# Escolha e aplicação de métodos estatísticos por futuros professores dos primeiros anos

# Choice and application of statistical methods by prospective primary school teachers

José António Fernandes<sup>1</sup>, Carmen Batanero<sup>2</sup>, María M. Gea<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidade do Minho, <sup>2</sup>Universidade de Granada

#### Resumo

Neste artigo estudamos a adequação dos métodos estatísticos escolhidos por estudantes, futuros professores dos primeiros anos escolares, para analisar dados estatísticos, bem como a sua respetiva aplicação, em relação aos conteúdos frequências, gráficos e estatísticas. No estudo participaram 50 estudantes que se encontravam a frequentar o 2.º ano da Licenciatura em Educação Básica numa universidade do norte de Portugal. Os dados recolhidos dos estudantes foram obtidos através da aplicação de várias questões de Probabilidades e Estatística em ambiente formal de avaliação, das quais iremos aqui tratar apenas uma. Finalmente, em termos de resultados, verificou-se que os estudantes revelaram dificuldades tanto ao nível da escolha como da aplicação dos métodos estatísticos, mais acentuadas no caso da escolha dos métodos estatísticos.

**Palavras-chave**: escolha de métodos estatísticos; aplicação de métodos estatísticos; futuros professores dos primeiros anos.

#### **Abstract**

In this paper we study the adequacy of statistical methods chosen by students, prospective primary school teachers, to analyze statistical data, as well as their respective application, in relation to frequencies, graphs and statistics. The study involved 50 students who were attending the 2nd year of the Bachelor in Basic Education at a university in the north of Portugal. The data collected from the students were got through the application of several Probability and Statistics questions in a formal evaluation environment, of which we will deal with only one. Finally, in terms of results, it was verified that the students showed difficulties both in the choice and in the application of statistical methods, more pronounced in the case of choosing statistical methods.

**Keywords**: choice of statistical methods; application of statistical methods; prospective primary school teachers.

# 1. Introdução

À crescente utilização da estatística nos mais variados setores da sociedade e a nível individual vem correspondendo o aprofundamento do seu ensino nas escolas. atualmente, em portugal, as probabilidades e estatística, integradas no tema organização e tratamento de dados, fazem parte dos programas de todos os anos escolares, tanto do ensino básico como do ensino secundário (Ministério da Educação e Ciência, 2013, 2014).

Ora, a inclusão do tema de organização e tratamento de dados nos currículos escolares requer que os professores desenvolvam uma formação que lhes permita implementar um ensino de probabilidade e estatística adequado às necessidades dos alunos e do sistema de ensino. Contudo, segundo Batanero (2009), a componente de formação para ensinar estatística ainda não é um tema que, universalmente, faça parte da formação inicial dos professores. Provavelmente, no caso dos professores dos primeiros anos, esta questão é

Fernandes, J. A., Batanero, C. y Gea, M. M. (2019). Escolha e aplicação de métodos estatísticos por futuros professores dos primeiros anos. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Disponible en www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html

ainda mais grave uma vez que só muito recentemente esses conteúdos foram incluídos nos programas escolares.

No caso dos futuros professores dos primeiros anos escolares que participaram no presente estudo, eles cursaram, na universidade, uma unidade curricular semestral de probabilidades e estatística durante a sua formação inicial, o que não é muito diferente do que acontece em outras instituições portuguesas de formação destes professores. Além disso, esta unidade curricular está focada no conhecimento do conteúdo e nela não se exploram aspetos didáticos.

Assim, no âmbito da formação dos futuros professores dos primeiros anos, no presente estudo analisa-se o conhecimento estatístico destes futuros professores. Mais concretamente, estuda-se a adequação dos métodos estatísticos escolhidos pelos futuros professores para a análise de dados, métodos relativos a frequências, gráficos e estatísticas, bem como a correta implementação desses métodos. A questão da decisão sobre que métodos usar na análise estatística é a primeira etapa que deve ser superada na exploração de tarefas mais abertas, como acontece com os projetos investigativos em Estatística, sendo uma questão pouco investigada.

Nas próximas secções apresentamos o enquadramento teórico, onde se reveem alguns estudos relacionados com a problemática da pesquisa; o método de investigação, em que explicitaremos o tipo de estudo, os participantes e os métodos de recolha e análise de dados; a apresentação e discussão de resultados segundo os conteúdos frequências, gráficos e estatísticas; e, por fim, sintetizam-se as conclusões e implicações do estudo.

# 2. Enquadramento teórico e antecedentes do estudo

Numa análise estatística podemos identificar duas etapas sequenciais principais: a primeira, em que é necessário decidir quais os métodos de analise estatística que são adequados para o estudo dos dados; e a segunda, em que devem ser aplicados os métodos antes escolhidos, neste caso para determinar frequências, construir gráficos e calcular estatísticas. Ignorar a primeira etapa significa uma aprendizagem incompleta dos alunos, implicando que outos decidiram quais os métodos a usar na análise estatística. Diferentemente, a exploração de tarefas mais abertas, como sejam os projetos investigativos, requer a realização das duas etapas. Para Batanero, Díaz, Contreras e Arteaga (2011) a exploração deste tipo de tarefas é muito valorizada atualmente na medida em que aumenta a motivação dos alunos e releva o contexto e a sua natureza realista. Além disso, permite aos estudantes adquirir conhecimentos estratégicos, que se acrescentam aos conhecimentos técnicos exercitados em tarefas convencionais.

O tipo de variável estatística que queremos estudar determina em grande parte os métodos estatísticos que podem ser usados para a análise dos dados. Na impossibilidade de aplicar alguns métodos estatísticos em certas situações, porque requerem dados numéricos, frequentemente os alunos recorrem às frequências de modo a ultrapassar, assim, o problema dos valores das variáveis estatísticas qualitativas (Fernandes e Barros, 2005; Fernandes, Carvalho e Ribeiro, 2007; Fernandes, Carvalho e Correia, 2011).

Em relação aos diferentes tipos de frequências, tanto as frequências absolutas, relativas como relativas em percentagem não levantam dificuldades em termos do tipo de variável em estudo pois elas podem aplicar-se a qualquer variável estatística. Nestes

tipos de frequências, segundo Carvalho (1996), as dificuldades dos alunos manifestamse, sobretudo na determinação das frequências relativas, seja confundindo-a com outros tipos de frequências ou não usando o efetivo total de dados na sua determinação. Já no caso das frequências absolutas e relativas acumuladas a situação é diversa, já que só podem ser aplicadas a variáveis qualitativas ordinais ou quantitativas, o que exige que o aluno tenha em conta o tipo de variável em estudo.

Também o tipo de gráfico a utilizar na representação de dados está dependente do tipo de variável estatística em estudo, donde a escolha do tipo de gráfico a usar na representação dos dados é uma decisão muito importante, que condiciona o sucesso das outras etapas que se seguem. Morais e Fernandes (2011) e Fernandes, Morais e Lacaz (2011) verificaram que os alunos do 9.º ano de escolaridade revelaram muitas dificuldades na escolha dos gráficos adequados para a representação dos dados. Nos três itens propostos aos alunos, verificou-se um melhor desempenho no item que envolvia a representação gráfica de uma variável quantitativa discreta, seguindo-se o item em que se pedia a representação gráfica para comparar os valores da variável anterior segundo as categorias género masculino e feminino e, por último, um desempenho muito fraco no item em que se requeria a representação gráfica de uma variável quantitativa contínua.

Em relação aos gráficos construídos pelos alunos, no conjunto dos três itens, destacouse claramente a utilização do gráfico de barras simples. Quando este gráfico era adequado para representar a variável, verificou-se uma elevada percentagem de respostas corretas ou parcialmente corretas; quando este gráfico não era apropriado para representar a variável, verificou-se uma redução das respostas corretas e parcialmente corretas. Esta redução foi particularmente drástica no caso do item que envolvia a construção de um histograma. Neste item pouco menos de metade dos alunos não responderam e os restantes contruíram gráficos de barras, gráficos circulares, gráficos de linhas e gráficos cartesianos. Segundo Fernandes et al. (2011),

a prevalência do gráfico de barras simples pode ter sido consequência de terem sido mais trabalhados nas aulas destes alunos, além de que se trata de um gráfico de mais fácil construção do que outros tipos de gráficos, como, por exemplo, os gráficos de barras agrupados ou empilhados e os histogramas. (p. 11)

Além da escolha de um gráfico não adequado para representar os dados, os gráficos contruídos pelos alunos também apresentavam várias falhas que são documentadas na literatura (e.g., Espinel, González, Bruno e Pinto, 2009; Ruiz, Arteaga e Batanero, 2009), designadamente a ausência de título e de rótulos nos eixos, o estabelecimento de escalas não adequadas e a falta de rigor na construção do gráfico. Para Friel, Curcio e Bright (2001) esses aspetos, que eles designam por a estrutura do gráfico, são importantes pois dão-nos informação sobre o tipo de medições que estão a ser utilizadas e os dados que estão a ser medidos.

Tal como as frequências e os gráficos, também a escolha das estatísticas para resumir os dados está dependente do tipo de variável estatística a que respeitam esses dados. À exceção da moda, que é uma estatística que pode ser aplicada a qualquer tipo de variável, nenhuma das restantes medidas de localização (mediana, quartis e média) e de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão) se podem aplicar a qualquer tipo de variável estatística. Ora, como se mostra na literatura (e.g., Boaventura e Fernandes, 2004; Fernandes et al., 2007), na impossibilidade de determinar a mediana e a média, por se tratar de uma variável qualitativa nominal e de uma variável não quantitativa,

respetivamente, frequentemente os alunos recorrem às frequências para determinar tais estatísticas.

Em Fernandes et al. (2007), tendo a professora pedido a alunos do 7.º ano que calculassem a média, a moda e a mediana da cor dos olhos dos alunos da turma, verificou-se que os alunos se sentiram confusos e consideraram difícil o cálculo da mediana e da média, tendo um aluno sugerido: "Podemos passar isso a números. Púnhamos azul 1, verde 2 e por aí fora" (p. 49). Seguidamente, tendo a professora recordado que no cálculo da mediana é necessário ordenar os dados, outro aluno acrescentou: "Só se ordenássemos por ordem alfabética". Nestes breves extratos constata-se a acentuada tendência dos alunos para contornarem, erradamente, a impossibilidade de determinar as estatísticas.

Já em Boaventura e Fernandes (2004), dada a distribuição de uma variável qualitativa, foi pedido a alunos do 12.º ano a determinação, caso fosse possível, da moda, mediana e média. Constatou-se que muitos alunos do 12.º ano sentiram muitas dificuldades na resolução da tarefa, mais acentuadas no caso da mediana e da média. No caso da mediana e da média, os alunos recorreram às frequências dos valores da variável para determinarem essas estatísticas e, no caso da moda, muitos alunos indicaram a frequência em vez do valor da variável. Também em Fernandes e Barros (2005) se observaram resultados semelhantes, agora com futuros professores dos primeiros anos.

No presente estudo estudamos em que medida os futuros professores dos primeiros anos escolhem e aplicam métodos de análise estatística adequados a uma distribuição de dados envolvendo uma variável qualitativa nominal, relativamente a frequências, a gráficos e a estatísticas.

#### 3. Método de investigação

No presente estudo de natureza, fundamentalmente, descritiva estudam-se os métodos estatísticos que os estudantes, futuros professores dos primeiros anos, escolheram e aplicaram na análise de uma tarefa estatística, no que respeita às frequências, aos gráficos e às estatísticas.

Participaram no estudo 50 estudantes ( $E_i$ , com i=1,2,...,50) de uma universidade, que se encontravam a frequentar a unidade curricular de Probabilidades e Estatística, integrada no 2.º ano do curso de Licenciatura em Educação Básica. À entrada na universidade, estes estudantes tinham uma formação matemática muito variada, o que explica também perceções diversas sobre as suas dificuldades nas disciplinas de matemática que tinham frequentado na universidade, tendo afirmado ter muita dificuldade 28%, ter dificuldade 44%, ter pouca dificuldade 24% e não ter dificuldade 4%. Assim, conclui-se que quase três em cada quatro estudantes afirmaram ter dificuldades ou muitas dificuldades.

A recolha de dados foi efetuada através da aplicação de várias tarefas, em contexto de avaliação formal e depois de concluída a lecionação da disciplina de Probabilidades e Estatística. Dessas tarefas, estudamos aqui apenas uma, que se apresenta na Figura 1. Em cada item da tarefa requer-se que o estudante comece por decidir quais os tipos de análises estatísticas adequadas em termos de frequências, no item a), de gráficos, no item b), e de estatísticas, no item c). Seguidamente, esperava-se que os estudantes aplicassem essas análises, determinando as frequências, construindo os gráficos e calculando as estatísticas.

Finalmente, em termos da análise e organização de dados, começamos por apresentar os

métodos estatísticos escolhidos pelos estudantes para a análise dos dados fornecidos no enunciado da tarefa, em cada um dos três itens da tarefa, e determinam-se as frequências de estudantes que escolheram esses métodos, sendo essa informação resumida em tabelas. Seguidamente, estudou-se a correta aplicação dos métodos estatísticos escolhidos pelos estudantes, indicando-se também os tipos de erros por eles cometidos.

Na tabela seguinte estão registadas as bebidas preferidas pelos alunos de uma turma do 3.º ano, de uma escola básica.

Bebida preferida	Frequência absoluta
Água	3
Cola	9
Sumo	6
Leite	2

- **a)** Além das frequências absolutas, que outros tipos de <u>frequências</u> se podem determinar? Determine essas frequências.
- b) Que tipos de gráficos são adequados para a representação dos dados? Construa esses gráficos.
- c) Que estatísticas podem ser usadas para resumir os dados? Determine os valores dessas estatísticas.

Figura 1. Enunciado da tarefa proposta aos estudantes

# 4. Apresentação e discussão de resultados

Nesta secção apresentam-se e discutem-se os resultados obtidos segundo os conteúdos contemplados em cada um dos itens da tarefa: frequências, gráficos e estatísticas.

# 4.1. Frequências

Tratando-se de uma variável qualitativa nominal, seria adequado usar na análise frequências absolutas (que eram dadas) e frequências relativas, eventualmente em percentagem. O uso de frequências acumuladas (absolutas ou relativas) só é adequado quando a variável é do tipo qualitativa ordinal ou quantitativa uma vez que se requer a ordenação dos valores da variável. Apesar disso, para além das frequências absolutas, que eram dadas no enunciado da tarefa, os estudantes consideraram adequados vários outros tipos de frequências, que constam da Tabela 1.

Tabela 1. Tipos de frequências consideradas adequados pelos estudantes

Tipo de frequência	N.º de estudantes (em %)	
Frequências relativas	46(92)	
Frequência absolutas acumuladas	49(98)	
Frequência relativas acumuladas	47(94)	
Frequências relativas em %	8(16)	
Não responde	1(2)	

Pela Tabela 1 verifica-se que quase todos os estudantes consideraram adequado a determinação das frequências absolutas e relativas acumuladas, o que constitui um resultado problemático deste estudo pois essas frequências não podem ser usadas na análise da variável qualitativa nominal em questão. Na Figura 2 pode-se observar a resposta de um estudante que incluiu as frequências acumuladas (absolutas e relativas).

Bebida preferida	Fabsoluta	F. relation	F. absoluta ocumulado	F. relativa acumuda
Agua	3	0,45	3	0,15
Ola	9	0,45	12	0,6
Sume	6	0,3	18	0,9
Leite	2	0,1	20	1
total	-20	4		-

Figura 2. Resposta do estudante E44 ao item a)

Na determinação das respetivas frequências, muito poucos estudantes revelaram dificuldades. Especificamente, tiveram dificuldades dois estudantes nas frequências acumuladas absolutas, três nas frequências acumuladas relativas e um nas frequências relativas em percentagem. Concluiu-se, portanto, que muitos mais estudantes revelou dificuldades na escolha dos tipos de frequências adequadas do que na determinação dessas frequências, tendo sido muito poucos os estudantes que as calcularam incorretamente.

#### 4.2. Gráficos

De entre os tipos de gráficos que os estudantes tinham estudado e tendo em atenção o tipo de variável em estudo, consideram-se adequados, para a análise estatística, os gráficos de barras e circular. No entanto, diferentemente, foram selecionados pelos estudantes muitos outros tipos de gráficos, como se constata pela Tabela 2.

Tipo de gráfico	N.º de estudantes (em %)
Gráfico de barras	42(84)
Gráfico circular	37(74)
Histograma	8(16)
Gráfico de linhas	5(10)
Diagrama de extremos e quartis	1(2)
Não responde	2(4)

Pela Tabela 2 conclui-se que cerca de três em quatro estudantes, ou mesmo mais, selecionaram um gráfico de barras ou circular, que é um gráfico adequado para representar a distribuição dos dados. Entretanto, um estudante contruiu incorretamente o gráfico de barras, considerando simultaneamente as frequências absolutas e relativas nos eixos, três estudantes não construíram o gráfico circular, um estudante não construiu o histograma e outro não construiu o gráfico de linhas.

Para além dos gráficos de barras e circular, verifica-se que 28% dos estudantes afirmaram ser adequado recorrer a um histograma, a um gráfico de linhas ou a um diagrama de extremos e quartis. Na Figura 3 apresenta-se a resposta de um desses estudantes.

Neste exemplo, o estudante E18 escolheu e construiu um histograma e um gráfico de linhas para representar os dados, embora o estudante os intitule de gráficos de barras. Estes gráficos não são adequados para a análise estatística em questão, sendo que estas dificuldades também se verificaram com alunos de 9.º ano nos estudos de Morais e Fernandes (2011) e Fernandes et al. (2011).

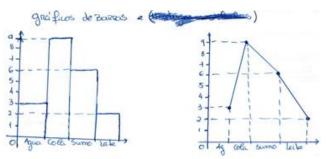


Figura 3. Resposta do estudante E18 ao item b)

Observa-se também que os gráficos do estudante E18 não têm título nem nomes nos eixos. Esta omissão aconteceu em gráficos de muitos mais estudantes, concretamente em 58 gráficos falta o título, em 23 falta o nome do eixo horizontal, em 18 falta o nome do eixo vertical e em 8 falta a legenda. No caso dos eixos, a omissão acontece nos gráficos de barras, histogramas e gráficos de linhas, enquanto a omissão da legenda acontece nos gráficos circulares. A omissão da informação do título e dos eixos dificulta a leitura e interpretação dos gráficos, constituindo, portanto, um aspeto crítico na construção dos gráficos (Friel et al., 2001).

#### 4.3. Estatísticas

Sendo a variável em estudo qualitativa nominal, de entre as estatísticas que os estudantes tinham estudado, seriam adequadas as frequências absolutas (que eram dadas) e relativas, eventualmente em percentagem, e a moda. Contudo, os estudantes consideraram adequadas muitas outras estatísticas, como se pode verificar na Tabela 3. Ao todo, 78% dos estudantes apresentaram estatísticas não adequadas à análise estatística em questão.

Tipo de estatística	N.º de estudantes (em %)	
Moda	41(82)	
Média	13(26)	
Mediana	12(24)	
Desvio padrão	7(14)	
Quartis	4(8)	
Amplitude	2(4)	
Variância	1(2)	
Não responde	6(12)	

Tabela 3. Tipos de estatísticas consideradas adequadas pelos estudantes

No caso da moda, que é a única estatística adequada que foi selecionada, nove estudantes não indicaram o seu valor correto, tendo indicado o valor da frequência em vez do valor da variável ou simplesmente referiram que não existia moda.

No caso das outras estatísticas, dois estudantes não determinaram a média, dois não determinaram a mediana, um não determinou os quartis e um não determinou a amplitude. Ainda nestas estatísticas, quase sempre, os estudantes tomaram as frequências absolutas dadas e usaram-nas para determinar os valores das respetivas estatísticas, como se exemplifica na Figura 4.

Na resolução apresentada pelo estudante E4, para além do erro na determinação desvio padrão, é claro o uso das frequências absolutas, que eram dadas no enunciado, para

determinar os valores da mediana, da média e do desvio padrão, sendo que estas estatísticas não são adequadas para o estudo da variável em questão. Esta tendência para recorrer às frequências, sobretudo quando os valores da variável não são numéricos, implica que os estudantes não adquiriram o significado das estatísticas, bem como as condições da sua aplicação, tal como também verificaram Fernandes et al. (2007), em alunos do 9.º ano, Boaventura e Fernandes (2004), em alunos do 12.º ano, e Fernandes e Barros (2005), em futuros professores dos primeiros anos.

Figura 4. Resposta do estudante E4 ao item c)

A exceção aconteceu na mediana e nos quartis, em que doisestudantes e um, respetivamente, consideraram a 1.ª letra dos valores da variável e ordenaram essas letras pela ordem dada no enunciado. Na figura 5 apresenta-se o caso da mediana.

Hoda 
$$m = H_0 = Cola (9)$$

Mediana = Cola

A A A C C C C C C C S S S S S L L

$$\frac{c+c}{2} = \frac{3c}{2c} = C = Cola = H_e$$

Figura 5. Resposta do estudante E8 ao item c)

Conforme foi referido antes, uma abordagem semelhante à do estudante E8 foi observado em alunos do 7.º ano por Fernandes et al. (2007). Esta abordagem à determinação da mediana revela-se ainda mais primitiva do que quando se recorre às frequências pois, neste caso, omite-se a questão da ordem, aspeto essencial do significado da mediana.

Tal como no caso das frequências, também nas estatísticas se verificou que os estudantes mais frequentemente escolheram uma estatística não adequada para a análise dos dados do que cometeram erros na determinação dessas estatísticas.

#### 5. Conclusões e implicações

No presente estudo indagaram-se estudantes, futuros professores dos primeiros anos, sobre as duas etapas fundamentais de um estudo estatístico: a escolha dos métodos a usar na análise estatística e a aplicação desses métodos, métodos esses relativos ao estudo de frequências, gráficos e estatísticas.

Na escolha dos métodos estatísticos, verificou-se que mais estudantes revelaram dificuldades no caso da seleção das frequências e das estatísticas. Nas frequências, quase todos os estudantes determinaram frequências acumuladas (absolutas e relativas), o que não era adequado uma vez que se estava perante uma variável estatística qualitativa nominal. Já nas estatísticas, foram escolhidas quase tantas estatísticas não

adequadas como adequadas. Embora muitos estudantes tenham identificado a moda como estatística adequada à análise dos dados, eles ignoraram as frequências absolutas e relativas enquanto estatísticas igualmente adequadas.

No caso dos gráficos, muitos estudantes escolheram o gráfico de barras e o gráfico circular para representar os dados, que são considerados gráficos adequados para tal representação. Embora apenas pouco mais de um em cada quatro estudantes tenham escolhido um gráfico não adequado, salienta-se neste caso a omissão de vários elementos do gráfico, como sejam o título e os nomes dos eixos, dificultando-se assim a leitura e interpretação do gráfico (Friel et al., 2001).

Nos estudos de Morais e Fernandes (2001) e de Fernandes et al. (2001) verificou-se que alunos do 9.º ano tiveram muitas dificuldades em escolher gráficos adequados para representar uma distribuição dada, enquanto neste estudo as dificuldades foram menos acentuadas, talvez porque os estudantes estavam mais familiarizados com os gráficos de barras e circulares.

Assim, de entre as frequências, gráficos e estatísticas, os estudantes revelaram mais dificuldades na escolha das frequências e das estatísticas, o que alarga o nosso conhecimento sobre as dificuldades dos estudantes na escolha dos gráficos, que já antes foi verificada nos estudos referidos. Subjacente às dificuldades dos estudantes na escolha das estatísticas está o facto de eles considerarem as frequências em vez dos valores das variáveis no cálculo dessas estatísticas, erro que já foi identificado em outros estudos (e.g., Boaventura e Fernandes, 2004; Fernandes et al., 2007; Fernandes et al., 2011). Já as dificuldades dos estudantes na aplicação dos métodos estatísticos escolhidos não foram tão acentuadas, especialmente no caso das frequências e das estatísticas.

Apesar das dificuldades reveladas pelos estudantes na escolha dos métodos adequados de análise estatística, tal não diminui a importância dessa escolha. A decisão sobre os métodos de análise estatística a usar é uma tarefa inerente ao estudo estatístico, que se salienta em tarefas mais abertas, de aplicação e em projetos investigativos (Batanero et al. 2011). Diferentemente, dispensar os estudantes de decidir sobre quais métodos estatísticos devem usar, porque já são especificados nos enunciados das tarefas, acentua um ensino e aprendizagem da estatística orientados para as fórmulas e os cálculos, o que é uma abordagem limitada face às recomendações atuais para o ensino da Estatística (Fernandes et al., 2007; MacGillivray e Pereira-Mendoza, 2011).

# Agradecimento

Este trabalho é financiado pelo CIEd — Centro de Investigação em Educação, UID/CED/01661/, Instituto de Educação, Universidade do Minho, através de fundos nacionais da FCT/MCTES-PT; EDU2016-74848-P (AEI, FEDER) e grupo FQM126 (Junta de Andalucía).

# Referências

Batanero, C. (2009). Retos para la formación estadística de los profesores. Em J. A. Fernandes, M. H. Martinho, F. Viseu e P. F. Correia (Eds.), *Actas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 52-71). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.

Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J. M. e Arteaga, P. (2011). Enseñanza de la estadística

- a través de proyectos. Em C. Batanero e C. Díaz (Eds.), *Estadística con proyectos* (pp. 9-46). Granada: Universidad de Granada.
- Boaventura, M. G. e Fernandes, J. A. (2004). Dificuldades de alunos do 12.º ano nas medidas de tendência central: O contributo dos manuais escolares. Em J. A. Fernandes, M. V. Sousa e S. A. Ribeiro (Eds.), *Ensino e aprendizagem de probabilidades e estatística Actas do I Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 103-126). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Carvalho, C. (1996). Algumas questões em torno de tarefas estatísticas com alunos do 7.º ano. Em A. Roque e M. J. Lagarto (Eds.), *Actas do ProfMat 96* (pp. 165-171). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Espinel, M. C., González, M. T., Bruno, A. e Pinto, J. (2009). Las gráficas estadísticas. Em L. Serrano (Ed.), *Tendencias actuales de la investigación en educación estocástica* (pp.57-74). Málaga: Gráficas San Pancracio.
- Fernandes, J. A. e Barros, P. M. (2005). Dificuldades de futuros professores do 1.º e 2.º ciclos em estocástica. Em *Actas do V Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática* (CIBEM) (13 pp.), Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, 17-22 de julho.
- Fernandes, J. A., Carvalho, C. e Correia, P. F. (2011). Contributos para a Caracterização do Ensino da Estatística nas Escolas. *Boletim de Educação Matemática* (*BOLEMA*), 24(39), 585-606.
- Fernandes, J. A., Carvalho, C. e Ribeiro, S. A. (2007). Caracterização e implementação de tarefas de Estatística: um exemplo no 7.º ano de escolaridade. *Zetetiké*, *15*(28), 27-61.
- Fernandes, J. A., Morais, P. C. e Lacaz, T. V. S. (2011). Representação de dados através de gráficos estatísticos por alunos do 9º ano de escolaridade. *Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática*, Recife, Brasil, 26-30 junho de 2011.
- Friel, S., Curcio, F. e Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- MacGillivray, H. e Pereira-Mendoza, L. (2011). Teaching statistical thinking through investigative projects. Em C. Batanero, G. Burril e C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics Challenges for teaching and teacher education: A joint ICMI/IASE study* (pp. 109-120). New York: Springer.
- Ministério da Educação e Ciência. (2013). *Programa de matemática para o ensino básico*. Lisboa: Autor.
- Ministério da Educação e Ciência (2014). *Programa de Matemática A Ensino Secundário*. Lisboa: Autor.
- Morais, P. C. e Fernandes, J. A. (2011). Realização de duas tarefas sobre construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos por alunos do 9º ano. Em *Actas do XXII Seminário de Investigação em Educação Matemática (XXII SIEM)*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Ruiz, B., Arteaga, P. e Batanero, C. (2009). Competencias de futuros profesores en la comparación de datos. Em L. Serrano (Ed.), *Tendencias actuales de la investigación en educación estocástica* (pp. 57-74). Melilla: Grupo de Investigación en Educación Estadística.