INVENCIÓN DE PATRONES PARA LOS DÍGITOS DEL CÓDIGO BRAILLE

PATTERN DESIGN FOR THE DIGITS OF BRAILLE CODE

Aurora Del Río Cabeza, Rafael Ramírez Uclés

Universidad de Granada

Resumen

En algunas de las propuestas de su tesis doctoral, Encarnación Castro explora patrones numéricos mediante configuraciones puntuales (Castro, 1995). En una de las fases de su investigación, plantea a los estudiantes tareas de estudio de representaciones de números utilizando puntos, para posteriormente investigar los patrones que aparecían.

El diseño del código Braille permite contextualizar en una situación escolar la invención y búsqueda de patrones en configuraciones puntuales, ya que en este alfabeto para personas ciegas cobra una especial relevancia. Siguiendo el estudio realizado por Encarnación Castro hemos propuesto a los alumnos de Estalmat que inventen sus propios patrones para representar los dígitos en el código Braille y en este trabajo estudiamos los argumentos utilizados para esta organización.

Palabras clave: configuración puntual, Braille, talento matemático

Abstract

In some of the proposals from her doctoral dissertation, Encarnación Castro explores numerical patterns employing dots configurations (Castro, 1995). In one of the steps of her investigation, she proposes to her students the study of number representations using dots, for subsequent analysis of the resultant patterns.

Braille code allows putting into context the design and search for patterns employing dots configurations in academic situations, due to the special importance of this alphabet for blind people. Following the study of Encarnación Castro, we have proposed our Estalmat students to devise their own patterns in order to represent the Braille digits, and in this work we study the reasoning behind these patterns.

Keywords: dots configuration, Braille, mathematically gifted.

del Río, A. y Ramírez, R. (2013). Invención de patrones para los dígitos del código Braille
En L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina e I. Segovia (Eds.), *Investigación en didáctica de la matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (pp. 151-158). Granada: Editorial Comares. Colección Didáctica de la matemática. PREPRINT

INTRODUCCIÓN

Suponemos que para una investigadora su tesis doctoral es un trabajo que lleva asociado el recuerdo de múltiples sensaciones. Por esta componente emocional, partimos en nuestro homenaje de algunas de las ideas recogidas en su tesis (Castro, 1995):

"Hay unanimidad entre los especialistas cuando consideran que un investigador creativo en matemáticas ha de tener predisposición innata, una inclinación favorable hacia esta labor". (p. 21)

"La visualización es importante para la educación puesto que la comprensión alcanzada mediante elementos visuales y analíticos se complementan; por ello mismo, el aprendizaje debe lograrse integrando información que utilice ambos tipos de códigos." (p. 48)

Tarea 2: Elige tres números y represéntalos utilizando el mismo patrón de puntos. (p. 168)

Tenemos que dejar en suspenso la segunda parte de nuestra hipótesis general: "Los sujetos en edad escolar, en especial aquéllos en los que predominan los procedimientos visuales, mejoran significativamente su trabajo con números al utilizar representaciones figurativas. (p. 310)

Creatividad, visualización y patrones. Hemos pretendido sintetizar las ideas anteriores planificando una experiencia con un grupo de alumnos de ESO que les motive para trabajar con representaciones figurativas de números.

La relación entre el valor de un número y su representación mediante puntos es una cuestión que quizá haya podido surgir en un ascensor para sustituir los silencios incómodos o las insustanciales conversaciones atmosféricas mientras compartimos viaje hacia la última planta. ¿Por qué el botón del número 1 tiene cinco puntos?

La presente experiencia para la búsqueda de patrones en el código Braille tiene dos fases independientes. En una primera, dos alumnos de alto rendimiento matemático investigaron la cuestión anterior e indagaron en el proceso de formación del alfabeto Braille. En una segunda fase, con alumnos con talento matemático del proyecto ESTALMAT, propusimos una tarea de invención de un patrón para representar en código Braille los dígitos del 0 al 9 y la escritura del número 70 (un número muy especial por muchos motivos). Las dos fases de la experiencia pretenden que los alumnos seleccionados pongan de manifiesto distintas características de su capacidad matemática.

Para este trabajo hemos seleccionado algunas de las expuestas por Freiman (2006), que no difieren en esencia de las de otros autores: el alumno con talento matemático es aquel que pregunta espontáneamente cuestiones que van más allá de las tareas matemáticas que se le plantean, **busca**

patrones y relaciones, construye nexos, lazos y estructuras matemáticas, localiza la clave de los problemas, **produce ideas originales, valiosas y extensas**, mantiene bajo control los problemas y su resolución, presta atención a los detalles, desarrolla estrategias eficientes, cambia fácilmente de una estrategia a otra, de una estructura a otra, piensa de modo crítico y persiste en la consecución de los objetivos que se propone.

Aunque otras características pueden ir asociadas, hemos focalizado la primera fase en la búsqueda de patrones y relaciones. De hecho, esta primera tarea de investigación ha dado como resultado una búsqueda de respuestas con la que los propios alumnos han sido premiados en un concurso de investigaciones en estadística (Hernández y Quiles, 2013).

No obstante, nuestra principal intención se focaliza en la segunda fase. De las características del talento matemático, consideramos que la producción de ideas originales puede manifestarse en las argumentaciones que han presentado los alumnos para la invención y justificación de los patrones inventados. Sin profundizar en otras componentes del talento matemático que podrían manifestar en esta tarea (Krutetskii, 1996), ni en la posible preferencia de estos alumnos por los métodos no visuales (Presmeg, 1986), consideramos que en la elaboración de estos patrones se ponen en juego habilidades y procesos de visualización (Del Grande, 1990; Ramírez, 2012).

DESCRIPCIÓN DE LAS FASES DEL TRABAJO

Fase 1: La lógica del código Braille

¿Cuál es el patrón que sigue el alfabeto Braille? ¿Por qué el número 1 se representa con cinco puntos? ¿Se podría reinventar el código Braille para que sea más eficiente? Estas tres preguntas fueron la guía de investigación para una alumna y un alumno de 4º ESO. Dichos alumnos fueron seleccionados por su alto rendimiento en la asignatura de matemáticas en la unidad didáctica de Combinatoria y se les propuso como trabajo de enriquecimiento curricular.

Inicialmente, y tras varias hipótesis que ellos mismos rechazaban al comprobar que eran ineficaces, no encontraron ningún patrón en las letras del alfabeto ni en los dígitos. Se les permitió que indagaran utilizando bibliografía y búsquedas guiadas en Internet. Compartimos resumidas algunas de sus respuestas.

¿Cuál es el patrón que sigue el alfabeto Braille?

Louis Braille publicó su sistema en 1827 reduciendo a seis el número de puntos utilizados y representando el alfabeto en lugar de sonidos como sugerían propuestas anteriores. Los puntos se representan en un cajetín de unos 5 mm de alto por 2,5 mm de ancho distribuidos de la siguiente manera:

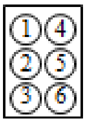
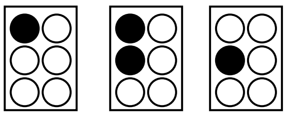


Figura 1: Cajetín del código Braille.

Las distancias entre cajetines y entre los puntos están normalizadas para adaptarse a la yema de los dedos. El patrón para la formación del alfabeto sigue el siguiente esquema:

Para los tres primeros símbolos se eligen los puntos 1, 1-2 y 2 (figura 2). Para los tres siguientes, se utiliza la misma combinación pero en la segunda columna: 4, 4-5 y 5 (figura 3).



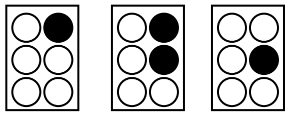


Figura 2: Símbolos 1, 1-2 y 2 del proceso de formación. Figura 3: Símbolos 4, 4-5 y 5

Combinando el 1, el 1-2 y el 2 de la primera columna con los tres elementos anteriores de la segunda columna se obtienen 9 representaciones más (figura 4).

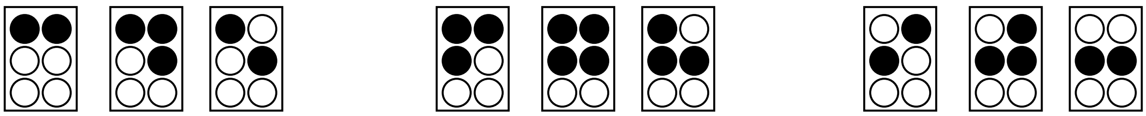
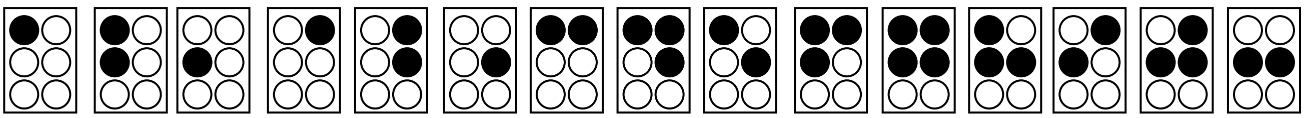


Figura 4: Símbolos obtenidos de las combinaciones anteriores.

De estos 15 símbolos, se eliminan las combinaciones que podían confundirse con otros por el número o su posición, creando una primera serie de 10 símbolos que se asocia a las primeras letras del alfabeto (figura 5):



a(1) b(2) X X X X c(3) d(4) e(5) f(6) g(7) h(8) i(9) j(10) X

Figura 5: Primera serie de formación del código Braille.

A partir de esta serie, se forma el resto de series combinándolas con los elementos 3 y 6. Así la segunda serie es la anterior añadiéndole el punto 3, la siguiente serie añadiéndole el 3-6 y la siguiente con el 6. La quinta serie se obtiene desplazando las combinaciones de la primera serie un espacio hacia abajo en el cajetín, es decir, dejando la primera fila vacía. Las series 6º y 7º se obtienen con combinaciones del punto 3 con combinaciones de la segunda columna que no hayan sido utilizadas antes.

¿Por qué el número 1 se representa con cinco puntos?

Con el cajetín generador se podrían conseguir 64 signos que resultan insuficientes para representar el alfabeto, los dígitos, signos de puntuación, etc. Para obtener más símbolos, se procede a combinar varios cajetines. En el caso de los números, se utiliza el símbolo antes de uno de los símbolos de la primera serie (1=a, 2=b, 3=c, 4=d, 5=e, 6=f, 7=g, 8=h, 9=i y 0=j)

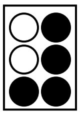


Figura 6: Símbolo de número.

Tinta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Notación Braille	⠼⠁	⠼⠃	⠼⠉	⠼⠙	⠼⠑	⠼⠋	⠼⠛	⠼⠓	⠼⠊	⠼⠚
Código Braille	3456,1	3456,12	3456,14	3456,145	3456,15	3456,124	3456,1245	3456,125	3456,24	3456,245

Figura 7: Dígitos en Braille (Fernández, 2004).

¿Se podría reinventar el código Braille para que sea más eficiente?

En relación al abecedario, los alumnos abordaron esta cuestión estudiando la forma de asociar los símbolos generadores de la primera serie (símbolos desde a hasta j) a otras letras más utilizadas en el lenguaje español. Como muestra, analizaron las 100 primeras palabras del Quijote y de un texto de actualidad. Estas frecuencias coinciden con el estudio hecho sobre el Quijote completo, concluyendo que la primera serie estaría asignada a las letras a, e, i, o, u, s, n, r, d y l. Sin embargo, esta planteamiento no reformula la asignación a los dígitos ya que están generados por la primera serie ideada por Braille. Esto nos llevó a proponer la segunda fase de nuestra investigación.

Fase 2: Invención de patrones para los dígitos del 0 al 9 y el número 70.

Para esta segunda fase, elegimos un grupo de alumnos con talento matemático del primer curso del proyecto ESTALMAT. Previamente a la sesión de Combinatoria, les propusimos la siguiente tarea sin trasmitirle ningún tipo más de información.

Un cajetín para representar símbolos en el código Braille consta de los siguientes puntos que se van marcando para ser identificados por el tacto. ¿Cómo representarías los dígitos 0, 1, 2… 9? Explica el procedimiento que utilices. ¿Cómo representarías el número 70 con el sistema que has diseñado?

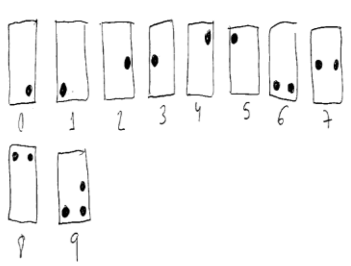
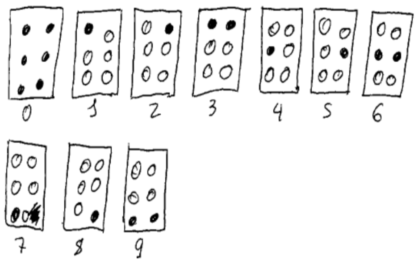
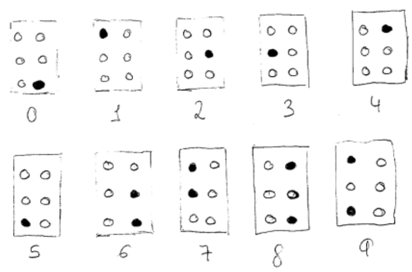
del Río, A. y Ramírez, R. (2013). Invención de patrones para los dígitos del código Braille
En L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina e I. Segovia (Eds.), *Investigación en didáctica de la matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (pp. 151-158). Granada: Editorial Comares. Colección Didáctica de la matemática. PREPRINT

Resolvieron la tarea individualmente en *menos de 10 minutos* y se recogieron sus respuestas para el análisis posterior.

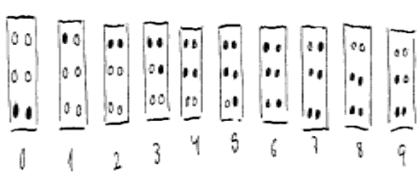
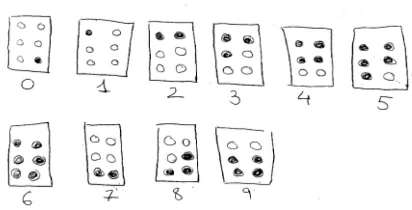
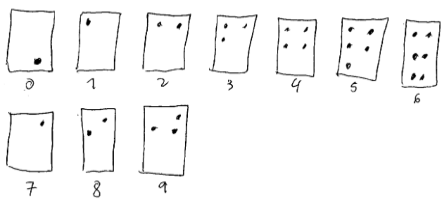
ANÁLISIS DE LAS RESPUESTAS DE LOS ALUMNOS

Hemos clasificado las respuestas de los alumnos en tres categorías, según el criterio que seguían en su propuesta. También hemos descrito la construcción que hacen del número 70 a partir del patrón numérico que proponían. Los tres criterios de clasificación del patrón numérico propuesto por los alumnos son: atendiendo a la posición de los puntos, atendiendo al número de puntos y otros criterios.

a) Posición de los puntos: la construcción que hacen de los dígitos del 1 al 9 sigue un patrón en el que lo determinante es la posición de los puntos, independientemente del número de éstos. Eligen una posición de inicio y a partir de ahí rellenan con un único punto progresando de arriba-abajo y de izquierda-derecha, o viceversa, dependiendo de la posición de inicio. Cuando llegan al número 6 y se quedan sin posiciones libres, rellenan siguiendo el mismo criterio pero con un punto fijado y marcando dos puntos. Otros van completando filas, primero con un punto de derecha a izquierda, y el siguiente número lo escriben rellenado los dos puntos de la fila correspondiente. Otra propuesta que sigue este criterio es elegir una columna para los pares y otra para los impares y rellenar de arriba-abajo. Vemos algunos ejemplos de este criterio:

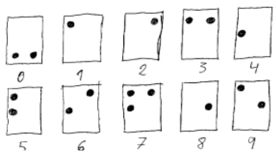




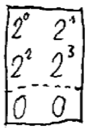
b) Número de puntos: la construcción de los números se hace aumentando el número de puntos. En la mayoría de los casos el cero tiene una representación distinta, que no sigue ningún patrón para poder empezar por el 1 con un único punto. El orden de colocación de los puntos es diverso, de arriba-abajo, de izquierda-derecha. Los códigos 7, 8, 9 se obtienen: quitando los códigos 1, 2 y 3 (primera figura), códigos 4, 3 y 2 (segunda figura) o bien, repitiendo los códigos 1, 2 y 3, respectivamente desde la parte superior, previa reconfiguración de los puntos (figura 3).

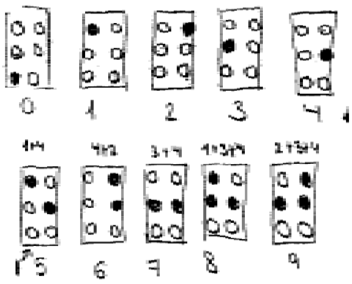




al final). Granada: Editorial.

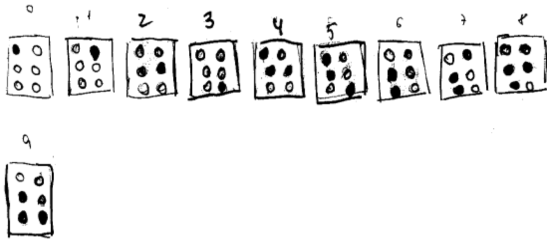
c) <u>Otros criterios</u>: En otros criterios destacamos el uso del sistema binario para representar los dígitos o representar los 4 primeros dígitos y obtener los demás como combinaciones lineales de los anteriores o ir completando en orden hasta rellenar todos los puntos. Ejemplos:







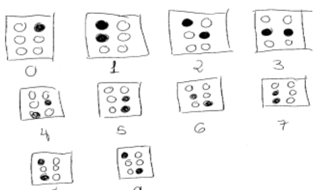
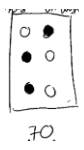
Hago las combinaciones de 1 de izquierda a derecha y de arriba a abajo, después las de 2, las 3..., (lo hago así porque me gustan las combinatorias). y ser ordenado)



0 → 1×0
1 → +1
2 → +2
3 → +3
4 → 1×2+2
5 → 1×2+3
6 → 2×3
7 → 2×3+1
8 → 2×3+2
9 → 2×3+3

En este último ejemplo, la primera fila representa el 1, la 2º el 2 y la 3º el 3. La primera columna representa multiplicación y la segunda suma. Así, los números del 4 al 9 se obtienen multiplicando las posiciones (en orden descendente, 1, 2, 3) de los puntos resaltados en primera columna más la posición (en el mismo orden, 1, 2, 3) del punto resaltado en segunda

Por otra parte se le pedía que representaran el número 70 a partir de los dígitos construidos. En la mayoría de los casos han usado una representación posicional, es decir, escriben 70 como el dígito 7 seguido del dígito 0. Algún alumno que proponía completar los números en lugar de representar los dígitos argumenta que “de mi forma sólo se puede hasta el 63”, ya que este lo representa con los seis puntos y ya no le quedan más posibilidades. Otro usa un sistema *semi-posicional*, ya que en lugar de colocar dos fichas representa el 70 en una única ficha utilizando cada columna para un dígito. Con la construcción que hace de los números sí que puede representar el 70, pero no así otros como el 89, ya que se le solapan los puntos.

Especialmente sofisticados se  en estos  criterios más observa la predisposición que los alumnos tienen por aplicar sus conocimientos sobre propiedades numéricas o sistemas de numeración. Resaltamos la creatividad de algunas de las propuestas y la eficacia de los patrones propuestos, valorando la inmediatez de la respuesta (apenas cinco minutos), por lo que esperamos realizar un análisis más a fondo de esta tarea completándola con entrevistas personales. Asimismo, lo sobresaliente de las respuestas es que ninguno de los estudiantes se percata de la posibilidad de confusión de códigos "iguales salvo traslación" por un hipotético lector ciego.

Este trabajo se ha desarrollado dentro del proyecto EDU2012-37259 "Análisis de procesos de aprendizaje de estudiantes de altas capacidades matemáticas de E. Primaria y ESO en contextos de realización de actividades matemáticas ricas" subvencionado por el Ministerio de Economía y Competitividad de España.

Referencias

Castro, E. (1995). *Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales*. Granada: Editorial Comares.

Fernández del Campo, J. (2004). *Braille y Matemática.* Madrid: ONCE.

Del Grande, J. J. (1990). Spatial sense. *Arithmetic teacher, 37* (6), 14-20.

Freiman, V. (2006). Problems to discover and to boost mathematical talent in early grades: A Challenging Situations Approach. *The Montana Mathematics Enthusiast*, *3* (1), 51-75. Canada: The Montana Council of Teachers of Mathematics.

Hernández, L. y Quiles, J. (2013). *Reinventemos el código Braille*. Manuscrito presentado al concurso Incubadora de Sondeos y Experimentos organizado por el Departamento de Estadística e I. O. de la Universidad de Granada)

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren.* Chicago: University of Chicago Press.

Presmeg, N. (1986a). Visualisation and mathematical giftened. *Educational Studies in Mathematics, 17* (3), 297-311.

Ramírez, R. (2012). *Habilidades de visualización de los alumnos con talento matemático.* Tesis doctoral sin publicar. Universidad de Granada, España.