UNIVERSIDAD DE GRANADA

FACULTAD DE CIENCIAS

DEPARTAMENTO DE FISICA APLICADA

ESTUDIO COMPARATIVO DE DATOS COLORIMETRICOS OBTENIDOS CON PRESENTACION EN MODO DE APERTURA Y DE OBJETO

MANUEL MELGOSA LATORRE

Asignaturas o cursos monográficos del Doctorado	Matriculado en		Calificaciones en los exámenes		Observaciones
	Centro	Curso	Ordinarios	Extraordinarios	

Granada 1 de Septiembre de 19 89

EL JEFE DEL NEGOCIADO,

Conforme:
EL SECRETARIO,

ACTA DEL GRADO DE DOCTOR

Reunido el Tribunal examinador, constituído por los Jueces que suscriben la presente acta, el aspirante leyó su Tesis doctoral, que había escrito libremente y que versaba acerca del siguiente tema:

ESTUDIO COMPARATIVO DE DATOS COLORIMETRICOS OBTENIDOS CON PRESENTACION EN FORMA DE APERTURA Y DE OBJETO

Terminada la lectura y contestadas por el alumno las objecciones formuladas por los señores Jueces del Tribunal, éste calificó dicho trabajo con la nota de APTO CUM LAUDE por unanimidad

Granada 1 de Octubre de 19 89

EL SECRETARIO DEL TRIBUNAL,

EL PRESIDENTE,

Fdo.: FERNANDO GONZALEZ CABALLERO
El Vocal,

Fdo. ANTONIO DE LA CRUZ CASTILLO
El Vocal,

Fdo. ANTONIO CORZO RODRIGUEZ
Firma del Graduando.

Fdo. LUIS M. JIMENEZ DEL BARCO BALDO
El Vocal,

Fdo. ENRIQUE JIMENEZ GOMEZ

UNIVERSIDAD DE GRANADA
FACULTAD DE CIENCIAS
COMPULSADO Y CONFORME
CON EL ORIGINAL.
GRANADA 16 DE Octubre 1989
EL FUNCIONARIO,

Tesis Doctoral dirigida por los Doctores D. Enrique Hita Villaverde, Catedrático de Optica, y D. Francisco Javier Romero Mora, Profesor Titular de Optica.

Fue defendida el día 11 de Octubre de 1989 ante el Tribunal formado por:

Presidente: Dr. D. Fernando González Caballero, Catedrático de Física Aplicada de la Universidad de Granada.

Vocales: Dr. D. Antonio de la Cruz Castillo, Profesor de Investigación del Instituto de Optica "Daza de Valdés" (C.S.I.C).

Dr. D. Antonio Corróns Rodríguez, Investigador y Director del Instituto de Optica "Daza de Valdés" (C.S.I.C).

Dr. D. Enrique Jiménez Gómez, Catedrático de Escuela Universitaria de la Universidad de Granada.

Secretario: Dr. D. Luis Jiménez del Barco Jaldo, Profesor Titular de Optica de la Universidad de Granada.

Obtuvo la calificación de Apto "cum laude" por unanimidad

ESTUDIO COMPARATIVO DE DATOS COLORIMETRICOS OBTENIDOS CON PRESENTACION EN MODO DE APERTURA Y DE OBJETO

Visado en Granada, a 1
de Septiembre de 1989.

LOS DIRECTORES DE LA MEMORIA

Enrique F. Hita Villaverde
Catedrático de Optica

Francisco Javier Romero Mora
Titular de Optica

Memoria presentada para
aspirar al grado de
DOCTOR EN CIENCIAS.

Manuel Melgosa Latorre
Licenciado en Ciencia Físicas

En primer lugar quiero hacer constar mi sincero agradecimiento a cuantos de un modo u otro han hecho posible la realización de este trabajo.

Al Dr. Hita Villaverde, por su constante estímulo y sus valiosas y eficaces orientaciones en todos los aspectos relativos a esta Memoria.

Al Dr. Romero Mora, cuya experiencia en esta materia unida a su continua disponibilidad han sido claves para el desarrollo del trabajo.

Al Dr. Jiménez del Barco, cuyas indicaciones respecto al dispositivo experimental y abundantes sugerencias fueron de gran importancia.

Mi compañero Prof. García García colaboró también conmigo generosamente en múltiples ocasiones. Asimismo, mi compañero el Dr. Salcedo Salcedo prestó su ayuda en la elaboración de diversos programas.

Tampoco ha faltado el ánimo y apoyo de buenos e incondicionales amigos entre los que no puedo dejar de citar al Dr. D. Jorge García Muñoz y a D. Manuel Verdejo García.

Finalmente Amalia, mi mujer, colaboró pacientemente en todas las medidas experimentales. Su generosidad y aliento han sido el principal estímulo.

A MIS PADRES

A MI MUJER

INDICE

CAPITULO 1. PAG.

INTRODUCCION 1

1.1.- ASPECTOS GENERALES 1
1.2.- PLANTEAMIENTO HISTORICO 6
1.3.- FORMULAS DE DIFERENCIA DE COLOR 13

CAPITULO 2.

ALGUNAS CONSIDERACIONES SOBRE FORMULAS DE DIFERENCIA DE COLOR 21

2.1.- COEFICIENTES METRICOS 23
2.2.- DEDUCCION DE NUEVAS FORMULAS DE DIFERENCIA DE COLOR 29
2.3.- METODO DE COMPARACION NUMERICA ENTRE CONJUNTOS DE ELIPSES 36

CAPITULO 3.

DISPOSITIVO EXPERIMENTAL 41

3.1.- DESCRIPCION GENERAL 42
3.1.1.- SISTEMA DE PRODUCCION DEL ESTIMULO VARIABLE 42
3.1.2.- SISTEMA DE PRODUCCION DEL ESTIMULO DE REFERENCIA 48
3.1.3.- SISTEMA DE YUXTAPOSICION DE ESTIMULOS Y DE OBSERVACION 50
3.2.- PUESTA A PUNTO DEL DISPOSITIVO 53
3.3.- CALIBRADO DEL DISPOSITIVO 57

CAPITULO 4.

PAG.

DESARROLLO DE LAS EXPERIENCIAS 65

4.1.- CONDICIONES EXPERIMENTALES 66
4.1.1.- PARAMETROS FOTOMETRICOS 67
4.1.2.- PARAMETROS VISUALES 73
4.1.3.- OBSERVADORES 75
4.2.- METODOLOGIA DE LAS EXPERIENCIAS Y
TRATAMIENTO DE LOS RESULTADOS 78

CAPITULO 5.

RESULTADOS EXPERIMENTALES 85

CAPITULO 6.

ANALISIS Y DISCUSION DE RESULTADOS 133

CAPITULO 7.

CONCLUSIONES 170

CAPITULO 8.

BIBLIOGRAFIA 175

CAPITULO 9.

APENDICE 189

CAPITULO 1.

INTRODUCCION

1. INTRODUCCION.

1.1.- Aspectos generales

El objetivo fundamental de la Colorimetría es la medida del color y su consiguiente especificación numérica en sistemas de representación apropiados, conforme a las necesidades que se plantean en este campo. Estrechamente unido a este problema surge el relativo a la percepción y evaluación de diferencias de color, que presenta a menudo un mayor interés científico y técnico que la medida del color en sí mismo, y que constituye el tema propio de la denominada Colorimetría Diferencial.

En efecto, buena parte de los estudios sobre el color se han referido al análisis de diferencias cromáticas siguiendo básicamente dos posibles trayectorias, no necesariamente desconectadas: de una parte, el análisis de grandes diferencias de color (tales como las presentadas en los denominados atlas de color: Munsell, Ostwald, OSA-UCS, etc.), con la finalidad principal de establecer escalas perceptivas de carácter uniforme respecto a los distintos atributos de la percepción cromática; y, de otra parte, el estudio de las denominadas mínimas diferencias perceptibles ó umbrales diferenciales de discriminación cromática, que suele constituir el punto de partida para abordar numerosos problemas, tanto científicos como de índole tecnológico.

Así, los resultados alcanzados en la medición de umbrales de discriminación aportan una información muy

importante en el conocimiento de los mecanismos responsables de la visión del color y la elaboración y contraste de modelos teóricos de visión, así como en el desarrollo de futuros sistemas que puedan simular dichos mecanismos; permiten también avanzar hacia la definición de métricas apropiadas para el espacio de color con la importante finalidad, por ejemplo, de conseguir establecer sistemas de representación uniformes, etc. Por otro lado, desde el punto de vista industrial y comercial, los umbrales diferenciales de color son la base para el establecimiento de las tolerancias cromáticas admisibles en diferentes productos. Problemas tales como la reproducción del color de muestras textiles, cerámicas o pinturas, el establecimiento de índices de maduración de productos alimenticios (aceites, frutas, vinos, etc.), la evolución de la cromaticidad de obras artísticas con el grado de humedad o los agentes contaminantes, etc., son de una gran actualidad e interés en estos momentos (Lozano et al., 1984; Cruz et al., 1989).

Ya desde los primeros trabajos realizados en el campo de la Colorimetría Diferencial se puso de manifiesto la notable influencia sobre los umbrales de discriminación de las condiciones experimentales bajo las que se realizan las experiencias (p.e. tiempo de exposición, nivel de luminancia, tamaño del test, textura, etc.). A este hecho se añade además el de la multiplicidad de métodos y técnicas para obtener los umbrales a partir de los datos experimentales (Hita y Romero, 1981).

Como consecuencia de lo anterior, aunque los resultados experimentales actuales son más o menos abundantes, muchas veces se refieren a problemas muy específicos alejados de las condiciones usuales de observación más frecuentes y útiles en problemas prácticos ó, en otras ocasiones, se modifican simultáneamente muy distintas variables experimentales entre unos trabajos y otros, con la consiguiente dificultad para comparar e interpretar los

resultados posteriormente. Ante esta situación la CIE daba recientemente un paso importante sugiriendo algunas recomendaciones precisas con la finalidad de coordinar y encauzar los esfuerzos de los distintos investigadores (Robertson, 1978).

La presente memoria se enmarca en la linea de investigación que sobre Colorimetría Diferencial ha desarrollado el Departamento de Optica de esta Universidad a lo largo de los últimos años. En consonancia con la situación actual en este campo y con las citadas recomendaciones de la CIE pensamos que es preciso avanzar en la linea de homogeneizar y generalizar los datos colorimétricos actualmente existentes. Para ello han de considerarse a menudo además de los resultados clásicos de la Colorimetría los obtenidos en nuevas experiencias, adecuadamente planteadas, procurando aproximarnos a los problemas de más interés práctico e industrial , como son, por ejemplo, el uso de visión directa en las observaciones o la comparación de los resultados obtenidos con colorímetros visuales y los obtenidos con observaciones en modo de objeto, que serán tratados en esta memoria.

Uno de los principales resultados deseables para estos trabajos, tanto desde el punto de vista científico como del industrial, es llegar a alcanzar nuevas fórmulas de diferencia de color. Los requerimientos exigibles a las nuevas fórmulas suelen ser muy variados: versatilidad para poder aplicarse bajo un amplio conjunto de condiciones experimentales, posibilidad de evaluar diferencias de color umbrales y también de mayor tamaño, conexión con los modelos teóricos de visión, sencillez y rapidez en su aplicación, etc. Sin embargo, si bien son deseables todos esos objetivos, resulta evidente que uno de los principales, y prioritarios, debe ser que se realice una buena predicción de los resultados obtenidos experimentalmente en las observaciones, en particular en el caso de los umbrales

diferenciales de discriminación cromática. En este sentido se desea también mejorar el rendimiento de las fórmulas actualmente recomendadas por la CIE, cuyas deficiencias han sido puestas de manifiesto en distintos aspectos por diversos autores (Pointer, 1981; Kuenhi, 1982; MacAdam, 1985; Hita et al. 1983-1984).

Antes de proseguir es importante insistir en la necesidad de llevar a cabo nuevas investigaciones sobre la base de medidas experimentales que aporten datos consistentes y reproducibles respecto a la discriminación cromática. Stiles sugirió en 1971, en el Simposio sobre Métrica del Color en Memoria de Helmholtz, que se llevaran a cabo estudios en colores de superficie y un análisis comparativo respecto a los datos obtenidos para mediciones con luces. Su propuesta fue apoyada por el Prof. MacAdam que ha insistido en el mismo sentido en la reunión anual de 1986 de la Sociedad Americana de Optica (OSA) y también en una carta personal dirigida a nuestro grupo donde expresa la conveniencia de reretir en cierto modo su célebre experiencia (MacAdam, 1942) pero utilizando un método experimental diferente, mayor número de observadores, etc. Por su parte también la CIE ha pedido nuevos resultados, casi con urgencia, particularmente en las reuniones de 1984 y 1985. De las actas de esas reuniones se deduce la dificultad y amplitud del problema e incluso a veces hasta el desaliento respecto a lograr respuestas y soluciones definitivas a corto plazo, pues las investigaciones llegan a trascender los límites específicos propios de la Optica e incluso de la Física.

En resumen, pretendemos aportar nuevos datos de discriminación cromática obtenidos de forma lo más rigurosa posible y suficientemente representativos y reproducibles, en la linea de contribuir, como decíamos, a una homogeneización y generalización de los actuales datos colorimétricos. Para ello se estudia la influencia de

distintas variables experimentales, en particular relativas al modo de observación, analizándose además la adecuación de los resultados obtenidos a diferentes fórmulas de diferencia de color, incluidas las recomendadas por la CIE y otras propuestas por nuestro laboratorio en trabajos previos (Romero et al., 1989).

1.2.- Planteamiento histórico.

Los primeros trabajos relativos a la discriminación del color fueron estudios parciales relativos a la discriminación en cada uno de los llamados atributos de la percepción cromática. Así, entre otros autores, König y Brodhun (1889) analizan umbrales de luminancia, Wright y Pitt (1934) los de longitudes de onda, Priest y Brickwede (1938) de pureza colorimétrica, etc.

Wright (1941) fue el primer autor que abordó el estudio de diferencias de color en el espacio cromático en su conjunto, determinando umbrales diferenciales en distintas direcciones del diagrama cromático. Las medidas se realizan en un colorímetro visual diseñado por Wright y utilizado también para las medidas que sirvieron para definir el observador patrón CIE-31. Los observadores han de juzgar en qué momento se rompe la igualación inicialmente establecida. Los resultados obtenidos ponen de manifiesto, entre otras cosas, la falta de uniformidad correspondiente al diagrama cromático CIE-31.

Posteriormente se plantea la conveniencia de no restringir el estudio a "umbrales de linea" y analizar qué ocurre cuando se compara un color de referencia con otros situados alrededor de él, en distintas direcciones del diagrama cromático. En base a esta idea surge el trabajo de MacAdam (1942) en el que un solo observador realiza igualaciones de color, a luminancia constante, actuando sobre un colorímetro visual donde puede controlar una de las dos mitades del campo fotométrico. Las desviaciones de esas igualaciones permiten construir el umbral, siendo también importante este trabajo porque desde él se suele adoptar la

elipse como orma de representación geométrica del umbral diferencial de cromaticidad.

La distribución de sucesivas igualaciones de color respecto a un centro fijo ha sido también estudiada por otros métodos por Silberstein y MacAdam (1945). En efecto, si se supone que estas igualaciones se distribuyen normalmente en el espacio de color, se demuestra que el lugar geométrico de los puntos con una misma desviación es un elipsoide (o una elipse, representable en el diagrama cromático CIE-31, si nos referimos a estímulos de igual luminancia). Silberstein y MacAdam analizan los datos correspondientes a la experiencia de MacAdam (1942) y concluyen que esencialmente esos datos son consistentes con suponer una distribución normal o gaussiana de las igualaciones. También Brown (1952) y Hita et. al (1982, 1984) han comprobado experimentalmente esta presunción de normalidad con resultados hasta cierto punto positivos.

De todos modos algunos autores han mostrado objeciones respecto a esa geometría de los umbrales (Parra 1966, 1971; Dupont-Henius, 1977; Hita et al., 1982; Estevez 1985), aunque no se proponen soluciones alternativas. En la mayor parte de las investigaciones suelen adoptarse elipsoides o elipses para representar los umbrales, también por ser para estos casos la geometría más manejable por procedimientos estadísticos o matemáticos y la que permite comparar más fácilmente los resultados con los de otros autores. En cualquier caso no está de más tener en cuenta las limitaciones que ofrece este tipo de representación, en particular para desviaciones de los centros según las lineas de confusión de los dicrómatas (Robertson, 1978) y también si se consideran diferencias de color de tamaño superior al umbral.

Los resultados de MacAdam (1942) muestran una notable continuidad y han marcado un hito histórico en la

Colorimetría Diferencial sirviendo de base para el establecimiento técnico de tolerancias y la medida de diferencias justamente perceptibles. A pesar de ello la intervención de un solo observador (PGN), que actúa realizando la igualación, no ha estado exenta de críticas.

La restricción del anterior trabajo a puntos de igual luminancia es superada en el trabajo de Brown-MacAdam (1949) más tarde ampliado a una experiencia con 12 observadores, Brown (1957), en la que el promedio ponderado de resultados que se realiza origina una evolución menos regular o continua de las elipses con la cromaticidad que la que se observa, por ejemplo, en los conjuntos de elipses de MacAdam (1942) y Brown-MacAdam (1949).

Otros resultados clásicos en el uso de colorímetros visuales para la determinación de umbrales son los de Wyszecki-Fielder (1971), que estudian una zona más reducida del diagrama cromático que la de trabajos previos, analizando también posteriormente las variaciones correspondientes a los juicios de un solo observador y entre distintos observadores. Es importante destacar el método estadístico que se utiliza ajustando un elipsoide a partir de una nube de puntos correspondientes a las igualaciones en el espacio de color; una modificación de este método es el que utilizamos en nuestro trabajo para el cálculo de los umbrales. En sucesivos trabajos, Wyszecki-Fielder (1971 y 1972), han realizado además estudios de igualación de diferencias de color obteniendo elipses que guardan cierta correlación con las iniciales de igualación de color, si bien es superior el area de estas últimas, en particular cuando aumenta el tamaño de la diferencia de color patrón que se iguala.

La Tabla 1.1 muestra un cuadro comparativo de algunos de los parámetros experimentales correspondientes a los trabajos que venimos citando. Los elipsoides o elipses

	Wright (1941)	MacAdam (1942)	Brown-MacAdam (1949)	Wyszecki-Fielder (1971)
Tamaño campo de observación	2°	2°	2°	Hexagonales 3°
Luminancia del campo (cd/m^2)	95	48	2 a 34	12
Iluminación retiniana (Troland)	75	125	25 a 300	115
Campo circundante	Obscuro	Ilumin. C	Obscuro	Ilumin. D_{65}
Luminancia c. circundante (cd/m^2)	0	24	0	6
Número de observadores	4	1	2	3
Número de centros	< 200	25	38	28
Tipo de observación	Monocular	Binocular	Monocular	Binocular

Tabla 1.1.

correspondientes a dichos trabajos manifiestan en varios casos una semejanza global si bien aparecen diferencias cuando se analizan los umbrales individualmente en puntos concretos, como más tarde comentaremos con más detenimiento. Surge así un primer punto para llevar a cabo una homogeneización de estos datos colorimétricos, valorando también los resultados de otros trabajos en lo que se refiere a la influencia de las condiciones experimentales y teniendo en cuenta los métodos utilizados para evaluar los umbrales.

Junto a los resultados precedentes se desarrolla otro problema de índole más práctico relativo a la necesidad industrial de evaluar tolerancias de color y de medir la diferencia de color correspondientes a dos muestras, bajo unas determinadas condiciones de observación. Los acuerdos iniciales en este terreno se llevan a cabo mediante muestras que definen los valores límites aceptables, siendo en particular muy utilizadas las elaboradas por Munsell (1905). Los valores de claridad (Value), tono (Hue) y croma (Chroma) del Sistema Munsell han servido de base para distintas fórmulas que evalúan numéricamente la diferencia de color de dos muestras: Nickerson (1936), Balinkin (1941), Godlove (1951). La renotación Munsell (Newhall, Nickerson y Judd, 1943) permitió mejorar la utilidad del sistema y ponerlo más exactamente en conexión con el CIE.

Cuando se trata de analizar estos trabajos y los referentes a colorímetros visuales surgen dificultades importantes que han causado no pocas polémicas. Así encontramos las disquisiciones entre la evaluación de las diferencias cromáticas según criterios de "aceptabilidad" (muy frecuentes en la industria) y de "perceptibilidad" (más exactos y útiles científicamente), que aún no han sido resueltas de forma definitiva, Barletson y Wyszecki, (1984). También, sucede que las diferencias de color que tienen mayor interés industrial suelen ser de mayor tamaño que las

umbrales sin llegar a ser tan elevadas como las correspondientes a las muestras Munsell, y sin que los resultados puedan generalizarse de unas a otras (Jaeckel, 1971). A todo ello cabe añadir, como ya indicábamos anteriormente, la multiplicidad de métodos y condiciones experimentales bajo las que se efectúan las observaciones.

Son también diversos los trabajos efectuados en base a necesidades industriales concretas utilizando muestras de color: McLaren (1971), Rich-Billmeyer (1975), Kuenhi-Marcus (1979), McDonald (1980), Calatrava (1987), etc. Especialmente destaca el esfuerzo realizado en esta década en el Reino Unido y particularmente en conexión a la industria textil: fruto de ello son la fórmula JPC79 de McDonald y las fórmulas CMC (l:c) obtenidas a partir de la anterior por Clarke, McDonald y Rigg (1984), a las que más adelante haremos referencia.

Por último es destacable por su actualidad y generalidad el trabajo que se desarrolla desde la Universidad de Bradford. En conexión con las recomendaciones CIE, Robertson (1978), Cheung-Rigg (1986) han calculado diferencias de color aproximadamente umbrales para los 5 estímulos CIE, por diferentes métodos. Posteriormente Luo y Rigg (1986) han realizado un trabajo de homogeneización en base a los resultados experimentales de 13 trabajos previos y bien conocidos en la Colorimetría de objetos, complementados por sus propios resultados experimentales; una vez más la multiplicidad en las condiciones experimentales y metodologías de los diferentes trabajos es un factor destacable, como puede deducirse de la Tabla 1.2 que recoge algunos parámetros de esos trabajos.

Autores[1]	Número de elipses[2]	Pares/Elipse[3]	Tipo de muestras	Δ E (CIELAB)[4]	Número observadores	Método de medida[5]
VVVR	10 - 8	20	No Textiles Brillantes	0.9	14	Comparación de pares
BFD	42 - 42	7 a 25	12 Textiles 30 No Textil (Bril.)	2.3	20	Comparación de pares y ratio
RMB	19 - 17	22 a 30	Tinta impresa	5.2	20	Ordenación en categorías
CISCC	6 - 6	30	2 Textiles 4 No Textil (Mate)	2.1	26 a 37	Comparación de pares y ranking
CIE	5 - 5	59 a 68	Textiles	2.9	20	Ratio
STROCKA	1 - 1	51	Textiles	2.0	34	Comparación de pares
WITT	1 - 1	67	No Textiles Brillantes	0.1 a 1.9	24	Comparación de pares
DF	19 - 12	15	Textiles	1.7	8	Aceptabilidad
MCD	55 - 17	12	Polyester	3.2	8	Aceptabilidad
K	3 - 3	35	Textiles	1.8	10	Aceptabilidad
KMLT	10 - 6	18	Textiles	1.8	16	Aceptabilidad
JR	12 - 9	19 a 80	Textiles	1.9	24	Aceptabilidad
W	5 - 5	42 a 95	Textiles	1.8	30	Aceptabilidad

1. Se usan las abreviaturas del trabajo de Luo-Rigg (1986).
2. En primer lugar número de elipses del trabajo original; seguidamente número de elipses usadas por Luo-Rigg (1986).
3. Número de pares de muestras por estímulo analizado.
4. Valor medio, en unidades CIELAB, de las diferencias de color de las muestras estudiadas.
5. Damos sólo una anotación genérica. Para mayor detalle debe acudirse a los trabajos originales.

Tabla 1.2.

1.3.- Fórmulas de diferencia de color

Dentro de la Colorimetría Diferencial uno de los métodos de trabajo seguido en muchas ocasiones se basa en la determinación de las diferencias justamente perceptibles (umbrales diferenciales), pues a partir de ellas se podría establecer un elemento de linea apropiado y definir la métrica que permitiera predecir y medir cualquier distancia en el espacio de color. El problema principal es que estas distancias medidas se correspondan con las diferencias de color realmente percibidas en las observaciones.

La noción de elemento de linea presupone que podemos representar los estímulos de color mediante puntos en un determinado espacio. Los elementos de linea más usuales suelen referirse a un espacio de Riemann como una forma cuadrática definida positiva del tipo:

$$ds^2 = \sum g_{ij} \; dx_i \; dx_j$$

donde los elementos diferenciales dx_i, dx_j corresponden a las variaciones de las coordenadas correspondientes a los estímulos y los g_{ij} son funciones de dichas coordenadas que se denominan usualmente coeficientes métricos. El principal problema del desarrollo de un elemento de linea es precisamente la determinación de estos coeficientes como función de las coordenadas, que permitirá medir la diferencia de color.

Aceptada para el sistema de representación una métrica riemanniana, la determinación de los coeficientes métricos en función de las coordenadas ha sido fundamentalmente abordada desde tres puntos de vista:

El primero de ellos, conocido como "método empírico", trata de determinarlos a partir de los resultados obtenidos en la determinación de umbrales diferenciales correspondientes a estímulos que cubran un amplio dominio del espacio de color. Respecto a la elección inicial del sistema de representación a utilizar en este caso, nuestra opinión es que el sistema CIE (x,y,Y) debe seguir utilizándose y aceptar contornos elípticos para los umbrales, lo que permite relacionar los coeficientes métricos con los parámetros característicos de los elipsoides que representan los umbrales diferenciales de color.

El segundo método, conocido como "inductivo", se basa en consideraciones teórico-experimentales respecto al funcionamiento de los mecanismos visuales. La diferencia de color perceptible se expresa en términos de diferencias de los valores triestímulos o fracciones de ellas, como en los elementos de linea propuestos por Schrödinger (1920), Stiles (1946), Vos y Walraven (1972), etc. Los resultados en este terreno presentan notable complejidad y son desiguales respecto a su aplicación práctica, pero indudablemente implican un gran atractivo científico.

La tercera opción radica en la posibilidad de realizar transformaciones, lineales o no lineales, del espacio CIE-31 para obtener otros nuevos espacios que se ajusten a una métrica euclídea (sistemas CIE-1964 (U*,V*,W*), CIELUV, CIELAB, etc.), lo que nos introduce más propiamente en el terreno de las denominadas fórmulas de diferencia de color, como a continuación veremos.

En muchas ocasiones suelen asimilarse las nociones de elementos de linea y fórmulas de diferencia de color y, en particular, la primera ha sido objeto de cierto rechazo por distintos autores (MacAdam, 1971; Wright, 1971), ante el loable deseo de mantener la cercanía con los datos

experimentales. Según Wyszecki (1972), los elementos de linea y las fórmulas de diferencia de color proveen los medios para evaluar diferencias de color, pero existen diferencias en el modo en que son obtenidas y usadas: las fórmulas de diferencia de color en casi todos los casos asumen que el espacio de color es euclídeo pero los elementos de linea pueden ser usados en el caso más general de que esta presunción no sea válida; además, las observaciones fundamentales empleadas en establecer los elementos de linea son las mediciones de umbrales, mientras que las observaciones implícitas en las fórmulas de diferencia de color están principalmente relacionadas con pequeñas diferencias de color, no de umbrales, si bien la fórmula se propone para aplicarla a diferencias tanto más pequeñas como más grandes.

Una descripción más detallada de algunas de las principales fórmulas de diferencia de color propuestas puede encontrarse en el Apéndice a esta memoria. Hay que tener en cuenta que, por ejemplo, tan solo en 1976 continuaban existiendo en uso más de 13 fórmulas de diferencia de color distintas en los Estados Unidos (McDonald, 1988).

La determinación de una cantidad que describa correctamente la diferencia de color entre dos estímulos observados bajo ciertas condiciones fue ya abordada en base a las coordenadas que suministra el Sistema Munsell: Nickerson (1936) propone una expresión con la peculiaridad de usar una simple suma en lugar de la usual raiz cuadrada de los cuadrados de diferencias (p.e. la propuesta por Balinkin, 1941). En esta misma linea Adams (1942) propone una nueva fórmula basada en los valores Munsell V_x, V_y, V_z (relacionados con los valores triestímulos) que es precursora de otras fórmulas importantes en la colorimetría CIE: un término W_y evalúa la claridad mientras que W_x y W_z la cromaticidad, teniendo como base la diferencia de funciones $V_x - V_y$, $V_z - V_y$, respectivamente. La diferencia de

color se calcula finalmente según la expresión de la distancia en los espacios euclídeos, salvo una constante. La fórmula final es conocida como ANLAB y ha tenido una notable aplicación en la industria textil, además de haber sido sugerido su estudio por la CIE hasta 1973.

Otro capítulo importante lo constituyen las fórmulas derivadas a partir de transformaciones lineales del sistema CIE-1931: los sistema propuestos por Hunter (1942 y 1948) o por Scofield (1960), etc., están basados principalmente en la idea de conseguir espacios de mayor uniformidad que aquél del que proceden. En esta misma linea se encuentra el sistema denominado UCS-60, recomendado por la CIE en 1964, y propuesto por MacAdam (1937) como una transformación proyectiva de sencillos coeficientes a partir de las coordenadas de cromaticidad CIE, para estímulos con pequeñas diferencias de luminancia. En 1964, a propuesta de Wyszecki, la CIE recomendó una extensión de este diagrama a tres dimensiones que es conocida como CIE 1964 (U*,V*,W*). En base a este último espacio con ligeras modificaciones surgió en 1976 el sistema CIELUV con su correspondiente fórmula de diferencia de color. A este sistema haremos referencia posteriormente con más detenimiento por ser uno de los que actualmente la CIE recomienda para estudio.

En algunas de las fórmulas anteriores, y en particular para la coordenada relacionada con la luminancia, se utilizan exponentes fraccionarios. En este sentido se han propuesto también diferentes fórmulas de diferencia de color que implican transformaciones no lineales. Una de las primeras es la conocida como de la raiz cúbica de Glasser (1958) porque se evalúan tales raices de los parámetros R, G y B (relacionados de forma sencilla con los valores triestímulos CIE), para proceder más tarde a calcular las diferencias como distancias en el espacio euclídeo a partir de 3 magnitudes derivadas de dichos parámetros. En 1973 el Comité Técnico 1-3 de la CIE recomienda una nueva fórmula

más con transformaciones no lineales, en base a los resultados conseguidos por la fórmula de Glasser y la ANLAB: la nueva fórmula es conocida como CIELAB. Tres años más tarde el mismo Comité, en base a la experiencia recogida, propone que se recomienden conjuntamente las fórmulas CIELUV y CIELAB si bien algunos autores (MacAdam, Plaza, Kowaliski, etc.) insistieron en evitar esta dualidad, sin que al final fuese posible demostrar una ventaja neta de una de esas fórmulas frente a la otra.

Actualmente el uso de la fórmula CIELAB se ha difundido notablemente, en particular para problemas técnicos con observaciones en modo de objeto, por lo que también la describiremos y le prestaremos particular atención más adelante. Como indica Ganz (1975), constituye un buen avance haber evitado en parte la dispersión inicial reduciendo el problema al uso de sólo 2 fórmulas: la CIELAB para lo referente a mezclas de colorantes y la CIELUV para mezclas aditivas.

De todos modos, aunque como fuente de acuerdo el resultado haya sido positivo, las deficiencias son también claras. Los trabajos de Pointer (1981), Kuenhi (1982), Hita et al. (1983-84) y MacAdam (1985) han analizado gran parte de los datos de discriminación cromática respecto a los sistemas CIELUV y CIELAB. También ya en 1978 la CIE sugería nuevas orientaciones para avanzar coordinadamente hacia fórmulas de diferencia de color más adecuadas, Robertson (1978). En 1985 el nuevo Comité Tecnico de Diferencias de Color de la CIE (División 1. TC 1-8) informa del progreso, quizá lento, respecto a las orientaciones anteriores (por ejemplo, Bodmann sugiere incluso precisar más las recomendaciones de 1978 para el próximo cuadrienio). En particular se intenta alentar el esfuerzo por llegar a nuevas fórmulas de diferencia de color.

Una de las mejoras sugeridas a la fórmula CIELAB es la

propuesta por Richter (1980) y conocida como fórmula LABNHU. Su utilidad se ha mostrado en particular para los resultados obtenidos con CIELAB en estímulos de tonalidad anaranjada. También describiremos y analizaremos esta fórmula posteriormente.

Respecto a la evaluación de tolerancias en la industria y más especificamente en relación a los controles de calidad en experiencias del tipo aceptación/rechazo, también se han sugerido mejoras respecto a las fórmulas actualmente recomendadas por la CIE. Así JPC79 define los límites de tolerancia para croma, claridad y matiz, partiendo del espacio CIELAB. Esta fórmula fué incorporada a gran parte de la industria textil inglesa dando buena correlación en relación a los juicios visuales de aceptabilidad. Si bien en la práctica industrial y en las fórmulas asociadas suele ser frecuente dar las tolerancias de croma, claridad y matiz, la traslación de esos resultados para obtener los umbrales en los sistemas usuales ha sido algunas veces criticada (Kuenhi, 1982).

Posteriormente el Comité de Medición del Color de la Sociedad de Tintoreros y Coloristas de Gran Bretaña propone una mejora a la fórmula anterior conocida como CMC y basada en los trabajos de Clarke, McDonal y Rigg (1984). Esta nueva fórmula es similar a su predecesora JPC79 (por ejemplo, el semieje de tono o matiz sigue siendo una fracción del semieje correspondiente al croma) si bien se corrigen anomalías detectadas en ella para muestras casi acromáticas y sobre todo la evaluación de la tolerancia de la claridad. En realidad se propone una fórmula designada como CMC (l:c) donde l y c son dos parámetros á optimizar que ponderan las tolerancias de claridad y croma, respectivamente. Para datos de perceptibilidad la ecuación más idonea parece ser CMC (1:1), mientras que para la forma de aceptabilidad parece dar mejor correlación con las estimaciones visuales un aumento de la tolerancia en claridad: Adebayo (1985) sugiere

usar CMC (1.4:1) ó en general una valoración próxima a CMC (2:1).

Las investigaciones de la Universidad de Bradford sugieren también un espacio CMC e incluso una nueva modificación a las fórmulas CMC principalmente en el sentido de desviar la orientación de las elipses de discriminación de la dirección radial en el plano a*, b*, sobre todo para estímulos de tonalidad azul. Las nuevas fórmulas propuestas se conocen como BFD (l:c) y aumentan notablemente su complejidad frente a las CMC (Luo-Rigg, 1987).

Según McDonald (1988) resulta difícil determinar el éxito de las fórmulas CMC en el terreno industrial donde más bien la no presencia de reclamaciones significa un éxito sin que se llegue a conseguir una información positiva al respecto. Lozano (1988) apunta que hay una ventaja muy escasa para BFD y CMC respecto a CIELAB, por lo que respecta a resultados de perceptibilidad.

Finalmente es preciso referirse a las distintas fórmulas propuestas por MacAdam y sus colaboradores. Las principales de estas fórmulas son las que proponen como medida la correspondiente a la distancia en un espacio de Riemann, donde es preciso evaluar los coeficientes métricos en cada punto del espacio o del diagrama de cromaticidad (según que la fórmula sea válida o no para colores con diferente claridad). Considera como punto de partida el espacio CIE (MacAdam, 1943) y suministra transformaciones de los valores triestímulos en dicho espacio que sirven para definir las fórmulas PQS de MacAdam y las FMC I y II. En la observación en particular de estas tres últimas fórmulas se aprecia una notable complejidad por la multitud de parámetros y cálculos implicados. Esta complejidad no es deseable si bien se justifica en parte por el deseo de que las fórmulas se ajusten a los resultados experimentales, en particular a los obtenidos por el propio MacAdam. Este

último aspecto de la posible simplicidad en las fórmulas de diferencia de color resulta también de interés, Romero et al. (1989), y ha sido tenido en cuenta en esta memoria.

CAPITULO 2.

ALGUNAS CONSIDERACIONES SOBRE FORMULAS DE DIFERENCIA DE COLOR.

2. ALGUNAS CONSIDERACIONES SOBRE FORMULAS DE DIFERENCIA DE COLOR.

En este capítulo pretendemos dar una información más detallada sobre algunos de los diferentes procedimientos empleados en los análisis de resultados correspondientes a esta memoria. De este modo precisaremos la forma en que hemos procurado alcanzar los objetivos a que antes hemos hecho referencia.

Partiremos del estudio de los denominados coeficientes métricos y de sus relaciones con los parámetros correspondientes a los umbrales de discriminación. El conocimiento de estos coeficientes para puntos genéricos permite medir distancias y es por tanto expresión adecuada de una fórmula de diferencia de color, como propone la CIE en sus recomendaciones de 1978 (Robertson, 1978).

Seguidamente analizaremos las fórmulas que se obtienen para los coeficientes métricos partiendo del uso de los sistemas CIELUV y CIELAB, recomendados actualmente por la CIE. Ampliaremos también este análisis al sistema LABNHU, que parece mejorar algunas de las características del CIELAB. Referimos todos nuestros cálculos de los coeficientes métricos al sistema CIE-31 y en concreto respecto al estudio de los umbrales diferenciales de cromaticidad.

Como ya indicamos, en distintos trabajos previos (Romero et al., 1986 y 1989) se han propuesto algunas nuevas fórmulas de diferencia de color en cuyo estudio

deseamos profundizar aquí. Están basadas en expresiones de los citados coeficientes métricos en el diagrama CIE que predicen algunos de los resultados clásicos de la Colorimetría con mayor exactitud que fórmulas anteriores. Destacan también estas nuevas fórmulas por haber sido elaboradas en base a funciones sencillas, buscando evitar la complejidad de cálculos que encontramos en otras fórmulas propuestas (cfr. Apéndice). Del procedimiento de regresión paso a paso que se usó en la obtención de estas fórmulas informaremos también en este epígrafe.

Por último, es deseable que las fórmulas de diferencia de color, además de predecir los resultados experimentales, sean también válidas para un amplio conjunto de condiciones de observación. Con este fín hemos analizado las diferentes fórmulas sobre nuevos resultados de discriminación obtenidos en nuestro laboratorio y otros correspondientes a observaciones en modo de objeto. Además de las comparaciones gráficas de los parámetros más característicos de los umbrales de discriminación, se ha utilizado un procedimiento numérico de comparación global entre dos conjuntos de elipses (Wyszecki-Fielder, 1971; Romero et al., 1989), del que daremos también cuenta posteriormente.

2.1.- Coeficientes métricos

Cualquier punto de coordenadas x,y, en el diagrama cromático CIE-1931, lleva, en principio, asociada una elipse de discriminación de color. Esta es la representación más clásica de los umbrales o de los estímulos con una misma diferencia de cromaticidad "justamente perceptible" en relación a un centro dado. La expresión matemática de esa elipse es:

$$ds^2 = g_{11}\ dx^2 + 2g_{12}\ dx\ dy + g_{22}\ dy^2$$

donde dx es la diferencia de la coordenada x del centro de la elipse y cualquier punto de ella; análogamente dy la diferencia en la coordenada y para los citados puntos. Los coeficientes métricos g_{11}, g_{22} y $2g_{12}$ son valores constantes para cada elipse que dependen del centro de cromaticidad que se haya elegido.

Las elipses representativas de los umbrales de discriminación vienen caracterizadas principalmente por su orientación (ángulo del semieje mayor con la dirección positiva del eje de abcisas) y por sus semiejes mayor y menor (distancias máxima y mínima, respectivamente, desde el centro de la elipse a un punto cualquiera de la misma), como indica la figura 2.1. Los parámetros citados se relacionan con los coeficientes métricos a través de las expresiones:

$$g_{11} = (1/a^2)\ (\cos\theta)^2 + (1/b^2)\ (\text{sen}\ \theta)^2$$

$$g_{12} = (1/a^2 - 1/b^2)\ \text{sen}\ \theta\ \cos\theta$$

$$g_{22} = (1/a^2)\ (\text{sen}\ \theta)^2 + (1/b^2)\ (\cos\theta)^2$$

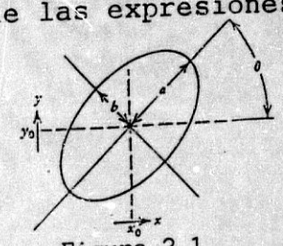


Figura 2.1

existiendo también las relaciones recíprocas que nos permiten obtener información directa sobre la elipse a partir de los coeficientes métricos:

$$\theta = (1/2)\ \text{arctg}\ (2g_{12} / (g_{11} - g_{22}))$$

siendo $\theta < 90º$ cuando $g_{12} < 0$ y $\theta > 90º$ si $g_{12} > 0$

$$a = 1 / (g_{22} + g_{12}\ \text{cotg}\ \theta)^{1/2}$$

$$b = 1 / (g_{11} - g_{12}\ \text{cotg}\ \theta)^{1/2}$$

En la práctica para analizar los umbrales es también muy interesante conocer la relación de semiejes b/a y el área de la elipse π a b.

Las expresiones anteriores nos ofrecen así la posibilidad de calcular los coeficientes métricos en base a los resultados experimentales de discriminación referentes a umbrales. Ello puede conducir, según el citado "método empírico", a nuevas fórmulas de diferencia de color, si se dispone de resultados experimentales en un conjunto de puntos del diagrama cromático suficientemente amplio y representativo.

En este sentido hay que indicar también que existen otros muchos procedimientos matemáticos más o menos sofisticados que permiten calcular los coeficientes métricos a partir de resultados experimentales. En particular la CIE hace referencia (Robertson, 1978) a la utilización de algunos tipos adecuados de funciones de probabilidad, cuya optimización en relación a los juicios visuales de los observadores conduce a los citados coeficientes (Rich-Billmeyer, 1975; Kuenhi, 1975).

También a partir de las definiciones correspondientes a los sistemas CIELUV, CIELAB y LABNHU, así como de sus fórmulas de diferencia de color asociadas, es posible obtener los coeficientes métricos referidos al sistema CIE,

tal y como propone MacAdam (1985). Seguidamente lo desarrollaremos para cada uno de ellos en particular.

Como es usual al trabajar con luces supondremos en los cálculos posteriores la referencia al iluminante equienergético siendo $X_o = Y_o = Z_o$; $Y/Y_o = 0.5$

Fórmula CIELUV (CIE 1976 L*,u*,v*)

En este sistema tenemos que:

$$L^* = 116\,(Y/Y_o)^{1/3} - 16 \qquad \text{ya que} \quad (Y/Y_o) > 0.008856$$

$$u^* = 13\,L^*\,(u' - u'_o) \qquad \text{siendo} \quad u' = 4x \,/\, (-2x + 12y + 3)$$

$$v^* = 13\,L^*\,(v' - v'_o) \qquad \text{siendo} \quad v' = 9y \,/\, (-2x + 12y + 3)$$

donde los subíndices "o" indican coordenadas correspondientes al estímulo acromático de referencia. Las diferencias de color vienen dadas por:

$$\Delta E_{CIELUV} = [\,(\Delta u^*)^2 + (\Delta v^*)^2 + (\Delta L^*)^2\,]^{1/2}$$

y en particular, para nuestro caso, la diferencia en cromaticidad es:

$$\Delta C = 13\,L^*\,[\,(\Delta u')^2 + (\Delta v')^2\,]^{1/2}$$

que puede expresarse en función de x e y ya que:

$$\Delta u' = u'_x\ \Delta x + u'_y\ \Delta y$$

$$\Delta v' = v'_x\ \Delta x + v'_y\ \Delta y$$

$$\Delta C = 13\,L^*\,[\,(u'^2_x + v'^2_x)\,(\Delta x)^2 + 2\,(u'_x\,u'_y + v'_x\,v'_y)\,(\Delta x)\,(\Delta y) + (u'^2_y + v'^2_y)\,(\Delta y)^2\,]^{1/2}$$

donde los coeficientes u'_x , u'_y , v'_x , v'_y , son las derivadas parciales cuyo valor es:

$$u'_x = \partial u'/\partial x = (4 / (3 - 2x + 12y)) + (8x / (3 - 2x + 12y)^2)$$

$$u'_y = \partial u'/\partial y = (-48x) / (3 - 2x + 12y)^2$$

$$v'_x = \partial v'/\partial x = 18y / (3 - 2x + 12y)^2$$

$$v'_y = \partial v'/\partial y = (9 / (3 - 2x + 12y)) - (108y / (3 - 2x + 12y)^2)$$

Comparando esta expresión con $\Delta E = [g_{11}(\Delta x)^2 + 2g_{12}(\Delta x)(\Delta y) + g_{22}(\Delta y)^2]^{1/2}$ tendremos los siguientes resultados finales para los coeficientes métricos previstos por la fórmula CIELUV:

$$g_{11} = 9.78\ 10^5\ (2628y^2 + 1152y + 144) / (3 - 2x + 12y)^4$$

$$2g_{12} = -\ 9.78\ 10^5\ (1152x - 972y + 5256xy) / (3 - 2x + 12y)^4$$

$$g_{22} = 9.78\ 10^5\ (2628x^2 - 972x + 729) / (3 - 2x + 12y)^4$$

Fórmula CIELAB (CIE 1976 L*,a*,b*)

Las coordenadas y fórmula de diferencia de color son ahora las siguientes:

$$L^* = 116\ (Y/Y_o)^{1/3} - 16 \quad \text{ya que } (Y/Y_o) > 0.008856$$

$$a^* = 500\ (\ (X/X_o)^{1/3} - (Y/Y_o)^{1/3}\ )$$

$$b^* = 200\ (\ (Y/Y_o)^{1/3} - (Z/Z_o)^{1/3}\ )$$

$$\Delta E_{CIELAB} = [\ (\Delta a^*)^2 + (\Delta b^*)^2 + (\Delta L^*)^2\ ]^{1/2}$$

Teniendo en cuenta las relaciones $X = Y\ (x/y)$; $Z = Y\ (z/y)$ $z = 1 - x - y$; además de que $X_o = Y_o = Z_o$; $Y/Y_o = 0.5$, como ya indicamos, es posible expresar a^*, b^* en función de las coordenadas de cromaticidad x, y, z calculándose las correspondientes derivadas parciales:

$$a'_x = \partial a^* / \partial x = 132.25\ (1/x)\ (x/y)^{1/3}$$

$$a'_y = \partial a^* / \partial y = -\ 132.25\ (1/y)\ (x/y)^{1/3}$$

$$b'_x = \partial b^* / \partial x = 52.9\ (1/z)\ (z/y)^{1/3}$$

$$b'_y = \partial b^* / \partial y = 52.9\ (z/y)^{1/3}\ ((1/z) + (1/y))$$

Se cumplirá también que:

$$\Delta a^* = a'_x\ \Delta x + a'_y\ \Delta y$$

$$\Delta b^* = b'_x\ \Delta x + b'_y\ \Delta y$$

Y la diferencia de cromaticidad vendrá dada por:

$$\Delta C = [(\Delta a^*)^2 + (\Delta b^*)^2]^{1/2} = [(a'^2_x + b'^2_x)\ (\Delta x)^2 + (a'^2_y + b'^2_y)\ (\Delta y)^2 + 2\ (a'_x\ a'_y + b'_x\ b'_y)\ (\Delta x)\ (\Delta y)]^{1/2} = [\ g_{11}\ (\Delta x)^2 + g_{22}\ (\Delta y)^2 + 2g_{12}\ (\Delta x)\ (\Delta y)]^{1/2}$$

Por lo que los coeficientes métricos previstos por CIELAB adoptan las expresiones siguientes:

$$g_{11} = 2800\ [\ 6.25\ (1/x^2)\ (x/y)^{2/3} + (1/z^2)\ (z/y)^{2/3}\ ]$$

$$2g_{12} = -\ 5600\ [\ 6.25\ (1/x)\ (1/y)\ (x/y)^{2/3} - (z/y)^{2/3}\ (1/z^2)\ ((y+z)/y)\ ]$$

$$g_{22} = 2800\ [\ 6.25\ (1/y^2)\ (x/y)^{2/3} + (z/y)^{2/3}\ (1/z^2)\ ((y+z)/y)^2\ ]$$

Fórmula LABNHU (Richter, 1980)

Este sistema viene definido por las ecuaciones:

$$L^* = 116\ (Y/100)^{1/3} - 16$$

$$A^* = 500\ Y^{1/3}\ (A' - A'_o) \quad \text{siendo} \quad A' = 0.25\ [\ (x/y) + (1/6)\ ]^{1/3}$$

$$B^* = 500\ Y^{1/3}\ (B' - B'_o) \quad \text{siendo} \quad B' = -\ (1/12)\ [\ (z/y) + (1/6)\ ]^{1/3}$$

siguiendo pasos análogos a los realizados para CIELUV y CIELAB tenemos que los coeficientes métricos son:

$$g_{11} = A_x^{*2} + B_x^{*2}$$

$$2g_{12} = 2\ (A_x^* A_y^* + B_x^* B_y^*)$$

$$g_{22} = A_y^{*2} + B_y^{*2}$$

donde A_x^*, A_y^*, B_x^*, B_y^*, son de nuevo las derivadas parciales cuyor valores son:

$$A_x^* = 500\ Y^{1/3}\ (1/12y)\ ((x/y)+(1/6))^{-2/3}$$

$$A_y^* = -\ 500\ Y^{1/3}\ (1/12)\ (x/y^2)\ ((x/y) + (1/6))^{-2/3}$$

$$B_x^* = 500\ Y^{1/3}\ (1/36y)\ ((z/y) + (1/6))^{-2/3}$$

$$B_y^* = 500\ Y^{1/3}\ (1 - x)\ (1/36y^2)\ ((z/y) + (1/6))^{-2/3}$$

por lo que, finalmente, los coeficientes métricos previstos por LABNHU serán:

$$g_{11} = (500\ Y^{1/3} / 12)^2\ (1/y^2)\ [\ ((x/y) + (1/6))^{-4/3} + (1/9)\ ((z/y) + (1/6))^{-4/3}\ ]$$

$$2g_{12} = (500\ Y^{1/3} / 12)^2\ (2/y^3)\ [\ -\ x\ ((x/y) + (1/6))^{-4/3} + (1/9)\ (1 - x)\ ((z/y) + (1/6))^{-4/3}\ ]$$

$$g_{22} = (500\ Y^{1/3} / 12)^2\ (1/y^4)\ [\ x^2\ ((x/y) + (1/6))^{-4/3} + (1/9)\ (1 - x)^2\ ((z/y) + (1/6))^{-4/3}\ ]$$

2.2.- Deducción de nuevas fórmulas de diferencia de color.

Siguiendo otros trabajos anteriores (Romero et al. 1986), recientemente se han obtenido nuevas fórmulas (Romero et al., 1989) que permiten calcular los coeficientes métricos para cualquier punto del diagrama cromático CIE-31: g_{ij} (x,y). Se procuró que estas fórmulas tuviesen expresiones lo más simples posible dentro de la necesidad de que su adecuación a diversos resultados experimentales fuese buena.

El único trabajo de que se dispone que permite asignar a cada punto del diagrama cromático CIE-31 su valor correspondiente de los 3 coeficientes métricos es realizado por MacAdam (1943). La figura 2.2 recoge sus resultados (los valores indicados en las gráficas deben multiplicarse por 10000 para obtener los reales). En este trabajo MacAdam generaliza a todo el plano sus resultados previos (MacAdam, 1942) y estima un error del 15% para los coeficientes métricos calculados, respecto a dichos resultados. Las investigaciones experimentales previas de nuestro laboratorio (Hita et al. 1984) mostraban cierta similitud de nuestros resultados con los de MacAdam. De otra parte también fué posible comprobar la verosimilitud de su ajuste, dentro del error que establece, haciendo uso de un programa de interpolación y diseño gráfico (Surfer; Golden Software Inc., 1980). En base a estos precedentes, para la obtención de las nuevas fórmulas (Romero et al., 1989) se han seguido los pasos que a continuación se indican.

A partir de los resultados de MacAdam (1943), se han obtenido los valores de los coeficientes métricos para 540

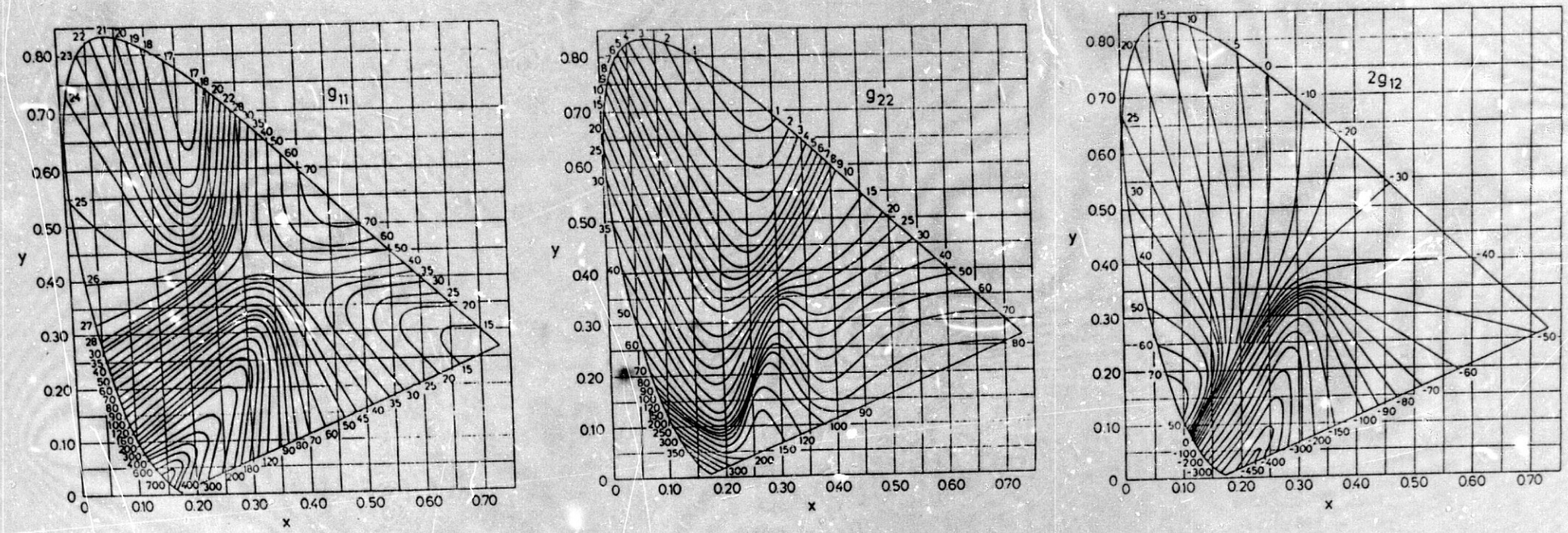


Figura 2.2. Coeficientes métricos (x 10^{-4}) según MacAdam (1943).

puntos equiespaciados en el diagrama cromático CIE-31. Estos puntos se sitúan en los nudos de una malla cuadrada de lado 0.025 en unidades de coordenadas de cromaticidad de ese sistema. Seguidamente se utilizó el programa 2R de regresión múltiple paso a paso suministrado por la librería de aplicaciones estadísticas BMDP de la Universidad de California (UCLA), el cual trabaja sobre un conjunto de funciones preestablecido (en este caso x e y, ó sencillas combinaciones de sumas, productos ó inversas de esas coordenadas). En base a los valores experimentales suministrados se van ensayando las distintas funciones propuestas hasta optimizar la solución (pueden usarse todas o sólo parte de las funciones inicialmente dadas). Para cada paso se da el coeficiente de regresión del ajuste y otros datos estadísticos. Se obtiene así finalmente una fórmula para cada uno de los coeficientes métricos; a estas fórmulas las designaremos como FDC y presentan las siguientes expresiones:

$$g_{11} = [\ -89.024 + ((72.885 - 186.996x)/y) + ((478.154x - 69.385)/$$
$$/(x + y)) + ((7.279y - 0.047/x)/x) - 0.708/y^2\ ]\ 10^4$$

$$2g_{12} = [\ -60.309 + ((965.972 - 482.581y)x) + ((137.613 - 824.551x)/$$
$$/(x + y)) + ((0.429/y - 1.505/x - 19.280)/y)\ ]\ 10^4$$

$$g_{22} = [\ -68.168 + 31.369y^2 + ((145.422x - 12.054)/(x + y)) +$$
$$+ ((3.235 - 0.101/x)/x) + ((1.780/x + 17.858x - 0.155/y)/y)\ ]\ 10^4$$

Cuando se procedió a la utilización de las FDC así obtenidas se comprobó que, para puntos con valores muy altos de la coordenada "y" y también para una reducida región en la zona de los rojos purpurinos, se obtenían coeficientes con los cuales resultaban valores no reales para el semieje mayor de las elipses correspondientes. Era posible corregir

este hecho, que no se presenta utilizando los datos de MacAdam (1943) (figura 2.2), sin más que disminuir levemente los coeficientes de regresión del ajuste, aunque se prefirió adoptar otra solución diferente.

En efecto, el interés por simplificar aún más las fórmulas obtenidas y conseguir además, si fuese posible, mayores coeficientes de regresión, llevó a dividir el diagrama cromático en 5 zonas y a buscar, por el mismo procedimiento, las fórmulas correspondientes a cada zona, que designaremos en conjunto como FDC-Z: para la zona de los azules FDC-A, para la zona de los verdes FDC-V, para la de los naranjas FDC-N, para la de los rojos FDC-R y, finalmente, FDC-C para la zona de acromáticos. Las expresiones correspondientes a estas fórmulas (Romero et al., 1989), son las siguientes:

FDC-A

$$g_{11} = [\,1047.244 + ((34.186 - 239.130x)/y) - (1967.544y/(x + y)) + (182.493y/x) - (0.873/x^2)\,]\,10^4$$

$$2g_{12} = [\,923.375 - 1218.056x - (1213.075x/(x + y)) - (154.531y/x)\,]\,10^4$$

$$g_{22} = [\,-802.643 + ((1835.061 - 4362.785x)y) + 5361.932x^2 + (162.750/(x + y)) + (4.998/y) - (0.050/y^2) - (0.422/x^2)\,]\,10^4$$

FDC-V

$$g_{11} = [\,79.466 - 307.948x + 854.974x^2 - 72.313xy - (28.652/(x + y)) - (0.648y/x) + (4.812/y^2)\,]\,10^4$$

$$2g_{12} = [\,-16.253 - 332.176x + (25.745/(x + y)) + 135.978xy + (260.266xy/(x + y)) - (2.813xy/(x - y))\,]\,10^4$$

$$g_{22} = [\ -6.165 + 221.473x^2 - 21.788yx + ((11.781 - 69.955x)/(x + y)) +$$

$$+ (0.431/xy) - (0.456y/x) - (0.006/x^2) + (0.963/y^2) + 2y^2\ ]\ 10^4$$

FDC-N

$$g_{11} = [\ 231.988 - 162.962x^2 - (34.238/y) - (13.758/xy)\ ]\ 10^4$$

$$2g_{12} = [\ -83.127 + 37.493x + (30.989y/x)\ ]\ 10^4$$

$$g_{22} = [\ -27.246 + (49.241x/y)\ ]\ 10^4$$

FDC-R

$$g_{11} = [\ 126.473 - (9.132x/y) - ((91.671 + 61.655y)/x) + (34.631/x^2)\ ]\ 10^4$$

$$2g_{12} = [\ 213.375 + 748.080y^2 - 946.554xy - (70.755/(x + y)) - (12.625x/y) -$$

$$- (19.740/x^2)\ ]\ 10^4$$

$$g_{22} = [\ 111.684 + 109.355x^2 - 108.599xy - (15.181x/y) + (2.515/xy) -$$

$$- (91.057y/x)\ ]\ 10^4$$

FDC-C

$$g_{11} = [\ -23.146 + (10.532/y^2)\ ]\ 10^4$$

$$2g_{12} = [\ 358.385 + (40.111/x^2) - (222.251/x) - (14.701/y^2)\ ]\ 10^4$$

$$g_{22} = [\ -2.931 - 173.461x^2 + (35.684/y) - (5.108/x^2)\ ]\ 10^4$$

En la tabla 2.1 se recoge el número de puntos utilizado para el cálculo de cada fórmula así como los coeficientes de regresión de todos los ajustes correspondientes a la obtención de FDC y FDC-Z.

Fórmula	Número de puntos	g_{11}	g_{12}	g_{22}
FDC	540	0.937	0.890	0.947
FDC-A	74	0.955	0.964	0.961
FDC-V	258	0.960	0.993	0.989
FDC-N	28	0.994	0.991	0.998
FDC-R	118	0.990	0.989	0.967
FDC-C	62	0.946	0.954	0.934

Tabla 2.1. Número de puntos y coeficientes de correlación para la obtención de FDC y FDC-Z.

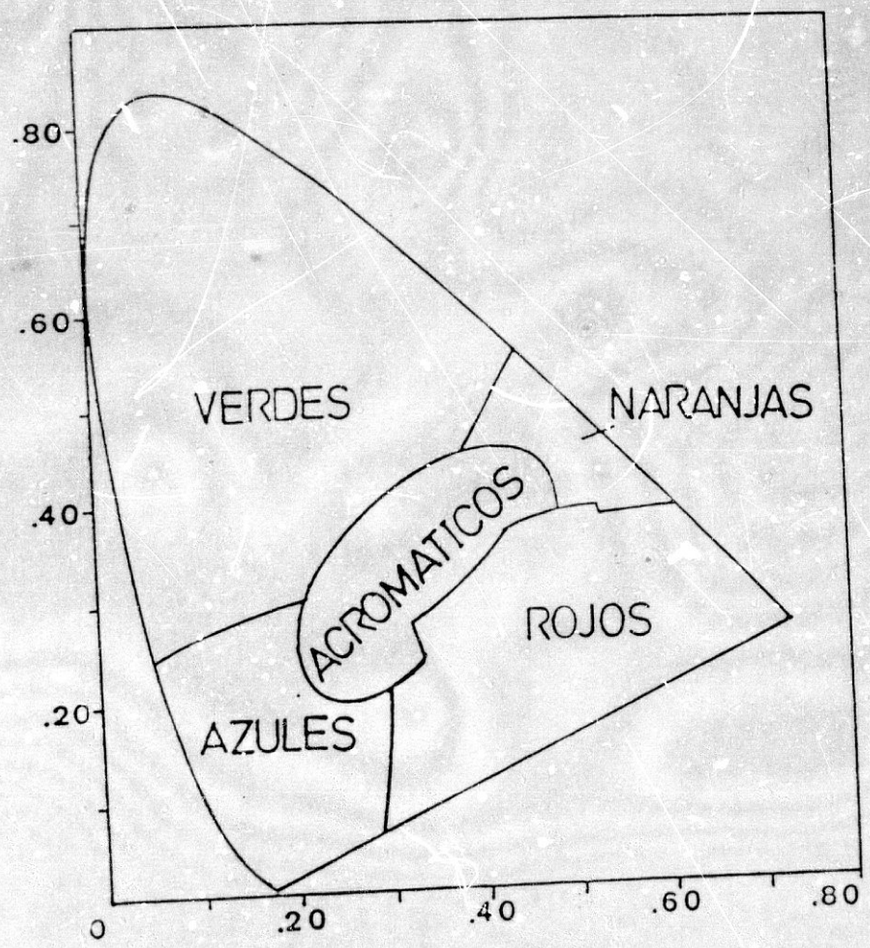


Figura 2.3. Zonas elegidas para el cálculo de las FDC-Z.

La figura 2.3 representa las zonas elegidas para las fórmulas FDC-Z. La elección de estas zonas se hizo teniendo en cuenta la división del diagrama CIE propuesta por Kelly (1943). Hay que notar que las fórmulas FDC-Z se ajustaron independientemente para cada región, por lo que no hay una continuidad extricta entre estas fórmulas y pueden aparecer diferencias con respecto a los puntos de las fronteras. Estas diferencias no son significativas habiéndose evaluado eligiendo 12 puntos en distintas fronteras y calculando las correspondientes elipses de discriminación según las distintas fórmulas: las mayores discrepancias aparecen para aquellas regiones donde los coeficientes de MacAdam (1943) presentan una variación más rápida y, en todo caso, son muy inferiores a las diferencias que se observan entre los resultados experimentales de MacAdam y los previstos por las fórmulas CIELUV, CIELAB y LABNHU (Romero et al., 1989).

Por último, en relación a esta propuesta de diferentes fórmulas por zonas, cabe añadir que la idea de utilizar distintas fórmulas de diferencia de color fué también indicada por Kuenhi (1982) ante la necesidad prioritaria de que los resultados previstos por las nuevas fórmulas guarden una alta correlación respecto a los experimentales.

2.3.- Método de comparación numérica entre conjuntos de elipses.

Sin duda resulta muy útil e intuitiva la comparación de las elipses representativas de los umbrales analizando las diferencias en orientaciones, relación de semiejes, areas, etc., correspondientes a los distintos centros. Tales métodos han sido utilizados directamente por Wyszecki (1971). También Pointer (1981), Kuenhi (1982), MacAdam (1985), etc. han utilizado métodos de comparación de tipo gráfico, llevando sobre el diagrama cromático CIE-31 las previsiones de las más actuales fórmulas de diferencia de color.

Además de estos métodos, una comparación numérica y global respecto al grado de semejanza de dos conjuntos de elipses, puede resultar también de interés. Entre los distintos métodos numéricos utilizables en este sentido se ha aplicado el propuesto por MacAdam (1964), válido para comparar grupos de elipses que tienen los mismos centros pero difieren en general en orientación, tamaño y forma (relación de semiejes). Lo describimos a continuación.

A una determinada serie de "n" elipses, obtenidas por un procedimiento cualquiera, las designaremos con G mayúsculas y sus coeficientes serán G_{11}, G_{22} y $2G_{12}$, con lo que cada una de ellas vendrá definida por la ecuación:

$$G_{11}\,dx^2 + 2G_{12}\,dx\,dy + G_{22}\,dy^2 = dS^2 \qquad (1)$$

sus centros están localizados en puntos (x_o, y_o) en el diagrama cromático CIE-31. La cantidad dS^2 es constante y fijada igual a c^2.

A la serie de "n" elipses obtenidas por otro procedimiento distinto las designaremos con g minúsculas, sus coeficientes serán g_{11}, g_{22}, $2g_{12}$, y sus centros serán análogos a los de las anteriores elipses, siendo diferentes sus demás características. Las ecuaciones que definen estas elipses vendrán dadas por las expresiones:

$$g_{11}\,dx^2 + 2g_{12}\,dx\,dy + g_{22}\,dy^2 = ds^2 \qquad (2)$$

MacAdam (1964) optimizó los parámetros de la fórmula de diferencia de color de Friele usando una desviación cuadrática media como criterio cuantitativo de la bondad del ajuste de las elipses teórica y experimentalmente obtenidas. Su método fué también utilizado por Chickering (1967) y aqui seguiremos esencialmente la misma aproximación, excepto algunos pequeños matices (Romero et al., 1989).

La idea principal del método es seleccionar en primer lugar un cierto número de puntos del diagrama, sobre la elipse "G", que estén espaciados uniformemente en una proyección circular de dicha elipse. Para ello la elipse dada, centrada en (x_o, y_o), es transformada en un círculo y el punto de cromaticidad 1 de coordenadas (Δx_1, $\Delta y_1 = 0$) es proyectado como 1'; partiendo de 1' se sitúan uniformememte sobre el semicírculo cualquier número "m" de puntos, como ilustra la figura 2.4.

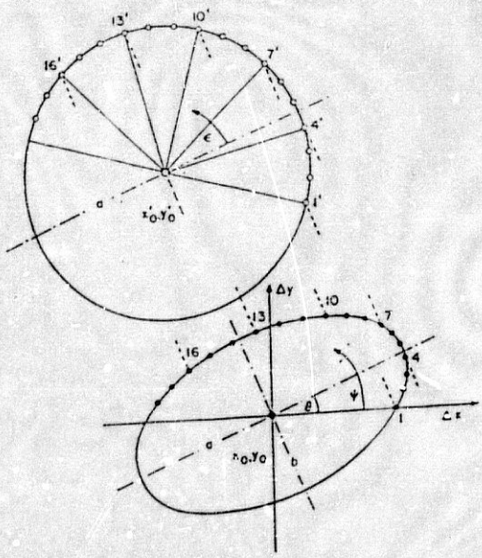


Figura 2.4. Método numérico de comparación de elipses (Wyszecki, 1971).

Se han elegido m=18 puntos equiespaciados a intervalos de 10 grados; estos puntos son ahora proyectados sobre la elipse y se determinan sus coordenadas (Δx_i , Δy_i).

Si los valores de Δx_i , Δy_i se introducen en la ecuación (1) se obtienen, lógicamente, valores de "dS" iguales a "c" en cada caso. Ahora bien, si estos mismos valores de Δx_i , Δy_i se insertan en la ecuación (2), que define las elipses obtenidas por el otro método, obtenemos valores de "ds" que generalmente se desvían de "c" como una función de i.

Es posible entonces calcular una desviación cuadrática media para esta elipse y, por el mismo procedimiento, para cualquier otra elipse del conjunto inicial. Para "n" elipses y "m" puntos sobre cada una de ellas nosotros calcularemos una desviación cuadrática media en términos de "c" por la expresión:

$$\langle e^2 \rangle = \frac{1}{m\,n} \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} \left| \frac{\alpha (ds)_{ij} - c}{c} \right|^2$$

donde α es un factor de escala introducido para ajustar, si se desea, los tamaños de las elipses obtenidas por el segundo método "g" con los tamaños que sean más comparables con los de las elipses del primer método "G". En particular hemos elegido para α :

$$\alpha = \alpha_1 = \frac{c}{\frac{1}{m\,n} \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} (ds)_{ij}}$$

obteniéndose una desviación cuadrática media que designaremos como $\langle e^2 \rangle$,donde el promedio de todas las mn diferencias de cromaticidad $(ds)_{ij}$ para las elipses "g" es igual al promedio de las diferencias correspondientes para

las elipses "G", el cual, por supuesto, es igual a "c".

Otra posible alternativa para este parámetro es:

$$\alpha = \alpha_2 = \frac{c \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} (ds)_{ij}}{\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} (ds)_{ij}^2}$$

que conduce al mínimo relativo de la desviación cuadrática media anterior.

La desviación cuadrática media tiende a ponderar las diferencias $(ds)_{ij}$ más grandes frente a las más pequeñas. Por este motivo puede ser también una buena medida de la bondad del ajuste de los dos conjuntos de elipses una desviación absoluta media de la forma:

$$< d > = \frac{1}{m\,n} \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} \left| \frac{\alpha\,(ds)_{ij}}{c} - 1 \right|$$

donde de nuevo α es el mismo factor normalizador anterior, relativo a los tamaños de las elipses.

Esta nueva desviación se designa como $< d >$ y su valor es siempre un poco más pequeño que el correspondiente a la raiz cuadrada de la desviación cuadrática media. Una relación aproximada de ambas medidas es:

$$< d > = w < e^2 >^{1/2} \quad \text{siendo} \quad w = 0.80 \pm 0.05$$

Al calcular cualquiera de las dos desviaciones uno de los dos conjuntos de elipses debe ser el designado como "G". Es importante especificar la elección que se hace pues, generalmente, el método no presenta simetría y se alcanzan

resultados distintos para cada una de las dos posibilidades. En nuestras aplicaciones posteriores de este método las elipses "G" fueron las experimentales y las "g" las previstas teóricamente por diferentes fórmulas de diferencia de color.

Finalmente hemos de añadir que estos métodos numéricos proporcionan un camino relativamente rápido de hacer una valoración sobre la conformidad de dos conjuntos de elipses, pero no dan ninguna pista respecto a las causas de posibles desviaciones sistemáticas entre dichos conjuntos. Estas desviaciones deben ser descubiertas por otros procedimientos, tales como los gráficos, que serán usados también posteriormente.

CAPITULO 3.

DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

3. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

En este capítulo analizaremos el dispositivo utilizado para la realización de las medidas correspondientes a nuestro planteamiento. Distinguiremos los siguientes apartados:

3.1) descripción general de los distintos componentes que integran nuestro equipo experimental;

3.2) puesta a punto del mismo;

3.3) calibrado y determinación de las coordenadas de cromaticidad y luminancia relativa, de los estímulos de color observados.

En términos generales nuestro equipo posee las características más usuales de los empleados en el estudio de la Colorimetría Diferencial. Estas características son, principalmente, el uso de colorímetros visuales (que permiten obtener una amplia gama de estímulos de color), solidez y versatilidad (necesarias para la realización de un elevado número de medidas y lograr una alta reproducibilidad de las mismas), sistema de observación adecuado al tipo de visión deseado y posibilidad de tener un calibrado espectroradiométrico fiable en todo momento.

3.1.- Descripción general.

La figura 3.1 muestra el esquema general del dispositivo experimental. A fin de sistematizar su descripción lo consideraremos formado por 3 bloques fundamentales, que serán objeto de los siguientes apartados.

3.1.1.- Sistema de producción del estímulo variable.

Consiste esencialmente en un colorímetro visual tipo Donaldson modificado de 3 primarios, designado como C1 en el esquema general. Su realización se ha llevado a cabo en los Talleres de nuestro Departamento en esta Universidad.

Dicho colorímetro consta de una placa mecanizada de bronce fundido de 50 cm de diámetro y 1,5 cm de espesor con 3 orificios circulares, de 5 cm de diámetro cada uno, simétricamente situados en los vértices de un triángulo equilátero. Estos orificios permiten alojar los correspondientes filtros interferenciales que proporcionan los primarios del colorímetro y sus dimensiones son las de los filtros comercializados de mayor tamaño, a fin de lograr el máximo flujo energético del suministrado por la lámpara del colorímetro.

La variación de la radiancia de cada uno de los primarios se consigue mediante diafragmas incorporados a la placa anterior. La figura 3.2 muestra un esquema de la placa portadora de filtros y del sistema de diafragmas. Los diafragmas se han realizado abriendo orificios circulares

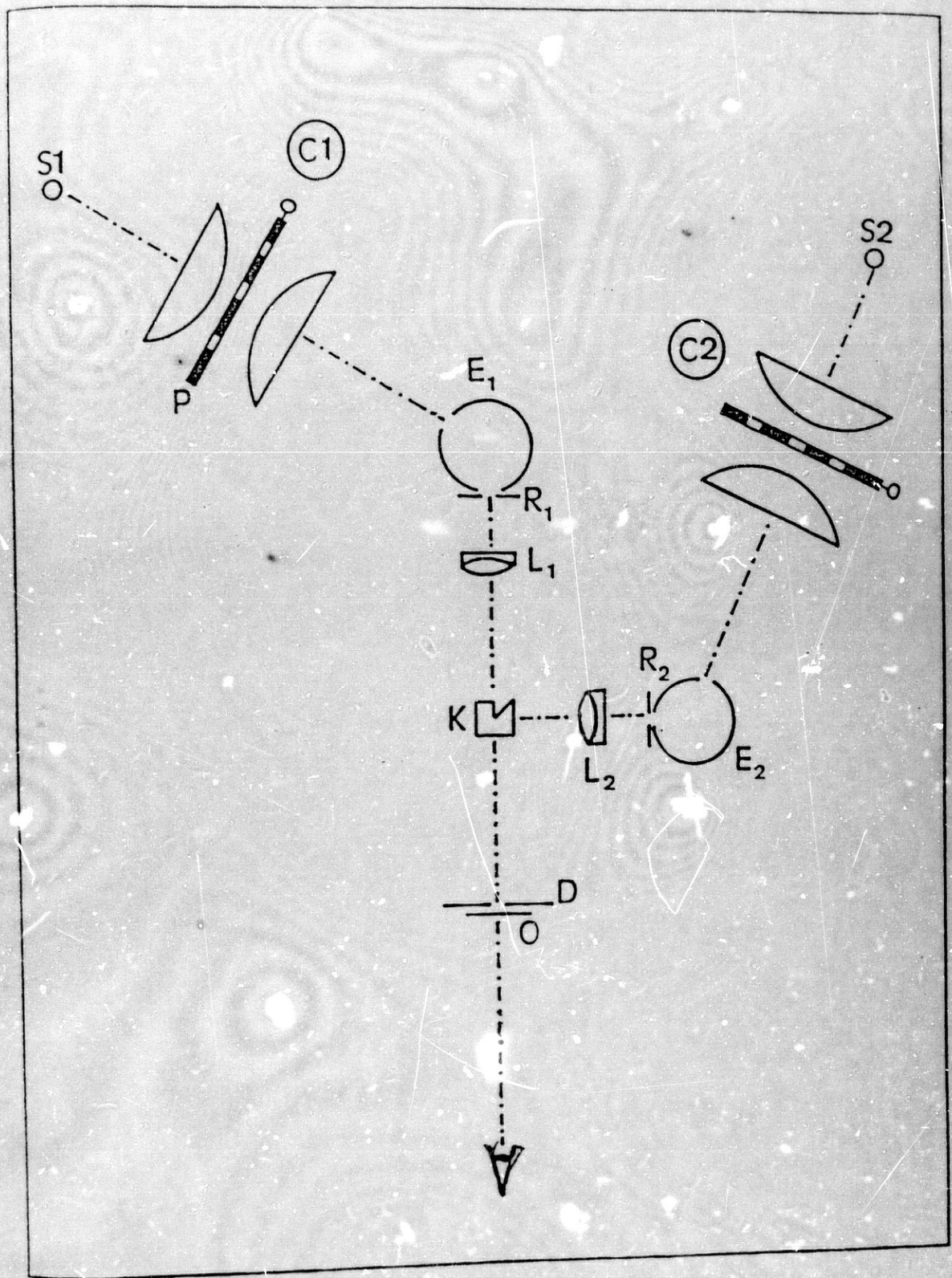


Figura 3.1. Esquema general del dispositivo experimental.

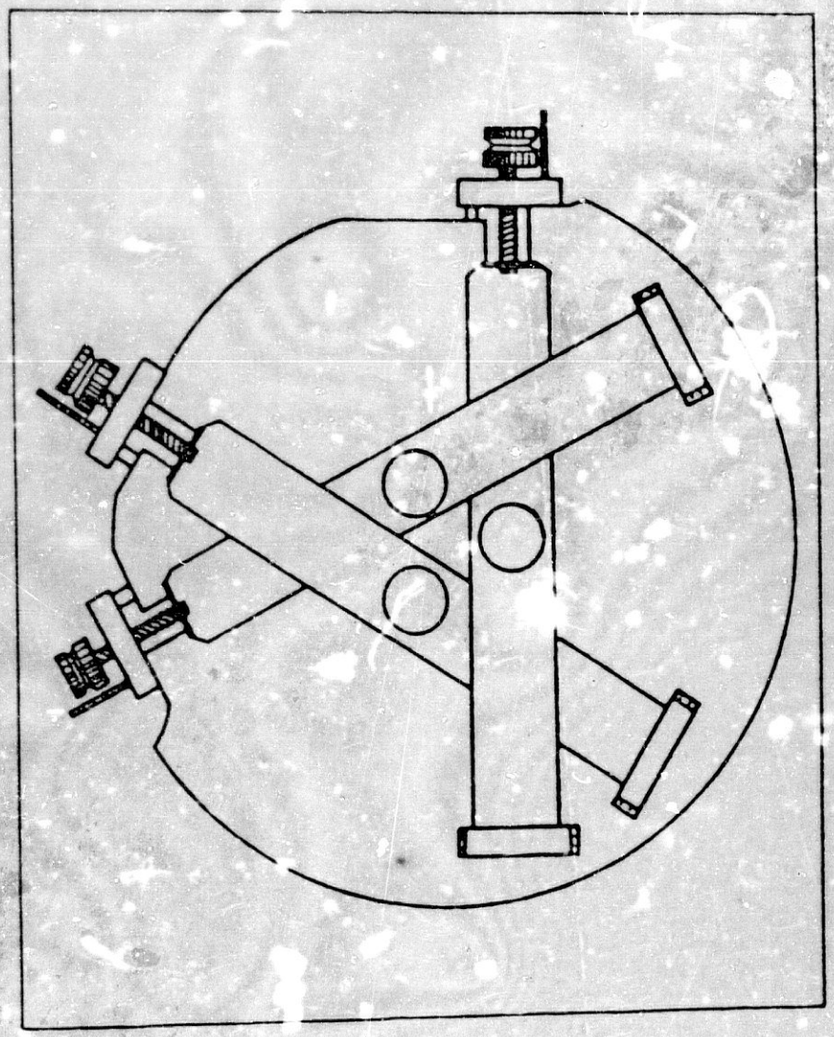


Figura 3.2. Esquema de la placa portadora de filtros y mandos de control del colorímetro productor del estímulo variable.

del mismo tamaño que los filtros en láminas de latón de 0,1 mm de espesor, las cuales pueden desplazarse mediante un sistema de tracción variando así el area del filtro que suministra cada primario. La tracción se efectúa mediante tornillos con paso de rosca de 1 mm y con una cabeza de 5 cm de diámetro dividida en 10 partes iguales; de este modo son 500 las posibles aperturas diferentes para cada uno de los filtros. En el extremo opuesto a este tornillo existe un rodillo con un sistema de cojinetes y muelles de tracción que mantienen la lámina de latón siempre presionada a la placa portadora de filtros, con lo que queda garantizada la reproducibilidad de las aperturas de los filtros para todas las posiciones correspondientes de los tornillos de control.

En nuestro caso se ha utilizado siempre un mismo juego de 3 filtros interferenciales SCHOTT modelo ^L con ancho de banda de 20 nm. El juego de filtros usado en el colorímetro que produce el estímulo de referencia es análogo a éste.

Nuestros filtros están situados entre un sistema de lentes condensadoras con 23 cm de diámetro y 34 cm de focal, cada una. De este modo el haz luminoso incide normalmente en los filtros, como es de desear al tratarse de filtros interferenciales, ya que la fuente luminosa S1 (lámpara de filamento concentrado) se sitúa en el foco objeto del sistema.

La fuente luminosa es una lámpara de Iodo-Cuarzo (SYLVANIA FFX, 500 W, 230 V) alimentada a través de un estabilizador BOAR-2000ST (0,3% de precisión de regulación; margen de tensión de entrada 190-260 V, margen de frecuencia 45-55 Hz). Este tipo de lámpara suministra el máximo flujo luminoso posible, dentro de la necesaria condición de constancia en la emisión y está convenientemente refrigerada mediante un turboventilador. Antes de iniciar las medidas las lámparas fueron envejecidas a fin de asegurar aún más la estabilidad de su emisión. La figura 3.3 muestra la curva de

emisión espectral relativa de estas lámparas, conforme al calibrado realizado en el Instituto de Optica "Daza de Valdés", CSIC.

Como hemos indicado, el calor producido por las lámparas podría ocasionar dificultades como, por ejemplo, variaciones en las transmitancias de los filtros con la tempertura, J. Juan (1974). Puesto que una misma carcasa metálica contiene a la fuente luminosa y a la primera lente condensadora -tras la que se sitúan los filtros-, y aunque esta carcasa tiene dimensiones suficientemente amplias (un cilindro metálico de altura 46 cm y diámetro de base 27 cm), se han utilizado turboventiladores dirigidos hacia los filtros a fin de lograr mantener constante la temperatura y garantizar la constancia de su transmitancia durante las experiencias. Del logro de este objetivo se ha tenido constancia también por la realización de las medidas de calibrado periódicas de todo el dispositivo.

Mediante la segunda lente del condensador los 3 haces de luz que emergen de los filtros, limitados por la posición de los diafragmas, convergen en el orificio de entrada de una cavidad integradora E_1 en la que se realiza la mezcla aditiva de primarios por fusión espacial. Esta cavidad es una esfera de hierro de 15 cm de diámetro construida en dos mitades que ajustan perfectamente. Su superficie interior está cromada y sobre ella se ha depositado una capa difusora de O Mg obtenida al quemar cintas de Mg conforme a las instrucciones convencionales, Keitz (1955). Esta capa de O Mg fue periódicamente comprobada a fin de evitar perturbaciones y garantizar que la fusión de los primarios se realizaba convenientemente. En su plano ecuatorial la esfera dispone de 3 aberturas ó ventanas circulares, de 3 cm de diámetro cada una, situadas a 120 grados, para la entrada y salida de la radiación luminosa y para efectuar un posible calibrado de la luz emergente. Estas ventanas disponen de un vidrio delgado y

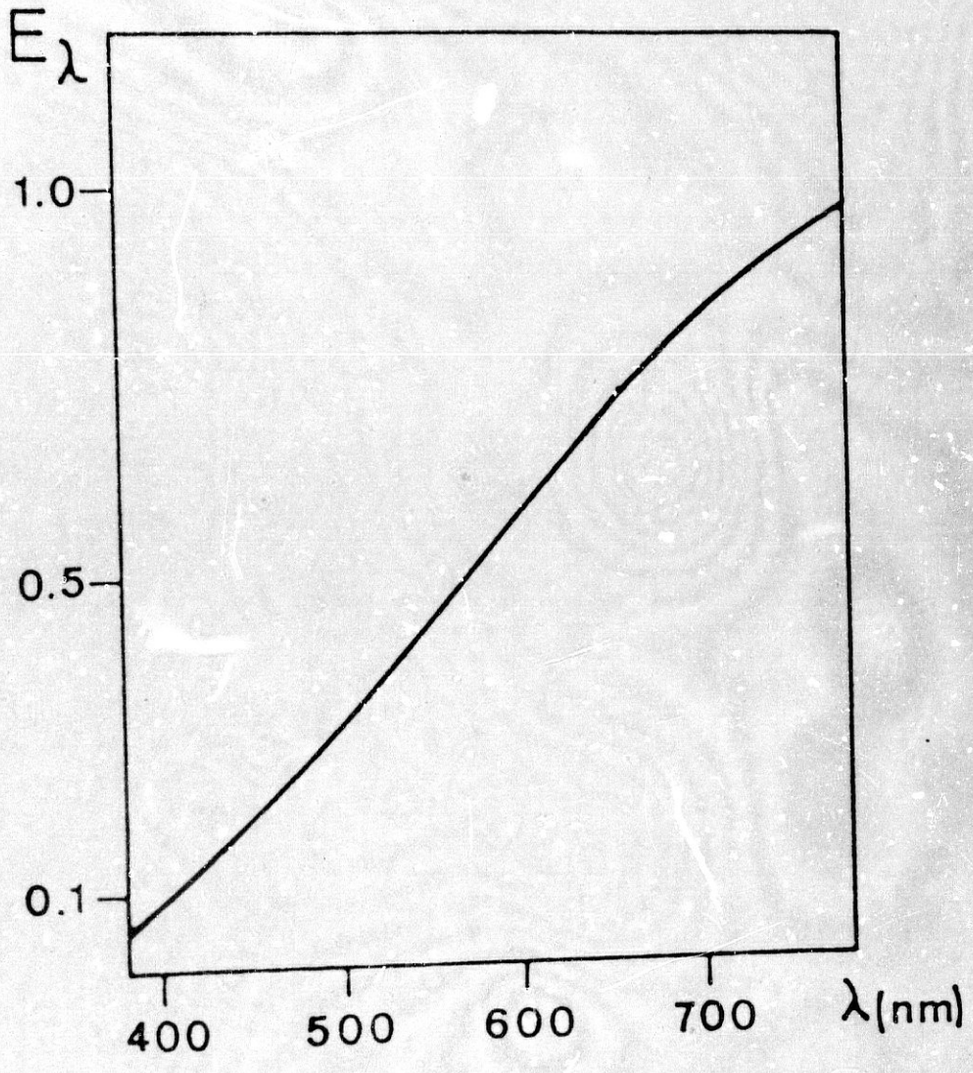


Figura 3.3. Curva de emisión espectral relativa de las lámparas empleadas en los dos colorímetros.

deslustrado que evita la entrada de polvo y el deterioro de la cavidad; además el vidrio deslustrado de la ventana por la que entra la radiación permite borrar el filamento de la lámpara ya que se sitúa justamente en el foco de la segunda lente condensadora y sobre él se forma la imagen de dicho filamento.

En total el sistema descrito produce una radiación que emerge del orificio de salida de la esfera integrante y cuya cromaticidad y luminancia pueden controlarse a través de los mandos del colorímetro mezclando en distintas proporciones las luces primarias.

Por último, cabe indicar también que el colorímetro descrito va unido solidariamente, mediante tornillos de presión, a la mesa que sustenta todo el dispositivo experimental, a fin de evitar posibles variaciones. Análogamente la cavidad integradora está fijada sobre un jinetillo en un banco óptico.

3.1.2. Sistema de producción del estímulo de referencia.

Se simboliza como C2 en el esquema general de la figura 3.1 y es similar al sistema de producción del estímulo variable antes descrito.

En este caso la placa portadora de filtros y el sistema de variación de las aperturas de los diafragmas son distintos de los anteriores. Un esquema de ellos se recoge en la figura 3.4, donde observamos que los diafragmas son sectores cuyo giro permite variar el área de los filtros y controlar así el flujo radiante. Los mandos que controlan el giro de esos sectores permiten realizar giros mínimos de

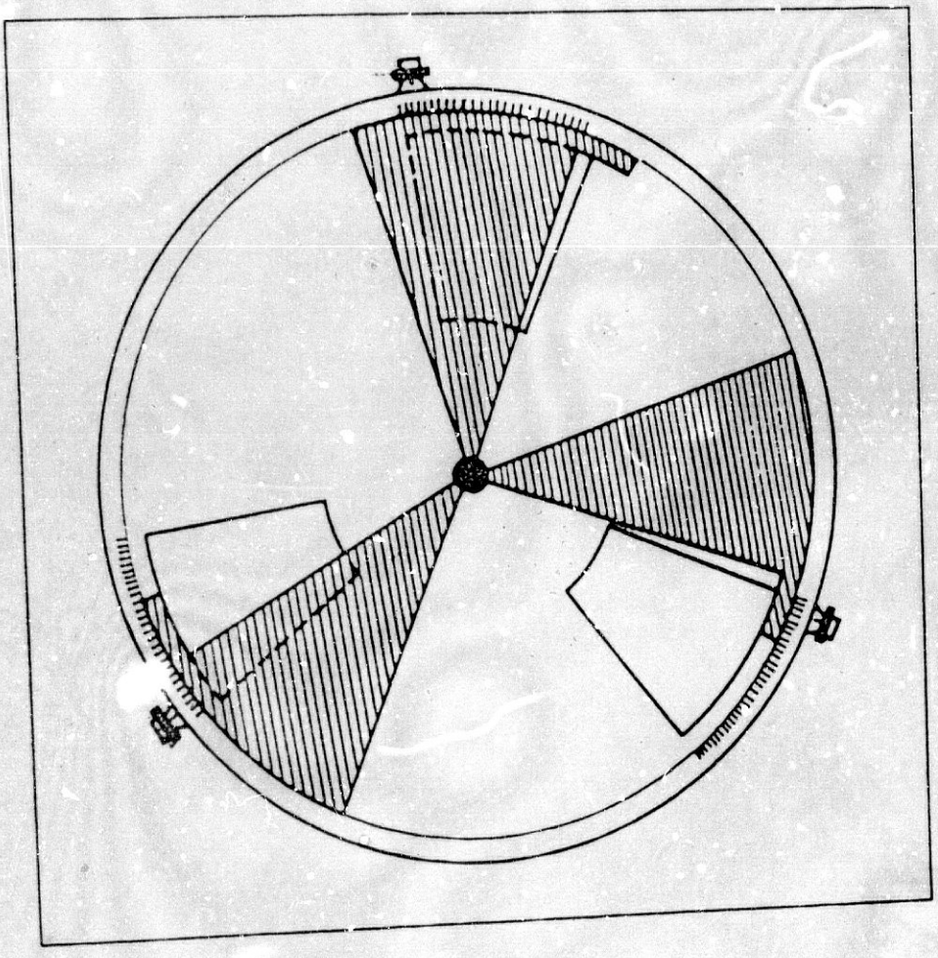


Figura 3.4. Esquema de la placa portadora de filtros del colorímetro empleado para producir el estímulo de referencia.

0.05 radianes, siendo así posible tener 31 aperturas diferentes con cada filtro y por tanto una amplia gama de posibilidades en la fijación del estímulo de referencia.

Las cavidades que alojan los filtros en la placa portadora no son ahora circulares si bien permiten alojar adecuadamente los filtros que, como hemos indicado, son interferenciales e iguales a los del otro colorímetro. Este hecho, unido a que también se usa el mismo tipo de lámpara en ambos colorímetros, permite realizar igualaciones de color isómeras, como las que deseamos en nuestra investigación, dejando al margen los problemas adicionales derivados del metamerismo, Jiménez del Barco et al. (1986).

El sistema de lentes condensadoras es igual al del otro colorímetro, salvo que en este caso tanto la fuente luminosa como las lentes condensadoras y la placa portadora de filtros van montadas sobre un mismo banco óptico de perfil triangular, solidario a la mesa, en sus respectivos jinetillos. Análogamente una carcasa debidamente refrigerada con la ayuda de turboventiladores permite controlar la temperatura.

Una nueva esfera integrante E_2, similar a la anterior, permite realizar la fusión de primarios y obtener el estímulo que denominamos de referencia.

3.1.3. Sistema de yuxtaposición de estímulos y de observación.

Una vez generados los 2 estímulos de color a estudiar, el dispositivo experimental debe permitirnos su comparación bajo ciertas condiciones experimetales.

En nuestro caso pretendemos estudiar la discriminación cromática por comparación simultánea, observando parejas de estímulos yuxtapuestos en un campo fotométrico circular y bipartito, pues este tipo de campo es el más utilizado tradicionalmente en la Colorimetría Diferencial.

Nuestro dispositivo experimental dispone de sendos dobletes acromáticos de 7 cm de apertura y 127 mm de focal, respectivamente. Estos dobletes se designan como L_1 y L_2 en el esquema general de la figura 3.1 y están colocados en sus correspondientes jinetillos sobre bancos ópticos de modo que las ventanas de salida de las esferas integrantes están justamente en sus planos focales objeto. De los dobletes emergen por tanto haces de luz colimados que se yuxtaponen mediante un cubo fotométrico K de arista 3 cm, tras sufrir reflexión total y un cambio de dirección de 90 grados el haz procedente del colorímetro de referencia (cfr. figura 3.1).

A continuación del cubo fotométrico se sitúa un último diafragma circular D que permite obtener el tamaño y tipo de campo fotométrico deseados. Este diafragma lleva incorporado un obturador electromagnético O en el mismo jinetillo. El obturador consiste en una placa negra soldada a una varilla de hierro que penetra en el interior de una bobina, la cual actúa como electroimán bajo el control de un generador de pulsos eléctricos. Se puede controlar la duración de los pulsos así como también el intervalo de tiempo entre pulsos sucesivos; de esta manera controlamos el tiempo de observación de los estímulos y también el tiempo entre exposiciones sucesivas, durante el cual el experimentador actúa sobre los mandos de control del colorímetro variable.

Bajo el diafragma D y correctamente centrado se ha situado un diodo LED estabilizado, que emite luz roja y constituye el sistema de fijación del campo de visión durante la adaptación a la obscuridad, a fin de que el observador utilice íntegramente el tiempo de exposición

disponible para comparar los estímulos cuando éstos le son presentados, después de los intervalos de adaptación correspondientes.

Finalmente, en el extremo del banco óptico se sitúa una mentonera dotada de un obturador de ojo que permite la observación monocular. La mentonera dispone de mecanismos de desplazamiento vertical y horizontal para que cada observador pueda acoplarse adecuadamente conforme al eje óptico del sistema. La posición del diafragma D nos permite observar nítidamente un campo circular y bipartito de 2,5 grados y campo circundante obscuro.

Conviene destacar que el tipo de visión elegida no es exactamente visión maxweliana sino directa, con objeto en el infinito. Las ventajas del tipo de observación utilizado estriban fundamentalmente en la mayor comodidad del observador, que no ha de usar dentonera y una pupila artificial, al tiempo que las condiciones de observación son más próximas a las de discriminación cromática en la vida ordinaria. De otra parte, mantenemos la visión foveal.

El observador está situado en el interior de una cabina de adaptación a la obscuridad. También se han usado carcasas y pantallas negras a fin de evitar luces parásitas en el dispositivo.

3.2.- Puesta a punto del dispositivo.

Antes de iniciar las medidas experimentales se procede al montaje de los distintos componentes del dispositivo, tomando todas las precauciones necesarias para minimizar las posibles causas de errores sistemáticos y garantizar la reproducibilidad de las medidas.

En primer lugar los distintos componentes ópticos deben mantener sus posiciones relativas frente a posibles vibraciones. Con este fin todo el dispositivo va sobre una mesa de amplia base a la que están unidos mediante tornillos de presión los colorímetros y los tres bancos ópticos utilizados. Jinetillos EALING con desplazamiento vertical y horizontal permiten situar adecuadamente los componentes ópticos sobre bancos ópticos de perfil ZEISS y una vez conseguidas las posiciones correctas se sellan los jinetillos en ellos.

Mediante un anteojo enfocado al infinito se sitúan los dobletes acromáticos de modo que en su plano focal objeto se encuentren las ventanas de salida de las esferas integradoras. Posteriormente se procede a la alineación de todos los componentes mediante la utilización de un láser de He-Ne de 0,5 mw, que se emplea para materializar el eje óptico del sistema.

El dispositivo generador de impulsos eléctricos que actúa sobre el sistema de obturación ha sido previamente calibrado empleando un reloj GRIFFIN-GEORGE TKL-900V de alta sensibilidad, al cual va acoplada una célula fotoeléctrica. La figura 3.5 muestra un esquema con los tiempos de exposición y entre exposiciones sucesivas. Con esta medida conocemos el tiempo de exposición real y el de adaptación a

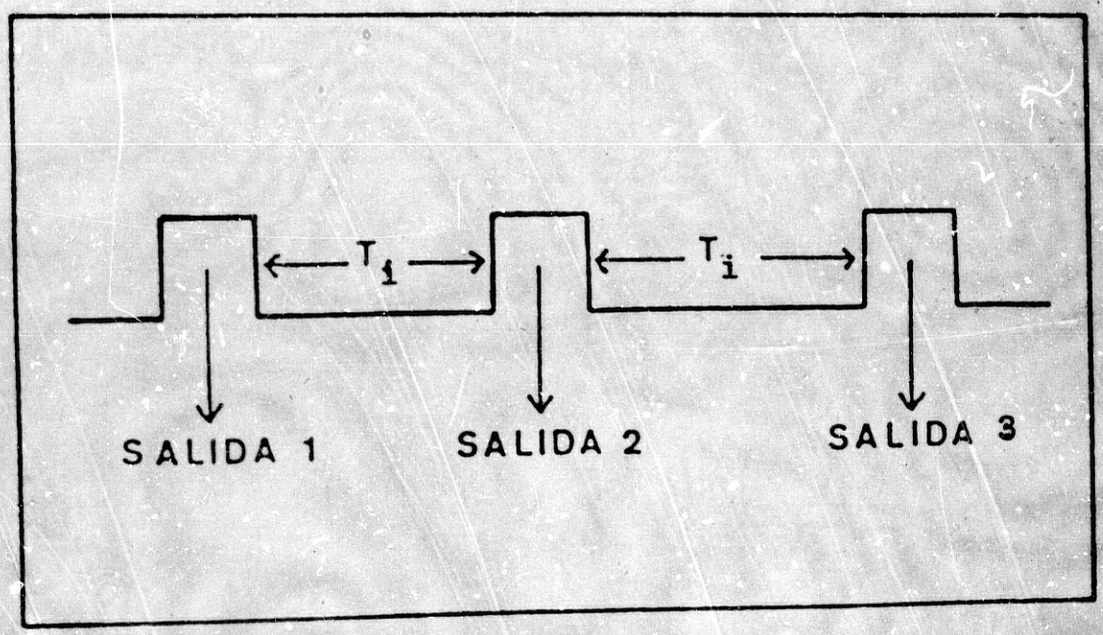


Figura 3.5. Esquema de las salidas del generador de pulsos.
T_i: Tiempo intermedio.

la obscuridad entre presentaciones sucesivas, sin el error que pudiera derivarse de las inercias mecánicas en la chapa obturadora.

Respecto a la constancia en la producción de estímulos hemos de recordar que las fuentes luminosas se encuentran alimentadas a través de un estabilizador y han sido inicialmente envejecidas. Este mismo estabilizador se utiliza también para alimentar todos los instrumentos radiométricos de medida que usamos en la realización de los calibrados y que posteriormente indicaremos.

El efecto de foco calorífico de las fuentes luminosas y su influencia en la transmitancia de los filtros espectrales es controlado también mediante turboventiladores refrigerantes, de modo que las medidas se desarrollan con una temperatura estacionaria. Análogamente otros efectos menores, tal y como el envejecimiento de la capa difusora de O Mg, Lozano (1978), son controlados a través de la realización de calibrados periódicos y frecuentes; de este modo se garantiza que los valores de las radiancias utilizados en los cálculos posteriores coinciden con los valores reales que se observan, dentro del error instrumental del dispositivo. En cualquier caso este no es un problema grave ya que el calibrado se hace a la salida de las esferas.

Los resultados de distintos calibrados revelan que a lo largo del tiempo las coordenadas de cromaticidad de los estímulos en el sistema CIE-31 sufren variaciones del orden de 2 unidades en la tercera cifra decimal; respecto a la luminancia se observa una variación del orden del 5% en los casos más desfavorables.

Puesto que la adaptación del observador es a la obscuridad, se ha dispuesto una cabina que aisla dicho observador respecto al resto del dispositivo y le permite

realizar sus juicios sin conocimiento alguno de las variaciones de los estímulos que ejecuta el experimentador. Se evitan así también los posibles efectos tactiles que pudiera tener el manejo por parte del observador de los dispositivos que controlan la variación de los estímulos a comparar.

3.3.- Calibrado del dispositivo.

El cálculo de los umbrales de cromaticidad requiere del conocimiento de las coordenadas de cromaticidad y luminancia relativa de los diferentes estimulos producidos. Con este fin se ha dispuesto un sistema de calibrado de los colorímetros y un programa de cálculo que nos permiten conocer las radiancias espectrales relativas en cada colorímetro para cada una de las posibles posiciones de los diafragmas de los filtros del mismo.

El dispositivo de calibrado consta básicamente de un monocromador de red JOBIN-IVON (2000 l/mm) a cuya entrada y salida se han situado sendas rendijas d 1 mm. Estas rendijas permiten obtener una resolución de 4 nm en la descomposición espectral del haz incidente, lo cual se ajusta bien a las necesidades que se plantean en la Colorimetría.

En la rendija de salida del monocromador se ha acoplado un fotodiodo de silicio EG&G modelo HUV-4000B (area 1 cm^2, responsividad 10^7 V/W, impedancia de salida 500 Ω, corriente de obscuridad 5 pA). Este fotodiodo dispone de una etapa de amplificación a través de una segunda fuente de alimentación a ± 15 Voltios DATEL-INTERSIC, modelo BPM-15/60E. La utilización del fotodiodo frente a otros dispositivos de alta respuesta, tales como fotomultiplicadores, viene dada por las ventajas de mayor estabilidad y resistencia ante vibraciones y menores dimensiones y peso. En concreto el tipo de fotodiodo utilizado ofrece óptimas características de linealidad, estabilidad, sensibilidad y baja relación señal-ruido, en relación a las medidas colorimétricas.

La señal obtenida del fotodiodo se recoge en un multímetro digital RACAL-DANA-4003 de resolución 1 μV, precisión 0.04% y 10 MΩ de impedancia de entrada en continua.

El monocromador con su fotodiodo se dispone sobre jinetillos EALING, con desplazamiento vertical y horizontal, situados sobre el banco óptico en cuyo extremo final se halla la mentonera usada por el observador (cfr. figura 3.1). De este modo el monocromador se puede alinear con todo el resto del dispositivo y recoger la misma señal que, tras el calibrado, va a ser observada. El único elemento adicional usado en el calibrado es un doblete acromático que se sitúa entre el cubo fotométrico y la rendija de entrada del monocromador. Este doblete, de 127 mm de focal y 7 cm de apertura, se sitúa igualmente sobre un jinetillo EALING de doble desplazamiento y permite focalizar el haz colimado que emerge del cubo fotométrico en la rendija de entrada del monocromador. Para realizar esta focalización adecuadamente se sitúan provisionalmente unas rendijas delgadas en las ventanas de salida de las esferas integrantes.

Evidentemente la respuesta que registramos en el multímetro digital no es una medida directa de la radiancia espectral del estímulo ya que los distintos elementos del sistema de calibrado presentan un comportamiento selectivo a lo largo del espectro. En concreto, es preciso tener en cuenta la efectividad del monocromador E_λ, la responsividad espectral del fotodiodo R_λ, y la transmitancia espectral T_λ del doblete acromático usado para el calibrado. La radiancia espectral relativa vendrá dada por $L_{e\lambda}$ calculada como:

$$L_{e\lambda} = \frac{M_\lambda}{E_\lambda R_\lambda T_\lambda}$$

siendo M_λ la medida leida en el multímetro para las diferentes longitudes de onda del visible.

La figura 3.6 representa la efectividad E_λ del monocromador JOBIN-IVON utilizado, según la suministra el propio fabricante. Esta curva, como era de esperar, coincide con las que usualmente presentan las redes de difracción por reflexión, Zaidel (1976).

La figura 3.7 representa la curva de responsividad espectral relativa de nuestro fotodiodo, conforme al calibrado del mismo realizado en el Servicio de Radiometría del Instituto de Optica "Daza de Valdés" del CSIC. Como se observa, esa curva está normalizada al valor máximo, obtenido en 760 nm, e indica un comportamiento prácticamente lineal.

Por último, la transmitancia espectral del doblete acromático usado en el calibrado se recoge en la figura 3.8, conforme a la medida que de ella hemos realizado mediante un espectrofotómetro BECKMAN.

En relación a la red de difracción utilizada en el monocromador hemos adoptado una precaución adicional a fin de valorar las posibles holguras del mando selector de las longitudes de onda. Con este fin se calibraron dos fuentes (una lámpara de Hg y un láser de He-Ne) disponiendo sobre un banco óptico adicional la fuente, el monocromador y un microscopio enfocado a la rendija de salida del monocromador. En el caso del haz láser un juego de polarizadores cruzados nos permite reducir su intensidad para la observación en el microscopio. Puesto que las lineas espectrales de esas dos fuentes son bien conocidas, podemos determinar el error cometido en la lectura de la longitud de onda que da el monocromador, siendo este error de 2 nm por defecto, en el caso más desfavorable, lo cual fue tenido en cuenta.

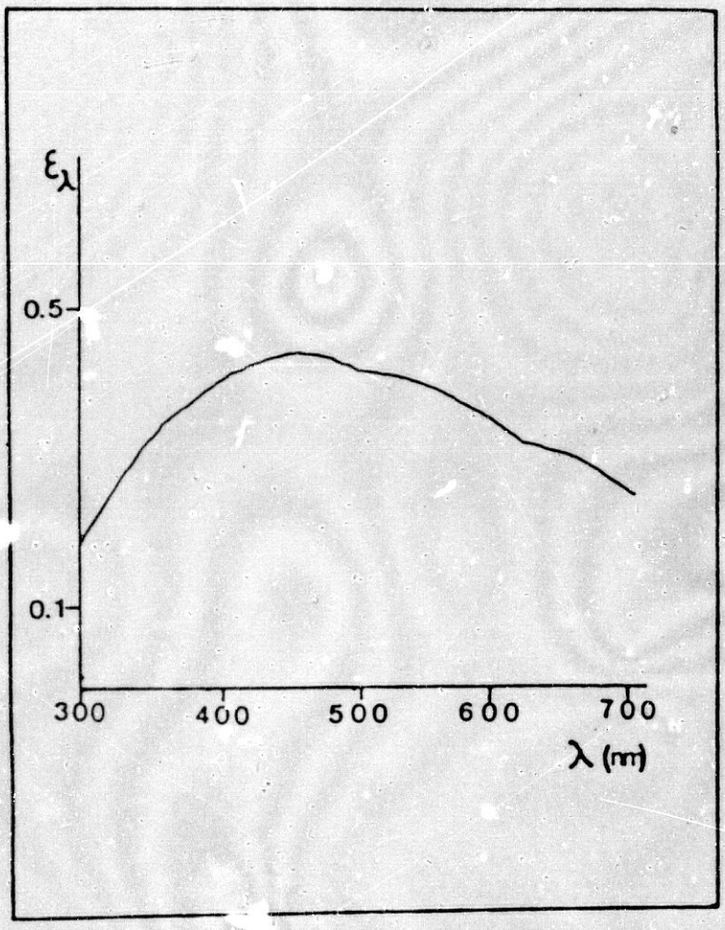


Figura 3.6. Efectividad espectral del monocromador.

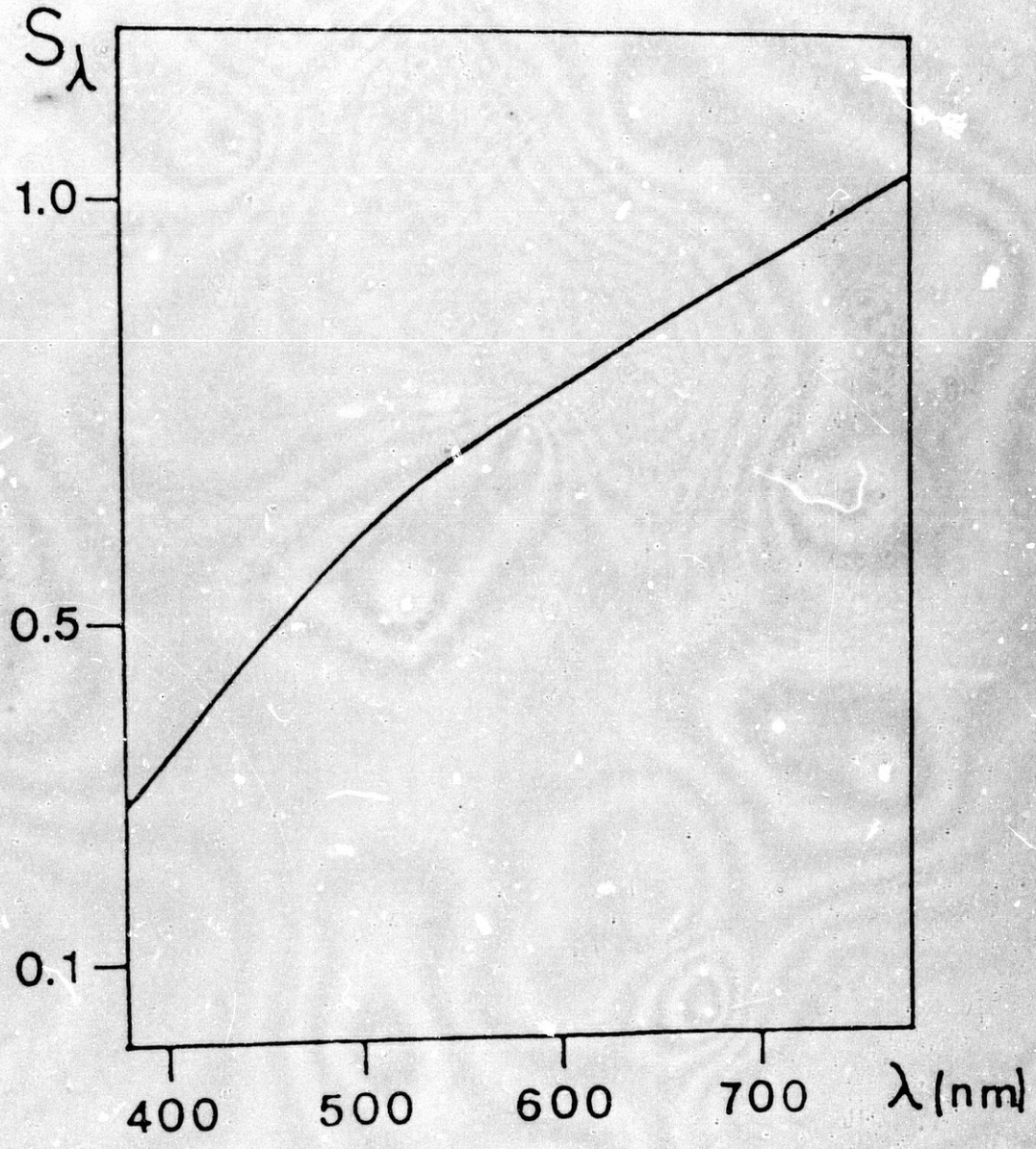


Figura 3.7. Responsividad espectral relativa del fotodiodo de silicio HUV-4000B.

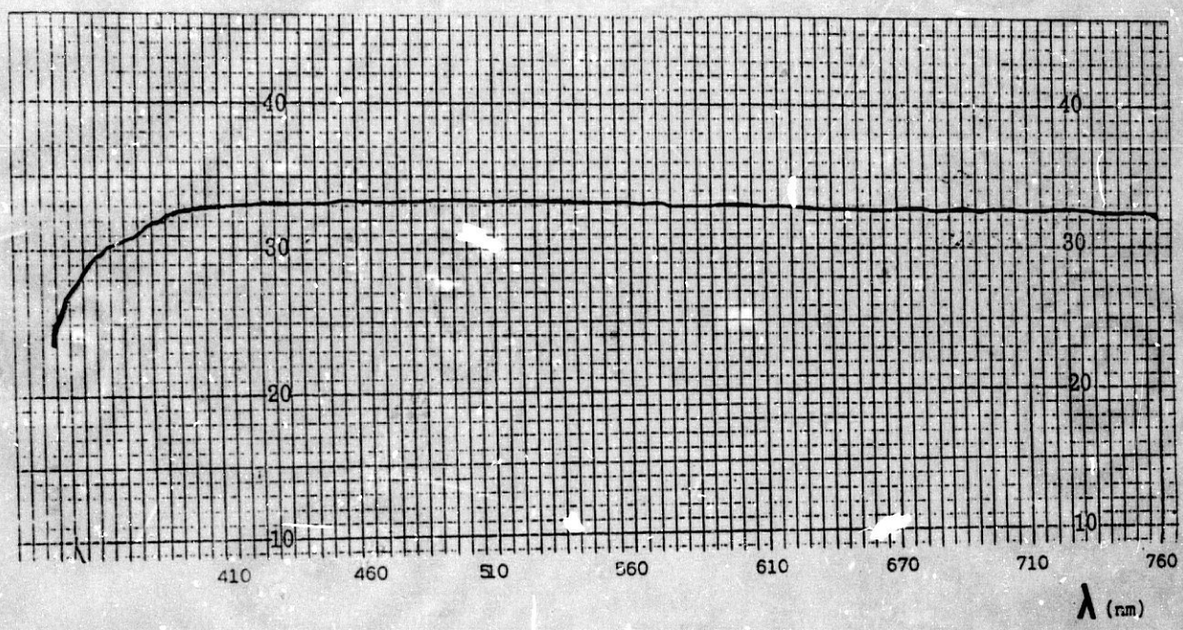


Figura 3.8. Transmitancia espectral del doblete acromático de calibrado.

Los calibrados se han realizado a partir del pico en transmitancia de cada uno de los filtros que actúan como primarios y de 10 en 10 nm, según la norma UNE usual en Colorimetría.

Conforme con el ancho de banda de nuestros filtros es posible realizar lecturas en 7 longitudes de onda distintas, 3 a cada lado del pico en transmitancia. Es interesante en este sentido destacar los resultados obtenidos por Seve (1982) al evaluar los errores experimentales obtenidos en el cálculo de los valores triestímulos X,Y,Z al sustituir las integrales por sumatorios con saltos discretos de 1, 5 y 10 nm, y su correspondiente influencia en las coordenadas de cromaticidad: las variaciones observadas no son superiores a 1 ó 2 unidades en la cuarta cifra decimal de las coordenadas. Estudios similares al respecto han sido realizados por Krystek (1982) y Stearns (1984). En nuestro trabajo hemos considerado como más representativo del error instrumental en el cálculo de las coordenadas de cromaticidad el asociado al escalón mínimo de variación de los mandos de cada colorímetro. Este error puede considerarse que engloba todas las posibles diversas causas de error del dispositivo, suministrando su índice de sensibilidad.

Los errores debidos a la capacidad de discriminación limitada de los observadores se han considerado sujetos a la propagación de errores usual en Colorimetría, Nimeroff (1957) y Wyszecki (1959), lo que, de otra parte, fundamentará el cálculo estadístico del elipsoide representativo del umbral.

La reproducibilidad de los calibrados fue comprobada repitiendo las medidas de ciertas posiciones de mando de los colorímetros después de abrir o de cerrar el diafragma correspondiente. También se comprobó la invarianza de la medida a lo largo del tiempo que duran las sesiones

experimentales (unos 15 minutos), lo que es reflejo de la estabilidad de la emisión y de la transmitancia constante de los filtros refrigerados.

Un programa de cálculo en Fortran V permite saber, a partir de las medidas de calibrado, la radiancia espectral relativa para cada posición de los diafragmas así como para las longitudes de onda usadas de cada filtro de los colorímetros. Se obtienen así matrices de dimensión 7x251 en cada uno de los filtros del colorímetro variable y 7x81 en los del de referencia, cuyos elementos son radiancias espectrales relativas a partir de las que podremos calcular valores triestímulos y coordenadas de cromaticidad de cualquier estímulo generado. Para ello basta saber las posiciones de mando de los 3 filtros del colorímetro correspondiente y usar las funciones de mezcla oportunas, sabiendo que las curvas de transmitancia de los filtros que utilizamos no se solapan.

CAPITULO 4.

DESARROLLO DE LAS EXPERIENCIAS

4. DESARROLLO DE LAS EXPERIENCIAS.

Una vez conocido el dispositivo experimental utilizado y su correspondiente calibrado, trataremos en este capítulo de la experimentación desarrollada, para referirnos más tarde a los resultados obtenidos y su interpretación.

Como es sabido, en los procesos de discriminación cromática pueden influir muy significativamente las condiciones experimentales bajo las que se realizan las observaciones, Hita y Romero (1981). Por otra parte, el método que conduce a la obtención del umbral diferencial de color, a partir de los datos experimentales, ha de ser también considerado detenidamente.

En efecto, en las recientes recomendaciones de la CIE, Robertson (1978), se señalan estos análisis sobre método de medida de los umbrales y sobre condiciones experimentales como los dos primeros pasos a fin de armonizar los datos ya existentes en la Colorimetría Diferencial y enfocar el planteamiento de nuevas experiencias. A ellos dedicaremos los próximos epígrafes.

4.1.- Condiciones experimentales.

A menudo no es posible comparar, de modo directo, los resultados de diferentes autores en trabajos de discriminación cromática debido a que las correspondientes medidas se realizan bajo condiciones experimentales muy diferentes.

En nuestro caso hemos procurado que los parámetros experimentales utilizados nos permitieran comparar nuestros resultados con los trabajos más clásicos en este campo (MacAdam, 1942; Brown-MacAdam, 1949; Wyszecki-Fielder, 1971; etc.) y lograr así la mayor generalidad posible, en la linea de homogeneizar y generalizar datos colorimétricos. No hay que olvidar sin embargo las limitaciones materiales que este tipo de investigación suele llevar consigo (p.e en lo que se refiere al nivel de luminancia, número de observadores, etc.) y que más tarde comentaremos en relación a nuestras experiencias.

Aunque en la descripción del dispositivo experimental se hicieron ya algunas referencias a las condiciones experimentales bajo las que se realiza nuestra investigación, realizaremos a continuación una descripción más detallada, a la vez que justificaremos las decisiones adoptadas a este respecto. Para sistematizar el análisis distinguiremos 3 tipos de parámetros como característicos de las condiciones experimentales bajo las que se desarrollan nuestras medidas:

1) parámetros fotométricos;

2) parámetros visuales;

3) observadores.

4.1.1.- Parámetros fotométricos.

La figura 4.1 recoge la representación, en el diagrama cromático CIE-1931, de los 12 estímulos seleccionados para determinar su umbral diferencial de color. Sus coordenadas de cromaticidad y luminancia relativa aparecen en la tabla 4.1, donde la luminancia se ha medido mediante un colorímetro TOPCON-BM5, previamente corregido en calibrado, y tiene una tolerancia del 5%. Se ha procurado elegir estímulos cuyas coordenadas de cromaticidad nos diesen un barrido suficientemente representativo de todas las zonas del diagrama cromático. Los estímulos designados como 1 a 5 son los cinco estímulos que la CIE recomienda en sus últimas orientaciones para coordinar las investigaciones sobre diferencias de color, Robertson (1978). Los estímulos 6 a 10, ambos inclusive, han sido objeto de estudio en nuestro laboratorio en investigaciones previas, tanto para el cálculo de umbrales por comparación simultanea como sucesiva, con condiciones experimentales muy próximas a las actuales, por lo que estamos interesados en su utilización a fin de contrastar resultados. Los estímulos 11 y 12 se eligieron para completar más el barrido del diagrama, dentro de las posibilidades que ofrece el conjunto de primarios de que disponemos.

En nuestro caso los primarios son obtenidos mediante filtros interferenciales SCHOTT-AL cuyas curvas de transmitancia se recogen en la figura 4.2 y cuyas características principales se muestran en la tabla 4.2. Estos filtros tienen una tolerancia en $\lambda_{máx}$ del 1% y admiten temperaturas de hasta 100 °C, no alcanzadas nunca por supuesto en nuestro dispositivo. Como puede observarse, los filtros usados en el colorímetro de referencia y en el variable son prácticamente de igual transmitancia espectral.

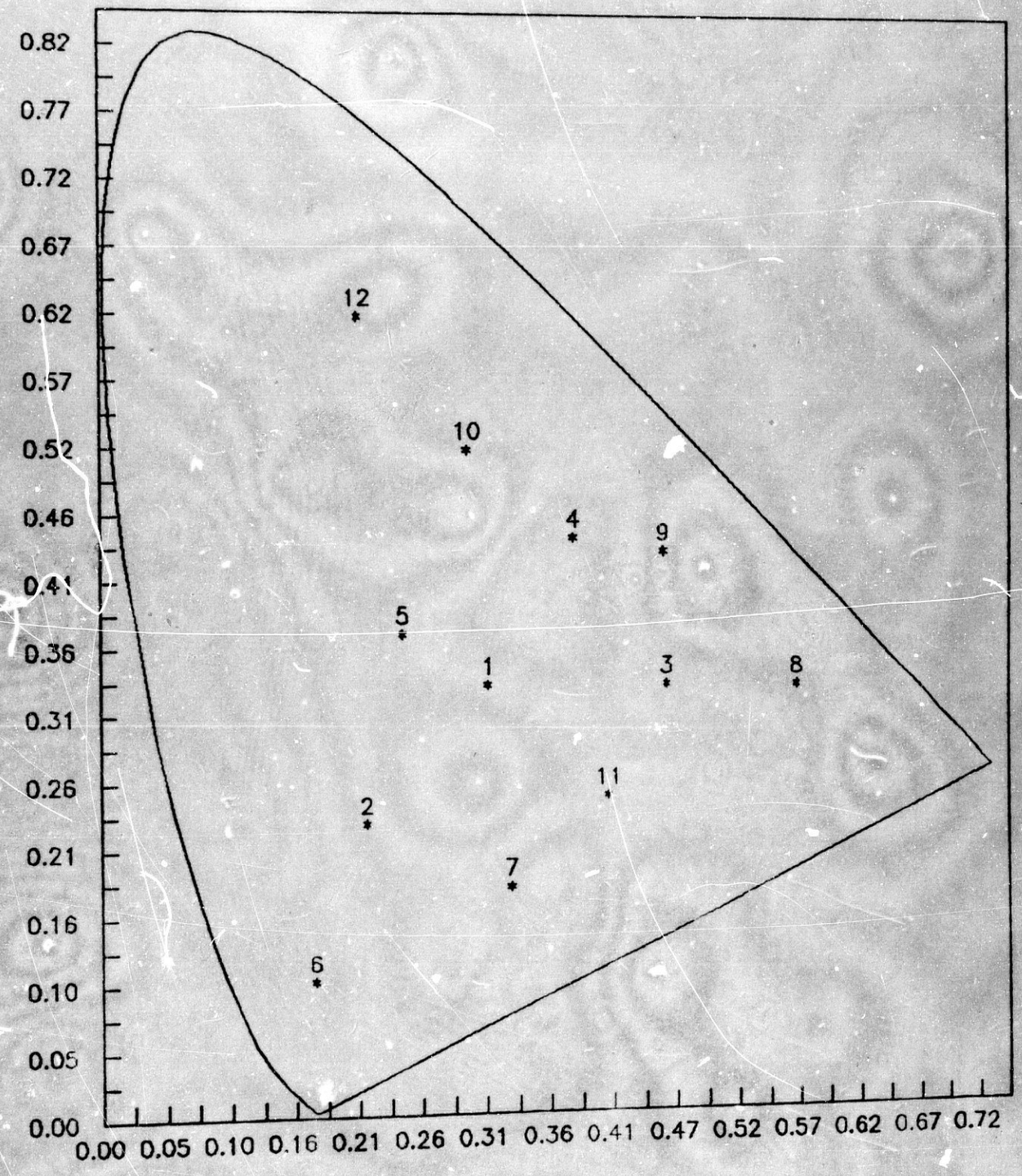


Figura 4.1. Estímulos estudiados en el diagrama cromático CIE-31.

ESTIMULO	x_o	y_o	L (cd/m^2)
1	0.313	0.331	6.70
2	0.214	0.228	2.43
3	0.453	0.330	3.63
4	0.381	0.445	6.05
5	0.244	0.374	5.23
6	0.171	0.107	2.30
7	0.330	0.177	3.43
8	0.564	0.329	2.39
9	0.453	0.434	4.88
10	0.296	0.517	6.77
11	0.404	0.244	3.42
12	0.209	0.615	9.25

Tabla 4.1. Coordenadas de cromaticidad en el sistema CIE-31 y luminancias relativas para los estímulos estudiados.

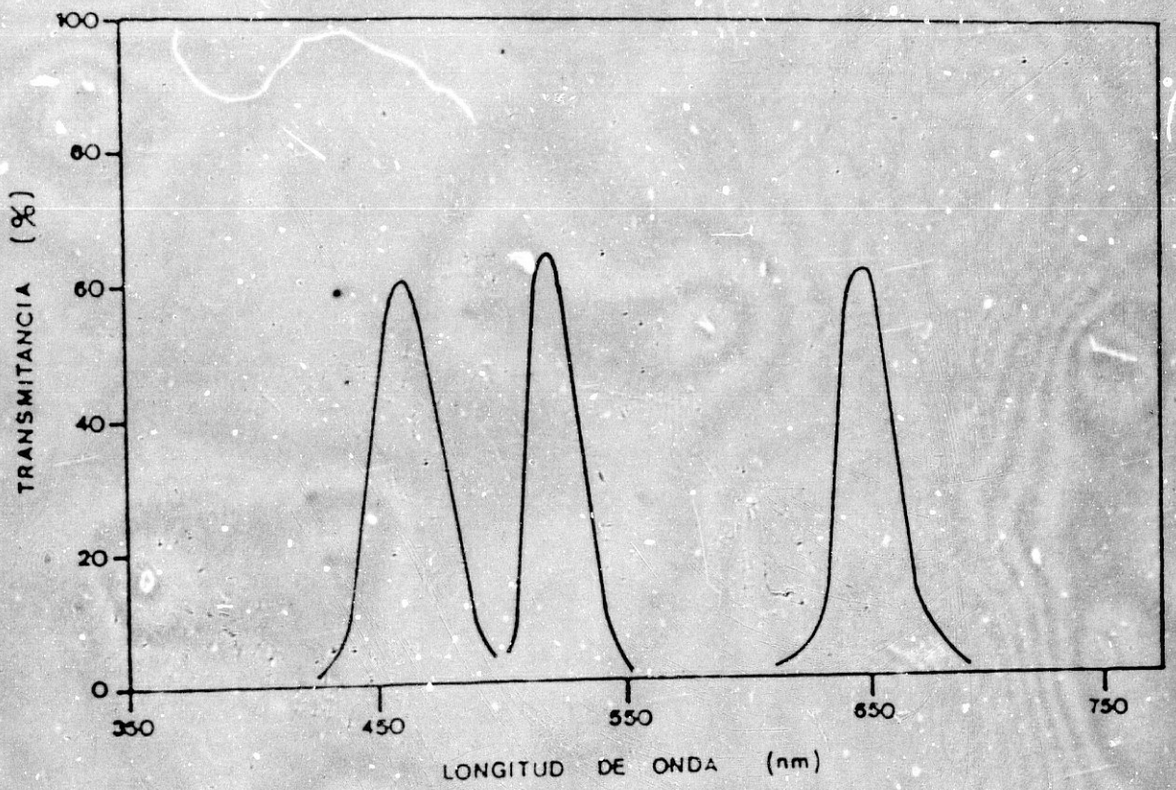


Figura 4.2. Curvas de transmitancia espectral de los filtros del colorímetro variable.

Filtros	$\lambda_{máx}$ (nm)	$\tau_{máx}$ (%)	HW (ancho de banda a mitad de pico en nm)
Variable			
Rojo	666.8	62.0	20.0
Verde	521.2	64.5	20.7
Azul	463.6	60.5	20.5
Referencia			
Rojo	664.8	64.0	20.0
Verde	521.3	66.0	20.5
Azul	463.5	57.0	20.9

Tabla 4.2. Características espectrales más importantes de los filtros empleados en ambos colorímetros.

De este modo nuestras igualaciones de color no se verán afectadas por los problemas derivados del metamerismo, Jiménez del Barco et al. (1986), que, aunque son de gran interés en la Colorimetría, no constituyen el objeto de esta investigación.

La luminancia de los estímulos estudiados viene limitada en primer lugar por el tipo de lámpara y de filtros utilizados en nuestros colorímetros, siendo nuestro interés lograr valores altos, dentro de lo posible, en cada uno de los casos estudiados. También, para que el umbral posteriormente calculado sea verdaderamente representativo, es preciso que sea posible aumentar o disminuir las cantidades de cada uno de los 3 primarios del colorímetro variable hasta obtener estímulos claramente diferentes del suministrado por el colorímetro de referencia; esto obligó a que no llevásemos al límite la luminancia asequible para algunos estímulos.

Hemos de destacar, sin embargo, que el nivel de luminancia de todos los estímulos estudiados se halla en el fotópico y que ha aumentado ligeramente en relación al que usamos en experiencias previas (estímulos 6 a 10). Nuestro nivel de luminancia está en el rango de los de otros trabajos clásicos en colorimetría (Brown-MacAdam, 1949: 1 a 34 cd/m2; MacAdam, 1942: 24 cd/m2; Wyszecki-Fielder, 1971: 12 cd/m2), máxime si, como indican Brown (1951) y Walraven (1962), los umbrales no sufren apenas modificaciones al variar la luminancia en el rango 3 - 30 cd/m2. Con el tipo de visión que hemos utilizado el nivel de iluminación retineana correspondiente a nuestros estímulos está entre 22 y 45 trolands, aproximadamente (Le Grand, 1972; Groot-Gebhard, 1952).

Respecto al tipo de fusión de primarios, ha sido espacial, tanto por ser la más sencilla como porque este parámetro no parece afectar de modo significativo a la

discriminación, Hita y Jiménez (1979).

Es también importante destacar que los distintos estímulos comparados con el de referencia tienen luminancias y cromaticidades diferentes a las de éste, siendo simultáneas las variaciones de luminancia y de cromaticidad en los estímulos que se comparan. Esta situación se corresponde con las condiciones más generales y usuales en que se suelen realizar las observaciones relativas a discriminación cromática.

4.1.2.- Parámetros visuales.

La utilización de colorímetros visuales permite generar una amplia variedad de estimulos de color, por lo que han sido tradicionalmente empleados en Colorimetría Diferencial frente a los objetos de color, en los que la producción y conservación de muestras es más difícil.

En nuestra investigación usamos luces dirigidas producidas por fusión espacial de primarios (modo de apertura) y no luces difundidas por superficies (modo de objeto), por el motivo antes indicado, si bien el mayor interés que en la práctica industrial tiene el estudio de los objetos de color nos llevará a comparar nuestros resultados con otros obtenidos en este terreno (Luo-Rigg, 1986; Cheung-Rigg, 1986).

Nuestro campo de visión es circular y subtiende un ángulo de 2.5 grados, siendo la visión monocular y foveal. De este modo eludimos los problemas derivados de activar una zona más amplia de la retina (p.e. la posible intrusión de bastones, Stabell-Stabell, 1976) y utilizamos las funciones de mezcla del observador patrón CIE-1931, recomendadas para

campos menores de 4 grados, para calcular las coordenadas de cromaticidad correspondientes. El tamaño de campo fijado es próximo a los de otros autores (MacAdam, 1942: 2 grados; Brown-MacAdam, 1949: 2 grados; Wyszecki-Fielder, 1971: campos hexagonales de 3 grados). Respecto a la forma del campo fue circular y bipartito, siendo la linea de separación vertical y muy delgada, con campo circundante obscuro, conforme a la adaptación utilizada. Aunque son también usados en colorimetría los campos concéntricos o los de contraste (como los obtenidos con cabezales Lummer-Brodhum), e incluso la discriminación mejora con estos últimos, Lozano et al.(1974), hemos elegido un campo circular y bipartito por ser este realmente el más usual y quizá también un tipo de observación más cercana a las experiencias de discriminación de color que se realizan en la vida ordinaria.

Respecto al modo de visión, no es maxweliana pero sí reune las principales características de ésta. En concreto la visión es central, foveal y con luz dirigida; únicamente hemos suprimido la fijación de la cabeza del observador mediante una dentonera y el uso por éste de una pupila artificial, en relación a experiencias previas, Hita et al. (1986). Esta modificación redunda en una mayor comodidad en las observaciones y también en una mayor proximidad al modo usual de observación. Además este tipo de visión y la maxweliana dan resultados casi idénticos en relación a los umbrales obtenidos, como más tarde veremos, lo que, unido a su mayor comodidad, nos indujo a su elección.

Respecto a los parámetros visuales de adaptación hemos de especificar que ha sido a la obscuridad, tanto durante el desarrollo de las experiencias como durante un tiempo de 10 minutos previo al inicio de las mismas. Este tiempo inicial de adaptación permite situar al ojo del observador en unas condiciones de partida independientes del tipo de iluminación a que pudiera haber estado sometido antes del

inicio de la sesión experimental. Aunque este tiempo no alcanza el valor asintótico de la curva de adaptación para la medida del umbral absoluto, no es necesario por no ser ese nuestro caso y por ser la luminancia de los estímulos que observamos fotópica. Tiempos de adaptación similares se encuentran usualmente en la literatura.

Por último hemos de referirnos al tiempo de exposición de los estímulos el cual fue de 1.5 segundos y, entre exposiciones sucesivas, de 8.0 segundos. Los valores adoptados en este punto obedecen a experiencias previas, Hita et al.(1980 y 1982), en condiciones similares a las actuales. Tiempos de exposición inferiores hacen disminuir la capacidad de discriminación y los superiores no consiguen mejorarla significativamente. El tiempo de 8.0 segundos entre presentaciones sucesivas es suficiente para que el experimentador actúe sobre los mandos del colorímetro y para que el observador recupere su adaptación a la obscuridad, no habiéndose detectado efectos de post-imágenes. Como es lógico la duración de las sesiones debe controlarse para evitar fatigas en el observador, etc., como a continuación indicaremos.

4.1.3.- Observadores.

De acuerdo con el planteamiento de nuestro trabajo todos los observadores que intervienen en nuestras medidas poseen visión normal del color de acuerdo con los tests usuales en la detección de anomalías cromáticas (Ishihara, Colegio Médico de Tokio, Farnsworth D-15) y también conforme a las pruebas a que han sido sometidos con el anomaloscopio de Pickford-Nicholson. Su edad, sexo y grado de experiencia en este tipo de medidas son diferentes.

La mayor parte de las medidas corresponden a los observadores MM y AH, hombre y mujer de 30 y 25 años, respectivamente. Un tercer observador EH, hombre de 43 años, intervino corroborando las tendencias manifestadas por los anteriores. Dos observadores más (JR y LJ) han participado también, en distintas etapas de la investigación, realizando diversas medidas a fin de comprobar algunos resultados y aportando sus resultados de experiencias previas con visión maxwelliana, para realizar algunas comparaciones con los actuales.

Aunque en principio pueda parecer un número de observadores reducido, se considera que es suficiente en base a varias razones. En primer lugar hay que tener en cuenta que en estas investigaciones se realizan un gran número de medidas y llegan a ser tediosas, salvo quizá para las personas interesadas y vinculadas a la investigación directamente; particularmente en nuestro trabajo es notablemente alto el número de puntos utilizados para la construcción de cada umbral, lo cual también da una mayor consistencia a los resultados de cada observador y, por supuesto, a aquellos comportamientos confirmados por 3 observadores. De otra parte, si acudimos a los trabajos del mismo carácter que aparecen en la literatura, encontramos un número similar de observadores (MacAdam, 1942: 1 observador; Brown-MacAdam, 1949: 2 observadores; Brown, 1951 y 1952: 2 observadores; Wyszecki-Fielder, 1971: 3 observadores). Incluso llama la atención que investigaciones con 1 solo observador hayan sido y sean aún también válidas, aunque este extremo no haya estado exento de críticas. Quizá si el método de medida de los umbrales es el adecuado, la variabilidad intra e inter observadores no sea tan elevada como a veces se ha indicado (Wyszecki, 1971; Lozano, 1988) y es posible que, como apunta la CIE en sus recientes recomendaciones, Robertson (1978), con un número reducido de observadores se alcancen resultados consistentes y fiables.

Hemos utilizado las funciones de mezcla del observador patrón CIE-31, recomendadas por la CIE para campos inferiores a 4 grados, como corresponde al tamaño de nuestro campo de visión.

Antes de finalizar este apartado conviene recalcar la importancia que tiene en este tipo de experiencias psicofísicas el punto que estamos tratando. Las medidas realizadas deben ser lo más objetivas y reproducibles que se pueda. En este sentido se ha planificado cuidadosamente la investigación procurando, por ejemplo, evitar la fatiga del observador, promediar sus condiciones psicológicas, evitar efectos de evolución ó efectos táctiles (Le Grand, 1972) en el desarrollo de las sesiones experimentales, etc. Sobre estos puntos profundizaremos con más detenimiento en el apartado próximo.

4.2.- Metodología de las experiencias y tratamiento de los resultados.

Una vez elegido un estímulo de referencia el calibrado del dispositivo, a través de un programa de cálculo, nos permite obtener unas posiciones de los mandos del colorímetro variable con las que se logra un estímulo muy similar al de referencia. A partir de esa posición cada observador lleva a cabo su igualación particular. Para ello se realiza un barrido con diferentes posiciones de los mandos del colorímetro variable, cuya finalidad es evitar que se elija como punto de partida un estímulo que, si bien es visto igual al de referencia, esté en zonas extremas del umbral diferencial de color. De todos modos, si no se hubiese tomado esta precaución el propio desarrollo de las sesiones experimentales y el método de cálculo del umbral detectarían esta circunstancia. En general, puesto que trabajamos con filtros de muy similar transmitancia espectral y lámparas idénticas en los colorímetros, las igualaciones de los distintos observadores no difieren casi de las que sugiere el programa de cálculo a partir de los datos del calibrado, por tratarse de igualaciones cuasi isómeras.

A partir de esta igualación se comienza la recogida de datos consistentes en las respuestas del observador sobre la igualdad o desigualdad del estímulo de referencia y del estímulo obtenido variando los mandos correspondientes del colorímetro variable.

Las modificaciones iniciales de cada uno de los tres filtros del colorímetro variable corroboran que la igualación de partida corresponde a un punto próximo al

centro del umbral al dar resultados muy simétricos y centrados en dicha posición, prácticamente. Para cada filtro se eligen entonces 2 posiciones (por encima y por debajo de la central, respectivamente) y para cada una de estas posiciones se hacen los correspondientes barridos con los otros 2 filtros. La figura 4.3 recoge un esquema ilustrativo de las diferentes direcciones estudiadas según este procedimiento, en un hipotético espacio de color correspondiente a las posiciones de mando de nuestro colorímetro.

Conviene destacar que de este modo los estímulos analizados están situados en muy distintas direcciones en el espacio de color, en torno al estímulo de referencia, siendo además estímulos en que simultáneamente hay modificaciones de luminancia y de cromaticidad respecto de dicho estímulo. Si bien algunos autores han realizado estudios de discriminación cromática a luminancia constante (MacAdam, 1942; Crawford, 1970; Wyszecki-Fielder, 1971), pensamos que en nuestro caso los resultados obtenidos serán de interés por realizarse la discriminación en condiciones más próximas al funcionamiento de nuestros mecanismos visuales en la vida ordinaria.

Cada estímulo a comparar con el de referencia es presentado al observador 5 veces, en orden totalmente aleatorio, y es caracterizado por un factor de peso igual al número de veces que es considerado igual al de referencia. Como resultado se obtiene una nube de puntos en el espacio de color, cada uno con su correspondiente peso, cuyo ajuste estadístico permitirá la determinación del umbral diferencial de color, como indicaremos posteriormente.

Si tenemos en cuenta que para cada uno de los estímulos de referencia se presentaron entre 90 y 270 estímulos (según la posición en el diagrama del estímulo de referencia) y que

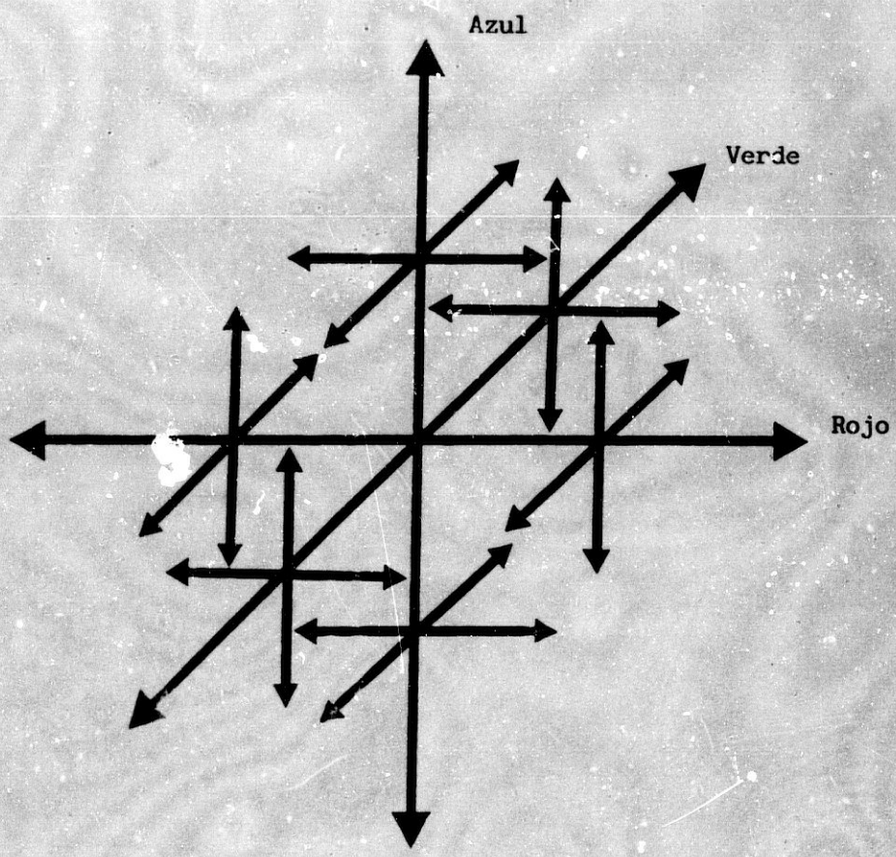


Figura 4.3. Esquema ilustrativo de las diferentes direcciones en que nos desplazamos para obtener el umbral diferencial de color.

cada estímulo de éstos fue observado 5 veces por cada uno de los observadores, obtenemos un trabajo experimental que ha supuesto aproximadamente un año y medio de medidas.

Las mediciones experimentales se realizan en sesiones de no más de 15 minutos de duración para evitar la fatiga del observador. Las sesiones experimentales se realizan a distintas horas del día y en distintos días (nunca más de 4 sesiones diarias), para promediar la posible influencia de las condiciones psicológicas del observador y eludir así su efecto, como indica Wyszecki (1972).

Conviene destacar también que la influencia del observador en el proceso de medida y cualquier efecto de aprendizaje por parte de éste han sido excluidos. En efecto, el observador no tiene ningún acceso a los mandos de control del colorímetro variable y desconoce por completo las evoluciones que el experimentador realiza aleatoriamente sobre ellos. Podríamos decir que el papel del observador se reduce al de un "instrumento de cero" que simplemente afirma o niega la igualdad de las parejas de estímulos que se le presentan.

Se ha comprobado (Robertson, 1981) que la intervención del observador en la generación de los estímulos de alguna manera acarrea efectos de aprendizaje y hace que sus decisiones no respondan exclusivamente a la sensación percibida.

En este sentido este método de los estímulos constantes, ampliamente descrito en la literatura, se muestra como óptimo para la obtención de umbrales diferenciales en este tipo de investigaciones. Otros procedimientos, como el del "error medio", suelen implicar la realización de igualaciones de color a través de la actuación del observador sobre los mandos del colorímetro; también el "método de los límites" plantea problemas de

exactitud en la reproducibilidad e influencias de la velocidad con que se varían los estímulos ó adaptaciones a los mismos, etc.

Finalmente hemos de referirnos a la determinación del umbral diferencial de color a partir de la nube de puntos experimentales que rodea al estímulo de referencia, en cada caso. De acuerdo con la teoría de propagación de errores en Colorimetría, Wyszecki (1959), se realiza un ajuste estadístico en base a la varianza de las coordenadas de la nube de puntos y sus factores de peso correspondientes. Este ajuste nos lleva a un elipsoide que caracteriza el proceso de discriminación cromática y que contiene el 95% de la suma total de los factores de peso. La ecuación de este elipsoide es:

$$A\,(x-x_o)^2 + B\,(y-y_o)^2 + C\,(Y-Y_o)^2 + 2\,D\,(x-x_o)\,(y-y_o) +$$

$$+ 2\,E\,(y-y_o)\,(Y-Y_o) + 2\,F\,(x-x_o)\,(Y-Y_o) = 7.81$$

donde (x_o, y_o, Y_o) son las coordenadas de cromaticidad y luminancia relativa del centro del elipsoide, obtenidas como media ponderada de los puntos experimentales resultantes en la determinación del umbral.

El valor 7.81 garantiza que el elipsoide determinado contiene el 95% de las igualaciones. Suponemos la geometría del elipsoide como la más adecuada en relación al ajuste del umbral, tal y como es usual en otros trabajos (Brown, 1949; Wyszecki-Fielder, 1971; etc.).

El cálculo de este elipsoide se realiza a través de un programa en Fortran V, previamente utilizado en nuestro Departamento y ligeramente modificado, que permite obtener los coeficientes de la ecuación del elipsoide y, a partir de ellos, por cálculos convencionales, diferentes parámetros

característicos del umbral: puntos extremos del elipsoide, semiejes, volumen, secciones, etc.

Tradicionalmente interesa conocer el umbral diferencial de cromaticidad, obtenido al cortar el elipsoide por un plano de luminancia constante que pasa por su centro. La elipse resultante tiene por ecuación:

$$A\,(x-x_o)^2 + B\,(y-y_o)^2 + 2\,D\,(x-x_o)\,(y-y_o) = 7.81$$

Los coeficientes A, B y D pueden considerarse proporcionales a los coeficientes métricos g_{11}, g_{22} y $2g_{12}$, respectivamente. Su determinación para cada punto del diagrama cromático tiene un enorme interés pues puede ser el fundamento de una nueva fórmula de diferencia de color. Las últimas recomendaciones de la CIE, Robertson (1978), apuntan a que los resultados de las investigaciones se den a través de estos coeficientes, referidos a todo el espacio cromático, ó a través de expresiones analíticas o fórmulas de diferencia de color.

Los parámetros de esta elipse caracterizan la discriminación cromática del observador y, en concreto, son de especial interés su orientación, relación de semiejes y área, principalmente. Refiriéndonos a un punto del diagrama cromático el área mayor o menor de esta sección principal significa un deterioro o mejora, respectivamente, de la discriminación; igualmente el predominio del tamaño de uno de los semiejes sobre el otro y la orientación del semieje mayor informan sobre direcciones preferentes o no en la discriminación; también la relación de semiejes caracteriza en parte el comportamiento más o menos uniforme del sistema de representación del color que utilizamos.

En nuestro caso, aunque las observaciones realizadas son con variaciones simultaneas de luminancia y de cromaticidad, analizaremos sólo los umbrales diferenciales

de cromaticidad dados por estas secciones principales del elipsoide de discriminación.

El programa de cálculo de las secciones principales se ha completado con algunas subrutinas que nos permiten dibujar y analizar la sección principal junto con los puntos que hay en un intervalo de luminancia (1/5 del ΔL total) en torno a la de esa sección, y sus pesos respectivos. Estas representaciones puntuales de las secciones principales de cromaticidad dan idea del elevado número de puntos que intervienen en general en la determinación del elipsoide y también confirman la fiabilidad del mismo.

Por su vigencia y actualidad se han calculado los elipsoides de error en los sistemas de representación del color CIE-31, UCS-60, CIELUV y CIELAB. Respecto a estos dos últimos han de tomarse precauciones en la realización de las transformaciones, Pointer (1981), Hita et al. (1984), ya que algunos son no lineales; por tanto han de transformarse los valores triestímulo de cada punto estudiado y proceder a un nuevo ajuste de la nube obtenida en el nuevo diagrama, ya que llevar a cabo una transformación directa de los parámetros del elipsoide de un sistema a otro distinto puede originar problemas de distorsión (Hita et al., 1985). Conforme a las recomendaciones apuntadas por Plaza (1983) se ha elegido como estímulo acromático el blanco equienergético al trabajar en los sistemas CIELUV y CIELAB ya que, como indicamos, se ha observado en modo de apertura y no de objeto.

CAPITULO 5 .

RESULTADOS EXPERIMENTALES

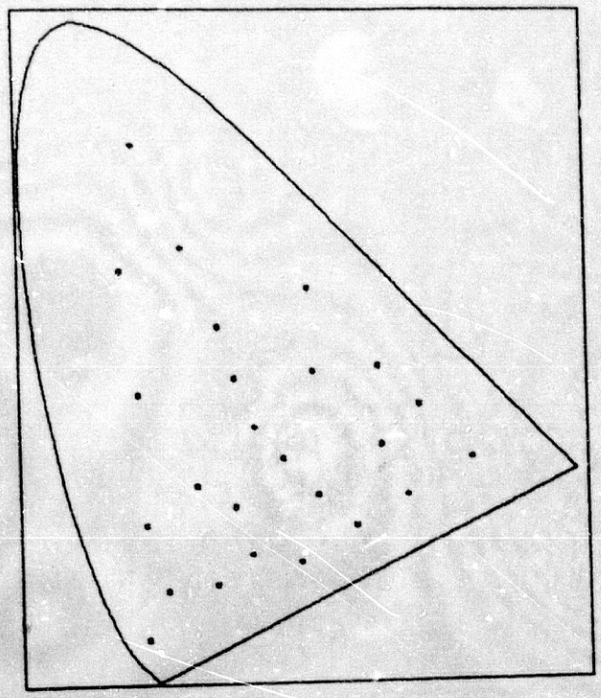
5. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Como hemos indicado en la primera parte del trabajo, se han medido los umbrales de discriminación cromática correspondientes a 12 estímulos, en las condiciones experimentales y conforme al método descritos en los capítulos precedentes.

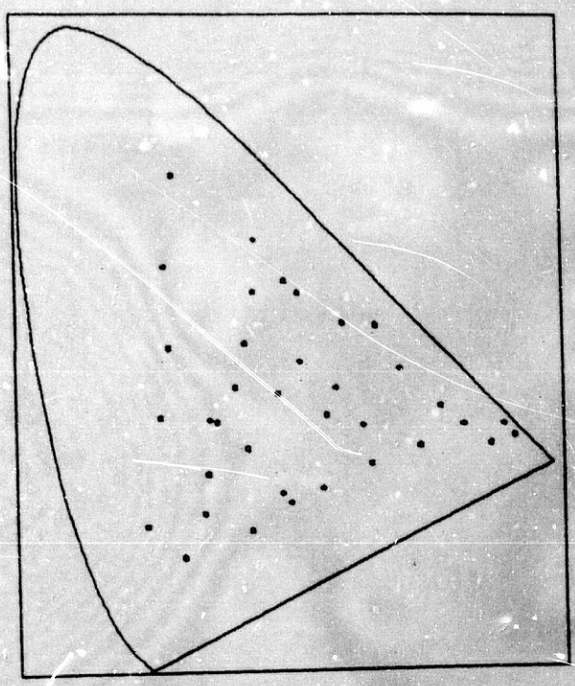
Los estímulos seleccionados se han designado con los números 1 a 12 y su localización sobre el diagrama CIE-31 aparece en la figura 5.1, donde también observamos la situación de otros estímulos estudiados en trabajos clásicos en Colorimetría Diferencial utilizando colorímetros visuales: MacAdam, 1942; Brown-MacAdam, 1949; Wyszecki-Felder, 1971.

En las tablas 5.1 y 5.2 se recogen los parámetros más característicos de los umbrales obtenidos por los observadores AH y MM, respectivamente. En concreto se detallan las coordenadas de cromaticidad (x_o , y_o) correspondientes al centro del elipsoide de discriminación; los semiejes mayor (a) y menor (b) de la sección principal del elipsoide, su orientación (ángulo del semieje mayor con la dirección positiva del eje x) y la relación de semiejes y area de dicha sección. Se indican también los valores de los 3 coeficientes métricos característicos del umbral. Todos los resultados anteriores corresponden al umbral obtenido en el sistema CIE-1931. Los coeficientes métricos pueden obtenerse también a partir de los valores de a, b y orientación, ó viceversa, conforme a las transformaciones indicadas por MacAdam (1942) y anteriormente citadas.

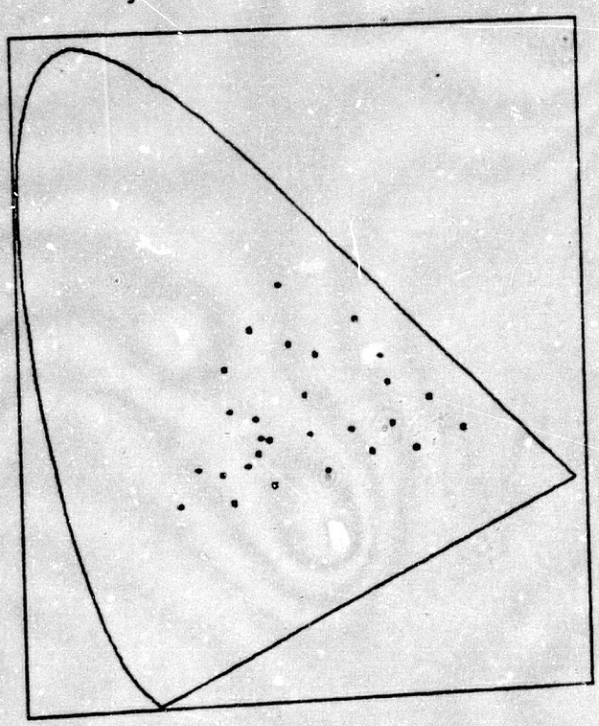
MacAdam (1942)



Brown–MacAdam (1949)



Wyszecki–Fielder (1971)



Nuestras experiencias (1989)

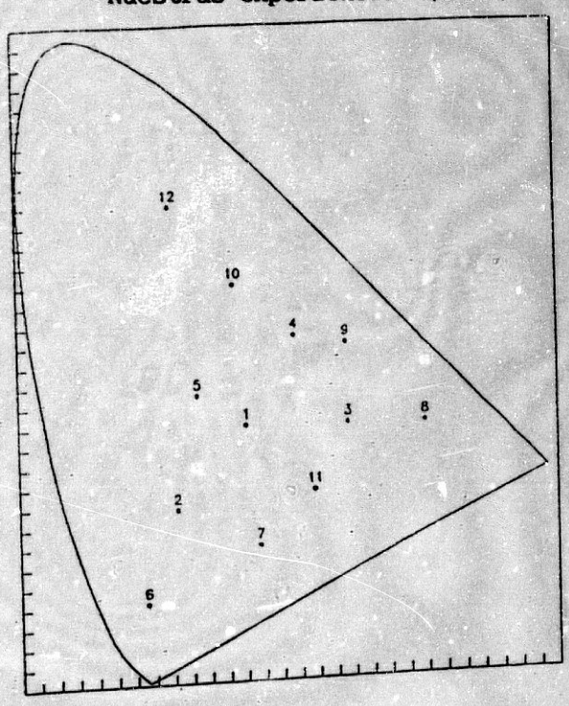


Figura 5.1. Estímulos estudiados en algunos trabajos clásicos en Colorimetría Diferencial mediante colorímetros visuales.

Estímulo	x_o	y_o	a x 10^4	b x 10^4	Orientación	b/a	Area x 10^4	g_{11} x 10^4	g_{22} x 10^4	$2g_{12}$ x 10^4
1	0.313	0.331	211.2	91.1	64.8°	0.43	6.05	10268	4012	- 7538
2	0.214	0.228	177.8	68.2	71.9°	0.38	3.81	19729	4940	- 10853
3	0.453	0.330	308.6	43.7	39.1°	0.14	4.24	21397	31958	- 50155
4	0.381	0.445	210.7	84.5	64.2°	0.40	5.59	11787	4485	- 9230
5	0.244	0.374	193.7	71.1	76.8°	0.37	4.33	18876	3561	- 7624
6	0.171	0.107	105.7	40.2	68.5°	0.38	1.34	54649	16082	- 36082
7	0.330	0.177	108.8	25.2	31.4°	0.23	0.86	49137	117278	-133072
8	0.564	0.329	342.8	67.3	33.0°	0.20	7.25	7145	15763	- 19375
9	0.453	0.434	250.0	66.8	51.8°	0.27	5.25	14431	9558	- 20209
10	0.296	0.517	316.4	140.6	86.6°	0.44	13.98	5044	1013	- 477
11	0.404	0.244	236.2	46.5	35.1°	0.20	3.45	16489	31565	- 41836
12	0.209	0.615	376.9	102.7	87.6°	0.27	12.17	9457	719	- 724

Tabla 5.1 Sistema CIE-31. Observador AH

Estímulo	x_o	y_o	a x 10^4	b x 10^4	Orientación	b/a	Area x 10^4	g_{11} x 10^4	g_{22} x 10^4	$2g_{12}$ x 10^4
1	0.313	0.334	170.9	92.9	68.7°	0.54	4.99	10506	4503	- 5524
2	0.215	0.224	171.4	73.1	66.1°	0.43	3.93	16209	5928	-11370
3	0.463	0.333	246.6	75.4	37.5°	0.31	5.85	7548	11663	-15382
4	0.383	0.446	137.9	111.3	70.5°	0.81	4.82	7759	5570	- 1771
5	0.244	0.370	249.5	85.5	80.4°	0.34	6.70	13338	1944	- 3980
6	0.174	0.105	218.0	61.0	74.8°	0.28	4.18	25166	3800	-12506
7	0.332	0.176	143.2	34.0	33.2°	0.24	1.53	29462	62108	-75023
8	0.569	0.332	238.0	95.2	28.5°	0.40	7.12	3873	8924	- 7770
9	0.458	0.435	186.9	80.7	54.5°	0.43	4.74	11139	7078	-11814
10	0.297	0.509	198.1	137.0	99.8°	0.69	8.52	5248	2630	+ 931
11	0.416	0.248	223.8	67.5	33.4°	0.30	4.74	8063	15901	-18370
12	0.207	0.618	334.2	131.3	91.4°	0.39	13.79	5796	898	+ 234

Tabla 5.2. Sistema CIE-31. Observador MM

Las pequeñas diferencias en los centros de los elipsoides de un estímulo para los dos observadores se corresponden con el hecho de que cada uno realiza su propia igualación con el estímulo de referencia; este estímulo debe ser próximo al centro del elipsoide y, en todo caso, cae siempre dentro del umbral, como era de esperar dado el carácter isómero de nuestras igualaciones de partida (Hita et al., 1988; Jiménez del Barco et al., 1986).

Las tablas 5.3 a 5.6 recogen, para los mismos observadores, los resultados de los umbrales de discriminación cromática en los sistemas CIELUV y CIELAB, recomendados por la CIE y ampliamente utilizados en la actualidad. Por último, las tablas 5.7 y 5.8 dan estos mismos resultados de discriminación para el sistema UCS-60, propuesto por MacAdam ante la falta de uniformidad del sistema CIE-31. Hay que tener en cuenta que los parámetros característicos de la discriminación cromática han de obtenerse de nuevo ajustando el correspondiente elipsoide en cada uno de los citados sistemas, sin que sea posible una conversión directa de los parámetros obtenidos para el sistema CIE-1931, por mediar a veces transformaciones no lineales (Hita et al., 1985). Para el cálculo de las coordenadas de cromaticidad en los sistema CIELUV y CIELAB se ha usado como blanco de referencia el estímulo equienérgético con valores triestímulo iguales a 20. Se ha realizado esta elección conforme a las recomendaciones de la CIE en la definición de estos espacios y porque la luminancia del estímulo acromático estudiado en nuestras experiencias es prácticamente de ese mismo valor, cayendo la de los restantes estímulos también en ese mismo orden de valores.

Conviene destacar la similitud entre los resultados obtenidos por nuestros observadores. En efecto, la figura 5.2 muestra para cada estímulo la orientación, relación de semiejes y area de dos de ellos. Hacemos esta puntualización

Estímulo	u^*	v^*	L^*	Croma	Tono	a	b	Orientación	b/a	Area	Radio M.
1	- 3.30	- 1.13	19.08	3.49	189.9°	2.89	1.73	101.2°	0.60	15.74	2.31
2	- 6.09	-10.75	9.48	12.36	240.5°	1.84	0.73	99.1°	0.39	4.20	1.28
3	14.76	2.80	12.79	15.02	10.8°	2.55	0.71	63.7°	0.28	5.66	1.63
4	- 2.24	12.94	18.23	13.13	99.8°	1.91	1.30	101.8°	0.68	7.82	1.61
5	-15.50	1.62	16.81	15.59	174.1°	2.07	1.00	103.6°	0.48	6.50	1.54
6	- 4.49	-27.80	9.29	28.16	260.8°	1.94	0.57	96.1°	0.30	3.48	1.25
7	12.85	-17.67	11.61	21.85	306.0°	1.36	0.56	56.2°	0.41	2.38	0.96
8	21.59	4.25	9.38	22.00	11.1°	2.04	0.91	54.5°	0.45	5.85	1.48
9	7.41	12.07	15.19	14.16	58.5°	1.84	0.98	80.1°	0.53	5.66	1.41
10	-20.02	18.32	21.15	27.13	137.5°	3.02	1.86	130.0°	0.62	17.69	2.44
11	15.00	- 6.44	10.99	16.32	336.8°	2.21	0.82	60.4°	0.37	5.68	1.51
12	-39.12	25.34	23.78	46.61	147.1°	2.95	1.37	110.9°	0.47	12.75	2.16

Tabla 5.3 Sistema CIELUV. Observador AH.

Estímulo	u^*	v^*	L^*	Croma	Tono	a	b	Orientación	b/a	Area	Radio M.
1	- 3.40	- 0.68	18.75	3.47	191.2°	2.38	1.66	115.9°	0.70	12.42	2.02
2	- 5.64	-10.85	9.24	12.23	242.6°	1.72	0.79	94.3°	0.46	4.27	1.25
3	15.58	3.28	12.61	15.92	11.9°	2.03	1.19	56.2°	0.58	7.57	1.61
4	- 2.09	13.12	18.21	13.28	99.0°	1.77	1.20	167.5°	0.68	6.67	1.49
5	-15.09	1.17	16.59	15.13	175.6°	2.70	1.18	108.1°	0.44	9.98	1.94
6	- 3.43	-24.47	8.09	24.70	262.0°	3.62	0.75	99.8°	0.21	8.53	2.18
7	13.05	-17.54	11.47	21.86	306.7°	1.78	0.74	60.1°	0.42	4.15	1.26
8	21.83	4.53	9.36	22.30	11.7°	1.68	1.08	23.1°	0.64	5.67	1.38
9	8.02	12.36	15.25	14.73	57.0°	1.39	1.18	95.3°	0.85	5.17	1.29
10	-19.74	17.70	21.19	26.31	137.7°	2.39	1.50	160.3°	0.63	11.26	1.95
11	16.36	- 5.81	11.14	17.36	340.5°	2.11	1.19	55.1°	0.57	7.88	1.65
12	-39.69	25.56	23.91	47.21	147.2°	2.68	1.71	122.0°	0.64	14.37	2.19

Tabla 5.4 Sistema CIELUV. Observador MM.

Estímulo	a^*	b^*	L^*	Croma	Tono	a	b	Orientación	b/a	Area	Radio M.
1	- 2.77	- 1.55	19.08	3.18	209.3°	3.32	1.61	127.0°	0.49	16.81	2.47
2	- 2.32	-15.29	9.48	15.46	261.4°	3.01	1.05	134.7°	0.35	9.93	2.03
3	13.83	6.50	12.79	15.28	25.2 °	3.77	0.74	94.9°	0.20	8.71	2.25
4	- 7.43	15.79	18.23	17.45	115.2°	3.06	1.32	108.3°	0.43	12.70	2.19
5	-18.74	- 0.34	16.81	18.74	181.0°	2.57	1.19	129.6°	0.47	9.64	1.88
6	18.55	-38.96	9.29	43.15	295.5°	4.47	0.85	137.4°	0.19	11.92	2.66
7	27.50	-19.42	11.61	33.67	324.8°	1.49	0.70	108.4°	0.47	3.27	1.09
8	21.54	13.69	9.38	25.52	32.5°	5.17	1.01	93.6°	0.20	16.44	3.09
9	1.93	19.44	15.19	19.53	84.3°	4.16	0.96	97.3°	0.23	12.48	2.56
10	-27.09	18.47	21.15	32.79	145.7°	4.41	2.39	126.2°	0.54	33.18	3.40
11	21.31	- 6.09	10.99	22.17	344.1°	2.69	0.94	101.9°	0.35	7.97	1.82
12	-51.78	23.46	23.78	56.85	155.6°	4.80	2.14	117.6°	0.45	32.30	3.47

Tabla 5.5 Sistema CIELAB. Observador AH.

Estímulo	a^*	b^*	L^*	Croma	Tono	a	b	Orientación	b/a	Area	Radio M.
1	- 3.10	- 1.13	18.75	3.29	200.0°	2.84	1.51	136.3°	0.53	13.50	2.18
2	- 1.45	-15.59	9.24	15.66	264.7°	2.78	1.18	133.1°	0.43	10.31	1.98
3	14.39	7.46	12.61	16.21	27.4°	3.04	1.24	96.2°	0.41	11.90	2.14
4	- 7.35	16.12	18.21	17.72	114.5°	2.09	1.68	129.0°	0.80	11.00	1.88
5	-18.15	- 0.76	16.59	18.17	182.4°	3.43	1.38	132.7°	0.40	14.81	2.40
6	19.34	-37.64	8.09	42.32	297.2°	9.51	1.15	138.9°	0.12	34.27	5.33
7	27.82	-19.37	11.47	33.90	325.2°	2.06	0.89	112.4°	0.43	5.75	1.47
8	21.59	14.52	9.36	26.02	33.9°	3.59	1.44	92.6°	0.40	16.26	2.51
9	2.36	20.17	15.25	20.30	83.3°	3.19	1.14	100.2°	0.36	11.44	2.17
10	-26.25	17.61	21.19	31.61	146.1°	3.00	2.12	154.9°	0.71	20.01	2.56
11	22.05	- 5.04	11.14	22.62	347.1°	2.58	1.35	106.0°	0.52	10.93	1.96
12	-52.54	23.58	23.91	57.59	155.8°	4.32	2.72	127.6°	0.63	36.86	3.52

Tabla 5.6 Sistema CIELAB. Observador MM.

Estímulo	u	v	L	a x 10^4	b x 10^4	Orientación	b/a	Area x 10^4	Radio M.
1	0.197	0.313	0.553	82.1	66.3	126.6°	0.81	1.71	74.2
2	0.161	0.258	0.212	101.1	57.7	107.1°	0.57	1.83	79.4
3	0.299	0.327	0.306	114.9	37.8	51.1°	0.33	1.37	76.4
4	0.201	0.352	0.514	59.1	50.0	145.4°	0.85	0.93	54.6
5	0.140	0.321	0.453	66.4	43.5	118.6°	0.66	0.91	54.9
6	0.173	0.162	0.207	106.3	47.1	99.9°	0.44	1.57	76.6
7	0.296	0.238	0.270	72.2	30.9	39.7°	0.43	0.70	51.5
8	0.388	0.339	0.210	136.2	61.4	37.3°	0.45	2.63	98.8
9	0.248	0.357	0.389	64.1	48.0	64.4°	0.75	0.97	56.1
10	0.138	0.360	0.657	94.5	52.6	153.4°	0.56	1.56	73.5
11	0.316	0.286	0.252	119.2	49.4	45.2°	0.42	1.85	84.3
12	0.084	0.370	0.807	70.0	40.4	128.2°	0.58	0.89	55.2

Tabla 5.7 Sistema UCS-CIE 1960. Observador AH.

Estímulo	u	v	L	a x 10^4	b x 10^4	Orientación	b/a	Area x 10^4	Radio M.
1	0.197	0.314	0.538	77.7	56.2	152.2°	0.72	1.37	67.0
2	0.164	0.256	0.206	95.6	65.0	99.1°	0.68	1.95	80.3
3	0.306	0.329	0.300	101.7	58.7	32.3°	0.58	1.88	80.2
4	0.202	0.353	0.513	74.4	34.1	174.3°	0.46	0.80	54.2
5	0.141	0.319	0.444	90.0	50.7	123.0°	0.56	1.43	70.4
6	0.178	0.160	0.180	230.9	68.8	105.2°	0.30	4.99	149.9
7	0.298	0.237	0.266	92.8	42.8	43.1°	0.46	1.25	67.8
8	0.390	0.341	0.209	134.1	61.2	11.1°	0.46	2.58	97.7
9	0.251	0.357	0.391	59.9	46.6	176.7°	0.78	0.88	53.2
10	0.140	0.359	0.659	85.1	37.3	170.2°	0.44	1.00	61.2
11	0.324	0.289	0.256	119.7	67.2	32.1°	0.56	2.53	93.5
12	0.083	0.371	0.815	71.0	44.6	150.1°	0.63	1.00	57.8

Tabla 5.8 Sistema UCS-CIE 1960. Observador MM.

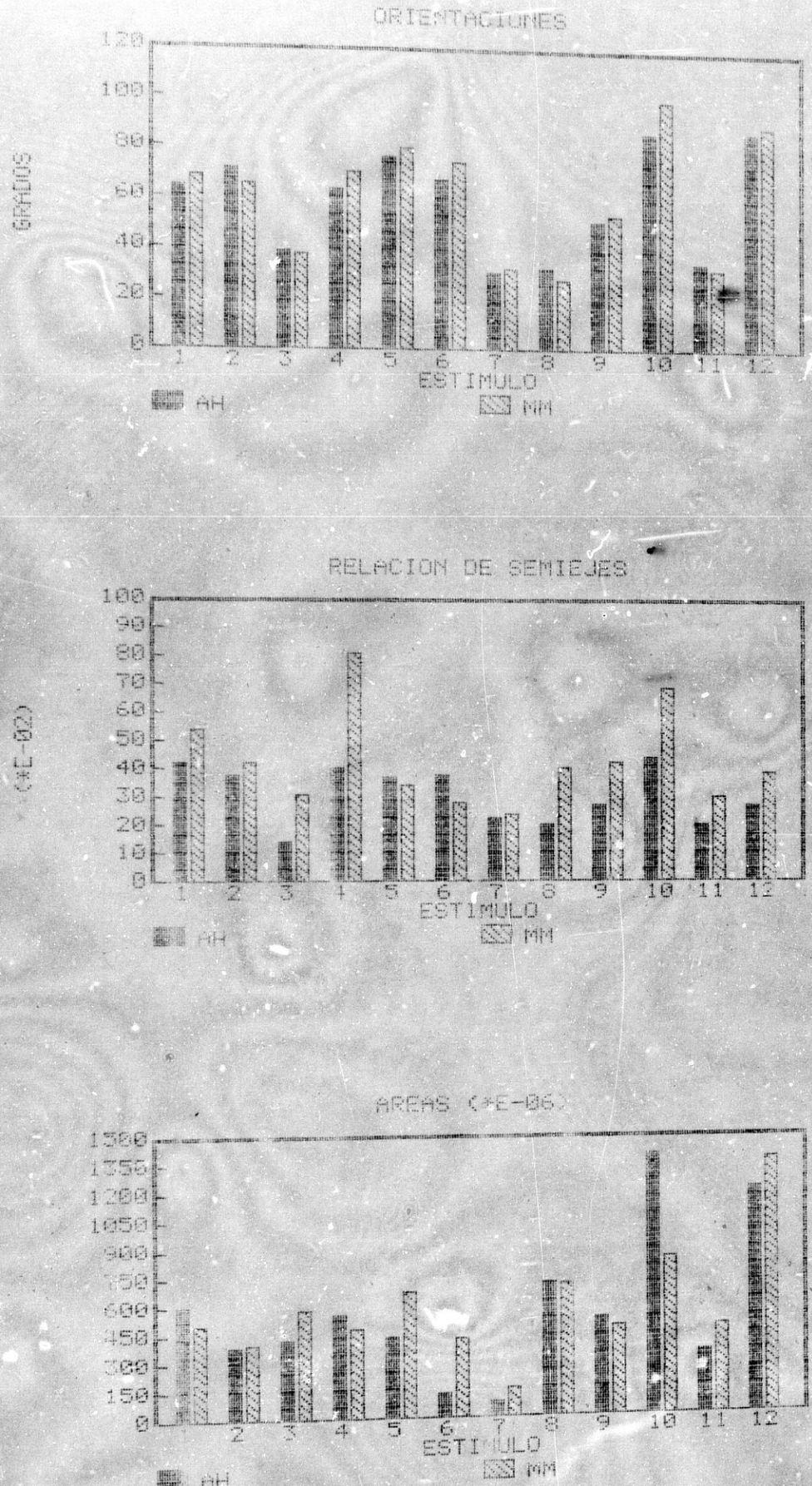


Figura 5.2 Resultados experimentales de los observadores AH y MM.

porque ha sido muy debatido el hecho de si realmente presenta interés medir distancias justamente perceptibles en el espacio de color cuando las posibles dispersiones inter e intra observadores las pueden superar (Wyszecki, 1971; Lozano, 1988). Como podremos ver más adelante esta idea no se sostiene en base a nuestros resultados.

Aunque existen discrepancias en algunos casos concretos que más tarde analizaremos (p.e. relación de semiejes en el estímulo 4 ó areas en los estímulos 6 y 10), consideramos conveniente promediar los resultados de nuestros observadores, vista su semejanza. No se trata de promediar los parámetros del elipsoide de discriminación de estos 2 observadores sino de calcular un nuevo elipsoide de error considerando conjuntamente las medidas de todos nuestros observadores, como si de un solo observador se tratase. Un promedio de este tipo es también realizado por Brown (1957) considerando los resultados de discriminación de 12 observadores y haciendo incluso un promedio ponderado en base al grado de experiencia en este tipo de medidas de cada observador. Las tablas 5.9 a 5.12 recogen los resultados de este promedio en los sistemas CIE-1931, CIELUV, CIELAB y UCS-60, respectivamente, siendo designados como resultados del observador ME.

Conviene tener en cuenta que cada umbral ha sido calculado en base a un elevado número de medidas y conforme a un método que garantiza su reproducibilidad dentro del error experimental. A fin de ilustrar este aspecto las figuras 5.3 a 5.26 recogen las elipses de discriminación cromática correspondientes a todos los estímulos de los observadores AH y MM, indicándose también los pesos de los distintos puntos sobre los que se realiza el ajuste.

Para facilitar la visión de conjunto hemos representado las 12 elipses de discriminación correspondientes al observador AH en los sistemas CIE-31, UCS-60, CIELUV y

Estímulo	x_o	y_o	a x 10^4	b x 10^4	Orientación	b/a	Area x 10^4	g_{11} x 10^4	g_{22} x 10^4	$2g_{12}$ x 10^4
1	0.313	0.332	211	99	70.2°	0.47	6.56	9294	3155	- 5062
2	0.214	0.226	183	74	71.6°	0.40	4.25	16732	4515	- 9170
3	0.458	0.331	294	95	36.5°	0.32	8.78	4674	7564	- 9493
4	0.382	0.445	181	101	63.9°	0.56	5.72	8496	4360	- 5335
5	0.244	0.372	232	81	79.4°	0.35	5.87	14790	2310	- 4834
6	0.172	0.105	191	67	76.3°	0.35	4.03	21181	3837	- 8992
7	0.331	0.176	129	40	31.4°	0.31	1.64	21379	47130	-50280
8	0.566	0.330	317	86	31.9°	0.27	8.55	4499	10017	-11245
9	0.455	0.434	41	81	49.2°	0.33	6.11	9466	7498	-13376
10	0.297	0.514	299	142	90.2°	0.47	13.31	4959	1119	+ 285
11	0.410	0.246	285	66	30.2°	0.23	5.88	6720	17468	-18881
12	0.208	0.616	356	122	89.5°	0.34	13.61	6718	790	- 105

Tabla 5.9 Sistema CIE-31. Observador ME.

Estímulo	u^*	v^*	L^*	Croma	Tono	a	b	Orientación	b/a	Area	Radio M.
1	- 3.34	- 0.95	18.94	3.47	195.8°	2.98	1.80	111.5°	0.60	16.83	2.39
2	- 5.87	-10.80	9.36	12.29	241.5°	1.88	0.78	99.3°	0.42	4.64	1.33
3	15.13	3.02	12.71	15.43	11.3°	2.48	1.48	52.8°	0.60	11.59	1.98
4	- 2.16	13.03	18.22	13.21	99.4°	1.70	1.49	129.3°	0.88	7.97	1.60
5	-15.24	1.34	16.67	15.30	175.0°	2.50	1.12	106.9°	0.45	8.76	1.81
6	- 4.15	-27.63	9.17	27.94	261.5°	3.55	0.90	100.9°	0.25	10.06	2.23
7	12.96	-17.60	11.53	21.85	306.4°	1.61	0.89	56.4°	0.56	4.50	1.25
8	21.70	4.38	9.37	22.14	11.4°	1.95	1.12	46.7°	0.58	6.87	1.54
9	7.69	12.20	15.22	14.42	57.8°	1.80	1.18	71.5°	0.66	6.64	1.49
10	-19.79	18.06	21.16	26.80	137.6°	3.00	1.81	136.7°	0.60	17.06	2.41
11	15.70	- 6.11	11.06	16.85	338.7°	2.73	1.13	49.8°	0.42	9.72	1.93
12	-39.41	25.46	23.85	46.92	147.1°	2.81	1.61	116.0°	0.57	14.19	2.21

Tabla 5.10 Sistema CIELUV. Observador ME.

Estímulo	a^*	b^*	L^*	Croma	Tono	a	b	Orientación	b/a	Area	Radio M.
1	- 2.90	- 1.38	18.94	3.22	205.5°	3.52	1.63	133.3°	0.46	18.04	2.57
2	- 1.89	-15.44	9.36	15.55	263.0°	3.12	1.13	135.4°	0.36	11.08	2.13
3	14.08	6.94	12.71	15.70	26.2°	3.58	1.59	95.2°	0.44	17.87	2.58
4	- 7.39	15.96	18.22	17.58	114.9°	2.64	1.57	110.3°	0.59	12.99	2.10
5	-18.37	- 0.60	16.67	18.38	181.9°	3.15	1.31	131.9°	0.42	13.00	2.23
6	19.38	-39.10	9.17	43.64	296.4°	8.82	1.30	140.1°	0.15	35.88	5.06
7	27.68	-19.40	11.53	33.80	325.0°	1.89	1.05	118.7°	0.56	6.21	1.47
8	21.56	14.08	9.37	25.76	33.2°	4.77	1.29	93.5°	0.27	19.29	3.03
9	2.12	19.77	15.22	19.88	83.9°	4.0[illegible]	1.15	95.5°	0.29	14.51	2.58
10	-26.74	18.12	21.16	32.30	145.9°	4.24	2.37	132.0°	0.56	31.56	3.30
11	21.69	- 5.55	11.06	22.39	345.7°	3.04	1.42	94.0°	0.47	13.55	2.23
12	-52.17	23.52	23.85	57.22	155.7°	4.56	2.53	122.1°	0.56	36.28	3.55

Tabla 5.11 Sistema CIELAB. Observador ME.

Estímulo	u	v	L	a x 10^4	b x 10^4	Orientación	b/a	Area x 10^4	Radio M.
1	0.197	0.313	0.547	90.9	64.2	138.7°	0.71	1.83	77.5
2	0.162	0.257	0.209	105.1	63.0	108.0°	0.60	2.08	84.0
3	0.302	0.328	0.303	126.6	71.2	29.0°	0.56	2.83	98.9
4	0.201	0.353	0.513	67.2	45.0	171.1°	0.67	0.95	56.4
5	0.447	0.140	0.320	82.5	48.2	121.8°	0.58	1.25	65.4
6	0.176	0.161	0.204	205.7	74.4	108.1°	0.36	4.81	140.0
7	0.297	0.238	0.267	87.5	48.7	34.0°	0.56	1.34	68.1
8	0.389	0.340	0.209	139.5	70.9	26.2°	0.51	3.11	105.2
9	0.249	0.357	0.390	68.6	52.4	36.8°	0.77	1.13	60.5
10	0.139	0.360	0.658	97.3	49.3	156.9°	0.51	1.51	73.3
11	0.320	0.288	0.254	158.6	63.2	33.5°	0.40	3.15	110.9
12	0.083	0.371	0.811	70.5	44.6	140.6°	0.63	0.99	57.5

Tabla 5.12 Sistema UCS-CIE 1960. Observador ME.

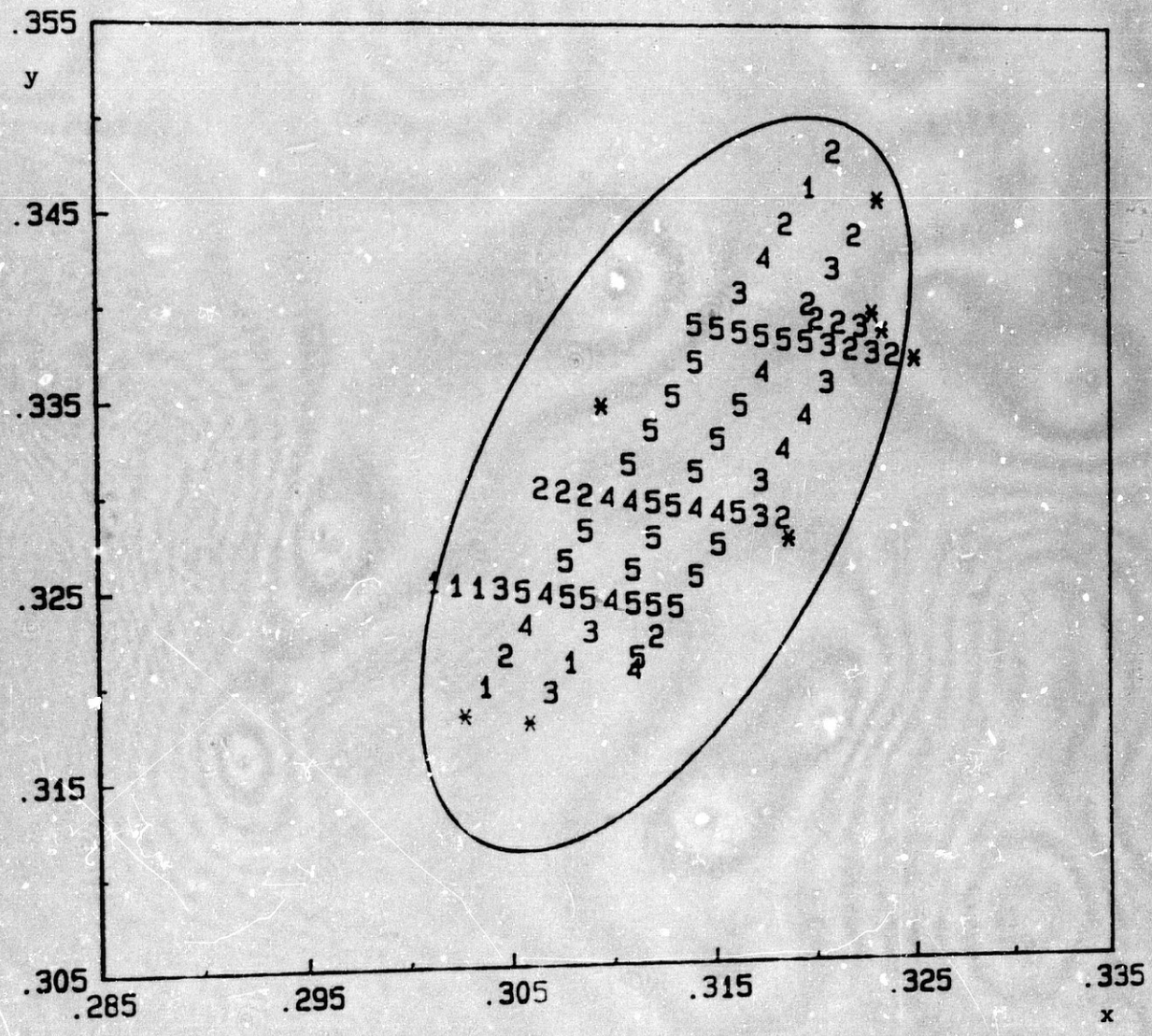


Figura 5.3. Estímulo 1. Observador AH.

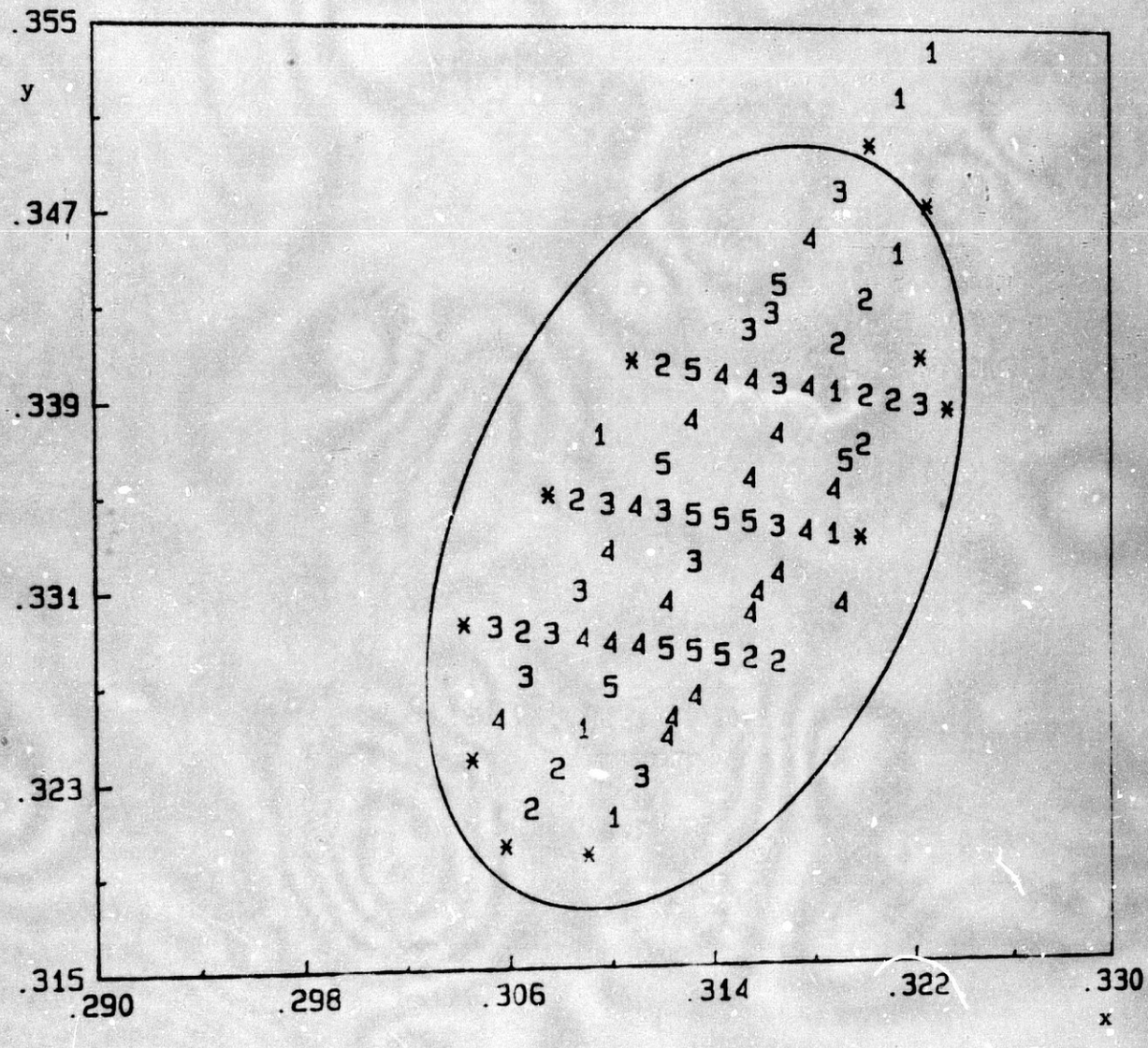


Figura 5.4. Estímulo 1. Observador MM.

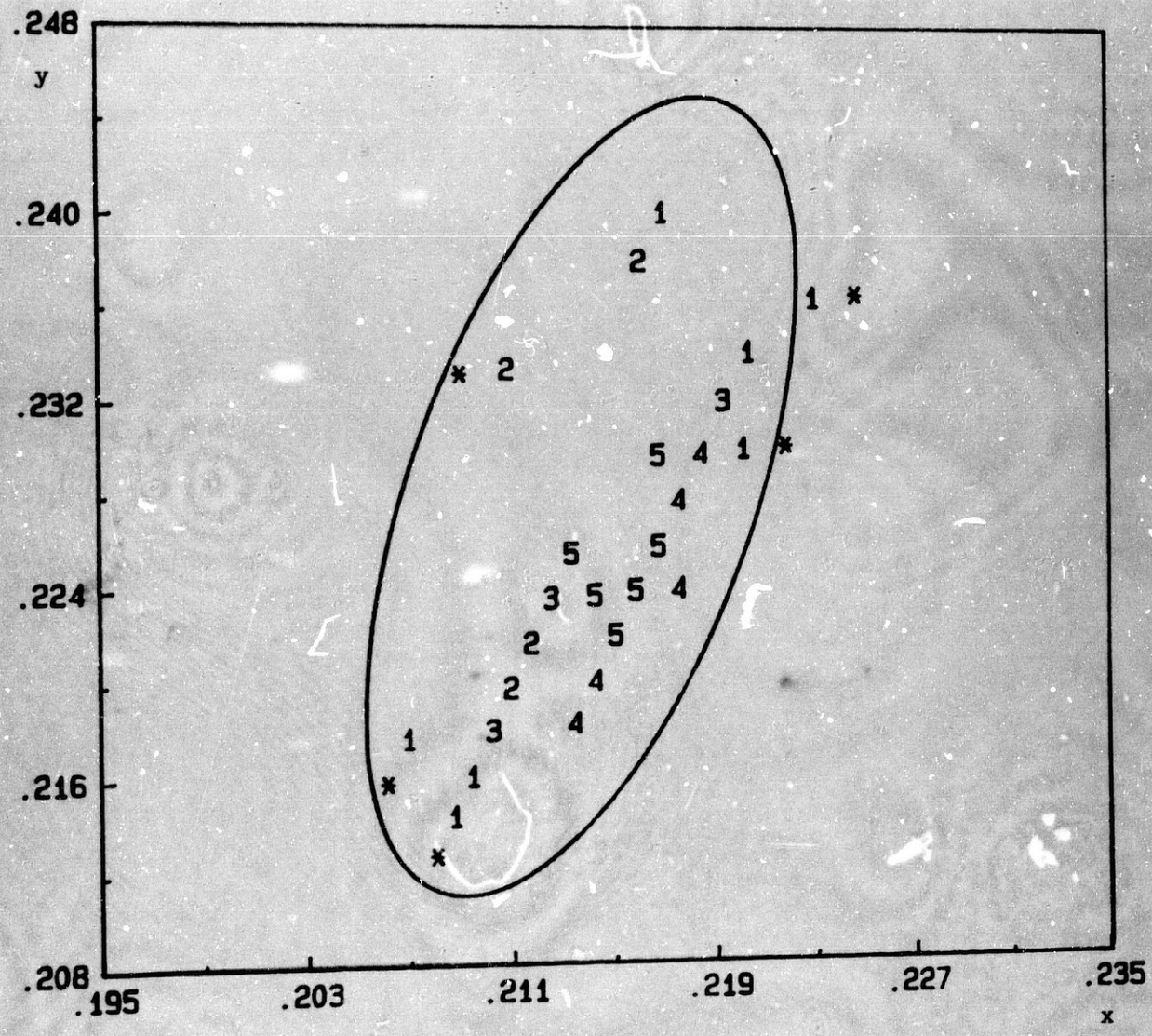


Figura 5.5. Estímulo 2. Observador AH.

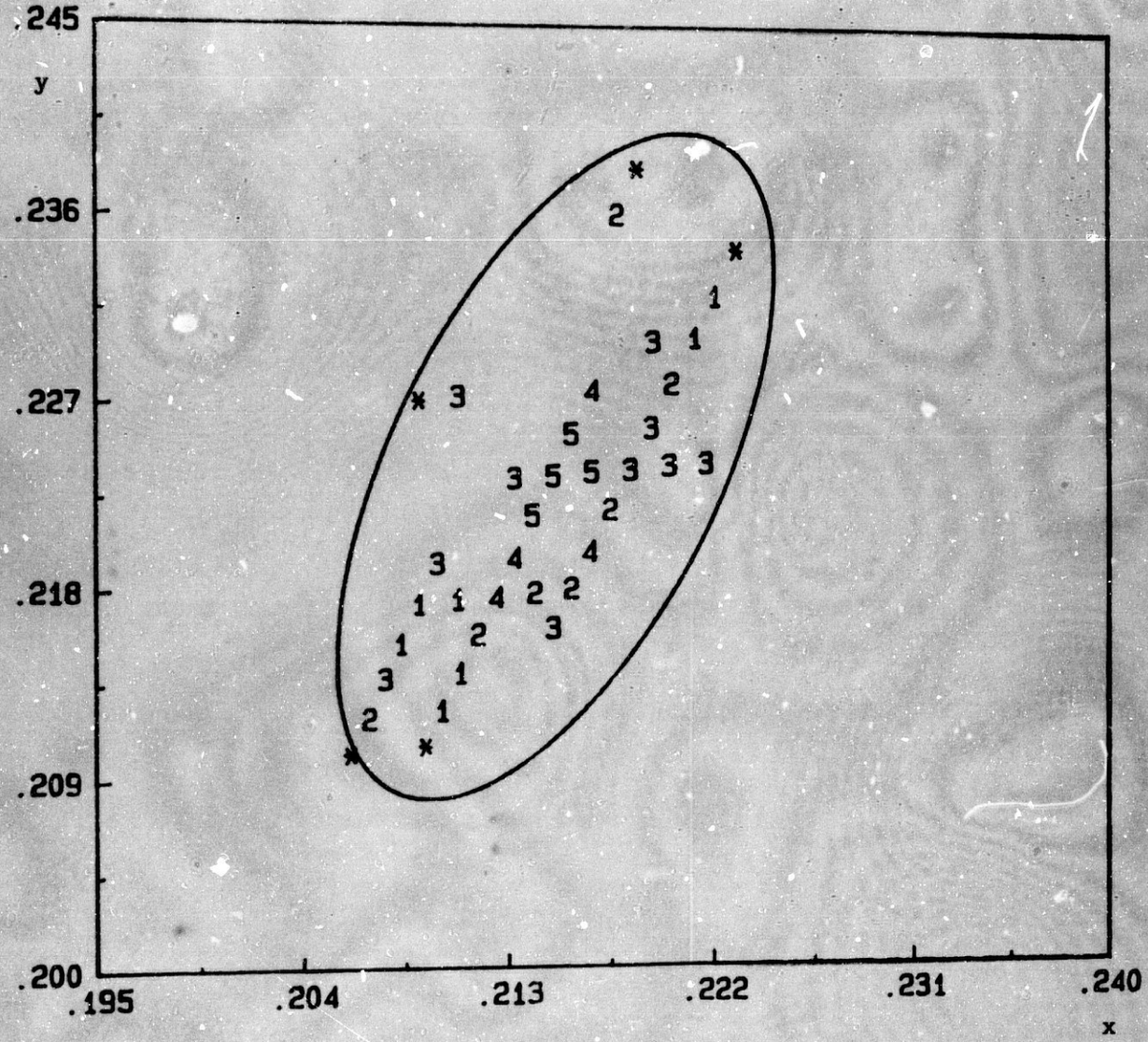


Figura 5.6. Estímulo 2. Observador MM.

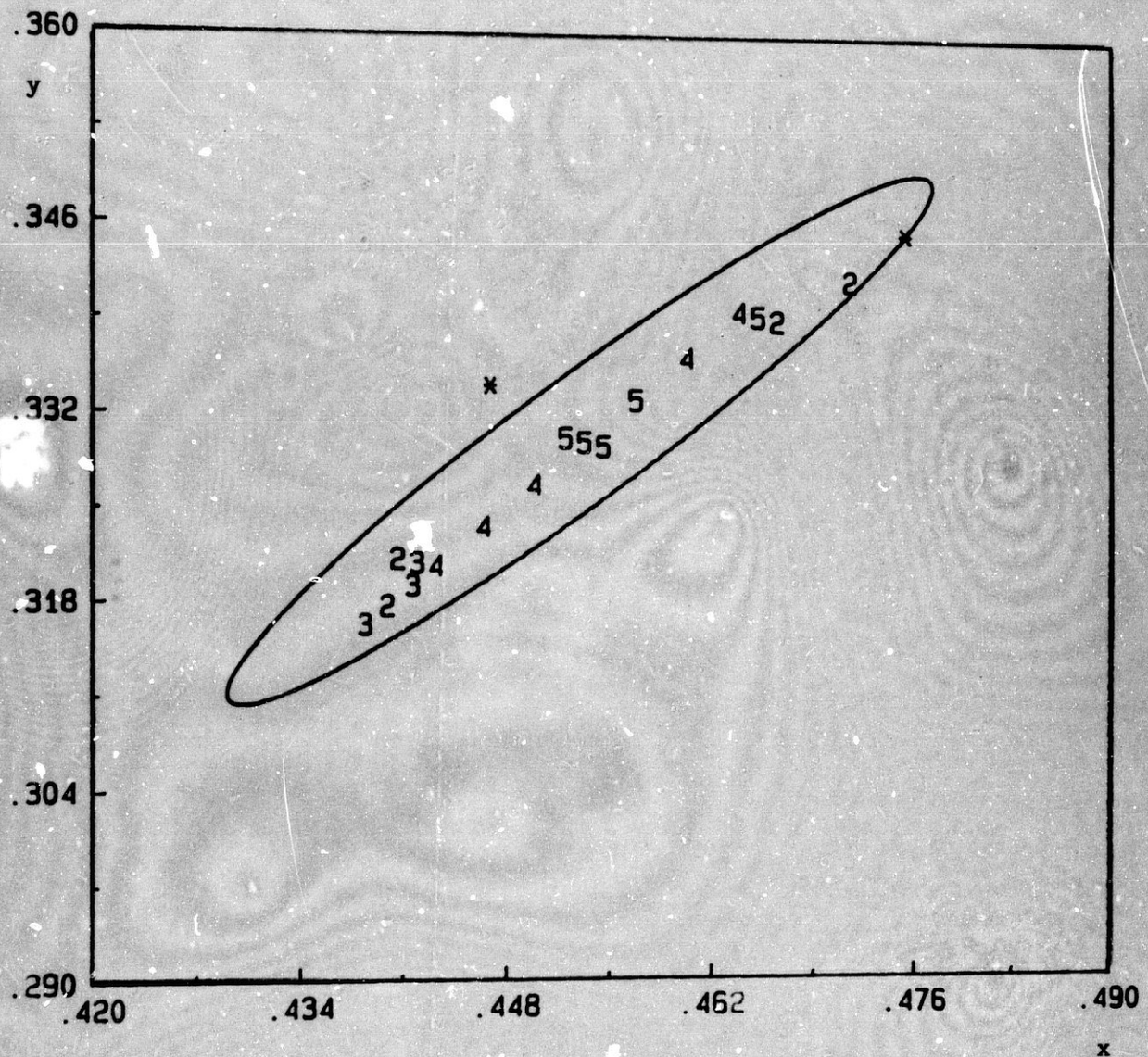


Figura 5.7. Estímulo 3. Observador AH.

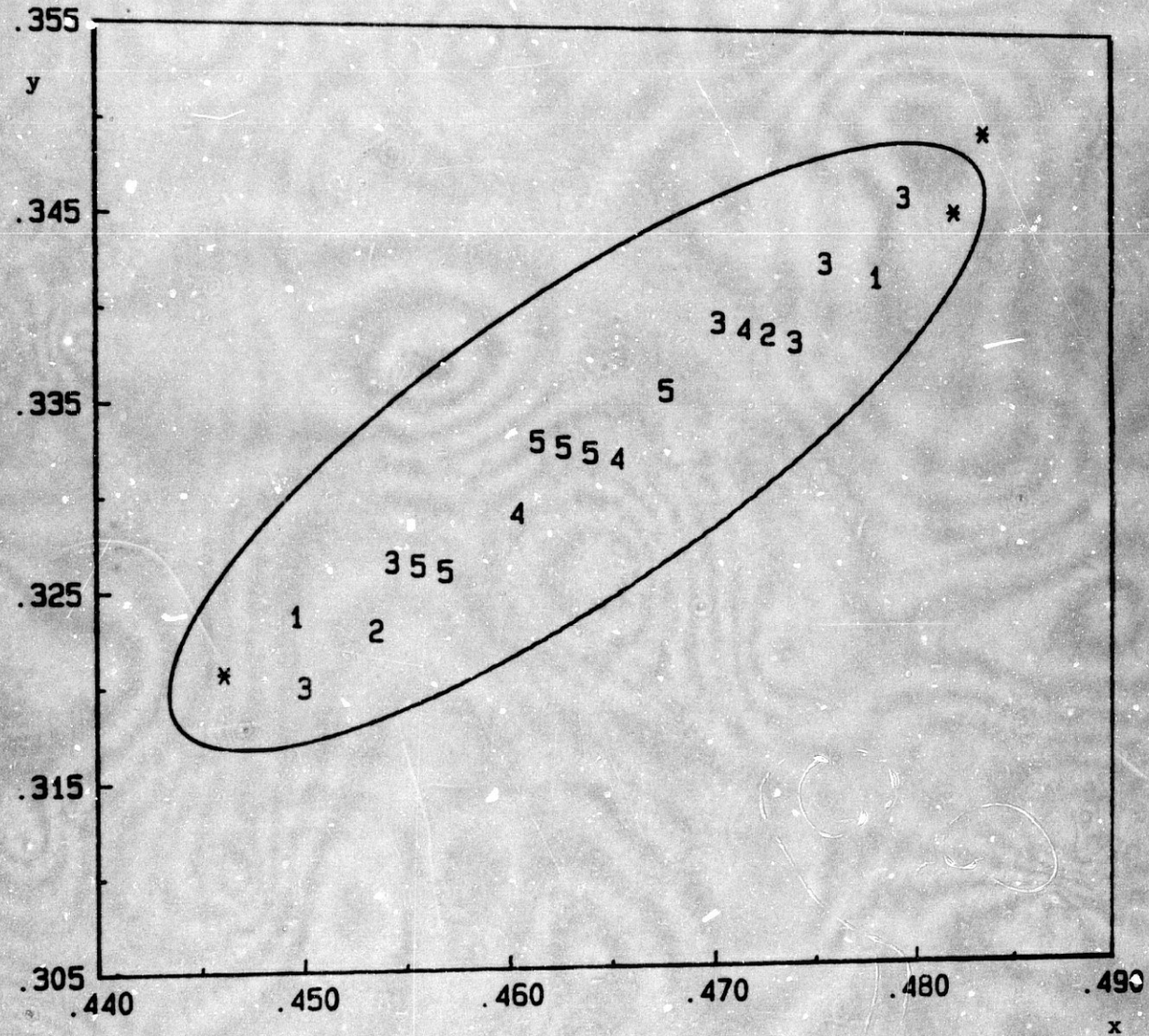


Figura 5.8. Estímulo 3. Observador MM.

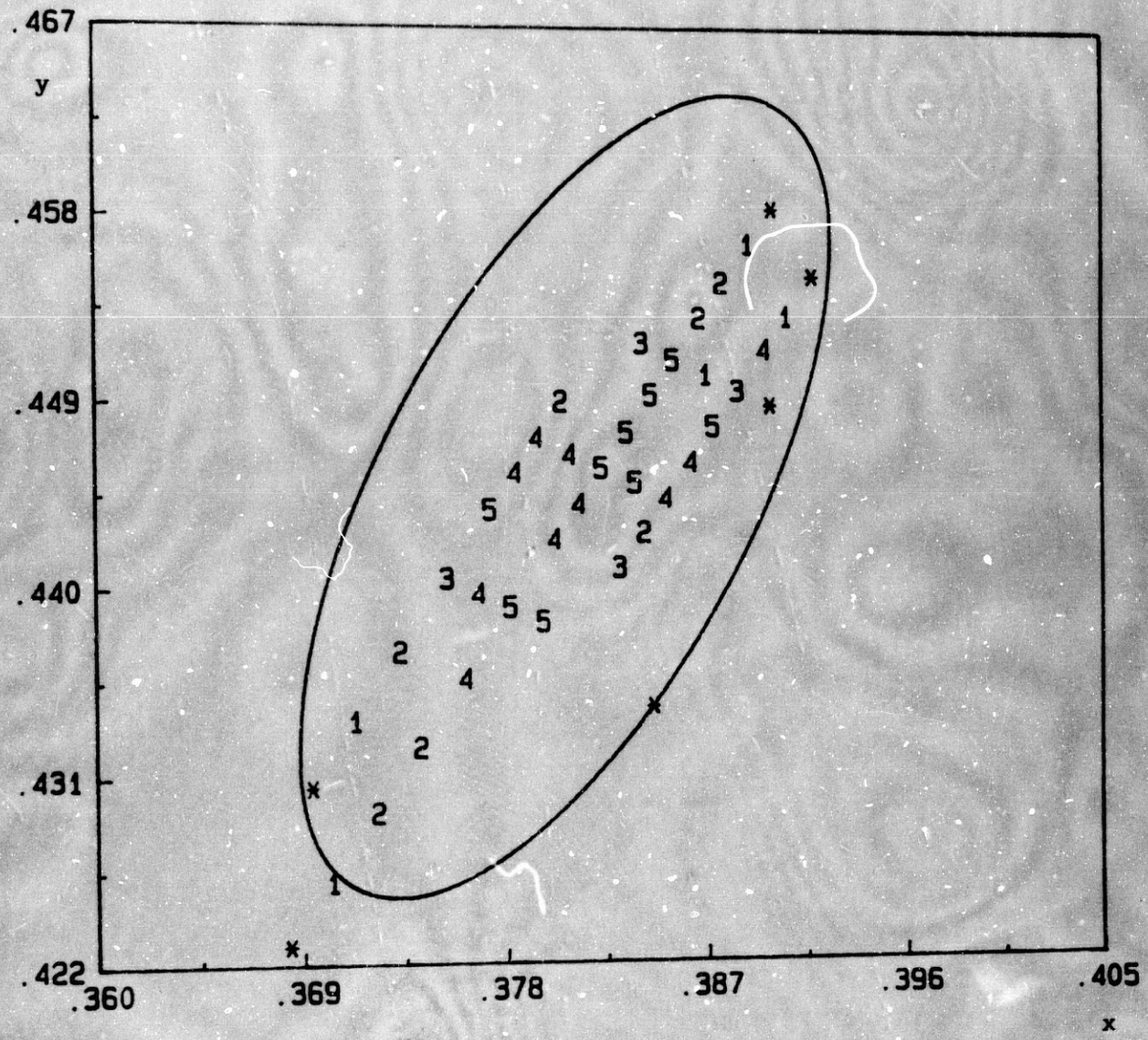


Figura 5.9. Estímulo 4. Observador AH.

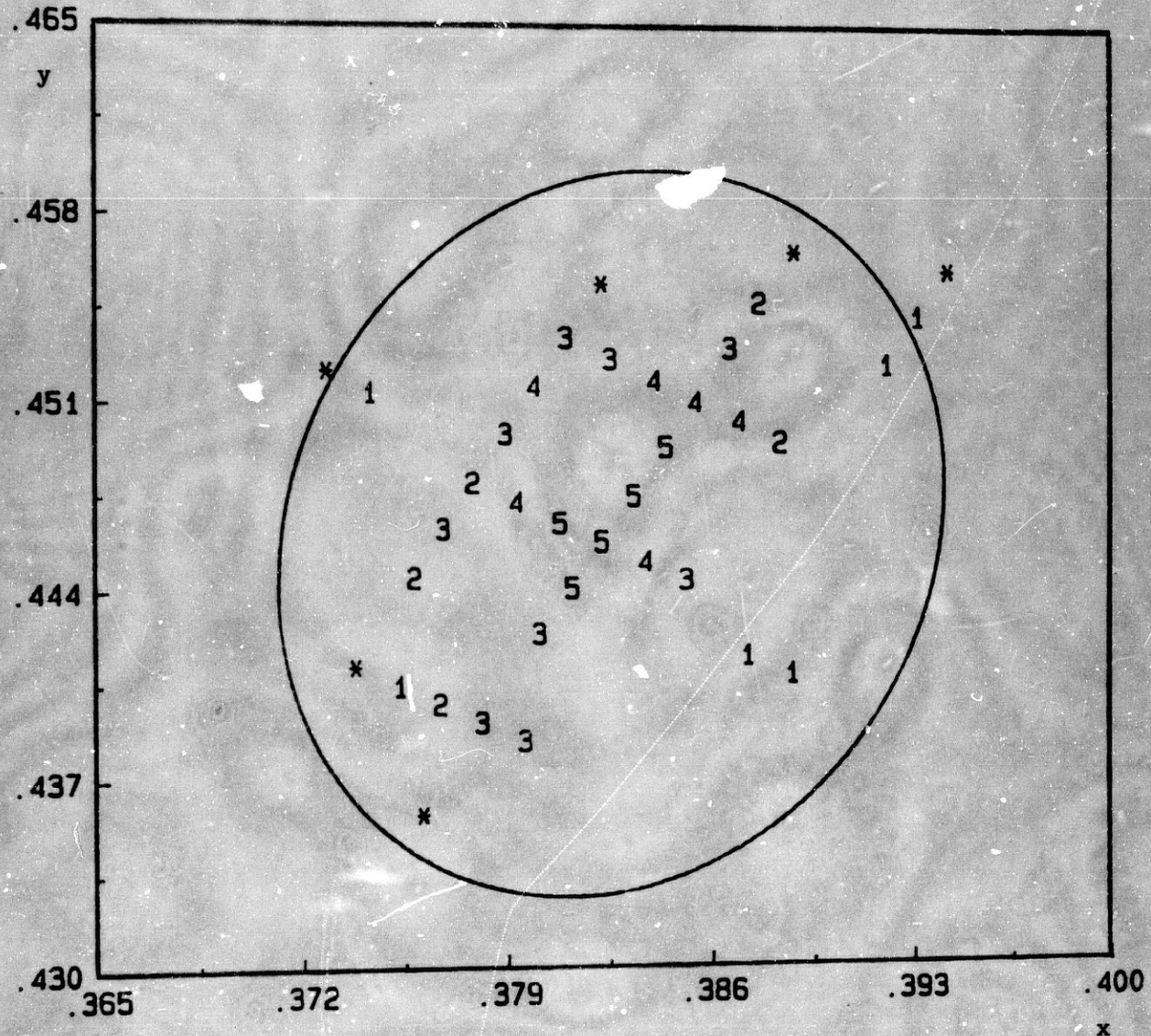


Figura 5.10. Estímulo 4. Observador MM.

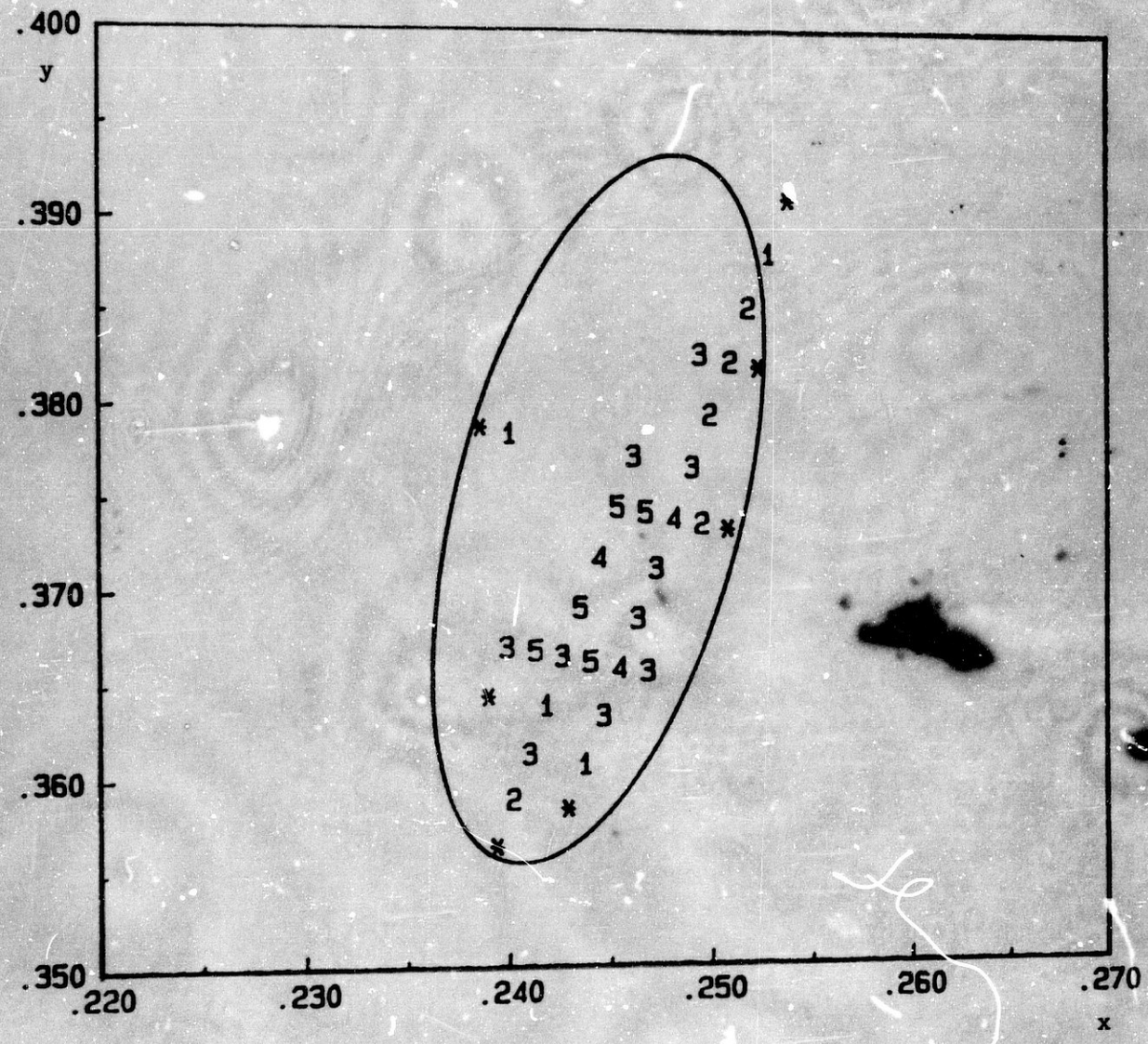


Figura 5.11. Estímulo 5. Observador AH.

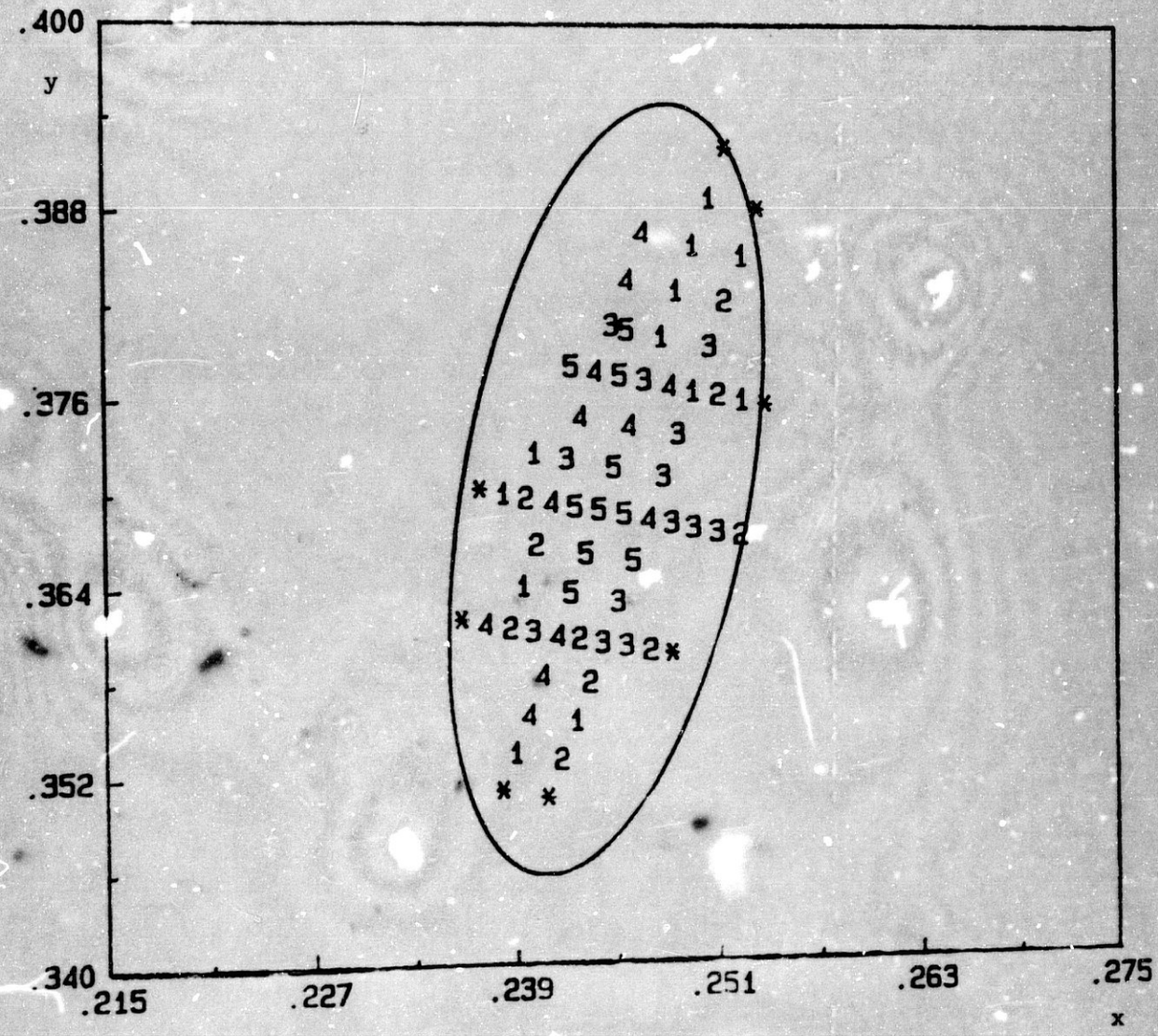


Figura 5.12. Estímulo 5. Observador MM.

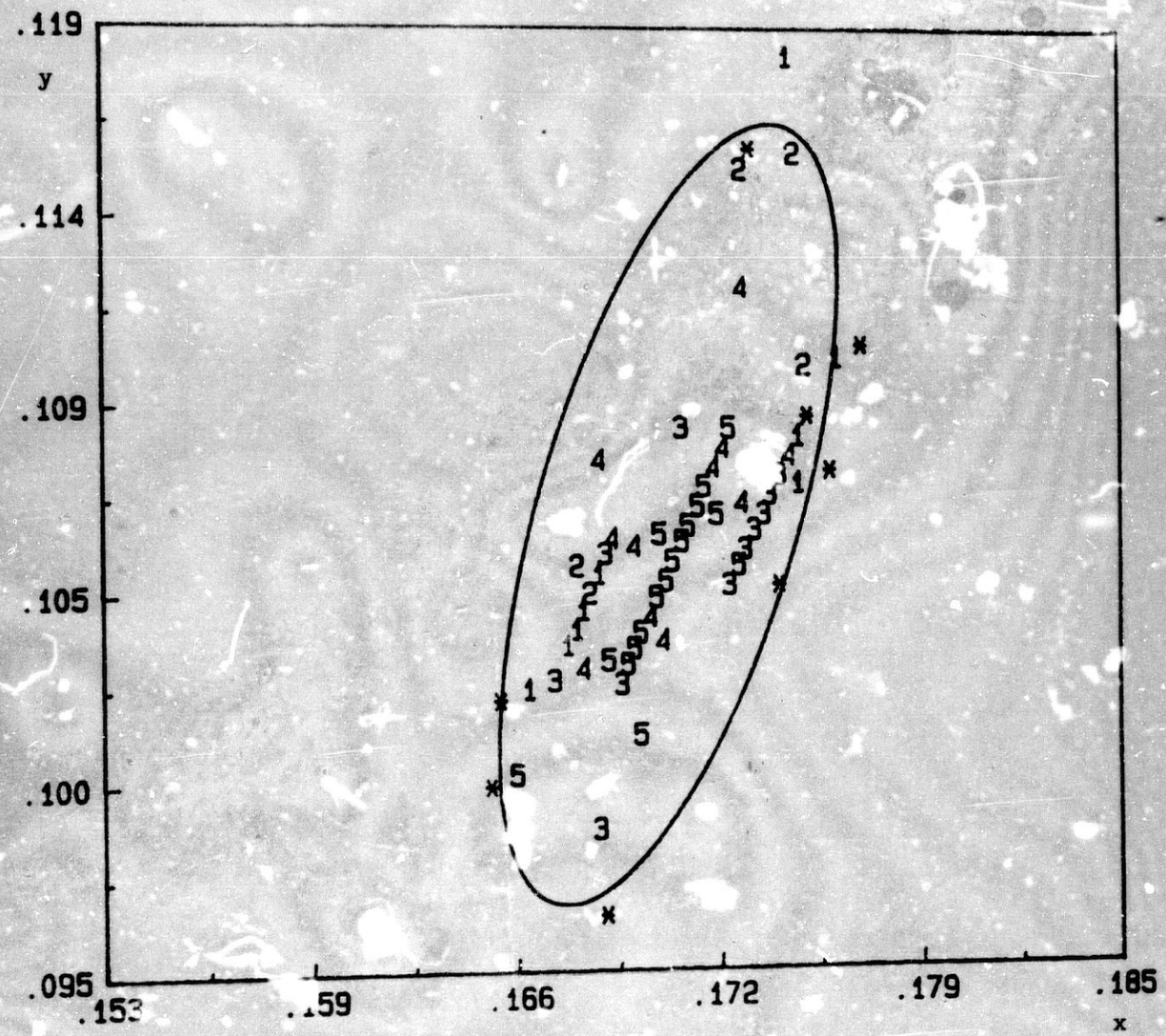


Figura 5.13. Estímulo 6. Observador AH.

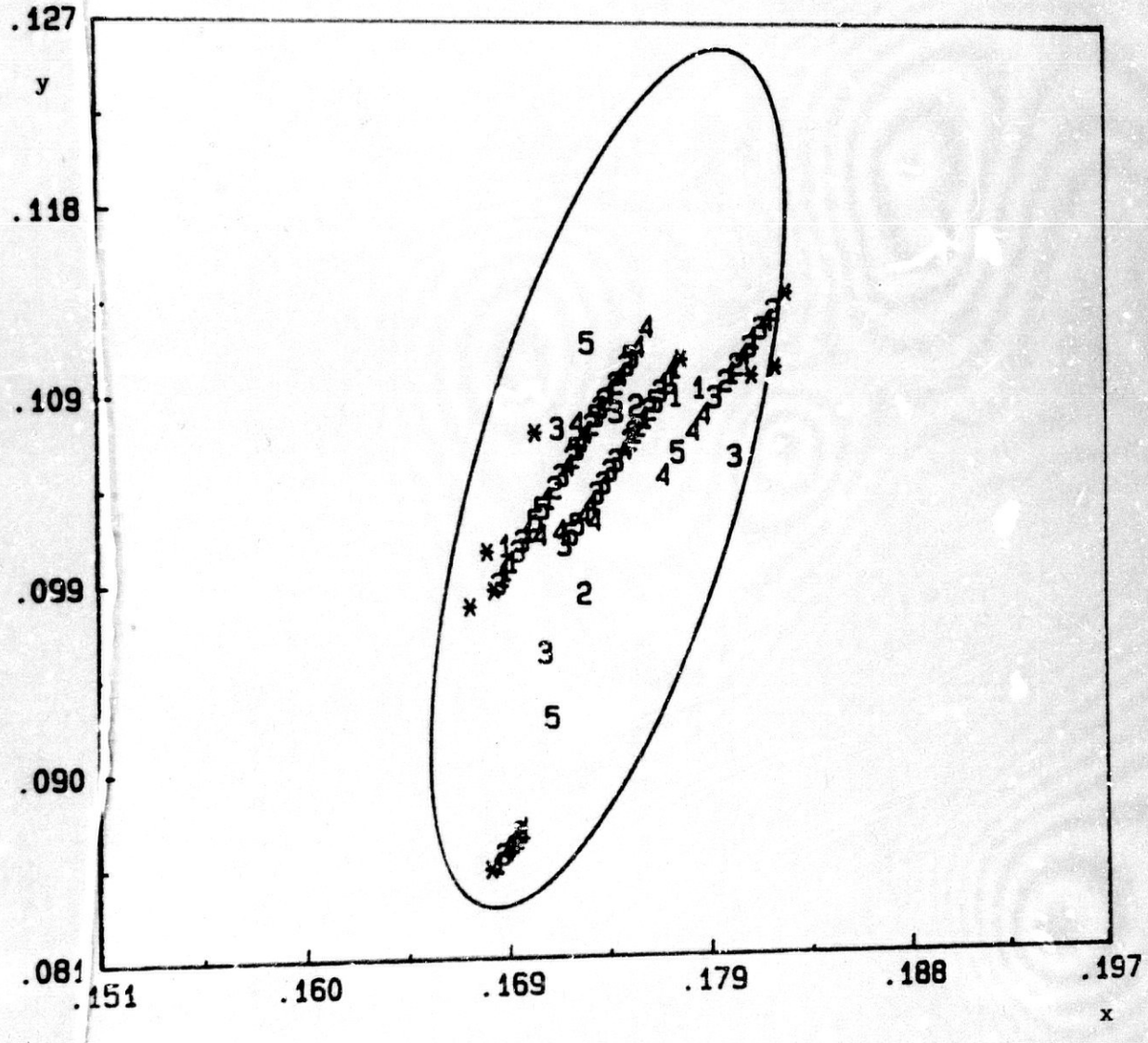


Figura 5.14. Estímulo 6. Observador MM.

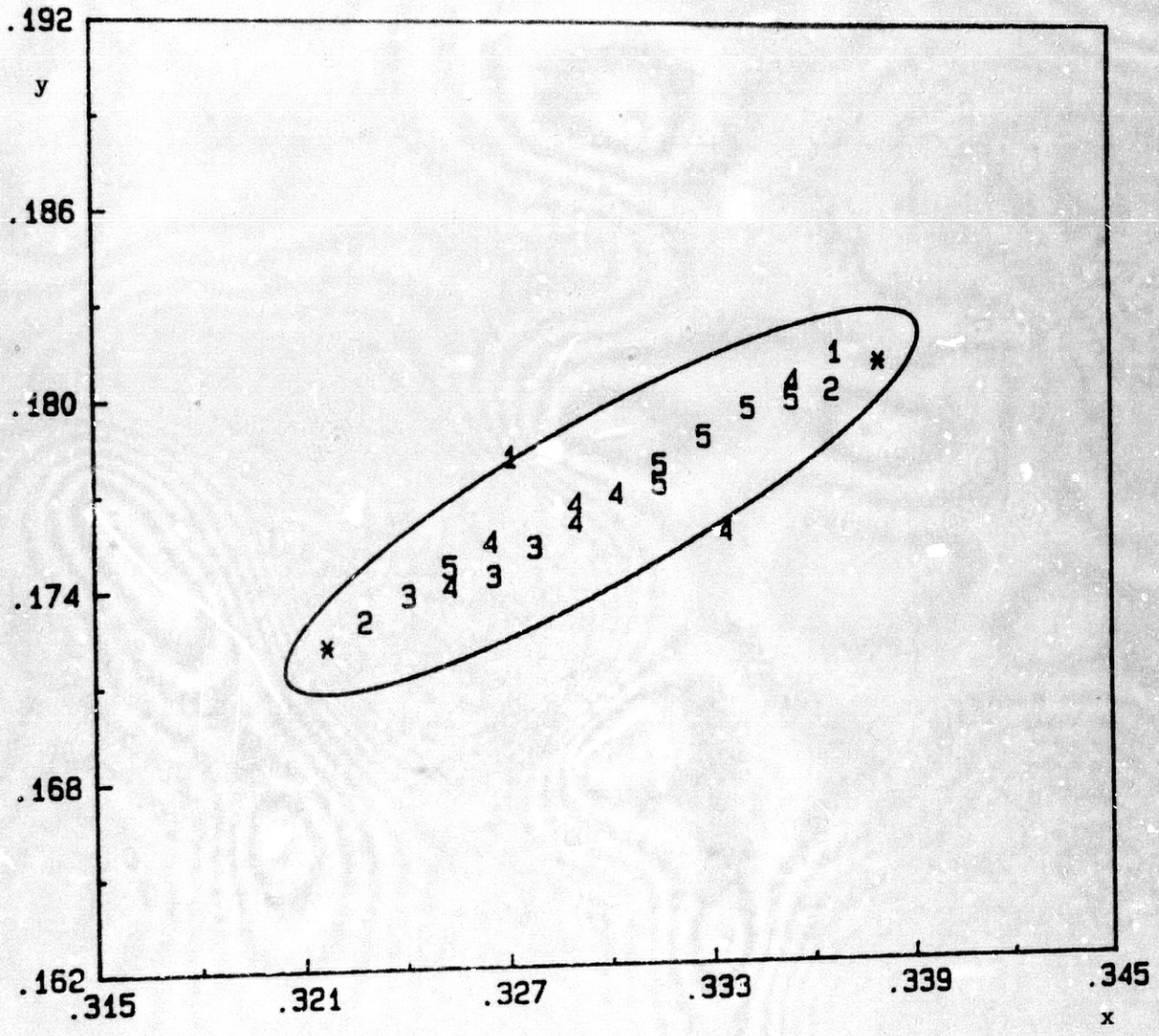


Figura 5.15. Estímulo 7. Observador AH.

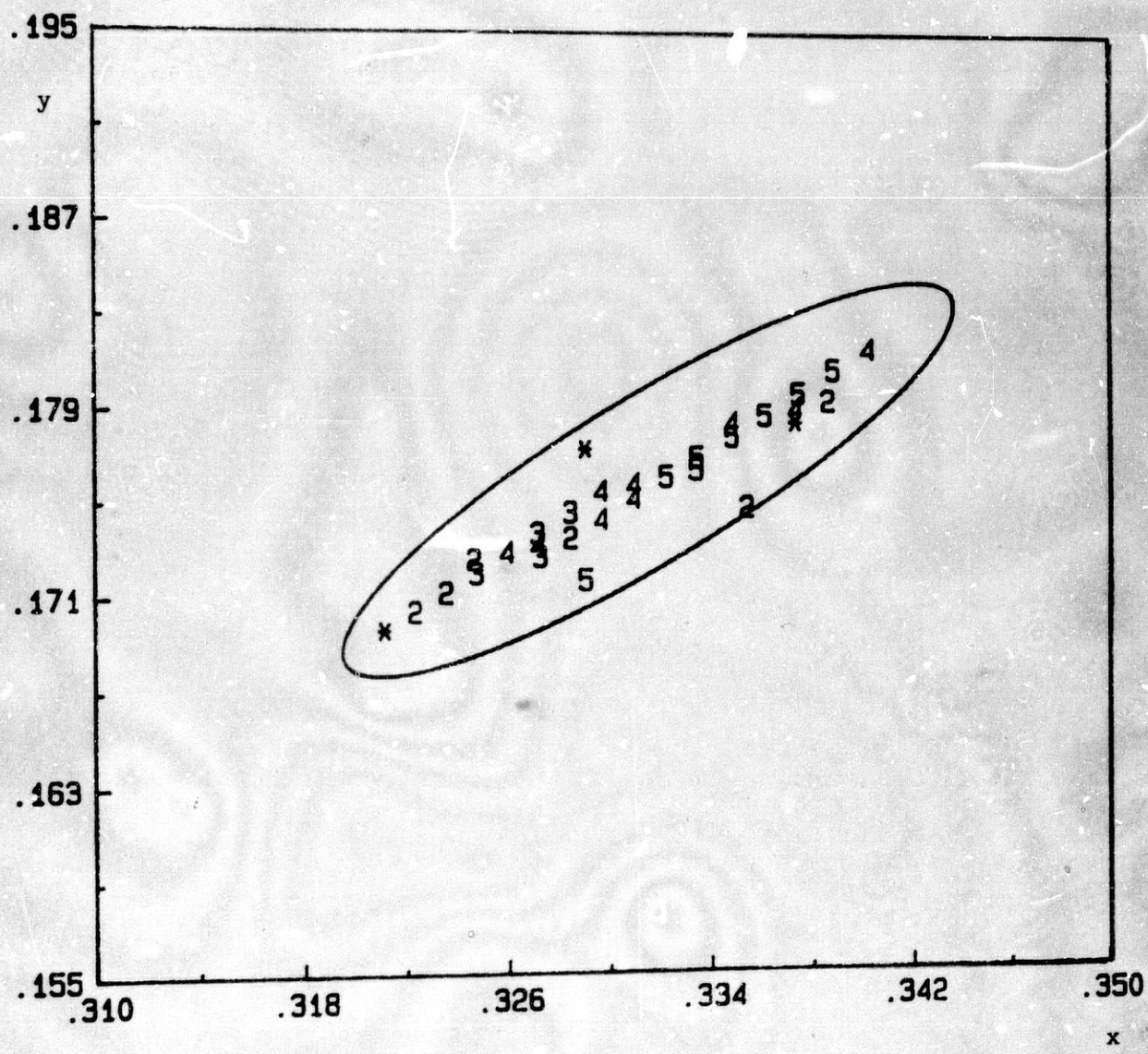


Figura 5.16. Estímulo 7. Observador MM.

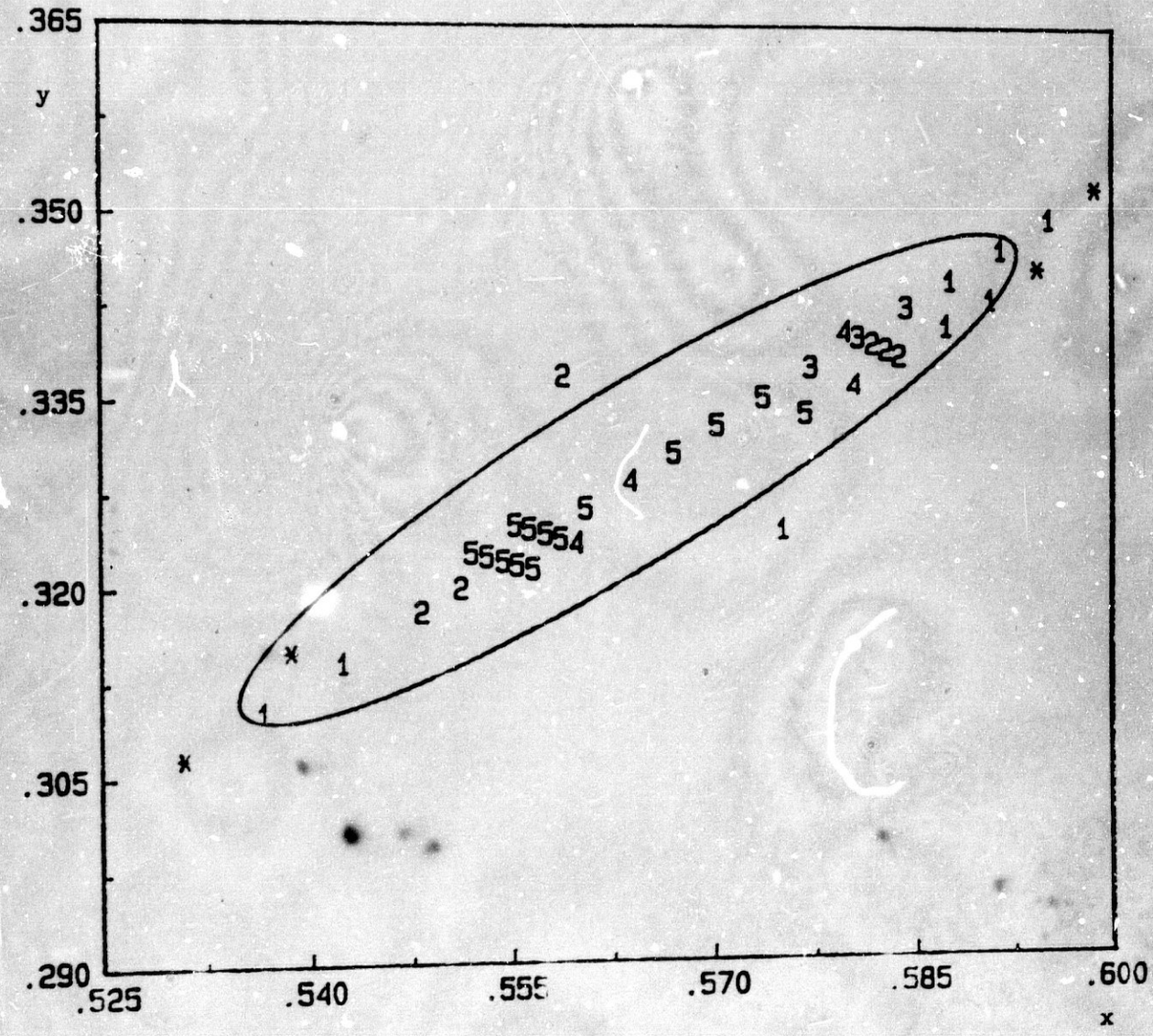


Figura 5.17. Estímulo 8. Observador AH.

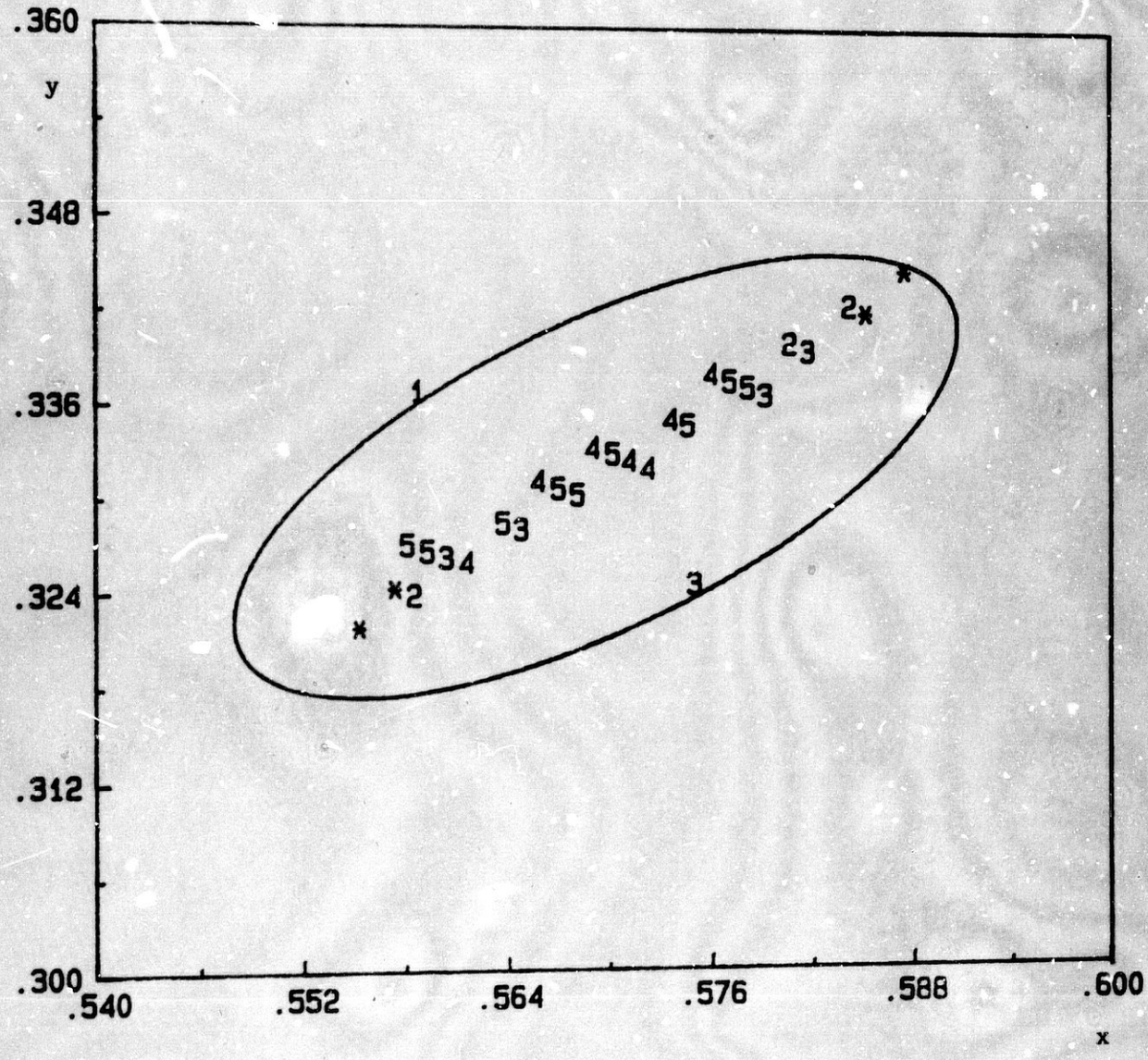


Figura 5.18. Estímulo 8. Observador MM.

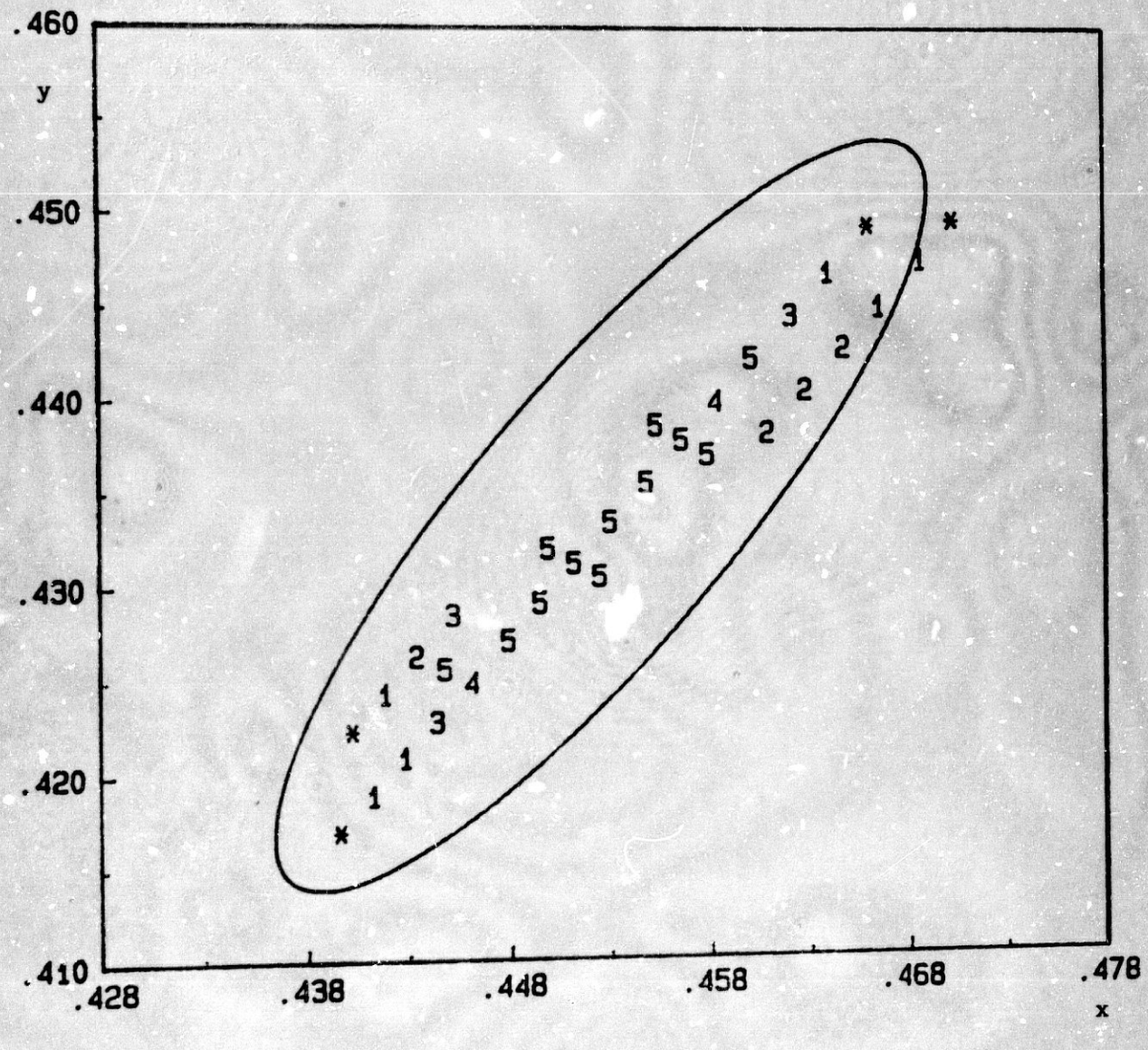


Figura 5.19. Estímulo 9. Observador AH

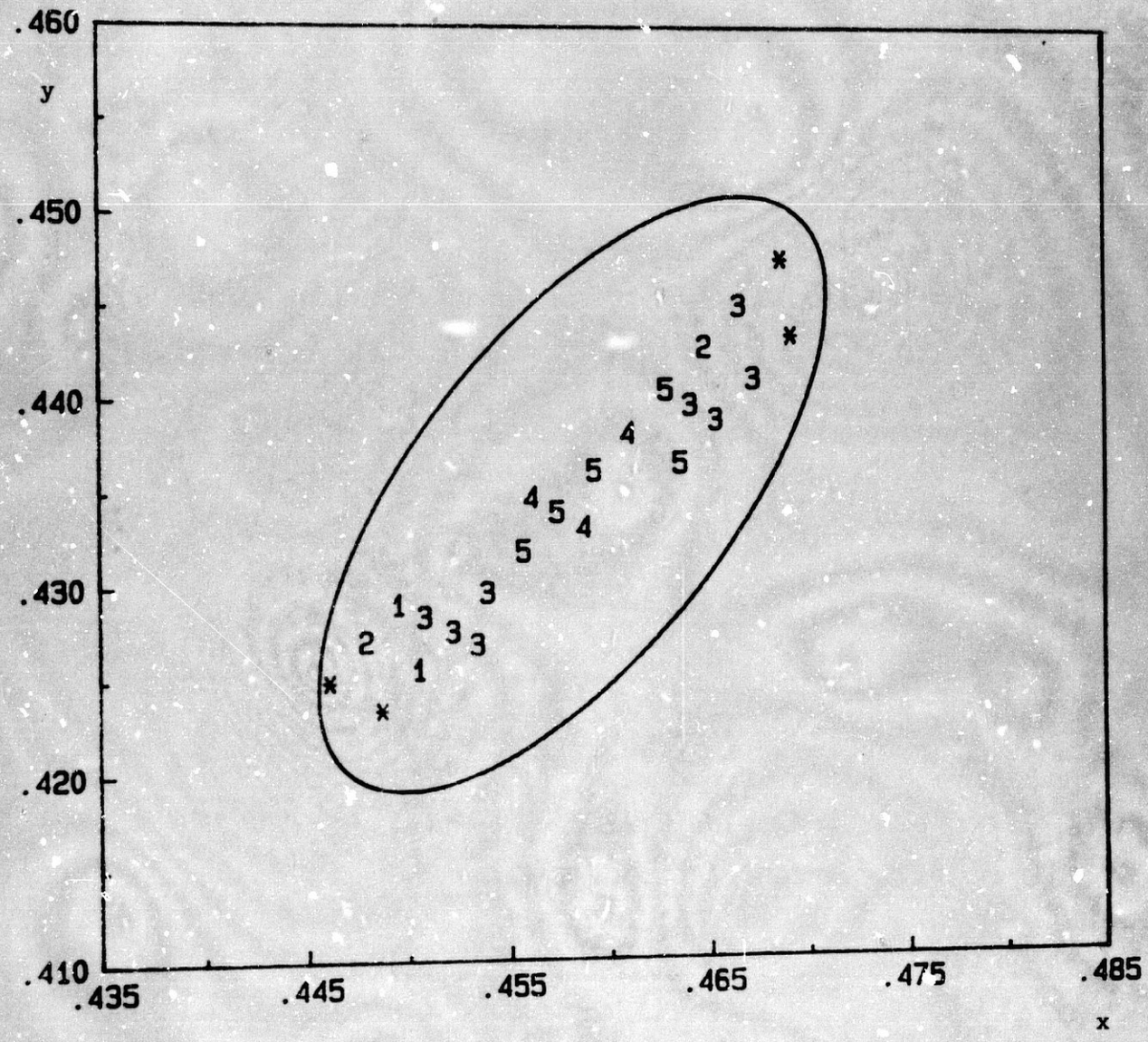


Figura 5.20. Estímulo 9. Observador MM.

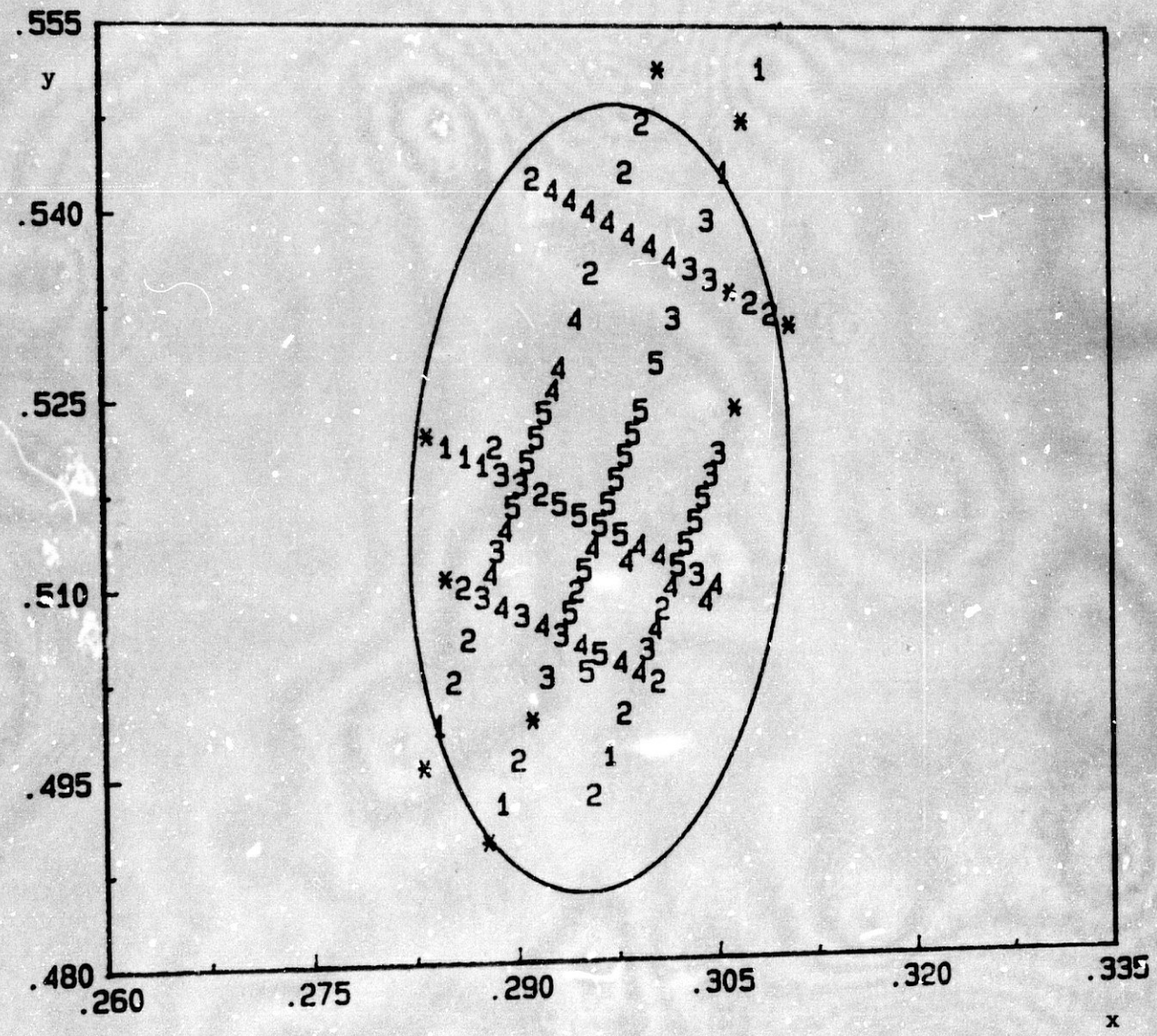


Figura 5.21. Estímulo 10. Observador AH.

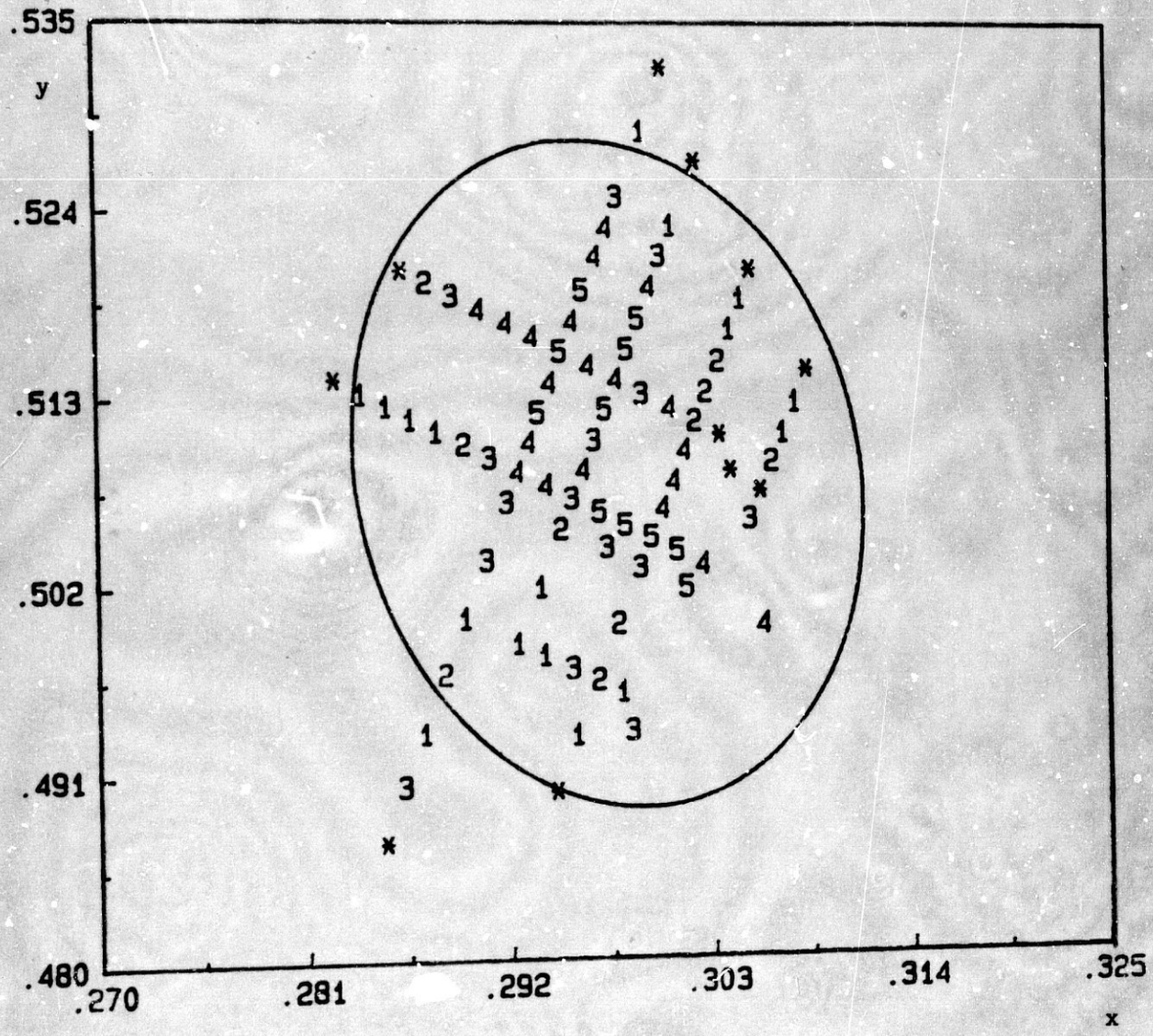


Figura 5.22. Estímulo 10. Observador MM.

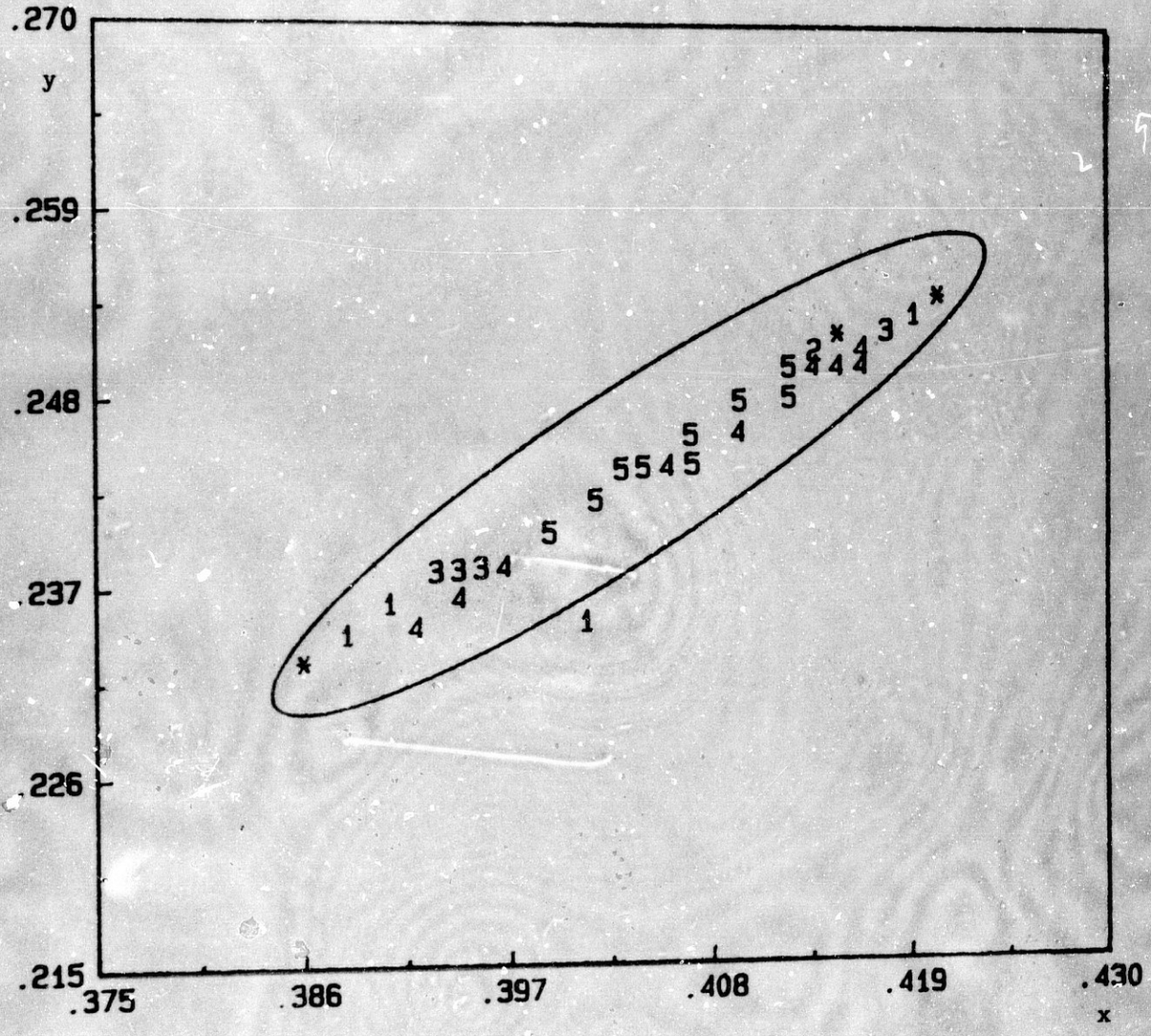


Figura 5.23. Estímulo 11. Observador AH.

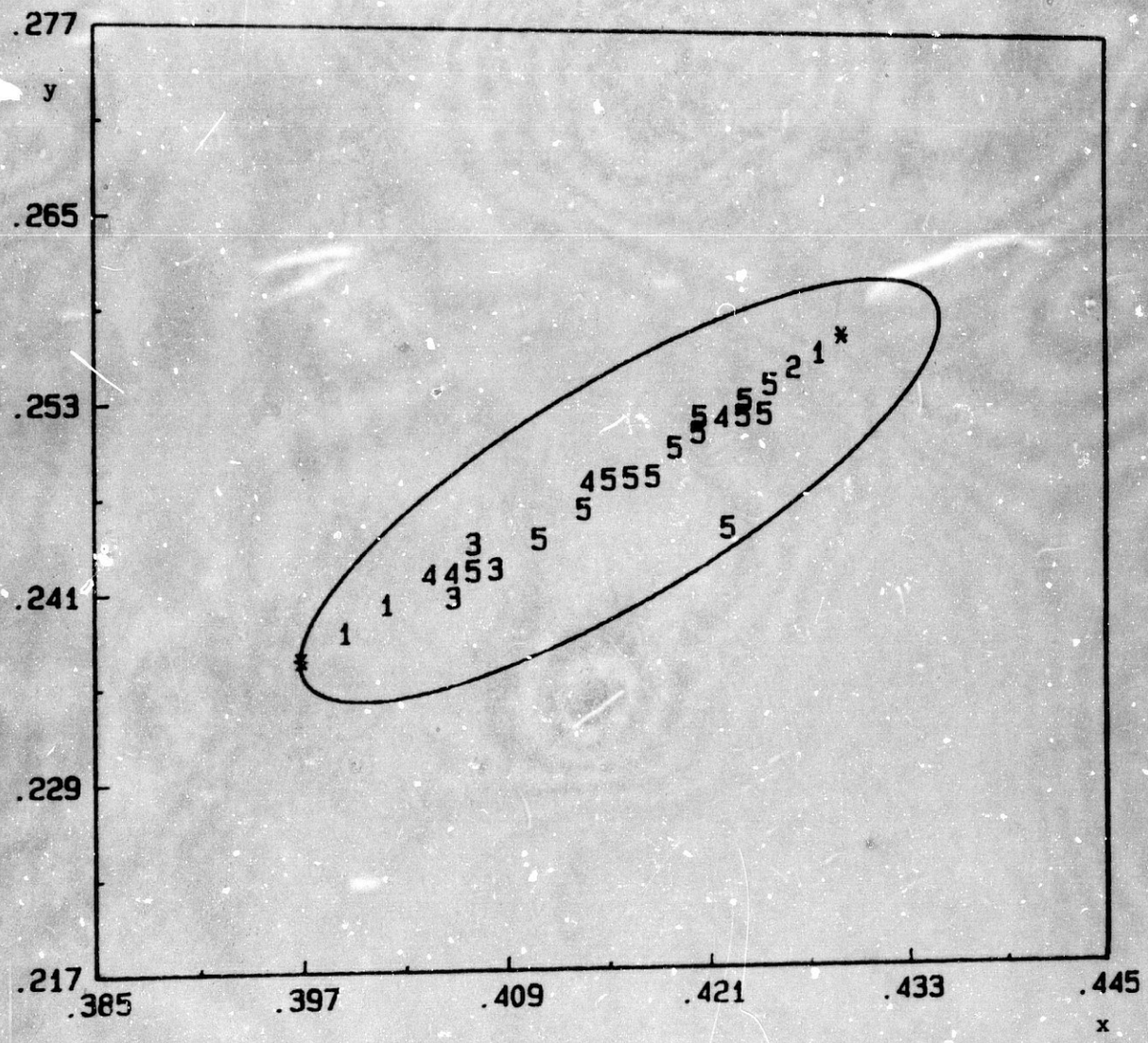


Figura 5.24. Estímulo 11. Observador MM.

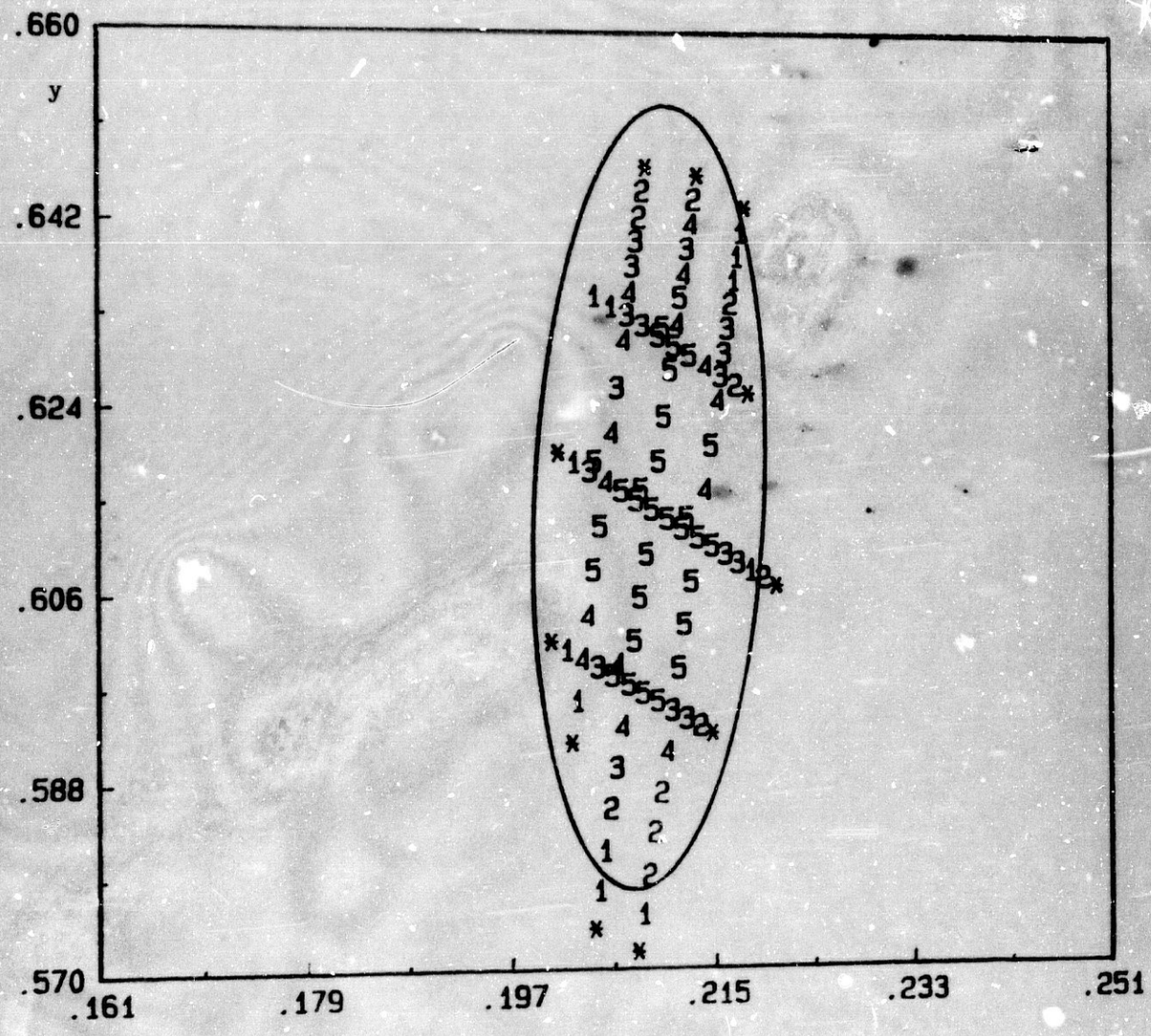


Figura 5.25. Estímulo 12. Observador AH.

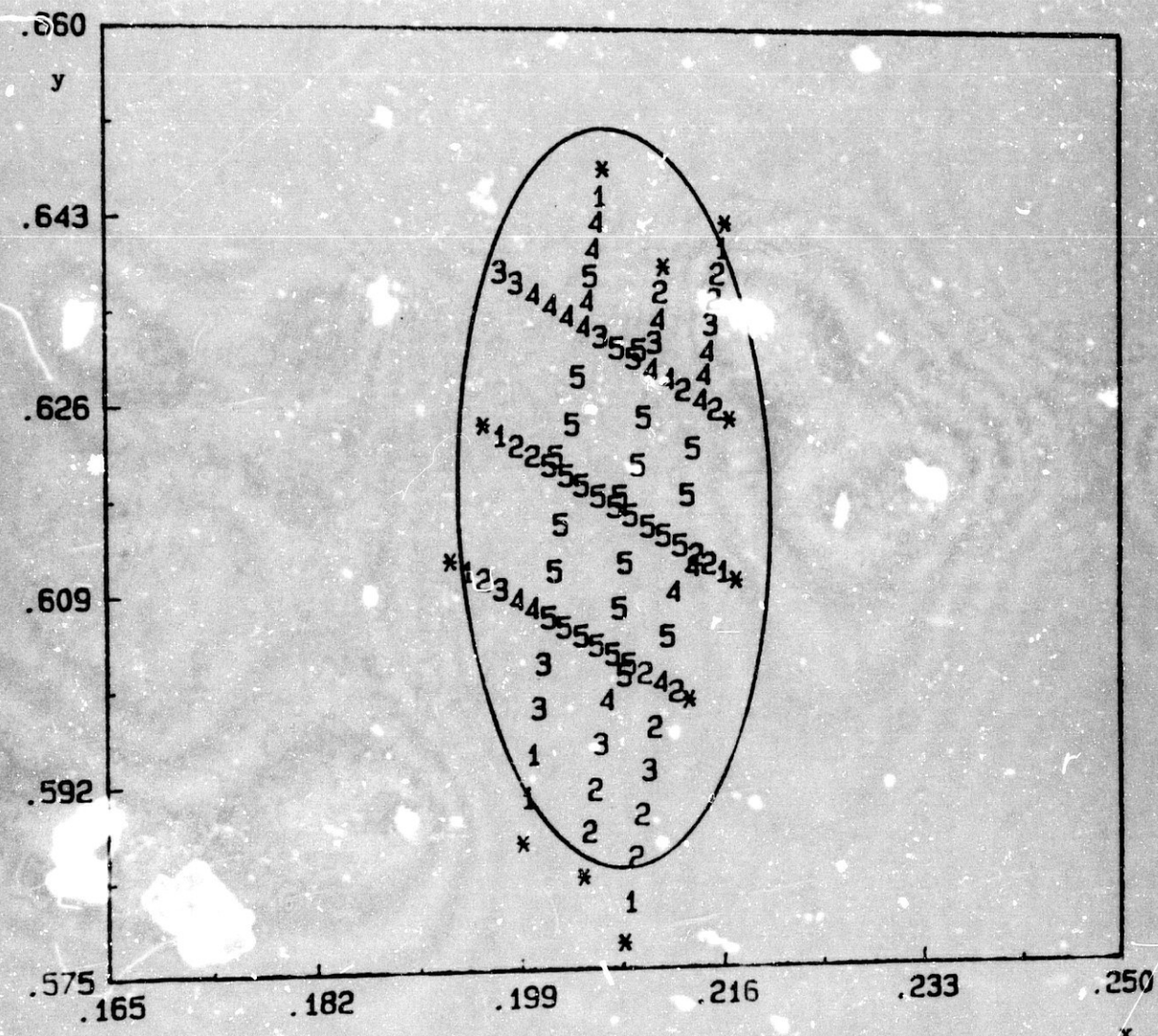


Figura 5.26. Estímulo 12. Observador MM.

CIELAB, siendo muy similares las correspondientes a los otros observadores y las globales. Los resultados aparecen reflejados en las figuras 5.27 a 5.30.

El gran interés que tiene desde el punto de vista industrial y comercial el conocimiento de las tolerancias colorimétricas correspondientes a un producto cualquiera nos ha llevado además a considerar nuestros resultados en relación con los obtenidos para estudios de discriminación cromática con presentación en modo de objeto. En este caso hemos preferido, en lugar de realizar experiencias propias, comparar nuestros resultados con los de otros grupos de investigación a fin de poder, si ello es posible, generalizar conclusiones. En una etapa posterior del trabajo realizaremos estudios de presentación intermedia, es decir presentación en modo de objeto pero utilizando colorímetros visuales.

De las referencias que encontramos en la literatura sobre discriminación cromática con presentación en modo de objeto, pensamos que merecen especial mención los recientes trabajos experimentales y teóricos desarrollados en la Universidad de Bradford (Inglaterra). En particular se ha realizado un importante estudio de homogeneización de datos colorimétricos (Luo-Rigg, 1986) partiendo de los resultados experimentales de discriminación cromática de objetos de 13 trabajos previos de distintos autores, que realizan medidas con diferentes condiciones experimentales. Sobre la base de esos resultados, complementados por distintas medidas de Luo-Rigg, se ha llegado a un total de 131 elipses de discriminación que pueden considerarse altamente fiables por lo que se refiere a su obtención y reproducibilidad en experiencias sucesivas. La representación de dichas elipses en el diagrama cromático CIE-64 se presenta en la figura 5.31, correspondiente al trabajo original, donde cabe observar una relativa continuidad por lo que se refiere a la evolución de las principales características del umbral en

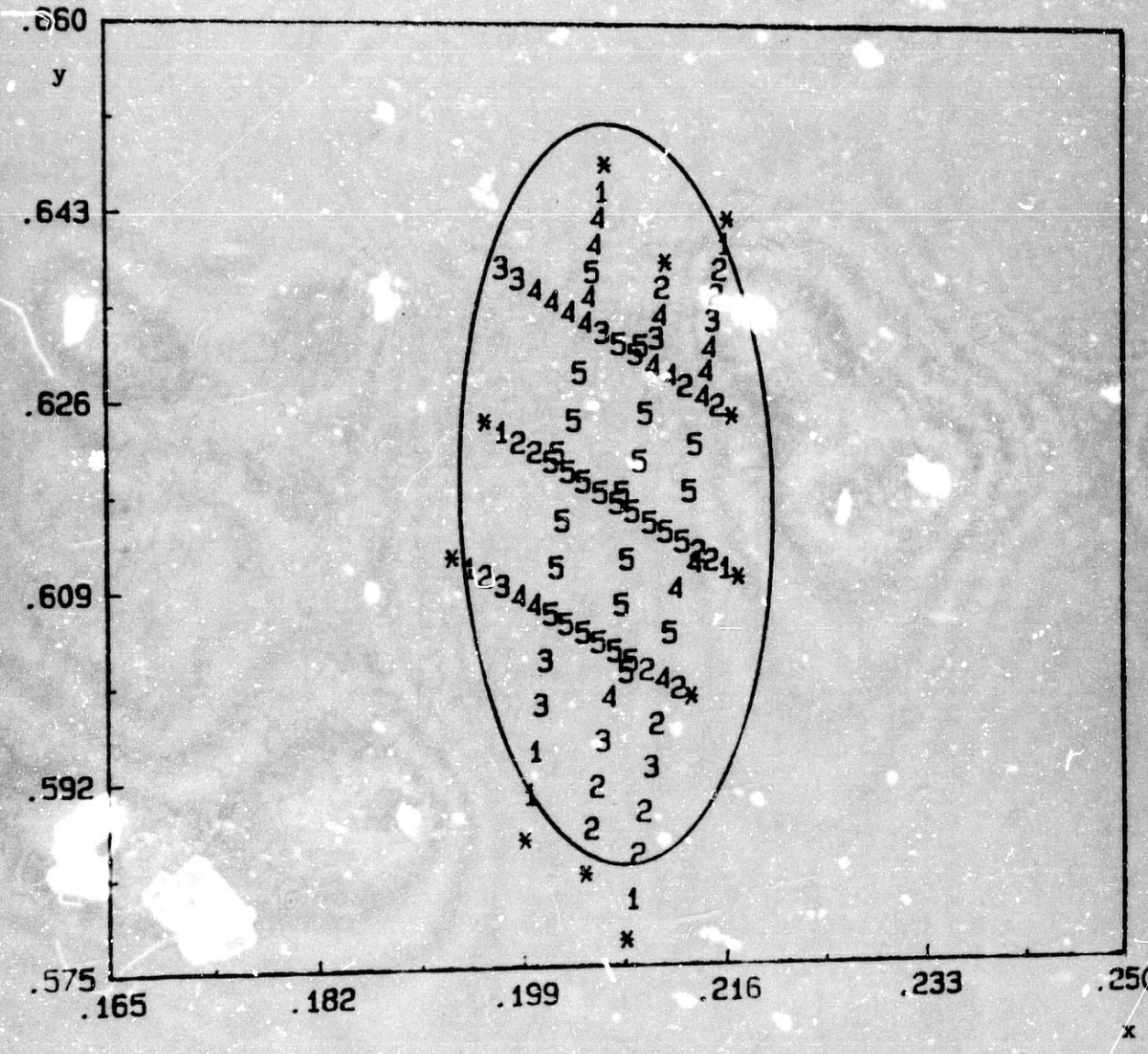


Figura 5.26. Estímulo 12. Observador MM.

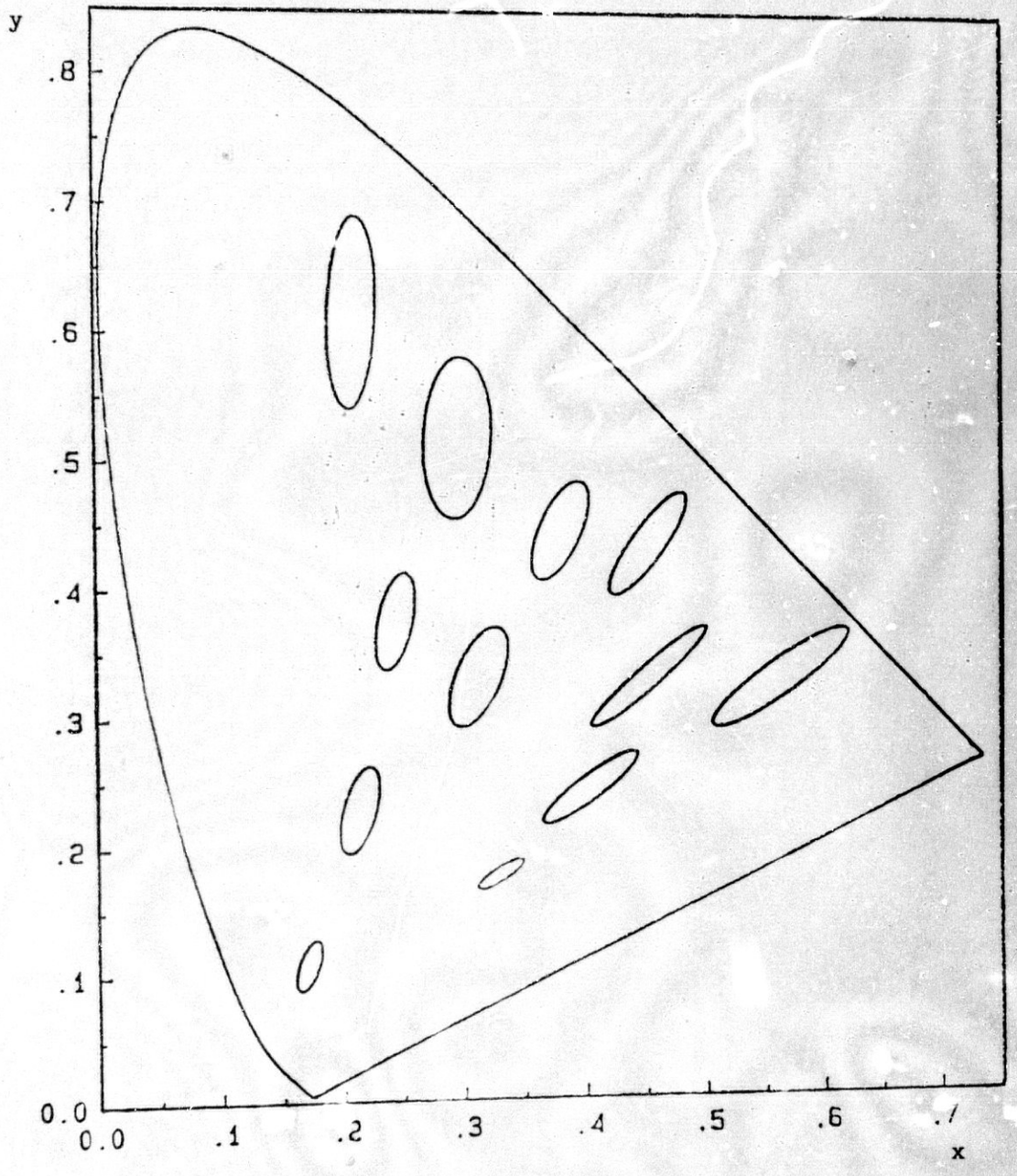


Figura 5.27. Observador AH. Sistema CIE-31

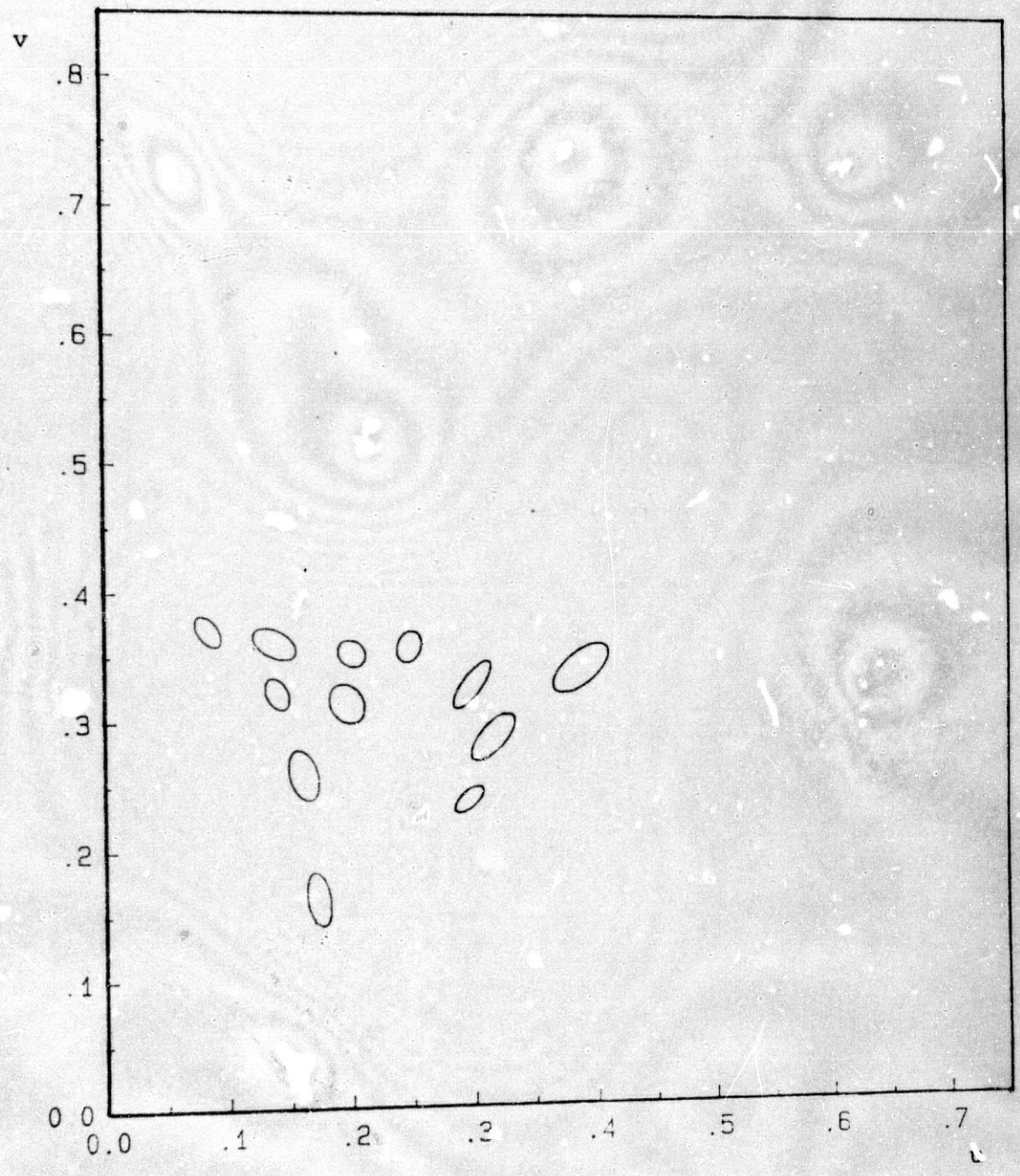


Figura 5.28. Observador AH. Sistema UCS-CIE 1960.

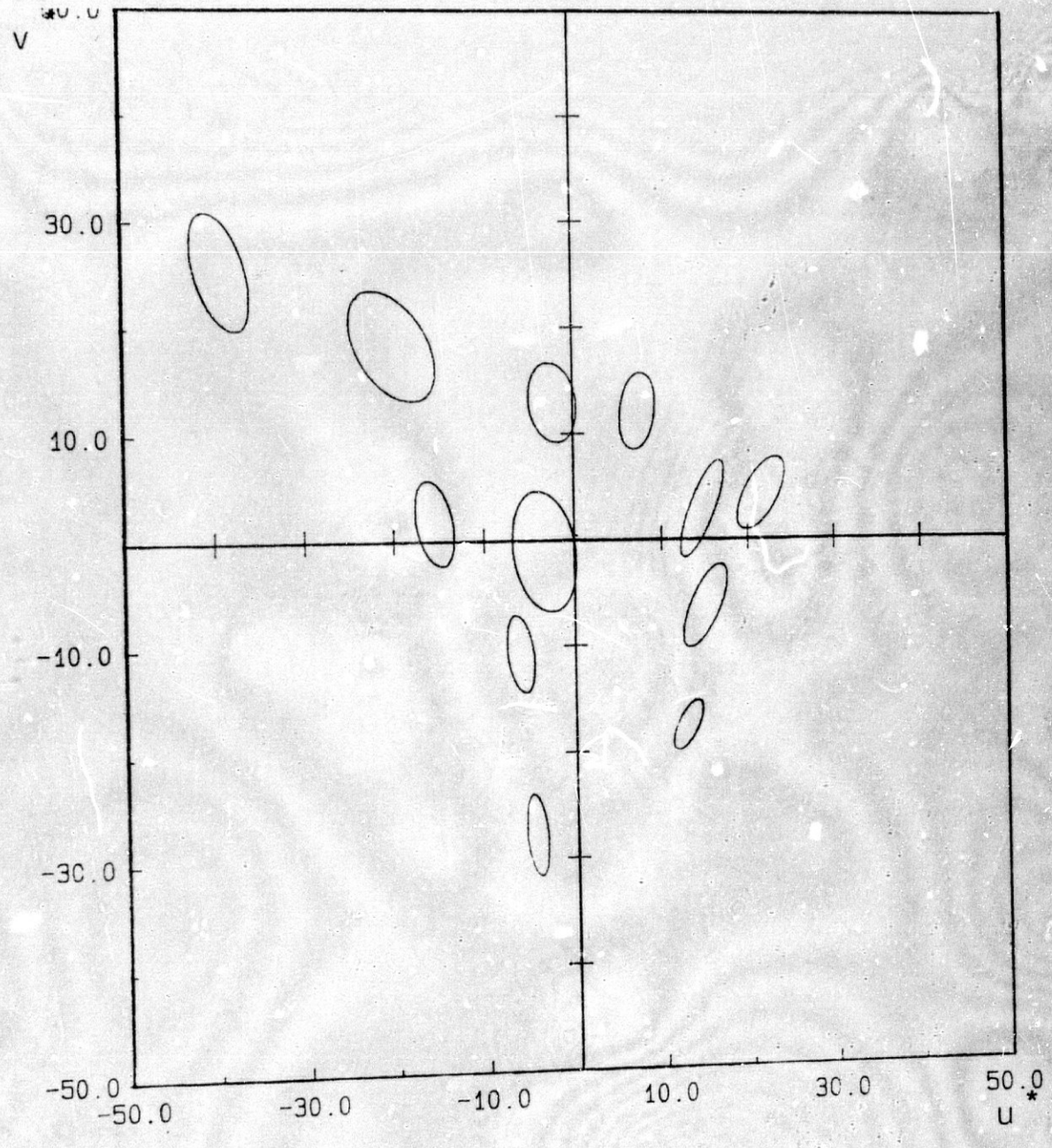


Figura 5.29. Observador AH. Sistema CIELUV.

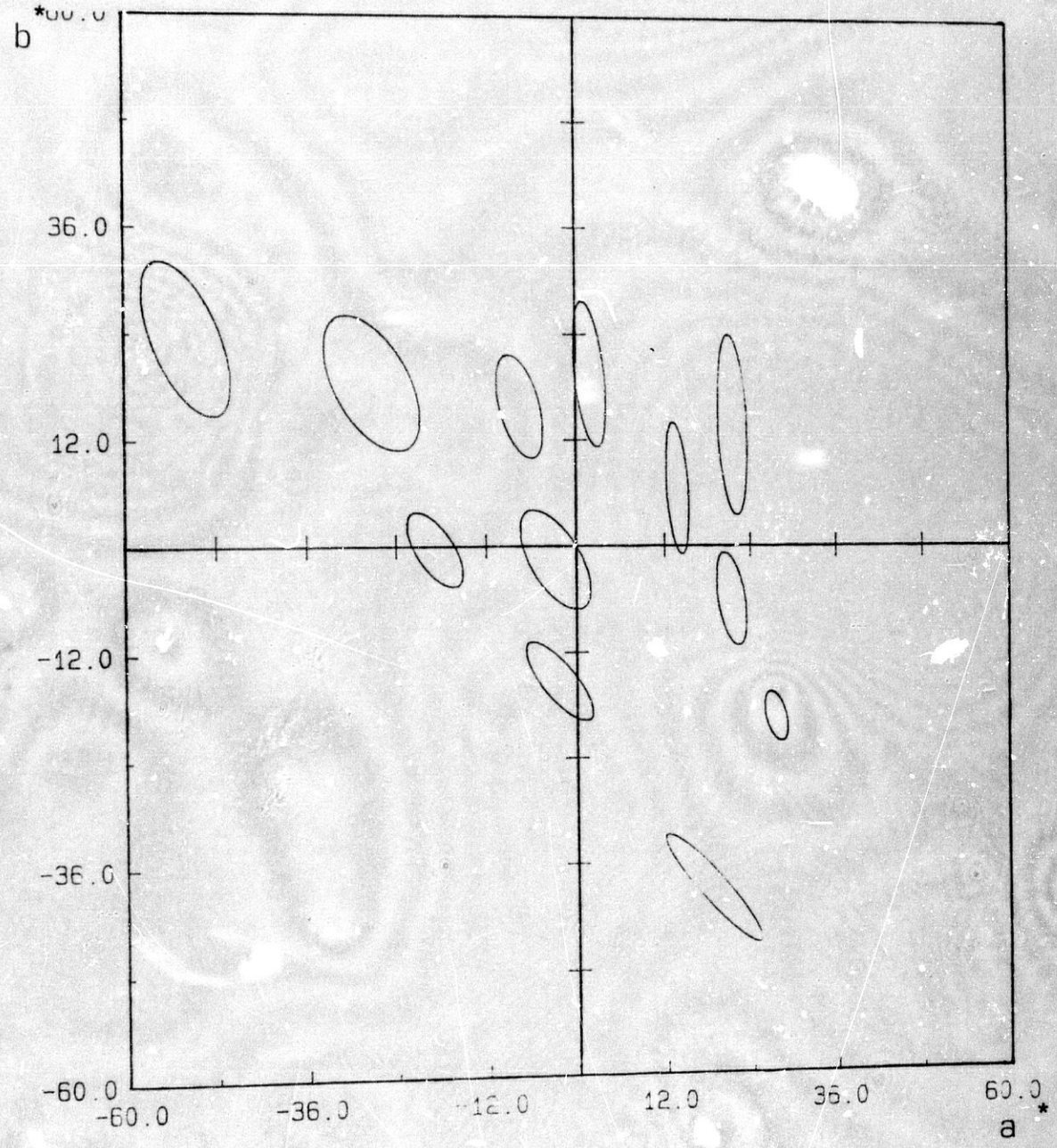


Figura 5.30. Observador AH. Sistema CIELAB.

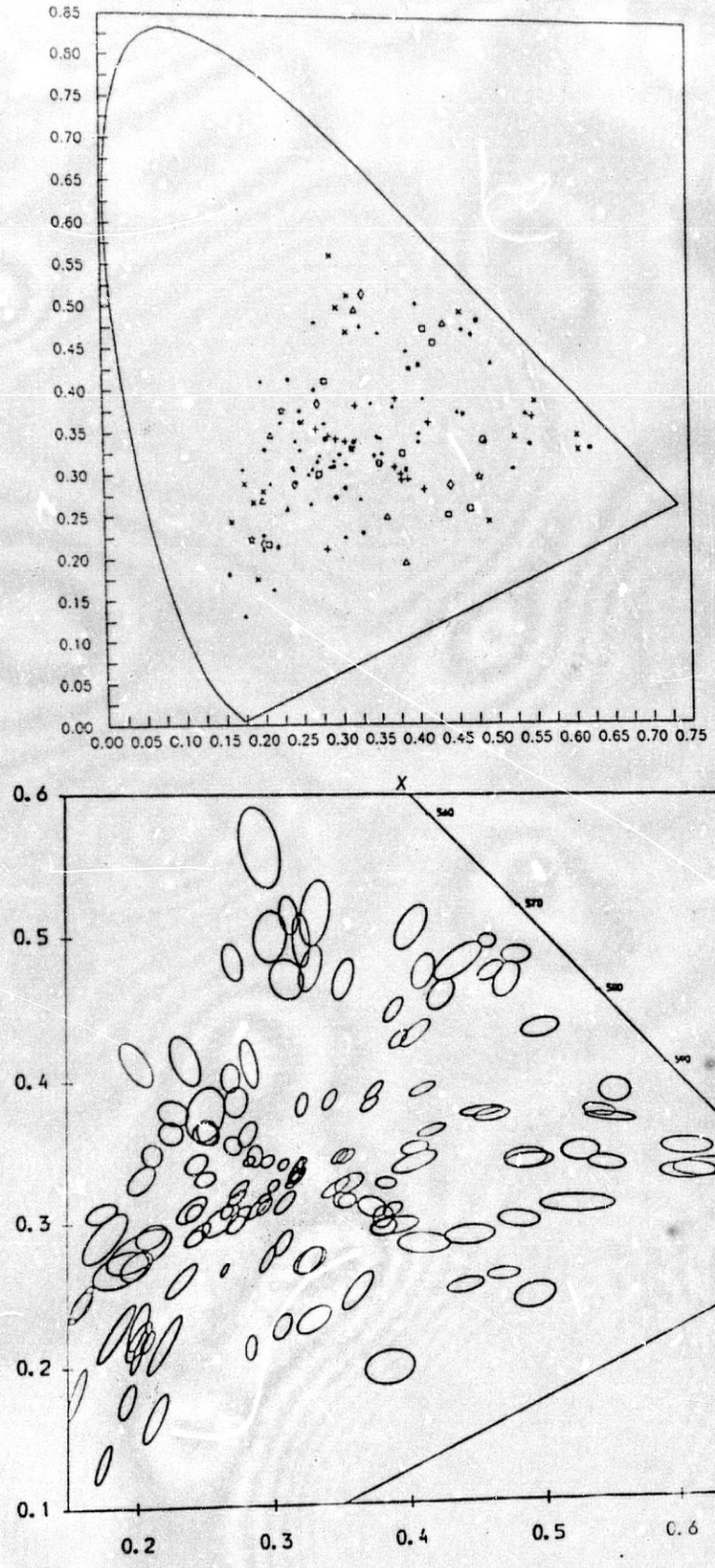


Figura 5.31. Centros de las elipses recopiladas por Luo-Rigg y elipses finalmente obtenidas en el diagrama x, y (aumentadas 1,5 veces)

un punto cualquiera, respecto a otros puntos próximos. En dicha figura se indica también la localización en el diagrama CIE-64 de los diferentes estímulos estudiados, utilizando símbolos diferentes para cada una de las fuentes de datos utilizadas. El trabajo desarrollado por Luo y Rigg está muy en conexión con las primeras etapas de las recientes recomendaciones de la CIE, Robertson (1978), por lo que resulta de interés su comparación con nuestros resultados experimentales en colorímetros visuales, así como también el estudio de la adecuación de las distintas fórmulas de diferencia de color a dichos resultados. Por brevedad omitiremos aquí las tablas de resultados experimentales de las 131 elipses de discriminación de este trabajo, que pueden encontrarse en la bibliografía citada.

CAPITULO 6 .

ANALISIS Y DISCUSION DE RESULTADOS

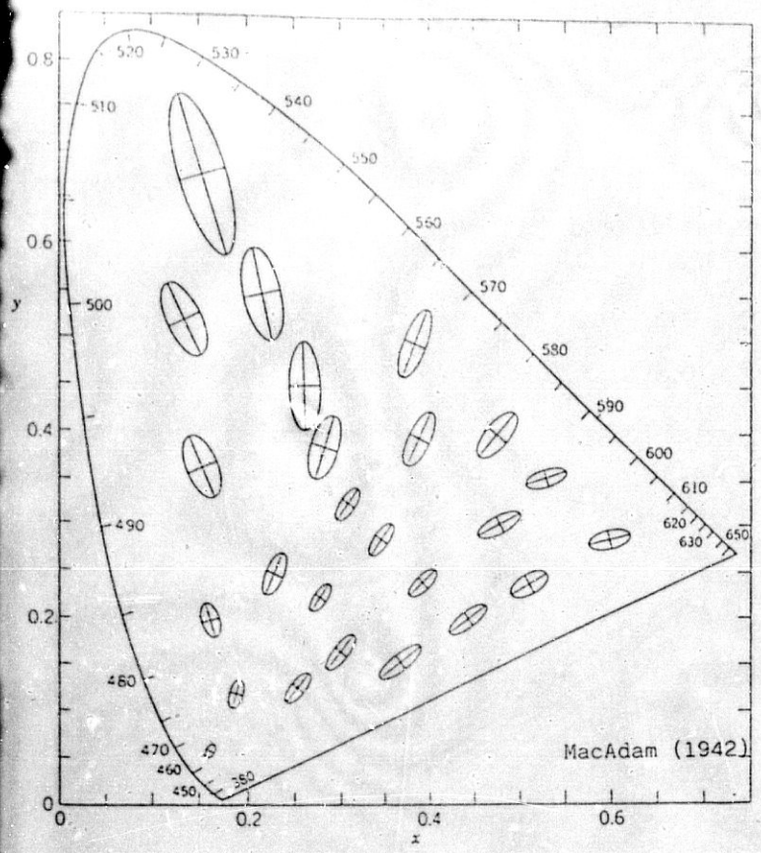
6. ANALISIS Y DISCUSION DE RESULTADOS

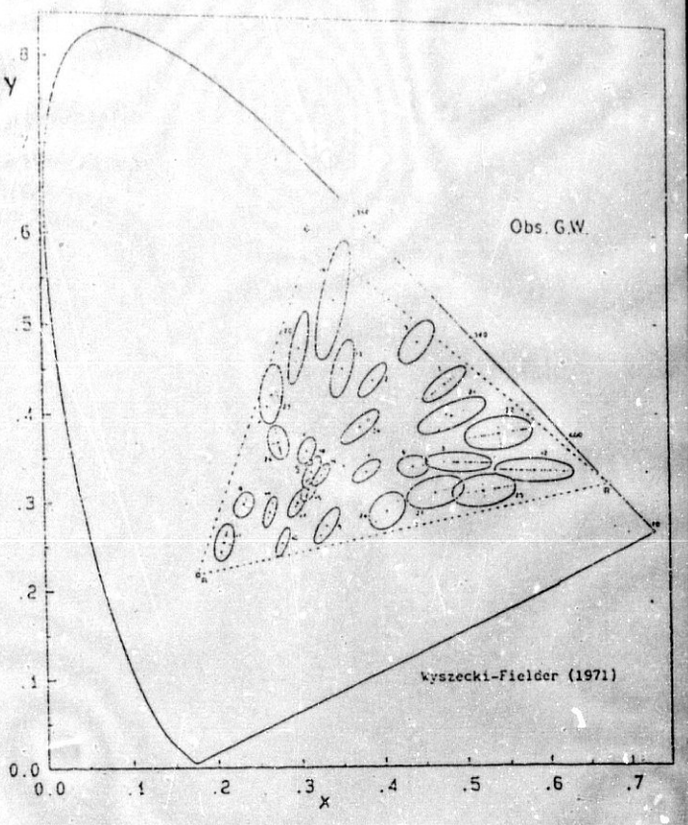
La figura 6.1 muestra una primera comparación entre nuestros resultados experimentales y los obtenidos en otros trabajos clásicos con colorímetros visuales (MacAdam, 1942; Brown-MacAdam, 1949; Wyszecki-Fielder, 1971) en el sistema CIE-1931.

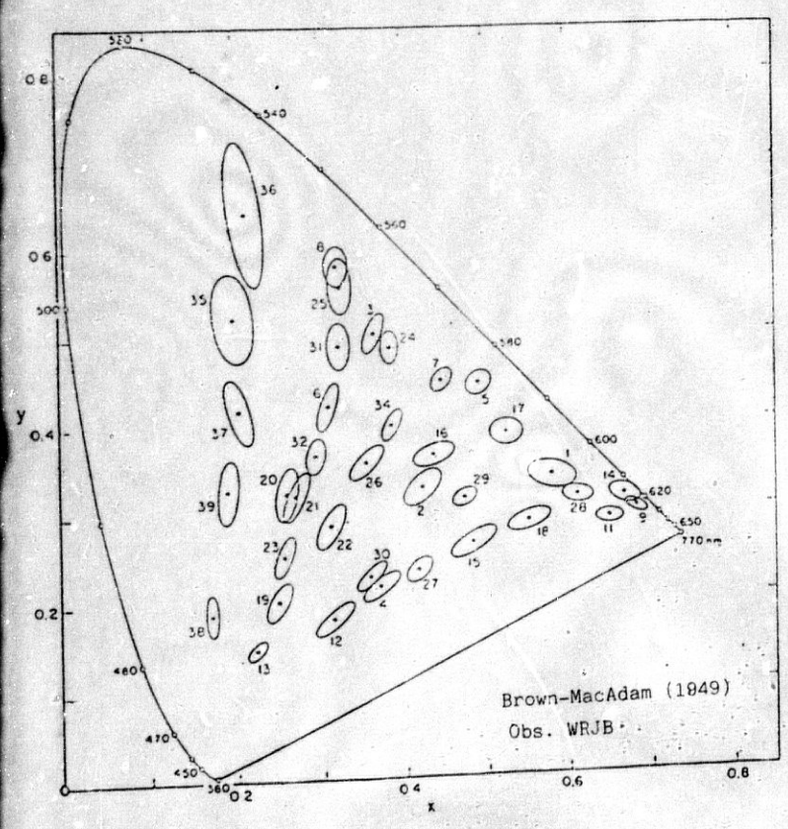
Puede apreciarse una semejanza global entre los distintos conjuntos de elipses, si bien se observan también diferencias, cuya justificación es lógica en base a varios motivos y principalmente teniendo en cuenta las distintas condiciones experimentales y métodos de ajuste de los diferentes autores. De todos modos las variaciones observadas entre diferentes trabajos son comparables en algunos casos a las que se obtienen entre los distintos observadores de una misma investigación.

El hecho de que los trabajos citados analicen diferentes puntos del diagrama cromático introduce cierta dificultad para poder comparar con exactitud resultados, si bien es cierto también que podemos extraer diversas conclusiones relativas a nuestros resultados experimentales.

Así, nuestro estudio en particular presenta un barrido suficientemente significativo de las diferentes zonas del diagrama cromático; tan solo no se analizó parte de la zona del verde o verde azulado al ser difícilmente accesible en base al conjunto de filtros que utilizamos como primarios y dado el tamaño de los umbrales en esta zona. Por contraposición el trabajo de Wyszecki-Fielder (1971) realiza







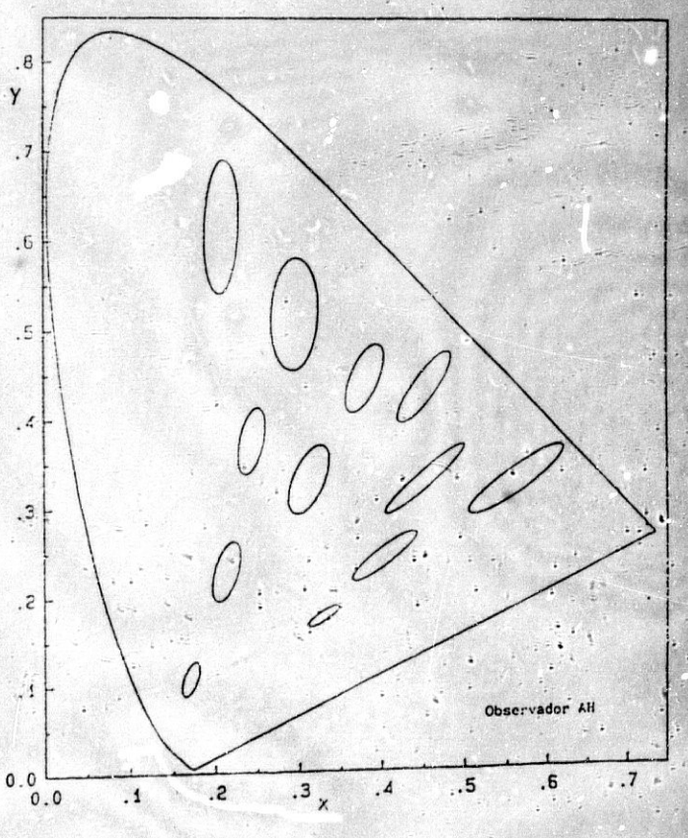


Figura 6.1. Umbrales de discriminación cromática medidos con colorímetros visuales (se usan distintos factores de escala para facilitar la visualización de las elipses).

un estudio para una zona bastante restringida del diagrama; quizá sea precisamente este trabajo el que, de un modo global, presenta más discrepancias respecto de los otros tres.

Las elipses de Brown-MacAdam (1949) presentan ciertas discontinuidades leves respecto a sus orientaciones. En particular hay algunas orientaciones negativas en la zona de los rojos que resultan singulares. Las orientaciones de nuestras elipses son muy similares a las de las de MacAdam (1942) y guardan bastante continuidad de unos puntos a otros. Estas orientaciones son similares a las de Brown-MacAdam (1949) y algo superiores, en términos generales, a las del trabajo de Wyszecki-Fielder (1971).

Las relaciones de semiejes de nuestras elipses son también semejantes a las de los demás trabajos, como se deduce de la similitud observada en las formas de las elipses. Tan sólo quizá hay valores algo elevados en la zona de los rojos que no se dan en los trabajos de MacAdam (1942) y Brown-MacAdam (1949), pero que sí parecen apreciarse en el de Wyszecki-Fielder (1971).

Tan sólo hay que destacar, respecto a nuestro trabajo, la discrepancia en los tamaños de las elipses, en relación a los demás autores. En las gráficas de la figura 6.1 los tamaños de las elipses de MacAdam (1942) y Brown-MacAdam (1949) se han multiplicado por un factor 10, las de Wyszecki-Fielder (1971) por un factor 5 y las nuestras por un factor 2. Estas discrepancias de tamaños o areas tienen su origen sobre todo en los diferentes métodos de ajuste estadístico de los resultados que se han utilizado. Así, mientras que MacAdam (1942) y Brown-MacAdam (1949) analizan las desviaciones típicas de las igualaciones, en nuestro caso procedemos a un ajuste que engloba el 95% de las veces en que se consideró que había una igualación, lo que origina lógicamente umbrales bastante mayores. Este método es más

similar al utilizado por Wyszecki-Fielder (1971), si bien respecto de éste también nos separan algunas diferencias entre las que cabe citar, por ejemplo, el número de puntos utilizado para construir los umbrales (muy superior en nuestras experiencias), el tipo de campos de observación y circundante, etc.

Con todo, consideramos que nuestros resultados experimentales reflejan adecuadamente en promedio el comportamiento de observadores normales, guardando también estrecha relación respecto de otros trabajos previos, clásicos en el campo de la Colorimetría Diferencial.

Por otro lado, de acuerdo con nuestro planteamiento inicial, estamos interesados también en evaluar la adecuación de los resultados experimentales obtenidos a las previsiones de diferentes fórmulas de diferencia de color, entre las que se encuentran las actualmente propuestas por la CIE (CIELUV, CIELAB y LABNHU) y las dos deducidas en nuestro laboratorio (FDC y FDC-Z) en base a los coeficientes métricos aportados por MacAdam (1943). Obsérvese que, en definitiva, ese es el objetivo final de la Colorimetría, analizar resultados experimentales y encontrar fórmulas teóricas o modelos que los predigan.

En un trabajo previo, Romero et al. (1989), se han comparado las previsiones de estas 5 fórmulas con los resultados experimentales de MacAdam (1942), Brown-MacAdam (1949) y Wyszecki-Fielder (1971). Esta comparación se ha realizado en primer lugar de modo gráfico representando (para la orientación, relación de semiejes y area) los valores experimentales frente a los previstos teóricamente por las distintas fórmulas de diferencia de color. En segundo lugar se ha llevado a cabo una comparación numérica entre las elipses experimentales y las teóricas, conforme al

método propuesto por MacAdam (1964) y desarrollado por Wyszecki-Fielder (1971), al que antes nos hemos referido. El resultado de esta última comparación nos da unas desviaciones cuadráticas medias y desviaciones medias absolutas de ambos conjuntos de elipses, para cada una de las fórmulas estudiadas. Este resultado se recoge en la tabla 6.1 y, junto a la comparación por el método gráfico, constituye un buen punto de apoyo de las fórmulas deducidas en nuestro laboratorio frente a las otras analizadas.

Conviene recordar que nuestras fórmulas de diferencia de color se han obtenido procurando usar funciones matemáticas lo más sencillas posible para las expresiones analíticas de los coeficientes métricos. Esta idea puede soportarse también porque las pequeñas dispersiones entre observadores en los resultados experimentales tal vez no aconsejen una excesiva sensibilidad en el ajuste de distancias justamente perceptibles. Aunque el acuerdo con algunos resultados experimentales (p.e Wyszecki, 1971) podría pensarse que no es excesivamente bueno, lo cierto es que tampoco resulta ser inferior, en ningún caso, a los que proporcionan las fórmulas CIELUV y CIELAB actualmente recomendadas.

Por lo que respecta a la aplicación de las distintas fórmulas de diferencia de color a nuestros resultados experimentales en cada uno de los 12 estímulos estudiados hemos calculado en primer lugar, para cada uno de los observadores, las diferencias en la orientación y relación de semiejes experimentales y calculadas teóricamente, en base a los coeficientes métricos previstos por cada fórmula. Se ha calculado también el cociente entre las areas de las elipses de discriminación cromática experimentales y teóricamente previstas. Los resultados se recogen en las figuras 6.2, 6.3 y 6.4.

Puede observarse (figura 6.2) que, en casi todos los

		MacAdam (1942)	Brown-MacAdam (1949) Obs: WRJB.	Wyszecki-Fielder (1971) Obs: GW.
CIELUV	$\langle e^2 \rangle^{1/2}$	0.359	0.393	0.539
	$\langle d \rangle$	0.276	0.327	0.391
CIELAB	$\langle e^2 \rangle^{1/2}$	0.491	0.404	0.507
	$\langle d \rangle$	0.391	0.304	0.396
LABNHU	$\langle e^2 \rangle^{1/2}$	0.491	0.385	0.440
	$\langle d \rangle$	0.382	0.299	0.355
FDC	$\langle e^2 \rangle^{1/2}$	0.253	0.273	0.473
	$\langle d \rangle$	0.210	0.221	0.366
FDC - Z	$\langle e^2 \rangle^{1/2}$	0.180	0.295	0.411
	$\langle d \rangle$	0.132	0.232	0.335

Tabla 6.1. Resultados de la comparación numérica de diferentes resultados experimentales con las previsiones de varias fórmulas de diferencia de color.

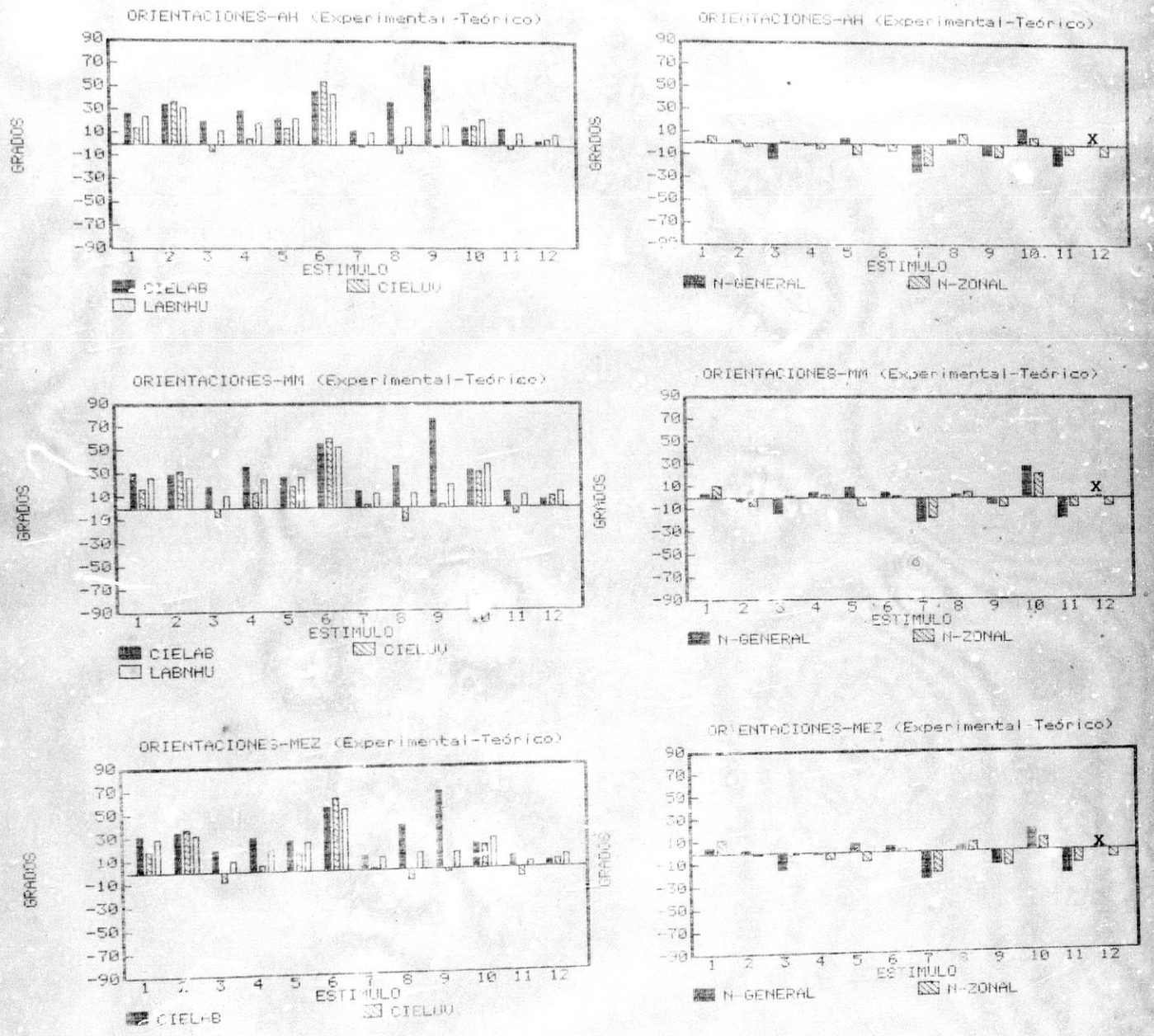


Figura 6.2. Adecuación de nuestros resultados experimentales de orientaciones a diversas fórmulas de diferencia de color.

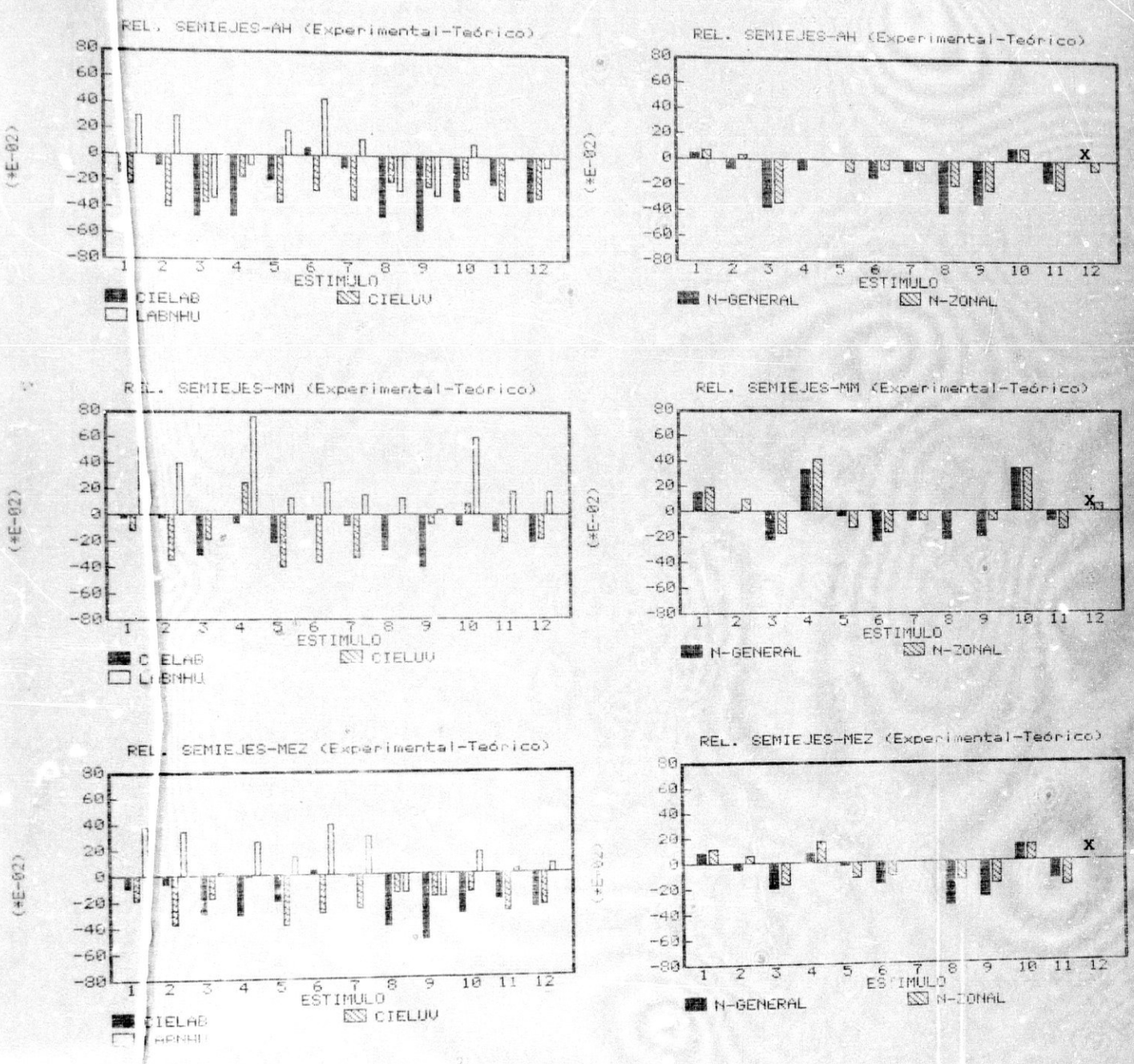
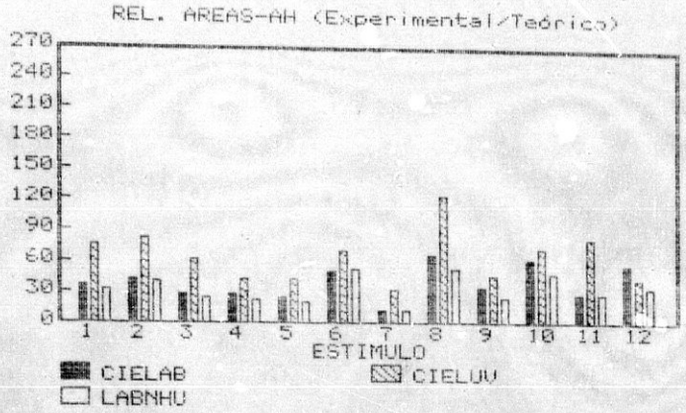
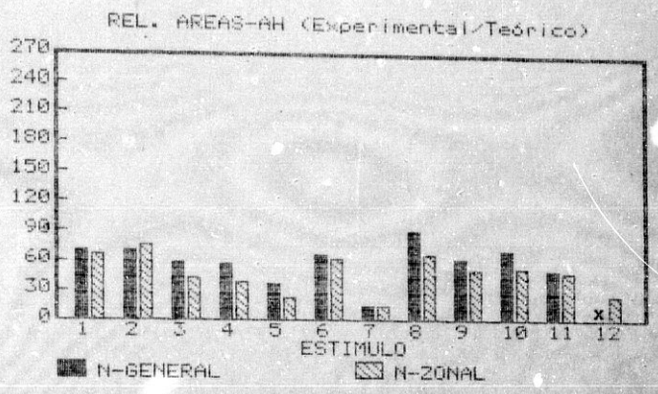
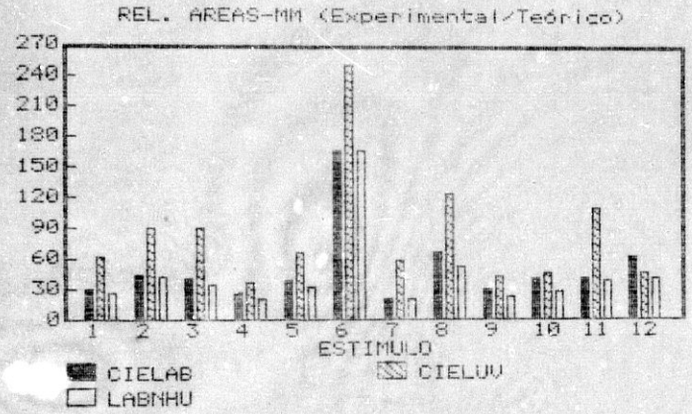
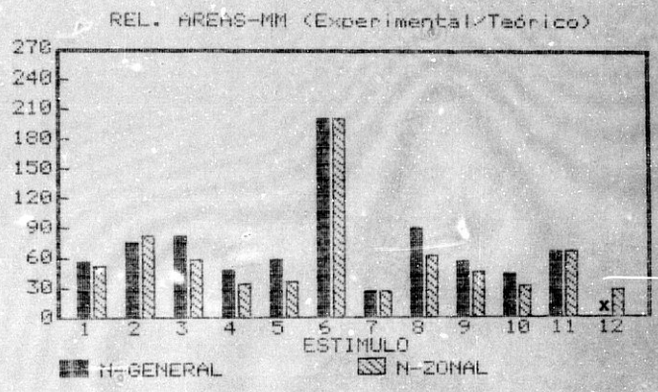


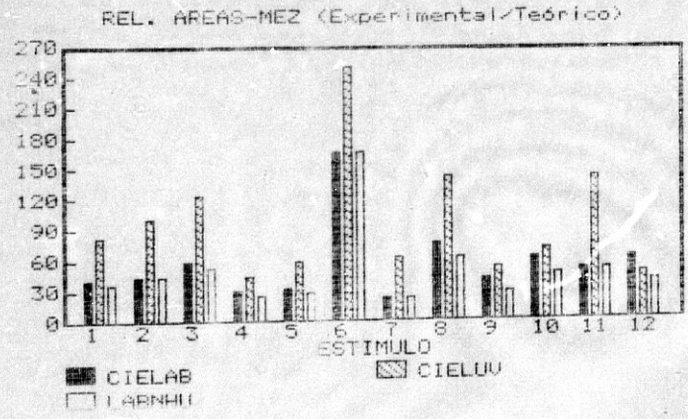
Figura 6,3. Adecuación de nuestros resultados experimentales de relación de semiejes a diversas fórmulas de diferencia de color.











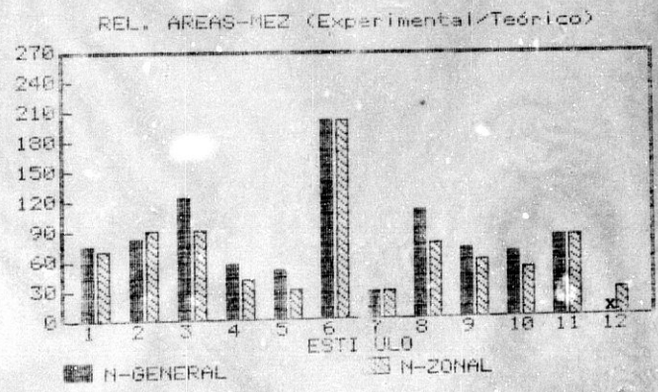


Figura 6.4. Adecuación de nuestros resultados experimentales de areas a diversas fórmulas de diferencia de color.

casos, las fórmulas actualmente recomendadas dan orientaciones inferiores a las obtenidas experimentalmente, siendo en muchas ocasiones significativa la diferencia con el valor experimental (más de 20 grados). Por el contrario las fórmulas propuestas por nosotros se ajustan bastante bien a los resultados experimentales: tan solo destaca una leve desviación en los estímulos 7 y 11, ambos pertenecientes a la zona de los púrpuras, que, como en otros casos, es parcialmente corregida al usar las fórmulas zonales (FDC-Z).

Por lo que respecta a las relaciones de semiejes (figura 6.3) es también notable la discrepancia entre los valores previstos por las expresiones CIELAB, CIELUV y LABNHU y los resultados experimentales. Se observa que con CIELUV y CIELAB se preveen valores más elevados de la relación de semiejes que con LABNHU. Las fórmulas deducidas por nosotros no dan en este punto tan buen resultado como en el caso de previsión de los valores experimentales de las orientaciones, si bien sí se aproximan más que las demás fórmulas citadas. Para los observadores AH y ME las discrepancias más acusadas se dan en la zona de los naranjas y rojos (estímulos 3, 8 y 9) mientras que para el observador MM aparecen también diferencias en la zona limítrofe de los amarillos verdosos (estímulos 4 y 10). Puede también comprobarse que en muchos casos las fórmulas por zonas mejoran en este punto el resultado obtenido con la fórmula general FDC y en cualquier caso, como acabamos de indicar, no dan mejores resultados las demás fórmulas actualmente recomendadas.

Respecto a las areas de las elipses de discriminación cromática (figura 6.4), en todos los casos los valores experimentales son superiores a los previstos teóricamente por las fórmulas en un factor del orden de 30 o superior. No existe sin embargo un factor de escala adecuado que permita ajustar los valores teóricos a los experimentales, para

ninguna de las fórmulas estudiadas. Las areas obtenidas indican que las diferencias de color estudiadas son de mayor tamaño que las mínimas diferencias perceptibles obtenidas por MacAdam (1942) y llegan a ser del mismo orden que los umbrales de discriminación obtenidos para objetos de color (Luo-Rigg, 1986). Este hecho era de esperar sobre todo como consecuencia de las diferencias existentes en el método que seguimos nosotros para obtener el umbral, considerando el 95% de los casos en que diferentes estímulos, aleatoriamente presentados, son considerados iguales al estímulo de referencia. Por último, cabe indicar el elevado valor del área obtenida por el observador MM en el estímulo 6, correspondiente a la zona de los azules, que fué cronológicamente el primero de todos los que midió este observador.

En términos generales parece ser que las fórmulas FDC y FDC-Z, a pesar de sus limitaciones, obtienen resultados superiores a los de las restantes fórmulas en la predicción de nuestros resultados experimentales de discriminación cromática. Para constatar este punto con mayor claridad hemos utilizado de nuevo el método de comparación numérica de dos conjuntos de elipses sugerido por MacAdam (1964) y empleado por Wyszecki (1971) a fin de obtener una apreciación global de la adecuación de las distintas fórmulas a nuestros resultados experimentales. La tabla 6.2 muestra los resultados para cada uno de los observadores.

Efectivamente se observa que los resultados alcanzados con FDC y FDC-Z son superiores en todos los casos, seguidos por los resultados que prevee la fórmula CIELUV, particularmente recomendada para los trabajos con observaciones en modo de apertura. También pudiera objetarse que las fórmulas FDC-Z no mejoran los resultados alcanzados por FDC (salvo para el observador AH); a este respecto hay que tener en cuenta que el número de puntos experimentales que tenemos en cada zona es muy bajo para considerar como

		Observador AH	Observador MM	Observador ME
CIELUV	$\langle e^2 \rangle^{1/2}$	0.353	0.526	0.446
	$\langle d \rangle$	0.286	0.338	0.319
CIELAB	$\langle e^2 \rangle^{1/2}$	0.453	0.707	0.592
	$\langle d \rangle$	0.362	0.397	0.377
LABNHU	$\langle e^2 \rangle^{1/2}$	0.430	0.799	0.662
	$\langle d \rangle$	0.334	0.410	0.374
FDC	$\langle e^2 \rangle^{1/2}$	0.339	0.334	0.326
	$\langle d \rangle$	0.251	0.231	0.263
FDC - Z	$\langle e^2 \rangle^{1/2}$	0.305	0.363	0.331
	$\langle d \rangle$	0.251	0.261	0.273

Tabla 6.2. Resultados de la comparación numérica de nuestros datos experimentales con las previsiones de distintas fórmulas de diferencia de color.

definitiva esa observación: en concreto disponemos de 2 puntos en la zona de los azules (estímulos 5 y 6), 3 en la de los verdes (estímulos 5, 10 y 12), 2 en la de los naranjas (estímulos 4 y 9), 4 en la de los rojos (estímulos 3, 7, 8 y 11) y 1 en la región de acromáticos (estímulo 1). De todos modos el uso de las fórmulas FDC-Z es imprescindible en particular en nuestro caso para el estímulo 12, en el que la fórmula FDC conduce a un valor no real de uno de los semiejes de la elipse de discriminación, lo cual carece de sentido físico y es imputable al ajuste realizado para el cálculo de FDC. De otra parte, los resultados de FDC-Z para diferentes conjuntos de datos experimentales, con un mayor número de puntos en cada una de las regiones, son muy positivos (vease tabla 6.1) y este procedimiento de utilización de fórmulas distintas para diferentes regiones del diagrama cromático ha sido sugerido por diversos autores (Kuenhi, 1982) ante las dificultades de alcanzar una fórmula general satisfactoria.

Otro aspecto de interés en relación a los resultados anteriores es el hecho de la consistencia o reproducibilidad asociada a los resultados de discriminación cromática. Se han realizado algunos estudios de la variabilidad de los umbrales de discriminación correspondientes a distintos observadores ó a un sólo observador en diferentes sesiones experimentales (Wyszecki, 1971); incluso se ha llegado a cuestionar la validez del esfuerzo para ajustar a unos determinados resultados experimentales una fórmula capaz de predecir tolerancias o diferencias de color (Lozano, 1988; Witt, 1987).

Si bien las capacidades de discriminación de distintos observadores normales no tienen por qué ser análogas, ni lo son de hecho, cuando se calculan umbrales de discriminación

utilizando un elevado número de puntos y con un método experimental apropiado, como pensamos que es en nuestro caso, las discrepancias entre observadores en la mayoría de los casos no suelen ser tan altas como a veces se ha indicado. Hemos calculado los valores medios y desviaciones del valor absoluto de la diferencia de orientación y relación de semiejes de diferentes parejas de observadores (todos los resultados referidos al sistema CIE-31): observadores GF y GW de Wyszecki, 1971; observadores WRJB y PGN de Brown-MacAdam, 1949; observadores JR y LJ de Hita et al. (1987) y observadores AH y MM de la presente memoria. También se ha hallado para estas parejas la diferencia de las areas de los umbrales, normalizada al valor medio. Los resultados se recogen en la tabla 6.3.

Como se observa las variaciones entre observadores, en particular en orientaciones, son pequeñas en nuestros trabajos. Según nuestros resultados las divergencias principales parecen darse en la zona de los amarillos verdosos (estímulos 4 y 10), como también se observa en algunos estímulos próximos del trabajo de Brown-MacAdam (1949). La figura 6.5 recoge en el diagrama CIE-31 las elipses de nuestros observadores AH, MM y ME simultaneamente, duplicados los valores de sus semiejes para facilitar la visualización, a efectos comparativos.

Los resultados anteriores son también bastante orientadores de cara a valorar la significación de las posibles diferencias entre unos resultados experimentales y los teóricamente previstos por las fórmulas de diferencia de color, como antes hemos analizado.

Parte de los resultados antes citados, correspondientes a los observadores JR y LJ, se refieren a un trabajo previo (Hita et al., 1986), en el que se calcularon los umbrales de discriminación en 5 de los 12 estímulos ahora estudiados (los designados como 6 a 10). Las condiciones de ese trabajo

	$\lvert Orientación1 - Orientación2 \rvert$	$\lvert Rel.Sem1 - Rel.Sem2 \rvert$	$\frac{\lvert Area1 - Area2 \rvert}{\left\{ \frac{Area1 + Area2}{2} \right\}}$
Wyszecki - Fielder (1971) Número de estímulos=28	Media = 12.7º Desviación= 12.2º	Media= 0.12 Desviación= 0.09	Media= 0.32 Desviación= 0.24
Brown - McAdam (1949) Número de estímulos=39	Media = 11.5º Desviación= 9.4º	Media= 0.11 Desviación= 0.09	Media= 0.45 Desviación= 0.31
JR - LJ (1984) Número de estímulos=20	Media = 2.5º Desviación= 3.1º	Media= 0.06 Desviación= 0.05	Media= 0.38 Desviación= 0.25
AH - MM Número de estímulos=12	Media = 4.6º Desviación= 3.1º	Media= 0.14 Desviación= 0.10	Media= 0.30 Desviación= 0.27

Tabla 6.3. Variabilidad de resultados de discriminación de algunas parejas de observadores.

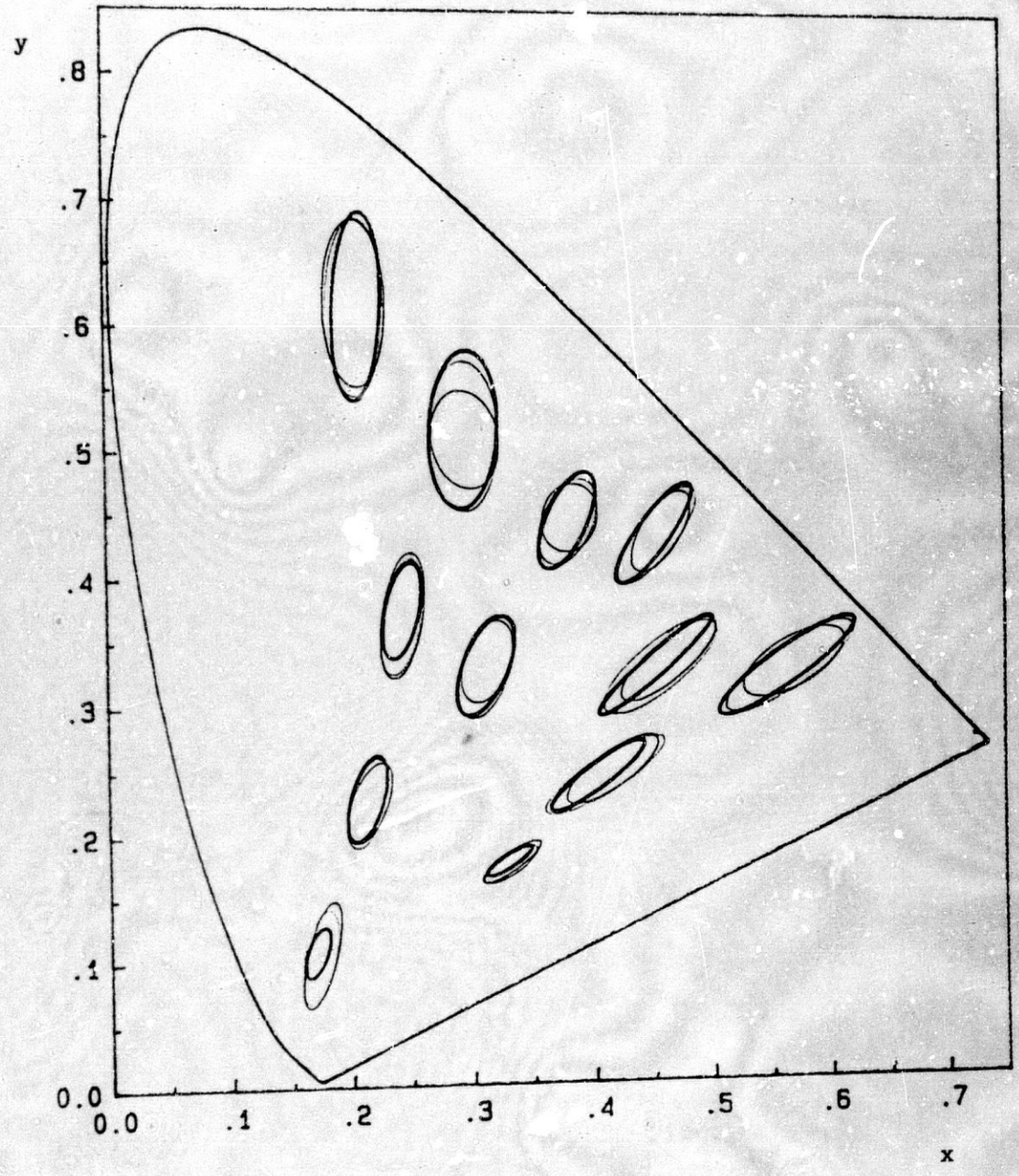
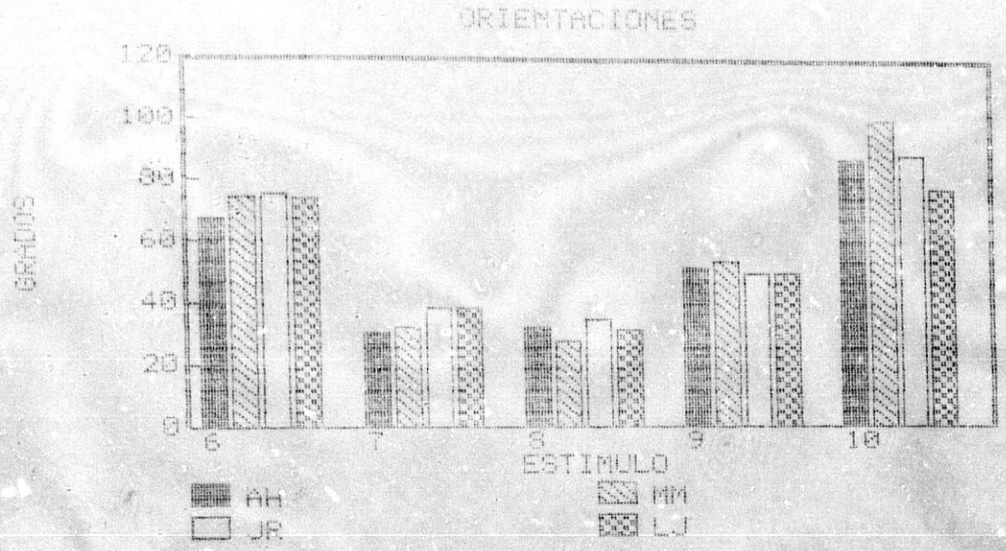


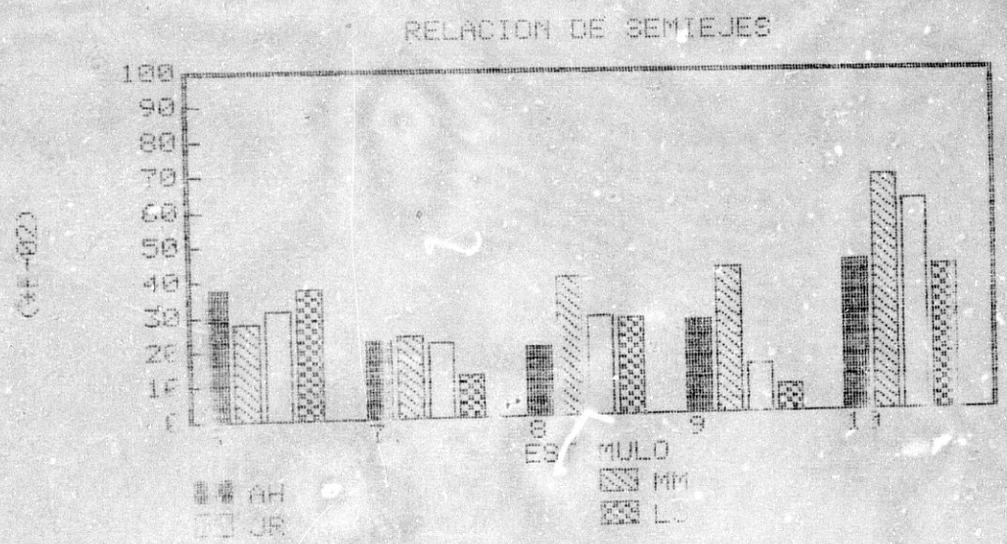
Figura 6.5. Resultados de los observadores AH, MM y ME en el sistema CIE-31.

son muy próximas al nuestro salvo que allí se utilizó visión maxweliana y aquí visión directa. Los resultados comparativos respecto a los dos tipos de visión pueden deducirse de la figura 6.6, en la que se observa una notable concordancia, salvo quizá en la región de los verdes (estímulo 10), como antes indicábamos.

Respecto a la representación de nuestros resultados experimentales en los sistemas CIELUV, CIELAB y CIE-UCS 1960 (figuras 5.28 a 5.30 del capítulo precedente), destaca ante todo la uniformidad que parece presentar el sistema CIE-UCS 1960, como también se deducía de otros resultados anteriores (Hita et al. 1987). Ya que la obtención de un sistema de representación del color uniforme es uno de los problemas clásicos de la Colorimetría hemos evaluado este aspecto, sobre los datos del observador AH, comparando 4 sistemas de representación. Hemos calculado para cada sistema la relación de semiejes media y la desviación típica del ángulo de orientación de la sección principal de cromaticidad, parámetros ambos representativos de la uniformidad local de cada sistema (isotropía). Además se ha calculado también la desviación típica del radio medio de la sección principal, normalizado a su valor máximo en cada uno de los sistemas, como representativa de los cambios entre distintas zonas locales (homogeneidad). Los resultados se recogen en la tabla 6.4 y confirman la mayor uniformidad del sistema CIE-UCS 1960, propuesto por MacAdam principalmente ante la carencia de uniformidad del sistema CIE-31, que también podemos constatar.

La representación de nuestros resultados en los sistemas CIELUV y CIELAB se ha realizado ajustando el elipsoide de discriminación nuevamente en dichos espacios, una vez realizada la transformación de cada punto experimental, como ya se indicó. En el sistema CIELAB no se





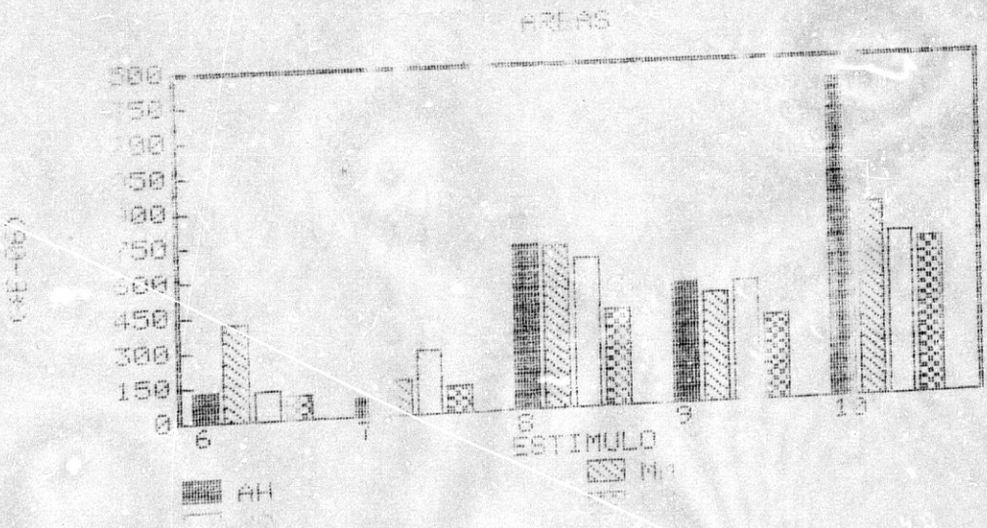


Figura 6.6. Comparación entre resultados obtenidos con visión maxweliana (JR y LJ) y con visión directa (AH y MM).

	CIE-31	UCS-60	CIELUV	CIELAB
Relación de semiejes	0.31	0.57	0.47	0.36
Desviación típica de las orientaciones	19.73	38.18	40.93	41.62
Desviación típica de radio medio normal	0.22	0.14	0.18	0.19

Tabla 6.4. Comparación de algunos parámetros característicos de la uniformidad de distintos sistemas.

observa en todos los casos que la discriminación en tono sea inferior a la discriminación en croma, como suele considerarse. En particular para los estímulos de tonalidad roja (ángulo de tono próximo a 0 grados), la orientación resulta bastante anómala, lo que ya ha sido puesto de manifiesto anteriormente y fué uno de los motivos que llevó a la elaboración del sistema LABNHU (Richter, 1980). La falt de uniformidad es también clara para el sistema CIELAB y, por ejemplo, las elipses de croma alto (estímulos de tonalidad verdosa) son de bastante mayor tamaño que las demás. La interpretación de los umbrales obtenidos en el CIELUV en términos de variaciones de croma y de tono tampoco resulta satisfactoria.

Volviendo de nuevo al comienzo de nuestro análisis de resultados, las mejoras introducidas por las fórmulas FDC y FDC-Z nos sugirieron la posibilidad de realizar un análisis comparativo más general. A ello nos impulsa también el interés industrial del conocimiento de las tolerancias cromáticas de objetos y el tamaño de los umbrales de discriminación obtenidos según nuestro método experimental. A fin de analizar resultados de discriminación cromática con objetos de color hemos escogido como base de datos el trabajo de Luo-Rigg (1986), recopilación de otros 13 trabajos previos en esta materia, como ya indicamos.

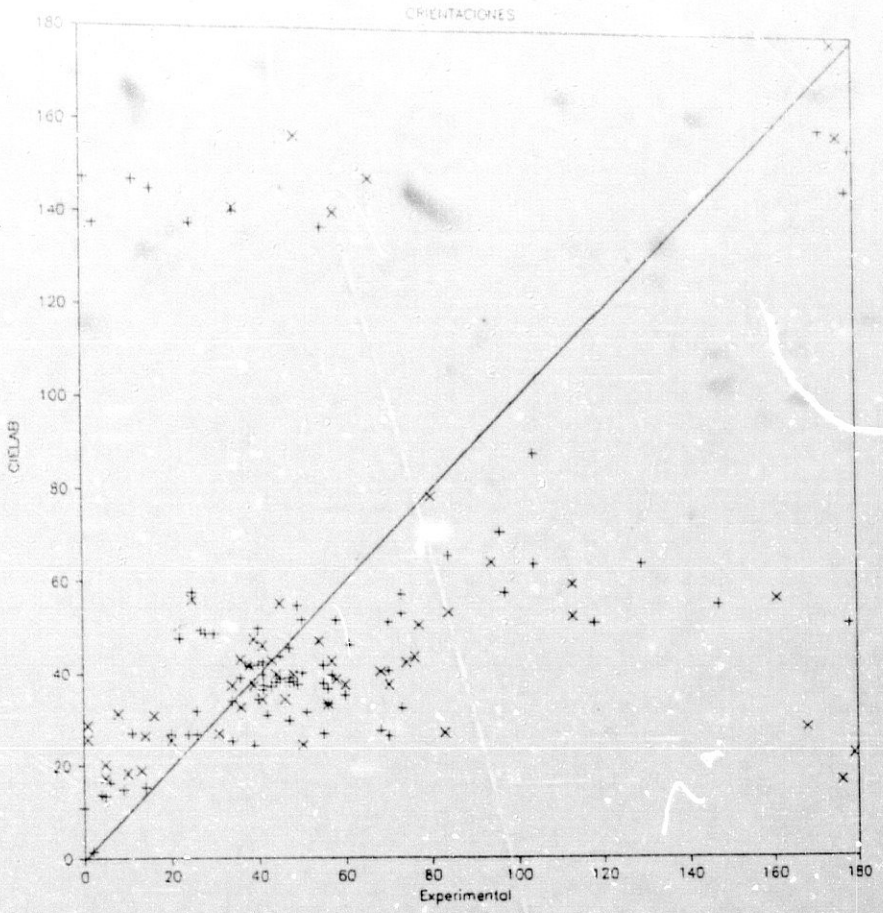
A priori hay que tener en cuenta que las variables experimentales usadas en las investigaciones con observaciones en modo de objeto suelen diferir bastante de las correspondientes a observaciones en modo de apertura, como las realizadas por nosotros: por ejemplo, número mucho más reducido de muestras y más amplio de observadores, mayor separación de las muestras, etc. Igualmente los procedimientos de cálculo de los umbrales suelen ser bastante diversos ya que con superficies suele acudirse a

técnicas de ordenación o escalonamiento o a comparaciones con una diferencia de color patrón en experiencias del tipo de las denominadas de aceptación/rechazo, etc. Respecto de este último punto a veces el cálculo de los umbrales no ha estado exento de críticas, al deducirse elipses de discriminación en base a tolerancias de croma y de tono, como suele realizarse en algunos problemas industriales (Kuenhi, 1982). Con todo ello no es de extrañar que aparezcan diferencias importantes entre las elipses obtenidas por Luo-Rigg y las correspondientes a colorímetros visuales, si bien estamos interesados en estudiar más detenidamente este aspecto.

Las figuras 6.7, 6.8 y 6.9 recogen los resultados experimentales de Luo-Rigg frente a los previstos por las fórmulas FDC y CIELAB. La comparación se realiza por separado para las orientaciones, la relación de semiejes y las areas de las elipses de discriminación, usando en este último caso una doble escala logarítmica como suele ser usual (Wyszecki, 1971). Se indican con cruces aquella parte de los resultados de Luo-Rigg correspondiente a datos en experiencias de perceptibilidad (79 centros) y con aspas los correspondientes a las de aceptabilidad (52 centros).

Hay que decir que la fórmula FDC es aplicable en los 131 estímulos tratados, sin que sea preciso acudir a las fórmulas por zonas FDC-Z, de cuyo uso hemos prescindido en este apartado por la dificultad de discernir de forma objetiva la zona a la que deben asignarse algunos de los puntos, dada la proximidad entre ellos. Por otro lado se usa también como término de comparación la fórmula CIELAB, por haber sido recomendada particularmente por la CIE para objetos de color.

Se observa que las discrepancias entre resultados experimentales y teóricos son considerables para ambas fórmulas. La dispersión en orientaciones y relaciones de



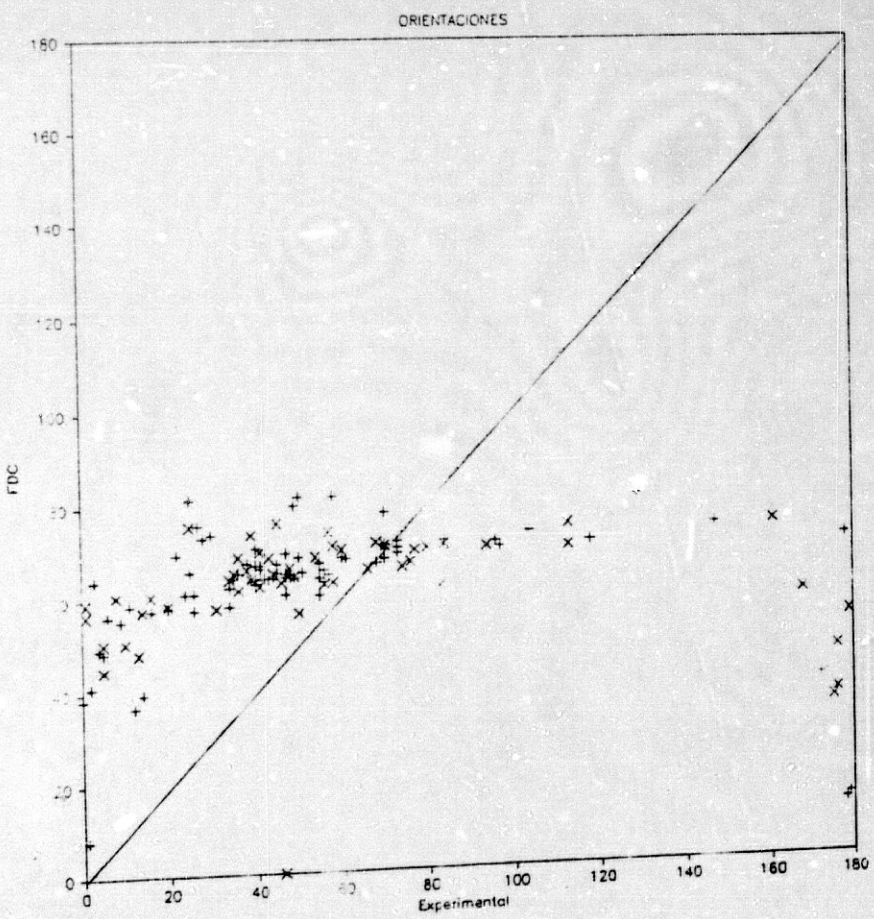
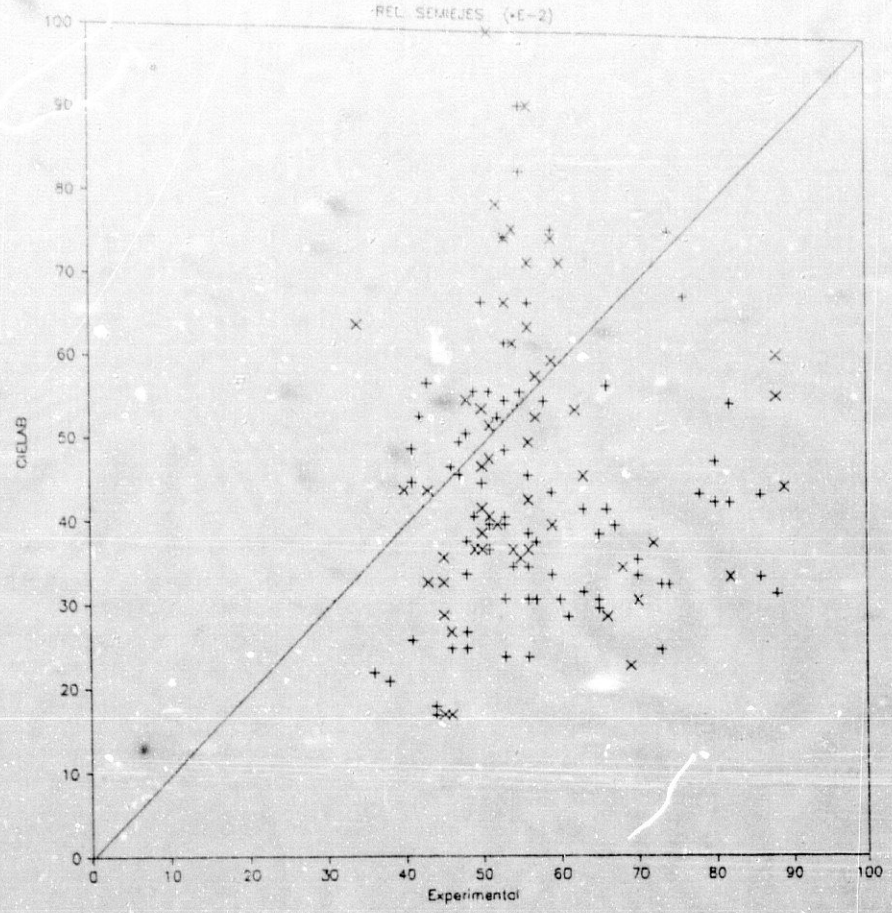


Figura 6.7. Comparación de los resultados experimentales de Luo-Rigg con las previsiones de CIELAB y FDC (orientaciones).



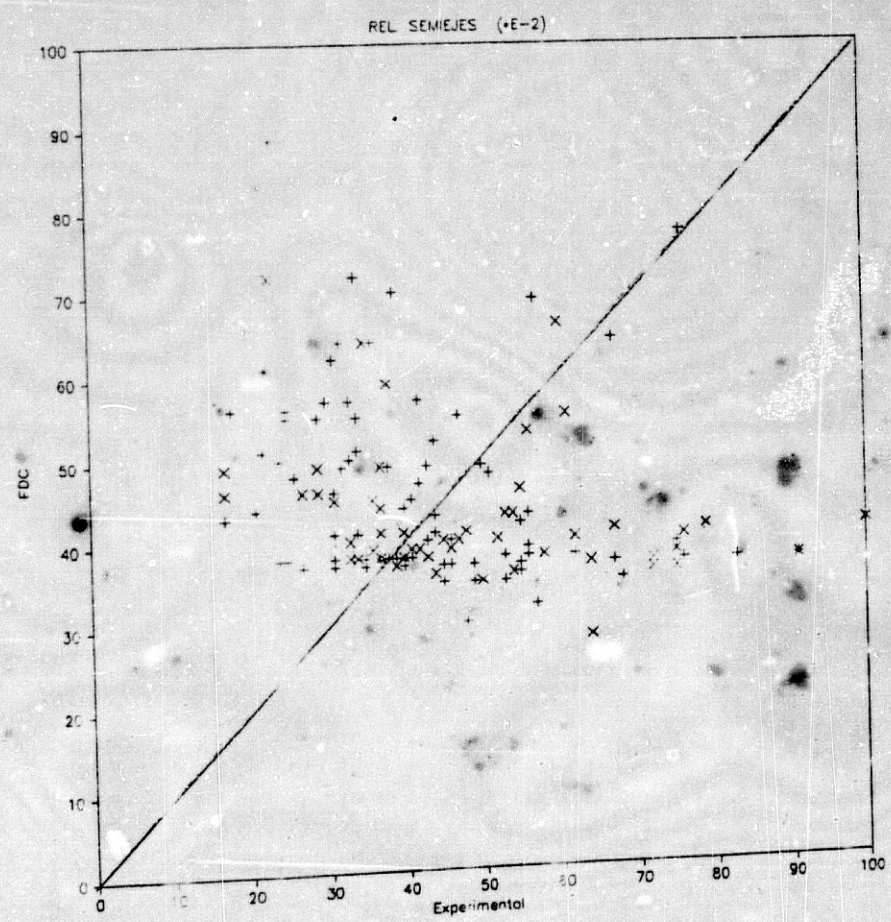
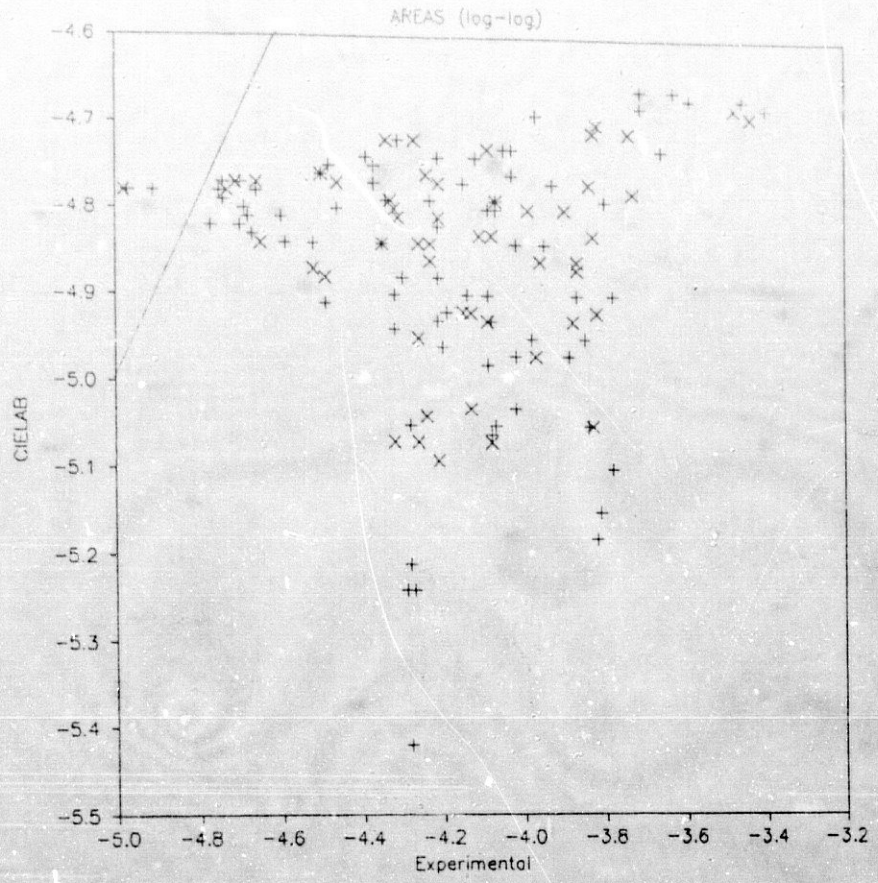


Figura 6.8. Comparación de los resultados experimentales en relación de semiejes de Luo-Rigg con las previsiones de CIELAB y FDC



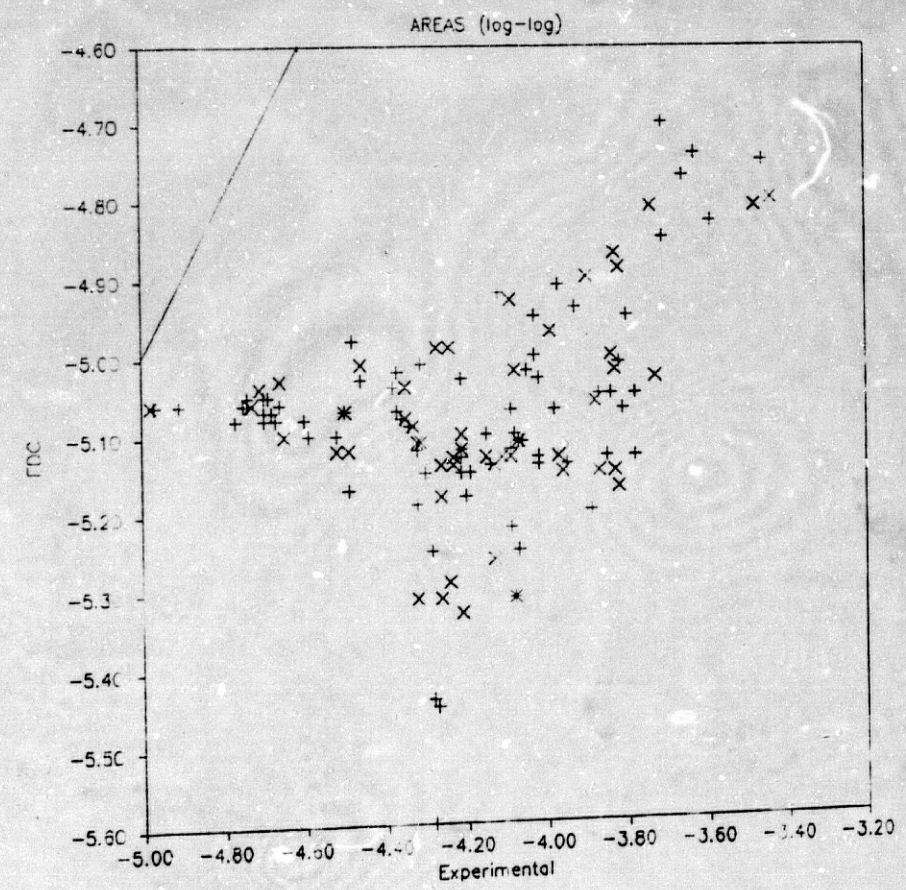


Figura 6.9. Comparación de los resultados experimentales en areas de Luo-Rigg con las previsiones de CIELAB y FDC

semiejes parece ser ligeramente inferior con la fórmula FDC. Las areas experimentales son también muy superiores a las que teóricamente dan las dos fórmulas. En cualquier caso una comparación global del rendimiento de las dos fórmulas puede alcanzarse usando el método de comparación de Wyszecki-Fielder (1971), tal y como se indica en la tabla 6.5, donde también se ha incluido la comparación de los 131 puntos experimentales con los resultados previstos por las fórmulas CIELUV y LABNHU.

Se comprueba que las previsiones de las distintas fórmulas en relación a resultados experimentales con objetos de color son bastante similares, si bien aparece de nuevo una leve prioridad de la fórmula FDC respecto a las demás. No obstante en este caso los valores de las desviaciones de FDC son superiores a los que se obtenían al comparar los resultados experimentales de colorímetros visuales con esta misma fórmula (tablas 6.1 y 6.2) , lo cual hace pensar que la adecuación de esta fórmula a los resultados no será tan buena como anteriormente.

En efecto, para hacer más tangible este punto, en la tabla 6.6 se dan los parámetros más usuales de discriminación para los 5 estímulos sugeridos por la CIE (Robertson, 1978), que se incluyen dentro de los estudiados por Luo-Rigg, recogiéndose junto a los valores experimentales los teóricamente previstos. Puede verse que las diferencias de orientación y de relación de semiejes son importantes en la mayoría de los casos, independientemente de que las areas teóricas sean muy inferiores también a las experimentales, como anteriormente. Parece pues que la previsión dada por la fórmula FDC es mejor para los resultados de discriminación en modo de apertura que para los de modo de objeto, como por otra parte era de esperar teniendo en cuenta que dicha fórmula procede de los resultados experimentales obtenidos por MacAdam en colorímetros visuales. En cualquier caso, cuando se trata de

	$\langle e^2 \rangle^{1/2}$	$\langle d \rangle$
CIELUV	0.551	0.414
CIELAB	0.556	0.425
LABNHU	0.529	0.400
FDC	0.468	0.380

Tabla 6.5. Comparación de los resultados experimentales de Luo-Rigg con las previsiones de algunas fórmulas de diferencia de color, según el método de comparación global de Wyszecki-Fielder (1971).

		EXPERIMENTAL	CIELUV	CIELAB	LABNHU	FDC
BLANCO						
x=0.316	Orientación (grados)	43	51	37	41	64
y=0.331	Relación de semiejes	0.31	0.65	0.56	0.48	0.38
	Area (x 10^{-5})	1.24	0.76	1.65	1.80	0.87
AZUL						
x=0.220	Orientación (grados)	60	33	35	38	68
y=0.215	Relación de semiejes	0.17	0.75	0.44	0.40	0.43
	Area (x 10^{-5})	8.31	0.40	0.86	0.89	0.49
ROJO						
x=0.487	Orientación (grados)	5	44	13	25	49
y=0.341	Relación de semiejes	0.30	0.47	0.65	0.53	0.57
	Area (x 10^{-5})	9.52	0.68	1.43	1.66	0.72
AMARILLO						
x=0.391	Orientación (grados)	42	56	31	43	64
y=0.429	Relación de semiejes	0.43	0.56	0.82	0.63	0.49
	Area (x 10^{-5})	8.91	1.19	1.87	2.33	0.95
VERDE						
x=0.249	Orientación (grados)	178	61	52	53	71
y=0.363	Relación de semiejes	0.91	0.73	0.55	0.48	0.37
	Area (x 10^{-5})	9.31	0.96	1.75	1.98	1.11

Tabla 6.6. Resultados de discriminación cromática de Luo-Rigg para los 5 estímulos CIE, en el sistema CIE-31.

objetos de color también la fórmula FDC es ligeramente superior a las actualmente recomendadas, aunque ya sus previsiones no resultan demasiado aceptables por lo que es preciso continuar en esta investigación. Sea como fuere, es claro que las fórmulas actualmente recomendadas por la CIE dan un pobre resultado por lo que se refiere al estudio de la discriminación cromática tanto para observaciones en modo de apertura como en modo de objeto.

Por último, para finalizar este capítulo y en base a las conclusiones que vamos indicando, nos planteamos que conforme a las recomendaciones de la CIE (Robertson, 1978) nuestras fórmulas de diferencia de color vienen dadas a través de expresiones analíticas de los tres coeficientes métricos. Por ello hemos representado en el diagrama CIE-31 curvas de nivel para algunos valores de cada uno de los 3 coeficientes, según las expresiones que de ellos dan las diferentes fórmulas de diferencia de color estudiadas. Curvas de este tipo fueron calculadas por MacAdam (1943) en base a sus resultados experimentales y fueron el fundamento también para la obtención de nuestras fórmulas FDC y FDC-Z. En las figuras 6.10 a 6.13 tenemos las referidas curvas, en el diagrama CIE-31, según las fórmulas CIELUV, CIELAB, LABNHU y FDC, respectivamente. Como es usual los valores indicados sobre las curvas han de ser multiplicados por 10000 para obtener los valores reales de los coeficientes.

En estos gráficos cabe observar, en primer lugar, no pocas diferencias entre las previsiones de las diferentes fórmulas para un determinado estímulo, como ya señalara MacAdam (1985). Quizá resaltar también la excesiva simplicidad de las curvas correspondientes a la fórmula CIELUV y una similitud notable en relación a las fórmulas CIELAB y LABNHU: esta última discrepa en particular en la

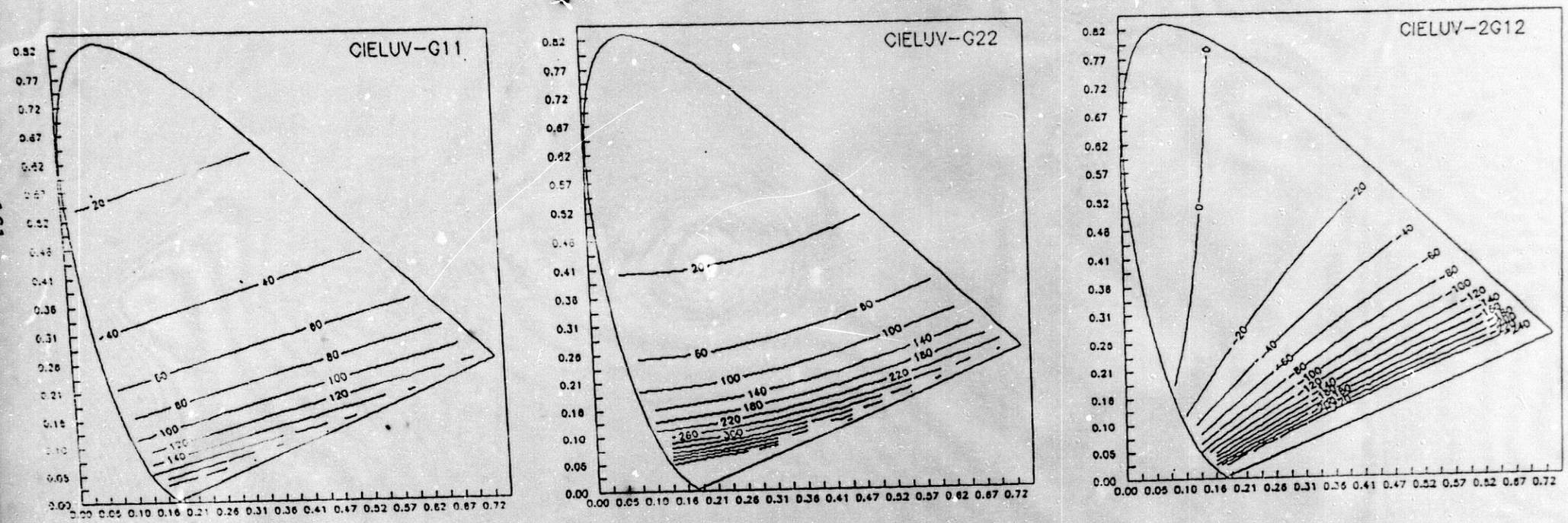


Figura 6.10. Coeficientes métricos (x 10^{-4}) según el sistema CIELUV.

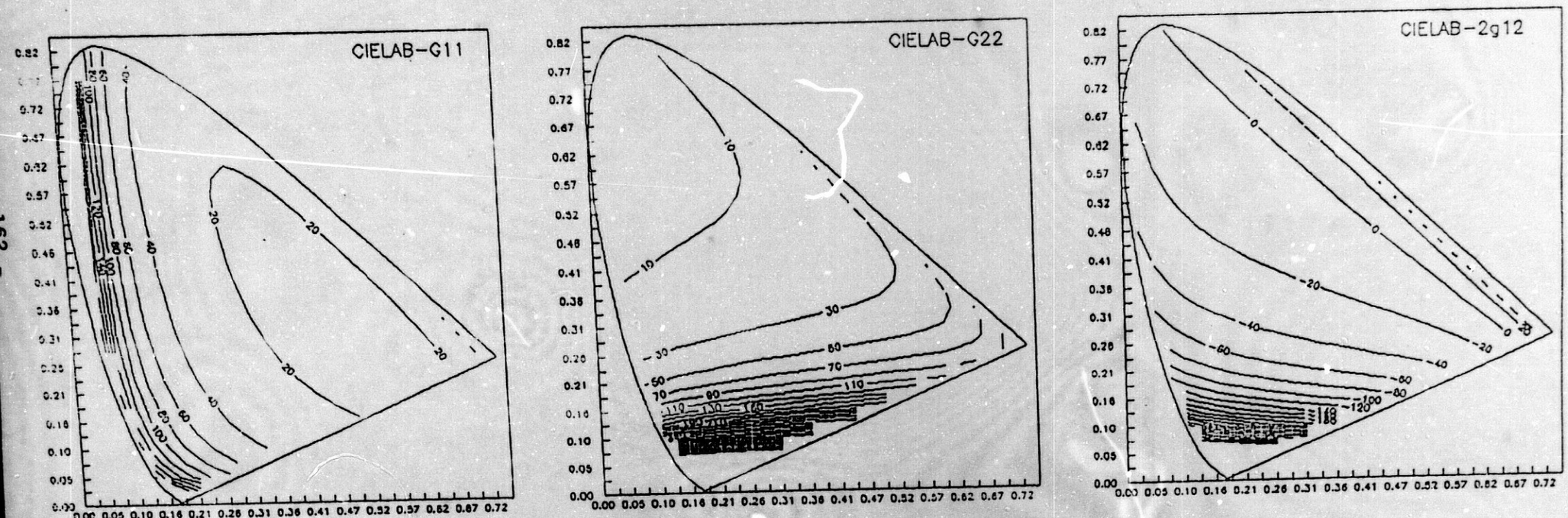


Figura 6.11. Coeficientes métricos ($x10^{-4}$) según el sistema CIELAB.

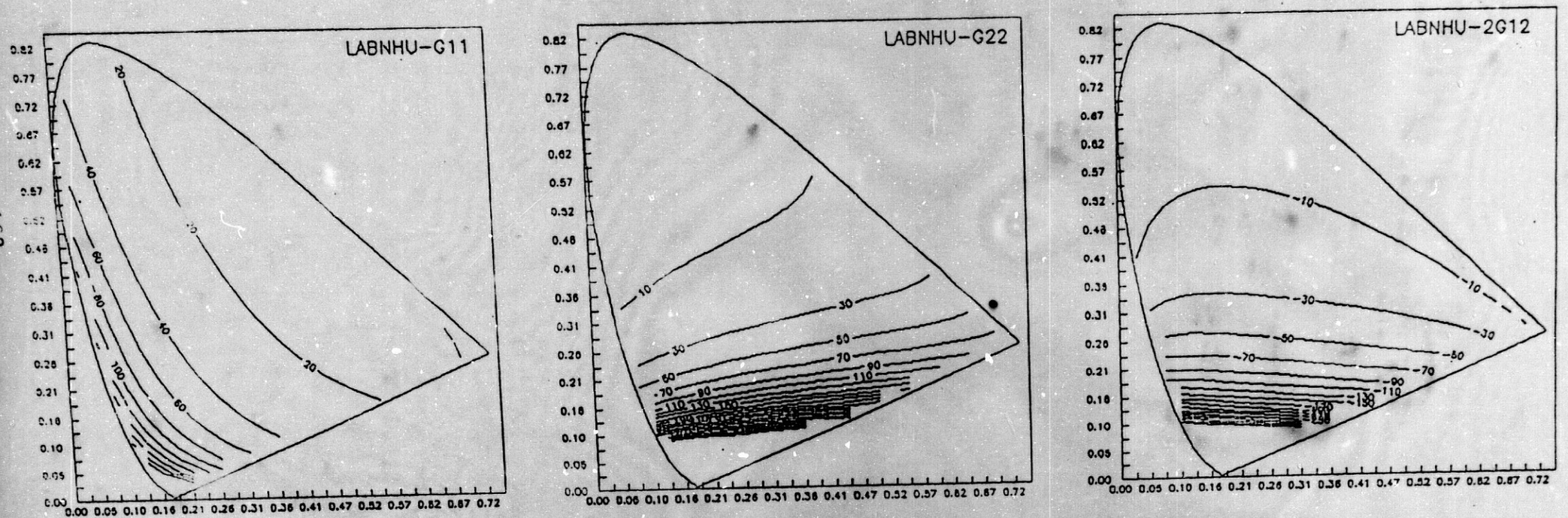


Figura 6.12. Coeficientes métricos ($x10^{-4}$) según el sistema LABNHU.

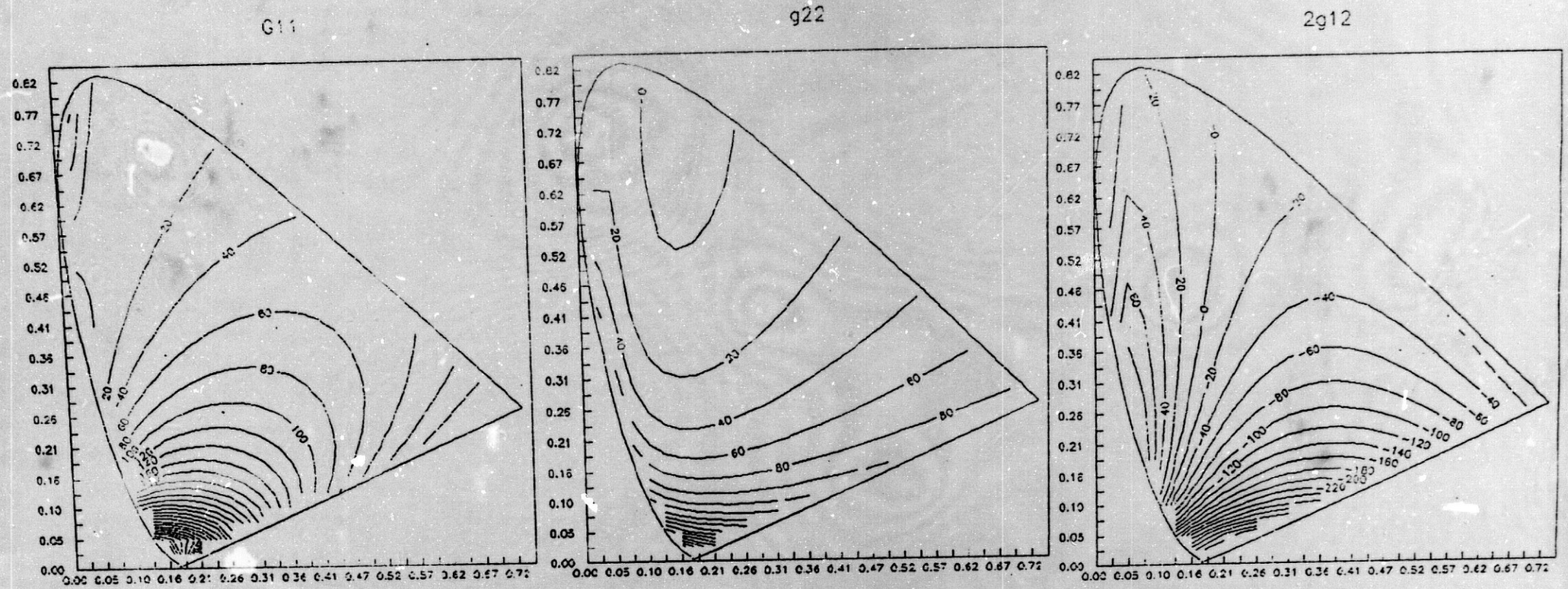


Figura 6.13. Coeficientes métricos ($x10^{-4}$) según la fórmula FDC

zona de los naranjas donde las orientaciones que da la fórmula CIELAB son excesivamente altas, como señalan Kuenhi (1982) y Richter (1980).

En relación a los resultados experimentales con objetos de color cabría también plantearse la obtención de curvas de estas características para los tres coeficientes métricos. Hemos utilizado con esta finalidad un procedimiento de interpolación que permite calcular los valores de cada uno de los coeficientes métricos en 540 puntos equiespaciados en el diagrama cromático CIE-64. Estos puntos se sitúan en los nudos de una red cuadrada de lado 0.025 en unidades de coordenadas de cromaticidad en ese sistema y, para cada uno de ellos, se calculan los coeficientes métricos a partir de los 10 puntos experimentales más cercanos (en este caso los 131 puntos de Luo-Rigg), ponderando de forma inversa sus distancias al nudo en el que se está efectuando el cálculo. Posteriormente es posible representar las curvas que se observan en la figura 6.14 a través del programa SURFER (Golden Sofware, Inc.) usado en el cálculo precedente.

La forma y los valores de esas curvas no son demasiado similares respecto de las curvas calculadas por MacAdam (1943), lo cual es coherente con el hecho de que los resultados experimentales de Luo-Rigg no sean bien ajustados por la fórmula FDC. En particular, se observa que las elipses de menor tamaño en el trabajo de Luo-Rigg son las de la zona de acromáticos (siendo las de la zona de azules en el de MacAdam, 1942), lo que provoca que las curvas se cierren ahora en torno a esa zona; el hecho de que las observaciones con objetos suelan realizarse sobre fondos blancos puede influir notablemente en este efecto (Robertson, 1981). De otra parte tampoco cabe afirmar similitud entre las curvas mostradas en la figura 6.14 y las previstas por las fórmulas CIELUV, CIELAB y LABNHU.

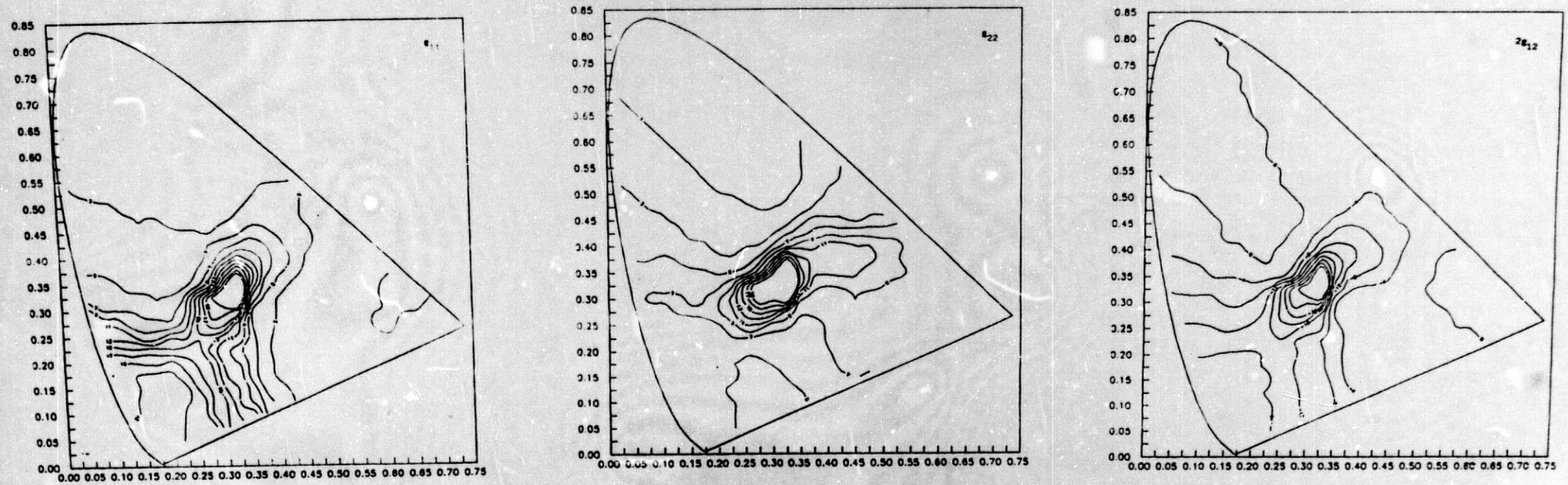


Figura 6.14. Coeficientes métricos ($x10^{-4}$) correspondientes a los resultados experimentales de Luo-Rigg.

La validez del procedimiento utilizado para construir las curvas presentadas en la figura 6.14 se ha comprobado para los 5 estímulos recomendados por la CIE, Robertson (1968), con buenos resultados, como se observa en la tabla 6.7 (sólo destaca la orientación desviada del estímulo de tonalidad verde, en el que el valor experimental podría ser un tanto anómalo si consideramos los de otros puntos cercanos al indicado). A través del software utilizado es sencillo conocer con exactitud y con bastante rapidez los valores de los coeficientes métricos en un punto cualquiera: así se ha hecho para los 131 centros de Luo-Rigg y comparando los resultados obtenidos con los experimentales, según el procedimiento de Wyszecki-Fielder (1971), se obtiene 0.198 y 0.151 para las desviaciones cuadrática media y absoluta media, respectivamente. Resulta por tanto bastante exacto el procedimiento que nos lleva a las gráficas de la figura 6.14. Como punto de comparación cabe indicar que esas mismas desviaciones calculadas por Wyszecki para comparar los resultados de MacAdam (1942) con los previstos por la fórmula FMC-II (con parámetros optimizados para ajustar precisamente esos valores experimentales) son de 0.176 y 0.142.

En base a las curvas de la figura 6.14 cabría utilizar de nuevo el programa de regresión paso a paso que nos condujo a la obtención de las fórmulas FDC y FDC-Z. Al hacerlo las expresiones analíticas de los coeficientes métricos son muy distintas y, lo que es peor, el coeficiente de correlación del ajuste baja notablemente. De todos modos el procedimiento puede ser de interés buscando el ajuste de los coeficientes métricos más que con funciones sencillas (como se hizo para FDC y FDC-Z) con funciones que guarden conexión con modelos de visión del color, como intentaremos realizar en el futuro.

Por último, añadiremos que es posible también realizar un análisis de la adecuación de fórmulas de diferencia de

		EXPERIMENTAL	GRAFICO
BLANCO			
x=0.316	Orientación (grados)	43	43
y=0.331	Relación de semiejes	0.31	0.43
	Area (x 10^{-5})	1.24	1.63
AZUL			
x=0.220	Orientación (grados)	60	65
y=0.215	Relación de semiejes	0.17	0.26
	Area (x 10^{-5})	8.31	5.07
ROJO			
x=0.487	Orientación (grados)	5	3
y=0.341	Relación de semiejes	0.30	0.34
	Area (x 10^{-5})	9.52	9.41
AMARILLO			
x=0.391	Orientación (grados)	42	44
y=0.429	Relación de semiejes	0.43	0.42
	Area (x 10^{-5})	8.91	5.97
VERDE			
x=0.249	Orientación (grados)	178	36
y=0.363	Relación de semiejes	0.91	0.76
	Area (x 10^{-5})	9.31	6.86

Tabla 6.7. Comparación, para los 5 estímulos CIE, de los resultados experimentales de Luo-Rigg y los obtenidos a través de nuestras gráficas de coeficientes métricos.

color a nuestros resultados experimentales o a los de otros autores por un camino diferente. En efecto, desde el punto de vista industrial son a menudo usadas las fórmulas JPC79, CMC(l:c), BFD(l:c), etc., cuya predicción de los resultados alcanzados con colorímetros visuales sería también materia de un nuevo e interesante análisis.

CAPITULO 7 .

CONCLUSIONES

7. CONCLUSIONES

Las principales aportaciones y conclusiones de la investigación realizada en esta Memoria pueden resumirse en los siguientes puntos:

1.- Se ha contribuido a la homogeneización y generalización de los resultados existentes en el campo de la Colorimetría Diferencial. Con este fin, teniendo en cuenta las recomendaciones de distintos autores y de la CIE, se han obtenido nuevos resultados experimentales sobre discriminación cromática con observaciones en modo de apertura. Estos resultados se comparan con otros clásicos en el campo que nos ocupa y, particularmente, con resultados experimentales con presentación en modo de objeto.

2.- Además del interés científico que conlleva la referida generalización de datos colorimétricos, se aportan resultados que contribuyen a la predicción de las tolerancias cromáticas observadas en problemas industriales y técnicos. En este sentido se ha analizado la previsión que dan de los distintos resultados experimentales diferentes fórmulas de diferencia de color, incluidas las actualmente propuestas por la CIE y otras obtenidas en nuestro laboratorio.

3.- Se procedió al diseño y puesta a punto de un dispositivo experimental versátil que permite la

especificación colorimétrica de estímulos de color, con suficiente exactitud y garantías en la reproducibilidad de los mismos, así como la medida de los umbrales diferenciales de color. Sus características permiten comparar nuestros resultados experimentales con otros clásicos en este campo.

4.- Se han medido los umbrales diferenciales de cromaticidad de 12 estímulos por 3 observadores con visión normal del color. Los estímulos seleccionados están adecuadamente distribuidos en las diferentes zonas del diagrama cromático y entre ellos se incluyen los 5 recomendados por la CIE en 1978 y otros 5 más ya analizados en nuestro laboratorio previamente por 3 observadores, bajo condiciones experimentales similares a las actuales, aunque con distinto modo de observación.

5.- Se usaron una media de 150 puntos experimentales, cada uno presentado 5 veces, en la determinación de cada umbral, con lo cual se realiza un amplio barrido en numerosas direcciones del espacio, respecto del estímulo de referencia. El método seguido en la realización de las experiencias y el ajuste estadístico que conduce a los umbrales garantizan también la reproducibilidad y objetividad de los resultados.

6.- Se considera de gran interés que, independientemente del dispositivo y métodos experimentales, nuestras experiencias arrojan una notable concordancia de resultados entre observadores. Este hecho justifica el esfuerzo involucrado en la medida de los umbrales y el asociado a la búsqueda de nuevas fórmulas de diferencia de color que los predigan adecuadamente. También es posible afirmar una notable similitud respecto de los resultados obtenidos con visión directa y con visión maxwelliana en los

5 estímulos estudiados (6 a 10). Las diferencias más importantes entre los dos tipos de visión y también entre observadores parece que se dan en la zona del verde-amarillo, siendo la visión directa más próxima a las condiciones usuales de observación y más cómoda a juicio de los observadores.

7.- Puede observarse una semejanza global entre nuestros resultados experimentales y los de otros trabajos clásicos en Colorimetría Diferencial con colorímetros visuales. Si bien los estímulos de referencia elegidos son diversos puede mantenerse esa concordancia, sobre todo teniendo en cuenta las distintas condiciones experimentales de los diferentes trabajos. Tan solo, posiblemente debido al método estadístico de ajuste de nuestros resultados, se obtienen umbrales de mayor tamaño que los de los demás autores, como era de esperar. También cabe afirmar que nuestras condiciones experimentales son similares a las de dichos autores y próximas a las que suelen utilizarse en la práctica. Por todo ello, y ante la similitud de resultados de nuestros 3 observadores, proponemos nuestros resultados experimentales como base para los cálculos de tolerancias cromáticas bajo presentación en modo de apertura.

8.- Las fórmulas propuestas por nuestro laboratorio (Romero et al., 1989) y designadas como FDC y FDC-Z predicen los resultados clásicos con colorímetros visuales mejor que otras fórmulas, incluidas las recomendadas por la CIE (CIELUV y CIELAB). Este hecho se mantiene también respecto de nuestros resultados experimentales actuales, como se deduce de la comparación de las orientaciones, relación de semiejes y areas, así como también de la comparación global efectuada mediante el método sugerido por Wyszecki (1971). La predicción que dan las fórmulas FDC y FDC-Z es particularmente satisfactoria, en términos generales,

respecto a las orientaciones de los diferentes umbrales, en relación a las demás fórmulas. También la fórmula CIELUV parece dar resultados superiores a los obtenidos con CIELAB y LABNHU en la predicción de nuestros resultados experimentales. Las fórmulas FDC-Z mejoran los resultados de FDC en la mayoría de los casos, independientemente de ser necesarias para poder calcular los umbrales en algunas regiones (estímulo 12). Las funciones matemáticas utilizadas por FDC y FDC-Z son también notablemente sencillas respecto a otras fórmulas propuestas.

9.- La presentación de nuestros resultados en los sistemas CIELUV, CIELAB y UCS-60 permite observar que este último presenta características de mayor uniformidad local (isotropía) y general (homogeneidad) que los restantes, lo cual ha sido también evaluado numéricamente. Los umbrales representados en el sistema CIELAB presentan algunas orientaciones anómalas, particularmente en la región de estímulos rojos-anaranjados, lo que está en conexión con la propuesta de LABNHU.

10.- Respecto a los resultados de discriminación cromática con objetos de color se analizaron como representativos los propuestos por Luo-Rigg (1986) como recopilación de los de 13 trabajos previos de diversos autores. En general la predicción de estos resultados experimentales por las diferentes fórmulas de diferencia de color es inferior a la que obtenían para los resultados con presentación en modo de apertura, conforme a los métodos de comparación gráficos y globales. De todos modos también aqui FDC presenta una ligera superioridad, seguida por LABNHU, si bien las discrepancias son importantes, como se ha comprobado en particular para los 5 estímulos CIE.

11.- A fin de profundizar en las diferencias de las previsiones de las distintas fórmulas de diferencia de color, se han representado en el diagrama cromático CIE curvas con valores determinados de los coeficientes métricos, según las distintas fórmulas. Curvas de este tipo fueron realizadas por MacAdam (1943) y se han calculado también aquí por un procedimiento de interpolación similar, en base a los resultados experimentales de Luo-Rigg (1986). Se observa una excesiva simplicidad en las curvas previstas por CIELUV y también en CIELAB y LABNHU, que son bastante similares entre sí. Las curvas correspondientes a FDC guardan cierta similitud con las de MacAdam (1943), pero no así con las derivadas de los datos de Luo-Rigg. En cualquier caso, las curvas obtenidas sobre los datos de Luo-Rigg dan una excelente previsión de estos resultados, como se ha comprobado para los 5 estímulos CIE y en total, obteniéndose coeficientes de correlación próximos a los calculados por el mismo método entre FMC-II y los resultados experimentales de MacAdam (1942).

12.- Las fórmulas FDC y FDC-Z dan buenos resultados en la predicción de resultados de discriminación, especialmente para presentaciones en modo de apertura. Las fórmulas CIELUV y CIELAB, actualmente propuestas, manifiestan discrepancias notables y no justificables por la variabilidad inter o intra observadores. Con todo es preciso continuar en la adquisición de más resultados experimentales, sobre todo con presentación en modo de objeto.

CAPITULO 8 .

BIBLIOGRAFIA

8. BIBLIOGRAFIA

ALLEN, E., YUHAS, B.- Setting up acceptability tolerances: a case study.
Color Res. Appl., 9, 37-47 (1984)

ALVAREZ-CLARO, M., HITA, E., PARDO, G.- Espacio de color y estructura matemática (Primera parte).
Opt. Pur. Apl., 9, 109-111 (1976)

ALVAREZ-CLARO, M., HITA, E.- Espacio de color y estructura matemática (Segunda parte).
Opt. Pur. Apl., 11, 119-122 (1978)

BARLETSON, C.J., GRUM, F.- Optical radiation measurements (Vol. 5: Visual Measurements).
Academic Press, Inc. (1984)

BENZSCHAWEL, T., GUTH, S.L.- ATDN: Toward a uniform color space.
Color Res. Appl., 9, 133-141 (1984)

BILLMEYER, F.W., SALTZMAN, M.- Principles of Color Technology.
John Wiley & Sons. New York (1981)

BROWN, W.R.J., D.L. MACADAM.- Visual sensitivities to combined chromaticity and luminance differences.
J. Opt. Soc. Am., 39, 808-834 (1949)

BROWN, W.R.J.- The influences of luminance level on visual sensitivities to colour differences.
J. Opt. Soc. Am., 41, 684-688 (1951)

BROWN, W.R.J.- The effect of field size and chromatic surroundings on color discrimination.
J. Opt. Soc. Am. 42, 837-844 (1952)

BROWN, W.R.J.- Color Discrimination of twelve observers.
J. Opt. Soc. Am., 47, 137-143 (1957)

CALATRAVA, M.- Comparación de la evaluación visual directa de diferencias de color con los valores obtenidos en la formulación y matizado de colorantes.
Tesis Doctoral. Universidad de Barcelona (987)

CHEUNG, M., RIGG, B.- Colour-difference ellipsoids for five CIE colours centres.
Color Res. Appl., 11, 185-195 (1986)

CHICKERING, K.D..- Optimization of the MacAdam modified 1965 Friele color difference formula.
J. Opt. Soc. Am., 57, 537-541 (1967)

CHICKERING, K.D.- FMC color difference formulas. Classification concerning usage.
J. Opt. Soc. Am., 61, 118-122 (1971).

CIE.- Publication N. 15.2. Colorimetry (Second Edition). Central Bureau of the CIE. Vienna (Austria) (1986)

COLLI, A., GREMMO, E. MONIGA, P.- El control de la calidad de un producto de color: propuesta para un nuevo espacio de color lineal (LABmg) con relación a las tolerancias CMC.
Trad. Tinctoria 2, 64-69 (1989).

CRAWFORD, B.H.- Just perceptible chromaticiy shifts.
Proc. Intern. Color Congr. "Color 69" Stockholm (Gottingen: Musterschidt 1970) 302-311.

CRUZ, A., RUBIÑO, M., HITA, E.- Color de frutas españolas.
I Congreso Nacional de Color. La Rioja (1989)

CRUZ, A., BURON, I., GARCIA, R., RUBIÑO, M.- El color del aceite de oliva y propuesta de una escala unidimensional para su clasificación.
I Congreso Nacional de Color. La Rioja (1989)

DAVIDSON, H.R, FRIEDE, E.- The size of acceptable color differences.
J. Opt. Soc. Am., 43, 581-589 (1953)

DUPONT-HENIUS, G.- Differential color perception thresholds.
Proc. AIC Color 77. 492-494. New York (1977)

ESTEVEZ, O.- Understanding color vision through colorimetry.
Proc. 5a. Sesion de la AIC. Montecarlo (1985).

FRIELE, L.F.C.- Further analysis of color discrimination data.
J. Opt. Soc. Am., 55, 1314-1319 (1965)

FRIELE, L,F,C.- Fine color metric (FCM).
Color Res. Appl. 3, 53-64 (1978)

GLASSER, L.G., MCKINNEY, A.H., REILLY, C.D, SCHNELLE, P.D.- Cube-root color coordinate system.
J. Opt. Soc. Am. 48, 736-740 (1958)

GRUM, F., BARLETSON, C.J.- Optical Radiation Measurements (Vol. 2: Color Measurement).
Academic Press, Inc. (1980)

HITA, E., ALVAREZ-CLARO, M., GUERRERO, M.- Differential thresholds representation of color.
Atti Fond. Giorgio Ronchi 5, 882-893 (1977)

HITA, E., JIMENEZ, E., ALVAREZ-CLARO, M.- Color discrimination from isomeric matching and different types of primaries fusion.
Atti Fond. Giorgio Ronchi, 34, 718-727 (1979)

HITA, E., JIMENEZ DEL BARCO, L., MARTINEZ, R. y JIMENEZ, E.- Variación de los umbrales diferenciales de luminancia con el tiempo de observación.
Opt. Pur. Apl. 13, 91-96 (1980).

HITA, E., ROMERO, J.- Análisis de la influencia de las condiciones de observación en los procesos de discriminación en color.
Opt. Pur. Apl. 14, 11-17 (1981)

HITA, E., GONZALEZ-CABALLERO, F., CERVANTES, A. On the geometric structure of color discrimination thresholds.
Farbe, 30, 55-64 (1982)

HITA, E., ROMERO, J., JIMENEZ DEL BARCO L., CARRILLO, A. Uniform color spaces. A comparative analysis for color discrimination data.
Farbe, 31, 229-242 (1983/84)

HITA, E., JIMENEZ DEL BARCO, L., ROMERO, J.- Discriminación cromática: parámetros experimentales y sistemas de representación del color.
Academia de Ciencias Matemáticas, Fisico-Químicas y Naturales de Granada. Vol. 4. Granada (1985)

HITA, E., MELGOSA, M., ROMERO, J., JIMENEZ DEL BARCO, L.- Estudio de la uniformidad de los sistemas de representación del color ATD y ATDN.
Opt. Pur. Apl. 19, 39-47 (1986)

HITA, E., JIMENEZ DEL BARCO, L., ROMERO, J., CORRONS, A.- Análisis colorimétrico del observador patrón CIE. Opt. Pur. Apl., 21, 13-26 (1988)

HUNTSMAN, J.R.- A fallacy in the definition of ΔH^*. Color Res. Appl. 4, 41-43 (1989)

JAMESON, D., HURVICH, L.M.- Opponent-response function related to measured cone photopigments. J. Opt. Soc. Am., 58(3), 429-430 (1968)

JIMENEZ DEL BARCO, L., HITA, E., ROMERO, J.- Chromaticity differential thresholds and general metamerism indexes. J. Optics, 17(5), 247-254 (1986)

JIMENEZ DEL BARCO, L., HITA, E., ROMERO, J., VIDA, J.- Color-prediction discrepancies and differential chromaticity thresholds with photopigment bleaching. J. Opt. Soc. Am., 5, 432-437 (1988)

JUAN, J.- Variación de la transmitancia espectral y del color de vidrios al cambiar la temperatura. Opt. Pur. Apl., 7, 55-59 (1974)

JUDD, D.B.- Problemas actuales del color. Ed. Instituto de Optica "Daza de Valdés". Madrid (1954)

JUDD, D.B., WYSZECKI, G.- Color in Business, Science and Industry. J. Wiley. Nueva York (1 Ed. 1963, 2 Ed. 1975)

KEITZ, H.A.E.- Light calculation and measurement.
Eindoren Philips T. Library (1955)

KRYSTEK, M.- Calculation of tristimulus values from spectral data with regard to measurement uncertainties.
Optik, 62, 49-58 (1982)

KUENHI, R.G.- Is there a special significance to colours of dominant wavelength 495 nm and 570 nm in colour vision?
Proc. Intern. Congr. "Color 73". 286-290 (1973)

KUEHNI, R.G.- Color tolerance data and the tentative CIE 1976 L*a*b* formula.
J. Opt. Soc. Am. 66, 497-500 (1976)

KUENHI, R.G., MARCUS, R.T.- An experiment in visual scaling of small color differences.
Color Res. Appl., 4, 83-91 (1979)

KUEHNI, R.G.- Advances in color-difference formulas.
Color Res. Appl., 7, 19-23 (1982)

LE GRAND, Y.- Théories sur la métrique de l'espace des couleurs.
Proc. Intern. Color Congr. "Color 69" Stockholm (Gottingen: Musterschmidt 1970) 257-265

LE GRAND, Y., EL HAGE, S.G.- Physiological Optics.
Springer Series in Opticas Sciences (1980).

LOZANO, R.D.- El color y su medición.
Americalee. Buenos Aires (1978)

LOZANO, R.D.- Evaluation of different color-difference formulae by means of an experiment on color-scaling.
Preliminary report: Color Res. Appl., 2 13-18 (1977)
Final report: Color Res. Appl., 5, 45-50 (1980)

LOZANO, R.D., MELCON DE BELLORA, C., SANCHEZ, J.J., TRUCCO, R.E.- Color as an indication of maturity of salted anchovy.
Farbe, 72 (1983/84)

LOZANO, R.D.- Lecturas Escogidas II (Técnicas Avanzadas)
División Optica INTI de Buenos Aires (1988)

LUO, M.R., RIGG, B.- Chromaticity-discrimination ellipses for surface colours.
Color Res. Appl. 11, 25-42 (1986)

MACADAM, D.L.- Visual sensitivities to color differences in daylight.
J. Opt. Soc. Am. 32, 247-274 (1942)

MACADAM, D.L.- Specification of small chromaticity differences in daylight.
J. Opt. Soc. Am. 33, 18-26 (1943-a)

MACADAM, D.L.- The graphical representation of small color--differences.
J. Opt. Soc. Am., 33, 675-679 (1943-b)

MACADAM, D.L.- Analytical approximations for color metric coefficients. III. Optimization of parameters in Friele's formulas.
J. Opt. Soc. Am. 54, 1161-1165 (1964)

MACADAM, D.L.- Analytical aproximations for color metric coefficients. IV. Smoothed modifications of Friele's formulas.
J. Opt. Soc. Am. 55, 91-95 (1965)

MACADAM, D.L.- Uniform color scales.
J. Opt. Soc. Am., 64, 1691-1702 (1974)

MACADAM, D.L.- Color essays.
J. Opt. Soc. Am. 65, 483-491 (1975)

MACADAM, D.L.- Color measurement. Theme and variations.
Springer Series in Optical Sciences (1981).

MACADAM, D.L.- Metric coefficients for CIE color-difference formulas.
Color Res. Appl., 10, 45-49 (1985)

MCDONALD, R.- Decisiones sobre la aceptabilidad y la perceptibilidad utilizando la fórmula de diferencia de color CMC.
Trad. J. Soc. Dyers Colour. 20, 31-36 (1988)

MORELAND, J.D., CRUZ, A.- Colour perception with the peripheral retine.
Optica Acta, 6, 117 (1959)

MUNSELL, A.H.- Munsell book of color (1976 Edition)
Macbeth. Kollmorgen Corporation. Baltimore, Maryland.

NICKERSON, D., STULTZ, K.F.- Color tolerance specifications.
J. Opt. Soc. Am. 34, 531-533 (1944)

NIMEROFF, I.- Propagation of error in tristimulus colorimetry.
J. Opt. Soc. Am. 47, 697-702 (1957)

PARRA, F.- Seuils differentiels de couleur.
Proc. Intern. Color Congr. "Color 69". Stockholm.
(Gottingen: Musterschmidt 1970) 727-733

PLAZA, L.- La colorimetría y los observadores sicofísicos.
Libro Homenaje Dr. Durán (Madrid: Universidad Complutense, 1983)

POINTER, M.R.- A comparison of the CIE 1976 colour spaces.
Color Res. Appl., 6, 108-118 (1981).

PRIEST, I.G., BRICKWEDD, F.- Minimum perceptible colorimetric purity as a function of dominant wavelength.
J. Ot. Soc. Am. 28, 133-139 (1938)

RICH, R.M., BILLMEYER JR., F.W., HOWE, W.G.- Method for deriving color-difference-perceptibility ellipses for surface-color samples.
J. Opt. Soc. Am. 65, 956-959 (1975)

RICHTER, K.- Cube-root color spaces and chromatic adaptation.
Color Res. Appl. 5, 25-43 (1980)

ROBERTSON, A.R.- CIE guidelines for coordinated research on colour-difference evaluation.
Color Res. Appl. 3, 149-151 (1978)

ROBERTSON, A.R.- Colour differences.
Proc. Intern. Color Congr. "Color 81". Berlin (1981).

ROMERO, J., HITA, E., LOPEZ-LAFUENTE, M.- Análisis y obtención de elementos de linea en el diagrama cromático CIE 1931.
Opt. Pur. Apl., 19, 179-203 (1986)

ROMERO, J., GARCIA, J.A., JIMENEZ DEL BARCO, L., HITA, E.- Color-difference formulae tested by application to chromatic discrimination data and new formulae.
Applied Optics (en prensa)

SCHRDINGER, E.- Grundlinien einer theorien der farbemetrik in tagessehen.
Ann. Physik, 63, 481-520 (1920)

SEVE, R.- Erreurs systematiques liees a l'emploi des colorimetres trichromatiques.
Information Couleur. Nr. 14-18, 10-16 (1982)

SIEGEL, M.H.- Color discrimination as a function of exposure time.
J. Opt. Soc. Am., 55, 566-568 (1965)

SILBERSTEIN, L., MACADAM, D.L.- The distribution of color matchings around a color centre.
J. Opt. Soc. Am. 35, 32-39 (1945)

STEARNS, E.I.- Notes on tristimulus calculation.
Color Res. Appl., 9, 173-174 (1984)

STILES, W.S.- A modified Helmholtz line-element in brightness-colour space.
Proc. Phys. Soc. (London), 58, 41-65 (1946)

STILES, W.S.- Remarks on the line-element.
Farbe, 4, 275-279 (1955)

STILES, W.S., BURCH, J.M.- NPL colour-matching investigation. Mean results for pilot group of ten subjects.
Opt. Acta, 2 (4) 176-181 (1955)

STROCKA, D., BROCKES, A., PAFFHAUSEN, W.- Influence of experimental parameters on the evaluation of color--difference ellipsoids.
Color Res. Appl., 8, 169-175 (1983)

VOS, J.J., WALRAVEN, P.L.- An analitical description of the line element in the zone fluctuation model of colour vision.
Repport No. IZF 1970-5 (Soesterberg: Institute for Perception RVO-INO 1970)

WITT, K.- Three-dimensional thresholds of color-difference perceptibility in painted samples.
Color Res. Appl. 12, 128-134 (1987)

WRIGHT, W.D.- The sensitivity of the eye to small colour differences.
Proc. Phys. Soc. (London), 53, 93-112 (1941)

WRIGHT, W.D., PITT, F.G.H.- Hue discrimination in normal color vision.
Proc. Phys. Soc. (London), 46, 459-473 (1934)

WYSZECKI, G.- Propagation of errors in colorimetric transformations.
J. Opt. Soc. Am., 49, 379-383 (1959)

WYSZECKI, G.- Matching color differences.
J. Opt. Soc. Am. 55, 1319-1324 (1965)

WYSZECKI, G., FIELDER, G.M.- New color matching ellipses.
J. Opt. Soc. Am., 61, 1135-1152 (1971)

WYSZECKI, G.- Color matching and color-difference matching.
J. Opt. Soc. Am., 62, 117-128 (1972)

WYSZECKI, G.- Recent developments on color-difference evaluations.
Color Metrics, Ed. Vos, Friele y Walraven, AIC/Holanda, 339-379 (1972)

WYSZECKI, G.- Current developments in colorimetry.
Proc. Intern. Congr. "Colour 73".
Adam Hilger (London), 21-51 (1973)

WYSZECKI, G., STILES, W.S.- Color Science.
New York. John Wiley. (1a. ed. 1967; 2a. ed. 1982)

ZAIDEL, A.N., OSTROVSKAYA, G.V., OSTROVSKI. Técnica y práctica de espectroscopía.
Mir. Moscú (1974)

CAPITULO 9 .

APENDICE

9. APENDICE

En este Apéndice se describen algunas de las principales fórmulas de diferencia de color útiles por su interés histórico y por su aplicación en la actualidad. A ellas se hace referencia en distintos puntos de la presente Memoria, por lo que hemos considerado oportuno realizar esta recopilación.

Para facilitar la utilización de este Apéndice la presentación de las diversas fórmulas de diferencia de color se realiza siguiendo el orden alfabético correspondiente al nombre con el que más frecuentemente es conocida cada fórmula en la literatura.

1.- ANLAB. (AN40. Adams-Nickerson, 1942).

$W_x = (V_x - V_y)$

$W_y = 0.23\ V_y$

$W_z = 0.40\ (V_z - V_y)$

$k = 40$

V_x, V_y, V_z son los valores Munsell derivados de los valores triestímulos X,Y,Z y tabulados (vease Wyszecki-Stiles, Color Science, Tabla II(6.5.1A)

$$\Delta E = k\ [\ (\Delta W_x)^2 + (\Delta W_y)^2 + (\Delta W_z)^2\ ]^{1/2}$$

2.- BALINKIN (1941).

$\Delta H = H_2 - H_1$

$\Delta V = V_2 - V_1$

$\Delta C = C_2 - C_1$

$C = (C_1 + C_2)/2$

Donde los subíndices 1 y 2 se refieren a las dos muestras cuya diferencia de color deseamos calcular y H, V, C, son el tono, valor y croma Munsell, respectivamente, de dichas muestras. La diferencia de color se halla por:

$$\Delta E = [(0.4\ C\ \Delta H)^2 + (6\ \Delta V)^2 + (6.37\ \Delta C)^2]^{1/2}$$

3.- BFD (l:c).

$$D_c = [0.035\ \bar{C}^* / (1 + 0.00365\ \bar{C}^*)] + 0.521$$

$$D_h = D_c\ (G\ T' + 1 - G)$$

$$G = [(\bar{C}^*)^4 / [(\bar{C}^*)^4 + 14000]]^{1/2}$$

$$T' = 0.627 + 0.055 \cos(\bar{h} - 254°) - 0.04 \cos(2\bar{h} - 136°) +$$
$$+ 0.07 \cos(3\bar{h} - 32°) + 0.049 \cos(4\bar{h} + 114°) - 0.015 \cos(5\bar{h} - 103°)$$

$$R_t = R_h\ R_c$$

$$R_h = -0.26 \cos(\bar{h} - 308°) - 0.379 \cos(2\bar{h} - 160°) -$$
$$-0.636 \cos(3\bar{h} + 254°) + 0.226 \cos(4\bar{h} + 140°) - 0.194 \cos(5\bar{h} - 103°)$$

$$R_c = [(\bar{C}^*)^6 / [(\bar{C}^*)^6 + 7\ 10^7]]^{1/2}$$

$$L_{BFD} = 54.6 \log(Y + 1.5) - 9.6$$

$$\Delta E_{BFD} = [(\Delta L_{BFD} / l)^2 + [\Delta C^* / (c\ D_c)]^2 + (\Delta H^* / D_h)^2 +$$
$$+ R_t\ (\Delta C^* / D_c)\ (\Delta H^* / D_h)]^{1/2}$$

Donde $\bar{C}^*$ es el promedio de C^* del color patrón y la muestra y análogamente $\bar{h}$ el promedio de h del color patrón y la muestra, siendo C^* y h el croma y ángulo de tono, respectivamente, calculados con CIELAB. Y está calculado respecto del color patrón. Los parámetros l y c que aparecen en la fórmula de diferencia de color final quedan libres, siendo usual para c=1 tomar l=1 en experiencias de perceptibilidad y l=2 en las de aceptabilidad, aproximadamente. Los valores de ΔC^* y ΔH^* se calculan también con CIELAB.

4.- CIE 1964 (U^*,V^*,W^*). (Wyszecki, 1963). (CIE 1960 UCS).

$$u = 4X / (X + 15\ Y + 3\ Z) \quad \text{ó} \quad u = 4x / (-2x + 12y + 3)$$
$$v = 6Y / (X + 15\ Y + 3\ Z) \quad \text{ó} \quad v = 6y / (-2x + 12y + 3)$$

$$U^* = 13\ W^*\ (u - u_o)$$

$$V^* = 13\ W^*\ (v - v_o)$$

$$W^* = 25\ Y^{(1/3)} - 17 \qquad (Y \text{ comprendido entre 0 y 100})$$

$$\Delta E = [(\Delta U^*)^2 + (\Delta V^*)^2 + (\Delta W^*)^2]^{1/2}$$

Donde u_o y v_o son los valores de u y v, respectivamente, para el estímulo acromático de referencia.

Las coordenadas u, v definen por sí solas el diagrama UCS-60, propuesto por MacAdam (1937) y aprobado oficialmente por la CIE en el año 1960, siendo también conocido como diagrama CIE 1960 UCS.

5.- CIELUV. (CIE 1976 L^*,u^*,v^*).

$$u' = 4X / (X + 15\ Y + 3\ Z) \quad \text{ó} \quad u' = 4x / (-2x + 12y + 3)$$

$$v' = 9Y / (X + 15\ Y + 3\ Z) \quad \text{ó} \quad v' = 9y / (-2x + 12y + 3)$$

$$L^* = 116\ (Y/Y_o)^{1/3} - 16 \qquad \text{para } (Y/Y_o) > 0.008856$$

$$L^* = 903.3\ (Y/Y_o) \qquad \text{para } (Y/Y_o) < 0.008856$$

$$u^* = 13\ L^*\ (u' - u'_o)$$

$$v^* = 13\ L^*\ (v' - v'_o)$$

$$\Delta E = [(\Delta L^*)^2 + (\Delta u^*)^2 + (\Delta v^*)^2]^{1/2}$$

Siendo u'_o , v'_o los valores de u' y v', respectivamente, para el estímulo acromático de referencia. Análogamente Y_o.

6.- CIELAB. (CIE 1976 L^*,a^*,b^*).

$$L^* = 116\ (Y/Y_o)^{1/3} - 16 \qquad \text{para } (Y/Y_o) > 0.008856$$

$$L^* = 903.3\ (Y/Y_o) \qquad \text{para } (Y/Y_o) < 0.008856$$

$$a^* = 500\ \ f(X/X_o) - f(Y/Y_o)$$

$$b^* = 200\ \ f(Y/Y_o) - f(Z/Z_o)$$

Donde la función f es de la forma:

$f(\&) = (\&)^{1/3}$ Cuando $(\&) > 0.008856$

$f(\&) = 7.787\ (\&) + 16/116$ Cuando $(\&) < 0.008856$

$$\Delta E = [(\Delta L^*)^2 + (\Delta a^*)^2 + (\Delta b^*)^2]^{1/2}$$

Como anteriormente X_o, Y_o, Z_o son los valores triestímulos correspondientes al estímulo acromático de referencia.

7.- CMC (1:c).

$S_l = 0.040975\ L_1^* / (1 + 0.01765\ L_1^*)$ para $L_1^* < 16$

$S_l = 0.511$ para $L_1^* > 16$

$S_c = 0.0638\ C_1^* / (1 + 0.0131\ C_1^*) + 0.638$

$S_h = S_c\ (T\ f + 1 - f)$

$T = 0.36 + |0.4 \cos (h_1 + 35°)|$ excepto para $164° < h_1 < 345°$ en que

$T = 0.56 + |0.2 \cos (h_1 + 168°|$

$f = [(C_1^*)^4 / [(C_1^*)^4 + 1900]]^{1/2}$

$$\Delta E_{CMC} = [(\Delta L^* / l\ S_l)^2 + (\Delta C^* / c\ S_c)^2 + (\Delta H^* / S_h)^2]^{1/2}$$

L_1^*, C_1^*, h_1 son la luminancia, croma y tono correspondientes al patrón del par de muestras, calculadas según CIELAB. Igualmente ΔL^*, ΔC^*, ΔH^* son calculados también mediante CIELAB. Los parámetros l, c ponderan las diferencias de luminancia y croma en la fórmula final, quedando a elección en cada aplicación particular (para datos de perceptibilidad suele tomarse l = c = 1 y la fórmula se conoce como CMC (1:1); por el contrario en usos de aceptabilidad es más frecuente tomar c = 1 l = 2 aproximadamente, siendo conocida la fórmula como CMC (2:1)).

8.- FMC I y FMC II. (Friele-MacAdam-Chickering).

$P = 0.724\ X + 0.382\ Y - 0.098\ Z$

$Q = - 0.48\ X + 1.\ Y + 0.1276\ Z$

$S = 0.686\ Z$

Donde X,Y,Z son los valores triestímulos de las muestras.

$$K_1 = 0.55669 + 0.049434\ Y - 0.82575\ 10^{-3}\ Y^2 + 0.79172\ 10^{-5}\ Y^3 - 0.30087\ 10^{-7}\ Y^4$$

$$K_2 = 0.17548 + 0.027556\ Y - 0.57262\ 10^{-3}\ Y^2 + 0.63893\ 10^{-5}\ Y^3 - 0.26731\ 10^{-7}\ Y^4$$

Para el cálculo de K_1, K_2 se usa para Y el promedio de los de las muestras. Los valores de K_1 y K_2 obtenidos conducen a la fórmula FMC II, mientras que si se hace $K_1 = K_2 = 1$ se tiene la FMC I.

$$a^2 = 17.3\ 10^{-6}\ (P^2 + Q^2) / [1 + 2.73\ P^2\ Q^2 / (P^4 + Q^4)]$$

$$b^2 = 3.098\ 10^{-4}\ (S^2 + 0.2015\ Y^2)$$

$$\Delta L_1 = (P\ \Delta P + Q\ \Delta Q) / (P^2 + Q^2)^{1/2}$$

$$\Delta C_{rg} = (Q\ \Delta P - P\ \Delta Q) / (P^2 + Q^2)^{1/2}$$

$$\Delta C_{yb} = S\ \Delta L_1 / (P^2 + Q^2)^{1/2} - \Delta S$$

$$\Delta L_2 = 0.279\ \Delta L_1 / a$$

$$\Delta C_1 = [(\Delta C_{rg} / a)^2 + (\Delta C_{yb} / b)^2]^{1/2}$$

Finalmente las contribuciones a la diferencia de color son:

$$\Delta C = K_1\ \Delta C_1$$

$$\Delta L = K_2\ \Delta L_2$$

$$\Delta E = [(\Delta C)^2 + (\Delta L)^2]^{1/2}$$

9.- Glasser (1958). (Fórmula de la raiz cúbica).

$R = 1.02\ X$

$G = Y$

$B = 0.847\ Z$ Siendo X,Y,Z los valores triestímulos obviamente.

$K_a = 106.0$

$K_b = 42.34$

$$L^* = 25.29\ G^{1/3} - 18.38$$

$$a^* = K_a\ (R^{1/3} - G^{1/3})$$

$$b^* = K_b\ (G^{1/3} - B^{1/3})$$

$$\Delta E = [(\Delta L^*)^2 + (\Delta a^*)^2 + (\Delta b^*)^2]^{1/2}$$

10.- Godlove (1951). (Godlove-Judd)

$$\Delta E = [2\ C_1\ C_2\ [\ 1 - \cos\ (3.6\ \Delta H)\ ] + (\Delta C)^2 + (4\ \Delta V)^2\ ]^{1/2}$$

C_1 y C_2 son los valores de croma del sistema Munsell de las dos muestras. Análogamente H y V se refieren al tono y valor Munsell de las muestras. Esta fórmula supone modificaciones a la propuesta por Balinkin (1936), y ha sido sugerida también por Wyszecki (1968) a la CIE para su estudio.

11.- Hunter (1942). (Segunda unidad NBS de diferencia de color).

$$\alpha = (2.4266\ x - 1.3631\ y - 0.3214)\ /\ (x + 2.2633\ y + 1.1054)$$

$$\beta = (0.5710\ x + 1.2447\ y - 0.5708)\ /\ (x + 2.2633\ y + 1.1054)$$

$$Y_m = (Y_1 + Y_2)\ /\ 2$$

$$f_g = (Y_m)\ /\ (Y_m + 2.5)$$

Siendo x, y, Y las coordenadas de cromaticidad CIE 1931 y el factor de luminancia tomado en tantos por ciento. Los subíndices 1 y 2 se refieren a las dos muestras cuya diferencia de color es:

$$\Delta E = f_g[[\ 221\ Y_m^{1/4}[(\Delta\alpha)^2 + (\Delta\beta)^2]^{1/2}\ ]^2 + [k\ (Y_1^{1/2} - Y_2^{1/2})\ ]^2\ ]^{1/2}$$

La constante k depende del grosor de la linea de separación de las muestras. Para una linea delgada suele tomarse k = 10.

12.- Hunter L, a_l, b_l. (Hunter, 1948).

$$L = 10\ Y^{1/2}$$

$$a_l = 17.5\ Y^{-1/2}\ (1.02\ X - Y)$$

$$b_l = 7.0\ Y^{-1/2}\ (Y - 0.847\ Z)$$

$$\Delta E = [\ (\Delta L)^2 + (\Delta a_l)^2 + (\Delta b_l)^2\ ]^{1/2}$$

X,Y,Z son los valores triestímulos, como es usual. Los colorímetros del tipo Hunterlab o Gardner realizan sus medidas en base al sistema de Hunter anterior.

13.- JPC79.

$$L_t = 0.08195\ L\ /\ (\ 1 + 0.01765\ L\ )$$

$$C_t = 0.638 + [0.0638\ C\ /\ (\ 1 + 0.0131\ C\ )]$$

$$H_t = T\ C_t$$

T = 1 cuando $C < 0.638$

Para valores de $C > 0.638$ el parámetro T vale:

$T = 0.36 + |0.4 \cos (h + 35°)|$ excepto si $164° < h < 345°$ en que

$T = 0.56 + |0.2 \cos (h + 168°|$

L, C, h son los valores de la luminancia, croma y ánguno de tono de la muestra patrón calculadas a partir de CIELAB. La fórmula de diferencia de color final (donde los incrementos corresponden con diferencias calculadas también mediante CIELAB) es:

$$E = [(\Delta L\ /\ L_t\ )^2 + (\Delta C\ /\ C_t\ )^2 + (\Delta H\ /\ H_t\ )^2\ ]^{1/2}$$

14.- LABNHU. (Richter, 1980).

$$L^* = 116\ (Y/100)^{1/3} - 16$$

$$A^* = 500\ (A' - A'_o)\ Y^{1/3}$$

$$B^* = 500\ (B' - B'_o)\ Y^{1/3}$$

$$A' = 0.25\ [(x/y) + (1/6)]^{1/3}$$

$$B' = -\ (1/12)\ [(z/y) + (1/6)]^{1/3}$$

Siendo x,y,z coordenadas de cromaticidad en el sistema CIE y A'_o B'_o los valores correspondientes de A' y B', respectivamente, para el estímulo de referencia.

$$\Delta E = [(\Delta L^*)^2 + (\Delta A^*)^2 + (\Delta B^*)^2]^{1/2}$$

15.- MacAdam.

$$\Delta E = [\ g_{11}\ (\Delta x)^2 + 2g_{12}\ (\Delta x)\ (\Delta y) + g_{22}\ (\Delta y)^2\ ]^{1/2}$$

Esta fórmula (en la que x, y son coordenadas de cromaticidad en el sistema CIE) es válida sólo para estímulos con igual luminancia ó que difieren sólo en cromaticidad. Los coeficientes métricos g son función de las coordenadas (x,y) y pueden hallarse a partir de las gráficas de MacAdam (1943) ó, más en general, a partir de datos de umbrales, según las expresiones:

$$g_{11} = (1/a^2)\ (\cos\theta)^2 + (1/b^2)\ (\text{sen}\ \theta)^2$$

$$g_{12} = \text{sen}\ \theta\ \cos\theta\ (1/a^2 - 1/b^2)$$

$$g_{22} = (1/a^2)\ (\text{sen}\ \theta)^2 + (1/b^2)\ (\cos\theta)^2$$

donde a y b son los semiejes mayor y menor de las elipses y θ es el ángulo del semieje mayor con la dirección positiva de abcisas. Para colores con diferente luminancia se propone una expresión de carácter similar:

$$\Delta E = [g_{11}\ (\Delta x)^2 + 2g_{12}\ (\Delta x)\ (\Delta y) + g_{22}\ (\Delta y)^2 + g_{33}\ (\Delta Y/Y)^2\ ]^{1/2}$$

16.- MacAdam PQS.

$$P = 0.70\ X + 0.27\ Y - 0.1\ Z$$

$$Q = 0.36\ X + 1.23\ Y + 0.1\ Z$$

$$S = 2.2\ Z$$

$$A = (P^2 + Q^2)^4 / (P^4 + Q^4)^2$$

$$T = 0.22 / (S^2 + Q^2 + 25)$$

$$c_{11} = 7.0 (0.16 + A + T S^2) / P^2$$

$$c_{12} = c_{11} (P/Q)$$

$$c_{22} = c_{11} (P^2/Q^2)$$

$$c_{33} = 17.7 T$$

$$c_{23} = -0.63 S c_{33} / Q$$

$$c_{13} = c_{23} (Q/P)$$

Viniendo dada la diferencia de color por la expresión final:

$$\Delta E = [c_{11} (\Delta P)^2 + 2c_{12} (\Delta P) (\Delta Q) + c_{22} (\Delta Q)^2 + 2c_{23} (\Delta Q) (\Delta S) + c_{33} (\Delta S)^2 + 2c_{13} (\Delta P) (\Delta S)]^{1/2}$$

17.- Nickerson (1936).

$$\Delta H = H_2 - H_1$$

$$\Delta V = V_2 - V_1$$

$$\Delta C = C_2 - C_1$$

$$C = (C_1 \quad _2) / 2$$

Donde H, V, C son el tono, valor y croma del sistema Munsell y los subíndices 1, 2 se refieren a las dos muestras que se están comparando. La diferencia de color se expresa sencillamente:

$$\Delta E = 0.4 C \Delta H + 6 \Delta V + 3 \Delta C$$

18.- Saunderson-Milner (1946). (Espacio "zeta").

$$\theta = \text{arctg} [0.4 (V_z - V_y) / (V_x - V_y)]$$

$$\xi_1 = (V_x - V_y)\ (9.37 + 0.79 \cos \theta)$$

$$\xi_2 = k\ V_y$$

$$\xi_3 = (V_z - V_y)\ (3.33 + 0.87 \text{ sen } \theta)$$

Donde V_x, V_y, V_z son los valores Munsell que también aparecen en la fórmula ANLAB y que están relacionados con los triestímulos X, Y, Z. La constante k depende de las condiciones de observación, siendo usual $k \approx 2$. La diferencia de color viene dada por:

$$\Delta E = [(\Delta\xi_1)^2 + (\Delta\xi_2)^2 + (\Delta\xi_3)^2]^{1/2}$$

19.- Scofield (1943).

$$\alpha = (2.4266\ x - 1.3631\ y - 0.3214) / (x + 2.2633\ y + 1.1054)$$

$$\beta = (0.5710\ x + 1.2447\ y - 0.5708) / (x + 2.2633\ y + 1.1054)$$

$$\bar{L} = 10\ Y^{1/2}$$

$$\bar{a} = 7\ \bar{L}\ \alpha$$

$$\bar{b} = 7\ \bar{L}\ \beta$$

Los valores de α y β son los mismos que en la fórmula Hunter (1942). Y es el factor de luminancia. Se calcula la diferencia de color con:

$$\Delta E = [(\Delta\bar{L})^2 + (\Delta\bar{a})^2 + (\Delta\bar{b})^2]^{1/2}$$