Taller de demostración: el papel del trabajo cooperativo y el uso de las TIC

Juan Miguel Ribera1, Rafael Ramírez2, Adela Jaime3, Ángel Gutiérrez3

[juan-miguel.ribera@unirioja.es](mailto:juan-miguel.ribera@unirioja.es), [rramirez@ugr.es](mailto:rramirez@ugr.es), [adela.jaime@uv.es](mailto:adela.jaime@uv.es), [angel.gutierrez@uv.es](mailto:angel.gutierrez@uv.es)

Departamento de Matemáticas y Computación. Universidad de La Rioja1

Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada2

Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Valencia3

Núcleo temático: Metodología y Evaluación. Materiales y recursos didácticos

Modalidad: Taller

Nivel educativo: Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato

Requisitos para la impartición del taller: Sería ideal que los asistentes dispongan de ordenador/dispositivo con Geogebra.

Describe en 140 caracteres la propuesta del trabajo: Análisis del papel del trabajo cooperativo y el uso de Geogebra en diferentes tareas para favorecer estrategias de demostración en la educación secundaria.

RESUMEN

En este taller se analizan diferentes tareas utilizadas en la investigación sobre los procesos de demostración en estudiantes de secundaria. Se propone a los asistentes analizar distintos factores como el papel del uso de Geogebra, la interacción entre los estudiantes o las diferentes representaciones que utilizan las estudiantes en sus argumentaciones. Se pretenden discutir los aportes del software para establecer o validar conjeturas, la comunicación entre los estudiantes para compartir estrategias y el uso del lenguaje algebraico en la demostración.

Palabras clave: Demostración, Geogebra, Resolución de problemas.

**1. Introducción**

En los últimos años un grupo de investigadores de las Universidades de Valencia, Granada, La Rioja y Castellón han realizado diferentes aportes para favorecer las conexiones on-line entre estudiantes de alta capacidad matemática. Algunas de las tareas propuestas se enmarcan en talleres virtuales donde los estudiantes se conectan para resolver problemas en grupo. En este trabajo nos focalizamos en las tareas utilizadas en un taller para favorecer estrategias cuando los estudiantes se enfrentan por primera vez a problemas de demostración. Los resultados de investigación muestran diferentes niveles de demostración [2] entre estudiantes con alto rendimiento y talento matemático [3]. También destacan el papel que adquiere la visualización y el lenguaje utilizado para formalizar sus argumentaciones [1].

Los resultados de las investigaciones con estudiantes de alta capacidad matemática aportan información de interés para el alumnado en general, especialmente en el diseño de tareas ricas que permitan diferentes niveles de complejidad y se adapten a la diversidad de un aula ordinaria.

Con esta intención y situando el foco de interés en las tareas relativas a demostración, se presentan diferentes tareas para que los asistentes las resuelvan y analicen.

**2. Metodología del taller**

El taller será eminentemente práctico y se propone la siguiente secuencia para cada tarea:

* Resolución individual
* Puesta en común en pequeño grupo
* Puesta en común en gran grupo
* Análisis de las interacciones
* Análisis del uso de Geogebra
* Análisis de diferentes estrategias
* Análisis de la visualización y del lenguaje algebraico

Las tareas han sido seleccionadas para que se ejemplifiquen situaciones en las que se admitan estrategias tanto visuales como algebraicas, permitan establecer diferentes conjeturas, admitan argumentaciones utilizando contraejemplos y la discusión sobre la generalización de casos particulares y ejemplos genéricos. A modo de ejemplo, presentamos algunas de las tareas propuestas:

**Tarea 1**: Tenemos dos cuadrados iguales. En cada lado de los cuadrados marcamos un punto, siempre a las mismas distancias de los vértices. Unimos los puntos para formar los cuadriláteros rojo y verde.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Figura 1. Cuadriláteros en la Tarea 1.

Piensa si son verdaderas las siguientes afirmaciones:

El área de la parte amarilla es igual al área de la parte roja.  
El área de la parte naranja es igual al área de la parte verde.  
¿Son ciertas? ¿Por qué? Explícanos tu razonamiento.

**Tarea 2**: Si un número n es par, ¿su cuadrado n2 es par o impar?   
Demuestra tu respuesta.

En la puesta en común se discutirán preguntas relativas a las estrategias utilizadas, la interacción entre los estudiantes y el uso de representaciones, dando respuestas a preguntas como:

¿Admite demostraciones visuales y algebraicas?

¿Qué papel desempeña la representación utilizada en la formulación?

¿Qué razonamiento implica pasar de lo particular a lo general?

¿Qué rol ha cubierto cada integrante del grupo?

¿Qué ventajas o inconvenientes añade la utilización de Geogebra u otro software similar?

….

Se espera que sea un foro de discusión entre los asistentes y que la puesta en común enriquezca las tareas para convertirlas en propuestas de enseñanza y se compartan ideas para llevarlas a la práctica en las clases de secundaria.

**Agradecimientos**

Los resultados presentados son parte del proyecto de investigación EDU2017-84377-R (AEI/FEDER, UE)

**Referencias**

1. Gutiérrez, A., Ramírez, R., Benedicto, C., Beltrán-Meneu, M.J. y Jaime, A. (2019). Visualization Abilities and Complexity of Reasoning in Mathematically Gifted Students´ Collaborative Solutions to a Visualization Task: A Networked Analysis. En K. S. S. Mix y M.T. Battista (Eds.) *Visualizing Mathematics* (pp. 309-337). Cham: Springer Nature Switzerland.
2. Marrades, R., y Gutiérrez, A. (2000). Proofs produced by secondary school students learning geometry in a dynamic computer environment. *Educational Studies in Mathematics, 44*(1/2), 87-125.
3. Ribera, J. M., Jaime, A., Ramírez, R. y Gutiérrez, A. (2018). Aprendizaje de la demostración por estudiantes con diferentes grados de talento matemático. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), Investigación en Educación Matemática XXII (p. 656). Gijón: SEIEM.