

**Máster de Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria
y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de
Idiomas. Especialidad en Matemáticas.**



Universidad de Granada



Unidad Didáctica: Sistema de ecuaciones (2º ESO)

Trabajo Fin de Máster

Curso 2017 - 2018

Alejandro Sáez Tarifa

Tutores: Prof. Dr. D. Emilio Crisol Moya

Prof. Dra. Dña. Aurora Inés del Río Cabeza



Declaración de Originalidad del TFM

D. /Dña. Alejandro Sáez Tarifa, con DNI (NIE o pasaporte) 14276391 S, declaro que el presente Trabajo de Fin de Máster es original, no habiéndose utilizado fuentes sin ser citadas debidamente. De no cumplir con este compromiso, soy consciente de que, de acuerdo con la Normativa de Evaluación y de Calificación de los estudiantes de la Universidad de Granada de 20 de mayo de 2013, *esto conllevará automáticamente la calificación numérica de cero [...] independientemente del resto de las calificaciones que el estudiante hubiera obtenido. Esta consecuencia debe entenderse sin perjuicio de las responsabilidades disciplinarias en las que pudieran incurrir los estudiantes que plagien.*

Y para que así conste firmo el presente documento.

En Granada a 8 de Junio de 2018.

Firma del alumno



UNIVERSIDAD
DE GRANADA



*De la sana educación de la juventud,
depende la felicidad de las naciones.*
- San Juan Bosco



ÍNDICE

1. JUSTIFICACIÓN	1
2. CONTEXTUALIZACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA	4
2.1. Características del entorno	4
2.2. Características del centro	4
2.3. Organización del centro	5
2.4. Recursos humanos y materiales	7
2.5. Características del alumnado	7
2.6. Jerarquización horizontal y vertical	8
3. ANÁLISIS DIDÁCTICO	9
3.1. Análisis de contenido	9
3.1.1. Estructura conceptual	9
3.1.2. Sistemas de representación	14
3.1.3. Fenomenología	17
3.2. Análisis cognitivo	18
3.2.1. Expectativas de aprendizaje	18
3.2.2. Objetivos	19
3.2.3. Competencias	21
3.2.4. Errores y dificultades de aprendizaje	26
3.3. Análisis de instrucción	27
3.4. Análisis de evaluación	34
3.4.1. Instrumentos y criterios de evaluación	35
3.4.2. Evaluación de la idoneidad didáctica	41
3.4.3. Evaluación del profesorado	42
4. UNIDAD DIDÁCTICA	43
4.1. Pilares como docente	43
4.2. Contenidos	44
4.3. Metodología	46
4.4. Atención a la diversidad	49
4.5. Sesiones	50
5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	66
6. ANEXOS	69
6.1. Actividades para la atención a la diversidad	69
6.2. Pruebas escritas	70

1. JUSTIFICACIÓN

La Unidad Didáctica que se presenta pertenece a la asignatura de Matemáticas del segundo curso de Educación Secundaria Obligatoria y lo hace bajo el título “Sistemas de Ecuaciones”. Atendiendo al *Real Decreto 1105/2014, de 24 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*; sabemos que los contenidos para este curso se encuentran estructurados en cinco bloques: bloque 1 (Procesos, métodos y actitudes matemáticas), bloque 2 (Números y álgebra), bloque 3 (Geometría), bloque 4 (Funciones) y bloque 5 (Estadística y probabilidad).

Concretamente, esta UD pertenece al bloque segundo “Números y Álgebra”. Como en el *Real Decreto* anteriormente mencionado, aparecen juntos los contenidos de 1º y 2º de ESO, se ha de recurrir a la *Orden de 14 de julio de 2016, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad y se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado* (Consejería de Educación, p.208), para conocer los contenidos que se llevarán en esta UD, los cuales son: Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Métodos algebraicos de resolución y método gráfico. Resolución de problemas.

Mediante esta UD se prevé que el alumnado alcance ciertas competencias que sea encuentran recogidas en la *Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato*.

En nuestra sociedad del siglo XXI, los conocimientos, las herramientas y las maneras de hacer y transmitir la matemática cambian minuto a minuto; es por ello, que como futuros docentes hemos de tener en cuenta que tanto el aprendizaje como la enseñanza de la Matemática han de estar dirigidos al progreso de las habilidades necesarias para que los estudiantes tengan las suficientes capacidades para resolver problemas cotidianos, a la vez que reforzar el pensamiento lógico y creativo.¹

Con este fin se debe permitir a los educandos desarrollar sus habilidades y destrezas para interactuar e interpretar con libertad y seguridad en un mundo donde la sociedad cada día es más competitiva y cambiante. Como profesores, tenemos que comprobar que en cada uno de ello se ha producido la captación de los conceptos, teoremas, algoritmos y aplicaciones con el objetivo de conseguir unos cimientos sólidos en los conocimientos matemáticos.

La Matemática es piedra angular, por tanto, el alto nivel de relación y su evidente influencia en otras ramas del saber justifica la trascendencia de la educación matemática como herramienta para el futuro de la ciencia y la forma en que ésta empapa la vida de la

¹ Extraído de “Actualización y fortalecimiento curricular de la educación básica”. Disponible en http://web.educacion.gob.ec/upload/10mo_anio_MATEMATICA.pdf

sociedad. Esto era expresado, en cierta forma, mediante una historia de los descubrimientos matemáticos por la siguiente cita de Stephen Hawking (2005):

[...] Como ocurrió en el pasado, el desarrollo futuro de las matemáticas afectará sin duda, de forma directa o indirecta, a nuestra forma de vivir y pensar. Las maravillas del mundo antiguo, como las pirámides de Egipto, fueron físicas, las mayores maravillas del mundo moderno se encuentran en nuestro propio entendimiento (p.79).

Con esta frase final, nos planteamos que lo mejor aún está en nuestro intelecto sin ser descubierto y las matemáticas tienen un lugar imprescindible en nuestra forma de vida y pensamiento, luego la atención de esta materia y desarrollo en niños y jóvenes tiene que ocupar un lugar destacado en nuestros intereses ciudadanos.

Siguiendo a Lupiáñez, Rico, Segovia y Ruiz-Hidalgo (2015) la educación matemática es entendida como

[...] el conjunto de conceptos, destrezas, competencias, convenciones actitudes y valores matemáticos que se transmiten por medio del sistema escolar y cuya finalidad es organizar y estructurar el conocimiento matemático. Continúan diciendo identificamos la educación matemática con la labor social que desarrolla un grupo de profesionales cualificados y que incluye la cualificación y la formación del profesorado (p.99).

Además de considerar la educación matemática como una disciplina científica en sí misma.

Estos autores nos proporcionan una buena definición de la acción que vamos a llevar a cabo, ya que como profesores es importante conocer desde el significado más textual hasta lo que es la puesta en práctica, en la que debemos transferir estos conocimientos a los diferentes ambientes de la vida del estudiantado, puesto que en un mundo “matematizado” como es éste en el que vivimos, casi la totalidad de las actividades diarias solicitan del conocimiento de esta ciencia. Algunos ejemplos donde se pone de manifiesto el uso de la matemática son: escoger la mejor opción de compra de un producto, entender los gráficos de los periódicos, establecer vinculaciones lógicas de razonamiento, decidir sobre las mejores opciones de inversión, interpretar el entorno, los objetos cotidianos, obras de arte, etc. El conocimiento matemático al igual que su aplicación en gran número de profesiones aumenta exponencialmente. Esto conlleva que las destrezas que más se piden a la hora de trabajar sean el pensamiento matemático, crítico y la resolución de problemas. Así, las personas que comprenden y son capaces de construir Matemática cuentan con mayores posibilidades y oportunidades para decidir sobre su futuro profesional.

Por tanto, hemos de intentar que todo el alumnado tenga las mismas oportunidades y facilidades para aprender conceptos matemáticos significativos y con el calado suficiente para que puedan interactuar igualitariamente en su ambiente, aunque no todos cuando acaben la educación secundaria obligatoria hayan desarrollado las mismas habilidades ni el mismo gusto por la matemática.



Dentro de la educación de un país, el aprendizaje de la Matemática es uno de los pilares más relevantes ya que junto con el enfoque cognitivo, desarrolla destrezas importantes aplicables diariamente, como el razonamiento, el pensamiento lógico, el pensamiento crítico, la argumentación fundamentada y la resolución de problemas. Por este motivo, autoridades, padres de familia, estudiantes y profesores deben de trabajar conjuntamente para crear espacios apropiados para la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática.

Por esto, el eje del área de Matemáticas es “interpretar y resolver problemas en la vida”, es decir, hay que promover en los estudiantes la habilidad de plantear y resolver problemas con una gran variedad de herramientas, estrategias, metodologías activas y recursos, no únicamente como contenido procedimental, sino también como una base para trabajar, colocándose como un aspecto central en la enseñanza y el aprendizaje de esta materia.

2. CONTEXTUALIZACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA²

2.1. Características del entorno

El Instituto de Educación Secundaria, tomado como referencia, está situado en el barrio del Zaidín, que se encuentra en la zona sur de Granada. Su área de influencia respecto a la procedencia del alumnado es muy amplia, abarcando desde la zona del Realejo y continuando por la carretera de Sierra Nevada, zona del Serrallo, zona del Palacio de Deportes, limitando con el término municipal de Armilla y la carretera de dicha localidad.

Esta zona, que se encuentra próxima a los 100000 habitantes, es dinámica económica, social y culturalmente, con una considerable población juvenil. Además, ha crecido en viviendas e instalaciones debido, principalmente, al Parque Tecnológico de la Salud junto con su extensión comercial. Su población posee características socio-económicas muy diversas: empleados por cuenta ajena, funcionarios, propietarios de pequeños comercios o empresas de servicios, profesiones liberales, personas jubiladas y parados. También hay un importante colectivo de población inmigrante de unas veinte nacionalidades distintas, estando en torno al 12% el número de alumnos y alumnas de este colectivo en los últimos cursos. Por tanto, el alumnado proviene de diversas clases sociales.

De los servicios e instalaciones que ofrece el barrio, dos son las que con mayor frecuencia se utilizan para la realización de actividades complementarias y extraescolares por parte del Centro: el Parque de las Ciencias y el Teatro del Centro Cívico del Zaidín, aunque también está cerca la Biblioteca Pública Francisco Ayala.

2.2. Características del centro

El instituto se encuentra situado sobre una parcela de 9100 metros cuadrados vallada en su totalidad con dos puertas de acceso peatonal y otro para vehículos. Consta de un edificio de tres plantas y un gimnasio anexo al mismo. También posee pistas polideportivas.

En la planta baja, se ubican la biblioteca, salón de actos, museo de mariposas, sala de calderas, cafetería, almacén, sala de visitas de padres y madres, despacho de la Asociación de Madres y Padres de Alumnos, secretaría, despachos, sala de profesorado, dos aulas específicas para alumnado con Trastorno del Espectro Autista, un espacio para distintos departamentos, gimnasio y pistas deportivas, aulas de ciclo formativo de mediación

² La mayor parte de la descripción del centro ha sido extraída del Plan de Centro del IES “xxx”.

Disponible en

http://www.juntadeandalucia.es/averroes/centros-tic/18010185/helvia/sitio/upload/PLAN_CENTRO_201718.pdf



comunicativa, y de los grupos de 1º ESO, conserjería, servicios del profesorado y alumnado, y aula de Audición y Lenguaje.

En la primera planta, se ubican aulas, departamentos, laboratorio de Física y Química, aula de Informática, laboratorio de Biología y Geología y aseos.

En la segunda planta, solamente hay diferentes aulas, algunas específicas como las de Dibujo, Tecnología o Música, y servicios para el alumnado.

Este centro cuenta con pizarras digitales en todas las aulas de ESO y varias de Bachillerato, así como cañón fijo en el resto de aulas. Además, el centro se encuentra dotado de un sistema de cámaras de vigilancia con grabación.

2.3. Organización del centro

El centro es de línea dos en toda la ESO, excepto en 2º ESO donde hay tres, y en el Ciclo de Formación de Grado Superior de Mediación Comunicativa. El Bachillerato es de línea tres. Asimismo, hay dos aulas específicas para el alumnado autista. El número total de alumnos y alumnas del centro es de 515, siendo en torno a 40 los que requieren necesidades específicas de apoyo educativo, destacando la atención al alumnado con discapacidad auditiva y del aula específica de autismo.

El centro cuenta con 45 profesores y profesoras, incluyendo profesorado de orientación, de audición y lenguaje, de pedagogía terapéutica, de apoyo curricular de sordos, de ATAL, de atención a alumnado autista, un profesor de religión católica y una profesora de religión evangélica. Además, se cuenta con dos monitoras para atender el alumnado autista, un auxiliar de conversación de inglés y una profesora de chino como actividad extracurricular.

El personal de administración y servicios está compuesto por 4 empleados de personal de limpieza, 4 ordenanzas, un auxiliar administrativo y un administrativo. Dependiendo de la organización de cada curso, realizan varias funciones intérpretes de signos, monitores de transporte, de educación especial y monitores asociados al proyecto Escuelas Deportivas.

También existe la Asociación de Padres y Madres del Alumnado que participa en órganos como el Consejo Escolar y en la Comisión de Convivencia, y en la planificación de actividades y actuaciones destinadas al alumnado.

La Comisión de Convivencia está integrada por el director, el jefe o jefa de estudios, dos profesores o profesoras, dos padres, madres o representantes legales del alumnado y dos alumnos o alumnas, elegidos de entre los representantes de cada uno de los sectores en el Consejo Escolar.

El centro está vinculado con distintos proyectos, programas y planes, de los cuales algunos se explicarán brevemente a continuación:

- Programa de centro bilingüe–inglés.

Se pretende que el alumnado mejore y amplíe su competencia comunicativa en inglés en materias en las que trasciende el conocimiento estricto del idioma, para comprender mejor el mundo en el que se vive y comunicarse con soltura con personas de diferentes culturas.

- Red Andaluza “Escuela, Espacio de Paz”.

Propicia las relaciones de amistad, compañerismo y cooperación entre el alumnado, además de potenciar un clima de convivencia y comunicación interpersonal en la Comunidad Educativa y favorecer entre otras actividades, las visitas culturales, convivencias, intercambios escolares.

- Plan de Apertura de Centros y Escuelas deportivas.

Consiste en la realización de actividades de diversa índole en horario de tarde. Dichas actividades son por un lado de carácter deportivo y, por otro, de apoyo y refuerzo en materias del currículo como los idiomas.

- Programa de uso de las TIC

Se plantea el desarrollo de las Tecnologías de la Información y Comunicación dotando a la comunidad educativa de los conocimientos básicos necesarios para el uso de los recursos informáticos e introduciendo las TIC en el aula de forma definitiva, como rasgos principales.

- Plan Lector.
- Plan de Igualdad entre hombres y mujeres.
- Programas de movilidad Erasmus.
- Programa de gratuidad de los libros de texto.
- Prácticas del Máster de Secundaria.

También se están desarrollando diversas acciones que si continúan con buena aceptación entre el alumnado, darán lugar a la creación de un nuevo programa propio del centro que será recogido en el Plan de Centro. Este proyecto consiste en una reducción de diez minutos de todas las horas del viernes, excepto de la primera, con el objetivo de conseguir un nuevo tramo horario de cincuenta minutos en el que se imparten diversos talleres, dados tanto por profesores como por padres. El horario de los talleres está situado después del recreo y antes de las tres últimas horas de materias lectivas que corresponden a ese día de la semana. Algunos de los talleres que tienen lugar son: fotografía con móvil, cerámica, lengua de signos, actividades deportivas, costura, lettering, geometría con papel, etc. El alumnado podía apuntarse a cualquiera de los talleres, pero la preferencia

era por orden de llegada ya que en cada uno de ellos habría como máximo 15 estudiantes para evitar masificaciones en algunos, mientras que otros quedaban desiertos.

Es interesante esta propuesta ya que puede ser útil para hacer llegar la materia que nos ocupa de una manera diferente a los alumnos, por ejemplo, relacionado con las Matemáticas existe el taller “Geometría con papel”. En un primer momento, se puede pensar que lo que se va a hacer en él es papiroflexia, pero, más allá de eso, el alumnado participante en este taller recibe interesante información sobre figuras geométricas como el icosaedro estrellado o el cubo, el concepto de tesela, su presencia en los mosaicos de la Alhambra, algunas de las diversas teselaciones del plano que existen, el concepto de fractal, apariciones de diferentes fractales en la naturaleza, etc. Además, los alumnos y las alumnas fabrican su propio icosaedro estrellado a partir de piezas que construyen con papel reciclado, inventan sus propias teselaciones del plano e incluso hacen varios fractales en 3D a partir de una ficha en papel.

2.4. Recursos humanos y materiales

La materia que se va a trabajar pertenece al Departamento de Matemáticas. Está compuesto por cinco profesores de Matemáticas, uno de los cuáles es el director, una profesora de Informática, una profesora de orientación con puesto específico para atención del alumnado con deficiencia auditiva en el área de ciencias, y un profesor de Tecnología.

Entre los recursos materiales con los que cuenta el departamento se encuentran: libros de texto, libros de apoyo, escalas, herramientas y aparatos de medida, medios manipulativos geométricos y juegos didácticos (dominós con ecuaciones, tangram, etc.).

2.5. Características del alumnado

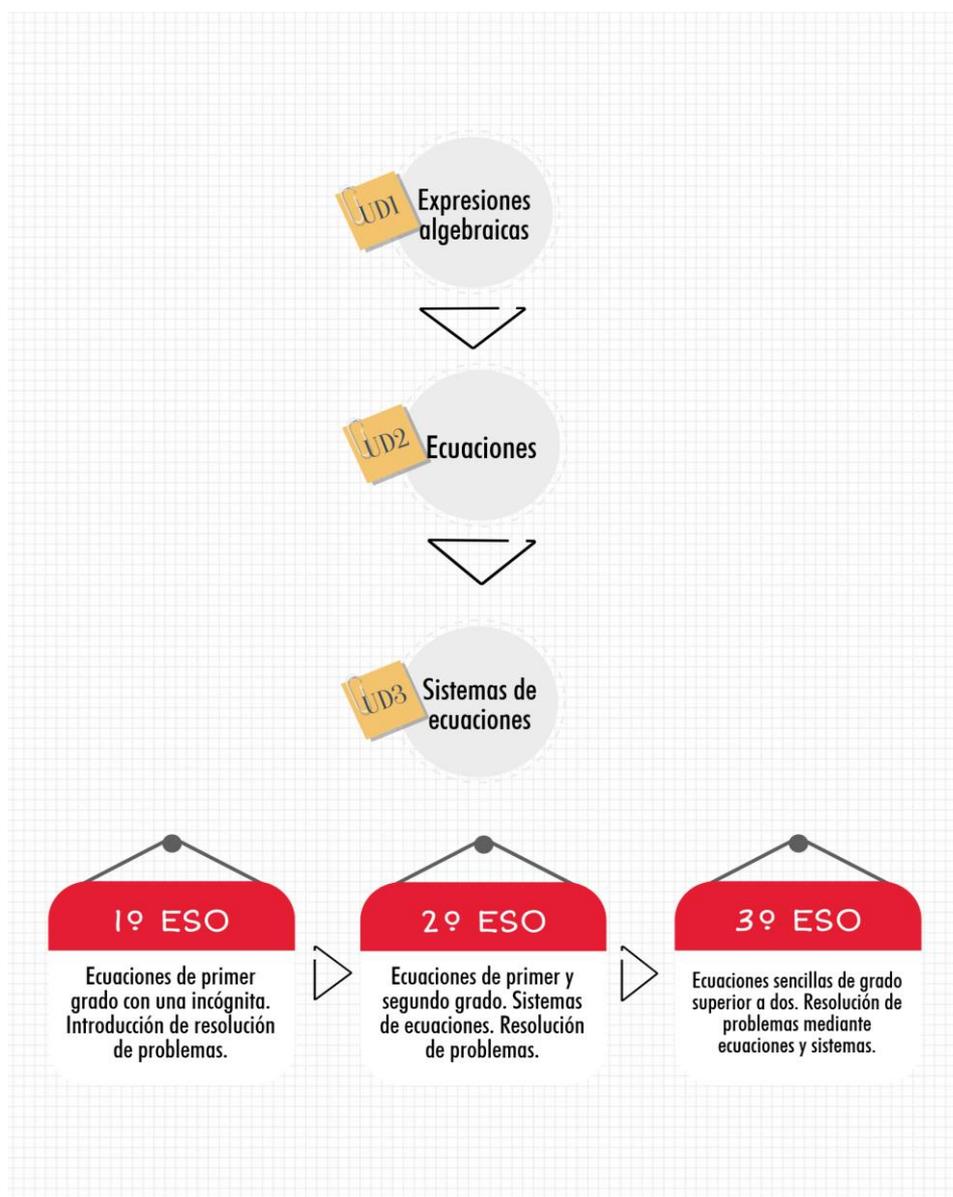
Esta UD se dirige a 2º de ESO, concretamente al grupo B. El grupo está formado en total por 30 jóvenes, de los cuales 19 son alumnas y 11 son alumnos. Seis de ellos no asisten a la clase ordinaria de Matemáticas debido a las dificultades que presentan en esta materia y son atendidos en un grupo reducido. De los 26 alumnos restantes, una de las alumnas es sorda, pero es absentista habitual, y uno de los alumnos tiene una adaptación curricular no significativa.

En la asignatura de Matemáticas, en la segunda evaluación, el 50% del alumnado la ha suspendido, aunque se ha producido una reducción del 5% con respecto a la evaluación anterior. En cuanto a la marcha del alumnado en el resto de asignaturas se tienen los siguientes porcentajes de suspensos: 57% en Lengua, 47% en Inglés, 37% en Música, 60% en Física y Química, 77% en Geografía e Historia y 63% en Tecnología. Esto se traduce en que el 37% del alumnado tiene entre 0 y 2 suspensas, el 3% tiene entre 3 y 4, y el 60% cuenta con 5 o más asignaturas suspensas. En lo que se refiere a las asignaturas pendientes, entre todo el alumnado, en la segunda evaluación, sumaban un total de 51 materias, de las que tan solo el 24% fueron aprobadas.

El alumnado no muestra un comportamiento ejemplar, ya que hasta el final de la evaluación pasada tenían entre todos 23 partes de incidencias que han llevado consigo cuatro expulsiones, dos de ellas motivadas por agresiones y las otras dos por insultos.

2.6. Jerarquización horizontal y vertical

Planteamos la jerarquización vertical, donde se muestra la progresión en complejidad y especificidad de los contenidos relacionados que adquiere el alumnado, y la jerarquización horizontal, donde se ve la serie de contenidos impartidos en la materia de Matemáticas dependiendo del curso de la Educación Secundaria Obligatoria; con el fin de contextualizar esta UD a nivel curricular.



Elaboración propia

Figura 1. Jerarquización de Contenidos.

Esta UD es la encargada de cerrar el bloque 2 del currículo, “Números y álgebra”. Su desarrollo tendrá lugar en el segundo trimestre, ya casi al final de éste, por lo que se comenzará en torno a primeros de marzo. Destaca su importancia como clausura al bloque por la puesta en práctica de la mayoría de los contenidos vistos con anterioridad, además de empezar a sentar algunas bases para los contenidos que siguen que serían los referentes a funciones.

3. ANÁLISIS DIDÁCTICO

Para conocer lo que es el análisis didáctico de un contenido matemático escolar y lo que engloba, se seguirá a Rico (2016) que define tal análisis, dentro de un entorno curricular, como un proceso para indagar, organizar y analizar los contenidos didácticos matemáticos en la etapa escolar, con el fin de planificarlos, implementarlos y evaluarlos.

El análisis didáctico está organizado atendiendo a cuatro tipos de análisis según las extensiones del currículo de matemáticas. Se empieza por el análisis de contenido para conocer los significados de éstos. Se continua con el análisis cognitivo de esos mismos contenidos para decidir los requisitos para alcanzar los aprendizajes pertinentes. En tercer lugar, se realiza el análisis de instrucción, en el cuál se reflexiona sobre las tareas, la estructura y los recursos imprescindibles para enseñar esos contenidos. Por último, se lleva a cabo el análisis evaluativo, para apreciar los aprendizajes conseguidos, los datos recabados y la toma de decisiones.

3.1. Análisis de contenido

Mediante el análisis de contenido, el docente busca y estudia la información que necesita para establecer y detallar el significado de los conceptos matemáticos, además se apoya en esta información que recaba para la planificación de las distintas unidades, marcándose las expectativas de aprendizaje del alumnado y seleccionando lo más relevante para acotar los significados y la clase de tareas que se realizarán en la instrucción y que estarán adecuadas al contexto social, educativo e institucional. Para llevar a cabo estas acciones, el análisis contenido se aborda, como apuntan Rico y Moreno (2016), desde las siguientes tres dimensiones: estructura conceptual, sistemas de representación y fenomenología.

3.1.1. Estructura conceptual

Se recogen todos los conceptos matemáticos que tienen que ver con este tema, además de relacionarlos. Para realizar la primera dimensión del análisis de contenido, se estudiarán el *campo conceptual* y el *campo procedimental*. Aunque para buscar una mayor completitud, se observará también el *campo actitudinal*.

Campo conceptual

De acuerdo con Rico (2008), se distinguen tres niveles en el campo conceptual: hechos, conceptos y estructuras.

Hechos

Los *hechos* son unidades de información que, en mayor o menor medida, el alumnado deberá manejar con soltura y recordar. Se tienen cuatro tipos: *términos*, *notaciones*, *convenios* y *resultados*. Sus respectivas definiciones se verán en los siguientes subapartados y han sido extraídas literalmente de Rico (1995).

❖ Términos

Términos. Son las denominaciones o vocablos con los que designamos los conceptos o las relaciones entre conceptos. En matemáticas hay términos específicos y otros que proceden del lenguaje común.

Se encuentran los siguientes términos:

- Incógnita, grado, coeficiente, expresión, monomio, ecuación lineal, miembro, término independiente, sistemas de ecuaciones, solución, sistema de ecuaciones equivalentes, transformación, representación gráfica, rectas, posición, punto de corte, método, sustitución, igualación, reducción doble, resultado.

❖ Notaciones

Notaciones. Son los signos y símbolos empleados en matemáticas para expresar una idea de modo breve y preciso. Aunque las matemáticas emplean un lenguaje simbólico, no conviene comenzar el trabajo con los alumnos presentando los símbolos y notaciones.

Se encontrarán las siguientes notaciones en relación a los contenidos que se abordarán:

- Monomio $\rightarrow ax$
- $+$, $-$, $/$, $=$.
- Ecuación lineal con dos incógnitas $\rightarrow ax + by = c$ (donde a , b , c son los coeficientes y x , y , las incógnitas).
- Sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas $\rightarrow \begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$
- Par de soluciones o solución del sistema $\rightarrow (x_0, y_0)$.

❖ Convenios

Convenios. Son acuerdos tácitos o consensuados para comunicar información sin ambigüedad, evitando largas explicaciones. Gran parte del trabajo del matemático está basado en el dominio de convenios sobre manipulación de símbolos y representaciones.

Se pueden destacar los siguientes convenios:

- La expresión ax se lee “a equis” y no “a por equis”.
- En los sistemas, colocamos en la misma columna los coeficientes con la misma incógnita.
- No se pueden sumar o restar coeficientes con distintas incógnitas.

- Dos sistemas son equivalentes si tienen la misma solución.

❖ Resultados

Resultados. Son unidades de información producto directo e inmediato de relaciones entre términos, susceptibles de ser memorizadas, cuyo dominio y control conviene disponer para trabajar en matemáticas sin tener que partir siempre de cero.

- Criterios de equivalencia.
- Relación entre la posición de las rectas que representas las ecuaciones del sistema y el número de soluciones de dicho sistema.

Conceptos

Se entiende como *conceptos*, un grupo de elementos de información conectados entre sí a través de variedad de relaciones. Se representan de diversas maneras, tanto gráfica como simbólicamente. Los conceptos más relevantes son:

- Ecuación lineal con dos incógnitas.
- Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Solución de un sistema.
- Sistemas equivalentes.
- Solución gráfica de un sistema.
- Rectas secantes.
- Rectas coincidentes.
- Rectas paralelas.
- Método de sustitución.
- Método de igualación.
- Método de reducción doble.

Estructuras

Las *estructuras* son las redes formadas a partir de los conceptos y la multitud de relaciones existentes entre ellos, además, pueden dar lugar a conceptos de mayor complejidad. Las estructuras presentes en esta unidad son:

- El anillo de polinomios con dos variables con la operación suma y multiplicación.

Campo procedimental

El conocimiento procedimental se centra en los pasos ordenados que se llevan a cabo para realizar una tarea (operaciones, propiedades, métodos matemáticos) y el conocimiento en el que se basan. Siguiendo a Rico (2008), se tienen tres niveles distintos en el campo procedimental: *destrezas, razonamientos y estrategias*.

Destrezas

Las *destrezas* conforman los métodos más simples. Éstas procesan los hechos conocidos en la unidad, por tanto, se ha de tener buen dominio de ellos y de las reglas que los conciernen, además, de la necesidad de trabajar simbólicamente. Aquí, se consideran las siguientes destrezas:

- Expresión oral y escrita de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Representación gráfica de las soluciones de una ecuación lineal con dos incógnitas.
- Expresión oral y escrita de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Identificación de sistemas equivalentes.
- Resolución gráfica de un sistema de ecuaciones.
- Resolución algebraica de un sistema de ecuaciones.

Razonamientos

Los *razonamientos* son una serie de argumentaciones que se usan para realizar puentes de conocimiento entre los distintos conceptos. Implican nuevas relaciones basadas sobre las relaciones que ya se tenían establecidas. En matemáticas se emplean tanto el razonamiento lógico-deductivo, como el inductivo, el analógico y el figurativo. Luego, serían razonamientos:

- Comprobar que un par de números son solución de una ecuación lineal con dos incógnitas
- Comprobar que un par de números es solución de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Comprobar y argumentar que dos sistemas son equivalentes.
- Resolver sistemas de ecuaciones.
- Representar gráficamente un sistema de ecuaciones.

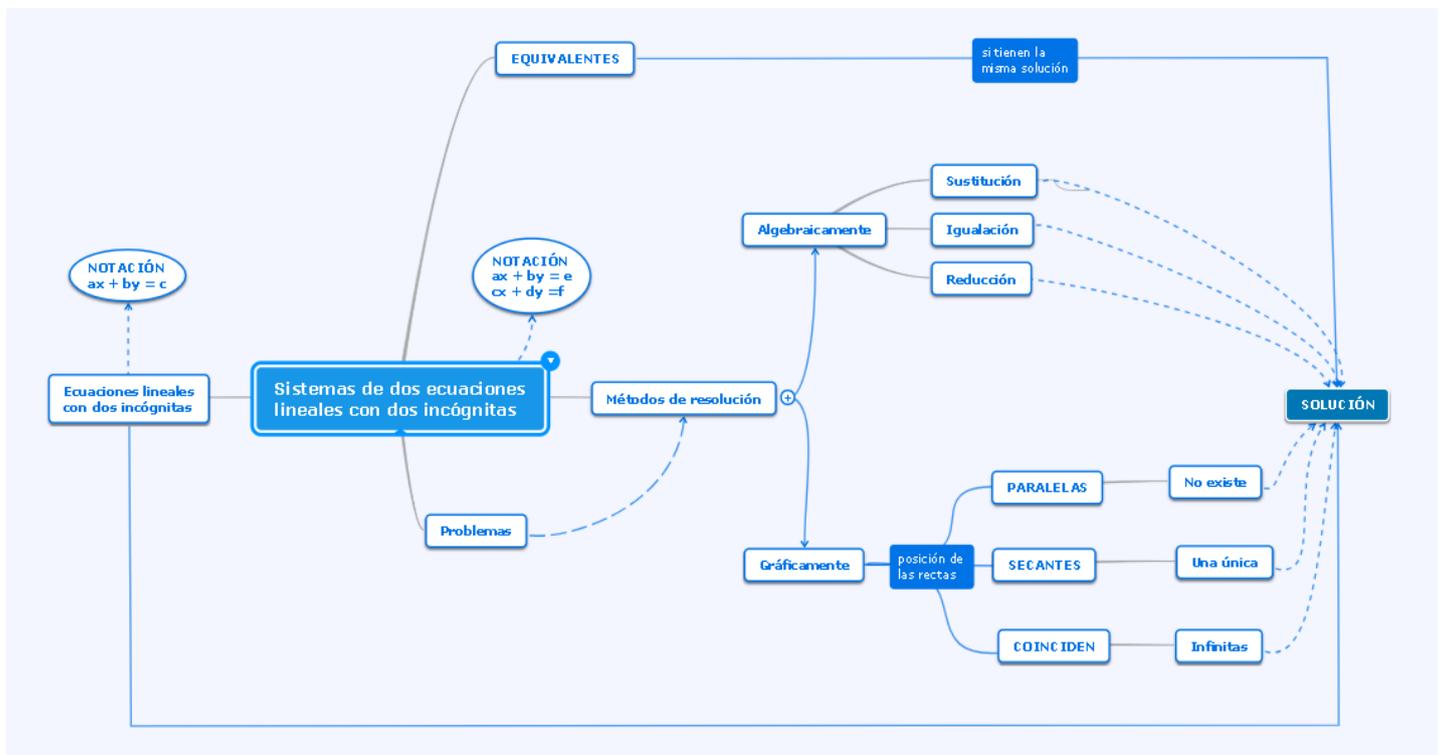
Estrategias

Las *estrategias* aun siendo distintas nos llevan a obtener un mismo resultado debido a procesarse dentro de una estructura procesual. Éstas abordan diferentes procesos teniendo en cuenta todos y cada uno de los conceptos, relaciones y propiedades. Las que siguen son las estrategias que se pueden considerar:

- Argumentar el número de soluciones de un sistema a partir de su representación gráfica.
- Elegir el método que facilita la resolución de un cierto sistema de ecuaciones.
- Plantear y resolver un problema.

A continuación, en la figura 2, se muestra el mapa conceptual referente a los puntos anteriores. En él, se establece gráficamente una red de conceptos con unos nodos principales y unos segmentos que representan las distintas relaciones y conexiones que

se dan entre estas nociones, en definitiva, lo que se está haciendo es sintetizar la estructura conceptual.



Elaboración propia

Figura 2. Mapa conceptual

Campo actitudinal

Éste es el último de los campos que se abordarán en el análisis de contenido y hace referencia a la conducta del alumnado, incluyendo la actitud entre ellos mismos, así como hacia el profesor y la propia materia. Como apunta Flores (2008), algunas de estas conductas más importantes son:

- Curiosidad en el sentido de querer ampliar los conocimientos, enfrentándose a situaciones más complejas que incentiven la búsqueda de información necesaria para su resolución.
- Amoldamiento a diferentes situaciones, percibiendo que hay más de una forma de abórdalas, lo que puede llevar a cambiar el criterio de uno mismo.
- Gusto por la verdad a la hora de enfrentarse a situaciones problemáticas, teniendo paciencia para hallar el método que las resuelve y compromiso para explicar las cosas.
- Autonomía para decidir y pensar ante la información que le llega de fuera.

- Confianza en sí mismo para abordar las actividades, pruebas, problemas, ... que se le presentan, asumir sus responsabilidades y darse cuenta de sus progresos.
- Disposición para realizar tareas, guardando rigor, orden, precisión y pensando sensatamente en lo que se va a hacer.
- Disfrute de la labor de pensar o razonar un problema matemático aún cuando la solución obtenida no es del todo apropiada.
- Responsabilidad y colaboración a la hora de realizar tareas comunes, valorando y respetando las opiniones del resto de compañeros.

3.1.2. Sistemas de representación

Los sistemas de representación están formados por unos signos, notaciones, reglas, convenios y enunciados, y sirven como medio para expresar estructuras matemáticas. Desempeñan un papel fundamental en la comprensión de un concepto matemático puesto que utilizarlos y trabajar con ellos necesitan de un gran conocimiento de sus características y propiedades. Además, se puede pasar de un tipo de sistema de representación a otro o al mismo.

Se van a mostrar varias representaciones de los conocimientos pertenecientes a esta Unidad Didáctica. Se distinguen los siguientes tipos de representaciones: simbólica, gráfica, tabular, verbal y manipulativa.

Representación tabular

En esta representación de un sistema de ecuaciones se utiliza una tabla de valores para cada una de las ecuaciones lineales con dos incógnitas que conforman el sistema. Por ejemplo:

$$\begin{cases} 4x + 3y = 1 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$$

$4x + 3y = 1$	
X	Y
-1	5/3
0	1/3
1	-1

$3x - 2y = 5$	
X	Y
-1	-4
0	-2/5
1	-1

A la vista de las tablas, se puede concluir que la solución es el par (1,-1) ya que es el punto donde se cortan las dos rectas que conforman el sistema.

Representación simbólica

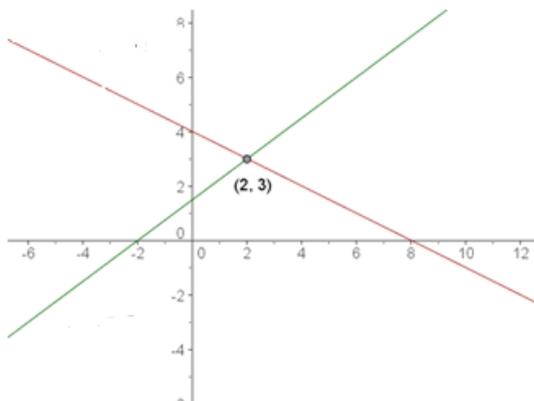
En la representación simbólica se encuentran distintas combinaciones de letras, números y símbolos que se corresponden con ciertos conceptos u otras estructuras matemáticas. En esta Unidad Didáctica, las ecuaciones lineales con dos incógnitas y los sistemas de ecuaciones simbólicamente se expresan como:

- Ecuación lineal con dos incógnitas $\rightarrow ax + by = c$, donde a , b y c son números reales y x e y son las incógnitas.
- Sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas $\rightarrow \begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$, siendo a , b , c , d , e , f , los coeficientes numéricos y x e y las incógnitas.

Representación gráfica

Esta representación suele facilitar la comprensión de conceptos y su resolución debido a su mayor visualización. Al trabajar con este tipo de representación, el alumnado apreciará que las ecuaciones que forman el sistema son rectas, cuya posición relativa determina el número de soluciones que tiene el sistema de ecuaciones.

Por ejemplo, la representación gráfica del sistema $\begin{cases} 2x + 4y = 16 \\ 3x - 4y = -6 \end{cases}$



Se puede observar que la solución es el par $(2, 3)$

Representación verbal

Aquí se engloban los términos matemáticos y las expresiones que se emplean en la descripción oral de los elementos matemáticos de la unidad. En definitiva, lo que se hace mediante esta representación es comunicar verbalmente al alumnado lo que deben de aprender. Usando esta representación, por ejemplo, un sistema de ecuaciones se podría transmitir como:

- *“La primera ecuación es dos equis más tres e igual a ciento cuarenta y cinco, y la segunda ecuación es equis e y suman sesenta y cinco”*

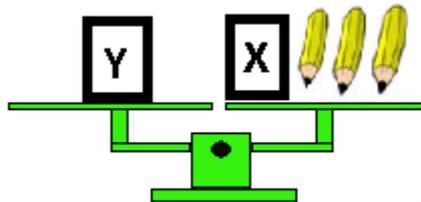
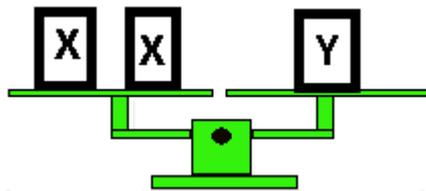
- “En una tienda se venden un total de sesenta y cinco triciclos y bicicletas, si entre todos esos vehículos tienen ciento cuarenta y cinco ruedas. ¿Cuántos triciclos hay? ¿Y cuántas bicicletas?”

Representación manipulativa

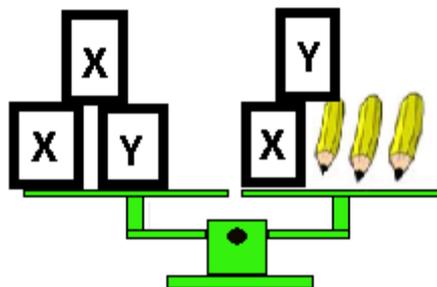
Para explicar un determinado contenido se puede hacer uso de objetos o materiales manipulativos. En esta UD, para comprender y resolver un sistema de ecuaciones donde las dos ecuaciones están iguales se puede hacer uso de una balanza.

“Juan tiene el doble de lápices que Laura. Si Juan le da 2 de sus lápices a Laura, entonces tendrán el mismo número de lápices. ¿Cuántos tiene cada uno?”

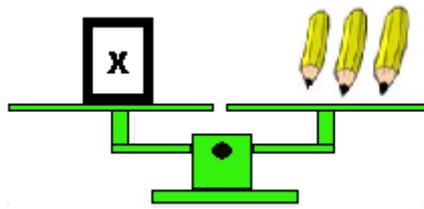
Se representa cada una de las ecuaciones en una balanza independiente que están equilibradas por tratarse de igualdades.



Se suma lo que hay en los platillos de la derecha de las imágenes anteriores y se pone en el platillo derecho de una nueva balanza, también se suman las cosas que hay en los platillos de la izquierda y se ponen en el platillo izquierdo de la nueva balanza. Por tanto, se tiene la imagen:



A continuación, se quitan los elementos que hay iguales a ambos lados de la balanza. En este caso, se quitan de la izquierda y de la derecha, una X y una Y.



De esta manera se obtiene el valor de la incógnita X , aquí se tiene $X = 3$ y mediante un simple cálculo algoritmo se tiene que $Y = 6$. Luego, Juan tiene seis lápices y Laura tiene tres.

3.1.3. Fenomenología

[...] Nuestra aproximación a la fenomenología se vincula con un planteamiento funcional de las matemáticas escolares que afirma que las ideas y conceptos son el núcleo de nuestro pensamiento, las herramientas con las que pensamos. Esta aproximación sostiene que el pensamiento matemático surge de los fenómenos y que las estructuras matemáticas abstraen y organizan familias de fenómenos de los mundos natural, social y mental (Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez, 2007).

En ella se incluyen los contextos, situaciones o problemas que pueden proporcionar sentido a los conceptos. De acuerdo con el *Programme for International Student Assessment (PISA)* (OCDE, 2013), la elección apropiada de estrategias matemáticas y representaciones, a menudo, dependen del contexto en el que los problemas se planteen, por tanto, distingue cuatro categorías en las que se encuentran las tareas: *personales, laborales, sociales y científicas*.

Situaciones personales

Se centran en las actividades de uno mismo, de la familia o de los propios compañeros, se podría involucrar situaciones como preparar alimentos, compras, juegos, salud personal, viajes, deportes, finanzas, ... en las que el alumnado se sienta identificado. Por ejemplo:

“Hemos comprado dos clases de café; el primero de 0,94 €/kg, y el segundo, 0,86 €/kg, obteniendo 40 kilos de mezcla a 0,89 €/kg. ¿Cuántos kilos hemos puesto de cada tipo?”

Situaciones laborales o escolares

Las actividades de esta situación están ambientadas en el mundo laboral o escolar. Se podrían emplear para este enfoque cálculo de costes, nóminas, contabilidad, medidas, cosas relacionadas con la construcción o el instituto, etc. Por ejemplo:

“El perímetro del patio del recreo, que es rectangular, es de 22 metros, y se sabe que el lado largo mide 5 metros más que ancho. ¿Cuáles son las dimensiones del patio del colegio?”

Situaciones sociales

Los problemas clasificados en estas situaciones involucran la sociedad local, nacional o internacional y se podrían usar cosas tales como sistemas de votación, transporte público, gobierno, demografía, publicidad, estadísticas nacionales, economía. Por ejemplo, un problema en este contexto sería:

“Un agente de bolsa invierte 100000 euros en total en dos empresas distintas. De la primera inversión obtiene un 5% de beneficio mientras que de la segunda el beneficio es tan solo del 3,5%. Además se sabe que los beneficios de la primera superan en 300 euros a los de la segunda. ¿Cuánto dinero invirtió en cada empresa?”

Situaciones científicas

Tienen relación con las matemáticas y su aplicación al mundo real, además de con la ciencia y la tecnología en general. Se pueden incluir particularizaciones relacionadas con el clima, la ecología, la medicina, la ciencia espacial, la medición y el mundo de las matemáticas en sí mismo.

“La suma de dos ángulos de un triángulo es 120° . El tercer ángulo excede en 6° al menor de los otros dos ángulos. ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos del triángulo?”

3.2. Análisis cognitivo

Flores y Lupiáñez (2016) nos dicen que el análisis cognitivo *de un tema matemático se aborda mediante aquellos organizadores que describen los propósitos que ha de establecer el profesor relativos al aprendizaje de sus contenidos, destacando qué puede y debe aprender el escolar, qué dificulta ese aprendizaje y qué oportunidades dispone para su logro* (p. 178) Por tanto, cuando se finalice este análisis se habrán caracterizado los acuerdos que manifiestan el aprendizaje previsto, las limitaciones que se pueden esperar por parte del alumnado, a causa del propio contenido matemático o de sus propias capacidades, y las oportunidades de aprendizaje que son dadas por el sistema educativo para impulsar el aprendizaje matemático dispuesto.

3.2.1. Expectativas de aprendizaje

Las expectativas de aprendizaje son aquellas que acotan y estructuran lo que el docente espera que el alumnado aprenda, adquiera, desarrolle, según diferentes niveles.

En esta UD, se trabajarán los siguientes focos conceptuales, que son agrupaciones determinadas de conceptos, estrategias y estructuras, los cuales toman más relevancia por expresar, organizar y resumir agrupaciones de contenidos. A través de ellos, se realizará una división de las expectativas de aprendizaje:

- Foco 1: Ecuaciones lineales con dos incógnitas
- Foco 2: Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas
- Foco 3: Métodos de resolución de sistemas y resolución de problemas.

3.2.2. Objetivos

Objetivos de etapa

Según el *Real Decreto 1105/2014* (MECD, 2015a, pp.176 -177) los objetivos de etapa definidos para la Educación Secundaria Obligatoria que se corresponden con esta UD son:

- b) Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.*
- e) Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.*
- f) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas de los diversos campos de conocimiento y de la experiencia.*
- g) Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación en el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.*
- h) Comprender y expresarse con corrección, oralmente y por escrito, en la lengua castellana y, si la hubiera, en la lengua cooficial de la Comunidad Autónoma, textos y mensajes completos, e iniciarse en el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura.*
- i) Comprender y expresarse en una o más lenguas extranjeras de manera apropiada.*

Objetivos de área

Según la *Orden de 14 de julio de 2016* (Consejería de Educación, p. 190), la enseñanza de las Matemáticas en la Educación Secundaria Obligatoria en Andalucía y, en concreto, de esta UD contribuirá a desarrollar en el alumnado capacidades que les permitan:

- 1. Mejorar sus habilidades de pensamiento reflexivo y crítico e incorporar a lenguaje y modos de argumentación la racionalidad y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos, científicos y tecnológicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana.*
- 2. Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar y utilizar diferentes estrategias para abordarlas y analizar los resultados utilizando los recursos más apropiados.*
- 6. Utilizar de forma adecuada las distintas herramientas tecnológicas (calculadora, ordenador, dispositivo móvil, pizarra digital interactiva, etc.) tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y representar informaciones de índole diversa y también como ayuda en el aprendizaje.*

8. *Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados y de su carácter exacto o aproximado.*

9. *Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en su propia capacidad para enfrentarse a ellos con el éxito, adquiriendo un nivel de autoestima adecuado que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos, prácticos y utilitarios de las matemáticas.*

Objetivos didácticos

A partir de los objetivos de etapa y área que aparecen en el *Real Decreto 1104/2014, de 26 de diciembre* (MECD, 2015a, p.176-177) y en la *Orden de 14 de Julio de 2016* (Consejería de Educación, p.190), respectivamente, se establecen los objetivos didácticos ordenados secuencialmente para esta UD.

Foco 1: Ecuaciones lineales con dos incógnitas

O1.1. Conocer y comprender la definición de ecuación lineal con dos incógnitas.

O1.2. Plantear ecuaciones lineales con dos incógnitas que representan ciertas situaciones cotidianas que se dan mediante un enunciado.

O1.3. Proponer ejemplos propios de enunciados que se puedan expresar mediante ecuaciones lineales con dos incógnitas, además de escribir éstas.

O1.4. Representar gráficamente las soluciones de una ecuación lineal con dos incógnitas.

Foco 2: Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas

O2.1. Comprender y distinguir un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

O2.2. Conocer y comprender el concepto de solución de un sistema.

O2.3. Conocer y comprender cuando dos sistemas son equivalentes.

O2.4. Producir sistemas equivalentes a uno dado mediante el uso de operaciones elementales.

Foco 3: Métodos de resolución de sistemas y resolución de problemas.

O3.1. Resolver gráficamente sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

O3.2. Comprender la relación entre la solución del sistema y la posición de las rectas que representan las ecuaciones.

O3.3. Resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas mediante el método de sustitución.

O3.4. Resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas mediante el método de igualación.

O3.5. Resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas mediante el método de reducción doble.

O3.6. Discernir y valorar qué método facilita la resolución de un sistema de ecuaciones dependiendo de las características de sus ecuaciones.

O3.7. Resolver problemas en los que hay que plantear y calcular la solución de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

3.2.3. Competencias

Competencias clave

A lo largo de esta UD vamos a desarrollar las siguientes competencias claves que se encuentran recogidas en la *Orden ECD/65/2015, de 21 de enero* (MECD, 2015b):

a) *Comunicación Lingüística (CL)*: Para fomentar el desarrollo de esta competencia incidiremos en la explicación de forma verbal por parte del alumnado de los distintos conceptos vistos en el tema, la descripción verbal de los razonamientos y de los procesos llevados a cabo en la realización de un ejercicio mientras lo están escribiendo en pizarra para ser corregido. Facilitamos de esta forma tanto la expresión propia como la escucha de las explicaciones del resto de compañeros para desarrollar la comprensión, el espíritu crítico y la mejora de las destrezas comunicativas.

Para llevar a cabo esta competencia lo que se hará será que expongan verbalmente sus dudas al resto de la clase o resuelvan las de algún compañero, expliquen oralmente lo que están haciendo mientras están corrigiendo alguna actividad en la pizarra, exponiendo ejemplos sobre ecuaciones al resto de la clase, etc.

b) *Competencia Matemática y Competencias Básicas en Ciencia y Tecnología (CMCCT)*: Debido a los conceptos y razonamientos que adquieren, el alumnado podrá conocer y plantear sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas enmarcados en posibles situaciones de la vida, además de poder resolverlos tanto gráficamente como mediante el uso de métodos algebraicos. Para ello será necesario remarcar que la contribución a la competencia matemática se logra en la medida en que el aprendizaje de dichos contenidos va dirigido precisamente a su utilidad para enfrentarse a las múltiples ocasiones en las que los jóvenes emplearán las matemáticas fuera del aula.

c) *Competencia Digital (CD)*: La realización de ejercicios en la pizarra digital, en el caso de que se disponga de ella, o el uso de ordenadores con acceso a internet para buscar información relacionado con las ecuaciones y los sistemas de ecuaciones, contribuyen al desarrollo de esta competencia. Además, de realizar actividades

interactivas sobre los sistemas en internet o usar ciertos programas para representar gráficamente los sistemas de ecuaciones.

- d) *Aprender a Aprender (AA)*: El alumnado va a aprender aquellos conocimientos desconocidos y va a conocer los métodos de aprendizaje que le ayuden a adquirir este conocimiento basado en las ecuaciones lineales con dos incógnitas. Para el desarrollo de esta competencia es necesario incidir desde el área en los contenidos relacionados con la autonomía, la perseverancia y el esfuerzo al abordar situaciones de creciente complejidad, la sistematización, la mirada crítica y la habilidad para comunicar con eficacia los resultados del propio trabajo. Además, la verbalización del proceso seguido en el aprendizaje ayuda a la reflexión sobre qué se ha aprendido, qué falta por aprender, cómo y para qué, lo que potencia el desarrollo de estrategias que facilitan el aprender a aprender. Se propondrán problemas de complejidad creciente en los que se resuelvan sistemas de ecuaciones con el fin de activar esta competencia.
- e) *Competencias Sociales y Cívicas (CSC)*: La aportación a esta competencia se materializa a través del trabajo en equipo donde se aprende a aceptar otros puntos de vista, sobre todo, a la hora de utilizar estrategias personales de resolución de problemas, y cuando se requiere respetar el turno de palabra de los demás. Realizaremos distintas actividades tanto en clase como utilizando el ordenador en las que estarán distribuidos en grupos reducidos, además se mostrará en el respeto hacia las opiniones de los demás.
- f) *Sentido de Iniciativa y Espíritu Emprendedor (SIE)*: La resolución de problemas tiene, al menos, tres vertientes complementarias asociadas al desarrollo de esta competencia: planificación, la gestión de los recursos y la valoración de los resultados. La planificación está aquí asociada a la comprensión en detalle de la situación planteada para trazar un plan, buscar estrategias y para tomar decisiones; la gestión de los recursos incluye la optimización de los procesos de resolución; por último, la evaluación periódica del proceso y la valoración de los resultados permiten hacer frente a otros problemas o situaciones con mayores posibilidades de éxito.
- Para fomentar esta competencia se comenzará con la resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas y, posteriormente, se propondrán problemas contextualizados en la vida real.

Competencias didácticas

- Es capaz de reconocer ecuaciones lineales con dos incógnitas, plantearlas a partir de una situación de la vida real dada y representar en una gráfica las soluciones de ésta.
- Capacidad para distinguir un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, entender el significado de solución de éste y dar sistemas equivalentes a él.
- Es capaz de resolver un sistema de ecuaciones gráficamente y justificar lo que representa la situación de las rectas de las ecuaciones.
- Capacidad de resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas mediante el uso de distintos métodos algebraicos utilizando el más conveniente.
- Capacidad para resolver problemas en los que hay que plantear un sistema y hallar su solución, además de dar la respuesta al problema.
- Es capaz de proponer sus dudas a la totalidad de la clase, colaborar en la resolución de las dudas de otros compañeros y respetar las opiniones que den los demás.
- Capacidad de trabajar en grupo y en la pizarra, además de adaptarse a grupos heterogéneos.

Competencias PISA

Además de las competencias anteriores se trabajarán también las competencias establecidas por PISA, cuya descripción se ha obtenido de OCDE (2017):

- *Comunicación (C)*. Esta competencia se manifiesta en acciones tales como leer un enunciado, descifrar e interpretar lo que dice ese enunciado o algunas preguntas o tareas con el fin de poder plantearse la situación mentalmente. Esto supone un avance hacia la mejor comprensión, clarificación y enunciación de los problemas. También puede que tengan realizar algún resumen o hacer uso de resultados que se encuentran en medio. Cuando ya se tiene la solución al problema, alguno de los escolares que la ha hallado puede mostrarla a los demás y explicar razonadamente tal solución.
- *Matematización (M)*. Mediante este término se recogen las principales tareas matemáticas implicadas en un problema. Esta competencia lleva al alumnado a cambiar un problema contextualizado en el mundo real por una configuración totalmente matemática, este cambio implica estructurar, conceptualizar, elaborar

conjeturas y plantear un modelo. También puede ser interpretar o valorar una consecuencia o método matemático con respecto al problema del que se partió.

- *Representación (R)*. Está asociada a la representación de elementos o situaciones matemáticas. Por tanto, se pueden seleccionar, interpretar, traducir y utilizar un gran número de representaciones con el fin de modelar una situación, interactuar con un problema o exponer un propio trabajo. Ejemplos de representaciones serían tablas, gráficos, imágenes, diagramas, fórmulas, ecuaciones y materiales específicos.
- *Razonamiento y argumentación (RA)*. Es lo que se necesita en los distintos pasos y ejercicios adheridos a la competencia matemática. Esta destreza incluye desarrollos de pensamiento establecidos de manera lógica que buscan y enlazan los elementos de un problema para hacer inferencias partiendo de ellos, confirmar un argumento dado, o dar una explicación razonada de los enunciados o resultados de los problemas.
- *Diseño de estrategias para resolver problemas (RP)*. Involucra un grupo de procesos de control que dirigen al alumnado para reconocer, plantear y resolver los problemas eficientemente. Esta capacidad está caracterizada por la elección o esbozo de un proyecto o táctica para usar las matemáticas con el objetivo de resolver los problemas procedentes de un cometido o contexto, junto con indicación de su implementación. Esta destreza puede ser solicitada en cualquier paso del método de resolución de problemas.
- *Utilización de operaciones y de un lenguaje de carácter simbólico, formal y técnico (LS)*. El uso de operaciones y un lenguaje simbólico, formal y técnico lleva consigo comprender, entender, manejar y emplear expresiones simbólicas en un ambiente matemático dirigido por una serie de acuerdos y leyes matemáticas. Además, implica la interpretación y el uso de elementos difíciles de definir que están basados en definiciones, teoremas, reglas y procedimientos formales, junto con el empleo de algoritmos que involucran estos elementos. Dependiendo de los conocimientos específicos de contenido matemático que se usan para formular, resolver o entender cada tarea concreta se emplean distintos símbolos, reglas y procedimientos.
- *Utilización de herramientas matemáticas (HM)*. La utilización de herramientas matemáticas es la que sostiene la capacidad matemática. Estas herramientas pueden ser tanto físicas como informáticas que están cada vez más a la mano de todo el mundo, algunos ejemplos son los instrumentos de medición, calculadoras, ordenadores, ... Esta aptitud conlleva entender y dominar las herramientas que pueden ser utilizadas como asistencia en las labores matemáticas, pero teniendo conciencia de las restricciones que presentan.

Tabla 1. Foco 1: Ecuaciones lineales con dos incógnitas

Objetivos	Competencias PISA						
	C	M	R	RA	RP	LS	HM
O1.1. Conocer y comprender la definición de ecuación lineal con dos incógnitas.	✓		✓	✓			
O1.2. Plantear ecuaciones lineales con dos incógnitas que representan ciertas situaciones cotidianas que se dan mediante un enunciado.		✓	✓	✓		✓	
O1.3. Proponer ejemplos propios de enunciados que se puedan expresar mediante ecuaciones lineales con dos incógnitas, además de escribir éstas.	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
O1.4. Representar gráficamente las soluciones de una ecuación lineal con dos incógnitas.			✓				✓

Tabla 2. Foco 2: Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas

Objetivos	Competencias PISA						
	C	M	R	RA	RP	LS	HM
O2.1. Comprender y distinguir un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.	✓		✓	✓			
O2.2. Conocer y comprender el concepto de solución de un sistema.	✓			✓			
O2.3. Conocer y comprender cuando dos sistemas son equivalentes.	✓			✓			
O2.4. Producir sistemas equivalentes a uno dado mediante el uso de operaciones elementales.				✓	✓	✓	

Tabla 3. Foco 3: Métodos de resolución de sistemas y resolución de problemas

Objetivos	Competencias PISA						
	C	M	R	RA	RP	LS	HM
O3.1. Resolver gráficamente sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.			✓				✓
O3.2. Comprender la relación entre la solución del sistema y la posición de las rectas que representan las ecuaciones.	✓		✓	✓			
O3.3. Resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas mediante el método de sustitución.					✓	✓	✓
O3.4. Resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas mediante el método de igualación.					✓	✓	✓
O3.5. Resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas mediante el método de reducción.					✓	✓	✓
O3.6. Discernir y valorar qué método facilita la resolución de un sistema de ecuaciones dependiendo de las características de sus ecuaciones.	✓			✓	✓		
O3.7. Resolver problemas en los que hay que plantear y hallar la solución de un sistema de dos ecuaciones.	✓	✓		✓	✓	✓	

3.2.4. Errores y dificultades de aprendizaje

Para acabar con el análisis cognitivo, se van a recoger en la siguiente tabla distintas dificultades y los errores asociados que puede cometer el alumnado en la realización de las tareas y los objetivos a los que están asociadas:

Tabla 4. Errores y dificultades

ERRORES Y DIFICULTADES		OBJETIVOS
D1	Dificultad en la comprensión de la dependencia de dos variables.	
E1	No usar dos variables distintas cuando se trata de una ecuación lineal con dos incógnitas.	O1.1., O1.2., O1.3.
E2	Representar una recta a partir de un único punto.	O1.4, O3.1.
E3	No traducir correctamente los enunciados de situaciones reales al lenguaje simbólico.	O1.2., O1.3., O3.7.
E4	No distinguir un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.	O2.1.
E5	Confundir sistema equivalente con ecuación equivalente.	O2.3., O2.4.
E6	A la hora de dar la solución sólo da un valor, no da un punto o un par de valores.	O2.2
D2	Dificultad en la visualización de las rectas en el plano	
E7	No asociar la posición de las rectas que representan un sistema de ecuaciones con el número de soluciones de éste.	O3.2.
D3	Dificultad con los cálculos y métodos de resolución	
E8	No entender que la resolución gráfica es otro método para resolver un sistema.	O3.1.
E9	En el método de igualación, despejar siempre la incógnita x aunque sea más difícil, porque les resulta raro trabajar con otra incógnita que no sea la x .	O3.4.
E10	Fallos en las operaciones algebraicas.	O3.3., O3.4., O3.5., O3.7., O2.4.
E11	A la hora de despejar, hacerlo mal directamente o cometer fallos por no tener en cuenta el signo de los coeficientes.	O3.3., O3.4., O3.5.
E12	En el método de sustitución, sustituir en la misma ecuación en la que han despejado la incógnita.	O3.3.
E13	En el método de reducción, cuando los dos coeficientes de una de las incógnitas en las dos ecuaciones tienen el mismo signo y quieren quitar esa incógnita, no multiplicar por número adecuado de signo opuesto en una de las dos ecuaciones.	O3.5.
E14	Mezclar los pasos de los distintos métodos de resolución.	O3.3., O3.4., O3.5., O3.6.
E15	No comprobar las soluciones obtenidas.	O3.1., O3.3., O3.4., O3.5., O3.7.
E16	En los problemas, hallar la solución del sistema, pero no dar la respuesta a la pregunta del problema.	O3.7.

3.3. Análisis de instrucción

De Moreno y Ramírez (2016) se extraen las variables utilizadas para el análisis de una tarea y su descripción:

- La *meta* o *finalidad* hace referencia perspectiva de aprendizaje que se pretende alcanzar mediante la realización de esa tarea.
- La *formulación* de la tarea es su forma de presentación, es decir, si se presenta por escrito, mediante un video, algún material manipulativo, etc.
- Los *materiales* y *recursos* necesarios para llevar a cabo la tarea.
- Los *contenidos* se clasifican en cuatro categorías adaptadas al marco de evaluación PISA:
 - *Cantidad*: *Contenidos que permiten juzgar interpretaciones y argumentos basados en la cantidad. Se incluyen en esta categoría las medidas, los contenidos, las magnitudes, las unidades, los indicadores, el tamaño relativo, las tendencias numéricas y los patrones*
 - *Espacio y forma*: *Patrones, propiedades de los objetos, posiciones y orientaciones, decodificación y codificación de información visual, navegación, e interacción dinámica con las formas reales y con las representaciones.*
 - *Incertidumbre y datos*: *Esta categoría incluye reconocimiento, interpretación y evaluación de situaciones de incertidumbre y conclusiones derivadas de ellas. Así incluye también los procesos de variación y el error en la medición de cambio.*
 - *Cambio y relaciones*: *Esta categoría se refiere a la comprensión de los fenómenos del mundo natural, donde el cambio es su característica fundamental. La comprensión de estos cambios y su predicción por medio de modelos matemáticos forman parte de esta categoría de contenido (p.247).*
- En cuanto a la *complejidad* de las tareas se destaca su relevancia ya que es la base para ordenar las tareas y realizar su secuenciación, además de ayudar a la adaptación de los distintos ritmos de aprendizaje del alumnado. Se distinguen tres grados de dificultad:
 - *Reproducción*: se trabaja con tareas de aplicación directa y de repetición para familiarizar y dar soltura al alumnado en un cierto contenido.
 - *Conexión*: mediante este tipo de tareas se pide la conexión entre distintos contenidos que han aprendido para poder conseguir una respuesta correcta y coherente.
 - *Reflexión*: con estas tareas el alumnado tendrá que generalizar y explicar las soluciones obtenidas, haciendo uso de varias competencias y estrategias.
- El *tipo de agrupamiento*. Se hace referencia a la forma en como el docente distribuirá al alumnado para realizar la tarea en función del objetivo educativo.

- La *situación de aprendizaje* o *contexto* en el cual está enmarcado el desarrollo de la tarea. Se pueden distinguir situaciones *personales*, relacionadas con la vida diaria del alumnado; *educativas* o *laborales*, aquellas que tiene lugar en un centro escolar o de trabajo; *públicas*, las propias de la sociedad que nos rodea y de la información que transmiten los medios de comunicación, y *científicas*, representan situaciones más abstractas.
- La *temporalización* marca la duración aproximada para hacer la tarea.

En la siguiente tabla están incluidos los aspectos que se han de tener en cuenta para realizar el análisis de una tarea y es la que usaremos para llevar a cabo dicho análisis con algunas tareas que se propondrán:

Tabla 5. Ejemplo para el análisis de instrucción de una tarea

TAREA	
Meta:	
Recursos:	
Contenido:	
Situación Aprendizaje:	
Complejidad:	
Presentación:	
Comunicación:	
Agrupamiento:	
Observaciones:	

A continuación, detallamos algunas actividades más relevantes y las analizamos usando la tabla anterior. En las sesiones pondremos estas tareas y otras que son similares.

Tarea 1. SUMA FRUTAS

¿Cuánto vale la última suma de frutas?

$$\text{🍏} + \text{🍏} + \text{🍏} = 30$$

$$\text{🍏} + \text{🍌} + \text{🍌} = 18$$

$$\text{🍌} - \text{🥥} = 2$$

$$\text{🥥} + \text{🍏} + \text{🍌} = ?$$

Tabla 6. Análisis de la Tarea 1

TAREA	
Meta:	Calcular la suma de las frutas, para ello se resuelve un sistema de ecuaciones visual.
Recursos:	Proyector. Imagen del acertijo. Operaciones básicas.
Contenido:	Espacio y forma.
Situación Aprendizaje:	Personal, ya que pueden encontrar este tipo de acertijos en redes sociales, periódicos, ...

Complejidad:	Ejercicio (Cerrado y accesible). Dificultad: Reflexión.
Presentación:	Haciendo uso del proyector, se pondrá la imagen en la pizarra o pantalla.
Comunicación:	Se pedirá al alumnado que den el valor de la última suma de frutas.
Agrupamiento:	Individual o parejas.
Observaciones:	Tarea de Inicio

Tarea 2. ¿QUÉ VALE CUÁNTO?

			6
			15
			13
10	7	17	

¿Cuál es el valor de cada fruta?

Tabla 7. Análisis de la Tarea 2

TAREA	
Meta:	Calcular el valor de cada fruta.
Recursos:	Papel y lápiz. Operaciones básicas.
Contenido:	Espacio y forma.
Situación Aprendizaje:	Educativo – Laboral, porque es una tarea de las Olimpiadas Matemáticas.
Complejidad:	Problema (Cerrado y difícil). Dificultad: Reflexión.
Presentación:	Se dará una fotocopia con la imagen al alumnado.
Comunicación:	Para la parte del alumnado que haya acabado el primer acertijo, se les dará esta imagen, algo más complicada, pidiéndoles el valor de cada fruta. De esta manera, siguen trabajando mientras el resto termina la primera tarea.
Agrupamiento:	Individual o parejas
Observaciones:	Tarea de Inicio.

Tarea 3. TRADUCCIÓN

Expresa mediante una ecuación lineal con dos incógnitas los siguientes enunciados, indica qué representa cada incógnita. Elige tres de esas ecuaciones, construye una tabla de valores y representa las soluciones de las ecuaciones.

- La diferencia de dos números es 7.
- El tercio de un número más su triple es 30.

- c) La suma de las edades de una madre y un hijo es 76.
- d) El caracol ha recorrido 20 metros menos que el gusano.
- e) Jaime tiene 10,50 € en monedas de 1€ y 10 céntimos.
- f) El precio de 2 kg de costilla y 1,5 kg de lomo es de 11,60 €.
- g) Dos cervezas y un bocadillo cuestan 8 €.
- h) El perímetro de la cerca rectangular de las ovejas es de 34 metros.

Tabla 8. Análisis de la Tarea 3

TAREA	
Meta:	Traducir al lenguaje simbólico y representar las soluciones de algunas de las ecuaciones lineales con dos incógnitas que se han planteado.
Recursos:	Papel y lápiz.
Contenido:	Espacio y forma. Traducción de enunciados al lenguaje simbólico y representación gráfica.
Situación Aprendizaje:	Personal
Complejidad:	Problema (Cerrado y difícil). Dificultad: Reflexión.
Presentación:	El profesor dicta el enunciado y los distintos apartados.
Comunicación:	Se solicita realización del ejercicio.
Agrupamiento:	Individual.
Observaciones:	Tarea de desarrollo. O1.1., O1.2., O1.4. E1, E2, E3, E6.

Tarea 4. RESOLUTION

Resuelve el siguiente sistema por el método algebraico más conveniente:

$$\begin{cases} 5x - y = 23 \\ -9x + 5y = 15 \end{cases}$$

Tabla 9. Análisis de la Tarea 4

TAREA	
Meta:	Resolver el sistema de ecuaciones haciendo uso del método más adecuado.
Recursos:	Papel y lápiz.
Contenido:	Aplicación de alguno de los métodos de resolución.
Situación Aprendizaje:	Educativo – Laboral.
Complejidad:	Ejercicio (Cerrado y accesible). Dificultad: Reproducción.
Presentación:	Se escribirá en pizarra y el alumnado tendrá que copiarlo y resolverlo en su cuaderno.
Comunicación:	Se pide la resolución del sistema.
Agrupamiento:	Individual
Observaciones:	Tarea de desarrollo. O3.3., O3.4., O3.5., O3.6. E6, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15.

Tarea 5. ¿QUIÉN ES QUIÉN?

Relaciona cada sistema de ecuaciones con su representación gráfica y específica el número de soluciones de cada uno:

$$a) \begin{cases} 4x - 2y = -8 \\ -x + y = -3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x - y = 8 \\ 2x - y = 10 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + 3y = 6 \\ 3x + 9y = 12 \end{cases}$$

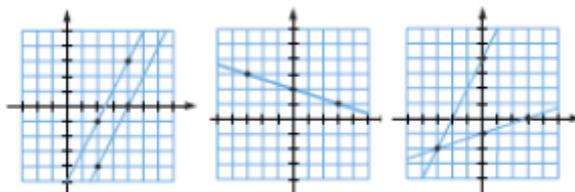


Tabla 10. Análisis de la Tarea 5

TAREA	
Meta:	Asociar cada sistema de ecuaciones con su representación gráfica.
Recursos:	Papel y lápiz o alguna herramienta TIC, como GeoGebra
Contenido:	Resolución gráfica de sistemas de ecuaciones.
Situación Aprendizaje:	Educativa – Laboral.
Complejidad:	Ejercicio (Cerrado y accesible). Dificultad: Conexión.
Presentación:	El profesor da por escrito el ejercicio.
Comunicación:	El profesor pide al alumnado que lo resuelva.
Agrupamiento:	Individual.
Observaciones:	Tarea de Desarrollo. O3.1., O3.2. E2, E6, E7, E8, E15.

Tarea 6. COCHES O MOTOS

En un concesionario, el número coches es igual al doble del número de motos más 2. Sabiendo que hay un total de 48 ruedas, ¿hay más coches o más motos en el concesionario?

Tabla 11. Análisis de la Tarea 6

TAREA	
Meta:	Conocer el número de coches y de motos para saber de cual hay mas cantidad.
Recursos:	Lápiz y papel.
Contenido:	Resolución de problemas de la vida real.

Situación Aprendizaje:	Educativa – Laboral.
Complejidad:	Problema (cerrado y difícil). Dificultad: Conexión.
Presentación:	El profesor dicta el enunciado al alumnado.
Comunicación:	Se pide la respuesta a la pregunta formulada.
Agrupamiento:	Individual
Observaciones:	Tarea de Desarrollo. O3.7., O3.3., O3.4., O3.5., O3.6. E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16.

Tarea 7. CAMBIO HORARIO

Alfonso proyecta hacer un viaje para conocer a sus primos. Ha ido a la agencia de viajes para comprar los billetes de avión. Buscad información sobre billetes de ida, desde Madrid hasta Sídney, e información de billetes de vuelta desde Sídney a Madrid (días, horas, ...)

- Suponiendo que en los dos sitios fuese la misma hora, ¿cuánto tardarían en llegar a Sídney? ¿Y en volver?
- Si la duración del vuelo es la misma en ambos sentidos, ¿cuál es la diferencia horaria entre las dos ciudades?
- Si a otro día de la salida desde Madrid tienen que estar en Sídney a las 18: 00 h, ¿cuál es la hora límite para salir de Madrid y llegar a tiempo?

Tabla 12. Análisis de la Tarea 7

TAREA	
Meta:	Plantear y resolver un sistema de ecuaciones y dar respuesta al problema.
Recursos:	Papel y lápiz. Métodos de resolución de sistemas. Operaciones básicas.
Contenido:	Planteo y resolución de sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas en problemas de la vida real.
Situación Aprendizaje:	Pública.
Complejidad:	Proyecto (abierto y fácil) Dificultad: Conexión y reproducción.
Presentación:	Se plantea la situación del viaje a los distintos grupos formados por el alumnado, se habla sobre la utilización de sistemas de ecuaciones para resolver varias preguntas que se dictan.
Comunicación:	Pueden darse algunas pistas, para aquellos que las necesiten, sobre lo que han de buscar, compañías de vuelo, hora de salida y hora de llegada, tanto de la ida como de la vuelta. Se pide que usen internet para buscar información y que contesten razonadamente a las preguntas.
Agrupamiento:	Tres alumnos/as
Observaciones:	Tarea de cierre. Con este proyecto se fomenta el aprendizaje cooperativo. O3.7., O3.3., O3.4., O3.5., O3.6. E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16.

Tarea 8. LA FACTURA TELEFÓNICA

Cada vez que Mari Pili llama a sus amigas desde casa utilizando su teléfono móvil se produce la misma discusión.

Mamá- Ya te he dicho muchas veces que cuando estés en casa debes llamar desde el teléfono fijo porque es más barato.

Mari Pili- Que no, mamá, que es más barato utilizar el teléfono móvil.

Para demostrar a su madre lo que dice, Mari Pili ha extraído un resumen de las dos últimas facturas de teléfono

	Octubre	Diciembre
Minutos teléfono fijo	960	950
Minutos teléfono móvil	520	610
Total (€)	141,60€	157,30 €

- Si costara lo mismo hablar un minuto con el teléfono fijo y con el teléfono móvil, ¿Cuánto valdría el minuto de conversación en octubre? ¿Y en diciembre?
- Según el resultado obtenido, ¿crees que pueden costar lo mismo?
- Si al hablar con el teléfono fijo el minuto costara 0,09 céntimos, ¿cuánto costaría el minuto de teléfono móvil cada mes?
- ¿Crees que es posible que el precio por minuto de teléfono fijo sea 0,09céntimos?
- ¿Es cierto lo que dice Mari Pili, o tiene razón su madre?

Tabla 13. Análisis de la Tarea 8

TAREA	
Meta:	Plantear y resolver un sistema de ecuaciones y dar respuesta al problema.
Recursos:	Papel y lápiz. Métodos de resolución de sistemas. Operaciones básicas.
Contenido:	Plantear un sistema de ecuaciones y resolverlo para dar respuesta a un problema de la vida real.
Situación Aprendizaje:	Pública.
Complejidad:	Problema (Cerrado y difícil). Dificultad: Conexión y reproducción.
Presentación:	Se les da una parte del enunciado a cada uno de los componentes del grupo para fomentar el aprendizaje cooperativo
Comunicación:	El profesor pone en el contexto del viaje que se quiere realizar al alumnado, entrega en un folio una parte del enunciado a cada uno de los componentes del grupo y dice que antes de un cierto tiempo ha de estar acabado la tarea para establecer una clasificación
Agrupamiento:	Tres alumnos/as
Observaciones:	Tarea de cierre. El enunciado se puede dar en tres partes a los tres individuos del grupo. Por tanto, uno tendría los datos de la ida, otro de la vuelta y el otro las preguntas,

	de esta forma, todos los componentes son necesarios para poder resolver el problema. O3.7., O3.3., O3.4., O3.5., O3.6. E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16.
--	---

3.4. Análisis de evaluación

La evaluación es una piedra angular en el desarrollo de cualquier UD, pero se debe conocer bien el significado con el que nos referimos a *evaluar*, ya que como dice Álvarez (2001), en ciertos momentos se confunde con otras palabras del mismo campo semántico, pero que cambian en los recursos que usan y los fines con los que se hacen.

[...] debe entenderse que evaluar con intención formativa no es igual a medir ni a calificar, ni tan siquiera a corregir. Evaluar tampoco es clasificar ni es examinar ni aplicar tests. Paradójicamente, la evaluación tiene que ver con actividades de calificar, medir, corregir, clasificar, certificar, examinar, pasar test, pero no se confunde con ellas (Álvarez, 2001, p.11).

Comúnmente se confunde evaluar con las actividades que conlleva, pero la realidad va más allá de todo eso. Siguiendo al mismo autor mencionado en la cita anterior, se puede conocer una definición más completa, además de entender lo que supone en cada una de las dos partes implicadas, en el docente y en el alumnado.

En el ámbito educativo debe entenderse la evaluación como actividad crítica de aprendizaje, porque se asume que la evaluación es aprendizaje en el sentido que por ella adquirimos conocimiento. El profesor aprende para conocer y para mejorar la práctica docente en su complejidad, y para colaborar en el aprendizaje del alumno conociendo las dificultades que tiene que superar, el modo de resolverlas y las estrategias que pone en funcionamiento. El alumno aprende de y a partir de la propia evaluación y de la corrección, de la información contrastada que le ofrece el profesor, que será siempre crítica y argumentada, pero nunca descalificadora ni penalizadora (Álvarez, 2001, p.12).

La evaluación del alumnado será continua y tendrá lugar a lo largo de todo el proceso de enseñanza-aprendizaje. Esta evaluación se realizará en tres partes atendiendo a Blázquez y Lucero (2009):

[...] todos los momentos de la evaluación se han de considerar estrechamente vinculados; no se puede considerar la evaluación sumativa sin vincularla a la formativa, dado que esta permite el análisis y valoración de todo el proceso educativo, ni se entiende bien la inicial sin la final y viceversa (p. 252).

- **Evaluación inicial:** Tiene por objeto el conocimiento del marco general en que va a tener lugar la acción docente. Se identifica el grado de conocimiento, aptitudes, destrezas, intereses y motivaciones del alumnado, en otras palabras, conocemos qué sabe, qué sabe hacer y cómo es. De esta manera se detecta el punto de partida para iniciar el proceso educativo y adecuar el principio de la unidad programada al nivel de competencias encontradas, además de permitir al docente diseñar estrategias metodológicas-didácticas que se acomoden a la realidad del

aula. En la primera sesión se realizarán un par de tareas cortas sobre ecuaciones de primer grado y completar una tabla de valores. Son conocimientos básicos para el desarrollo de los nuevos contenidos y a partir de los resultados que se obtengan se podrá conocer el nivel desde el que se parte.

- **Evaluación continua o formativa:** Consiste en la valoración constante del funcionamiento del proceso de enseñanza-aprendizaje mediante la recogida continua y sistemática de datos, y mediante su análisis se lleva a cabo la toma de decisiones que tienen lugar durante el propio proceso. Con ella, se obtiene el conocimiento sobre el nivel que el alumnado está alcanzando o las dificultades a las que se está enfrentando, así, existe la oportunidad de reajustar la metodología de enseñanza a las condiciones de aprendizaje del alumnado. Esta evaluación se desarrollará entre la primera y la última sesión, ambas no incluidas, mediante la realización de tareas tanto en casa como en clase, la corrección de esas tareas, las dudas que se planteen, etc.
- **Evaluación sumativa o final:** Consiste en la recogida y valoración de datos al finalizar el período de enseñanza-aprendizaje, en este caso, será cuando terminemos la UD como constatación del alcance de los objetivos esperados. En la última sesión programada para esta UD, se realizará una prueba final escrita individualmente con diferentes tareas al nivel adecuado para conseguir los objetivos mínimos, además de incluir tareas relacionadas con temas anteriores, de esta forma se comprueba que es lo que ha aprendido el alumnado y como esos conocimientos han quedado integrados en su estructura cognitiva.

3.4.1. Instrumentos y criterios de evaluación

Para evaluar al alumnado se usarán distintas técnicas que cuentan con diversos instrumentos para ello³:

Tabla 14. Técnicas e instrumentos de evaluación

Técnica	Instrumento	Descripción
Observación	Lista de control	Registra la ausencia o presencia de un determinado rasgo, conductas o secuencia de acciones.
	Escala de estimación	Listado de rasgos en los que se gradúa el nivel de consecución del aspecto observado o a través de una serie de valoraciones progresivas.
	Registro anecdótico	Ficha en la que se recogen comportamientos no previsibles de antemano y que pueden aportar información significativa para valorar carencias o actitudes positivas.

³ La organización de las técnicas e instrumentos está extraída de la siguiente dirección web: https://educacionadistancia.juntadeandalucia.es/profesorado/autoformacion/pluginfile.php/6396/mod_book/chapter/4547/Presentaci%C3%B3n%20m%C3%B3dulo%204.pdf

Pruebas	Escala de estimación de respuestas orales	Evalúan las competencias del alumnado relacionadas con la expresión oral, la comunicación verbal, vocabulario matemático, fluidez, etc.
	Cuestionarios de respuesta escrita	Permite que el alumnado construya sus propias respuestas y le exige diversas capacidades y habilidades de reflexión.
	Valoración de realizaciones prácticas	Evalúan situaciones prácticas en pizarra, talleres, ejercicios en el ordenador
	Examen final	Evalúa la adquisición de los conocimientos adquiridos por el alumnado, si han conseguido los objetivos previstos, han alcanzado las competencias clave y de que forma los tienen consolidados.
Revisión de tareas	Cuaderno de clase	Análisis sistemático y continuado de las tareas diarias realizadas en clase. Se pueden usar escalas de observación para el registro del seguimiento efectuado. Se comprueba si coge apuntes, hace las tareas, si se equivoca con frecuencia, si corrige los errores, caligrafía, ortografía, ...
	Informes y monografías	Presentación escrita de tareas específicas encargadas. Pueden incluir pequeñas investigaciones.
	Portafolio	Colección planificada de trabajos de cada alumno o alumna que representa su esfuerzo, progreso y desarrollo en nuestra área.
Entrevistas	Guion de entrevista	Comunicación verbal planificada, utilizando guiones más o menos estructurados, que aporta datos útiles para conocer una determinada conducta. Son muy utilizadas en la resolución de situaciones problemáticas.

También se hará uso de otro instrumento que no aparece en la tabla, pero que resulta de gran interés y que se clasificaría en la técnica de observación. Se trata de la rúbrica, que permite medir el nivel y la calidad de una tarea ya que en ella se hace una descripción de los criterios utilizados para evaluar el trabajo del estudiante.

A continuación, se describe la ponderación que se va a utilizar para determinar la calificación del alumnado:

- 20 % → Asistencia a clase, comportamiento, actitud hacia la materia, participación en las sesiones.
- 40 % → Revisión del cuaderno, trabajo en clase y en casa, preguntas orales, presentación escrita de tareas específica, realizaciones prácticas.
- 40 % → Examen final de los contenidos vistos hasta el momento, haciendo más hincapié en los vistos en esta unidad.

Los criterios de evaluación que se tienen para 2º ESO en la materia de matemáticas se pueden encontrar en la *Orden de 14 de Julio de 2016* (Consejería de Educación) y los estándares de aprendizaje evaluables correspondientes a esos criterios se hayan descritos en el *RD 1105/2014, de 26 de diciembre* (MECD, 2015a, p.409). Para relacionar los criterios de evaluación y los estándares evaluables junto con nuestros criterios didácticos, con el fin de realizar una evaluación más objetiva, se hará uso de la siguiente rúbrica:

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES	LOGROS			
		4	3	2	1
7. Utilizar el lenguaje algebraico para simbolizar y resolver problemas mediante el planteamiento de ecuaciones de primer, segundo grado y sistemas de ecuaciones aplicando para su resolución métodos algebraicos y contrastando los resultados obtenidos.	7.1. Comprueba, dada una ecuación (o un sistema), si un número (o números) es (son) solución de la misma. (CMCCT)	Comprueba siempre que tiene un sistema de ecuaciones o una ecuación lineal con dos incógnitas que dos números son soluciones.	La mayoría de las veces comprueba siempre que tiene un sistema de ecuaciones o una ecuación lineal con dos incógnitas que dos números son soluciones.	Pocas veces comprueba cuando tiene un sistema de ecuaciones o una ecuación lineal con dos incógnitas que dos números son soluciones.	Nunca comprueba que tiene un sistema de ecuaciones o una ecuación lineal con dos incógnitas que dos números son soluciones.
	7.2. Formula algebraicamente una situación de la vida real mediante ecuaciones de primer y segundo grado, y sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, las resuelve e interpreta el resultado obtenido. (CMCCT)	En todas las ocasiones formula bien algebraicamente una situación de la vida real mediante una ecuación lineal con dos incógnitas o un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, las resuelve e interpreta el resultado obtenido.	En muchas de las ocasiones formula bien algebraicamente una situación de la vida real mediante una ecuación lineal con dos incógnitas o un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, las resuelve e interpreta el resultado obtenido.	En casi ninguna ocasión formula bien algebraicamente una situación de la vida real mediante una ecuación lineal con dos incógnitas o un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, las resuelve e interpreta el resultado obtenido.	No es capaz de formular algebraicamente una situación de la vida real mediante una ecuación lineal con dos incógnitas o un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, las resuelve e interpreta el resultado obtenido.
1. Expresar verbalmente, de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema.	1.1. Expresa verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuada. (CL, CMCCT)	Razona y expresa verbalmente, con el rigor y la precisión adecuada, el proceso seguido en la resolución de un problema	En la mayoría de los problemas razona y expresa verbalmente, con el rigor y la precisión adecuada, el proceso seguido en su resolución.	En pocos problemas razona y expresa verbalmente, con el rigor y la precisión adecuada, el proceso seguido en su resolución.	No razona ni expresa verbalmente el proceso seguido en la resolución de un problema.
2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.	2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema). (CL, CMCCT)	En todos los problemas, comprende e interpreta lo que dice el enunciado, reconoce los datos y los relaciona entre sí.	En la mayoría de problemas, comprende e interpreta lo que dice el enunciado, reconoce los datos y los relaciona entre sí.	En algunos problemas, comprende e interpreta lo que dice el enunciado, reconoce los datos y los relaciona entre sí.	En ningún problema, comprende e interpreta lo que dice el enunciado, reconoce los datos y los relaciona entre sí.



	2.2. Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema. (CL, CMCCT, SIE)	Usando la información del enunciado en cualquier problema reconoce el número de soluciones.	En la mayoría de ocasiones, usando la información del enunciado de los problemas reconoce el número de soluciones.	Casi nunca usa la información del enunciado de los problemas para reconocer el número de soluciones.	Nunca usa la información del enunciado en los problemas para reconocer el número de soluciones.
	2.3. Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de los problemas a resolver, valorando su utilidad y eficacia. (CL, CMCCT, CD)	Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de todos los problemas a resolver, valorando su utilidad y eficacia.	Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de la mayoría de los problemas a resolver, valorando su utilidad y eficacia.	Tiene dificultades para realizar estimaciones y elaborar conjeturas sobre los resultados de los problemas a resolver, valorando su utilidad y eficacia.	No es capaz de realizar estimaciones y elaborar conjeturas sobre los resultados de todos los problemas a resolver, valorando su utilidad y eficacia.
	2.4. Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de los problemas, reflexionando sobre el proceso de resolución de problemas. (CL, CMCCT, SIE)	Siempre utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de cualquier problema, reflexionando sobre el proceso de resolución de problemas.	Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de la mayoría de problemas, reflexionando sobre el proceso de resolución de problemas.	A veces utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de los problemas, reflexionando sobre el proceso de resolución de problemas.	No utiliza nunca estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de los problemas, reflexionando sobre el proceso de resolución de problemas.
4. Profundizar en problemas resueltos planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, otros contextos, etc.	4.1. Profundiza en los problemas una vez resueltos: revisando el proceso de resolución y los pasos e ideas importantes, analizando la coherencia de la solución o buscando otras formas de resolución. (CL, CMCCT, SIE, AA)	En todos los casos revisa el proceso de resolución y los pasos e ideas importantes, analiza la coherencia de la solución y busca otras formas de resolución.	En muchos de los casos revisa el proceso de resolución y los pasos e ideas importantes, analiza la coherencia de la solución y busca otras formas de resolución.	En muy pocos casos revisa el proceso de resolución y los pasos e ideas importantes, analiza la coherencia de la solución y busca otras formas de resolución.	En ningún caso revisa el proceso de resolución y los pasos e ideas importantes, analiza la coherencia de la solución y busca otras formas de resolución.
	4.2. Se plantea nuevos problemas, a partir de uno resuelto: variando los datos, proponiendo nuevas preguntas, resolviendo otros problemas parecidos, planteando casos particulares o más generales de interés, estableciendo conexiones entre el problema y la realidad. (CL, CMCCT, SIE, AA)	Siempre se plantea nuevos problemas a partir de uno resuelto cambiando datos, propone nuevas preguntas, resuelve problemas parecidos, plantea casos particulares o más generales, y establece conexiones entre el problema y la realidad.	Casi la totalidad de las veces se plantea nuevos problemas a partir de uno resuelto cambiando datos, propone nuevas preguntas, resuelve problemas parecidos, plantea casos particulares o más generales, y establece	Pocas veces se plantea nuevos problemas a partir de uno resuelto cambiando datos, propone nuevas preguntas, resuelve problemas parecidos, plantea casos particulares o más generales, y establece	Nunca se plantea nuevos problemas a partir de uno resuelto cambiando datos, propone nuevas preguntas, resuelve problemas parecidos, plantea casos particulares o más generales, y establece

			conexiones entre el problema y la realidad.	conexiones entre el problema y la realidad.	conexiones entre el problema y la realidad.
6.Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad.	6.2. Establece conexiones entre un problema del mundo real y el mundo matemático: identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él y los conocimientos matemáticos necesarios. (CMCCT, SIE, AA)	En todos los casos conecta los problemas del mundo real y el mundo matemático, identificando los problemas subyacentes y utilizando los conocimientos matemáticos necesarios.	En la mayoría de los casos conecta los problemas del mundo real y el mundo matemático, identificando los problemas subyacentes y utilizando los conocimientos matemáticos necesarios.	En muy pocos casos conecta los problemas del mundo real y el mundo matemático, identificando los problemas subyacentes y utilizando los conocimientos matemáticos necesarios.	En ningún caso conecta los problemas del mundo real y el mundo matemático, identificando los problemas subyacentes y utilizando los conocimientos matemáticos necesarios.
	6.4. Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad. (CL, CMCCT, SIE, AA)	En todos los problemas interpreta su solución matemática en el contexto de la realidad.	En la mayoría de los problemas interpreta su solución matemática en el contexto de la realidad.	En algunos problemas interpreta su solución matemática en el contexto de la realidad debido a que tiene dificultades.	En ningún problema es capaz de interpretar su solución matemática en el contexto de la realidad.
	6.5. Realiza simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos proponiendo mejoras que aumenten su eficacia. (CMCCT, SIE, AA)	Siempre es capaz de realizar simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos proponiendo mejoras en todos los casos que aumenten su eficacia.	En la mayoría de veces es capaz de realizar simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos proponiendo mejoras en algunos casos que aumenten su eficacia.	A veces es capaz de realizar simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos proponiendo mejoras en muy pocos casos que aumenten su eficacia.	No es capaz de realizar simulaciones y predicciones, en el contexto real, ni valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos.
8.Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático.	8.1. Desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica de la situación. (CMCCT, AA)	Siempre desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica de la situación.	La mayoría de las veces desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica de la situación.	Muy pocas veces desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica de la situación.	Nunca desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica de la situación.



<p>9. Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas.</p>	<p>9.1. Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización, valorando las consecuencias de las mismas y su conveniencia por su sencillez y utilidad. (CMCCT, SIE, AA)</p>	<p>Toma decisiones en todos los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización, valorando consecuencias de las mismas y su conveniencia por su sencillez y utilidad.</p>	<p>Toma decisiones en muchos de los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización, valorando consecuencias de las mismas y su conveniencia por su sencillez y utilidad.</p>	<p>Toma decisiones en algunos de los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización, valorando consecuencias de las mismas y su conveniencia por su sencillez y utilidad.</p>	<p>No toma decisiones en ninguno de los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización, valorando consecuencias de las mismas y su conveniencia por su sencillez y utilidad.</p>
<p>11. Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas, de forma autónoma, realizando cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos, haciendo representaciones gráficas, recreando situaciones matemáticas mediante simulaciones o analizando con sentido crítico situaciones diversas que ayuden a la comprensión de conceptos matemáticos o a la resolución de problemas.</p>	<p>11.2. Utiliza medios tecnológicos para hacer representaciones gráficas de funciones con expresiones algebraicas complejas y extraer información cualitativa y cuantitativa sobre ellas. (CMCCT, CD)</p>	<p>Siempre que se requiere utiliza medios tecnológicos para hacer representaciones gráficas de funciones con expresiones algebraicas complejas y extrae razonadamente información cualitativa y cuantitativa sobre ellas.</p>	<p>En la mayoría de ocasiones que se requiere utiliza medios tecnológicos para hacer representaciones gráficas de funciones con expresiones algebraicas complejas y extrae razonadamente información cualitativa y cuantitativa sobre ellas.</p>	<p>En pocas ocasiones de las que se requiere utiliza medios tecnológicos para hacer representaciones gráficas de funciones con expresiones algebraicas complejas y razona información cualitativa y cuantitativa sobre ellas.</p>	<p>Nunca que se requiere utiliza medios tecnológicos para hacer representaciones gráficas de funciones con expresiones algebraicas complejas ni extrae información cualitativa y cuantitativa sobre ellas.</p>

3.4.2. Evaluación de la idoneidad didáctica

Siguiendo a Godino (2011), la idoneidad didáctica es un útil que se usa para conectar y pasar de una didáctica descriptiva–explicativa a una didáctica cuyo fin es la actuación real en el aula. Para estudiar la idoneidad didáctica, se han de tener en cuenta las siguientes componentes:

- Mediante la idoneidad epistémica se puede conocer el grado de correspondencia entre los contenidos previstos e impartidos en la Unidad Didáctica y los que contenidos que son utilizados como referencia para 2º ESO.
Lo que se intenta es buscar la mayor competencia epistémica en el tema que se trata. Por este motivo, se trabajan tanto los contenidos como los objetivos que aparecen en el *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre*.
- La idoneidad cognitiva determina si los contenidos previstos serán aprendidos por el alumnado con el mayor provecho posible, dependiendo de los conocimientos previos que tienen y del tiempo disponible para el desarrollo de la Unidad Didáctica.
Al comienzo de los nuevos contenidos se realizarán algunas tareas que incluyen conocimientos que son necesarios para lo que se va a ver, a modo de evaluación inicial, con el fin de conocer los conocimientos previos que tiene el alumnado y poder adaptar el ritmo de aprendizaje.
- La idoneidad interaccional permite reconocer posibles conflictos y resolverlos durante el proceso de instrucción. También será útil para conocer la comunicación que existe entre el alumnado en sí y de éste con el docente.
Con el fin de fomentar la idoneidad interaccional, en las sesiones que abarcarán estos contenidos, se plantean la realización de tareas por parte del alumnado en grupos reducidos heterogéneos o en parejas para que se ayuden en la resolución de dudas y de pequeños conflictos que puedan surgir.
- Con la idoneidad mediacional se puede examinar la disposición de ciertos recursos materiales para el desarrollo del tema en el centro en el que se va a impartir, además de examinar la adecuación de utilizar esos recursos.
Se reflexiona sobre la disponibilidad de materiales y recursos como son los libros de texto, fichas elaboradas por el profesor, ordenadores, pizarra, proyector, materiales manipulativos, ... que actualmente son fáciles de encontrar en todos los centros educativos, ya que cada día están mejor equipados.
- La idoneidad afectiva permite estudiar la motivación y disposición del alumnado hacia los contenidos que se tratan, desde su comienzo hasta el final.
Para mejorar la afectividad se plantean actividades de complejidad en orden creciente para que no tenga lugar a algún tipo de frustración desde el principio del tema, además, se procura el uso de algunos recursos digitales, como los

ordenadores, junto con la utilización de situaciones que pueden encontrarse en la vida diaria del alumnado para ambientar las tareas.

- La idoneidad ecológica, se entiende por el “grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los conocimientos del entorno en que se desarrolla” (Godino, 2011, p.6).
Con el objetivo de que la idoneidad ecológica sea alta se intentará que las tareas que se realicen estén enmarcadas en contextos familiares para el alumnado e, incluso, relacionadas con otras asignaturas.

Analizando la idoneidad didáctica se termina la evaluación correspondiente de la que será esta Unidad Didáctica. Una vez que lleve a cabo, cumpliendo las metas que nos hemos marcado en los puntos anteriores, se obtendrá una alta idoneidad didáctica.

3.4.3. Evaluación del profesorado

Para evaluar la labor como docentes, el alumnado realizará de forma periódica unos tests o encuestas donde se analizan los siguientes aspectos:

- Dominio de la materia: De esta manera se averigua si, desde el punto de vista de los alumnos y alumnas, el docente tiene los conocimientos actualizados, poseyendo un dominio correcto de la materia, de los materiales vigentes, ...
- Resolución de las dudas por parte del profesor: Se trata de conocer si el docente orienta y da indicaciones adaptadas al alumnado, con el fin de que completen los contenidos y se asegure la efectividad del proceso de aprendizaje.
- Anima a la participación y muestra interés: Mediante este apartado se deduce si el profesor fomenta la participación y el trabajo colaborativo entre el alumnado, además de alentarlos a realizar tareas que aseguren la consecución de los objetivos propuestos.
- Inserción de ideas y sugerencias: Podrá conocerse si se han tenido en cuenta las diferentes propuestas, ideas, sugerencias, etc. que ha hecho el alumnado durante el proceso de enseñanza-aprendizaje.
- Implicación y compromiso en el proceso de aprendizaje: El alumnado hará saber si las pruebas de evaluación continua son presentadas con claridad, fomentando la asimilación de contenidos importantes y guardando relación con ellos.

También se ha de evaluar si se mantiene una relación fluida y regular con el resto del profesorado, además de colaborar, compartir ideas, participar activamente en los diferentes encuentros que tengan lugar y coordinar nuestra actividad con el resto de equipo docente.

4. UNIDAD DIDÁCTICA

4.1. Pilares como docente

Cada Unidad Didáctica se estructurará en torno a los siguientes cuatro fundamentos según nuestra perspectiva como docentes:



Elaboración propia

Figura 3. Pilares del docente

El profesor haciendo uso del **liderazgo**, proporcionado por su posición en el aula, ha de inspirar al alumnado a moverse hacia la consecución de logros que favorezcan el bien de la sociedad, promover una visión compartida que incluya la diferencia de pensamientos y apreciaciones, fomentar el trabajo colaborativo con un alto nivel de participación e interacción y gestionar acciones concretas para alcanzar metas propuestas.

[...] El liderazgo ejercido en las escuelas es la condición sine qua non para remover barreras que dificultan la inclusión en el centro escolar, para orientar un contexto organizativo en el que se asume una responsabilidad colectiva con la realidad social, personal y escolar de todos sus estudiantes, para comprender que la lucha contra la exclusión es tarea del conjunto de profesores y profesionales y una prioridad del centro escolar (González, 2008, párr.32).

González también hace referencia a una cita de Ryan (2006) en la que dice que la inclusión del alumnado en los procesos de aprendizaje es, en sí misma, una práctica inclusiva, pero que el liderazgo es un elemento crítico.

Para ello, ha de conocerse la **didáctica** con el fin de garantizar el aprendizaje. El profesor ha de estar en constante formación y crecimiento profesional con el fin de ejercer lo mejor posible su quehacer educativo.

[...] la docencia se expresa en una práctica profesional específica que pone en funcionamiento los medios adecuados para la transmisión educativa conforme a distintas finalidades e intenciones. Aunque en el ejercicio profesional se desarrolle en el marco de organizaciones burocráticas, con límites en las reglas de funcionamiento y de recursos, los profesores tienen un saber y pueden disponer de conocimientos y métodos de trabajo para el logro de los fines.

Como en todo ejercicio de una profesión, una buena parte del “oficio” de enseñar se desarrolla en las experiencias prácticas: actuar en contextos concretos, atender a una diversidad de sujetos, trabajar sobre distintos contenidos, elaborar alternativas prácticas, aprender de la propia experiencia, elaborar alternativas prácticas, aprender de la propia experiencia. No se trata de la simple suma de “años de oficio” sino de la capacidad de reflexionar y decantar la propia experiencia. (Davini, 2008, pp.54 -55)

Han de utilizarse las **nuevas tecnologías** para preparar al alumnado para una sociedad determinada y posibilitarles el desarrollo de actividades que les permitan comprender el mundo que les rodea y construir sus propios conocimientos. Salinas, Pérez y Benito (2008) hablan del reto de la utilización de las TIC, que implica cambios en las situaciones didácticas, en el entorno donde tiene lugar el proceso de enseñanza-aprendizaje, siendo de mayor importancia los cambios metodológicos.

Esto nos lleva a un cambio de rol en nuestra labor como docentes y, ya seamos nativos de la era digital o meros caminantes por ella, debemos de adaptarnos.

La institución educativa y el profesor dejan de ser fuentes de todo conocimiento, y el profesor debe pasar a actuar como guía de los alumnos, facilitándoles el uso de los recursos y las herramientas que necesitan para explorar y elaborar nuevos conocimientos y destrezas; pasas a actuar como gestor de la pléyade de recursos de aprendizaje y acentuar su papel de orientador. (Salinas, 2004, p.7)

Pero, todo esto, no puede ser constructivo sin carecemos de **autocrítica** para evaluar los errores y corregirlos con el objetivo de seguir mejorando, ya que el profesor no es un ser infalible. Debido a la involucración en la educación, el docente asume un rol reflexivo:

[...] parece existir un acuerdo en que el profesor reflexivo es aquel que tiene la capacidad de analizar o monitorear su propia práctica y el contexto en que tiene lugar, el que es capaz de volver sobre su propio ejercicio para evaluarlo, tomar decisiones, efectuar correctivos, y responsabilizarse de su acción futura (Barreto, 2005, p.144).

4.2. Contenidos

Como se dijo en la justificación, atendiendo a la *Orden de 14 de Julio de 2016* esta Unidad Didáctica se encuentra enmarcada en el bloque dos “Números y Álgebra” de la asignatura Matemáticas y con ella trabajaremos el contenido “Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Métodos algebraicos de resolución y método gráfico. Resolución de problemas”.

Junto con estos contenidos propios de la unidad que estamos viendo, trabajaremos del bloque uno que recibe el nombre de “Procesos, métodos y actitudes matemáticas” contenidos tales como planificación del proceso de resolución de problemas, uso del lenguaje apropiado, reformulación del problema, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos, y confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.

En base a las tres grandes competencias que expone la *Orden ECD/65/2015, de 21 de enero*, tenemos la siguiente tabla:

Tabla 15. Contenidos

SABER	SABER HACER	SABER SER
Conocimiento y comprensión de la definición de ecuación lineal con dos incógnitas.	Planteo de ecuaciones lineales con dos incógnitas a partir de situaciones reales	<p>Valoración y respeto de las opiniones, comentarios y ejemplos que den el resto de compañeros.</p> <p>Adaptación y trabajo en grupo reducidos heterogéneos.</p> <p>Participación en clase con dudas o problemas que se le han planteado.</p> <p>Elección y valoración del método que facilita la resolución de un determinado sistema de ecuaciones, además de justificar su uso.</p> <p>Expresión verbal fluida ante el resto del aula mientras escribe en pizarra su solución a un ejercicio, plantea sus dudas o resuelve las de algún compañero.</p>
	Formulación de ejemplos propios enunciados que se pueden expresar mediante ecuaciones lineales con dos incógnitas, además de escribirlas.	
	Representación gráfica de las soluciones de una ecuación lineal con dos incógnitas.	
Conocimiento y diferenciación de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas y del concepto de solución		
Conocimiento y comprensión de cuando los sistemas son equivalentes	Producción de sistemas equivalentes a uno dado usando operaciones elementales.	
Comprensión de la relación entre la solución de un sistema y la posición de las rectas que representan las ecuaciones.	Resolución de sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas por el método gráfico.	

	Resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de sustitución.
	Resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de igualación.
	Resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de reducción doble.
	Planteo y resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas en problemas de la vida real.

4.3. Metodología

De acuerdo con lo recogido en el *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre*; en la *Orden ECD/65/2014, de 21 de enero*, y en la *Orden de 14 de Julio de 2016*, es conocido que cualquier proceso de enseñanza – aprendizaje debe de promover el logro de los objetivos y la adquisición de las competencias clave que se han planteado anteriormente. Durante este proceso se debe de atender a la diversidad por lo que hay respetar los distintos niveles, ritmos y estilos de aprendizaje, existentes entre el alumnado, mediante trabajos grupales e individuales.

En base a lo establecido en la *Orden de 14 de Julio de 2016*, los principios metodológicos en los que debe basarse una buena acción didáctica son los siguientes:

- Conseguir aprendizajes significativos conectados con la realidad.
- Promover que el alumnado aprenda a aprender de forma autónoma.
- Desarrollar la creatividad y el sentido crítico.
- Fomentar la participación en el aula.

Siguiendo a Mata y Gallego (2009), otros principios que, como profesores, se pueden tomar como base son:

- Partir del nivel que presenta el alumnado con respecto a los contenidos que se verán.
- Relacionar lo que se está viendo con conocimientos anteriores.
- Proponer ejemplos concretos.
- Ir progresivamente hacia los elementos más específicos.
- Acondicionar el contexto de aprendizaje.
- Avisar sobre los objetivos.
- Captar y mantener la atención del alumnado.
- Estructurar los recursos.
- Delinear los nexos de comunicación.

De acuerdo con esto, se seguirá una metodología basada en estos principios y, con este fin, se utilizarán ciertas estrategias metodológicas como pueden ser trabajar de forma grupal para resolver problemas de un nivel medio, que esté al alcance de todos, a la vez que se desarrollen competencias sociales y de organización; trabajar en parejas fomentando la colaboración entre ambos para conseguir su meta, de manera que se pueda establecer un flujo de conocimientos entre los dos que cubra posibles carencias del otro compañero, o trabajar individualmente donde se muestre la capacidad propia de organización y administración para alcanzar su propósito.

Cuando se lleve a cabo la corrección de estas tareas, que se han podido realizar tanto en clase como en casa, se puede fomentar la participación de todo el alumnado exponiendo sus soluciones, lo que lleva a permitir el desarrollo de la competencia comunicativa y del lenguaje matemático tanto oralmente, si se hace de viva voz, como escrito, si se produce en pizarra. Esto también puede dar lugar a debates sobre los métodos de resolución utilizados por cada uno de ellos, provocando el desarrollo de la capacidad de justificación al explicar por qué la forma que ha empleado para resolver el problema es más ventajosa que la de otro compañero que ha utilizado otra.

Durante estas situaciones, como docentes, se ha de aprovechar para realizar un repaso del contenido que se viene desarrollando a lo largo de la Unidad Didáctica, retroalimentando lo que tienen asimilado y favoreciendo el aprendizaje del contenido. Igualmente, al principio de la Unidad Didáctica se ha de motivar al alumnado mostrando los objetivos que conseguirán al final de ésta, los contenidos que aprenderán, las competencias que desarrollarán e intentando favorecer su predisposición a aprender, ofreciéndola como algo amena y divertida.

En la sociedad en la que se vive, no es posible olvidar en el proceso de enseñanza–aprendizaje la integración el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación, que facilitan la comprensión de contenidos gracias a su visualización.

Así mismo la propia *Orden del 14 de Julio de 2016* plantea:

[...] el uso de calculadoras gráficas, programas de geometría dinámica y cálculo simbólico y la hoja de cálculo favorecen la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa de la vida cotidiana, [...], cálculo de raíces y **sistemas de ecuaciones de forma gráfica y algebraica** (p.191).

Además, se pueden utilizar los siguientes métodos de enseñanza:

- **Lección Magistral Participativa (LMP):** es una modificación o cambio de la clase magistral tradicional (en la que el docente presenta de manera sintética, secuencial, motivadora y precisa, los aspectos clave de los contenidos mediante la exposición oral) aprovechando sus ventajas para conseguir del alumnado un aprendizaje activo.
Ribes (2008) plantea capacidades que el alumnado desarrolla con este método, tales como *aprender a escuchar, desarrollar la capacidad de atención, adquirir estrategias de reflexión, síntesis y evaluación, adquirir estrategias por imitación de comunicación de ideas, elaboración de conclusiones, planificación, organización y gestión de tiempos, etc.* (p.82)
- **Aprendizaje Basado en Problemas (ABP):** Es un método educativo cuyo origen es un problema o situación a partir del cual el alumnado ha de identificar las necesidades para entender mejor ese problema o situación. Siguiendo esta metodología, el docente actúa como guía para la resolución de un determinado problema asegurándose de que todo el alumnado progrese y no como autoridad que solo transfiere el conocimiento, además proporciona retroalimentación de manera periódica. En cuanto al alumnado, Atienza (2008) nos dice
El ABP desarrolla el autodidactismo del aprendiz, despierta su curiosidad, creatividad y razonamiento crítico a la vez que permite la integración de la teoría con la práctica, la habilidad para buscar información, el gusto por el estudio y la capacidad de autoevaluar lo aprendido (p.13).
- **Aprendizaje Autónomo (AA):** Manrique (2004) habla del aprendizaje autónomo como:
[...] la facultad que tiene una persona para dirigir, controlar, regular y evaluar su forma de aprender, de forma consciente e intencionada haciendo uso de estrategias de aprendizaje para lograr el objetivo o meta deseado. Para lograr aprender a aprender, que nos conduce a la autonomía en el aprendizaje, es imperativo enseñar a los alumnos a adoptar e incorporar progresivamente estrategias de aprendizaje, enseñarles a ser más conscientes sobre la forma cómo aprenden y así puedan enfrentar satisfactoriamente diversas situaciones de aprendizaje (p.4).
- **Aprendizaje Cooperativo (AC):** La definición de este método didáctico está tomada de Vera (2009):
El aprendizaje cooperativo es un enfoque de enseñanza en el cual se procura utilizar al máximo actividades en las cuales es necesaria la ayuda entre estudiantes, ya sea en pares o grupos pequeños, dentro de un contexto enseñanza-

aprendizaje. El aprendizaje cooperativo se basa en que cada alumno intenta mejorar su aprendizaje y resultados, pero también el de sus compañeros. El aprendizaje en este enfoque depende del intercambio de información entre los estudiantes, los cuales están motivados tanto para lograr su propio aprendizaje como para acrecentar el nivel de logro de los demás. (pp.1-2)

De esta manera, se consigue una mayor implicación del alumnado con la materia y con sus compañeros, además de fomentar su compromiso puesto que todos y cada uno de ellos son responsables del grupo.

4.4. Atención a la diversidad

La atención a la diversidad, como apuntan Araque y Barrio (2010):

[...] consiste en aplicar un modelo de educación que consiste en ser capaz de ofrecer a cada alumno la ayuda pedagógica que él necesite, ajustando la intervención educativa a la individualidad del alumnado: esta aspiración no es otra que adaptar la enseñanza a las diferentes capacidades, intereses y motivaciones del alumnado (p.11).

El RD 1105/2014, de 26 de diciembre establece la necesidad de desarrollar y completar el currículo por parte de los centros docentes a la vez que tienen en cuenta las medidas de atención a la diversidad que son implantadas por las administraciones educativas. El currículo se adapta a las características de cada uno de los alumnos y las alumnas, fomentando la calidad, equidad e inclusión de las personas con discapacidad produciéndose una igualdad de oportunidades mediante adaptaciones curriculares, medidas de flexibilización y alternativas metodológicas.

Además, se cuenta con las *Instrucciones de 8 de marzo de 2017, de la dirección general de participación y equidad, por las que se actualiza el protocolo de detección, identificación del alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo y organización de la respuesta educativa* en la que se afirma la necesidad de respaldar la igualdad en el acceso, en la permanencia y en la búsqueda del triunfo de todo el alumnado dado que nos encontramos enmarcados en un modelo inclusivo. En ellas se presenta *un sistema de prevención, detección e identificación de las necesidades educativas que el alumnado pudiese presentar a lo largo de su escolarización para poder adoptar la respuesta educativa que cada caso requiera.*

De estas *Instrucciones de 8 de marzo de 2017* podemos extraer ciertas medidas generales muy interesantes que se pueden llevar al aula para atender a la diversidad:

- *Agrupamientos flexibles.*
- *Desdoblamientos*
- *Programas preventivos.*
- *Organización flexible espacios/tiempos/recursos.*
- *Adecuación Programaciones Didácticas.*
- *Metodologías que promueven la inclusión.*

- *Actividades de Refuerzo/Profundización.*
- *Apoyo segundo profesor/a en el aula.*
- *Seguimiento y acción tutorial.*
- *Programa refuerzo aprendizajes no adquiridos.*
- *Plan personalizado no promociona.*
- *Programa para Mejora del Aprendizaje y Rendimiento (PMAR).*

El centro en el que está contextualizada esta UD contará con el PMAR para 2º ESO el año que viene, lo que plantea una mejora de la atención a la diversidad para el alumnado que pueda ser incluido en este programa.

En un primer grado de atención a la diversidad se debe tener en cuenta la propia heterogeneidad de la clase más allá de atender únicamente a las personas con discapacidades físicas. Debido a la gran diversidad de jóvenes que forma el alumnado, a parte de su inteligencia y sus logros de aprendizaje, tendremos que prestar cuidado a la pluralidad de orígenes, culturas, lenguas, identidades sexuales, etc., todo ello con el fin de mantener la igualdad y evitar situaciones de discriminación o acoso.

Entre los 26 alumnos, a los que está dirigida esta UD, no hay ningún caso de Necesidades Específicas de Apoyo Educativo (NEAE). Por este motivo, la atención a la diversidad se llevará a cabo desde la realización de actividades de refuerzo para aquella parte del alumnado que muestre un cierto desfase en cuanto a los objetivos y la realización de actividades de ampliación para la parte del alumnado con gran dominio de los objetivos.

Actividades de refuerzo: Estas actividades están propuestas para atender a las distintas capacidades, intereses, ritmos de aprendizaje, etc. Con ellas se permite consolidar los conceptos aprendidos aplicándolos a situaciones similares a las que ya han tratado Tomando como punto de partida un diagnóstico previo del alumnado se irán adecuando y valorando las actividades y los aprendizajes.

Actividades de ampliación: Estas actividades van un paso más allá de lo visto en clase y continúan construyendo conocimientos en el alumnado que ha realizado satisfactoriamente las actividades planteadas a lo largo de la UD. Permiten profundizar en contenidos ya trabajados, sin avanzar hacia otros para evitar que posteriormente se produzca cierta dejadez o aburrimiento.

Se detallarán páginas web donde encontrar actividades de este tipo o alguna actividad concreta en el Anexo Actividades para la atención a la diversidad.

4.5. Sesiones

De acuerdo con Moreno (2016), para secuenciar (en concreto, esta UD) se necesita de la reflexión en dos alturas, secuenciar la UD entera por sesiones de trabajo y secuenciar cada una de esas sesiones de trabajo. En la secuenciación en clases o sesiones, insta al profesor

a decidir sobre los nuevos contenidos que se ven en cada sesión, los objetivos que se intentarán lograr en cada una de ellas, las directrices sobre el trabajo específico que se hará en cada sesión y la elección de las tareas matemáticas escolares que se incorporarán a cada una de las sesiones.

Este autor, también plantea enfoques distintos para las sesiones dependiendo de su finalidad, unas dedicadas al sondeo de los conocimientos que trae el alumnado sobre los contenidos que se manejarán en esta UD, motivación para enfrentarse al nuevo tema y exploración de ideas nuevas (sesiones iniciales). Otras estarán enfocadas a la introducción de nuevas ideas y destrezas (sesiones de desarrollo). Por último, pueden existir sesiones dedicadas a la consolidación de las nuevas técnicas aprendidas, repaso y ampliación (sesiones de consolidación y ajuste de ritmos).

- **Sesión 1:** Evaluación de conocimientos previos. Introducción mediante acertijo visual. Concepto de ecuación lineal de dos incógnitas, trabajar con dicho concepto.
- **Sesión 2:** Sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas y su solución. Sistemas equivalentes. Método de resolución gráfica de sistemas.
- **Sesión 3:** Posición relativa de las rectas de las ecuaciones de un sistema y el número de soluciones de éste. Resolución de sistemas por sustitución.
- **Sesión 4:** Resolución de sistemas por igualación. Resolución de sistemas por reducción.
- **Sesión 5:** Consolidación de conocimientos. Uso de las TIC.
- **Sesión 6:** Planteo y resolución de problemas. Presentación de pequeño proyecto.
- **Sesión 7:** Refuerzo y repaso.
- **Sesión 8:** Evaluación mediante prueba escrita.⁴

En esta secuenciación tendríamos que la sesión 1 es de inicio; de la 2 a la 6 son de desarrollo de nuevas ideas, intercalando una de consolidación de procedimientos; la 7 es de repaso y/o ampliación, además, de servir para consolidar, y la 8 es de evaluación mediante una prueba escrita.⁵

En función del nivel existente entre el alumnado, el número de sesiones puede verse afectado, ya se tanto aumentando como disminuyendo según sea necesario. Por consecuente, ésta es una secuenciación flexible a la hora de abordar las diferentes sesiones.

⁴ Las pruebas se encuentran en el anexo Pruebas escritas. La realizarán de forma individual para valorar el alcance de los contenidos. Incluye contenidos de esta UD como de las anteriores. Debido a la densidad de alumnado en clase y la imposibilidad de separar las mesas, se han realizados opciones distintas, ambas de la misma dificultad, abarcando los mismos contenidos y con una previsión de tiempo idéntica para hacerlas.

⁵ Aunque no esté detallado en todas las sesiones, se pasará lista en todas ellas (lista de control).

SESIÓN 1				
UNIDAD DIDÁCTICA: “Sistemas de Ecuaciones”				
OBJETIVOS	CONTENIDOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES EVALUABLES	COMPETENCIAS CLAVE
O1.1. O1.2. O1.3. O1.4.	-Conocimiento y comprensión de la definición de ecuación lineal con dos incógnitas. - Planteo de ecuaciones lineales con dos incógnitas a partir de situaciones reales. - Formulación de ejemplos propios. -Representación gráfica de las soluciones de una ecuación lineal con dos incógnitas. -Valoración y respeto de las opiniones, comentarios y ejemplos del resto de compañeros.	7. Utilizar el lenguaje algebraico para simbolizar y resolver problemas mediante el planteamiento de ecuaciones de primero y segundo grado y sistemas de ecuaciones, aplicando para su resolución métodos algebraicos o gráficos y contrastando los resultados obtenidos. 8. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático.	7.1. Comprueba, dada una ecuación (o un sistema), si un número (o números) es (son) solución de la misma. 7.2. Formula algebraicamente una situación de la vida real mediante ecuaciones de primer y segundo grado, y sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, las resuelve e interpreta el resultado obtenido. 8. Desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica razonada.	CMCCT, AA, COMPETENCIAS PISA C, M, R, RA, LS, HM
METODOLOGÍA				
TÉCNICAS DE ENSEÑANZA		RECURSOS	ORGANIZACIÓN	
- Lección magistral participativa. - Aprendizaje autónomo		- Pizarra, proyector, cañón.	- Grupos reducidos de dos individuos. - Individual.	
DESARROLLO DE LA SESIÓN				
Realizarán un par de ejercicios a tipo de prueba inicial para establecer el nivel de los contenidos básicos necesarios para esta UD. Para introducir el tema proponemos al alumnado una actividad visual, la Tarea 1 y/o Tarea 2 , que en el Análisis de instrucción se llaman Suma frutas y ¿Qué vale cuánto? Con el explicaremos que lo que tienen delante es un sistema de ecuaciones, en el que cada fila es una ecuación y cada fruta una incógnita. Además, se les dirá que en este tema se van a ver sistemas más simples que ese, solo trabajaremos con sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas y aprenderemos a escribirlos formalmente, además de diversos métodos para resolverlos. (10 minutos)				

Se realizará una puesta en común para ver como ha resuelto cada uno de los alumnos y alumnas este ejercicio visual. (5 minutos)

Tarea

Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

- a) $x - 2 + 7x = 6x + 5$
- b) $x - 3 = 9x - 12$
- c) $x/2 - 4/5 = 9x - 12$

Tarea

Copia en tu cuaderno la siguiente tabla y complétala:

x	-2	-1	0	1	2
$y = 5x - 3$					

A continuación, se presenta la definición formal de ecuación lineal con dos incógnitas y se proponen varios ejemplos. Después, el profesor comunica oralmente varios enunciados que representan situaciones cotidianas y el alumnado tendrá que escribir dichos enunciados de forma simbólica. Por ejemplo, “En mi estuche tengo cinco bolígrafos que son rojos y azules”, que se traduciría como “ $x + y = 5$ ” donde x son los bolígrafos rojos e y son los bolígrafos azules. Tras varios ejemplos propuestos por el docente, se procederá a que cada uno de los alumnos y alumnas propongan un enunciado que se pueda expresar mediante una ecuación lineal con dos incógnitas. (25 minutos)

Tomando la ecuación del último enunciado que hayan dicho, se procederá a explicar lo que son las soluciones de dicha ecuación, los valores que toman x e y que cumplen la igualdad. Para ello se realizará una tabla en la que se darán valores a la x y a la y, para lo que se tendrá que despejar una de las incógnitas en función de la otra e ir dando valores. Una vez tengamos completada la tabla, con un mínimo de cinco soluciones, se representarán gráficamente. (10 minutos)

Para poner en práctica lo explicado en la sesión se realizará una actividad que incluya traducción de un enunciado a lenguaje simbólico, realizar una tabla con diversas soluciones de la ecuación y representarlas gráficamente, la **Tarea 3** del Análisis de Instrucción. (5 minutos)

EVALUACIÓN APRENDIZAJE DEL ALUMNO

- Se evaluarán los ejercicios de la prueba inicial (solo en positivo).
- Las respuestas orales sobre ejemplos propios de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Se hará uso también de la rúbrica.
- Actitud hacia el resto de compañeros y los nuevos contenidos que se están comenzando.

SESIÓN 2				
UNIDAD DIDÁCTICA: “Sistemas de Ecuaciones”				
OBJETIVOS	CONTENIDOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES EVALUABLES	COMPETENCIAS CLAVE
O2.1. O2.2. O2.3. O2.4. O3.1.	<ul style="list-style-type: none"> - Conocimiento y diferenciación de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas y concepto de solución y sistema equivalente. - Producción de sistemas equivalentes a uno dado. - Resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método gráfico. - Expresión verbal fluida ante el resto del aula. 	7. Utilizar el lenguaje algebraico para simbolizar y resolver problemas mediante el planteamiento de ecuaciones de primero y segundo grado y sistemas de ecuaciones, aplicando para su resolución métodos algebraicos o gráficos y contrastando los resultados obtenidos. 4. Profundizar en problemas resueltos planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, otros contextos, etc.	7.1. Comprueba, dada una ecuación (o un sistema), si un número (o números) es (son) solución de la misma. 7.2. Formula algebraicamente una situación de la vida real mediante ecuaciones de primer y segundo grado, y sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, las resuelve e interpreta el resultado obtenido. 4.1. Profundiza en los problemas una vez resueltos: revisando el proceso de resolución y los pasos e ideas importantes, analizando la coherencia de la solución o buscando otras formas de resolución. 4.2. Se plantea nuevos problemas, a partir de uno resuelto: variando los datos, proponiendo nuevas preguntas, resolviendo otros problemas parecidos, planteando casos particulares o más generales de interés, estableciendo conexiones entre el problema y la realidad.	CMCCT, CL, SIE, AA
				COMPETENCIAS PISA
				C, R, RA, RP, LS, HM
METODOLOGÍA				
TÉCNICAS DE ENSEÑANZA		RECURSOS	ORGANIZACIÓN	
<ul style="list-style-type: none"> - Lección magistral participativa. - Aprendizaje autónomo. 		<ul style="list-style-type: none"> - Pizarra digital, papel, lápiz, regla. 	<ul style="list-style-type: none"> - Individual. 	

DESARROLLO DE LA SESIÓN

Comenzamos corrigiendo la actividad de la sesión anterior y resolviendo posibles dudas. (15 minutos)

Aprovechando que se está hablando de ecuación lineal con dos incógnitas y sus soluciones, se explica el concepto de sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas y el concepto de solución de un sistema. Se proponen varios ejemplos de sistemas de ecuaciones lineales y se explica el concepto de sistema equivalente y se realiza una tarea relacionada con ese concepto también. (10 minutos)

Tarea

Indica cuáles de los siguientes sistemas son sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas y de los que los sean da un sistema equivalente.

$$a) \begin{cases} 3x + 11y = 5 \\ 5x - 2y = 100 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x + 3\sqrt{y} = 15 \\ 4x - 3y = 8 \end{cases} \quad c) \begin{cases} 2x + y = \sqrt{5} \\ x + \sqrt{16}y = 7 \end{cases}$$

Se procede a explicar el método gráfico de resolución de sistemas. Mediante un ejemplo con número se irán explicando los pasos que se han de seguir. (Construir una tabla valores para cada una de las incógnitas, dibujar las rectas correspondientes a cada una de las ecuaciones haciendo uso de las tablas y dar la solución observando la posición de las rectas). Una vez que tenemos las rectas dibujadas planteamos que dependiendo de la posición relativa de éstas se tendrá una única solución si se cortan en un punto, infinitas soluciones si son coincidentes o no tiene solución si las rectas son paralelas. (15 minutos)

Para lo que queda de clase se inicia una actividad en la que el alumnado ha de dar un sistema de ecuaciones equivalente a cada uno de los que viene y hallar la solución gráficamente de cada sistema. (15 minutos)

Tarea

Da un sistema equivalente a cada uno de los siguientes, resuélvelos gráficamente e indica el número de soluciones que tiene cada uno.

$$a) \begin{cases} 3x + y = 7 \\ -3x - y = 1 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x + 2y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases} \quad c) \begin{cases} 4x - 2y = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

EVALUACIÓN APRENDIZAJE DEL ALUMNO

- Realización de la tarea que quedó pendiente para la sesión de hoy, puesta en práctica si sale a pizarra y planteo/resolución de dudas.
- Rúbrica.
- Se evaluará también la tarea sobre identificación de sistemas lineales y dar un sistema equivalente a cada uno que deberá ser entregada en un folio.
- Participación en clase.

SESIÓN 3				
UNIDAD DIDÁCTICA: “Sistemas de Ecuaciones”				
OBJETIVOS	CONTENIDOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES EVALUABLES	COMPETENCIAS CLAVE
O3.2. O3.3.	<p>- Comprensión de la relación entre la solución de un sistema y la posición relativa de las rectas que representan las ecuaciones.</p> <p>- Resolución de sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas por el método de sustitución.</p>	<p>7. Utilizar el lenguaje algebraico para simbolizar y resolver problemas mediante el planteamiento de ecuaciones de primero y segundo grado y sistemas de ecuaciones, aplicando para su resolución métodos algebraicos o gráficos y contrastando los resultados obtenidos.</p> <p>9. Superar los bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas.</p>	<p>7.1. Comprueba, dada una ecuación (o un sistema), si un número (o números) es (son) solución de la misma.</p> <p>7.2. Formula algebraicamente una situación de la vida real mediante ecuaciones de primer y segundo grado, y sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, las resuelve e interpreta el resultado obtenido.</p> <p>9.1. Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización, valorando las consecuencias de las mismas y su conveniencia por sencillez y utilidad.</p>	<p>CMCCT, SIE, AA</p> <p>COMPETENCIAS PISA</p> <p>C, R, RA, LS</p>
METODOLOGÍA				
TÉCNICAS DE ENSEÑANZA		RECURSOS	ORGANIZACIÓN	
<p>- Lección magistral participativa.</p> <p>- Aprendizaje basado en problemas.</p>		-Pizarra digital.	-Individual.	
DESARROLLO DE LA SESIÓN				
<p>Se corrige la actividad que se dejó propuesta en la sesión anterior y que el alumnado comenzó a hacer en clase. Se hace hincapié en la comprensión de la relación existente entre la posición relativa de las rectas y el número de soluciones del problema. Además, se solucionarán dudas de todo lo visto hasta el momento, haciendo algún ejercicio</p>				



que el alumnado haya hecho por su propia cuenta o, en caso de que no lo propongan ellos, se hará un ejercicio que englobe el contenido que se lleva impartido del tema o que profundice en la representación gráfica de sistemas. Por ejemplo, se podría hacer la **Tarea 5**. (25 minutos)

Antes de pasar a la explicación de métodos de resolución algebraica, se dedica un poco de tiempo a la puesta en común del alumnado del concepto de sistema de ecuaciones y del método de resolución gráfica. (5 minutos)

A continuación, se explicará detalladamente la resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de sustitución mediante un ejemplo. Se propondrán otro par de sistemas para resolver por este método y se resolverán las dudas que surjan. Esta tarea es del tipo de la **Tarea 4** del apartado de Análisis de Instrucción. (25 minutos)

Tarea

Resuelve por el método de sustitución los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + y = 11 \\ 3x + 2y = 17 \end{cases}$$

EVALUACIÓN APRENDIZAJE DEL ALUMNO

- Revisión de la tarea de la sesión anterior, planteo de dudas al respecto.
- Si sale a pizarra, expresión y fluidez oral del lenguaje matemático, valoración de la puesta en práctica.
- Rúbrica.
- Intervención en la puesta en común.
- Trabajo en clase

SESIÓN 4

UNIDAD DIDÁCTICA: “Sistemas de Ecuaciones”

OBJETIVOS	CONTENIDOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES EVALUABLES	COMPETENCIAS CLAVE
O3.4. O3.5. O3.6.	<ul style="list-style-type: none"> - Resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de igualación. - Resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de reducción. 	7. Utilizar el lenguaje algebraico para simbolizar y resolver problemas mediante el planteamiento de ecuaciones de primero y segundo grado y sistemas de ecuaciones, aplicando para su resolución métodos algebraicos o gráficos y contrastando los resultados obtenidos. 9. Superar los bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas.	7.1. Comprueba, dada una ecuación (o un sistema), si un número (o números) es (son) solución de la misma. 7.2. Formula algebraicamente una situación de la vida real mediante ecuaciones de primer y segundo grado, y sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, las resuelve e interpreta el resultado obtenido. 9.1. Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización, valorando las consecuencias de las mismas y su conveniencia por sencillez y utilidad.	CMMT, AA, SIE COMPETENCIAS PISA LS

METODOLOGÍA

TÉCNICAS DE ENSEÑANZA	RECURSOS	ORGANIZACIÓN
<ul style="list-style-type: none"> -Lección magistral participativa. - Aprendizaje basado en problemas. 	- Pizarra	- Individual

DESARROLLO DE LA SESIÓN

Haremos uso de una balanza, ya sea de forma digital o real, para introducir el método de igualación. Tras unos minutos interactuando con ella, se procederá a explicar y describir, con ayuda de un ejemplo, los pasos a seguir para resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de igualación. (15 minutos)

Se propondrá un sistema que el alumnado tendrá que resolver por igualación en clase y se resolverán dudas sobre dicho método. (10 minutos)

Tarea

Resuelve los siguientes sistemas por el método de igualación: $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$

Se continuará con la explicación del último método algebraico de resolución de sistemas lineales, el método de reducción, que al igual que en los casos anteriores se llevará a cabo con el soporte de un ejemplo práctico. Una vez terminada la explicación, el alumnado resolverá el sistema anterior por el método de reducción, así se le ayudará a que empiecen a discernir que método puede ser más fácil de aplicar dependiendo de las características que conforman el sistema. (30 minutos)

Tarea

Usando el método de reducción, resuelve el mismo sistema de antes: $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$

Se dejarán como tarea propuesta para hacer en casa, una actividad de reproducción con el fin de ejercitar los métodos de resolución algebraicos.

Tarea

Resuelve por el método más adecuado los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 2x - 5y = 12 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 6y = -4 \\ 5x + 7y = -1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x - 7y = -2 \\ -x + 5y = 4 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ 5x - 2y = 2 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 2x + y = 5/3 \\ x - y = 1/9 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 3(5x - 2) - 7(2y + 3) = 2 \\ 2(3x - y) - 23 = 3(4 - 9x) \end{cases}$

EVALUACIÓN APRENDIZAJE DEL ALUMNO

- Participación con dudas sobre los pasos de los nuevos métodos.
- Actitud en clase y hacia los nuevos contenidos.
- Trabajo en clase con las tareas para practicar los nuevos métodos.

SESIÓN 5				
UNIDAD DIDÁCTICA: “Sistemas de Ecuaciones”				
OBJETIVOS	CONTENIDOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES EVALUABLES	COMPETENCIAS CLAVE
6	<ul style="list-style-type: none"> - Resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas mediante los métodos gráfico, de sustitución, de igualación y de reducción. - Participación en clase con dudas o problemas que se les plantean. 	11. Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas de forma autónoma, realizando cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos, haciendo representaciones gráficas, recreando situaciones matemáticas mediante simulaciones o analizando con sentido crítico situaciones diversas que ayuden a la comprensión de conceptos matemáticos o a la resolución de problemas.	11.2. Utiliza medios tecnológicos para hacer representaciones gráficas de funciones con expresiones algebraicas complejas y extraer información cualitativa y cuantitativa sobre ellas. (CMCCT, CD)	CMCCT, CD
				COMPETENCIAS PISA
				LS, HM
METODOLOGÍA				
TÉCNICAS DE ENSEÑANZA		RECURSOS	ORGANIZACIÓN	
<ul style="list-style-type: none"> - Aprendizaje basado en problemas. - Aprendizaje autónomo. 		<ul style="list-style-type: none"> - Pizarra digital - Ordenadores (aula TIC) 	- Individual.	
DESARROLLO DE LA SESIÓN				
Se corregirán los sistemas en los que más dudas hayan suscitado (el resto se corregirán en la próxima sesión o a título personal, mientras los alumnos hacen las tareas digitales, el profesor corrige los cuadernos y las actividades que tengan sin corregir) (20 minutos)				
En el ordenador, utilizarán GeoGebra para resolver sistemas de ecuaciones, poniendo mayor interés en la representación gráfica. El profesor hará uno que sirva de ejemplo y, después, el alumnado deberá repetirlo para otros sistemas.				

⁶ Al tratarse de una sesión en la que se van a corregir ejercicios y realizar otros en ordenador, los objetivos que se trabajarán son los vistos hasta el momento.



Además, se utilizarán otras páginas web en las que hay diversos recursos y juegos para practicar los contenidos de esta UD. (35 minutos)

Algunos de las páginas web que se pueden utilizar son:

<https://www.matematicasonline.es/flash/balanza/balanza1.htm> (Ejercicio de balanzas).

<https://www.cerebriti.com/juegos-de-matematicas/sistemas-de-ecuaciones-con-2-incognitas#.WxjcKEiFPIU>

<https://matematico.es/competicion/ejercicios/practica/> (Pinchamos en el apartado de sistemas de ecuaciones y encontramos las actividades).

<https://www.intermatia.com/ejercicios/SE001/> (Incluye la corrección del sistema una vez que se da la respuesta, interesante para atender a la diversidad también).

<http://www.librosvivos.net/smtc/hometc.asp?temaclave=1069>

EVALUACIÓN APRENDIZAJE DEL ALUMNO

- Cuaderno del alumnado.
- Rúbrica
- Ejercicios que entreguen de los realizados en el ordenador.
- Participación en clase.
- Actitud hacia el uso de las TIC.

SESIÓN 6

UNIDAD DIDÁCTICA: “Sistemas de Ecuaciones”

OBJETIVOS	CONTENIDOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES EVALUABLES	COMPETENCIAS CLAVE
O3.7.	<ul style="list-style-type: none"> - Planteo y resolución por el método más adecuado de sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas en problemas de la vida real. - Adaptación y trabajo en grupos reducidos heterogéneos. - Elección y valoración del método que facilita la resolución de un determinado sistema de ecuaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> 1. Expresar verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema. 2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas. 6. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos ...) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad. 9. Superar los bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas. 	<ul style="list-style-type: none"> 1.1. Expresa verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuados. 2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema). 2.2. Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema. 2.3. Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de los problemas a resolver, valorando su utilidad y eficacia. 6.2. Establece conexiones entre un problema del mundo real y el mundo matemático: identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él y los conocimientos matemáticos necesarios. 6.4. Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad. 6.5. Realiza simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos proponiendo mejoras que aumenten su eficacia. 9.1. Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización, valorando las consecuencias de las mismas y su conveniencia por sencillez y utilidad. 	CL, CMCCT, SIE, AA
				COMPETENCIAS PISA
				C, RA, RP, M, LS

METODOLOGÍA		
TÉCNICAS DE ENSEÑANZA	RECURSOS	ORGANIZACIÓN
- Lección magistral participativa - Aprendizaje basado en problemas. - Aprendizaje cooperativo.	-Pizarra. -Fotocopias. -Papel, lápiz, goma.	- Individual. - Grupos de tres escolares.
DESARROLLO DE LA SESIÓN		
<p>En esta sesión nos dedicaremos a plantear y resolver problemas mediante sistemas de ecuaciones. El profesor resolverá un par de problemas en pizarra, explicando los pasos a seguir. (10 minutos) Serán las siguiente:</p>		
<p>Tarea Hace dos años, la edad de Juan era la quinta parte de la edad de su madre. Dentro de siete años, sus edades sumarán 58 años. Calcula las edades que tienen actualmente.</p> <p>Tarea En una pastelería vendes milhojas y piononos. María ha comprado 15 piononos y 12 milhojas para sus amigos, ha pagado 6,60 € en total por los dulces. Después ha recordado que venían algunos invitados, y ha comprado 5 piononos y 7 milhojas más, que le han costado 3,10 €. ¿Cuál es el precio de un pionono? ¿Y el de un milhojas?</p>		
<p>Se proponen otro par de problemas que ha de resolver el alumnado en clase, que son del tipo de la Tarea 6 del Análisis de Instrucción. (15 minutos)</p>		
<p>Tarea Carmen tiene en el monedero varias monedas de 20 y 5 céntimos. Di cuántas monedas tiene cada tipo si en total tiene 12 monedas y suman 1,50 €.</p> <p>Tarea Antonio es 5 años mayor que Pedro y, cuando pasen 10 años, la edad de Antonio será $\frac{4}{3}$ de la edad de Pedro. ¿Qué edad tiene cada uno?</p>		
<p>Se continúa trabajando la resolución de problemas, pero ahora en pequeños grupos y de forma cooperativa. Haremos grupos de tres individuos, teniendo cada uno un dato esencial para la resolución del problema, sin la participación de todos, es imposible hallar la respuesta. Se puede hacer un tipo de pequeña competición. Para ello, el alumnado realizará la Tarea 7 y la Tarea 8 que se han analizado en el análisis de instrucción, quedando la Tarea 7 pendiente de entrega al tratarse de un proyecto. (25 minutos) Para acabar se realizará una puesta en común entre todo el alumnado para comentar sus sensaciones, métodos empleados, manera de interactuar entre los componentes del grupo, etc. en la realización de la Tarea 8. (5 minutos)</p>		
EVALUACIÓN APRENDIZAJE DEL ALUMNO		
- Rúbrica. - Informe que tendrán que entregar sobre el proyecto.	- Participación y trabajo en clase. - Actitud.	

SESIÓN 7				
UNIDAD DIDÁCTICA: “Sistemas de Ecuaciones”				
OBJETIVOS	CONTENIDOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES EVALUABLES	COMPETENCIAS CLAVE
7	<ul style="list-style-type: none"> - Participación en clase con dudas o problemas que se le han planteado. - Expresión verbal fluida ante el resto del aula mientras escribe en pizarra su solución a un ejercicio, plantea sus dudas o resuelve las de algún compañero. 	<p>2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.</p> <p>4. Profundizar en problemas resueltos planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, otros contextos, etc.</p> <p>8. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático.</p> <p>9. Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas.</p>	<p>2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema).</p> <p>2.2. Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número d</p> <p>2.3. Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de los problemas a resolver, valorando su utilidad y eficacia. e soluciones del problema.</p> <p>2.4. Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de los problemas, reflexionando sobre el proceso de resolución de problemas.</p> <p>4.1. Profundiza en los problemas una vez resueltos: revisando el proceso de resolución y los pasos e ideas importantes, analizando la coherencia de la solución o buscando otras formas de resolución.</p> <p>4.2. Se plantea nuevos problemas, a partir de uno resuelto: variando los datos, proponiendo nuevas preguntas, resolviendo otros problemas parecidos, planteando casos particulares o más generales de interés, estableciendo conexiones entre el problema y la realidad.</p> <p>8.1. Desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica de la situación.</p> <p>9.1. Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización, valorando las consecuencias de las mismas y su conveniencia por su sencillez y utilidad.</p>	<p>CL, CMCCT, SIE, AA</p> <p>COMPETENCIAS PISA</p> <p>C, RA, RP, M, LS</p>

⁷ Se trata de una sesión de repaso.



METODOLOGÍA		
TÉCNICAS DE ENSEÑANZA	RECURSOS	ORGANIZACIÓN
- Aprendizaje basado en problemas.	-Pizarra tradicional y rotulador o tiza.	-Individual.
DESARROLLO DE LA SESIÓN		
Esta sesión está dedicada a la corrección de ejercicios que hayan podido quedar pendiente de ella en otras sesiones. Además, se resolverán dudas del alumnado, tanto de este tema como de los anteriores.		
EVALUACIÓN APRENDIZAJE DEL ALUMNO		
<ul style="list-style-type: none">- Valoración de realizaciones prácticas. Se tendrá en cuenta las dudas que plantean, las nuevas que han hecho, las tareas a las que les han cambiado los datos o han intentado profundizar en ellas.- Escala de estimación de respuesta orales.- En esta sesión de refuerzo y repaso se puede hacer eso también del registro anecdótico.- Actitud hacia la materia, los compañeros, trabajo de cara al examen, ...		

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Álvarez Méndez, J. M. (2007). *Evaluar para conocer, examinar para excluir*. Madrid: Morata.
- Araque Hontangas, N. y Barrio de la Puente, J.L. (2010) Atención a la diversidad y desarrollo de procesos educativos inclusivos. *Prisma social*, (4), pp. 1-37.
- Atienza Boronat, J. (2008). Aprendizaje basado en problemas. En M.J. Labrador Piquer, y M.A. Andreu Andrés, *Metodologías activas. Grupo de investigación en metodologías activas* (pp. 11-24). Valencia: UPV.
- Barreto de Ramírez, N. (2005). Sobre mitos y tendencias en la formación del currículo. *SAPIENS. Revista Universitaria de Investigación*, 6 (1), pp.137-145.
- Blázquez Entonado, F., y Lucero Fustes, M. (2009). La evaluación en educación. En A. Medina Rivilla, y F. Salvador Mata, *Didáctica general* (pp. 243-270). Madrid: Pearson educación.
- Consejería de Educación. (2016). *Orden de 14 de julio de 2016, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria de la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad y se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado*. BOJA: 28 de julio de 2016, núm.144, pp. 108–396. Sevilla.
- Consejería de Educación. (2017). *Instrucciones de 8 de marzo de 2017, de la dirección general de participación y equidad, por las que se actualiza el protocolo de detección, identificación del alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo y organización de la respuesta educativa*.
- Davini, M. C. (2008) *Métodos de enseñanza. Didáctica general para maestros y profesores*. Buenos Aires: Santillana.
- Flores Gil, F. L. (2008). *Didáctica de las matemáticas. Segundo Ciclo de la E.S.O.* Jaén:
- Flores, P., y Lupiáñez, J. L. (2016). Expectativas de aprendizaje. En L. Rico Romero, y A. Moreno Verdejo, *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria* (pp. 177-194). Madrid: Pirámide.
- Godino, J.D. (2011). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *XIII CIAEM-IACME*, Recife, Brasil.
- González González, M. T. (2008). Diversidad e inclusión educativa: algunas reflexiones sobre el liderazgo en el centro escolar. *REICE. Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 6 (2), pp. 82-99.
- Hawking, S. (2005). *Dios creó los números*. Barcelona: Crítica.
- Lupiáñez, J. L., Rico Romero, L., Segovia, I., y Ruiz-Hidalgo, J. F. (2015). La educación matemática en España. En X. Martínez Ruiz y P. Camarena Gallardo, *La*

- educación matemática en el siglo XXI* (pp. 99-128). México: Quinta del Agua Ediciones.
- Manrique Villavicencio, L. (2004). El aprendizaje autónomo en la educación a distancia. *Primer congreso virtual latinoamericano de educación a distancia*.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, MECD (2015). *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*. BOE: 3 de enero de 2015, núm. 3. Sec. I, pp. 169–546. Madrid.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, MECD (2015). *Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato*. BOE: 29 de enero de 2015, núm. 25. Sec.I, pp. 6986-7003. Madrid.
- Moreno Verdejo, A. (2016). Planificación e implementación de la enseñanza. En L. Rico Romero, y A. Moreno Verdejo, *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria* (pp. 293-306). Madrid: Pirámide
- Moreno Verdejo, A., y Ramírez Uclés, R. (2016). Variables y funciones de las tareas matemáticas. En L. Rico Romero, y A. Moreno Verdejo, *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria* (pp. 243-258). Madrid: Pirámide.
- OCDE (2013), PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy, OECD Publishing, París.
- OCDE (2017), Marco de Evaluación y de Análisis PISA para el Desarrollo: Lectura, matemáticas y ciencias, Versión preliminar, OECD Publishing, París.
- Ribes Greus, A. (2008). Lección magistral participativa. En M. J. Labrador Piquer, y M. A. Andreu Andrés, *Metodologías activas. Grupo de investigación en metodologías activas* (pp. 79-91). Valencia: UPV.
- Rico, L., (1995). Consideraciones sobre el currículo escolar de matemática. *Ema*, 1 (1), pp. 4-24.
- Rico, L., Lupiáñez, J. L., Marín, A., y Gómez, P. (2007) *Matemáticas escolares y análisis de contenido con profesores de secundaria en formación*. Comunicación presentada en VIII Seminario de Investigación Pensamiento Numérico y Algebraico (PNA) de la SEIEM. Aravaca.
- Rico, L., Marín, A., Lupiáñez Gómez, J.L., y Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los números naturales. *Suma. Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, (58), pp. 7-23.
- Rico, L. (2016). Matemáticas y análisis didáctico. En L. Rico Romero, y A. Moreno Verdejo, *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria* (pp. 85-100). Madrid: Pirámide.



- Salinas, J. (2004). Innovación docente y uso de las TIC en la enseñanza universitaria. *Revista Universidad y Sociedad del Conocimiento*, 1 (1), pp. 1-16.
- Salinas, J., Pérez, A., y Benito, B. (2008). *Metodologías centradas en el alumno para el aprendizaje en la red*. Madrid: Síntesis.
- Salvador Mata, F., y Gallego Ortega, J. L. (2009). Metodología de la acción didáctica. En A. Medina Rivilla, y F. Salvador Mata, *Didáctica general* (pp. 167-196) Madrid: Pearson educación.
- Vera García, M. M. (2009). Aprendizaje cooperativo. *Innovación y experiencias educativas*. (14), 1-11.

6. ANEXOS

6.1. Actividades para la atención a la diversidad

Para atender a la diversidad, se pueden coger las tareas que se han planteado en las sesiones y adaptarlas al nivel de ampliación y al nivel de refuerzo. Por ejemplo:

Resuelve el siguiente sistema por el método de reducción:

$$\begin{cases} -x + y = 5 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$$

REFUERZO

$$\begin{cases} 3x + 5y = 1 \\ 7x - 6y = 9 \end{cases}$$

ESTÁNDAR

$$\begin{cases} 3^2x + y/3 = 10 \\ 3x + y/2 = 17 \end{cases}$$

AMPLIACIÓN

Aunque, en la actualidad, se cuentan con multitud de cuenta con multitud de páginas web donde encontrar actividades para tales fines. Además, se pueden realizar tareas multimedia, siendo de esta forma más atractivas para el alumnado.

REFUEZO:

<http://matematicas.torrealmirante.net/SEGUNDO%20ESO/soluciones%20libro%20Sm%20Esfera/tema%206%20sistemas%20de%20ecuaciones.pdf> (Ejercicios con solución).

http://iesaricel.org/javierpl/Archivos/Eso2/Refuerzo%20SM/2ESOMAPI_RE_ESU07.pdf (Ficha. Aquí se presenta con las soluciones, pero al alumnado solo le daríamos los enunciados).

http://selectividad.intergranada.com/ESO/ESO-2/Resueltos/Refuerzo/8_sistemas_de_ecuaciones.pdf

http://www.iesmigueldecervantes.es/archivos_ies/16_17/mat/Pendientes_2_ESO_Temas_6_a_9.pdf (La parte de sistemas de ecuaciones).

AMPLIACIÓN:

http://iesaricel.org/javierpl/Archivos/Eso2/Ampliacion%20SM/2ESOMAPI_AM_ESU07.pdf (Ficha. Aquí se presenta con las soluciones, pero al alumnado solo le daríamos los enunciados).

http://selectividad.intergranada.com/ESO/ESO-2/Resueltos/Ampliacion/8_sistemas_de_ecuaciones.pdf

6.2. Pruebas escritas

UNIDAD 7. SISTEMAS DE ECUACIONES

1. [2 puntos] Calcula y simplifica:

a) $16 - [5 - (-9)] + [38 - (-6)]$

b) $40 : (-2) \cdot (+7) - 6 + 5 \cdot [8 + 50 \cdot (-2)]$

c) $\frac{3}{15} - 7 - \frac{9}{10} + \frac{5}{12}$

d) $\frac{5}{16} - \frac{35}{2} : \left(6 - \frac{32}{5}\right)$

2. [2 puntos] Para tapar un ventanal de una oficina, el dueño ha comprado 18 cortinas de 0.6 m de ancho. Al final decide cambiarlas por otras más estrechas, de 45 cm de ancho. ¿Cuántas necesitará?

3. [2 puntos] Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $6x^2 + x - 1 = 0$

c) $8x^2 - 4x = 0$ (Sin usar la fórmula)

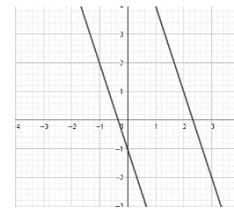
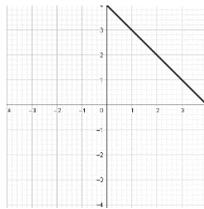
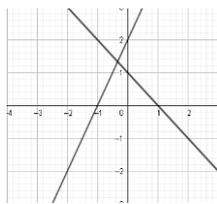
d) $4x^2 + 16 = 0$ (Sin usar la fórmula)

4. [2 puntos] Relaciona cada sistema con su representación gráfica:

$$\begin{cases} 3x + y = 7 \\ -3x - y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 2y = 8 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ -2x + y = 2 \end{cases}$$



5. a) [0.5 puntos] Plantea sin resolver el siguiente problema:

En la juguetería hay una exposición de bicicletas y triciclos. En total hay 45 vehículos, que suman 107 ruedas. ¿Cuántas bicicletas y cuántos triciclos hay?

b) [1.5 puntos] Resuelve por el MÉTODO DE IGUALACIÓN el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 4x - 7y = 5 \\ 4x - 6y = 6 \end{cases}$$

UNIDAD 7. SISTEMAS DE ECUACIONES

1. [2 puntos] Calcula y simplifica:

a) $100 + (41 - 11) - [16 - (-20) - (-4)]$

b) $10 - [5 - (-9)] : (-7) + 7 \cdot [-4 - 3 \cdot (-1)]$

c) $\frac{13}{12} + \frac{3}{15} - 9 + \frac{8}{20}$

d) $\frac{5}{12} + \frac{7}{3} : \left(\frac{4}{3} + 2\right)$

2. [2 puntos] Las acciones de una compañía han subido un 18% en 2015, pero han bajado un 12% en 2016. Si el precio inicial de la acción era de 25 €, ¿cuál es el precio final?

3. [2 puntos] Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $2x^2 + 4x - 6 = 0$

b) $5x^2 - 10x = 0$ (Sin usar la fórmula)

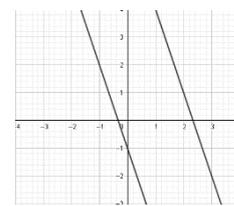
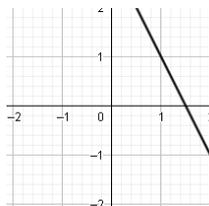
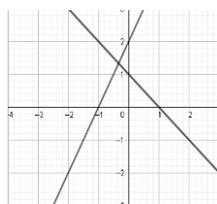
c) $3x^2 - 27 = 0$ (Sin usar la fórmula)

4. [2 puntos] Relaciona cada sistema con su representación gráfica:

$$\begin{cases} 3x + y = 7 \\ 6x + 2y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 2y = 2 \\ 2x - y = -2 \end{cases}$$



5.a) [0.5 puntos] Plantea sin resolver el siguiente problema:

En la juguetería hay una exposición de triciclos y bicicletas. En total hay 107 ruedas en los 45 vehículos que hay en la tienda. ¿Cuántos triciclos y cuántas bicicletas hay?

b) [1.5 puntos] Resuelve por el MÉTODO DE SUSTITUCIÓN el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ -2x + y = 1 \end{cases}$$