



UNIVERSIDAD
DE GRANADA

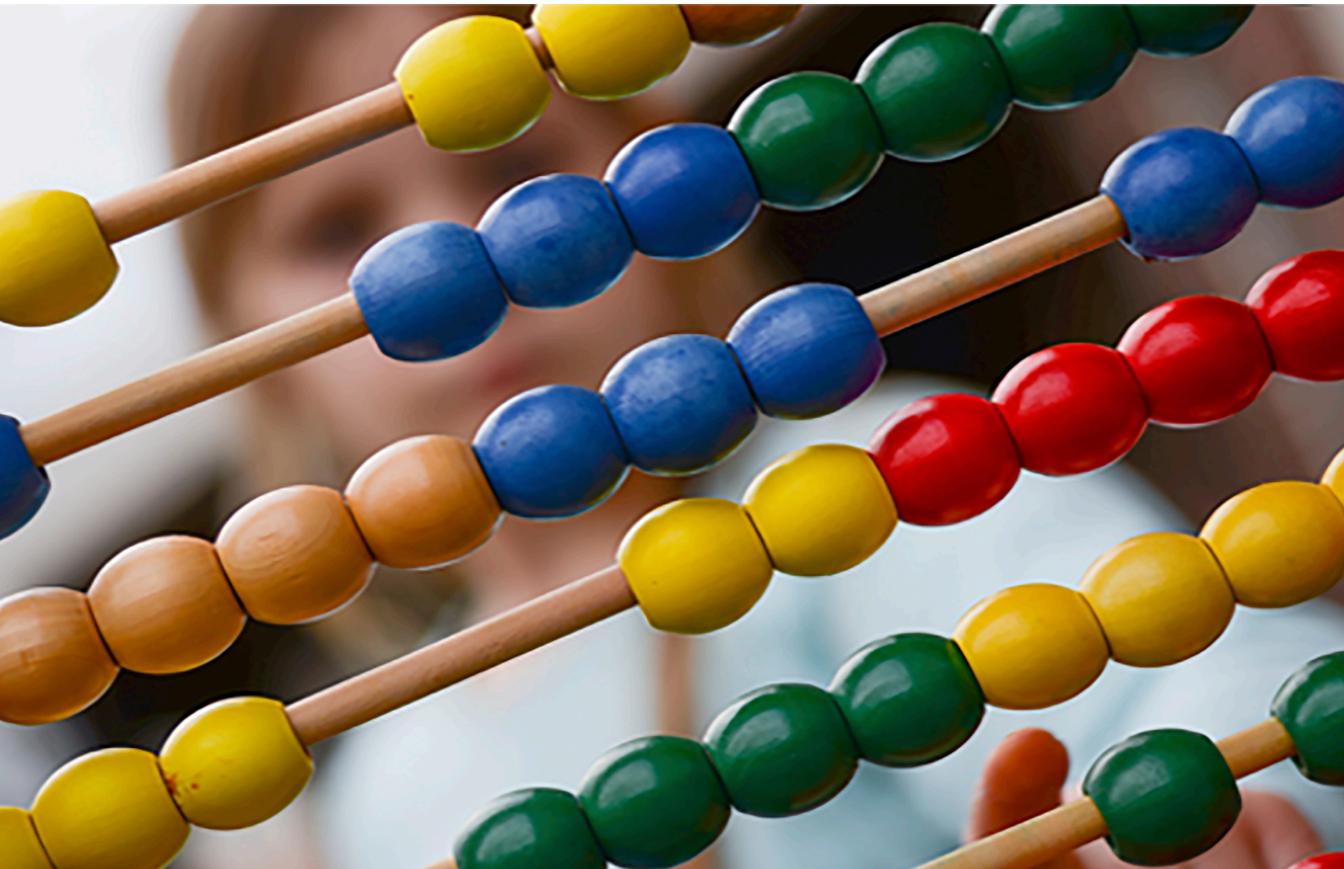
*Proyecto docente y
resumen del tema a
presentar*

José Miguel Contreras García

PLAZA NÚMERO 14/5/2018

ASIGNATURA: DISEÑO Y DESARROLLO DEL CURRÍCULO
DE MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN PRIMARIA

GRADO EN MAESTRO DE EDUCACIÓN PRIMARIA





**UNIVERSIDAD
DE GRANADA**

PROYECTO DOCENTE

Para optar a una plaza de
Profesor Titular de Universidad
Dpto. Didáctica de la Matemática

PLAZA NÚMERO 14/5/2018

**ASIGNATURA: DISEÑO Y DESARROLLO DEL
CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN
PRIMARIA**

GRADO EN MAESTRO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

JOSÉ MIGUEL CONTRERAS GARCÍA
Granada, 15 de noviembre de 2018

CARACTERIZACIÓN DE LA PLAZA

Resolución de 6 de julio de 2018, de la Universidad de Granada, por la que se convoca concurso de acceso a plazas de cuerpos docentes universitarios.

Código: 14/5/2018.

Identificación de la plaza: Profesor Titular de Universidad.

Área de conocimiento: Didáctica de la Matemática.

Departamento: Didáctica de la Matemática.

Actividad docente e investigadora: Docencia: Diseño y Desarrollo del Curriculum de Matemáticas en Educación Primaria (Grado de Primaria).

Investigación: Cultura Estadística.

Documentos referentes a la plaza:

- Resolución de 6 de julio de 2018, de la Universidad de Granada, por la que se convoca concurso de acceso a plazas de cuerpos docentes universitarios. BOJA nº 140 de 20 de julio de 2018 página 115.
- Resolución de 6 de julio de 2018, de la Universidad de Granada, por la que se convoca concurso de acceso a plazas de cuerpos docentes universitarios. BOE 179, miércoles 25 de julio de 2018, sección II, Página 74284.

Normativa de aplicación de la Universidad de Granada que regula el procedimiento de los concursos de acceso a los cuerpos docentes universitarios:

- Resolución de 28 de septiembre de 2011, de la Universidad de Granada, por la que se hace pública la normativa de aplicación de la Universidad de Granada que regula el procedimiento de los concursos de acceso a los cuerpos docentes universitarios. (Aprobada por el Consejo de Gobierno de la Universidad de Granada en sesión celebrada el día 7 de octubre de 2008 y modificada para su adaptación a los nuevos Estatutos en sesión del Consejo de Gobierno celebrada el 27 de septiembre de 2011).

ÍNDICE

Capítulo 1. Descripción de la asignatura.....	1
1.1 Introducción	
1.2 Competencias generales y específicas de la asignatura	
1.3 Objetivos de la asignatura	
1.4 Temario de la asignatura	
1.5 Metodología docente	
1.6 Instrumentos, criterios de evaluación y porcentajes sobre la calificación final	
Capítulo 2. Currículo de matemáticas.....	9
2.1 Introducción	
2.2 El currículo de matemáticas	
2.3 Normativa curricular autonómica	
2.4 Estructura y elementos	
7.6.1 Objetivos del área de matemáticas en educación primaria.	
7.6.2 Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas	
7.6.3 Bloque 2. Números	
7.6.4 Bloque 3. Medida	
7.6.5 Bloque 4. Geometría	
7.6.6 Bloque 5. Estadística y probabilidad	
2.5 Resumen	
Capítulo 3. Gestión de la clase de matemáticas.....	39
3.1 Introducción	
3.2 Comunicación en el aula de matemáticas	
3.3 Organización de los alumnos	
3.4 Ambiente de aprendizaje	
Capítulo 4. El libro de texto de matemáticas.....	49
4.1 Introducción	
4.2 Características de los libros de texto	

4.3 Problemática del libro de texto	
Capítulo 5. Tareas matemáticas escolares.....	55
5.1 Introducción	
5.2 Tipos de tareas	
5.3 Diseño de tareas	
Capítulo 6. Situaciones didácticas en el aula de matemáticas.....	67
6.1 Introducción	
6.2 Contrato didáctico	
6.3 Situación-problema	
6.4 Situación a-didáctica	
6.5 Variable didáctica	
Capítulo 7. Recursos didácticos en el aula de matemáticas.....	77
7.1 Introducción	
7.2 Características de los materiales y recursos	
7.3 Recursos de ayuda al estudio de las matemáticas	
7.4 Materiales manipulativos de matemáticas	
7.5 Material y situaciones didácticas	
7.6 Recursos tecnológicos en el aula de matemáticas	
7.6.1 Recursos tecnológicos.	
7.6.2 Internet	
7.6.3 Videotutoriales	
7.6.4 Calculadora	
Capítulo 8. Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas.....	91
8.1 Introducción	
8.2 Dificultades relacionadas con los contenidos matemáticos	
8.3 Dificultades causadas por la secuencia de actividades propuestas	
8.4 Dificultades en el tema el bloque de números	
8.5 Dificultades en el tema el bloque de geometría	

8.6 Dificultades en el tema el bloque de medida	
8.7 Dificultades en el tema el bloque de estadística y probabilidad	
Capítulo 9. La evaluación en matemáticas.....	103
9.1 Introducción	
9.2 Finalidad de la evaluación	
9.3 Foco de interés de la evaluación	
9.4 ¿Qué aspectos son evaluables?	
9.5 Algunas consideraciones sobre la evaluación	
Capítulo 10. La idoneidad didáctica en matemáticas.....	117
10.1 Introducción	
10.2 Idoneidad epistémica	
10.3 Idoneidad cognitiva	
10.4 Idoneidad afectiva	
10.5 Idoneidad interaccional	
10.6 Idoneidad mediacional	
10.7 Idoneidad ecológica	
10.8 Interacción entre las idoneidades	
10.9 Idoneidad temporal y su relación con las restantes facetas	
Capítulo 11. Aspectos afectivos y atención a la diversidad en la enseñanza de las matemáticas escolares.....	131
11.1 Introducción	
11.2 ¿Cómo se entiende la dimensión afectiva en matemáticas?	
11.3 Dimensión afectiva en el aula de matemáticas	
11.3.1 Creencias	
11.3.2 Actitudes	
11.3.3 Emociones	
11.4 Atención a la diversidad en la enseñanza de las matemáticas	

Capítulo 12. Diseño de una unidad didáctica para matemáticas en educación primaria.....	141
---	-----

12.1 Introducción

12.2 Descripción y motivación del trabajo

12.3 Elementos a tener en cuenta al desarrollar las unidades didácticas

12.4 Presentación del trabajo

RESUMEN

Una de las competencias comunes de todo maestro es saber diseñar y desarrollar de proyectos educativos y unidades de programación que permitan adaptar el currículum, teniendo en cuenta los contenidos propios del área de conocimiento, al contexto sociocultural.

La asignatura Diseño y desarrollo del currículum de matemáticas en Educación Primaria pretende proporcionar al estudiante, futuro profesor, un soporte teórico sobre el currículum de matemáticas y su didáctica, además de dotarle de algunos recursos necesarios para acometer su práctica docente.

Aunque la asignatura se subdivide oficialmente en cinco temas, en este proyecto docente se han subdividido en doce capítulos, que complementan los temas y fundamentan la asignatura. La subdivisión y composición de este proyecto docente es el siguiente:

- Capítulo 1. Descripción de la asignatura.
- Tema 1: Currículo de matemáticas. Estructura y elementos. Normativas curriculares nacional y autonómica.
 - Capítulo 2. Currículo de matemáticas.
- Tema 2. Gestión de la clase. Los libros de texto. Diseño, selección y secuenciación de tareas.
 - Capítulo 3. Gestión de la clase de matemáticas.
 - Capítulo 4. El libro de texto de matemáticas.
 - Capítulo 5. Tareas matemáticas escolares.
- Tema 3. Planificación de la enseñanza de las matemáticas de Educación Primaria.
 - Capítulo 6. Situaciones didácticas en el aula de matemáticas.
 - Capítulo 7. Recursos didácticos en el aula de matemáticas.
 - Capítulo 8. Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas.

- Tema 4. La evaluación en matemáticas.
 - Capítulo 9. La evaluación en matemáticas.
 - Capítulo 10. La idoneidad didáctica en matemáticas.
- Tema 5. Aspectos afectivos y atención a la diversidad en la enseñanza de las matemáticas escolares.
 - Capítulo 11. Aspectos afectivos y atención a la diversidad en la enseñanza de las matemáticas escolares.
- Capítulo 12. Diseño de una unidad didáctica para matemáticas en educación primaria.

La composición y desarrollo de estos capítulos abarcan algunas de las variables que intervienen en el proceso de enseñanza – aprendizaje y sus relaciones, el diseño del currículum entendido como planificación de los elementos curriculares que definen la práctica de la enseñanza, las formas de intervención y los procesos y técnicas de evaluación.

Capítulo 1

DESCRIPCIÓN DE LA ASIGNATURA

1.1 INTRODUCCIÓN

El Proyecto Docente se centra en la asignatura “Diseño y desarrollo del currículo de matemáticas en educación primaria” dirigida a los estudiantes del tercer curso del Grado de Educación Primaria. Se trata de una asignatura obligatoria de 7 créditos. Los estudiantes previamente han cursado las asignaturas: “Bases matemáticas en la Educación Primaria” y “Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria”. Por tanto, estos estudiantes han adquirido los conocimientos necesarios de matemáticas y algunos elementos de didáctica de la matemática, que se tratan de complementar y aplicar en la materia en que se centra nuestro proyecto.

La asignatura, de carácter eminentemente práctico, tiene como objetivo principal familiarizar a los estudiantes con los principales elementos y conocimientos requeridos en el diseño e implementación de unidades didácticas de matemáticas en Educación Primaria. Para ello, el estudiante ha de conocer qué es el currículo de matemáticas de Educación Primaria, cuáles son sus fines, su concreción en los distintos ciclos de la Educación Primaria, y los bloques temáticos que lo componen, en función de la normativa que establece el currículo de educación primaria vigente. Además, se pretende que los estudiantes conozcan métodos de organización y gestión de la clase; estrategias que fomenten una buena actitud hacia las matemáticas; instrumentos y técnicas de evaluación, y métodos para tratar la diversidad.

La elaboración del Proyecto docente ha tenido en cuenta la normativa curricular (Consejería de Educación, 2015; MECD, 2014), así como algunos textos de Didáctica de la Matemática en Educación Primaria (Flores y Rico, 2015; Godino et al.2004.; Rico y Moreno, 2016) y otros materiales que se citan a lo largo del Proyecto.

A continuación, se describen las competencias, objetivos, temario, metodología y criterios de evaluación establecidos en la guía docente elaborada por el Departamento de Didáctica de la Matemática para la asignatura.

1.2 COMPETENCIAS GENERALES Y ESPECÍFICAS DE LA ASIGNATURA

Las competencias generales y específicas de una asignatura se refieren al conjunto de conocimientos, actitudes, valores y habilidades, relacionados y combinados entre sí, que permiten el desempeño satisfactorio de ésta. En este caso, las competencias, que trataremos como genéricas, englobando tanto a generales como específicas, son:

- C1. Conocer las áreas curriculares de la Educación Primaria, la relación interdisciplinar entre ellas, centrándose particularmente en los criterios de evaluación y el cuerpo de conocimientos didácticos en torno a los procedimientos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
- C2. Diseñar, planificar y evaluar procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, tanto individualmente como en colaboración con otros docentes y profesionales del centro donde el estudiante realice su labor futura.
- C3. Diseñar y regular espacios de aprendizaje en contextos de diversidad, que atiendan a la igualdad de género, a la equidad y al respeto a los derechos humanos, y que conformen los valores de la formación ciudadana.
- C4. Reflexionar sobre las prácticas de aula para innovar y mejorar la labor docente. Adquirir hábitos y destrezas para el aprendizaje autónomo y cooperativo y promoverlo entre sus futuros alumnos.
- C5. Conocer y aplicar en las aulas las tecnologías de la información y de la comunicación en la enseñanza de las matemáticas.
- C6. Comprender la función, las posibilidades y los límites de la educación matemática en la sociedad actual y las competencias fundamentales que sobre la educación matemática competen a los colegios de educación primaria y a sus profesionales.
- C7. Conocer, analizar y ser capaz de implementar el currículo escolar de matemáticas.
- C8. Analizar, razonar y comunicar propuestas de enseñanza de las matemáticas.

- C9. Desarrollar y evaluar contenidos matemáticos del currículo mediante recursos didácticos apropiados y promover las competencias correspondientes en sus alumnos.

1.3 OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA

La principal finalidad de esta asignatura es que los estudiantes profundicen y apliquen su conocimiento de las Matemáticas y de las principales dimensiones que aborda la Didáctica de la Matemática, para diseñar, fundamentar y defender una unidad didáctica sobre algún tema específico de las matemáticas de Educación Primaria. Esta finalidad, que persigue desarrollar la competencia de planificación de los futuros profesores, se concreta en los siguientes objetivos:

- O1. Identificar y caracterizar la estructura básica de los documentos curriculares vigentes en España y en la Junta de Andalucía, reconociendo finalidades, competencias, contenidos, directrices metodológicas y criterios de evaluación.
- O2. Comparar de manera crítica los principales descriptores de propuestas curriculares de diferentes países.
- O3. Concretar y organizar la secuencia de temas de matemáticas en los diferentes ciclos de Educación Primaria.
- O4. Determinar y relacionar los principales contenidos y procedimientos vinculados a diferentes temas de matemáticas.
- O5. Recopilar y estructurar información relativa a los temas de matemáticas de Educación primaria y a diferentes herramientas y recursos disponibles para la enseñanza (sistemas de representación, fenomenología, expectativas, errores y dificultades, etc.).
- O6. Diseñar y secuenciar tareas matemáticas de acuerdo a la edad y conocimientos previos de los niños, a unos contenidos específicos, a determinadas expectativas de aprendizaje y a los materiales y recursos disponibles.

- O7. Identificar criterios e instrumentos para evaluar el aprendizaje escolar en matemáticas y el desarrollo de la competencia básica de matemáticas.
- O8. Diseñar y organizar actividades matemáticas que motiven y promuevan el aprendizaje de todos los estudiantes, de acuerdo a los requerimientos de la sociedad actual.
- O9. Analizar y valorar la organización y el contenido de diferentes libros de texto, destacando potencialidades y carencias.
- O10. Diseñar y fundamentar una unidad didáctica para un tema específico de las matemáticas de Educación primaria.

1.4 TEMARIO DE LA ASIGNATURA

El temario de la asignatura, dado su carácter principalmente práctico, se compone de dos bloques, uno teórico y otro práctico interrelacionados, a los cuales se dedican 7 créditos. A continuación se describe brevemente el contenido de cada uno de estos bloques:

Temario teórico:

- Tema 1. Currículo de matemáticas. Estructura y elementos. Normativas curriculares nacional y autonómica. Otras propuestas curriculares para la enseñanza de las matemáticas escolares.
- Tema 2. Gestión de la clase. Los libros de texto. Diseño, selección y secuenciación de tareas.
- Tema 3. Planificación de la enseñanza de las matemáticas de Educación Primaria.
- Tema 4. La evaluación en matemáticas.
- Tema 5. Aspectos afectivos y atención a la diversidad en la enseñanza de las matemáticas escolares.

Temario práctico:

- Práctica 1. Análisis de la normativa curricular en España. Comparación de propuestas curriculares de matemáticas.
- Práctica 2. Análisis y comparación de libros de texto.
- Práctica 3. Diseño de tareas.
- Resto de prácticas. Diseño de una unidad didáctica.
- Última práctica. Presentación de la unidad didáctica.

1.5 METODOLOGÍA DOCENTE

La metodología de esta asignatura se centra fundamentalmente en la elaboración, por los estudiantes, de trabajos de planificación de la actuación docente en matemáticas, en el aula de Educación Primaria. El desarrollo del contenido teórico, se organiza en torno a la elaboración de estos trabajos de planificación. Especialmente, el desarrollo de las unidades didácticas tratará de abarcar, en el conjunto del grupo clase, todos los bloques de contenidos y todos los ciclos de la Educación Primaria. La presentación de los trabajos por parte de los alumnos formará parte del desarrollo de la asignatura.

De manera general, el trabajo en el aula se organiza en torno a cuatro momentos: en primer lugar la asignación de trabajos a los alumnos; en segundo lugar, la presentación del profesor de las cuestiones teóricas que fundamentan el desarrollo de los trabajos; en tercer lugar, el trabajo individual y en pequeños grupos de los estudiantes sobre tales cuestiones y, en cuarto lugar, las intervenciones y presentaciones de los grupos de estudiantes sobre los resultados obtenidos en sus respectivos trabajos.

Por tanto, esta asignatura fomenta el trabajo en grupo, promoviendo el análisis, la reflexión crítica y la discusión en grupo de los documentos de trabajo, así como la preparación de materiales y la redacción conjunta de documentos y programaciones, como la unidad didáctica que constituye el trabajo final de la materia.

Las sesiones teóricas y prácticas se complementan con tutorías en pequeños grupos e individualizadas, tanto presenciales como a través de la plataforma de docencia PRADO u otros medios virtuales.

La asistencia a clase es esencial en este tipo de metodología, por lo que será obligatoria la asistencia a al menos el 80% de estas clases prácticas.

De manera resumida las metodologías activas de enseñanza - aprendizaje se distribuyen de la siguiente forma:

- MD1. Aprendizaje cooperativo (30-40%), en especial en las sesiones prácticas de la asignatura, donde se trabaja en pequeños grupos.
- MD2. Aprendizaje por proyectos (20-30%). Se aplicará el método de proyectos en la elaboración por los estudiantes o grupos de la planificación de una unidad didáctica.
- MD3. Estudio de casos (10-20%). Los casos pueden tratar sobre normativa curricular, libros de texto, episodios de aprendizaje o unidades didáctica ya diseñadas.
- MD4. Aprendizaje basado en problemas (0-10%).
- MD5. Metodología expositiva: Resumen por parte del profesor de los contenidos teóricos e instrucciones para el trabajo del estudiante (20-30%).
- MD6. Contrato de aprendizaje (0-10%).

1.6 INSTRUMENTOS, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y PORCENTAJES SOBRE LA CALIFICACIÓN FINAL

La evaluación del nivel de adquisición de las competencias será continua y formativa, atendiendo a los aspectos del desarrollo de la materia, en la que se aprecie el trabajo individual y en grupo, y el aprendizaje significativo de los contenidos teóricos y su aplicación práctica. La calificación global corresponderá a la puntuación ponderada de los diferentes aspectos y actividades que integran el sistema de evaluación:

1. Elaboración por grupos de una unidad didáctica sobre un tema de matemáticas de Educación Primaria y presentación y defensa individual de la misma.
2. Valoración de trabajos o pruebas individuales realizados.
3. Realización y presentación de trabajos realizados en grupo.
4. Valoración del grado de implicación y actitud del alumnado manifestada en su participación en las consultas, exposiciones y debates; así como en la elaboración de los trabajos, individuales o en equipo, y en las sesiones de puesta en común; también se tendrá en cuenta la asistencia a clase, seminarios, tutorías, sesiones de grupo.

La calificación final deberá recoger la superación de los distintos apartados de la evaluación de manera independiente; el peso de cada uno de ellos es:

- Apartado 1: 30%
- Apartado 2: 30%
- Apartado 3: 20%
- Apartado 4: 20%

En caso de no superar alguno de los apartados anteriores el estudiante tendrá que superar una prueba final que podrá ser oral.

Dada la característica práctica de la asignatura, además de los apartados anteriores, es obligatoria la asistencia al 80% de los seminarios para poder superar la asignatura.

De acuerdo al procedimiento establecido en los artículos 6 y 8 de la Normativa de Evaluación y de Calificación de los estudiantes de la Universidad de Granada aprobada por Consejo de Gobierno el 26 de octubre de 2016, el alumnado podrá acogerse, mediante petición formulada al director del Departamento, a una evaluación única final que incluirá las pruebas teóricas y prácticas (elaboración y exposición de una unidad didáctica) necesarias para acreditar que han adquirido las competencias descritas en esta Guía Docente.

Capítulo 2

CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS

2.1 INTRODUCCIÓN

La formación como profesor de matemáticas de educación primaria requiere que los estudiantes organicen y sistematicen sus conocimientos profesionales sobre la planificación de la enseñanza y sobre cómo impulsar el aprendizaje de las matemáticas por los escolares. Para atender estos requerimientos, el futuro profesor de matemáticas de Primaria necesita de una formación centrada en las matemáticas escolares y en su didáctica, que incluya el conocimiento del currículo y su desarrollo (Flores y Rico, 2015), así como otros componentes del conocimiento didáctico-matemático del profesor: componente epistémico, cognitivo, afectivo, mediacional, interaccional y ecológico (Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017). En esta asignatura se inicia al estudiante en la adquisición de dichos conocimientos, que se irán completando en su práctica profesional.

Los últimos Decretos de Enseñanzas Mínimas para educación primaria (MECD, 2014) definen el término “Currículo” como la “regulación de los elementos que determinan los procesos de enseñanza y aprendizaje para cada una de las enseñanzas y etapas educativas” (p. 19349).

En los últimos decretos, se hace hincapié en el trabajo por competencias, ya que éstas suponen una combinación de habilidades prácticas, conocimientos, motivación, valores éticos, actitudes, emociones, y otros componentes sociales y de comportamiento que se movilizan conjuntamente para lograr una acción eficaz. El aprendizaje por competencias favorece los propios procesos de aprendizaje y la motivación por aprender, debido a la fuerte interrelación entre sus componentes: el concepto se aprende de forma conjunta al procedimiento de aprender dicho concepto. Las competencias actuales del currículo son las siguientes:

- 1.º Comunicación lingüística.
- 2.º Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.

- 3.º Competencia digital.
- 4.º Aprender a aprender.
- 5.º Competencias sociales y cívicas.
- 6.º Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor.
- 7.º Conciencia y expresiones culturales.

En el desarrollo del currículo, el rol del docente es fundamental, pues debe ser capaz de diseñar tareas o situaciones de aprendizaje que posibiliten la resolución de problemas, la aplicación de los conocimientos aprendidos y la promoción de la actividad de los estudiantes.

El currículo básico se organiza partiendo de los objetivos propios de cada etapa y de las competencias que se van a desarrollar a lo largo de la educación básica, mediante el establecimiento de bloques de contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables, que serán referentes en la planificación de la concreción curricular y en la programación docente.

A efecto del actual currículo, se definen los siguientes elementos necesarios para su correcta interpretación (MECD, 2014):

- **Objetivos:** referentes relativos a los logros que el alumno debe alcanzar al finalizar el proceso educativo, como resultado de las experiencias de enseñanza-aprendizaje intencionalmente planificadas a tal fin.
- **Competencias:** capacidades para aplicar de forma integrada los contenidos propios de cada enseñanza y etapa educativa, con el fin de lograr la realización adecuada de actividades y la resolución eficaz de problemas complejos.
- **Contenidos:** conjunto de conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes que contribuyen al logro de los objetivos de cada enseñanza y etapa educativa y a la adquisición de competencias. Los contenidos se ordenan en asignaturas, que se clasifican en materias, ámbitos, áreas y módulos en función de las enseñanzas, las etapas educativas o los programas en que participe el alumnado.

- Estándares de aprendizaje evaluables: especificaciones de los criterios de evaluación que permiten definir los resultados de aprendizaje, y que concretan lo que el alumno debe saber, comprender y saber hacer en cada asignatura; deben ser observables, medibles y evaluables y permitir graduar el rendimiento o logro alcanzado. Su diseño debe contribuir y facilitar el diseño de pruebas estandarizadas y comparables.
- Criterios de evaluación: son el referente específico para evaluar el aprendizaje del alumnado. Describen aquello que se quiere valorar y que el alumnado debe lograr, tanto en conocimientos como en competencias; responden a lo que se pretende conseguir en cada asignatura.
- Metodología didáctica: conjunto de estrategias, procedimientos y acciones organizadas y planificadas por el profesorado, de manera consciente y reflexiva, con la finalidad de posibilitar el aprendizaje del alumnado y el logro de los objetivos planteados.

En Educación Primaria, el currículo se establece en tres niveles, el Gobierno, a través del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (nombre actual), el resto de Administraciones educativas (cuyas competencias las poseen las comunidades autónomas) y los centros docentes. Las funciones se reparten de la siguiente forma:

Corresponderá al Gobierno:

1. Determinar los contenidos comunes, los estándares de aprendizaje evaluables y el horario lectivo mínimo del bloque de asignaturas troncales (entre ellas matemáticas).
2. Determinar los estándares de aprendizaje evaluables relativos a los contenidos del bloque de asignaturas específicas.
3. Determinar los criterios de evaluación del logro de los objetivos de las enseñanzas y etapas educativas y del grado de adquisición de las competencias correspondientes, así como las características generales de las pruebas en relación con la evaluación final de Educación Primaria.

Dentro de la regulación y límites establecidos por el Gobierno, a través del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, de acuerdo con los apartados anteriores, las Administraciones educativas podrán:

1. Complementar los contenidos del bloque de asignaturas troncales.
2. Establecer los contenidos de los bloques de asignaturas específicas y de libre configuración autonómica.
3. Realizar recomendaciones de metodología didáctica para los centros docentes de su competencia.
4. Fijar el horario lectivo máximo correspondiente a los contenidos de las asignaturas del bloque de asignaturas troncales.
5. Fijar el horario correspondiente a los contenidos de las asignaturas de los bloques de asignaturas específicas y de libre configuración autonómica.
6. En relación con la evaluación durante la etapa, complementar los criterios de evaluación relativos a los bloques de asignaturas troncales y específicas, y establecer los criterios de evaluación del bloque de asignaturas de libre configuración autonómica.
7. Establecer los estándares de aprendizaje evaluables relativos a los contenidos del bloque de asignaturas de libre configuración autonómica.

Dentro de la regulación y límites establecidos por las Administraciones educativas de acuerdo con los apartados anteriores, y en función de la programación de la oferta educativa que establezca cada Administración educativa, los centros docentes podrán:

1. Complementar los contenidos de los bloques de asignaturas troncales, específicas y de libre configuración autonómica y configurar su oferta formativa.
2. Diseñar e implantar métodos pedagógicos y didácticos propios.
3. Determinar la carga horaria correspondiente a las diferentes asignaturas.

Finalmente, la concreción del currículo en el aula la realiza el profesor quién, en base a lo establecido por el gobierno, administraciones educativas y centros docentes, y a través de adaptaciones curriculares y desarrollo de unidades didácticas adecuadas responde a las necesidades del aula.

2.2 EL CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS

De acuerdo con Rico y Moreno (2016), entendemos por currículo a un plan de formación, que propone respuestas concretas para las siguientes preguntas: ¿Qué contenidos?, ¿Para qué objetivos y competencias?, ¿Cuándo y dónde realizar la enseñanza y cómo organizar el trabajo de los docentes?, y ¿Cuáles criterios y resultados de evaluación muestran el grado de adquisición de las competencias y el logro de los objetivos de cada enseñanza y etapa educativa? Y en el caso del currículo de matemáticas se debe dar respuesta a: ¿Qué es, en qué consiste el conocimiento matemático?, ¿Para qué sirve su aprendizaje?, ¿Cómo y cuándo se lleva a cabo su enseñanza?, y ¿Cuáles resultados muestran el logro de los aprendizajes?

Como señala Rico (2009), el término *currículum de matemáticas* denomina toda aquella actividad que organiza y lleva a cabo un plan de formación en matemáticas para niños, jóvenes y adultos dentro de un sistema educativo, y cuya puesta en práctica corresponde a profesores y especialistas. Los sistemas educativos planifican y gestionan la educación matemática mediante el diseño y puesta en práctica de planes de formación que han de tener en cuenta la complejidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje de esta disciplina, las necesidades formativas de los ciudadanos y las demandas sociales de conocimiento matemático.

La finalidad de esta área según la Consejería de Educación (2015) es el desarrollo de la competencia matemática, focalizando el interés sobre las capacidades de los sujetos para analizar y comprender las situaciones, identificar conceptos y procedimientos matemáticos aplicables, razonar sobre las mismas, generar soluciones y expresar los resultados de manera adecuada. Circunscribiéndonos al campo de esta disciplina, estaríamos hablando de lo que se denomina en términos genéricos la competencia matemática o alfabetización matemática del alumnado, concepto con el que se hace referencia a la capacidad del individuo para resolver situaciones prácticas cotidianas, utilizando para este fin los conceptos y procedimientos matemáticos (Jablonka, 2003).

Según el MECD (2014), en la Educación Primaria se busca alcanzar una eficaz alfabetización numérica, entendida como la capacidad para enfrentarse con éxito a situaciones en las que intervengan los números y sus relaciones, permitiendo obtener

información efectiva, directamente o a través de la comparación, la estimación y el cálculo mental o escrito. Para lograr una verdadera alfabetización numérica no basta con dominar los algoritmos de cálculo escrito, es necesario actuar con seguridad ante los números y las cantidades, utilizarlos siempre que sea necesario e identificar las relaciones básicas que se dan entre ellos.

El trabajo en esta área estará basado en la experiencia; los contenidos de aprendizaje parten de lo cercano, y se deberán abordar en contextos de identificación y resolución de problemas. Las matemáticas se aprenden utilizándolas en contextos funcionales relacionados con situaciones de la vida diaria, para ir adquiriendo progresivamente conocimientos más complejos a partir de las experiencias y los conocimientos previos.

Los procesos de resolución de problemas constituyen uno de los ejes principales de la actividad matemática y deben ser fuente y soporte principal del aprendizaje a lo largo de la etapa, puesto que constituyen la piedra angular de la educación matemática. En la resolución de un problema se requieren y se utilizan muchas de las capacidades básicas: leer, reflexionar, planificar el proceso de resolución, establecer estrategias y procedimientos y revisarlos, modificar el plan si es necesario, comprobar la solución si se ha encontrado, hasta la comunicación de los resultados.

El currículo básico se ha formulado partiendo del desarrollo cognitivo y emocional en el que se encuentra el alumnado de esta etapa, de la concreción de su pensamiento, de sus posibilidades cognitivas, de su interés por aprender y relacionarse con sus iguales y con el entorno, y de su paso hacia un pensamiento abstracto hacia el final de la etapa.

Los objetivos generales del área van encaminados a desarrollar las competencias matemáticas e iniciarse en la resolución de problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones, así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana.

El profesor de matemáticas necesita conocimientos sólidos sobre los fundamentos teóricos del currículum y sobre los principios para el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas de matemáticas. Cuando no tienen una formación teórica adecuada los profesores ven limitadas sus funciones a las de meros ejecutores de un campo de decisiones cuya coherencia y lógica no dominan y no entienden (Howson, Keitel y Kilpatrick, 1981).

2.3 NORMATIVA CURRICULAR AUTONÓMICA

La Comunidad Autónoma de Andalucía ostenta la competencia compartida para el establecimiento de los planes de estudio, incluida la ordenación curricular, de conformidad con lo dispuesto en el artículo 52.2 del Estatuto de Autonomía para Andalucía. Todo ello sin perjuicio de lo recogido en el artículo 149.1.30.^a de la Constitución, a tenor del cual corresponde al Estado dictar las normas básicas para el desarrollo de la norma fundamental, con el fin de garantizar el cumplimiento de las obligaciones de los poderes públicos en esta materia.

Como se indica en la Consejería de Educación (2015), el área de matemáticas debe concebirse no sólo como un conjunto de ideas y formas de actuar que conllevan la utilización de cantidades y formas geométricas, sino, y sobre todo, como una materia capaz de generar preguntas, obtener modelos e identificar relaciones y estructuras, de modo que, al analizar los fenómenos y situaciones que se presentan en la realidad, se pueda obtener informaciones y conclusiones que inicialmente no estaban explícitas.

El currículo se ha formulado partiendo del desarrollo cognitivo y emocional en el que se encuentra el alumnado de esta etapa, de la concreción de su pensamiento, de sus posibilidades cognitivas, de su interés por aprender y relacionarse con sus iguales y con el entorno, y del paso que realiza al pensamiento abstracto hacia el final de la etapa.

El desarrollo del sentido numérico y de la simbolización algebraica, el estudio de las formas y sus propiedades, en especial las de nuestro entorno, y la interpretación de los fenómenos ambientales y sociales a través del tratamiento de la información y la probabilidad, completan la propuesta de contenidos para esta etapa educativa.

La Comunidad Autónoma de Andalucía desarrolla igualmente los contenidos, criterios de evaluación, orientaciones, objetivos y competencias por ciclo educativo.

2.4 ESTRUCTURA Y ELEMENTOS

Para facilitar la concreción curricular, los contenidos se han organizado en el último decreto en cinco grandes bloques: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas. Números. Medida. Geometría. Estadística y probabilidad. Pero esta agrupación sólo es

una forma de organizar los contenidos que han de ser abordados de una manera enlazada atendiendo a una configuración cíclica de la enseñanza del área. La intención es ir construyendo unos contenidos sobre los otros, como una estructura de relaciones matemáticas, de forma que se facilite su comprensión y aplicación en contextos cada vez más enriquecedores y complejos. Esta agrupación no implica una organización cerrada, por el contrario, permitirá al profesor organizar de diferentes maneras los contenidos, adoptando la metodología más adecuada a las características de los mismos y del grupo de alumnos. Empezaremos describiendo los objetivos generales del área, que posteriormente nos ayudaran a describir los bloques de contenidos.

2.4.1 Objetivos del área de matemáticas en educación primaria

Los objetivos generales para la educación primaria en el área de matemáticas son los siguientes en las citadas orientaciones curriculares son los siguientes:

- O.MAT.1. Plantear y resolver de manera individual o en grupo problemas extraídos de la vida cotidiana, de otras ciencias o de las propias matemáticas, eligiendo y utilizando diferentes estrategias. Justificar el proceso de resolución, interpretando resultados y aplicándolos a nuevas situaciones para poder actuar de manera más eficiente en el medio social.
- O.MAT.2. Emplear el conocimiento matemático para comprender, valorar y reproducir informaciones y mensajes sobre hechos y situaciones de la vida cotidiana, en un ambiente creativo, de investigación y proyectos cooperativos. Reconocer su carácter instrumental para otros campos de conocimiento.
- O.MAT.3. Usar los números en distintos contextos, identificar las relaciones básicas entre ellos, las diferentes formas de representarlas, desarrollando estrategias de cálculo mental y aproximativo, que lleven a realizar estimaciones razonables, alcanzando así la capacidad de enfrentarse con éxito a situaciones reales que requieren operaciones elementales.
- O.MAT.4. Reconocer los atributos que se pueden medir de los objetos y las unidades, sistema y procesos de medida; escoger los instrumentos de medida más pertinentes en cada caso, haciendo previsiones razonables; expresar los

resultados en las unidades de medida más adecuada, explicando oralmente y por escrito el proceso seguido y aplicándolo a la resolución de problemas.

- O.MAT.5. Identificar formas geométricas del entorno natural y cultural y analizar sus características y propiedades, utilizando los datos obtenidos para describir la realidad y desarrollar nuevas posibilidades de acción.
- O.MAT.6. Interpretar, individualmente o en equipo, los fenómenos ambientales y sociales del entorno más cercano, utilizando técnicas elementales de recogida de datos, representar los datos obtenidos de forma gráfica y numérica y formarse un juicio sobre los mismos.
- O.MAT.7. Apreciar el papel de las matemáticas en la vida cotidiana, disfrutar con su uso y reconocer el valor de la exploración de distintas alternativas, la conveniencia de la precisión, la perseverancia en la búsqueda de soluciones y la posibilidad de aportar nuestros propios criterios y razonamientos.
- O.MAT.8. Utilizar los medios tecnológicos, en todo el proceso de aprendizaje, tanto en el cálculo como en la búsqueda, tratamiento y representación de informaciones diversas; buscando, analizando y seleccionando información y elaborando documentos propios con exposiciones argumentativas de los mismos.

2.4.2 Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas

Según el MECED (2014), el Bloque 1 se ha formulado con la intención de que sea la columna vertebral del resto de los bloques y de esta manera forme parte del quehacer diario en el aula, para trabajar el resto de los contenidos. Con ello se espera conseguir que todo el alumnado, al acabar la Educación Primaria, sea capaz de describir y analizar situaciones de cambio, encontrar patrones, regularidades y leyes matemáticas en contextos numéricos, geométricos y funcionales, valorando su utilidad para hacer predicciones. Se debe trabajar en la profundización en los problemas resueltos, planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, etc., y pedir a los niños que expresen verbalmente de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema, así como utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.

Por último, se han establecido los estándares de aprendizaje evaluables que permitirán definir los resultados de los aprendizajes, y que concretan mediante acciones lo que el alumnado debe saber y saber hacer en el área de matemáticas.

Según la Consejería de Educación (2015), la decisión de crear este bloque tiene una doble finalidad. En primer lugar, otorgarle la atención y dedicación que merece en el quehacer del aula: las operaciones, a que las medidas, los cálculos... adquieren su verdadero sentido, cuando sirven para resolver problemas. Pero además de un contenido, la resolución de problemas es también un método, una manera de entender el trabajo matemático diario. A lo largo de la etapa se pretende que el alumnado sea capaz de describir y analizar situaciones de cambio, encontrar patrones, regularidades y leyes matemáticas en contextos numéricos, geométricos y funcionales, valorando su utilidad para hacer predicciones. Los elementos que componen este bloque son los siguientes:

Contenidos previstos según el MECED (2014)

- Planificación del proceso de resolución de problemas:
 - Análisis y comprensión del enunciado.
 - Estrategias y procedimientos puestos en práctica: hacer un dibujo, una tabla, un esquema de la situación, ensayo y error razonado, operaciones matemáticas adecuadas, etc.
 - Resultados obtenidos.
- Planteamiento de pequeñas investigaciones en contextos numéricos, geométricos y funcionales.
- Acercamiento al método de trabajo científico mediante el estudio de algunas de sus características y su práctica en situaciones sencillas.
- Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.
- Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para obtener información, realizar cálculos numéricos, resolver problemas y presentar resultados.
- Integración de las tecnologías de la información y la comunicación en el proceso de aprendizaje.

Criterios de evaluación (sub-apartados: Estándares de aprendizaje evaluables) previstos según el MECD (2014)

1. Expresar verbalmente de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema.
 - 1.1. Comunica verbalmente de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema de matemáticas o en contextos de la realidad.
2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.
 - 2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema)
 - 2.2. Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas.
 - 2.3. Reflexiona sobre el proceso de resolución de problemas: revisa las operaciones utilizadas, las unidades de los resultados, comprueba e interpreta las soluciones en el contexto de la situación, busca otras formas de resolución, etc.
 - 2.4. Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de los problemas a resolver, contrastando su validez y valorando su utilidad y eficacia.
 - 2.5. Identifica e interpreta datos y mensajes de textos numéricos sencillos de la vida cotidiana (facturas, folletos publicitarios, rebajas...).
3. Describir y analizar situaciones de cambio, para encontrar patrones, regularidades y leyes matemáticas, en contextos numéricos, geométricos y funcionales, valorando su utilidad para hacer predicciones.
 - 3.1. Identifica patrones, regularidades y leyes matemáticas en situaciones de cambio, en contextos numéricos, geométricos y funcionales.
 - 3.2. Realiza predicciones sobre los resultados esperados, utilizando los patrones y leyes encontrados, analizando su idoneidad y los errores que se producen.
4. Profundizar en problemas resueltos, planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, etc.
 - 4.1. Profundiza en problemas una vez resueltos, analizando la coherencia de la solución y buscando otras formas de resolverlos.
 - 4.2. Se plantea nuevos problemas, a partir de uno resuelto: variando los datos, proponiendo nuevas preguntas, conectándolo con la realidad, buscando otros contextos, etc.

5. Realizar y presentar informes sencillos sobre el desarrollo, resultados y conclusiones obtenidas en el proceso de investigación.
 - 5.1. Elabora informes sobre el proceso de investigación realizado, exponiendo las fases del mismo, valorando los resultados y las conclusiones obtenidas.
6. Identificar y resolver problemas de la vida cotidiana, adecuados a su nivel, estableciendo conexiones entre la realidad y las matemáticas y valorando la utilidad de los conocimientos matemáticos adecuados para la resolución de problemas.
 - 6.1. Practica el método científico, siendo ordenado, organizado y sistemático.
 - 6.2. Planifica el proceso de trabajo con preguntas adecuadas: ¿qué quiero averiguar?, ¿qué tengo?, ¿qué busco?, ¿cómo lo puedo hacer?, ¿no me he equivocado al hacerlo?, ¿la solución es adecuada?
7. Conocer algunas características del método de trabajo científico en contextos de situaciones problemáticas a resolver.
 - 7.1. Realiza estimaciones sobre los resultados esperados y contrasta su validez, valorando los pros y los contras de su uso.
8. Planificar y controlar las fases de método de trabajo científico en situaciones adecuadas al nivel.
 - 8.1. Elabora conjeturas y busca argumentos que las validen o las refuten, en situaciones a resolver, en contextos numéricos, geométricos o funcionales.
9. Desarrollar y cultivarlas actitudes personales inherentes al quehacer matemático.
 - 9.1. Desarrolla y muestra actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica razonada.
 - 9.2. Se plantea la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero e interés adecuados al nivel educativo y a la dificultad de la situación.
 - 9.3. Distingue entre problemas y ejercicios y aplica las estrategias adecuadas para cada caso.
 - 9.4. Se inicia en el planteamiento de preguntas y en la búsqueda de respuestas adecuadas, tanto en el estudio de los conceptos como en la resolución de problemas.
 - 9.5. Desarrolla y aplica estrategias de razonamiento (clasificación, reconocimiento de las relaciones, uso de contraejemplos) para crear e investigar conjeturas y construir y defender argumentos.
10. Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas.

- 10.1. Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas valorando las consecuencias de las mismas y su conveniencia por su sencillez y utilidad.
 - 10.2. Reflexiona sobre los problemas resueltos y los procesos desarrollados, valorando las ideas claves, aprendiendo para situaciones futuras similares, etc.
 - 10.3. Utiliza herramientas tecnológicas para la realización de cálculos numéricos, para aprender y para resolver problemas, conjeturas y construir y defender argumentos.
11. Reflexionar sobre las decisiones tomadas, aprendiendo para situaciones similares futuras.
 - 11.1. Se inicia en la reflexión sobre los problemas resueltos y los procesos desarrollados, valorando las ideas claves, aprendiendo para situaciones futuras similares, etc.
12. Utilizar los medios tecnológicos de modo habitual en el proceso de aprendizaje, buscando, analizando y seleccionando información relevante en Internet o en otras fuentes, elaborando documentos propios, haciendo exposiciones y argumentaciones de los mismos.
 - 12.1. Se inicia en la utilización de herramientas tecnológicas para la realización de cálculos numéricos, para aprender y para resolver problemas.
 - 12.2. Se inicia en la utilización de la calculadora para la realización de cálculos numéricos, para aprender y para resolver problemas.
13. Seleccionar y utilizar las herramientas tecnológicas y estrategias para el cálculo, para conocer los principios matemáticos y resolver problemas.
 - 13.1. Realiza un proyecto, elabora y presenta un informe creando documentos digitales propios (texto, presentación, imagen, video, sonido, ...), buscando, analizando y seleccionando la información relevante, utilizando la herramienta tecnológica adecuada y compartiéndolo con sus compañeros.

Este bloque está relacionado con los objetivos 1, 2, 7 y 8; y las competencias: Competencia Matemática y Competencias Básicas en Ciencia y Tecnología, Competencia Aprender a Aprender, Competencia Sentido de Iniciativa y Espíritu Emprendedor, Competencias Sociales y Cívicas, Comunicación Lingüística, Competencia Digital, Competencia Sentido de Iniciativa y Espíritu Emprendedor.

2.4.3 Bloque 2. Números

Según la Consejería de Educación (2015) este bloque busca alcanzar una eficaz alfabetización numérica, entendida como la capacidad para enfrentarse con éxito a situaciones en las que intervengan los números y sus relaciones. El desarrollo del sentido numérico será entendido como el dominio reflexivo de las relaciones numéricas que se pueden expresar en capacidades como: habilidad para descomponer números de forma natural, comprender y utilizar las estructuras del sistema de numeración decimal, utilizar las propiedades de las operaciones y las relaciones entre ellas para realizar cálculos mentales y razonados. Otras capacidades relacionadas se describen en Cid, Godino y Batanero (2003) y Flores, Castro y Fernández (2015).

La Consejería de Educación (2015) también resalta, que para lograr esta competencia no basta con dominar los algoritmos de cálculo escrito; se precisa también desarrollar estrategias de cálculo mental y aproximativo, y actuar con confianza ante los números y las cantidades; utilizarlos siempre que sea pertinente e identificar las relaciones básicas que se dan entre ellos. Los números han de ser usados en diferentes contextos, sabiendo que la comprensión de los procesos desarrollados y el significado de los resultados es un contenido previo y prioritario, que va más allá de la mera destreza de cálculo. Interesa principalmente la habilidad para el cálculo con diferentes procedimientos y la decisión en cada caso sobre el que sea más adecuado. A lo largo de la etapa, se pretende que el alumnado calcule con fluidez y haga estimaciones razonables, tratando de lograr un equilibrio entre comprensión conceptual y competencia en el cálculo. Los elementos que componen este bloque son los siguientes:

Contenidos previstos según el MECD (2014)

- Números enteros, decimales y fracciones: La numeración romana.
- Orden numérico. Utilización de los números ordinales. Comparación de números.
- Nombre y grafía de los números de más de seis cifras.
- Equivalencias entre los elementos del Sistema de Numeración Decimal: unidades, decenas, centenas, etc.
- El Sistema de Numeración Decimal: valor posicional de las cifras.
- El número decimal: décimas, centésimas y milésimas.
- Concepto de fracción como relación entre las partes y el todo.
- Fracciones propias e impropias. Número mixto. Representación gráfica.

- Fracciones equivalentes, reducción de dos o más fracciones a común denominador.
- Los números decimales: valor de posición.
- Redondeo de números decimales a las décimas, centésima o milésima más cercana.
- Relación entre fracción y número decimal, aplicación a la ordenación de fracciones.
- Divisibilidad: múltiplos, divisores, números primos y números compuestos. Criterios de divisibilidad.
- Números positivos y negativos.
- Estimación de resultados.
- Comprobación de resultados mediante estrategias aritméticas.
- Redondeo de números naturales a las decenas, centenas y millares.
- Ordenación de conjuntos de números de distinto tipo.
- Operaciones: Operaciones con números naturales: adición, sustracción, multiplicación y división.
- La multiplicación como suma de sumandos iguales y viceversa. Las tablas de multiplicar.
- Potencia como producto de factores iguales. Cuadrados y cubos. Potencias de base 10.
- Identificación y uso de los términos propios de la división.
- Propiedades de las operaciones y relaciones entre ellas utilizando números naturales.
- Operaciones con fracciones.
- Operaciones con números decimales.
- Porcentajes y proporcionalidad.
- Porcentajes: Expresión de partes utilizando porcentajes.
- Correspondencia entre fracciones sencillas, decimales y porcentajes.
- Aumentos y disminuciones porcentuales.
- Proporcionalidad directa.
- La Regla de tres en situaciones de proporcionalidad directa: ley del doble, triple, mitad.
- Resolución de problemas de la vida cotidiana.

- Cálculo: Utilización de los algoritmos estándar de suma, resta, multiplicación y división.
- Automatización de los algoritmos.
- Descomposición, de forma aditiva y de forma aditivo-multiplicativa.
- Descomposición de números naturales atendiendo al valor posicional de sus cifras.
- Construcción de series ascendentes y descendentes.
- Construcción y memorización de las tablas de multiplicar. Obtención de los primeros múltiplos de un número dado.
- Obtención de todos los divisores de cualquier número menor que 100.
- Descomposición de números decimales atendiendo al valor posicional de sus cifras.
- Cálculo de tantos por ciento en situaciones reales.
- Elaboración y uso de estrategias de cálculo mental.
- Utilización de la calculadora.

Criterios de evaluación (sub-apartado: Estándares de aprendizaje evaluables) previstos según el MECD (2014)

1. Leer, escribir y ordenar, utilizando razonamientos apropiados, distintos tipos de números (romanos, naturales, fracciones y decimales hasta las milésimas).
 - 1.1. Identifica los números romanos aplicando el conocimiento a la comprensión de dataciones.
 - 1.2. Lee, escribe y ordena en textos numéricos y de la vida cotidiana, números (naturales, fracciones y decimales hasta las milésimas), utilizando razonamientos apropiados e interpretando el valor de posición de cada una de sus cifras.
2. Interpretar diferentes tipos de números según su valor, en situaciones de la vida cotidiana.
 - 2.1. Utiliza los números ordinales en contextos reales.
 - 2.2. Interpreta en textos numéricos y de la vida cotidiana, números (naturales, fracciones y decimales hasta las milésimas), utilizando razonamientos apropiados e interpretando el valor de posición de cada una de sus cifras.
 - 2.3. Descompone, compone y redondea números naturales y decimales, interpretando el valor de posición de cada una de sus cifras

- 2.4. Ordena números enteros, decimales y fracciones básicas por comparación, representación en la recta numérica y transformación de unos en otros.
- 2.5. Utiliza los números negativos en contextos reales.
3. Realizar operaciones y cálculos numéricos mediante diferentes procedimientos, incluido el cálculo mental, haciendo referencia implícita a las propiedades de las operaciones, en situaciones de resolución de problemas.
 - 3.1. Reduce dos o más fracciones a común denominador y calcula fracciones equivalentes.
 - 3.2. Redondea números decimales a la décima, centésima o milésima más cercana.
 - 3.3. Ordena fracciones aplicando la relación entre fracción y número decimal.
4. Utilizar las propiedades de las operaciones, las estrategias personales y los diferentes procedimientos que se usan según la naturaleza del cálculo que se ha de realizar (algoritmos escritos, cálculo mental, tanteo, estimación, calculadora).
 - 4.1. Conoce y aplica los criterios de divisibilidad por 2, 3, 5, 9 y 10.
5. Utilizar los números enteros, decimales, fraccionarios y los porcentajes sencillos para interpretar e intercambiar información en contextos de la vida cotidiana.
 - 5.1. Opera con los números conociendo la jerarquía de las operaciones.
 - 5.2. Utiliza diferentes tipos de números en contextos reales, estableciendo equivalencias entre ellos, identificándolos y utilizándolos como operadores en la interpretación y la resolución de problemas.
 - 5.3. Estima y comprueba resultados mediante diferentes estrategias.
6. Operar con los números teniendo en cuenta la jerarquía de las operaciones, aplicando las propiedades de las mismas, las estrategias personales y los diferentes procedimientos que se utilizan según la naturaleza del cálculo que se ha de realizar (algoritmos escritos, cálculo mental, tanteo, estimación, calculadora), usando más adecuado.
 - 6.1. Realiza operaciones con números naturales: suma, resta, multiplicación y división.
 - 6.2. Identifica y usa los términos propios de la multiplicación y de la división.
 - 6.3. Resuelve problemas utilizando la multiplicación para realizar recuentos, en disposiciones rectangulares en los que interviene la ley del producto.
 - 6.4. Calcula cuadrados, cubos y potencias de base 10.
 - 6.5. Aplica las propiedades de las operaciones y las relaciones entre ellas.

- 6.6. Realiza sumas y restas de fracciones con el mismo denominador. Calcula el producto de una fracción por un número.
- 6.7. Realiza operaciones con números decimales.
- 6.8. Aplica la jerarquía de las operaciones y los usos del paréntesis.
- 6.9. Calcula porcentajes de una cantidad.
7. Iniciarse en el uso de los de porcentajes y la proporcionalidad directa para interpretar e intercambiar información y resolver problemas en contextos de la vida cotidiana.
 - 7.1. Utiliza los porcentajes para expresar partes.
 - 7.2. Establece la correspondencia entre fracciones sencillas, decimales y porcentajes.
 - 7.3. Calcula aumentos y disminuciones porcentuales.
 - 7.4. Usa la regla de tres en situaciones de proporcionalidad directa: ley del doble, triple, mitad, para resolver problemas de la vida diaria.
 - 7.5. Resuelve problemas de la vida cotidiana utilizando porcentajes y regla de tres en situaciones de proporcionalidad directa, explicando oralmente y por escrito el significado de los datos, la situación planteada, el proceso seguido y las soluciones obtenidas.
8. Conocer, utilizar y automatizar algoritmos estándar de suma, resta, multiplicación y división con distintos tipos de números, en comprobación de resultados en contextos de resolución de problemas y en situaciones de la vida cotidiana.
 - 8.1. Utiliza y automatiza algoritmos estándar de suma, resta, multiplicación y división con distintos tipos de números, en comprobación de resultados en contextos de resolución de problemas y en situaciones cotidianas.
 - 8.2. Descompone de forma aditiva y de forma aditivo-multiplicativa, números menores que un millón, atendiendo al valor posicional de sus cifras.
 - 8.3. Construye series numéricas, ascendentes y descendentes, de cadencias 2, 10, 100 a partir de cualquier número y de cadencias 5, 25 y 50 a partir de múltiplos de 5, 25 y 50.
 - 8.4. Descompone números naturales atendiendo al valor posicional de sus cifras.
 - 8.5. Construye y memoriza las tablas de multiplicar, utilizándolas para realizar cálculo mental.
 - 8.6. Identifica múltiplos y divisores, utilizando las tablas de multiplicar.
 - 8.7. Calcula los primeros múltiplos de un número dado.

- 8.8. Calcula todos los divisores de cualquier número menor que 100.
 - 8.9. Calcula el m.c.m. y el M.C.D.
 - 8.10. Descompone números decimales atendiendo al valor posicional de sus cifras.
 - 8.11. Calcula tantos por ciento en situaciones reales.
 - 8.12. Elabora y usa estrategias de cálculo mental.
 - 8.13. Estima y redondea el resultado de un cálculo valorando la respuesta.
 - 8.14. Usa la calculadora aplicando las reglas de su funcionamiento, para investigar y resolver problemas.
9. Identificar, resolver problemas de la vida cotidiana, adecuados a su nivel, estableciendo conexiones entre la realidad y las matemáticas y valorando la utilidad de los conocimientos matemáticos adecuados y reflexionando sobre el proceso aplicado para la resolución de problemas.
 - 9.1. Resuelve problemas que impliquen dominio de los contenidos trabajados, utilizando estrategias heurísticas, de razonamiento (clasificación, reconocimiento de las relaciones, uso de contraejemplos), creando conjeturas, construyendo, argumentando, y tomando decisiones, valorando las consecuencias de las mismas y la conveniencia de su utilización.
 - 9.2. Reflexiona sobre el proceso aplicado a la resolución de problemas: revisando las operaciones utilizadas, las unidades de los resultados, comprobando e interpretando las soluciones en el contexto, buscando otras formas de resolverlo.

Este bloque está relacionado con los objetivos 1, 3, 7 y 8; y las competencias: Competencia Matemática y Competencias Básicas en Ciencia y Tecnología, Competencia Aprender a Aprender, Competencia Digital.

2.4.4 Bloque 3. Medida

Según la Consejería de Educación (2015) este bloque busca facilitar la comprensión de los mensajes y las situaciones de la vida diaria en los que se cuantifican magnitudes. Para poder desarrollar adecuadamente el bloque relativo a la medida es necesario conocer y manejar de manera significativa los distintos tipos de números y operaciones, junto a estrategias de aproximación y estimación (Godino, Batanero y Roa, 2002; González, 2015). A partir del conocimiento de diferentes magnitudes se pasa a la

realización de mediciones y a la utilización de un número progresivamente mayor de unidades. La Consejería de Educación sugiere que debe considerarse la necesidad de la medición, manejando la medida en situaciones diversas, así como estableciendo los mecanismos para efectuar la elección de unidad, relaciones entre unidades y grado de fiabilidad. La medición en situaciones reales será un objetivo prioritario a conseguir, empleándose para ello todo tipo de unidades: corporales (pie, palmo, brazo, etc.), arbitrarias (cuerdas, baldosas, ...) y las más normalizadas, es decir, el sistema métrico decimal. Los elementos que componen este bloque se describen a continuación:

Contenidos previstos según el MECD (2014)

- Unidades del Sistema Métrico Decimal.
- Longitud, capacidad, masa, superficie y volumen.
- Equivalencias entre las medidas de capacidad y volumen.
- Expresión e forma simple de una medición de longitud, capacidad o masa, en forma compleja y viceversa.
- Comparación y Ordenación de medidas de una misma magnitud.
- Desarrollo de estrategias para medir figuras de manera exacta y aproximada.
- Elección de la unidad más adecuada para la expresión de una medida.
- Realización de mediciones.
- Comparación de superficies de figuras planas por superposición, descomposición y medición.
- Sumar y restar medidas de longitud, capacidad, masa, superficie y volumen.
- Estimación de longitudes, capacidades, masas, superficies y volúmenes de objetos y espacios conocidos; elección de la unidad y de los instrumentos más adecuados para medir y expresar una medida.
- Explicación oral y escrita del proceso seguido y de la estrategia utilizada en cualquiera de los procedimientos utilizados.
- Medida de tiempo: Unidades de medida del tiempo y sus relaciones.
- Equivalencias y transformaciones entre horas, minutos y segundos.
- Lectura en relojes analógicos y digitales.
- Cálculos con medidas temporales.
- Medida de ángulos: El sistema sexagesimal.
- El ángulo como unidad de medida de un ángulo. Medida de ángulos.

- Sistemas monetarios: El Sistema monetario de la Unión Europea.
- Unidad principal: el euro.
- Valor de las diferentes monedas y billetes.
- Múltiplos y submúltiplos del euro.
- Equivalencias entre monedas y billetes.
- Resolución de problemas de medida.

Criterios de evaluación (sub-apartado: Estándares de aprendizaje evaluables) previstos según el MECD (2014)

1. Seleccionar, instrumentos y unidades de medida usuales, haciendo previamente estimaciones y expresando con precisión medidas de longitud, superficie, peso/masa, capacidad y tiempo, en contextos reales.
 - 1.1. Identifica las unidades del Sistema Métrico Decimal. Longitud, capacidad, masa, superficie y volumen.
2. Escoger los instrumentos de medida más pertinentes en cada caso, estimando la medida de magnitudes de longitud, capacidad, masa y tiempo haciendo previsiones razonables.
 - 2.1. Estima longitudes, capacidades, masas, superficies y volúmenes de objetos y espacios conocidos; eligiendo la unidad y los instrumentos más adecuados para medir y expresar una medida, explicando de forma oral el proceso seguido y la estrategia utilizada.
 - 2.2. Mide con instrumentos, utilizando estrategias y unidades convencionales y no convencionales, eligiendo la unidad más adecuada para la expresión de una medida.
3. Operar con diferentes medidas.
 - 3.1. Suma y resta medidas de longitud, capacidad, masa, superficie y volumen en forma simple dando el resultado en la unidad determinada de antemano.
 - 3.2. Expresa en forma simple la medición de longitud, capacidad o masa dada en forma compleja y viceversa.
 - 3.3. Compara y ordena de medidas de una misma magnitud.
 - 3.4. Compara superficies de figuras planas por superposición, descomposición y medición.

4. Utilizar las unidades de medida más usuales, convirtiendo unas unidades en otras de la misma magnitud, expresando los resultados en las unidades de medida más adecuadas, explicando oralmente y por escrito, el proceso seguido y aplicándolo a la resolución de problemas.
 - 4.1. Conoce y utiliza las equivalencias entre las medidas de capacidad y volumen.
 - 4.2. Explica de forma oral y por escrito los procesos seguidos y las estrategias utilizadas en todos los procedimientos realizados.
 - 4.3. Resuelve problemas utilizando las unidades de medida más usuales, convirtiendo unas unidades en otras de la misma magnitud, expresando los resultados en las unidades de medida más adecuadas, explicando oralmente y por escrito, el proceso seguido.
5. Conocer las unidades de medida del tiempo y sus relaciones, utilizándolas para resolver problemas de la vida diaria.
 - 5.1. Conoce y utiliza las unidades de medida del tiempo y sus relaciones. Segundo, minuto, hora, día, semana y año.
 - 5.2. Realiza equivalencias y transformaciones entre horas, minutos y segundos.
 - 5.3. Lee en relojes analógicos y digitales.
 - 5.4. Resuelve problemas de la vida diaria utilizando las medidas temporales y sus relaciones.
6. Conocer el sistema sexagesimal para realizar cálculos con medidas angulares.
 - 6.1. Identifica el ángulo como medida de un giro o abertura.
 - 6.2. Mide ángulos usando instrumentos convencionales.
 - 6.3. Resuelve problemas realizando cálculos con medidas angulares.
7. Conocer el valor y las equivalencias entre las diferentes monedas y billetes del sistema monetario de la Unión Europea.
 - 7.1. Conoce la función, el valor y las equivalencias entre las diferentes monedas y billetes del sistema monetario de la Unión Europea utilizándolas tanto para resolver problemas en situaciones reales como figuradas.
 - 7.2. Calcula múltiplos y submúltiplos del euro.
8. Identificar, resolver problemas de la vida cotidiana, adecuados a su nivel, estableciendo conexiones entre la realidad y las matemáticas y valorando la utilidad de los conocimientos matemáticos adecuados y reflexionando sobre el proceso aplicado para la resolución de problemas.

- 8.1. Resuelve problemas de medida, utilizando estrategias heurísticas, de razonamiento (clasificación, reconocimiento de las relaciones, uso de contraejemplos), creando conjeturas, construyendo, argumentando, y tomando decisiones, valorando las consecuencias de las mismas y la conveniencia de su utilización.
- 8.2. Reflexiona sobre el proceso seguido en la resolución de problemas: revisando las operaciones utilizadas, las unidades de los resultados, comprobando e interpretando las soluciones en el contexto, buscando otras formas de resolverlo.

Este bloque está relacionado con los objetivos 2, 3 y 4; y las competencias: Competencia Matemática y Competencias Básicas en Ciencia y Tecnología, Competencia Aprender a Aprender, Competencia Sentido de Iniciativa y Espíritu Emprendedor, Comunicación Lingüística.

2.4.5 Bloque 4. Geometría

Según el Consejería de Educación (2015) en este bloque, el alumnado aprenderá sobre formas y estructuras geométricas. La geometría se centra sobre todo en la clasificación, descripción y análisis de relaciones y propiedades de las figuras en el plano y en el espacio. La geometría recoge los contenidos relacionados con la orientación y representación espacial, la localización, la descripción y el conocimiento de objetos en el espacio; así como el estudio de formas planas y tridimensionales.

Esta rama de las matemáticas trata de describir, analizar propiedades, clasificar y razonar, y no sólo definir. El aprendizaje de la geometría requiere pensar y hacer, y debe ofrecer continuas oportunidades para clasificar de acuerdo a criterios libremente elegidos, construir, dibujar, modelizar, medir, desarrollando la capacidad para visualizar relaciones geométricas. Las actividades con juegos de geometría pueden desarrollar la capacidad de describir la situación y posición de objetos en el espacio, estableciendo sistemas de referencia y modelos de representación (Romero y Cañadas, 2015). El entorno cotidiano es una fuente de estudio de diversas situaciones físicas reales que evitan el nivel de abstracción de muchos conceptos geométricos, trabajando sus elementos, propiedades, etc. La geometría se presta a establecer relaciones constantes con el resto de los bloques y con otros ámbitos como el mundo del arte o de la ciencia,

pero también asignando un papel relevante a los aspectos manipulativos, a través del uso de diversos materiales (geoplanos y mecanos, tramas de puntos, libros de espejos, material para formar poliedros, etc.) y de la actividad personal realizando plegados, construcciones, etc. para llegar al concepto a través de modelos reales. A este mismo fin puede contribuir el uso de programas informáticos de geometría y otros recursos descritos en Godino y Ruiz (2002). Los elementos que componen este bloque son los que se describen en lo que sigue:

Contenidos previstos según el MECD (2014)

- La situación en el plano y en el espacio.
- Posiciones relativas de rectas y circunferencias.
- Ángulos en distintas posiciones: consecutivos, adyacentes, opuestos por el vértice...
- Sistema de coordenadas cartesianas. Descripción de posiciones y movimientos.
- La representación elemental del espacio, escalas y gráficas sencillas.
- Formas planas y espaciales: figuras planas: elementos, relaciones y clasificación.
- Clasificación de triángulos atendiendo a sus lados y sus ángulos.
- Clasificación de cuadriláteros atendiendo al paralelismo de sus lados.
- Clasificación de los paralelepípedos.
- Concavidad y convexidad de figuras planas.
- Identificación y denominación de polígonos atendiendo al número de lados.
- Perímetro y área.
- La circunferencia y el círculo. Elementos básicos: centro, radio, diámetro, cuerda, arco, tangente y sector circular.
- Cuerpos geométricos: elementos, relaciones y clasificación.
- Poliedros. Elementos básicos: vértices, caras y aristas. Tipos de poliedros.
- Cuerpos redondos: cono, cilindro y esfera. Regularidades y simetrías: Reconocimiento de regularidades.

Criterios de evaluación (sub-apartado: Estándares de aprendizaje evaluables) previstos según el MECD (2014)

1. Utilizar las nociones geométricas de paralelismo, perpendicularidad, simetría, geometría, perímetro y superficie para describir y comprender situaciones de la vida cotidiana.
 - 1.1. Identifica y representa posiciones relativas de rectas y circunferencias.
 - 1.2. Identifica y representa ángulos en diferentes posiciones: consecutivos, adyacentes, opuestos por el vértice...
 - 1.3. Describe posiciones y movimientos por medio de coordenadas, distancias, ángulos, giros...
 - 1.4. Realiza escalas y gráficas sencillas, para hacer representaciones elementales en el espacio.
 - 1.5. Identifica en situaciones muy sencillas la simetría de tipo axial y especular.
 - 1.6. Traza una figura plana simétrica de otra respecto de un eje.
 - 1.7. Realiza ampliaciones y reducciones.
2. Conocer las figuras planas; cuadrado, rectángulo, romboide, triangulo, trapecio y rombo.
 - 2.1. Clasifica triángulos atendiendo a sus lados y sus ángulos, identificando las relaciones entre sus lados y entre ángulos.
 - 2.2. Utiliza instrumentos de dibujo y herramientas tecnológicas para la construcción y exploración de formas geométricas.
3. Comprender el método de calcular el área de un paralelogramo, triángulo, trapecio, y rombo. Calcular el área de figuras planas.
 - 3.1. Calcula el área y el perímetro de: rectángulo, cuadrado, triangulo.
 - 3.2. Aplica los conceptos de perímetro y superficie de figuras para la realización de cálculos sobre planos y espacios reales y para interpretar situaciones de la vida diaria.
4. Utilizar las propiedades de las figuras planas para resolver problemas.
 - 4.1. Clasifica cuadriláteros atendiendo al paralelismo de sus lados.
 - 4.2. Identifica y diferencia los elementos básicos de circunferencia y círculo: centro, radio, diámetro, cuerda, arco, tangente y sector circular.
 - 4.3. Calcula, perímetro y área de la circunferencia y el círculo.

- 4.4. Utiliza la composición y descomposición para formar figuras planas y cuerpos geométricos a partir de otras.
5. Conocer las características y aplicarlas a para clasificar: poliedros, prismas, pirámides, cuerpos redondos: cono, cilindro y esfera y sus elementos básicos.
 - 5.1. Identifica y nombra polígonos atendiendo al número de lados.
 - 5.2. Reconoce e identifica, poliedros, prismas, pirámides y sus elementos básicos: vértices, caras y aristas.
 - 5.3. Reconoce e identifica cuerpos redondos: cono, cilindro y esfera y sus elementos básicos.
6. Interpretar representaciones espaciales realizadas a partir de sistemas de referencia y de objetos o situaciones familiares.
 - 6.1. Comprende y describe situaciones de la vida cotidiana, e interpreta y elabora representaciones espaciales (planos, croquis de itinerarios, maquetas...), utilizando las nociones geométricas básicas (situación, movimiento, paralelismo, perpendicularidad, escala, simetría, perímetro, superficie).
 - 6.2. Interpreta y describe situaciones, mensajes y hechos de la vida diaria utilizando el vocabulario geométrico adecuado: indica una dirección, explica un recorrido, se orienta en el espacio.
7. Identificar, resolver problemas de la vida cotidiana, adecuados a su nivel, estableciendo conexiones entre la realidad y las matemáticas y valorando la utilidad de los conocimientos matemáticos adecuados y reflexionando sobre el proceso aplicado para la resolución de problemas.
 - 7.1. Resuelve problemas geométricos que impliquen dominio de los contenidos trabajados, utilizando estrategias heurísticas, de razonamiento (clasificación, reconocimiento de las relaciones, uso de contraejemplos), creando conjeturas, construyendo, argumentando, y tomando decisiones, valorando las consecuencias de las mismas y la conveniencia de su utilización.
 - 7.2. Reflexiona sobre el proceso de resolución de problemas: revisando las operaciones utilizadas, las unidades de los resultados, comprobando e interpretando las soluciones en el contexto, proponiendo otras formas de resolverlo.

Este bloque está relacionado con el objetivo 5; y las competencias Competencia Matemática y Competencias Básicas en Ciencia y Tecnología, Comunicación

Lingüística, Competencia Conciencia y Expresiones Culturales, Competencia Sentido de Iniciativa y Espíritu Emprendedor.

2.4.6 Bloque 5. Estadística y probabilidad

Según la Consejería de Educación (2014), la principal finalidad de este bloque temático es que las niñas y niños comiencen a interpretar los fenómenos ambientales y sociales de su entorno cercano a través de las matemáticas. Los alumnos y alumnas deben ser conscientes de los fenómenos de distinta naturaleza que suceden a su alrededor y que frecuentemente en los medios de comunicación, además de formar parte de su aprendizaje en esta etapa educativa. En este tema, la estadística y probabilidad deben entenderse como una parte de las matemáticas que ayuda a interpretar los fenómenos aleatorios de la realidad y a actuar sobre ella de forma responsable, crítica y positiva (Batanero, 2001).

Los contenidos matemáticos implicados en este bloque corresponden fundamentalmente a la estadística y a la probabilidad, disciplinas matemáticas entre las que existe una relación complementaria. En la actualidad, las múltiples aplicaciones de dichas disciplinas invaden prácticamente todos los campos de la actividad humana y su amplio reconocimiento social es constatado por su creciente presencia en el aprendizaje de otras materias, en los medios de comunicación, en el mercado laboral y en el ambiente cultural (Batanero y Godino, 2002). De hecho, es por eso por lo que la promoción de su aprendizaje en todos los niveles educativos se inserta como una imprescindible meta de carácter cultural que ha de iniciarse de manera natural desde la educación primaria. Los contenidos del bloque relativo a la estadística y probabilidad adquieren su pleno significado cuando se presentan en conexión con actividades que implican a otras áreas de conocimiento.

Este bloque se inicia con contenidos referidos a la recogida y tratamiento matemático de información, haciendo especial hincapié en su representación gráfica y supone, además, un primer acercamiento a los fenómenos aleatorios. Así mismo, estos contenidos tienen su aplicación y continuidad en otras áreas de esta etapa donde los datos estadísticos (poblaciones, encuestas, superficies de países, etc.) son utilizados con frecuencia en informaciones que aparecen en la vida cotidiana. Tienen especial importancia en este bloque los contenidos que favorecen la presentación de los datos de

forma ordenada y gráfica, y permiten descubrir que las matemáticas facilitan la resolución de problemas de la vida diaria. A su vez, los contenidos de este bloque deben iniciar en el uso crítico de la información recibida por diferentes medios. Estos contenidos son muy adecuados para potenciar el trabajo en equipo y el desarrollo del sentido crítico. Los distintos juegos de azar que el alumno conoce (parchís, cara y cruz, ...) pueden ser una buena herramienta para acercarse al mundo de los fenómenos aleatorios.

Contenidos previstos según el MECD (2014)

- Gráficos y resúmenes estadísticos.
- Recogida y clasificación de datos cualitativos y cuantitativos.
- Construcción de tablas de frecuencias absolutas y relativas.
- Iniciación intuitiva a las medidas de centralización: la media aritmética, la moda y el rango.
- Realización e interpretación de gráficos sencillos: diagramas de barras, poligonales y sectoriales.
- Análisis crítico de las informaciones que se presentan mediante gráficos estadísticos.
- Carácter aleatorio de algunas experiencias.
- Iniciación intuitiva al cálculo de la probabilidad de un suceso.

Criterios de evaluación (sub-apartados: Estándares de aprendizaje evaluables) previstos según el MECD (2014)

1. Recoger y registrar una información cuantificable, utilizando algunos recursos sencillos de representación gráfica: tablas de datos, bloques de barras, diagramas lineales, comunicando la información.
 - 1.1. Identifica datos cualitativos y cuantitativos en situaciones familiares.
2. Realizar, leer e interpretar representaciones gráficas de un conjunto de datos relativos al entorno inmediato.
 - 2.1. Recoge y clasifica datos cualitativos y cuantitativos, de situaciones de su entorno, utilizándolos para construir tablas de frecuencias absolutas y relativas.
 - 2.2. Aplica de forma intuitiva a situaciones familiares, las medidas de centralización: la media aritmética, la moda y el rango.

- 2.3. Realiza e interpreta gráficos muy sencillos: diagramas de barras, poligonales y sectoriales, con datos obtenidos de situaciones muy cercanas.
3. Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro, más o menos probable) de situaciones sencillas en las que intervenga el azar y comprobar dicho resultado.
 - 3.1. Realiza análisis crítico argumentado sobre las informaciones que se presentan mediante gráficos estadísticos.
4. Observar y constatar que hay sucesos imposibles, sucesos que con casi toda seguridad se producen, o que se repiten, siendo más o menos probable esta repetición.
 - 4.1. Identifica situaciones de carácter aleatorio.
 - 4.2. Realiza conjeturas y estimaciones sobre algunos juegos (monedas, dados, cartas, lotería...).
5. Identificar, resolver problemas de la vida cotidiana, adecuados a su nivel, estableciendo conexiones entre la realidad y las matemáticas y valorando la utilidad de los conocimientos matemáticos adecuados y reflexionando sobre el proceso aplicado para la resolución de problemas.
 - 5.1. Resuelve problemas que impliquen dominio de los contenidos propios de estadística y probabilidad, utilizando estrategias heurísticas, de razonamiento (clasificación, reconocimiento de las relaciones, uso de contraejemplos), creando conjeturas, construyendo, argumentando, y tomando decisiones, valorando las consecuencias de las mismas y la conveniencia de su utilización.
 - 5.2. Reflexiona sobre el proceso de resolución de problemas: revisando las operaciones utilizadas, las unidades de los resultados, comprobando e interpretando las soluciones en el contexto, proponiendo otras formas de resolverlo.

Este bloque está relacionado con el objetivo 6; y las competencias: Competencia Matemática y Competencias Básicas en Ciencia y Tecnología, Comunicación Lingüística, Competencia Digital, Competencia Sentido de Iniciativa y Espíritu Emprendedor.

2.5 RESUMEN

El profesorado debe dar concreción al marco general establecido para poder llevar a cabo su trabajo profesional como docentes, siendo necesario que planifiquen su trabajo delimitando y precisando los contenidos y sus significados, con los que se va a llevar a cabo la formación y el tipo de aprendizaje que se quiere que alcancen los escolares, diseñando un plan completo de actuación para el logro de los aprendizajes esperados y estableciendo un sistema de evaluación sobre el alcance de dichos logros.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA
--

- 1. Redacta brevemente las principales ideas que describen tu noción de currículo.**
- 2. Describe brevemente el currículo de matemáticas de Primaria, en términos de los componentes antes enumerados.**
- 3. Busca en la actual normativa de educación autonómica los criterios de evaluación específicos para cada ciclo en el bloque de Estadística y Probabilidad.**
- 4. Enumera tres contenidos conceptuales, tres procedimentales y tres actitudinales que se localicen en el currículo de matemáticas para Educación Primaria.**

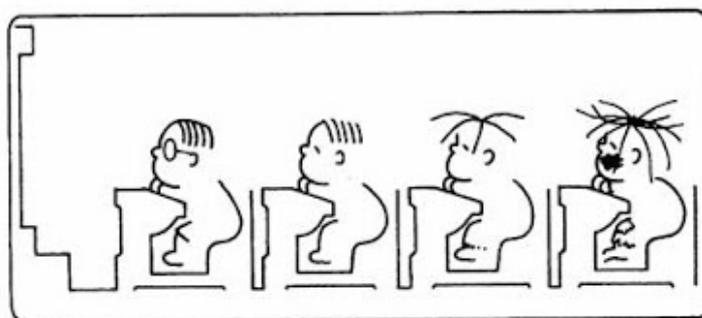
Capítulo 3

GESTIÓN DE LA CLASE DE MATEMÁTICAS

3.1 INTRODUCCIÓN

Una de las tareas del profesor de matemáticas es la de diseñar y gestionar entornos de aprendizaje. Según Schoenfeld y Kilpatrick (2008), la creación de entornos productivos de aprendizaje incluye bastante más que la mera “gestión de la clase”. Implica la creación de comunidades intelectuales en las que los estudiantes se comprometen en actividades intelectuales legítimas.

Además, según estos autores, el profesor ha de ser capaz de establecer las “normas de la clase” y apoyar el discurso de la clase como parte de la “enseñanza para la comprensión”. La clase debe trabajar como una comunidad de aprendizaje; esto supone que los alumnos tienen que adoptar ciertas normas sociales en la clase, tales como la obligación de explicar y justificar sus soluciones, intentar comprender el razonamiento de los otros estudiantes, preguntar si no comprenden, y desafiar los argumentos con los que no están de acuerdo.



(1968) La place dans la classe

Figura 1 Viñeta de Frato

La ilustración reproducida en la Figura 1 destaca un aspecto que tiene que ver con la labor de gestión del aula, la organización de los alumnos. Esta situación, que podemos encontrar en el aula, muestra un caso particular de lo que podemos considerar como gestión de la clase. Pero son muchas más las variables que intervienen en ese proceso de dinamización del aula. En este tema desarrollaremos sólo algunas de ellas.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

- 1. Localizad información acerca de lo que significa un aula de matemáticas como laboratorio. ¿Cuáles son las principales conclusiones que obtienes? ¿Pueden tener cabida en una clase de Educación Primaria?**

3.2 COMUNICACIÓN EN EL AULA DE MATEMÁTICAS

Un aspecto primordial al que ha de atender el profesor en la comunicación en el aula, que no sólo pone en juego la competencia lingüística, sino que también implica la adquisición de competencias sociales, relacionadas con asumir responsabilidades, además fortalece el juicio crítico y la asimilación de modelos de comportamiento.

En toda comunicación intervienen diferentes elementos: el emisor, el mensaje, el canal o el medio, el receptor y la respuesta. Así, el proceso lo inicia el emisor, siendo el mensaje la idea o ideas que transmitimos intencionalmente a otra persona (receptor). De esta manera, el mensaje es transmitido por un elemento que es el canal, que es el que permite al emisor enviar el mensaje a un receptor y recibir una respuesta, produciéndose un proceso interactivo, cuyo objetivo es producir una comunicación.

Como señala Nava (2011), es en la respuesta donde debemos poner atención los docentes de matemáticas para saber si nuestro proceso de comunicación ha sido satisfactorio, porque a partir de una comunicación eficiente y eficaz, podremos propiciar la comprensión matemática.

Alsina y Planas (2008), sugieren que el concepto comunicar en matemáticas, entendido como transmitir, participar, poner en relación o compartir, entre otros significados, puede llevar a conflictos en su interpretación, ya que, según el significado utilizado, las normas que regulan la actividad matemática en el aula serán distintas, así como los modos de hacer que emplearán los alumnos al responder a esta diversidad.

La comunicación en el aula de matemáticas se genera mediante los diferentes mensajes producidos por alumnos y profesor, a menudo empleando una terminología matemática. Estos mensajes pueden ser orales, escritos (matemático, icónico, gráfico, tabular, etc.) o incluso gestuales.

Aunque normalmente la comunicación en el aula la dirige el profesor, éste puede fomentar una participación activa de los escolares. Existen tres modos fundamentales de comunicación entre dos o más intervinientes en el aula de matemáticas:

1. Exposición: Cuando un profesor o un alumno presenta un tema, expresa una idea, o resuelve una tarea en la pizarra no solo muestra si posee o no un conocimiento matemático concreto, también exterioriza si es capaz de recopilar, organizar y argumentar correctamente la información que se desea transmitir. Algunas de las características más importantes a tener en cuenta en la exposición son:
 - La puede realizar el profesor o los propios estudiantes.
 - Son habituales cuando los profesores presentan un nuevo concepto, o describen y ejemplifican un procedimiento.
 - Cuando un estudiante presenta una idea o una resolución, muestra el conocimiento matemático que posee y cómo lo pone en juego y expresa.
2. Cuestionamiento: Cuando uno de ellos hace preguntas, discute o pone en duda su razonamiento a los otros. En matemáticas, también puede ser entendido como una sucesión de preguntas con alguna finalidad. La pregunta como estrategia, se constituye en una opción educativa que permite desarrollar formas de pensamiento flexibles, y actitudes críticas y creativas hacia el conocimiento, cualidades que constituyen la base de todo quehacer investigativo, y que son fundamentales en la formación (Plata, 2011). Según la taxonomía de Bloom et al. (1956), podemos encontrar diferentes cuestionamientos en función de la finalidad pretendida:
 - Orientación: Buscamos ubicar al estudiante en un entorno que le permita realizar un correcto razonamiento. Por ejemplo, cuando un alumno no encuentra la regularidad en la secuencia 1, 3, 6, 10, 15..., se le puede realizar la siguiente pregunta: *¿Qué diferencia hay entre este término y este? ¿Y entre estos dos?*
 - Confirmación o conocimiento: En este caso, se busca una respuesta para comprobar los conocimientos de los estudiantes. Por ejemplo: *¿Cuánto es 5+5? ¿Qué es un triángulo? ¿Qué instrumento de medida necesito?*

- **Compresión:** En este caso se busca conocer si el estudiante es capaz de interpretar las ideas principales de la enseñanza de un tema, un concepto, etc. Por ejemplo: *¿Qué significa sumar? ¿Para que sirve una muestra?*
- **Análisis:** Con estas cuestiones se pretende que el estudiante encuentre los motivos, causas o consecuencias de un procedimiento, una propiedad, etc. Por ejemplo: *¿Cómo harías para calcular el número de botellas que hay en los cuatro paquetes? ¿Qué propiedad de la multiplicación podríamos utilizar?*
- **Síntesis:** En este caso, las cuestiones buscan que el estudiante realice generalizaciones, predicciones, o encuentren nuevas soluciones a partir del conocimiento ya adquirido. Por ejemplo: *¿Qué podemos decir de la población a partir de los resultados obtenidos en la muestra? ¿A partir de los datos, que es más probable que ocurra?*
- **Evaluación:** En este tipo de preguntas se busca que el estudiante realice opiniones, valoraciones o juicios a partir de los conocimientos matemáticos aprendidos. Por ejemplo: *¿Para qué sirve el cálculo de áreas? ¿y el de perímetros?*
- **Profundización:** Este tipo de preguntas pretenden reafirmar el conocimiento matemático alcanzado. Por ejemplo: *¿Cómo has llegado a ese resultado? ¿Qué opinas de lo que dice Luis?*

También podemos encontrar otro tipo de cuestiones de tipo filosófico, afectivas, interpretativas, de postura o de integración (Van de Velde, 2014).

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA
--

2. Localiza información acerca del tipo de cuestiones anteriormente citadas y plantea un tipo de cuestión de cada una para la enseñanza de un contenido de matemáticas.

3. **Discusión:** Cada vez es más frecuente observar clases de matemáticas donde el aprendizaje de los estudiantes emerge de un ambiente de interacción y

discusión. En este caso, los distintos intervinientes interactúan exponiendo ideas y haciendo preguntas unos a otros, con los que se fomentan habilidades de argumentación y comunicación. Algunas de las características más importantes son:

- Es el modo clave para interactuar entre profesor y alumnos.
- Siempre tiene una finalidad: resolver una tarea, validar una solución, hacer un balance, ...
- Una discusión entre alumnos puede ser muy reveladora de su pensamiento.

Un ejemplo podría ser el siguiente:

- ⇒ Profesor: ¿Cuánto es 4,38 por 100?
- ⇒ Alumno 1: Creo que... 4,3800
- ⇒ Profesor: ¿Y qué piensa el resto?
- ⇒ Alumno 2: Sí, yo también lo creo: 4,3800
- ⇒ Alumno 3: No, no es. Es 438
- ⇒ Profesor: ¿Qué piensas ahora, A1?
- ⇒ Alumno 1: Es 4,3800. Sólo hay que añadir dos ceros
- ⇒ Profesor: ¿Y qué pasa con esos dos ceros al final?
- ⇒ Alumno 3: No hacen nada
- ⇒ Alumno 1: De acuerdo. No hacen nada
- ⇒ Alumno 3: ¿Por qué están ahí entonces?
- ⇒ Alumno 1: Porque tienes que añadir dos ceros
- ⇒ Alumno 3: Pero no hacen nada
- ⇒ Alumno 1: Tú puedes tener 4,3800 o 4,38
- ⇒ Profesor: Entonces, tú crees que la respuesta debería ser 4,38 o 4,3800
- ⇒ Alumno 1: Sí. Es lo mismo. No hacen nada

En todos los tipos de modos de comunicación vistos anteriormente, hay que tener en cuenta algunas pautas importantes:

- Dejar una pausa tras cada pregunta (aunque alguno levante rápido la mano).

- No responder las propias preguntas (para que los escolares no sientan que no tienen que responder).
- Enfatizar el “¿Por qué?” (eso puede alentar la discusión entre los propios escolares).
- Limitar el uso de preguntas que se basan en aspectos memorísticos (porque pueden recitar sin saber lo que dicen).
- Facilitar que los alumnos reaccionen a respuestas de sus compañeros.
- Todos los alumnos deben estar oyendo / participando.
- Algunas buenas preguntas pueden equivaler a un discurso expositivo.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA
--

3. ¿Cuál de los tipos de comunicación tenía más presencia en las clases que observasteis en el prácticum? Expón tu opción acerca de la conveniencia de cada uno.

Como señala Nava (2011) los profesores deberán promover una comunicación en la que los alumnos interactúen, intercambien opiniones y criterios libremente tanto con el propio profesor como entre ellos. Como señala el autor, la combinación comunicación - educación debe estar centrada en el proceso, donde el profesor estimula la construcción del conocimiento en el alumno y propicia el aprendizaje. La comunicación es un proceso interactivo donde se estimula el flujo y reflujo de la información, el intercambio entre profesor y alumnos y entre los propios alumnos.

Cantoral et al. (2000) consideran que para motivar la confianza en la propia capacidad de los alumnos deberíamos apoyarnos cada vez más en los propios procesos mentales del estudiante, dejando que expresen sus ideas, respetando sus conjeturas, sus procedimientos heurísticos, utilizando sus ensayos y exploraciones, dejando que su intuición pueda servir como punto de partida de la actividad en clase, abriéndole la puerta a la comprensión.

3.3 ORGANIZACIÓN DE LOS ALUMNOS

La enseñanza de las matemáticas propuesta en los diferentes diseños curriculares requiere diferentes modos de organización del aula, en función de los diferentes objetivos pretendidos: individual, por parejas o subgrupos, y en forma colectiva. Estas distintas organizaciones aportan al estudiante diferentes interacciones con el conocimiento, todas necesarias en el aula.

Como señala Kaplan et al. (2016), por lo general, el trabajo en el aula se reduce a la puesta en común de la presentación exhaustiva de los procedimientos de resolución o a la corrección de los resultados, sin avanzar en el análisis de lo realizado. Otras veces se plantea la resolución conjunta del problema en la pizarra, lo que no necesariamente da lugar al despliegue de diversas estrategias desde los conocimientos de cada uno. En estas modalidades de trabajo no todos los niños pueden entrar a participar en el proceso matemático, aunque la idea es que cada uno de ellos tenga un espacio para resolver, producir, equivocarse, compartir sus ideas, adoptar nuevos recursos, de modo que el grupo funcione como una comunidad de producción matemática. Por tanto, se ha de promover diferentes modos de interactuar que permitan plantear esas cotas de participación.

Los tipos de modos de organización más usuales en la clase de matemáticas son el individual, por parejas, en grupos pequeños y en gran grupo. A continuación, describimos algunas de sus características más relevantes del modo de interacción en la clase de matemáticas.

1. Gran grupo: El trabajo con todos los estudiantes, permite la confrontación de puntos de vista y opiniones, ayudando a promover el debate y la comunicación en el aula. Esta forma de trabajar fomenta la discusión de ideas, relativizando las opiniones particulares y busca un conocimiento matemático objetivo alcanzado en común. Es decir, con esta organización se negocian los significados y se buscan acuerdos, lo que produce aportes ricos tanto para el profesor como para los alumnos. Este modo de trabajo es útil para presentar la materia, conducir debates y para plantear cuestiones.
2. Grupos pequeños: El trabajo en grupos pequeños, también llamado trabajo cooperativo (Artzt y Newman, 1990), es una actividad que involucra a un

pequeño grupo de estudiantes que trabajan juntos como un equipo para resolver un problema, completar una tarea, o realizar un objetivo común, siendo útil para realizar investigaciones y proyectos. Este tipo de modo de interacción fomenta los procesos de asimilación, a partir de situaciones de coordinación y acciones que requieren la comunicación entre las personas que participan en el trabajo, enfatizando la argumentación y la división de tareas. También obliga a interactuar y dialogar, fomentando la comunicación de ideas propias y el esfuerzo para comprender las demás e integrarlas, y la responsabilización individual tanto del propio trabajo como de sus aportaciones al grupo (Berenguer, Cobo, Flores, Moreno, Navas y Toquero, 2014).

3. Parejas: El trabajo en pareja fomenta el desarrollo cognitivo de los estudiantes ya que se produce un intercambio positivo muy próximo a la vez que se confrontan diferentes puntos de vista. Como señalan Cobo y Fortuny (2000), la interacción facilita el aprendizaje de las matemáticas cuando se produce una colaboración entre la pareja, especialmente en la argumentación de los procesos, las habilidades heurísticas, y la generación de nuevas ideas. Este modo de trabajo es útil para realizar tareas relativamente estructuradas y resolver problemas.
4. Individual: El trabajo individual como método de enseñanza posibilita al estudiante jugar un papel activo en el proceso de enseñanza y aprendizaje, principalmente en lo referente a la ejercitación, la resolución de problemas y memorización, promoviendo la asimilación y profundización en el conocimiento matemático a la vez que permite formar la personalidad del alumno. Este tipo de trabajo fomenta la responsabilidad del alumno y sobretodo su autonomía.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

4. Describir diferentes organizaciones de aula que hayáis observado en las prácticas.
5. Indica que tipo de trabajo propondrías a los estudiantes para trabajar individualmente, por parejas, en pequeños grupos o en gran grupo.
6. ¿Qué ventajas e inconvenientes tiene cada uno?
7. ¿Qué finalidad pueden perseguir en el aula de matemáticas estas diferentes formas de trabajar?

3.4 AMBIENTE DE APRENDIZAJE

Todo lo considerado hasta ahora influye en el ambiente de aprendizaje que se genera en el aula de matemáticas. Pero este también está condicionado por lo que el profesor permite, prohíbe y promueve en clase. Por ejemplo, hay que tener en cuenta algunas cuestiones: ¿Pueden los alumnos intervenir libremente? ¿Solicita él su intervención? ¿Pueden intercambiar opiniones con sus compañeros? ¿Cuándo y cómo pueden interactuar? ¿Todos los alumnos reciben el mismo trato? etc.

Un ambiente de confianza en el aula existe cuando se logra una verdadera comunicación entre los alumnos y el profesor. Este último ha de tener en cuenta algunos aspectos importantes como, por ejemplo:

- Planificar el tiempo necesario para explorar las matemáticas con profundidad y para que los escolares se familiaricen con ellas. La planificación temporal es uno de los elementos más importantes en el proceso educativo, siendo el primer paso para lograr un aprendizaje completo y eficaz de los contenidos que requieren los alumnos.
- Planificar los objetivos de la clase y como plantear la motivación para el estudio del tema. Reflexionar con anterioridad los objetivos de las clases, permite secuenciar y segmentar el contenido, haciéndolo coherente y funcional, lo que repercute en la capacidad de los alumnos para asimilar las lecciones de manera global e íntegra.

- Usar apropiadamente los espacios y materiales disponibles. Los recursos y materiales son instrumentos para enseñar, que tienen que estar adaptados con una intención educativa, pero, en el caso de los recursos, también pueden tener otra finalidad. Es importante que la enseñanza que emplea recursos y materiales esté adaptada el espacio y al tiempo disponible.
- Ofrecer un contexto que fomente el desarrollo de la competencia matemática en los escolares:
 - Trabajando individual y colaborativamente.
 - Afrontando retos intelectuales y la resolución de problemas.
 - Planteando cuestiones y conjeturas y defenderlas con argumentos matemáticos.
- Dejar espacio para el error, convirtiéndolo en una herramienta para la adquisición de conocimiento. El error es propio del proceso de construcción del conocimiento, y el momento cuando se produce es el mejor para provocar la reflexión del alumno, corregir la equivocación y lograr un aprendizaje significativo.
- Tener en cuenta lo que el estudiante siente respecto a la materia y las dificultades que está encontrando nos ayudará a realizar cambios metodológicos que se ajusten a los objetivos del curso y a la realidad concreta de la clase.

Generar un espacio de confianza en el aula produce un cambio de actitud favorable hacia la materia que ya no se ve como algo rígido a lo que hay que someterse, sino algo flexible que deja espacio para equivocarse y aprender (Moreno, 2014).

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA
--

- 8. ¿Cómo puede un profesor gestionar un aula de matemáticas?**
- 9. ¿Cuáles son las principales variables que intervienen en el desarrollo de una clase?**

Capítulo 4

EL LIBRO DE TEXTO DE MATEMÁTICAS

4.1 INTRODUCCIÓN

Uno de los recursos más utilizados en el aula de matemáticas es el libro de texto. El libro de texto es una publicación especializada, con identidad propia, que nace para dar respuesta a las necesidades del sistema de enseñanza y del modelo de enseñanza simultánea. Su uso ha sido generalizado y recurrente desde los inicios de la educación obligatoria (Gómez, 2000; Reys, Reys y Chavez, 2004).

Los profesores tienen que decidir qué manual les parece más adecuado, después deben decidir qué parte o partes de ese libro son las que van a usar, y finalmente, deben decidir cómo van a hacer para usar esa parte o partes seleccionadas, en función de las capacidades de sus alumnos y de los objetivos de su enseñanza (Gómez, 2011). Para ello, los profesores necesitan tener un buen conocimiento y comprensión de lo que aportan los libros de texto sobre los que deben decidir, no sólo en su contenido, sino también en relación con las capacidades de sus estudiantes y con la planificación, objetivos y metas de su enseñanza.

4.2 CARACTERÍSTICAS DE LOS LIBROS DE TEXTO

Los libros se organizan por lecciones, a lo largo de las cuales se dan una o varias nociones o reglas sobre un mismo tema con ejemplos resueltos y otros de aplicación. Al final de la lección se incorpora una lista de problemas para repaso. A pesar de que este modelo se va a mantener en términos generales, ciertas editoriales abandonan la división en lecciones y la sustituyen por unidades que constan de varios temas. Cada unidad va precedida de una introducción en la que se expone de un modo breve el propósito y alcance de la misma. Algunos libros, al final de cada unidad se da una visión global de la misma en un diagrama estructural donde quedan reflejadas las relaciones entre los contenidos que la integran.

En los últimos años se sustituyen la página de problemas que se solían poner al final de cada tema por una nueva sección denominada “Actividades” que son una agrupación de ejercicios para entrenarse, problemas para resolver, problemas resueltos, cuestiones o preguntas para aclararse, etc. En estas actividades es donde se trata la resolución de problemas como contenido, ya que lo que se busca es la reflexión sobre las estrategias comunes, sobre las fases de la resolución, sobre las formas de argumentar, etc.

El libro escolar ha resistido todos los embates de la crítica y a través de su metamorfosis se ha constituido en un constante material del sistema didáctico. En el futuro puede que se cambie el papel por la pantalla de un ordenador, pero es dudoso que se abandone un modo de expresión literaria, reglas y modos de presentación de los contenidos; iconos, diagramas, esquemas y modelos de codificación; jerarquizaciones con párrafos numerados, con epígrafes sombreados, coloreados o en recuadro; ejemplos, ejercicios, problemas y cuestiones, que ya son parte de nuestra cultura, que son su gran aportación a nuestro sistema educativo, y que, en gran parte, el lenguaje del ordenador ya ha mimetizado y ha hecho propios (Gómez, 2000).

En la evolución de los libros de texto de matemáticas se pueden distinguir varios métodos de presentación del contenido que han sido concebidos como intento de solución a los requerimientos que los problemas de la enseñanza planteaban. En general todavía están presentes, en mayor o menor medida unos que otros, y más o menos disfrazados en la práctica escolar. Estos son: el reglado, el razonado, el de repeticiones, el intuitivo, el de actividades y el orientado a la estructura.

El método reglado es aquél que enfatiza el aprendizaje sobre ejemplos ilustrativos sin hacer mención a argumentaciones que se parezcan a lo que hoy entendemos por justificaciones o fundamentos. El método razonado es aquél que pone de manifiesto la lógica de las reglas y hace el análisis de los principios que las sustentan. No hay demostraciones, en el sentido formal. El método de las repeticiones es aquél que busca el aprendizaje mecánico. El método intuitivo es aquél apoyado en imágenes concretas que huye del formalismo abstracto. El método de actividades es aquél que introduce actividades que no son complementarias, sino que forman parte del proceso de aprendizaje. En la enseñanza orientada a la estructura se enfatizan los conceptos básicos de los procedimientos y las relaciones estructurales sobre las que se basan.

Todos estos estilos sin excepción han sido objeto de objeciones. El método reglado porque oculta la lógica de los procedimientos, el razonado porque exige a los niños un nivel de reflexión para el que no están capacitados, el de las repeticiones porque es mecánico, el intuitivo porque se centra en la materialización de los procedimientos y propiedades y el de actividades porque no muestra la estructura y el orientado a la estructura porque relega la práctica.

4.3 PROBLEMÁTICA DEL LIBRO DE TEXTO

Actualmente, algunas visiones polémicas conviven y perduran alrededor del libro de texto son las siguientes:

- *Indispensable o de gran utilidad para el profesor VS Constriñe su autonomía y su responsabilidad.*
- *Sujeto a modas con una marcada finalidad económica VS Modificable y actualizable por necesidades educativas.*

Pero, desde su aparición el libro de texto ha sido motivo de polémica en diferentes aspectos. Inicialmente el debate se situó en torno a la necesidad o no de la regulación política de los libros de texto. Aquí se enfrentaron dos posiciones extremas: libertad absoluta de los profesores a la hora de elegir texto o subordinación al principio de uniformidad y, por lo tanto, texto único. La cuestión se zanjó con el sistema de lista autorizada por una comisión oficial que permitió conjugar la uniformidad con la libertad de elección del profesor.

Posteriormente la polémica se desplazó hacia la cuestión de la bondad pedagógica del libro de texto y el papel que debía jugar en el proceso de enseñanza. Aquí se enfrentaron las posiciones pedagógicas progresistas, críticas con los libros de texto por ser el instrumento característico de la enseñanza tradicional, con las posiciones conservadoras defensoras de garantizar el soporte cultural de un determinado modelo de sociedad.

Un tercer aspecto de discusión fue el de los abusos en la redacción, extensión, precio y comercialización de los libros de texto. Los docentes incrementaban sus sueldos mediante comisiones económicas por su publicación y venta, lo que impedía el

libre ejercicio de la competencia, hacía imposible la edición de obras de amplia difusión y dejaba a editores y librerías en manos de los profesores.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

1. ¿Qué uso del libro de texto hacía vuestro tutor en el Prácticum?
2. ¿Conocisteis criterios para la selección de ese texto?

Algunas consideraciones a tener en cuenta sobre el libro de texto son las siguientes:

- Es un elemento didáctico referencial, que suscita actividades significativas, debe seguir presente en la educación, sin ser única fuente de aprendizaje.
- Debe estar concebido desde una óptica abierta y disciplinar.
- Tiene que estar abierto a la iniciativa del profesorado.
- No es conveniente la uniformidad de los textos en contextos educativos diferentes.
- Los libros podrán referirse también a espacios educativos inferiores y superiores a un año académico.
- Deben hacer referencia a actitudes, valores y destrezas, ...
- La secuenciación, tanto psicológica como de contenidos, ha de ser planificada con cuidado.

Dos variables para el análisis de un libro de texto para el área de matemáticas:

- Adecuación. Valoración de características generales de la obra:
 - Material de apoyo (libro del profesor, software u otros recursos, enlaces web, bancos de problemas, ...)
 - Diseño y maquetación
 - Disponibilidad (en algunos contextos escolares)
 - Asequibilidad (en algunos contextos escolares)
- Pertinencia. Valoración de características propias de las matemáticas, de su enseñanza y de su aprendizaje
 - Sobre el contenido: ¿Se consideran los conocimientos fundamentales de cada tema? ¿Se conjugan diferentes sistemas de representación?

¿Existe coherencia con la selección de contenidos del currículo?

¿Aparecen o transmiten conflictos de tipo semiótico?...

- Sobre la cognición: ¿Se explicitan expectativas de aprendizaje? ¿Se promueve el desarrollo de la competencia matemática? ¿Se destacan posibles errores y dificultades? ¿Se tiene en cuenta los conocimientos previos de los alumnos?
- Sobre la instrucción: ¿Se proponen tareas en diferentes contextos? ¿Y de distinta complejidad? ¿Existen tareas de evaluación? ¿qué recursos didácticos y tecnológicos se contemplan? ...

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA
--

3. **Selecciona una editorial en la que se trate el tema de fracciones en 5° de primaria. Evalúa la adecuación y pertinencia del tema en función de los aspectos anteriormente descritos.**

Capítulo 5

TAREAS MATEMÁTICAS ESCOLARES

5.1 INTRODUCCIÓN

Como indica Lupiañez (2009), las tareas se consideran “el principal vehículo para suministrar a los escolares oportunidades de aprendizaje”. En la literatura de Didáctica de la Matemática suelen limitarse esos tipos de tareas, ejercicios y problemas. De hecho, existe un modelo formativo de matemáticas basado fundamentalmente en la resolución de problemas, aunque podrían considerarse otras tales como proyectos, resúmenes de textos, investigaciones, exploraciones, etc.

Una tarea se puede definir como una demanda estructurada que un profesor plantea a los alumnos, que requiere su reflexión sobre el uso de las matemáticas y que tiene una intencionalidad, principalmente un aprendizaje o una evaluación. En el mismo sentido, una actividad es la actuación del alumno derivada de la realización de tareas. Las tareas son problemas del mundo real (o intramatemáticas), que se ubican en distintos contextos y proceden de diversas situaciones. Su resolución implica la realización de prácticas matemáticas de las que surgen o bien se recuerdan diferentes tipos de objetos matemáticos; en la enseñanza, la finalidad de estas prácticas es el aprendizaje de dichos objetos (Godino, Batanero y Font, 2004).

Doyle (1988), define las tareas como las unidades de significado que se pueden determinar en la observación del trabajo matemático en la clase. Para Herbst (2012), una tarea consiste en las acciones e interacciones orientadas a un objetivo particular; una tarea constituye así un contexto práctico en el que los estudiantes pueden llegar a pensar acerca de las ideas matemáticas en juego en un problema. La tarea puede ser modelada al identificar su meta (cuyo logro marca el final de la tarea), el contenido matemático de la misma, sus recursos (las representaciones simbólicas y materiales y las herramientas disponibles, como por ejemplo el registro utilizado para plantear el problema) y sus procedimientos (las maneras de hacer que están disponibles).

Como indican Godino, Gonzato y Fernández (2011) es necesario que el profesor tenga conocimientos matemáticos y didácticos suficientes, no solo para resolver las

tareas que propone a sus alumnos, sino también para identificar los conocimientos matemáticos que se ponen en juego en la realización de las mismas. Estos conocimientos permitirán al profesor tener criterios para seleccionar las tareas, elaborar otras relacionadas, prever conflictos potenciales y planificar con sentido sus intervenciones en el aula.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

1. Resuelve:

- i. $234,75 + 91,125$; $12,998 \times 0,751$; $0,002 \div 1,56$
- ii. Investiga si es posible encontrar un número que al multiplicarlo por 5, dé como resultado otro número menor que 3. ¿Puedes encontrar varios ejemplos? ¿Tienen algo en común?
- iii. Describe situaciones en las tenga sentido o sea usual usar estos números: 0,5; 1,462; 0,0001.
- iv. Existe una marca comercial que utiliza el valor 0,0 para indicar que su cerveza no contiene alcohol. ¿Es posible que dicha cerveza contenga realmente alcohol?

5.2 TIPOS DE TAREAS

Como indica Zakaryan (2013), existen diferentes tipos de tareas en función de su complejidad según el tipo de procesos cognitivos que se activan en los estudiantes para llevarlas a cabo, estos pueden ir desde la memorización, la aplicación de procedimientos y algoritmos (con o sin comprensión) hasta el uso de estrategias de pensamiento y razonamiento complejas. La demanda cognitiva de una tarea puede reconocerse por las características de la tarea que incluyen: número y tipo de representaciones, número de estrategias de solución y exigencias de comunicación (la extensión de explicación o justificación requerida del estudiante). Otro aspecto importante al tratar las tareas propuestas por el profesor son situaciones y contextos en los cuales se plantean las tareas, que permiten a los estudiantes acceder a las matemáticas de una manera natural y motivadora; proporcionan un fundamento sólido para el aprendizaje de operaciones

formales, procedimientos, notaciones, reglas y algoritmos; permiten utilizar la realidad como recurso y dominio de aplicaciones; y realizar la ejercitación de las habilidades específicas en situaciones aplicables.

Podemos encontrar dos tipos básicos de tareas:

- Rutinarias: contribuyen a consolidar conocimientos y capacidades ya adquiridas.
- No rutinarias: proporcionan la posibilidad de adquirir nuevos conocimientos y desarrollar nuevas capacidades y, por lo general, suponen un reto al escolar.

Pero también podemos encontrar otras clasificaciones en función de los procesos cognitivos, la situación o el contexto en el que se ubique.

Procesos cognitivos:

- Reproducción. Reproducción del material practicado y realización de las operaciones rutinarias.
- Conexión. Integración, conexión y ampliación moderada del material practicado.
- Reflexión. Razonamiento avanzado, argumentación, abstracción, generalización y construcción de modelos aplicados a contextos nuevos.

Situación:

- Personal. Es la relacionada con las actividades diarias de los alumnos.
- Educativa / profesional. Es la relacionada con la actividad del alumno en el centro escolar o en un entorno de trabajo.
- Pública. Es la que se refiere a la comunidad local u otra más amplia, con la cual los estudiantes observan un aspecto determinado de su entorno
- Científica. Es más abstracta y puede implicar la comprensión de un proceso tecnológico, una interpretación teórica o un problema específicamente matemático.

Contexto:

- Auténtico. Es el que se dirige directamente a la resolución del problema, aunque las cuestiones matemáticas no sean necesariamente verdaderas y reales.
- Hipotético. Es el que se presenta como pretexto para hacer prácticas de operaciones matemáticas.

5.3 DISEÑO DE TAREAS

Las tareas matemáticas que se proponen en el aula son el eje fundamental de la práctica docente. Por ello, se requiere diseñarlas cuidadosamente, para que sean adecuadas. Al diseñar una tarea, el profesor de matemáticas debe tener claro cuál es el objetivo de ésta; este objetivo debe estar directamente relacionado, tanto con la conceptualización de un objeto o relación matemáticos como con los procesos matemáticos que se pretenden desarrollar, tales como la generalización, la visualización, la justificación, la argumentación. Se debe propiciar la exploración de diversas representaciones del concepto, y el uso de la definición del concepto en diferentes contextos, para favorecer el proceso de conceptualización y el uso experto de dicho elemento teórico (García y Arias, 2016).

También es necesario establecer la meta y el método de la tarea, que pueden ser: abierto o cerrado. Esta diferenciación es crucial, dado que determina el rol del profesor durante el desarrollo de la tarea, para asegurar que la actividad matemática que se espera promover con la tarea, se dé. Se debe tener en cuenta que es mejor proponer inicialmente tareas de metas cerradas mientras los estudiantes van adquiriendo elementos teóricos que les permitan idear estrategias de solución, utilizar garantías legítimas en sus argumentos y manejar con destreza los recursos utilizados en las clases, componentes requeridos para tareas de meta abierta.

Las alteraciones que el maestro introduce en las tareas obedecen a necesidades en la gestión de los procesos de instrucción; en particular a la necesidad de encontrar un entorno de trabajo viable y a la necesidad de darle un valor al trabajo hecho. Una tarea

matemática puede representar el quehacer matemático, además de hacer uso de objetos y procedimientos matemáticos.

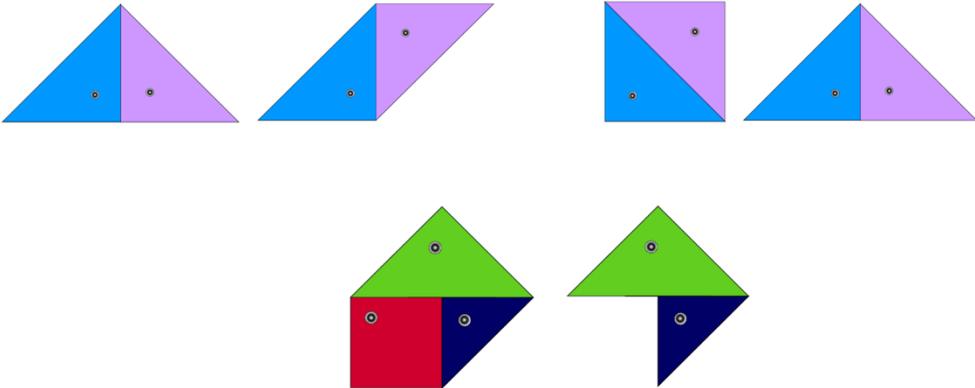
Como indica Herbst (2012), las tareas que involucran a los estudiantes a calcular, definir, conjeturar, representar, y demostrar son importantes, porque proveen a los estudiantes acceso a experiencias personales en el quehacer matemático. Pero precisamente porque la realización de las tareas depende de las acciones de los estudiantes, la medida en que ellas vayan a proporcionar experiencias personales en el quehacer matemático depende de si el trabajo conjunto ha representado legítimamente aquel quehacer. Así, las tareas matemáticas no sólo ofrecen oportunidades individuales de crecimiento (cognitivo o emocional), también crean reproducciones públicas de las prácticas matemáticas. De ahí que la tarea del profesor, como responsable de la gestión de la instrucción, y a propósito de las tareas, incluye no solamente involucrar a los estudiantes en el trabajo sino también darle un valor a ese trabajo, como mínimo en términos de sus cualidades matemáticas.

En el aula de matemáticas, el profesor debe proponer tareas basadas en:

1. *Unas matemáticas sólidas y coherentes.* Pero para ello es necesario preguntarnos ¿En dónde reside la solidez y la coherencia de las matemáticas? La solidez radica en dos aspectos: a) los significados conceptuales / procedimentales; y b) en las relaciones y propiedades relevantes. Por ejemplo, saber sumar consiste en aplicar, correctamente, el algoritmo tradicional. Detrás de esta afirmación está la creencia, fuertemente arraigada, de que sumar es eso, independientemente de identificar situaciones en la que se suma, se resuelva problemas, etc.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

2. ¿Qué relación existe en el área y el perímetro de las siguientes parejas de figuras?



2. *Las relaciones entre diferentes representaciones.* Las nociones matemáticas siempre admiten diferentes formas de representarlas. Esas diferentes representaciones:

- Nos permiten trabajar con ellas.
- Destacan diferentes facetas de esas nociones.
- Se organizan en sistemas, de acuerdo a características comunes:
 - Simbólico
 - Verbal
 - Numérico
 - Gráfico
 - Geométrico
 - Icónico
 - Interactivo (en ordenadores)...

Una misma noción se puede representar en uno o varios de esos sistemas, denominados sistemas de representación, definiendo así relaciones entre ellos. Cuando un estudiante es capaz de usar y relacionar diferentes sistemas de representación, está contribuyendo al desarrollo de su competencia matemática.

Las tareas matemáticas deben involucrar el uso y las relaciones entre diferentes sistemas de representación. Por ejemplo, para el estudio de las fracciones podemos usar, entre otros las representaciones mostradas en la siguiente figura.

1 En cada caso, escribe la fracción que expresa la parte coloreada.

2 Calca las siguientes figuras en tu cuaderno y colorea en cada una la fracción que se indica.

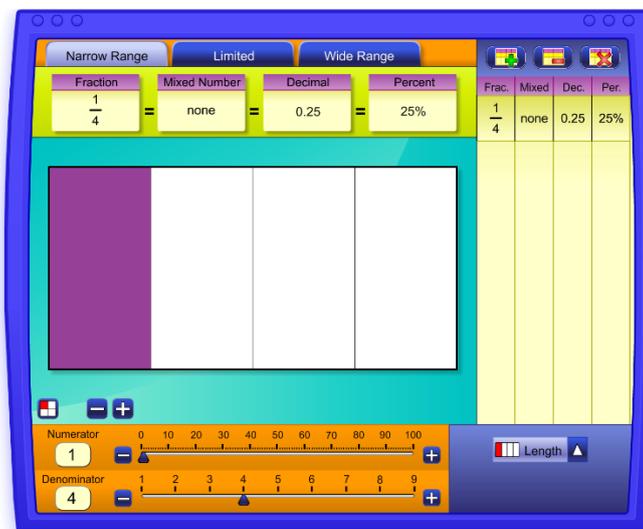
3 Completa.

- $\frac{1}{2}$ se lee ...
- $\frac{1}{3}$ se lee ...
- $\frac{1}{4}$ se lee ...

Figura 1. Sistemas de representación referentes a fracciones

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

3. Establece los diferentes sistemas de representación que se muestran en la figura.



3. *Contextos significativos*. Los contextos enmarcan las tareas en algún aspecto de la realidad. El ser capaz de resolver tareas en una variedad de contextos, facilita reconocer y usar las matemáticas en todas aquellas situaciones en las que se pueden presentar. Además fomenta la valoración de la matemática al comprender mejor su utilidad. En el estudio PISA (OECD, 2016) distingue cuatro tipos de contextos:

- Personal
- Ocupacional
- Social
- Científico

4. *Unas expectativas de aprendizaje definidas (objetivos / competencias)*. El profesor debe organizar y promover el logro de dos niveles de expectativas:

- **Objetivos (específicos)**. Los objetivos se refieren a la especificidad de los contenidos de matemáticas.
- **Competencia matemática**. La competencia matemática, como competencia básica, es una expectativa de formación a largo plazo y pone en conjunción capacidades referidas a diferentes contenidos.

Las tareas matemáticas siempre deben tener una intencionalidad:

- **Aprendizaje**. Toda tarea de aprendizaje prescribe qué hacer, de qué manera y en qué orden, mediante enunciados-textos que tienen como propósito lograr que el estudiante (lector, receptor, interlocutor) ejecute una acción determinada, por tanto, se insertan en un discurso instruccional que intenta regular la actividad del interlocutor en su tránsito hacia una acción concreta, práctica o mental.
- **Evaluación**. Las tareas de evaluación se han de fundamentar en los procesos de modelización y resolución de problemas. En este tipo de tareas, los estudiantes deben poner en práctica un conjunto de procesos, en los que se muestre su dominio en un conjunto de competencias matemáticas generales.

Una cuestión a tener en cuenta es que delimitar y acotar un contenido matemático no es suficiente para caracteriza una tarea.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

4. ¿Qué objetivos persigue en términos del aprendizaje o de evaluación la tarea anterior?
5. ¿Recordáis el significado y el papel de las competencias básicas en el currículo? ¿Cuáles son?
6. La siguiente tarea está diseñada para evaluar el desarrollo de... ¿qué competencias básicas? ¿qué descriptores encontraréis de ellas?

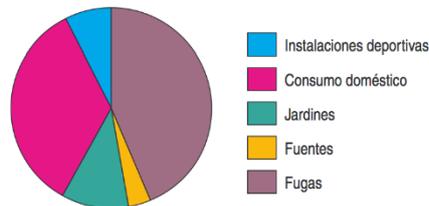
DERECHO AL AGUA

Desde el principio de los tiempos, cada vez que bebemos un sorbo de agua, pensamos que es agua limpia que se utiliza por primera vez, pero no es así; ha sido reciclada una y otra vez desde los comienzos del universo por diversas formas de vida, desde un dinosaurio hasta ti, pasando por Cervantes o Cristóbal Colón.

Este gráfico representa el consumo de agua en un concejo español que está sufriendo sequía, un problema muy común en España en los meses de verano.



Consumo de agua en el concejo



1. El ayuntamiento está ideando un plan para ahorrar agua durante el verano. A la vista del gráfico anterior, ¿con cuál de las siguientes medidas ahorrarían más agua?

- A. Regando la mitad de veces los jardines del concejo
- B. Reduciendo el consumo en sus instalaciones deportivas
- C. Paralizando en el verano el agua de las fuentes
- D. Ideando un plan de mejora para reducir a la mitad las fugas

5. *Diferentes niveles de complejidad.* Existen muchas variables que afectan a la complejidad de una tarea matemática, por ejemplo:

- Lenguaje del enunciado. En particular el grado de formalización del lenguaje simbólico-algebraico.
- Cantidad y variedad de datos incluidos.
- Sistemas de representación involucrados, ...

El Proyecto PISA (OECD, 2016) establece tres niveles de complejidad de las tareas, según las demandas cognitivas que planteen al resolutor (vistos en el apartado anterior):

- Reproducción.
- Conexión.
- Reflexión.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

7. Establece la complejidad de la siguiente tarea.

Mei-Ling, ciudadana de Singapur, estaba realizando los preparativos para ir a Sudáfrica como estudiante de intercambio durante 3 meses. Necesitaba cambiar algunos dólares de Singapur (SGD) en rands sudafricanos (ZAR).

Mei-Ling se enteró de que el tipo de cambio entre el dólar de Singapur y el rand sudafricano era de:

$$1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ ZAR}$$

Mei-Ling cambió 3.000 dólares de Singapur en rands sudafricanos con este tipo de cambio.

¿Cuánto dinero recibió Mei-Ling en rands sudafricanos?

Al cabo de estos 3 meses el tipo de cambio había cambiado de 4,2 a 4,0 ZAR por 1 SGD.

¿Favoreció a Mei-Ling que el tipo de cambio fuese de 4,0 ZAR en lugar de 4,2 ZAR cuando cambió los rands sudafricanos que le quedaban por dólares de Singapur? Da una explicación que justifique tu respuesta.

6. *Una secuencia estructurada.* La funcionalidad de una tarea expresa el papel que juega dentro de una secuencia estructurada (Parcerisa, 1996), para ello hay que:

- Conocer los conocimientos previos de los escolares.
- Motivar a los estudiantes respecto a la tarea.
- Fomentar la interrogación y el cuestionamiento.
- Elaborar y construir significados respecto a los objetos matemáticos involucrados.
- Memorizar y ejercitar los nuevos contenidos.

- Sintetizar y evaluar el conocimiento adquirido.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA
--

8. Establece la secuencia pretendida en la actividad 3.

En resumen, el argumento principal de este tema es que las alteraciones que el maestro introduce en las tareas obedecen a necesidades en la gestión de los procesos de instrucción; en particular a la necesidad de encontrar un entorno de trabajo viable y a la necesidad de darle un valor al trabajo hecho. Una tarea matemática puede representar el quehacer matemático, además debe hacer uso de objetos y procedimientos matemáticos. En ese sentido, una tarea es una representación de la actividad matemática, encarnada en las interacciones entre personas e instrumentos culturales.

Capítulo 6

SITUACIONES DIDÁCTICAS EN EL AULA DE MATEMÁTICAS

6.1 INTRODUCCIÓN

Una situación es un hecho o acontecimiento social o natural que ocurre en el entorno del estudiante; se convierte en una situación didáctica cuando se usa con fines didácticos, es decir, la traemos al aula para propiciar la construcción de aprendizajes mediante actividades ordenadas y articuladas en una secuencia didáctica. Por tanto, las situaciones son escenarios que pueden aprovecharse para generar conocimiento, desarrollar competencias, habilidades, destrezas, actitudes y valores (Gil, 2009).

Como indica Chamorro (2005), la noción de Situación Didáctica va más allá de la idea de mera actividad práctica. Una situación busca que el alumno construya con sentido un conocimiento matemático, y nada mejor para ello que dicho conocimiento aparezca a los ojos del alumno como la solución óptima del problema que se va a resolver.

En una situación didáctica, el conjunto de tareas, articuladas entre sí, propician que los y las estudiantes desarrollen las diferentes competencias. En dicha situación, se lleva a cabo una interacción entre todos los participantes, incluido el profesor, quien además supervisa que se adquieran los contenidos dispuestos.

Una situación es didáctica cuando un individuo (generalmente el profesor) tiene la intención de enseñar a otro (generalmente el alumno) un saber matemático dado explícitamente (debe darse en un medio). Una de las características más importantes es que la intención de enseñanza no sea desvelada, pues debe permanecer oculta a los ojos del alumno.

De acuerdo a Chavarría (2006), al referirnos a las situaciones didácticas debemos distinguir dos enfoques: uno, tradicional; otro, el planteado por la teoría de Brousseau; ambos en relación a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En el primero, tendríamos una relación estudiante-profesor, en la cual, el profesor simplemente provee

(o deposita) los contenidos, instruye al estudiante, quien captura (o asimila) dichos conceptos y los reproduce tal cual le han sido administrados. Dentro de este enfoque no se contextualiza el conocimiento, no se tiene un aprendizaje significativo. Ahora bien, en el enfoque planteado por Brousseau intervienen tres elementos fundamentales: estudiante, profesor y el medio didáctico. En esta terna, el profesor es quien facilita el medio en el cual el estudiante construye su conocimiento. Así, Situación Didáctica refiere al conjunto de interrelaciones entre tres sujetos: profesor-estudiante- medio didáctico.

Si queremos que los alumnos adquieran competencia y comprensión sobre los distintos componentes de un contenido matemático, debemos tener en cuenta dichos componentes al planificar y llevar a cabo la enseñanza (Godino, Batanero y Font, 2004). Para ello Brousseau (1997) propuso diseñar situaciones didácticas de diversos tipos:

- *Acción*, en donde el alumno explora y trata de resolver problemas; como consecuencia construirá o adquirirá nuevos conocimientos matemáticos. Las situaciones de acción deben estar basadas en problemas genuinos que atraigan el interés de los alumnos, para que deseen resolverlos; deben ofrecer la oportunidad de investigar por sí mismos posibles soluciones, bien individualmente o en pequeños grupos. El alumno se envía un mensaje a sí mismo mediante los ensayos y errores que hace para resolver el problema.
- *Formulación/ comunicación*, cuando el alumno pone por escrito sus soluciones y las comunica a otros niños o al profesor; esto le permite ejercitar el lenguaje matemático. El alumno intercambia información con uno o varios interlocutores. El maestro puede ser uno de ellos, los dos pueden ser alumnos o grupos de alumnos.
- *Validación*, donde debe probar que sus soluciones son correctas y desarrollar su capacidad de argumentación. El alumno debe justificar la pertinencia y validez de la estrategia puesta en marcha, elaborar la verificación o prueba semántica que justifica el uso del modelo para tratar la situación. La eficacia de cada estrategia depende de la situación precisa, que puede resultar óptima en algunos casos e ineficaz en otros.

- *Institucionalización*, donde se pone en común lo aprendido, se fijan y comparten las definiciones y las maneras de expresar las propiedades matemáticas estudiadas.

Una situación didáctica está relacionada con los siguientes conceptos teóricos, que se describen en los siguientes apartados:

- Contrato didáctico
- Situación-problema
- Situación a-didáctica
- Variable didáctica

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

1. Establece y describe un ejemplo de situación didáctica relacionada con el tema de fracciones.

6.2 CONTRATO DIDÁCTICO

Chamorro (2005) designa con el nombre de contrato didáctico el conjunto de comportamientos específicos del maestro que son esperados por el alumno, y el conjunto de comportamientos del alumno que son esperados por el maestro. El contrato didáctico fija la forma en que se organizan las responsabilidades recíprocas de unos y otros, así como su evolución a lo largo de la enseñanza. La parte del contrato didáctico que va a interesar a la Didáctica de las Matemáticas es la específica del conocimiento matemático que se busca, que va a permitir la negociación del sentido de las actividades en juego.

El contrato didáctico (Godino, Font, Wilhelmi y de Castro, 2009) aparece como el producto de un modo específico de la comunicación didáctica, que instaura una relación singular del alumno con el saber matemático y con la situación didáctica. El contrato se elabora sobre la base de la repetición de hábitos específicos del maestro y permite, a su vez, al alumno “decodificar la actividad didáctica”. Esta interpretación deja pensar que existen “buenos contratos” o “contratos mejores” que permitirían a los alumnos

modificar su relación con el saber. A partir de 1984 se inicia una nueva manera de considerar el contrato didáctico (Brousseau, 1997), que deja atrás la clasificación (buenos-malos) y la jerarquía (mejores-peores) de los contratos.

El contrato didáctico no se considera ya como el resultado de una negociación a priori de las relaciones con la situación didáctica que fijan un sistema de obligaciones recíprocas. La ruptura de reglas y normas del contrato didáctico es condición necesaria para el aprendizaje. El niño está en disposición de aprender cuando acepta la responsabilidad en la resolución de un problema matemático, esto es, cuando inicia la búsqueda de la estrategia óptima -más eficaz y económica- para el control de una situación didáctica. La aceptación de la responsabilidad (en el plano matemático) lleva consigo la desvinculación de la intención didáctica original y, por lo tanto, de la relación escolar con el profesor y con el saber. Son las restricciones y necesidades del medio (incluidas las intervenciones del profesor en la devolución de la tarea a los alumnos) las que determinan respuestas que exigen al alumno la adaptación de sus conocimientos.

El alumno y el profesor ocupan posiciones asimétricas en la relación didáctica, fundamentalmente en relación con el saber. El profesor no solo sabe más que el alumno, sabe además de una forma diferente, por lo que la topogénesis y la cronogénesis de su saber son diferentes, y tiene la obligación de organizar las situaciones de enseñanza de la manera más adecuada para el alumno. El contrato didáctico distribuye papeles diferentes a unos y otros en el tratamiento de un objeto de saber dado.

La topogénesis del saber es diferente en alumno y profesor: el primero hace ejercicios, el segundo explica la teoría; uno está del lado de la práctica, el otro del lado del saber. El profesor sabe la relación que guardan unos objetos con otros, tiene poder de anticipación, puede decretar lo que es materia de enseñanza y lo que es antiguo y ya no lo es. Está, por una parte, lo que el maestro debe enseñar y cómo debe enseñarlo, y por otra, lo que el alumno debe saber y cómo debe saberlo.

El saber del profesor tiene una cronogénesis diferente a la del alumno; el profesor sabe antes que los otros, lo sabe ya y sabe más, y por ello puede conducir la cronogénesis del saber, insertando su saber dentro de una cronología didáctica diseñada

al efecto, en tanto que el conocimiento del alumno se va construyendo a medida que avanza el tiempo en la relación didáctica.

La noción de contrato no solo es aplicable a una situación, sino que puede extenderse a toda una serie de situaciones o a un nivel de enseñanza, en tanto que constituye un medio de partir el tiempo didáctico en sesiones. La noción de contrato didáctico es una de las aportaciones más importantes de Guy Brousseau a la Didáctica de las Matemáticas, pues esta noción permite un análisis muy fino en términos didácticos de los aprendizajes matemáticos en contexto escolar.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

- 2. Establece y describe un ejemplo de contrato didáctico relacionada con el tema de fracciones.**

6.3 SITUACIÓN-PROBLEMA

Una instrucción matemática significativa debe atribuir un papel clave a la interacción social, a la cooperación, al discurso del profesor, a la comunicación, además de a la interacción del sujeto con las situaciones-problemas. El maestro en formación debe ser consciente de la complejidad de la tarea de la enseñanza si se desea lograr un aprendizaje matemático significativo. Será necesario diseñar y gestionar una variedad de tipos de situaciones didácticas, implementar una variedad de patrones de interacción y tener en cuenta las normas, con frecuencia implícitas, que regulan y condicionan la enseñanza y los aprendizajes (Godino, Batanero y Font, 2004).

En consecuencia, el estudio de las matemáticas requiere enfrentar al alumno a problemas o tareas cuya solución son los conocimientos matemáticos pretendidos. Esta confrontación con situaciones-problemas, inductora de la actividad de matematización, contribuirá, además, a su formación integral como persona, objetivo final del proceso educativo.

Pueden plantearse dos tipos de situaciones-problema:

- Control: Donde se solicita la aplicación del propio saber. Esta situación se puede hacer necesaria en un determinado momento para asegurarse que el alumno ha adquirido el aprendizaje que se pide (reforzar).
- Aprendizaje: se debe plantear un problema al alumno y este debe manejar una estrategia de base, ya disponible en el alumno, para poder resolver el problema. Es muy importante que el problema tenga varias estrategias, y que la estrategia inicial no se base en el conocimiento que queremos enseñar.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

3. Establece una relación entre las situaciones-problemas y el capítulo de tareas visto en el capítulo anterior.

6.4 SITUACIÓN A-DIDÁCTICA

Situación a-didáctica es la parte de la situación didáctica en que la intención de enseñanza no aparece explícita para el alumno (por ejemplo, en el enunciado del problema no aparece explícita la intención del profesor).

Debe aparecer ante los alumnos como una interacción con un medio (no didáctico), de modo que sus decisiones se guíen por la lógica de la situación y no por la lectura de las intenciones del profesor. El alumno puede modificar sus decisiones tomando en cuenta la retroacción que le proporciona el medio, y debe realizar un cambio de estrategias para llegar al saber matemático, ya que la estrategia óptima es dicho saber. Para que se realice el cambio el profesor debe introducir en la situación las variables didácticas.

Uno de los conceptos fundamentales la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 1998) es el de situación a-didáctica, que es aquella situación que produce un aprendizaje por adaptación. La situación a-didáctica sólo puede comprenderse con relación a la situación didáctica, que es una situación normal de clase.

Según Parraguez, Rojas, Vásquez (en prensa), una situación es a-didáctica cuando se da interacción entre un sujeto y un medio para resolver un problema. Como el medio es impersonal, no tiene ninguna intención didáctica: no desea enseñarle nada al alumno. Por eso este tipo de situación recibe el nombre de a-didáctica. En esta situación, el profesor desea enseñar el saber al alumno, no comunicándoselo directamente, sino planteándole una situación a-didáctica (en el interior de la situación didáctica), planeada para producir un aprendizaje por adaptación. Con este fin, el profesor prepara cuidadosamente un medio con el cual el alumno podrá interactuar, y un problema que produzca en el alumno una intención y desencadene unas acciones sobre el medio. El producto de esa situación a-didáctica es un conocimiento, que lo interpretamos como una estrategia que permite resolver el problema. Por lo tanto, una vez finalizada la situación a-didáctica, el profesor debe explicitar las relaciones entre el conocimiento construido por el alumno gracias a la situación a-didáctica y el saber que desea enseñar. A este proceso se le llama institucionalización.

No toda situación didáctica es evidentemente a-didáctica. Chamorro (2005) señala las siguientes condiciones como indispensables para que la situación sea a-didáctica:

- El alumno debe poder entrever una respuesta al problema planteado.
- La estrategia de base debe mostrarse rápidamente como insuficiente.
- Debe existir un medio de validación de las estrategias.
- Debe existir incertidumbre por parte de alumno en las decisiones.
- El medio debe permitir retroacciones.
- La situación debe ser repetible.
- El conocimiento buscado debe aparecer como el necesario para pasar de la estrategia de base a la estrategia óptima.

El maestro debe verificar que se cumplen dichas condiciones en lo que se llama el análisis a priori de la situación. Este análisis tiene como objetivo determinar si una situación puede ser vivida como a-didáctica por el alumno, buscando las condiciones necesarias para ello, y analizando si la situación puede desarrollarse y produce una relación matemática del alumno con su problema.

Otro elemento a tener en cuenta es la situación no didáctica. Una situación es “no didáctica” (Chamorro, 2005), si nadie la ha organizado para permitir un aprendizaje, por

ejemplo, un problema que aparece de forma natural en la vida profesional o familiar. En ella no hay maestro ni alumno. Una situación didáctica es una situación que se lleva a cabo normalmente en la clase, entre un maestro y uno o varios alumnos, alrededor de un saber. En una situación didáctica las intenciones de enseñar y aprender se manifiestan públicamente; está regida por el contrato.

Es evidente que una situación no didáctica puede ser a la vez a-didáctica, pero una situación didáctica no tiene por qué ser vivida como a-didáctica, si bien el profesor de Matemáticas espera siempre alguna fase a-didáctica cuando plantea un problema de Matemáticas a sus alumnos, ya que espera que, al menos en parte, lo resuelvan como matemáticos.

Para que un alumno pueda percibir una situación como a-didáctica es necesario que haya una construcción epistemológica cognitiva intencional. El alumno es entonces el responsable de la resolución del problema que le plantea la situación, y a él le corresponde encontrar una solución. Se requiere pues que el alumno acepte el problema como suyo y para ello no basta con comunicárselo. El alumno debe implicarse en la situación, entrar en el juego, y ello sin que le interese o le mueva lo que va a aprender con ella, lo que el maestro quiere que aprenda. La acción mediante la que el profesor busca esta aceptación por parte del alumno recibe el nombre de *devolución*. Los procesos de devolución tienen por objeto convertir el saber que se va a enseñar en conocimientos personalizados, contextualizados y temporalizados del alumno, y requieren que el profesor lo contextualice y lo personalice buscando problemas y situaciones que permitan al alumno construir el sentido de la noción objeto de enseñanza, de manera que su actividad se asemeje a la del matemático.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

- 4. Establece y describe un ejemplo de situación a-didáctica relacionada con el tema de fracciones.**

6.5 VARIABLE DIDÁCTICA

La variable didáctica es un elemento de la situación que puede ser modificado por el profesor, y que afecta a la jerarquía de las estrategias de solución que pone en funcionamiento el alumno. Es decir, las variables didácticas son aquellas que el profesor modifica para provocar un cambio de estrategia en el alumno y que llegue al saber matemático deseado. Por ejemplo, la longitud de las bandas de cartulina preparadas como material para la actividad de medición de un cierto objeto es una variable didáctica (el profesor la puede cambiar y ello influye en los conocimientos puestos en juego). Esto afectaría a la resolución del problema, el profesor podría preguntar: ¿Por qué se han elegido las bandas con las longitudes dadas? ¿Qué consecuencias tendría el cambio de estas longitudes?

No podemos considerar que “todo” sea variable didáctica en una situación, sino sólo aquel elemento de la situación tal que, si actuamos sobre él, podemos provocar adaptaciones y aprendizajes o cambiar el tipo de conocimiento que se adquiere. Por ejemplo, la edad de los alumnos, sus conocimientos anteriores..., juegan un papel importante en la correcta resolución de una situación. En estos casos, el profesor no puede, en el momento en el que construye la situación, modificarlos, por tanto, no pueden ser considerados variables didácticas.

Por el contrario, en una actividad de análisis de datos, donde los estudiantes deban producir un gráfico, el número de datos, y la magnitud estudiada (discreta o continua), así como el número de valores diferentes de los datos va a influir en el tipo de gráfico, la necesidad de agrupar o no y por tanto son variables didácticas de la tarea.

Para Chamorro (2005), el aprendizaje va a consistir en los cambios de estrategia, lo que implica el cambio de los conocimientos que le están asociados y la aparición de un conocimiento específico como resultado del cambio. Este aprendizaje lleva aparejada una modificación de la relación con el conocimiento objeto de la relación por parte del alumno, que el maestro consigue mediante la gestión de las variables didácticas de la situación.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

- 5. Desarrolla una tarea y especifica algunas variables didácticas sobre las que puede actuar el profesor.**

Capítulo 7

RECURSOS DIDÁCTICOS EN EL AULA DE MATEMÁTICAS

7.1 INTRODUCCIÓN

El aprendizaje de las matemáticas requiere del alumno la realización de actividades que le ayuden a construir los conocimientos. Para ello el profesor tiene que promover en su aula un clima de participación y actuación sobre material concreto, que favorezca que los alumnos realicen el proceso de abstracción necesario para la adquisición del conocimiento matemático. Estas actividades propuestas por el profesor tienen que estar fundamentadas por medio de las investigaciones y estudios que se están realizando desde la Educación Matemática.

Los educadores han inventado medios que facilitan que los alumnos actúen en el aula (Flores et al, 2011). Unos son específicos para la enseñanza y otros son instrumentos que se han empleado en algún momento histórico o con otras funciones. Estos medios que facilitan el aprendizaje, son lo que llamamos materiales y recursos para la enseñanza.

Se entiende por recurso cualquier material, diseñado o no específicamente para el aprendizaje de un concepto o procedimiento determinado, que el profesor decide incorporar en su enseñanza. Los materiales, se distinguen de los recursos porque, inicialmente, se diseñan con fines educativos (si bien, en general, un buen material didáctico trasciende la intención de uso original y admite variadas aplicaciones; por ello, no hay una raya que delimite claramente qué es un material y qué es un recurso). Los términos anteriores en sí, pueden ser encontrados con otras acepciones. Por ejemplo, Cascallana (1988) llama materiales estructurados a los que estamos llamando materiales, y no estructurados a lo que llamamos recursos.

Como señala (Flores et al, 2011), los materiales y recursos permiten al profesor plantear tareas para que los alumnos utilicen los conceptos matemáticos, sirviendo de soporte para que los alumnos actúen de manera práctica frente a los problemas que componen la tarea. Así, por ejemplo, los alumnos ponen en juego su idea de polígono

cuando tienen que resolver la tarea de construir el polígono de mayor perímetro con el tangram. Fruto de esta tarea se replantean qué es un polígono, cuáles son aceptables, etc., lo que les obliga a acudir a la definición para poder llegar a resolver la tarea.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

- 1. Revisa el currículo, nacional y autonómico y resume en que aparados se recomienda el uso de recursos.**

7.2 CARACTERÍSTICAS DE LOS MATERIALES Y RECURSOS

El uso de materiales y recursos está recomendado por la mayoría de las propuestas curriculares. Uno de los argumentos en que se apoyan estas orientaciones es que se supone que los materiales y recursos ayudan a los estudiantes a comprender tanto el significado de las ideas matemáticas como las aplicaciones de estas ideas a situaciones del mundo real (Godino, Batanero y Font, 2004). Su uso por parte del profesor requiere del conocimiento de su sentido, fundamento y problemática.

Para comprender mejor la importancia de los recursos o materiales didácticos, se usan diferentes clasificaciones de los mismos. Una de ella consiste en diferenciarlos en los siguientes (Godino, Batanero y Font, 2004):

- Ayudas al estudio: recursos que asumen parte de la función del profesor (organizando los contenidos, presentando problemas, ejercicios o conceptos). Un ejemplo lo constituyen las pruebas de autoevaluación o los programas tutoriales de ordenador, etc. También se incluyen aquí los libros de texto, libros de ejercicios, etc. Estos recursos se pueden utilizar cuando se organizan los contenidos o cuando se presentan problemas, ejercicios o conceptos.
- Materiales manipulativos que apoyan y potencian el razonamiento matemático. Como por ejemplo Objetos físicos tomados del entorno o específicamente preparados, así como gráficos, palabras específicas,

sistemas de signos etc., que funcionan como medios de expresión, exploración y cálculo en el trabajo matemático.

7.3 RECURSOS DE AYUDA AL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS

El recurso didáctico más común en la enseñanza de cualquier tema es el libro de texto. Por ello, como vimos en el Capítulo 4, es importante tener un criterio para elegir los que se han de recomendar a los alumnos. Como señala Godino, Batanero y Font (2004) el libro de texto "conserva y transmite" de alguna forma el conocimiento matemático, puesto que el alumno lo usa como referencia, cuando tiene que resolver un problema o recordar una definición o propiedad. Hay que tener en cuenta que no todos los libros (ediciones) no son igualmente valiosos. Más allá de que la presentación sea agradable, que los ejercicios y problemas sean interesantes hay que cuidar que el contenido sea adecuado y que el significado que se presente de las matemáticas esté carente de sesgos.

Otro recurso, desde una perspectiva muy general, como consideran Godino, Batanero y Font (2004) son las tareas que se proponen en el aula de matemáticas. Estas tareas, que puede controlar el profesor, han de planificarse (preparar las clases) para alcanzar los contenidos pretendidos.

Otros ejemplos de recursos de ayuda al estudio son los cuadernos de ejercicio, pizarra, lápiz, papel e instrumentos de dibujo, calculadora. Cuando se enseña a los niños a contar, se puede usar como recurso los propios dedos de las manos, piedrecillas, regletas Cuisenaire, material multibase, etc. También, juegos habituales, tales como la oca, parchís, ruleta, dominó, dados, cartas, pueden ayudar a los niños a comprender ideas matemáticas. Otros recursos didácticos, más sofisticados, incluyen a los vídeos sobre aspectos concretos de las matemáticas, los programas didácticos de ordenador y recursos o tutoriales sobre un tema matemático que se pueden encontrar en Internet.

7.4 MATERIALES MANIPULATIVOS DE MATEMÁTICAS

Con el nombre genérico de manipulativos se describe una amplia variedad de recursos didácticos, que, se utilizan para representar o comunicar las ideas matemáticas. Estos recursos constituyen los instrumentos del trabajo matemático (sea este profesional o escolar). Distinguiremos dos tipos, “manipulativos tangibles” y “manipulativos gráfico-textuales-verbales”.

- Manipulativos tangibles: son aquellos que ponen en juego la percepción táctil, además de desempeñar funciones simbólicas. Por ejemplo, un niño puede usar conjuntos de piedrecillas para representar los números naturales. Algunos ejemplos de estos son las regletas, ábacos, piedrecillas u objetos, balanzas, compás, instrumentos de medida, etc.
- Manipulativos gráfico-textuales-verbales: son aquellos en los que participan la percepción visual y/o auditiva. Además, sirven como medio de expresión de las técnicas y conceptos matemáticos y al mismo tiempo son instrumentos del trabajo matemático. Es importante resaltar que este tipo de objetos también pueden manipularse, pues podemos actuar sobre ellos. Algunos ejemplos de estos son las palabras, las gráficas, los símbolos, las tablas, los programas de ordenador, etc.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

2. **Busca información sobre materiales manipulativos útiles para enseñar el tema de fracciones en el segundo ciclo de primaria.**

7.5 MATERIAL Y SITUACIONES DIDÁCTICAS

Como señalan Godino, Batanero y Font (2004), el uso del material debe permitir el planteamiento de problemas significativos para los estudiantes, que puedan ser asumidos por ellos, apropiados a su nivel e intereses, y pongan en juego los conceptos, procedimientos y actitudes buscadas. El material en sí es inerte, tanto si es tangible

como gráfico-textual, y puede ser usado incluso de forma indeseable. Los aparatos físicos, ni tampoco los restantes manipulativos, ofrecen experiencia matemática inmediata en sí mismos. La actividad matemática se pone en juego por las personas enfrentadas a tareas que les resultan problemáticas. El recurso didáctico no es el material aislado sino la situación didáctica integral, que incluye el material, tarea y discurso. Con todo ello emerge el aprendizaje.

Una vez reconocidos los papeles instrumentales y representacionales de los recursos manipulativos en la actividad matemática tenemos que analizar su eficacia relativa, el espacio y circunstancias en las que cada manipulativo se revela como mejor adaptado a la función requerida.

El material manipulativo se puede considerar como puente entre la realidad y los objetos matemáticos. Gran parte de la actividad matemática puede ser descrita como procesos de modelización, en el que interpretamos de forma abstracta, simplificada e idealizada un objeto, un sistema de relaciones o un proceso evolutivo que surge de la descripción de la realidad. La construcción de modelos matemáticos, su comparación con la realidad, y su perfeccionamiento progresivo intervienen en cada fase de la resolución de problemas matemáticos, no sólo relacionados con situaciones prácticas, sino también en el trabajo de desarrollo teórico. Este proceso seguiría las cinco fases siguientes:

1. Observación de la realidad.
2. Descripción simplificada de la realidad.
3. Construcción de un modelo.
4. Trabajo matemático con el modelo.
5. Interpretación de resultados en la realidad.

En consecuencia, el estudio de las matemáticas requiere enfrentar al alumno a problemas o tareas cuya solución son los conocimientos matemáticos pretendidos. Esta confrontación con situaciones-problemas, inductora de la actividad de matematización, contribuirá, además, a su formación integral como persona, objetivo final del proceso educativo.

Es importante también que el uso del material, no comprometa toda la atención de los alumnos, desplazando la propia reflexión matemática. Usar manipulativos tangibles

en la enseñanza de las matemáticas es siempre un medio para un fin, nunca un fin en sí mismo.

7.6 RECURSOS TECNOLÓGICOS EN EL AULA DE MATEMÁTICAS

Diversas investigaciones están demostrando que los estudiantes pueden aprender más matemáticas y de manera más profunda con el uso de una tecnología apropiada. Hay que tener en cuenta, no obstante, que la tecnología no se debería usar como sustituto de intuiciones y comprensiones básicas; al contrario, deberá enfocarse de manera que estimule y favorezca tales intuiciones y comprensiones más sólidas. Los recursos tecnológicos se deben usar de manera amplia y responsable, con el fin de enriquecer el aprendizaje matemático de los estudiantes.

Como señalaron Godino, Batanero y Font (2004), la existencia, versatilidad y potencia de la tecnología hace posible y necesario replantearse qué matemáticas deberían aprender los estudiantes, y cómo deberían aprender mejor. Pueden aparecer también algunas dificultades:

- Dificultades de aprendizaje del uso del recurso si el alumno no está familiarizado con el mismo. Ello puede ocasionar que el tiempo, ya limitado, para la enseñanza de la matemática se invierta en el aprendizaje de la tecnología. Por ello se recomienda usar recursos fácilmente manipulables que no añadan complejidad innecesaria a la actividad matemática.
- Dificultad en aceptar datos de la calculadora u ordenador que no han obtenido personalmente. Por ejemplo, algunos alumnos se resisten a tomar como aleatorios los números obtenidos de una calculadora u ordenador, puesto que estos instrumentos siempre producen un resultado exacto y esto contradice la idea de aleatoriedad.
- Dificultad en diferenciar la estimación que proporciona la calculadora u ordenador del verdadero valor teórico; por ejemplo, en probabilidad, dificultad en diferenciar la estimación frecuencial de la probabilidad, obtenida mediante la tecnología del verdadero valor teórico de la probabilidad; en el estudio de las funciones, dificultad en distinguir el límite

teórico de una estimación discreta del mismo; en general dificultad de diferenciar lo discreto y lo continuo al trabajar con la tecnología.

7.6.1 Recursos tecnológicos.

Los recursos tecnológicos poseen un gran potencial para la educación en general, y para la educación matemática en particular. Pero no debe usarse este potencial como excusa para llevar al aula de matemáticas todo aquello que sorprende por su versatilidad; es necesario planificar con detalle qué uso queremos darle: qué competencias queremos y podemos desarrollar en nuestros escolares, qué tareas debemos diseñar para conseguirlo, y qué sistema de evaluación pondremos en práctica para medir ese desarrollo (Lupiáñez y Codina, 2004).

Las calculadoras, las tablet y los ordenadores se consideran actualmente como herramientas esenciales para la enseñanza, el aprendizaje y la construcción de las matemáticas. Estos recursos han reducido muchas horas dedicadas al cálculo, permitiendo dedicar más tiempo a tareas interpretativas y eliminando temas a los que se destinaba mucho tiempo hace unas décadas. Además, con frecuencia los libros plantean actividades para hacer con estos recursos.

Como indican Flores, et al (2011), carece de todo sentido emplear estos recursos en el aula con el único objetivo de renovar o actualizar nuestra labor docente. Todos los materiales y recursos que puede usar el profesor en su labor docente han de jugar un papel muy concreto en ese proceso. Como indica Gómez (2004), el éxito de su empleo depende de que el profesor diseñe y lleve a la práctica el currículo de tal forma que la tecnología contribuya a que los escolares adquieran aprendizaje.

Han sido principalmente los ordenadores los que están cambiando la manera de enseñar matemáticas, debido principalmente a la revolución que hizo que los ordenadores estuvieran a disposición de un mayor número de usuarios, y al desarrollo del lenguaje natural en el manejo del software que hizo accesible su uso. Los distintos softwares proporcionan imágenes visuales que evocan nociones matemáticas, facilitan la organización, el análisis de los datos, la graficación y el cálculo de manera eficiente y precisa. Pueden apoyar la investigación de los propios estudiantes en las distintas áreas de matemáticas. Cuando proporcionamos herramientas tecnológicas, los estudiantes

pueden centrarse en la toma de decisiones, la reflexión, el razonamiento y la resolución de problemas (Godino, Batanero y Font, 2004).

La gran ventaja de los ordenadores es su naturaleza dinámica, su velocidad, y el creciente rango de software que soportan. De esta manera, permiten a los estudiantes experimentar y explorar todos los aspectos de la matemática y tienen oportunidad de poder trabajar sobre preguntas de investigación reales, las cuales brindan mayor interés. Podemos diferenciar los siguientes tipos de software para la enseñanza:

- Lenguajes de programación. En las primeras experiencias de enseñanza, una opción era que los alumnos escribieran sus propios programas de ordenador. Esta opción hoy día apenas se usa, aunque todavía encontramos en Internet algunos micro-programas interactivos que permiten su uso en el aula.
- Paquetes profesionales. Existe una gran variedad de ellos, como por ejemplo SPSS, o Mathematica, tan sólo se usan en la universidad y en pocos casos en los últimos cursos de enseñanza secundaria.
- Software didáctico. Debido a la complejidad de los programas profesionales algunos investigadores han realizado adaptaciones de ellos a lo que generalmente se requiere en la clase o han construido su propio paquete didáctico. Un ejemplo es Fathom, un medio de aprendizaje para análisis exploratorio de datos y álgebra, y se utiliza en secundaria que incluye manipulación dinámica de diversas representaciones, permite trazar gráficos de puntos, de barras, trazar funciones e importar datos desde Internet. Otro ejemplo es el programa Clic que se usa fundamentalmente para diseñar paquetes educativos para la etapa de educación primaria.
- Micromundos. Estos consisten en grupos de programas que sirven para estudiar conceptos particulares. Ejemplos particulares son muchos de los programas interactivos preparados con relación a los estándares del NCTM y que están disponibles en Internet. Entre estos micromundos destaca el programa Cabri que está especialmente pensado para su aplicación a la geometría.
- Software de uso general, como por ejemplo las hojas de cálculo, EXCEL, LOTUS, etc., que son aplicadas en diversas experiencias de clase y brindan

un amplio espectro de posibilidades en la enseñanza de conceptos estadísticos, proporcionalidad, o funciones.

Los programas informáticos llamados de "propósito general" como los procesadores de texto, hojas de cálculo, etc. son programas que están disponibles en casi todos los ordenadores y que pueden ser muy útiles para trabajar diferentes contenidos matemáticos. Por ejemplo, con el programa WORD o con el PAINT podemos trabajar contenidos geométricos como los frisos y mosaicos, mientras que con la hoja de cálculo podemos trabajar aritmética, estadística y probabilidad.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

3. Realiza una búsqueda en internet sobre software didáctico para la enseñanza de las matemáticas.

7.6.2 Internet

Las matemáticas son una de las materias que ha tenido mayor influencia de la tecnología, y en particular de Internet. Entre otras posibilidades, los libros de texto se empiezan a transformar en ediciones electrónicas, libremente accesibles a la consulta, modificación y sugerencias a través de Internet. Es también sencillo obtener datos de todo tipo para que los estudiantes puedan realizar investigaciones sobre casi cualquier tema. También pueden combinar diferentes conjuntos de datos en un mismo proyecto o "enviar" a la red sus propias colecciones de datos para que sean usadas por nuevos estudiantes en cualquier rincón del planeta. Las listas de discusión entre profesores o entre alumnos, la "tutoría" de alumnos a distancia cuando no es posible la comunicación directa con el profesor ya es habitual en escuelas y universidades.

Como señalan Godino, Batanero y Font (2004), el enorme potencial de esta tecnología y la rapidez con que su uso se está generalizando es especialmente visible en la educación. Destacan entre los recursos didácticos que incluyen, conjuntos de datos para el trabajo en la clase de matemáticas, juegos y pasatiempos matemáticos, libros de texto interactivos, notas sobre historia de las matemáticas, etc. Estos recursos ofrecen grandes posibilidades a los profesores ya que aparte de tratar grandes áreas de trabajo en

el currículum (matemáticas, historia, ciencia, ...) posibilita innovar en sus clases, además de proponer tareas personalizadas y motivar a los alumnos, además de adaptarse a los cambios. Es importante no obstante analizar la adecuación de tales recursos para la enseñanza de temas específicos; en nuestro caso hemos realizado o dirigido algunos análisis de recursos disponibles para la enseñanza de la probabilidad (Contreras, 2009; Ruiz, 2013).

El uso de internet y por tanto del ordenador o la Tablet en el aula de matemáticas puede tener muchas incidencias, con sus ventajas e inconvenientes. Flores et al. (2011) consideran las siguientes visiones positivas y negativas:

Ventajas:

- Desde un punto de vista cognitivo, el disponer de un sistema potente de cálculo hace que sea muy poco el tiempo que se le dedica a cálculos rutinarios. Por el contrario, el tiempo se emplea más en una reflexión profunda de los resultados obtenidos y de sus implicaciones. Es posible experimentar con las matemáticas, pues se favorece el observar el resultado de procedimientos y algoritmos cuando se modifican las condiciones iniciales, o cuando se consideran casos extremos. También se facilita la elaboración y comprobación de conjeturas e hipótesis.
- Desde el punto de vista de la planificación, existe la posibilidad de que el profesor pueda disponer de gran número de datos para plantear problemas basados en la realidad. Asimismo, es sencillo disponer de muchos ejemplos gráficos e interactivos con los que se facilita la visualización y manipulación de nociones matemáticas. Las matemáticas que se trabajan pueden ser muy diferentes a las que se estudian sólo con papel y lápiz.
- Desde la óptica de la gestión, los ordenadores facilitan un trabajo autónomo de estudiante, facilitando la actividad orientadora del profesor. También permiten el trabajo de los estudiantes en pequeños grupos en los que pueden desarrollarse discusiones y debates. Por otro lado, gracias al continuo contacto que tienen los más jóvenes de la sociedad con la tecnología en todos sus ámbitos, no les resulta extraño usar estos recursos, además que constituyen un elemento motivador para ellos.

- Finalmente, una enseñanza que se basa en estos recursos tecnológicos es coherente con el evidente uso de éstos en el ámbito laboral profesional. También se está educando en el empleo adecuado de los ordenadores, los programas, la red, ...

Inconvenientes

- Desde el punto de vista cognitivo, los ordenadores pueden llevar a que los estudiantes abandonen el sentido crítico, pues depositan una confianza ciega en las respuestas de las máquinas. También es posible que se pierdan destrezas o habilidades básicas si todo el trabajo se lleva a cabo con estos instrumentos.
- Desde la óptica de la planificación, al profesor pueden surgirle dudas acerca de varios aspectos. Uno de ellos es el relativo al tipo de problemas y cuestiones que plantear, pues muchas de las preguntas habituales pueden resultar evidentes con el uso de un ordenador. Otra cuestión abierta para el profesor es cuándo permitir el uso del ordenador y cuándo no, pues eso dependerá de los objetivos planteados en cada situación. Lo que carece de sentido es, por ejemplo, permitir su uso durante todas las sesiones de clase, y prohibirlo en la evaluación. Por el contrario, sería necesario replantear esa evaluación. Cuando se va a trabajar con ordenadores en el aula de matemáticas, es necesario revisar y replantear los contenidos a desarrollar, establecer unos nuevos objetivos, y diseñar de nuevo un plan metodológico y de evaluación.
- Desde el punto de vista de la gestión del aula, es fácil que los estudiantes estén más ocupados en el manejo técnico del ordenador o de los programas, que en la propia tarea planteada. Por otro lado, hay que procurar que las sesiones de clase no se conviertan en “clases de informática”.
- Finalmente, el uso de nuevas tecnologías en el aula requiere una formación específica del profesorado. Este punto constituye una de las razones principales de rechazo de estos recursos en la enseñanza, si bien surge la pregunta: ¿Están obligados o comprometidos con estos cambios? De igual manera que exigimos que los médicos conozcan y apliquen las últimas técnicas y tratamientos, los profesionales de la educación debería actualizar su formación y su técnica. Se abre todo un debate.

7.6.3 Videotutoriales

Actualmente se pueden encontrar videos didácticos que tratan muchos de los contenidos matemáticos de la educación primaria. Si bien el video permite tratar los contenidos de una manera muy diferente a como lo hace un libro de texto puede resultar una actividad muy pasiva para los alumnos. Algunos consejos generales que conviene tener en cuenta son:

- Antes de llevarlo al aula, hay que determinar qué parte se va a usar, por qué y para qué. Se necesita verlo completo para determinar qué segmentos son adecuados para los alumnos.
- No hay que caer en la tentación de querer proyectar todo el video en una sola sesión. Los chicos no tienen la misma retentiva que los adultos, o la que desarrollan cuando van al cine. No hay que sustituir la clase con un video, sino que hay que aprovechar partes del mismo para enriquecer la enseñanza.
- Hay que diseñar actividades que permitan a los estudiantes estar atentos antes, durante y después de ver el segmento del video.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA
--

4. **Busca un video que explique la suma de fracciones con distinto denominador y establece las ventajas e inconvenientes de su uso en el aula.**

7.6.4 Calculadora

La calculadora es un recurso indispensable en el aula de matemáticas. Pero también ha creado una gran controversia entre los especialistas en el aula, ya que hay quien establece que el uso de las calculadoras redundaría en ganancias para el conocimiento matemático de los estudiantes sobre funciones, las gráficas o para el desarrollo de visualización espacial. Pero su uso también puede crear obstáculos en, por ejemplo,

aquellos estudiantes que tienen dificultades para relacionar conceptualmente los aspectos algebraico y gráfico en cálculo.

Como señalan Flores et al. (2011), no de los argumentos que se esgrime habitualmente en contra de calculadoras en la enseñanza de las Matemáticas es que se abandona y olvida lo que se hace con papel y lápiz, y eso va en perjuicio de la calidad en la formación. Un uso de estos recursos sin la adecuada reflexión previa, puede introducir distorsiones en el proceso de enseñanza. Pero, así como la escritura numérica no es un obstáculo para que el niño pueda realizar cálculos mentales, la calculadora tampoco tiene por qué jugar ese papel. La calculadora no tiene por qué entorpecer o frenar la actividad cognitiva del estudiante, pero siempre es indispensable la reflexión previa del profesor acerca del uso que puede hacer de ella.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

- 5. Propón una tarea a partir del uso de la calculadora en el aula. Indica sus ventajas e inconvenientes.**

Capítulo 8

ERRORES Y DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

8.1 INTRODUCCIÓN

Los errores y dificultades de los estudiantes de matemáticas son un foco de atención en la educación matemática, tanto en el aspecto docente, como desde el punto de vista de la investigación, que ha producido una gran cantidad de información sobre los que se producen a diferentes edades y en la mayoría de los temas de matemáticas. Dicha información se encuentra disponible en los numerosos handbooks de investigación y revistas específicas del área de conocimiento. Es claro que en una asignatura como la que presentamos tan sólo se puede mostrar al estudiante algunos ejemplos de estos resultados y además, se requiere una cierta transposición didáctica para ponerles a su alcance y que puedan comprender la importancia de tenerlos en cuenta.

Como señalan Godino, Batanero y Font (2004), todas las teorías sobre la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas coinciden en la necesidad de identificar los errores de los alumnos en el proceso de aprendizaje, determinar sus causas y organizar la enseñanza teniendo en cuenta esa información. El profesor debe ser sensible a las ideas previas de los alumnos y utilizar las técnicas del conflicto cognitivo para lograr el progreso en el aprendizaje.

- Hablamos de error cuando el alumno realiza una práctica (acción, argumentación, etc.) que no es válida desde el punto de vista de la institución matemática escolar.
- El término dificultad indica el mayor o menor grado de éxito de los alumnos ante una tarea o tema de estudio. Si el porcentaje de respuestas incorrectas (índice de dificultad) es elevado se dice que la dificultad es alta, mientras que, si dicho porcentaje es bajo, la dificultad es baja.

Las creencias del profesor sobre los errores de los alumnos dependen de sus propias concepciones sobre las matemáticas. Aquellos que no han tenido ocasión de conocer cómo se desarrollan las matemáticas, o no han realizado un cierto trabajo matemático piensan que hay que eliminar el error a toda costa. Cambiar su manera de pensar

implica un cierto cambio en la relación de dicho profesor con respecto a la actividad matemática.

El modelo de aprendizaje es también determinante. En un aprendizaje conductista, el error tiene que ser corregido, mientras que es constitutivo del conocimiento en un aprendizaje de tipo constructivista.

A continuación, se muestran algunas dificultades que tradicionalmente presentan los estudiantes en el aula de matemáticas. Esta descripción solo pretende mostrar algunos errores clásicos por bloque temático, pero son muchas las investigaciones que tienen en cuenta esta temática y que todo profesor ha de conocer para desempeñar su tarea como formador.

8.2 DIFICULTADES RELACIONADAS CON LOS CONTENIDOS MATEMÁTICOS

La abstracción y generalización de las matemáticas es una posible causa de las dificultades de aprendizaje. El análisis del contenido matemático permite prever su grado de dificultad potencial e identificar las variables a tener en cuenta para facilitar su enseñanza (Godino, Batanero y Font, 2004).

A veces el error no se produce por una falta de conocimiento, sino porque el alumno usa un conocimiento que es válido en algunas circunstancias, pero no en otras en las cuales se aplica indebidamente. Decimos que existe un obstáculo. Con frecuencia el origen de los errores no es sencillo de identificar, aunque a veces se encuentran ciertos errores recurrentes, para los cuales la investigación didáctica aporta explicaciones y posibles maneras de afrontarlos. La identificación de tales obstáculos revela complejidades del significado de los objetos matemáticos que pueden pasar inadvertidas. La superación del obstáculo requiere que el alumno construya un significado personal del objeto en cuestión suficientemente rico, de manera que la práctica que es adecuada en un cierto contexto no se use en otro en el que no es válida. Parece razonable pensar que si un tipo de error se manifiesta en un cierto número de alumnos de manera persistente en una tarea, su origen se debe buscar en los conocimientos requeridos por la tarea, y no tanto en los propios alumnos.

Por ejemplo, la ordenación de los números decimales 2'47 y 2'328 es una tarea para la que un alto porcentaje de alumnos dicen que 2'328 es mayor que 2'47, porque 328 es mayor que 47. Los números decimales los están considerando como si fueran dos números naturales separados por una coma, y comparan ambos números separadamente.

8.3 DIFICULTADES CAUSADAS POR LA SECUENCIA DE ACTIVIDADES PROPUESTAS

Se puede dar el caso, como señalan Godino, Batanero y Font (2004), de que la propuesta de actividades que presenta el profesor a los alumnos no sea potencialmente significativa, por causas diferentes:

- a) Cuando el profesor no estructura bien los contenidos que quiere enseñar.
- b) Cuando los materiales que ha escogido, como por ejemplo los libros de texto, no son claros -ejercicios y problemas confusos, mal graduados, rutinarios y repetitivos, errores de edición, etc.
- c) Cuando la presentación del tema que hace el profesor no es clara ni está bien organizada -no se le entiende cuando habla, habla demasiado rápido, la utilización de la pizarra es caótica, no pone suficiente énfasis en los conceptos clave del tema, etc.

El profesor debe analizar las características de las situaciones didácticas sobre las cuales puede actuar, y su elección afecta al tipo de estrategias que pueden implementar los estudiantes, conocimientos requeridos, etc. Estas características pueden ser relativas al enunciado de los problemas o tareas, o también a la organización de la situación (trabajo individual, en grupo, etc.).

La edad de los alumnos o sus conocimientos previos influyen sobre el éxito de una tarea. Pero sobre estas variable poco o nada puede hacer el profesor en el momento en que gestiona la situación.

Puede ocurrir que el alumno, a pesar de tener un nivel evolutivo adecuado, no tenga los conocimientos previos necesarios para poder aprender el nuevo contenido, y, por tanto, la “distancia” entre el nuevo contenido y lo que sabe el alumno no es la adecuada.

La evaluación inicial puede detectar los contenidos previos que hay que adquirir para conseguir el aprendizaje del contenido previsto. Por ejemplo, Ejemplo: un alumno con dificultades en el algoritmo de la resta es de esperar que tenga dificultades con el algoritmo de la división.

A continuación se exponen algunos ejemplos de errores y dificultades en los diferentes bloques temáticos, sin intentar ser exhaustivos.

8.4 DIFICULTADES EN EL TEMA EL BLOQUE DE NÚMEROS

Cuando comienza la Educación Primaria, la gran mayoría de los escolares tienen un amplio conocimiento sobre los números naturales, aunque su comprensión está vinculada, en gran medida, al conteo y a relaciones aditivas. La enseñanza en la escuela ha de ampliar estos conocimientos numéricos, tarea que a veces entraña dificultades a los escolares (Flores, Castro y Fernández, 2015). Describimos a continuación algunas de estas dificultades y aquellos errores más frecuentes en que incurren, relativos a los números naturales, en primer lugar, y a los números enteros, posteriormente. Otros ejemplos se describen con detalle en Cid, Godino y Batanero (2002).

- Dificultades asociadas a la escritura y lectura de números naturales: En lo que corresponde a la escritura de las cifras, algunos escolares encuentran dificultad para hacer correctamente la grafía de algunos números y tienden a escribirlos de forma opuesta a la propia (a modo de una imagen especular). Esta es una dificultad, que se supera con el trabajo escolar y generalmente desaparece hacia los 7 años. Los escolares que tengan poco desarrollada la relación perceptivo-motora presentarán dificultades para conectar lo que ven con lo que escriben, ya que no pueden coordinar adecuadamente su visión con los correspondientes movimientos de sus manos, por lo que les será complicado copiar números.
- Dificultades asociadas a características del sistema decimal de numeración. La capacidad de recitar la secuencia numérica no lleva implícito que los escolares posean conocimiento de la magnitud absoluta de los números, que conozcan la relación entre números de la secuencia numérica o que los reconozcan en su forma simbólica, sobre todo cuando se trata de números de más de una cifra. En algunos

casos dan muestras de percibir los dígitos de un número sólo como unidades aisladas, no reconociendo la relación entre las unidades de diferente orden. En la lectura de números de varias cifras se presentan algunas dificultades relacionadas con las características del sistema de numeración decimal. Los números se leen de izquierda a derecha, esto es, se comienza por las unidades de mayor orden. Si el número contiene tantas cifras que no es posible leerlo a simple vista es necesario valorarlo para conocer cuál es el orden mayor de sus cifras. Para esto se agrupan por ternas los dígitos del número de derecha a izquierda. Por otra parte, varios estudios han revelado que, para números de varias cifras, ofrece más dificultad escribir simbólicamente un número dado verbalmente que leer un número que está escrito simbólicamente.

- Dificultades relacionadas con el cero. De los diez dígitos del sistema de numeración decimal, el que más dificultades provoca a los escolares es el cero. Una de las causas puede estar en que, a diferencia de los nueve dígitos restantes, el cero no se percibe como cardinal de colección alguna. Otra posible causa es el doble papel de la presencia del cero en un número: para indicar que dicha posición está ocupada y para indicar que no hay ninguna cantidad de unidades de dicho orden. Esta doble función no es obvia para muchos escolares.
- Dificultad sobre la relación de divisibilidad. La divisibilidad es una relación entre números que responde a una división exacta. En el aula se trabaja después de que los escolares conozcan la división, sus términos y la destreza del algoritmo. Una dificultad asociada a su aprendizaje es poder contemplarla como tal relación, perdurando solamente la idea de la división exacta. Un error frecuente asociado a la expresión de un número como producto de factores primos consiste en creer que los divisores de tal número sólo son los factores que aparecen en la descomposición factorial, los factores visibles, no considerando que también lo son todos los números resultantes de los posibles productos entre estos factores, considerando, además, las potencias a las que están elevados.
- Dificultades con los números enteros. Algunas dificultades con los números enteros están asociadas al significado otorgado al signo que precede a dichos números. Hasta que los estudiantes comienzan a trabajar con los números enteros en la escuela, el signo + indica la operación de sumar y el – la operación de restar. Los signos + y –, utilizados para significar número entero positivo y negativo, indican situaciones antagónicas (opuestas) respecto de una referencia.

- Dificultades con las fracciones. Una de las dificultades usuales es la consideración del numerador y del denominador de una fracción como valores aislados, siendo difícil para los escolares concebir una fracción como un solo número. Interpretar una fracción como una o varias partes de un mismo todo es el modo de uso que menos dificultades presenta a los estudiantes, y también el que provoca menos errores. Cuando se trabaja el significado de fracción.

8.5 DIFICULTADES EN EL TEMA EL BLOQUE DE GEOMETRÍA

A continuación, se expone una serie de dificultades y errores que suelen presentarse en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la geometría en Educación Primaria (Godino y Ruiz, 2002; Romero y Cañadas, 2015).

- Dificultades debidas a la identificación de los conceptos geométricos con sus representaciones. Todo concepto es distinto de sus representaciones; sin embargo, a lo largo de su aprendizaje, el escolar corre el riesgo de identificar y confundir algunos conceptos básicos con sus representaciones usuales. La representación de conceptos geométricos hace presente el concepto, pero ninguna de ellas lo determina totalmente. Esto no suele ser percibido por los escolares y, a menudo, pasa inadvertido también para el docente cuando éstos identifican imagen con concepto, lo cual suele ser una fuente de errores. En la enseñanza tradicional, los conceptos geométricos son introducidos mediante unas nociones básicas (definición del concepto) y algunas figuras que constituyen ejemplos prototípicos que sirven de apoyo. Ello puede provocar una comprensión parcial de los escolares de esos conceptos, asociada exclusivamente a las figuras que han visto con mayor frecuencia como ejemplos y a las experiencias limitadas que han tenido de su uso (imagen del concepto).
- Dificultades relativas a la tridimensionalidad. Los escolares tienen que considerar los modelos físicos dentro de una interpretación geométrica, pero cuando no se tienen suficientes conocimientos teóricos de geometría, los modelos de las figuras tridimensionales o de sus elementos se interpretan a partir de una lectura perceptiva, dando lugar a errores. Otro tipo de dificultades asociadas a la tridimensionalidad viene generado por el uso de representaciones bidimensionales

de los objetos y del espacio tridimensional. Puesto que cualquier representación plana de objetos tridimensionales ha de comportar siempre una distorsión de algunas propiedades del objeto o del espacio, se hace necesario aprender a interpretar las imágenes y a construir objetos tridimensionales, los cuales no pueden verse desde más de un punto de vista a la vez. Dicho aprendizaje constituye un proceso largo y no exento de obstáculos. Los escolares también suelen encontrar dificultades para distinguir entre la visión que tienen de un objeto y de su desarrollo plano. A medida que avanzan en su aprendizaje, los escolares serán más capaces de coordinar y representar distintos puntos de vista y de realizar desarrollos planos de figuras tridimensionales cada vez más complejas. Para facilitarlos, es importante utilizar distintas representaciones de objetos y conceptos geométricos, explicitando las relaciones entre ellas.

- Dificultades relacionadas con la orientación y posicionamiento. La manera de orientar un objeto en el espacio puede provocar dificultades, que se derivan de las diferentes formas en que esto puede llevarse a cabo. La manera de orientar un objeto en el espacio puede provocar dificultades, que se derivan de las diferentes formas en que esto puede llevarse a cabo. En otras situaciones, la orientación del espacio que rodea un objeto situado frente al observador se hace proyectando sobre él el propio esquema corporal.

8.6 DIFICULTADES EN EL TEMA EL BLOQUE DE MEDIDA

A continuación, se expone una serie de las dificultades más habituales en el aprendizaje de la medida en Primaria y las acompañamos de los errores en los que incurren los escolares (Godino, Batanero y Roa, 2002; Gonzalez, 2015).

- Dificultades asociadas a la conservación de la cantidad. La forma y la posición que presentan los objetos son factores dominantes en la experiencia sensible de los escolares. Por ello, relacionan la longitud, la superficie o el volumen de un objeto con su aspecto o con su posición.
- Dificultades asociadas a la percepción de la magnitud. Percibir una magnitud requiere la capacidad para aislar un atributo de un objeto ignorando otros atributos

que se perciben al mismo tiempo. Con frecuencia, los escolares establecen relaciones erróneas entre dos o más de dichos atributos. Algunos escolares piensan que, a igual superficie, igual perímetro, o que, a mayor superficie, mayor perímetro. Este vínculo se extiende hasta edades avanzadas, en las que ya se ha introducido el manejo de fórmulas para el cálculo de la superficie. Otra dificultad está relacionada con la superficie y el volumen. Algunos escolares, para calcular el volumen de figuras compuestas por cubos unidad, cuentan los cubos que se ven en la superficie. No perciben que cuentan algunos cubos más de una vez y que ignoran los cubos interiores; este último error también está relacionado con dificultades asociadas a la visualización, que presentaremos más adelante.

- Dificultades asociadas a la unidad de medida. La idea de unidad de medida es un concepto técnico muy elaborado, que resulta bastante complejo para los escolares de Primaria. Hay numerosas dificultades asociadas a ella. Por ejemplo, al medir la longitud, algunos escolares no reutilizan la unidad y responden que no pueden medir un objeto que mide más de las unidades disponibles para medirla. Otro ejemplo es cuando los escolares usan unidades de distintos tamaños para medir un objeto.
- Dificultades asociadas a la introducción temprana de fórmulas. Cuando se introducen demasiado pronto las fórmulas para obtener el área o el volumen, los escolares las usan de forma incorrecta y sin sentido. Por ejemplo, suman en vez de multiplicar para calcular la superficie del rectángulo o sustituyen erróneamente los valores de los parámetros en las fórmulas.
- Dificultades asociadas a la visualización. Se trata de dificultades fundamentalmente relacionadas con el cálculo del volumen. Están asociadas al tipo de representación utilizada. Por ejemplo, si se usan figuras compuestas por cubos unidad, construidas con algún tipo de material manipulativo, algunos escolares incurren en el error de no considerar los cubos interiores.

8.7 DIFICULTADES EN EL TEMA EL BLOQUE DE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Buena parte de las investigaciones que se llevan a cabo en educación estocástica se centran en el hecho constatable de que los estudiantes se confunden con relativa frecuencia cuando se les piden realizar determinadas tareas de estos contenidos. Dada la naturaleza del tema, parte de los errores didácticos provienen de que el docente aborda los conceptos estocásticos mediante estrategias similares a las que utiliza en otros temas deterministas. A continuación, se expone una serie de las dificultades relacionadas (Batanero, 2001; Batanero y Godino, 2002; Batanero, Godino, Green, Holmes y Vallecillos; 199; Bracho-López, et al., 2015) con este bloque, muchas de las cuales también se encuentran en los futuros maestros (Estrada, Batanero y Fortuny, 2004b).

- Errores en la recogida y organización de datos y en su representación gráfica. Las investigaciones muestran que el alumnado comprende mejor los gráficos cuando se refieren a temas que les son más familiares, y también depende del nivel de lectura que requiera la interpretación del gráfico (no es lo mismo leer un dato aislado, que identificar su tendencia o realizar una lectura crítica. Además, los estudiantes cometen con frecuencia errores en la construcción de gráficos, tales como fijar escalas no proporcionales, omitir la representación de valores de frecuencia nula, intercambiar valores de la variable y frecuencias en un gráfico, representar variables no relacionadas en el mismo gráfico o utilizar un gráfico inadecuado para el tipo de datos. Estos errores se producen con mayor frecuencia cuando se usa la hoja Excel o cualquier otro software para elaborar los gráficos, pues los estudiantes no son siempre conscientes de cambiar las opciones por defecto del software, realizando un uso acrítico del mismo.
- Errores en el cálculo e interpretación de la media, mediana y moda. Sin duda, la media aritmética es uno de los parámetros estadísticos más utilizados. Sin embargo, tanto en su conceptualización como en los procesos de obtención suelen darse algunos errores, por ejemplo, no puede confundirse la media simple con la media ponderada o hallar la media de los valores de las frecuencias, no teniendo en cuenta la frecuencia absoluta de cada valor en el cálculo de la media (Godino, Batanero y Font, 2004). Otra dificultad refiere a la comprensión de aspectos conceptuales,

atendiendo al hecho de que la media no tiene elemento neutro ni simétrico. Además no siempre es un valor típico o representativo de los datos, se comprueba que, ante cualquier distribución de los datos, si se pide a los estudiantes que estimen el valor de la media, éstos tienden a ubicarla en el centro del intervalo de valores de la variable, lo cual es acertado en distribuciones simétricas, pero no en las que no lo son, por lo que en este tipo de distribuciones debe quedar claro que la moda o la mediana pueden ser valores más representativos del conjunto de datos. Como destacan Godino, Batanero y Font (2004) respecto a la moda hay alumnos que toman la mayor frecuencia absoluta, en lugar del valor de la variable y respecto a la mediana, hallar la mediana del conjunto de datos sin ordenar; no tener en cuenta los valores de las frecuencias en el cálculo de la mediana o tomar simplemente como mediana el centro geométrico de la distribución.

- Errores en el análisis de la dispersión de los datos. Es usual que el alumnado ignore la dispersión de los datos cuando efectúa comparaciones entre muestras o poblaciones o bien que confunda dispersión y variabilidad (Estepa, y Pino, 2013). No obstante, en el aprendizaje inicial de la estadística en el que nos centramos sólo se aborda de forma introductoria la idea de dispersión de una distribución, para cuyo estudio únicamente se recurre al rango como medida. El profesor, sin embargo, debe tener un conocimiento algo más amplio y conocer la utilidad de algunas otras medidas de dispersión.
- Respecto a la probabilidad, es importante, en primer lugar, tener en cuenta la edad del niño, pues de ello depende la capacidad combinatoria, necesaria para imaginar todas las posibilidades en un experimento aleatorio. Puesto que el razonamiento proporcional se desarrolla lentamente, con los más pequeños, los problemas de comparación de probabilidades han de basarse en fracciones de igual denominador. Muchos niños tienen creencias animistas sobre los sucesos aleatorios, pensando, por ejemplo, en que es más probable obtener un número o un color por ser su favorito, o que jugar con unos dados o trompos de su propiedad les favorece o que los niños mayores pueden tener ventaja al jugar un juego aleatorio. Puesto que los fenómenos aleatorios son no reversibles en este campo es especialmente importante proporcionar experiencia a los niños utilizando para ello generadores aleatorios como dados, ruletas, bolas en urnas, etc.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA
--

- 1. Comenta las dificultades que crees que tendrán los alumnos de primaria respecto al tema de fracciones.**
- 2. Si has tenido la oportunidad de dar matemáticas en tus prácticas, ¿qué tipo de dificultades has observado?**
- 3. ¿Qué tipo de dificultades has tenido tú para resolver las actividades que proponías a los alumnos?**

Capítulo 9

LA EVALUACIÓN EN MATEMÁTICAS

9.1 INTRODUCCIÓN

La evaluación es un tema de interés evidente en las últimas reformas educativas, donde los nuevos objetos curriculares exigen un planteamiento nuevo de la evaluación, que será analizada desde un marco básicamente curricular.

¿Por qué es importante hablar de la evaluación en Matemáticas? La evaluación es un objeto de estudio que concierne diversos aspectos. Ante todo, se relaciona con los estudiantes. En efecto, se evalúa la capacidad matemática del estudiante, su desarrollo cognitivo, su habilidad en desarrollar estrategias diversas, su desempeño ante nuevas situaciones, su nivel de competencia en comparación con otros, etc. Por otra parte, se evalúa el sistema de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, su desarrollo, su capacidad de mejora, su situación comparada con otros sistemas de otros profesores, países, etc.

La evaluación es el proceso de recogida y análisis de información que permite conocer hasta qué punto se está produciendo un buen proceso de enseñanza y aprendizaje y qué problemas se están planteando en este proceso. Evaluar no es solo calificar, esta acción debe implicar una valoración. La información resultante proporciona al profesor elementos para analizar críticamente su intervención educativa, la detección de necesidades y la toma de decisiones al respecto.

Como docentes, nuestra labor evaluadora debe centrarse en el proceso de enseñanza – aprendizaje en el aula desde los dos agentes principales:

- Evaluación del aprendizaje de los alumnos. Es decir, cuestionarnos ¿Cómo se produce el aprendizaje?
- Evaluación de nuestro papel en dicho aprendizaje. Es decir, cuestionarnos ¿Cómo es nuestra enseñanza?

Algunas cuestiones que como formadores debemos realizarnos, son las siguientes:

- ¿Para qué evaluamos? (Finalidad) ¿Para formar? ¿Para clasificar?
- ¿Qué debemos evaluar? (Foco de interés) ¿Resultados o Procesos?
- ¿Cuándo debemos evaluar? (Momento de evaluación) ¿Al principio? ¿Al final? ¿Continuamente?
- ¿Quién debe evaluar? (Vinculación interna o externa) ¿El profesor? ¿Los alumnos? ¿Ambos?
- ¿Cómo debemos evaluar? ¿Qué tareas? ¿En qué formato se presentan y valoran las tareas de evaluación (herramientas)? ¿Cómo se organizan y valoran las tareas de evaluación (sistema, incluyendo calificación)?

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

1. Hacer un breve escrito indicando para qué sirve la evaluación en matemáticas.

9.2 FINALIDAD DE LA EVALUACIÓN

El principal propósito de la evaluación es mejorar el aprendizaje de los alumnos. Hoy día se considera una parte importante del proceso de instrucción y se concibe como un proceso dinámico y continuo de producción de información sobre el progreso de los alumnos hacia los objetivos de aprendizaje (Godino, Batanero y Font, 2004).

Estos autores indican que podemos encontrar diferentes tipos de evaluaciones:

- Evaluación diagnóstica: qué sabe el alumno antes de empezar (previa).
- Evaluación formativa: qué está aprendiendo (durante). Esta evaluación esta centrada en las particularidades del alumno.
- Evaluación sumativa: qué aprendió al final del proceso (posterior). Centrada en la consecución de objetivos

Otros fines secundarios de la evaluación son:

- Proporcionar a los alumnos información individual sobre qué han aprendido y en qué puntos tienen dificultades.

- Proporcionar información al profesor, a los padres y al centro escolar sobre el progreso y la comprensión de sus alumnos, en general y sobre las dificultades de estudiantes particulares
- Proporcionar a las autoridades educativas o a cualquier agente educativo un indicador global del éxito conseguido en los objetivos educativos.

Algunas consideraciones en el caso de las matemáticas (Giménez, 1997) son las siguientes:

- Se evalúa para controlar.
- Los evaluadores deben ser internos al aula.
- Hay que usar instrumentos usuales para evaluar.
- En Matemáticas es prioritario evaluar el conocimiento.
- En Matemáticas es prioritario evaluar las capacidades.
- Las dificultades de la evaluación son debidas al evaluado.
- El criterio clave para evaluar el libro de Matemáticas es el contenido.
- El profesor se valora por su profesionalidad.

Estas ocho categorías establecen el perfil básico de ideas que predominan sobre qué es evaluar en Matemáticas.

9.3 FOCO DE INTERÉS DE LA EVALUACIÓN

Al ser los objetivos capacidades muy generales, no son directamente evaluables, mientras que los criterios que establecen el tipo y grado de aprendizaje que se espera que los alumnos hayan alcanzado con respecto a esas capacidades, se convierten en un referente más preciso de la evaluación.

Los criterios de evaluación responden a las capacidades básicas de cada una de las áreas en cada ciclo y están referidas a aquellos contenidos específicos que se consideran especialmente importantes para su desarrollo. Son, pues, indicadores sobre qué es lo que el alumno debe alcanzar.

Los criterios de evaluación establecidos en el currículo no reflejan la totalidad de lo que un alumno puede aprender, sino exclusivamente aquellos aprendizajes especialmente relevantes, sin los cuales el alumno difícilmente puede proseguir de forma satisfactoria su proceso de aprendizaje.

Unos elementos básicos a evaluar son los progresos del aprendizaje, lo que implica valorar las características del alumno y el avance en el logro de ciertos objetivos, así como los resultados, que miden el grado de adquisición de ciertas metas (conceptos, procedimientos, actitudes, competencias).

En el informe PISA (OECD, 2016) se establece como prioritaria la evaluación de las competencias matemáticas en:

- *Comunicación*: conjunto de capacidades necesarias para comprender y transmitir ideas matemáticas. Incluye: leer e interpretar información con contenido matemático, exponer ideas y resultados de un trabajo con contenido matemático.
- *Matematización*: grupo de capacidades necesarias para transformar un problema en contexto en un problema matemático. Incluye: estructurar información, hacer hipótesis de trabajo, conceptualizar, formular un modelo.
- *Representación*: habilidades necesarias para trabajar con información dada en diferentes formatos: datos, gráficos, tablas, ecuaciones o fórmulas, imágenes, materiales.
- *Razonamiento y argumentación*: grupo de aptitudes necesarias para extraer conclusiones lógicas a partir de premisas y justificar razonadamente dichas conclusiones. Incluye: razonamiento visual, razonamiento verbal.
- *Diseño de estrategias para resolver problemas*: conjunto de capacidades necesarias para tomar decisiones en situaciones matemáticas complejas. Incluye: reflexión sobre el enunciado, toma de decisiones, pensamiento crítico sobre las posibles soluciones que se obtengan.
- *Operaciones y lenguaje simbólico, formal y técnico*: habilidades necesarias para usar expresiones simbólicas y construcciones matemáticas formales, así como algoritmos donde estas participen. Incluye: manejo de los símbolos y la terminología matemática, dominio del cálculo y de las propiedades de operaciones.

- Herramientas matemáticas: conjunto de capacidades necesarias para utilizar diferentes recursos para trabajar con las Matemáticas. Incluye: manejo de instrumentos de medida, manejo de calculadoras, uso de herramientas TIC.

9.4 ¿QUÉ ASPECTOS SON EVALUABLES?

Podemos evaluar tres tipos diferentes de aspectos o niveles:

- Evaluación del progreso de los niños, de los cuales se es responsable, para valorar la evolución de su desarrollo, sus actividades y su comportamiento
- Evaluación de la acción educativa, a partir de la programación y las actividades que la componen.
- Evaluación de la gestión del centro con los grandes documentos educativos que la justifican. Evaluación de los servicios contratados o pactados por el centro, algunos no específicamente educativos.

Como se ha indicado, en la evaluación, como seguimiento continuo del proceso de enseñanza y aprendizaje cabe distinguir tres momentos: evaluación inicial, evaluación formativa o continua y evaluación sumativa (Figura 1).



Figura 1. Tipos de evaluaciones

- *Evaluación inicial*: Aporta información sobre la situación de cada alumno al iniciar un determinado proceso de enseñanza y aprendizaje que permite

adecuar este proceso a sus posibilidades. Desde la perspectiva del aprendizaje significativo, esta evaluación se convierte en una tarea prioritaria para conocer los conocimientos previos de los alumnos. La evaluación inicial (Medina et al., 2008) se sitúa básicamente sobre el estudiante. Pretende conocer los preconceptos de los alumnos, tener una intuición de sus intenciones, reconocer sus habilidades y destrezas procedimentales, identificar sus actitudes y contrastar todo ello con lo que se pretende trabajar. Junto a ello, mediante esta evaluación se querría hacerlos conscientes de su situación matemática, hacer que puedan integrar sus concepciones con el proceso y —por lo tanto— se promueva una predisposición inicial positiva ante el trabajo, se reconozca la utilidad de los conocimientos, etc. Los instrumentos utilizados sólo deben servir para identificar estudiantes con necesidades específicas (tales como discapacidades ligeras, problemas emocionales, etc.) y necesidades específicas ante la materia (tales como falta de redes conceptuales consolidadas, ausencia de conceptos concretos no adquiridos, procedimientos no incorporados, etc.).

- *Evaluación formativa o continua.* Pone énfasis en el proceso de enseñanza y aprendizaje entendido como un continuo. Es una evaluación con carácter regulador, de orientación y autocorrectora del proceso educativo, al proporcionar información constante sobre si este proceso se adapta a las necesidades o posibilidades del sujeto, permitiendo la modificación de aquellos aspectos que resulten poco funcionales. En el proceso (Medina et al., 2008), este tipo de evaluación trata de controlar el aprendizaje de forma diagnóstica o reguladora, para aprender de los errores cometidos y conseguir mejores logros. Tiene que ver con la metacognición, es decir, con la habilidad de la persona que le permite tomar conciencia de su propio proceso de pensamiento, examinarlo y contrastarlo con el de otros, así como realizar autoevaluaciones y autorregulaciones. Es un «diálogo interno» que induce a reflexionar sobre lo que hacemos, cómo lo hacemos, y porqué lo hacemos y tiene alta incidencia en la capacidad de aprender a aprender. Esta parte reflexiva está inmersa en una evaluación formativa y formadora, que también nos proporciona la información necesaria para analizar las variables del proceso didáctico, para corregir el propio proceso, reconducir el programa y establecer así una retroalimentación pertinente y eficaz. Una

consideración de la evaluación como algo integrado al propio proceso se plantea qué se quiere organizar y constatar en el proceso. Así, se reflejará el tipo de aprendizaje que se quiere desarrollar, las características mediante las que se describirá el pensamiento del estudiante (habilidades o capacidades). El valor de regulación del mismo, el análisis de las situaciones de contenido tal como transcurren, el análisis de las interacciones sociales que convierten al grupo en comunidad matemática y las implicaciones en la toma de decisiones de constante re-planificación. La parte formativa reguladora debe incluir, entre otras, las siguientes misiones: garantizar el dominio mínimo de los objetivos presentados, corrección progresiva de errores, transformación del comportamiento que convierte el error en fuente positiva de aprendizaje, autovaloración constante, facilitar los procesos cognitivos y metacognitivos generales y controlar elementos comunicativos básicos. En este paquete de evaluación consideramos muchas de las actividades como de exploración y están consideradas dentro de esta evaluación formativa, pues consideran varias de las características de ésta.

- *Evaluación sumativa.* Proporciona información sobre el grado de consecución de los objetivos propuestos, referidos a cada alumno y al proceso formativo. Esta evaluación toma datos de la formativa y añade a éstos otros obtenidos de forma más puntual. Posee la doble misión de promover a los alumnos para nuevos estudios e indicar el nivel global alcanzado. Se trata, por lo tanto, de una evaluación al término de una parte del proceso, o al término de un nivel ciclo o etapa. Toma datos de la evaluación formativa, es decir, los obtenidos durante el proceso y añade a estos otros obtenidos de forma más puntual. Permite saber el grado de aprendizaje de cada alumno y cuál es el nivel que ha logrado para tomarlo como punto de partida en un nuevo proceso. En cierto sentido, mide la eficiencia terminal del proceso de aprendizaje-enseñanza. A dicha evaluación se le critica que sirve sólo para seleccionar alumnos, pero diversos autores indican que también debe permitir un juicio global más preciso de los estudiantes, teniendo en cuenta de que ese proceso selectivo no debe enmascarar un error en el trabajo. Este juicio debe ser controlado y corregido mediante una re-planificación profesional y nunca la selección debe implicar un castigo para los estudiantes. En esta parte se incluyen

exámenes y banco de reactivos para cada unidad, con el propósito de brindar a los profesores una amplia gama de posibilidades para este tipo de evaluación (Medina et al., 2008).

- La evaluación integradora y del desempeño forma parte de la evaluación sumativa, pero dada la importancia que para nosotros representa, la describimos de forma independiente para hacer énfasis en ella. En todas las áreas del conocimiento y del quehacer humano, medir el desempeño en una tarea juega el papel de una evaluación crítica abierta que permite observar el nivel de conocimiento que se domina y cuáles y qué cosas se pueden mejorar. La evaluación del desempeño observa, de forma integrada, la ejecución de altas y complejas habilidades intelectuales que son empujadas por el ejecutante para resolver problemas. La valoración del desempeño en matemáticas involucra la presentación de la ejecución de una tarea —que enfrente o simule los retos del mundo real— Un buen desempeño en una tarea rara vez tiene una sola manera correcta de acercarse a la solución del problema o de acertar a la respuesta (Medina et al., 2008).

Según los agentes de evaluación, podemos encontrar dos tipos diferentes de evaluación: externa, realizada por agentes no integrantes del centro escolar e interna realizada por personas directamente involucradas en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Dentro de la evaluación interna, podemos encontrar tres tipos diferentes:

- *Heteroevaluación*: el profesor evalúa a los estudiantes.
- *Autoevaluación*: cada estudiante se evalúa a sí mismo.
- *Coevaluación*: el profesor y los alumnos se evalúan.

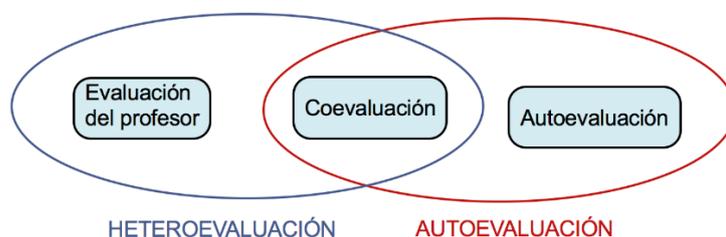


Figura 2. Tipos de evaluaciones internas

9.5 ALGUNAS CONSIDERACIONES SOBRE LA EVALUACIÓN

Cuando la evaluación es una parte integral de la instrucción matemática, contribuye de manera significativa al aprendizaje matemático de todos los estudiantes. Como ya indicaba el NCTM en el año 2000, la evaluación debería apoyar el aprendizaje de unas matemáticas importantes y proporcionar información útil a los profesores y a los estudiantes (NCTM, 2000). La evaluación debería ser más que un test al final de la instrucción para ver cómo se comportan los estudiantes bajo condiciones especiales. Es decir, debería ser una parte integral de la instrucción que informa y guía a los profesores en la toma de decisiones.

La evaluación no debería hacerse sólo a los estudiantes; se debe realizar “para los estudiantes”, para guiarlos y estimularlos en su aprendizaje.

Algunos pasos a seguir en el proceso de evaluación (Caro et al. 2018) son los siguientes:

1. *Localizar la información disponible.* Tenemos que preguntarnos ¿qué evaluaremos? El primer paso consistirá en localizar con el fin de evitar evaluar elementos que previamente ya lo han sido.
2. *Seleccionar un método o técnica de recogida de información.* Todo proceso de evaluación requiere instrumentos y técnicas destinadas a obtener la información que se precisa. Dichos instrumentos y técnicas son, por tanto, herramientas al servicio de la propia evaluación. Si los instrumentos de obtención de información, y en consecuencia, de medición, no son los apropiados para la finalidad perseguida, la evaluación carecerá de valor, aunque los instrumentos hayan sido técnicamente bien definidos. Hay que tener en cuenta que muchos de los resultados de aprendizaje de dichos alumnos afectan a aspectos de su comportamiento personal, que no son susceptibles de ser comprobados a través de un hecho puntual, ni ante una única situación. Se ha de obtener, además, una información esencialmente cualitativa, centrada en muchos casos en situaciones de interacción con los compañeros, con los materiales didácticos, con los espacios creados, etc.

También es muy frecuente tener que recabar información acerca de conductas personales, como las afectivas, las sociales, etc. Por todo ello, no resulta nada fácil definir técnicas e instrumentos para evaluar esta etapa educativa, y mucho menos en una evaluación externa y sumativa. Se pueden utilizar métodos directos cuando él mismo obtiene la información, o métodos indirectos cuando la información la aporta otras personas. Los métodos más empleados en primaria son la observación, la interrogación, el test y el portafolio.

3. *Técnicas e instrumentos de la evaluación.* La información ha de ser observada y recogida con el mayor nivel de objetividad posible. Algunas técnicas e instrumentos son:

- La observación, consiste en mirar y escuchar dándose cuenta de los elementos importantes de un suceso o acontecimiento. Algunos instrumentos útiles en este método son:
 - Diario de clase: es un documento muy abierto y subjetivo donde cada educador recoge diariamente las experiencias y observaciones a lo largo de la jornada.
 - Anecdóticos: son descripciones escritas de las observaciones que han hecho los educadores sobre hechos o situaciones concretas.
 - Listas de control: sirven para investigar comportamientos específicos sobre la base de unas características o conductas previamente determinadas.
 - Escalas de evaluación: es una lista graduada donde se indica el grado, frecuencia o descripción de una conducta.
 - Escala estimación de frecuencias (número de veces).
 - Escala de estimación de grado (calidad de conducta).
 - Escala de estimación descriptiva (descripción de conductas).
 - Rúbrica: son guías de puntuación que describen las características de un producto, proyecto o tarea en varios niveles de rendimiento.
- La interrogación consiste en preguntar. Es útil realizar preguntas sobre el comportamiento de los estudiantes a otros miembros del centro educativo y,

por supuesto a su familia; método indirecto. Algunos instrumentos útiles en este método son:

- Las pruebas objetivas: evalúan sin hacer valoraciones.
 - Preguntas de verdadero o falso.
 - Preguntas de emparejamiento (unir con flechas).
 - Pruebas objetivas de respuesta múltiple.
- El cuestionario: consiste en una lista de preguntas cortas sobre conceptos o ejemplos, de respuesta abierta.
- Los problemas: preguntas prácticas relacionadas con la instrucción precedente para evaluar el aprendizaje matemático.
- La entrevista: es una forma indirecta para obtener información en la que los padres nos cuentan diferentes aspectos sobre sus hijos.
- El test proporciona una información más exacta y objetiva que los métodos anteriores. Los test pueden ser orales o escritos y los puede cumplimentar el propio usuario directamente. Algunos tipos de test útiles en este método son:
 - Test estandarizados: de inteligencia general, de aptitud o de rendimiento.
 - Test para valorar conductas: se utilizan para diagnosticar problemas como autismo o déficit de atención.
 - Test para medir la idoneidad de los servicios, los documentos o las instalaciones del centro, por lo que son útiles para la valoración de la gestión y funcionamiento del centro.
- Portafolio: Es la colección, selección y organización del trabajo de los estudiantes del que queda constancia y que muestra evidencias de su autorreflexión y aprendizaje. Contiene: informes, mapas conceptuales, intervenciones, diarios, autoinformes y otros documentos.

4. *Decidir el momento y la frecuencia.* Unos de los aspectos importantes a la hora de evaluar es definir cuándo y cuántas veces hemos de realizar la evaluación. La evaluación de la intervención educativa debe ser continua y, por tanto, conviene tomar datos a lo largo del proceso para hacer los cambios pertinentes en el momento adecuado. Se debe realizar una evaluación inicial

al comienzo del curso para situar tanto el punto de partida del grupo-clase (recursos materiales, situación de los alumnos, condiciones del aula, etc.), como la del equipo docente (composición, estabilidad, etc.) así como de los recursos humanos y materiales de que dispone el centro.

5. *Obtener, analizar y registrar la información.* Una vez elegidos los instrumentos y planificada la recogida, se inicia la obtención de la información y su registro. En este proceso será importante que todas las personas dispongan de los mismos criterios en el momento de la recogida. El análisis de la información incorpora un elemento de punto de vista por parte de las personas que la analizan. Para minimizar también será necesario establecer unos criterios que todas ellas deberán seguir.

6. *Realizar la evaluación.* Una vez realizado todo el proceso se realizará la evaluación, que consiste básicamente en formular juicios de valor para tomar decisiones.
 - Formulación de juicios. Los educadores interpretan los resultados del análisis y los clasifican en función de sus propias valoraciones.
 - La toma de decisiones, mediante la evaluación se pretende establecer las correcciones necesarias para la mejora del funcionamiento del centro.
 - Dar a conocer los resultados. El resultado final será plasmado en un informe escrito.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

2. Considerando que los resultados de la tabla es un 30% de la calificación, y que en el resto de las evaluaciones de este alumno tiene 4,25, ¿cuál es la calificación final del alumno? Supongamos que los valores de la escala son: nunca = 0; a veces = 0,33; mayormente = 0,66; siempre =1.

**Comunica la matemática:
lee, escribe, habla, y escucha bien.**

ITEMS	SIEMPRE	MAYORIA DEL TIEMPO	A VECES	NUNCA
Entiende la información de la matemática escrita.			X	
Completa el trabajo de matemática escrito cuidadosamente.				X
Escucha y aprende las discusiones de matemática.		X		
Presenta información matemática clara y en orden.	X			
Acepta y aprende de la regeneración de matemática.			X	

Capítulo 10

LA IDONEIDAD DIDÁCTICA EN MATEMÁTICAS

10.1 INTRODUCCIÓN

Como complemento del estudio de la evaluación, realizado en el anterior tema, dedicamos este al análisis y aplicación de la idoneidad didáctica, instrumento que permite al profesor evaluar su propia enseñanza, así como sus planificaciones, desde varias dimensiones que pueden afectar a la calidad del proceso de enseñanza-aprendizaje.

La noción de idoneidad didáctica, sus dimensiones, criterios, y un desglose operativo de dicha noción, han sido introducidas en el marco teórico del Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007; Godino, Contreras y Font, 2006), como herramienta que permite el paso de una didáctica descriptiva – explicativa a una didáctica normativa, esto es, una didáctica que se orienta hacia la intervención efectiva en el aula. Godino (2014) establece que esta noción puede servir de punto de partida para una teoría de diseño instruccional (Teoría de la Idoneidad Didáctica) que tenga en cuenta, de manera sistémica, las dimensiones: epistémica – ecológica, cognitiva – afectiva, interaccional – mediacional implicadas en los procesos de estudio de las áreas curriculares específicas. La Figura 1 resume las principales características de dicha noción. La idoneidad didáctica de un proceso de instrucción se define como la articulación coherente y sistémica de las seis componentes representadas en dicha figura (Godino, Batanero y Font, 2007).

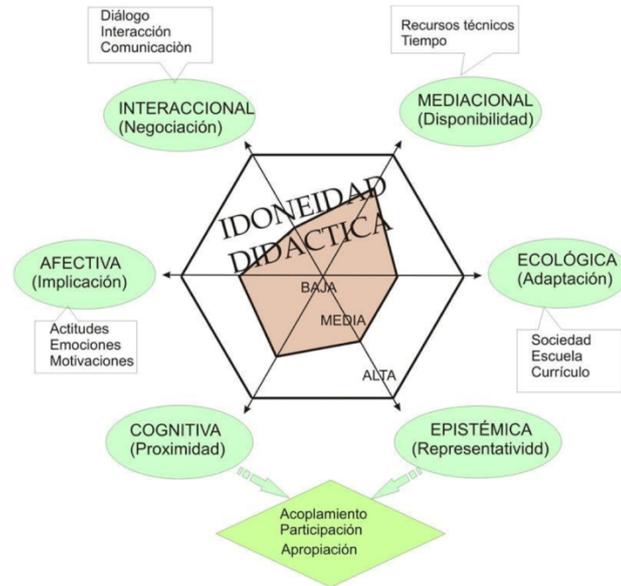


Figura 1. Idoneidad didáctica

10.2 IDONEIDAD EPISTÉMICA

Godino (2014) señala que un programa formativo, o un proceso de estudio matemático, tiene mayor idoneidad epistémica en la medida en que los contenidos implementados (o pretendidos) representan bien a los contenidos de referencia. En la Tabla 1 se incluyen los componentes y algunos indicadores relevantes que permiten hacer operativa dicha noción. Seguidamente se mencionan algunas concordancias de estos componentes e indicadores con los propuestos por diversas teorías.

El análisis de la idoneidad epistémica precisa de un estudio previo de dichos contenidos de referencia (para el proceso de estudio analizado). Debemos de preguntarnos algunas cuestiones: ¿Qué problemas se contemplan? ¿Qué lenguajes? ¿Que definiciones, propiedades y procedimientos? ¿Qué argumentos/ justificaciones? ¿Cómo se relacionan?

En el marco del EOS se atribuye a las situaciones problemas un papel central, ya que se asume una concepción antropológica de la matemática, de modo que los objetos

matemáticos emergen de las prácticas de los sujetos al enfrentarse a determinados problemas. Se propone el uso de situaciones - problemas como medio de contextualizar las ideas matemáticas y generarlas a partir de la actividad de resolución, comunicación y generalización de las soluciones.

Tabla 1. Componentes e indicadores de idoneidad epistémica (matemática)

COMPONENTES:	INDICADORES:
Situaciones- problemas	- Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación. - Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización).
Lenguajes	- Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...), traducciones y conversiones entre los mismos. - Nivel del lenguaje adecuado a los niños a que se dirige. - Se proponen situaciones de expresión matemática e interpretación.
Reglas (Definiciones, proposiciones, procedimientos)	- Las definiciones y procedimientos son claros y correctos, y están adaptados al nivel educativo al que se dirigen. - Se presentan los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado. - Se proponen situaciones donde los alumnos tengan que generar o negociar definiciones proposiciones o procedimientos.
Argumentos	- Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son adecuadas al nivel educativo a que se dirigen. - Se promueven situaciones donde el alumno tenga que argumentar.
Relaciones	- Los objetos matemáticos (problemas, definiciones, proposiciones, etc.) se relacionan y conectan entre sí. - Se identifican y articulan los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas matemáticas.

Un punto central para el logro de una alta idoneidad epistémica será, por tanto, la selección y adaptación de situaciones-problemas o tareas ricas. Sin embargo, aunque las situaciones problemas constituyen un elemento central, el logro de una idoneidad epistémica alta requiere también atención a las diversas representaciones o medios de expresión, las definiciones, procedimientos, proposiciones, así como las justificaciones de las mismas. Tales tareas deben proporcionar a los estudiantes diversas maneras de abordarlas, implicar diversas representaciones, y requerir que los estudiantes conjeturen, interpreten y justifiquen las soluciones.

Un ejemplo es el siguiente. La enseñanza de la adición en la educación primaria podría ser más o menos idónea según:

- Se limite al aprendizaje de rutinas y ejercicios de aplicación de algoritmos (baja idoneidad),

- Se tenga en cuenta los diferentes tipos de problemas aditivos, ejemplos en la vida diaria y se justifiquen a los niños el porqué de los algoritmos (alta idoneidad).

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA
--

1. Pon un ejemplo de una actividad epistémicamente idónea en el aula de matemáticas.

10.3 IDONEIDAD COGNITIVA

Godino (2014) define la idoneidad cognitiva como el grado en que los contenidos implementados (o pretendidos) son adecuados para los alumnos, es decir, están en la zona de desarrollo potencial de los alumnos. La Tabla 2 incluye los componentes e indicadores seleccionados.

Tabla 2. Componentes e indicadores de idoneidad cognitiva

COMPONENTES:	INDICADORES:
Conocimientos previos (Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)	- Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio) - Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes
Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	- Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo - Se promueve el acceso y el logro de todos los estudiantes
Aprendizaje: Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)	- Los diversos modos de evaluación indican que los alumnos logran la apropiación de los conocimientos, comprensiones y competencias pretendidas: - Comprensión conceptual y proposicional; competencia comunicativa y argumentativa; fluencia procedimental; comprensión situacional; competencia metacognitiva - La evaluación tiene en cuenta distintos niveles de comprensión y competencia - Los resultados de las evaluaciones se difunden y usan para tomar decisiones.

En este marco, se asume que el aprendizaje implica la apropiación de los significados institucionales pretendidos por parte de los estudiantes, mediante la participación en la comunidad de prácticas generada en la clase. Supone el

acoplamiento progresivo entre los significados personales iniciales de los estudiantes y los significados institucionales planificados. Los significados son entendidos en términos de prácticas operativas y discursivas y supone además el reconocimiento e interrelación de los objetos que intervienen en dichas prácticas.

Un ejemplo es el siguiente. Un profesor quiere enseñar las operaciones aritméticas con números de tres o más cifras. El profesor realiza una evaluación inicial para saber si los alumnos dominan los números de una y dos cifras. En caso de no ser así, comienza el proceso de instrucción trabajando dichos números. Con ello se consigue un nuevo aprendizaje. El contenido (operaciones con tres cifras) todavía el alumno no lo sabe (no puede hacerlo solo), pero con ayuda del profesor puede adquirirlo.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

- 2. Pon un ejemplo de una actividad cognitivamente idónea en el aula de matemáticas.**

10.4 IDONEIDAD AFECTIVA

La emisión de un juicio sobre la mayor o menor idoneidad afectiva (Godino, 2014) del proceso en cuestión se basa en el grado de implicación, interés y motivación de los estudiantes. La Tabla 3 incluye los componentes e indicadores seleccionados. La idoneidad afectiva está relacionada tanto con factores que dependen de la institución como de aquellos que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa.

La resolución de cualquier problema matemático lleva asociada una situación afectiva para el sujeto implicado, quien pone en juego no solamente prácticas operativas y discursivas para dar una respuesta al problema, sino también moviliza creencias, actitudes, emociones o valores que condicionan en mayor o menor grado y diferente sentido la respuesta cognitiva requerida.

Tabla 3. Componentes e indicadores de idoneidad afectiva

COMPONENTES:	INDICADORES:
Intereses y necesidades	- Las tareas tienen interés para los alumnos - Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional
Actitudes	- Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc. - Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.
Emociones	- Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas. - Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.

Los objetos y procesos afectivos son usualmente considerados como entidades psicológicas, que refieren a estados o rasgos mentales más o menos estables, o a disposiciones para la acción de los sujetos individuales. Pero desde el punto de vista educativo el logro de unos estados afectivos que interaccionen positivamente con el dominio cognitivo tiene que ser objeto de consideración por parte de las instituciones educativas, y, en particular, por el profesor. El dominio afectivo conlleva, por tanto, una faceta institucional y se concreta en normas de índole afectivo que condicionan el trabajo del profesor.

Un ejemplo de esta idoneidad es la siguiente. Cuando se eligen ejemplos y problemas para iniciar o contextualizar un tema que interesan a los alumnos, es bueno:

- Relacionados con su vida cotidiana.
- Relacionados con deportes, juegos o temas que les gusten.

La creación de un “clima” de respeto mutuo y de trabajo cooperativo será un factor positivo para el aprendizaje:

- Interesarse por el niño, sus problemas, sus ideas.
- No discriminar; prestar la misma atención a todos.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA
--

3. Pon un ejemplo de una actividad afectivamente idónea en el aula de matemáticas.

10.5 IDONEIDAD INTERACCIONAL

Es el grado en que los modos de interacción permiten identificar y resolver conflictos de significado, favorecen la autonomía en el aprendizaje y el desarrollo de competencias comunicativas. En la Tabla 4 incluimos algunos indicadores de idoneidad referidos a las interacciones entre el profesor y los estudiantes y entre los propios estudiantes. Teniendo en cuenta principios de aprendizaje socio-constructivista ampliamente asumidos se valora positivamente la presencia de momentos en que los estudiantes asumen la responsabilidad del aprendizaje (Godino, 2014).

Tabla 4. Componentes e indicadores de idoneidad interaccional

COMPONENTES:	INDICADORES:
Interacción docente-discente	<ul style="list-style-type: none"> - El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.) - Reconoce y resuelve los conflictos de los alumnos (se hacen preguntas y respuestas adecuadas, etc.) - Se busca llegar a consensos con base al mejor argumento - Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos. - Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase
Interacción entre alumnos	<ul style="list-style-type: none"> - Se favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes - Tratan de convencerse a sí mismos y a los demás de la validez de sus afirmaciones, conjeturas y respuestas, apoyándose en argumentos matemáticos - Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión
Autonomía	<ul style="list-style-type: none"> - Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (plantan cuestiones y presentan soluciones; exploran ejemplos y contraejemplos para investigar y conjeturar; usan una variedad de herramientas para razonar, hacer conexiones, resolver problemas y comunicarlos)
Evaluación formativa	<ul style="list-style-type: none"> - Observación sistemática del progreso cognitivo de los alumnos

La importancia del discurso, el diálogo, la conversación en la clase es resaltada por diversos autores: La naturaleza del discurso matemático es una característica central de la práctica de la clase. Si aceptamos seriamente que los profesores necesitan oportunidades para aprender a partir de su práctica, el desarrollo de conversaciones matemáticas permite a los profesores aprender continuamente de sus estudiantes. Las conversaciones matemáticas que se centran sobre las ideas de los estudiantes pueden proporcionar a los profesores una ventana sobre el pensamiento de los estudiantes en modos que el trabajo individual de los estudiantes no lo permite.

En el marco de la Educación Matemática Realista se asume un principio de interacción, según el cual, la enseñanza de las matemáticas es considerada una actividad social. La interacción entre los estudiantes y entre los estudiantes y el profesor puede provocar que cada uno reflexione a partir de lo que aportan los demás y así poder alcanzar niveles más altos de comprensión. Los estudiantes, en lugar de ser receptores de una matemática ya elaborada, son considerados como participantes activos del proceso de enseñanza-aprendizaje, en el que ellos mismos desarrollan herramientas y comprensiones, y comparten sus experiencias unos con otros.

Un ejemplo es el siguiente: La metodología de trabajo cooperativo tendrá potencialmente mayor idoneidad interaccional que la de tipo magistral y de trabajo individual. En ella los estudiantes tienen más oportunidad de expresar lo que han comprendido (también sus dificultades), es decir, muestran su relación con los objetos matemáticos y, por tanto, el profesor tiene indicadores explícitos de dicha relación.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

4. Pon un ejemplo de una actividad interaccionalmente idónea en el aula de matemáticas.

10.6 IDONEIDAD MEDIACIONAL

Se entiende la idoneidad mediacional como el grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje (Godino, 2014).

En la Tabla 5 incluimos algunos componentes e indicadores de idoneidad en el uso de recursos tecnológicos, incluyendo artefactos manipulativos. También se debe considerar como factor determinante de la idoneidad mediacional las condiciones ambientales de la clase, la ratio profesor/alumnos y el tiempo asignado a la enseñanza y el aprendizaje.

Tabla 5. Componentes e indicadores de idoneidad mediacional

COMPONENTES:	INDICADORES:
Recursos materiales (Manipulativos, calculadoras, ordenadores)	<ul style="list-style-type: none"> - Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido - Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones
Número de alumnos, horario y condiciones del aula	<ul style="list-style-type: none"> - El número y la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida - El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparten todas las sesiones a última hora) - El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido
Tiempo (De enseñanza colectiva /tutorización; tiempo de aprendizaje)	<ul style="list-style-type: none"> - El tiempo (presencial y no presencial) es suficiente para la enseñanza pretendida - Se dedica suficiente tiempo a los contenidos más importantes del tema - Se dedica tiempo suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión

La tecnología es esencial en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Este medio puede influenciar positivamente en lo que se enseña y, a su vez, incrementar el aprendizaje de los estudiantes. Los profesores efectivos maximizan el potencial de la tecnología para desarrollar la comprensión de los estudiantes, estimular su interés, e incrementar su proficiencia en matemáticas. Cuando la tecnología se usa estratégicamente, puede proporcionar acceso a las matemáticas para todos los estudiantes. Se considera, así mismo, que las calculadoras y demás herramientas tecnológicas, como sistemas de cálculo algebraico, software de geometría dinámica, applets, hojas de cálculo y dispositivos de presentación interactiva, son componentes vitales de una educación matemática de alta calidad.

Un ejemplo es el siguiente: Si el profesor y los alumnos tuvieran a su disposición medios informáticos pertinentes al estudio del tema en cuestión, el proceso de estudio que se apoye en estos recursos tendría mayor idoneidad mediacional que otro tradicional basado exclusivamente en la pizarra, lápiz y papel.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA
--

5. Pon un ejemplo de una actividad mediacionalmente idónea en el aula de matemáticas.

10.7 IDONEIDAD ECOLÓGICA

La idoneidad ecológica (Godino, 2014) se refiere al grado en que un plan o acción formativa para aprender matemáticas resulta adecuado dentro del entorno en que se utiliza. Por entorno entendemos todo lo que está fuera del aula, condicionando la actividad que se desarrolla en la misma. Así, nos podemos referir a todo lo que viene en general determinado por la sociedad, la escuela, la pedagogía, la didáctica de las matemáticas. El proceso de estudio tiene lugar en un contexto educativo que fija unos fines y valores para la educación de los ciudadanos y profesionales que se deben respetar. Dichos fines y valores son interpretados y especificados dentro del proyecto educativo del centro o departamento que coordina la acción de los distintos profesores implicados. El docente forma parte de una comunidad de estudio e indagación que aporta conocimientos útiles sobre prácticas matemáticas y didácticas idóneas que se deberán conocer y aplicar.

Tabla 6. Componentes e indicadores de idoneidad ecológica

COMPONENTES:	INDICADORES:
Adaptación al currículo	- Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares
Apertura hacia la innovación didáctica	- Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva - Integración de nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, etc.) en el proyecto educativo
Adaptación socio- profesional y cultural	- Los contenidos contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes
Educación en valores	- Se contempla la formación en valores democráticos y el pensamiento crítico
Conexiones intra e interdisciplinares	- Los contenidos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinares

En la escuela, la práctica matemática puede ejercer una enorme influencia en dos sentidos totalmente opuestos: por un lado, la matemática reducida a meros cálculos rutinarios puede reforzar actitudes pasivas y complacientes y, por otro lado, la matemática en su sentido más amplio puede desarrollar el pensamiento crítico y alternativo.

Otros componentes e indicadores de idoneidad ecológica se incluyen en la tabla 6, en particular las conexiones del contenido matemático con otras áreas curriculares, y entre distintas áreas temáticas dentro de la propia matemática.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA
--

6. Pon un ejemplo de una actividad ecológicamente idónea en el aula de matemáticas.

10.8 INTERACCIÓN ENTRE LAS IDONEIDADES

Como indica (Godino, 201), los apartados anteriores identifican algunos indicadores de idoneidad para las seis facetas que proponemos en el análisis de los procesos de enseñanza y aprendizaje matemático. Dichas facetas no se deben considerar como factores independientes, ya que de hecho se producen interacciones entre las mismas. Así, por ejemplo, el uso de un recurso tecnológico puede determinar que se puedan abordar determinados tipos de problemas y las configuraciones de objetos y procesos correspondientes, lo cual conlleva nuevas formas de representación, argumentación, generalización, etc. También se pueden ver afectadas las formas de interacción entre el profesor y los estudiantes, el interés y motivación, y en definitiva los aprendizajes. En la tabla 7 incluimos algunos indicadores de idoneidad relativos a interacciones entre facetas.

La idoneidad de una dimensión no garantiza la idoneidad global del proceso de enseñanza-aprendizaje. Estas idoneidades deben ser integradas teniendo en cuenta las interacciones entre las mismas, lo cual requiere hablar de la idoneidad didáctica como criterio sistémico de adecuación y pertinencia respecto del proyecto educativo global.

Tabla 7. Componentes e indicadores de idoneidad de interacciones entre facetas

COMPONENTES:	INDICADORES:
Epistémica- ecológica	- El currículo propone el estudio de problemas de ámbitos variados como la escuela, la vida cotidiana y el trabajo.
Epistémica-cognitiva-afectiva	<ul style="list-style-type: none"> - El contenido del estudio (fenómenos explorados en las diferentes áreas de contenido, formulando y justificando conjeturas) tiene sentido para los estudiantes en los distintos niveles y grados. - Los estudiantes tienen confianza en sus habilidades para enfrentar problemas difíciles y mantienen su perseverancia aun cuando la tarea sea compleja. - Se estimula a los estudiantes a reflexionar sobre sus razonamientos durante los procesos de resolución de problemas de manera tal que son capaces de aplicar y adaptar las estrategias que han desarrollado en otros problemas y

	contextos. - Las tareas que los profesores seleccionan para evaluar son representativas de los aprendizajes pretendidos.
Epistémica-cognitiva mediacional	- El uso de recursos tecnológicos induce cambios positivos en el contenido de enseñanza, en los modos de interacción, motivación y en el aprendizaje de los estudiantes.
Cognitiva-afectiva-interaccional	- Las explicaciones dadas por los estudiantes incluyen argumentos matemáticos y racionales, no solamente descripciones de procedimientos. - Se incluyen contenidos motivadores, con adaptaciones razonables y apropiadas, que promueven el acceso y el logro de todos los estudiantes.
Ecológica-instruccional (papel del docente y su formación)	- El profesor es comprensivo y dedicado a sus estudiantes. - El profesor conoce y entiende profundamente las matemáticas que enseña y es capaz de usar ese conocimiento con flexibilidad en sus tareas de enseñanza. - El profesor tiene amplias oportunidades y apoyo para incrementar y actualizar frecuentemente sus conocimientos didáctico-matemáticos

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

7. Pon un ejemplo de una actividad didáctica idónea en el aula de matemáticas.

10.9 IDONEIDAD TEMPORAL Y SU RELACIÓN CON LAS RESTANTES FACETAS

El tiempo dedicado a la enseñanza y el aprendizaje, y su gestión por parte del profesor y de los estudiantes, es un componente determinante de la idoneidad didáctica de un proceso de estudio. Este factor ha sido incluido como un recurso más en la faceta mediacional, junto con los recursos tecnológicos. Sin embargo, el tiempo interacciona también con las diversas facetas. En la tabla 8 incluimos algunos indicadores de idoneidad temporal en relación a las facetas epistémica, cognitiva, instruccional y ecológica.

Tabla 8: Componentes e indicadores de idoneidad temporal

COMPONENTES:	INDICADORES:
Temporal-epistémico	- El contenido y sus diversos significados se distribuyen de manera racional a lo largo del tiempo asignado al estudio
Temporal-cognitivo	- Los objetivos de aprendizaje tienen en cuenta las etapas de desarrollo evolutivo de los estudiantes
Temporal-	

instruccional	- La gestión del tiempo instruccional tiene en cuenta los diversos momentos requeridos para el desarrollo de los distintos tipos de aprendizajes (exploración, formulación, comunicación, validación, institucionalización, ejercitación, evaluación)
Temporal-ecológico	- El tiempo asignado al proceso de estudio en el diseño curricular es adecuado para lograr el aprendizaje del contenido programado.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

8. Pon un ejemplo de una actividad temporalmente idónea en el aula de matemáticas.

Capítulo 11

ASPECTOS AFECTIVOS Y ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS ESCOLARES

11.1 INTRODUCCIÓN

Tradicionalmente, dentro de la investigación educativa, el aprendizaje se viene midiendo por los logros académicos de los aspectos cognitivos. Aun reconociendo que las cuestiones afectivas procedentes de la metacognición y dimensión afectiva del individuo determinan la calidad del aprendizaje, a menudo este aspecto se ha dejado de lado (Gil, Blanco y Guerrero, 2005; Di Martino y Zan, 2015).

Un tema de interés creciente en educación es comprender cómo interviene la dimensión afectiva en la enseñanza y aprendizaje. Generalmente el conocimiento no se considera como la suma de distintas componentes, sino una relación compleja entre todas. Marchensi y Hernández (2003) señalan que los factores que mejor explican el fracaso académico son la falta de conocimientos y habilidades cognitivas junto a la ausencia de motivación, interés y afectos positivos.

La dimensión afectiva se refiere a cómo reaccionamos emocionalmente y está relacionada con la motivación. Por ello, es necesario preguntarnos ¿cómo se entiende la dimensión afectiva en matemáticas? No hay unanimidad en la concepción de dominio afectivo, pero se suele interpretar en torno a descriptores:

- McLeod (1992) conserva la terminología dimensión afectiva y utiliza como descriptores los sentimientos y las emociones.
- Gómez-Chacón (1997; 2000) utiliza el mismo término, pero añade las creencias, actitudes, valores y apreciaciones como descriptores.

11.2 ¿CÓMO SE ENTIENDE LA DIMENSIÓN AFECTIVA EN MATEMÁTICAS?

Respecto a este término podemos encontrar tres variantes:

- Algunos autores, como Krathwohl, Bloom y Masia, (1973) hablan del ámbito de la afectividad, que incluye creencias, apreciaciones, gustos y preferencias, emociones, sentimientos y valores.
- Otros, como Reyes (1984), siguen la definición anterior, centrándose solo en las actitudes.
- McLeod (1989) la interpreta como un extenso rango de sentimientos y humores (estados de ánimo), que son generalmente considerados como algo diferente de la pura cognición, e incluye como componentes específicos de este dominio las creencias, actitudes y emociones.
- Y, por último, Lafortune y Saint-Pierre (1994) la interpretan como una categoría general donde sus componentes sirven para comprender y definir el dominio. Los componentes son las actitudes y los valores, el comportamiento moral y ético, el desarrollo personal, las emociones (ansiedad) y los sentimientos, el desarrollo social, la motivación y, finalmente, la atribución.

Actualmente se tiende a seguir los descriptores que considera McLeod (1989): creencias, actitudes y emociones.

11.3 DIMENSIÓN AFECTIVA EN EL AULA DE MATEMÁTICAS

Distintos investigadores han puesto de manifiesto que los afectos (emociones, actitudes y creencias) de los estudiantes son factores claves en la comprensión de su comportamiento en matemáticas. En este sentido, la relación que se establece entre los afectos y el aprendizaje es cíclica: de una parte, la experiencia que tiene el estudiante al aprender matemáticas le provoca distintas reacciones emocionales e influye en la formación de creencias; por otra, las creencias que sostiene el sujeto tienen una

consecuencia directa en su comportamiento en situaciones de aprendizaje y en su capacidad para aprender.

El estudiante, al aprender matemáticas, recibe continuos estímulos asociados con las matemáticas: problemas, actuaciones del profesor, mensajes sociales, etc., que le generan cierta tensión. Ante ellos reacciona emocionalmente de forma positiva o negativa. Esta reacción está condicionada por sus creencias acerca de sí mismo y acerca de las matemáticas. Si el individuo se encuentra con situaciones similares repetidamente, produciéndole la misma clase de reacciones afectivas, entonces la activación de la reacción emocional (satisfacción, frustración, etc.) puede ser automatizada, y se “solidifica” en actitudes. Estas actitudes y emociones influyen en las creencias y colaboran a su formación (Gómez-Chacón, 1997; 2000).

Como indican Gil, Blanco y Guerrero (2005), entendemos la dimensión afectiva en tres sentidos: creencias, actitudes y emociones.

11.3.1 Creencias

Las creencias matemáticas son una componente del conocimiento subjetivo sobre las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje. Las conscientes son distintas de las creencias básicas (inconscientes y más emocionales). Se definen a través de experiencias y conocimientos subjetivos.

Los estudios sobre creencias se centran en:

- Identificar y describir las creencias del individuo.
- Determinar las influencias de las creencias.
- Conocer cómo se originan y desarrollan las creencias.
- Buscar condiciones para propiciar un cambio de creencias.

Bermejo (1996), distingue dos grandes categorías de creencias en los estudiantes de matemáticas:

- Creencias sobre las mismas matemáticas, en las que intervienen menos los afectos. Los alumnos creen, en general, que las matemáticas son importantes, difíciles y basadas en reglas. Esto provoca determinadas

reacciones motivadas por estas creencias. Precisamente, la percepción de la utilidad de las matemáticas correlaciona con el rendimiento y su predicción. Estas creencias surgen en general del contexto escolar, de la clase, del sistema educativo, etc.

- Creencias de los alumnos en relación con las matemáticas, que dependerían más de los afectos (creencias relacionadas con el autoconcepto, la confianza, etc.). El autoconcepto constituye un buen predictor para el rendimiento matemático, tanto en tareas familiares como no familiares. Por otra parte, el rendimiento en matemáticas parece ser una de las fuentes de la autoeficacia, siendo ésta el mejor predictor.

11.3.2 Actitudes

Como señalan Gil, Blanco y Guerrero (2005), una de las áreas del conocimiento dentro de la que se han analizado de forma más sistemática las actitudes de los alumnos es la de las matemáticas.

Las actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas se ponen de manifiesto en la forma en que se acercan a las tareas (sea con confianza, deseo de explorar caminos alternativos, perseverancia o interés) y en la predisposición que demuestren al reflejar sus propias ideas. Asimismo, van a estar determinadas por las características personales del estudiante, relacionadas con su autoimagen académica y la motivación de logro, condicionando su posicionamiento hacia determinadas materias curriculares y no otras.

Las actitudes son predisposiciones que determinan las intenciones personales e influyen en el comportamiento. En matemáticas se suelen observar solo componentes específicos de la actitud (McLeod, 1989):

- Percepción del estudiante ante la utilidad.
- Autoconcepto del alumno respecto de las matemáticas.
- Percepción global: alumnado, padres, profesores, desde un punto de vista objetivo.
- Ansiedad (fuerte componente emocional).

Algunos autores distinguen entre dos componentes:

- Actitudes hacia la Matemática: relativas a la valoración, aprecio e interés por esta materia y por su aprendizaje, subrayando la componente afectiva. Pueden ser:
 - Actitud hacia los matemáticos (aspectos sociales).
 - Interés por el trabajo matemático, científico.
 - Actitud hacia las matemáticas como asignatura.
 - Actitud hacia determinadas partes de las matemáticas.
 - Actitud hacia los métodos de enseñanza.
- Actitudes matemáticas. Están referidas a usar capacidades como la flexibilidad de pensamiento, la apertura mental, el espíritu crítico, la objetividad, etc., esenciales para el trabajo matemático.

La mayoría de los estudios desarrollados inciden en que las actitudes de los estudiantes acerca de las matemáticas y su aprendizaje, suelen partir de la conceptualización de las actitudes como respuestas a estímulos exteriores.

Como señalan Estrada, Batanero y Fortuny (2004a), la actitud afecta tanto al estudiante como al profesor, lo que puede provocar un deterioro en la práctica docente; esto puede ser debido a la dificultad que él mismo encuentra en la materia, o a la importancia que se le otorga. Esta actitud negativa de los profesores no solo podría condicionar la enseñanza, sino también repercutir en las futuras actitudes de sus alumnos.

11.3.3 Emociones

Las emociones son respuestas organizadas más allá de la frontera de los sistemas psicológicos, incluyendo lo fisiológico, cognitivo, motivacional y la experiencia (Gil, Blanco y Guerrero, 2005). Son respuestas afectivas fuertes, bien automáticas o fisiológicas o bien como resultado del aprendizaje, de la influencia social y de la interpretación. Los estudios en este campo son menos usuales debido a la dificultad de diagnóstico y marco conceptual.

Los estudios de la teoría de Mandler (1984) hacen referencia al aspecto psicológico de la emoción, partiendo de la resolución de problemas, con el propósito de comprender mejor en qué medida influyen las emociones en el proceso de resolución de problemas de matemáticas y cómo se relaciona con la formación de creencias acerca de uno mismo como aprendiz, pues el autoconcepto matemático es un aspecto fundamental que incide en el aprendizaje del alumnado. Algunos puntos en común de esta teoría son los siguientes:

- Problema planteado.
- Esquema activado, plan escogido.
- Interrupción, bloqueado ante la solución.
- Reacción afectiva.
- Intentos de hacer cambios en el problema o abandonar.

Su teoría de la discrepancia explica la forma en que las creencias de los estudiantes y su integración con situaciones de resolución de problemas conducen a respuestas afectivas. Señala que cuando la instrucción en la clase es totalmente diferente de lo que los alumnos esperan, ellos experimentan discrepancia entre sus expectativas y sus experiencias, y estas discrepancias son el resultado de fuertes respuestas emocionales. Además, si las reacciones emocionales resultan de discrepancias entre qué se espera y qué es actualmente experimentado, debería ser posible rastrear y localizar las reacciones afectivas desde las creencias y expectativas que las originan. La comprensión y expectativas que los estudiantes traen a la clase de matemáticas podrían ser un primer paso en el aprendizaje para tratar de forma efectiva su afecto durante el desarrollo del proceso de resolución de problemas.

La teoría de la atribución de Weiner (1986) busca explicar el comportamiento social, sus atribuciones causales y explicaciones basadas en el sentido común. Propone un proceso de cognición-emoción: Acontecimiento → Reacción (emoción) → Valoración primaria → Búsqueda de causas, atribución → Valoración. Esta teoría analiza siete emociones: autoestima, ira, compasión, culpabilidad, vergüenza, gratitud y desesperación. En resumen, las emociones son consecuencias postcognitivas, resultado de las atribuciones de causalidad que se llevan a cabo al analizar los resultados de una acción.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

1. Decid qué creencias, qué actitudes y qué emociones podrían observarse ante las siguientes situaciones:

1) Un niño ha estudiado mucho y, aun así, suspende.

2) Un niño no ha estudiado y, aun así, aprueba.

3) Un niño se encuentra ante un problema que no puede resolver al principio. Luego, tras mucho esfuerzo, consigue resolverlo.

¿Qué creencias, actitudes y emociones al principio poseerá el alumno al principio?

¿Qué creencias, actitudes y emociones al principio poseerá el alumno al final?

11.4 ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Según la Real Academia Española (RAE) se entiende por diversidad a los conceptos variedad, semejanza, diferencia. O también como abundancia, gran cantidad de varias cosas distintas. Podemos entender la diversidad como la cantidad de identidades diferentes que existen en un grupo de personas. Ejemplo, raza, religión, clase social, orientación sexual, género, cultura, capacidad cognitiva, etc.

Cómo tratar la diversidad existente en nuestra aula puede ser un factor determinante en el proceso enseñanza-aprendizaje de nuestros alumnos. La atención a la diversidad en educación debe reconocer, promover y desarrollar la sensibilidad hacia las necesidades de las personas en ciertas categorías de identidad:

- Capacidades: cognitivas, motrices, sensoriales, etc.
- Religión y cultura.
- Idioma.

- Clase social.
- Entorno familiar.

Para fomentar la atención a la diversidad, el marco de trabajo debe ser la educación inclusiva, cuyo propósito es prestar atención educativa en busca del desarrollo del alumnado y la cohesión de la comunidad.

Según los principios fundamentales mencionados en el currículo (BOE, 2014), para trabajar la diversidad en el aula hay tener en cuenta:

- Educación en el respeto de los derechos humanos.
- La diversidad enriquece al grupo y favorece la cohesión.
- Búsqueda de equidad y de excelencia.
- La atención educativa ha de estar adaptada a las características individuales.
- Inclusión: minimizar dificultades de aprendizaje y maximizar recursos de atención educativa.

El modelo de educación inclusiva potencia la atención a la diversidad como un elemento enriquecedor de la educación. Es nuestra obligación, por tanto, potenciar la educación inclusiva en todas las categorías. La actitud que tomemos con los estudiantes de Educación Primaria influirá en ellos de forma definitiva.

El currículo de la Comunidad Autónoma de Andalucía (BOJA, 2007) establece estrategias de apoyo y refuerzo a la diversidad en el que se señala que,

1. Los centros dispondrán de autonomía para organizar los grupos y las materias de manera flexible y para adoptar otras medidas de atención a la diversidad y de fomento de la igualdad entre sexos.
2. Se prestará especial atención durante toda la enseñanza básica a las estrategias de apoyo y refuerzo de las áreas o materias instrumentales, en especial en las matemáticas.
3. El profesorado tendrá en consideración en las programaciones de los contenidos y de las actividades las diversas situaciones escolares y las características específicas del alumnado al que atiende.

4. La atención al alumnado que presente necesidades específicas de apoyo educativo se realizará ordinariamente dentro de su propio grupo. Cuando dicha atención requiera un tiempo o espacio diferente, se hará sin que suponga discriminación o exclusión de dicho alumnado.
5. De conformidad con lo establecido se establecerán procedimientos y medidas de apoyo específicos para atender a las unidades que escolaricen alumnado de diferentes edades en el medio rural.

En matemáticas la diversidad cognitiva suele ser amplia y estar más marcada que en otras asignaturas. En este sentido suele entenderse a través de alumnos con altas capacidades o alumnos con dificultades.

Se trabaja con actividades de ampliación o de refuerzo. Es conveniente disponer siempre de tareas de estas características para trabajar en el aula.

Respecto a las altas capacidades, las adaptaciones curriculares están destinadas a promover el desarrollo pleno y equilibrado de los objetivos generales de las etapas educativas, contemplando medidas extraordinarias orientadas a ampliar y enriquecer los contenidos del currículo ordinario y medidas excepcionales de flexibilización del periodo de escolarización. La elaboración y aplicación de las adaptaciones curriculares será responsabilidad del profesor, con el asesoramiento del equipo o departamento de orientación.

Muchas de las propuestas que se hacen respecto a la atención a las diversas capacidades que los alumnos se centran más en aspectos organizativos o procedimentales que en los netamente curriculares. Esta carencia se nota especialmente dentro del área de matemáticas, donde en demasiadas ocasiones el tratamiento diferenciado que se ofrece a los alumnos afecta al momento (se retrasa respecto al alumnado que no requiere esta atención), al ritmo (se intenta que el sujeto se ocupe de los mismos contenidos que los demás, pero se trabaja más despacio), o, finalmente, a la cantidad (se recorta el contenido de los aprendizajes de los alumnos con dificultades). En lo que hace referencia a los sujetos especialmente dotados, apenas si hay tratamiento especial más allá que fomentar el trabajo con más tareas.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

- 2. Busca información sobre cómo tratar la diversidad en el aula de matemáticas en alumnos con algún tipo de necesidad especial.**

Capítulo 12

DISEÑO DE UNA UNIDAD DIDÁCTICA PARA MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN PRIMARIA

12.1 INTRODUCCIÓN

Como se indicó en el Capítulo 1, el objetivo final de esta asignatura es el diseño e implementación de unidades didácticas de matemáticas en Educación Primaria. Por esta razón, hemos definido en los capítulos anteriores aquellos elementos que consideramos son necesarios para su correcto diseño.

El objetivo principal de la asignatura es el diseño una unidad didáctica de un tema de matemáticas de Educación Primaria previamente seleccionado. Se trata de una actividad que tiene un carácter global, donde se ponen en juego de manera coordinada los conocimientos adquiridos en las asignaturas cursadas anteriormente, la actual y en otras asignaturas de áreas de conocimiento relacionadas.

El desarrollo de unidades didácticas es una actividad de dominio imprescindible en la profesión de maestro, y constituye parte de las pruebas de acceso al cuerpo de maestros de cualquier comunidad autónoma. Las diferentes convocatorias a oposiciones hacen hincapié en ello, siendo parte del concurso para la obtención de una plaza. Por ejemplo, la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía (2015) señala lo siguiente:

El ejercicio, tendrá por objeto la comprobación de la aptitud pedagógica y el dominio de las técnicas necesarias para el ejercicio de la docencia. Consistirá en la presentación de una programación didáctica y en la preparación y exposición oral de una unidad didáctica.

1) Presentación de una programación didáctica. La programación didáctica hará referencia al currículo de un área o materia relacionadas con la especialidad por la que se participa, en la que deberá especificarse los objetivos, contenidos, criterios de evaluación y metodología, así como a la atención del alumnado con necesidades

específicas de apoyo educativo. Esta programación se corresponderá con un curso escolar de uno de los niveles o etapas educativas.

2) El personal aspirante elegirá una unidad didáctica de entre tres extraídas al azar por él mismo de su programación. En dicha unidad didáctica deberán concretarse los objetivos, los contenidos, las actividades de enseñanza y aprendizaje que se van a plantear en el aula y los procedimientos de evaluación y la atención al alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo. La exposición de la unidad didáctica tendrá una duración máxima de 30 minutos.

A continuación, mostramos una pequeña guía que ayudará a la elaboración de la unidad didáctica.

12.2 DESCRIPCIÓN Y MOTIVACIÓN DEL TRABAJO

El trabajo que debe realizar el estudiante en este tema consiste en elaborar una unidad didáctica para desarrollar un tema en el ciclo educativo propuesto por el profesor. Se presentará por escrito, con una extensión aproximada de 25 páginas a espaciado simple y constará de los siguientes apartados:

1. Portada: Título de la unidad temática, ciclo de educación primaria en el que se pretende desarrollar, autores del trabajo e índice del trabajo.
2. Contexto curricular (Referencia a los decretos oficiales de Educación Primaria con relación al tema, importancia del mismo y conexiones con otros temas y áreas curriculares).
3. Objetivos de aprendizaje que se pretenden y requisitos previos necesarios.
4. Contenidos matemáticos a desarrollar.
5. Secuencia de actividades y metodología:
 - a. Actividades que se piensa realizar en cada una de las sesiones de clase, indicando los recursos didácticos que se usarán. Las sesiones de clase han de estar numeradas (sesión 1, 2, 3, ...) y las actividades numeradas dentro de la sesión (Actividad 1.1, 1.2, ... Actividad 2.1, 2.2...)

- b. Metodología de trabajo en clase: modos de interacción entre profesor y alumnos, tratamiento de la diversidad.
 - c. Conocimientos que el profesor pretende enseñar en cada sesión.
- 6. Actividades de refuerzo y ampliación (adaptación a la diversidad; aspectos afectivos y de motivación)
- 7. Dificultades previstas en el desarrollo del tema. Dichas dificultades deben mostrar que se ha estudiado la didáctica del tema correspondiente.
- 8. Instrumentos de evaluación.
- 9. Valoración de la idoneidad didáctica de la unidad, en cada uno de sus componentes.
- 10. Bibliografía utilizada.
- 11. Anexos (Su extensión no se cuenta en el total de 25 páginas, y no se puede superar las 40 páginas en total).
 - a. Solución de las actividades propuestas en la unidad didáctica.
 - b. Resumen de contenidos trabajados en el total de actividades propuestas. Se deben organizar en Tipos de Problemas, Lenguajes, Conceptos, Propiedades, Procedimientos y Justificaciones, haciendo referencia a la actividad o actividades en que se usan (mediante el número de actividad). Los contenidos trabajados han de contener a los contenidos propuestos en el punto 4.

12.3 ELEMENTOS A TENER EN CUENTA AL DESARROLLAR LAS UNIDADES DIDÁCTICAS

1. La unidad debe reflejar el contenido del tema para el ciclo indicado en los currículos oficiales de Educación Primaria.
2. Cada unidad ha de comenzar con un problema o situación inicial que motive el tema y en el que el alumno deba aplicar los contenidos matemáticos seleccionados.
3. La unidad debe contener un conjunto variado de problemas en los que se aplican los contenidos matemáticos seleccionados. Asimismo, incluir el detalle de la información que el profesor dará a los alumnos sobre el tema.

4. Los contenidos matemáticos a desarrollar han de incluir: diferentes tipos de problemas relacionados con el tema, lenguajes y representaciones asociadas, conceptos, propiedades, procedimientos y sus respectivas justificaciones.
5. En la unidad didáctica se debe contemplar el uso de materiales y recursos disponibles para el estudio del tema, incluyendo los libros de texto y experiencias didácticas descritas en las publicaciones accesibles.
6. La unidad didáctica debe prever los errores y dificultades recurrentes en el estudio del tema que la investigación didáctica ha documentado.
7. También se ha de tener en cuenta los criterios metodológicos y de evaluación incluidos en las orientaciones curriculares, así como las recomendaciones aportadas por la investigación didáctica descritas en publicaciones accesibles.

Materiales de referencia para la realización del trabajo:

- La unidad didáctica debe estar basada en un estudio previo del tema correspondiente, por lo que se ha de realizar una revisión de la literatura existente y de los capítulos anteriores a este. Se valorará el uso de referencias complementarias de didáctica de las matemáticas.
- Libros de texto de educación primaria de distintas editoriales, disponibles en la Biblioteca de la Facultad o en Internet.
- El material de los temas anteriores en esta asignatura, que el estudiante debe mostrar que domina y aplica correctamente.

12.4 PRESENTACIÓN DEL TRABAJO

Además del documento descrito se elaborará un resumen en diapositivas que será expuesto en clase durante un tiempo máximo de 15 minutos. Todos los alumnos del grupo han de estudiar la exposición y el profesor decidirá cuál de ellos realiza la presentación. También podrá preguntar sobre los detalles a cualquiera de los alumnos.

La valoración del trabajo tendrá en cuenta la coherencia y fundamentación de los distintos apartados del mismo, así como el conocimiento de los documentos de estudio, la presentación y la asistencia a tutoría.

Referencias

- Alsina, A., y Planas, N. (2008). *Matemática inclusiva propuesta para una educación*. Madrid: Narcea.
- Artzt, A. F. y Newman, C. M. (1990). Implementing the Standards. Cooperative Learning. *Mathematics teacher*, 83(6), 448-52.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística.
- Batanero, C. y Godino, J. D. (2002). *Estocástica y su didáctica para maestros*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática,
- Batanero, C., Godino, J. Green, D. Holmes, P. y Vallecillos, A. (1994). Errors and difficulties in understanding statistical concepts. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547.
- Berenguer, L., Cobo, B., Flores, P., Moreno, A., Navas, J. y Toquero, M. (2014). *Trabajo cooperativo en clase de matemáticas*. *UNO*, 31, 116-133.
- Bermejo, V. (1996). Enseñar a comprender las matemáticas. En J. Beltrán y C. Genovard (Eds.), *Psicología de la Instrucción I*. (pp. 256-279). Madrid: Síntesis.
- Bloom, B. S., Engelhart, M. D., Furst, E. J., Hill, W. H. y Krathwohl, D. R. (1956). *Taxonomy of educational objectives: the classification of educational goals: handbook I: cognitive domain*. New York: D. Mckay.
- Bracho-López, R., Torralbo-Rodríguez, M., Adamuz-Povedano, N. y Jiménez-Fanjul, N. (2015). Enseñanza y aprendizaje de la estadística y la probabilidad. En P. Flores, y L. Rico, (2015). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria*. Madrid: Pirámide.
- Brousseau, G. (1988). Le contrat didactique: le milieu. *Recherches en Didactique des mathématiques*, 9(3), 309-336.

- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Kluwer Academic Publishers.
- Cantoral, R., Farfán, R.-M., Cordero, F., Alanís, J., Rodríguez, R. y Garza, A. (2000). *Desarrollo del pensamiento matemático*. México: Trillas.
- Caro, M., Reyes, M., Pulido, E., Leal, R., Heredero, P. y Cabañas, E. (2018). La evaluación en educación infantil. *Cuadernos de Educación y Desarrollo*, 3(29), 58.
- Cascallana, M.T. (1988). *Iniciación a la matemática. Materiales y recursos didácticos*. Madrid: Aula XXI.
- Cascallana, M. T. (1988). Regletas Cuisenaire. *Dins: Iniciación a la matemática, Materiales y recursos*, 94-112.
- Chamorro, M. D. C. (2005). *Didáctica de las matemáticas para educación infantil*. Madrid: Pearson Educación.
- Chavarría, J. (2006). Teoría de las situaciones didácticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 2, 1-10.
- Cid, E., Godino, J. D. y Batanero, C. (2002). *Sistemas numéricos y su didáctica para maestros*. Granada: Los autores.
- Cobo, P. y Fortuny, J. M. (2000). Social interactions and cognitive effects in contexts of area-comparison problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 42, 115-140.
- Consejería de Educación (2015). *Orden de 17 de marzo de 2015, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía*. Sevilla: Autor.
- Contreras, J. M. (2009). *Recursos en Internet para la enseñanza de la probabilidad condicionada*. Trabajo de Investigación Tutelada. Universidad de Granada.
- Di Martino, P. y Zan, R. (2015). The construct of attitude in mathematics education. En B. Pepin y B. Roesken-Winter (Eds.), *From beliefs to dynamic affect systems in mathematics education: Exploring a mosaic of relationships and interactions* (pp. 51–72). New York: Springer.

- Doyle, W. (1988). Work in mathematics classes: The context of students' thinking during instruction. *Educational psychologist*, 23(2), 167-180.
- Estrada, A., Batanero, C. y Fortuny, J. M. F. (200a4). Un estudio comparado de las actitudes hacia la estadística en profesores en formación y en ejercicio. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(2), 263-273.
- Estrada, A., Batanero, C. y Fortuny, J. M. (2004b). Un estudio sobre conocimientos de estadística elemental de profesores en formación. *Educación matemática*, 16(1).
- Estepa, A. y Pino, J. D. (2013). Elementos de interés en la investigación didáctica y enseñanza de la dispersión estadística. *Números*. 83, 43-63.
- Flores, P., Castro, E. y Fernández, J. M. (2015). Enseñanza y aprendizaje de las estructuras aritméticas. En P. Flores, y L. Rico, (2015). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria* (pp. 205-229). Madrid, España: Pirámide.
- Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenger, L., Marín, A. y Molina, M. (2011). *Materiales y recursos en el aula de matemáticas*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Flores, P. y Rico, L. (2015). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria*. Madrid, España: Pirámide.
- García, J. P., y Arias, J. A. (2016). *Tareas que promueven el uso experto de un elemento teórico en la argumentación matemática*. Trabajo fin de master. Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.
- Gil, J. (2009). Hábitos y actitudes de las familias hacia la lectura y competencias básicas del alumnado. *Revista de Educación*, 350, 301-322.
- Gil, N., Blanco, L. J., y Guerrero, E. (2005). El dominio afectivo en el aprendizaje de las matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos. *Unión*, 2(1), 15-32.
- Giménez, J. (1997). *Evaluación en matemáticas: Una integración de perspectivas*. Madrid: Síntesis.

- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11, 111-132.
- Godino, J. D. (2014). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11, 111-132
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2004). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En J. D. Godino (Dir.). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 26(1), 39-88.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Roa, R. (2002). *Medida de magnitudes y su didáctica para maestros*. Granada: Los autores
- Godino, J. D. et al, (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. y de Castro, C. (2009). Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(1), 59-76.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C. y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, 31(57), 90-113.
- Godino, J.D., Gonzato, M., y Fernández, T. (2010). ¿Cuánto suman los ángulos interiores de un triángulo? Conocimientos puestos en juego en la realización de una

- tarea matemática. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, y T.A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 341-352). Lleida: SEIEM.
- Godino, J. D. y Ruiz, F. (2002). *Geometría y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática.
- Gómez, B. (2000). Los libros de texto de matemáticas. En A. Martínón (Ed.), *Las matemáticas del siglo XX. Una mirada en 101 artículos* (pp. 77-80). Madrid: Nivola.
- Gómez, B. (2011). El análisis de manuales y la identificación de problemas de investigación en didáctica de las matemáticas. *PNA*, 5(2), 49-65.
- Gómez, P. (2004). Análisis didáctico y uso de tecnología en el aula de matemáticas. En M. Peñas, A. Moreno, J. L. Lupiáñez (Eds.) *Investigación en el aula de matemáticas. Tecnologías de la información y la comunicación*. (pp. 73-95). Granada: SAEM “THALES” y Departamento de Didáctica de la Matemática (.
- Gómez-Chacón, I.M. (1997). Creencias y contexto social en matemáticas. *UNO*, 17, 83-103.
- Gómez-Chacón, I. (2000). Affective influences in the knowledge of mathematics, *Educational Studies in Mathematics*, 43(2), 149-168
- González, M. J. (2015). Enseñanza y aprendizaje de la medida. En P. Flores, y L. Rico, (2015). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria*. Madrid, España: Pirámide.
- Herbst, P. (2012). Las tareas matemáticas como instrumentos en la investigación de los fenómenos de gestión de la instrucción: un ejemplo en geometría. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 1, 5- 22.
- Howson, G., Keitel, C. y Kilpatrick, J. (1981). *Curriculum development in mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Jablonka, E. (2003). Mathematical literacy. En A. Bishop, M. Clements, K. Keitel, J. Kilpatrick y F. Leung (Eds.), *Second international handbook of mathematics education* (pp. 75-102). Springer, Dordrecht.

- Kaplan, G., Nicodemo, M. Robalo, G., Tedesco, G. y Novembre, A. (2016). *Hacer matemática. Aportes para instalar en el aula un trabajo matemático desde la perspectiva del diseño curricular*. Recuperado de: <https://escuelaprimarialh.files.wordpress.com/2016/09/hacer-matemc3a1tica-en-el-aula.pdf>
- Krathwohl, D.R., Bloom, B.S. y Masia, B.B. (1973). *Taxonomía de los objetivos de la educación: Clasificación de las metas educativas: Ámbito de la afectividad*. Vol. II. Alcoy: Marfil.
- Lafortune, L. y Saint-Pierre, L. (1994). *La pensée et les émotions en mathématiques. Métacognition et affectivité*. Quebec: Les Editions Logiques.
- Lupiañez, J. (2009). *Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de matemática de secundaria*. Tesis Doctoral. Granada: Universidad de Granada.
- Lupiañez, J. L. y Codina, A. (2004). Calculadoras y sensores: la matemática en movimiento. En M. Peñas, A. Moreno, J. L. Lupiañez (Eds.) *Investigación en el aula de matemáticas. Tecnologías de la información y la comunicación*. (pp. 143-149). Granada: SAEM “THALES” y Departamento de Didáctica de la Matemática.
- Mandler, G. (1984). *Mind and body: Psychology of emotion and stress*. New York: Norton.
- Marchesi, A. y Hernández, C. (2003). *El fracaso escolar. Una perspectiva internacional*. Madrid: Alianza Editorial.
- McLeod, D.B. (1989). The role of affect in mathematical problem solving. En D.B. McLeod y V.M. Adams (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: a new perspective* (pp. 20-36). New York: Springer-Verlang.
- McLeod, D.B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. En D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 575-598). New York: Macmillan.

- Medina, B., González, D. M., Otero, M. E., Chávez, G. X. y Flores, D. (2018). *¿Cuándo y qué evaluar en matemáticas?* Recuperado de https://portalacademico.cch.unam.mx/materiales/prof/matdidac/paquedic/MatIII/cundo_y_qu_evaluar_en_matemticas.html
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2014). *Real decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria*. Madrid: Autor.
- Moreno, G. (2014). *Ambientes de confianza para enseñar matemáticas*. Recuperado de https://www.usfq.edu.ec/publicaciones/para_el_aula/Documents/para_el_aula_12/pe_a_012_0015.pdf
- National Council of Teachers of Mathematics (Ed.) (2000). *Principles and standards for school mathematics (Vol. 1)*. Reston, VA: Autor.
- Nava, M. C. (1911). ¿Es la comunicación un factor de aprendizaje de las matemáticas? *Revista Iberoamericana de Educación*, 56(3), 1-5.
- OECD (2016). *PISA 2015 assessment and analytical framework*. Paris: Autor.
- Parcerisa, A. (1996). *Els materials curriculars a l' ensenyament primary*. Tesis doctoral. Barcelona: Universidad de Barcelona.
- Parraguez, M., Rojas, J. y Vásquez, P. (en prensa). *Situaciones a-didácticas para la enseñanza-aprendizaje de estrategias de conteo utilizando la resolución de problemas como medio*. Pontificia Universidad Católica de Chile.
- Plata, M. E. (2011). Procesos de indagación a partir de la pregunta. Una experiencia de formación en investigación. *Praxis & Saber*, 2(3), 139 - 172.
- Reys, B. J., Reys, R. E. y Chavez, O. (2004). Why mathematics textbooks matter. *Educational Leadership*, 61(5), 61-66.
- Reyes, L.H. (1984). Affective variables and mathematics education. *Elementary School Journal*, 84, 558-581.

- Rico, L. (2009). *Concepto de currículum desde la educación matemática*. Colección Digital Eudoxus, 10.
- Rico, L. y Moreno, A. (Coords.) (2016). *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de secundaria*. Madrid, España: Pirámide.
- Romero, I. y Cañadas, M. C. (2015). Enseñanza y aprendizaje de la geometría. En P. Flores, y L. Rico, (2015). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria*. Madrid, España: Pirámide.
- Ruiz, K. (2013). *Análisis de recursos en internet para la enseñanza de la probabilidad en la educación primaria*. Trabajo fin de master, Universidad de Granada.
- Sánchez, E. y Batanero, C. (2011). Manejo de la información. En E. Sánchez (Coord.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Casos y perspectivas* (pp. 64-92). México, D. F.: Secretaría de Educación Pública.
- Schoenfeld, A. H. y Kilpatrick, J. (2008). Toward a theory of proficiency in teaching mathematics. *International handbook of mathematics teacher education*, 2, 321-354.
- Van de Velde, H. (2014). Aprender a preguntar, preguntar para aprender. *Creena. Altas capacidades*. Recuperado de:
https://www.upf.edu/documents/6602910/7420554/saber_preguntar_vandvelde.pdf
- Weiner, B. (1986). *An attributional theory of motivation and emotion*. New York: Springer-Verlag.
- Zakaryan, D. (2013). El tipo de tareas como oportunidad de aprendizaje y competencias matemáticas de estudiantes de 15 años. Actas del *I-Cemacyc* (pp. 1-12). Congreso de Educación matemática de América Central y el Caribe. Santo Domingo, República Dominicana.



TEMA

Para optar a una plaza de
Profesor Titular de Universidad
Dpto. Didáctica de la Matemática

PLAZA NÚMERO 14/5/2018

Resumen del tema elegido libremente entre los presentados en su
proyecto docente para su exposición oral

JOSÉ MIGUEL CONTRERAS GARCÍA
Granada, 15 de noviembre de 2018

“En el caso de los concursos de acceso al cuerpo de Profesores Titulares de Universidad, los concursantes entregarán un resumen del tema elegido libremente entre los presentados en su proyecto docente para su exposición oral”. RESOLUCIÓN de 28 de septiembre de 2011, de la Universidad de Granada, por la que se hace pública la normativa de aplicación de la Universidad de Granada que regula el procedimiento de los concursos de acceso a los cuerpos docentes universitarios. BOJA 199 Página 82. 10 de octubre de 2011.

CARACTERIZACIÓN DE LA PLAZA

Resolución de 6 de julio de 2018, de la Universidad de Granada, por la que se convoca concurso de acceso a plazas de cuerpos docentes universitarios.

Código: 14/5/2018.

Identificación de la plaza: Profesor Titular de Universidad.

Área de conocimiento: Didáctica de la Matemática.

Departamento: Didáctica de la Matemática.

Actividad docente e investigadora: Docencia: Diseño y Desarrollo del Curriculum de Matemáticas en Educación Primaria (Grado de Primaria).

Investigación: Cultura Estadística.

Documentos referentes a la plaza:

- Resolución de 6 de julio de 2018, de la Universidad de Granada, por la que se convoca concurso de acceso a plazas de cuerpos docentes universitarios. BOJA nº 140 de 20 de julio de 2018 página 115.
- Resolución de 6 de julio de 2018, de la Universidad de Granada, por la que se convoca concurso de acceso a plazas de cuerpos docentes universitarios. BOE 179, miércoles 25 de julio de 2018, sección II, Página 74284.

Normativa de aplicación de la Universidad de Granada que regula el procedimiento de los concursos de acceso a los cuerpos docentes universitarios:

- Resolución de 28 de septiembre de 2011, de la Universidad de Granada, por la que se hace pública la normativa de aplicación de la Universidad de Granada que regula el procedimiento de los concursos de acceso a los cuerpos docentes universitarios. (Aprobada por el Consejo de Gobierno de la Universidad de Granada en sesión celebrada el día 7 de octubre de 2008 y modificada para su adaptación a los nuevos Estatutos en sesión del Consejo de Gobierno celebrada el 27 de septiembre de 2011).

TAREAS MATEMÁTICAS ESCOLARES

1.1. INTRODUCCIÓN

Como indica Lupiañez (2009), las tareas se consideran “el principal vehículo para suministrar a los escolares oportunidades de aprendizaje”. En la literatura de Didáctica de la Matemática suelen limitarse esos tipos de tareas, ejercicios y problemas. De hecho, existe un modelo formativo de matemáticas basado fundamentalmente en la resolución de problemas, aunque podrían considerarse otras tales como proyectos, resúmenes de textos, investigaciones, exploraciones, etc.

Una tarea se puede definir como una demanda estructurada que un profesor plantea a los alumnos, que requiere su reflexión sobre el uso de las matemáticas y que tiene una intencionalidad, principalmente un aprendizaje o una evaluación. En el mismo sentido, una actividad es la actuación del alumno derivada de la realización de tareas. Las tareas son problemas del mundo real (o intramatemáticas), que se ubican en distintos contextos y proceden de diversas situaciones. Su resolución implica la realización de prácticas matemáticas de las que surgen o bien se recuerdan diferentes tipos de objetos matemáticos; en la enseñanza, la finalidad de estas prácticas es el aprendizaje de dichos objetos (Godino, Batanero y Font, 2004).

Doyle (1988), define las tareas como las unidades de significado que se pueden determinar en la observación del trabajo matemático en la clase. Para Herbst (2012), una tarea consiste en las acciones e interacciones orientadas a un objetivo particular; una tarea constituye así un contexto práctico en el que los estudiantes pueden llegar a pensar acerca de las ideas matemáticas en juego en un problema. La tarea puede ser modelada al identificar su meta (cuyo logro marca el final de la tarea), el contenido matemático de la misma, sus recursos (las representaciones simbólicas y materiales y las herramientas disponibles, como por ejemplo el registro utilizado para plantear el problema) y sus procedimientos (las maneras de hacer que están disponibles).

Como indican Godino, Gonzato y Fernández (2011) es necesario que el profesor tenga conocimientos matemáticos y didácticos suficientes, no solo para resolver las tareas que propone a sus alumnos, sino también para identificar los conocimientos

matemáticos que se ponen en juego en la realización de las mismas. Estos conocimientos permitirán al profesor tener criterios para seleccionar las tareas, elaborar otras relacionadas, prever conflictos potenciales y planificar con sentido sus intervenciones en el aula.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

1. Resuelve:

- i. $234,75 + 91,125$; $12,998 \times 0,751$; $0,002 \div 1,56$**
- ii. Investiga si es posible encontrar un número que al multiplicarlo por 5, dé como resultado otro número menor que 3. ¿Puedes encontrar varios ejemplos? ¿Tienen algo en común?**
- iii. Describe situaciones en las tenga sentido o sea usual usar estos números: 0,5; 1,462; 0,0001.**
- iv. Existe una marca comercial que utiliza el valor 0,0 para indicar que su cerveza no contiene alcohol. ¿Es posible que dicha cerveza contenga realmente alcohol?**

1.2. TIPOS DE TAREAS

Como indica Zakaryan (2013), existen diferentes tipos de tareas en función de su complejidad según el tipo de procesos cognitivos que se activan en los estudiantes para llevarlas a cabo, estos pueden ir desde la memorización, la aplicación de procedimientos y algoritmos (con o sin comprensión) hasta el uso de estrategias de pensamiento y razonamiento complejas. La demanda cognitiva de una tarea puede reconocerse por las características de la tarea que incluyen: número y tipo de representaciones, número de estrategias de solución y exigencias de comunicación (la extensión de explicación o justificación requerida del estudiante). Otro aspecto importante al tratar las tareas propuestas por el profesor son situaciones y contextos en los cuales se plantean las tareas, que permiten a los estudiantes acceder a las matemáticas de una manera natural y motivadora; proporcionan un fundamento sólido para el aprendizaje de operaciones formales, procedimientos, notaciones, reglas y algoritmos; permiten utilizar la realidad

como recurso y dominio de aplicaciones; y realizar la ejercitación de las habilidades específicas en situaciones aplicables.

Podemos encontrar dos tipos básicos de tareas:

- Rutinarias: contribuyen a consolidar conocimientos y capacidades ya adquiridas.
- No rutinarias: proporcionan la posibilidad de adquirir nuevos conocimientos y desarrollar nuevas capacidades y, por lo general, suponen un reto al escolar.

Pero también podemos encontrar otras clasificaciones en función de los procesos cognitivos, la situación o el contexto en el que se ubique.

Procesos cognitivos:

- Reproducción. Reproducción del material practicado y realización de las operaciones rutinarias.
- Conexión. Integración, conexión y ampliación moderada del material practicado.
- Reflexión. Razonamiento avanzado, argumentación, abstracción, generalización y construcción de modelos aplicados a contextos nuevos.

Situación:

- Personal. Es la relacionada con las actividades diarias de los alumnos.
- Educativa / profesional. Es la relacionada con la actividad del alumno en el centro escolar o en un entorno de trabajo.
- Pública. Es la que se refiere a la comunidad local u otra más amplia, con la cual los estudiantes observan un aspecto determinado de su entorno
- Científica. Es más abstracta y puede implicar la comprensión de un proceso tecnológico, una interpretación teórica o un problema específicamente matemático.

Contexto:

- Auténtico. Es el que se dirige directamente a la resolución del problema, aunque las cuestiones matemáticas no sean necesariamente verdaderas y reales.
- Hipotético. Es el que se presenta como pretexto para hacer prácticas de operaciones matemáticas.

1.3. DISEÑO DE TAREAS

Las tareas matemáticas que se proponen en el aula son el eje fundamental de la práctica docente. Por ello, se requiere diseñarlas cuidadosamente, para que sean adecuadas. Al diseñar una tarea, el profesor de matemáticas debe tener claro cuál es el objetivo de ésta; este objetivo debe estar directamente relacionado, tanto con la conceptualización de un objeto o relación matemáticos como con los procesos matemáticos que se pretenden desarrollar, tales como la generalización, la visualización, la justificación, la argumentación. Se debe propiciar la exploración de diversas representaciones del concepto, y el uso de la definición del concepto en diferentes contextos, para favorecer el proceso de conceptualización y el uso experto de dicho elemento teórico (García y Arias, 2016).

También es necesario establecer la meta y el método de la tarea, que pueden ser: abierto o cerrado. Esta diferenciación es crucial, dado que determina el rol del profesor durante el desarrollo de la tarea, para asegurar que la actividad matemática que se espera promover con la tarea, se dé. Se debe tener en cuenta que es mejor proponer inicialmente tareas de metas cerradas mientras los estudiantes van adquiriendo elementos teóricos que les permitan idear estrategias de solución, utilizar garantías legítimas en sus argumentos y manejar con destreza los recursos utilizados en las clases, componentes requeridos para tareas de meta abierta.

Las alteraciones que el maestro introduce en las tareas obedecen a necesidades en la gestión de los procesos de instrucción; en particular a la necesidad de encontrar un entorno de trabajo viable y a la necesidad de darle un valor al trabajo hecho. Una tarea

matemática puede representar el quehacer matemático, además de hacer uso de objetos y procedimientos matemáticos.

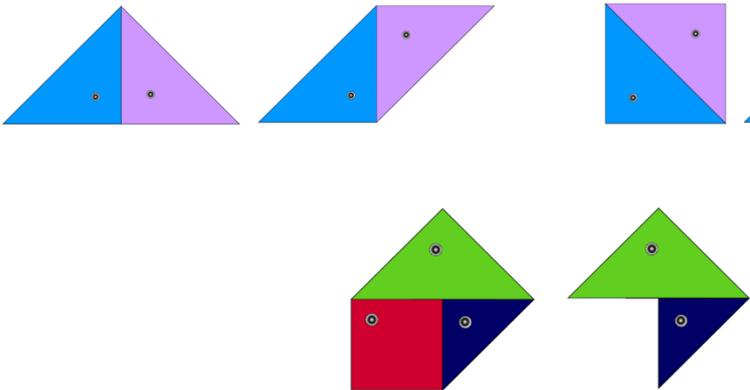
Como indica Herbst (2012), las tareas que involucran a los estudiantes a calcular, definir, conjeturar, representar, y demostrar son importantes, porque proveen a los estudiantes acceso a experiencias personales en el quehacer matemático. Pero precisamente porque la realización de las tareas depende de las acciones de los estudiantes, la medida en que ellas vayan a proporcionar experiencias personales en el quehacer matemático depende de si el trabajo conjunto ha representado legítimamente aquel quehacer. Así, las tareas matemáticas no sólo ofrecen oportunidades individuales de crecimiento (cognitivo o emocional), también crean reproducciones públicas de las prácticas matemáticas. De ahí que la tarea del profesor, como responsable de la gestión de la instrucción, y a propósito de las tareas, incluye no solamente involucrar a los estudiantes en el trabajo sino también darle un valor a ese trabajo, como mínimo en términos de sus cualidades matemáticas.

En el aula de matemáticas, el profesor debe proponer tareas basadas en:

1. *Unas matemáticas sólidas y coherentes.* Pero para ello es necesario preguntarnos ¿En dónde reside la solidez y la coherencia de las matemáticas? La solidez radica en dos aspectos: a) los significados conceptuales / procedimentales; y b) en las relaciones y propiedades relevantes. Por ejemplo, saber sumar consiste en aplicar, correctamente, el algoritmo tradicional. Detrás de esta afirmación está la creencia, fuertemente arraigada, de que sumar es eso, independientemente de identificar situaciones en la que se suma, se resuelva problemas, etc.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

2. ¿Qué relación existe en el área y el perímetro de las siguientes parejas de figuras?



2. *Las relaciones entre diferentes representaciones.* Las nociones matemáticas siempre admiten diferentes formas de representarlas. Esas diferentes representaciones:

- Nos permiten trabajar con ellas.
- Destacan diferentes facetas de esas nociones.
- Se organizan en sistemas, de acuerdo a características comunes:
 - Simbólico
 - Verbal
 - Numérico
 - Gráfico
 - Geométrico
 - Icónico
 - Interactivo (en ordenadores)...

Una misma noción se puede representar en uno o varios de esos sistemas, denominados sistemas de representación, definiendo así relaciones entre ellos. Cuando un estudiante es capaz de usar y relacionar diferentes sistemas de representación, está contribuyendo al desarrollo de su competencia matemática.

Las tareas matemáticas deben involucrar el uso y las relaciones entre diferentes sistemas de representación. Por ejemplo, para el estudio de las fracciones podemos usar, entre otros las representaciones mostradas en la siguiente figura.

1 En cada caso, escribe la fracción que expresa la parte coloreada.

$\frac{1}{2}$

2 Calca las siguientes figuras en tu cuaderno y colorea en cada una la fracción que se indica.

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$

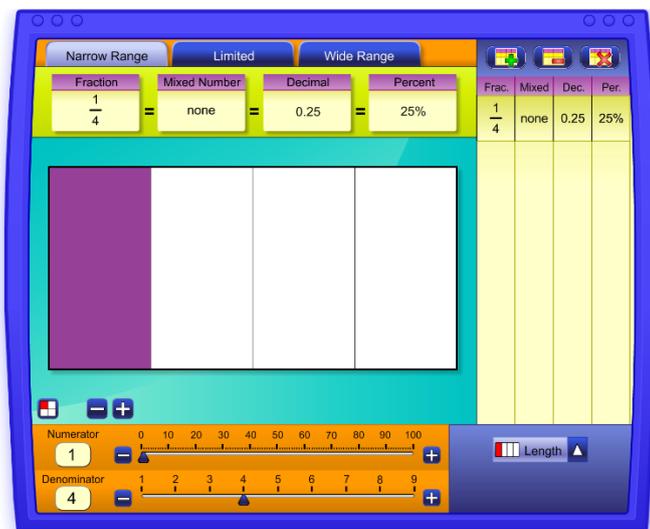
3 Completa.

- $\frac{1}{2}$ se lee ...
- $\frac{1}{3}$ se lee ...
- $\frac{1}{4}$ se lee ...

Figura 1. Sistemas de representación referentes a fracciones

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

3. Establece los diferentes sistemas de representación que se muestran en la figura.



3. *Contextos significativos*. Los contextos enmarcan las tareas en algún aspecto de la realidad. El ser capaz de resolver tareas en una variedad de contextos, facilita reconocer y usar las matemáticas en todas aquellas situaciones en las que se pueden presentar. Además fomenta la valoración de la matemática al comprender mejor su utilidad. En el estudio PISA (OECD, 2016) distingue cuatro tipos de contextos:

- Personal
- Ocupacional
- Social
- Científico

4. *Unas expectativas de aprendizaje definidas (objetivos / competencias)*. El profesor debe organizar y promover el logro de dos niveles de expectativas:

- **Objetivos (específicos)**. Los objetivos se refieren a la especificidad de los contenidos de matemáticas.
- **Competencia matemática**. La competencia matemática, como competencia básica, es una expectativa de formación a largo plazo y pone en conjunción capacidades referidas a diferentes contenidos.

Las tareas matemáticas siempre deben tener una intencionalidad:

- **Aprendizaje**. Toda tarea de aprendizaje prescribe qué hacer, de qué manera y en qué orden, mediante enunciados-textos que tienen como propósito lograr que el estudiante (lector, receptor, interlocutor) ejecute una acción determinada, por tanto, se insertan en un discurso instruccional que intenta regular la actividad del interlocutor en su tránsito hacia una acción concreta, práctica o mental.
- **Evaluación**. Las tareas de evaluación se han de fundamentar en los procesos de modelización y resolución de problemas. En este tipo de tareas, los estudiantes deben poner en práctica un conjunto de procesos, en los que se muestre su dominio en un conjunto de competencias matemáticas generales.

Una cuestión a tener en cuenta es que delimitar y acotar un contenido matemático no es suficiente para caracteriza una tarea.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

4. ¿Qué objetivos persigue en términos del aprendizaje o de evaluación la tarea anterior?
5. ¿Recordáis el significado y el papel de las competencias básicas en el currículo? ¿Cuáles son?
6. La siguiente tarea está diseñada para evaluar el desarrollo de... ¿qué competencias básicas? ¿qué descriptores encontraréis de ellas?

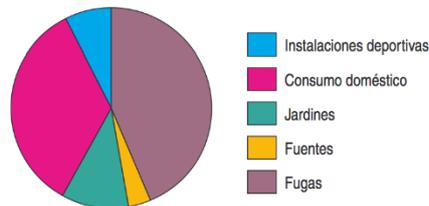
DERECHO AL AGUA

Desde el principio de los tiempos, cada vez que bebemos un sorbo de agua, pensamos que es agua limpia que se utiliza por primera vez, pero no es así; ha sido reciclada una y otra vez desde los comienzos del universo por diversas formas de vida, desde un dinosaurio hasta ti, pasando por Cervantes o Cristóbal Colón.

Este gráfico representa el consumo de agua en un concejo español que está sufriendo sequía, un problema muy común en España en los meses de verano.



Consumo de agua en el concejo



1. El ayuntamiento está ideando un plan para ahorrar agua durante el verano. A la vista del gráfico anterior, ¿con cuál de las siguientes medidas ahorrarían más agua?

- A. Regando la mitad de veces los jardines del concejo
- B. Reduciendo el consumo en sus instalaciones deportivas
- C. Paralizando en el verano el agua de las fuentes
- D. Ideando un plan de mejora para reducir a la mitad las fugas

5. *Diferentes niveles de complejidad.* Existen muchas variables que afectan a la complejidad de una tarea matemática, por ejemplo:

- Lenguaje del enunciado. En particular el grado de formalización del lenguaje simbólico-algebraico.
- Cantidad y variedad de datos incluidos.
- Sistemas de representación involucrados, ...

El Proyecto PISA (OECD, 2016) establece tres niveles de complejidad de las tareas, según las demandas cognitivas que planteen al resolutor (vistos en el apartado anterior):

- Reproducción.
- Conexión.
- Reflexión.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

7. Establece la complejidad de la siguiente tarea.

Mei-Ling, ciudadana de Singapur, estaba realizando los preparativos para ir a Sudáfrica como estudiante de intercambio durante 3 meses. Necesitaba cambiar algunos dólares de Singapur (SGD) en rands sudafricanos (ZAR).

Mei-Ling se enteró de que el tipo de cambio entre el dólar de Singapur y el rand sudafricano era de:

$$1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ ZAR}$$

Mei-Ling cambió 3.000 dólares de Singapur en rands sudafricanos con este tipo de cambio.

¿Cuánto dinero recibió Mei-Ling en rands sudafricanos?

Al cabo de estos 3 meses el tipo de cambio había cambiado de 4,2 a 4,0 ZAR por 1 SGD.

¿Favoreció a Mei-Ling que el tipo de cambio fuese de 4,0 ZAR en lugar de 4,2 ZAR cuando cambió los rands sudafricanos que le quedaban por dólares de Singapur? Da una explicación que justifique tu respuesta.

6. *Una secuencia estructurada.* La funcionalidad de una tarea expresa el papel que juega dentro de una secuencia estructurada (Parcerisa, 1996), para ello hay que:

- Conocer los conocimientos previos de los escolares.
- Motivar a los estudiantes respecto a la tarea.
- Fomentar la interrogación y el cuestionamiento.
- Elaborar y construir significados respecto a los objetos matemáticos involucrados.
- Memorizar y ejercitar los nuevos contenidos.

- Sintetizar y evaluar el conocimiento adquirido.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

8. Establece la secuencia pretendida en la actividad 3.

En resumen, el argumento principal de este tema es que las alteraciones que el maestro introduce en las tareas obedecen a necesidades en la gestión de los procesos de instrucción; en particular a la necesidad de encontrar un entorno de trabajo viable y a la necesidad de darle un valor al trabajo hecho. Una tarea matemática puede representar el quehacer matemático, además debe hacer uso de objetos y procedimientos matemáticos. En ese sentido, una tarea es una representación de la actividad matemática, encarnada en las interacciones entre personas e instrumentos culturales.

SITUACIONES DIDÁCTICAS EN EL AULA DE MATEMÁTICAS

2.1. INTRODUCCIÓN

Una situación es un hecho o acontecimiento social o natural que ocurre en el entorno del estudiante; se convierte en una situación didáctica cuando se usa con fines didácticos, es decir, la traemos al aula para propiciar la construcción de aprendizajes mediante actividades ordenadas y articuladas en una secuencia didáctica. Por tanto, las situaciones son escenarios que pueden aprovecharse para generar conocimiento, desarrollar competencias, habilidades, destrezas, actitudes y valores (Gil, 2009).

Como indica Chamorro (2005), la noción de Situación Didáctica va más allá de la idea de mera actividad práctica. Una situación busca que el alumno construya con sentido un conocimiento matemático, y nada mejor para ello que dicho conocimiento aparezca a los ojos del alumno como la solución óptima del problema que se va a resolver.

En una situación didáctica, el conjunto de tareas, articuladas entre sí, propician que los y las estudiantes desarrollen las diferentes competencias. En dicha situación, se lleva a cabo una interacción entre todos los participantes, incluido el profesor, quien además supervisa que se adquieran los contenidos dispuestos.

Una situación es didáctica cuando un individuo (generalmente el profesor) tiene la intención de enseñar a otro (generalmente el alumno) un saber matemático dado explícitamente (debe darse en un medio). Una de las características más importantes es que la intención de enseñanza no sea desvelada, pues debe permanecer oculta a los ojos del alumno.

De acuerdo a Chavarría (2006), al referirnos a las situaciones didácticas debemos distinguir dos enfoques: uno, tradicional; otro, el planteado por la teoría de Brousseau; ambos en relación a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En el primero, tendríamos una relación estudiante-profesor, en la cual, el profesor simplemente provee (o deposita) los contenidos, instruye al estudiante, quien captura (o asimila) dichos conceptos y los reproduce tal cual le han sido administrados. Dentro de este enfoque no se contextualiza el conocimiento, no se tiene un aprendizaje significativo. Ahora bien, en el enfoque planteado por Brousseau intervienen tres elementos fundamentales: estudiante, profesor y el medio didáctico. En esta terna, el profesor es quien facilita el medio en el cual el estudiante construye su conocimiento. Así, Situación Didáctica refiere al conjunto de interrelaciones entre tres sujetos: profesor-estudiante- medio didáctico.

Si queremos que los alumnos adquieran competencia y comprensión sobre los distintos componentes de un contenido matemático, debemos tener en cuenta dichos componentes al planificar y llevar a cabo la enseñanza (Godino, Batanero y Font, 2004). Para ello Brousseau (1997) propuso diseñar situaciones didácticas de diversos tipos:

- *Acción*, en donde el alumno explora y trata de resolver problemas; como consecuencia construirá o adquirirá nuevos conocimientos matemáticos. Las situaciones de acción deben estar basadas en problemas genuinos que atraigan el interés de los alumnos, para que deseen resolverlos; deben ofrecer la oportunidad de investigar por sí mismos posibles soluciones, bien

individualmente o en pequeños grupos. El alumno se envía un mensaje a sí mismo mediante los ensayos y errores que hace para resolver el problema.

- *Formulación/ comunicación*, cuando el alumno pone por escrito sus soluciones y las comunica a otros niños o al profesor; esto le permite ejercitar el lenguaje matemático. El alumno intercambia información con uno o varios interlocutores. El maestro puede ser uno de ellos, los dos pueden ser alumnos o grupos de alumnos.
- *Validación*, donde debe probar que sus soluciones son correctas y desarrollar su capacidad de argumentación. El alumno debe justificar la pertinencia y validez de la estrategia puesta en marcha, elaborar la verificación o prueba semántica que justifica el uso del modelo para tratar la situación. La eficacia de cada estrategia depende de la situación precisa, que puede resultar óptima en algunos casos e ineficaz en otros.
- *Institucionalización*, donde se pone en común lo aprendido, se fijan y comparten las definiciones y las maneras de expresar las propiedades matemáticas estudiadas.

Una situación didáctica está relacionada con los siguientes conceptos teóricos, que se describen en los siguientes apartados:

- Contrato didáctico
- Situación-problema
- Situación a-didáctica
- Variable didáctica

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA
--

- 4. Establece y describe un ejemplo de situación didáctica relacionada con el tema de fracciones.**

2.2. CONTRATO DIDÁCTICO

Chamorro (2005) designa con el nombre de contrato didáctico el conjunto de comportamientos específicos del maestro que son esperados por el alumno, y el conjunto de comportamientos del alumno que son esperados por el maestro. El contrato didáctico fija la forma en que se organizan las responsabilidades recíprocas de unos y otros, así como su evolución a lo largo de la enseñanza. La parte del contrato didáctico que va a interesar a la Didáctica de las Matemáticas es la específica del conocimiento matemático que se busca, que va a permitir la negociación del sentido de las actividades en juego.

El contrato didáctico (Godino, Font, Wilhelmi y de Castro, 2009) aparece como el producto de un modo específico de la comunicación didáctica, que instaura una relación singular del alumno con el saber matemático y con la situación didáctica. El contrato se elabora sobre la base de la repetición de hábitos específicos del maestro y permite, a su vez, al alumno “decodificar la actividad didáctica”. Esta interpretación deja pensar que existen “buenos contratos” o “contratos mejores” que permitirían a los alumnos modificar su relación con el saber. A partir de 1984 se inicia una nueva manera de considerar el contrato didáctico (Brousseau, 1997), que deja atrás la clasificación (buenos-malos) y la jerarquía (mejores-peores) de los contratos.

El contrato didáctico no se considera ya como el resultado de una negociación a priori de las relaciones con la situación didáctica que fijan un sistema de obligaciones recíprocas. La ruptura de reglas y normas del contrato didáctico es condición necesaria para el aprendizaje. El niño está en disposición de aprender cuando acepta la responsabilidad en la resolución de un problema matemático, esto es, cuando inicia la búsqueda de la estrategia óptima -más eficaz y económica- para el control de una situación didáctica. La aceptación de la responsabilidad (en el plano matemático) lleva consigo la desvinculación de la intención didáctica original y, por lo tanto, de la relación escolar con el profesor y con el saber. Son las restricciones y necesidades del medio (incluidas las intervenciones del profesor en la devolución de la tarea a los alumnos) las que determinan respuestas que exigen al alumno la adaptación de sus conocimientos.

El alumno y el profesor ocupan posiciones asimétricas en la relación didáctica, fundamentalmente en relación con el saber. El profesor no solo sabe más que el alumno, sabe además de una forma diferente, por lo que la topogénesis y la cronogénesis de su saber son diferentes, y tiene la obligación de organizar las situaciones de enseñanza de la manera más adecuada para el alumno. El contrato didáctico distribuye papeles diferentes a unos y otros en el tratamiento de un objeto de saber dado.

La topogénesis del saber es diferente en alumno y profesor: el primero hace ejercicios, el segundo explica la teoría; uno está del lado de la práctica, el otro del lado del saber. El profesor sabe la relación que guardan unos objetos con otros, tiene poder de anticipación, puede decretar lo que es materia de enseñanza y lo que es antiguo y ya no lo es. Está, por una parte, lo que el maestro debe enseñar y cómo debe enseñarlo, y por otra, lo que el alumno debe saber y cómo debe saberlo.

El saber del profesor tiene una cronogénesis diferente a la del alumno; el profesor sabe antes que los otros, lo sabe ya y sabe más, y por ello puede conducir la cronogénesis del saber, insertando su saber dentro de una cronología didáctica diseñada al efecto, en tanto que el conocimiento del alumno se va construyendo a medida que avanza el tiempo en la relación didáctica.

La noción de contrato no solo es aplicable a una situación, sino que puede extenderse a toda una serie de situaciones o a un nivel de enseñanza, en tanto que constituye un medio de partir el tiempo didáctico en sesiones. La noción de contrato didáctico es una de las aportaciones más importantes de Guy Brousseau a la Didáctica de las Matemáticas, pues esta noción permite un análisis muy fino en términos didácticos de los aprendizajes matemáticos en contexto escolar.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

- 5. Establece y describe un ejemplo de contrato didáctico relacionada con el tema de fracciones.**

2.3. SITUACIÓN-PROBLEMA

Una instrucción matemática significativa debe atribuir un papel clave a la interacción social, a la cooperación, al discurso del profesor, a la comunicación, además de a la interacción del sujeto con las situaciones-problemas. El maestro en formación debe ser consciente de la complejidad de la tarea de la enseñanza si se desea lograr un aprendizaje matemático significativo. Será necesario diseñar y gestionar una variedad de tipos de situaciones didácticas, implementar una variedad de patrones de interacción y tener en cuenta las normas, con frecuencia implícitas, que regulan y condicionan la enseñanza y los aprendizajes (Godino, Batanero y Font, 2004).

En consecuencia, el estudio de las matemáticas requiere enfrentar al alumno a problemas o tareas cuya solución son los conocimientos matemáticos pretendidos. Esta confrontación con situaciones-problemas, inductora de la actividad de matematización, contribuirá, además, a su formación integral como persona, objetivo final del proceso educativo.

Pueden plantearse dos tipos de situaciones-problema:

- Control: Donde se solicita la aplicación del propio saber. Esta situación se puede hacer necesaria en un determinado momento para asegurarse que el alumno ha adquirido el aprendizaje que se pide (reforzar).
- Aprendizaje: se debe plantear un problema al alumno y este debe manejar una estrategia de base, ya disponible en el alumno, para poder resolver el problema. Es muy importante que el problema tenga varias estrategias, y que la estrategia inicial no se base en el conocimiento que queremos enseñar.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA
--

6. Establece una relación entre las situaciones-problemas y el capítulo de tareas visto en el capítulo anterior.

2.4. SITUACIÓN A-DIDÁCTICA

Situación a-didáctica es la parte de la situación didáctica en que la intención de enseñanza no aparece explícita para el alumno (por ejemplo, en el enunciado del problema no aparece explícita la intención del profesor).

Debe aparecer ante los alumnos como una interacción con un medio (no didáctico), de modo que sus decisiones se guíen por la lógica de la situación y no por la lectura de las intenciones del profesor. El alumno puede modificar sus decisiones tomando en cuenta la retroacción que le proporciona el medio, y debe realizar un cambio de estrategias para llegar al saber matemático, ya que la estrategia óptima es dicho saber. Para que se realice el cambio el profesor debe introducir en la situación las variables didácticas.

Uno de los conceptos fundamentales la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 1998) es el de situación a-didáctica, que es aquella situación que produce un aprendizaje por adaptación. La situación a-didáctica sólo puede comprenderse con relación a la situación didáctica, que es una situación normal de clase.

Según Parraguez, Rojas, Vásquez (en prensa), una situación es a-didáctica cuando se da interacción entre un sujeto y un medio para resolver un problema. Como el medio es impersonal, no tiene ninguna intención didáctica: no desea enseñarle nada al alumno. Por eso este tipo de situación recibe el nombre de a-didáctica. En esta situación, el profesor desea enseñar el saber al alumno, no comunicándoselo directamente, sino planteándole una situación a-didáctica (en el interior de la situación didáctica), planeada para producir un aprendizaje por adaptación. Con este fin, el profesor prepara cuidadosamente un medio con el cual el alumno podrá interactuar, y un problema que produzca en el alumno una intención y desencadene unas acciones sobre el medio. El producto de esa situación a-didáctica es un conocimiento, que lo interpretamos como una estrategia que permite resolver el problema. Por lo tanto, una vez finalizada la situación a-didáctica, el profesor debe explicitar las relaciones entre el conocimiento construido por el alumno gracias a la situación a-didáctica y el saber que desea enseñar. A este proceso se le llama institucionalización.

No toda situación didáctica es evidentemente a-didáctica. Chamorro (2005) señala las siguientes condiciones como indispensables para que la situación sea a-didáctica:

- El alumno debe poder entrever una respuesta al problema planteado.
- La estrategia de base debe mostrarse rápidamente como insuficiente.
- Debe existir un medio de validación de las estrategias.
- Debe existir incertidumbre por parte de alumno en las decisiones.
- El medio debe permitir retroacciones.
- La situación debe ser repetible.
- El conocimiento buscado debe aparecer como el necesario para pasar de la estrategia de base a la estrategia óptima.

El maestro debe verificar que se cumplen dichas condiciones en lo que se llama el análisis a priori de la situación. Este análisis tiene como objetivo determinar si una situación puede ser vivida como a-didáctica por el alumno, buscando las condiciones necesarias para ello, y analizando si la situación puede desarrollarse y produce una relación matemática del alumno con su problema.

Otro elemento a tener en cuenta es la situación no didáctica. Una situación es “no didáctica” (Chamorro, 2005), si nadie la ha organizado para permitir un aprendizaje, por ejemplo, un problema que aparece de forma natural en la vida profesional o familiar. En ella no hay maestro ni alumno. Una situación didáctica es una situación que se lleva a cabo normalmente en la clase, entre un maestro y uno o varios alumnos, alrededor de un saber. En una situación didáctica las intenciones de enseñar y aprender se manifiestan públicamente; está regida por el contrato.

Es evidente que una situación no didáctica puede ser a la vez a-didáctica, pero una situación didáctica no tiene por qué ser vivida como a-didáctica, si bien el profesor de Matemáticas espera siempre alguna fase a-didáctica cuando plantea un problema de Matemáticas a sus alumnos, ya que espera que, al menos en parte, lo resuelvan como matemáticos.

Para que un alumno pueda percibir una situación como a-didáctica es necesario que haya una construcción epistemológica cognitiva intencional. El alumno es entonces el responsable de la resolución del problema que le plantea la situación, y a él le

corresponde encontrar una solución. Se requiere pues que el alumno acepte el problema como suyo y para ello no basta con comunicárselo. El alumno debe implicarse en la situación, entrar en el juego, y ello sin que le interese o le mueva lo que va a aprender con ella, lo que el maestro quiere que aprenda. La acción mediante la que el profesor busca esta aceptación por parte del alumno recibe el nombre de *devolución*. Los procesos de devolución tienen por objeto convertir el saber que se va a enseñar en conocimientos personalizados, contextualizados y temporalizados del alumno, y requieren que el profesor lo contextualice y lo personalice buscando problemas y situaciones que permitan al alumno construir el sentido de la noción objeto de enseñanza, de manera que su actividad se asemeje a la del matemático.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA

- 7. Establece y describe un ejemplo de situación a-didáctica relacionada con el tema de fracciones.**

2.5. VARIABLE DIDÁCTICA

La variable didáctica es un elemento de la situación que puede ser modificado por el profesor, y que afecta a la jerarquía de las estrategias de solución que pone en funcionamiento el alumno. Es decir, las variables didácticas son aquellas que el profesor modifica para provocar un cambio de estrategia en el alumno y que llegue al saber matemático deseado. Por ejemplo, la longitud de las bandas de cartulina preparadas como material para la actividad de medición de un cierto objeto es una variable didáctica (el profesor la puede cambiar y ello influye en los conocimientos puestos en juego). Esto afectaría a la resolución del problema, el profesor podría preguntar: ¿Por qué se han elegido las bandas con las longitudes dadas? ¿Qué consecuencias tendría el cambio de estas longitudes?

No podemos considerar que “todo” sea variable didáctica en una situación, sino sólo aquel elemento de la situación tal que, si actuamos sobre él, podemos provocar adaptaciones y aprendizajes o cambiar el tipo de conocimiento que se adquiere. Por ejemplo, la edad de los alumnos, sus conocimientos anteriores..., juegan un papel

importante en la correcta resolución de una situación. En estos casos, el profesor no puede, en el momento en el que construye la situación, modificarlos, por tanto, no pueden ser considerados variables didácticas.

Por el contrario, en una actividad de análisis de datos, donde los estudiantes deban producir un gráfico, el número de datos, y la magnitud estudiada (discreta o continua), así como el número de valores diferentes de los datos va a influir en el tipo de gráfico, la necesidad de agrupar o no y por tanto son variables didácticas de la tarea.

Para Chamorro (2005), el aprendizaje va a consistir en los cambios de estrategia, lo que implica el cambio de los conocimientos que le están asociados y la aparición de un conocimiento específico como resultado del cambio. Este aprendizaje lleva aparejada una modificación de la relación con el conocimiento objeto de la relación por parte del alumno, que el maestro consigue mediante la gestión de las variables didácticas de la situación.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA ESTE TEMA
--

- 8. Desarrolla una tarea y especifica algunas variables didácticas sobre las que puede actuar el profesor.**



**UNIVERSIDAD
DE GRANADA**