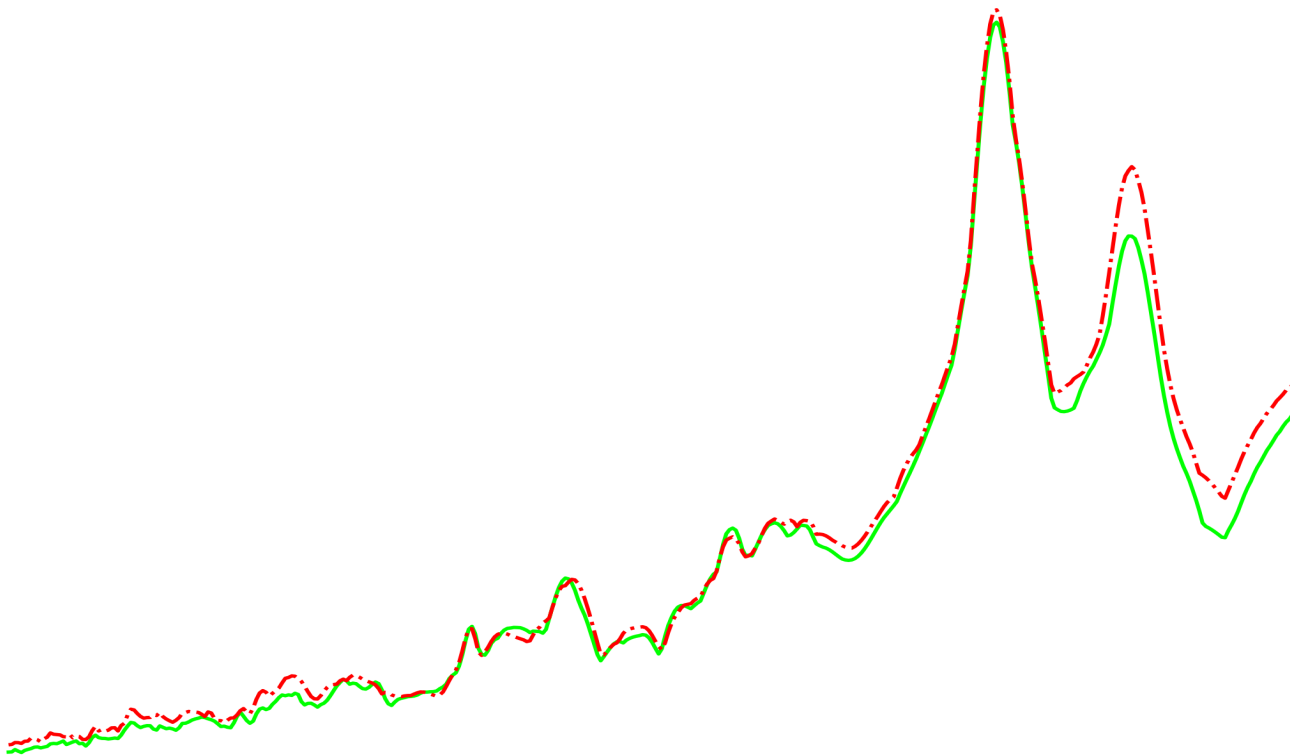


# Efectos del ripado de vía y modelos de cargas en la respuesta dinámica de puentes para el ferrocarril de alta velocidad

Granada, septiembre de 2019



Trabajo Fin de Máster  
Máster de Estructuras

**Autor:** Juan Manuel Martín Luque

**Tutor:** Prof. Dr. Alejandro Martínez Castro



**UNIVERSIDAD  
DE GRANADA**

# EFFECTOS DEL RIPADO DE VÍA Y MODELOS DE CARGAS EN LA RESPUESTA DINÁMICA DE PUENTES PARA EL FERROCARRIL DE ALTA VELOCIDAD

TRABAJO FIN DE MÁSTER

Por

Juan Manuel Martín Luque  
Máster de Estructuras

Tutor

Alejandro Martínez Castro

Departamento de Mecánica de Estructuras e Ingeniería Hidráulica ,  
Universidad de Granada  
Edificio Politécnico Fuentenueva, C/ Severo Ochoa s/n, CP 18002  
Granada (España)

Septiembre 2019



© Copyright 2019  
por  
Juan Manuel Martín Luque





---

## Resumen

---

La finalidad de este proyecto es analizar la influencia del ripado de vía, definido como el desplazamiento transversal del eje de la vía, en el comportamiento de los puentes de ferrocarril de alta velocidad. Para ello se realizan diferentes análisis dinámicos para cada uno de los casos propuestos, teniendo en cuenta este ripado y sin tenerlo en cuenta.

El estudio se ha llevado a partir del análisis de tres estructuras reales, el denominado Viaducto del Rodenillo, con sección cajón y eje recto sobre el que se dispone doble vía, el Viaducto de Santa Ana, puente arco tipo bow-string con vía única centrada, y el Viaducto de Riofrío, de sección tipo cajón, en curva y con vía doble.

Los modelos se han realizado mediante el *software* SAP2000 y el análisis dinámico con el uso del Método Semianalítico para cargas móviles.

Se realizan diferentes comparaciones entre los diferentes casos para poder determinar los efectos del ripado de vía en el comportamiento dinámico de los puentes.

La disparidad de resultados obtenidos para cada modelo demuestran que no se puede afirmar un comportamiento general para el ripado de vía y su estudio se debe realizar de manera pormenorizada en cada uno de los proyectos de puentes.



---

## Abstract

---

The aim of this project is the analysis of the lateral displacement of the railway track and its influence on the behaviour of high speed rail bridges.

Some dynamic calculations have been made on different real structures: "Viaducto del Rodenillo", a prestressed concrete box girder multi-span bridge; "Viaducto de Santa Ana", steel bowstring arch-bridge and "Viaducto de Riofrío", prestressed concrete box girder multi-span curved bridge.

The modelization of the structures has been made using the *SAP2000 software* and dynamic calculations made by the "Semi-analytical Method" for mobile loads.

After some comparisons, conclusion is that the lateral displacement effect has not an unique behaviour and its study has to be done for each case and project of a bridge.



---

## Agradecimientos

---

En primer lugar, quería agradecer a mi madre, Marta, y mi padre, Juan, por apoyarme siempre en todos los aspectos a lo largo de mi vida tanto académica como personal. También, mencionar a mis hermanas y sobrinos, pilar fundamental para mí. Al resto de mi familia y amigos, por acompañarme en mi trayectoria académica y más allá de ella. Y por último, a mi pareja por estar y apoyarme durante la redacción de este documento, al igual que muchos otros.

Por supuesto, agradecer al profesor y tutor de este proyecto Alejandro Martínez Castro, sin el cual no habría sido posible. Valorar su apoyo mediante todos los conocimientos inculcados sobre cálculo dinámico de puentes y la facilitación de acceso al método de cálculo utilizado en el presente proyecto.

*Dedicado a  
mi familia*

---

## Índice general

---

Resumen . . . . .	I
Abstract . . . . .	III
Agradecimientos . . . . .	V
Capítulo 1. Introducción, objetivos y metodología . . . . .	1
1.1. Introducción . . . . .	1
1.2. Objetivos . . . . .	1
1.3. Metodología . . . . .	2
Capítulo 2. Solución Semianalítica para el paso de carga móvil sobre la estructura . . . . .	3
2.1. Introducción . . . . .	3
2.2. Formulación . . . . .	4
2.2.1. Ecuación de Gobierno para una viga . . . . .	4
2.3. Discretización espacial . . . . .	5
2.4. Resolución . . . . .	10
2.5. Generalización del método . . . . .	13
2.6. Test de validación . . . . .	14
2.6.1. Plantemiento . . . . .	14
2.6.2. Test de validación. Viga de tres vanos . . . . .	14
2.7. Conclusiones . . . . .	18
Capítulo 3. Análisis dinámico . . . . .	19
3.1. Análisis del ripado de vía . . . . .	19
3.2. Casos y modelos a analizar . . . . .	20
3.3. Acciones a considerar . . . . .	20
3.4. Resultados y comprobaciones. Puntos de postproceso . . . . .	20
3.5. Caso 1. Viaducto del Rodenillo . . . . .	21
3.5.1. Descripción de la estructura . . . . .	21
3.5.2. Modelo de la estructura . . . . .	21
3.5.3. Método de cálculo . . . . .	24
3.5.4. Consideración del ripado de vía . . . . .	24
3.5.5. Puntos de postproceso . . . . .	26
3.5.6. Modelo con ripado exterior . . . . .	27
3.5.7. Modelo con ripado interior . . . . .	35



3.5.8. Conclusiones . . . . .	42
3.6. Caso 2. Viaducto de Santa Ana . . . . .	43
3.6.1. Descripción de la estructura . . . . .	43
3.6.2. Modelo de la estructura . . . . .	43
3.6.3. Método de cálculo . . . . .	45
3.6.4. Consideración del ripado de vía . . . . .	48
3.6.5. Puntos de postproceso . . . . .	48
3.6.6. Modelo con ripado . . . . .	49
3.6.7. Conclusión . . . . .	57
3.7. Caso 3. Viaducto de Riofrío . . . . .	58
3.7.1. Descripción de la estructura . . . . .	58
3.7.2. Modelo de la estructura . . . . .	58
3.7.3. Método de cálculo . . . . .	61
3.7.4. Consideración del ripado de vía . . . . .	62
3.7.5. Puntos de postproceso . . . . .	64
3.7.6. Modelo con ripado exterior . . . . .	65
3.7.7. Modelo con ripado interior . . . . .	75
3.7.8. Conclusiones . . . . .	85
Capítulo 4. Conclusiones finales . . . . .	87
4.1. Líneas de investigación futura . . . . .	87
4.2. Conclusión . . . . .	87
Apéndice A. Trenes . . . . .	89

---

## Índice de cuadros

---

2.1. Frecuencias de modos de vibración. Test 1 . . . . .	15
3.1. Propiedades mecánicas. Viaducto del Rodenillo . . . . .	21
3.2. Modos de vibración. Viaducto del Rodenillo . . . . .	25
3.3. Máximos de aceleración. Comparativa entre modelo sin ripado y con ripado exterior. Viaducto del Rodenillo . . . . .	27
3.4. Comparativa en punto 39, tren A3, entre modelo sin ripado y con ripado exterior. Via- ducto del Rodenillo . . . . .	33
3.5. Máximos de aceleración. Comparativa entre modelo sin ripado y con ripado interior. Viaducto del Rodenillo . . . . .	35
3.6. Comparativa en punto 39, tren A3, entre modelo sin ripado y con ripado interior. Via- ducto del Rodenillo . . . . .	40
3.7. Propiedades mecánicas. Viaducto de Santa Ana . . . . .	44
3.8. Modos de vibración. Viaducto de Santa Ana . . . . .	46
3.9. Modos de vibración (continuación). Viaducto de Santa Ana . . . . .	47
3.10. Máximos de aceleración. Comparativa entre modelo sin ripado y con ripado interior. Viaducto de Santa Ana . . . . .	49
3.11. Comparativa en punto 20, tren A4, entre modelo sin ripado y con ripado. Viaducto de Santa Ana . . . . .	55
3.12. Propiedades mecánicas. Viaducto del Rodenillo . . . . .	58
3.13. Modos de vibración. Viaducto de Riofrío . . . . .	61
3.14. Modos de vibración (continuación). Viaducto de Riofrío . . . . .	62
3.15. Máximos de aceleración. Comparativa entre modelo sin ripado y con ripado exterior. Viaducto de Riofrío . . . . .	65
3.16. Comparativa en punto 28, tren A2, entre modelo sin ripado y con ripado exterior. Via- ducto de Riofrío . . . . .	73
3.17. Máximos de aceleración. Comparativa entre modelo sin ripado y con ripado interior. Viaducto de Riofrío . . . . .	75
3.18. Comparativa en punto 7, tren A6, entre modelo sin ripado y con ripado interior. Via- ducto de Riofrío . . . . .	83
A.1. Tren dinámico universal A1 . . . . .	89
A.1. Tren dinámico universal A1 . . . . .	90
A.2. Tren dinámico universal A2 . . . . .	90
A.2. Tren dinámico universal A2 . . . . .	91

A.2. Tren dinámico universal A2 . . . . .	92
A.3. Tren dinámico universal A3 . . . . .	92
A.3. Tren dinámico universal A3 . . . . .	93
A.4. Tren dinámico universal A4 . . . . .	93
A.4. Tren dinámico universal A4 . . . . .	94
A.5. Tren dinámico universal A5 . . . . .	94
A.5. Tren dinámico universal A5 . . . . .	95
A.6. Tren dinámico universal A6 . . . . .	96
A.6. Tren dinámico universal A6 . . . . .	97
A.7. Tren dinámico universal A7 . . . . .	97
A.7. Tren dinámico universal A7 . . . . .	98
A.8. Tren dinámico universal A8 . . . . .	98
A.8. Tren dinámico universal A8 . . . . .	99
A.9. Tren dinámico universal A9 . . . . .	99
A.9. Tren dinámico universal A9 . . . . .	100
A.10. Tren dinámico universal A10 . . . . .	100
A.10. Tren dinámico universal A10 . . . . .	101

---

## Índice de figuras

---

2.1. Esquema de carga móvil sobre viga de sección variable . . . . .	4
2.2. Discretización para un elemento tipo barra . . . . .	5
2.3. Esquema de línea de carga y puntos de postproceso en estructura . . . . .	14
2.4. Geometría de la viga estudiada. Test 1 . . . . .	15
2.5. Modo 5 de vibración. Test 1 . . . . .	15
2.6. Serie temporal de aceleraciones en centro de vano 1. Método de Newmark. Test 1 . . . .	16
2.7. Puntos de postproceso para el Método Semianalítico. Test 1 . . . . .	17
2.8. Serie temporal de aceleraciones en centro de vano 1. Método Semianalítico. Test 1 . . . .	17
2.9. Comparación entre métodos. Test 1 . . . . .	18
3.1. Sección longitudinal. Viaducto del Rodenillo . . . . .	21
3.2. Modelo 3D. Viaducto del Rodenillo . . . . .	21
3.3. Corte transversal. Viaducto del Rodenillo . . . . .	22
3.4. Mallado del tablero. Viaducto del Rodenillo . . . . .	23
3.5. Detalle de riostras. Viaducto del Rodenillo . . . . .	24
3.6. Esquema de los modelos considerados. Viaducto del Rodenillo . . . . .	26
3.7. Puntos de postproceso de aceleraciones. Viaducto del Rodenillo . . . . .	26
3.8. Envoltente en punto de aceleración máxima. Composición por trenes. Caso sin ripado. Viaducto del Rodenillo . . . . .	28
3.9. Envoltente en punto de aceleración máxima. Composición por trenes. Caso ripado 30 cm exterior. Viaducto del Rodenillo . . . . .	28
3.10. Comparativa de envoltente de envoltentes entre caso sin ripado y ripado 30 cm exte- rior. Viaducto del Rodenillo . . . . .	29
3.11. Envoltente vano 1. Viaducto del Rodenillo . . . . .	30
3.12. Envoltente vano 2. Viaducto del Rodenillo . . . . .	30
3.13. Envoltente vano 3. Viaducto del Rodenillo . . . . .	31
3.14. Envoltente vano 4. Viaducto del Rodenillo . . . . .	31
3.15. Envoltente vano 5. Viaducto del Rodenillo . . . . .	32
3.16. Envoltente en el punto 39. Tren A3. Viaducto del Rodenillo . . . . .	33
3.17. Envoltente en el punto 7. Tren A6. Viaducto del Rodenillo . . . . .	34
3.18. Envoltente en el punto 21. Tren A1. Viaducto del Rodenillo . . . . .	34
3.19. Envoltente en punto de aceleración máxima. Composición por trenes. Caso sin ripado. Viaducto del Rodenillo . . . . .	35

3.20. Envolverte en punto de aceleración máxima. Composición por trenes. Caso ripado 30 cm exterior. Viaducto del Rodenillo . . . . .	36
3.21. Comparativa de envolverte de envolvertes entre caso sin ripado y ripado 30 cm interior. Viaducto del Rodenillo . . . . .	36
3.22. Envolverte vano 1. Viaducto del Rodenillo . . . . .	37
3.23. Envolverte vano 2. Viaducto del Rodenillo . . . . .	38
3.24. Envolverte vano 3. Viaducto del Rodenillo . . . . .	38
3.25. Envolverte vano 4. Viaducto del Rodenillo . . . . .	39
3.26. Envolverte vano 5. Viaducto del Rodenillo . . . . .	39
3.27. Envolverte en el punto 39. Tren A3. Viaducto del Rodenillo . . . . .	40
3.28. Envolverte en el punto 7. Tren 6. Viaducto del Rodenillo . . . . .	41
3.29. Envolverte en el punto 21. Tren 1. Viaducto del Rodenillo . . . . .	41
3.30. Sección longitudinal. Viaducto de Santa Ana . . . . .	43
3.31. Modelo 3D. Viaducto de Santa Ana . . . . .	43
3.32. Vista de partes del modelo. Viaducto de Santa Ana . . . . .	44
a. Detalle del tablero . . . . .	45
b. Vista inferior del tablero . . . . .	45
3.34. Tablero. Viaducto de Santa Ana . . . . .	45
3.35. Esquema de los modelos considerados. Viaducto de Santa Ana . . . . .	48
3.36. Puntos de postproceso de aceleraciones. Viaducto de Santa Ana . . . . .	49
3.37. Envolverte en punto de aceleración máxima. Composición por trenes. Caso sin ripado. Viaducto de Santa Ana . . . . .	50
3.38. Envolverte en punto de aceleración máxima. Composición por trenes. Caso ripado 30 cm. Viaducto de Santa Ana . . . . .	50
3.39. Comparativa de envolverte de envolvertes entre caso sin ripado y ripado 30 cm. Viaducto de Santa Ana . . . . .	51
3.40. Envolverte vano 1. Viaducto de Santa Ana . . . . .	52
3.41. Envolverte vano 2. Viaducto de Santa Ana . . . . .	52
3.42. Envolverte vano 3. Viaducto de Santa Ana . . . . .	53
3.43. Envolverte vano 4. Viaducto de Santa Ana . . . . .	53
3.44. Envolverte vano 5. Viaducto de Santa Ana . . . . .	54
3.45. Envolverte en el punto 20. Tren A4. Viaducto de Santa Ana . . . . .	55
3.46. Envolverte en el punto 12 Tren 4. Viaducto de Santa Ana . . . . .	56
3.47. Envolverte en el punto 23. Tren 4. Viaducto de Santa Ana . . . . .	56
3.48. Sección longitudinal. Viaducto de Riofrio . . . . .	58
3.49. Modelo 3D. Viaducto de Riofrio . . . . .	58
3.50. Corte transversal. Viaducto de Riofrio . . . . .	59
3.51. Mallado del tablero. Viaducto de Riofrío . . . . .	60
3.52. Detalle de riostras. Viaducto de Riofrío . . . . .	60

3.53. Distribución transversal de las acciones a través de traviesas y balasto, vía con peralte (Figura 6.8, extraída del Eurocódigo 1) . . . . .	63
3.54. Esquema de los modelos considerados. Viaducto de Riofrío . . . . .	64
3.55. Puntos de postproceso de aceleraciones. Viaducto de Riofrío . . . . .	65
3.56. Envolverte en punto de aceleración máxima. Composición por trenes. Caso sin ripado. Viaducto de Riofrío . . . . .	66
3.57. Envolverte en punto de aceleración máxima. Composición por trenes. Caso ripado 45 cm exterior. Viaducto de Riofrío . . . . .	66
3.58. Comparativa de envolverte de envolvertes entre caso sin ripado y ripado 30 cm exterior. Viaducto de Riofrío . . . . .	67
3.59. Envolverte vano 1. Viaducto de Riofrío . . . . .	68
3.60. Envolverte vano 2. Viaducto de Riofrío . . . . .	68
3.61. Envolverte vano 3. Viaducto de Riofrío . . . . .	69
3.62. Envolverte vano 4. Viaducto de Riofrío . . . . .	69
3.63. Envolverte vano 5. Viaducto de Riofrío . . . . .	70
3.64. Envolverte vano 6. Viaducto de Riofrío . . . . .	70
3.65. Envolverte vano 7. Viaducto de Riofrío . . . . .	71
3.66. Envolverte vano 8. Viaducto de Riofrío . . . . .	71
3.67. Envolverte vano 9. Viaducto de Riofrío . . . . .	72
3.68. Envolverte vano 10. Viaducto de Riofrío . . . . .	72
3.69. Envolverte en el punto 28. Tren A2. Viaducto de Riofrío . . . . .	73
3.70. Envolverte en el punto 49. Tren A10. Viaducto de Riofrío . . . . .	74
3.71. Envolverte en el punto 88. Tren A4. Viaducto de Riofrío . . . . .	74
3.72. Envolverte en punto de aceleración máxima. Composición por trenes. Caso sin ripado. Viaducto de Riofrío . . . . .	75
3.73. Envolverte en punto de aceleración máxima. Composición por trenes. Caso ripado 45 cm interior. Viaducto de Riofrío . . . . .	76
3.74. Comparativa de envolverte de envolvertes entre caso sin ripado y ripado 45 cm interior. Viaducto Riofrío . . . . .	76
3.75. Envolverte vano 1. Viaducto de Riofrío . . . . .	77
3.76. Envolverte vano 2. Viaducto de Riofrío . . . . .	78
3.77. Envolverte vano 3. Viaducto de Riofrío . . . . .	78
3.78. Envolverte vano 4. Viaducto de Riofrío . . . . .	79
3.79. Envolverte vano 5. Viaducto de Riofrío . . . . .	79
3.80. Envolverte vano 6. Viaducto de Riofrío . . . . .	80
3.81. Envolverte vano 7. Viaducto de Riofrío . . . . .	80
3.82. Envolverte vano 8. Viaducto de Riofrío . . . . .	81
3.83. Envolverte vano 9. Viaducto de Riofrío . . . . .	81
3.84. Envolverte vano 10. Viaducto de Riofrío . . . . .	82
3.85. Envolverte en el punto 7. Tren A6. Viaducto de Riofrío . . . . .	83

3.86. Envolvente en el punto 49. Tren A10. Viaducto de Riofrío . . . . .	84
3.87. Envolvente en el punto 89. Tren A4. Viaducto de Riofrío . . . . .	84

---

# CAPÍTULO 1

## Introducción, objetivos y metodología

---

### 1.1. Introducción

El diseño y comprobación de un puente para el paso de tráfico ferroviario implica el estudio de una serie de parámetros en Estado Límite Último y Estado Límite de Servicio. Dentro de las comprobaciones para ELS se encuentra la limitación de aceleración y desplazamiento vertical del tablero, para garantizar las condiciones de seguridad y confort del pasajero.

En este trabajo se pretende analizar la influencia de la posición transversal sobre el tablero de los puentes de la vía por la que circulan los trenes. En el proyecto de un puente de ferrocarril se define una línea de carga, en el punto medio de las vías sobre las que pasan los trenes. Sobre esta línea se efectúa el paso de cargas móviles mediante los métodos dinámicos, en su caso. La posición de esta línea de carga puede variar a lo largo del tiempo, o incluso durante la puesta en obra. Esto puede deberse a errores de topografía y replanteo en una fase inicial, aparición de irregularidades durante la fase explotación o necesidad de desplazar las vías para adaptar el trazado. Este desplazamiento transversal es lo que se conoce como ripado.

En la Instrucción de Acciones a considerar en Puentes de Ferrocarril (IAPF-07) [1] se indican las cargas a utilizar en las comprobaciones y la ubicación de estas. En cuanto a los trenes de cargas ferroviarios se indica la necesidad de ubicar transversalmente la carga en la posición más desfavorable. Además, es necesario considerar un posible desplazamiento transversal de 30 cm en vías sobre balasto, a cada lado de su eje teórico. Esto implica la necesidad de considerar un análisis con un nuevo reparto de las cargas.

### 1.2. Objetivos

Los objetivos de este proyecto se pueden resumir en:

1. Analizar los efectos del ripado en los puentes de ferrocarril.
2. Modelar el paso del tren de cargas teniendo en cuenta el ripado de vía y realizar los cálculos dinámicos necesarios para obtener desplazamientos y aceleraciones máximas.



3. Analizar la influencia del ripado de vía en el comportamiento de puentes de ferrocarril, valorando su importancia y la necesidad de considerar este efecto.

### **1.3. Metodología**

1. Desarrollo de modelos de viga en el *software* *SAP2000* con el objetivo de calibrar y demostrar las ventajas del método semianalítico frente a los métodos tradicionales.
2. Desarrollo de modelos de tres puentes reales para la realización de un cálculo dinámico completo para el caso original sin ripado y los casos considerando el ripado de vía.
3. Comparación de resultados y valoración de la influencia de este efecto.

---

## CAPÍTULO 2

### Solución Semianalítica para el paso de carga móvil sobre la estructura

---

#### 2.1. Introducción

El comportamiento dinámico de vigas al paso de cargas móviles es un problema de gran interés en la ingeniería de puentes de ferrocarril. Los primeros análisis fueron realizados en estructuras isostáticas simplemente apoyadas, obteniendo soluciones analíticas basadas en la superposición modal. Las primeras referencias en este campo corresponden a los trabajos de Kryloff [2] y Bleich [3]. Este tipo de solución se basa en el método de separación de variables, descomponiendo esta en la suma finita de productos de funciones espaciales y temporales. Representando la flecha en el punto  $x$  y en el tiempo  $t$  como  $w(x, t)$ , la solución se obtiene como:

$$w(x, t) = \sum_{n=1}^{N_{max}} \phi_n(x) y_n(t)$$

donde  $\phi_n(x)$  corresponde a la forma modal analítica (espacial) e  $y_n(t)$  al desplazamiento modal (tiempo).

Respecto al análisis de estructuras continuas, las publicaciones son bastante menores que en el caso de estructuras isostáticas. Destaca el trabajo de Hayashikawa y Watanabe [4] en el que los autores proponen una solución analítica para la parte espacial, solo aplicable a vigas de canto constante usando el conocido como *método de la rigidez dinámica*. La solución temporal se obtiene a partir de la integral de Duhamel. Otros trabajos a reseñar son el de Chen y Li [5] que utiliza el método de la rigidez dinámica en vigas de Timoschenko bajo cargas exponenciales, asumiendo vigas de canto constante en tramos. Las soluciones comentadas anteriormente resultan inaplicables en estructuras reales, en los que los modelos son mucho más complejos.

El método semianalítico, desarrollado por A. Martínez-Castro, P. Museros y A. Castillo Linares, (Universidad de Granada) y publicado en 2006 en la primera revista de dinámica estructural a nivel mundial *Journal of Sound and Vibration* [6] viene a dar solución a este problema para todos los casos. Este método se basa en el modelo de viga de Bernoulli-Euler para dar solución al problema de paso de cargas móviles sobre vigas [7] mediante el uso de superposición modal con discretización de la parte espacial mediante elementos finitos y con soluciones analíticas exactas en la parte temporal. Este

método aún contando con una aproximación numérica procedente de la discretización espacial mediante elementos finitos, disminuye de manera cuantiosa los errores ligados al paso de tiempo usado en los métodos de integración *paso a paso*, como el de Newmark. Los autores presentaron también en congreso la extensión del método a placas de Kirchhoff [8].

En lo que sigue, se mostrará el desarrollo de la formulación del método y la aplicación de este en casos prácticos, junto con los métodos de aproximación paso a paso, para comparar ambos y obtener conclusiones. Como se verá más adelante el método semianalítico demuestra importantes ventajas frente a los tradicionales métodos paso a paso.

## 2.2. Formulación

### 2.2.1. Ecuación de Gobierno para una viga

Se considera una viga de sección variable, sometida a una carga  $p_0$ , que se desplaza por el eje longitudinal de la viga,  $x$ , a velocidad constante  $v$ :

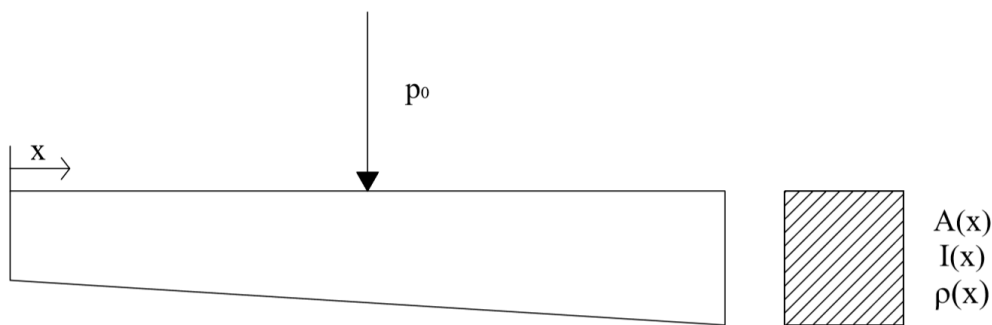


Figura 2.1: Esquema de carga móvil sobre viga de sección variable

Planteando el equilibrio en la rebanada mediante el principio de D'Alembert, despreciando, en principio, la contribución del amortiguamiento:

- Equilibrio de fuerzas:

$$-\frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} - p_0 \cdot \delta(x-vt) = \rho(x) \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.1)$$

Siendo  $\delta$  la función Delta de Dirac, para imponer la distribución puntual de la carga aplicada con velocidad  $v$ ,  $x$  la coordenada curvilínea de la línea de carga ( $x \in [0,L]$ ) y  $\rho(x)$  la densidad lineal [ $\frac{M}{L}$ ].

- Equilibrio de momentos:

$$\partial M(x,t) = Q(x,t) \partial x \Rightarrow \frac{\partial M(x,t)}{\partial x} = Q(x,t) \quad (2.2)$$

Si se sustituye 2.2 en 2.1:

$$-\frac{\partial(\frac{\partial M(x,t)}{\partial x})}{\partial x} - p_o \cdot \delta(x - vt) = \rho(x) \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial^2 M(x,t)}{\partial x^2} - p_o \cdot \delta(x - vt) = \rho(x) \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.4)$$

Como ecuación constitutiva, se adopta la relación lineal momento-curvatura de la ecuación de la viga de Bernoulli-Euler:

$$\frac{\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}}{1 + (\frac{\partial u}{\partial x})^2} \approx \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = \frac{M(x,t)}{EI(x)} \quad (2.5)$$

$$M(x,t) = EI(x) \cdot \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \quad (2.6)$$

Ecuación que una vez sustituida en 2.4, proporciona la ecuación de gobierno del problema:

$$\frac{\partial^2 EI(x) \cdot \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}}{\partial x^2} - p_o \cdot \delta(x - vt) = \rho(x) \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.7)$$

$$\rho(x) \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} [EI(x) \cdot \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}] + p_o \cdot \delta(x - vt) = 0 \quad (2.8)$$

Ecuación diferencial que se resuelve teniendo en cuenta las condiciones iniciales de reposo:

$$u(s, 0) = 0, \forall x \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0, \forall x \quad (2.10)$$

### 2.3. Discretización espacial

Dado un elemento de la línea de carga de longitud L, representado en la figura 2.2:

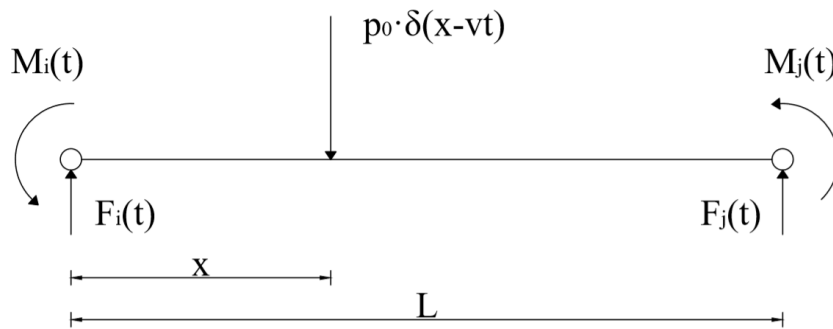


Figura 2.2: Discretización para un elemento tipo barra

- Fuerzas externas:

1. Fuerzas y momentos nodales:

Teniendo en cuenta el criterio de signos de la figura:

$$F_i^b = Q(0, t) \quad (2.11)$$

$$F_j^b = -Q(L, t) \quad (2.12)$$

$$M_i^b = -M(0, t) \quad (2.13)$$

$$M_j^b = M(L, t) \quad (2.14)$$

2. Fuerza puntual:

$$p_0 \cdot \delta(x - vt) \quad (2.15)$$

3. Fuerza de inercia:

$$\rho(x) \cdot \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} \quad (2.16)$$

- Esfuerzos:

1. Cortantes:

$$\frac{\partial Q(x, t)}{\partial x} = -p_0 \cdot \delta(x - vt) - \rho(x) \cdot \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} \quad (2.17)$$

Que integrándola entre 0 y  $x \in [0, L]$ :

$$Q(x, t) = Q(0, t) - \int_0^x p_0 \cdot \delta(\xi - vt) d\xi - \int_0^x \rho(\xi) \cdot \frac{\partial^2 u(\xi, t)}{\partial t^2} d\xi \quad (2.18)$$

2. Flectores:

$$\frac{\partial M(x, t)}{\partial x} = Q(x, t) \cdot dx \quad (2.19)$$

$$M(x, t) = M(0, t) + \int_0^x Q(\xi, t) d\xi \quad (2.20)$$

Seguidamente se pasa a la formulación débil de la ecuación de Bernoulli-Euler de la viga multiplicando la ecuación de gobierno por una función de ponderación espacial,  $u^*(x)$ , y aplicando integración por partes. Por simplicidad, las derivadas se notarán en lo que sigue de la forma:

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = u'(x, t) \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = \dot{u}(x, t) \quad (2.22)$$

Multiplicando ahora 2.8 por  $u^*(x)$ , se tiene:

$$\rho(x) \cdot \ddot{u}(x, t) + (u''(x, t) \cdot EI(x))'' = -p_0 \cdot \delta(x - vt) \quad (2.23)$$

$$\rho(x) \cdot \ddot{u}(x, t) \cdot u^*(x) + (u''(x, t) \cdot EI(x))'' \cdot u^*(x) = -p_0 \cdot \delta(x - vt) \cdot u^*(x) \quad (2.24)$$

Integrando en el dominio:

$$\begin{aligned} & \int_0^L \rho(x) \cdot \ddot{u}(x, t) \cdot u^*(x) dx + \int_0^L (u''(x, t) \cdot EI(x))'' \cdot u^*(x) ds = \\ & = - \int_0^L p_0 \cdot \delta(x - vt) \cdot u^*(x) dx \end{aligned} \quad (2.25)$$

Se aplica doble integración por partes en el segundo sumando del primer término:

$$\begin{aligned} & \int_0^L (u''(x, t) \cdot EI(x))'' \cdot u^*(x) dx = \\ & = u^*(x) \cdot (u''(x, t) \cdot EI(x))'|_0^L - \int_0^L (u''(x, t) \cdot EI(x))' \cdot \frac{\partial u^*(x)}{\partial x} ds = \\ & = u^*(x) \cdot (u''(x, t) \cdot EI(x))'|_0^L - (u''(x, t) \cdot EI(x)) \cdot \frac{\partial u^*(x)}{\partial x} \Big|_0^L + \\ & + \int_0^L u''(x, t) \cdot EI(x) \cdot \frac{\partial^2 u^*(x)}{\partial x^2} dx \end{aligned} \quad (2.26)$$

Observando la expresión anterior se pueden identificar las expresiones de esfuerzos cortantes y flectores, por la relación Momento-Curvatura de Euler-Bernoulli en algunos de los sumandos:

$$Q(x, t) = (u'' \cdot EI(x))' \quad (2.27)$$

$$M(x, t) = u'' \cdot EI(x) \quad (2.28)$$

Teniendo en cuenta las relaciones anteriores, 2.27 y 2.28:

$$\begin{aligned} & (u'' \cdot EI(x))' \cdot u^*(x) \Big|_0^L = Q(L, t) \cdot u^*(x) \Big|_0^L = \\ & = Q(L, t) \cdot u^*(L) - Q(0, t) \cdot u^*(0) = -F_j^b \cdot u^*(L) - F_i^b \cdot u^*(0) \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned}
& u'' \cdot EI(s) \cdot \frac{\partial \cdot u^*(s)}{\partial s} \Big|_0^L = M(s) \cdot \frac{\partial u^*}{\partial s} \Big|_0^L = \\
& = -M_j^b \cdot \frac{\partial u^*}{\partial s} \Big|_L - M_i^b \cdot \frac{\partial u^*}{\partial s} \Big|_0
\end{aligned} \tag{2.30}$$

Con lo que la ecuación 2.26 resultaría:

$$\begin{aligned}
& \int_0^L (u''(s,t) \cdot EI(s))'' \cdot u^*(s) dx = \\
& \int_0^L u''(s,t) \cdot EI(s) \cdot \frac{\partial^2 u^*(s)}{\partial s^2} - F_j^b \cdot u^*(L) - F_i^b \cdot u^*(0) - M_j^b \cdot \frac{\partial u^*}{\partial s} \Big|_L + \\
& + M_i^b \cdot \frac{\partial u^*}{\partial s} \Big|_0
\end{aligned} \tag{2.31}$$

En cuanto al segundo miembro de la ecuación 2.25, teniendo en cuenta las propiedades de la función Delta de Dirac:

$$\int_0^L p_0 \cdot \delta(x - vt) \cdot u^*(x) \cdot dx = p_0 \cdot u^*(vt) \tag{2.32}$$

Por lo tanto, sustituyendo las ecuaciones 2.31 y 2.32 en la ecuación 2.25 se obtiene:

$$\begin{aligned}
& \int_0^L \rho(x) \cdot \ddot{u}(x,t) \cdot u^*(x) dx + \int_0^L (u''(x,t) \cdot EI(x))'' \cdot u^*(s) dx = \\
& = +F_j^b \cdot u^*(L) + F_i^b \cdot u^*(0) + M_j^b \cdot \frac{\partial u^*}{\partial x} \Big|_L + M_i^b \cdot \frac{\partial u^*}{\partial x} \Big|_0 - p_0 \cdot u^*(vt)
\end{aligned} \tag{2.33}$$

Expresión en la que no se ha impuesto condición alguna sobre  $u^*(x)$  más que continuidad y derivabilidad. Siguiendo los conceptos básicos de elementos finitos, consideraremos una base de los polinomios de grado menor o igual a 3 de Hermite, pues se discretizan los elementos barra por dos nodos extremos con 4 grados de libertad, dos de desplazamientos y otros dos de giro. Se supondrá que  $u(x,t)$ , del elemento, puede representarse de forma exacta como una combinación lineal de la base de los polinomios anteriormente indicada:

$$u(x,t) = \sum_{n=1}^4 y_n(t) \cdot h_n(x) \tag{2.34}$$

Siendo las expresiones de los polinomios de Hermite:

$$[U_i] \rightarrow h_1(x) = 1 - 3 \cdot \left(\frac{x}{L}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{x}{L}\right)^3 \tag{2.35}$$

$$[\theta_i] \rightarrow h_2(x) = L \cdot \left[ \frac{x}{L} - 2 \cdot \left( \frac{x}{L} \right)^2 + \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right] \quad (2.36)$$

$$[U_j] \rightarrow h_3(x) = 3 \cdot \left( \frac{x}{L} \right)^2 - 2 \cdot \left( \frac{x}{L} \right)^3 \quad (2.37)$$

$$[\theta_j] \rightarrow h_4(x) = L \cdot \left[ -\left( \frac{x}{L} \right)^2 + \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right] \quad (2.38)$$

Utilizando las relaciones anteriores y desarrollando la ecuación 2.34:

$$u(x, t) = y_i \cdot h_1(x) + \theta_i \cdot h_2(x) + y_j \cdot h_3(x) + \theta_j \cdot h_4(x) \quad (2.39)$$

Derivando esta expresión se obtienen la velocidad y la aceleración:

$$u(\dot{x}, t) = \dot{y}_i \cdot h_1(x) + \dot{\theta}_i \cdot h_2(x) + \dot{y}_j \cdot h_3(x) + \dot{\theta}_j \cdot h_4(x) \quad (2.40)$$

$$u(\dot{x}, t) = \sum_{n=1}^4 y_n(\dot{t}) \cdot h_n(x) \quad (2.41)$$

$$u(\ddot{x}, t) = \ddot{y}_i \cdot h_1(x) + \ddot{\theta}_i \cdot h_2(x) + \ddot{y}_j \cdot h_3(x) + \ddot{\theta}_j \cdot h_4(x) \quad (2.42)$$

$$u(\ddot{x}, t) = \sum_{n=1}^4 y_n(\ddot{t}) \cdot h_n(x) \quad (2.43)$$

Además, tomando como funciones de ponderación  $u^*(x)$  las propias funciones de Hermite:

$$\begin{aligned} & \int_0^L \rho(x) \cdot \sum_{n=1}^4 [y_n(\ddot{t}) \cdot h_n(x)] \cdot h_m(x) dx + \int_0^L \sum_{n=1}^4 [y_n(t) \cdot \frac{\partial^2 h_n(x)}{\partial x^2}] \cdot EI(x) h_m(x) \partial x^2 = \\ & = +F_j^b \cdot h_m(L) + F_i^b \cdot h_m(0) + M_j^b \cdot \frac{\partial h_m(x)}{\partial x} \Big|_L + M_i^b \cdot \frac{\partial h_m(x)}{\partial x} \Big|_0 - p_o \cdot h_m(vt) \end{aligned} \quad (2.44)$$

Ahora, podemos escribir matricialmente:

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_i(vt) \\ \ddot{\theta}_i(vt) \\ \ddot{y}_j(vt) \\ \ddot{\theta}_j(vt) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_i(vt) \\ \theta_i(vt) \\ y_j(vt) \\ \theta_j(vt) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_i^b(vt) \\ M_i^b(vt) \\ F_j^b(vt) \\ M_j^b(vt) \end{bmatrix} - p_o \begin{bmatrix} h_1(vt) \\ h_2(vt) \\ h_3(vt) \\ h_4(vt) \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Siendo:

$$M_{ij} = \int_0^L \rho(x) \cdot h_i(x) \cdot h_j(x) dx \quad (2.46)$$



$$K_{ij} = \int_0^L h_i''(x) \cdot EI(x) \cdot h_j''(x) dx \quad (2.47)$$

Observando los subíndices se comprueba que se trata de matrices simétricas. Si se acoplan estas matrices elementales es posible obtener una formulación global, para la estructura completa:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{K}\mathbf{y} = -p_0\mathbf{h}(vt) \quad (2.48)$$

## 2.4. Resolución

Al tratarse de matrices simétricas la forma más sencilla de resolución es intentar desacoplar el sistema. Para ello, se realiza un cambio de base, mediante la matriz  $C$ , matriz de cambio de base (obtenida del problema de autovalores), del sistema B (que coincidirá con la base de vectores propios) a la base canónica E:

$$(-w^2\mathbf{M} + \mathbf{K})\mathbf{y}(t) = 0 \Rightarrow |\mathbf{K} - w^2\mathbf{M}| = 0 \quad (2.49)$$

Problema de autovalores que proporcionará los vectores propios, o modos de vibración, en las columnas de la matriz  $C$ . De este modo, a través de dicha matriz  $C$ , se relacionan las nuevas coordenadas del vector  $y$  de la forma:

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{q} \quad (2.50)$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{C}^{-1}\mathbf{y} \quad (2.51)$$

Realizando dicho cambio de base y premultiplicando por la transpuesta de  $C$ , se obtienen las matrices diagonales para  $M$  y  $K$ , desacoplando el sistema:

$$\mathbf{C}^T\mathbf{M}\mathbf{C}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}^T\mathbf{K}\mathbf{C}\mathbf{q} = -p_0\mathbf{C}^T\mathbf{h}(vt) \quad (2.52)$$

De modo que las matrices de masa y rigidez resultan diagonales:

$$\mathbf{M}_D = \mathbf{C}^T\mathbf{M}\mathbf{C} \quad (2.53)$$

$$\mathbf{K}_D = \mathbf{C}^T\mathbf{K}\mathbf{C} \quad (2.54)$$

Premultiplicando por  $\mathbf{M}_D^{-1}$  se puede escribir:

$$\mathbf{M}_D^{-1} \cdot \mathbf{M}_D \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{M}_D^{-1} \cdot \mathbf{K}_D \cdot \mathbf{q} = -p_0 \cdot \mathbf{M}_D^{-1} \cdot \mathbf{C}^T \mathbf{h}(vt) \quad (2.55)$$

$$\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D} \cdot \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{h}(vt) \quad (2.56)$$

Siendo  $\mathbf{D}$  una matriz diagonal tal que  $D_{ii} = w_i^2$ , y la matriz  $\mathbf{G}$ :

$$\mathbf{G} = -p_0 \cdot \mathbf{M}_D^{-1} \cdot \mathbf{C}^T \quad (2.57)$$

De este modo se ha conseguido desacoplar el sistema, siendo resoluble para cada función  $q_i(t)$  de manera independiente. Se puede expresar, por tanto:

$$\ddot{q}_n(t) + w_n^2 \cdot q_n(t) = \sum_{m=1}^4 G_{nm} h_m(vt) \quad (2.58)$$

En este punto se puede incluir los efectos del amortiguamiento:

$$\ddot{q}_n(t) + 2\zeta w_n \dot{q}_n(t) + w_n^2 \cdot q_n(t) = \sum_{m=1}^4 G_{nm} h_m(vt) \quad (2.59)$$

En la que  $\zeta$  representa el factor de amortiguamiento, en el que podremos introducir un valor distinto para cada modo (más ajustado a la realidad pues es obvio pensar que se amortiguarán mejor los modos altos a los bajos), aunque en la práctica se suele optar por aplicar un amortiguamiento constante para cada modo por lo que en este documento se procederá de igual manera.

Por consiguiente, el problema a resolver viene dado por:

$$\ddot{q}_n(t) + 2\zeta w_n \dot{q}_n(t) + w_n^2 \cdot q_n(t) = \sum_{m=1}^4 G_{nm} h_m(vt) \quad (2.60)$$

$$q_i(t)|_{t=0} = q_i(0) \quad (2.61)$$

$$\dot{q}_i(t)|_{t=0} = \dot{q}_i(0) \quad (2.62)$$

Se considera una escala de referencia local para cada elemento, en el que el instante  $t=0$  coincida con el instante en que la carga entra en el elemento, coincidente con el punto de abscisa 0. De este modo se evitan exponenciales con términos fuera de rango.

Si se observa la ecuación 2.60, se puede apreciar que se trata de una ecuación diferencial lineal no homogénea por lo que descompondremos la solución en la suma de una solución particular más la solución homogénea:

$$q(t) = q_H(t) + q_P(t) \quad (2.63)$$

- Solución homogénea:

$$q_H(t) = e^{-\zeta w_i t} (C_1 \cos(w_{iD} t) + C_2 \sin(w_{iD} t)) \quad (2.64)$$

$$w_{iD} = w_i \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (2.65)$$

- Solución particular:

Descomponiendo el término no homogéneo:

$$p_0(G_1 h_1(vt) + G_2 h_2(vt) + G_3 h_3(vt) + G_4 h_4(vt)) \quad (2.66)$$

Se trata un polinomio de tercer grado por lo que la ecuación particular será de la forma:

$$q_P(t) = \alpha_0 + \alpha_1 vt + \alpha_2 (vt)^2 + \alpha_3 (vt)^3 \quad (2.67)$$

Los coeficientes se obtienen sustituyendo en la ecuación 2.60 y resolviendo el sistema:

$$\alpha_0 = v^3 \alpha_{01} + v^2 \alpha_{02} + v \alpha_{03} + \alpha_{04} \quad (2.68)$$

$$\alpha_1 = v^2 \alpha_{11} + v \alpha_{12} + \alpha_{13} \quad (2.69)$$

$$\alpha_2 = v \alpha_{21} + \alpha_{22} \quad (2.70)$$

$$\alpha_3 = \alpha_{31} \quad (2.71)$$

Donde:

$$[1] \mapsto \alpha_{01} = -\frac{24\zeta(2\zeta^2 - 1)(2G_1 - 2G_3 + (G_2 + G_4)L)}{L^3 w_i^5} \quad (2.72)$$

$$[2] \mapsto \alpha_{02} = -\frac{2(4\zeta^2 - 1)(3G_1 - 3G_3 + (2G_2 + G_4)L)}{L^2 w_i^4} \quad (2.73)$$

$$[3] \mapsto \alpha_{03} = -\frac{2G_2 \zeta}{w_i^3} \quad (2.74)$$

$$[4] \mapsto \alpha_{04} = \frac{G_1}{w_i^2} \quad (2.75)$$

$$[5] \mapsto \alpha_{11} = \frac{6(4\zeta^2 - 1)(2G_1 - 2G_3 + (G_2 + G_4)L)}{L^3 w_i^4} \quad (2.76)$$

$$[6] \mapsto \alpha_{12} = \frac{4\zeta(3G_1 - 3G_3 + (2G_2 + G_4)L)}{L^2 w_i^3} \quad (2.77)$$

$$[7] \mapsto \alpha_{13} = \frac{G_2}{w_i^2} \quad (2.78)$$

$$[8] \mapsto \alpha_{21} = -\frac{6\zeta(2G_1 - 2G_3 + (G_2 + G_4)L)}{L^3 w_i^3} \quad (2.79)$$

$$[9] \mapsto \alpha_{22} = -\frac{4\zeta(3G_1 - 3G_3 + (2G_2 + G_4)L}{L^2 w_i^2} \quad (2.80)$$

$$[10] \mapsto \alpha_{31} = \frac{2G_1 - 2G_3 + (G_2 + G_4)L}{L^3 w_i^2} \quad (2.81)$$

Estos diez elementos dependen del amortiguamiento, la longitud del elemento, las frecuencias naturales y los coeficientes  $G_i$ , que a su vez dependen de los modos de vibración y son independientes de la velocidad de paso de la carga por lo que estos diez parámetros se podrían determinar para la malla completa en un principio.

Por último lugar resta determinar los parámetros  $C_1$  y  $C_2$  de la solución homogénea a partir de la imposición de las condiciones iniciales:

$$q(0) = \alpha_0 + C_1 \quad (2.82)$$

$$C_1 = q(0) - \alpha_0 \quad (2.83)$$

$$\dot{q}(0) = -\zeta w_i C_1 + w_{iD} C_2 + \alpha_1 v \quad (2.84)$$

$$C_2 = \frac{\dot{q}(0) + \zeta w_i C_1 - \alpha_1 v}{w_{iD}} \quad (2.85)$$

## 2.5. Generalización del método

Como se observa en las ecuaciones 2.67 y 2.64, todos los parámetros de los que depende,  $C_i, w_i, G_i$ , se pueden obtener del análisis modal, estando la parte temporal del problema definida analíticamente.

Es posible interpretar la ecuación matricial 2.45, mediante un operador diferencial L:

$$\mathcal{L}\{u(\bar{x}, t), v(\bar{x}, t), w(\bar{x}, t)\} = -p_0 \cdot \delta(s - vt) \quad (2.86)$$

Con  $s$  la coordenada curvilínea de una línea de carga  $C^1$ , se resuelve mediante separación de variables, espacial y temporal, a través del análisis modal que, gracias a la diganalización de las matrices de rigidez y masa, desacopla todo el sistema.

$$\mathbf{C}^T \mathbf{M} \mathbf{C} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}^T \mathbf{K} \mathbf{C} \mathbf{q} = -p_0 \cdot \mathbf{C}^T \cdot h(vt) \quad (2.87)$$

Por lo tanto, el método semianalítico se encarga de realizar la integración temporal de la información modal, información que obtiene a partir del uso de *software* de análisis modal, como puede ser *SAP2000*, utilizado en el presente documento.

La única condición impuesta es la derivabilidad,  $C^1$ , de la línea de carga, de tal manera que la discretización espacial mediante los polinomios de Hermite permita una transición suave en su definición evitando discontinuidades que puedan introducir picos de aceleración no reales. Por ello, parece razonable que el método pueda extenderse a líneas de cargas genéricas.

El proceso de cálculo del método se resume en:

1. Determinación de los diez parámetros  $\alpha_n$  y las matrices  $C$  Y  $G$  mediante el uso del *software* de elementos finitos y análisis modal (dominio espacial).
2. El algoritmo del método semianalítico recibe dichos parámetros para realizar la integración temporal de la solución, obtenida de manera analítica para los puntos de postproceso (puntos en los que se estudian las aceleraciones y desplazamientos, figura 2.3) (dominio temporal).

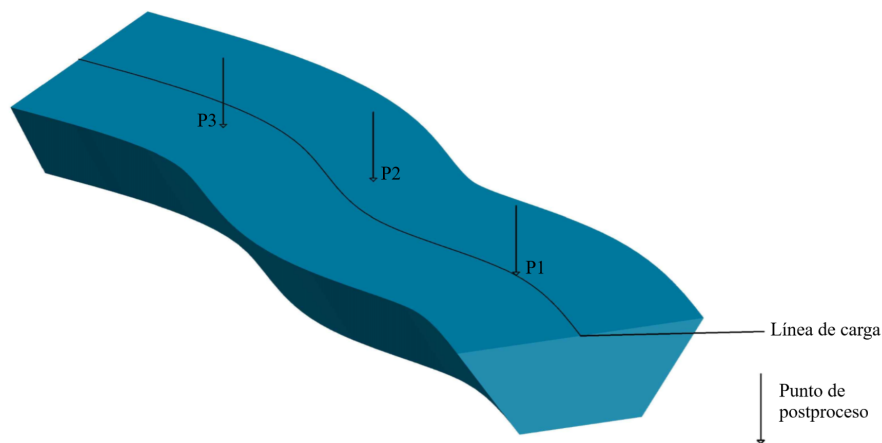


Figura 2.3: Esquema de línea de carga y puntos de postproceso en estructura

## 2.6. Test de validación

### 2.6.1. *Plantamiento*

En este apartado se pretende contrastar numéricamente los resultados obtenidos por el método semianalítico frente a los métodos de integración paso a paso, concretamente el método de Newmark-Beta. Para ello, se ha realizado un test de validación en un modelo de elementos tipo viga.

### 2.6.2. *Test de validación. Viga de tres vanos*

En este test se llevará a cabo el estudio de una viga de tres vanos isostáticos. La geometría es la mostrada en la siguiente figura:

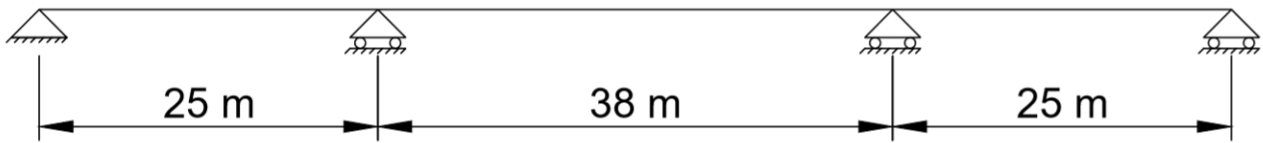


Figura 2.4: Geometría de la viga estudiada. Test 1

Para la modelización se discretiza cada barra en 8 elementos, dando lugar a un total de 25 nodos. Estos nodos serán los utilizados por el *software* SAP2000 para la definición del modelo de masas concentradas en base al cual establece los cálculos.

Las propiedades mecánicas de las barras son las descritas a continuación:

- $\rho \cdot A = 14435,25 \text{ kg/m}$
- $E.I = 110649,6 \text{ MN} \cdot \text{m}^2$
- $\epsilon = 2\%$  (amortiguamiento modal)

La carga móvil considerada es el conjunto de cargas que definen el Tren Dinámico Universal-A1, definido en el Apéndice A. La velocidad de paso es de 90 km/h.

Se desprecia el área a cortante para considerar un modelo de viga de Bernoulli-Euler.

### Cálculo modal

En primer lugar, será necesario conocer los modos de vibración. En este caso el cálculo se realizará mediante el *software* SAP2000. Se consideran dos grados de libertad por nodo (desplazamiento y un giro) y se considerarán los modos hasta 30 Hz.



Figura 2.5: Modo 5 de vibración. Test 1

Modo	Frecuencia (Hz)
1	4,2817
2	8,1989
3	9,596
4	15,81
5	27,482

Cuadro 2.1: Frecuencias de modos de vibración. Test 1

### Cálculo mediante el Método de Newmark

Con la geometría del modelo definida se procede a la realización del cálculo de la respuesta dinámica de la estructura, principalmente en términos de aceleraciones, mediante el método de integración paso a paso de Newmark. Para ello, se utilizará de nuevo el *software* SAP2000, que implementa el método de Newmark de variación lineal tras un desacople del problema dinámico (Metodología testada en la referencia [9]). Este tipo de método incremental en el tiempo requiere la definición de dos parámetros básicos para el cálculo:

1. Tiempo de discretización de la carga.
2. Tiempo de discretización del paso o "step", que se hace coincidir con el anterior.

En este caso se considera un tiempo de paso correspondiente a  $T_{min}/25 \cong 1E - 3s$ .

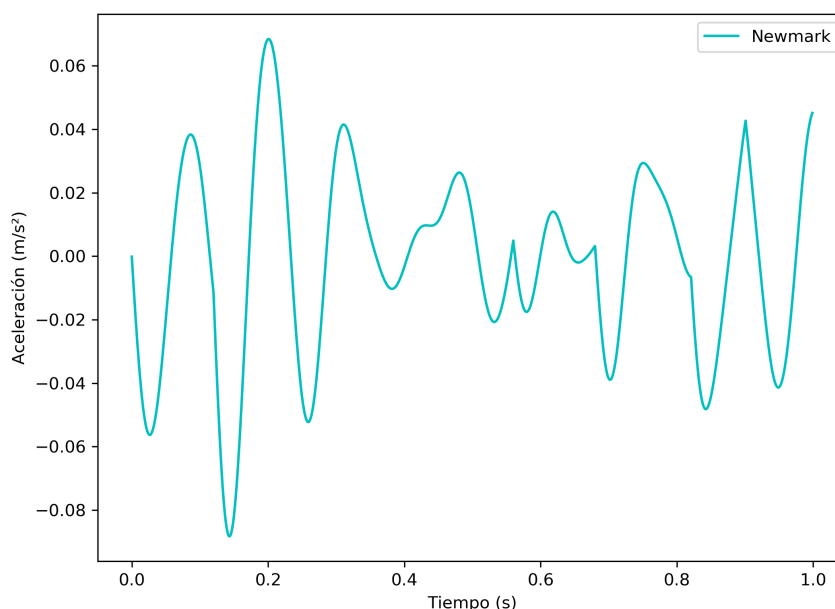


Figura 2.6: Serie temporal de aceleraciones en centro de vano 1. Método de Newmark. Test 1

### Cálculo mediante el Método Semianalítico

Se realiza ahora el cálculo de la respuesta dinámica mediante el Método Semianalítico. Con este método es posible seleccionar los puntos de postproceso en los que obtener los resultados, mientras que con el método anterior el cálculo se realiza en todos los nodos de la estructura (un total de 25). Esto puede significar una reducción importante en los tiempos de cálculo. Los puntos de postproceso para esta estructura serán 3 por cada vano, a  $L/2$  y  $L/4$ , haciendo un total de 9.

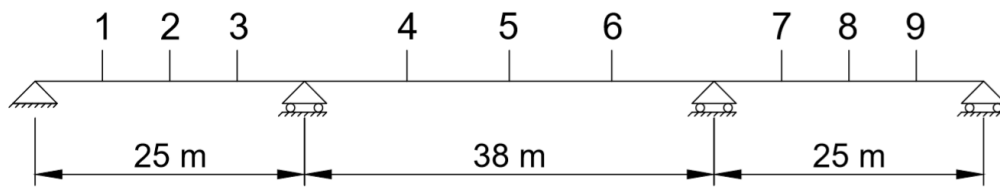


Figura 2.7: Puntos de postproceso para el Método Semianalítico. Test 1

Se establece también un paso de tiempo  $T_{min}/25 \cong 1E - 3s$ .

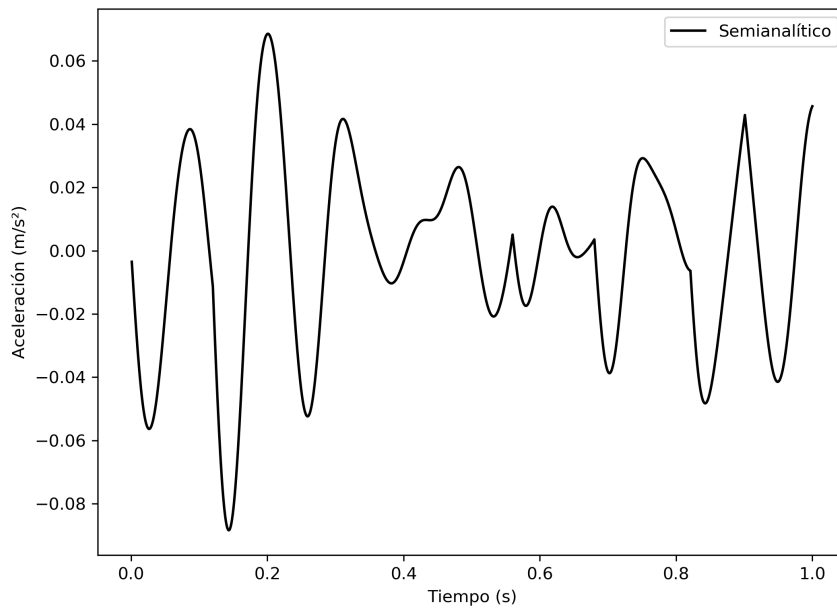


Figura 2.8: Serie temporal de aceleraciones en centro de vano 1. Método Semianalítico. Test 1

### Comparativa

Se realiza una comparativa de las series temporales obtenidas en los apartados anteriores. Cabe mencionar que el cálculo de la serie temporal por el método Newmark en el *software* SAP2000 presenta un desfase de un paso de tiempo, debiendo corregirse este para su correcta representación.

Las series temporales comparadas son:

- Método Newmark
- Método Semianalítico

A continuación, se muestra el gráfico comparativo:



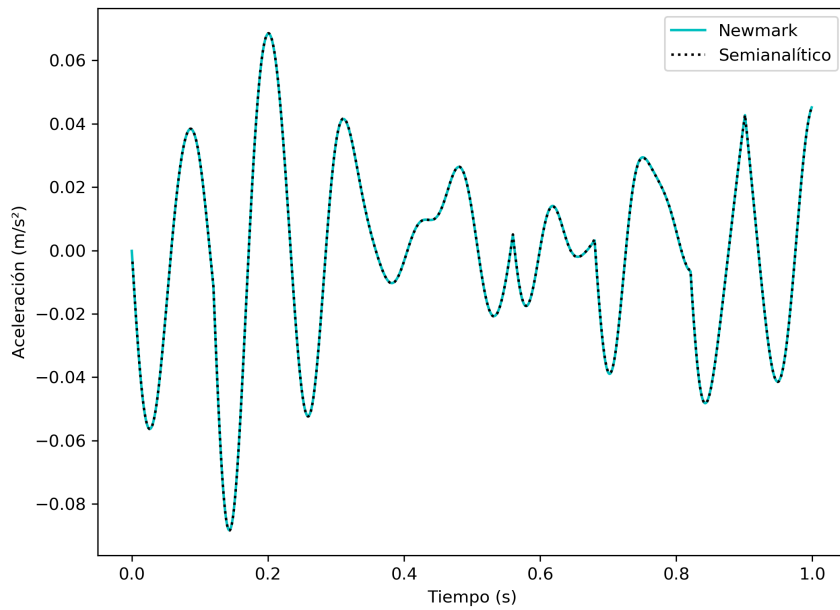


Figura 2.9: Comparación entre métodos. Test 1

Como se puede observar, los valores obtenidos por el Método Semianalítico son lo suficientemente aproximados a los de los métodos paso a paso en las fases iniciales de la serie, durante los primeros 0,1s.

En la referencia [6], se puede consultar la Figura 5, en la que se analiza la respuesta dinámica para un modelo de tres vanos en fases posteriores, concretamente entre 3,05 y 3,15s. Se observa que el Método de Newmark necesita un paso de tiempo más refinado para obtener resultados similares al Método Semianalítico. Esto es debido a la acumulación errores de integración en el cálculo, al tratarse de una metodología de tipo incremental.

## 2.7. Conclusiones

Como se ha comprobado los resultados obtenidos mediante el Método Semianalítico son suficientemente precisos para el cálculo dinámico de una estructura. Además, este método supone un importante ahorro en el tiempo de cálculo invertido. Por ello, para este proyecto se utilizará el Método Semianalítico en los cálculos a llevar a cabo.

---

## CAPÍTULO 3

### Análisis dinámico

---

#### 3.1. Análisis del ripado de vía

El ripado de vía es un efecto que no se analiza en profundidad en las Normas y Códigos. En la Instrucción sobre las Acciones a considerar en el proyecto de Puentes de Ferrocarril (IAPF-07) [1], según el apartado 2.3.1.4.3 *Ubicación transversal de las cargas*, las cargas se aplicarán transversalmente en la posición más desfavorable dentro de la plataforma de vías. Asimismo, se indica que en vías sobre balasto, u otras susceptibles de ripado, la anchura de la plataforma de vías deberá permitir un eventual desplazamiento transversal de las vías de 0,30 m a ambos lados de su eje teórico.

Se encuentran algunos artículos que tratan sobre el comportamiento lateral de puentes para trenes de alta velocidad. Uno de ellos es el publicado por R. Dias, J.M. Goicolea, F. Gabaldón, M. Cuadrado, J. Nasarre y P. González [10], en el que se estudian el efecto sobre la estructura y los vehículos de los desplazamientos laterales debido a la deformación del tablero por la actuación de cargas excéntricas, la irregularidad de las vías y el efecto de lazo, mediante la aplicación en un puente real.

A continuación, se relacionan las principales causas por las que se puede producir un ripado respecto a la posición original de las vías en puentes para trenes de alta velocidad:

- Errores de topografía y replanteo en fase de construcción.
- Cambios de trazado tras la ejecución de las vías.
- Aparición de irregularidades en la vía en fase de explotación.
- Excentricidad de la carga debido a la actuación de fuerzas laterales:
  - Fuerza centrífuga en puentes curvos.
  - Fuerza del viento.
  - Fuerza de lazo.

La acción de las fuerzas laterales además puede conllevar el desplazamiento de la vía si la resistencia de esta, que depende de la resistencia entre las traviesas y el balasto sobre el que se apoyan, no es suficiente. En las referencias

Partiendo de esto, se hace necesario conocer la influencia que este ripado tiene sobre el comportamiento de los puentes de ferrocarril.

### 3.2. Casos y modelos a analizar

Con el objetivo de analizar y comprobar los efectos del ripado de vía se eligen tres puentes reales para su cálculo:

- Viaducto del Rodenillo
- Viaducto de Santa Ana
- Viaducto de Riofrío

Los modelos se realizarán mediante el método de los Elementos Finitos, haciendo uso del *software* SAP2000, en el que además se realizará el cálculo modal necesario para obtener los datos de entrada para el Método Semianalítico, como se ha comentado anteriormente.

### 3.3. Acciones a considerar

El cálculo dinámico se realizará según los criterios indicados en el Apéndice B de la IAPF-07, considerándose los diez trenes definidos en el Apéndice C de la Instrucción, bajo la denominación de *Tren Dinámico Universal-A*. Estos trenes se recogen en el Apéndice A del presente documento.

Se consideran velocidades de paso de los trenes desde 20 km/h hasta 1,2 x velocidad de proyecto. El incremento de velocidades se tomará igual a 1 km/h, consiguiendo un muestreo preciso de los posibles picos por resonancia.

El cálculo por superposición modal se realiza haciendo pasar las cargas a lo largo de una única línea de puntos coincidente con el eje de la vía en cada caso.

### 3.4. Resultados y comprobaciones. Puntos de postproceso

Los resultados a obtener en cada caso serán aceleraciones y desplazamientos, con el fin de compararlos entre sí y analizar las diferencias. Además, de comprobar si los valores se encuentran dentro de los límites establecidos en la IAPF-07.

Las aceleraciones verticales se calculan en las secciones de centro y cuartos de vano, y en cada sección en tres puntos: eje longitudinal del tablero y bordes de la banqueta de balasto (muretes).

Los desplazamientos verticales se calculan en la línea de carga, en cuartos de vano y centro.

### 3.5. Caso 1. Viaducto del Rodenillo

#### 3.5.1. Descripción de la estructura

El Viaducto del Rodenillo forma parte de la Línea de Alta Velocidad de Levante, en el tramo Minglanilla-Embalse de Contreras. Se trata de un puente continuo de hormigón de sección cajón con doble vía de 5 vanos, con luces 36-45-45-45-36 m y 3 m de canto.



Figura 3.1: Sección longitudinal. Viaducto del Rodenillo

#### 3.5.2. Modelo de la estructura

El modelo se realiza con el uso de elementos tipo lámina delgada y viga.

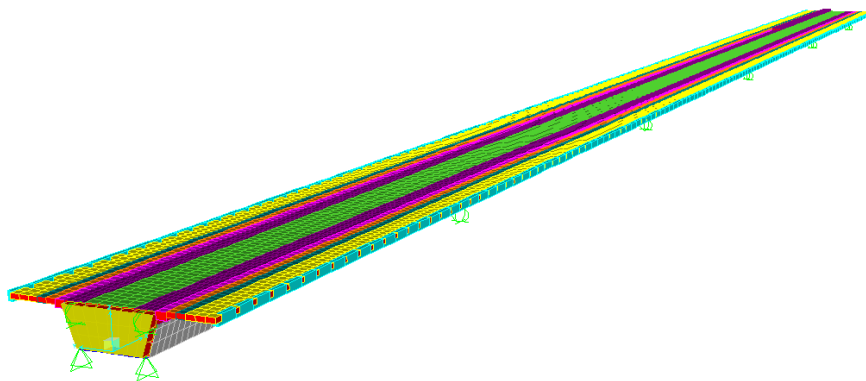


Figura 3.2: Modelo 3D. Viaducto del Rodenillo

Las propiedades mecánicas para los materiales de la estructura se muestran en el siguiente cuadro.

Propiedad	Hormigón	Acero
Modulo de elasticidad E	35 GPa	200 GPa
Coefficiente de Poisson $\nu$	0.2	0.3
Densidad $\rho$	2500 kg/m <sup>3</sup>	7850 kg/m <sup>3</sup>

Cuadro 3.1: Propiedades mecánicas. Viaducto del Rodenillo

Las acciones consideradas para el cálculo modal son únicamente cargas permanentes, que actúan sobre el tablero del viaducto. A continuación, se enumeran:

- Balasto (valor nominal)

- Vías y traviesas
- Muretes guardabalasto
- Aceras y canalizaciones
- Barandilla e imposta

No se considera el valor inferior y superior de la carga de balasto, usándose para el cálculo solo el valor nominal de esta.

Las cargas se distribuyen uniformemente en áreas de reparto a lo largo del tablero. Para ello, se modifica la masa de cada sección de losa para obtener el peso correspondiente al peso propio del hormigón de la losa más el peso de la carga correspondiente. Este coeficiente modificador de masa se puede obtener de la siguiente forma:

$$c = \frac{m_{losa} + m_{carga}}{m_{losa}} = \frac{\gamma_{losa} \cdot e + \gamma_{carga} \cdot e_{carga}}{\gamma_{losa} \cdot e_{losa}}$$

$$m_{real} = c \cdot m_{losa}$$

A continuación, se muestra el modelo y se detallan las partes que lo componen:

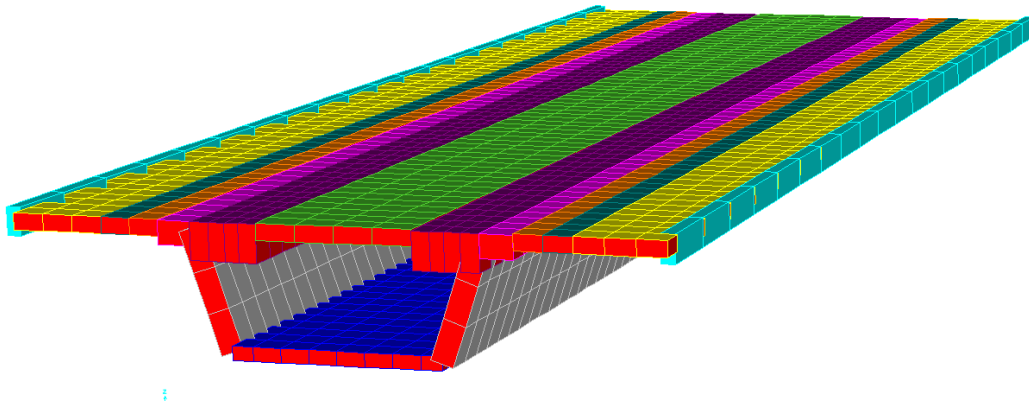


Figura 3.3: Corte transversal. Viaducto del Rodenillo

En el corte transversal puede observarse la sección del cajón. Las partes y espesores considerados se detallan a continuación:

- Losa inferior (azul oscuro), espesor de 30 cm
- Almas (gris), espesor de 50 cm
- Losa superior (verde claro, morado, rosa, naranja, verde oscuro y amarillo), espesor variable: 35 cm en losa entre almas y voladizos, regrese de 80 cm y 50 cm en el encuentro de las almas con el tablero.
- Barrera (azul claro), espesor 60 cm y ancho 30 cm

La losa inferior, almas y losa superior se modelizan como elementos tipo lámina delgada y la barrera como elemento tipo viga, que además permite evitar rizos en los extremos del tablero al realizar el análisis modal.

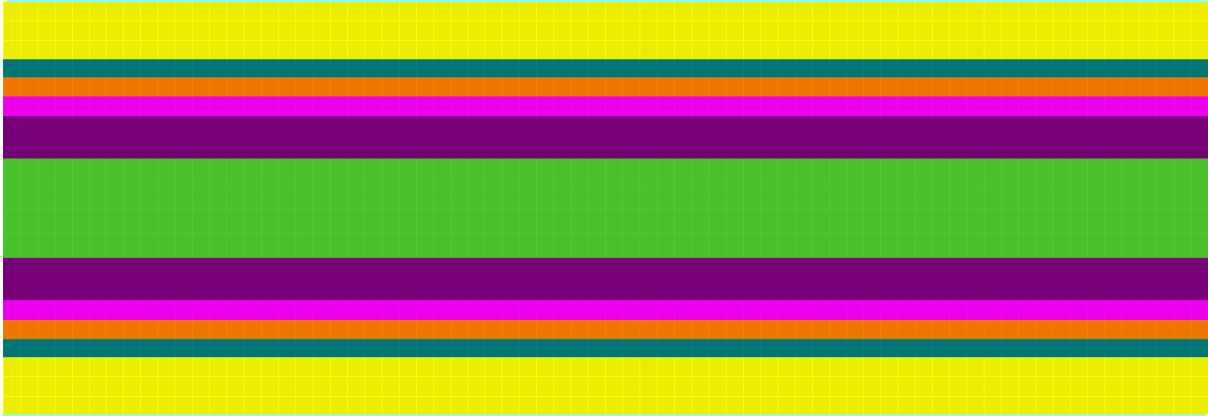


Figura 3.4: Mallado del tablero. Viaducto del Rodenillo

El tablero se divide en 6 partes, simétricas respecto al eje de la viga. A continuación, se identifican cada una de ellas, desde el eje hasta el exterior de la sección:

- Zona de balasto entre vías (verde claro)
- Zona de vía (morado)
- Zona de balasto junto a vía (rosa)
- Zona de balasto junto a murete (naranja)
- Murete guardabalasto (verde oscuro)
- Zona de acera y canalizaciones (amarillo)
- Barrera (azul claro)

El mallado en la dirección longitudinal es de 0,5 m y en la transversal varía según la dimensión de los elementos entre 0,8 m y 0,3 m.

Los apoyos de la estructura en estribos y pilares se modelizan mediante apoyos simples verticales.

El modelo se completa con la disposición de riostras mediante el macizado del cajón en los estribos y las pilas. Esto confiere a estas zonas una rigidez superior lo cual impide el alabeo y la distorsión.

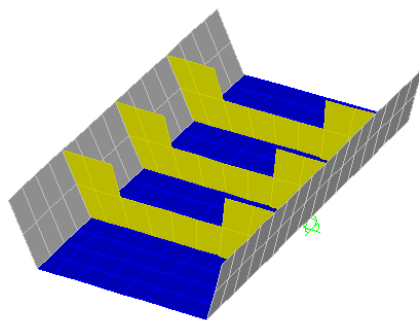


Figura 3.5: Detalle de riostras. Viaducto del Rodenillo

### 3.5.3. Método de cálculo

El análisis se realizará mediante la superposición modal teniendo en cuenta los modos con frecuencias menores de 30 Hz según indica la IAPF-07. En el caso del Viaducto del Rodenillo se considerarán 125 modos de vibración. Las frecuencias de cada modo se muestran en el cuadro 3.2.

El paso de tiempo elegido para el cálculo temporal se corresponde con la décima parte del periodo mínimo, el cual se considera suficiente para poder muestrear correctamente todos los modos. La frecuencia máxima considerada es de 29,791 Hz, por lo que este paso de tiempo será 0,0033567 s.

Las vibraciones libres que ocurren tras el paso del tren sobre el tablero se calculan durante un tiempo igual a 6 segundos, tiempo suficiente para el correcto análisis de los valores significativos.

La tasa de amortiguamiento adoptada es del 2.0 %, según las prescripciones de la IAPF-07 para Puentes de hormigón estructural con luz mayor a 20m.

La línea de carga se submuestra cada 3m, valor que se considera adecuado para reproducir las formas modales.

Al ser la velocidad de proyecto de la línea 350 km/h, se consideran velocidades de paso de los trenes desde 20 km/h hasta  $1,2 \times 350 = 420$  km/h, en incrementos de 1 km/h.

### 3.5.4. Consideración del ripado de vía

Para tener en cuenta el ripado se desplazará el eje de la vía, y por tanto la línea de carga, en dirección transversal. Este desplazamiento se tomará con un valor igual a 30 cm según las consideraciones expuestas en el apartado 3.1. Se realizará este ripado desplazando el eje respecto al eje teórico de la vía a ambos lados, hacia el interior del tablero y hacia el exterior de este.

En la figura 3.6 se muestra un esquema del eje de la vía en su posición original y los ejes considerando el ripado.

<b>Modo</b>	<b>Frecuencia (Hz)</b>	<b>Modo</b>	<b>Frecuencia (Hz)</b>	<b>Modo</b>	<b>Frecuencia (Hz)</b>
1	2,3677	43	12,665	85	19,802
2	2,7276	44	12,905	86	20,108
3	3,1228	45	13,045	87	20,169
4	3,7657	46	13,195	88	20,768
5	4,5461	47	13,333	89	20,862
6	4,7827	48	13,515	90	21,385
7	5,542	49	13,556	91	21,538
8	5,8468	50	13,768	92	21,63
9	6,2788	51	13,942	93	22,003
10	7,3101	52	14,038	94	22,329
11	7,3807	53	14,254	95	22,365
12	7,8099	54	14,428	96	22,487
13	7,9661	55	14,659	97	22,769
14	8,3595	56	14,969	98	23,152
15	8,4275	57	15,166	99	23,256
16	8,8212	58	15,467	100	23,612
17	8,961	59	15,529	101	24,014
18	9,2647	60	15,597	102	24,037
19	9,5308	61	15,701	103	24,11
20	9,5845	62	15,845	104	24,865
21	9,8971	63	16,116	105	24,985
22	10,241	64	16,249	106	25,142
23	10,317	65	16,728	107	25,186
24	10,445	66	16,843	108	25,668
25	10,581	67	17,206	109	25,845
26	10,834	68	17,296	110	25,893
27	10,94	69	17,423	111	26,278
28	11,085	70	17,453	112	26,681
29	11,205	71	17,937	113	26,752
30	11,368	72	17,958	114	26,818
31	11,399	73	17,983	115	26,924
32	11,505	74	18,007	116	27,062
33	11,563	75	18,065	117	27,149
34	11,609	76	18,578	118	27,434
35	11,684	77	18,679	119	27,733
36	11,695	78	18,78	120	27,794
37	11,788	79	18,826	121	27,87
38	11,9	80	18,865	122	28,707
39	12,229	81	19,231	123	28,78
40	12,305	82	19,361	124	29,723
41	12,364	83	19,423	125	29,791
42	12,514	84	19,496		

Cuadro 3.2: Modos de vibración. Viaducto del Rodenillo



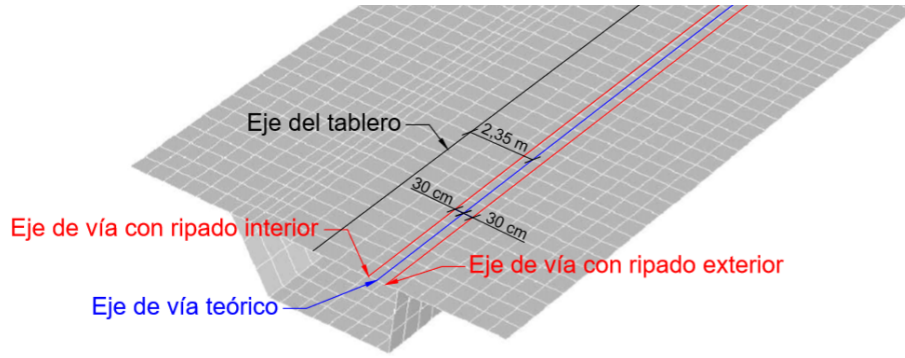


Figura 3.6: Esquema de los modelos considerados. Viaducto del Rodenillo

### 3.5.5. Puntos de postproceso

Se tienen un total de 45 puntos de postproceso, denominados P1 a P45, para el cálculo de aceleraciones. Estos puntos son los mismos para todos los modelos, ya que la banqueta de balasto mantiene su geometría.

Las flechas se calculan en el eje de la vía, en las secciones de centro y cuartos de vano. Se obtienen 15 puntos en total, denominados P46 a P60. Estos puntos variaran en cada caso, al modificarse la posición del eje de vía en los casos de ripado.

En la figura 3.7 se muestra un esquema de los puntos de postproceso para aceleraciones considerados.

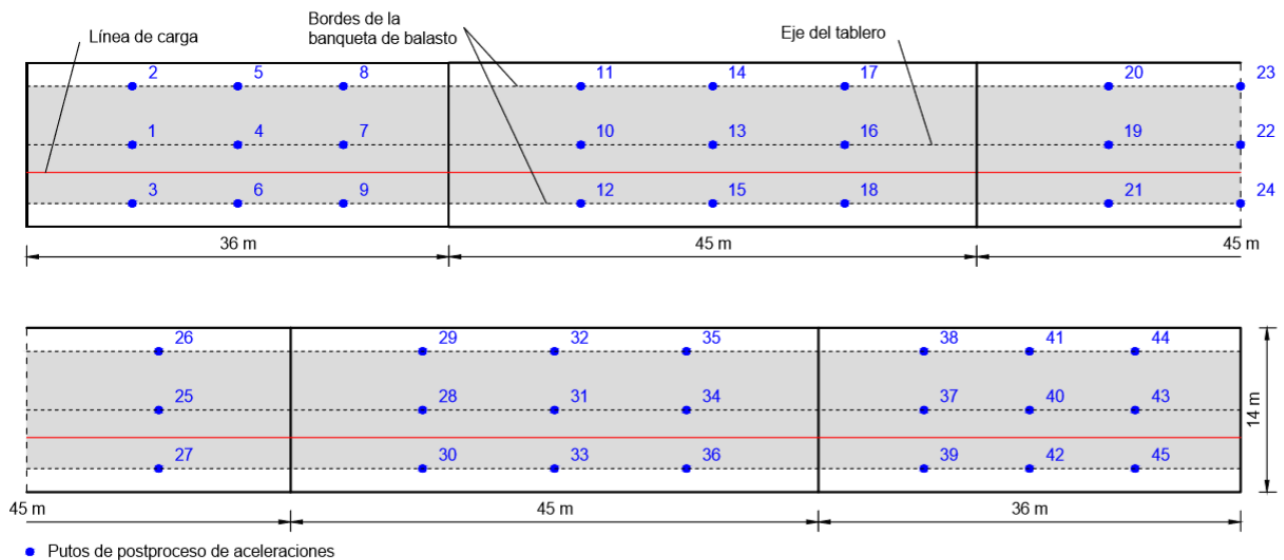


Figura 3.7: Puntos de postproceso de aceleraciones. Viaducto del Rodenillo

Se obtiene la envolvente de aceleraciones y desplazamientos para todos los puntos (45 para aceleraciones y 15 para desplazamientos) y trenes considerados (10), que darán lugar a un total de 450 envolventes de aceleraciones y 150 envolventes de desplazamientos.

### 3.5.6. Modelo con ripado exterior

A continuación, se presentan los resultados obtenidos para el análisis del modelo con el eje de vía desplazado hacia el exterior del tablero. Para notar las posibles diferencias, se compararán dichos resultados con los que obtendría el modelo original sin ripado. La comparativa se realizará en términos de aceleraciones, cuyos valores suelen ser los más restrictivos.

#### Comparación de aceleración máxima absoluta

En este primer subapartado, se obtiene y analiza el punto en el cual se produce la máxima aceleración vertical de entre todos los puntos de postproceso. Este valor tiene una elevada importancia, ya que las Normas imponen limitaciones que no se deben superar a la hora del diseño de un puente.

La IAPF-07 establece, para puentes de vía con balasto, una aceleración máxima vertical de  $a_{max} \leq 0,35g$ .

Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente tabla:

Caso	Aceleración máxima ( $m/s^2$ )	Punto	Tren	Velocidad ( $km/h$ )
Sin ripado	1,33961	42	A3	327
Ripado 30cm exterior	1,33398	42	A3	327

Cuadro 3.3: Máximos de aceleración. Comparativa entre modelo sin ripado y con ripado exterior. Viaducto del Rodenillo

Como se puede observar, los valores obtenidos son prácticamente idénticos en ambos casos. En las siguientes figuras se muestran la composición por trenes de envolventes en este punto (42) para los dos casos y una comparativa de ambas.

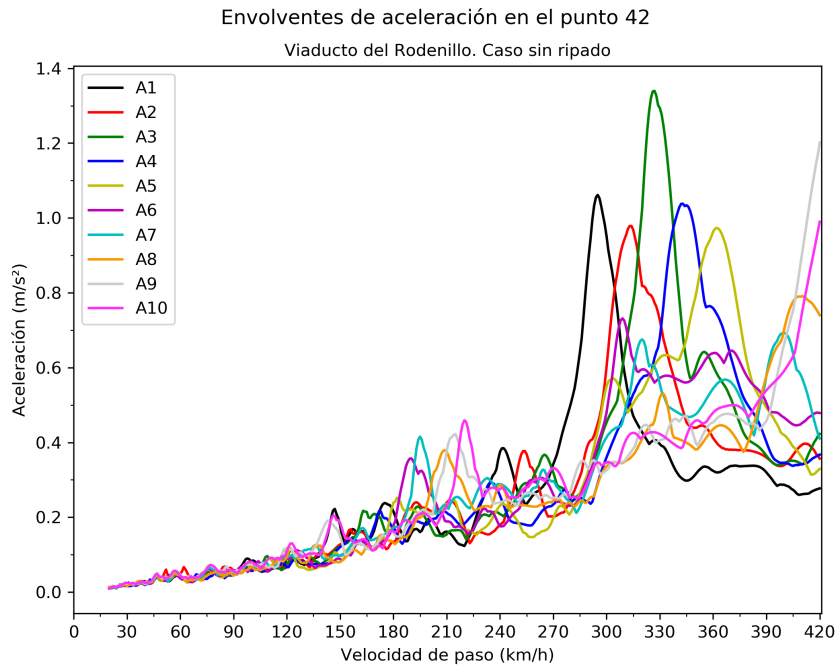


Figura 3.8: Envolvente en punto de aceleración máxima. Composición por trenes. Caso sin ripado. Viaducto del Rodenillo

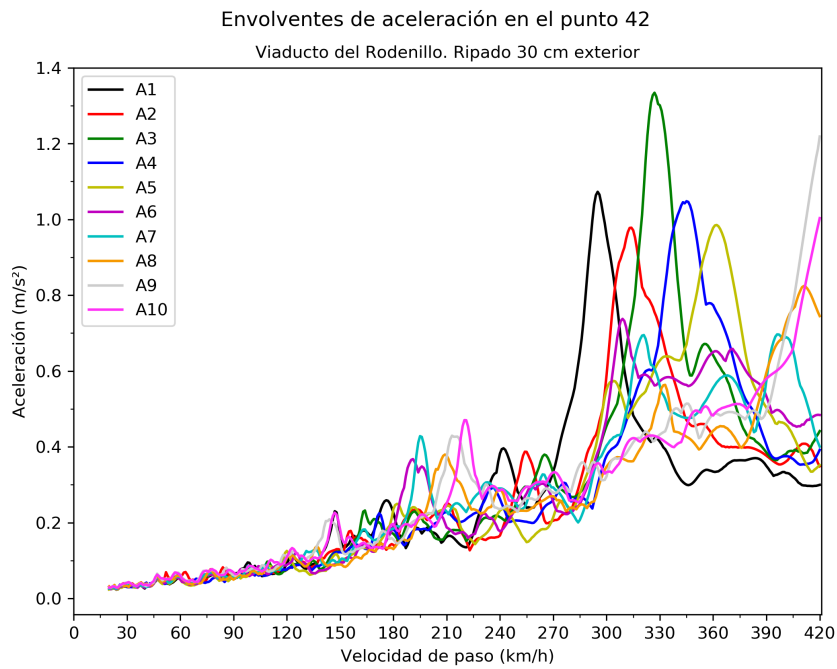


Figura 3.9: Envolvente en punto de aceleración máxima. Composición por trenes. Caso ripado 30 cm exterior. Viaducto del Rodenillo

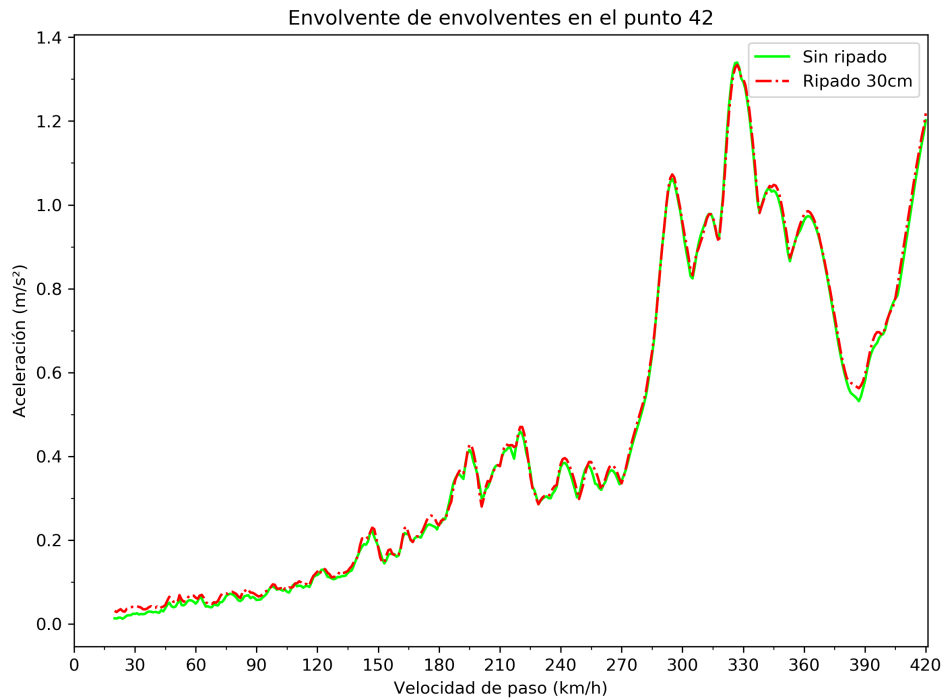


Figura 3.10: Comparativa de envolvente de envolventes entre caso sin ripado y ripado 30 cm exterior. Viaducto del Rodenillo

Se observa que tanto las composiciones, como la envolvente total coinciden en su mayor parte en ambos casos. Además, las diferencias apreciadas entre las dos tienen una escala considerablemente pequeña.

#### Comparación de aceleración por vanos

Ahora, se analiza la envolvente total de los puntos de postproceso de cada vano (9 en cada uno), con el objetivo de detectar posibles diferencias. A continuación, se presentan las gráficas obtenidas:

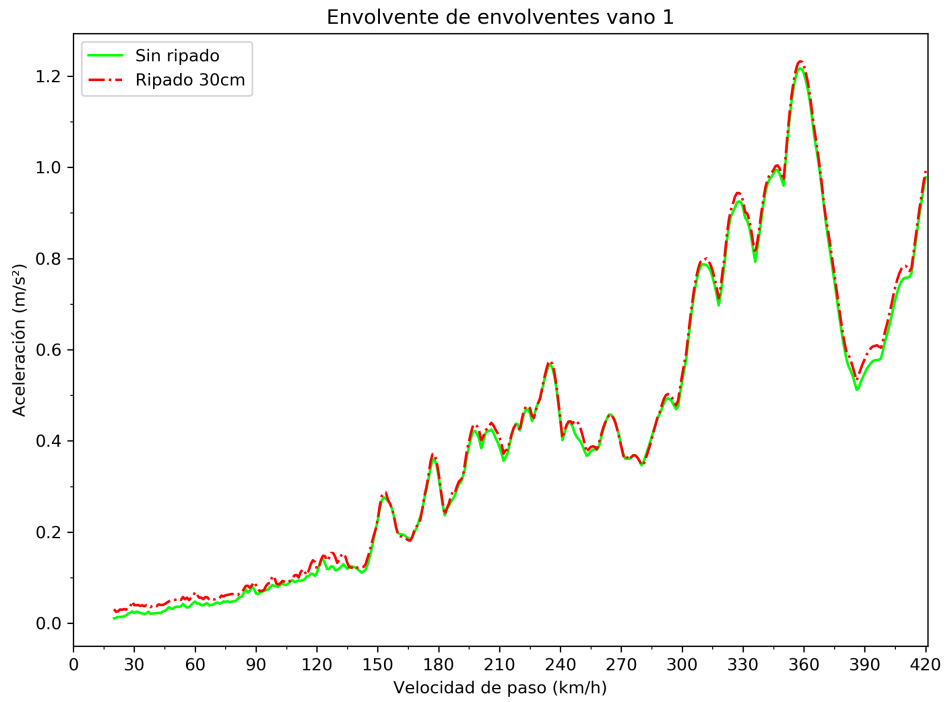


Figura 3.11: Envolverte vano 1. Viaducto del Rodenillo

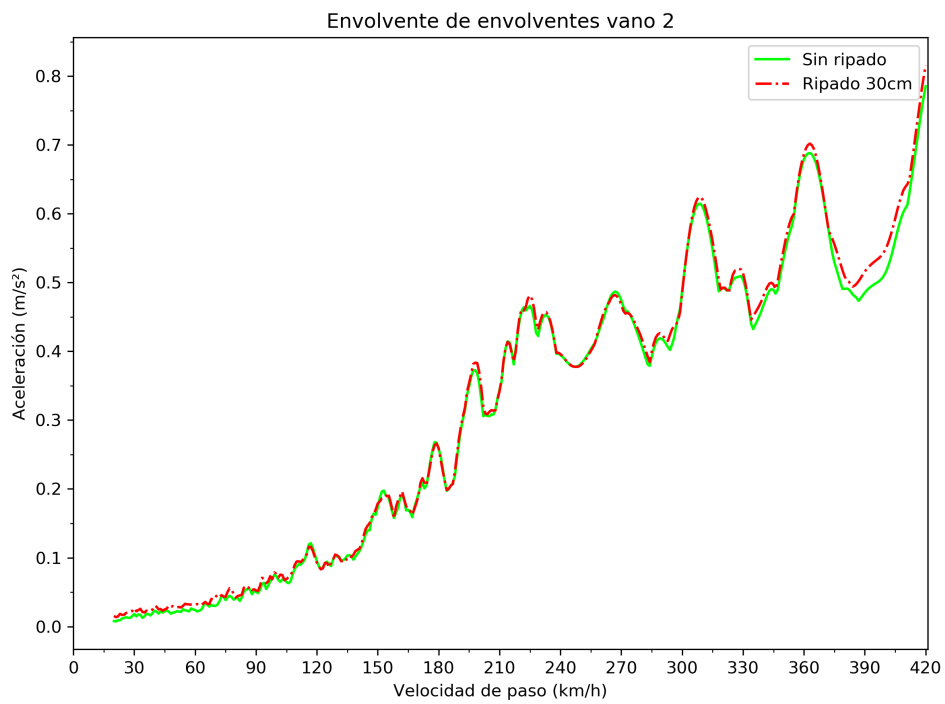


Figura 3.12: Envolverte vano 2. Viaducto del Rodenillo

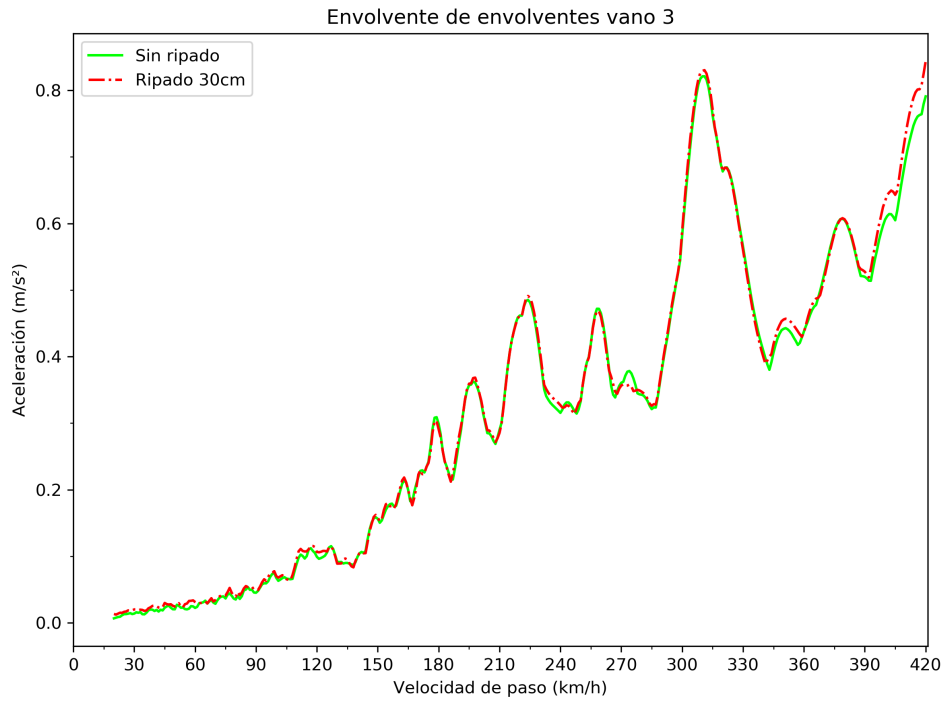


Figura 3.13: Envolverte vano 3. Viaducto del Rodenillo

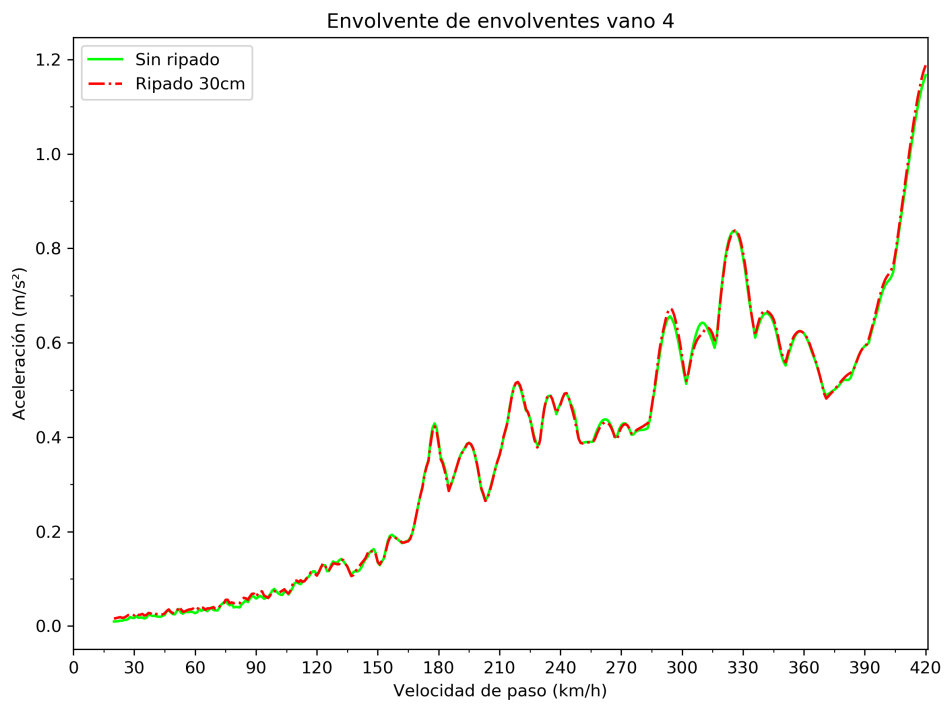


Figura 3.14: Envolverte vano 4. Viaducto del Rodenillo

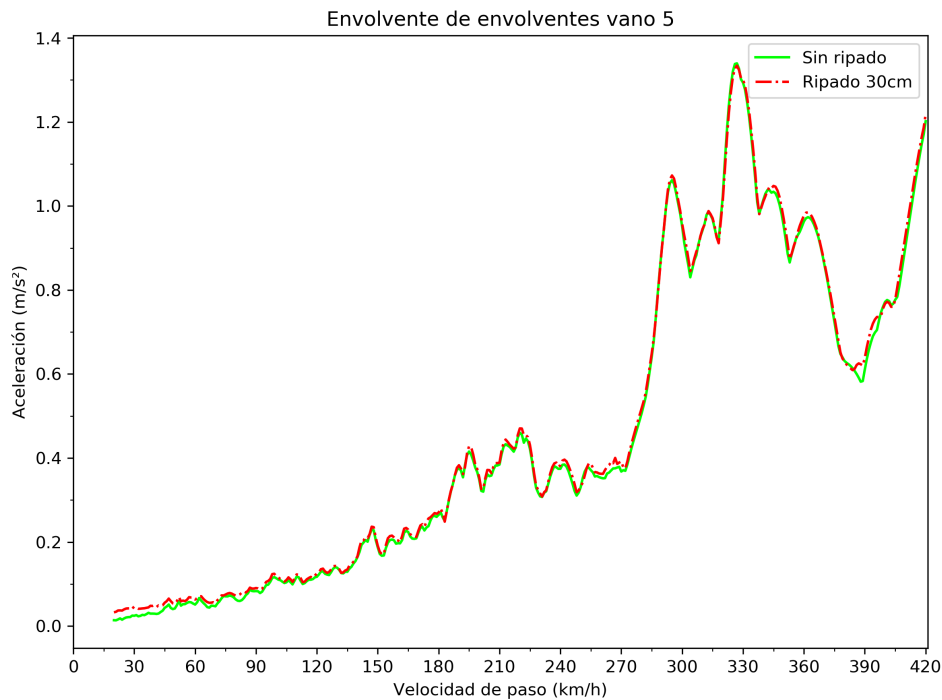


Figura 3.15: Envolverte vano 5. Viaducto del Rodenillo

A simple vista las envolventes para los casos con y sin ripado son prácticamente coincidentes. Se observan algunos puntos en las que las aceleraciones del caso incluyendo ripado se encuentran por encima del caso original, aunque las diferencias son mínimas.

#### Comparación por puntos y trenes

En los apartados anteriores las diferencias encontradas entre el caso del eje con ripado y el eje teórico han sido mínimas. Para comprobar el verdadero efecto del ripado se realiza un análisis uno a uno de las envolventes de aceleración en cada punto y para cada tren de manera separada.

Se presentan algunas de las gráficas más significativas, entendiéndose como aquellas que pudieran mostrar efectos provocados por el ripado de la vía.

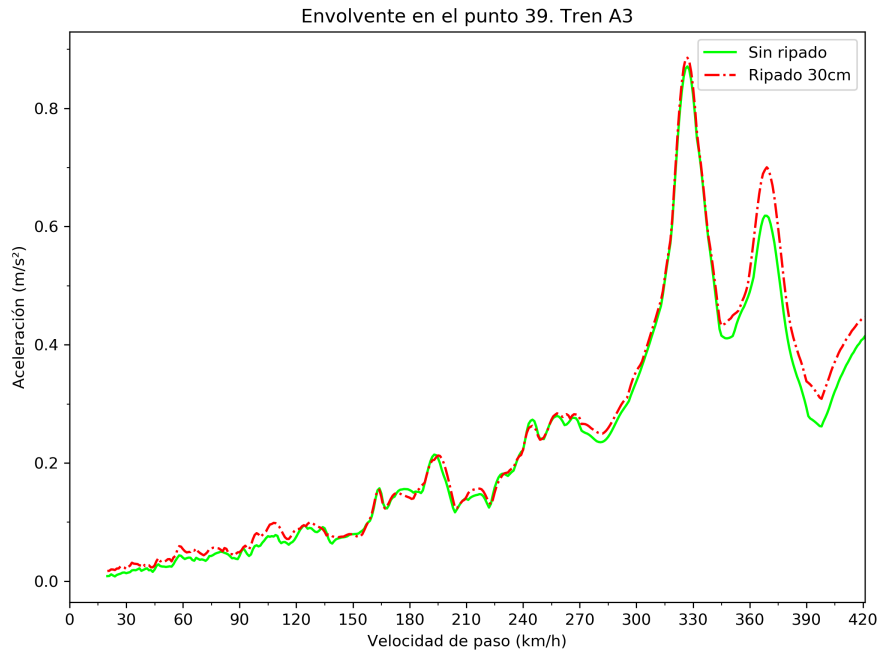


Figura 3.16: Envolverte en el punto 39. Tren A3. Viaducto del Rodenillo

Este es el punto donde la diferencia entre las envolventes es mayor en un determinado punto. En esta gráfica puede observarse un incremento en la aceleración en el caso que incluye el ripado.

Se presenta a continuación una tabla incluyendo los valores de aceleración para el caso original y el caso con ripado exterior en el punto con mayor diferencia:

Caso	Punto	Tren	Velocidad (km/h)	Aceleración (m/s <sup>2</sup> )
Sin ripado	39	A3	369	0,61803
Ripado 30cm exterior				0,70011
<b>Diferencia</b>				0,08208

Cuadro 3.4: Comparativa en punto 39, tren A3, entre modelo sin ripado y con ripado exterior. Viaducto del Rodenillo



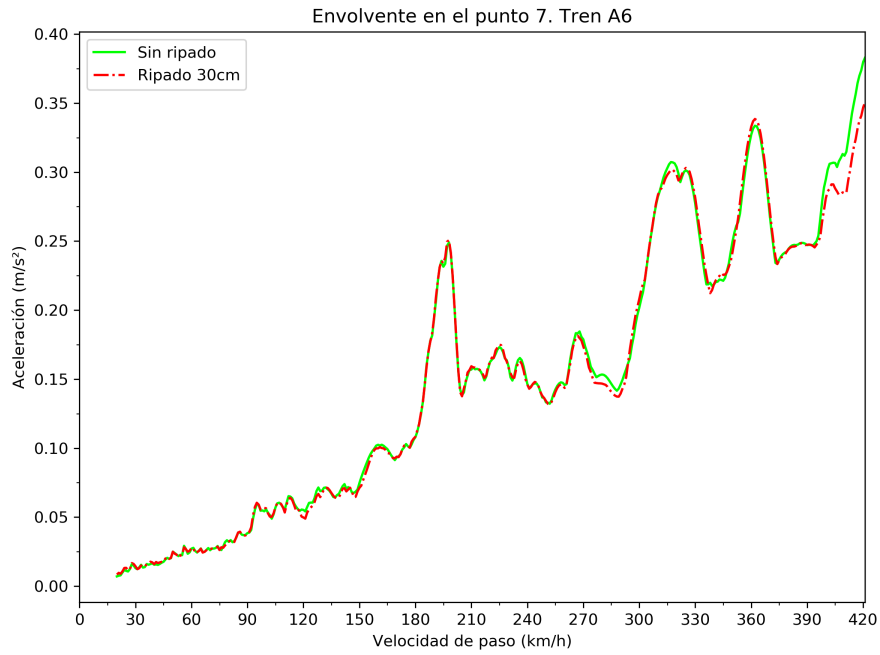


Figura 3.17: Envloente en el punto 7. Tren A6. Viaducto del Rodenillo

En esta gráfica se observa que la aceleración sin considerar ripado se encuentra por encima en las últimas velocidades del análisis. La diferencia entre ambos casos se encuentra por debajo de  $0,035m/s^2$ .

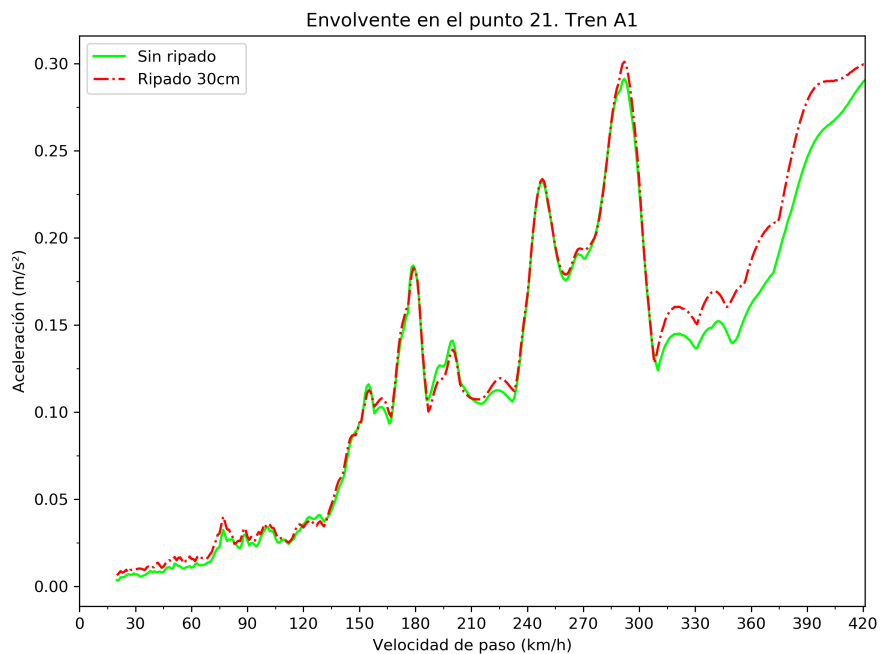


Figura 3.18: Envloente en el punto 21. Tren A1. Viaducto del Rodenillo

Para este punto y tren, se observa un aumento de la aceleración en el caso de eje ripado a partir de 320 km/h de velocidad. Esta diferencia es nuevamente reducida, estando por debajo de  $0,05m/s^2$ . Para velocidades de paso menores también observamos aceleraciones en las que el caso con ripado se encuentra por encima del original y otras en las que sucede lo contrario.

### 3.5.7. Modelo con ripado interior

En este caso se realizará el análisis de los resultados obtenidos cuando la vía se desplaza hacia el interior del tablero. La comparativa se realizará mediante los mismos preceptos del caso anterior.

#### Comparación de aceleración máxima absoluta

Los resultados obtenidos en este caso se muestran en la tabla:

Caso	Aceleración máxima ( $m/s^2$ )	Punto	Tren	Velocidad ( $km/h$ )
Sin ripado	1,33961	42	A3	327
Ripado 30cm interior	1,33263	42	A3	326

Cuadro 3.5: Máximos de aceleración. Comparativa entre modelo sin ripado y con ripado interior. Viaducto del Rodenillo

Al igual que en el caso anterior, la variación de la aceleración máxima es muy reducida. A continuación, se muestran las gráficas con la composición por trenes de envolventes en el punto (42) para ambos casos y un gráfico comparativa.

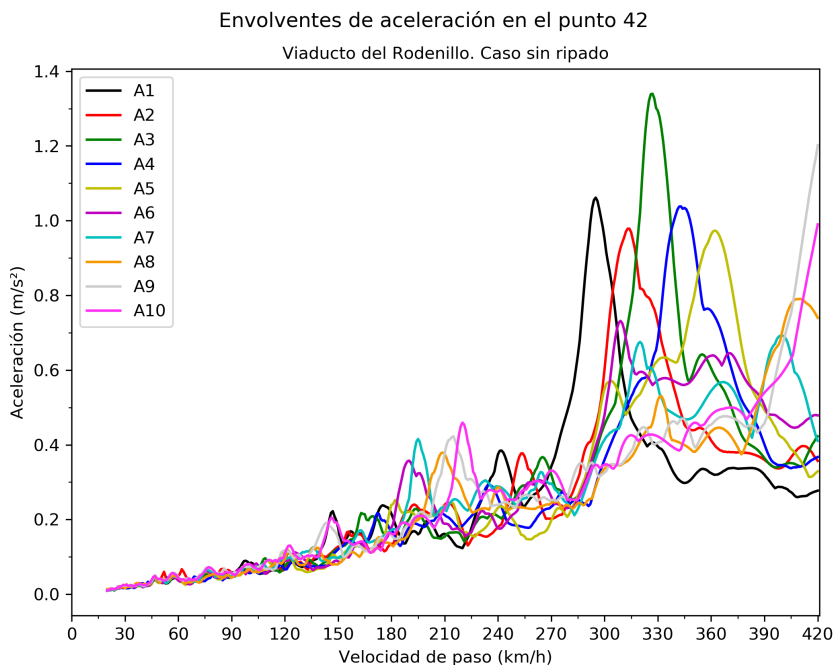


Figura 3.19: Envolvente en punto de aceleración máxima. Composición por trenes. Caso sin ripado. Viaducto del Rodenillo

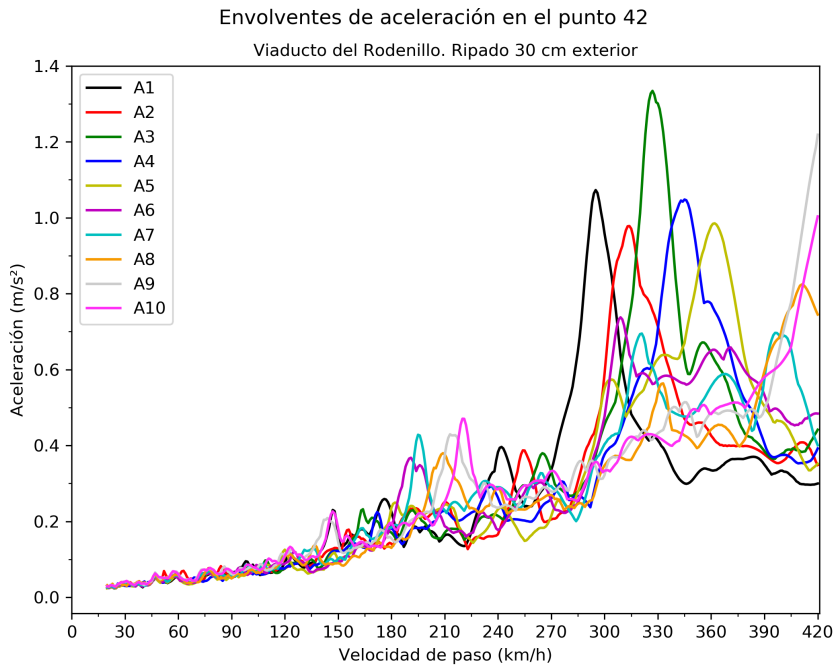


Figura 3.20: Envoltente en punto de aceleración máxima. Composición por trenes. Caso ripado 30 cm exterior. Viaducto del Rodenillo

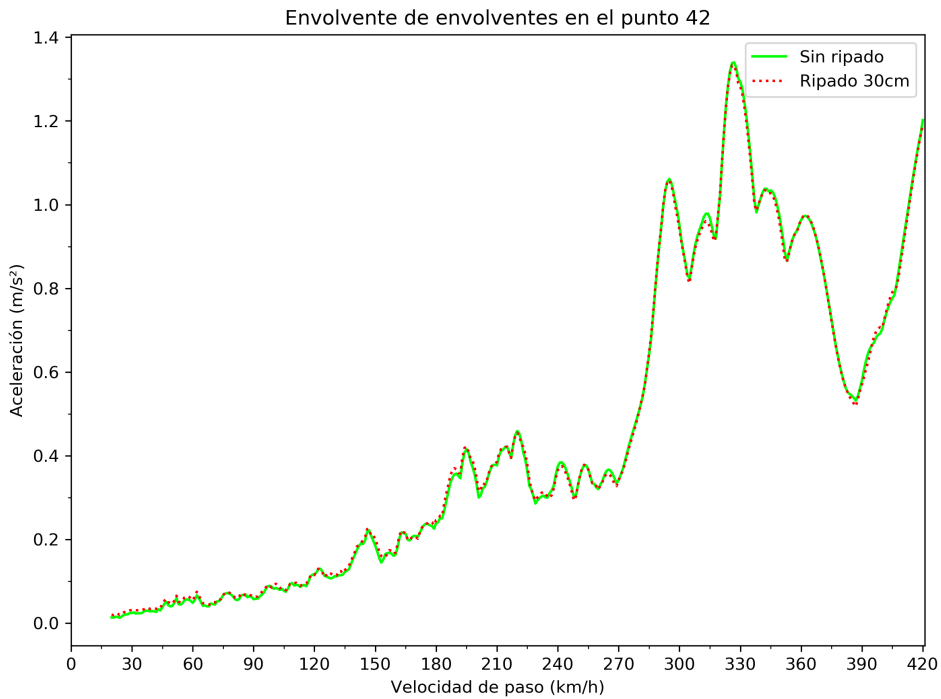


Figura 3.21: Comparativa de envoltente de envolturas entre caso sin ripado y ripado 30 cm interior. Viaducto del Rodenillo

Tanto las composiciones, como la envoltente total de aceleración se superponen en su mayor parte. Además, las diferencias apreciadas entre las dos son mínimas.

### Comparación de aceleración por vanos

Se analiza la envolvente total de los puntos de postproceso de cada vano (9 en cada), con el fin de detectar posibles diferencias. Se presentan las gráficas obtenidas a continuación:

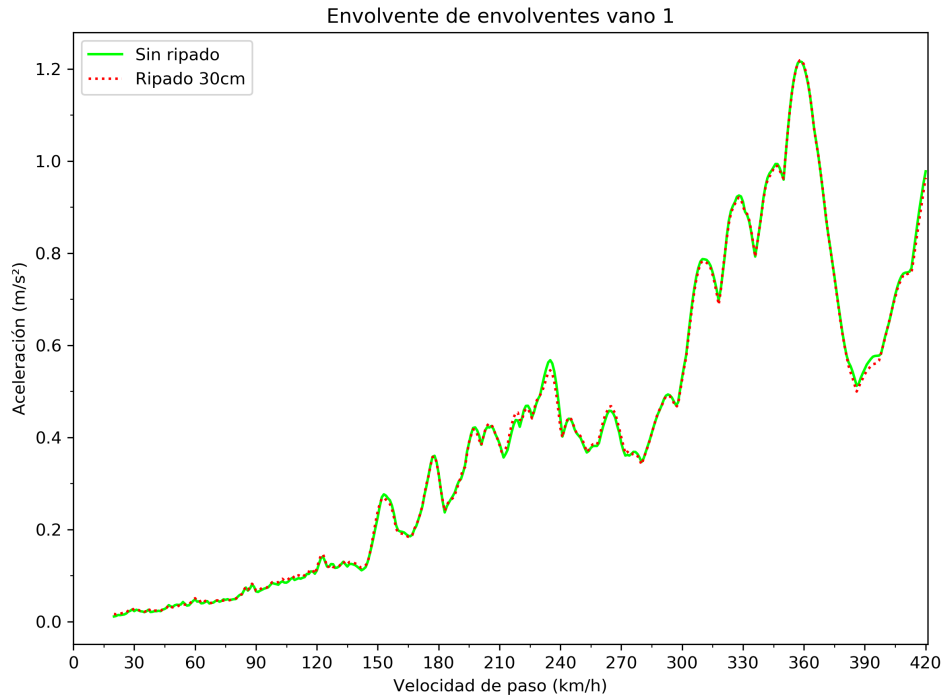


Figura 3.22: Envlovente vano 1. Viaducto del Rodenillo

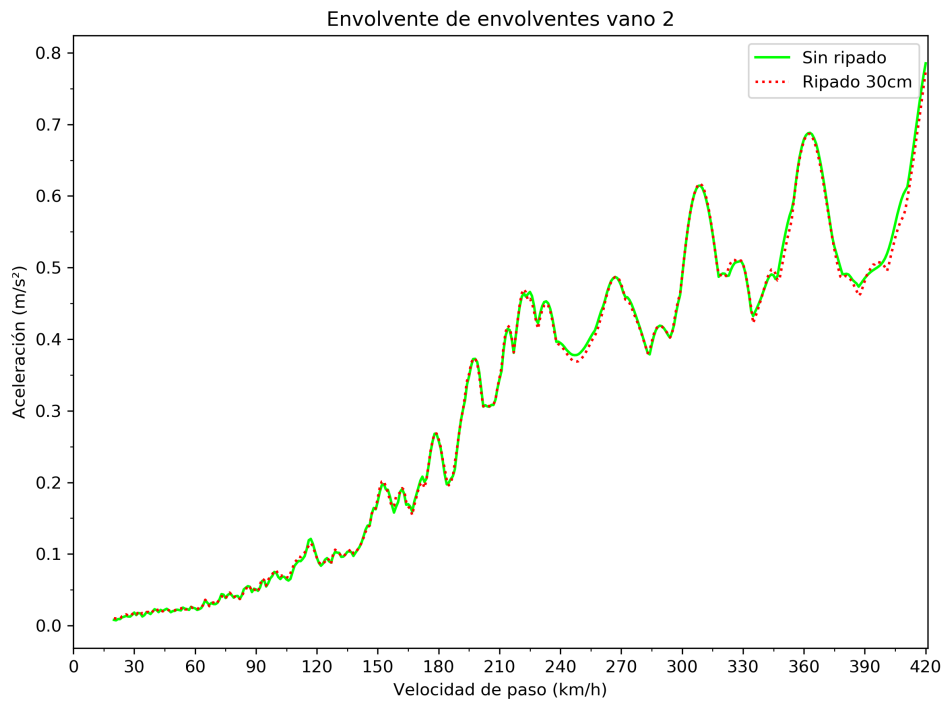


Figura 3.23: Envolvente vano 2. Viaducto del Rodenillo

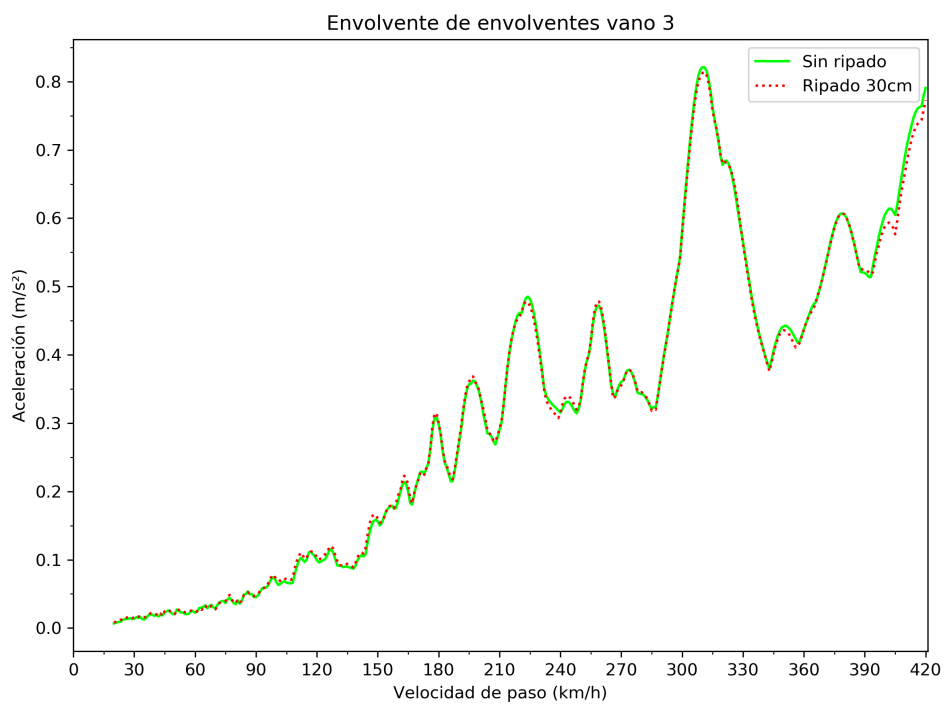


Figura 3.24: Envolvente vano 3. Viaducto del Rodenillo

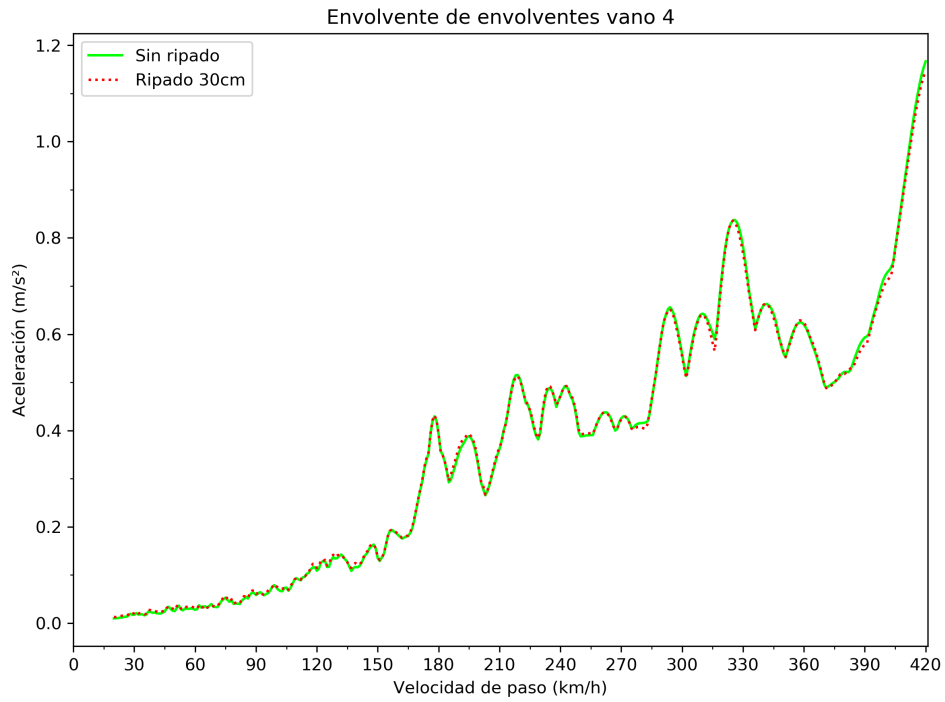


Figura 3.25: Envolvente vano 4. Viaducto del Rodenillo

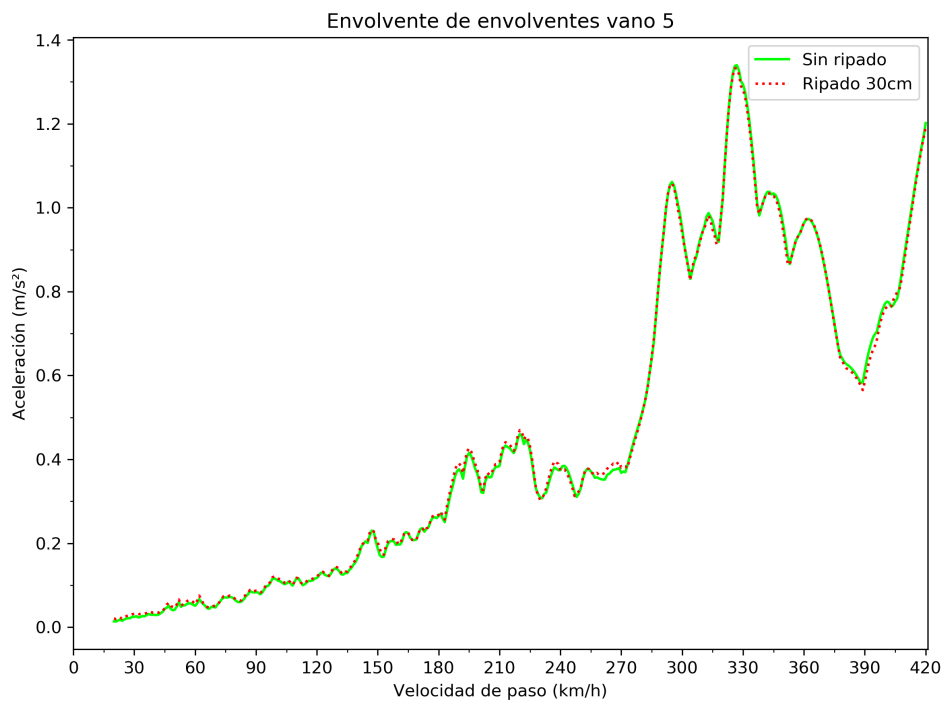


Figura 3.26: Envolvente vano 5. Viaducto del Rodenillo

Se observa que, al igual que el caso del ripado exterior, las envolventes coinciden en su mayoría. Se pueden observar algunos puntos en las que las aceleraciones del caso incluyendo ripado se encuentran por debajo del caso original, siendo estas diferencias de pequeña entidad.

### Comparación por puntos y trenes

En los apartados anteriores las diferencias encontradas entre el caso del eje con ripado y el eje teórico han sido mínimas. Para comprobar el verdadero efecto del ripado se realiza un análisis uno a uno de las envolventes de aceleración en cada punto y para cada tren de manera separada.

Se presentan algunas de las gráficas más significativas, entendiéndose como aquellas que pudieran mostrar efectos provocados por el ripado de la vía.

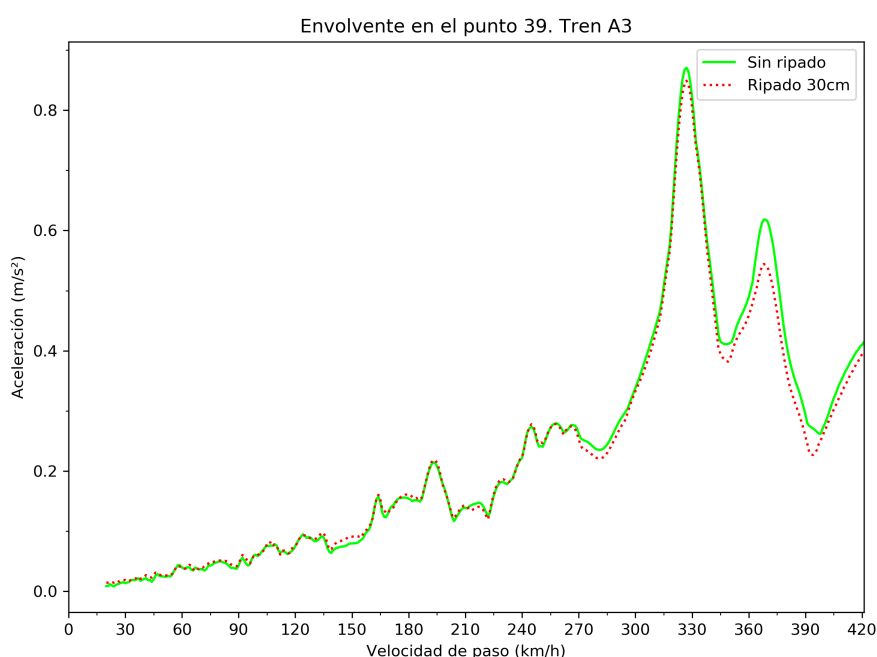


Figura 3.27: Envolvente en el punto 39. Tren A3. Viaducto del Rodenillo

Este es el punto donde la diferencia entre las envolventes es mayor, que además coincide con el punto de mayor diferencia del caso anterior. Puede observarse una reducción en la aceleración en el caso que incluye el ripado. A continuación se presenta una tabla incluyendo los valores de aceleración para el caso original y el caso con ripado interior en el punto con mayor diferencia:

Caso	Punto	Tren	Velocidad (km/h)	Aceleración (m/s <sup>2</sup> )
Sin ripado	39	A3	370	0,61510
Ripado 30cm interior				0,53856
<b>Diferencia</b>				0,07654

Cuadro 3.6: Comparativa en punto 39, tren A3, entre modelo sin ripado y con ripado interior. Viaducto del Rodenillo

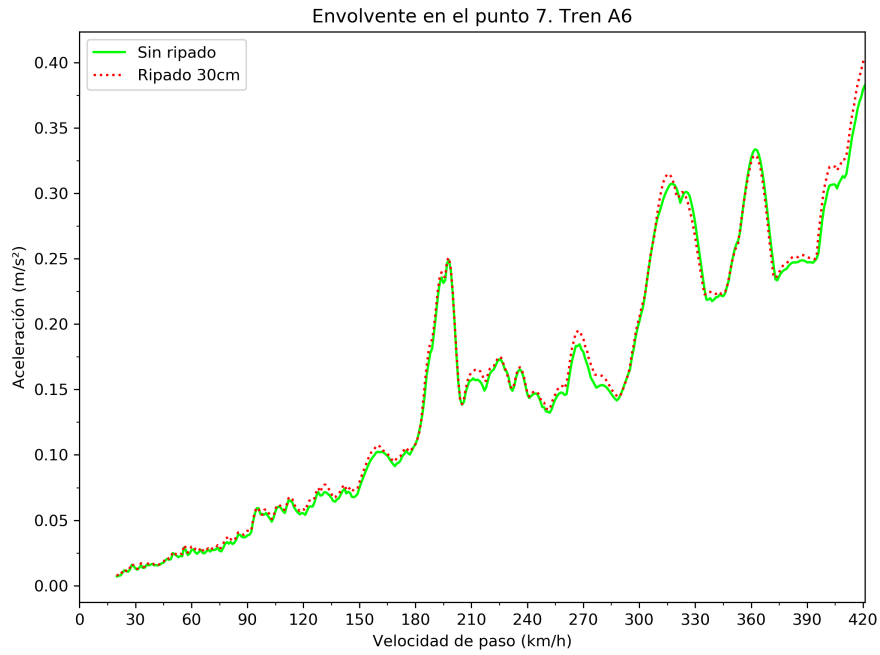


Figura 3.28: Envoltura en el punto 7. Tren 6. Viaducto del Rodenillo

En esta gráfica se observa que las envolventes en los dos casos son prácticamente idénticas, encontrándose solo algunos tramos en los que el caso de ripado de vía está por encima, siempre con diferencias mínimas.

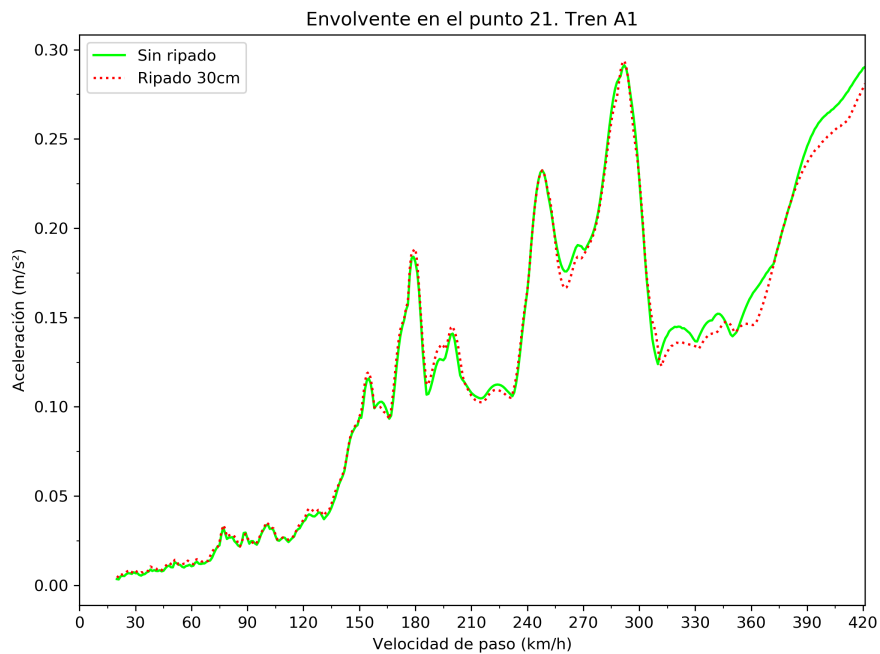


Figura 3.29: Envoltura en el punto 21. Tren 1. Viaducto del Rodenillo



Para este punto y tren, se observa que el caso de eje ripado interior a partir de 320 km/h pasa a estar por debajo del eje en posición original. Cabe mencionar que sucede lo contrario en el caso de ripado exterior, aunque como se ha mencionado las diferencias son mínimas.

### **3.5.8. Conclusiones**

Tras la realización de los dos casos de ripado para el Viaducto del Rodenillo, la conclusión es que el efecto que este produce en las aceleraciones es despreciable. Se aprecia que el ripado al exterior conlleva un incremento en la aceleración en ciertos puntos y para determinadas velocidades, ocurriendo lo contrario en el caso con ripado interior. Sin embargo, hay otros casos donde esto no se cumple y ocurre lo opuesto. Además, las diferencias notadas son de una escala relativamente pequeña.

### 3.6. Caso 2. Viaducto de Santa Ana

#### 3.6.1. Descripción de la estructura

El Viaducto de Santa Ana forma del Proyecto del Eje Ferroviario Transversal de Andalucía. Se trata de un puente con gran esviaje que sobrepasa la Línea de Alta Velocidad Córdoba-Málaga. Se sitúa en las inmediaciones de la Estación de Antequera-Santa Ana. Los condicionantes dinámicos y constructivos para el diseño de este puente se estudian en la referencia [11]. Es un puente de tipo arco atirantado "bowstring" con vía única centrada. Se compone de 5 vanos, en los que el central corresponde con el arco. Las luces son de 27 m en los vanos extremos, 32,40 m en los intermedios y 86,40 m en el vano central.

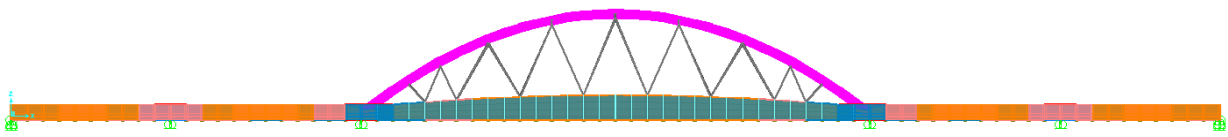


Figura 3.30: Sección longitudinal. Viaducto de Santa Ana

#### 3.6.2. Modelo de la estructura

Para la modelización del puente se emplean elementos tipo lámina delgada y viga.

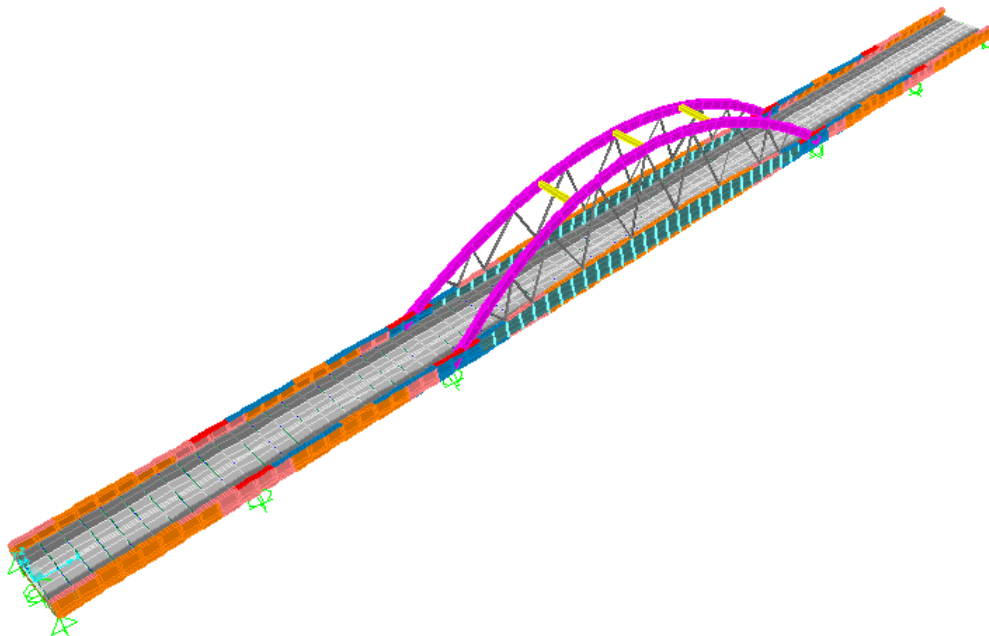


Figura 3.31: Modelo 3D. Viaducto de Santa Ana

Las propiedades mecánicas para los materiales de la estructura se muestran en el siguiente cuadro.

Propiedad	Hormigón	Acero
Modulo de elasticidad E	38 GPa	200 GPa
Coefficiente de Poisson $\nu$	0.2	0.3
Densidad $\rho$	2500 kg/m <sup>3</sup>	7850 kg/m <sup>3</sup>

Cuadro 3.7: Propiedades mecánicas. Viaducto de Santa Ana

Las acciones consideradas para el cálculo modal son únicamente cargas permanentes, que actúan sobre el tablero del viaducto. A continuación, se enumeran:

- Balasto (valor nominal)
- Vías y traviesas
- Muretes guardabalasto
- Aceras y canalizaciones

Dichas cargas se distribuyen uniformemente en áreas de reparto a lo largo del tablero, mediante un modificador de masa en la losa de hormigón, que viene dado por la expresión:

$$c = \frac{m_{losa} + m_{carga}}{m_{losa}} = \frac{\gamma_{losa} \cdot e + \gamma_{carga} \cdot e_{carga}}{\gamma_{losa} \cdot e_{losa}}$$

$$m_{real} = c \cdot m_{losa}$$

Ahora, se describe cada una de los elementos que constituyen el modelo del puente.

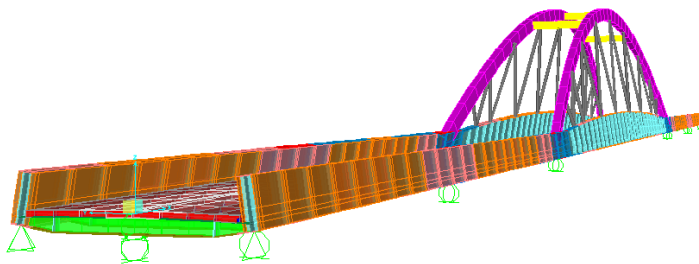
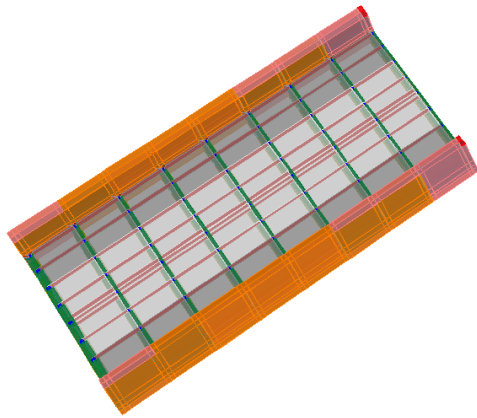


Figura 3.32: Vista de partes del modelo. Viaducto de Santa Ana

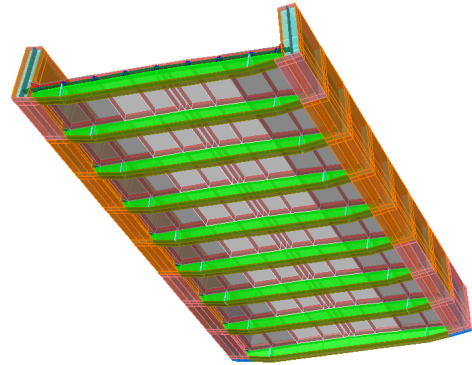
En la figura 3.32 se observan las siguientes partes:

- Dos vigas metálicas doble T exteriores de canto variable que se extienden a lo largo de todo el puente (naranja, rosa y azul)

- Dos arcos metálicos en el vano central, sección 0,80 m x 1,50 m (morado)
- Riostras entre arcos, sección cuadrada lado 0,80 m (amarillo)
- Celosía de perfiles tubulares (gris)



Detalle del tablero



Vista inferior del tablero

Figura 3.34: Tablero. Viaducto de Santa Ana

En la figura 3.34 se aprecian las siguientes partes:

- Travesaños de arriostramiento entre vigas exteriores (verde)
- Losa de hormigón, dividida en dos partes:
  - Zona de vías (gris claro)
  - Zona de acerado y canalizaciones a ambos lados (gris oscuro)

### 3.6.3. Método de cálculo

El análisis se realizará mediante la superposición modal teniendo en cuenta los modos con frecuencias menores de 30 Hz según indica la IAPF-07. En el caso del Viaducto Arco de Santa Ana se consideran 266 modos de vibración. Los modos y frecuencias se muestran en el cuadro 3.8 y 3.9.

El paso de tiempo elegido para el cálculo temporal se corresponde con la décima parte del periodo mínimo, el cual es considerado como suficiente para poder muestrear correctamente todos los modos. La frecuencia máxima considerada es de 29,97 Hz, por lo que este paso de tiempo será 0,0033366 s.

Las vibraciones libres que ocurren tras el paso del tren sobre el tablero se calculan durante un tiempo igual a 6 segundos, tiempo suficiente para el correcto análisis.

La tasa de amortiguamiento adoptada es del 0,5 %, tomando dicho valor de las prescripciones de la IAPF-07 para Puentes de acero y mixtos con luz mayor a 20m.

El submuestreo de la línea de carga se realiza cada 2,70m.

<b>Modo</b>	<b>Frecuencia (Hz)</b>	<b>Modo</b>	<b>Frecuencia (Hz)</b>	<b>Modo</b>	<b>Frecuencia (Hz)</b>
1	1,3691	45	9,8442	89	17,874
2	2,3609	46	9,9578	90	17,936
3	2,4582	47	10,178	91	18,002
4	2,834	48	10,268	92	18,072
5	3,1664	49	10,365	93	18,097
6	3,2608	50	10,378	94	18,155
7	3,5855	51	10,546	95	18,212
8	4,0337	52	10,774	96	18,247
9	4,0797	53	10,787	97	18,306
10	4,2523	54	11,312	98	18,418
11	4,3646	55	11,577	99	18,418
12	4,7039	56	11,906	100	18,472
13	4,7587	57	11,971	101	18,506
14	5,1895	58	12,182	102	18,509
15	5,3748	59	12,428	103	18,514
16	5,9271	60	12,526	104	18,514
17	5,9982	61	12,803	105	18,535
18	6,3936	62	12,872	106	18,536
19	6,4013	63	12,937	107	18,542
20	6,4953	64	13,137	108	18,542
21	6,5526	65	13,255	109	18,547
22	6,7145	66	13,357	110	18,552
23	6,7493	67	13,373	111	18,568
24	6,8759	68	13,647	112	18,57
25	6,992	69	13,765	113	18,571
26	7,2898	70	13,886	114	18,573
27	7,3704	71	13,949	115	18,577
28	7,4702	72	14,029	116	18,586
29	7,8755	73	14,504	117	18,59
30	7,984	74	15,043	118	18,593
31	8,147	75	15,246	119	18,599
32	8,1698	76	15,503	120	18,603
33	8,3821	77	15,579	121	18,606
34	8,5838	78	15,647	122	18,608
35	8,7706	79	15,889	123	18,608
36	8,7939	80	16,185	124	18,609
37	8,9898	81	16,241	125	18,611
38	9,1074	82	16,445	126	18,615
39	9,167	83	16,673	127	18,619
40	9,3868	84	16,784	128	18,621
41	9,4957	85	16,917	129	18,624
42	9,5872	86	17,08	130	18,629
43	9,7133	87	17,435	131	18,633
44	9,8329	88	17,538	132	18,639

Cuadro 3.8: Modos de vibración. Viaducto de Santa Ana

<b>Modo</b>	<b>Frecuencia (Hz)</b>	<b>Modo</b>	<b>Frecuencia (Hz)</b>	<b>Modo</b>	<b>Frecuencia (Hz)</b>
133	18.642	178	19.838	223	25.645
134	18.645	179	20.122	224	25.655
135	18.648	180	20.183	225	25.738
136	18.65	181	20.189	226	25.943
137	18.657	182	20.277	227	25.978
138	18.659	183	20.305	228	25.998
139	18.659	184	20.494	229	26.057
140	18.669	185	20.804	230	26.13
141	18.672	186	20.909	231	26.197
142	18.674	187	21.001	232	26.219
143	18.679	188	21.002	233	26.258
144	18.68	189	21.089	234	26.332
145	18.683	190	21.132	235	26.377
146	18.685	191	21.43	236	26.482
147	18.69	192	21.477	237	26.794
148	18.691	193	21.815	238	26.921
149	18.694	194	21.815	239	27.089
150	18.697	195	21.895	240	27.202
151	18.698	196	22.153	241	27.23
152	18.701	197	22.543	242	27.294
153	18.703	198	22.609	243	27.338
154	18.706	199	22.609	244	27.343
155	18.708	200	22.629	245	27.424
156	18.716	201	22.691	246	27.456
157	18.718	202	22.942	247	27.59
158	18.723	203	23.342	248	27.769
159	18.73	204	23.356	249	27.94
160	18.742	205	23.377	250	27.952
161	18.744	206	23.378	251	28.005
162	18.766	207	23.488	252	28.135
163	18.769	208	23.671	253	28.346
164	18.78	209	23.726	254	28.356
165	18.788	210	23.802	255	28.524
166	18.789	211	23.846	256	28.843
167	18.797	212	24.124	257	28.989
168	18.818	213	24.125	258	29.135
169	18.838	214	24.193	259	29.334
170	18.89	215	24.399	260	29.344
171	18.915	216	24.485	261	29.35
172	18.93	217	24.866	262	29.372
173	19.263	218	24.876	263	29.483
174	19.383	219	24.882	264	29.554
175	19.383	220	25.238	265	29.873
176	19.501	221	25.439	266	29.97
177	19.567	222	25.562		

Cuadro 3.9: Modos de vibración (continuación). Viaducto de Santa Ana

La velocidad de proyecto de la línea es de 235 km/h, aunque en la zona de viaducto se limita a 210 km/h. Aún así, se analizará el caso más desfavorable, considerando velocidades de paso de los trenes desde 20 km/h hasta  $1.2 \times 235 = 282$  km/h, en incrementos de 1 km/h.

#### 3.6.4. Consideración del ripado de vía

Se desplazará la línea de carga posicionada originalmente en el eje del tablero en dirección transversal 30 cm según las consideraciones expuestas en el apartado 3.1. Al ser el tablero simétrico, se realizará un solo caso.

En la figura 3.35 se muestra un esquema del eje de la vía en su posición original y el eje considerando el ripado de vía.

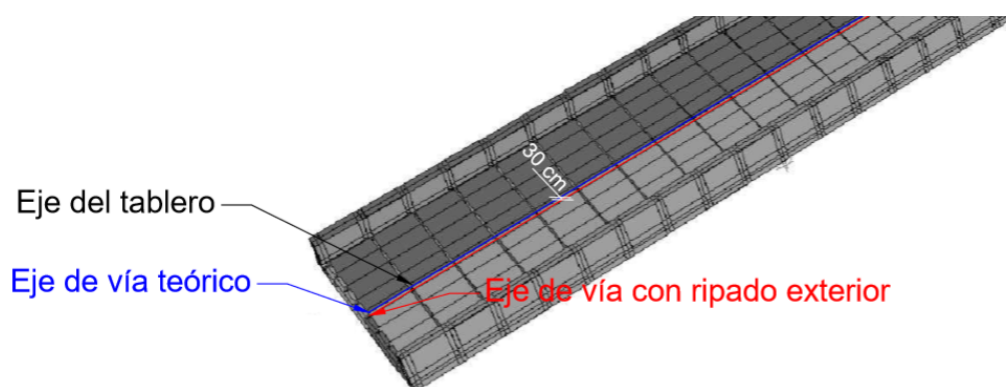


Figura 3.35: Esquema de los modelos considerados. Viaducto de Santa Ana

#### 3.6.5. Puntos de postproceso

Se tienen un total de 45 puntos de postproceso para aceleraciones, 9 por vano, denominados P1 a P45. Estos puntos son los mismos para todos los modelos, ya que la banqueta de balasto mantiene su geometría.

Las flechas se calculan en el eje de la vía, en las secciones de centro y cuartos de vano. Se obtienen 15 puntos en total, denominados P46 a P60. Estos puntos variaran en cada caso, al modificarse la posición del eje de vía en los casos de ripado.

En la siguiente página se muestra un esquema de los puntos de postproceso de aceleraciones considerados:

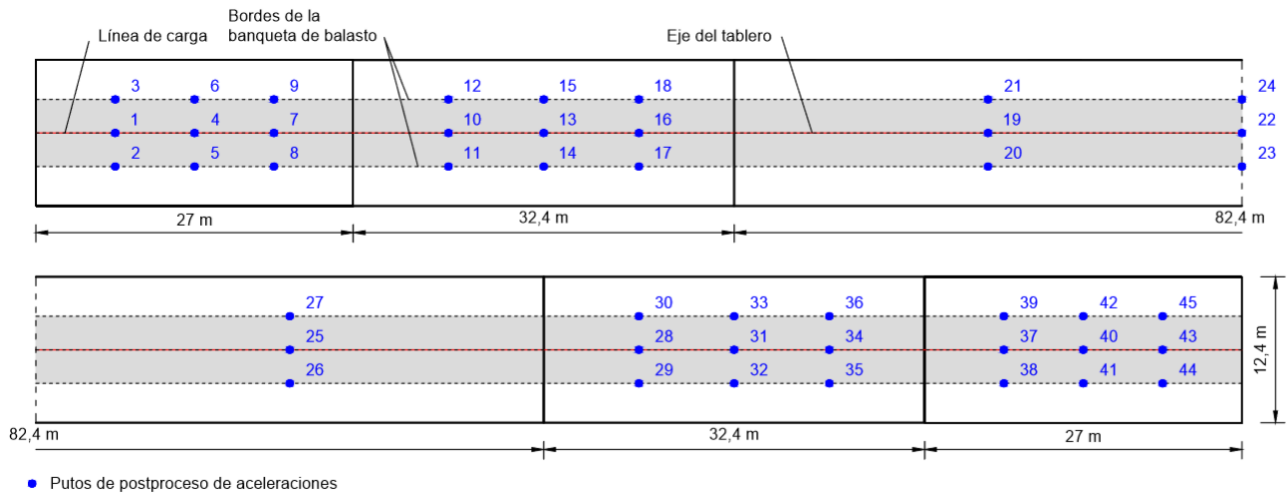


Figura 3.36: Puntos de postproceso de aceleraciones. Viaducto de Santa Ana

Para cada uno de estos puntos y cada tren considerado (10) se obtiene la envolvente, sumando un total de 450 envolventes de aceleraciones y 150 envolventes de desplazamientos.

### 3.6.6. Modelo con ripado

Los resultados de aceleraciones obtenidos para el análisis del modelo con ripado se compararán con los que obtendría el modelo original sin ripado.

#### Comparación de aceleración máxima absoluta

La aceleración máxima de todo el puente para cada caso se muestra en la tabla:

Caso	Aceleración máxima ( $m/s^2$ )	Punto	Tren	Velocidad ( $km/h$ )
Sin ripado	5,82836	37	A7	272
Ripado 30cm	5,80664	37	A7	272

Cuadro 3.10: Máximos de aceleración. Comparativa entre modelo sin ripado y con ripado interior. Viaducto de Santa Ana

La variación de la aceleración máxima es muy reducida. A continuación, se muestran las gráficas con la composición por trenes de envolventes en el punto (37) para ambos casos y un gráfico comparativa.



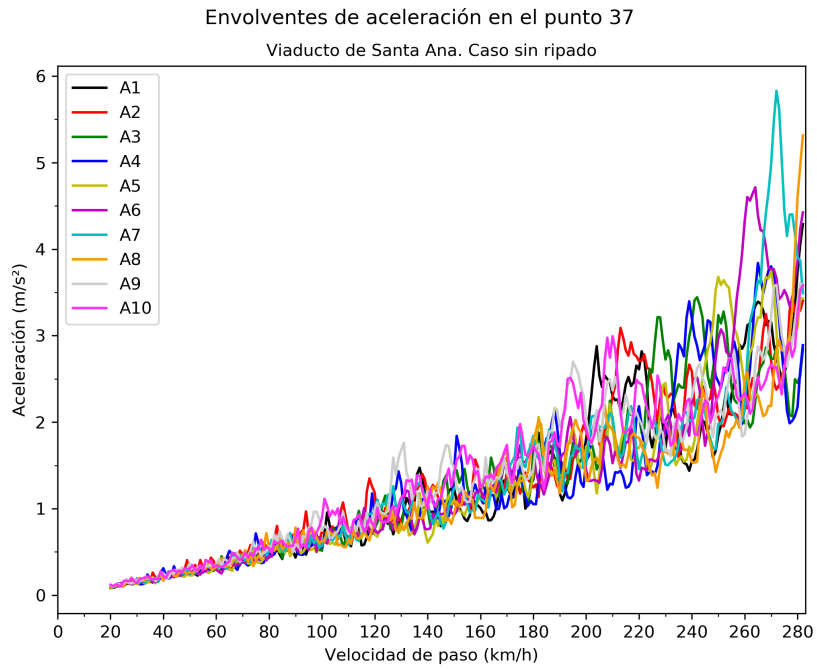


Figura 3.37: Envolvente en punto de aceleración máxima. Composición por trenes. Caso sin ripado. Viaducto de Santa Ana

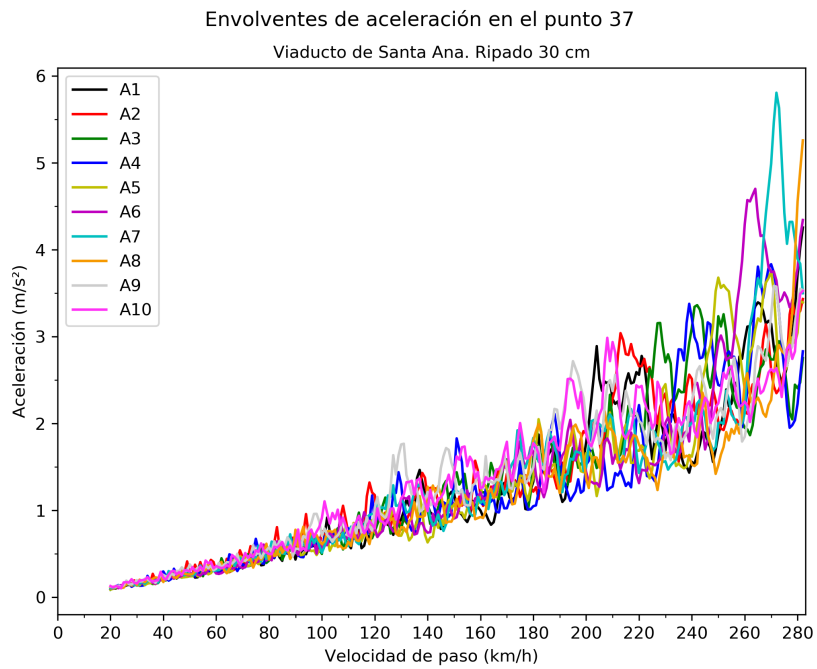


Figura 3.38: Envolvente en punto de aceleración máxima. Composición por trenes. Caso ripado 30 cm. Viaducto de Santa Ana

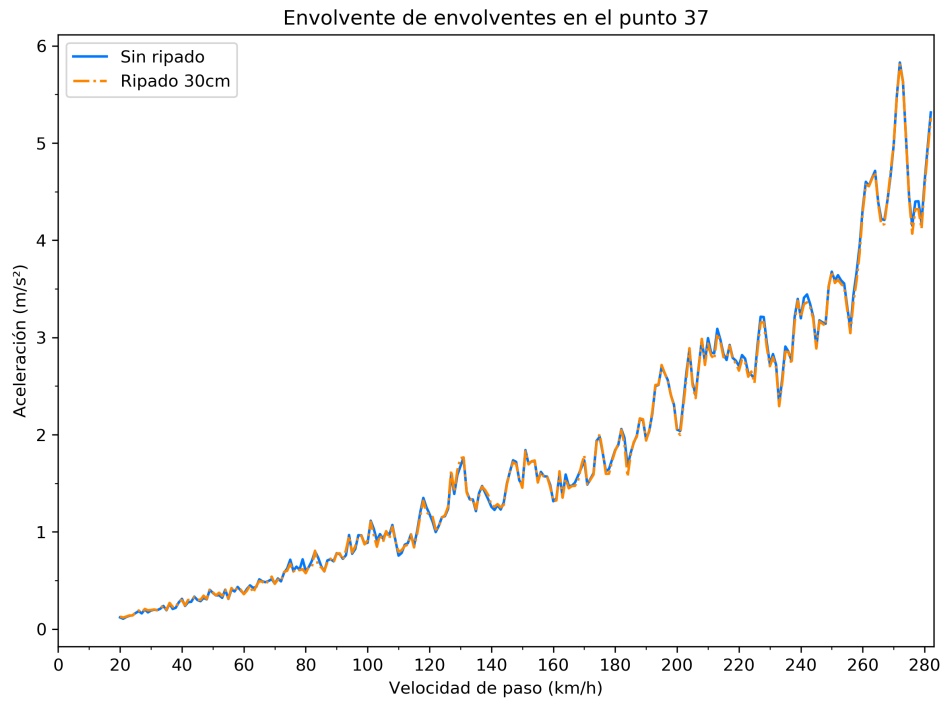


Figura 3.39: Comparativa de envolvente de envolventes entre caso sin ripado y ripado 30 cm. Viaducto de Santa Ana

Las diferencias apreciadas entre los dos casos son mínimas en cuanto a esta comparación.

Comparación de aceleración por vanos

Se realiza ahora un análisis de la envolvente total de los puntos de postproceso de cada vano (9 en cada), con el fin de detectar posibles diferencias. Se presentan las gráficas obtenidas a continuación:

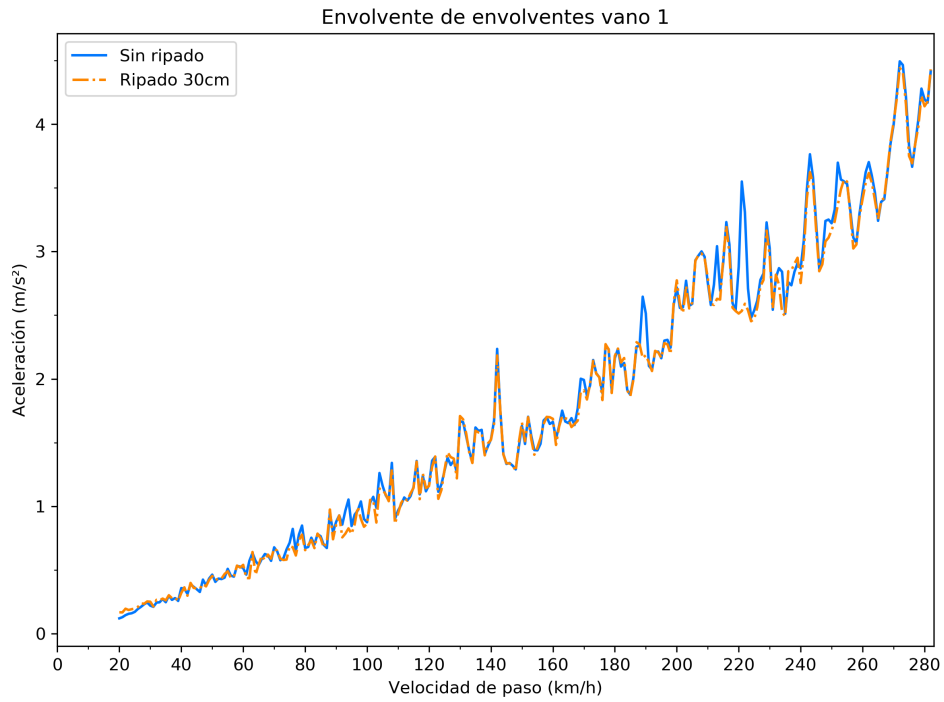


Figura 3.40: Envolverte vano 1. Viaducto de Santa Ana

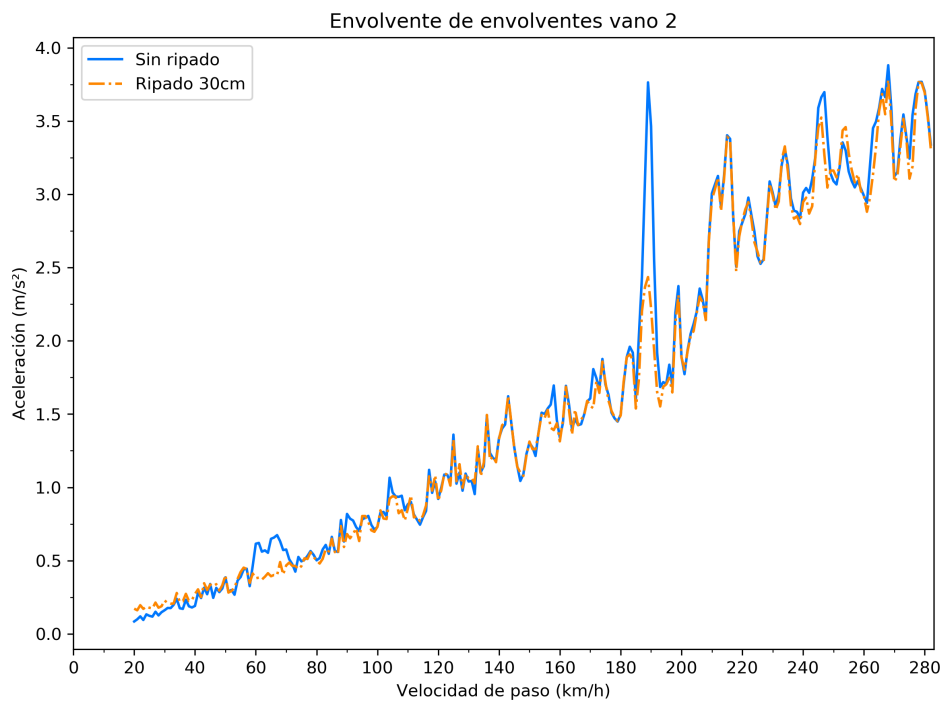


Figura 3.41: Envolverte vano 2. Viaducto de Santa Ana

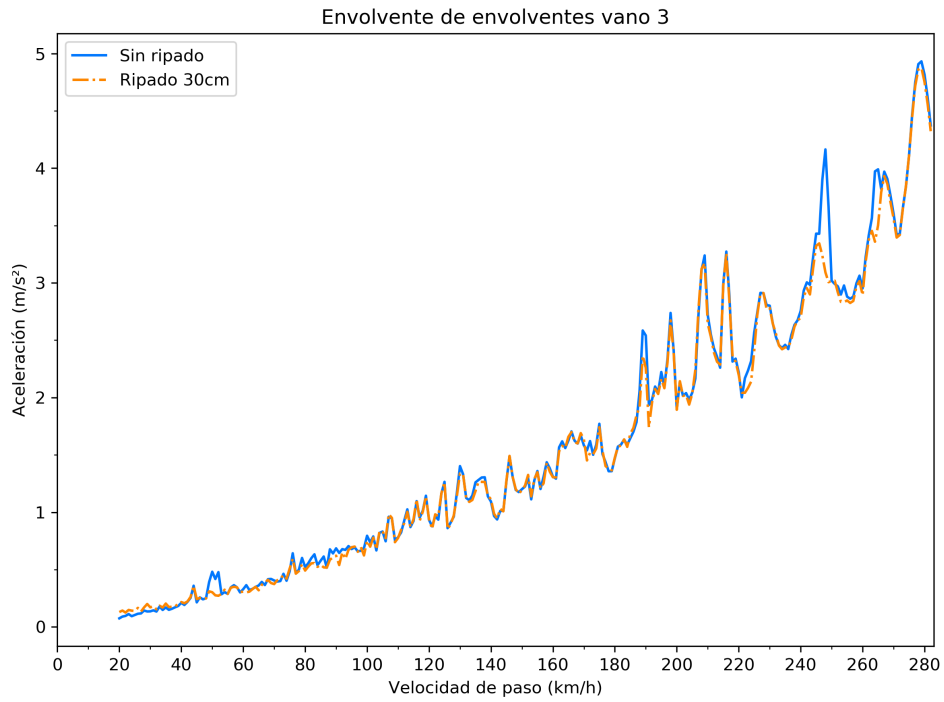


Figura 3.42: Envolverte vano 3. Viaducto de Santa Ana

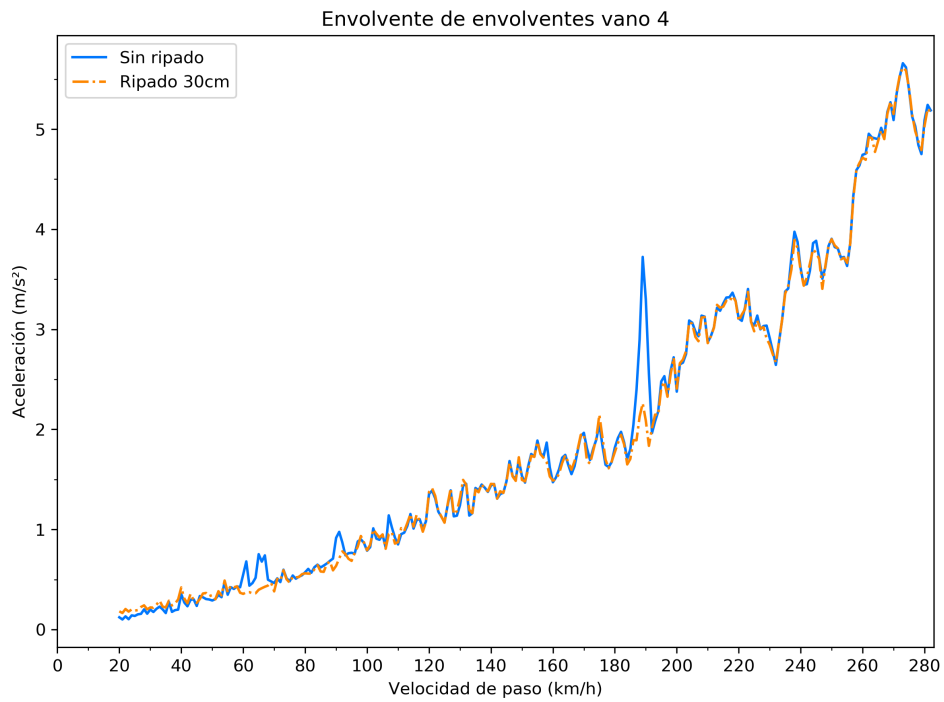


Figura 3.43: Envolverte vano 4. Viaducto de Santa Ana

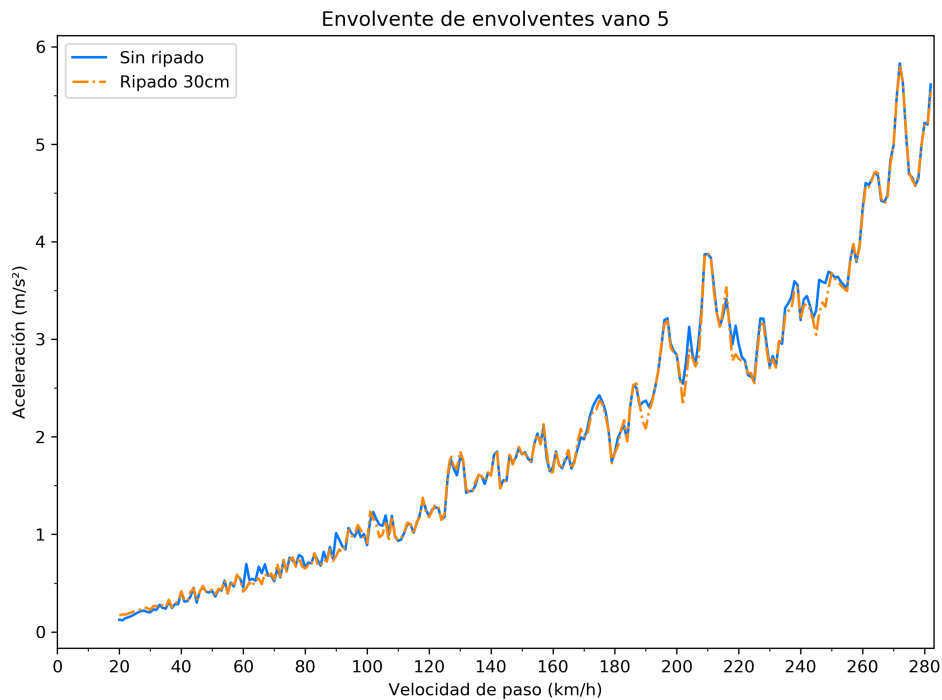


Figura 3.44: Envolverte vano 5. Viaducto de Santa Ana

Se puede observar que las aceleraciones en el modelo incluyendo el ripado se encuentran por debajo o muy cercanas al caso de vía centrada sin ripado. Para ciertas velocidades de paso existen picos de aceleraciones en el caso original por encima del caso ripado. Esto se produce en los vanos 1 a 4, mientras que en el vano 5 las envolventes se encuentran muy próximas. Cabe destacar, que en este último vano es donde se produce la aceleración máxima dentro del viaducto.

#### Comparación por puntos y trenes

Con el fin de obtener una visión más clara de las diferencias entre los casos analizados se analizan las envolventes de aceleración en cada punto y para cada tren.

Se presentan a continuación algunas gráficas en las que se puede apreciar la respuesta en términos de aceleraciones en ambos modelos.

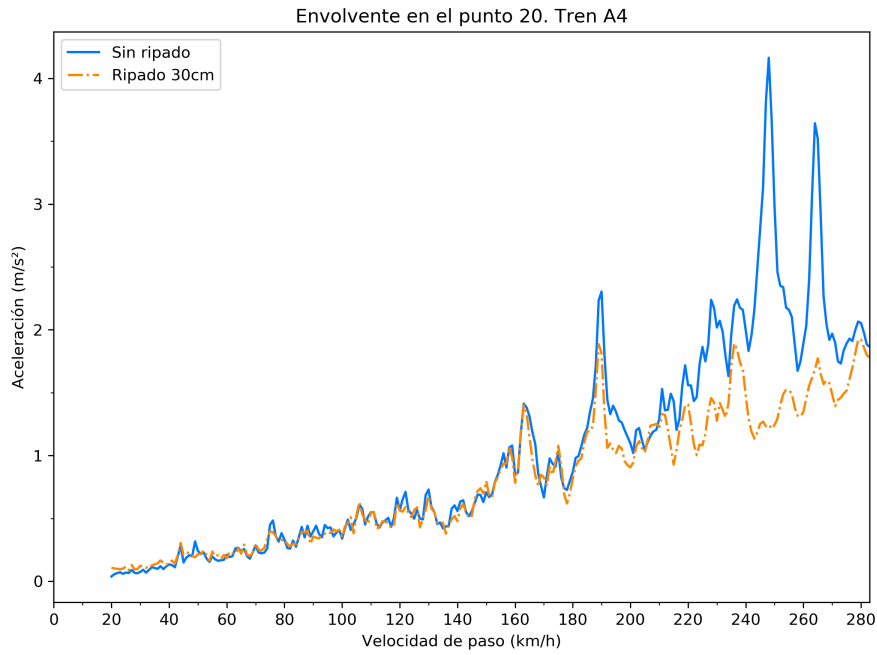


Figura 3.45: Envlovente en el punto 20. Tren A4. Viaducto de Santa Ana

Este es el punto donde la diferencia entre las envolventes es mayor. En esta gráfica pueden observarse varios picos de aceleración para el caso en el que la vía se encuentra en posición centrada, mientras que en el caso incluyendo el ripado este no se produce, quedando su valor muy por debajo.

A continuación, se presenta una tabla incluyendo los valores de aceleración en cada caso para el punto con mayor diferencia:

Caso	Punto	Tren	Velocidad (km/h)	Aceleración (m/s <sup>2</sup> )
Sin ripado	20	A4	248	4,16319
Ripado 30cm exterior				1,24592
<b>Diferencia</b>				<b>2,91727</b>

Cuadro 3.11: Comparativa en punto 20, tren A4, entre modelo sin ripado y con ripado. Viaducto de Santa Ana

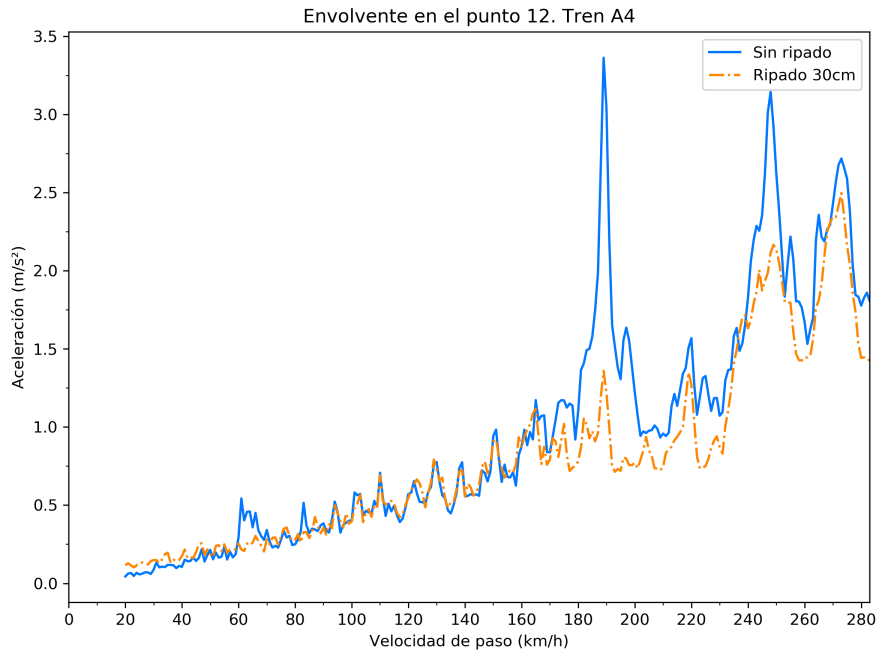


Figura 3.46: Envoltura en el punto 12 Tren 4. Viaducto de Santa Ana

En este punto y para el mismo tren que el anterior, se producen varios picos de aceleraciones en el caso sin ripado, llegando a ser la diferencia con el modelo incluyendo ripado de magnitud mayor a  $2m/s^2$ .

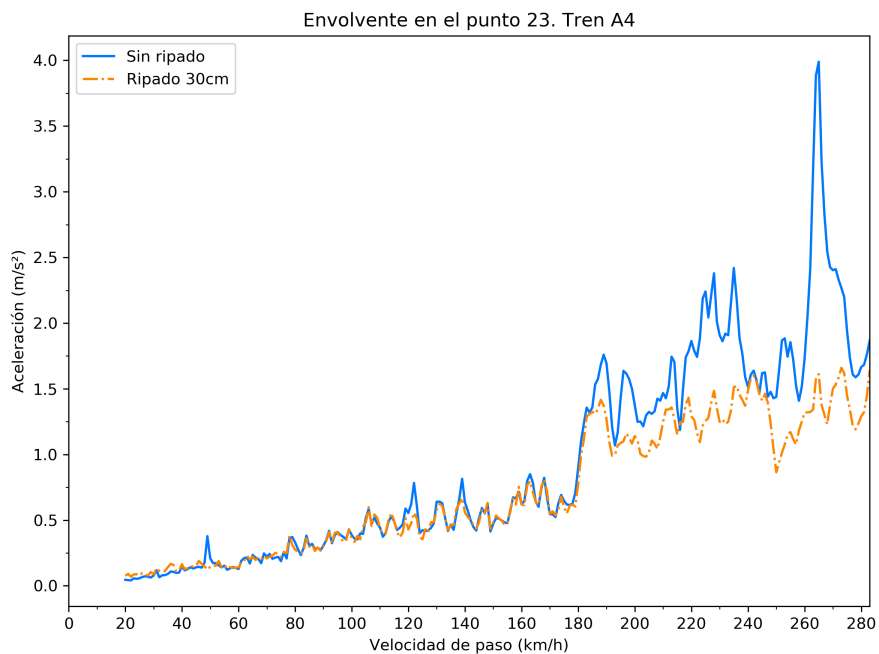


Figura 3.47: Envoltura en el punto 23. Tren 4. Viaducto de Santa Ana

Para este punto, que se encuentra en el punto medio del vano central, se producen numerosos picos de aceleraciones en el caso sin ripado que no se producen en el caso incluyendo el ripado de vía.

### **3.6.7. Conclusión**

Tras la realización del caso de ripado para el Viaducto de Santa Ana, la conclusión es que las diferencias entre el modelo con y sin ripado son notables.

Se aprecia que el desplazamiento lateral de la vía desde su posición original (eje del tablero) conlleva en general una reducción en la aceleración máxima. A partir del análisis de los datos se puede observar que estas diferencias son mayores en los vanos intermedios y el vano central, a  $L/4$  en su mayor parte y en los bordes de la banqueta de balasto para el tren A4. Esto nos induce a pensar que a causa de este tren se produce la resonancia de la estructura.



### 3.7. Caso 3. Viaducto de Riofrío

#### 3.7.1. Descripción de la estructura

El Viaducto de Riofrío forma parte de la Línea de Alta Velocidad Antequera-Granada, en el tramo de Quejigares. Es un puente cajón continuo de hormigón y doble vía. Cuenta con un total de 10 vanos, luces 26,5-38-38-38-38-38-55-38-26,5 y canto 3 m.



Figura 3.48: Sección longitudinal. Viaducto de Riofrío

#### 3.7.2. Modelo de la estructura

El viaducto se modeliza con elementos tipo lámina delgada y viga.

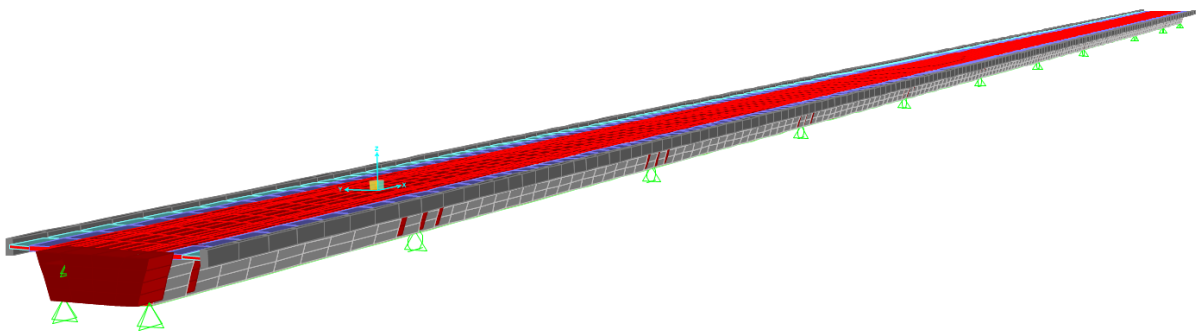


Figura 3.49: Modelo 3D. Viaducto de Riofrío

Las propiedades mecánicas para los materiales de la estructura se muestran en el siguiente cuadro.

Propiedad	Hormigón	Acero
Modulo de elasticidad E	40 GPa	200 GPa
Coefficiente de Poisson $\nu$	0.2	0.3
Densidad $\rho$	2500 kg/m <sup>3</sup>	7850 kg/m <sup>3</sup>

Cuadro 3.12: Propiedades mecánicas. Viaducto del Rodenillo

Las acciones consideradas para el cálculo modal son únicamente cargas permanentes, que actúan sobre el tablero del viaducto. A continuación, se enumeran:

- Balasto (valor nominal)

- Vías y traviesas
- Muretes guardabalasto
- Aceras y canalizaciones
- Barandilla e imposta

Al igual que en el resto de casos solo se considera el valor nominal del balasto

Las cargas se distribuyen uniformemente a lo largo del tablero modificando la masa de cada sección de este para obtener el peso correspondiente al peso propio del hormigón de la losa más el peso de la carga considerada. Este coeficiente modificador de masa se puede obtener de la siguiente forma:

$$c = \frac{m_{losa} + m_{carga}}{m_{losa}} = \frac{\gamma_{losa} \cdot e + \gamma_{carga} \cdot e_{carga}}{\gamma_{losa} \cdot e_{losa}}$$

$$m_{real} = c \cdot m_{losa}$$

A continuación, se muestra el modelo y se detallan las partes que lo componen:

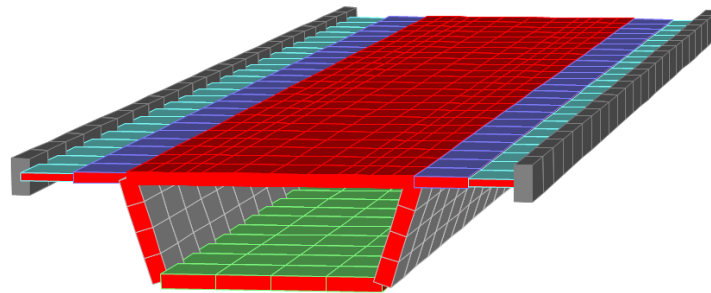


Figura 3.50: Corte transversal. Viaducto de Riofrio

En el corte transversal puede observarse la sección del cajón. Las partes que lo componen son:

- Losa inferior (verde), espesor de 40 cm
- Almas (gris claro), espesor de 50 cm
- Losa superior (rojo, azul y cian), espesor variable: 35 cm en losa entre almas, 30 cm en losa en la parte interior de las alas y 20 cm en la más exterior.
- Barrera (gris oscuro), espesor 100 cm y ancho 50 cm

La losa inferior, almas y losa superior se modelizan como elementos tipo lámina delgada y la barrera como elemento tipo viga, que además permite evitar rizados en los extremos del tablero al realizar el análisis modal.

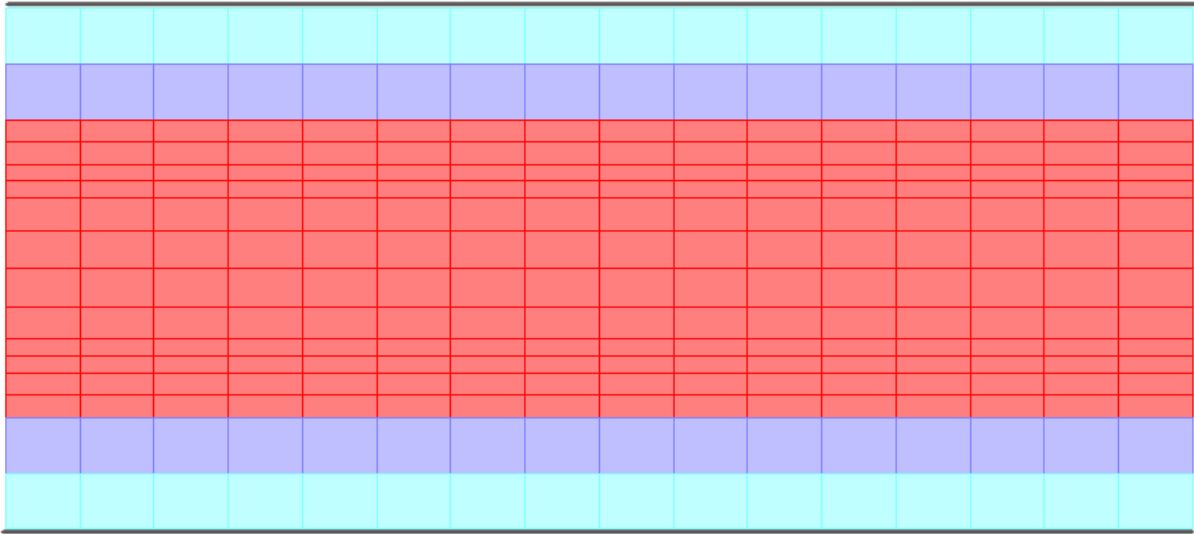


Figura 3.51: Mallado del tablero. Viaducto de Riofrío

El tablero se divide en 3 partes, simétricas respecto al eje de la viga. A continuación, se identifican desde el eje hasta el exterior de la sección:

- Zona de balasto y vías (rojo)
- Zona entre balasto y aceras (azul)
- Zona de acera y canalizaciones (cián)
- Barrera (gris)

El mallado es variable: en la dirección longitudinal entre 2 m y 2,65 m en función de la longitud de los vanos y en la transversal entre 1,5 m y 0,45 m según la dimensión de los elementos.

Los apoyos de la estructura en estribos y pilares se modelizan mediante apoyos simples verticales.

En los estribos y las pilas se disponen riostras mediante el macizado del cajón. Esto confiere a estas zonas una rigidez superior lo cual impide el alabeo y la distorsión.

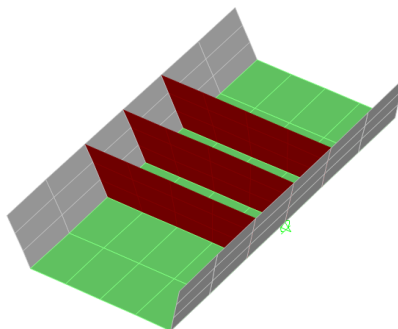


Figura 3.52: Detalle de riostras. Viaducto de Riofrío

### 3.7.3. Método de cálculo

El análisis se realizará mediante la superposición modal teniendo en cuenta los modos con frecuencias menores de 30 Hz según indica la IAPF-07. En el caso del Viaducto del Rodenillo se considerarán 183 modos de vibración. Las frecuencias de cada modo se muestran en el cuadro 3.13 y 3.14.

El paso de tiempo elegido para el cálculo temporal se corresponde con la décima parte del periodo mínimo, paso el cual se considera suficiente para poder muestrear correctamente todos los modos. La frecuencia máxima considerada es de 29,997 Hz, por lo que este paso de tiempo será 0,0033336 s.

Las vibraciones libres que ocurren tras el paso del tren sobre el tablero se calculan durante un tiempo igual a 6 segundos, tiempo suficiente para el correcto análisis de los valores significativos.

La tasa de amortiguamiento adoptada es del 2.0 %, según las prescripciones de la IAPF-07 para Puentes de hormigón estructural con luz mayor a 20m.

Se consideran velocidades de paso de los trenes desde 20 km/h hasta 1,2x350=420 km/h, en incrementos de 1 km/h.

Modo	Frecuencia (Hz)	Modo	Frecuencia (Hz)	Modo	Frecuencia (Hz)
1	3.018	26	12.364	51	15.905
2	3.9676	27	12.509	52	15.96
3	4.4993	28	12.658	53	16.019
4	4.975	29	12.786	54	16.053
5	5.5658	30	12.875	55	16.127
6	5.8672	31	12.945	56	16.209
7	6.3774	32	13.818	57	16.244
8	7.0161	33	14.314	58	16.736
9	7.5091	34	14.401	59	17.045
10	7.7706	35	14.922	60	17.135
11	7.8478	36	15.003	61	17.162
12	8.7357	37	15.037	62	17.194
13	9.516	38	15.084	63	17.227
14	10.083	39	15.09	64	17.244
15	10.415	40	15.137	65	17.285
16	11.484	41	15.17	66	17.305
17	11.783	42	15.18	67	17.317
18	12.004	43	15.207	68	17.332
19	12.025	44	15.225	69	17.46
20	12.103	45	15.378	70	17.546
21	12.159	46	15.515	71	17.557
22	12.173	47	15.666	72	17.808
23	12.199	48	15.751	73	17.906
24	12.215	49	15.838	74	18.745
25	12.241	50	15.877	75	19.259

Cuadro 3.13: Modos de vibración. Viaducto de Riofrío

Modo	Frecuencia (Hz)	Modo	Frecuencia (Hz)	Modo	Frecuencia (Hz)
76	19.26	112	22.055	148	25.84
77	19.563	113	22.933	149	25.924
78	19.591	114	23.147	150	26.343
79	19.651	115	23.18	151	26.404
80	19.661	116	23.184	152	26.417
81	19.736	117	23.19	153	26.586
82	19.767	118	23.193	154	26.654
83	19.786	119	23.223	155	26.799
84	19.811	120	23.264	156	26.904
85	19.859	121	23.377	157	26.954
86	19.884	122	23.478	158	26.995
87	19.902	123	23.53	159	27.147
88	19.921	124	23.633	160	27.228
89	19.926	125	23.646	161	27.232
90	19.94	126	23.764	162	27.265
91	20.003	127	23.791	163	27.291
92	20.062	128	23.874	164	27.327
93	20.077	129	23.997	165	27.38
94	20.169	130	24.032	166	27.442
95	20.278	131	24.098	167	27.548
96	20.349	132	24.212	168	28.047
97	20.489	133	24.219	169	28.261
98	20.595	134	24.338	170	28.29
99	20.67	135	24.368	171	28.382
100	20.732	136	24.503	172	28.575
101	20.893	137	24.578	173	28.724
102	20.993	138	24.642	174	28.787
103	21.099	139	24.788	175	29.057
104	21.238	140	24.926	176	29.095
105	21.36	141	25.014	177	29.346
106	21.394	142	25.059	178	29.496
107	21.479	143	25.338	179	29.619
108	21.515	144	25.414	180	29.818
109	21.752	145	25.481	181	29.874
110	21.864	146	25.51	182	29.929
111	21.877	147	25.813	183	29.997

Cuadro 3.14: Modos de vibración (continuación). Viaducto de Riofrío

#### 3.7.4. Consideración del ripado de vía

Para tener en cuenta el ripado se desplazará el eje de la vía, y por tanto la línea de carga, en dirección transversal. Se considerarán los 30 cm de la IAPF-07 [1] y además, al tratarse de un puente con planta curva, se tendrá en cuenta el efecto de la fuerza centrífuga con las consideraciones expuestas a continuación, siguiendo en mayor o menor medida las prescripciones de [1] y [12].

La fuerza se asimila a un conjunto de cargas horizontales puntuales, perpendiculares al eje de la vía y aplicadas a una altura de 1,80 m sobre el plano medio de rodadura. Se calculará mediante el uso de la fórmula:

$$Q_{tk} = \frac{v^2}{g \cdot r} \cdot Q_{vk}$$

donde

$Q_{tk}$  valor característico de la fuerza centrífuga [kN].

$Q_{vk}$  valor característico de las cargas verticales [kN].

$v$  velocidad del tren [ $m/s^2$ ].

$g$  aceleración de la gravedad [ $9,81 m/s^2$ ].

$r$  radio de curvatura [m].

En este caso, el radio de curvatura en planta del puente es de 3000 m.

Según el apartado 6.3.6.3 *Distribución transversal de las acciones a través de las traviesas y del balasto* del Eurocódigo 1: Acciones en estructuras Parte 2: Cargas de tráfico en puentes [12] "En los puentes con vías sobre balasto y con peralte, las acciones se deberían distribuir transversalmente de la forma que se indica en la figura 6.8".

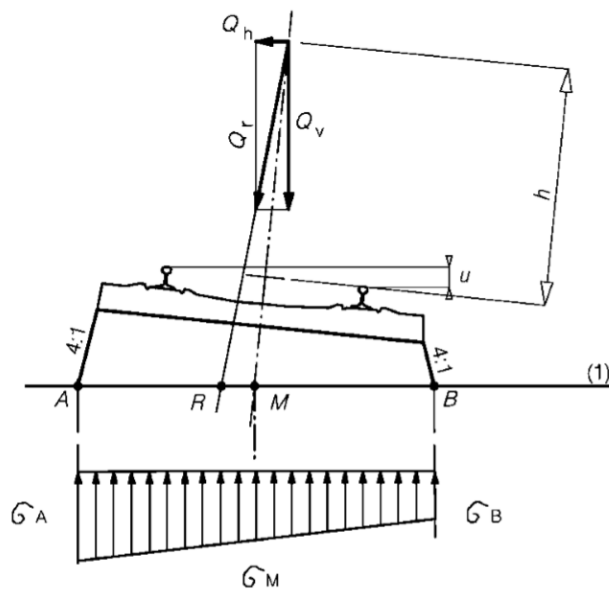


Figura 3.53: Distribución transversal de las acciones a través de traviesas y balasto, vía con peralte (Figura 6.8, extraída del Eurocódigo 1)

Teniendo en cuenta la fórmula anterior y la figura se calcula la excentricidad resultante a causa de la fuerza centrífuga.

Para un cálculo preciso sería necesario hallar dicha fuerza para cada velocidad de paso. Para simplificar, se tomará un valor medio de 15 cm correspondiente a una velocidad de unos 230 km/h. Además, hay que sumarle los 30 cm comentados anteriormente.

Por tanto, el ripado de vía tomará un valor de 45 cm. Se desplazará la línea de carga respecto a la posición teórica la magnitud del ripado calculada a ambos lados, hacia el interior del tablero y hacia el exterior de este.

En la figura 3.54 se muestra un esquema del eje de la vía en su posición original y los ejes considerando el ripado.

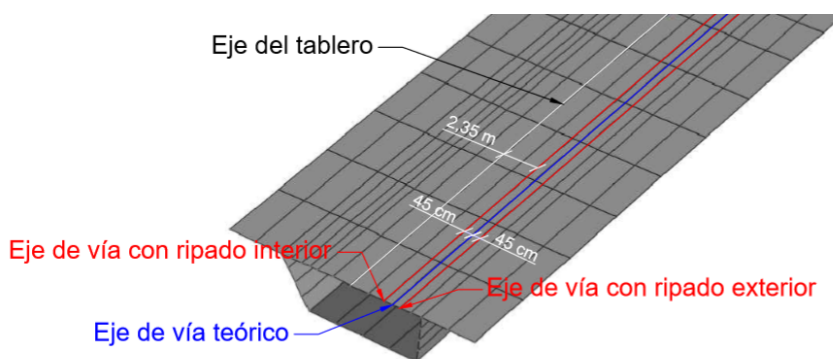


Figura 3.54: Esquema de los modelos considerados. Viaducto de Riofrío

### 3.7.5. Puntos de postproceso

Se tienen un total de 90 puntos de postproceso para aceleraciones, denominados P1 a P90. Las flechas se calculan en el eje de la vía, en las secciones de centro y cuartos de vano. Se obtienen 15 puntos en total, denominados P91 a P120.

En la figura 3.55 se muestra un esquema de los puntos de postproceso para aceleraciones considerados.

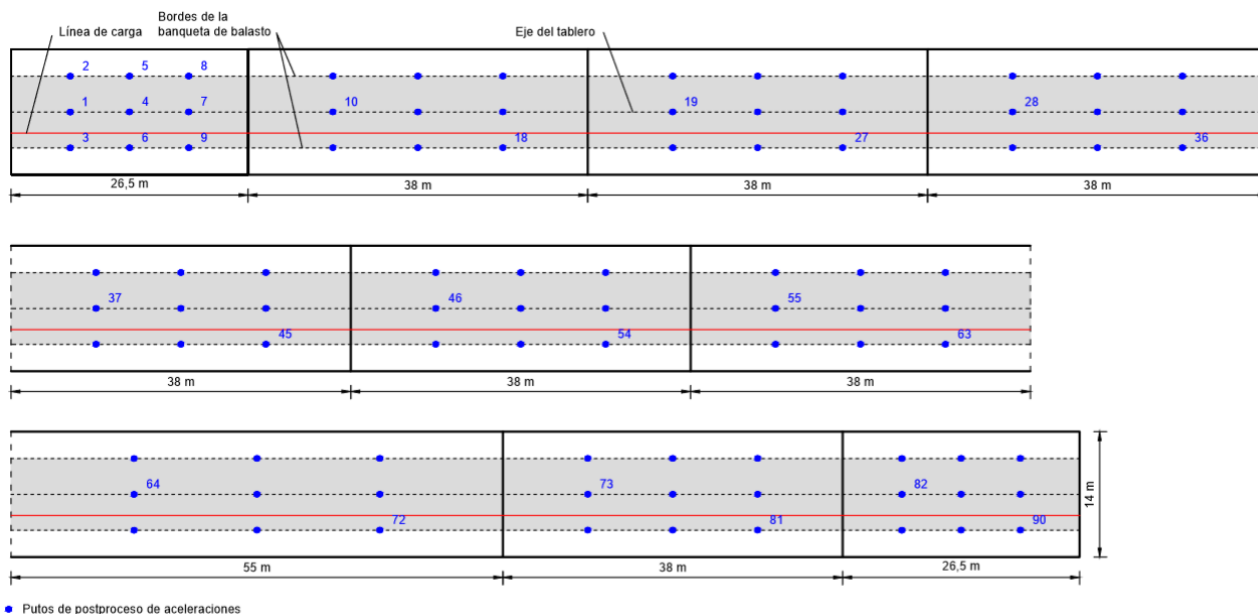


Figura 3.55: Puntos de postproceso de aceleraciones. Viaducto de Riofrío

Se obtiene la envolvente de aceleraciones y velocidades para todos los puntos (90 para aceleraciones y 30 para desplazamientos) y trenes considerados (10), dando lugar a un total de 900 envolventes de aceleraciones y 300 envolventes de velocidades.

### 3.7.6. Modelo con ripado exterior

En este caso se realiza el análisis del modelo con el eje de vía desplazado hacia el exterior del tablero. Los resultados obtenidos se compararán con del modelo original que no tiene en cuenta el ripado de vía.

#### Comparación de aceleración máxima absoluta

En primer lugar se obtiene y analiza el punto en el cual se produce la máxima aceleración vertical de entre todos los puntos de postproceso.

Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente tabla 3.15.

Caso	Aceleración máxima ( $m/s^2$ )	Punto	Tren	Velocidad ( $km/h$ )
Sin ripado	2,256673	71	A2	372
Ripado 45cm exterior	1,79632	87	A7	416

Cuadro 3.15: Máximos de aceleración. Comparativa entre modelo sin ripado y con ripado exterior. Viaducto de Riofrío

Se observa que los valores obtenidos difieren entre ellos. El punto de postproceso en el que se obtiene el máximo varía para cada caso, así como el tren y la velocidad de paso a la que se produce.



Destaca que el caso que considera el ripado de vía obtiene una aceleración máxima de unos  $0,46m/s^2$  menos que el caso del eje de vía en su posición original.

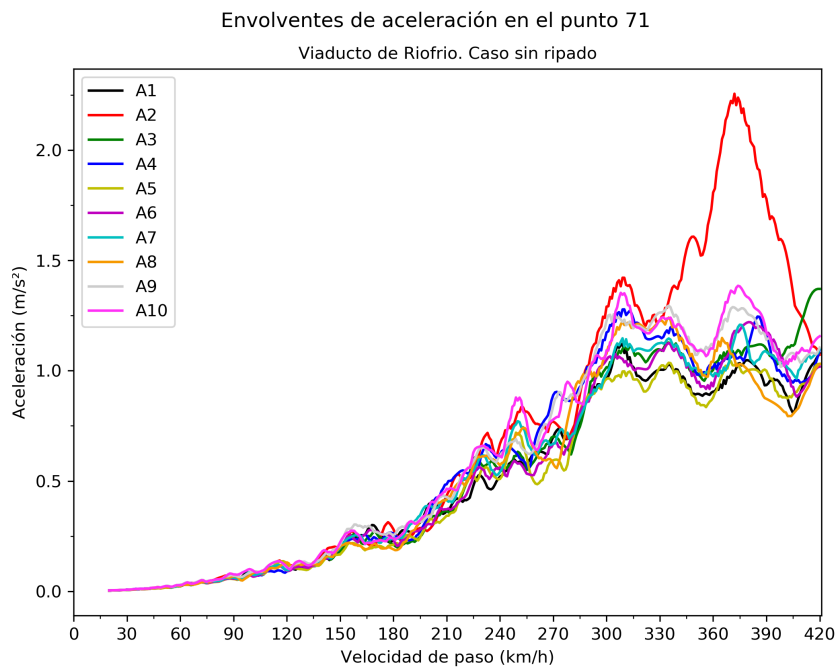


Figura 3.56: Envoltura en punto de aceleración máxima. Composición por trenes. Caso sin ripado. Viaducto de Riofrío

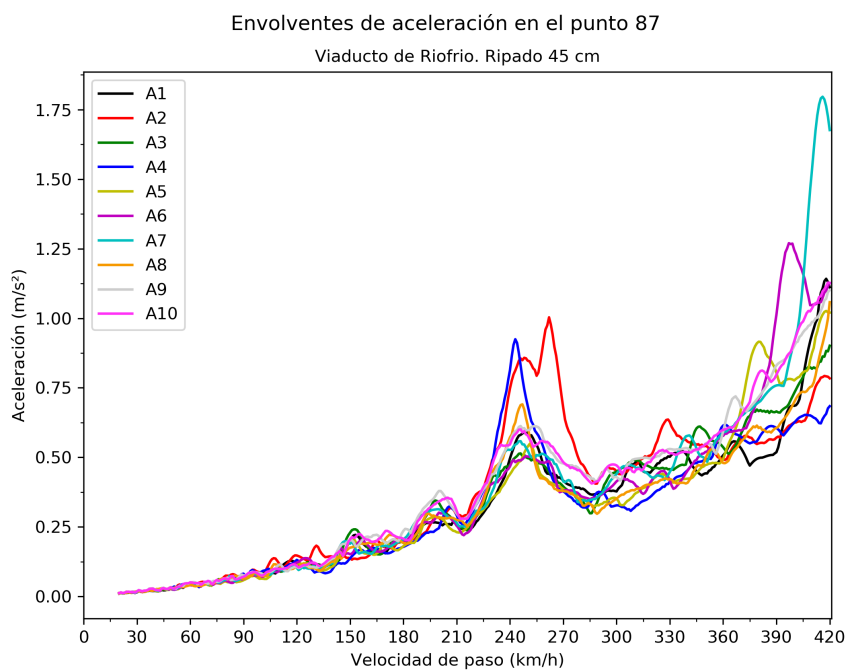


Figura 3.57: Envoltura en punto de aceleración máxima. Composición por trenes. Caso ripado 45 cm exterior. Viaducto de Riofrío

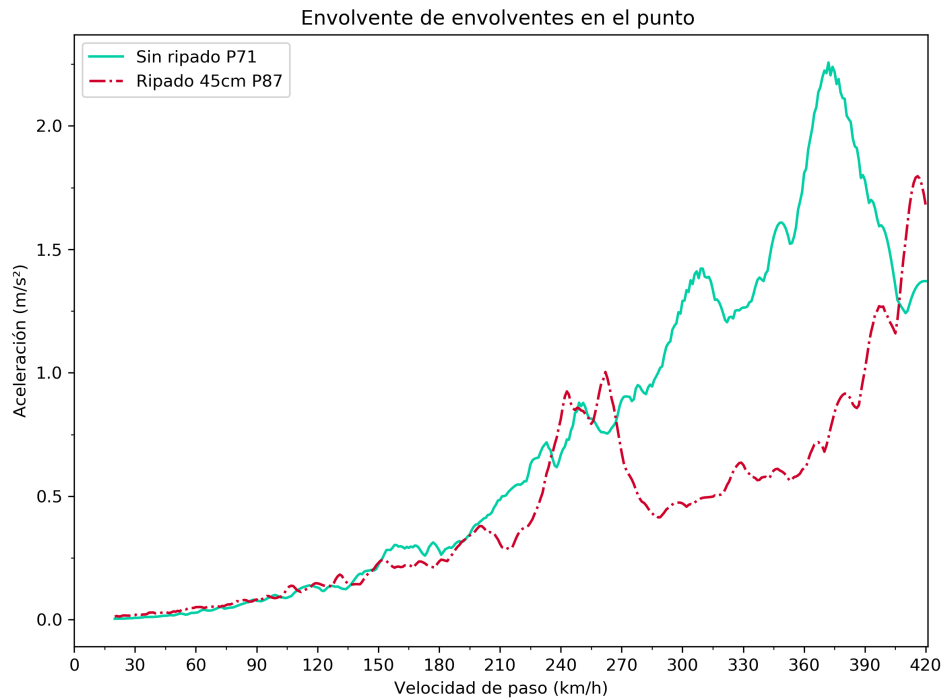


Figura 3.58: Comparativa de envolvente de envolventes entre caso sin ripado y ripado 30 cm exterior. Viaducto de Riofrío

Las gráficas son diferentes como cabía esperar al tratarse de distintos puntos de postproceso.

Comparación de aceleración por vanos

Ahora, se analiza la envolvente total de los puntos de postproceso en cada vano de los 10 que componen el viaducto. A continuación, se presentan las gráficas obtenidas:

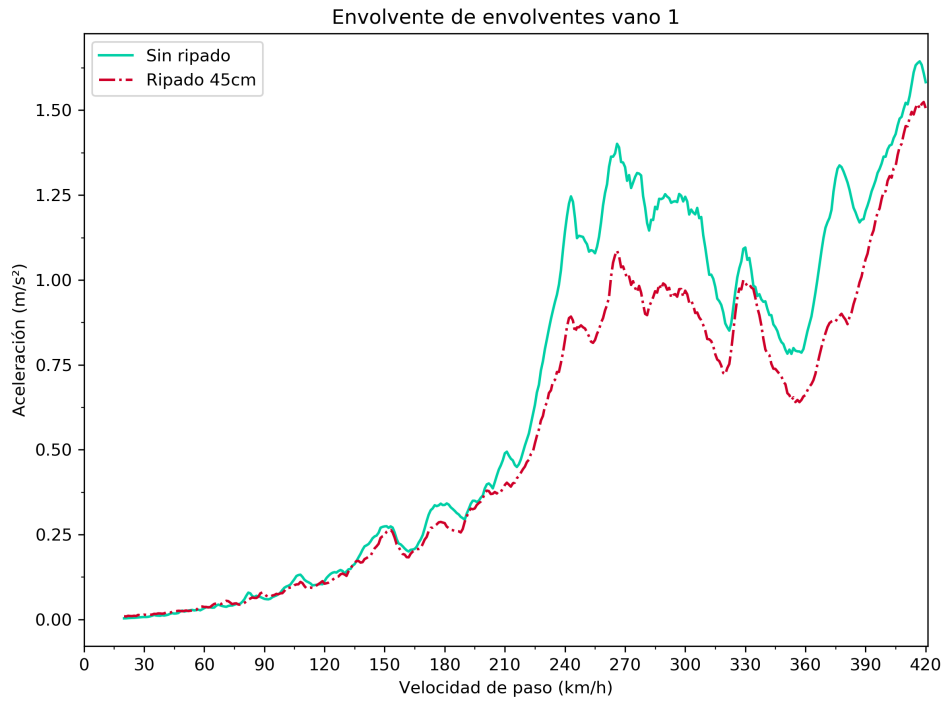


Figura 3.59: Envolvente vano 1. Viaducto de Riofrío

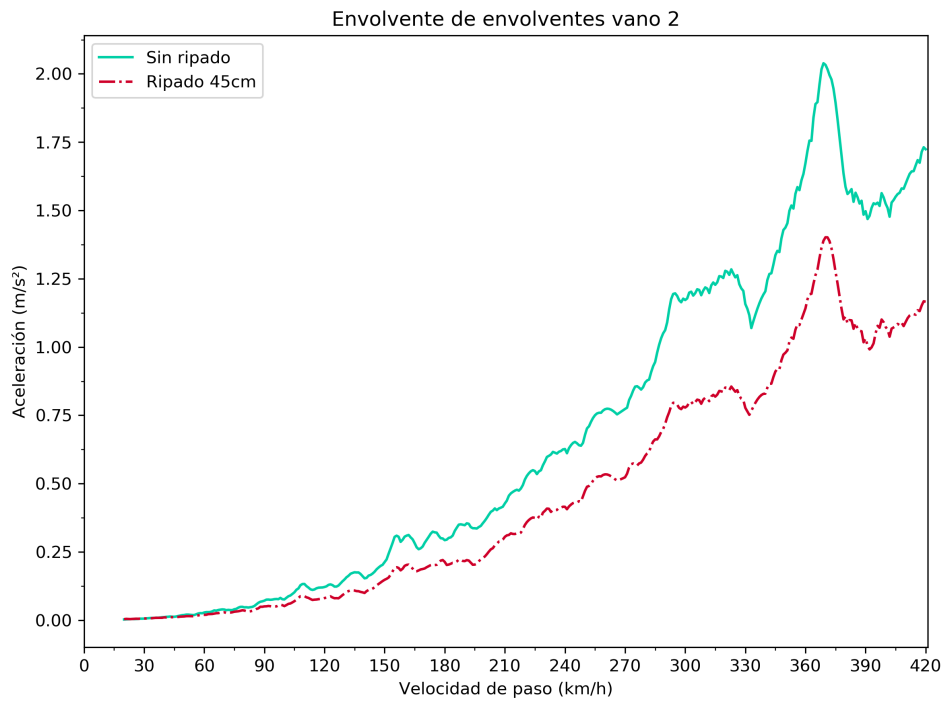


Figura 3.60: Envolvente vano 2. Viaducto de Riofrío

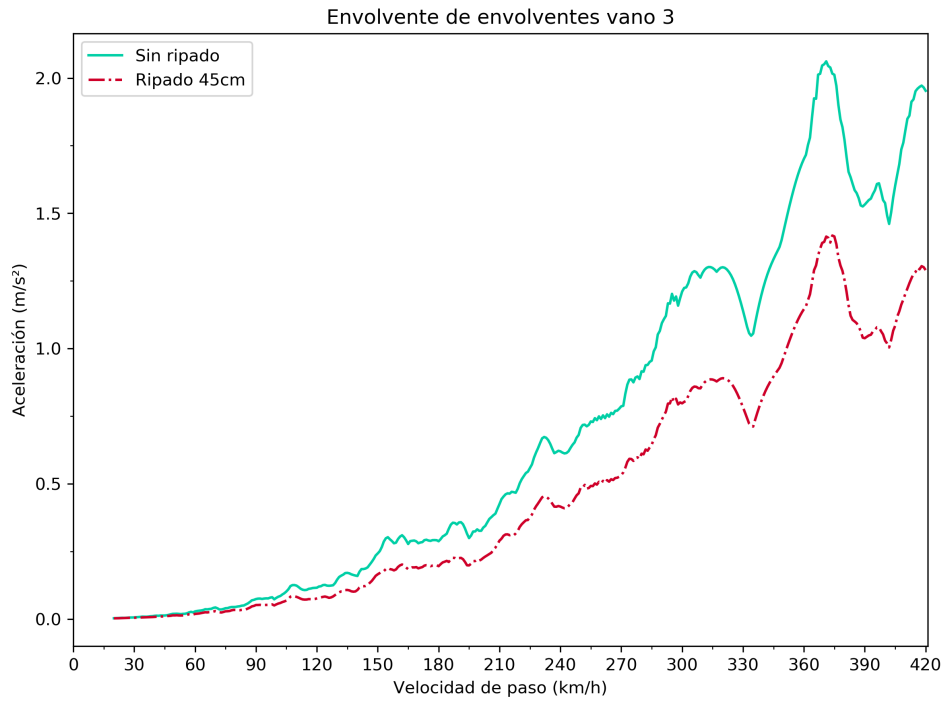


Figura 3.61: Envolvente vano 3. Viaducto de Riofrío

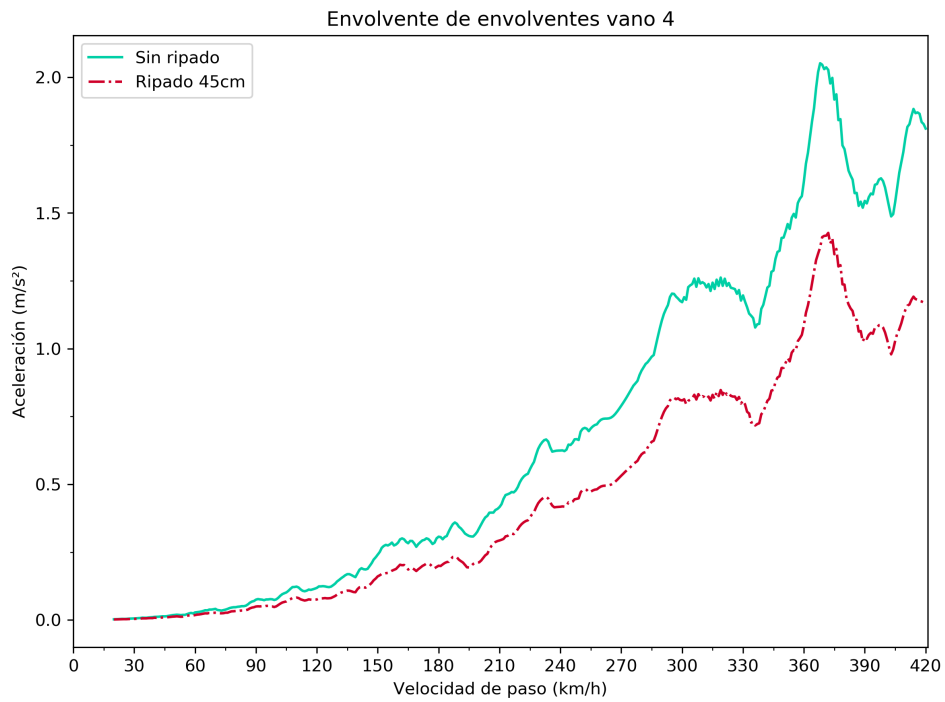


Figura 3.62: Envolvente vano 4. Viaducto de Riofrío

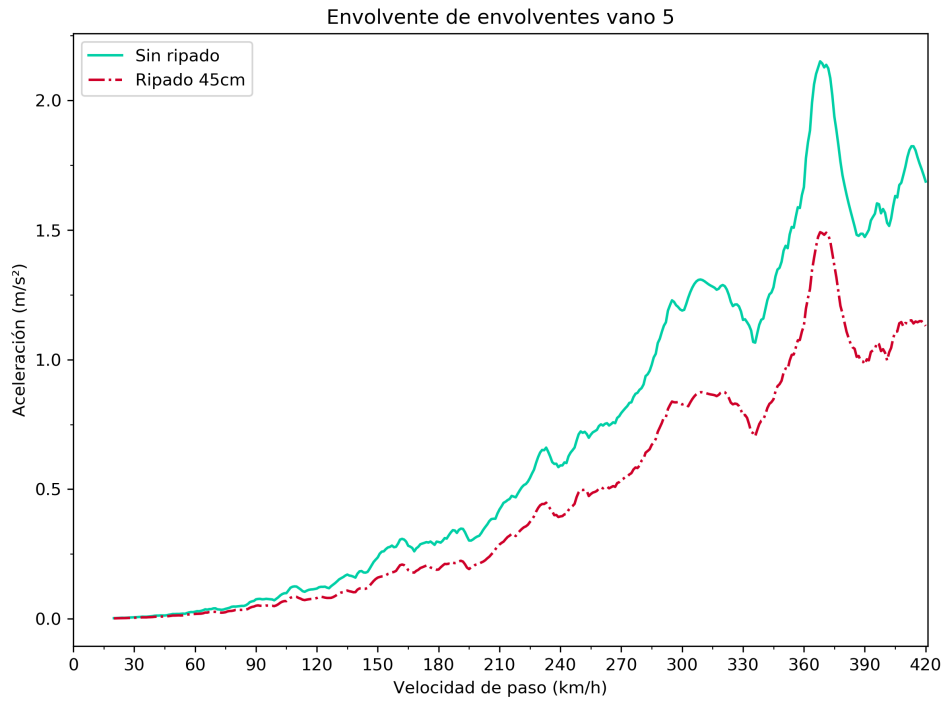


Figura 3.63: Envolverte vano 5. Viaducto de Riofrío

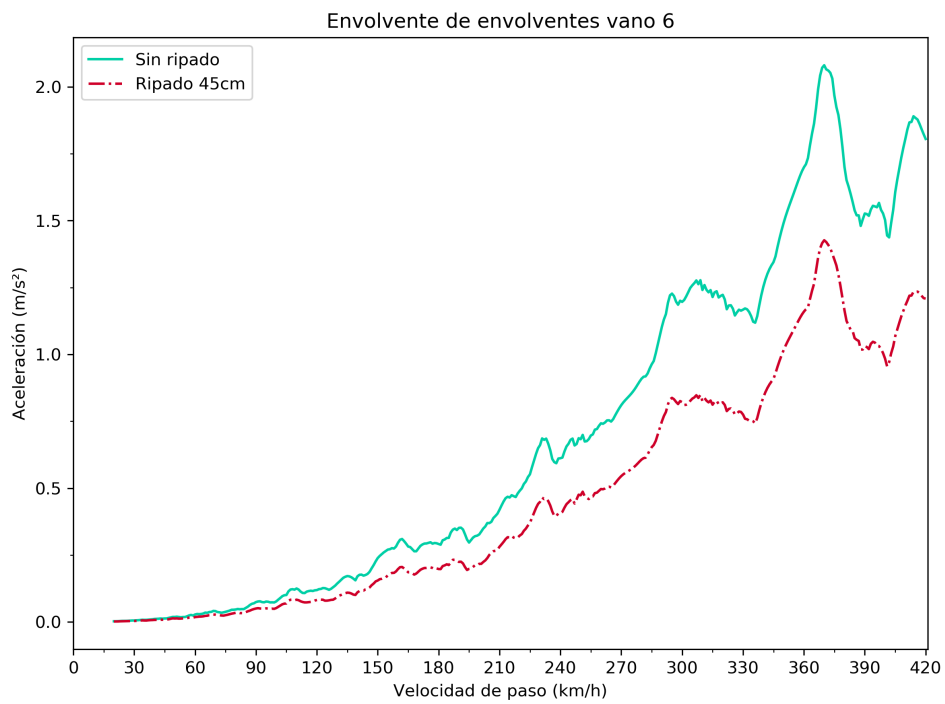


Figura 3.64: Envolverte vano 6. Viaducto de Riofrío

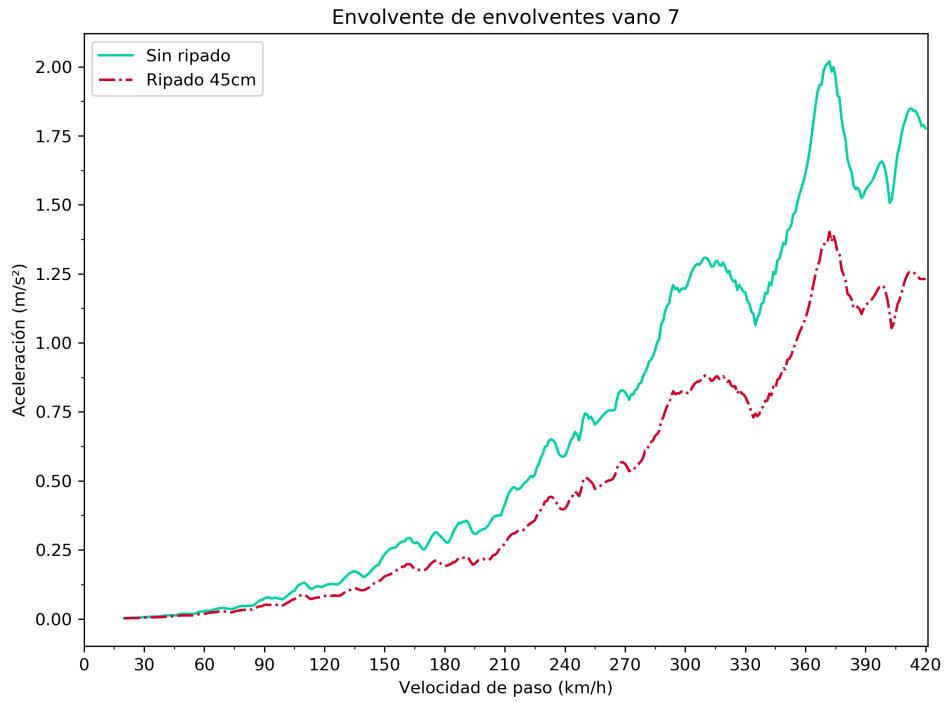


Figura 3.65: Envolvente vano 7. Viaducto de Riofrío

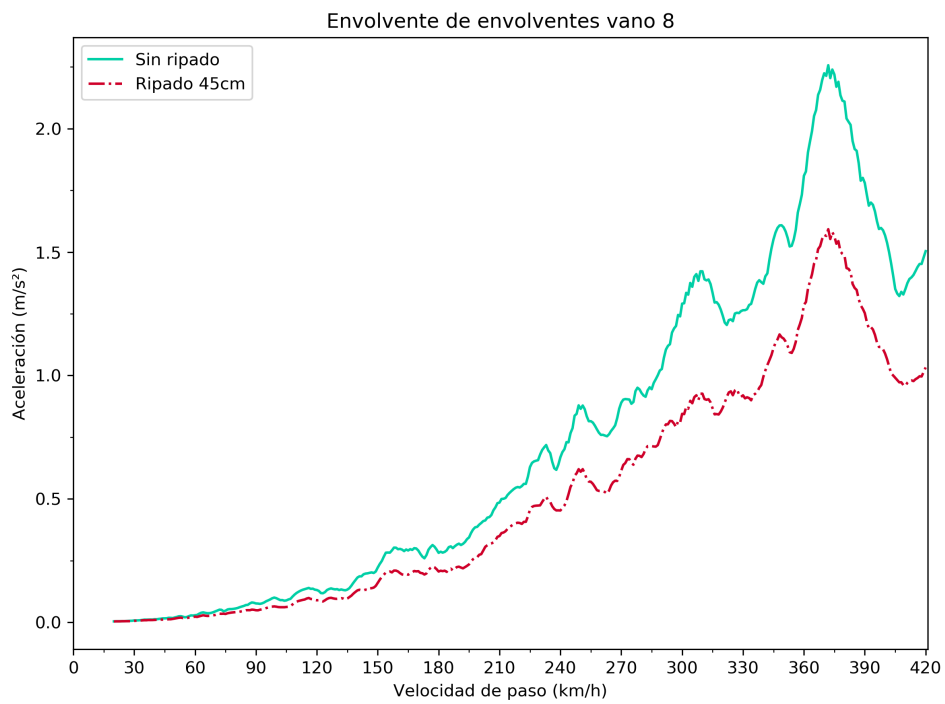


Figura 3.66: Envolvente vano 8. Viaducto de Riofrío

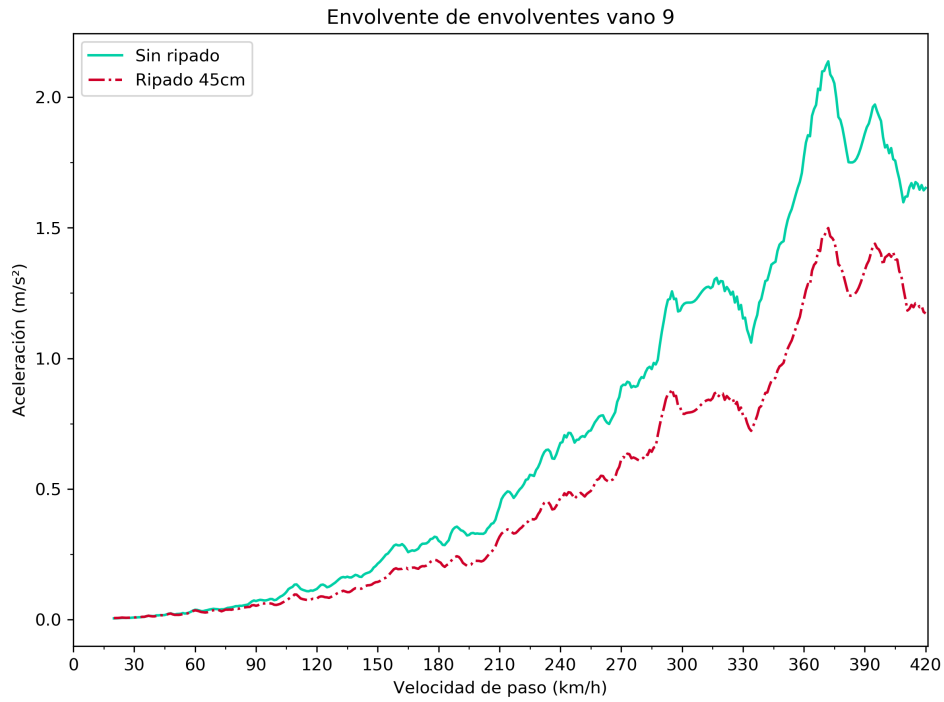


Figura 3.67: Envolvente vano 9. Viaducto de Riofrío

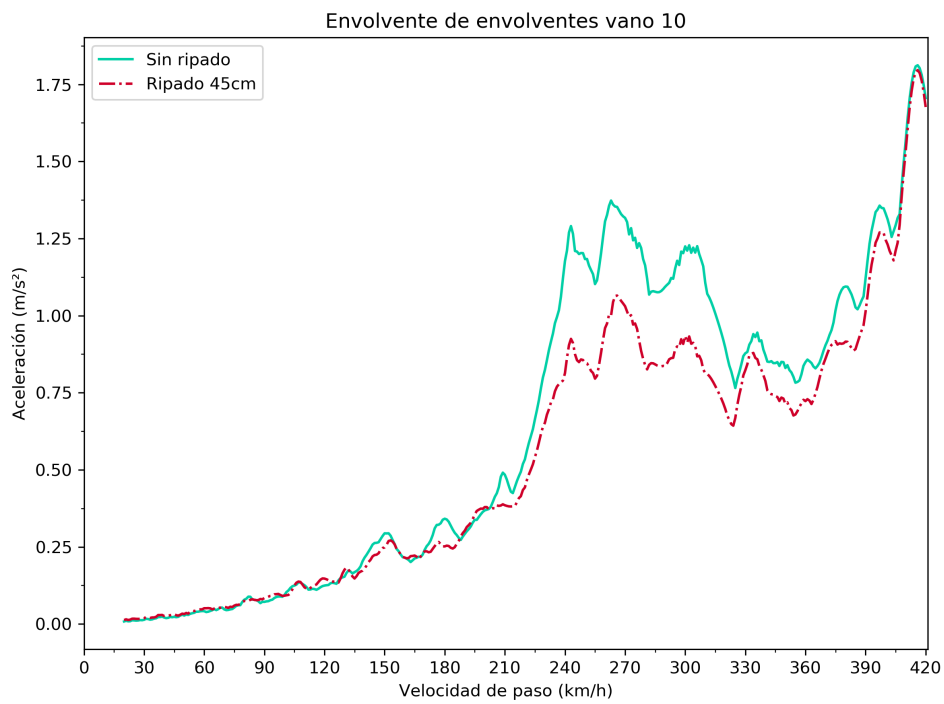


Figura 3.68: Envolvente vano 10. Viaducto de Riofrío

Observando las envolventes se puede ver que estas difieren entre el caso sin ripado y el que sí lo considera. La envolvente de aceleraciones en el caso que no considera el ripado se encuentra en

todo momento por encima de la del ripado de vía para todos los vanos, excepto pequeñas partes. Las diferencias de aceleraciones son de mayor entidad para los vanos del 2 al 9.

Comparación por puntos y trenes

Se presentan algunas de las gráficas más significativas comparando las envolventes de aceleración para el caso con y sin ripado de vía.

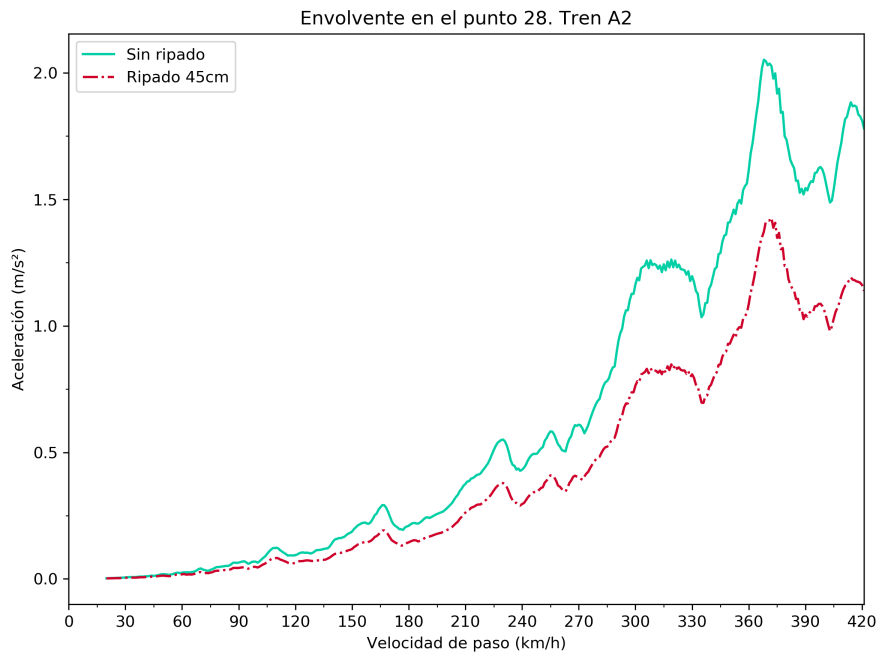


Figura 3.69: Envlovente en el punto 28. Tren A2. Viaducto de Riofrío

Este es el punto donde la diferencia entre las envolventes es mayor para una determinada velocidad de paso.

Se presenta a continuación una tabla incluyendo los valores de aceleración para el caso original y el caso con ripado exterior en el punto con mayor diferencia:

Caso	Punto	Tren	Velocidad (km/h)	Aceleración (m/s <sup>2</sup> )
Sin ripado	28	A2	414	1,88334
Ripado 45cm exterior				1,19172
<b>Diferencia</b>				<b>0,69162</b>

Cuadro 3.16: Comparativa en punto 28, tren A2, entre modelo sin ripado y con ripado exterior. Viaducto de Riofrío



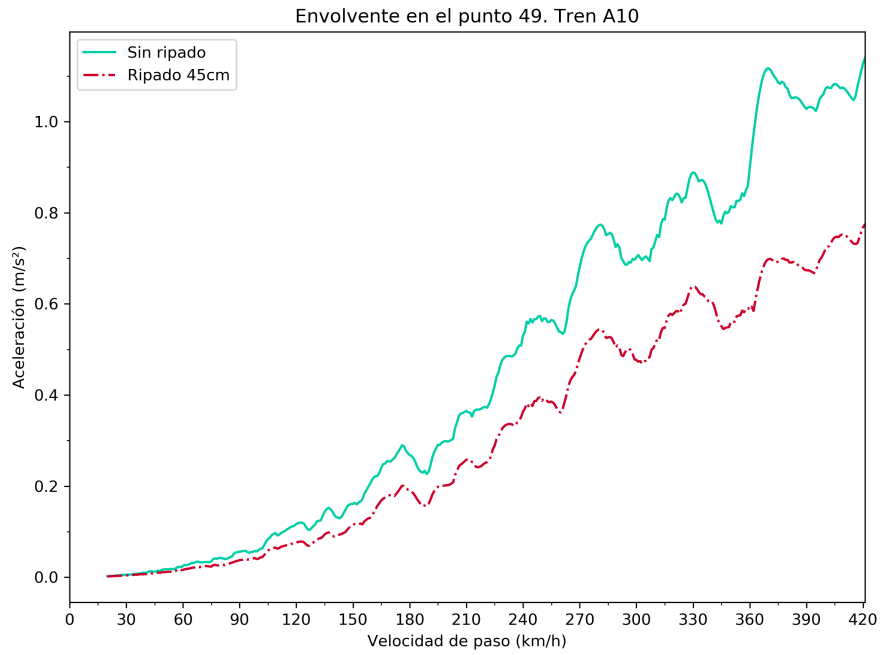


Figura 3.70: Envlovente en el punto 49. Tren A10. Viaducto de Riofrío

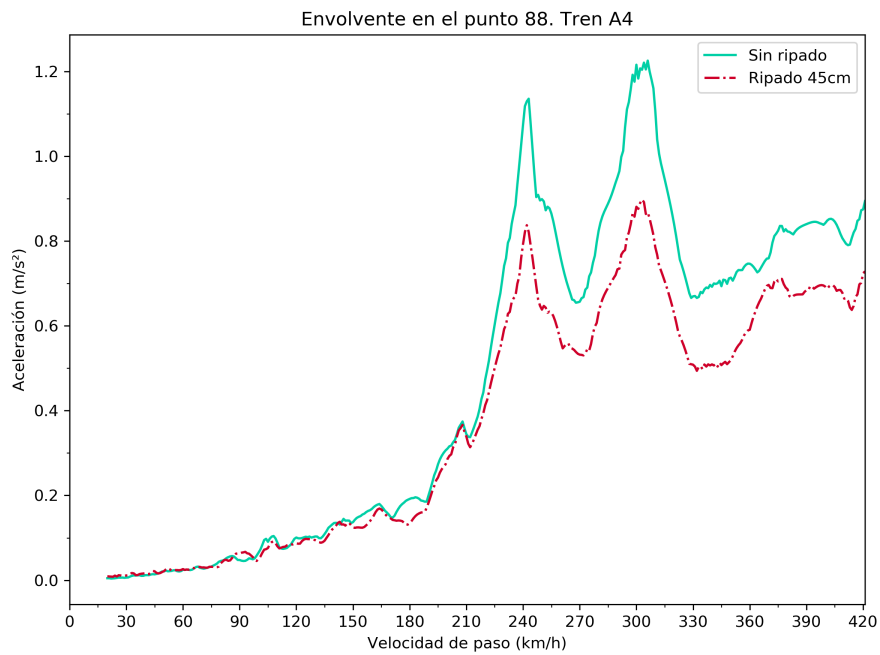


Figura 3.71: Envlovente en el punto 88. Tren A4. Viaducto de Riofrío

En las figuras 3.70 y 3.71 se observa como la envolvente para el caso con ripado se encuentra en todo momento por debajo de la del caso del eje teórico.

### 3.7.7. Modelo con ripado interior

En este caso la vía se desplaza hacia el interior del tablero. Se realiza una comparación de los resultados obtenidos para el caso del eje teórico y el eje ripado.

#### Comparación de aceleración máxima absoluta

Los resultados obtenidos en este caso se muestran en la tabla:

Caso	Aceleración máxima ( $m/s^2$ )	Punto	Tren	Velocidad ( $km/h$ )
Sin ripado	2,25667	71	A2	372
Ripado 45cm interior	2,94188	71	A2	373

Cuadro 3.17: Máximos de aceleración. Comparativa entre modelo sin ripado y con ripado interior. Viaducto de Riofrío

En este caso el punto de postproceso en el que se obtiene el máximo de aceleración es el mismo (punto 71). Se aprecia que la aceleración máxima se ve incrementada para el caso de ripado de vía, estando este valor por encima del caso de vía sin ripado unos  $0,69m/s^2$ .

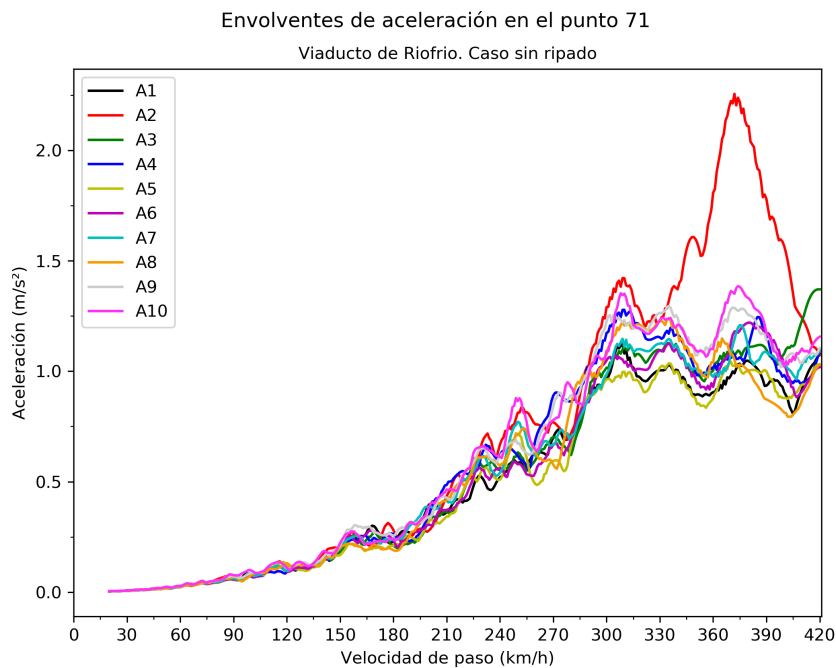


Figura 3.72: Envoltura en punto de aceleración máxima. Composición por trenes. Caso sin ripado. Viaducto de Riofrío

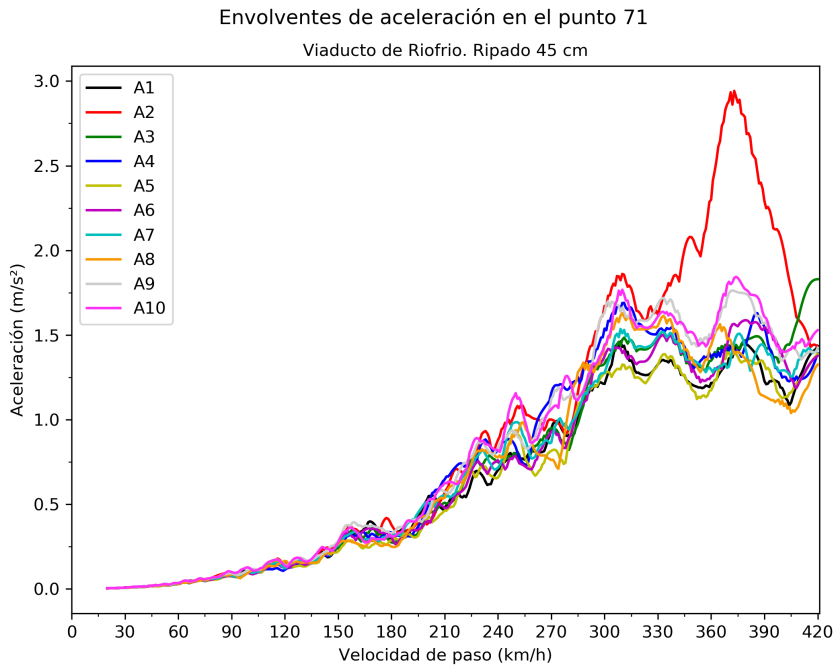


Figura 3.73: Envolvente en punto de aceleración máxima. Composición por trenes. Caso ripado 45 cm interior. Viaducto de Riofrío

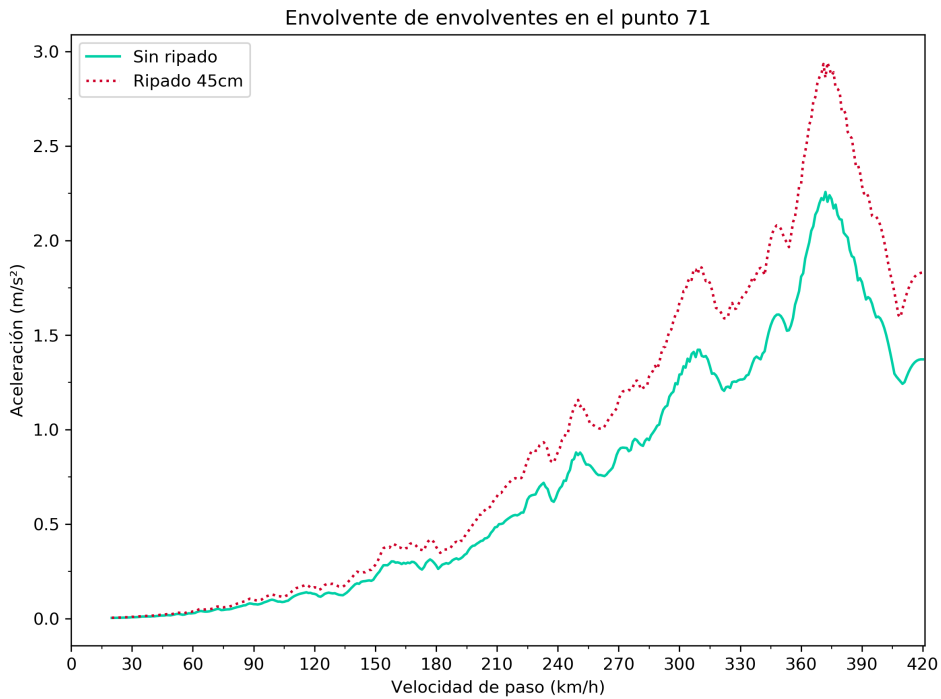


Figura 3.74: Comparativa de envolvente de envolventes entre caso sin ripado y ripado 45 cm interior. Viaducto Riofrío

Se observa que la los valores de aceleración de envolvente en el caso del ripado de vía son mayores que los del caso de vía sin ripado.

### Comparación de aceleración por vanos

Ahora, se analiza la envolvente total de los puntos de postproceso en cada vano de los 10 que componen el viaducto. A continuación, se presentan las gráficas obtenidas:

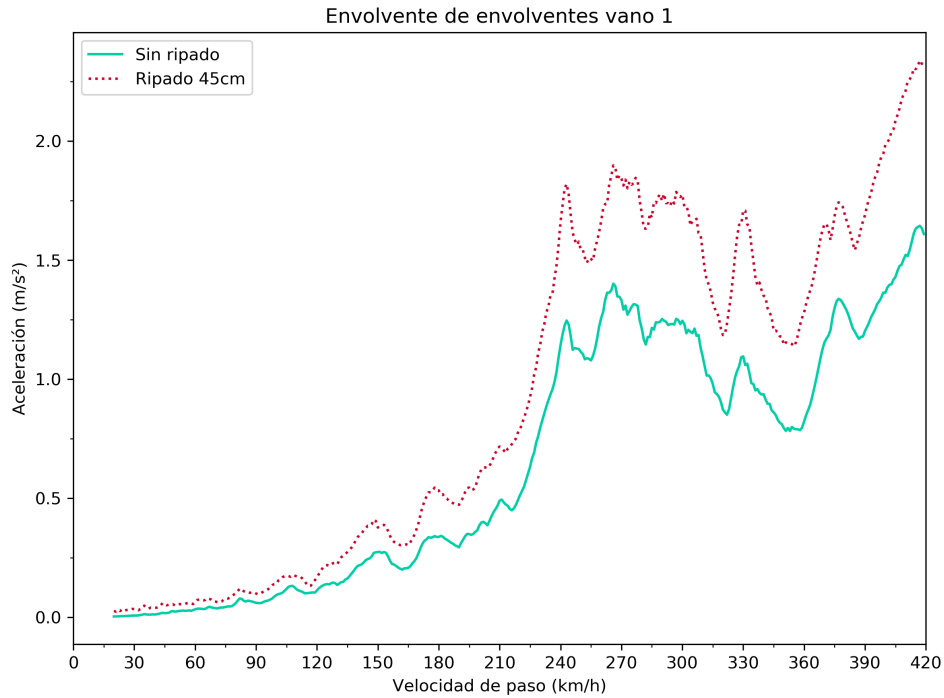


Figura 3.75: Envolverte vano 1. Viaducto de Riofrío

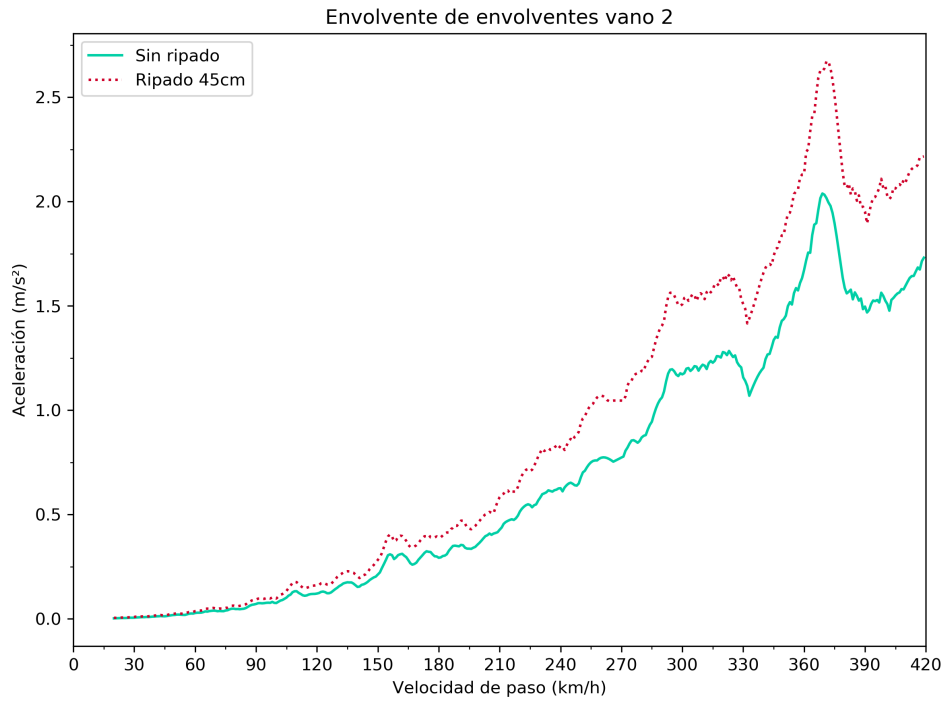


Figura 3.76: Envolverte vano 2. Viaducto de Riofrío

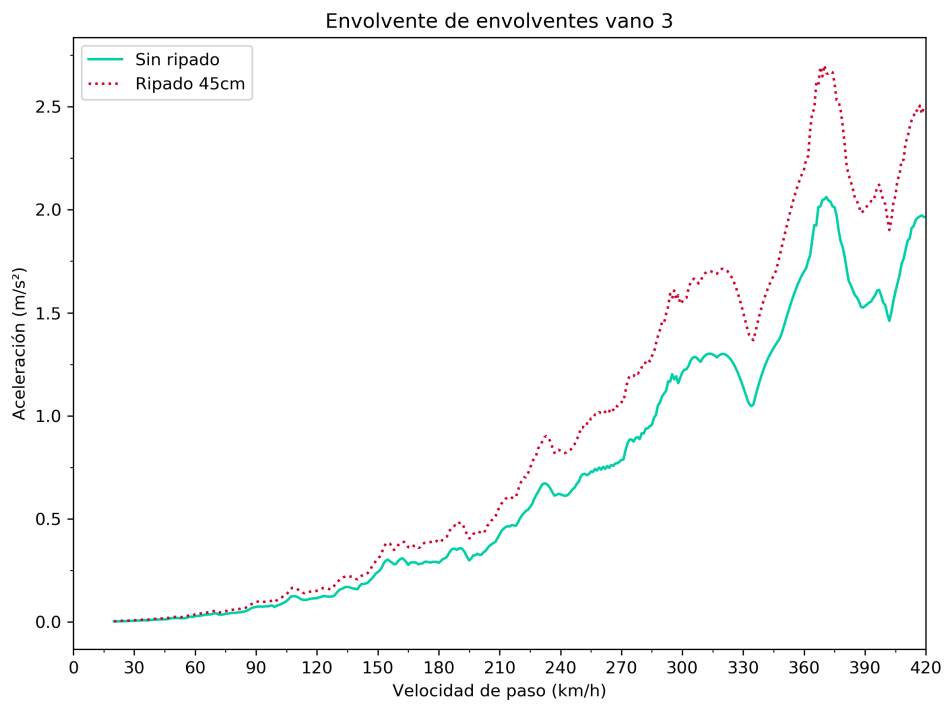


Figura 3.77: Envolverte vano 3. Viaducto de Riofrío

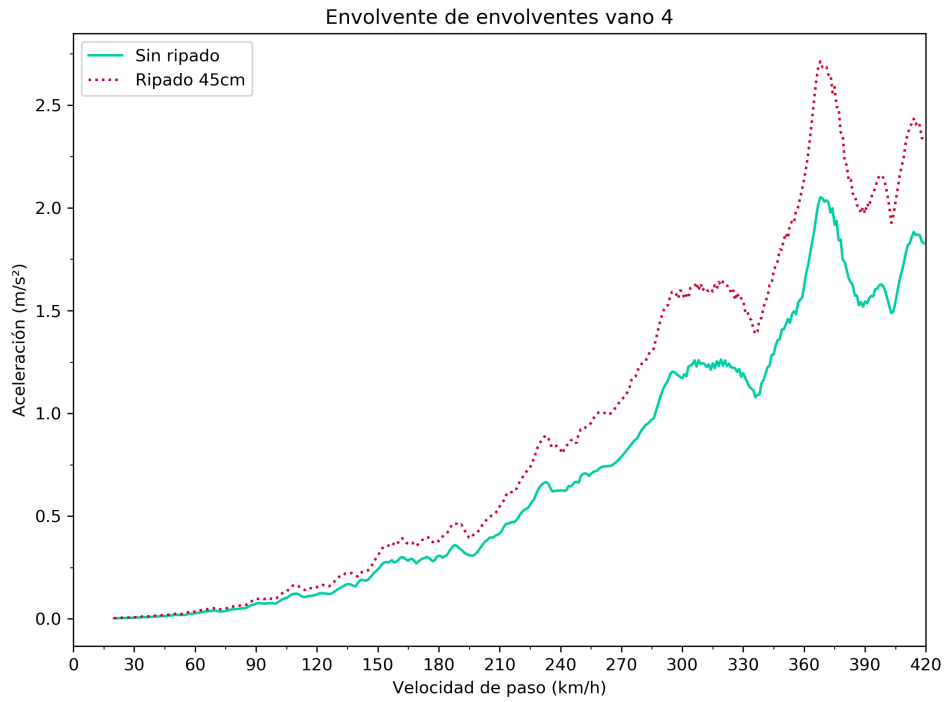


Figura 3.78: Envolvente vano 4. Viaducto de Riofrío

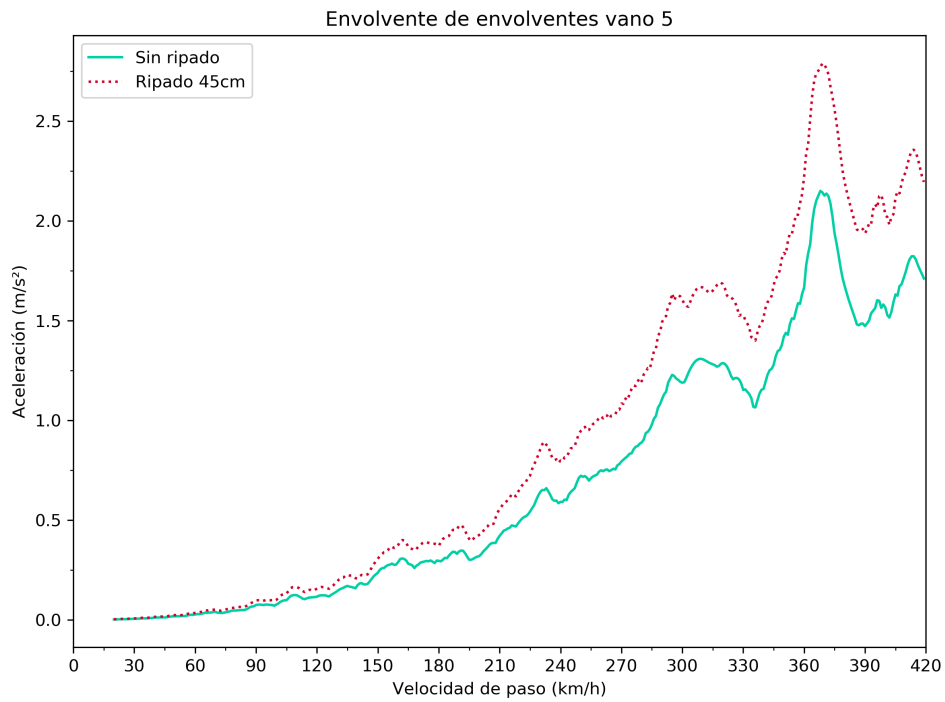


Figura 3.79: Envolvente vano 5. Viaducto de Riofrío

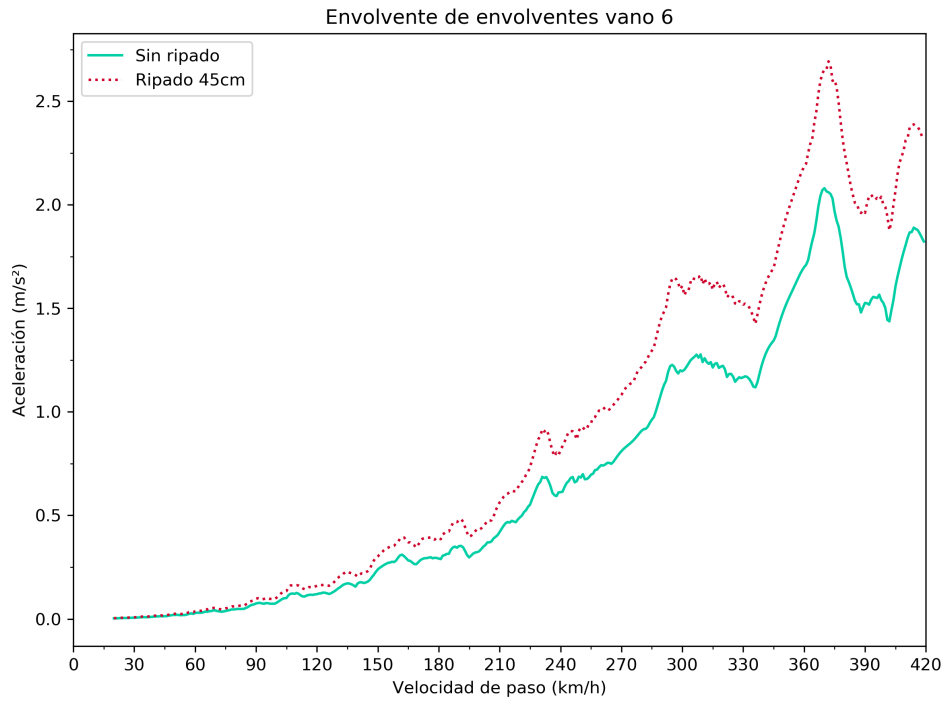


Figura 3.80: Envolvente vano 6. Viaducto de Riofrío

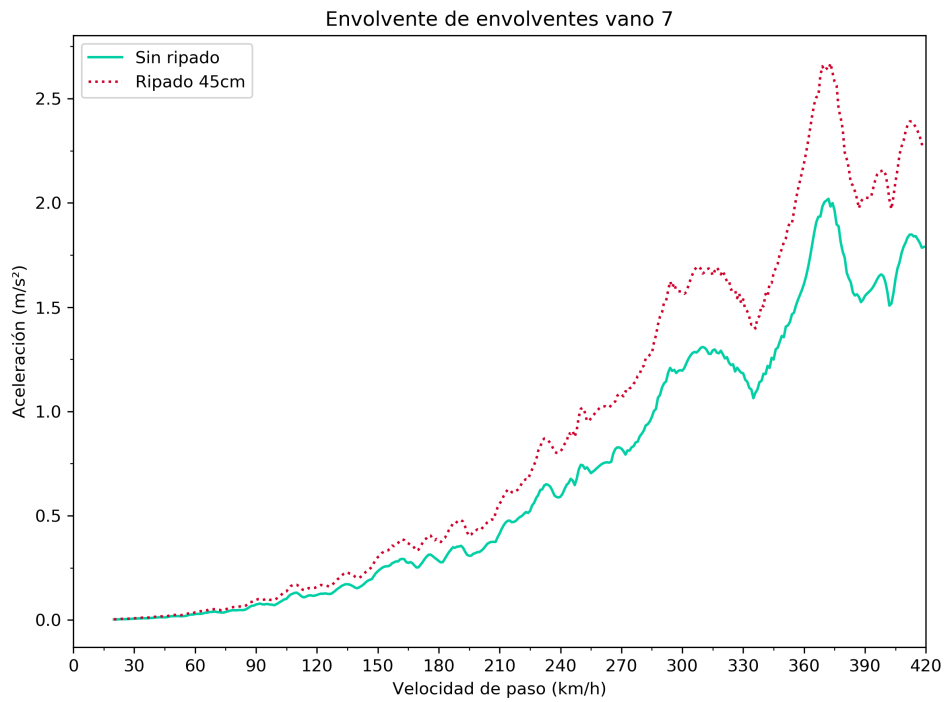


Figura 3.81: Envolvente vano 7. Viaducto de Riofrío

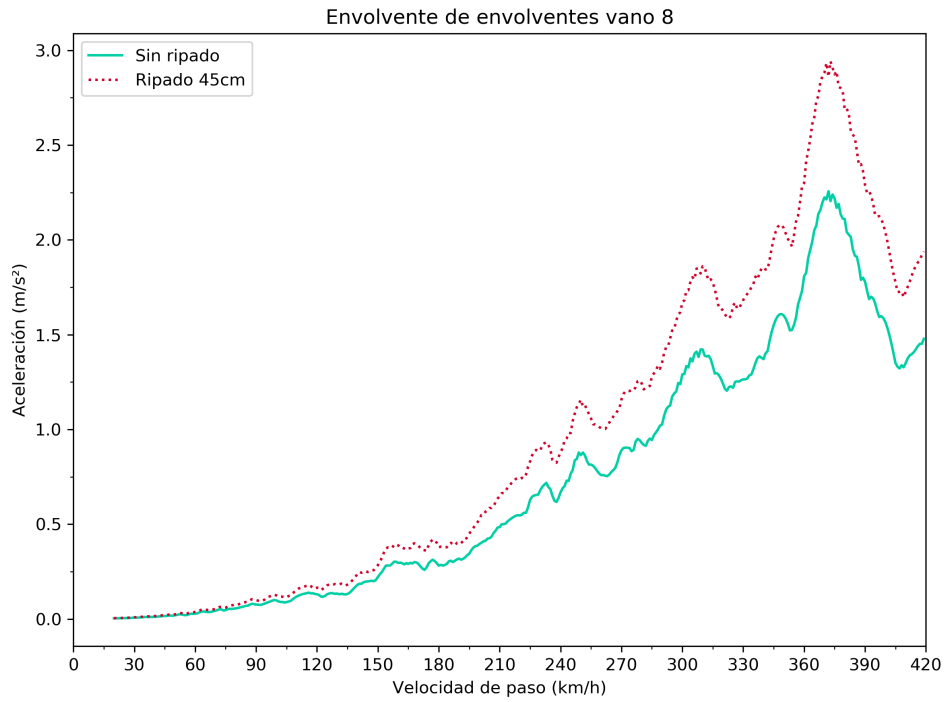


Figura 3.82: Envolvente vano 8. Viaducto de Riofrío

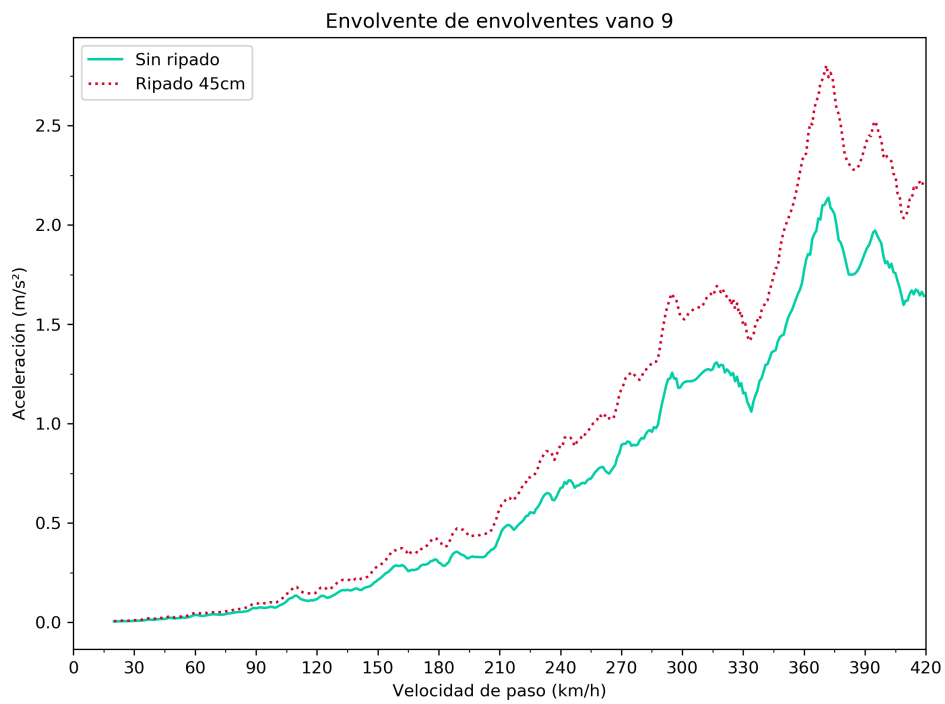


Figura 3.83: Envolvente vano 9. Viaducto de Riofrío



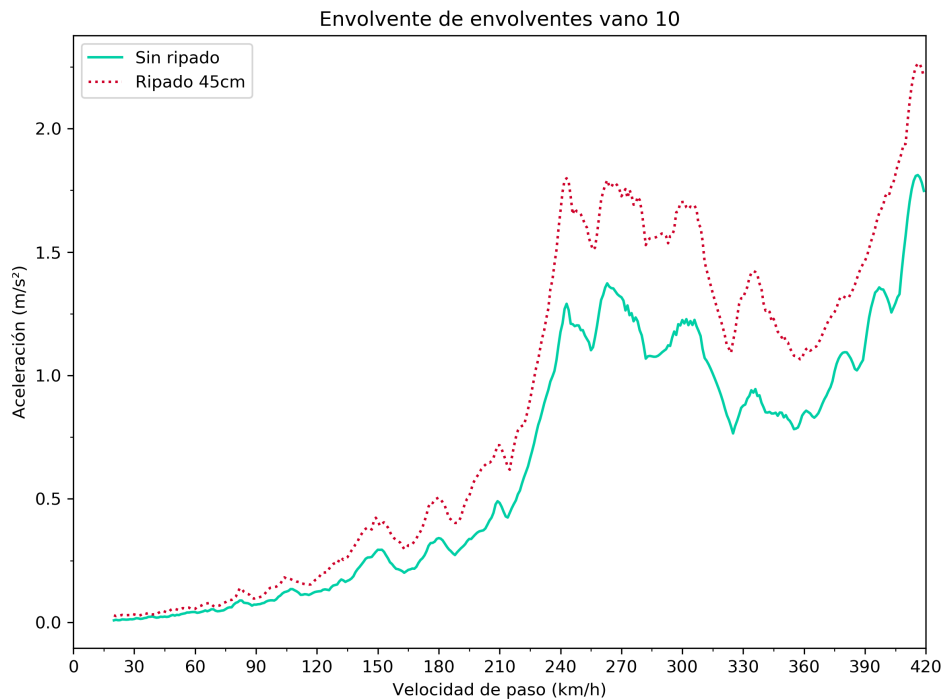


Figura 3.84: Envolvente vano 10. Viaducto de Riofrío

Observando las envolventes se puede ver que estas difieren entre el caso sin ripado y el que sí lo considera. Estas diferencias de aceleraciones son mayores para los vanos del 2 al 9. Se aprecia que la aceleración en el caso de ripado interior es mayor en todo momento que la del caso sin ripado.

#### Comparación por puntos y trenes

A continuación, se muestran algunas de las gráficas más relevantes, comparando las diferencias entre el caso con ripado de vía hacia el interior y el caso original sin ripado.

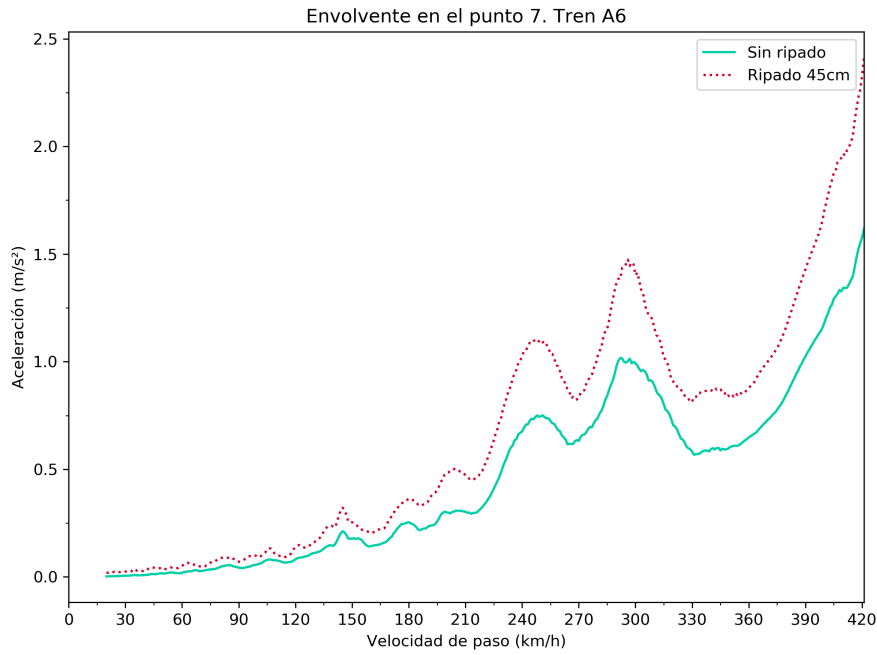


Figura 3.85: Envoltura en el punto 7. Tren A6. Viaducto de Riofrío

Este es el punto de máxima diferencia de aceleraciones. La envoltura de aceleraciones del caso con ripado de vía se encuentra por encima de la del caso sin ripado. En la tabla se muestran los valores de mayor diferencia.

Caso	Punto	Tren	Velocidad (km/h)	Aceleración (m/s <sup>2</sup> )
Sin ripado	7	A6	420	1,56333
Ripado 30cm interior				2,352398
<b>Diferencia</b>				0,78905

Cuadro 3.18: Comparativa en punto 7, tren A6, entre modelo sin ripado y con ripado interior. Viaducto de Riofrío

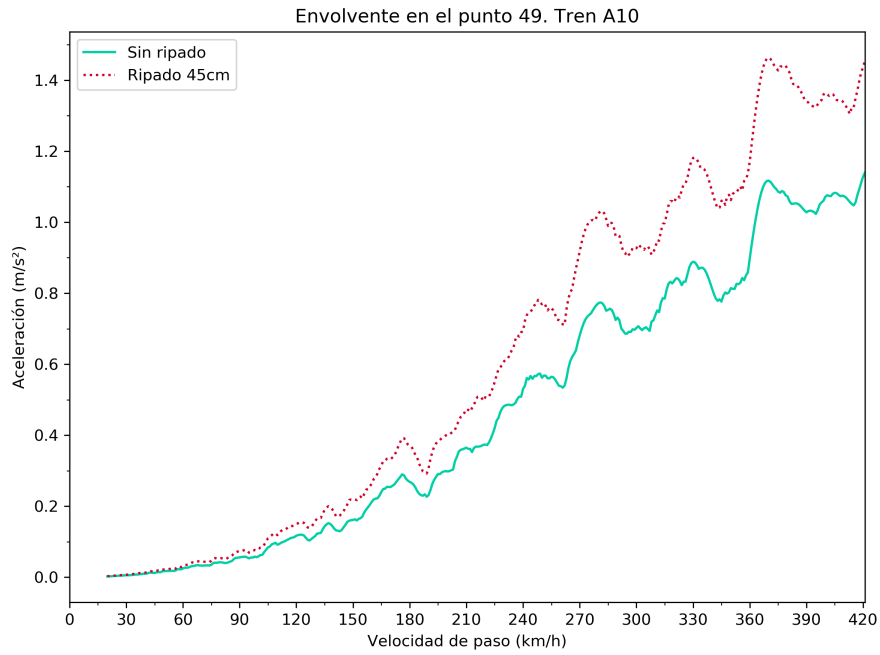


Figura 3.86: Envoltura en el punto 49. Tren A10. Viaducto de Riofrío

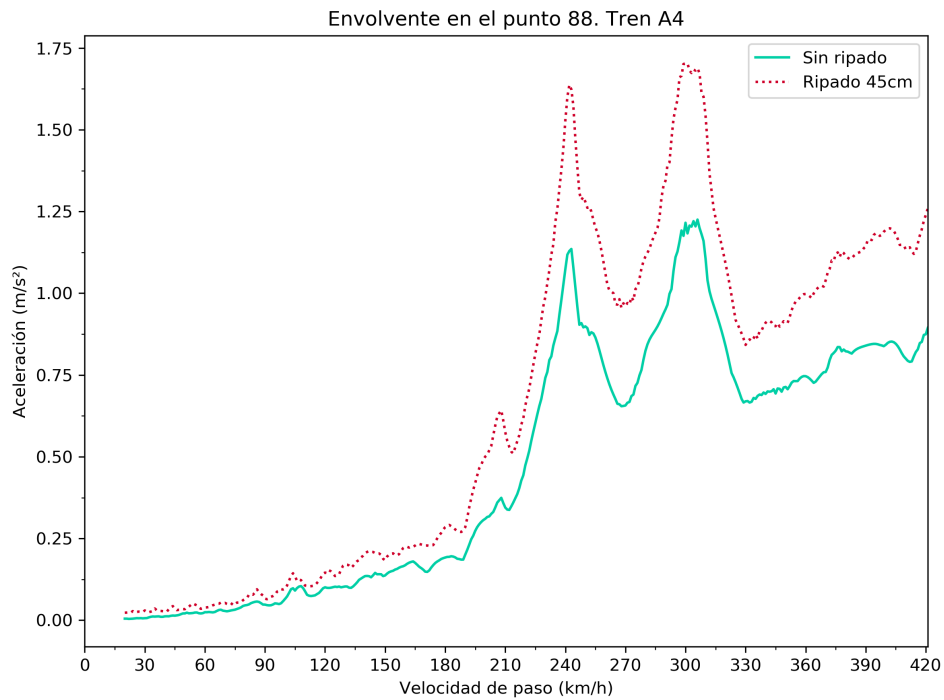


Figura 3.87: Envoltura en el punto 89. Tren A4. Viaducto de Riofrío

En las figuras 3.86 y 3.87 se aprecia la diferencia entre las envolventes de aceleraciones. Estas tienen valores superiores en el caso del ripado de vía y menores en el caso sin ripado.

### 3.7.8. Conclusiones

Tras el análisis de los casos de ripado de vía en el Viaducto de Riofrío, se concluye que la influencia de este es de gran importancia. Se llegan a producir diferencias en términos de aceleraciones de hasta  $0,78 m/s^2$ .

Se aprecia un comportamiento general para los casos de ripado: el ripado de vía hacia el interior del tablero implica un incremento en las aceleraciones que se producen en los puntos, mientras que el ripado de vía hacia el exterior de este lleva a lo contrario.

Este aumento o disminución de las aceleraciones es cuán mayor según se incrementa la velocidad de paso del tren.

Es importante tener en cuenta este efecto, pues la aceleración máxima se incrementa en el caso del ripado interior desde  $2,257m/s^2$  hasta  $2,941m/s^2$ , valor relativamente cercano al límite impuesto por la IAPF-07.



---

## CAPÍTULO 4

### Conclusiones finales

---

#### 4.1. Líneas de investigación futura

Con el desarrollo de este proyecto, se plantean algunas líneas de investigación sobre el ripado de vía, entre ellas:

- Cálculo de la fuerza centrífuga para cada velocidad de paso del tren:  
Incrementando la precisión de los resultados obtenidos, como se ha comentado en el apartado 3.7.4.
- Análisis del ripado de vía en otras tipologías de puentes:  
En este proyecto se han analizado puentes de sección cajón de hormigón pretensado con y sin curvatura y puentes de tipo arco. El análisis del ripado podría extenderse a otros tipos de puentes como puentes mixtos, puentes atirantados o colgantes, por ejemplo.

#### 4.2. Conclusión

Tras el cálculo y análisis de tres puentes reales, el Viaducto del Rodenillo, el Viaducto de Santa Ana y el Viaducto de Riofrío, se llega a la conclusión de que el ripado de vía no tiene un comportamiento único, y este depende de cada puente concreto.

En el caso del Viaducto del Rodenillo, se comprueba que el efecto del ripado de vía es prácticamente nulo, mientras que para el Viaducto de Riofrío este ripado conlleva un cambio en las aceleraciones máximas de la estructura, aumentando o disminuyendo según el caso. Para el Viaducto de Santa Ana, se comprueba también que el desplazamiento de la vía produce que las aceleraciones se reduzcan en ciertos casos.

Por tanto, el ripado de vía debe estudiarse de manera pormenorizada en cada proyecto de puentes y determinar si su aplicación afecta al caso más desfavorable a considerar para su dimensionamiento.



---

## APÉNDICE A

### Trenes

---

En este apéndice se definen los trenes empleados en los cálculos dinámicos desarrollados y que han sido extraídos de la IAPF-07:

Eje	Distancia	Carga
1	0.00000	170.0e3
2	3.00000	170.0e3
3	14.00000	170.0e3
4	17.00000	170.0e3
5	20.52500	170.0e3
6	22.52500	170.0e3
7	35.76250	170.0e3
8	37.76250	170.0e3
9	53.76250	170.0e3
10	55.76250	170.0e3
11	71.76250	170.0e3
12	73.76250	170.0e3
13	89.76250	170.0e3
14	91.76250	170.0e3
15	107.76250	170.0e3
16	109.76250	170.0e3
17	125.76250	170.0e3
18	127.76250	170.0e3
19	143.76250	170.0e3
20	145.76250	170.0e3
21	161.76250	170.0e3
22	163.76250	170.0e3
23	179.76250	170.0e3
24	181.76250	170.0e3
25	197.76250	170.0e3

Cuadro A.1: Tren dinámico universal A1



<b>Eje</b>	<b>Distancia</b>	<b>Carga</b>
26	199.76250	170.0e3
27	215.76250	170.0e3
28	217.76250	170.0e3
29	233.76250	170.0e3
30	235.76250	170.0e3
31	251.76250	170.0e3
32	253.76250	170.0e3
33	269.76250	170.0e3
34	271.76250	170.0e3
35	287.76250	170.0e3
36	289.76250	170.0e3
37	305.76250	170.0e3
38	307.76250	170.0e3
39	323.76250	170.0e3
40	325.76250	170.0e3
41	341.76250	170.0e3
42	343.76250	170.0e3
43	359.76250	170.0e3
44	361.76250	170.0e3
45	375.00000	170.0e3
46	377.00000	170.0e3
47	380.52500	170.0e3
48	383.52500	170.0e3
49	394.52500	170.0e3
50	397.52500	170.0e3

Cuadro A.1: Tren dinámico universal A1

<b>Eje</b>	<b>Distancia</b>	<b>Carga</b>
1	0.00000	200.0e3
2	3.00000	200.0e3
3	14.00000	200.0e3
4	17.00000	200.0e3
5	20.52500	200.0e3
6	24.02500	200.0e3
7	36.01250	200.0e3
8	39.51250	200.0e3

Cuadro A.2: Tren dinámico universal A2

<b>Eje</b>	<b>Distancia</b>	<b>Carga</b>
9	55.01250	200.0e3
10	58.51250	200.0e3
11	74.01250	200.0e3
12	77.51250	200.0e3
13	93.01250	200.0e3
14	96.51250	200.0e3
15	112.01250	200.0e3
16	115.51250	200.0e3
17	131.01250	200.0e3
18	134.51250	200.0e3
19	150.01250	200.0e3
20	153.51250	200.0e3
21	169.01250	200.0e3
22	172.51250	200.0e3
23	188.01250	200.0e3
24	191.51250	200.0e3
25	207.01250	200.0e3
26	210.51250	200.0e3
27	226.01250	200.0e3
28	229.51250	200.0e3
29	245.01250	200.0e3
30	248.51250	200.0e3
31	264.01250	200.0e3
32	267.51250	200.0e3
33	283.01250	200.0e3
34	286.51250	200.0e3
35	302.01250	200.0e3
36	305.51250	200.0e3
37	321.01250	200.0e3
38	324.51250	200.0e3
39	340.01250	200.0e3
40	343.51250	200.0e3
41	359.01250	200.0e3
42	362.51250	200.0e3
43	374.50000	200.0e3
44	378.00000	200.0e3
45	381.52500	200.0e3

Cuadro A.2: Tren dinámico universal A2

<b>Eje</b>	<b>Distancia</b>	<b>Carga</b>
46	384.52500	200.0e3
47	395.52500	200.0e3
48	398.52500	200.0e3

Cuadro A.2: Tren dinámico universal A2

<b>Eje</b>	<b>Distancia</b>	<b>Carga</b>
1	0.00000	180.0e3
2	3.00000	180.0e3
3	14.00000	180.0e3
4	17.00000	180.0e3
6	22.52500	180.0e3
7	37.76250	180.0e3
8	39.76250	180.0e3
9	57.76250	180.0e3
10	59.76250	180.0e3
11	77.76250	180.0e3
12	79.76250	180.0e3
13	97.76250	180.0e3
14	99.76250	180.0e3
15	117.76250	180.0e3
16	119.76250	180.0e3
17	137.76250	180.0e3
18	139.76250	180.0e3
19	157.76250	180.0e3
20	159.76250	180.0e3
21	177.76250	180.0e3
22	179.76250	180.0e3
23	197.76250	180.0e3
24	199.76250	180.0e3
25	217.76250	180.0e3
26	219.76250	180.0e3
27	237.76250	180.0e3
28	239.76250	180.0e3
29	257.76250	180.0e3
30	259.76250	180.0e3
31	277.76250	180.0e3

Cuadro A.3: Tren dinámico universal A3

<b>Eje</b>	<b>Distancia</b>	<b>Carga</b>
32	279.76250	180.0e3
33	297.76250	180.0e3
34	299.76250	180.0e3
35	317.76250	180.0e3
36	319.76250	180.0e3
37	337.76250	180.0e3
38	339.76250	180.0e3
39	357.76250	180.0e3
40	359.76250	180.0e3
41	375.00000	180.0e3
42	377.00000	180.0e3
43	380.52500	180.0e3
44	383.52500	180.0e3
45	394.52500	180.0e3
46	397.52500	180.0e3

Cuadro A.3: Tren dinámico universal A3

<b>Eje</b>	<b>Distancia</b>	<b>Carga</b>
1	0.00000	190.0e3
2	3.00000	190.0e3
3	14.00000	190.0e3
4	17.00000	190.0e3
5	20.52500	190.0e3
6	23.52500	190.0e3
7	38.26250	190.0e3
8	41.26250	190.0e3
9	59.26250	190.0e3
11	80.26250	190.0e3
12	83.26250	190.0e3
13	101.26250	190.0e3
14	104.26250	190.0e3
15	122.26250	190.0e3
16	125.26250	190.0e3
17	143.26250	190.0e3
18	146.26250	190.0e3
19	164.26250	190.0e3

Cuadro A.4: Tren dinámico universal A4

<b>Eje</b>	<b>Distancia</b>	<b>Carga</b>
20	167.26250	190.0e3
21	185.26250	190.0e3
22	188.26250	190.0e3
23	206.26250	190.0e3
24	209.26250	190.0e3
25	227.26250	190.0e3
26	230.26250	190.0e3
27	248.26250	190.0e3
28	251.26250	190.0e3
29	269.26250	190.0e3
30	272.26250	190.0e3
31	290.26250	190.0e3
32	293.26250	190.0e3
33	311.26250	190.0e3
34	314.26250	190.0e3
35	332.26250	190.0e3
36	335.26250	190.0e3
37	353.26250	190.0e3
38	356.26250	190.0e3
39	371.00000	190.0e3
40	374.00000	190.0e3
41	377.52500	190.0e3
42	380.52500	190.0e3
43	391.52500	190.0e3
44	394.52500	190.0e3

Cuadro A.4: Tren dinámico universal A4

<b>Eje</b>	<b>Distancia</b>	<b>Carga</b>
1	0.00000	170.0e3
2	3.00000	170.0e3
3	14.00000	170.0e3
4	17.00000	170.0e3
5	20.52500	170.0e3
6	22.52500	170.0e3
7	39.76250	170.0e3
8	41.76250	170.0e3

Cuadro A.5: Tren dinámico universal A5

<b>Eje</b>	<b>Distancia</b>	<b>Carga</b>
9	61.76250	170.0e3
10	63.76250	170.0e3
11	83.76250	170.0e3
12	85.76250	170.0e3
13	105.76250	170.0e3
14	107.76250	170.0e3
15	127.76250	170.0e3
16	129.76250	170.0e3
17	149.76250	170.0e3
18	151.76250	170.0e3
19	171.76250	170.0e3
20	173.76250	170.0e3
21	193.76250	170.0e3
22	195.76250	170.0e3
23	215.76250	170.0e3
24	217.76250	170.0e3
25	237.76250	170.0e3
26	239.76250	170.0e3
27	259.76250	170.0e3
28	261.76250	170.0e3
29	281.76250	170.0e3
30	283.76250	170.0e3
31	303.76250	170.0e3
32	305.76250	170.0e3
33	325.76250	170.0e3
34	327.76250	170.0e3
35	347.76250	170.0e3
36	349.76250	170.0e3
37	367.00000	170.0e3
38	369.00000	170.0e3
39	372.52500	170.0e3
40	375.52500	170.0e3
41	386.52500	170.0e3
42	389.52500	170.0e3

Cuadro A.5: Tren dinámico universal A5

<b>Eje</b>	<b>Distancia</b>	<b>Carga</b>
1	0.00000	180.0e3
2	3.00000	180.0e3
3	14.00000	180.0e3
4	17.00000	180.0e3
5	20.52500	180.0e3
6	22.52500	180.0e3
7	40.76250	180.0e3
8	42.76250	180.0e3
9	63.76250	180.0e3
10	65.76250	180.0e3
11	86.76250	180.0e3
12	88.76250	180.0e3
13	109.76250	180.0e3
14	111.76250	180.0e3
15	132.76250	180.0e3
16	134.76250	180.0e3
17	155.76250	180.0e3
18	157.76250	180.0e3
19	178.76250	180.0e3
20	180.76250	180.0e3
21	201.76250	180.0e3
22	203.76250	180.0e3
23	224.76250	180.0e3
24	226.76250	180.0e3
25	247.76250	180.0e3
26	249.76250	180.0e3
27	270.76250	180.0e3
28	272.76250	180.0e3
29	293.76250	180.0e3
30	295.76250	180.0e3
31	316.76250	180.0e3
32	318.76250	180.0e3
33	339.76250	180.0e3
34	341.76250	180.0e3
35	360.00000	180.0e3
36	362.00000	180.0e3
37	365.52500	180.0e3

Cuadro A.6: Tren dinámico universal A6

<b>Eje</b>	<b>Distancia</b>	<b>Carga</b>
38	368.52500	180.0e3
39	379.52500	180.0e3
40	382.52500	180.0e3

Cuadro A.6: Tren dinámico universal A6

<b>Eje</b>	<b>Distancia</b>	<b>Carga</b>
1	0.00000	190.0e3
2	3.00000	190.0e3
3	14.00000	190.0e3
4	17.00000	190.0e3
5	20.52500	190.0e3
6	22.52500	190.0e3
7	41.76250	190.0e3
8	43.76250	190.0e3
9	65.76250	190.0e3
10	67.76250	190.0e3
11	89.76250	190.0e3
12	91.76250	190.0e3
13	113.76250	190.0e3
14	115.76250	190.0e3
15	137.76250	190.0e3
16	139.76250	190.0e3
17	161.76250	190.0e3
18	163.76250	190.0e3
19	185.76250	190.0e3
20	187.76250	190.0e3
21	209.76250	190.0e3
22	211.76250	190.0e3
23	233.76250	190.0e3
24	235.76250	190.0e3
25	257.76250	190.0e3
26	259.76250	190.0e3
27	281.76250	190.0e3
28	283.76250	190.0e3
29	305.76250	190.0e3
30	307.76250	190.0e3

Cuadro A.7: Tren dinámico universal A7



<b>Eje</b>	<b>Distancia</b>	<b>Carga</b>
31	329.76250	190.0e3
32	331.76250	190.0e3
33	353.76250	190.0e3
34	355.76250	190.0e3
35	375.00000	190.0e3
36	377.00000	190.0e3
37	380.52500	190.0e3
38	383.52500	190.0e3
39	394.52500	190.0e3
40	397.52500	190.0e3

Cuadro A.7: Tren dinámico universal A7

<b>Eje</b>	<b>Distancia</b>	<b>Carga</b>
1	0.00000	190.0e3
2	3.00000	190.0e3
3	14.00000	190.0e3
4	17.00000	190.0e3
5	20.52500	190.0e3
6	23.02500	190.0e3
7	42.51250	190.0e3
8	45.01250	190.0e3
9	67.51250	190.0e3
10	70.01250	190.0e3
11	92.51250	190.0e3
12	95.01250	190.0e3
13	117.51250	190.0e3
14	120.01250	190.0e3
15	142.51250	190.0e3
16	145.01250	190.0e3
17	167.51250	190.0e3
18	170.01250	190.0e3
19	192.51250	190.0e3
20	195.01250	190.0e3
21	217.51250	190.0e3
22	220.01250	190.0e3
23	242.51250	190.0e3

Cuadro A.8: Tren dinámico universal A8

<b>Eje</b>	<b>Distancia</b>	<b>Carga</b>
24	245.01250	190.0e3
25	267.51250	190.0e3
26	270.01250	190.0e3
27	292.51250	190.0e3
28	295.01250	190.0e3
29	317.51250	190.0e3
30	320.01250	190.0e3
31	342.51250	190.0e3
32	345.01250	190.0e3
33	364.50000	190.0e3
34	367.00000	190.0e3
35	370.52500	190.0e3
36	373.52500	190.0e3
37	384.52500	190.0e3
38	387.52500	190.0e3

Cuadro A.8: Tren dinámico universal A8

<b>Eje</b>	<b>Distancia</b>	<b>Carga</b>
1	0.00000	210.0e3
2	3.00000	210.0e3
3	14.00000	210.0e3
4	17.00000	210.0e3
5	20.52500	210.0e3
6	22.52500	210.0e3
7	43.76250	210.0e3
8	45.76250	210.0e3
9	69.76250	210.0e3
10	71.76250	210.0e3
11	95.76250	210.0e3
12	97.76250	210.0e3
13	121.76250	210.0e3
14	123.76250	210.0e3
15	147.76250	210.0e3
16	149.76250	210.0e3
17	173.76250	210.0e3
18	175.76250	210.0e3

Cuadro A.9: Tren dinámico universal A9

<b>Eje</b>	<b>Distancia</b>	<b>Carga</b>
19	199.76250	210.0e3
20	201.76250	210.0e3
21	225.76250	210.0e3
22	227.76250	210.0e3
23	251.76250	210.0e3
24	253.76250	210.0e3
25	277.76250	210.0e3
26	279.76250	210.0e3
27	303.76250	210.0e3
28	305.76250	210.0e3
29	329.76250	210.0e3
30	331.76250	210.0e3
31	353.00000	210.0e3
32	355.00000	210.0e3
33	358.52500	210.0e3
34	361.52500	210.0e3
35	372.52500	210.0e3
36	375.52500	210.0e3

Cuadro A.9: Tren dinámico universal A9

<b>Eje</b>	<b>Distancia</b>	<b>Carga</b>
1	0.00000	210.0e3
2	3.00000	210.0e3
3	14.00000	210.0e3
4	17.00000	210.0e3
5	20.52500	210.0e3
6	22.52500	210.0e3
7	44.76250	210.0e3
8	46.76250	210.0e3
9	71.76250	210.0e3
10	73.76250	210.0e3
11	98.76250	210.0e3
12	100.76250	210.0e3
13	125.76250	210.0e3
14	127.76250	210.0e3
15	152.76250	210.0e3

Cuadro A.10: Tren dinámico universal A10

<b>Eje</b>	<b>Distancia</b>	<b>Carga</b>
16	154.76250	210.0e3
17	179.76250	210.0e3
18	181.76250	210.0e3
19	206.76250	210.0e3
20	208.76250	210.0e3
21	233.76250	210.0e3
22	235.76250	210.0e3
23	260.76250	210.0e3
24	262.76250	210.0e3
25	287.76250	210.0e3
26	289.76250	210.0e3
27	314.76250	210.0e3
28	316.76250	210.0e3
29	341.76250	210.0e3
30	343.76250	210.0e3
31	366.00000	210.0e3
32	368.00000	210.0e3
33	371.52500	210.0e3
34	374.52500	210.0e3
35	385.52500	210.0e3
36	388.52500	210.0e3

Cuadro A.10: Tren dinámico universal A10



---

## Bibliografía

---

- [1] Instrucción de acciones a considerar en el proyecto de puentes de ferrocarril (IAPF), 2007.
- [2] A.Kryloff. *Über die erzwungenen schwingungen von gleichförmigen elastischen stäben*. *Mathematische Annalen*, 1905.
- [3] F.Bleich. *Theorie und Berechnung der Eisernen Brücken*. Universidad de Michigan, 1924.
- [4] T. Hayashikawa and N. Watanabe. Dynamic behavior of continuous beams with moving loads. *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, 107:229–246, 1981.
- [5] Y.H. Chen and C.Y. Li. Dynamic response of elevated high-speed railway. 5:124–130, 2000.
- [6] P. Museros, A. Martínez-Castro, and A. Castillo-Linares. Semi-analytic solution in the time domain for non-uniform multi-span Bernoulli-Euler beams traversed by moving loads. *Journal of Sound and Vibration*, 294:278–297, 2006.
- [7] P. Museros, A. Martínez-Castro, and A. Castillo-Linares. Design goes up a gear. *Bridge. Design & Engineering*, Issue 33, Fourth Quarter:42–43, 2003.
- [8] P. Museros, A. Martínez-Castro, and A. Castillo-Linares. Semi-analytic solution for Kirchhoff plates traversed by moving loads. *Actas del Eurodyn 2005, Paris*, 2005.
- [9] *Software Verification. PROGRAM NAME: SAP2000. Computers & Structures. COMPUTER FILE: EXAMPLE 1-022. FRAME – TWO-DIMENSIONAL MOMENT FRAME WITH STATIC AND DYNAMIC LOADS.*
- [10] R. Dias, J. Goicolea Ruigómez, F. Gabaldón Castillo, M. Cuadrado Sanguino, J. Nasarre, and P. González Requejo. A study of the lateral dynamic behaviour of high speed railway viaducts and its effect on vehicle ride comfort and stability. 2008.
- [11] A. Castillo Linares, M. Villameriel Fernández, G. Montero Poyatos, M. García Ramírez, J. Moreno Jiménez, and A. Martínez Castro. Puente arco sobre la línea de alta velocidad Córdoba-Málaga. Condicionantes dinámicos y constructivos para el diseño. *Hormigón y acero*, (258):25–42, 2010.
- [12] UNE-EN 1991-2: 2003. Eurocódigo 1: Acciones en estructuras. Parte 2: Cargas de tráfico en puentes. Febrero 2019.