crear estas oportunidades de aprendizaje. Asimismo, argumentamos que el conocimiento que tiene un profesor se refleja en la manera como selecciona, elabora y usa las tareas en la sala de clase (Carrión, 2007; Chapman, 2013; Lupiáñez, 2009; Real, Segovia y Ruiz, 2013; Sanni, 2012; Sullivan, Clarke y Clarke, 2013).

Comprendemos que las actividades de desarrollo profesional son medios para ofrecer a los profesores conocimiento especializado que pueda apoyar la selección, el diseño y el uso efectivo de tareas, esto es, traducir una tarea en una experiencia significativa de aprendizaje para los alumnos. Conceptuamos el desarrollo profesional de los profesores de matemáticas como la evolución del conjunto de competencias que poseen para desempeñarse de manera eficaz. Implícito en el desarrollo profesional de los profesores de matemáticas está la adquisición de conocimientos, el logro de nuevas capacidades, el cambio en las actitudes y la mejora en las prácticas de aula (Clarke, 1991; Guskey, 2002; Schoenfeld, 1998; Sowder, 2007).

Diversas investigaciones señalan que existe la necesidad de que los profesores posean diversas competencias para llevar a cabo su labor docente en matemáticas (Ball, Lubenski y Mewborn, 2001; Borko y Putnam, 1995; Dhörmann, Kaiser y Blömeke, 2012; Niss, 2011; Phillip, 2007; Sherin, 2002). Entendemos que la competencia profesional de los profesores es establecida por la cualificación de sus conocimientos disciplinares y didácticos, sus capacidades de actuación y gestión en los procesos de metacognición y autorregulación, y sus actitudes y creencias hacia las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, todos ellos modulados y condicionados mediante la experiencia alcanzada (Lupiáñez, 2009 y 2013; Rico y Lupiáñez, 2008).

En nuestro estudio nos centramos en algunas de esas dimensiones de la competencia profesional: el conocimiento didáctico, la capacidad para diseñar y seleccionar tareas que permitan desarrollar y evaluar la competencia matemática escolar y las actitudes sobre su práctica docente (PREMCR, 2015). En el curso-taller que diseñamos e implementamos para este estudio hemos trabajado mediante el conjunto de conocimientos, capacidades y

actitudes que los profesores ponen en juego para diseñar y seleccionar tareas dirigidas a promover y evaluar la competencia matemática escolar.

Para analizar e interpretar los cambios en el conocimiento didáctico y en las capacidades de los profesores durante la experiencia formativa, aplicamos un sistema de categorías procedentes del análisis didáctico, desde su función profesional (Rico, Lupiáñez y Molina, 2013). En el Capítulo III presentamos el sistema de categorías de los análisis cognitivo y análisis de instrucción, que seleccionamos para analizar las tareas elaboradas por los profesores en términos de actuaciones específicas. Asimismo, los cambios en las actitudes de los profesores fueron interpretados a partir de las evidencias de actuación, a favor o en contra, al seleccionar y diseñar tareas para promover y evaluar la competencia matemática escolar.

Por lo tanto, consideramos que los marcos escogidos como referencia para caracterizar la competencia profesional de los profesores de matemática, en términos de los conocimientos didácticos, las capacidades y las actitudes necesarias para el diseño y la selección de tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar, permite afirmar la consecución del segundo objetivo específico.

Evaluación del tercer objetivo específico

En el Capítulo V describimos, ejemplificamos y explicamos los mecanismos y argumentos con los que los profesores justificaron las tareas seleccionadas o diseñadas en los seis trabajos no presenciales completados en el curso-taller para promover y evaluar la competencia matemática de sus alumnos. También mostramos la aplicación de los indicadores del análisis didáctico en el análisis de estos trabajos.

Los trabajos completados evidenciaron que los profesores, a medida que se vieron involucrados en la conceptualización de las variables de tarea, la caracterización de tareas de acuerdo con la función que cumplen en una secuencia de aprendizaje, y su aplicación práctica, manifestaron progreso en su comprensión del marco conceptual de la reforma curricular, en su capacidad para aplicarlo en el análisis de tareas con las que promover y evaluar la competencia matemática escolar y en su conocimiento didáctico sobre la selección y el diseño de tareas adecuadas.

Con las descripciones y explicaciones aportadas sobre los mecanismos y argumentos con que los profesores analizaron, seleccionaron y diseñaron tareas para promover y evaluar

la competencia matemática escolar confirmamos el logro del tercer objetivo específico de la investigación.

Evaluación del cuarto objetivo específico

En el Capítulo III expusimos cómo las fuentes de recogida de información que utilizamos y su posterior análisis atendieron los cambios experimentados por los profesores participantes del curso-taller en su conocimiento didáctico, sus capacidades y actitudes para seleccionar y diseñar tareas que promuevan y evalúan la competencia matemática escolar. En el Capítulo IV describimos el curso-taller que planificamos e implementamos para atender la necesidad específica de formación de los profesores costarricenses de matemáticas de secundaria en la selección y diseño de tareas matemáticas escolares que habíamos identificado previamente. En el Capítulo VI valoramos los resultados del programa de formación mediante la reflexión crítica de los indicadores pertinentes para tal propósito.

Del análisis de las producciones que hemos realizado determinamos que los profesores participantes: (1) profundizaron en los aspectos teóricos y prácticos del curso-taller y mejoraron su conocimiento didáctico gradualmente; (2) adquirieron conocimientos que les permitieron caracterizar las tareas matemáticas escolares de acuerdo con las variables que las definen, enlazarlas justificando esa conexión y eventualmente, elaborar tareas; (3) desarrollaron conocimientos que les permitieron valorar las funciones de las tareas matemáticas escolares según caracterizadas y conceptuadas para tales propósitos; (4) proyectaron la aplicación del concepto de tarea matemática escolar desarrollado en el curso-taller en sus prácticas de aula; (5) cumplieron las expectativas que se trazaron al inicio de la experiencia formativa en cuanto al análisis, selección y diseño de tareas como medio para promover y evaluar la competencia matemática escolar; (6) lograron replantearse sus prácticas de aula y adquirieron herramientas para su mejora; (7) modificaron su actitud inicial y su disposición para aplicar lo aprendido en el aula valorando así el curso-taller como estrategia efectiva de desarrollo profesional.

De acuerdo con los resultados valorados determinamos que los profesores participantes evidenciaron progreso en su conocimiento didáctico, capacidades y actitudes, durante el desarrollo de las sesiones del curso-taller mediante el análisis y la comprensión del marco conceptual de la reforma curricular de las Matemáticas en Costa Rica. Estas evidencias permitieron describir el progreso en la competencia profesional para diseñar y seleccionar

tareas matemáticas escolares, cumpliendo así el cuarto objetivo específico de la investigación.

Evaluación del quinto objetivo específico

En el Capítulo III explicamos cómo las fuentes de recogida de información que utilizamos y su posterior análisis atendieron el impacto del programa de formación en la práctica docente de los profesores participantes, esto es, cómo el aprendizaje adquirido y las capacidades desarrolladas influyen en su desempeño diario. En el Capítulo IV describimos los componentes del curso-taller correspondientes a la fase de puesta en práctica de la formación recibida previamente. En el Capítulo VI valoramos el grado de implicación del programa de formación en la mejora de la competencia profesional de los participantes para promover y evaluar la competencia matemática escolar mediante la reflexión crítica de los indicadores pertinentes para tal propósito.

Del análisis de las fuentes de información que hemos realizado determinamos la trascendencia de los cambios en el conocimiento didáctico, en las capacidades y en las actitudes de los profesores participantes en el curso-taller, sobre la selección y el diseño de tareas para promover y evaluar la competencia matemática, a sus prácticas de aula. De esta manera, podemos confirmar la correspondencia y ajuste satisfactorios de la planificación y la implementación, con la puesta en práctica del programa según lo previsto.

Estas evidencias permitieron explicar la implicación del programa de formación implementado para el desarrollo de la competencia profesional de los profesores en sus prácticas de aula, cumpliendo así el quinto objetivo específico de la investigación.

Evaluación del sexto objetivo específico

En el Capítulo VI dimos cuenta de la evaluación del programa de formación en sus cuatro fases: planificación, implementación, resultados y puesta en práctica. Con la evaluación de la fase de planificación determinamos que el curso-taller recogió los elementos indispensables para su puesta en marcha de manera efectiva así como las decisiones que tomamos para lograrlo. Con la evaluación de la fase de implementación probamos la concordancia entre las dos primeras fases al no identificar desajustes entre lo planificado y lo implementado. Por consiguiente, valoramos positivamente los resultados obtenidos por la realización del curso-taller y determinamos que los objetivos de formación planteados fueron alcanzados satisfactoriamente. Con la evaluación de la fase de puesta

en práctica valoramos positivamente el grado de implicación de la formación recibida en la mejora de la competencia profesional de los participantes sobre la selección y el diseño de tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar. De esta manera, determinamos que el programa de formación implementado cumplió las dimensiones de calidad establecidas.

Por tanto, afirmamos haber evaluado la relevancia, la eficacia, la eficiencia y el impacto del programa de formación implementado para el desarrollo de la competencia profesional de los profesores, atendiendo la promoción y evaluación de la competencia matemática escolar. Afirmamos también haber cumplido el sexto objetivo específico de la investigación.

Evaluación del objetivo general

Mediante el análisis de las producciones en forma de documentos y la observación del desempeño de los participantes, tanto en la experiencia de desarrollo profesional como en la actividad docente de los profesores tras finalizar el curso-taller, determinamos en qué medida los profesores participantes mejoraron su conocimiento didáctico, sus capacidades y actitudes sobre la selección y el diseño de tareas para promover y evaluar la competencia matemática escolar como resultado de las actividades desarrolladas durante el curso-taller.

La evaluación de las fases de planificación, implementación, resultados y puesta en práctica evidenciaron el cumplimiento de los criterios de calidad en nuestro programa de formación para las cuatro dimensiones consideradas: relevancia, eficacia, eficiencia e impacto.

Por lo tanto, concluimos que se ha alcanzado el objetivo general de nuestra investigación y estamos en disposición de articular unas conclusiones generales de la misma.

7.3. Conclusiones generales del estudio

El programa de formación que diseñamos e implementamos proporcionó a los profesores participantes un marco reflexivo común para analizar sus prácticas docentes pero especialmente para elaborar tareas que atendieran el desarrollo de la competencia matemática escolar. Asimismo, las herramientas que facilitamos permitieron que las ideas emergentes pudieran ubicarse en el aula y guiaron la proyección de la oportuna aplicación de los conceptos aprendidos y, en consecuencia, la modificación de sus prácticas actuales.

A continuación detallamos las conclusiones que se derivan del estudio y que están asociadas a las preguntas y objetivos de investigación planteados.

1. Los conocimientos requeridos por los profesores de matemáticas de secundaria para promover y evaluar la competencia matemática escolar se ajustaron a los aspectos conceptuales que articulan la reforma curricular de las Matemáticas en Costa Rica. Las conceptualizaciones desarrolladas y las actividades realizadas en el curso-taller aportaron a los profesores participantes las explicaciones pertinentes para que comprendieran las condiciones que, como promotores de la competencia matemática, debieran cumplir.
2. El marco analítico, reflexivo y sistemático que aportamos a los profesores participantes del curso-taller les permitió tanto revisar y estructurar sus conocimientos como avanzar en su desarrollo y profundización.
3. Los profesores participantes adquirieron conocimientos, desarrollaron capacidades y mejoraron sus actitudes para seleccionar y diseñar tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar a partir de los requerimientos curriculares. De esta manera, afirmamos que la competencia profesional alcanzada por los profesores participantes se evidencia de la siguiente manera:
 - a) *Conocimientos adquiridos.* Los profesores mejoraron su conocimiento sobre la noción de competencia como componente curricular y las implicaciones pedagógicas de la reforma curricular de los programas de matemática para su práctica docente. Además, comprendieron la noción de tarea matemática escolar a partir de las variables que la caracterizan y su función en los procesos de planificación, aprendizaje de sus alumnos y organización del trabajo docente.
 - b) *Capacidades desarrolladas.* Los profesores participantes desarrollaron la capacidad de analizar, seleccionar y diseñar tareas que sean ricas matemáticamente en términos de contenido, pedagógicamente en términos de permitir el aprendizaje de las matemáticas de manera significativa y con una comprensión profunda, y personalmente para los estudiantes en términos de su interés y necesidades de aprendizaje.
 - c) *Cambios positivos en actitudes.* Los profesores participaron activamente en las actividades realizadas durante el curso-taller; esto pone en evidencia

su actitud positiva hacia los temas y conceptos discutidos. Asimismo, manifestaron cambios en sus actitudes referentes a la motivación para aplicar lo aprendido en el aula y compartir la experiencia formativa con otros profesores.

4. La medida y dirección descritas en los cambios en el conocimiento didáctico, las capacidades y las actitudes que evidenciaron los profesores participantes, mediante contraste entre el estado inicial y el estado final de sus conocimientos, puso de manifiesto el avance en su competencia profesional para seleccionar y diseñar tareas con las cuales promover y evaluar la competencia matemática escolar.
5. Los profesores valoraron los beneficios del curso-taller como experiencia de desarrollo profesional y admitieron haber adquirido capacidades y conocimientos directamente relacionados con sus competencias profesionales sobre currículo, enseñanza y evaluación.
6. La valoración de la puesta en práctica del programa de formación evidenció que los cambios en el conocimiento didáctico, en las capacidades y en las actitudes de los profesores participantes en el curso-taller, sobre la selección y el diseño de tareas para promover y evaluar la competencia matemática, trascendieron a sus prácticas de aula.
7. Evidencias de otras investigaciones sugieren que la formación docente centrada en la competencia profesional sobre la selección y el diseño de tareas matemáticas promueve la alfabetización matemática escolar (Sullivan, Clarke y Clarke, 2013). En este sentido, afirmamos que la potencialidad de los cambios experimentados por los profesores participantes en el curso-taller permitirá mejorar y desarrollar la competencia matemática de sus alumnos.
8. La evaluación del programa de formación en su conjunto evidenció calidad en términos de su relevancia, eficacia, eficiencia e impacto. A pesar de ello reconocemos que la experiencia formativa puede mejorarse. Además, consideramos que el curso-taller puede aplicarse con el propósito de aportar herramientas que permitan a los profesores en ejercicio mejorar su competencia profesional sobre la selección y el diseño de tareas apropiadas para promover y evaluar la competencia matemática escolar.

7.4. Aportes del estudio

Nuestro estudio tiene implicaciones para la investigación sobre el desarrollo profesional de los profesores de matemáticas. Los resultados demostraron que los profesores participantes en el curso-taller incrementaron su competencia profesional para analizar, seleccionar y diseñar tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar. Asimismo, confirmaron la aplicación de lo aprendido en las aulas, lo que sugiere cambios en la práctica docente de los profesores participantes relacionados con la competencia profesional desarrollada. La valoración de los resultados obtenidos permitió identificar algunos aportes.

1. La propuesta de un modelo de curso-taller orientado a capacitar a los profesores de matemáticas en ejercicio en la selección y el diseño de tareas para promover y evaluar la competencia matemática escolar. La actividad formativa resultante puede aplicarse en otros contextos.
2. La transmisión a los profesores de matemáticas en ejercicio de argumentación efectiva sobre la necesidad de promover y evaluar la competencia matemática escolar.
3. La caracterización de las tareas matemáticas escolares en términos de las variables que las componen y según la función que cumplen en una secuencia de aprendizaje.
4. Los métodos e instrumentos de recogida de información que aportaron evidencia empírica de los cambios en el conocimiento didáctico, las capacidades y las actitudes de los profesores de matemáticas en ejercicio tras participar en una experiencia de desarrollo profesional. Asimismo, la metodología usada para comprobar la aplicación de dichos cambios en las prácticas de aula de los profesores.
5. La caracterización de la manera en la que los profesores de matemáticas en ejercicio proponen y justifican tareas para promover y evaluar la competencia matemática escolar. Esta caracterización constituyó nuestra herramienta principal para obtener información de la interpretación que los profesores realizaban sobre las tareas, sus variables y funciones.
6. La aplicación del sistema de categorías del análisis didáctico como marco teórico para contrastar, organizar y valorar las actuaciones de los profesores de matemáticas en ejercicio relacionadas con la selección y el diseño de tareas para

promover y evaluar la competencia matemática escolar. De esta manera, mostramos que el análisis didáctico es una herramienta metodológica potente para la investigación con profesores de matemáticas en ejercicio.

7. La aplicación del sistema de criterios e indicadores para evaluar la calidad del programa de formación en términos de su relevancia, eficacia, eficiencia e impacto.

7.5. Limitaciones del estudio

Reconocemos que la investigación presenta dos limitaciones principales.

1. *Grupo reducido de participantes.* Aunque la información aportada por los nueve profesores participantes en el curso-taller ha sido rica y relevante, comprendemos que con un mayor número de asistentes hubiéramos obtenido mayor variedad en los resultados y, eventualmente, los aportes serían más contrastables.
2. *Falta de correspondencia entre el cuestionario inicial y el cuestionario final.* Las preguntas incluidas en el cuestionario inicial no correspondieron en ningún caso con las preguntas en el cuestionario final de evaluación del curso-taller. La correspondencia entre ambas fuentes de información hubiese aportado información adicional reveladora sobre el cambio en las actitudes iniciales de los profesores participantes respecto a los conceptos desarrollados en el curso-taller.

Con respecto al primer punto hemos sido conscientes de que al tratarse de un análisis cualitativo no debíamos considerar representación estadística. En relación con la diferencia entre los dos instrumentos para recoger información, esta se fundamenta en la finalidad de cada uno de los instrumentos, el primero pretendía explorar el estado inicial del conocimiento de los profesores participantes, y en cuanto al segundo su finalidad era determinar la valoración general del curso-taller.

7.6. Líneas de continuidad sugeridas

En relación con los resultados evaluados y las conclusiones derivadas de estos, sugerimos las siguientes líneas futuras de investigación:

1. En una investigación más extensa, documentar el cambio en el desempeño de los escolares y determinar si la mejora en su competencia matemática puede asociarse con el desarrollo de la competencia profesional de sus profesores para seleccionar y diseñar tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar.

2. Replicar la investigación en otros contextos (con profesores de primaria, profesores en formación inicial, redactores de libros de texto, inspectores de educación) y aplicar una metodología que permita establecer la relación entre el desarrollo profesional, las prácticas de aula y el desempeño de los alumnos.
3. Analizar el impacto del programa de formación a largo plazo, cómo el aprendizaje adquirido y las capacidades desarrolladas influyen en su desempeño diario en términos de cuáles cambios relacionados con la experiencia de desarrollo profesional aportada con el curso-taller se mantienen.

Estas líneas de investigación ofrecerán la posibilidad de avanzar en el desarrollo y la mejora de la competencia profesional de los profesores de matemáticas sobre la selección y el diseño de tareas para promover y evaluar la competencia matemática escolar. También analizar la consolidación de esos cambios y su impacto en la práctica profesional a largo plazo. Finalmente, al replicar la investigación con otros sujetos puede obtenerse mucha información relevante sobre la potencialidades y limitaciones de la puesta en marcha de un reforma curricular en el área de matemáticas.

REFERENCIAS

-
- Aguayo, C. G. (2018). *El Análisis Didáctico en la formación inicial de maestros de primaria* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Aguayo-Arriagada, C. G., Flores, P. y Moreno, A. (2018). Concepto de objetivo de una tarea matemática de futuros maestros. *Bolema*, 32(62), 990-1011.
- Aleman, I., y Lara, A. (2010). Las actitudes hacia las matemáticas en el alumnado de eso: un instrumento para su medición. *Publicaciones*, 40, 49-71.
- Alfaro, A. L., Alpízar, M., Arroyo, J., Gamboa, R. e Hidalgo, R. (2004). *Enseñanza de las Matemáticas en Costa Rica: Elementos para un Diagnóstico* (Trabajo fin de grado). Universidad Nacional, Costa Rica.
- Alfaro, A. L., Alpízar, M., Morales, Y., Ramírez O. y Salas, O. (2013). La formación inicial y continua de docentes de Matemáticas en Costa Rica. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. Número especial, noviembre. Costa Rica. <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/12225>
- Aguilera, D. y Perales-Palacios, F.J. (2018). El libro de texto, las ilustraciones y la actitud hacia la Ciencia del alumnado: percepciones, experiencias y opiniones del profesorado. *Enseñanza de las Ciencias*, 36(3), 41- 58.
- Akay, H. y Boz, N. (2010). The Effect of Problem Posing Oriented Analyses-II Course on the Attitudes toward Mathematics and Mathematics Self-Efficacy of Elementary Prospective Mathematics Teachers. *Australian Journal of Teacher Education*, 35(1), 1-75. <http://ro.ecu.edu.au/cgi/viewcontent.cgi?article=1329&context=ajte>
- Baartman, L., Bastiaens, T. y Kirschner, P. (2004). *Requirements for Competency Assessment Programmes*. Documento presentado en Onderwijs Research Dagen (Jornadas Investigativas de Educación). Open University, Utrecht.
- Bailey, J. (2015). The challenge of supporting a beginning teacher to plan in primary mathematics. En M. Marsman, V. Geiger y A. Bennison (Eds.), *Proceedings of the 38th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 69-76). MERGA.

-
- Ball, A., Burkhardt, H. y Swan, M. (1992). Balanced assessment of mathematical performance. En R. Lesh y S. Lamon (Eds.), *Assessment of authentic performance in school mathematics* (pp. 119-144). American Association for the Advancement of Science.
- Ball, D.L., Lubenski, S.T. y Mewborn, D.S. (2001). Research on teaching mathematics: The unresolved problem of teachers' mathematical knowledge. En V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 433-456). American Educational Research Association.
- Baumert, J. y Kunter, M. (2013). The COACTIV Model of Teachers' Professional Competence. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss y M. Neubrand (Eds.), *Cognitive Activation in the Mathematics Classroom and Professional Competence of Teachers* (pp.25-48). Springer.
- Baumert, J., Kunter, M., Klusmann, U., Richter, D., Voss, T. y Hachfeld, A. (2013). Professional competence of teachers: Effects on instructional quality and student development. *Journal of Educational Psychology*, 105(3), 805-820. <https://doi.org/10.1037/a0032583>
- Bedoya, E. (2002). *Formación inicial de profesores de matemática. Enseñanza de funciones, sistemas de representación y calculadoras graficadoras* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Blömeke, S. y Delaney, S. (2012). Assessment of teacher knowledge across countries: A review of the state of research. *ZDM*, 44(3), 223-247.
- Borko, H. y Putnam, R.T. (1995). Expanding a teachers' knowledge base: A cognitive psychological perspective on professional development. En T.R. Guskey y M. Huberman (Eds.), *Professional development in education: New paradigms and practices* (pp. 119-144). Lawrence Erlbaum.
- Boston, M. y Smith, M. (2009). Transforming secondary mathematics teaching: Increasing the cognitive demands of instructional tasks used in teachers' classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(2), 119-156.
- Boulmetis, J. y Dutwin, P. (2000). *The ABCs of Evaluation*. Jossey-Bass Publishers.

-
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des Situations Didactiques*. La Pensée Sauvage.
- Brown, M. W. (2009). The teacher-tool relationship: Theorizing the design and use of curriculum materials. En J. T. Remillard, B. Herbel-Eisenmann y G. Lloyd (Eds.), *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction* (pp. 17-36). Routledge.
- Bush, W. S. (1986). Preservice teachers' sources of decisions in teaching secondary mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(1), 21-30.
- Cañadas, M.C. (2007). *Descripción y caracterización del razonamiento inductivo utilizado por estudiantes de educación secundaria al resolver tareas relacionadas con sucesiones lineales y cuadráticas* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Carballo, R. M. (2014). *Diseño de pruebas para la evaluación diagnóstica en matemáticas: Una experiencia con profesores* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Carballo, R. M., Rico, L. y Lupiáñez, J.L. (2011). Análisis de los ítems de las evaluaciones autonómicas de diagnóstico en España 2008-2009. *Unión*, 26(1), 27-40.
- Carballo, R. M., Rico, L. y Lupiáñez, J.L. (2013). Cambios conceptuales en el marco teórico competencial de PISA: El caso de las matemáticas. *Profesorado*, 17(2), 225-241.
- Cardeñoso, J., Flores, P. y Azcárate, P. (2001). El desarrollo profesional de los profesores de matemáticas como campo de investigación en educación matemática. En P. Gómez y L. Rico (Eds.), *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro* (pp. 233-244). Universidad de Granada.
- Careaga, A., Sica, R., Cirillo, A. y Da Luz, S. (2006). *Aportes para diseñar e implementar un taller*. Comunicación presentada en el 8vo Seminario-Taller en Desarrollo Profesional Médico Continuo (DPMC). Segundas Jornadas de Experiencias Educativas en DPMC. Departamento de Maldonado, Uruguay.
- Carr, W. y Kemmis, S. (1988). *Teoría crítica de la enseñanza*. Martínez Roca.
- Carreño, E., Rojas, N., Montes, M. Á. y Flores, P. (2013). Mathematics Teacher's Specialized Knowledge. Reflections based on specific descriptors of knowledge. En B. Ubuz, Ç.

-
- Haser y M. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eight Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2976-2984). Antalya.
- Carrillo, J., Contreras, L.C., Climent, N., Escudero-Ávila, D., Flores-Medrano, E. y Montes, M.A. (2014). *Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas*. Servicio de publicaciones de la Universidad de Huelva
- Carrión, V. (2007). Análisis de errores de estudiantes y profesores en expresiones combinadas con números naturales. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 11*, 19-57.
- Castellanos, M. T. (2017). *Reflexión de futuros profesores de matemáticas durante las prácticas de enseñanza* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Castillo, E.M. (2003). Los métodos de la enseñanza problemática como estrategia para el taller integrador I de la FIME. (Tesis de maestría). Universidad Autónoma de Nuevo León, México.
- Castro, A. (2008). Planning for Mathematics Instruction: A Model of Experienced Teachers Planning Processes in the Context of a Reform Mathematics Curriculum. *The Mathematics Educator, 18*(2), 11-22.
- Castro-Rodríguez, E., Castro, E. y Torralbo, M. (2013). El análisis fenomenológico en la formación inicial de profesores. En L. Rico, J. L. Lupiáñez y M. Molina (Eds.), *Análisis Didáctico en Educación Matemática* (pp. 141-160). Editorial Comares.
- Chapman, O. (2013). Mathematical-task knowledge for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education, 16*(1), 1-6. <https://doi.org/10.1007/s10857-013-9234-7>.
- Chaves, E. 2007. *Una valoración sobre la enseñanza de la Estadística en los colegios académicos diurnos: regiones educativas de San José, Alajuela, Heredia, Pérez Zeledón y Upala* (Tesis doctoral). Universidad Nacional de Educación a Distancia, Costa Rica.
- Chaves, E. (2018). Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica: 2010-2017. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 13*(17), 153-163.

-
- Chaves, E. y Barrantes, H. (2013). La necesidad de reformar el currículo escolar de matemática en Latinoamérica: La experiencia de Costa Rica. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8(11), 95-108.
- Chaves, E., Castillo, M., Chaves, E., Fonseca, J. y Loría, J. R. (2010). *La enseñanza de las matemáticas en la secundaria costarricense: entre la realidad y la utopía*. Ponencia preparada para el *Tercer Informe Estado de la Educación*. San José: PEN.
- Clarke, D. (1991). *The role of staff development programs in facilitating professional growth*. University of Wisconsin.
- Clarke, D. (2008). The mathematics teacher as curriculum maker. En P. Sullivan y T. Wood (Eds.), *The International Handbook of Mathematics Teacher Education: knowledge and Beliefs in Mathematics Teaching and Teaching Development* (pp. 133-151). Purdue University.
- Clarke, D., Emanuelsson, J., Jablonka, E. y Mok, I. (2006). *Making connection: Comparing Mathematics classrooms around the world*. Sense Publishers.
- Climent, N. y Carrillo, J. (2003). El dominio compartido de la investigación y el desarrollo profesional: Una experiencia en matemáticas con maestras. *Enseñanza de las ciencias*, 21(3), 387-404.
- Climent, N., Romero-Cortés, J.M., Carrillo, J., Muñoz-Catalán, M.C. y Contreras, L.C. (2013). ¿Qué conocimientos y concepciones movilizan futuros maestros analizando un vídeo de aula? *Relime*, 16(1), 13-36.
- Cohen, L., Manion, L. y Morrison, K. (2011). *Research methods in education*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203224342>.
- Cowie, B., Hipkins, R., Keown, P. y Boyd, S. (2011). The shape of curriculum change: A short discussion of key findings from the Curriculum Implementation Studies (CIES) project. New Zealand: New Zealand Council for Educational Research. <http://nzcurriculum.tki.org.nz/Curriculum-stories/Keynotes-and-presentations/The-shape-of-curriculum-change/Summary>

-
- Crespo, S. (2003). Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in preservice teacher's practices. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 243-270.
- Creswell, J. W. (2008). *Educational Research: Planning, conducting and evaluating quantitative and qualitative research (3rd Ed)*. Pearson.
- Creswell, J. W. (2009). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. Sage Publications.
- De Pro, A. (1999). Planificación de unidades didácticas por los profesores: análisis de tipos de actividades de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 17(3), 411-429.
- Demonte, J. (2013). *High-Quality Professional Development for Teachers: Supporting Teacher Training to Improve Student Learning*. Progress.
- Denzin, N. y Lincoln, Y. (2005). *The discipline and practice of qualitative research*. SAGE Publications.
- Díaz-Barriga, F. (2010). Los profesores ante las innovaciones curriculares. *Revista Iberoamérica de Educación Superior*, 1(1), 37-57.
- Döhrmann, M., Kaiser, G. y Blömeke, S. (2012). The conceptualization of mathematics competencies in the international teacher education study TEDSM. *ZDM Mathematics Education*, 44(3), 325-340. <https://doi.org/10.1007/s11858-012-0432-z>.
- Doyle, W. (1986). Classroom organization and management. En M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 392-431). Macmillan.
- Drake, C. y Land, T. J. (2012). Elementary pre-service teachers noticing and learning from educative curriculum materials. Documento presentado a la conferencia anual del National Council of Teacher of Mathematics.
- Drake, C., Land, T. J. y Tyminski, A. M. (2014). Using educative curriculum materials to support the development of prospective teacher's knowledge. *Educational Researcher*, 43(3), 154-162.
- Egido, I. (2005). Reflexiones en torno a la evaluación de la calidad educativa. *Tendencias Pedagógicas*, 10, 17-28.

-
- Elosúa, M. (1993). *Estrategias para enseñar y aprender a pensar*. Ediciones Narcea.
- Ertle, B., Rosenfeld, D., Lewis-Presser, A. y Goldstein, M. (2016). Preparing preschool teachers to use and benefit from formative assessment: the Birthday Party Assessment professional development system. *ZDM Mathematics Education* 48(7), 977–989.
- Espinoza, J. y Zumbado, M. (2015). Planes piloto en la implementación de nuevos Programas de Matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 10 (13), 133-142.
- European Commission. (2006). *An introduction to Tuning Educational Structures in Europe*. http://www.unideusto.org/tuningeu/images/stories/documents/General_Brochure_final_version.pdf
- Fernández, C. y Cannon, J. (2005). What Japanese and U.S. teachers think about when constructing mathematics lessons: A preliminary investigation. *Elementary School Journal*, 105(5), 481-498.
- Fitzpatrick, J., Sanders, J. y Worthen, B. (2004). *Program evaluation: Alternative approaches and practical guidelines*. Pearson Education.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics education: China lectures*. Kluwer Academic Publ.
- Fullan, M. (2005a). The meaning of educational change. A quarter of a century of learning. En A. Lieberman (Ed.), *The Roots of Educational Change* (pp. 202-216). Springer. https://doi.org/10.1007/1-4020-4451-8_12.
- Fullan, M. (2005b). *Leadership and sustainability: System thinkers in action*. Corwin Press.
- Gamboa, R. y Moreira-Mora, T.E. (2017). Actitudes y creencias hacia las matemáticas: UN estudio comparativo entre estudiantes y profesores. *Actualidades investigativas en Educación*, 17(1), 1-45.
- Gil, F. (1999). *Marco conceptual y creencias de los profesores sobre evaluación en matemáticas* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.

-
- Gil, D. y Vilches, A. (2006) ¿Cómo puede contribuir el proyecto PISA a la mejora de la enseñanza de las ciencias (y de otras áreas de conocimiento)? *Revista de Educación, Extraordinario, 1*, 295-311.
- Gil, N., Blanco, L. y Guerrero, E. (2006). El dominio afectivo en el aprendizaje de las Matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (2), 15-32.
- Giménez, J. (1997). *Evaluación en matemáticas: una integración de perspectivas*. Síntesis.
- Goldin, G.A., Hannula, M.S., Heyd-Metzuyanim, E., Jansen, A., Kaasila, R., Lutovac, S., Di Martino, P., Morselli, F., Middleton, J.A., Pantziara, M. y Zhang, Q. (2016). *Attitudes, Beliefs, Motivation and Identity in Mathematics*. Springer Open.
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Gómez, P., González, M.J., Gil, F., Lupiáñez, J.L, Morena, A. y Rico, L. (2006). Caracterización y evaluación de diseños de planes de formación inicial de profesores de matemáticas en el marco del espacio europeo de educación superior. En J.L. Benítez y A.B. García (Eds.), *La universidad ante el reto del espacio europeo de educación superior: Investigaciones recientes* (pp. 257-278). Universidad de Granada.
- Gómez, P., Lupiáñez, J. L., Rico, L. y Marín, A. (2007). *Capacidades que contribuyen a la competencia de planificación del profesor de matemáticas de secundaria* [manuscrito no publicado]. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
- Gordon, J., Halász, G., Krawczyk, M., Leney, T., Michel, A. Pepper, D., Putkiewicz, E. y Wisniewski, J. (2009). *Key Competences in Europe: Opening Doors for Lifelong Learning across the School Curriculum and Teacher Education*. Center for Social and Economic Research.
- Guskey, T. (2002). Professional Development and Teacher Change. *Teachers and Teaching: theory and practice*, 8(4), 381-390.

-
- Hall, G. E. y Hord, S. M. (2001). *Implementing change: Patterns, principles, and potholes*. Allyn and Bacon.
- Harris, R. y Burn, K. (2011). Curriculum theory, curriculum policy and the problem of III-disciplined thinking. *Journal of Education Policy*, 26(2), 245-261.
- Hassi, M. L. y Laursen, S. (2009). Studying Undergraduate Mathematics: Exploring Students' Beliefs, Experiences and Gains. En S.L. Swars, D.W. Stinson y S. Lemons-Smith (Eds.), *Proceedings of the 31st Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp.113-121). Georgia State University.
- Henningsen, M. y Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 524-549. <https://doi.org/10.2307/749690>.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la Investigación (5ta Ed)*. McGraw-Hill.
- Hidalgo, S., Maroto, A. y Palacios, A. (2004). ¿Por qué se rechazan las matemáticas? Análisis evolutivo y multivariante de actitudes relevantes hacia las matemáticas. *Revista de Educación*, (334), 75-95.
- Hiebert, J. y Wearne, D. (1997). Instructional tasks, classroom discourse and student learning in second grade arithmetic. *American Educational Research Journal*, 30(2), 393-425. <https://doi.org/10.3102/00028312030002393>.
- Hiebert, J., Carpenter, J.T., Fennema, E., Fucson, K., Wearne, D., Murray, H., Olivier, A. y Human, P. (1997). *Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding*. Heinemann.
- Hill. H. C. (2010). The nature and predictors of elementary teachers Mathematical Knowledge for Teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(5), 513- 545.

-
- Ivars, P. y Fernández, C. (2018). The Role of Writing Narratives in Developing Pre-service Elementary Teachers' Noticing. In G. J. Stylianides & K. Hino (Eds.), *Research Advances in the Mathematical Education of Pre-service Elementary Teachers. An International Perspective* (pp. 245-259). Springer.
- Johnson, B. y Christensen, L. (2008). *Educational Research*. Sage Publications.
- Jonnaert, P., Barrette, J. Masciotra, D. y Yaya, M. (2008). La competencia como organizadora de los programas de formación: hacia un desempeño competente. *Profesorado, Revista de currículum y formación del profesorado*, 12(3), 1-32.
- Kaiser, G., Blömeke, S., König, J., Busse, A., Döhrmann, M. y Hoth, J. (2016). Professional competencies of (prospective) mathematics teachers-cognitive versus situated approaches. *Educational Studies in Mathematics*, 94(1), 161-182.
- Krainer, K., y Llinares, S. (2010). Mathematics teacher education. En P. Peterson, E. Baker, y B. McGaw (Eds.), *International encyclopedia of education* (pp. 702–705). Elsevier.
- Kieran, C., Krainer, K. y Shaughnessy, J. M. (2013). Linking Research to Practice: Teachers as Key Stakeholders in Mathematics Education Research. En M. A. Clements, A. Bishop, C. Keitel-Kreidt, J. Kilpatrick y F. K. S. Leung (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (pp. 361-392). Springer.
- Kilpatrick, J. (2001). Understanding mathematical literacy: The contribution of research. *Educational Studies in Mathematics*, 47(1), 101-116.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. y Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press.
- Kirkpatrick, D. (2006). *Evaluating Training Programs: The Four Levels*. Berrett-Koehler Publishers, Inc.
- Krippendorff, K. (2013). *Content Analysis: An Introduction to Its Methodology*. Sage Publications.
- Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Klusmann, U, Krauss S. y Neubrand, M. (2013). *Cognitive Activation in the Mathematics Classroom and Professional Competence of Teachers. Results from the COACTIV Project*. Springer.

-
- Leander, K. y Osborne, M. (2008). Complex positioning: teachers as agents of curricular and pedagogical reform. *Journal of Curriculum Studies*, 40(1), 23-46. <https://doi.org/10.1080/00220270601089199>.
- Leinhardt, G. (1983). *Routines in expert math teachers' thoughts and actions*. Documento presentado en la conferencia anual del American Educational Research Association, Montreal, Canadá.
- Lentini, V. y Villalobos, J. (2014). *Condiciones en que se aplica la reforma curricular de matemáticas en colegios públicos diurnos, según los docentes*. Ponencia preparada para el *Quinto informe del Estado de la Educación*. San José: PEN.
- Liljedahl, P., Chernoff, E. y Zazkis, R. (2007). Interweaving mathematics and pedagogy in task design: A tale of one task. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10(4-6), 239-249.
- Lin, F-L. y Hsu, H-Y. (2018). Using Mathematics-Pedagogy Tasks to Facilitate the Professional Growth of Pre-service Elementary Teachers. En G. J. Stylianides y K. Hino (Eds.), *Research Advances in the Mathematical Education of Pre-service Elementary Teachers. An International Perspective* (pp. 3-17). Springer.
- Livingston, C. y Borko, H. (1990). High school mathematics review lesson: Expert-novice distinctions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(5), 372-387.
- Loría, J.R. (2015). *Estudio de la prueba de evaluación diagnóstica en competencia matemática para el tercer curso de Educación Primaria, 2014-2015* (Tesis de maestría). Universidad de Granada, España.
- Lupiañez, J. L. (2009). *Expectativas de Aprendizaje y Planificación curricular en un Programa de Formación Inicial de Profesores de Matemáticas de Secundaria* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Lupiañez, J. L. (2013). Análisis didáctico. La planificación del aprendizaje desde una perspectiva curricular. En L. Rico, J. L. Lupiañez y M. Molina (Eds.), *Análisis Didáctico en Educación Matemática* (pp. 103-120). Editorial Comares.

-
- Lupiáñez, J. L. (2014). Competencias del profesor de educación primaria. *Educação & Realidade*, 39(4), 1089-1111.
- Luttenberg, J., Van Veen, K. y Imants, J. (2013). Looking for cohesion: The role of search for meaning in the interaction between teacher and reform. *Research Papers in Education*, 28(3), 289-308. <https://doi.org/10.1080/02671522.2011.630746>.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM*, 38(2), 113-142.
- Maher, C. (2012). *Planning and Evaluating Human Services Programs*. Author house.
- Marsh, C. y Willis, G. (2007). *Curriculum: Alternative approaches, ongoing issues*. Merrill.
- Marín, A. (1997). Programación de unidades didácticas. En L. Rico (Coord.), E. Castro, E. Castro, M. Coriat, A. Marín, L. Puig, et al., *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 195-228). Horsori.
- Marín, A. (2009). *Informe-memoria sobre el contenido y las expectativas de la sección del análisis didáctico dedicada al análisis de instrucción en la materia Didáctica de la Matemática de la Licenciatura de Matemáticas*. (Documento no publicado). Universidad de Granada.
- Marín, A. (2013). El análisis de instrucción: Instrumento para la formación inicial de profesores de secundaria. En L. Rico, J.L. Lupiáñez y M. Molina (Eds.), *Análisis didáctico en educación matemática* (pp. 103-120). Editorial Comares.
- Martínez, O. (2008). Discusión pedagógica sobre la actitud hacia la matemática. *Revista Universitaria de Investigación*, 9(1), 237-256.
- Mason, J. y Johnston-Wilder, S. (2006). *Designing and using mathematical tasks*. Tarquin.
- Merriam, S.B. (2009). *Qualitative Research: A Guide to Design and Implementation*. Jossey-Bass.
- Miles, M., Huberman, A. y Saldaña, J. (2014). *Qualitative Data Analysis*. Sage Publications.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012). *Programas de Estudio Matemáticas. Educación General Básica y Ciclo Diversificado*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación y Ciencia (2006). Ley orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. *BOE*, 106, 17158-17207.

-
- Molina, M. (2007). *Desarrollo de pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de tercero de Educación primaria* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Morales-López, Y. (2017). Costa Rica: The Preparation of Mathematics Teachers. En Á. Ruiz (Ed.), *Mathmatics Teacher Preparation in Central America, and the Caribbean. The cases of Colombia, Costa Rica, Dominic Republican and Venezuela* (pp. 39). Springer.
- Moreno, A. y Ramírez, R. (2016). Variables y funciones de las tareas matemáticas. En L. Rico y A. Moreno (Eds.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria*, (pp. 243-258). Pirámide.
- Moreno, A. (2016). Rendimiento escolar, criterios e instrumentos. En L. Rico y A. Moreno (Eds.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria*, (pp. 329-347). Pirámide.
- Mutton, T., Hagger, H. y Burn, K. (2011). Learning to plan, planning to learn: The developing expertise of beginning teachers. *Teachers and Teaching: Theory and Practice*, 17(4), 399-416.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Autor.
- Neubrand, M. (2006). The TIMSS 1995 and 1999 Video Studies. En Leung, F.K.S., Graf, K.D. y López-Real, F. (2006). *Mathematics Education in Different Cultural Traditions. A comparative Study of East Asia and the West. The 13th ICMI Study*. Springer.
- Neubrand, M. (2018). Conceptualizations of professional knowledge for teachers of mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 50(1), 601-612.
- Niss, M. (2011). The Danish KOM Project and possible consequences for teacher education. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 6(9), 13-24.
- Niss, M. (2006). What does it mean to be a competent mathematics teacher? A general problem illustrated by examples from Denmark. En *Praktika*, 23^o Panellenio

-
- Synedrio Matematikis Paideias* (pp. 39-47). Patras, Greece: Elleniki Mathematiki Etaireia.
- OCDE (2012). *Synergies for better Learning: An International Perspective on Evaluation and Assesment*. OCDE.
- OCDE (2016). *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematics and Financial Literacy*. OCDE Publishing.
- OCDE (2005). *Informe PISA 2003. Aprender para el mundo del mañana*. Santillana.
- OEA (2003). *Veinte modelos didácticos para América Latina*. Agencia Interamericana para la Cooperación y el Desarrollo.
- OECD (2010). *Learning Mathematics for Life: A perspective from PISA*. OECD Publishing.
- OECD (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*. OECD Publishing.
- Ortíz, J. (2002). *Modelización y calculadora gráfica en la enseñanza del álgebra. Estudio evaluativo de un programa de formación* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Owston, R. (2008). Models and Methods for Evaluation. En J.M. Spector, M.D. Merrill, J.G. Van Merrienboer y M.P. Driscoll (Eds.), *Handbook of Research on Educational Communications and Technology* (pp. 605-617). Lawrence Erlbaum Associates.
- Parcerisa, A. (1996). *Materiales curriculares*. Grao.
- Pérez-Juste, R. (2006). *Evaluación de programas educativos*. La Muralla.
- Phillip, R. (2007). Mathematics teachers' beliefs and effect. En F.K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 257-315). IAP.
- PEN (2015). *Quinto Informe Estado de la Educación*. San José: Programa Estado de la Nación.
- PEN (2017). *Sexto Informe Estado de la Educación*. San José: Programa Estado de la Nación.
- PEN (2019). *Sétimo Informe Estado de la Educación*. San José: Programa Estado de la Nación.

-
- PREMCR. (2015). Integración de habilidades del currículo oficial de Matemáticas en la acción en el aula. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática* 10(13), 303-380.
- Poveda, R. y Morales, Y. (2015). Capacitación de docentes con apoyo de tecnologías en la reforma de la educación matemática. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 10(13), 79-97.
- Pressmeg, N. (1992). Visions of Curriculum Change. *Namnaren*, 4, 5-7.
- Quecedo, R. y Castaño, C. (2002). Introducción a la metodología de investigación cualitativa. *Revista de psicodidáctica*, 14, 1-27.
- Ramos, E. (2014). *Reflexión de docentes sobre enseñanza del álgebra en un programa formativo* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Ramos, M., Meizoso, M. y Guerra, D. (2016). Instrumento para la evaluación del impacto de la formación académica. *Universidad y Sociedad*, 8(2), 114-124.
- Real, I., Segovia, I. y Ruiz, F. (2013). Estudio de los textos para la enseñanza de las matemáticas del Padre Manjón. En L. Rico, J.L. Lupiáñez y M. Molina (Eds.), *Análisis didáctico en educación matemática* (pp. 359-374). Editorial Comares.
- Relich, J., Way, J. y Martin, A. (1994). Attitudes to teaching mathematics: Further development of a measurement instrument. *Math Ed Res J* 6(1), 56-69.
- Rico, L. (1990). Diseño curricular en educación matemática. En S. Llinares y V. Sánchez (Eds.), *Teoría y práctica en educación matemática* (pp. 17-61). Alfar.
- Rico, L. (1997). *Bases teóricas del Currículo de Matemáticas en Educación Secundaria*. Síntesis.
- Rico, L. (2004). Calidad y enseñanza de las matemáticas. Conferencia impartida en el XVI Simposio Iberoamericano de Enseñanza Matemática. Universitat Jaume I Castellón, España.
- Rico, L. (2006). Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas. *Revista de Educación, número extraordinario*, 275-294.

-
- Rico, L. (2012). Aproximación a la investigación en Didáctica de la Matemática. *Avances de Investigación en Educación Matemática* (1), 39-63.
- Rico, L. (2015). Matemáticas escolares y conocimiento didáctico. En Flores, P. y Rico, L. (Coords.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria* (pp. 21- 40). Editorial Pirámide.
- Rico, L., Díez, A., Castro, E. y Lupiáñez, J. L. (2011). Currículo de matemáticas para la educación obligatoria en España durante el periodo 1945-2010. *Educación siglo XXI*, 29(2), 139-172.
- Rico, L. y Fernández-Cano, A. (2013). Análisis didáctico y metodología de investigación. En L. Rico, J.L. Lupiáñez y M. Molina (Eds.), *Análisis didáctico en educación matemática* (pp. 1-22). Editorial Comares.
- Rico, L. y Lupiáñez, J. L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Alianza Editor.
- Rico, L., Lupiáñez, J. L. y Molina, M. (2013). *Análisis didáctico en educación matemática*. Editorial Comares.
- Rico, L., Marín, A., Lupiáñez, J. L. y Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los números naturales. *Revista SUMA*, 58, 7-23.
- Roche, A., Clarke, D. M., Clarke, D. J. y Sullivan, P. (2014). Primary teachers' written unit plans in mathematics and their perceptions of essential elements of these. *Mathematics Education Research Journal*, 26(4), 853-870.
- Rojas, N. (2014). *Caracterización del conocimiento especializado del profesor de matemáticas: un estudio de casos* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Rojas, N., Flores, P. y Ramos, E. (2013). El análisis didáctico como herramienta para identificar conocimiento matemático para la enseñanza en la práctica. En L. Rico, J. L. Lupiáñez y M. Molina (Eds.), *Análisis didáctico en educación matemática. Metodología de investigación, innovación curricular y formación de profesores* (pp. 191-208). Editorial Comares.

-
- Romberg, T. (1989). Evaluation: a coat of many colours. En D. Robitaille (Ed.), *Evaluation and Assessment in Mathematics Education* (pp. 3-38). UNESCO.
- Romero, I. (1997). *La introducción del número real en enseñanza secundaria: una experiencia de investigación-acción*. Editorial Comares.
- Ruiz, A. (2013). Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica. Perspectiva de la praxis. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, número especial*, 29-44.
- Ruiz, A. (2015). Balance y perspectivas de la Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 10(13)*, 15-33.
- Ruiz, A. (2017). Evaluación y Pruebas Nacionales para un Currículo de Matemáticas que enfatiza capacidades superiores. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, número especial*, 57-138.
- Ruiz, A. (2019). *Desafíos de las pruebas FARO frente a la reforma matemática*. Contribución especial realizada para el *Séptimo Informe Estado de la Educación*. San José: PEN.
- Ruiz, A. y Barrantes, H. (2016). Desafíos para la formación inicial de docentes ante los programas oficiales de matemáticas en Costa Rica. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. 11(14)*, 9-81.
- Ruiz, F. (2000). *La Tabla-100: representaciones geométricas de relaciones numéricas. Un estudio con profesores de Primaria en formación* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Sánchez, M. (2011). A review of research trends in mathematics teacher education. *PNA, 5(4)*, 129-145.
- Sanni, R. (2012). Selection and implementation of tasks: an account of teacher's tasks practices. *Research Journal in Organizational Psychology & Educational Studies, 1(2)*, 129-136.

-
- Schoenfeld, A. (1998). Toward a theory of teaching-in-context. *Issues in Education*, 4(1), 1-95.
- Scriven, M. (1967). The methodology of evaluation. En R. W. Tyler, R. Gagné, y M. Scriven (Eds.), *Perspectives of curriculum evaluation* (pp. 39-83). Rand McNally.
- Sherin, M.G. (2002). When teaching becomes learning. *Cognition and Instruction*, 20(2), 119-150. https://doi.org/10.1207/S1532690XCI2002_1.
- Shimizu, Y. (2009). Characterizing exemplary Mathematics instruction in Japanese classrooms from the learner's perspective. *ZDM Mathematics Education*, 41(2), 311-318.
- Sowder, T.S. (2007). The mathematical education and development of teachers. En F.K. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 157-233). National Council of Teachers of Mathematics.
- Stein, M. K. y Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(4), 268-275.
- Stein, M. K. y Smith, M. S. (2011). *Five practices for orchestrating productive mathematics discussions*. NCTM.
- Steketee, C. y McNaught, K. (2007). The Complexities for New Graduates Planning Mathematics Based on Student Need. En J. Watson y Beswick (Eds.), *Proceedings of the 30th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 671-677). MERGA.
- Stenhouse, L. (1984). *Investigación y desarrollo del currículo*. Ediciones Morata.
- Stigler, J. y Hiebert, J. (2004). Improving Mathematics teaching. *Educational Leadership*, 6(5), 12-17.
- Stramel, Janet. (2010). *A naturalistic inquiry into the attitudes toward mathematics and mathematics self-efficacy beliefs of middle school students* (Tesis de maestría). Universidad de Kansas, USA.
- Stufflebeam, D. y Shinkfield, A. (2007). *Evaluation theory, models and applications*. Jossey-Bass.

-
- Sullivan, P., Clarke, D. y Clarke, B. (2009). Converting mathematics tasks to learning opportunities: An important aspect of knowledge for mathematics teaching. *Mathematics Education Research Journal*, 21(1), 85-105. <https://doi.org/10.1007/BF03217539>.
- Sullivan, P., Clarke, D. y Clarke, B. (2013). *Teaching with Tasks for Effective Mathematics Learning*. Springer. <https://doi.org/10.35362/rie5831427> <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-4681-1>.
- Sullivan, P., Clarke, D., Clarke, B. Gould, P., Leigh-Lancaster, D. y Lewis, G. (2012). Insights into ways that teachers plan their mathematics teaching. En J. Dindyal, L. P. Cheng y S. F. Ng (Eds.), *Mathematics education: Expanding horizons. Proceedings of the 35th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 696-703). MERGA.
- Suthar, V. y Tarmizi, R. (2010). Effects of Students' Beliefs on Mathematics and Achievement of University Students: Regression Analysis Approach. *Journal of Social Sciences*, 6(2), 146-152.
- Suurtamm, C., Thompson, D.R., Kim, R.Y., Díaz-Moreno, L., Sayac, N., Schukajlow, S., Silver, E., Ufer, S. y Vos, P. (2016). *Assessment in Mathematics Education (Large-Scale Assessment and Classroom Assessment)*. Springer International Publishing AG.
- Swan, M. (2011). Designing Tasks that Challenge Values, Beliefs and Practices: A model for the Professional Development of Practicing Teachers. En O. Zaslavsky y P. Sullivan (Eds.), *Constructing Knowledge for Teaching Secondary Mathematics* (pp. 57-71). Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-09812-8_4.
- Swan, M. y Burkhardt, H. (2012). A designer speaks: Designing assessment of performance in mathematics. *Educational Designer: Journal of the International Society for Design and Development in Education*, 2(5), 1-41.
- Tejada, J., y Ferrández, E. (2012). El impacto de la formación continua: claves y problemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*, 58(3), 1-14. <https://doi.org/10.35362/rie5831427>

-
- Tejedor, F., García-Valcárcel, A. y Prada, S. (2009). Medida de actitudes del profesorado universitario hacia la integración de las TIC. *Comunicar*, 17(33), 115-124.
- Thames, M.H. (2006). *Using math to teach math: Mathematicians and educators investigate the mathematics needed for teaching*. Mathematical Sciences Research Institute.
- Thomas, D.A. (2006). General Inductive Approach for Analyzing Qualitative Evaluation Data. *American Journal of Evaluation*, 27(2), 237-246. <https://doi.org/10.1177/1098214005283748>.
- Tirosh, D. y Woods, T. (2008). *The international handbook of mathematics teacher education* (Vol 2). Sense Publishers.
- Turner, R. (2012). Some drivers of test item difficulty in Mathematics. *Annual Meeting of the American Educational Research Association*. AERA.
- Valverde, G. (2012). *Competencias matemáticas promovidas desde la razón y la proporcionalidad en la formación inicial de maestros de educación primaria* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Warren, L. L. (2000). Teacher planning: A literature review. *Educational Research Quarterly*, 24(2), 37-55.
- Watson, A. y Mason, J. (2007). Taken-as-shared: A review of common assumptions about mathematical tasks in teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10(4-6), 205-215.
- Yildirim, A. (2003). Instructional planning in a centralized school system: Lessons of a study among primary school teachers in Turkey. *International Review of Education*, 49(5), 525-543.
- Zabalza, M. A. (2004). *Diseño y desarrollo curricular*. Narcea.
- Zaslavsky, O. (2008). Meeting the challenges of mathematics teacher education through design and use of tasks that facilitate teacher learning. En T. Jaworski y T. Wood (Eds.), *The mathematics teacher educator as a developing professional* (pp. 93-114). Sense Publishers.

ANEXOS

Índice de Anexos

Anexo 1. Cuestionario inicial.....	1
Anexo 2. Reflexiones escritas.....	3
Anexo 3. Tareas elaboradas por los profesores al final del curso-taller.....	21
Anexo 4. Cuestionario de valoración final.....	39
Anexo 5. Instrumento para valorar planeamientos.....	42
Anexo 6. Guía de observación.....	46
Anexo 7. Instrumento para valorar pruebas escritas.....	49
Anexo 8. Programa del curso-taller.....	51

ANEXO 1

**Diseño y selección de tareas pertinentes para desarrollar
y evaluar la competencia matemática**

Cuestionario Inicial

Estimado profesor, nos interesa conocer tus actitudes e intereses particulares respecto del contenido de este curso. Agradecemos completes las siguientes oraciones de la manera más precisa posible.

- 1.** La reforma curricular de los programas de matemática mejora la enseñanza de las matemáticas mediante...
- 2.** Creo que introducir la noción de competencias en el currículo...
- 3.** En mi opinión, las pruebas de bachillerato en matemáticas tienen el efecto de ...
- 4.** Cuando selecciono tareas para mis clases tomo en consideración...
- 5.** La planificación de mis clases está basada en...
- 6.** La manera como promuevo en mis estudiantes el aprendizaje para toda la vida es...
- 7.** La evaluación de los aprendizajes en mis clases considera aspectos como...
- 8.** Me inscribí en este curso porque...
- 9.** Espero que el curso me sea útil para...
- 10.** Opino que esta experiencia formativa...

ANEXO 2

**Diseño y selección de tareas pertinentes para desarrollar
y evaluar la competencia matemática**

Sesión 1

Reflexión 1.1.

1. ¿Cuáles son las nociones básicas del currículo oficial de matemáticas?
2. ¿Qué relaciones pueden darse entre ellas?

**Diseño y selección de tareas pertinentes para desarrollar
y evaluar la competencia matemática**

Sesión 1

Reflexión 1.2.

1. ¿Qué implicaciones pedagógicas tiene la reforma curricular de los programas de matemática en su práctica docente?

2. ¿Influye en las competencias profesionales de planificación y de evaluación?

**Diseño y selección de tareas pertinentes para desarrollar
y evaluar la competencia matemática**

Sesión 2

Reflexión 2.1.

1. ¿Qué criterios utilizas para seleccionar tareas que desarrollen la competencia matemática?
2. ¿Qué elementos debe tener una tarea debidamente formulada para que contribuya a promover el desarrollo de la competencia matemática?
3. De acuerdo con los diferentes aspectos trabajados en la sesión ¿Cuál es tu posición respecto a las actuaciones que debe realizar un profesor para analizar, diseñar y seleccionar tareas adecuadas para desarrollar la competencia matemática?

**Diseño y selección de tareas pertinentes para desarrollar
y evaluar la competencia matemática**

Sesión 3

Reflexión 3.1.

1. ¿Cómo interrelacionas el contenido, el contexto y las competencias básicas para diseñar o seleccionar una tarea?

**Diseño y selección de tareas pertinentes para desarrollar
y evaluar la competencia matemática**

Sesión 3

Reflexión 3.2.

1. ¿Qué importancia tiene la modelización en la contextualización activa?

**Diseño y selección de tareas pertinentes para desarrollar
y evaluar la competencia matemática**

Sesión 4

Reflexión 4.1.

1. ¿Cuál es el vínculo entre habilidades, competencias y procesos matemáticos?

**Diseño y selección de tareas pertinentes para desarrollar
y evaluar la competencia matemática**

Sesión 5

Reflexión 5.1.

- 1. ¿A qué factores atribuyes la complejidad de una tarea?**

**Diseño y selección de tareas pertinentes para desarrollar
y evaluar la competencia matemática**

Sesión 6

Reflexión 6.1.

1. ¿De qué manera consideras útil para tu práctica docente lo trabajado en este curso hasta el momento?

**Diseño y selección de tareas pertinentes para desarrollar
y evaluar la competencia matemática**

Sesión 7

Reflexión 7.1.

1. ¿Qué criterios usas para evaluar el aprendizaje de tus alumnos?

**Diseño y selección de tareas pertinentes para desarrollar
y evaluar la competencia matemática**

Sesión 7

Reflexión 7.2.

1. ¿Cómo pones en juego los principios de evaluación establecidos en el currículo oficial de matemática en Costa Rica, en el diseño y selección de tareas?

**Diseño y selección de tareas pertinentes para desarrollar
y evaluar la competencia matemática**

Sesión 7

Reflexión 7.3.

1. ¿Qué diferencias encuentras entre las tareas presentadas en la actividad de aprendizaje y las tareas trabajadas en las sesiones anteriores?

**Diseño y selección de tareas pertinentes para desarrollar
y evaluar la competencia matemática**

Sesión 7

Reflexión 7.4.

1. Explica la diferencia entre una tarea diseñada para promover la competencia matemática y una tarea diseñada para evaluar la competencia matemática.

**Diseño y selección de tareas pertinentes para desarrollar
y evaluar la competencia matemática**

Sesión 8

Reflexión 8.1.

1. Cuando se diseña una prueba para evaluar la competencia matemática, según el momento de la evaluación, ¿Qué variables consideras necesario destacar?

**Diseño y selección de tareas pertinentes para desarrollar
y evaluar la competencia matemática**

Sesión 8

Reflexión 8.2.

1. ¿Cómo llevas el trabajo?
2. ¿Qué dificultades enfrentaste para completar la actividad?

**Diseño y selección de tareas pertinentes para desarrollar
y evaluar la competencia matemática**

Sesión 9

Reflexión 9.1.

1. ¿Qué criterios consideras para valorar la resolución de una tarea propuesta en una evaluación diseñada para evaluar la competencia matemática escolar?

**Diseño y selección de tareas pertinentes para desarrollar
y evaluar la competencia matemática**

Sesión 9

Reflexión 9.2.

1. ¿Cómo llevas el trabajo?
2. ¿Qué dificultades enfrentaste para completar la actividad?

**Diseño y selección de tareas pertinentes para desarrollar
y evaluar la competencia matemática**

Sesión 10

Reflexión 10.1.

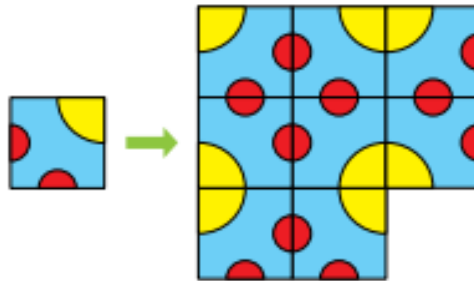
1. ¿Cómo comparas la persona que eras cuando comenzó el curso y la persona que eres hoy?

2. ¿Cuál es el balance?

ANEXO 3

Tareas Grupo 1.

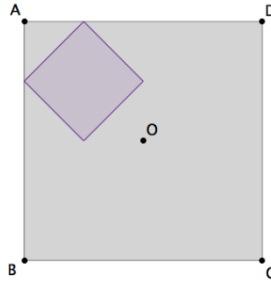
1. La industria actual copia los diseños de los mosaicos nazaríes pero en vez de construirlos pieza a pieza, que sería mucho más costosos en dinero y tiempo, lo consigue mediante baldosas cuadradas e iguales, con cuya composición se obtiene el dibujo deseado. Carlos desea decorar una pared de 4,6m x 3 m con azulejos cuadrados de 20cm de lado como este:



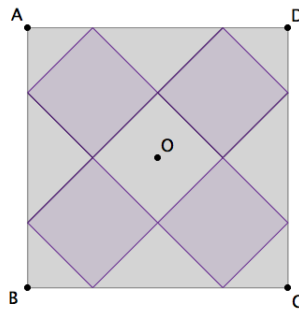
- a) ¿Complete en el espacio dado, un mosaico de 7x7 azulejos.

- b) ¿Qué tipo de transformaciones se deben aplicar sucesivamente al cuadrado 1 para obtener el cuadrado 4?
- c) ¿Cuántos azulejos cuadrados necesitan Carlos para decorar la pared?
- d) ¿Sera que Carlos puede realizar todo el diseño, usando un solo tipo de transformación, justifique su respuesta?

2. Observe en la figura siguiente, el cuadrado ABCD de centro O y el rombo ubicado en su interior.



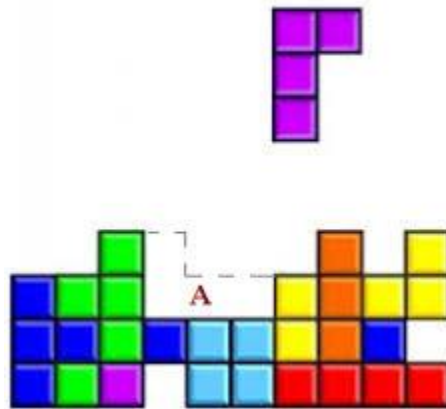
Después de aplicar una secuencia de transformaciones a dicho rombo, se obtiene la siguiente figura:



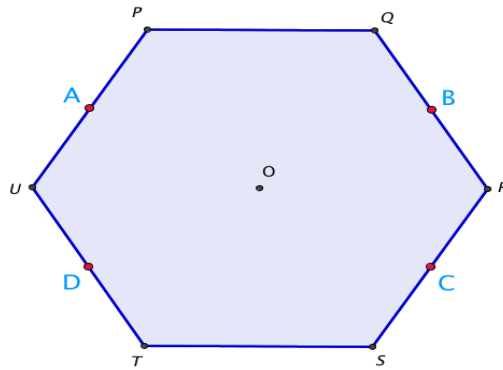
Para generar la figura anterior se proponen las siguientes transformaciones:

- I. Aplicar al rombo dos rotaciones alrededor de O una de 90° y otra de 270° .
- II. Trazar las diagonales \overline{BD} y \overline{AC} , y reflejar el rombo sobre cada diagonal.
 - a) ¿Está usted de acuerdo con las proposiciones anteriores?, Justifique su respuesta.
 - b) Si se aplica al rombo original dos rotaciones alrededor del punto O, la primera de 90° y la segunda de 180° , para completar la imagen dada, determine la medida del ángulo positivo que debe girarse el rombo original alrededor de ese mismo punto

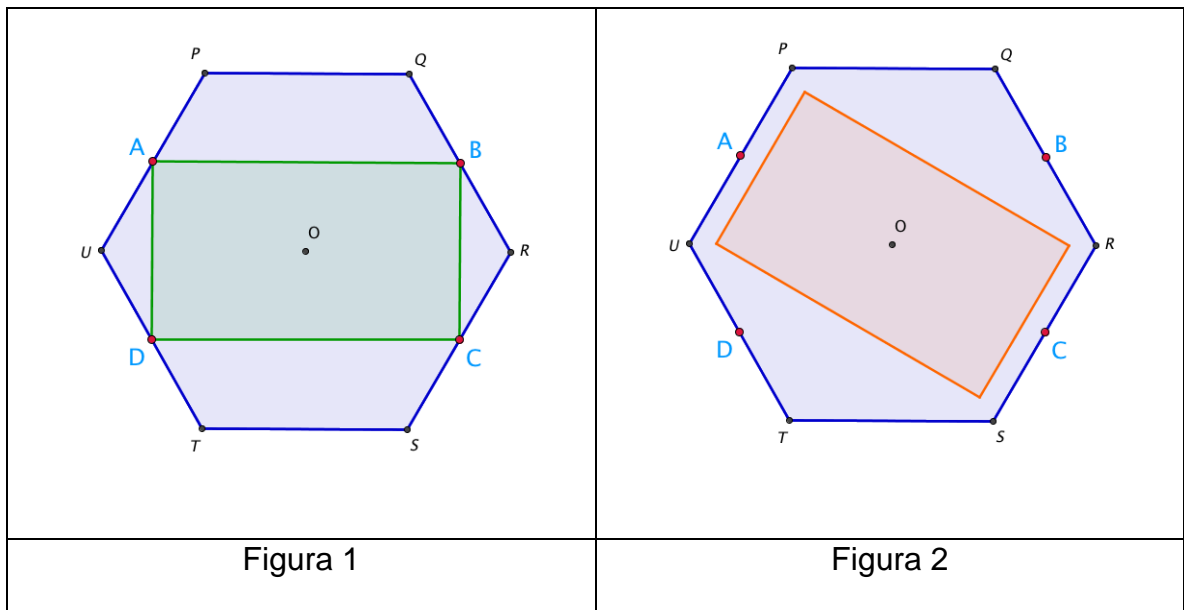
3. Juan está jugando TETRIS, con su amigo Luis, en determinado momento se retan a no solo completar el juego sino identificar el tipo de transformación que se debe aplicar a la figura para su adecuada colocación. Puedes ayudar a Juan a determinar la(s) y transformaciones se deben aplicar a la figura morada para encajar en la sección delimitada. Justifique su respuesta.



4. En la figura siguiente B, C, D y A son los puntos medios de los lados \overline{QR} , \overline{RS} , \overline{TU} y \overline{UP} del hexágono regular de centro O.

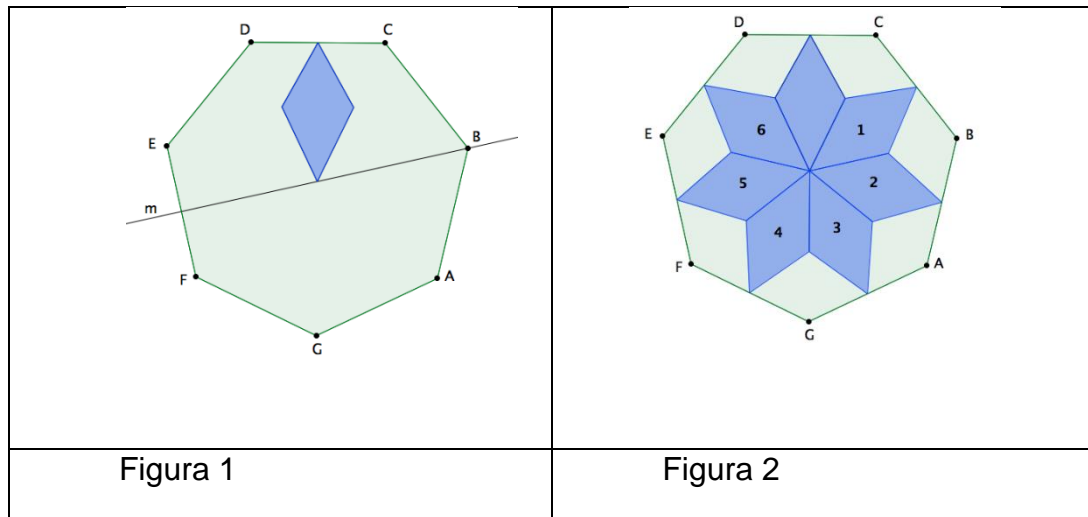


Tome en cuenta la siguiente cuadrícula:



En la figura 1, el ángulo positivo con el cual se debe efectuar una rotación del cuadrilátero ABCD con centro en O, para que genere la figura 2, es: _____.

5. El heptágono de la Figura 1 y Figura 2 es regular:



Si en la **Figura 1** se traza la mediatriz **m** sobre el lado \overline{EF} y con respecto a ella se refleja el rombo, ¿cuál es el número del rombo en la **Figura 2**, que resulta de efectuar dicha reflexión?

Tareas Grupo 2.

1. La inflación es una situación económica en la cual se incrementa los precios de los bienes y servicios. Suponga que la gasolina aumenta la misma cantidad I de colones cada año. Si el costo de la gasolina en cierto año es C_0 entonces el costo C después de t años es dado por la siguiente representación algebraica:

$$C = C_0 + It$$

- Solicitar a cada estudiante que plantee un problema con esta situación. La ecuación anterior es un modelo de costos.
- Un posible problema sería: si la gasolina aumenta 15% cada año, ¿cuántos colones costará al final de 5 años?
- Otra posibilidad es: si la gasolina aumenta 15% cada año, ¿cuánto tiempo será necesario para que duplique de precio?

2. La demanda de entradas al concierto de Bruno Mars (cantidad de entradas que la gente está dispuesta a comprar a cierto precio) es $D = 36\,000 - 2p$ mientras que la oferta (cantidad de entradas que los organizadores están dispuestos a vender a cierto precio) es $O = 3p - 4000$.

- Determine la cantidad de entradas que el público está dispuesto a comprar y los organizadores dispuestos a vender a un precio de 12000 colones.
- El precio de equilibrio es el precio al cual la oferta es igual a la demanda. Encuentre el precio de equilibrio.
- Para ese precio de equilibrio, encuentre el ingreso que obtienen los organizadores al vender las entradas.

3. El Instituto Nacional de la Juventud desea realizar una campaña de Prevención del embarazo adolescente, para ello aplicó una encuesta a 45 jóvenes sexualmente activos que usan algún método anticonceptivo, la diferencia entre el doble de los jóvenes que usan pastillas anovulatorias y el triple de los que usan preservativos es de 5. ¿Cuántos jóvenes usan estos métodos?

4. Un taxista cobra \$120 por "tarifa mínima" y luego \$20 por cada kilómetro de recorrido. Un segundo taxista no cobra tarifa mínima, pero cobra \$60 por cada kilómetro.
 - a) Plantear la "ecuación de cobro por viaje" correspondiente a cada taxista.
 - b) Determinar en cuál taxi es más económico viajar una distancia de 4 kilómetros.
 - c) ¿En qué distancia ambos taxistas cobran lo mismo?

5. En años recientes, los fabricantes de automóviles americanos han ido perdiendo parte del mercado ante los fabricantes de Asia y Europa. El porcentaje del total de automóviles vendidos en Costa Rica fabricados por fabricantes americanos puede estimarse usando la ecuación

$$M = -1,26x + 61,48$$

Donde M es el porcentaje del total de automóviles vendidos en Costa Rica producidos por fabricantes americanos y x es el número de años desde 2004. Utilice $x = 1$ para 2005, $x = 2$ para 2006, etc.

- ¿Cuál es el porcentaje del total de automóviles vendidos en Costa Rica producidos por fabricantes americanos en el 2006?

Tareas Grupo 3.

Tarea 1

Considere el siguiente enunciado:

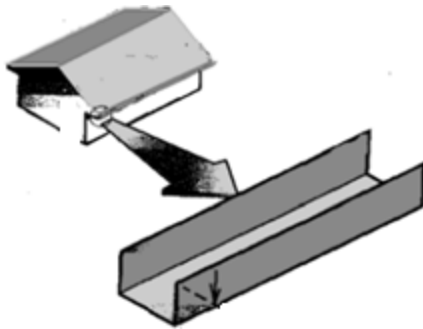
Los ingresos mensuales que percibe un empresario de máquinas de coser están dados por la función $I(x) = 1000x - 20x^2$, donde x es la cantidad de máquinas que se fabrican al mes e $I(x)$ representa los ingresos mensuales:



1. ¿Cuál es el ingreso si vendió 13 máquinas de coser?
2. ¿Si el ingreso mensual es superior a 130 000 colones, él vendió 14 máquinas?
Justifique su respuesta
3. ¿Para obtener el mayor ingreso debe fabricar 250 máquinas? Justifique su respuesta
4. ¿A partir de cuántas máquinas no se obtienen ingresos? Justifique su respuesta

Tarea 2

Suponga que, a partir de una lámina metálica rectangular y larga de 12 pulgadas de ancho, se desea fabricar un canal doblando hacia arriba dos lados de modo que sean perpendiculares a la lámina.

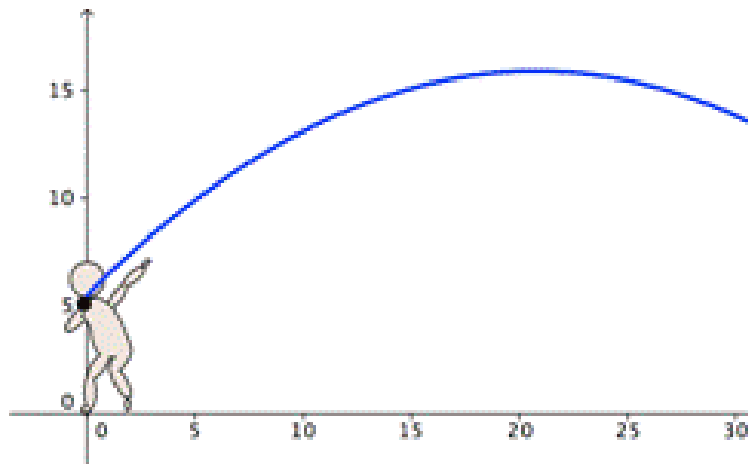


Con base en la información anterior:

1. Si el ancho tiene un valor de "x". ¿Cuál es la medida del largo expresada en una sola variable?
2. ¿Cuál es la fórmula que modela el problema?
3. Si la medida del ancho es de 8 pulgada, se podrá obtener la capacidad máxima
4. ¿Cuál es la medida del ancho y el largo para que la capacidad sea máxima?

Tarea 3

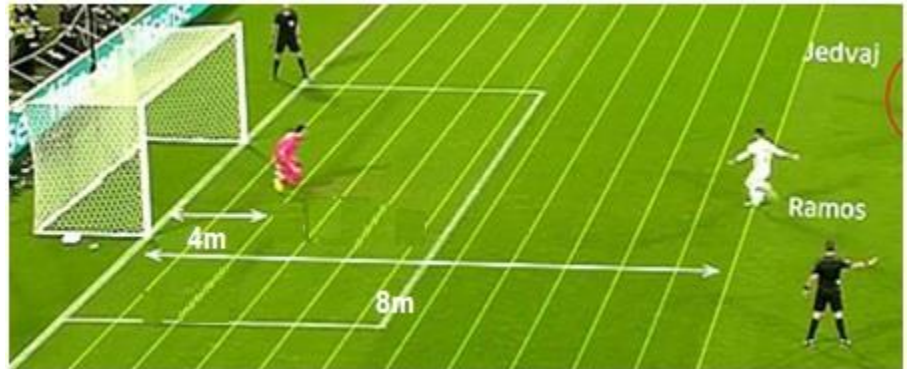
Un lanzamiento de peso puede ser modelado usando la ecuación $y = -0,024x^2 + x + 5.5$ donde “x” es la distancia recorrida (en pies) y $h(x)$ la altura de la pelota lanzada.



1. En el momento inicial ¿a qué altura es lanzada la bola?
2. De acuerdo con la información del contexto dado ¿cuál es la distancia que recorrió el lanzamiento?
3. Si el récord de lanzamiento es de 50 pies, ¿habrá el lanzamiento anterior superado el récord? Justifique la respuesta

Tarea 4

Un jugador de fútbol se encuentra a 8 metros de la portería y el portero está a 4 metros de esta, además cuando el portero salta puede cubrir hasta 2.5 metros de altura.



El jugador puede escoger para hacer el lanzamiento entre dos trayectorias, las correspondientes a las funciones $y = 0,4x - 0,05x^2$ y $y = 1,6x - 0,2x^2$

1. ¿Cuál es la altura máxima que podría alcanzar el primer y segundo lanzamiento?
2. En el momento que el primer y segundo lanzamiento pasa por encima del portero ¿a qué altura se encuentra?
3. Respecto a la pregunta anterior, determine si el portero alcanza el balón de fútbol en alguno de los lanzamientos

Tarea 5

Una parcela con forma de triángulo tiene lados de medidas 16, 10 y 10 metros. Se pretende construir una casa de forma rectangular de manera que uno de sus lados se sitúe en el lado mayor de la parcela.

1. Realiza una ilustración que modele la situación anterior
2. Determina la fórmula que modela el área máxima
3. Calcula la medida del largo y del ancho que maximizan el área
4. Determina el costo a pagar por la cantidad de cerámica a comprar para dicha casa, si se desea que tenga la mayor área (tome en cuenta que el lugar más cómodo en precios es El Lagar)



The image shows a screenshot of the El Lagar website. At the top, the logo "EL LAGAR" is displayed in red and yellow, with the tagline "TODO EN UN MISMO LUGAR" below it. A red navigation bar contains the following menu items: "INICIO", "ACABADOS", "ACERO", "HERRAMIENTAS", and "HOGAR". Below the navigation bar, two product tiles are shown. The left tile is white with a subtle pattern and the El Lagar logo. The right tile is black with a subtle pattern and the El Lagar logo. Below each tile, the product name and price are listed.

Product Name	Price
PISO CERAM ALAMEDA BLANCO PISO 40X40CM EQUACER (CAJA 2MTRS)	₺ 9,599.46 I.V.I
PISO CERAM ALAMEDA NEGRO PISO 40X40CM EQUACER (CAJA 2MTRS)	₺ 9,599.46 I.V.I

Tareas Grupo 4.

1. Considere el siguiente contexto para responder la pregunta 1

La concentración de cloro				
En una piscina municipal, el administrador tiene la duda de si la calidad de cloro suministrada en el agua por los empleados puede significar ciertos daños a la salud de las personas adultas que frecuentan dicho lugar. Decide tomar una muestra del agua de la piscina durante los primeros 22 días del mes de abril para saber cuánta es la concentración de cloro en miligramos por cada litro de agua. Los datos de las muestras ya ordenadas fueron los siguientes:				
0,02	0,04	0,05	0,05	0,06
0,08	0,10	0,10	0,15	0,15
0,18	0,20	0,20	0,22	0,25
0,25	0,30	0,45	0,45	0,50
0,50	0,80			

1. De acuerdo con el contexto anterior **La concentración de cloro** ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) El promedio es la medida de tendencia central que mejor caracteriza al conjunto de datos.
- B) Hay 14 datos menores que el promedio, el cual se ve afectado por valores muy altos.
- C) La distribución de la concentración de cloro tiene con certeza una asimetría negativa.
- D) La distribución de la concentración de cloro es aproximadamente simétrica.

2. Considere la siguiente información:

Un festival deportivo institucional incluyó la modalidad de gimnasia rítmica. Cada ejecución de las participantes en esta modalidad fue valorada por un total de 4 jueces, los cuales otorgaron puntuaciones de 1 a 10. Para asignar la calificación final, se calculó el promedio de las cuatro puntuaciones.

Priscila, Sara, Isaura y Sofía son cuatro participantes que obtuvieron las siguientes calificaciones:

Puntuaciones obtenidas por cuatro participantes en una ejecución de gimnasia rítmica				
Participantes	Puntuaciones otorgadas por los jueces			
Priscila	8	7	8	7
Sara	6	7	7	6
Isaura	6	7	9	9
Sofía	8	7	6	8

De acuerdo con la información, ¿Cuál fue la participante que obtuvo un 7,75 como calificación final?

¿Quién fue la ganadora de la competencia?

Elabore una tabla de posiciones en forma descendente.

3. En una universidad privada, la evaluación por semestre en el curso de Cálculo II, el cuál cursa Dayana, se basa en cuatro pruebas, ella ha obtenido las siguientes calificaciones en las tres primeras: 62, 50, 86.

- Si la nota para aprobar es 70, la calificación mínima que puede obtener en la cuarta prueba corresponde a
- Si la estudiante, en la segunda prueba gana el examen, ¿cuál sería la nota del último examen para aprobar el curso?

4. Considere el siguiente enunciado:

“Luis y Pedro tienen una apuesta para ver cuál de ellos es el mejor estudiante. Ellos obtuvieron en los últimos parciales las siguientes notas”

Notas de Luis				
30	65	72	88	90

Notas de Pedro				
50	65	68	76	88

De acuerdo con el enunciado anterior, considere las siguientes proposiciones

I. Según el promedio de las notas de los parciales Luis es mejor estudiante que Pedro

II. Entre los dos estudiantes la máxima nota la obtuvo Luis.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

- ¿Cuál de los dos estudiantes se considera mejor académicamente? Justifique su respuesta.

5. Considere la siguiente situación problema.

Edades de estudiantes de la carrera de Matemática de la Universidad de Costa Rica



En la Universidad de Costa Rica se realiza un estudio para analizar la variabilidad de las edades de los estudiantes de la Carrera de Matemática en la Sede Central y en la Sede de Occidente. Para lo cual se tomó una muestra de 25 estudiantes en cada sede. Como se muestra en las siguientes tablas.

Sede Central					Sede Occidente				
21	27	22	24	24	21	27	22	24	24
33	35	19	18	20	33	35	19	18	20
22	26	24	23	21	22	26	24	23	21
20	33	45	23	25	20	33	45	23	25
25	22	20	20	21	25	22	20	20	21

De acuerdo con la información anterior Edades de estudiantes de la Carrera de Matemática en la Universidad de Costa Rica, una afirmación verdadera con respecto a la media aritmética corresponde a

- A) Es mayor el de la Sede Central que el de la Sede de Occidente.
- B) Es menor el de la Sede Central que el de la Sede de Occidente.
- C) Es igual el de la Sede Central que el de la Sede de Occidente.
- D) No se puede determinar.

- ¿Son más jóvenes los estudiantes de la Sede Central o los de la Sede Occidente? ¿Por qué?

ANEXO 4

**Diseño y selección de tareas pertinentes para desarrollar
y evaluar la competencia matemática**

Cuestionario Evaluación del curso

Estimado profesor, este cuestionario tiene el propósito de conocer tu opinión respecto del curso que concluimos hoy. Agradecemos que contestes de la manera más sincera posible. Garantizamos la confidencialidad de tus respuestas. Gracias por tu participación en el curso y esperamos que sea de mucha utilidad en tu desempeño docente.

	Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	Neutral	De acuerdo	Totalmente de acuerdo
Los objetivos establecidos al inicio del curso se cumplieron cabalmente					
Las ideas y contenidos presentados eran nuevos para mí					
Las ideas y contenidos presentados son pertinentes para mi práctica docente					
El curso cumplió mis expectativas					
Implementaré lo aprendido en el aula					
Se manejó el tiempo eficientemente					
Las estrategias usadas fueron efectivas					
Los recursos visuales eran claros y útiles					
Se proveyó oportunidad para el intercambio y el desarrollo de ideas					
El profesorado dominaba los contenidos presentados					
Se proveyó información útil					
Se proveyó oportunidad para la práctica de lo enseñado					
Prevaleció un ambiente propicio para el aprendizaje					
Recomendaría este curso a mis colegas					

1. ¿Qué temas recomendarías incorporar en cursos futuros?
2. ¿Qué temas eliminarías?
3. ¿Qué aspectos consideras que deben mejorarse?
4. ¿Qué cambios contemplan introducir en tu práctica docente como resultado de este curso?
5. ¿Cuáles de tus prácticas actuales contemplan discontinuar como resultado de este curso?
6. Considero que lo más útil del curso fue...
7. Considero que lo menos útil del curso fue...
8. Mi motivación para inscribirme en el curso fue...

ANEXO 5

Periodo planeado:	Número de lecciones planeadas:
Colegio:	
Profesor:	
Temática desarrollada en el planeamiento:	

El instrumento se organiza en cuatro secciones y cada una de ellas contiene cuestiones relacionadas con las características óptimas que debería poseer el planeamiento; al considerar el currículo oficial de matemática en Costa Rica. Se debe responder sí o no a cada pregunta y completar con la observación

Número de planeamiento valorado:			
Organización de las lecciones			
	Sí	No	Observación
¿El desarrollo de las lecciones se encuentra organizado en dos etapas (Etapa 1 y Etapa 2), de acuerdo con los propósitos de la enseñanza y aprendizaje?			
¿En las lecciones donde se realiza el aprendizaje de conocimientos nuevos se pueden identificar cuatro momentos centrales: propuesta de un problema, trabajo estudiantil independiente, discusión interactiva y comunicativa, y clausura o cierre?			
¿En las lecciones donde se movilizan y aplican los conocimientos aprendidos se plantea la evaluación de estos?			
¿Las condiciones generales del aula (contexto socioeducativo, localidad, directrices del centro educativo, recursos y materiales disponibles, nivel educativo, cantidad de estudiantes, etc.) intervienen en el planeamiento?			
¿La diversidad en el aula (diferencias cognitivas asociadas a las diversas aproximaciones que las y los estudiantes pueden tener para aprender matemáticas, y las relaciones con el talento y la dedicación al estudio) está considerada en las lecciones planeadas?			
¿Los tiempos a destinar y la acción docente en cada momento del desarrollo de las lecciones están previstos?			
¿Los mecanismos para gestionar la participación de los estudiantes están considerados?			
¿Los recursos didácticos propuestos y el uso de estos se describen de forma precisa?			
¿Se decide el momento para hacer una síntesis cognoscitiva de los contenidos matemáticos aprendidos?			

Habilidades, competencias y procesos			
	Sí	No	Observación
¿El aprendizaje de los contenidos matemáticos se plantea en función de capacidades o habilidades (específicas y generales) relacionadas con los contenidos?			
¿Se agrupan habilidades alrededor de conocimientos de manera que se trabajen tanto en la acción de aula como en la evaluación?			
¿La mayoría de las actividades propuestas priorizan los procesos Plantear y resolver problemas, y Razonar y argumentar, dando lugar a que los procesos Conectar, Comunicar y Representar se integren al uso potente de los dos primeros?			
¿Se muestra un planeamiento flexible en cuanto la selección pertinente de problemas, tareas o actividades que vinculen habilidades y procesos matemáticos?			
¿Se evidencia en el planeamiento que la mediación pedagógica tiene como propósito la generación de capacidades en plazos diversos?			

Tareas matemáticas escolares			
	Sí	No	Observación
¿Se evidencia la selección y la organización de tareas matemáticas escolares como parte de la estrategia metodológica principal?			
¿Los tareas planteadas están orientados al aprendizaje de habilidades (movilización de procesos matemáticos)?			
¿Las tareas planteadas están asociadas a un contenido matemático?			
¿Las tareas propuestas implican que los conceptos y procedimientos matemáticos tratados estén íntimamente asociados a un contexto determinado?			
¿Se emplean contextos reales y de cuestión relevante o auténtica en el planteamiento de las tareas matemáticas escolares?			
¿Se identifican tareas que describan situaciones de la realidad con el propósito de facilitar la identificación, el uso y la construcción de modelos matemáticos?			
¿Se identifican tareas matemáticas escolares que representen diferentes niveles de complejidad?			
¿La complejidad de las tareas planteadas se enfatiza más en la realización de problemas de conexión o de reflexión que de reproducción?			
¿Se vinculan los procesos movilizados por las tareas y su complejidad?			

Evaluación			
	Sí	No	Observación
¿Se establecen mecanismos de evaluación durante las actividades que se plantean en la clase (cuando el estudiante participa, escucha, analiza situaciones del entorno y propone estrategias para su solución, etc.)?			
¿Se mencionan instrumentos técnicamente elaborados para recopilar información acerca del desempeño estudiantil, pertinentes con las actividades de mediación?			
¿Las técnicas e instrumentos de evaluación propuestos son variados y adecuados al nivel educativo que se pretende evaluar?			
¿Se sugiere la comunicación a los estudiantes de los objetivos y los criterios que se utilizarán para evaluar su progreso?			
¿Se evidencian diferencias de diseño y selección, entre las tareas que promueven conocimientos matemáticos y las tareas que los evalúan?			

ANEXO 6

Episodio:	Fecha y Hora:	Número de lecciones observadas:
Colegio:		
Profesor:		
Temática desarrollada en la clase:		

Observaciones generales:

Momento de la lección	Cuestiones observadas														
	Gestión del profesor		Papel del alumno	Contexto			Aprendizaje								
	Act.	Part.		Com.	Org.	Div.	Con.	Ha.	R.P.	M.	C.A.	Pr.	Rec.	Hi.	A
Inicio															
Desarrollo															
Cierre															

ANEXO 7

Periodo:	Número de prueba:
Colegio:	
Profesor:	
Temática desarrollada en la evaluación escrita:	

El instrumento se organiza en una única sección que contiene afirmaciones que describen características óptimas que debería poseer una evaluación escrita; al considerar el currículo oficial de matemática en Costa Rica. Se debe marcar la casilla correspondiente según su grado de acuerdo con el cumplimiento de cada afirmación, según la siguiente escala:

1: Nada 2: Muy poco 3: Algo 4: Bastante 5: Mucho

Indicadores para valorar evaluaciones escritas					
	1	2	3	4	5
¿Recopila información para determinar el logro de habilidades?					
¿Brinda información acerca del desempeño, la comprensión y aplicación conceptual acerca de la resolución de problemas?					
¿Existe concordancia entre el abordaje realizado durante el proceso de mediación pedagógica y las tareas de evaluación propuestas?					
¿Se manifiesta equilibrio entre los distintos niveles de complejidad de las tareas de evaluación propuestas?					
¿Las tareas de evaluación propuestas tienen relevancia práctica?					
¿Las tareas presentan coherencia?					
¿Se incluyen tareas de distinta extensión?					
¿Las tareas exigen más estrategia que técnica?					
¿La evaluación mide más que la retención de contenidos?					

ANEXO 8

DISEÑO Y SELECCIÓN DE TAREAS PERTINENTES PARA DESARROLLAR Y EVALUAR LA COMPETENCIA MATEMÁTICA

I. Aspectos generales

El marco de la reforma curricular de los programas de matemática en Costa Rica propone la aplicación de un modelo de currículo que persigue el logro y el fortalecimiento de una serie de habilidades y capacidades cognitivas para conducir el desarrollo de la competencia matemática de los escolares. Este programa, que destaca con solidez una visión funcional de las matemáticas, emplea la noción de competencia matemática como expectativa a largo plazo, y en su articulación se emplean nociones, supuestos y referencias clave sobre tareas de aprendizaje contextualizadas, grados de desempeño y niveles de complejidad de los procesos básicos de actuación en esta área. En este contexto, el profesor es el principal encargado de asumir las reformas curricular y ponerlas en vigor en su práctica docente, lo que implica que debe proporcionar a los estudiantes los conocimientos, las habilidades y las competencias básicas que establece el currículo, mostrando la utilidad y la eficacia de las herramientas matemáticas ante las múltiples cuestiones y problemas de la vida cotidiana.

Dentro de este contexto, consideramos que la formación de profesores de matemática como agentes de cambio y mejora del sistema educativo es una tarea prioritaria. Las actividades de formación constituyen un recurso valioso para el desarrollo profesional de los docentes, en cuanto los cursos y programas de formación implican aumentar o convalidar conocimientos, mejorar capacidades y cambiar actitudes. Además, compartimos la idea de que una vía para promover el desarrollo de la competencia matemática en los estudiantes es mediante la mejora de la calidad de las tareas a las que se enfrentan durante su proceso de aprendizaje, específicamente aquellas empleadas en la evaluación. Las tareas seleccionadas para este propósito aportan información sobre la situación de aprendizaje del alumnado en términos de logros, desarrollo de competencias y detección de errores. Considerar el mayor número posible de ellas permite al profesor disponer de una amplia colección de tareas para obtener información coherente y relevante acerca del aprendizaje de sus escolares.

De esta manera, esperamos que la participación de los profesores inscritos en el curso facilite la adquisición y el desarrollo de sus competencia para diseñar y seleccionar tareas pertinentes para desarrollar y evaluar la competencia matemática y sus respectivos criterios de valoración

II. Finalidad del curso

Los procesos de cambio curricular conllevan replanteamientos y modificaciones en las competencias de los profesores para planificar la enseñanza, para implementar lo planificado, para observar, gestionar y orientar el aprendizaje de los escolares, y también de su competencia como

evaluadores, que se manifiesta en la mejora y en los cambios de sus prácticas de evaluación. La evaluación es entendida como una parte integral del proceso de enseñanza y aprendizaje cuyo propósito es recopilar información válida y confiable que permita determinar hasta qué punto se logran las habilidades, destrezas o competencias propuestas en el currículo; lo que facilita la acción docente en la toma de decisiones prontas y oportunas orientadas al mejoramiento del rendimiento escolar.

En Costa Rica, uno de los principales instrumentos empleados para controlar el rendimiento escolar en matemática es la prueba nacional de Bachillerato en Educación Media. Es evidente que ante la reforma curricular el diseño de esta prueba debía ser reorientado. Sin embargo, desde el enfoque que se le ha dado a la evaluación, los docentes no deben preocuparse por cómo se desenvuelven los estudiantes en esta prueba, sino deben suministrarles oportunidades de aprendizaje y promover el desarrollo de sus habilidades y competencias de acuerdo a lo establecido en el currículo, al mismo tiempo que deben recoger información veraz del aprendizaje desarrollado por sus estudiantes para establecer criterios que le permitan modificar, enriquecer y mejorar su actividad docente.

Para cumplir a cabalidad estos propósitos, los profesores ponen en juego sus competencias profesionales, por lo que debe ser prioritario capacitar a los docentes para que respondan satisfactoriamente a las adecuaciones que conllevan los nuevos programas en su quehacer educativo; especialmente aquellas vinculadas con los procesos evaluativos.

Para dar respuesta a esta necesidad, consideramos oportuno planificar e implementar un programa de formación que tuviera por finalidad capacitar a los profesores de matemática en servicio para diseñar evaluaciones ajustadas al modelo en que se fundamenta la prueba nacional de bachillerato para la competencia matemática escolar, así como para establecer los respectivos criterios de corrección.

En términos más generales, buscamos apoyar a las universidades de Costa Rica responsables de la formación inicial de los profesores de matemática en su esfuerzo por preparar a estos docentes suficientemente para implementar los nuevos contenidos que tienen los programas oficiales (o que son tratados con otro enfoque). La implementación del curso será evidencia de la existencia de puentes entre el quehacer de las universidades y la práctica de aula en los colegios; esperamos que la propuesta formativa que diseñamos potencie el desarrollo de conocimientos y la promoción de competencias docentes en función de la acción de aula (conocimiento pedagógico de las matemáticas).

III. Objetivos

El objetivo general del curso es identificar, promover y valorar la competencia profesional de los profesores participantes para el diseño de tareas que promuevan y evalúen el desarrollo de la competencia matemática de sus alumnos, así como en el establecimiento de los criterios de valoración correspondiente.

Se concreta este objetivo mediante el enunciado de los objetivos específicos siguientes:

1. Identificar nociones y elementos clave, de la normativa legal y el marco teórico que enmarcan la reforma curricular de los programas de matemática en Costa Rica, para el desarrollo y la evaluación de la competencia matemática escolar.
2. Caracterizar tareas matemáticas escolares en términos de las variables que las constituyen: contenido matemático, situaciones y contextos, niveles de complejidad.
3. Caracterizar tareas matemáticas escolares de acuerdo con la función principal que cumple cada una de ellas dentro de una secuencia de aprendizaje.
4. Diseñar tareas adecuadas para el desarrollo y evaluación de la competencia matemática escolar de sus alumnos.
5. Establecer criterios de valoración que determinen el grado en que un alumno ha desarrollado las expectativas de aprendizaje previstas.

IV. Contenidos

1. **La reforma curricular de los programas de matemática en Costa Rica.** Hacia un modelo nuevo de evaluación de las matemáticas escolares.
2. **Conceptos básicos del currículo de matemáticas oficial en Costa Rica.** Habilidades, competencias (competencia matemática), procesos, ejes disciplinares (resolución de problemas, contextualización activa, uso inteligente de las tecnologías digitales, potenciación de actitudes y creencias positivas en torno a las Matemáticas, uso de la historia de las Matemáticas), la planificación del aprendizaje matemático escolar, la implementación de la enseñanza de las matemáticas escolares, la evaluación en las matemáticas escolares, la prueba nacional de Bachillerato en Educación Media.
3. **La planificación del aprendizaje de las matemáticas desde un enfoque funcional.** Los contenidos de las matemáticas escolares, significados y contenidos didácticos de las matemáticas escolares, el método del análisis didáctico y su estructura, la profesión de profesor de matemáticas.
4. **Significados de las matemáticas escolares. Contextualización activa.** Contenido matemático escolar, campo conceptual, campo procedimental, mapas conceptuales, sistemas de representación, sentido y modos de uso de un concepto, contextualización activa, significado de los contenidos matemáticos.
5. **Expectativas de aprendizaje: habilidades, competencias y procesos.** Expectativas de aprendizaje (habilidades, competencias y procesos), errores y dificultades, oportunidades para el aprendizaje, el análisis cognitivo de un tema de las matemáticas escolares.

- 6. Análisis, caracterización y organización de las tareas matemáticas escolares.** Complejidad, resolución de problemas y modelización, materiales y recursos en el aula: la tecnología.
- 7. La evaluación en las matemáticas escolares.** Concepto de evaluación en matemáticas, evaluación de los aprendizajes, evaluación por competencias.
- 8. Tareas de evaluación de la competencia matemática escolar.** Características, selección de este tipo de tareas.
- 9. Factores para considerar en el diseño de una prueba para evaluar la competencia matemática.** Selección de variables (condiciones estructurales), fortalezas y debilidades de una tarea (condiciones formales), criterios de valoración.
- 10. Criterios de valoración para las tareas que evalúan la competencia matemática.**

V. Metodología

El curso tendrá carácter de taller con énfasis en el trabajo en equipo. Dada la naturaleza del curso, el enfoque teórico práctico es la principal estrategia que se emplea para incentivar el desarrollo de conocimientos didácticos, capacidades y actitudes. De esta manera, el curso se desarrollará mediante el uso de estrategias como: reflexiones individuales, discusiones grupales, debates, presentaciones individuales y grupales. Esta modalidad implica la participación activa de los profesores participantes en todas las actividades que se proponen. En general, en las sesiones de clase y fuera de ellas, se brindarán espacios de mediación de los aprendizajes individuales y colaborativos, en los cuales se combinarán las explicaciones de carácter teórico, por parte de los expertos o de los profesores participantes. En las presentaciones teóricas se brindarán espacios de diálogo, discusión y debates entre los expertos y los profesores participantes y entre estos últimos, donde se compartan distintos puntos de vista del contenido expuesto. El trabajo individual se emplea primordialmente en actividades dentro de clase, particularmente en algunas reflexiones sobre los contenidos tratados. Es importante que los profesores participantes dediquen horas de estudio independiente a la lectura, reflexión y análisis de documentos que les permitirá realizar aportes significativos en las sesiones y en el trabajo con los demás compañeros. De esta forma, es fundamental un compromiso del profesor participante con su propio proceso personal de aprendizaje, que fomente una evolución de pensamiento crítico y creativo. Se reitera entonces la importancia de la participación dinámica, fundamentada y constante en las diversas discusiones académicas. Para llevar a la práctica el conocimiento teórico, se pretende que los profesores participantes se organicen en pequeños subgrupos de trabajo, en los cuales pongan en práctica los conocimientos en la selección y diseño de tareas que promuevan y evalúen la competencia matemática escolar. Es fundamental que cada miembro del grupo trabaje activamente en la consecución de los objetivos comunes. Asimismo, que dentro de cada subgrupo se promueva el compromiso, la excelencia, la reflexión, la creatividad, la discusión y el intercambio de ideas en un marco de respeto y con el propósito de mejorar el trabajo realizado.

VI. Secuencia de contenidos

El desarrollo de los contenidos del curso se organiza temporalmente en términos de sesiones. En la Tabla 1 se presenta la organización secuencial de los contenidos.

Tabla 1

Organización secuencial de los contenidos

Sesión	Contenido
Preliminar	Presentación del curso.
1	La reforma curricular de los programas de matemática en Costa Rica; conceptos básicos del currículo de matemáticas oficial en Costa Rica (habilidades, competencias, procesos, ejes disciplinares, planificación, implementación y evaluación de las matemáticas escolares, la prueba nacional de Bachillerato en Educación Media).
2	La planificación del aprendizaje de las matemáticas desde un enfoque funcional.
3	Significados de las matemáticas escolares. Contextualización activa.
4	Expectativas de aprendizaje: habilidades, competencias y procesos.
5	Análisis, caracterización y organización de las tareas matemáticas escolares.
6	Balance de los contenidos discutidos y trabajos realizados en las sesiones anteriores.
7	La evaluación de las matemáticas escolares; tareas de evaluación de la competencia matemática escolar.
8	Factores a considerar en el diseño de una prueba para evaluar la competencia matemática.
9	Criterios de valoración para las tareas que evalúan la competencia matemática.
10	Recapitulación, cierre y evaluación del curso.

Determinamos que el curso requerirá de 100 horas de trabajo para completarse exitosamente. De estas serían 30 horas presenciales distribuidas en las diez sesiones señaladas en la Tabla 1 (cada una de estas sesiones tiene una duración de tres horas), 55 horas para completar los trabajos no presenciales y 15 horas dedicadas exclusivamente a completar el trabajo final.

La implementación del curso tendrá lugar en los meses de noviembre y diciembre. En la Tabla 2 se detallan la fecha, el horario y el aula de la Escuela de Matemática correspondientes a cada una de las sesiones.

Tabla 2
Organización temporal de las sesiones del curso

Sesión	Fecha	Hora	Lugar
Preliminar	Miércoles 15 de noviembre	5:00 p.m.	Escuela de Matemática. UNA
1	Sábado 18 de noviembre	8:00 a.m.	Escuela de Matemática. UNA
2	Lunes 20 de noviembre	5:00 p.m.	Escuela de Matemática. UNA
3	Miércoles 22 de noviembre	5:00 p.m.	Escuela de Matemática. UNA
4	Jueves 23 de noviembre	5:00 p.m.	Escuela de Matemática. UNA
5	Sábado 25 de noviembre	8:00 a.m.	Escuela de Matemática. UNA
6	Lunes 27 de noviembre	5:00 p.m.	Escuela de Matemática. UNA
7	Miércoles 29 de noviembre	5:00 p.m.	Escuela de Matemática. UNA
8	Jueves 30 de noviembre	5:00 p.m.	Escuela de Matemática. UNA
9	Sábado 02 de diciembre	8:00 a.m.	Escuela de Matemática. UNA
10	Lunes 04 de diciembre	5:00 p.m.	Escuela de Matemática. UNA

VII. Evaluación

Asumimos que el interés principal por el que se inscribieron los participantes al curso es el desarrollo y el fortalecimiento de sus competencias profesionales para desarrollar y evaluar la competencia matemática de los escolares. De esta manera, consideramos que el curso no debe tener una calificación numérica final correspondiente al rendimiento de los profesores matriculados. Al contrario, apostamos por una evaluación integradora y continua que nos permita determinar una valoración global de los conocimientos desarrollados durante cada una de las etapas del proceso formativo con el fin de realizar los reajustes necesarios para su mejora. En este sentido, la participación activa de los profesores matriculados en todas las actividades propuestas durante el curso (reflexiones, puestas en común, trabajos no presenciales, actividades de aprendizaje) es fundamental.

VIII. Bibliografía recomendada

- Caraballo, R. M. (2014). *Diseño de pruebas para la evaluación diagnóstica en matemáticas: Una experiencia con profesores*. (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Flores, P. y Rico, L. (Eds.) (2015). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria*. Madrid: Pirámide.
- Lupiáñez, J.L. (2009). *Expectativas de aprendizaje y planificación de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.

- Marín, A. (2013). El análisis de instrucción: Instrumento para la formación inicial de profesores de secundaria. En L. Rico, J.L. Lupiáñez y M. Molina (Eds.) *Análisis didáctico en educación matemática* (pp. 103-120). Granada, España: Editorial Comares.
- Ministerio de Educación Pública (2012). Programas de Estudio de Matemáticas. San José: Ministerio de Educación Pública (MEP). Recuperado de: <http://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matematica.pdf>
- Ministerio de Educación Pública (2016). Informe Nacional: Bachillerato de la Educación Formal 2015. Recuperado de: <http://www.dgec.mep.go.cr/documentos/informenacional-de-las-pruebas-de-bachillerato-2015>
- OCDE (2012). *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012: Matemáticas, Lectura y Ciencias*. Madrid: Santillana.
- Rico, L. (Ed.) (1997). *Bases teóricas del Currículo de Matemáticas en Educación Secundaria*. Madrid: Síntesis.
- Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. *PNA*, 1(2), 47-66.
- Rico, L. y Lupiáñez, J.L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza Editor.
- Rico, L., Lupiáñez, J.L. y Molina, M. (2013). *Análisis didáctico en educación matemática*. Granada, España: Editorial Comares.
- Rico, L. y Moreno, A. (Coords.) (2016). *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria*. Madrid: Pirámide.