

## Capítulo 20. Atención a la diversidad y matemáticas escolares

Rafael Ramírez Uclés

### Introducción

En ocasiones anteriores hemos argumentado que el profesor diseña su actuación a partir de unas expectativas de aprendizaje para lo cual considera distintos componentes del análisis didáctico. Cada alumno se encuentra en un momento particular de desarrollo de su competencia matemática, por lo cual la atención a la diversidad adquiere un papel relevante para que cada estudiante consiga el máximo provecho. El profesor, como guía para el logro de esa competencia, desempeña un papel de orientador, aconseja al alumno en relación a su itinerario curricular durante la enseñanza secundaria, realiza propuestas de agrupamientos y propone programas de refuerzo y de ampliación.

La atención a la diversidad se concibe como una oportunidad que tiene el profesor de satisfacer las necesidades educativas de cada uno de sus alumnos, teniendo en cuenta sus motivaciones, capacidades, dificultades y estilos de aprendizaje, de modo personalizado. Esto requiere un conocimiento del alumno que se enriquece con el propio proceso de enseñanza. No obstante, como veremos en el primer apartado del capítulo, es posible y conveniente establecer unas pautas previas para atender a la diversidad en la planificación de una unidad didáctica.

La atención a la diversidad cobra mayor sentido para aquellos alumnos con necesidades educativas especiales. Los conceptos y la terminología para describir a estos alumnos se ha ido matizando en las diferentes normativas curriculares (necesidades educativas especiales, alumnado con necesidad específica de apoyo educativo, etc.), si bien en este capítulo los utilizamos indistintamente. Consideramos a aquellos alumnos que, por tener unas características intelectuales o físicas específicas demandan una atención personalizada durante su proceso de enseñanza. Estas necesidades educativas pueden provenir de diagnósticos del departamento de orientación, tutores o profesores de cursos anteriores, evaluaciones iniciales, u otros. Responden por tanto a situaciones muy particulares que son difíciles de prever en una planificación general de las unidades didácticas de un curso. Sin embargo, el profesor puede y debe determinar criterios que marquen las estrategias educativas a seguir cuando se presenten esos casos particulares.

Con la atención a la diversidad, se pretende anticipar la concreción de la planificación del profesorado en la unidad didáctica a la realidad del alumnado que se encuentra en el aula: alumnos con dificultades graves de aprendizaje, déficit de atención, altas capacidades matemáticas, necesidades de compensación, incorporación tardía, entre otros. Es en los documentos curriculares donde el profesor encuentra los distintos casos de necesidades específicas de apoyo educativo, así como orientaciones para el tratamiento de los casos expuestos anteriormente.

En la segunda parte del capítulo, sin pretender un estudio exhaustivo, presentamos ejemplos de tareas para atender a la diversidad, combinando dos dimensiones. Por un lado, los diferentes ámbitos (escuela-clase-grupo-alumno) y por el otro, las modificaciones en los distintos componentes del análisis didáctico.

## **1. Planificación para atender a la diversidad**

Para diseñar una unidad didáctica el profesor tiene en cuenta las características del grupo clase en que va a llevarla a cabo. Los análisis de contenido, cognitivo, de instrucción y de evaluación se desarrollan atendiendo al proceso de aprendizaje de los alumnos de un grupo concreto. La atención a la diversidad exige un tratamiento individualizado para aquellos alumnos que presenten necesidades educativas singulares, y así profundizar sensiblemente en aquellos aspectos que los diferencian.

Más que un listado de actividades exhaustivo de refuerzo, repaso y ampliación, se pretende que el profesor conozca pautas para “reformular” las decisiones del análisis didáctico previo y así planificar y diseñar actuaciones particulares con los alumnos que las demanden. En este apartado se pueden tomar decisiones para elaborar adaptaciones curriculares, programas de enriquecimiento curricular y programas de refuerzo.

Son varias las fases a tener en cuenta para elaborar las propuestas de atención a la diversidad, desde un ámbito general al más particular: escuela, clase, grupo, alumno.

Por un lado, el profesor debe atender las actuaciones en agrupamientos derivados de la propia organización de los centros escolares. En este apartado se incluyen medidas que tienen en cuenta el contexto sociocultural del centro, su idiosincrasia y los agrupamientos marcados desde la Administración o desde el Plan de Centro (grupos de diversificación curricular, de apoyo, de enriquecimiento). En estas situaciones, la atención a la diversidad tiene un primer nivel de concreción que hace referencia a las características de un colectivo ya seleccionado.

Por otro lado, los criterios individuales que marcan la atención a la diversidad propiamente dicha, es decir, las decisiones curriculares tomadas por el profesor debidas a la singularidad de cada uno de los alumnos con necesidades educativas especiales, en los grupos antes citados o en el grupo clase (adaptaciones curriculares significativas, refuerzos, ampliaciones).

En ambos casos, para elaborar estrategias de atención a la diversidad, utilizamos las mismas dimensiones de reflexión curricular que determinan el currículo de las matemáticas escolares como un sistema integrado: culturales/conceptuales, cognitivas, normativas y morales, y sociales.

Aludiendo a las cuatro dimensiones anteriores, el último ámbito de actuación para llevar a cabo las diferentes adaptaciones del currículo es el aula, y el profesor es el encargado de llevar a cabo el plan de formación en matemáticas que se concreta al determinar unos contenidos, objetivos, metodología y criterios e instrumentos de evaluación. Estas cuatro componentes, matizadas para las necesidades concretas, caracterizan el currículo como plan operativo de actuación.

A continuación mostramos el enfoque con que se plantea en los documentos curriculares, utilizando a modo de ejemplo dos de ellos, NCTM y LOMCE.

### **1.1. La atención a la diversidad en documentos curriculares**

En los sistemas educativos actuales el objetivo de atender a la diversidad presenta a los docentes el reto de enseñar a cada individuo según sus necesidades específicas, evitando su exclusión respecto al grupo del que forman parte. Esta importancia de atender a la diversidad y a los alumnos de necesidades educativas especiales es reclamada tanto por la normativa vigente como por las diferentes organizaciones implicadas en la educación,

OCDE, UNESCO y NCTM, por citar algunas de las ya referenciadas anteriormente. A modo de ejemplo, veamos como se aborda en una de ellas:

La organización norteamericana National Council of Teacher of Mathematics (NCTM), en la obra Principios y Estándares, propone que esos principios y estándares sean de uso obligado por aquellos que toman decisiones sobre la educación matemática. De los seis principios, destacamos el primero, en que se hace una clara alusión al enfoque de la atención a la diversidad:

*Principio de igualdad: La excelencia en la educación requiere igualdad, altas expectativas y fuerte apoyo para todos los estudiantes.*

La descripción de este principio enfatiza:

*Todos los alumnos, independientemente de sus características y circunstancias personales, deben tener oportunidades para estudiar matemáticas y apoyo para aprenderlas. La igualdad no significa que todos deban recibir idéntica instrucción; por el contrario, exige que se hagan adaptaciones razonables y apropiadas para proporcionar la posibilidad a todos los estudiantes de obtener logros.*

Este documento, sin entrar en actuaciones concretas, marca algunas pautas genéricas: dejar más tiempo para las tareas o fomentar las pruebas orales para los alumnos con alguna incapacidad; programas especiales, clases particulares e incluso ayuda de compañeros de niveles más avanzados para los alumnos con dificultades; programas más ricos, con más recursos para estimular y comprometer a aquellos con especial interés o talento excepcional.

En la normativa curricular, en las leyes educativas, se hace hincapié en la necesidad de atender las características específicas. Así, en el artículo relativo a la autonomía de los centros, se alude a este principio de igualdad:

*Los centros docentes desarrollarán y complementarán, en su caso, el currículo y las medidas de atención a la diversidad establecidas por las Administraciones educativas, adaptándolas a las características del alumnado y a su realidad educativa con el fin de atender a todo el alumnado. Asimismo, arbitrarán métodos que tengan en cuenta los diferentes ritmos de aprendizaje del alumnado, favorezcan la capacidad de aprender por sí mismos y promuevan el trabajo en equipo.*

En el artículo 9 de la LOMCE, se hace una mención específica de lo que se considera alumnado con necesidad específica de apoyo educativo

*... alumnado que requiera una atención educativa diferente a la ordinaria, por presentar necesidades educativas especiales, por dificultades específicas de aprendizaje, Trastorno por Déficit de Atención e Hiperactividad (TDAH), por sus altas capacidades intelectuales, por haberse incorporado tarde al sistema educativo, o por condiciones personales o de historia escolar, para que pueda alcanzar el máximo desarrollo posible de sus capacidades personales y, en todo caso, los objetivos establecidos con carácter general para todo el alumnado.*

Se pueden diferenciar dos grupos en el alumnado con necesidad de apoyo educativo; además de los que manifiestan dificultades también hay que atender a aquellos que presentan altas capacidades. Para los primeros se insiste en la igualdad de oportunidades y su no discriminación, se proponen medidas de flexibilización, alternativas metodológicas y adaptaciones curriculares. Para el alumnado de altas capacidades se demandan planes de actuación, como programas de enriquecimiento o la posibilidad de impartirles contenidos para adquirir capacidades de cursos superiores que desarrollen al máximo sus competencias, teniendo en cuenta su motivación, ritmo y estilo de aprendizaje.

Los artículos 16 y 19 tratan algunas de las medidas organizativas y curriculares para atención a la diversidad como parte del proyecto educativo del centro y se dan pautas metodológicas para los programas de mejora del aprendizaje y del rendimiento.

*Entre las medidas indicadas en el apartado anterior se contemplarán las adaptaciones del currículo, la integración de materias en ámbitos, los agrupamientos flexibles, el apoyo en grupos ordinarios, los desdoblamientos de grupos, la oferta de materias específicas, los Programas de Mejora del Aprendizaje y el Rendimiento y otros programas de tratamiento personalizado para el alumnado con necesidad específica de apoyo educativo.*

Tarea 1. Localiza en los documentos propuestos, argumentos que justifiquen la importancia de la atención a la diversidad en educación matemática. Haz una valoración personal.

A continuación vemos varias propuestas de diseño de actuaciones para la atención a la diversidad. No se pretende un listado exhaustivo, sino recalcar y ejemplificar la idea de que la modificación de componentes en el análisis didáctico permite adaptar el proceso de enseñanza a las diversas necesidades de los alumnos.

### **1.2. Propuestas de atención a la diversidad**

En una primera consideración, distinguimos varias opciones según el tamaño del grupo y número de sujetos a los que va dirigida la propuesta (figura 1). Desde actuaciones diseñadas para atender a un alumno concreto hasta propuestas que abarcan agrupamientos más amplios según determinadas características.

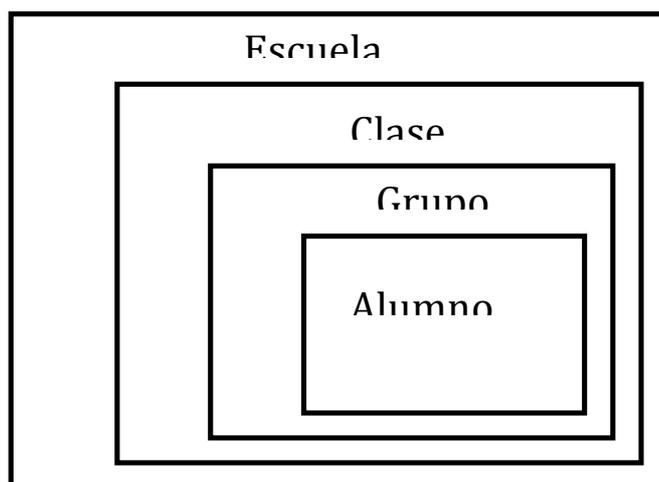


Figura 1.- Opciones de atención a la diversidad según agrupamientos.

Por ejemplo, podemos contextualizar una adaptación curricular de una unidad didáctica para un solo alumno con déficit de atención o bien, para un grupo de tres alumnos de altas capacidades de un mismo curso, diseñar una propuesta para una clase de diversificación o planificar para todo un centro de alumnos con déficit auditivo.

La principal diferencia en estas opciones es focalizar la atención a la diversidad bien en unas características individuales o en las del grupo al que va dirigida. Por ejemplo, en la adaptación curricular de un alumno de altas capacidades el profesor puede ofrecerle tareas con un nivel elevado de complejidad mientras que sus compañeros realizan la misma tarea con demandas inferiores. Si en esta misma clase hay varios alumnos con talento matemático, el profesor puede plantear metodologías de trabajo que agrupen a esos alumnos para que discutan las estrategias de resolución de tareas que requieran un elevado nivel de argumentación y compartan su solución con los compañeros.

En una clase que permita los agrupamientos flexibles, y en la que en determinados momentos se agrupan los alumnos con unas características concretas, es posible focalizar la atención en tareas que profundicen en un nivel específico, sin tener que diversificar la complejidad. Pueden ser clases de apoyo o de enriquecimiento cuyos contenidos son diferentes, desde ejercicios para afianzar los contenidos mínimos hasta proyectos de investigación para profundizar en conceptos que van más allá del currículo. En los programas de diversificación curricular, los contenidos matemáticos se programan conjuntamente con otras asignaturas del ámbito científico-tecnológico para alcanzar los objetivos de la etapa y desarrollar las competencias.

Tarea 2. Localiza en los documentos curriculares las estrategias de agrupamiento para la atención a la diversidad. Analiza posibles ventajas e inconvenientes.

Vamos a presentar a continuación propuestas grupales e individuales para la atención a la diversidad. En ambos casos seleccionamos un ejemplo de atención a los alumnos que presentan dificultades y otro para los alumnos de alta capacidad matemática.

## **2. Ejemplos de propuestas grupales**

Entre las medidas grupales de atención a la diversidad se encuentran los agrupamientos flexibles para la atención al alumnado de un grupo específico, desdoblamiento de grupos en las materias instrumentales, apoyo en grupos ordinarios mediante un segundo profesor o profesora dentro del aula y un modelo flexible de horario lectivo semanal. Para una agrupación de alumnos con nivel de competencia curricular relativamente homogéneo es posible diseñar adaptaciones curriculares específicas.

Presentamos dos ejemplos, uno de refuerzo y otro de enriquecimiento, para ejemplificar la atención a la diversidad en un grupo específico.

### **2.1. Programas de refuerzo**

Los programas de refuerzo tienen como objetivo lograr aquellos aprendizajes no adquiridos. Puede ser con alumnos que no hayan promocionado de curso o que, aún promocionando, no hayan superado los objetivos de matemáticas; alumnos que requieran refuerzo, ya identificados al acceder a primer curso de educación secundaria, o que muestren dificultades en cualquier momento del ciclo. Para estos alumnos se recomienda diseñar planes específicos personalizados, si bien pueden incluirse en un

programa de refuerzo de materias instrumentales, en nuestro caso, las matemáticas, orientado a la superación de las limitaciones detectadas.

Por lo tanto, son alumnos que ya cuentan con un diagnóstico de dificultades. Presentamos una propuesta para ellos, focalizada en los componentes del análisis cognitivo (Tabla 1) en el que se ha localizado un error en particular. En la resolución de inecuaciones, al despejar la incógnita, un error común consiste en “pasar” los factores negativos que multiplican a un término al otro término de la inecuación, dividiendo sin cambiar el sentido de la desigualdad. Hemos percibido este error en un grupo de alumnos repetidores que pertenecen a un programa de refuerzo, quienes manifiestan no haber adquirido la destreza correspondiente a este procedimiento, sin comprender las propiedades de las desigualdades y verbalizándolas sin darle sentido. Planteamos una tarea para este grupo de alumnos en tres fases:

- 1.- Conocer los hechos y destrezas
- 2.- Detectar los errores cometidos
- 3.- Comprender los conceptos y propiedades implicadas

<b>Análisis cognitivo</b>	Errores al despejar números negativos en las desigualdades
<b>Análisis de contenido</b>	Hecho (verbalización sin comprender el significado): “Al pasar dividiendo un número negativo, la desigualdad cambia de sentido”. Por ejemplo $-3x < 6$ se convierte en
	Destreza: “recitar pasos” para despejar en inecuaciones
<b>Análisis de instrucción</b>	Concepto: propiedades de la desigualdad al multiplicar por un número ambos miembros.
	Estrategias: comprensión del procedimiento para despejar
<b>Análisis de actuación</b>	Portafolio con registro y corrección de errores

Tabla 1: Componentes del análisis didáctico considerados.

Esta tarea puede llevarse a cabo con todos los alumnos de la clase, pero es en el trabajo en grupo del programa de refuerzo donde cobra mayor sentido para focalizar toda la atención del profesor en las dificultades concretas.

### **TAREA “De los errores se aprende”**

El alumno dispone de un portafolio en que va a recoger los errores en que incurra y que le indique el profesor, tanto en los ejercicios diarios como en las pruebas escritas. Con ayuda del profesor, tiene que expresar con sus palabras la idea errónea, el por qué la ha utilizado y la corrección necesaria para no volver a repetirla.

Inicialmente, el profesor marca unas pautas para expresar los errores:

- *No he sabido plantear el problema*
- *Me he equivocado en las operaciones*
- *He operado mal con las fracciones: el signo delante de una fracción afecta al signo del numerador o del denominador. No de los dos.*
- *No he despejado bien; el 3 no podía pasar dividiendo porque no multiplicaba a todos los miembros.*
- *Ni siquiera he pensado el ejercicio.*

En estas clases de refuerzo, el alumno lee públicamente su portfolio y los compañeros señalan si ellos han incurrido en el mismo error. Cada vez que registren un mismo error, lo marcarán con un asterisco y analizarán las causas que lo han originado. El profesor plantea tareas, para resolver en grupo, a aquellos alumnos que hayan manifestado las mismas dificultades seleccionando del análisis cognitivo las oportunidades de aprendizaje correspondientes. Veamos un ejemplo de actuación en la unidad de inecuaciones para el ejemplo de los errores al resolver inecuaciones:

El alumno registra el error cometido: *Al pasar dividiendo el -3, habría que haber cambiado el sentido de la desigualdad*

El profesor le ayuda a verbalizar el ¿por qué? *“Pasar” dividiendo es dividir entre -3 en los dos miembros. Si en una desigualdad dividimos los dos miembros por un mismo número negativo, la desigualdad cambia de sentido:*

El alumno corrige el error y debe responder en grupo a las siguientes cuestiones

- ¿Entiendo las propiedades de las desigualdades?
  - ¿Sé distinguir los pasos para resolver ecuaciones e inecuaciones?
  - ¿Podría haberme dado cuenta del error sustituyendo en la inecuación?
  - ¿Qué ocurre si en los números de un ascensor se cambian los signos?
  - ¿Sabría resolver las siguientes inecuaciones?:
- a)  $-3x < 6$
  - b)  $-x > 9$
  - c)  $2x < 9$
  - d)  $5x \leq 6 + 10x$
- ¿Podría explicar a un compañero la afirmación “Si en una desigualdad dividimos los dos miembros por un mismo número negativo, la desigualdad cambia de sentido”? ¿Y al resolver las inecuaciones anteriores?

Tarea 3. Plantea una propuesta grupal de atención a la diversidad para alumnos que han promocionado de curso pero que no han conseguido superar los objetivos de Matemáticas. Identifica los elementos del análisis didáctico a tener en cuenta.

## 2.2. Programas de enriquecimiento

La sobredotación, el alto rendimiento y el talento matemático son tres conceptos independientes, que pueden estar relacionados. El alumno de altas capacidades presenta puntuaciones superiores a la media en los test psicométricos en los que destaca en varias áreas, pudiendo ser las matemáticas una de ellas. Un alumno con talento matemático posee unas habilidades matemáticas sobresalientes, ya diagnosticadas por el departamento de orientación o bien por nominaciones de profesores de matemáticas. Sin embargo, no necesariamente esos casos van acompañados de un alto rendimiento en matemáticas.

Las medidas de atención a la diversidad para estos alumnos deben encaminarse a la demanda que manifiesten. Por ejemplo, un alumno de alto rendimiento en matemáticas puede alcanzar su máximo nivel de competencia matemática y el hecho de plantearle nuevos retos que le supongan un excesivo esfuerzo puede generar un efecto contrario al deseado.

Un alumno con talento matemático es aquel que, entre otras características, pregunta espontáneamente cuestiones que van más allá de las tareas matemáticas que se le plantean, aprende rápidamente, tiene capacidad para generalizar y realizar abstracciones, cambia fácilmente de una estrategia a otra, localiza la clave de los problemas, busca patrones y relaciones, produce ideas originales, desarrolla estrategias eficientes, piensa de modo crítico, persiste en la consecución de los objetivos que se propone y tiene tendencia a ver el mundo desde una perspectiva matemática.

En las altas capacidades se combinan las habilidades sobresalientes con la creatividad y el compromiso con la tarea. Si las matemáticas destacan en esas habilidades, son alumnos que demandan tareas que respondan a sus necesidades educativas especiales. Vamos a considerar propuestas para atender a los alumnos de alta capacidad matemática o talento matemático.

Son varias las estrategias para atender a estos alumnos: aceleración, agrupamientos, tutorías, mentores y adaptaciones del currículo (compactar el currículo o enriquecimiento). Como propuesta de agrupamiento consideramos un ejemplo de enriquecimiento curricular para un grupo de alumnos de alta capacidad matemática en un mismo curso.

El enriquecimiento curricular consiste en enseñar nuevos contenidos que no estén cubiertos en el currículo oficial o trabajar en un nivel de mayor profundidad, tratando los temas con un nivel mayor de abstracción y complejidad. Aquí, también pueden establecerse agrupamientos flexibles en momentos puntuales de su horario semanal.

Tarea 4. Busca similitudes y diferencias entre los siguientes términos: superdotado, altas capacidades, talento académico, alto rendimiento y talento matemático.
---

Proponemos un esquema de actuación que tiene en cuenta tres factores: las características del talento matemático, las metodologías propuestas para la atención de los alumnos de altas capacidades y los contenidos y elementos de razonamiento matemático a enriquecer. Además del contenido matemático escolar, se pueden enriquecer elementos de razonamiento matemático, favoreciendo el desarrollo de las características del talento que poseen los estudiantes y proponiendo retos que las pongan en juego. La tarea que planteamos está pensada para una sesión en la que

participan alumnos de alta capacidad matemática, mientras el resto de compañeros trabaja con puzzles los contenidos curriculares de la tarea de reflexión descrita en el Tema 13 sobre la formulación del Teorema de Pitágoras para triángulos no rectángulos. El enriquecimiento se centra en profundizar aspectos relativos a la argumentación y poner en juego la capacidad de generalización como característica del talento.

<b>Análisis de contenido</b>	Teorema de Pitágoras <u>Doble implicación</u> <u>Formulación como igualdad de áreas</u>
<b>Análisis cognitivo</b>	Competencia matemática: razonar y argumentar  Objetivos: <b>Argumentar justificadamente la doble implicación de la formulación del Teorema.</b>  <b>Formular el teorema de Pitágoras para el área de polígonos regulares construidos sobre los lados.</b>
<b>Análisis de instrucción</b>	Tarea “Más allá del Teorema de Pitágoras” <b>Trabajo en grupo en sesiones de enriquecimiento</b>
<b>Análisis de actuación</b>	<b>Evaluación de las propuestas de los compañeros</b> <b>Discusión en gran grupo de la validez de las argumentaciones</b>

Tabla 2: Elementos del análisis didáctico seleccionados

### TAREA “Más allá del Teorema de Pitágoras”

El trabajo previo en clase ha hecho que los estudiantes conozcan el enunciado del Teorema y su formulación como igualdad entre las áreas de los cuadrados construidos sobre los lados. En una primera parte de la sesión, se discute sobre la doble implicación del enunciado del teorema de Pitágoras. Los alumnos disponen de algunas demostraciones visuales conocidas, puzzles, papel cuadriculado y Geogebra.

1.- Se completan y se buscan demostraciones de la siguiente afirmación

*Si un triángulo es rectángulo, entonces el área del cuadrado sobre la hipotenusa.....*

2.- Tras la puesta en común de los resultados, se busca formular y demostrar el recíproco.

*Si en un triángulo, el área del cuadrado sobre el lado mayor....*

3.- A partir de las siguientes figuras (Figura 2), se les plantea que formulen y justifiquen la doble implicación para triángulos acutángulos y obtusángulos.

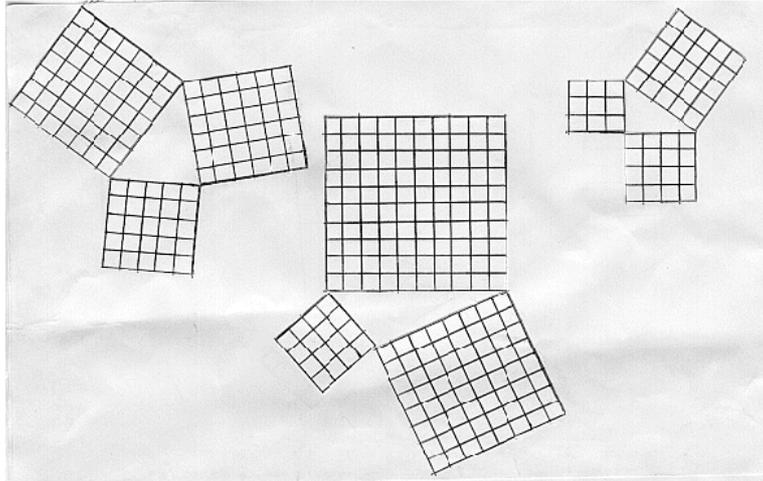


Figura 2: Relación de Pitágoras en triángulos no rectángulos

4.- Teorema de Pitágoras para otros polígonos. Utilizando Geogebra, investiga qué relación existe entre las áreas de los polígonos regulares de  $n$  lados construidos sobre los lados de un triángulo rectángulo (Figura 3). ¿Ocurre lo mismo para los acutángulos? ¿Y los obtusángulos?

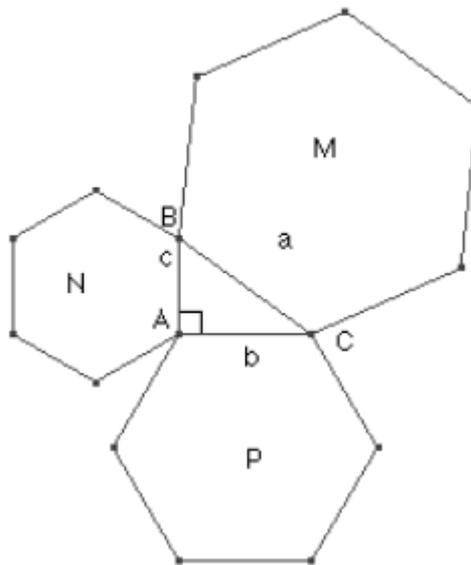


Figura 3: Teorema de Pitágoras para polígonos regulares de seis lados

5.- Amplía el enunciado del teorema de Pitágoras de modo que, en el “nuevo”, aparezcan todos los resultados obtenidos anteriormente.

El enriquecimiento curricular, más que en la búsqueda de demostración, se centra en que los alumnos conozcan la utilización correcta de contraejemplos, conjeturas, condiciones necesarias y suficientes y otras técnicas de argumentación. En el trabajo en grupos reducidos se pretende que compartan sus razonamientos, discutiendo su validez y organizando las ideas del grupo. El profesor organiza las intervenciones de los alumnos, las orienta y redirige hacia los objetivos propuestos y canaliza el debate a

la formulación final de la generalización del teorema, recogiendo las ideas principales y las estrategias de razonamiento utilizadas.

Tarea 5. Plantea una propuesta grupal de atención a la diversidad para alumnos de alta capacidad matemática. Identifica los elementos del análisis didáctico a tener en cuenta.

### 3. Ejemplos de propuestas individuales

Las medidas de atención a la diversidad están diseñadas para apoyar el aprendizaje del alumno y atenderle según sus características. Se pueden distinguir varios tipos de medidas, según sean o no puntuales o bien más o menos específicas:

**Apoyo puntual:** Proponer actividades de refuerzo o ampliación, según el rendimiento observado del alumno en cada unidad.

**Apoyo ordinario:** Tomar decisiones metodológicas en el aula (tareas con distintos grados de complejidad, agrupamientos flexibles dentro del aula, diversidad en las estrategias de enseñanza y otros), elaborar programas de atención a la diversidad (programas de refuerzo, planes específicos personalizados para los alumnos que no promocionen) y otras medidas organizativas del Centro.

**Apoyo específico:** Además de los agrupamientos flexibles, desdoblamientos o reorganizaciones globales del currículo, en estos casos se pueden proponer adaptaciones curriculares como medidas personalizadas de atención a la diversidad.

Las adaptaciones curriculares consisten en una modificación del currículo para dar respuesta a alumnos con necesidades específicas de apoyo educativo. Van destinadas a alumnos en las siguientes situaciones (Tabla 3), para los que se proponen las siguientes medidas según su desfase respecto al grupo edad:

ALUMNADO	ADAPTACIONES CURRICULARES	
	No significativas	significativas
Con necesidades educativas especiales. Que se incorpora tardíamente al sistema educativo.	Desfase curricular poco importante respecto al grupo de edad	Desfase respecto al grupo de edad que obliga a modificar elementos del currículo, incluidos los objetivos y los criterios de evaluación.
Con dificultades graves de aprendizaje.	Modificar elementos del currículo (metodología, contenidos)	
Con necesidades de compensación educativa	NO modificar objetivos ni criterios de evaluación	
Con altas capacidades intelectuales	Adaptaciones curriculares para el alumnado con altas capacidades intelectuales	

Tabla 3: Tipos de adaptaciones curriculares

Como en las propuestas grupales, vamos a describir dos propuestas de adaptación curricular: una para alumnos que se incorporan tardíamente al sistema educativo y otra para aquellos con altas capacidades matemáticas.

#### 3.1. Adaptación curricular para el alumnado con dificultades

Es en este apartado donde se puede encontrar mayor variedad de manifestaciones de la diversidad, pues las dificultades pueden originarse por situaciones muy diferentes: alumnado con discapacidad psíquica, motora o sensorial, con trastornos graves de conducta, inmigrantes con desconocimiento del idioma, estudiantes con privación sociocultural o con dificultades específicas de aprendizaje.

Conviene distinguir estas situaciones de aquellos casos en que los alumnos manifiestan un rendimiento escolar por debajo de su capacidad, no debido a dificultades, sino a falta de motivación, esfuerzo u otras componentes actitudinales. En estos casos, más que adaptaciones del currículo para “rebajar” las expectativas, es necesario focalizar la atención en las tres subcategorías de contenidos actitudinales señalados: favorecer la afectividad e interés de cada alumno hacia las matemáticas (emocional), el respeto de las normas y cumplimiento de tareas (moral y normativo) y favorecer que cada uno sea consciente de cómo contribuyen a su desarrollo como persona (ético).

Tarea 6. Un profesor utiliza esta pregunta como parte de un cuestionario sobre actitudes del alumno.

*Contesta con un número entre 1 (totalmente en desacuerdo) y 5 (totalmente de acuerdo) a las siguientes afirmaciones sobre ti mismo:*

- a) Normalmente las matemáticas me hacen sentir incómodo y nervioso*
- b) Estudio matemáticas porque sé lo útiles que son*
- c) Las matemáticas no tienen ninguna importancia para mi vida*
- d) A pesar de que estudio mucho, las matemáticas son difíciles para mi*

Identifica las distintas actitudes que pueden aparecer en las respuestas, clasifícalas y valora la información que puede ser extraída de esas respuestas.

Consideramos un ejemplo de diseño de tareas para alumnos con dificultades en su aprendizaje de matemáticas. Partimos de un diagnóstico de dificultades en el ámbito matemático proveniente del departamento de orientación y de las pruebas iniciales (tabla 4) para un alumno inmigrante, con desconocimiento del idioma que se ha incorporado tardíamente a nuestro sistema escolar.

Informe de dificultades matemáticas	
Dificultades en el cálculo	Dificultades en la adquisición de nociones básicas y principios numéricos. Dificultades en las operaciones: Comprensión de vocablos, reglas de aplicación, organización y estructuración espacial de cada operación. Déficit en la elaboración y aplicación oportuna de algoritmos y otros procedimientos de pensamiento.
Dificultades en la resolución de problemas	Déficit en la comprensión del enunciado y su traducción al lenguaje matemático. Déficit de conocimientos matemáticos específicos.
Aspectos personales relacionados	Pobre auto concepto, especialmente auto concepto académico (matemático) Actitudes negativas hacia las Matemáticas. Expectativas negativas.

Tabla 4: Ejemplo de informe de dificultades matemáticas

Presentamos una propuesta focalizada en el análisis de contenido, concretamente en las representaciones del número natural. Atendiendo al diagnóstico, la tarea, contextualizada en la unidad didáctica de números de Primero de ESO, pretende mejorar su competencia lingüística (comprensión de vocablos), su comprensión de las operaciones básicas (déficit de conocimientos matemáticos específicos) y favorecer una actitud más positiva hacia las matemáticas.

<b>Análisis cognitivo</b>	Dificultades expuestas en el informe (Tabla 4) Errores observados en las pruebas iniciales
	Competencia lingüística y matemática Sentido numérico: manejar distintas representaciones de los números.  <u>Objetivos modificados:</u> Reconocer la <b>representación verbal, la oral</b> , la simbólica y la pictórica de los <b>primeros números naturales</b> .  Sumar y restar <b>números naturales utilizando materiales manipulativos</b>
<b>Análisis de contenido</b>	<u>Representaciones de los números naturales</u> <u>Operaciones básicas: suma y resta</u>
<b>Análisis de instrucción</b>	Tarea “triángulos trilingües” Inicialmente trabajo individual. Posteriormente trabajo en grupo reducido
<b>Análisis de actuación</b>	<b>Elaboración y uso del material</b> <b>Pruebas personalizadas focalizadas en las representaciones y operaciones sencillas.</b>

Tabla 5: Elementos del análisis didáctico seleccionados.

La tarea propuesta forma parte de una adaptación curricular significativa, pues presenta un gran desfase respecto al grupo edad, en el que los objetivos y criterios de evaluación se modifican. Se reformulan los objetivos y criterios de evaluación de la clase a la que pertenece el alumno (en negrita en la tabla 4) en la que el contenido se focaliza en los números racionales, concepto y operaciones.

### **TAREA “Triángulos de cálculo trilingüe”**

Con ayuda del profesor y de los profesores encargados de la inmersión lingüística el alumno debe elaborar fichas triangulares de dos tipos (figura 4):

- Fichas numéricas: en ellas aparece cada número escrito en tres idiomas diferentes (en este caso particular hemos seleccionado árabe, inglés y castellano), una representación gráfica de la cantidad a la que representan y su símbolo matemático.
- Fichas de operaciones: en ellas aparecen los símbolos +, -, = escritos también en los tres idiomas anteriores.

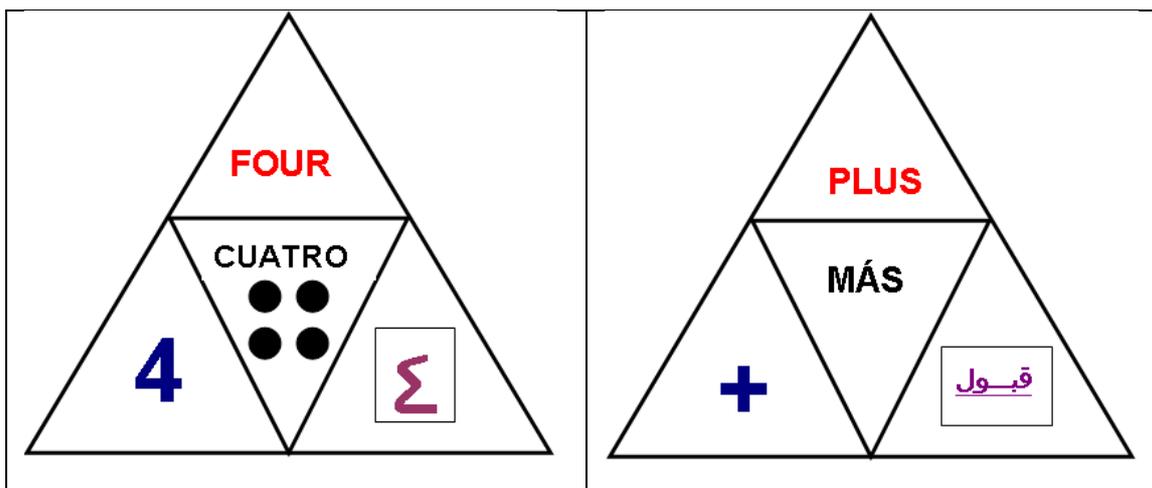


Figura 4: Ejemplos de fichas numéricas (número cuatro) y de operaciones (suma)

Durante las primeras sesiones el alumno completa las fichas insistiendo en la variedad de representaciones, familiarizándose con situaciones en las que aparezcan los números aprendidos: la ficha para los días de la semana, los colores del parchís, para los dedos de la mano, etc. En el trabajo en clase puede formar parte de un grupo de alumnos a los que enseñe los números en su lengua de origen.

Una vez que el alumno haya conseguido el objetivo relativo a las representaciones, se les plantea realizar operaciones utilizando las fichas y partiendo de problemas aditivos sencillos. Por ejemplo, para la operación  $2+3=5$  debe colocar de manera correcta las fichas correspondientes, como en el juego del triminó, y escribir en su cuaderno “dos más tres igual a cinco” utilizando diferentes representaciones.

También se les presentan tableros en los que ya están las fichas colocadas y se les pide que comprueben si son correctas las operaciones y que las modifiquen cuando sea necesario. Para favorecer la inclusión, se plantean finalmente actividades en clase en las que los alumnos, por grupos reducidos, elaboren fichas con los números racionales (con distintas representaciones) y se verbalicen operaciones sencillas.

En el proceso de evaluación debe tenerse en cuenta la evolución en la comprensión del idioma, permitiendo que el alumno resuelva las tareas propuestas utilizando la representación más familiar.

Tarea 7. Plantea una propuesta de atención a la diversidad para un alumno que presenta trastorno de déficit de atención (tiene dificultades para mantener la concentración en la realización de la misma tarea). Identifica los elementos del análisis didáctico a tener en cuenta.

### 3.2. Adaptaciones curriculares para alumnado con altas capacidades matemáticas

Estas adaptaciones están destinadas a *promover el desarrollo pleno y equilibrado de los objetivos generales de las etapas educativas, contemplando medidas extraordinarias orientadas a ampliar y enriquecer los contenidos del currículo ordinario y medidas excepcionales de flexibilización del período de escolarización.*

El departamento de orientación diagnostica a los alumnos con altas capacidades y elabora un informe en que aparecen datos relativos a su nivel de competencia (test

psicométricos, resultados académicos y otras valoraciones), su estilo de aprendizaje (estilo cognitivo, capacidad de atención, ritmo de ejecución y estrategias de aprendizaje) y su contexto escolar (integración, elementos curriculares). A partir de esos datos el profesor toma decisiones y determina qué elementos componen dicha adaptación.

Las adaptaciones curriculares para alumnos con alta capacidad se deben fundamentar en sus características específicas, siendo sus intereses y motivaciones datos a considerar cuando se plantean tareas, para que sean lo más ricas y variadas: participación en programas de enriquecimiento con otros compañeros, competición en Olimpiadas Matemáticas, elaboración de proyectos de investigación, y otras.

Por ejemplo, si el alumno está especialmente interesado en la resolución de problemas, se le puede proponer una dinámica de trabajo consistente en que, cuando satisfaga los objetivos de un tema, pueda trabajar individualmente y de manera autónoma en problemas seleccionados. Los problemas propuestos en los concursos de olimpiadas matemáticas<sup>1</sup>, pueden ser un estímulo para ponerse a prueba. Plataformas como NRIC<sup>2</sup> o BRILLIANT<sup>2</sup> plantean tareas de enriquecimiento clasificados por contenidos y niveles que permiten la autoevaluación del alumno.

En estos casos, el profesor interviene en la selección de problemas adecuados a los contenidos y objetivos de la unidad, orientando estrategias de resolución y organizando los procesos de argumentación del alumno.

Otra perspectiva consiste en profundizar en un mayor grado de complejidad, presentado en algunos de los componentes del análisis didáctico, como pueden ser las estructuras matemáticas, los razonamientos y los sentidos en el análisis de contenido, las competencias para modelizar en el análisis cognitivo, las tareas de reflexión y proyectos de investigación en el análisis de instrucción, junto con la presentación de resultados de un modo original en el análisis de actuación.

<b>Análisis de contenido</b>	Mediana Puntos notables de un triángulo <b>Problemas de ubicación: Centro geográfico</b>
<b>Análisis cognitivo</b>	Competencias matemáticas: modelizar  Objetivos: <b>Profundizar en la relación de las propiedades de la mediana en los contextos geométrico y estadístico</b>  <b>Modelizar el cálculo de centros geográficos</b>
<b>Análisis de instrucción</b>	Tarea: ¿Por qué el término “mediana” aparece en estadística y en geometría  <b>Proyecto de investigación</b>
<b>Análisis de actuación</b>	<b>Presentación original de resultados</b>

Tabla 6: Componentes seleccionados del análisis didáctico

<sup>1</sup> Por ejemplo, los organizados por la RSME para alumnos de Bachillerato o los de la SAEM THALES para Segundo de ESO

<sup>2</sup> <http://nrch.maths.org> ; <https://brilliant.org/>.

## **TAREA: Proyecto de investigación ¿Por qué el término “mediana” aparece en estadística y en geometría?**

En una primera fase de búsqueda de información, el profesor propone al alumno que encuentre relación entre las propiedades de la mediana como concepto geométrico y como concepto estadístico.

La propiedad de dividir al triángulo en dos partes de igual área y su relación con el cálculo del centro de gravedad, dan a la intersección de las medianas un sentido de equilibrio del polígono. Sin embargo, el centro de gravedad se determina de modo diferente según se considere únicamente el polígono formado por los lados, un polígono con superficie o únicamente tres puntos no alineados, siendo la media aritmética y ponderada (no la mediana estadística) la que se utiliza para su cálculo. Con la ayuda de Geogebra, el alumno investiga sobre estas propiedades, buscando un modelo que permita hallar el centro de gravedad de cualquier triángulo y su posible generalización a polígonos o conjuntos de puntos de plano.

A partir de este estudio, se puede modelizar el cálculo de centros geográficos utilizando medias aritméticas o ponderadas de los puntos seleccionados: poblaciones con mayor número de habitantes, puntos del entorno de la región, ponderaciones por los activos industriales, u otros. Utilizando Geogebra se pueden comparar resultados conocidos con los obtenidos a partir del cálculo de medias aritméticas y ponderadas en las imágenes exportadas de una región concreta.

Se pueden utilizar figuras construidas con las piezas del Tangram (son conocidas las relaciones de sus áreas) para calcular centros de gravedad ponderando según el área los centros de gravedad de las piezas individuales. Seleccionando únicamente los vértices o los polígonos formados por los lados se pueden estudiar las diferencias con las superficies en el cálculo de centros de gravedad.

Con los resultados obtenidos de la investigación, se propone al alumno que presente un informe y una comunicación en un formato original para compartir con sus compañeros, simulando una presentación en un evento científico.

Tarea 8. Investiga las cuestiones planteadas en esta tarea y analiza el nivel de complejidad en los elementos del análisis didáctico que aparecen.
--

Tarea 9. Plantea un proyecto de investigación para un alumno de altas capacidades matemáticas identificando los elementos del análisis didáctico.
---