

ESTUDIO DE PROCESOS DE COLISION EN ^{12}C
A TRAVES DE UNA DESCRIPCION DEFORMADA
Y CORRELACIONADA

Miguel Vega Lopez

GRANADA 1984



Biblioteca Universitaria de Granada



01533601

16/5

R. 33.567



T
12
30

12

ESTUDIO DE PROCESOS DE COLISION EN C
 A TRAVES DE UNA DESCRIPCION
 DEFORMADA Y CORRELACIONADA

Tesis para optar al grado de Doctor en Ciencias, Seccion de Fisicas por

MIGUEL VEGA LOPEZ

Realizada bajo la direccion del Catedratico de Fisica Atomica y Nuclear,
 Dr. D. Rafael Guardiola Barcena, y juzgada el dia 28 de Septiembre de
 1984, en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Granada, por el
 siguiente tribunal:

PRESIDENTE: Prof. Dr. D. RAFAEL GUARDIOLA BARCENA, Catedratico de esta
 Universidad

VOCALES: Prof. Dr. D. JOSE MARIA GOMEZ GOMEZ, Catedratico de la
 Universidad de Salamanca

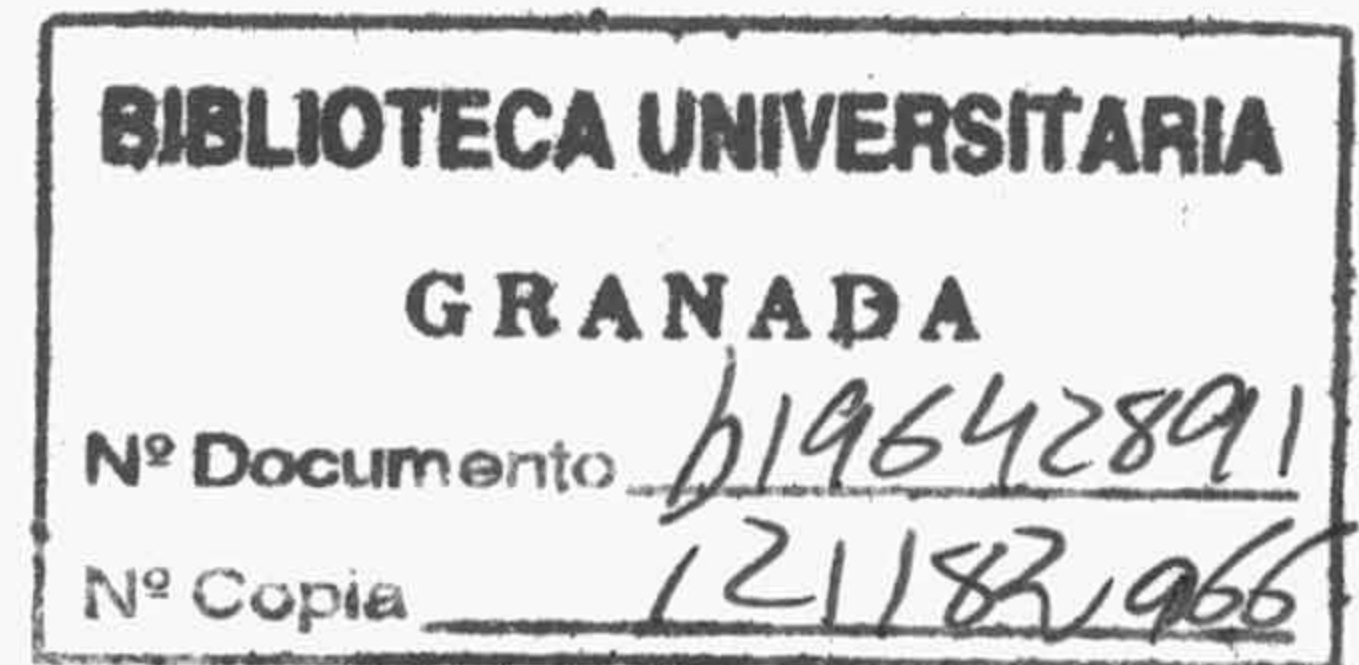
Prof. Dr. D. MANUEL BARRANCO GOMEZ, Profesor titular de la
 Universidad Central de
 Barcelona

Prof. Dr. D. ARTURO POLLS MARTI, Profesor titular de la
 Universidad Central de
 Barcelona

SECRETARIO: Prof. Dr. D. JESUS SANCHEZ-DEHESA MORENO-CID, Profesor titu-
 lar de esta Universidad.

Calificacion obtenida:

SOBRESALIENTE CUM LAUDE



A handwritten signature in black ink, appearing to be a stylized name.

16/5

R, 33,567



ESTUDIO DE PROCESOS DE COLISION EN ^{12}C
A TRAVES DE UNA DESCRIPCION DEFORMADA
Y CORRELACIONADA

Miguel Vega Lopez

GRANADA 1984

DEPARTAMENTO DE FISICA NUCLEAR

Facultad de Ciencias

Universidad de Granada

(Spain)

Teléf. (958) 27 42 08

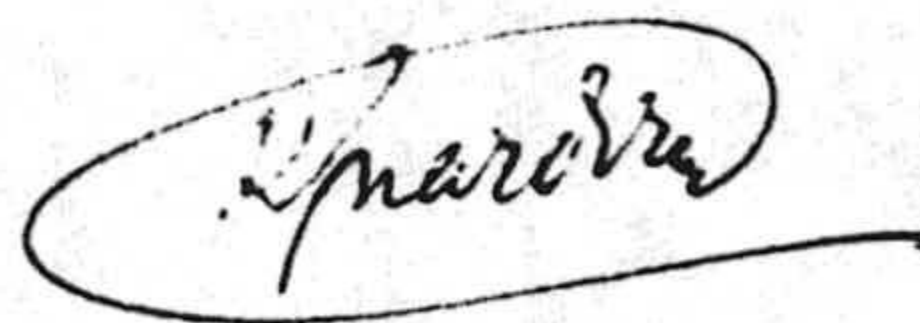
Int. 34 - 58 - 274208

RAFAEL GUARDIOLA BARCENA, Catedrático de Física Atómica y Nuclear y Director del Departamento de Física Nuclear de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Granada

CERTIFICO: Que la presente memoria " Estudio de procesos de colisión en ^{12}C a través de una descripción deformada y correlacionada " ha sido realizada por D. Miguel Vega Lopez, Profesor Ayudante de este Departamento, bajo mi dirección y constituye su Tesis para optar al grado de Doctor en Ciencias Físicas.

Y para que así conste, en cumplimiento de la legislación vigente, presento y apadrino la referida Tesis ante la Facultad de Ciencias de esta Universidad.

Granada, a siete de Septiembre de 1984



Quiero dejar constancia de mi agradecimiento
a todos los compañeros del Departamento de Física
Nuclear



A Pilar

INDICE

I.	<u>INTRODUCCION.</u>	1
	A. LAS CORRELACIONES DE CORTO ALCANCE.	1
	B. LA DEFORMACION INTRINSECA DEL ^{12}C .	4
	C. ESQUEMA DE LA MEMORIA.	8
II.	<u>MODELO NUCLEAR.</u>	10
	A. FUNCION DE ONDA.	10
	A.1. Funciones monoparticulares.	10
	A.2. El determinante de Slater.	12
	A.3. Proyección de momento angular.	14
	A.4. Proyección de centro de masas.	16
	A.5. Inclusión de correlaciones de corto alcance.	19
	B. CALCULO DE ELEMENTOS DE MATRIZ.	22
	B.1. Expansión en clusters.	22
	B.2. Proyección de centro de masas.	30
	B.3. Cálculo de elementos de matriz de operadores entre determinantes de Slater.	31
III.	<u>ESTUDIO DE LA COLISION CON ELECTRONES.</u>	37
	A. DESCRIPCION DEL PROCESO DE INTERACCION.	37
	B. ESTUDIO DE LA BIBLIOGRAFIA.	39
	B.1. Funciones deformadas.	39
	B.2. Modelos de partícula alfa.	41
	B.3. Estudio con correlaciones de corto alcance.	43
	B.4. Otros trabajos.	44
	C. CALCULO DE LOS FACTORES DE FORMA.	45
IV.	<u>ESTUDIO DE LA COLISION CON PROTONES A ALTA ENERGIA.</u>	53
	A. DESCRIPCION DEL PROCESO DE COLISION.	53
	B. ESTUDIO DE LA BIBLIOGRAFIA.	57
	B.1. Estudios independientes del modelo.	58
	B.2. Modelos microscópicos.	59
	C. CALCULO DE LA AMPLITUD GLAUBER.	60

V. <u>RESULTADOS Y DISCUSION.</u>	69
A. COLISION CON ELECTRONES.	69
A.1. Factores de forma de las funciones variacionales.	70
A.2. Ajuste al factor de forma del estado fundamental.	75
B. COLISION CON PROTONES.	86
<u>APENDICE A.I.</u> Algunos detalles del cálculo de los factores de forma.	90
<u>APENDICE A.II.</u> Invariancia bajo cambios de escala del factor de forma.	98
<u>BIBLIOGRAFIA.</u>	100
<u>TABLAS.</u>	103
<u>FIGURAS.</u>	112

I

INTRODUCCION

Los procesos de colisión de electrones y de protones de alta energía con el núcleo del ^{12}C han sido ya estudiados usando varios modelos nucleares. Hasta el momento ningún modelo de tipo microscópico ha conseguido explicar simultáneamente los datos experimentales correspondientes a estos dos procesos.

El objetivo de este trabajo es estudiar la colisión elástica y la excitación de los estados 2^+ (4.43 MeV) y 4^+ (14.08 MeV) del ^{12}C , mediante una descripción deformada y correlacionada.

Comenzaremos profundizando en el estudio de los dos ingredientes básicos de nuestro modelo: las correlaciones de corto alcance y la deformación intrínseca del ^{12}C .

I.A LAS CORRELACIONES DE CORTO ALCANCE

Las correlaciones de corto alcance surgen ante la necesidad de tener en cuenta la presencia del hard core en las fuerzas nucleares. Se llama hard core a la fuerte barrera repulsiva que presenta a cortas distancias el potencial internucleónico. La justificación experimental para la introducción del hard core es bien conocida ⁽¹⁾: el cambio de signo de los desfasajes de la colisión de nucleones libres a unos 300 MeV de energía cinética en el sistema centro de masas.

Como consecuencia de esto, al menos desde un punto de vista formal, la solución al problema del núcleo tendría que ser bien distinta de la que propone el modelo de capas. En este último se supone que los nucleones se mueven, independientemente unos de otros, en un pozo de potencial resultante del promedio de las interacciones nucleón-nucleón. Las únicas correlaciones que se tienen en cuenta en este modelo son las correlaciones tipo Pauli, exigiendo que la función de onda del núcleo esté antisimetrizada.

Sin embargo, de la comparación con el experimento se deduce que el modelo de capas funciona bastante bien. Este hecho, junto con nuestra incapacidad para resolver el problema de muchos cuerpos de forma exacta, nos fuerza a usar algún tipo de aproximación en el que el punto de partida sea una función de onda tipo modelo de capas.

Hasta el momento hay tres aproximaciones al problema:

- 1) La teoría de Brueckner-Bethe-Goldstone⁽²⁾
- 2) La teoría de Jastrow⁽³⁾
- 3) El formalismo de coupled clusters, también llamado teoría $\exp(S)$ ⁽⁷⁰⁾

La teoría BBG ha sido aplicada fundamentalmente en materia nuclear. Su aplicación al estudio de núcleos finitos se lleva a cabo a través de la denominada "aproximación dependiente de la densidad". La idea fundamental de esta aproximación es suponer que la solución en un determinado punto del núcleo es la misma que se obtiene en materia nuclear cuando la densidad es la que se da en el referido punto del núcleo.

Nosotros usaremos la teoría de Jastrow. Esta teoría propone una función de onda de la forma

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A) = \prod_{i < j} f(\vec{r}_i - \vec{r}_j) \Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A) \quad (I.1)$$

donde Φ es un determinante de Slater, o una combinación lineal de estos, y la función de correlación $h(\vec{r}_i - \vec{r}_j) = 1 - f(\vec{r}_i - \vec{r}_j)$ toma valores apreciables solo a cortas distancias, mientras que a largas distancias

$$h(\vec{r}_i - \vec{r}_j) \rightarrow 0 \quad \text{para } |\vec{r}_i - \vec{r}_j| \rightarrow \infty \quad (I.2)$$

En el caso de interacciones con un hard core, $f(\vec{r}_i - \vec{r}_j)$ es nula a distancias menores que el radio del core. En general, $f(\vec{r}_i - \vec{r}_j)$ será pequeña en la zona repulsiva del potencial.

La solución del problema se determina usando el método variacional; es decir resolviendo la ecuación

$$\delta \left[\frac{\langle \Psi | H | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} \right] = 0 \quad (I.3)$$

Lo que se pretende al introducir una función de onda de la forma (I.1) es forzar a la densidad a dos cuerpos a ser pequeña para distancias relativas menores que el radio del core, para contrarrestar su acción.

El cálculo de una expresión de la forma (I.3) es muy complejo, se trata de una integral de A cuerpos. De ahí la necesidad de introducir algún método de cálculo aproximativo. De entre estos métodos los más importantes son:

- 1) Los métodos de cadenas Hiperentrelazadas (FHNC ⁽⁴⁾)
- 2) El método de Montecarlo ⁽⁵⁾
- 3) Las expansiones en clusters

Los dos primeros métodos se han aplicado en materia nuclear, y el último se aplica también al estudio de núcleos finitos.

De entre las expansiones en clusters la que mejor comportamiento muestra en su aplicación al estudio de núcleos finitos es la FAHT (Factor Aviles Hartog Tolheek), introducida en ⁽⁶⁾. Y esta será la que nosotros usemos, más concretamente una extensión de la misma para el cálculo de elementos de matriz no diagonales ⁽⁷⁾.

Usando esta técnica se han llevado a cabo muchos estudios sobre núcleos finitos ⁽⁸⁻¹²⁾⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾. También se ha estudiado la convergencia de la expansión en cluster ⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾.

En la figura 1, tomada de la referencia ⁽¹⁶⁾, se muestra la sistemática que siguen las energías de enlace por nucleón, en los núcleos 4n. Esta figura puede servir de punto de referencia acerca de lo interesante de este tipo de estudios.



Pero nuestro problema, a pesar de la introducción de una aproximación tipo expansión en clusters, sigue siendo un problema bastante complejo de cálculo. Esto último restringe muy seriamente el rango de aplicabilidad de la teoría.

De hecho, en todos los cálculos citados anteriormente, menos en uno⁽¹⁶⁾, se han usado como funciones no correlacionadas (Φ en la expresión (I.1)) funciones del modelo SU(3). En la tesis de E. Buendía⁽¹⁶⁾, trabajo que guarda una estrecha relación con el nuestro, se propone una descripción deformada y correlacionada para los núcleos ^{12}C y ^8Be .

El interés que supone llevar a cabo un estudio de este tipo es doble. Por una parte nos permite profundizar en el estudio de las correlaciones de corto alcance en núcleos finitos. Pero es que además el núcleo del ^{12}C ha sido estudiado usando muchos modelos nucleares, y ninguno ha conseguido un acuerdo aceptable con todo el conjunto de datos experimentales. En este último sentido la situación cambia drásticamente respecto a la del núcleo ^{16}O .

Los núcleos del ^{12}C y ^8Be rompían la sistemática de energías de ligadura por nucleón que guardaban el resto de los núcleos $4n$ calculados usando funciones del tipo SU(3). Esto puede observarse en la figura 1, y también puede observarse cómo la introducción de una descripción deformada y correlacionada restaura la referida sistemática.

I.B. LA DEFORMACION INTRINSECA DEL ^{12}C

La presencia de una deformación intrínseca en el núcleo del ^{12}C está ampliamente aceptada. Sería muy difícil citar todos los trabajos que se han escrito sobre el tema. Señalaremos únicamente lo siguiente:

- 1) En un cálculo tipo Hartree-Fock⁽¹⁷⁾, usando una función de onda con simetría axial se obtiene una deformación oblate para el ^{12}C ; esta solución está más ligada que la solución esférica. J.L. Friar⁽¹⁸⁾ ha argumentado que con la inclusión de un término spin-órbita en la interacción residual, no tenido en cuenta en⁽¹⁷⁾, queda más ligada la solución esférica. Pero según⁽¹⁹⁾ en el trabajo de J.L. Friar se sobreestimó la contribución del término spin-órbita,

y el uso de un potencial más realista vuelve a dar como resultado una solución deformada.

2) Un cálculo⁽²⁰⁾ en el modelo de partículas alfa da como resultado una configuración triangular para este núcleo, que presenta una deformación intrínseca oblate. También se obtiene una deformación cuadrupolar en un cálculo⁽²¹⁾ en el modelo de grupo resonante de tres partículas alfa. Con respecto a este último trabajo, es interesante señalar que cuando se estudian los estados 0^+ (g.s.), 2^+ (4.43 MeV) y 4^+ (14.08 MeV) se observa un suave efecto de antiensanchamiento (antistretching). Este efecto consiste en la presencia de una deformación intrínseca menor para los estados de mayor momento angular en una banda rotacional.

3) Un cálculo variacional⁽²³⁾ usando funciones de oscilador armónico deformado, con proyección de momento angular y corrección de centro de masas, muestra la presencia de una deformación intrínseca en el ^{12}C . A la misma conclusión se llega en el ya referido trabajo de E. Buendía⁽¹⁶⁾, en el que se usa un modelo de este tipo pero con la inclusión de correlaciones de corto alcance.

4) Un cálculo⁽²²⁾ en el modelo de Nilsson de los factores de forma del estado fundamental, y de los estados 2^+ y 4^+ también muestra la presencia de una deformación cuadrupolar. Si bien, es importante señalar que sólo se consigue ajustar los tres factores de forma mediante la introducción de una deformación hexadecapolar.

5) El estudio de la colisión de protones de 1 GeV con el núcleo ^{12}C (31-33) muestra también la presencia de una deformación cuadrupolar.

Sin embargo estos modelos presentan problemas cuando tratan de describir el proceso de colisión con electrones. El ajuste con los factores de forma experimentales es, en general, malo para valores altos del momento transferido al núcleo por el electrón incidente.

Además el factor de forma del estado fundamental se ajusta mejor usando funciones esféricas. A esta conclusión se llega usando funciones monoparticulares de un oscilador armónico deformado⁽³⁴⁾⁽³³⁾, o funciones provenientes de un cálculo Hartree-Fock⁽¹⁸⁾⁽³⁵⁾.

Este problema parece ser menos agudo en el modelo de partícula alfa. Las funciones que se obtienen en un cálculo variacional, ajustan bien el factor de forma del estado fundamental para valores bajos del momento transferido⁽³⁶⁾. Pero si se intentan ajustar los factores de forma del 2^+ y 4^+ , se obtiene un efecto de ensanchamiento⁽³⁷⁾, contrariamente a lo que predice un cálculo variacional en este modelo⁽³⁶⁾. Y además los valores de los parámetros que se obtienen de un ajuste a la sección eficaz del proceso de colisión con protones, son distintos de los que ajustan el factor de forma del estado fundamental⁽³⁸⁾.

Únicamente en un cálculo usando el modelo colectivo rotacional⁽³¹⁾ se puede conseguir un "acuerdo general aceptable" con los datos experimentales correspondientes a los dos procesos. Debe notarse que este estudio no es una descripción microscópica.

Las funciones provenientes del ya citado cálculo en el modelo de grupo resonante de tres partículas alfa⁽²¹⁾ consiguen un acuerdo aceptable simultáneo con todos los factores de forma. Hasta el momento no se ha realizado ningún cálculo en este modelo de la sección eficaz para la colisión de protones con ^{12}C . Si bien sería deseable la inclusión de correlaciones de corto alcance en este modelo, de momento no nos parece una alternativa viable.

La discrepancia entre las conclusiones que se obtienen del estudio de los dos tipos de proceso de colisión, es una de las principales motivaciones para la realización de este trabajo.

Por último quisieramos señalar la relación que guardan nuestras funciones de onda intrínsecamente deformadas con las del modelo rotacional. Ya ha sido señalado⁽¹⁸⁾ que asignar el carácter de banda rotacional a un conjunto de sólo tres estados, puede considerarse más una suposición aventurada que un argumento serio. Pero el uso de nuestras funciones de onda intrínsecamente deformadas se basa más en la serie de argumentos anteriormente expuestos que en ningún tipo de prejuicio. Es más, el comportamiento de las funciones de onda de nuestro modelo puede alejarse bastante del comportamiento típicamente rotacional, que podemos encontrar entre los núcleos pesados.

Nuestra función de onda está construida mediante un proyector de

Peierls y Yoccoz⁽²⁵⁾, en el que las variables angulares aparecen integradas como coordenadas generatrices del método de Hill-Wheeler⁽²⁶⁾.

Tenemos que

$$|\Psi_{MK}^J\rangle = \frac{(2J+1)}{8\pi^2 N_{JM}} \int d\hat{\Omega} D_{MK}^J(\hat{\Omega}) R(\hat{\Omega}) |\psi\rangle \quad (I.4)$$

Siendo

$$R(\hat{\Omega}) = e^{-i\alpha J_z} e^{-i\beta J_y} e^{-i\gamma J_z} \quad , \text{Rotacion de angulos } (\alpha, \beta, \gamma)$$

$$D_{MK}^J(\hat{\Omega}) = \langle JM | R(\hat{\Omega}) | JK \rangle \quad , \text{matrices de rotacion} \quad (I.5)$$

y $d\hat{\Omega} = d\alpha d(\cos\beta) d\gamma$, elemento de volumen

y $|\psi_K\rangle$ nuestra función deformada, con simetría axial y por tanto con un valor bien definido de J_z igual a K . En nuestro caso K toma el valor cero, y por tanto la integración en $d\hat{\Omega}$ en (I.4) sólo contribuye con un factor 2π . Sobre la construcción de la función de onda hablaremos con detalle en el capítulo II.

En cambio la función de onda de los estados de una banda rotacional, para un estado intrínseco con simetría axial y un valor propio de J_z $K=0$, viene dada en la aproximación adiabática como⁽²⁷⁾

$$\Psi_{OJM} = \left[\frac{2J+1}{8\pi^2} \right]^{1/2} D_{MO}^J(\hat{\Omega}) \psi_0(q) \quad (I.6)$$

donde las q son las coordenadas internas referidas al sistema de referencia solidario con el cuerpo, y los ángulos $\hat{\Omega}$ nos dan la situación de este sistema referido al sistema laboratorio.

Pues bien, una función de onda de la forma (I.4) solamente cumple la ley de crecimiento de las energías $E(J) \propto J(J+1)$, y las conocidas reglas

para las probabilidades de transición $B(E2)^{(27)}$, en el caso en el que el elemento de matriz $\langle \psi_K | R(\hat{\Omega}) | \psi_K \rangle$ sea una función muy picuda de $\hat{\Omega}$, alrededor de un ángulo $\hat{\Omega}_0^{(28)}$.

Para funciones construidas llenando capas de un oscilador armónico deformado, la condición anterior sólo se cumple para deformaciones grandes⁽²⁴⁾. La ley $J(J+1)$ se cumple también en el límite SU(3), pero las probabilidades de transición guardan entre sí relaciones distintas a las típicamente rotacionales⁽²⁴⁾.

En la figura 2, tomada de la referencia⁽²⁴⁾, puede observarse cómo varían las energías de los miembros de la "banda" respecto a la energía del estado fundamental en función de la deformación. Las energías están calculadas usando funciones de un oscilador armónico deformado, proyectadas de momento angular, y con el potencial B1 de Brink-Boeker⁽²⁹⁾. Como puede observarse estas curvas presentan un máximo. A la izquierda de este, la pendiente es positiva; y por tanto si el estado fundamental se encuentra en esta zona a los estados con mayor momento angular les corresponderá una deformación menor que al estado fundamental. Ya hemos citado la presencia de este fenómeno de antiensanchamiento en otros modelos. A la derecha del máximo (para deformaciones mayores) la situación es la contraria.

En la misma figura puede verse cómo el estado fundamental, determinado mediante el método de Hartree-Fock proyectado, está situado a la izquierda del máximo.

En la figura 3, tomada de la referencia⁽¹⁶⁾, se muestra un estudio del mismo tipo pero con la inclusión de correlaciones de corto alcance. Podemos observar que el comportamiento es básicamente el mismo, si bien la inclusión de correlaciones hace más importante el fenómeno de antiensanchamiento.

I.C ESQUEMA DE LA MEMORIA

En el capítulo II serán descritas las funciones de onda del modelo, y las líneas generales del cálculo de elementos de matriz para estas funciones.

Los capítulos III y IV tratarán sobre la teoría usada para los

procesos de colisión con electrones y protones. Así mismo, se aplicarán a cada caso concreto las técnicas de cálculo desarrolladas en el capítulo II.

En el capítulo V se exponen y discuten los resultados obtenidos para dos tipos de funciones de onda:

1) Las obtenidas mediante un cálculo variacional en la tesis de E. Buendía⁽¹⁶⁾

2) Las obtenidas mediante un ajuste χ^2 del factor de forma del estado fundamental.

Las conclusiones de este trabajo se exponen a lo largo de este capítulo.

II

MODELO NUCLEAR

II.A FUNCIÓN DE ONDA

Pretendemos construir funciones de onda para el estado fundamental 0^+ , y para los estados excitados 2^+ (4.43 MeV) y 4^+ (14.08 MeV) del ^{12}C . Nuestras funciones deben poseer valores bien definidos para el momento angular total J . Además incluiremos correlaciones de corto alcance, y serán funciones de onda intrínsecas, es decir, invariantes bajo traslaciones.

Nuestro punto de partida será un determinante de Slater cuyos estados monoparticulares son estados propios de un potencial de oscilador armónico deformado.

A continuación analizaremos cada uno de los componentes de la función de onda.

II.A.1 Funciones monoparticulares

El hamiltoniano correspondiente al oscilador armónico deformado es

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m \left\{ w_s^2 (x^2 + y^2) + w_z^2 z^2 \right\} \quad (\text{II.1})$$

Definimos operadores de creación y destrucción de la siguiente forma

$$a_{x_i}^{\pm}(\alpha) = \frac{1}{2} \left(\alpha^{1/2} x_i \mp i \frac{1}{\hbar} \alpha^{-1/2} p_i \right) \quad (\text{II.2})$$

que guardan entre si las siguientes relaciones de conmutación

$$[a_{x_i}^+(\alpha), a_{x_j}^\pm(\alpha')] = \frac{1}{4} \{ (\alpha^{1/2} - \alpha^{-1/2})(\alpha', 1/2 \pm \alpha', -1/2) - (\alpha^{1/2} + \alpha^{-1/2})(\alpha', 1/2 \mp \alpha', -1/2) \} \delta_{i,j} \quad (\text{II.3})$$

Usando estos operadores podremos expresar el hamiltoniano H como

$$H = \hbar\omega_s \{ 1 + a_x^+(\alpha) a_x^-(\alpha) + a_y^+(\alpha) a_y^-(\alpha) \} + \hbar\omega_z \{ \frac{1}{2} + a_z^+(\alpha d^2) a_z^-(\alpha d^2) \} \quad (\text{II.4})$$

donde hemos usado la notación siguiente

$$\alpha = \frac{m\omega_s}{\hbar} \quad (\text{ es el parametro de oscilador, con dimension } [\alpha] = L^{-2}) \quad (\text{II.5})$$

$$d = \sqrt{\frac{\omega_z}{\omega_s}} \quad (d \text{ es el parametro de deformacion, adimensional})$$

Los estados propios de H son

$$|(\alpha, d); (n_x, n_y, n_z)\rangle = [(n_x!)(n_y!)(n_z!)]^{-1/2} a_x^+(\alpha)^{n_x} a_y^+(\alpha)^{n_y} a_z^+(\alpha d^2)^{n_z} |(\alpha, d); (0, 0, 0)\rangle \quad (\text{II.6})$$

y para los valores propios tenemos

$$H |(\alpha, d); (n_x, n_y, n_z)\rangle = [\hbar\omega_s (1 + n_x + n_y) + \hbar\omega_z (\frac{1}{2} + n_z)] |(\alpha, d); (n_x, n_y, n_z)\rangle \quad (\text{II.7})$$

El estado fundamental $|(\alpha, d); (0, 0, 0)\rangle$ queda definido por la ecuación

$$a_x^-(\alpha) a_y^-(\alpha) a_z^-(\alpha d^2) |(\alpha, d); (0, 0, 0)\rangle = 0 \quad (\text{II.8})$$

En concreto las funciones que a nosotros nos interesan son

$$\begin{aligned} \vec{r} |(\alpha, d); (0, 0, 0)\rangle &= \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/4} d^{1/2} \exp -\frac{1}{2} (\alpha r^2 + \rho z^2) \\ \vec{r} |(\alpha, d); (1, 0, 0)\rangle &= (2\alpha)^{1/2} x \vec{r} |(\alpha, d); (0, 0, 0)\rangle \\ \vec{r} |(\alpha, d); (0, 1, 0)\rangle &= (2\alpha)^{1/2} y \vec{r} |(\alpha, d); (0, 0, 0)\rangle \\ \vec{r} |(\alpha, d); (0, 0, 1)\rangle &= d (2\alpha)^{1/2} z \vec{r} |(\alpha, d); (0, 0, 0)\rangle \end{aligned} \quad (\text{II.9})$$

donde el parámetro ρ viene dado como

$$\rho = \alpha(d^2 - 1) \quad (\text{II.10})$$

II.A.2 El determinante de Slater

Nuestro determinante de Slater, que llamaremos $|(\alpha, d)\psi\rangle$, tendrá la configuración $\{(0, 0, 0)^4, (1, 0, 0)^4, (0, 1, 0)^4\}$, guardando la simetría de spin-isospin SU(4).

En el límite de no deformación ($d=1$) $|(\alpha, d)\psi\rangle$ es una función del modelo SU(3), concretamente la función con $(\lambda, \mu) = (0, 4)$. Esta función no tiene un momento angular bien definido, sino que es una mezcla de estados con $J = 0$, $J = 2$ y $J = 4$ ⁽⁴²⁾.

La función deformada contiene un número ilimitado de componentes con valores pares de J . Esto es debido a la presencia del factor $\exp(-1/2\rho z^2)$ en las funciones monoparticulares.



El determinante de Slater $|(\alpha, d)\psi\rangle$ tiene dos propiedades importantes:

a) $|(\alpha, d)\psi\rangle$ tiene un valor bien definido para la tercera componente del momento angular J_z

$$J_z |(\alpha, d)\psi\rangle = 0 \quad (\text{II.11})$$

Por tanto $|(\alpha, d)\psi\rangle$ tiene simetría de rotación alrededor del eje Z; como además es de paridad positiva, posee simetría de reflexión respecto al plano XY.

La relación (II.11) es fácilmente demostrable. Puesto que el subespacio generado por los estados $\{|(\alpha, d); (0, 0, 0)\rangle, |(\alpha, d); (1, 0, 0)\rangle, |(\alpha, d); (0, 1, 0)\rangle\}$ es invariante bajo rotaciones en el plano XY, una rotación genera una transformación ortogonal entre los estados de este subespacio, que deja inalterado el determinante de Slater.

Por otra parte, una inversión espacial provoca un cambio de signo en un número par de filas del determinante, y por tanto este tiene paridad positiva.

b) Si se llenan las capas de oscilador en forma creciente y sin saltar ninguna, $|(\alpha, d)\psi\rangle$ se factoriza de forma exacta en una parte que depende de coordenadas intrínsecas, y otra que sólo depende de las coordenadas del centro de masas ⁽⁴³⁾. Tenemos que

$$\langle \vec{r} |(\alpha, d)\psi\rangle = \langle \vec{R} | G \rangle \langle \vec{\xi} | f_{int} \rangle, \text{ donde } \vec{R} = \frac{1}{A} \sum_i \vec{r}_i, \text{ las } \vec{\xi} \text{ son coordenadas intrínsecas,} \quad (\text{II.12})$$

$$\text{y } \langle \vec{R} | G \rangle = \exp -\frac{A}{2} (\alpha R^2 + \rho Z^2)$$

En esta expresión A es el número másico, y \vec{Z} es la tercera componente de \vec{R} .

II.A.3 Proyección de momento angular

Ya hemos comentado que el determinante de Slater $|(\alpha, d)\psi\rangle$ no tiene un valor bien definido para el momento angular total J . Este problema será resuelto mediante el uso de un proyector de Peierls-Yoccoz ⁽²⁵⁾. Nuestras funciones con momento angular bien definido quedarán de la siguiente forma:

$$|(\alpha, d); \psi_{JM}^J\rangle = (N_{JM})^{-1/2} P_{MO}^J |(\alpha, d)\psi\rangle, \text{ donde } N_{JM} \text{ es un factor de normalizacion} \quad (\text{II.13})$$

$$y \quad P_{MK}^J = \frac{2J+1}{8\pi} \int d\hat{\Omega} D_{MK}^{J*}(\hat{\Omega}) R(\hat{\Omega}), \text{ siendo } d\hat{\Omega} = d\gamma_1 d\cos\beta d\gamma_2 \quad (\text{II.14})$$

En esta última expresión hemos usado la misma notación que en (I.5).

Es fácilmente demostrable que debido a la propiedad (II.11) de $|(\alpha, d)\psi\rangle$

$$P_{MK}^J |(\alpha, d)\psi\rangle = 0, \quad \forall K \neq 0 \quad (\text{II.15})$$

En realidad los operadores P_{MK}^J únicamente son proyectores en el caso en que $M = K$. En general tenemos que

$$P_{MK}^J P_{MK}^J = \delta_{M,K} P_{MM}^J \quad (\text{II.16})$$

El resultado de aplicar el conjunto de los $(2J+1)$ operadores P_{MO}^J sobre la función $|(\alpha, d)\psi\rangle$ es la obtención de una representación irreducible del grupo de rotaciones $SO(3)$, de dimension $(2J+1)$.

Esto puede verse teniendo en cuenta la siguiente relacion

$$R(\hat{\Omega}) P_{MK}^J = \sum_{M'} D_{M'M}^J(\hat{\Omega}) P_{M'K}^J \quad (\text{II.17})$$

de forma que se cumple que

$$R(\hat{\Omega}) |(\alpha, d); \Psi_{JM}\rangle = \sum_{M'} D_{M', M}^J(\hat{\Omega}) |(\alpha, d); \Psi_{JM'}\rangle \quad (\text{II.18})$$

Para obtener esta expresión es necesario tener en cuenta la independencia del factor de normalización N_{JM} respecto al valor de M . Tenemos que

$$N_{JM} = \langle (\alpha, d) \psi | (P_{MO}^J)^\dagger P_{MO}^J | (\alpha, d) \psi \rangle \quad (\text{II.19})$$

como se cumple que $(P_{MO}^J)^\dagger P_{MO}^J = P_{00}^J$ (II.20)

tendremos que $N_{JM} = \langle (\alpha, d) \psi | P_{00}^J | (\alpha, d) \psi \rangle$ (II.21)

Por último reescribiremos la función $|(\alpha, d); \Psi\rangle$ (II.13) teniendo en cuenta la simetría axial de $|(\alpha, d) \psi\rangle$ para suprimir la integración en el ángulo γ_2 ; así tendremos que

$$|(\alpha, d) \Psi_{JM}\rangle = (N_J)^{-1/2} \frac{2J+1}{4\pi} \int d\hat{w} D_{MO}^J(\hat{w}) R(\hat{w}) |(\alpha, d) \psi\rangle \quad (\text{II.22})$$

donde hemos usado la siguiente notación

$$d\hat{w} = d \cos \beta d\gamma$$

$$D_{MO}^J(\hat{w}) = \langle JM | R(\hat{w}) | J0 \rangle \quad (\text{II.23})$$

$$R(w) = e^{-i\gamma J_z} e^{-i\beta J_y}$$

II.A.4 Proyección de centro de masas

La función de onda que hemos obtenido en el apartado anterior, $|(\alpha, d); \Psi_{JM}\rangle$, no es invariante bajo traslaciones. Esto se debe a su dependencia en las coordenadas del centro de masas. Para resolver este problema emplearemos el método denominado: " Separación óptima del movimiento de centro de masas " (44).

(44) Consideremos una función de onda no intrínseca $|\Psi\rangle$. Puede demostrarse que de todos los posibles desarrollos de la forma

$$\langle \vec{r} | \Psi \rangle = \sum_{i=0}^{\infty} a_i \langle \vec{R} | v_i \rangle \langle \vec{\xi} | \phi_i \rangle \quad (\text{II.24})$$

donde \vec{R} son las coordenadas del centro de masas, las $\vec{\xi}$ son coordenadas internas, $\{|v_i\rangle\}$ es un conjunto ortogonal de estados de centro de masas, y $\{|\phi_i\rangle\}$ de estados intrínsecos; aquel desarrollo que converge más rápidamente es el construido con las soluciones de la ecuación de autovalores

$$\int d\vec{R}' \langle \vec{R} | \hat{D} | \vec{R}' \rangle \langle \vec{R}' | v_i \rangle = \mu_i \langle \vec{R} | v_i \rangle \quad (\text{II.25})$$

donde $\langle \vec{R} | \hat{D} | \vec{R}' \rangle = \int d\vec{\xi} \langle \vec{R} | \vec{\xi} \rangle \langle \vec{\xi} | \Psi \rangle \langle \Psi | \vec{R}' | \vec{\xi} \rangle \quad (\text{II.26})$

de la siguiente forma

$$\langle \vec{r} | \Psi \rangle = \sum_{i=0}^{\infty} \mu_i^{-1/2} \langle \vec{R} | v_i \rangle \langle \vec{\xi} | \phi_i \rangle, \text{ siendo } \mu_i \geq \mu_{i+1} \text{ y } |\phi_i\rangle = \mu_i^{-1/2} \langle v_i | \Psi \rangle \quad (\text{II.27})$$

La solución que propone el método de separación óptima del movimiento del centro de masas es quedarse únicamente con el primer término del desarrollo (II.27) proyectando por tanto $|\Psi\rangle$ sobre el estado de centro de masas de mayor peso, $|v_0\rangle$, para obtener la función intrínseca $|\phi_0\rangle$.

La aplicación de este método a funciones de onda deformadas ha sido

realizada por R.Guardiola (43), y a este trabajo nos referiremos continuamente. En este caso el operador \hat{D} (II.26) queda como

$$\langle \vec{R} | \hat{D}_{JM} | \vec{R}' \rangle = \int d \vec{\xi} \langle \vec{R} | \vec{\xi} | (\alpha, d) \Psi_{JM} \rangle \langle (\alpha, d) \Psi_{JM} | \vec{R}' | \vec{\xi} \rangle \quad (\text{II.28})$$

Las soluciones de la ecuación de autovalores

$$\int d \vec{R}' \langle \vec{R} | \hat{D}_{JM} | \vec{R}' \rangle \langle \vec{R}' | \chi \rangle = \mu \langle \vec{R} | \chi \rangle \quad (\text{II.29})$$

son de la siguiente forma (43)

$$\langle \vec{R} | \chi_{LM} \rangle = Y_{M'}^L(\hat{R}) \frac{1}{\sqrt{K_L}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} A \alpha R^2 \right\} \int_0^1 dx P_L(x) \exp \left\{ -\frac{1}{2} A \rho R^2 x^2 \right\} \quad (\text{II.30})$$

donde $P_L(x)$ es un polinomio de Legendre, y K_L es una constante de normalización. El valor propio correspondiente a $|\chi_{LM}\rangle$ es

$$\Lambda_{LM}^{JM} = \frac{(2J+1)^2}{N_J} K_L d \left(\frac{A\alpha}{\pi} \right)^{3/2} \int d\hat{\omega} d\hat{\xi} D_{M0}^J(\hat{\omega})^* D_{M0}^J(\hat{\xi}) Y_{M'}^L(\hat{\omega}) Y_{M'}^{L*}(\hat{\xi}) (1 + \lambda \sin^2 \Omega)^{1/2} \langle (\alpha, d) \psi | e^{-iJ_y \Omega} | (\alpha, d) \psi \rangle \quad (\text{II.31})$$

Siendo

$$\begin{aligned} d\hat{\omega} &= d\gamma_1 d(\cos\beta_1) & y & & d\hat{\xi} &= d\gamma_2 d(\cos\beta_2) \\ \hat{\omega} &= (\sin\beta_1 \cos\gamma_1, \sin\beta_1 \sin\gamma_1, \cos\beta_1) \\ \hat{\xi} &= (\sin\beta_2 \cos\gamma_2, \sin\beta_2 \sin\gamma_2, \cos\beta_2) \\ y \quad \cos \Omega &= \hat{\omega} \cdot \hat{\xi} \end{aligned} \quad (\text{II.32})$$

En la expresión (II.31) hemos usado la misma notación que en (II.23)

para las matrices de rotación, aparecen armónicos esféricos escritos en la notación habitual, y el parámetro λ viene dado como

$$\lambda = \frac{2}{4\alpha(\alpha+\rho)} \quad (\text{II.33})$$

Como sólo hay una solución a la ecuación (II.29) con $L=0$ ⁽⁴³⁾, en el desarrollo (II.27) aparecería únicamente un término de este tipo. Por tanto cualquier proyección de centro de masas sobre ondas S nos llevaría a obtener el mismo resultado.

La función intrínseca que se obtiene proyectando sobre el estado $|\chi_0\rangle$ es la siguiente

$$|(\alpha, d) \psi_{JM}\rangle = \frac{1}{\sqrt{\Lambda_{JM}^0}} \langle \chi_0 | (\alpha, d) \psi_{JM} \rangle \quad (\text{II.34})$$

O más explícitamente, teniendo en cuenta la expresión (II.22),

$$|(\alpha, d) \psi_{JM}\rangle = (\Lambda_{0}^{JM} N_J)^{-1/2} \frac{(2J+1)}{4\pi} \int d\hat{\omega} D_{M0}^{J*}(\hat{\omega}) \langle \chi_0 | R(\hat{\omega}) | (\alpha, d) \psi \rangle \quad (\text{II.35})$$

La rotación $R(\hat{\omega})$ que actúa sobre todo el sistema podemos descomponerla en dos partes, una que actúa sobre las coordenadas del centro de masas, y una rotación intrínseca; tendremos

$$R(\hat{\omega}) = R_{cm}(\hat{\omega}) R_{int}(\hat{\omega}) \quad (\text{II.36})$$

Y podremos escribir, recordando la descomposición (II.12) para $|(\alpha, d) \psi\rangle$, lo siguiente

$$R(\hat{\omega}) |(\alpha, d) \psi\rangle = \{ R_{cm}(\hat{\omega}) |G\rangle \} \{ R_{int}(\hat{\omega}) |f_{int}\rangle \} \quad (\text{II.37})$$

Sustituyendo esta expresión en (II.35), y teniendo en cuenta que ⁽⁴³⁾

$$\langle \chi_0 | R_{cm}(\hat{\omega}) | G \rangle = (4 \pi K_0)^{1/2}, \quad (K_0 \text{ esta definido en (II.30)}) \quad (\text{II.38})$$

podemos reescribir finalmente la expresión (II.35) como

$$|(\alpha, d) \psi_{JM} \rangle = [d \left(\frac{A \alpha}{\pi} \right)^{3/2} M_J]^{-1/2} \int d\hat{\omega} D_{M0}^{J*}(\hat{\omega}) R_{int}(\hat{\omega}) |f_{int} \rangle \quad (\text{II.39})$$

donde M_J viene dado como

$$M_J = \int d\hat{\omega} d\hat{\zeta} D_{M0}^{J*}(\hat{\omega}) D_{M0}^J(\hat{\zeta}) (1 + \lambda \text{sen}^2 \Omega)^{1/2} \langle (\alpha, d) \psi | e^{-iJ_y \Omega} | (\alpha, d) \psi \rangle \quad (\text{II.40})$$

Este método de proyección de centro de masas presenta la ventaja de permitir llevar a cabo cálculos exactos sin tener que llegar a construir de forma explícita la función intrínseca $|f_{int} \rangle$ ⁽⁴³⁾. Del cálculo de elementos de matriz con estas funciones nos ocuparemos más adelante.

II.A.5 Inclusión de correlaciones de corto alcance

Nuestra función de onda también incluirá correlaciones de corto alcance. Ya hemos indicado en la introducción que trabajaríamos en la teoría de Jastrow ⁽³⁾. Así pues incluiremos un factor de correlación tipo Jastrow de la siguiente forma

$$F_A = \prod_{i < j=1}^A f(\vec{r}_i - \vec{r}_j) \quad (\text{II.41})$$

donde las funciones $f(\vec{r}_i - \vec{r}_j)$ vendran dadas como

$$f(\vec{r}_i - \vec{r}_j) = 1 + a e^{-b r_{ij}^2} \quad (\text{II.42})$$

En esta expresión "b" es el parámetro que controla el alcance de la correlación, y "a" suele denominarse profundidad de la correlación.

Esta función $f(\vec{r}_i - \vec{r}_j)$ cumple la condición (I.1), que suele denominarse condición de healing. Sin embargo si "b" tomara valores pequeños $f(\vec{r}_i - \vec{r}_j)$ llegaría a tener el caracter de correlación de largo alcance. Esto nos llevaría a alejarnos del modelo inicialmente propuesto. Además sería peor la convergencia de la expansión en clusters que usaremos en el cálculo de los elementos de matriz de la teoría.

Los valores que se obtienen para los parámetros de la función de correlación en un cálculo variacional dependen fundamentalmente del tipo de potencial empleado ⁽¹⁶⁾. El valor que se obtiene para "a", en un cálculo de este tipo, no depende del número másico A; y "b" está muy correlacionado con el alcance del potencial.

El parámetro "a" suele tomar valores comprendidos entre 0 y -1. Cuando "a" toma valores próximos a 0 el efecto de la correlación tiende a desaparecer. La misma situación se produce cuando "b" es excesivamente grande. Cuando $a=-1$, $f(0)=0$, tal como exigiría la presencia de un hard core.

El factor Jastrow (II.41), cuando se usan funciones de correlación del tipo (II.42), tiene dos propiedades importantes:

a) Es invariante bajo traslaciones, puesto que sólo depende de coordenadas relativas.

b) Es invariante bajo rotaciones.

Por tanto, el factor Jastrow no se ve afectado por las proyecciones de momento angular y de centro de masas.

La función de onda correlacionada, con momento angular bien definido, e invariante bajo traslaciones quedará finalmente como

$$|(\alpha, d, a, b)\Phi_{JM}\rangle = F_A |(\alpha, d)\psi_{JM}\rangle \quad (\text{II.43})$$

o equivalentemente

$$|(\alpha, d, a, b)\Phi_{JM}\rangle = (N_J \Lambda_0^{JM})^{-1/2} F_A \langle \chi_0 | P_{MO}^J |(\alpha, d)\psi\rangle \quad (\text{II.44})$$

II.B CALCULO DE ELEMENTOS DE MATRIZ

En este apartado procederemos a exponer las líneas generales del cálculo de elementos de matriz para las funciones de onda del modelo (II.43). Nos ocuparemos de la aproximación, tipo expansión en Clusters, empleada en el tratamiento de los operadores de muchos cuerpos. También expondremos el método de cálculo de elementos de matriz entre funciones intrínsecas, y de las técnicas de desarrollo de determinantes de Slater.

En los capítulos III y IV aplicaremos estos métodos, exponiendo las particularidades que se presentan en cada caso.

II.B.1 Expansión en Clusters

El problema más importante que presenta el cálculo de elementos de matriz para nuestras funciones de onda es la presencia del factor Jastrow F_A (II.41). Se trata de un operador con una dependencia no separable en las coordenadas de las A partículas.

Abordar el cálculo de forma exacta es imposible con las técnicas de que disponemos. Las proyecciones de momento angular y de centro de masas complican más aún el cálculo.

Para resolver el problema usaremos una expansión en Clusters tipo FAHT (6), modificada para su aplicación al cálculo de elementos de matriz no diagonales (7).

Una descripción detallada del formalismo de la FAHT cae fuera de los límites de esta memoria; entre la bibliografía pueden encontrarse estudios muy interesantes sobre este tema (6)(14)(15).

La aplicación de las expansiones en Cluster se basa en dos hechos:

a) La menor contribución de aquellos términos del desarrollo de F_A en potencias de $h(\vec{r}_i - \vec{r}_j) = 1 - f(\vec{r}_i - \vec{r}_j)$ en los que aparecen n partículas totalmente correlacionadas, cuando n crece.

b) La dependencia inhomogénea en el número másico A de los

distintos términos del desarrollo de F_A en potencias de h ⁽¹⁵⁾. La causa de este tipo de dependencia es que en el desarrollo de F_A , para una potencia $\binom{n}{2}$ de h , además del término en que n partículas aparecen totalmente correlacionadas, tenemos otra serie de términos. Estos otros términos, denominados "encadenados", podrían escribirse como un producto de factores en los que grupos de menos de n partículas están totalmente correlacionados. Como consecuencia de esto, no podemos usar como aproximación un desarrollo de F_A en potencias de h , truncado en un cierto punto ⁽¹⁵⁾.

Las distintas técnicas de expansión en Clusters pretenden dar un valor aproximado para el elemento de matriz de A cuerpos, mediante el cálculo de integrales en las que aparezca un número limitado de partículas correlacionadas.

El formalismo de la FAHT es el siguiente:

Consideremos un operador generalizado de la forma

$$\Gamma_n(\beta) = K_n e^{\beta H_n} K_n \tag{II.45}$$

donde

$$K_n = \prod_{i=1}^n g_1(i) \prod_{i<j}^n g_2(i,j) \dots \tag{II.46}$$

y H_n viene dado como

$$H_n = \sum_{i=1}^n h_1(i) + \sum_{i<j}^n h_2(i,j) + \dots \tag{II.47}$$

Las denominadas integrales generalizadas de subnormalización vienen dadas como

$$J_n(\beta) = \langle \Psi | \Gamma_n(\beta) | \Psi \rangle \quad (\text{II.48})$$

Nuestro problema es evaluar la integral $J_A(\beta)$, o en algunos casos podría ser evaluar la cantidad

$$\frac{\langle \Psi | K_A H_A K_A | \Psi \rangle}{\langle \Psi | K_A^2 | \Psi \rangle} = \frac{\partial}{\partial \beta} [\ln J_A(\beta)] \Big|_{\beta=0} \quad (\text{II.49})$$

La FAHT propone el siguiente conjunto de ecuaciones

$$\begin{aligned} J_1(\beta) &= Y_1(\beta) \\ J_2(\beta) &= Y_1^2(\beta) Y_2(\beta) \\ &\cdot \\ &\cdot \\ J_n(\beta) &= \prod_{i=1}^n Y_i^{(n)}(\beta) \\ &\cdot \\ &\cdot \\ J_A(\beta) &= \prod_{i=1}^A Y_i^{(A)}(\beta) \end{aligned} \quad (\text{II.50})$$

Las Y_i son denominadas integrales Cluster. Este conjunto de ecuaciones constituye una tautología.

Pues bien, la aproximación de orden N de la FAHT para el cálculo de $J_A(\beta)$ viene dada como

$$J_A(\beta) \approx \prod_{i=1}^N Y_i^{(A)}(\beta) \quad (\text{II.51})$$

Los valores de las $N Y_i$ que necesitamos se obtienen de las N primeras ecuaciones (II.50); por tanto sólo tenemos que evaluar integrales de hasta

N cuerpos.

Esta aproximación, para un orden N dado, será buena si las Y_i toman valores próximos a 1, para i mayor que N. Y esto último se cumplirá en la medida en que los términos de más de N partículas correlacionadas puedan expresarse como productos de términos que involucren a un número menor de partículas⁽¹⁴⁾.

Hasta el momento no han sido determinadas de forma rigurosa las condiciones de convergencia de la aproximación. No obstante, de la comparación de los resultados obtenidos para los primeros ordenes de la FAHT puede deducirse que, en general, el tercer orden es una buena aproximación.⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾⁽⁸⁾

El conjunto de ecuaciones (II.50) puede sustituirse por otro equivalente, pero más apropiado para el cálculo de la expresión (II.49).

Si definimos las y_i como

$$y_i = \left. \frac{\partial}{\partial \beta} [\ln Y_i(\beta)] \right|_{\beta=0} \quad (\text{II.52})$$

podremos escribir que

$$\frac{J'_n(0)}{J_n(0)} = \frac{\langle \Psi K_n H_n K_n \Psi \rangle}{\langle \Psi K_n^2 \Psi \rangle} = \sum_i \binom{n}{i} y_i \quad (\text{II.53})$$

Y la aproximación de orden N de la Cluster quedará como

$$\left. \frac{\partial}{\partial \beta} [\ln J_A(\beta)] \right|_{\beta=0} \cong \sum_{i=1}^N \binom{A}{i} y_i \quad (\text{II.54})$$

donde, como antes, las N y_i que necesitamos pueden obtenerse de las N primeras ecuaciones (II.53).

Hasta ahora hemos tratado sobre el cálculo de elementos de matriz diagonales. Consideremos el elemento de matriz del operador generalizado (II.45) para una función $|\psi\rangle$ definida como

$$|\psi\rangle = c_p |p\rangle + c_q |q\rangle \quad (\text{II.55})$$

En este caso las integrales de subnormalización vendrán dadas como

$$J_n(\beta) = |c_p|^2 \langle p | \Gamma_n(\beta) | p \rangle + |c_q|^2 \langle q | \Gamma_n(\beta) | q \rangle + \lambda \langle p | \Gamma_n(\beta) | q \rangle + \lambda^* \langle q | \Gamma_n(\beta) | p \rangle \quad (\text{II.56})$$

siendo $\lambda = c_p^* c_q$.

Si aplicamos la FAHT (II.51) para un orden $N < A$, obtendremos una dependencia no lineal en λ no presente en el cálculo exacto⁽⁷⁾. Por este motivo la aplicación del formalismo descrito, al cálculo de elementos de matriz no diagonales podría llevarnos a obtener malos resultados. Este hecho llevó a R. Guardiola⁽⁷⁾ a la introducción de un formalismo distinto, que a continuación exponemos.

Comencemos redefiniendo las integrales de subnormalización como

$$J_n(\beta) = \tilde{J}_n(\beta) + \lambda \langle p | \Gamma_n(\beta) | q \rangle + \lambda^* \langle q | \Gamma_n(\beta) | p \rangle \quad (\text{II.57})$$

donde $\tilde{J}_n(\beta)$ es un promedio de los elementos de matriz diagonales. Para el caso de una expansión en Clusters tipo FAHT, resulta conveniente definir este promedio como⁽⁷⁾

$$\tilde{J}_n(\beta) = [\langle p | \Gamma_n(\beta) | p \rangle \langle q | \Gamma_n(\beta) | q \rangle]^{1/2} \quad (\text{II.58})$$

De forma análoga se definen unas integrales Cluster de la siguiente



forma

$$Y_n(\beta) = \tilde{Y}_n(\beta) + (p|Y_n|q)_{(\beta)} + \lambda^* (q|Y_n|p)_{(\beta)} \quad (\text{II.59})$$

donde los $(p|Y_n|q)$ no deben confundirse con elementos de matriz.

Si se procede a aplicar el desarrollo FAHT a estas integrales, eliminando las dependencias no lineales en λ en cada orden de la aproximación, se obtienen finalmente las siguientes relaciones⁽⁷⁾

$$\langle p | \Gamma_n(\beta) | q \rangle = \tilde{J}_n(\beta) \sum_{k=1}^n \binom{n}{k} G_{pq}^{(k)}(\beta) \quad (\text{II.60})$$

$$y \quad \tilde{J}_n(\beta) = \prod_{i=1}^n \tilde{Y}_i^{(n)}(\beta) \quad (\text{II.61})$$

En la expresión (II.60) no nos interesa conocer de forma explícita la relación existente entre las $G_{pq}^{(k)}$ y las integrales Cluster anteriormente definidas; debemos más bien mirar el conjunto de ecuaciones como una tautología. El conjunto de ecuaciones adquiere carácter predictivo cuando sólo evaluamos los N primeros elementos de matriz $\langle p | \Gamma_n(\beta) | q \rangle$ y $\tilde{J}_n(\beta)$. Esto nos permite calcular las N primeras $G_{pq}^{(k)}(\beta)$ y $\tilde{Y}_i(\beta)$, y proponer como aproximación de orden N para el elemento de matriz $\langle p | \Gamma_A(\beta) | q \rangle$ la expresión

$$\langle p | \Gamma_A(\beta) | q \rangle \approx \left[\prod_{i=1}^N \tilde{Y}_i^{(A)}(\beta) \right] \sum_{k=1}^N \binom{A}{k} G_{pq}^{(k)}(\beta) \quad (\text{II.62})$$

Si estamos interesados en evaluar una expresión del tipo siguiente

$$\frac{\langle p | K_A H_A K_A | q \rangle}{[\langle p | K_A^2 | p \rangle \langle q | K_A^2 | q \rangle]^{1/2}} = \frac{\frac{\partial}{\partial \beta} [\langle p | \Gamma_A(\beta) | q \rangle] \Big|_{\beta=0}}{\tilde{J}_n(0)} \quad (\text{II.63})$$

Podemos obtener fácilmente un conjunto de ecuaciones equivalentes a las (II.60); tenemos que (7)

$$\frac{\frac{\partial}{\partial \beta} [\langle p | \Gamma_n(\beta) | q \rangle]}{J_n(0)} \Big|_{\beta=0} = \sum_{k=1}^n \binom{n}{k} E_{pq}^{(k)} + \left[\frac{\partial}{\partial \beta} \ln \tilde{J}_n(\beta) \right] \Big|_{\beta=0} \frac{\langle p | \Gamma_n(0) | q \rangle}{\tilde{J}_n(0)} \quad (\text{II.64})$$

$$y \quad \frac{\partial}{\partial \beta} [\ln \tilde{J}_n(\beta)] \Big|_{\beta=0} = \sum_{i=1}^n \binom{n}{i} \tilde{Y}_i \quad (\text{II.65})$$

Además de la expresión (II.60) se deduce que

$$\frac{\langle p | \Gamma_n(0) | q \rangle}{J_n(0)} = \sum_{k=1}^n \binom{n}{k} G_{pq}^{(k)}(0) \quad (\text{II.66})$$

Las $E_{pq}^{(k)}$ y las \tilde{Y}_i están relacionadas con las $G_{pq}^{(k)}$ y las \tilde{Y}_i ; tenemos que

$$E_{pq}^{(k)} = \frac{\partial}{\partial \beta} G_{pq}^{(k)}(\beta) \Big|_{\beta=0}, \quad y \quad \tilde{Y}_i = \frac{\partial}{\partial \beta} [\ln \tilde{Y}_i(\beta)] \Big|_{\beta=0} \quad (\text{II.67})$$

Pero nuevamente esta relación no nos interesa, procediéndose de manera similar a la ya expuesta en los casos anteriores.

Hay un caso que nos interesa muy especialmente porque se nos presentará en el cálculo del factor de forma nuclear. Nos referimos al caso en que $\langle p | \Gamma_n(0) | q \rangle = 0$, para el que se cumple que

$$\frac{\frac{\partial}{\partial \beta} [\langle p | \Gamma_n(\beta) | q \rangle]}{J_n(0)} \Big|_{\beta=0} = \sum_{k=1}^n \binom{n}{k} E_{pq}^{(k)}, \quad \text{con } \langle p | \Gamma_n(0) | q \rangle = 0 \quad (\text{II.68})$$

Podemos observar que esta expresión coincide con la (II.53) de la FAHT para elementos de matriz diagonales.

Así pues, si para nuestras funciones de onda queremos calcular una expresión del tipo siguiente

$$\langle (\alpha, d) \psi_{JM} | \Gamma_A(\beta) | (\alpha, d) \psi_{J', M'} \rangle \quad (II.69)$$

emplearemos la expresión (II.62). En este caso, de (II.60) y (II.61) se deduce que los elementos de matriz básicos del cálculo son los siguientes

$$\langle (\alpha, d) \psi_{JM} | \Gamma_n(\beta) | (\alpha, d) \psi_{J', M'} \rangle \quad (II.70)$$

$$\langle (\alpha, d) \psi_{JM} | \Gamma_n(\beta) | (\alpha, d) \psi_{JM} \rangle$$

para $1 \leq n \leq N$, siendo N el orden de la aproximación en el que estamos trabajando.

Si tenemos que evaluar una expresión del tipo (II.63) aplicaremos las expresiones (II.64), y los elementos de matriz básicos serán

$$\begin{aligned} & \langle (\alpha, d) \psi_{JM} | K_n H_n K_n | (\alpha, d) \psi_{J', M'} \rangle \\ & \langle (\alpha, d) \psi_{JM} | K_n H_n K_n | (\alpha, d) \psi_{JM} \rangle \end{aligned} \quad (II.71)$$

$$\langle (\alpha, d) \psi_{JM} | K_n^2 | (\alpha, d) \psi_{J', M'} \rangle$$

$$\langle (\alpha, d) \psi_{JM} | K_n^2 | (\alpha, d) \psi_{JM} \rangle$$

En el caso en que $\langle (\alpha, d) \psi_{JM} | K_n^2 | (\alpha, d) \psi_{J', M'} \rangle = 0$ aplicaremos (II.68), y el cálculo es más simple puesto que sólo tendríamos que evaluar el primero y el último de los elementos de matriz (II.71).

II.B.2 Proyección de centro de masas

Las funciones de onda que aparecen en los elementos de matriz (II.70) y (II.71) son las de la expresión (II.39). Se trata de funciones intrínsecas. Pero usando la técnica desarrollada en ⁽⁴³⁾, podemos relacionar estos elementos de matriz con elementos de matriz no intrínsecos. Esto es muy útil porque tanto la construcción de la función intrínseca de forma explícita, como la de un conjunto de (A-1) coordenadas intrínsecas $\vec{\xi}_i$, son complicadas.

Los elementos de matriz (II.70) y (II.71) se corresponden todos con una expresión general del tipo siguiente

$$\langle (\alpha, d) \psi_{JM} | \hat{O}_{n_{int}} | (\alpha, d) \psi_{J'M'} \rangle \quad (II.72)$$

El caso que vamos a considerar es aquel en que el operador intrínseco de n cuerpos $\hat{O}_{n_{int}}$ puede relacionarse con un operador no intrínseco \hat{O}_n mediante la expresión

$$\hat{O}_n = \hat{O}_{n_{int}} \hat{O}_{cm} \quad (II.73)$$

donde \hat{O}_{cm} actúa en el espacio del centro de masas. En el caso en que el operador $\hat{O}_{n_{int}}$ tuviera la misma dependencia en las coordenadas referidas al centro de masas, $\vec{z}_i = \vec{r}_i - \vec{R}$, que en las coordenadas \vec{r}_i tendríamos $\hat{O}_{cm} = 1$

Substituyendo la expresión (II.39) para $|(\alpha, d) \psi_{JM}\rangle$ en (II.72) tendremos que

$$\langle (\alpha, d) \psi_{JM} | \hat{O}_{n_{int}} | (\alpha, d) \psi_{J'M'} \rangle = \left[d^2 \left(\frac{A\alpha}{\pi} \right)^3 M_J M_{J'} \right]^{-1/2} \quad (II.74)$$

$$\int d\hat{w} d\hat{\zeta} D_{M_0}^J(\hat{w}) D_{M'_0}^{J'}(\hat{\zeta}) \langle f_{int} | R_{int}^+(\hat{w}) \hat{O}_{n_{int}} R_{int}(\hat{\zeta}) | f_{int} \rangle$$

La idea central de este método consiste en que usando las expresiones (II.12), (II.36) y (II.73) podemos escribir que

$$\langle f_{int} | R_{int}^+(\hat{w}) \hat{O}_{n_{int}} R_{int}(\hat{\zeta}) | f_{int} \rangle = \langle (\alpha, d) \psi | R(\hat{w}) \hat{O}_n R(\hat{\zeta}) | (\alpha, d) \psi \rangle F_{cm}^{-1} \quad (II.75)$$

$$\text{donde } F_{cm} = \langle G | R_{cm}^+(\hat{w}) \hat{O}_{cm} R_{cm}(\hat{\zeta}) | G \rangle \quad (II.76)$$

y $|G\rangle$ está definido en (II.12)

Para el caso de un operador intrínseco, en el que $\hat{O}_{cm} = 1$, tenemos que⁽⁴³⁾

$$F_{cm}^{-1} = (1 + \lambda \text{sen}^2 \Omega)^{1/2} d \left(\frac{A\alpha}{\pi} \right)^{3/2}, \text{ donde } \cos \Omega = \hat{w} \cdot \hat{\zeta}, \quad (II.77)$$

y λ está definido en (II.33)

Con esto queda resuelto el problema de forma exacta y sencilla. Lamentablemente este método no hemos podido aplicarlo al cálculo de la amplitud Glauber, por razones que serán expuestas posteriormente.

II.B.3 Cálculo de elementos de matriz de operadores entre determinantes de Slater

De las expresiones (II.74) y (II.75) se deduce que los elementos de matriz que finalmente tenemos que evaluar son de la forma

$$\langle (\alpha, d) \psi | R^+(\hat{w}) \hat{O}_n R(\hat{\zeta}) | (\alpha, d) \psi \rangle \quad (II.78)$$

donde $|(\alpha, d) \psi\rangle$ es el determinante de Slater que definimos en el apartado (II.A.2).

Comenzaremos considerando \hat{O}_n como un operador de tipo general, para despues imponer la restricci3n de que \hat{O}_n no dependa de las variables de spin e isospin. Como veremos, los operadores de la teor3a cumplen esta 3ltima condici3n.

Para evaluar el elemento de matriz (II.78) usaremos la t3cnica desarrollada por D. Brink⁽⁴⁵⁾.

El determinante de Slater $|(\alpha, d)\psi\rangle$ viene dado como

$$|(\alpha, d)\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{A!}} \sum_{P_A} \epsilon_P |\phi_{i_1}, \phi_{i_2}, \dots, \phi_{i_A}\rangle, \text{ las } P \text{ son permutaciones} \quad (\text{II.79})$$

de A cuerpos, y ϵ_P la signatura de la permutacion

Expresamos las funciones monoparticulares rotadas como

$$R(\hat{w}) |\phi_i\rangle = |\phi(\hat{w})_i\rangle \quad (\text{II.80})$$

Y as3 tendremos para el elemento de matriz (II.78) que⁽⁴⁵⁾⁽¹⁶⁾

$$\begin{aligned} \langle (\alpha, d)\psi | R(\hat{w}) \hat{O}_n R(\hat{\xi}) | (\alpha, d)\psi \rangle &= \frac{1}{n! \binom{A}{n}} \sum_{\substack{i_1, i_2, \dots, i_n \\ j_1, j_2, \dots, j_n}} \\ &\langle \phi(\hat{w})_{i_1}, \phi(\hat{w})_{i_2}, \dots, \phi(\hat{w})_{i_n} | \hat{O}_n | \phi(\hat{\xi})_{j_1}, \phi(\hat{\xi})_{j_2}, \dots, \phi(\hat{\xi})_{j_n} \rangle \\ &C_n(i_1, i_2, \dots, i_n; j_1, j_2, \dots, j_n) \end{aligned} \quad (\text{II.81})$$

C_n es un menor generalizado de la matriz de overlap \tilde{O} , cuyos elementos son de la forma

$$(\tilde{O})_{ij} = \langle \phi(\hat{w})_i | \phi(\hat{\xi})_j \rangle \quad (\text{II.82})$$

y los menores generalizados se definen como

$$C_n(i_1, i_2, \dots, i_n; j_1, j_2, \dots, j_n) = \det(\check{O}) \sum_{P_n} \epsilon_P \quad (II.83)$$

$$(\check{O}^{-1})_{j_1 i_{p(1)}} (\check{O}^{-1})_{j_2 i_{p(2)}} \dots (\check{O}^{-1})_{j_n i_{p(n)}}$$

de forma que podemos escribir que

$$\det(\check{O}) = \sum_{k_1, k_2, \dots, k_n} (\check{O})_{i_1 k_1} (\check{O})_{i_2 k_2} \dots (\check{O})_{i_n k_n} \quad (II.84)$$

$$C_n(i_1, i_2, \dots, i_n; k_1, k_2, \dots, k_n)$$

siendo $i_1 \neq i_2 \neq \dots \neq i_n$

Substituyendo (II.83) en (II.81) tenemos que

$$\langle (\alpha, d)\psi | R(\hat{w}) \hat{O}_n R(\hat{\zeta}) | (\alpha, d)\psi \rangle = \frac{\det(\check{O})}{n! \binom{A}{n}} \sum_{\substack{i_1, i_2, \dots, i_n \\ j_1, j_2, \dots, j_n}} \quad (II.85)$$

$$\langle \phi(\hat{w})_{i_1}, \phi(\hat{w})_{i_2}, \dots, \phi(\hat{w})_{i_n} | \hat{O}_n | \phi(\hat{\zeta})_{j_1}, \phi(\hat{\zeta})_{j_2}, \dots, \phi(\hat{\zeta})_{j_n} \rangle$$

$$\sum_{P_n} \epsilon_P (\check{O}^{-1})_{j_1 i_{p(1)}} (\check{O}^{-1})_{j_2 i_{p(2)}} \dots (\check{O}^{-1})_{j_n i_{p(n)}}$$

Esta expresión podemos escribirla en una forma distinta

$$\langle (\alpha, d)\psi | R(\hat{w}) \hat{O}_n R(\hat{\zeta}) | (\alpha, d)\psi \rangle = \frac{\det(O)}{n! \binom{A}{n}} \sum_{\substack{i_1, i_2, \dots, i_n \\ j_1, j_2, \dots, j_n}} \quad (II.86)$$

$$\langle \phi(\hat{w})_{i_1}, \phi(\hat{w})_{i_2}, \dots, \phi(\hat{w})_{i_n} | \hat{O}_n \{ \sum_{P_n} \epsilon_P | \phi(\hat{\zeta})_{j_1}, \phi(\hat{\zeta})_{j_2}, \dots, \phi(\hat{\zeta})_{j_n} \rangle \}$$

$$(\check{O}^{-1})_{j_1 i_1} (\check{O}^{-1})_{j_2 i_2} \dots (\check{O}^{-1})_{j_n i_n}$$

Como el determinante de Slater $|(\alpha, d)\psi\rangle$ guarda la simetría de spin-isospin $SU(4)$, la sumatoria en los grados de libertad de spin e isospin podemos llevarla a cabo facilmente en el caso en que \hat{O}_n no dependa de estas variables.

Teniendo en cuenta que los elementos de la matriz matriz de overlap correspondientes a estados con distintos valores de spin e isospin son nulos, y en el caso en que \hat{O}_n no dependa de estas variables, podemos escribir lo siguiente⁽⁴⁵⁾⁽¹⁶⁾:

a) Para operadores de un cuerpo

$$\langle (\alpha, d)\psi | R(\hat{w}) \hat{O}_1 R(\hat{\xi}) | (\alpha, d)\psi \rangle = 4 \frac{\det(O)}{A} \sum_{1_1 m_1} \langle \phi(\hat{w})_{1_1} | \hat{O}_1 | \phi(\hat{\xi})_{m_1} \rangle (\tilde{O}^{-1})_{m_1 1_1} \quad (\text{II.87})$$

b) Para operadores de dos cuerpos

$$\langle (\alpha, d)\psi | R(\hat{w}) \hat{O}_2 R(\hat{\xi}) | (\alpha, d)\psi \rangle = \frac{\det(O)}{A(A-1)} \sum_{1_1 1_2 m_1 m_2} \langle \phi(\hat{w})_{1_1} \phi(\hat{w})_{1_2} | \hat{O}_2 (16 - 4 P_{12}) | \phi(\hat{\xi})_{m_1} \phi(\hat{\xi})_{m_2} \rangle (\tilde{O}^{-1})_{m_1 1_1} (\tilde{O}^{-1})_{m_2 1_2} \quad (\text{II.88})$$

c) Para operadores de tres cuerpos

$$\langle (\alpha, d)\psi | R(\hat{w}) \hat{O}_3 R(\hat{\xi}) | (\alpha, d)\psi \rangle = \frac{\det(O)}{A(A-1)(A-2)} \sum_{1_1 1_2 1_3} \sum_{m_1 m_2 m_3} \langle \phi(\hat{w})_{1_1} \phi(\hat{w})_{1_2} \phi(\hat{w})_{1_3} | \hat{O}_3 \{ 64 - 16(P_{12} + P_{13} + P_{23}) + 4(P_{123} + P_{213}) \} | \phi(\hat{\xi})_{m_1} \phi(\hat{\xi})_{m_2} \phi(\hat{\xi})_{m_3} \rangle (\tilde{O}^{-1})_{m_1 1_1} (\tilde{O}^{-1})_{m_2 1_2} (\tilde{O}^{-1})_{m_3 1_3} \quad (\text{II.89})$$

En estas tres expresiones las sumatorias sobre estados corren ya unicamente sobre el conjunto de funciones monoparticulares espaciales.

Si la matriz de overlap es diagonal las expresiones pueden reducirse, pero como veremos este no es siempre el caso.

Al evaluar expresiones de este tipo es conveniente tener en cuenta las simetrías del operador \hat{O}_n . Es evidente que

$$\langle (\alpha, d)\psi | R(\hat{w}) \hat{O}_n R(\hat{\zeta}) | (\alpha, d)\psi \rangle = \langle (\alpha, d)\psi | R(\hat{w}) \hat{P} \hat{O}_n \hat{P} R(\hat{\zeta}) | (\alpha, d)\psi \rangle \quad (\text{II.90})$$

donde \hat{P} es un operador que lleva a cabo una permutación entre las A partículas.

Así tendremos que

$$\begin{aligned} \langle (\alpha, d)\psi | R(\hat{w}) F_n H_n F_n R(\hat{\zeta}) | (\alpha, d)\psi \rangle = \\ \langle (\alpha, d)\psi | R(\hat{w}) F_n \{ n h_1(1) + \binom{n}{2} h_2(1,2) + \binom{n}{3} h_3(1,2,3) + \dots \} F_n R(\hat{\zeta}) | (\alpha, d)\psi \rangle \end{aligned} \quad (\text{II.91})$$

En esta expresión H_n es un operador de la forma (II.47), y hemos tenido en cuenta la simetría del factor de correlación F_n .

La expresión (II.91) sigue siendo redundante, en el sentido de que contiene términos que pueden relacionarse mediante operadores de permutación \hat{P} .

Teniendo en cuenta la expresión (II.42) para el factor de correlación, vemos que

$$\begin{aligned} F_n = 1 + a \sum_{(i,j)} e^{-br_{ij}^2} + \frac{1}{2} a^2 \sum_{(i,j) \neq (1,m)} e^{-b(r_{ij}^2 + r_{1m}^2)} + \\ \frac{1}{3!} a^3 \sum_{(i,j) \neq (1,m) \neq (n,p)} e^{-b(r_{ij}^2 + r_{1m}^2 + r_{np}^2)} + \dots \end{aligned} \quad (\text{II.92})$$

En esta expresión para los (i,j) se cumple que $i < j$; y $(i,j) \neq (1,m)$ si alguno de los índices es distinto.

Cuando introduzcamos (II.92) en (II.91) obtendremos una serie de términos equivalentes; a modo de ejemplo escribiremos alguna de estas equivalencias:

$$[e^{-br_{12}^2} h_1(1) e^{-br_{23}^2}] \sim [e^{-br_{13}^2} h_1(1) e^{-br_{23}^2}] \quad (II.93)$$

$$[e^{-br_{13}^2} h_2(1,2) e^{-br_{13}^2}] \sim [e^{-br_{23}^2} h_2(1,2) e^{-br_{23}^2}] \quad \text{siendo } h_2(1,2) = h_2(2,1)$$

$$[e^{-b(r_{12}^2 + r_{13}^2)} h_3(1,2,3) e^{-br_{13}^2}] \sim [e^{-b(r_{23}^2 + r_{12}^2)} h_3(1,2,3) e^{-br_{12}^2}]$$

donde $h_3(1,2,3)$ es simétrico.

Insistimos en la importancia de tener en cuenta estas equivalencias, porque redundan en una sensible disminución del tiempo de cálculo.

III

ESTUDIO DE LA COLISION CON ELECTRONES

III.A DESCRIPCION DEL PROCESO DE INTERACCION

Como es bien sabido, debido al caracter debil de la interacción electromagnética, la colisión con electrones puede describirse con bastante precisión en primera aproximación de Born, al menos en los núcleos ligeros.

La expresión correspondiente para la sección eficaz diferencial es la siguiente ⁽⁴⁶⁾

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}_{i\rightarrow f} = \sigma_{\text{Mott}} |F_{if}(\vec{q})|^2 \quad (\text{III.1})$$

siendo σ_{Mott} la sección eficaz de Mott, correspondiente al caso en que toda la carga nuclear estuviera concentrada en un punto.

$$\sigma_{\text{Mott}} = \left[\frac{Ze^2}{2E_0} \right]^2 \frac{\cos^2 \theta/2}{\sin^4 \theta/2} \left[1 + \frac{2E_0}{Mc^2} \sin^2 \theta/2 \right]^{-1} \quad (\text{III.2})$$

donde E_0 es la energía del electrón incidente en el sistema laboratorio, θ el ángulo de colisión y M la masa del núcleo.

El momento transferido q guarda una relación directa con θ

$$|\vec{q}| = q = 2 p_0 / \hbar \sin \theta/2 \left[1 + \frac{2E_0}{Mc^2} \sin^2 \theta/2 \right]^{-1/2} \quad (\text{III.3})$$

$F_{ij}(\vec{q})$ es el factor de forma nuclear para la transición, que viene dado como

$$F_{if}(\vec{q}) = \frac{1}{Z} \sum_j \langle i | \left\{ \frac{1}{2}(1+\tau_3(j))f_p(q) + \frac{1}{2}(1-\tau_3(j))f_n(q) \right\} e^{i\vec{q} \cdot \vec{z}_j} | f \rangle, \quad \vec{z}_j = \vec{r}_j - \vec{R} \quad (\text{III.4})$$

donde el factor $1/Z$ proviene de la inclusión del factor Z^2 en σ_{Mott} , $f_p(q)$ y $f_n(q)$ son los factores de forma del protón y del neutrón respectivamente, las \vec{z}_j son coordenadas referidas al centro de masas del núcleo, y las funciones de onda son funciones intrínsecas.

Para un núcleo con isospin cero podemos escribir

$$F_{if}(\vec{q}) = \left[\frac{1}{A} \sum_j \langle i | e^{i\vec{q} \cdot \vec{z}_j} | f \rangle \right] (f_p(q) + f_n(q)) \quad (\text{III.5})$$

Hemos usado unos factores de forma nucleónicos realistas⁽³⁹⁾

$$f_p(q) + f_n(q) = \frac{2.50}{1 + q^2/15.7} - \frac{1.60}{1 + q^2/26.7} + 0.10, \quad \text{expresando } q \text{ en } \text{fm}^{-1} \quad (\text{III.6})$$

En la expresión (III.1) habría que incluir dos términos más, correspondientes a la interacción transversal eléctrica y magnética⁽⁴⁷⁾. Pero estos términos dan una contribución pequeña salvo para ángulos de colisión próximos a $\theta=180$. En el caso de colisión elástica sobre un núcleo en un estado 0^+ el único término que contribuye es el (III.1), correspondiente a la interacción longitudinal eléctrica⁽⁴⁷⁾.

La ventaja que ofrece el estudio de la colisión de electrones para la determinación de propiedades nucleares es la sencillez del proceso de interacción. Este puede ser descrito con bastante precisión mediante un operador a un cuerpo fácilmente calculable en principio.

Sus limitaciones provienen de la dificultad para obtener medidas a

valores altos del momento transferido q . En el caso del ^{12}C el rango cubierto por los datos experimentales es de hasta 3.9 fm^{-1} para el estado fundamental ⁽⁴⁰⁾, y menor para los estados 0^+ y 2^+ (22)(41).

III.B ESTUDIO DE LA BIBLIOGRAFIA

El proceso de colisión de electrones con el núcleo del ^{12}C ha sido estudiado por muchos autores. Para proceder a una revisión de estos trabajos, y sin ánimo de ser exhaustivos, los agruparemos de la siguiente forma:

- 1) Funciones de onda deformadas
- 2) Modelos de partículas alfa
- 3) Estudio con correlaciones de corto alcance
- 4) Otros trabajos

III.B.1 Funciones deformadas

La conclusión más importante que se obtiene en un estudio de este tipo es que el factor de forma del estado fundamental se ajusta mejor usando funciones no deformadas ⁽³³⁾⁽³⁴⁾. Esto contradice, como ya hemos comentado, los resultados del cálculo variacional ⁽²³⁾.

En la figura 4.a, tomada de la referencia ⁽³³⁾, pueden observarse los factores de forma del estado fundamental para $d=1$ y $d=1.4$. El modelo nuclear usado en ⁽³³⁾ es similar al nuestro, salvo en que no incluye correlaciones de corto alcance. Otra característica de estos factores de forma es que el acuerdo con los factores de forma experimentales para valores altos de q no es bueno.

Las figuras 4,b y 4.c, tomadas también de ⁽³³⁾, muestran los factores de forma de las transiciones $0^+ \rightarrow 2^+$ (4.43 MeV) y $0^+ \rightarrow 4^+$ (14.08 MeV). Puede observarse que la deformación mejora el acuerdo con los datos para la transición $0^+ \rightarrow 2^+$, pero que el factor de forma $0^+ \rightarrow 4^+$ requiere una deformación menor. En este último caso, se lograría el acuerdo con los

datos experimentales para una deformación $d=1.03$ ⁽³³⁾. Este resultado está en menor desacuerdo con los resultados del cálculo de energías ⁽²⁴⁾; en ambos casos se observa un fenómeno de antiensanchamiento (Ver apartado I.B).

Lo más difícil de explicar, a la vista de estos resultados, es el comportamiento del factor de forma del estado fundamental, máxime si se consideran los resultados del estudio de la colisión con protones a alta energía; de esto nos ocuparemos en el capítulo IV.

Este modelo nuclear ⁽³³⁾ no explica la estructura difractiva que presenta el factor de forma de la transición $0^+ \rightarrow 2^+$ alrededor de 3 fm^{-1} .

A la vista de estos resultados, ampliamente contrastados ⁽³³⁾⁽³⁴⁾⁽¹⁸⁾, y que nosotros mismos hemos podido comprobar, resulta difícil aceptar el acuerdo general simultáneo que se ofrece en ⁽⁴⁸⁾ para los tres factores de forma, con una deformación $d=1.4$, y usando el mismo tipo de modelo nuclear.

Consideraremos a continuación los resultados obtenidos en otro trabajo ⁽³⁵⁾, en el que los estados propios del oscilador armónico deformado se sustituyen por una combinación lineal de estados de oscilador armónico isótropo. Puede demostrarse ⁽⁴⁹⁾ que los estados monoparticulares (II.6) admiten el siguiente desarrollo

$$\begin{aligned}
 |(\alpha, d); (n_x, n_y, n_z)\rangle &= C_1 |(\alpha', 1); (n_x, n_y, n_z)\rangle + \\
 &C_2 \left[[(n_x+1)(n_x+2)]^{1/2} |(\alpha', 1); (n_x+2, n_y, n_z)\rangle - [n_x(n_x-1)]^{-1/2} |(\alpha', 1); (n_x-2, n_y, n_z)\rangle \right. \\
 &\left. + [(n_y+1)(n_y+2)]^{1/2} |(\alpha', 1); (n_x, n_y+2, n_z)\rangle - [n_y(n_y-1)]^{-1/2} |(\alpha', 1); (n_x, n_y-2, n_z)\rangle \right] \\
 &C_3 [(n_z+1)(n_z+2)]^{1/2} |(\alpha', 1); (n_x, n_y, n_z+2)\rangle - [n_z(n_z-1)]^{-1/2} |(\alpha', 1); (n_x, n_y, n_z-2)\rangle \\
 &+ \dots
 \end{aligned}
 \tag{III.7}$$

$$\text{donde } C_1 = 1, \quad C_2 = -\frac{1}{2} \ln \left[\frac{\alpha'}{\alpha} \right] \quad \text{y} \quad C_3 = -\frac{1}{2} \ln \left[\frac{\alpha' d^2}{\alpha} \right]
 \tag{III.8}$$

Los estados monoparticulares propuestos en ⁽³⁵⁾ se corresponden con

los términos que han sido escritos del desarrollo (III.7). Por lo demás la función de onda de este modelo coincide con la función (II.13).

Los coeficientes del desarrollo (III.7) se consideran parámetros libres, que pueden determinarse mediante un cálculo Hartree-Fock⁽⁴⁹⁾. Estos parámetros también fueron determinados mediante un ajuste a los factores de forma experimentales del estado fundamental y de la transición $0^+ \rightarrow 2^+$, para valores pequeños del momento transferido q ⁽³⁵⁾.

Las funciones de onda obtenidas por uno y otro método difieren bastante⁽³⁵⁾. Mientras en el cálculo H.F. se obtiene una deformación oblate para todos los estados, la función que ajusta los datos experimentales presenta una deformación prolata para el estado que se correspondería con el $|(\alpha, d); (0, 0, 0)\rangle$, y oblate para los otros dos estados. En este método la deformación se define a través de las relaciones (III.8) como

$$d = \exp \left[\begin{array}{c} c_2 - c_3 \\ -\frac{c_2 - c_3}{c_1} \end{array} \right] \quad (\text{III.9})$$

Así pues, podemos concluir que estas funciones de onda presentan el mismo tipo de problemas que las construidas usando funciones propias de oscilador armónico deformado. El único aspecto que las distingue, y que nos ha motivado par hacer unareferencia más explícita de este trabajo, es que en este modelo se obtiene un máximo en el factor de forma $0^+ \rightarrow 2^+$ para $q \approx 3.4 \text{ fm}^{-1}$. En la figura 5 se muestra el mejor ajuste a los datos experimentales, obtenido con este modelo.

Por último citaremos un cálculo⁽²²⁾ en el modelo de Nilsson, en el que para lograr un ajuste de los factores de forma del estado fundamental y de las transiciones $0^+ \rightarrow 2^+$ y $0^+ \rightarrow 4^+$ fué necesario introducir un nuevo parámetro, correspondiente a una deformación hexadecapolar.

III.B.2 Modelos de partícula alfa

Ya hemos señalado en la introducción que los modelos de partícula alfa también presentan una deformación intrínseca. No obstante, por razones de claridad en la exposición, hemos preferido dedicarles este apartado.

Consideraremos en primer lugar el denominado A.P.M (Modelo de partícula alfa). En este modelo se agrupan los nucleones para formar partículas alfa, sin considerar la antisimetrización de los nucleones pertenecientes a grupos distintos. Si para el factor de forma de la partícula alfa se toma un ajuste experimental del factor de forma del ${}^4\text{He}$, se obtiene un cierto acuerdo con el experimento para los factores de forma del estado fundamental y de la transición $0 \rightarrow 2^+$ (50). Este acuerdo es peor para la transición $0^+ \rightarrow 2^+$, y para valores altos de q en los dos casos. En la figura 6 pueden observarse estos factores de forma. Es importante resaltar, en este punto, que la inclusión de correlaciones de corto alcance mejora notoriamente el acuerdo con el experimento del factor de forma del ${}^4\text{He}$ (10).

También se han realizado cálculos en el modelo A.C.M. (Modelo de alfa cluster). En este modelo sí que se considera la antisimetrización de todas las partículas; cada partícula se compone de cuatro nucleones en el estado 1s de movimiento relativo a su centro de masas. Las funciones de onda de este modelo, determinadas mediante un cálculo variacional, consiguen un buen ajuste para el factor de forma del estado fundamental, para valores de q de hasta 2.5 fm^{-1} (36). Pero en un ajuste independiente de los factores de forma (37) se obtienen valores bien distintos para los parámetros del modelo.

(37) La estructura difractiva que presenta el factor de forma $0^+ \rightarrow 2^+$ alrededor de 3 fm^{-1} puede explicarse en este modelo usando como funciones monoparticulares ondas S relativas al centro de masas de la partícula alfa, con una dependencia radial del tipo siguiente

$$u(\vec{r} - \vec{R}_i) = \left[\cosh \frac{R_\alpha}{b_\alpha} + \cosh \frac{\vec{r} - \vec{R}_i}{b_\alpha} \right]^{-1} \quad (\text{III.10})$$

En esta expresión \vec{R}_i es la posición del centro de masas de la partícula alfa, y R_α y b_α son parámetros del modelo.

En la figura 7 tomada de (37) pueden observarse los resultados obtenidos usando estas funciones.

Por último citaremos un cálculo (21) en el modelo de grupo resonante de

tres partículas alfa, en el que las funciones de onda determinadas mediante un cálculo variacional obtienen un buen acuerdo para los tres factores de forma, en la zona de valores pequeños de q . Este resultado nos hace pensar que la deformación intrínseca del ^{12}C está tratada de forma más correcta en este modelo que en el resto de los ya citados. Los factores de forma correspondientes a este modelo están representados en la figura 8.

III.B.3 Estudio con correlaciones de corto alcance

La introducción de correlaciones de corto alcance, a través de un factor Jastrow, mejora el acuerdo con el experimento del factor de forma del $(^{16}\text{O})_0$ $(^{10}\text{B})_0$.

Podemos citar dos estudios de este tipo en el ^{12}C . En el primero de ellos ⁽⁵¹⁾ el factor Jastrow se aproxima mediante la denominada S.P.A. (Aproximación de pares simples). En esta aproximación se considera sólo la primera potencia del desarrollo de F_A (II.41) en términos de $h(\vec{r}_i - \vec{r}_j) = 1 - f(\vec{r}_i - \vec{r}_j)$. Esta aproximación es matemáticamente incorrecta porque, debido a la dependencia inhomogénea de los distintos términos del desarrollo en el número másico A , se están despreciando términos del mismo orden de magnitud que el de los que se tienen en cuenta ⁽¹⁶⁾.

En el otro trabajo ⁽⁵²⁾ se aplica una expansión en cluster de Iwamoto-Yamada ⁽⁵³⁾ en segundo orden. Como funciones monoparticulares se emplean funciones de Wood-Saxon. En la figura 9 pueden observarse los factores de forma del estado fundamental obtenidos para tres tipos de función de onda. La curva de puntos corresponde a una función no correlacionada proveniente de un ajuste independiente. La curva de trazos corresponde a una función no correlacionada obtenida ⁽⁵⁴⁾ mediante un ajuste de este factor de forma. Y finalmente la curva continua fué obtenida usando esta última función de onda, pero con la inclusión del factor Jastrow.

De la observación de estas curvas no puede concluirse que el factor de forma correlacionado sea mucho mejor que el no correlacionado. Pero a nuestro entender, no debiera haberse construido la función correlacionada partiendo de una función no correlacionada que ya ajustaba los datos. Máxime si se tiene en cuenta que el factor Jastrow no sólo incluye efectos puros de correlaciones de n cuerpos, sino que también modifica las densidades a un cuerpo, y todas las magnitudes que con esta se relacionan, por ejemplo el potencial medio nuclear.

III.B.4 Otros trabajos

En la figura 10 está representado el factor de forma de la transición $0^+ \rightarrow 2^+$ del ^{12}C , calculado⁽⁵⁵⁾ usando funciones de onda construidas a base de excitaciones partícula-hueco de estados de oscilador armónico, y determinadas mediante un cálculo⁽⁵⁵⁾ Tamm-Dancoff con el potencial de Tabakin (línea continua) y el potencial gaussiano de Gillet⁽⁵⁶⁾ (línea a trazos). Puede observarse cómo estas funciones no presentan ninguna estructura difractiva para valores altos de q .

Por último citaremos dos trabajos que usan modelos colectivos. En ambos casos se usa una densidad del tipo Wood-Saxon. El primero de estos trabajos⁽³¹⁾ usa un modelo rotacional y consigue un acuerdo aceptable con los factores de forma experimentales y también con los datos de colisión con protones de alta energía.

En el otro trabajo⁽⁵⁷⁾ se emplea el modelo vibracional en segundo orden. En la figura 11 se encuentran los factores de forma de este modelo; la curva continua corresponde al cálculo en el primer orden del modelo vibracional, y las curvas a trazos a cálculos en segundo orden para distintos valores de los parámetros del modelo. Quisiéramos señalar que se obtiene un mejor acuerdo para el primer orden, que puede considerarse equivalente⁽⁵⁷⁾ a un modelo rotacional en primer orden. El factor de forma $0^+ \rightarrow 2^+$ presenta un máximo alrededor de $q=3 \text{ fm}^{-1}$, aunque su magnitud es excesivamente grande. A nuestro entender la presencia de este máximo se debe al uso de una densidad tipo Wood Saxon. (Ver⁽⁴⁰⁾)



III.C CALCULO DE LOS FACTORES DE FORMA

La sección eficaz para la transición $0 \rightarrow J$ vedrá dadasegún (III.1) como

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}_{0 \rightarrow J} = \sigma_{\text{Mott}} \sum_M \left| F_{0, JM}(\vec{q}) \right|^2 \quad (\text{III.11})$$

donde hemos sumado sobre los $(2J+1)$ estados (JM) que se encuentran degenerados. Los factores de forma $F_{0, JM}(\vec{q})$ vendrán dados como (Ver (III.5))

$$F_{0, JM}(\vec{q}) = (f_p(\vec{q}) + f_n(\vec{q})) \frac{1}{A} \frac{\langle (\alpha, d, a, b) \phi_0 | \sum_{j=1}^A e^{i\vec{q} \cdot \vec{z}_j} | (\alpha, d, a, b) \phi_{JM} \rangle}{[\langle (\alpha, d, a, b) \phi_0 | (\alpha, d, a, b) \phi_0 \rangle \langle (\alpha, d, a, b) \phi_{JM} | (\alpha, d, a, b) \phi_{JM} \rangle]^{1/2}} \quad (\text{III.12})$$

En esta expresión aparecen las funciones de onda (II.43), y recordamos que las \vec{z}_i son coordenadas referidas al centro de masas.

Si tomamos \vec{q} en la dirección Z sólo será distinto de cero el factor de forma $F_{0, J0}(\vec{q})$, y la expresión (III.11) quedará como

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}_{0 \rightarrow J} = \sigma_{\text{Mott}} \left| F_{0, J0}(\vec{q}) \right|^2, \quad \text{con } \vec{q} = q(0, 0, 1) \quad (\text{III.13})$$

Y tendremos que calcular expresiones de la forma

$$J_A = \frac{\langle (\alpha, d, a, b) \phi_0 | \sum_j^A e^{i\vec{q} \cdot \vec{z}_j} | (\alpha, d, a, b) \phi_{J0} \rangle}{[\langle (\alpha, d, a, b) \phi_0 | (\alpha, d, a, b) \phi_0 \rangle \langle (\alpha, d, a, b) \phi_{J0} | (\alpha, d, a, b) \phi_{J0} \rangle]^{1/2}} \quad (\text{III.14})$$

que substituyendo la expresión (II.43) para las funciones de onda quedan

como

$$J_A = \frac{\langle (\alpha, d, a, b) \psi_0 | F_A \sum_j e^{i\vec{q} \cdot \vec{z}_j} F_A | (\alpha, d, a, b) \psi_{J0} \rangle}{[\langle (\alpha, d, a, b) \psi_0 | F_A^2 | (\alpha, d, a, b) \psi_0 \rangle \langle (\alpha, d, a, b) \psi_{J0} | F_A^2 | (\alpha, d, a, b) \psi_{J0} \rangle]^{1/2}} \quad (\text{III.15})$$

Podemos ver que esta expresión es del mismo tipo que la (II.63), si hacemos las siguientes identificaciones

$$K_n = F_n = \prod_{i < j}^n f(\vec{r}_i - \vec{r}_j), \quad H_n = \sum_{i=1}^n e^{i\vec{q} \cdot \vec{z}_i} \quad (\text{III.16})$$

Teniendo en cuenta además que, debido a la invariancia bajo rotaciones de F_n , tenemos que

$$\langle (\alpha, d) \psi_0 | F_n^2 | (\alpha, d) \psi_{J0} \rangle = 0, \quad \text{para } J \neq 0 \quad (\text{III.17})$$

Podremos usar el desarrollo (II.68), y así la aproximación de orden N de la FAHT para la expresión (III.15) vendrá dada como

$$J_A \approx \sum_{k=1}^N \binom{A}{k} E_{0,J}^{(k)} \quad (\text{III.18})$$

donde las $E_{0,J}$ se obtendrán de las N primeras ecuaciones de la forma

$$J_n = \frac{\langle (\alpha, d, a, b) \psi_0 | F_n \sum_j e^{i\vec{q} \cdot \vec{z}_j} F_n | (\alpha, d, a, b) \psi_{J0} \rangle}{[\langle (\alpha, d, a, b) \psi_0 | F_n^2 | (\alpha, d, a, b) \psi_0 \rangle \langle (\alpha, d, a, b) \psi_{J0} | F_n^2 | (\alpha, d, a, b) \psi_{J0} \rangle]^{1/2}} = \sum_{k=1}^n \binom{n}{k} E_{0,J}^{(k)} \quad (\text{III.19})$$

Por tanto para llevar a cabo el desarrollo (III.18) debemos evaluar dos tipos de elementos de matriz

$$C_n = \langle (\alpha, d) \psi_0 | F_n \prod_{j=1}^n e^{i\vec{q} \cdot \vec{z}_j} F_n | (\alpha, d) \psi_{J0} \rangle \quad (III.20)$$

$$y \quad D_n = \langle (\alpha, d) \psi_{J0} | F_n^2 | (\alpha, d) \psi_{J0} \rangle \quad (III.21)$$

Si sustituimos la expresión (II.39) para las $|(\alpha, d) \psi_{J0}\rangle$, las expresiones (III.20) y (III.21) quedan como

$$C_n = \int d\hat{\omega} d\hat{\xi} D_{00}^0(\hat{\omega}) D_{00}^J(\hat{\xi}) \langle f_{int} | R_{int}^+(\hat{\omega}) F_n \prod_{j=1}^n e^{i\vec{q} \cdot \vec{z}_j} F_n R_{int}(\hat{\xi}) | f_{int} \rangle \quad (III.22)$$

$$D_n = \int d\hat{\omega} d\hat{\xi} D_{00}^J(\hat{\omega}) D_{00}^J(\hat{\xi}) \langle f_{int} | R_{int}^+(\hat{\omega}) F_n^2 R_{int}(\hat{\xi}) | f_{int} \rangle \quad (III.23)$$

En esta expresión no hemos escrito los factores, de la forma $[d(\frac{A\alpha}{\pi})^{3/2} M_J]^{-1/2}$, que aparecen en la expresión (II.39) para $|(\alpha, d) \psi_{JM}\rangle$, porque estos se cancelan en la expresión (III.19). También recordamos que \vec{q} está situado a lo largo del eje Z.

Escribamos de forma más explícita el elemento de matriz (III.22), teniendo en cuenta las definiciones (II.23), así tendremos que

$$C_n = \int d\gamma_1 d\cos\beta_1 d\gamma_2 d\cos\beta_2 P_J(\cos\beta_2) \langle f_{int} | e^{i\beta_1 J_y} e^{i\gamma_1 J_z} F_n \prod_{j=1}^n e^{i\vec{q} \cdot \vec{z}_j} F_n e^{-i\gamma_2 J_z} e^{-i\beta_2 J_y} | f_{int} \rangle \quad (III.24)$$

En estas expresiones los operadores J_y y J_z de momento angular son

operadores intrínsecos, pero para no complicar más las expresiones no lo hemos indicado explícitamente.

La expresión (III.24) puede simplificarse aún más, y esto puede hacerse por dos caminos:

a) Si tenemos en cuenta que

$$[e^{i\gamma J_z}, e^{i\vec{q} \cdot \vec{z}_j}] = 0, \text{ para } \vec{q} = q(0,0,1) \quad (\text{III.25})$$

Y haciendo el cambio de variables $\gamma_2 \rightarrow \gamma_2 - \gamma_1$, se obtiene de forma inmediata que

$$C_n = 2\pi \int d\gamma d\cos\beta_1 d\cos\beta_2 P_J(\cos\beta_2) \quad (\text{III.26.a})$$

$$\langle f_{int} | e^{i\beta_1 J_y} F_n \prod_{j=1}^n e^{i\vec{q} \cdot \vec{z}_j} F_n e^{-i\gamma J_z} e^{-i\beta_2 J_y} | f_{int} \rangle$$

Con esto hemos eliminado un integración angular

b) Podemos optar también por hacer actuar una de las rotaciones de (III.22) sobre el operador, y así tendremos que

$$C_n = \int d\hat{\omega} d\hat{\zeta} D_{00}^J(\hat{\zeta})^* \langle f_{int} | R_{int}^+(\hat{\omega}') R_{int}^+(\hat{\zeta}) [F_n \prod_{j=1}^n e^{i\vec{q} \cdot \vec{z}_j} F_n]_{R_{int}(\hat{\zeta})} | f_{int} \rangle \quad (\text{III.27})$$

aquí hemos efectuado el cambio de variable $\omega \rightarrow \omega'$, ω' está definido por la relación $R(\hat{\omega}') = R(\hat{\omega})R(\hat{\zeta})$, y además hemos tenido en cuenta que $D_{00}^0(\hat{\omega}) = 1$.

Los factores de correlación no se ven afectados por las rotaciones, y además podemos escribir que

$$\int d\hat{\zeta} D_{00}^J(\hat{\zeta})^* R_{int}^+(\hat{\zeta}) e^{i\vec{q} \cdot \vec{z}_i} R_{int}(\hat{\zeta}) = \int d\hat{\Omega}_{\vec{q}'} P_J(\cos\theta_{\vec{q}'}) e^{i\vec{q}' \cdot \vec{z}_i}, \text{ con } |\vec{q}'| = q \quad (\text{III.28})$$

Así que la expresión (III.27) queda como

$$C_n = \int d\cos\beta d\gamma d\hat{\Omega}_{\vec{q}'} P_J(\cos\theta_{\vec{q}'}) \langle f_{int} | e^{i\beta J_y} e^{i\gamma J_z} F_n \sum_j e^{i\vec{q}' \cdot \vec{z}_j} F_n | f_{int} \rangle, |\vec{q}'| = q \quad (\text{III.29})$$

En esta expresión la integración en $d\gamma$ puede suprimirse. Esto se debe a que la expresión (III.28) se comporta bajo rotaciones como la componente $M = 0$ de un tensor esférico de rango J ; esto puede comprobarse sin más que introducir el desarrollo de Rayleigh para la onda plana en (III.28). Tenemos que

$$e^{i\vec{q}' \cdot \vec{z}_i} = 4\pi \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l i^l j_l(qz_i) Y_m^l(\hat{\Omega}_{\vec{q}'})^* Y_m^l(\hat{\Omega}_i) \quad (\text{III.30})$$

Sustituyendo esta expresión en (III.28) se obtienen que

$$\int d\hat{\Omega}_{\vec{q}'} P_J(\cos\theta_{\vec{q}'}) e^{i\vec{q}' \cdot \vec{z}_i} = 4\pi i^l j_J(qz_i) P_J(\cos\theta_i) \equiv \hat{O} \quad (\text{III.31})$$

Es fácil ver que $[\hat{O}, J_z] = 0$; y como además $|f_{int}\rangle$ es axialmente simétrica, finalmente llegamos a que

$$C_n = 2\pi \int d\cos\beta d\hat{\Omega}_{\vec{q}'} P_J(\cos\theta_{\vec{q}'}) \langle f_{int} | e^{i\beta J_y} F_n \sum_j e^{i\vec{q}' \cdot \vec{z}_j} F_n | f_{int} \rangle \quad (\text{III.26.b})$$

De estas dos expresiones (III.26.a) y (III.26.b), en las que hemos eliminado una de las integraciones angulares, tal vez resulte más cómoda para el cálculo la última.

En ambos casos deberemos evaluar expresiones del tipo siguiente

$$U = \langle f_{\text{int}} | R_{\text{int}}^+(\hat{\omega}) F_n \sum_j e^{i\vec{q}' \cdot \vec{z}_j} F_n R_{\text{int}}(\hat{\zeta}) | f_{\text{int}} \rangle \quad (\text{III.32})$$

Hemos vuelto a la notación más compacta para las rotaciones, porque la forma explícita de la dependencia en los ángulos de rotación sólo nos interesaría a la hora de llevar a cabo las integraciones angulares.

El operador que aparece en (III.32) es un operador intrínseco de la forma (II.73), porque F_n sólo depende de coordenadas relativas y además

$$\sum_j e^{i\vec{q}' \cdot \vec{r}_j} = \left[\sum_j e^{i\vec{q}' \cdot \vec{z}_j} \right] e^{-i\vec{q}' \cdot \vec{R}} \quad (\text{III.33})$$

Por consiguiente podremos aplicar la técnica del apartado (II.B.2); y usando la igualdad (II.75) podremos expresar U (III.32) como

$$U = \langle (\alpha, d) \psi | R(\hat{\omega}) F_n \sum_j e^{i\vec{q}' \cdot \vec{r}_j} F_n R(\hat{\zeta}) | (\alpha, d) \psi \rangle F_{\text{cm}}^{-1} \quad (\text{III.34})$$

donde $|(\alpha, d) \psi\rangle$ es el determinante de Slater del apartado (II.A.2)

$$y \quad F_{\text{cm}}^{-1} = \langle G | R_{\text{cm}}^+(\hat{\omega}) e^{i\vec{q}' \cdot \vec{R}} R_{\text{cm}}(\hat{\zeta}) | G \rangle \quad (\text{III.35})$$

Esta última cantidad viene dada como ⁽⁴³⁾

$$F_{\text{cm}}^{-1} = d \left[\frac{A\alpha}{\pi} \right]^{-3/2} (1 + \lambda \sin^2 \Omega)^{1/2} \exp \left\{ \frac{S}{4A} [q^2 - v((\vec{q}' \cdot \hat{\omega})^2 + (\vec{q}' \cdot \hat{\zeta})^2) + (\vec{q}' \cdot \vec{T})^2] \right\} \quad (\text{III.36})$$

De estas dos expresiones (III.26.a) y (III.26.b), en las que hemos eliminado una de las integraciones angulares, tal vez resulte más cómoda para el cálculo la última.

En ambos casos deberemos evaluar expresiones del tipo siguiente

$$U = \langle f_{\text{int}} | R_{\text{int}}^+(\hat{\omega}) F_n \sum_j e^{i\vec{q}' \cdot \vec{z}_j} F_n R_{\text{int}}(\hat{\zeta}) | f_{\text{int}} \rangle \quad (\text{III.32})$$

Hemos vuelto a la notación más compacta para las rotaciones, porque la forma explícita de la dependencia en los ángulos de rotación sólo nos interesaría a la hora de llevar a cabo las integraciones angulares.

El operador que aparece en (III.32) es un operador intrínseco de la forma (II.73), porque F_n sólo depende de coordenadas relativas y además

$$\sum_j e^{i\vec{q}' \cdot \vec{r}_j} = \left[\sum_j e^{i\vec{q}' \cdot \vec{z}_j} \right] e^{-i\vec{q}' \cdot \vec{R}} \quad (\text{III.33})$$

Por consiguiente podremos aplicar la técnica del apartado (II.B.2); y usando la igualdad (II.75) podremos expresar U (III.32) como

$$U = \langle (\alpha, d) \psi | R(\hat{\omega}) F_n \sum_j e^{i\vec{q}' \cdot \vec{r}_j} F_n R(\hat{\zeta}) | (\alpha, d) \psi \rangle F_{\text{cm}}^{-1} \quad (\text{III.34})$$

donde $|(\alpha, d) \psi\rangle$ es el determinante de Slater del apartado (II.A.2)

$$y F_{\text{cm}} = \langle G | R_{\text{cm}}^+(\hat{\omega}) e^{i\vec{q}' \cdot \vec{R}} R_{\text{cm}}(\hat{\zeta}) | G \rangle \quad (\text{III.35})$$

Esta última cantidad viene dada como ⁽⁴³⁾

$$F_{\text{cm}}^{-1} = d \left[\frac{A\alpha}{\pi} \right]^{-3/2} (1 + \lambda \text{sen}^2 \Omega)^{1/2} \exp \left\{ \frac{S}{4A} [q^2 - v((\vec{q}' \cdot \hat{\omega})^2 + (\vec{q}' \cdot \hat{\zeta})^2) + (\vec{q}' \cdot \vec{T})^2] \right\} \quad (\text{III.36})$$

donde hemos usado la misma notación que en (II.31), y además S, ν y \vec{T} están definidos como

$$S = \frac{1}{\alpha(1+\lambda \text{sen}^2 \Omega)} \quad , \quad \nu = \frac{(d^2-1)}{2\alpha d^2} \quad (\text{III.37})$$

$$\text{y } \vec{T} = (\hat{\omega} \wedge \hat{\zeta}) \quad (\text{III.38})$$

Finalmente evaluaremos el elemento de matriz

$$\langle (\alpha, d) \psi | R(\hat{\omega}) F_n \sum_{j=1}^n e^{i\vec{q}' \cdot \vec{r}_j} F_n R(\hat{\zeta}) | (\alpha, d) \psi \rangle \quad (\text{III.39})$$

Para calcular esta expresión emplearemos la técnica expuesta en el apartado (II.B.3). Como el operador que aparece en este elemento de matriz no actúa sobre los espacios de spin e isospin, podremos aplicar las expresiones finales (II.87-89).

En el apéndice (A.I) expondremos algunos aspectos concretos del cálculo del elemento de matriz (III.39); por el momento sólo señalaremos que este cálculo se ha llevado a cabo en forma exacta. La expresión (III.39) debe insertarse en la (III.34), y esta a su vez en cualquiera de las dos expresiones (III.26.a) ó (III.26.b). Las integraciones angulares que aparecen en (III.26) se han llevado a cabo mediante una integración numérica gaussiana.

El elemento de matriz D_n (III.23) puede tratarse de la misma forma que hemos tratado C_n (III.22), sólo que la no presencia del operador $e^{i\vec{q}' \cdot \vec{z}_j}$ nos permite eliminar más integraciones angulares.

Si tenemos en cuenta la relación (II.20), y seguimos el procedimiento que fué aplicado a la expresión (II.22), finalmente obtenemos que

$$D_n = \frac{8\pi^2}{2J+1} d\left[\frac{A\alpha}{\pi}\right]^{3/2} \int d\cos\beta (1+\lambda \text{sen}^2 \beta)^{1/2} P_J(\cos\beta) \langle (\alpha, d) \psi | F_n^2 e^{-i\beta J_y} | (\alpha, d) \psi \rangle \quad (\text{III.40})$$

Con esto sólo quedaría emplear las expresiones (III.19) y (III.18) para obtener los factores de forma. La expresión (III.18) ha sido evaluada hasta el tercer orden ($N=3$) de la aproximación.

En el apéndice (A.II) se demuestra la propiedad de invariancia del factor de forma bajo cambios de escala en los parámetros α , b y q . Esta propiedad puede ser muy útil en el cálculo.

IV

ESTUDIO DE LA COLISION CON PROTONES A ALTA ENERGIA

IV.A DESCRIPCION DEL PROCESO DE COLISION

El proceso de colisión con protones será estudiado mediante la teoría de Glauber⁽³⁰⁾. Esta teoría es aplicable al estudio de colisiones a altas energías, para ángulos pequeños de colisión.

La amplitud de difusión, en la teoría de Glauber, viene dada como

$$f(\theta) = \frac{iK}{2\pi} \int d^{(2)}b e^{i\vec{q}\cdot\vec{b}} [1 - e^{i\chi(\vec{b})}] \quad (\text{IV.1})$$

Siendo \vec{K}_i y \vec{K}_f los momentos del proyectil antes y después de la colisión en el sistema centro de masas, tenemos que $K = |\vec{K}_i|$, y $\vec{q} = \vec{K}_i - \vec{K}_f$ es el momento transferido. θ es el ángulo de colisión en el sistema centro de masas.

Como la colisión tienen lugar a altas energías puede suponerse que $q \ll K$, y en consecuencia $\vec{K}_i \approx \vec{K}_f$ ⁽³⁰⁾. Además, para ángulos pequeños de colisión la transferencia longitudinal de momento será despreciable ⁽³⁰⁾. Así tendremos que q será perpendicular a la trayectoria del proyectil durante la colisión; esta trayectoria es una línea recta (aproximación eikonal) con la dirección siguiente ⁽³⁰⁾

$$\hat{k} = \frac{|\vec{K}_i + \vec{K}_f|}{|\vec{K}_i - \vec{K}_f|} \quad (\text{IV.2})$$

Por tanto tendremos que⁽³⁰⁾

$$q = 2 K \operatorname{sen}\theta/2 \quad (\text{IV.3})$$

La integración en $d^{(2)}b$ se lleva a cabo en el plano de parámetros de impacto, que es perpendicular a la dirección \hat{K} (IV.2).

La expresión (IV.1) puede deducirse⁽³⁰⁾ para la colisión con un pozo de potencial, si se trabaja con una función de onda, para el proyectil durante la colisión, consistente en una onda plana distorsionada con un factor que varía lentamente a lo largo de una distancia $(\frac{2\pi}{K})$.

Las condiciones de validez de esta aproximación son que:

- a) $Ka \gg 1$, siendo "a" el rango de la interacción.
- b) $V/E \ll 1$, siendo V la magnitud de la interacción y E la energía del proyectil.
- c) El ángulo de colisión θ debe ser pequeño.

Para $\chi(\vec{b})$ se obtienen la siguiente expresión⁽³⁰⁾

$$\chi(\vec{b}) = - \frac{m}{\hbar^2 K} \int_{-\infty}^{\infty} dz V(\vec{b} + z\hat{K}) \quad , \quad m \text{ es la masa del proyectil} \quad (\text{IV.4})$$

Pero la expresión (IV.1) puede también deducirse⁽³⁹⁾ como una representación asintótica del desarrollo en ondas parciales de la amplitud de difusión, en el límite en el que se cumplen las condiciones a)-c).

La expresión (IV.1) se entiende también como una representación Fourier-Bessel de la amplitud de difusión, pudiendo determinarse la función $\chi(\vec{b})$ a partir de las amplitudes de difusión experimentales.

Usualmente se define el perfil Glauber como

$$\Gamma(\vec{b}) = 1 - e^{i\chi(\vec{b})} \quad (\text{IV.5})$$

Esta función puede expresarse en términos de la amplitud de difusión (IV.1) como

$$\Gamma(\vec{b}) = \frac{1}{2\pi iK} \int d^{(2)}_q e^{i\vec{q}\cdot\vec{b}} f(\vec{q}) \quad (IV.6)$$

Para el caso de la colisión con un blanco compuesto, por ejemplo la colisión protón-núcleo, la teoría de Glauber define un perfil, para una posición determinada de los A nucleones, de la forma

$$\Gamma(\vec{b}, \vec{s}_1, \dots, \vec{s}_A) = 1 - \exp i\chi(\vec{b}, \vec{s}_1, \dots, \vec{s}_A) \quad , \text{ siendo } \vec{s}_i = \vec{r}_i - (\vec{r}_i \cdot \hat{K})\hat{K} \quad (IV.7)$$

Y la amplitud de difusión para la transición entre los estados i y f queda como

$$F'_{if}(\vec{q}) = \frac{iK}{2\pi} \int d^{(2)}_b e^{i\vec{q}\cdot\vec{b}} \langle \psi_f | \Gamma(\vec{b}, \vec{s}_1, \dots, \vec{s}_A) | \psi_i \rangle \quad (IV.8)$$

Posteriormente se hace la hipótesis de aditividad de los desfases, así tenemos que⁽³⁰⁾

$$\chi(\vec{b}, \vec{s}_1, \dots, \vec{s}_A) = \sum_i \chi(\vec{b} - \vec{s}_i) \quad (IV.9)$$

Esta hipótesis de aditividad viene a significar que el proceso tiene lugar fundamentalmente a través de interacciones a dos cuerpos (non overlapping interactions)⁽⁶⁰⁾.

Usando las expresiones (IV.5) y (IV.9) podemos expresar el perfil Glauber de la siguiente forma

$$\Gamma(\vec{b}, \vec{s}_1, \dots, \vec{s}_A) = 1 - \prod_{i=1}^A [1 - \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_i)] \quad (IV.10)$$

Usualmente los perfiles $\Gamma(\vec{b}-\vec{s}_i)$ se obtienen, mediante la expresión (IV.6), de las amplitudes de difusión experimentales para la colisión entre partículas libres. Esto no deja de ser otra aproximación, porque la interacción con el resto del núcleo modifica estas amplitudes de difusión⁽⁶¹⁾.

En la expresión (IV.8) hay otra aproximación más: hemos supuesto que los nucleones permanecen estacionarios mientras el proyectil atraviesa el núcleo (frozen nucleus)⁽⁶¹⁾.

En la expresión (IV.8) los estados $|\Psi_i\rangle$ son de la forma

$$\langle \vec{R} | \Psi_i \rangle = (2\pi)^{-3/2} e^{i\vec{K}_i \cdot \vec{R}} |\psi_{int\ i}\rangle \quad (IV.11)$$

donde \vec{K}_i es el momento del núcleo, \vec{R} la posición del centro de masas y $|\psi_{int\ i}\rangle$ un estado intrínseco.

Teniendo en cuenta (IV.11) obtenemos que⁽⁶²⁾

$$F'_{if}(\vec{q}) = \delta(\vec{K}_f - \vec{K}_i + \vec{q}) F_{if}(\vec{q}) \quad (IV.12)$$

$$\text{donde } F_{if}(q) = \frac{iK}{2\pi} \int d^{(2)}b' e^{i\vec{q} \cdot \vec{b}'} \langle \psi_{int\ i} | \Gamma(\vec{b}', \vec{s}'_1, \dots, \vec{s}'_A) | \psi_{int\ f} \rangle \quad (IV.13)$$

En esta expresión \vec{b}' y las \vec{s}'_i están referidas al centro de masas del núcleo, tenemos que

$$\vec{b}' = \vec{b} - \vec{S}, \quad \vec{s}'_i = \vec{s}_i - \vec{S}, \quad \text{y } \vec{S} = -\frac{1}{A} \sum_i \vec{s}_i \quad (IV.14)$$

La sección eficaz vendrá dada en función de F_{if} (IV.13) como⁽⁶²⁾

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}_{i,f} = |F_{if}(\vec{q})|^2 \quad (IV.15)$$



La teoría de Glauber nos proporciona un método sencillo para calcular la sección eficaz del proceso de colisión, y permite obtener un buen nivel de aproximación⁽⁶³⁾⁽⁶⁴⁾. De hecho los errores que introducen las distintas aproximaciones, que hemos mencionado, se cancelan en gran parte unos con otros⁽⁶⁵⁾.

Los elementos básicos de la expresión (IV.13) son las funciones de onda y las amplitudes de difusión elementales. El conocimiento que tenemos de estas amplitudes de difusión es bastante incompleto; de los distintos términos que las componen, el término central y el de spin-órbita son los más importantes⁽⁶⁴⁾. El término de spin-órbita es de menor magnitud que el término central, sobre todo para ángulos de colisión pequeños; además este término se conoce con menos precisión⁽⁶⁴⁾.

Nosotros trabajaremos sólo con la parte central de la amplitud de difusión, para la que usaremos una expresión del siguiente tipo

$$f(q) = \frac{K\sigma}{4\pi} (i + \epsilon) e^{-\frac{1}{2} \beta q^2} \quad (\text{IV.16})$$

Tomaremos un promedio de las amplitudes de difusión para los procesos de colisión protón-protón y protón-neutrón. Los valores de los parámetros serán iguales que en⁽⁶⁵⁾ para la colisión a 1 GeV y que en⁽⁶⁹⁾ para la colisión a 800 MeV.

T	σ	ϵ	β
1000 MeV	44.0 mb	-.275	5.45 (GeV/c) ⁻²
800 MeV	42.4 mb	-.18	5.25 (GeV/c) ⁻²

IV.B ESTUDIO DE LA BIBLIOGRAFIA

La colisión de protones de alta energía con el núcleo ¹²C ha sido objeto de muchos estudios. Podemos distinguir entre los trabajos que emplean densidades monoparticulares determinadas experimentalmente (estudios independientes del modelo), y aquellos otros que se basan en un

modelo nuclear de tipo microscópico.

IV.B.1 Estudios independientes del modelo

El objetivo de los trabajos de este tipo suele ser poner a prueba la validez de algún tipo de aproximación en el cálculo de la sección eficaz del proceso, o bien evaluar la importancia de los distintos tipos de correlaciones presentes en el núcleo.

Usualmente se emplea un desarrollo para la densidad de A cuerpos en densidades monoparticulares y funciones de correlación⁽⁶⁴⁾, reteniendo sólo las correlaciones a dos cuerpos. Las correlaciones de largo alcance pueden tenerse en cuenta mediante la excitación de unos pocos estados intermedios⁽⁶⁰⁾, con carácter colectivo y energía de excitación pequeña. Las densidades de transición entre el estado fundamental y estos estados intermedios pueden obtenerse de los datos experimentales de la colisión de electrones. Para el estudio de las correlaciones de corto alcance se toman funciones de correlación fenomenológicas⁽⁶⁴⁾⁽⁶⁷⁾, o provenientes de un cálculo en la teoría de Brueckner⁽⁶⁸⁾.

De estos estudios se deduce que la sección eficaz del proceso es muy sensible a las densidades monoparticulares⁽⁶⁴⁾. La inclusión de correlaciones de largo alcance mejora el acuerdo con los datos experimentales para valores del momento transferido $q^2 < 7 \text{ fm}^{-2}$ ⁽⁶⁰⁾. Pero para valores mayores de q se obtienen un mejor acuerdo con los datos experimentales si sólo se consideran los tres primeros términos del siguiente desarrollo para el perfil Glauber⁽⁶⁰⁾

$$\Gamma(\vec{b}, \vec{s}_1, \vec{s}_2, \dots, \vec{s}_A) = \sum_{n=1}^A (-1)^{n+1} \sum_{i_1 < i_2 < \dots < i_n} \Gamma(\vec{b}-\vec{s}_{i_1}) \Gamma(\vec{b}-\vec{s}_{i_2}) \dots \Gamma(\vec{b}-\vec{s}_{i_n})$$

(IV.17)

El término enésimo de este desarrollo nos da la contribución, en la amplitud de difusión, de la colisión del proyectil con n nucleones. Las correlaciones de corto alcance, al impedir que los nucleones se encuentren en una zona muy próxima entre ellos, harán menos importante la contribución de las colisiones múltiples; por tanto nos permitirán obtener un mejor

acuerdo con el experimento⁽⁶⁰⁾. Además la inclusión de estas correlaciones contribuye a que la aproximación de "non overlapping interactions" sea más válida⁽⁶⁰⁾.

Otra conclusión importante, obtenida en⁽⁶⁸⁾, es que la sección eficaz del proceso es más sensible a la longitud de correlación que a la forma propuesta para la función de correlación.

IV.B.2 Modelos microscópicos

El uso de una función de onda del modelo de capas, con funciones monoparticulares de oscilador armónico, no permite obtener un buen acuerdo con los datos experimentales de la colisión con protones de el ^{12}C ⁽⁶⁵⁾. Esto motivó la introducción de funciones de onda deformadas⁽³²⁾; obteniéndose el mejor acuerdo con los datos experimentales para una deformación $d = 1.4$ ⁽³²⁻³³⁾⁽⁴⁸⁾⁽⁶⁹⁾. En cambio, como ya hemos comentado, el factor de forma del estado fundamental se ajusta mejor usando funciones no deformadas.

En la figura 12 se muestran los resultados obtenidos en⁽³³⁾, con un modelo similar al nuestro salvo que no incluye las correlaciones de corto alcance. Puede observarse cómo para $d = 1.4$ se obtiene un mejor acuerdo que para $d = 1$, salvo en la caída del segundo pico que presenta la sección eficaz del proceso de colisión elástica.

Los resultados de los estudios independientes del modelo, citados en el apartado anterior, no nos permiten imputar a la teoría de colisiones aplicada, sino más bien al modelo nuclear, la incapacidad para reproducir los dos conjuntos de datos simultáneamente.

Este tipo de problemas también se presentan en el modelo de partícula alfa (A.P.M.). En la figura 13 se muestran los resultados obtenidos para este modelo⁽³⁸⁾. La línea de puntos está calculada para los valores de los parámetros del modelo que mejor ajustan el factor de forma. Puede observarse la diferencia con respecto a la curva que mejor ajusta los datos (línea continua).

En la figura 14 puede observarse el pobre nivel de acuerdo obtenido para la sección eficaz de la transición $0^+ \rightarrow 2^+$ en un trabajo al que ya nos

hemos referido⁽⁵⁵⁾, y que usa funciones de la T.D.A.

La inclusión de correlaciones de corto alcance, a través de un factor Jastrow, permite obtener un mejor acuerdo con el experimento para los núcleos ${}^4\text{He}$ y ${}^{16}\text{O}$.⁽¹⁰⁾

IV.C CALCULO DE LA AMPLITUD GLAUBER

La sección eficaz para la transición entre dos estados con momentos angulares 0 y J vendrá dada como

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}_{0 \rightarrow J, M} = \sum |F_{0, JM}(\vec{q})|^2 \quad (\text{IV.18})$$

Las amplitudes de difusión $F_{0, JM}(\vec{q})$ fueron definidas en la expresión (IV.13); concretando para las funciones de nuestro modelo (II.43), tenemos que

$$F_{0, JM}(\vec{q}) = \frac{iK}{2\pi} \int d^{(2)}b' e^{i\vec{q} \cdot \vec{b}'} \frac{\langle (\alpha, d)\phi_0 | \Gamma(\vec{b}', \vec{s}'_1, \vec{s}'_2, \dots, \vec{s}'_A) | (\alpha, d)\phi_{JM} \rangle}{[\langle (\alpha, d)\phi_0 | (\alpha, d)\phi_0 \rangle \langle (\alpha, d)\phi_{JM} | (\alpha, d)\phi_{JM} \rangle]^{1/2}} \quad (\text{IV.19})$$

En esta expresión tanto el parámetro de impacto \vec{b}' como las proyecciones \vec{s}'_i están referidas al centro de masas del núcleo; y las funciones $|(\alpha, d)\phi_{JM}\rangle$ son intrínsecas.

El operador intrínseco $\Gamma(\vec{b}', \vec{s}'_1, \vec{s}'_2, \dots, \vec{s}'_A)$ no puede relacionarse con un operador no intrínseco mediante una relación de tipo multiplicativo. Por este motivo no puede aplicarse la técnica del apartado (II.B.2), y el problema de centro de masas ha sido tratado de forma aproximada en el cálculo de la expresión (IV.19)

En el cálculo sin correlaciones pudo resolverse el problema de forma exacta usando la siguiente relación

$$\int d^{(2)}_{b'} e^{i\vec{q}\cdot\vec{b}'} \Gamma(\vec{b}', \vec{s}'_1, \dots, \vec{s}'_A) = \int d^{(2)}_{b'} e^{i\vec{q}\cdot\vec{b}} \Gamma(\vec{b}, \vec{s}_1, \dots, \vec{s}_A) e^{i\vec{q}\cdot\vec{R}} \quad (\text{IV.20})$$

donde \vec{b} y las \vec{s}_i , en el término de la derecha, están referidas a un sistema de referencia externo.

Pero la expresión (IV.20) no presenta la misma utilidad en nuestro caso. Nosotros, en primer lugar, debemos aplicar la FAHT al elemento de matriz

$$\langle (\alpha, d) \Phi_0 | \Gamma(\vec{b}', \vec{s}'_1, \dots, \vec{s}'_A) | (\alpha, d) \Phi_{JM} \rangle \quad (\text{IV.21})$$

Esto nos llevaría a tener que calcular unas integrales de subnormalización, en las que las funciones de onda seguirían siendo funciones intrínsecas. La relación (IV.20) no puede usarse en el cálculo de las integrales de subnormalización porque no son estas, sino el resultado final de la FAHT lo que integraremos en $d^{(2)}_{b'}$.

Aproximaremos la corrección de centro de masas mediante un factor de Tassie-Barker; tenemos que

$$F_{0, JM}(q) = \frac{iK}{2\pi} \exp\left[\frac{q^2}{4A\alpha'}\right] \int d^{(2)}_b e^{i\vec{q}\cdot\vec{b}} \frac{\langle (\alpha, d) \Psi_0 | F_A \Gamma(\vec{b}, \vec{s}_1, \dots, \vec{s}_A) F_A | (\alpha, d) \Psi_{JM} \rangle}{\langle (\alpha, d) \Psi_0 | F_A^2 | (\alpha, d) \Psi_0 \rangle \langle (\alpha, d) \Psi_{JM} | F_A^2 | (\alpha, d) \Psi_{JM} \rangle}^{1/2} \quad (\text{IV.22})$$

En esta expresión \vec{b} y las \vec{s}_i están referidas a un sistema externo, las $|(\alpha, d) \Psi_{JM}\rangle$ son las funciones no intrínsecas (II.22), y F_A es el factor Jastrow.

El factor de Tassie-Barker nos daría de forma exacta la corrección de centro de masas si nuestras funciones fueran determinantes de Slater contruidos con funciones propias del oscilador armónico isótropo. Para el caso de funciones deformadas pero no correlacionadas esta corrección se

aproximará en media al valor de la corrección exacta, si para α' (en el factor de Tassie-Barker) tomamos el valor $\alpha' = 13/6 \langle r^2 \rangle^{-1}$ (33); $\langle r^2 \rangle^{1/2}$ es el radio cuadrático medio para la función $|(\alpha, d)\Psi_0\rangle$. Nosotros trabajaremos con este valor para α' .

La integral doble en $d^{(2)}_b$ puede reducirse a una integral simple. Tomando el eje Z en la dirección perpendicular al plano de parámetros de impacto podemos escribir que

$$\int d^{(2)}_b e^{i\vec{q}\cdot\vec{b}} \langle (\alpha, d)\Psi_0 | F_A \Gamma(\vec{b}, \vec{s}_1, \dots, \vec{s}_A) F_A | (\alpha, d)\Psi_{JM} \rangle = \quad (IV.23)$$

$$\int b db d\gamma e^{iqb\cos\gamma} \langle (\alpha, d)\Psi_0 | F_A e^{-i\gamma J_z} \Gamma(\vec{b}, \vec{s}_1, \dots, \vec{s}_A) e^{i\gamma J_z} F_A | (\alpha, d)\Psi_{JM} \rangle$$

El vector \vec{b} que aparece en el perfil Glauber del término de la derecha tiene una dirección arbitraria, pero fija, en el plano de parámetros de impacto.

Ahora, teniendo en cuenta la simetría esférica de F_A , que $e^{i\gamma J_z} |(\alpha, d)\Psi_{JM}\rangle = e^{iM\gamma} |(\alpha, d)\Psi_{JM}\rangle$

$$\int_0^{2\pi} d\gamma e^{iqb\cos\gamma} e^{iM\gamma} = i^M (2\pi) J_M(qb) \quad (IV.24)$$

llegamos finalmente a que

$$F_{0, JM}(q) = i^{(M+1)} K \exp \frac{q^2}{4A\alpha'} \int b db J_M(qb) \quad (IV.25)$$

$$\frac{\langle (\alpha, d)\Psi_0 | F_A \Gamma(\vec{b}, \vec{s}_1, \dots, \vec{s}_A) F_A | (\alpha, d)\Psi_{JM} \rangle}{[\langle (\alpha, d)\Psi_0 | F_A^2 | (\alpha, d)\Psi_0 \rangle \langle (\alpha, d)\Psi_{JM} | F_A^2 | (\alpha, d)\Psi_{JM} \rangle]^{1/2}}$$

Nuestro problema consiste, por tanto, en evaluar elementos de matriz de la forma

$$\frac{\langle (\alpha, d)\Psi_0 | F_A \Gamma(\vec{b}, \vec{s}_1, \dots, \vec{s}_A) F_A | (\alpha, d)\Psi_{JM} \rangle}{[\langle (\alpha, d)\Psi_0 | F_A^2 | (\alpha, d)\Psi_0 \rangle \langle (\alpha, d)\Psi_{JM} | F_A^2 | (\alpha, d)\Psi_{JM} \rangle]^{1/2}} =$$

$$\delta_{J,0} - \frac{\langle (\alpha, d)\Psi_0 | F_A \left[\prod_{i=1}^A (1 - \Gamma(\vec{b}-\vec{s}_i)) \right] F_A | (\alpha, d)\Psi_{JM} \rangle}{[\langle (\alpha, d)\Psi_0 | F_A^2 | (\alpha, d)\Psi_0 \rangle \langle (\alpha, d)\Psi_{JM} | F_A^2 | (\alpha, d)\Psi_{JM} \rangle]^{1/2}} \quad (IV.26)$$

Aquí hemos tenido en cuenta la expresión (IV.10) para el perfil Glauber.

El operador que aparece en la expresión (IV.26) es de la forma (II.45), tenemos que

$$\Gamma_n(0) = K_n^2, \quad \text{con} \quad K_n^2 = F_n \left[\prod_{i=1}^n (1 - \Gamma(\vec{b}-\vec{s}_i)) \right] F_n \quad (IV.27)$$

Por tanto podemos aplicar la técnica expuesta en el apartado (II.B). Nótese que estamos tratando el perfil Glauber como si fuera un factor de correlación, al igual que se hizo en ⁽¹⁰⁾ para el núcleo ¹⁶O.

Esperamos que la coincidencia entre la notación $\Gamma_n(\beta)$, para el operador generalizado de las expresiones (II.42) y (IV.27), y la notación usada para el perfil Glauber $\Gamma(\vec{b}-\vec{s}_i)$, no cause ninguna confusión.

La aproximación de orden N de la FAHT para elementos de matriz no diagonales (II.62) vendrá dada como

$$\langle (\alpha, d)\Psi_0 | K_A^2 | (\alpha, d)\Psi_{JM} \rangle \approx \left[\prod_{i=1}^N \tilde{y}_i \binom{A}{i} \right] \sum_{k=1}^N \binom{A}{k} G_{0, JM}^{(k)} \quad (IV.28)$$

donde las $G_{0, JM}^{(k)}$ y las \tilde{y}_i vendrán dadas por las N primeras ecuaciones de la

forma (II.60) y (II.61); tenemos que

$$\langle (\alpha, d)\psi_0 | K_n^2 | (\alpha, d)\psi_{JM} \rangle = \tilde{J}_n \sum_{k=1}^n \binom{n}{k} G_{0, JM}^{(k)} \quad (IV.29)$$

$$y \quad \tilde{J}_n = [\langle (\alpha, d)\psi_0 | K_n^2 | (\alpha, d)\psi_0 \rangle \langle (\alpha, d)\psi_{JM} | K_n^2 | (\alpha, d)\psi_{JM} \rangle]^{1/2} = \prod_{i=1}^n \tilde{y}_i^{(n)} \quad (IV.30)$$

Por otra parte, en el cálculo del factor de normalización de la expresión (IV.26) podemos aplicar también la FAHT, y obtendremos, de las ecuaciones (II.50) y (II.51), que

$$I_n = [\langle (\alpha, d)\psi_0 | F_n^2 | (\alpha, d)\psi_0 \rangle \langle (\alpha, d)\psi_{JM} | F_n^2 | (\alpha, d)\psi_{JM} \rangle]^{1/2} = \prod_{i=1}^n X_i^{(n)} \quad (IV.31)$$

$$y \text{ que } I_A \approx \prod_{i=1}^N X_i^{(A)} \quad (IV.32)$$

Estos resultados pueden escribirse en forma más compacta si definimos unas nuevas integrales cluster \tilde{Y}_i de la siguiente forma

$$\tilde{Y}_i = \tilde{y}_i / X_i \quad (IV.33)$$

Usando las expresiones (IV.29), (IV.30) y (IV.31) podremos escribir que

$$\frac{\langle (\alpha, d)\psi_0 | K_A^2 | (\alpha, d)\psi_{JM} \rangle}{[\langle (\alpha, d)\psi_0 | F_A^2 | (\alpha, d)\psi_0 \rangle \langle (\alpha, d)\psi_{JM} | F_A^2 | (\alpha, d)\psi_{JM} \rangle]^{1/2}} = \left[\prod_{i=1}^N \tilde{Y}_i^{(A)} \right] \sum_{k=1}^N \binom{A}{k} G_{0, JM}^{(k)} \quad (IV.34)$$

Siendo

$$\frac{\langle (\alpha, d) \Psi_0 | K_n^2 | (\alpha, d) \Psi_{JM} \rangle}{[\langle (\alpha, d) \Psi_0 | F_n^2 | (\alpha, d) \Psi_0 \rangle \langle (\alpha, d) \Psi_{JM} | F_n^2 | (\alpha, d) \Psi_{JM} \rangle]^{1/2}} = \left[\prod_{i=1}^n \tilde{Y}_i^{(n)} \right] \sum_{k=1}^n \binom{n}{k} G_{0, JM}^{(k)} \quad (IV.35)$$

$$y \left[\frac{\langle (\alpha, d) \Psi_0 | K_n^2 | (\alpha, d) \Psi_0 \rangle \langle (\alpha, d) \Psi_{JM} | K_n^2 | (\alpha, d) \Psi_{JM} \rangle}{\langle (\alpha, d) \Psi_0 | F_n^2 | (\alpha, d) \Psi_0 \rangle \langle (\alpha, d) \Psi_{JM} | F_n^2 | (\alpha, d) \Psi_{JM} \rangle} \right]^{1/2} = \prod_{i=1}^n \tilde{Y}_i^{(n)} \quad (IV.36)$$

Los elementos de matriz básicos de nuestro cálculo serán pues

$$\begin{aligned} \langle (\alpha, d) \Psi_{JM} | K_n^2 | (\alpha, d) \Psi_0 \rangle &= \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \int d\hat{\omega} d\hat{\zeta} Y_M^L(\hat{\omega}) \langle (\alpha, d) \Psi | R(\hat{\omega}) K_n^2 R(\hat{\zeta}) | (\alpha, d) \Psi \rangle \\ \langle (\alpha, d) \Psi_{JM} | K_n^2 | (\alpha, d) \Psi_{JM} \rangle &= \int d\hat{\omega} d\hat{\zeta} Y_M^L(\hat{\omega}) Y_M^{L*}(\hat{\zeta}) \langle (\alpha, d) \Psi | R(\hat{\omega}) K_n^2 R(\hat{\zeta}) | (\alpha, d) \Psi \rangle \\ \langle (\alpha, d) \Psi_{JM} | F_n^2 | (\alpha, d) \Psi_{JM} \rangle &= \int d\cos\beta P_J(\cos\beta) \langle (\alpha, d) \Psi | R(\beta) F_n^2 | (\alpha, d) \Psi \rangle \end{aligned} \quad (IV.37)$$

En estas expresiones hemos tenido en cuenta la expresión (II.22) para las funciones $|(\alpha, d) \Psi_{JM}\rangle$, si bien no hemos escrito factores que se cancelan en la expresión (IV.34). $|(\alpha, d) \Psi\rangle$ es el determinante de Slater del apartado (II.A.2). En el último de estos elementos de matriz hemos tenido en cuenta la expresión (II.21) y la simetría axial de $|(\alpha, d) \Psi\rangle$ para reducir el número de integraciones angulares. En los otros elementos de matriz tenemos una integración en cuatro ángulos; además no puede evitarse ninguna de estas integraciones.

Trabajaremos igual que en el cálculo del factor de forma, es decir que el elemento de matriz entre determinantes de Slater se calculará de forma exacta, y las integraciones angulares se llevarán a cabo numéricamente. Los desarrollos del apéndice A.I, concretamente el método de diagonalización de la matriz de overlap, siguen siendo aquí de utilidad. El cálculo de los elementos de matriz (IV.37) ha sido diseñado, y se han escrito programas

de cálculo; pero el tiempo de cálculo, aún en el segundo orden de la aproximación, es excesivamente grande. Por este motivo trabajaremos en la aproximación de overlap, en la que

$$\begin{aligned} \langle (\alpha, d) \psi | R(\hat{\omega}) K_n^2 R(\hat{\zeta}) | (\alpha, d) \psi \rangle &\approx \delta(\hat{\omega} - \hat{\zeta}) \langle (\alpha, d) \psi | R(\hat{\omega}) K_n^2 R(\hat{\zeta}) | (\alpha, d) \psi \rangle \\ \langle (\alpha, d) \psi | R(\hat{\omega}) F_n^2 | (\alpha, d) \psi \rangle &\approx \delta(\hat{\omega}) \langle (\alpha, d) \psi | F_n^2 | (\alpha, d) \psi \rangle \end{aligned} \quad (\text{IV.38})$$

Esta aproximación será buena para deformaciones grandes, pues en este caso el overlap entre dos determinantes de Slater será pequeño si sus ejes no están muy alineados.

La sección eficaz para la colisión elástica calculada con la aproximación de overlap es casi indistinguible de la que se obtiene en el cálculo exacto, y las secciones eficaces de las transiciones a los estados 2^+ y 4^+ presentan la misma dependencia angular, pero con una magnitud algo menor⁽⁴⁸⁾.

Prosiguiendo, debemos calcular expresiones del tipo

$$\langle (\alpha, d) \psi | R(\hat{\omega}) K_n^2 R(\hat{\omega}) | (\alpha, d) \psi \rangle = \langle (\alpha, d) \psi | R(\hat{\omega}) F_n \left[\prod_{i=1}^n (1 - \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_i)) \right] F_n R(\hat{\omega}) | (\alpha, d) \psi \rangle \quad (\text{IV.39})$$

El operador que aparece en este elemento de matriz es simétrico y no tiene dependencia en spin e isospin, por tanto podemos aplicar los desarrollos del apartado (II.B.3).

Resulta conveniente hacer actuar la rotación de (IV.39) sobre el operador. Nuevamente el factor de correlación no se ve afectado por la rotación. Por otra parte substituyendo la expresión (IV.16) para $f(\vec{q})$ en (IV.6), tenemos que

$$\Gamma(\vec{b} - \vec{s}_i) = C \exp \left[-\frac{1}{2\gamma} (\vec{b} - \vec{s}_i)^2 \right], \quad \text{donde } C = \frac{\sigma}{4\pi\gamma} (1 - \epsilon_i) \quad (\text{IV.40})$$

En el exponente de esta expresión tenemos

$$(\vec{b}-\vec{s}_i)^2 = b^2 + r_i^2 - (\hat{K} \cdot \vec{r}_i)^2 - 2\vec{b} \cdot \vec{r}_i \quad (\text{IV.41})$$

aquí hemos usado la expresión (IV.7) para las \vec{s}_i , y \hat{K} es la normal al plano de parámetros de impacto que tomamos como eje Z.

Así tendremos que

$$R(\hat{\omega}) \Gamma(\vec{b}-\vec{s}_i) R(\hat{\omega}) = C \exp \left[-\frac{1}{2\gamma} \{ b^2 + r_i^2 - (\hat{K}' \cdot \vec{r}_i)^2 - 2\vec{b}' \cdot \vec{r}_i \} \right] \quad (\text{IV.42})$$

donde \hat{K}' y \vec{b}' son las direcciones en que quedarían \hat{K} y \vec{b} después de la rotación; es decir que

$$\text{si } R(\hat{\omega}) = e^{i\phi J_z} e^{i\beta J_y} \quad (\text{IV.43})$$

$$\hat{K}' = (\text{sen } \beta, 0, \text{cos } \beta) \quad \text{y} \quad \vec{b}' = b(\text{cos } \beta \text{cos } \phi, -\text{sen } \phi, -\text{sen } \beta \text{cos } \phi)$$

Introduciremos, pues, la expresión (IV.42) en la (IV.39), y emplearemos las expresiones (II.87-89) para obtener finalmente un desarrollo cuyos términos, en el caso del tercer orden, son de la forma

$$\left[C e^{-\frac{1}{2\gamma} b^2} \right]^{g_1+g_2+g_3} \int \left[\prod_{i,j=1}^3 \right] d x_i(j) P(x) \quad (\text{IV.44})$$

$$\exp \left\{ -\left[\sum_{\substack{i,j=1 \\ 1,k=1}}^3 x_i(j) A(i,j,k,1) x_1(k) + \frac{1}{\gamma} b \cdot \sum_{i=1}^3 \vec{r}_i g_i \right] \right\}$$

En esta expresión, $P(x)$ es un polinomio en las $x_i(j)$, y las g_i serán 1 ó 0 según que el factor $\Gamma(\vec{b}-\vec{s}_i)$ esté presente o no en el término que estamos considerando.

Y la forma cuadrática que aparece en el exponente vienen dada como

$$\sum_{\substack{i,j=1 \\ 1,k=1}}^3 x_i(j) A(i,j,k,1) x_1(k) = \sum_{i=1}^3 [r_i^2 (\alpha + \frac{1}{2\gamma} g_i) + (\hat{K} \cdot \vec{r}_i)^2 - \frac{1}{2\gamma} g_i (\hat{K}' \cdot \vec{r}_i)^2] \quad (IV.45)$$

$$+ c_{1,2} r_{12}^2 + c_{1,3} r_{13}^2 + c_{2,3} r_{23}^2$$

Los $c_{i,j}$ pueden tomar los valores 0, -b y -2b en los distintos términos a que da lugar el desarrollo de F_A . (b es el parámetro de alcance de la correlación (II.42))

Las integrales (IV.44) se han calculado de forma exacta, siguiendo el método espuesto en ⁽⁸⁾.

Una vez evaluada la expresión (IV.39) el resultado será introducido en las expresiones (IV.37), que con la aproximación de overlap (IV.38) nos permitirán obtener la aproximación de orden N de la expansión en clusters (IV.34). Finalmente la integración en el parámetro de impacto (IV.25) se llevará a cabo numéricamente.

RESULTADOS Y DISCUSION

V.A COLISION CON ELECTRONES

La sección eficaz para el proceso de colisión con electrones está relacionada con el factor de forma a través de la expresión (III.1). Usualmente se obtienen factores de forma experimentales mediante esta expresión (III.1), y se comparan con los factores de forma teóricos. Este es el procedimiento seguido por nosotros.

Los datos experimentales para la colisión elástica han sido tomados de ⁽⁴⁰⁾, Un experimento realizado para energías: $E=375$ MeV y $E=750$ MeV. Para la excitación del estado $2^+(4.43$ MeV), los datos fueron tomados de ⁽⁴¹⁾, experimento realizado a $E=600$ MeV y $E=800$ MeV, y de ⁽²²⁾ para energías $E=183$ MeV y $E=250$ MeV. Los datos correspondientes a la excitación del estado $4^+(14.1$ MeV) han sido tomados también de ⁽²²⁾.

En este apartado compararemos con el experimento los factores de forma correspondientes a la funciones de onda obtenidas en un cálculo variacional ⁽¹⁶⁾. Posteriormente se expondrán los resultados de un ajuste χ^2 a los datos experimentales.

En las figuras que comentaremos a continuación, hemos representado el valor absoluto de los factores de forma en función del momento transferido q . Las distintos extremos que aparecen en estas gráficas son alternativamente máximo y mínimo, pero nosotros nos referiremos a todos ellos como máximos, porque se corresponden con los máximos de los factores de forma experimentales. Normalmente entre cada máximo y mínimo del factor de forma se encuentra un cero. Estos ceros en nuestras representaciones gráficas aparecen como mínimos muy pronunciados, y nos referiremos a ellos como mínimos porque corresponden a los mínimos de los factores de forma experimentales. Sin embargo en estos últimos los mínimos no son tan pronunciados como en los factores de forma teóricos. La causa de esta divergencia es que en estas zonas la primera aproximación de Born no es válida, y tienen su importancia una serie de efectos dispersivos.

En estas figuras los valores de los parámetros de la función de onda se expresarán entre paréntesis, con el siguiente orden (α /d/b/a/ORD.N); en último lugar se indica el orden de la expansión cluster, en el que ha sido calculado el factor de forma. Recordemos que α es el parámetro de oscilador y d es la deformación (II.5), b es el parámetro de alcance de la correlación y "a" es la profundidad de la misma (II.42).

V.A.1 Factores de forma de las funciones variacionales

En la tabla I se encuentran los valores de los parámetros de la función de onda correspondientes a los mínimos variacionales. El cálculo variacional fue realizada por E.Buendia⁽¹⁶⁾, usando los potenciales B1 de Brink-Boeker⁽²⁹⁾ y S3 de Afnan-Tang modificado⁽⁵⁸⁾. Se han indicado los números obtenidos para funciones no proyectadas de momento angular, trabajando en el segundo y cuarto orden de la expansión cluster; y también los obtenidos en segundo orden para funciones proyectadas, y las del cálculo sin correlaciones.

Puede observarse la similitud entre los resultados en⁽¹⁶⁾ para el segundo y cuarto orden. Sin embargo la búsqueda del mínimo variacional, trabajando en el tercer orden de la aproximación, presentó problemas⁽¹⁶⁾. En este caso se obtiene un valor para el parámetro de alcance de la correlación b (II.42) muy distinto al obtenido en segundo y cuarto orden. Para estos valores de los parámetros, la función de correlación no tiene el carácter de correlación de corto alcance, y la convergencia de la expansión en cluster no es buena.

Este comportamiento del tercer orden resulta algo paradójico, porque en la zona de los mínimos obtenidos en segundo y cuarto orden la convergencia de la aproximación es buena.

Por este motivo los resultados del tercer orden no han sido incluidos en la tabla I. Además nosotros hemos podido comprobar cómo los factores de forma que se obtienen para estos valores de los parámetros son muy malos.

En la tabla I también se indican las figuras en las que están representados los factores de forma correspondientes a cada valor de los parámetros.

a) Factor de forma del estado fundamental

Puede observarse cómo los factores de forma correspondientes a estas funciones de onda (figs. 16.a-20.a) presentan un acuerdo aceptable con los factores de forma experimentales. Ese acuerdo es muchísimo mejor que el obtenido para las funciones no correlacionadas. Los factores de forma correspondientes a las funciones no correlacionadas (Figs. 15.a-16.a) presentan un mal acuerdo con el experimento a lo largo de todo el rango de valores de q .

Ya hemos comentado anteriormente la dificultad, para lograr un buen acuerdo con el experimento, que encuentran los distintos modelos nucleares cuando se usan funciones de onda provenientes de un cálculo de energías. Esta dificultad parece ser menor en el caso del modelo de Grupo resonante de tres partículas alfa⁽²¹⁾ (Fig.8). Y puede considerarse que nuestros resultados, por lo que respecta al factor de forma del estado fundamental, son de la misma calidad que en este modelo en la zona del primer máximo, y substancialmente mejores para valores mayores de q . No obstante, adelantando resultados del siguiente apartado, diremos que pueden obtenerse ajustes de mejor calidad con nuestra función de onda; y por tanto no podemos afirmar que nuestro modelo resuelva este problema de forma plenamente satisfactoria.

En general se obtiene un mejor acuerdo para los factores de forma calculados en segundo orden. Los factores de forma calculados en segundo y tercer orden son muy similares para valores de q menores de 2fm^{-1} , el segundo máximo del factor de forma presenta más altura en el segundo orden, y es alrededor de $q=4\text{fm}^{-1}$ donde más difieren los dos factores de forma. En esta última zona el factor de forma del segundo orden presenta cierta estructura, que no parecen corroborar los datos experimentales y que el tercer orden tiende a cancelar. El comportamiento en esta zona es además diferente en los distintos factores de forma representados (Figs. 16.a-20.a); no obstante todos ellos tienen en común el tomar valores mayores que los factores de forma no correlacionados, que caen muy rápidamente en esta zona.

Si bien la obtención de valores experimentales en un rango mayor de q sería muy interesante, esta no permitiría obtener evidencia acerca de la importancia de las correlaciones de corto alcance en el núcleo, porque la

inclusión de funciones monoparticulares del tipo Wood-Saxon⁽³²⁾⁽⁶⁴⁾ (Fig.9), o del tipo (III.10) en el modelo A.C.M.⁽⁵⁷⁾ (Fig.7), lleva a obtener el mismo comportamiento que tienen nuestros factores de forma calculados en segundo orden, alrededor de $q \approx 4\text{fm}^{-1}$. (Además habría que ser cauteloso a la hora de extraer conclusiones, porque en esta zona la primera aproximación de Born no es tan buena.)

El mejor nivel de acuerdo con el experimento se logra para los parámetros obtenidos en el cálculo variacional⁽¹⁶⁾ trabajando en cuarto orden con funciones no proyectadas (Figs. 18.a y 20.a). El que los factores de forma correspondientes a los mínimos variacionales proyectados sean peores (Fig. 17.a y 19.a), se contradice con el resultado del cálculo variacional, en el que este tipo de soluciones aparecen más ligadas⁽¹⁶⁾.

Los factores de forma de las funciones obtenidas con el potencial S3 presentan un mejor acuerdo con el experimento en la zona del segundo m'aximo. En cambio la zona del primer m'aximo se ajusta mejor con las funciones correspondientes al potencial B1. En el caso del m'inimo variacional obtenido en cuarto orden para el potencial B1, cuyo radio cuadrático medio coincide con el experimental, este ajuste es bastante bueno (Fig. 10.a).

El potencial S3 fué obtenido⁽⁵⁸⁾ mediante un ajuste de los datos de colisión de nucleones a bajas energías, y de varios observables de los núcleos de ^3He y ^4He , usando para ello funciones correlacionadas. Cabe esperar por tanto que la función de correlación obtenida mediante este potencial sea más realista que la correspondiente al potencial B1, que procede de un ajuste de los núcleos de ^4He y ^{16}O y de la materia nuclear, sin tener en cuenta las correlaciones.

El que con el potencial B1 se obtenga una mejor descripción de los aspectos menos finos de la densidad nuclear, como el radio cuadrático medio y la caída del primer máximo del factor de forma, puede estar relacionada con el hecho de que en su obtención se haya tenido en cuenta un rango más amplio de sistemas nucleares. En cambio el potencial S3, al permitir obtener una mejor función de correlación, da mejor cuenta de otros aspectos más finos de la densidad nuclear.

Quisieramos hacer notar por último un aspecto importante de este estudio. La diferencia entre los resultados obtenidos con y sin

correlaciones de corto alcance es mucho más notable cuando se usan funciones obtenidas mediante un cálculo variacional, que cuando estas funciones proceden de un ajuste a los factores de forma experimentales; de esto último nos ocuparemos en el apartado siguiente. Es lógico que las cosas sucedan de esta forma, porque el factor de forma nuclear es muy sensible a pequeños cambios en la densidades a un cuerpo⁽⁴⁰⁾; y es posible corregir estas densidades en el sentido correcto variando los parámetros de la función no correlacionada. No obstante el primero de los dos métodos de trabajo está más cargado de sentido físico, porque en él las densidades a un cuerpo se obtienen partiendo de principios fundamentales.

b) Factor de forma de la transición $0^+ \rightarrow 2^+$

El mejor acuerdo con el experimento, en la zona de valores pequeños de q , se consigue para el mínimo variacional que se obtiene en cuarto orden para funciones no proyectadas con el potencial B1 (Fig. 19.b); ya hemos comentado que este punto es el que mejor ajusta la zona de valores pequeños del factor de forma del g.s.

En todos los factores de forma correlacionados la caída del primer máximo es más lenta que en el factor de forma experimental. En esta zona el factor de forma no correlacionado correspondiente al potencial B1 se comporta mejor.

Los factores de forma correlacionados reproducen de alguna forma la estructura que presenta el factor de forma experimental alrededor de $q=3\text{fm}^{-1}$. Sin embargo el comportamiento del segundo y tercer orden, que coincide prácticamente para valores menores de q , es bastante distinto. Los factores de forma calculados en segundo orden presentan un máximo en esa zona, pero este aparece desplazado y con menor magnitud que los datos experimentales. Para los puntos obtenidos mediante el potencial S3 (figs. 17.b-18.b), el tercer orden no altera la posición del máximo, pero este aparece más estrecho y con menos magnitud. En el caso de los puntos obtenidos mediante el potencial B1 (Figs. 19.b-20.b) el tercer orden desplaza considerablemente este máximo. Nuevamente, al igual que sucedía con el factor de forma del estado fundamental, el potencial S3 permite obtener un mejor acuerdo en esta zona.

Puede observarse cómo los factores de forma no correlacionados (Figs 15.b y 16.b) presentan también un segundo máximo, pero con una magnitud considerablemente menor. Esta característica también la presenta el factor de forma (Fig.5) obtenido en⁽³⁵⁾ mediante el uso de funciones monoparticulares del tipo (III.7). En este caso la altura del máximo es algo menor que en nuestros factores de forma. Los resultados de este trabajo⁽³⁵⁾ son interesantes, porque se consigue obtener el mencionado máximo sin que esto lleve aparejado la aparición de ninguna estructura en el factor de forma del estado fundamental alrededor de $q=4\text{fm}^{-1}$. El resto de los trabajos citados en el capítulo (III) fracasan en el intento de reproducir la situación experimental en esta zona, salvo en el caso de⁽³⁷⁾ y⁵⁷⁾. En⁽³⁷⁾ usando el modelo A.C.M. con funciones monoparticulares del tipo (III.10) se logra un buen ajuste (Fig.7). Como ya hemos comentado, en este caso el factor de forma del estado fundamental se comporta como el nuestro para $q=4\text{fm}^{-1}$. En el trabajo⁽⁵⁷⁾, usando un modelo vibracional en segundo orden, con una densidad del tipo Wood-Saxon, se obtiene un máximo para $q=3\text{fm}^{-1}$ que queda muy por encima de los datos experimentales (Fig.10).

Al igual que sucedía en el caso del estado fundamental la diferencia más notable entre los factores de forma correlacionados y los no correlacionados se produce en la zona de valores mayores de q . En este caso la situación experimental parece confirmar nuestros resultados. Pero al igual que sucedía en el caso del estado fundamental no nos es posible obtener evidencia acerca de la importancia de las correlaciones de corto alcance, por lo expuesto en el párrafo anterior. Nuevamente, lo más sobresaliente de estos resultados es que nuestras funciones de onda han sido obtenidas mediante un cálculo variacional.

c) Factor de forma de la transición $0^+ \rightarrow 4^+$

En general nuestros factores de forma tienen una magnitud bastante mayor que la de los datos experimentales. Esta diferencia es menos importante para las funciones con una deformación menor, y en este sentido nuestros resultados son del mismo tipo que los obtenidos en⁽³³⁾ para funciones no correlacionadas. Es decir, volvemos a encontrarnos con el efecto de antiensanchamiento. Ya hemos mencionado que del estudio de las energías⁽¹⁶⁾ se deduce que este efecto es más importante en las funciones correlacionadas.

Los factores de forma calculados en segundo y tercer orden coinciden prácticamente para valores de q menores que 3fm^{-1} .

Los factores de forma correlacionados presentan un máximo para $q=4\text{fm}^{-1}$, zona sobre la que no se poseen datos experimentales.

V.A.II Ajuste al factor de forma del estado fundamental

En este apartado expondremos los resultados de un ajuste χ^2 para el factor de forma del estado fundamental. Pretendemos en este estudio analizar en qué medida se ve afectado el nivel de acuerdo con el experimento por los distintos elementos de nuestra función de onda.

En el apartado anterior vimos cómo la introducción de las correlaciones de corto alcance modifica en el sentido correcto los factores de forma que se obtienen como resultado de un cálculo variacional. Estas modificaciones son muy importantes, y los factores de forma correlacionados son mucho mejores que los no correlacionados.

La única justificación experimental para la introducción de las correlaciones de corto alcance es la presencia de un core repulsivo en la interacción nucleón-nucleón. Por tanto la forma de la función de correlación debe depender fundamentalmente de las características de la interacción nuclear, y esto es lo que se observa en el cálculo variacional⁽¹⁶⁾.

La naturaleza del estudio que pretendemos abordar ahora es bien distinta a la de un cálculo variacional. En el cálculo variacional, a través de la interacción nuclear, se introduce la cantidad de información suficiente como para que pueda ser discriminada la distinta naturaleza de los elementos que componen nuestra función de onda. Esto último no se cumple en un ajuste de los factores de forma experimentales.

En el factor de Jastrow aparecen unidos de forma inseparable todos los efectos propios de las correlaciones de corto alcance, tanto la modificación de las densidades monoparticulares como las correlaciones a dos o más cuerpos. Esto nos permite determinar los parámetros de la función de correlación mediante un ajuste a los factores de forma. Pero este no sería un buen método de trabajo, porque el factor de forma es un operador a un cuerpo, y porque en este estudio no hemos introducido ninguna información acerca de la interacción nuclear.



Nuestro propósito no es por tanto obtener información acerca de la función de correlación, sino ver en qué medida la introducción de las correlaciones modifica el nivel de acuerdo con el experimento. Para servir a este propósito lo más correcto sería no dar libertad a los parámetros de la función de correlación en la realización del ajuste. No obstante, como quiera que los valores de estos parámetros no están suficientemente bien determinados, debido a nuestro conocimiento imperfecto de la interacción nuclear, en un principio se les dejará variar libremente.

Podría suceder que el mejor ajuste se obtuviera para unos valores de los parámetros de la función de correlación que le hiciera perder el carácter de correlación de corto alcance. Pero esto no haría más que confirmar el hecho de que este no es un buen método para obtener información acerca de la función de correlación. Este resultado no podría interpretarse como un rechazo a la introducción de las correlaciones de corto alcance. En cambio sí implicaría un rechazo a la introducción de este tipo de correlaciones, el que estas no permitieran obtener ajustes de más calidad que la del mejor factor de forma no correlacionado. Es en este punto donde debemos fijar nuestra atención.

También fijaremos nuestra atención en la comparación entre los resultados obtenidos para funciones deformadas y esféricas. Ya hemos comentado que en el estudio sin correlaciones⁽³³⁾ se obtiene un mejor acuerdo para las funciones esféricas.

El ajuste χ^2 se obtiene minimizando la siguiente expresión

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(V_t(i) - V_{\text{exp}}(i))^2}{\sigma_i^2} \quad (\text{V.1})$$

en la que los $V_{\text{exp}}(i)$ son los valores experimentales, los $V_t(i)$ los correspondientes valores teóricos y σ_i los errores experimentales. Si estos errores no tiene carácter sistemático, el acuerdo con el experimento se alcanza cuando $\chi^2 = f$ ⁽³⁶⁾, donde f es el número de grados de libertad, que viene dado como

$$f = N - n_p \quad (\text{V.II})$$

donde N es el número de puntos experimentales considerados y n_p el número de parámetros libres. Nosotros daremos en todos los casos el valor χ^2/f .

Los datos experimentales han sido tomados de ⁽⁴⁰⁾. En la realización de este ajuste no se han tenido en cuenta los tres puntos situados en la zona del mínimo, porque, como ya hemos comentado, en esta zona no podemos alcanzar un buen acuerdo trabajando en primera aproximación de Born. Así mismo se ha eliminado un punto en la caída del primer máximo que rompe claramente la sistemática del resto de los puntos.

La realización de este trabajo requiere un gran tiempo de cálculo. Por este motivo hemos optado por fijar el valor de la deformación. Se ha llevado a cabo el proceso de búsqueda para los valores de la deformación $d = 1$ y $d = 1.4$, con el objeto de poder comparar el comportamiento de las funciones deformadas con respecto a las no deformadas. Hemos tomado $d = 1.4$ porque para este valor se obtiene un mejor acuerdo con los datos de colisión con protones, en el estudio sin correlaciones ⁽³²⁾⁽³³⁾⁽⁴⁸⁾.

En las distintas tablas a que nos referimos a continuación aparecen valores para el radio cuadrático medio; sobre el método de cálculo, en el que se ha tenido en cuenta el tamaño finito del protón, puede encontrarse información en ⁽¹⁶⁾.

V.A.II.1 Estudio sin correlaciones

Si bien este tipo de funciones ya ha sido estudiado en ⁽³³⁾, no se llevó a cabo un ajuste χ^2 . Nosotros lo hemos realizado para $d = 1$ y $d = 1.4$.

En la tabla II se muestran los puntos para los que se obtiene el mejor valor de χ^2 , y los correspondientes factores de forma pueden observarse en las figuras 21 y 22. Se obtiene un mejor acuerdo para $d = 1$ que para $d = 1.4$.

También se muestran en la tabla II los resultados de un ajuste independiente a las zonas situadas antes y después del mínimo. Como puede observarse se logra un mejor acuerdo en la zona situada antes del mínimo, y en ambos casos resulta favorecida la función esférica.

No nos detendremos en este estudio, que ha sido incluido para poseer un punto de referencia con el que comparar los resultados del estudio con correlaciones.

V.A.II.2 Estudio con correlaciones

El método que hemos seguido para la minimización de χ^2 es el siguiente

- 1) Se ha efectuado un barrido con el parámetro b/α
- 2) Para cada valor de b/α se ha efectuado un barrido en el parámetro α
- 3) Por último, para cada valor del resto de los parámetros, se obtiene el valor de "a" que minimiza χ^2 .

Como veremos, en algunos de los ajustes que hemos realizado ha sido fijado también el valor de "a", y por tanto no se lleva a cabo el paso 3).

Se ha escogido esta estrategia de búsqueda porque una vez fijado el valor de b/α , y teniendo en cuenta lo expuesto en el apéndice II, los resultados de la parte más gravosa del cálculo pueden conservarse, y así efectuar con cierta comodidad los barridos en " α " y "a". Además, aunque la longitud de correlación está relacionada fundamentalmente con el tamaño del core repulsivo, este parámetro b/α nos da idea de como es esta longitud en comparación con el tamaño del núcleo, que depende muy directamente del valor de α .

a) Cálculo en segundo orden.

Comenzamos fijando el valor de "a" mediante la condición de buen radio cuadrático medio, porque como es bien sabido, el valor del radio cuadrático medio de carga puede obtenerse partiendo del factor de forma.

El valor experimental para el radio cuadrático medio, obtenido mediante el estudio de rayos X muónicos, es $r.c.m. = (2.467 \pm 0.020) f_m^{-1}$ (71). Este valor está en buen acuerdo con el

obtenido mediante un ajuste independiente del modelo a los datos de colisión de electrones usados por nosotros; r.c.m. = $(2.46 \pm 0.26) \text{fm}^{-1}$ (40). Y también está en buen acuerdo con otro ajuste del mismo tipo, pero incluyendo más datos en la zona comprendida entre $q = 0$ y $q = 1 \text{fm}^{-1}$; r.c.m. = $(2.472 \pm 0.015) \text{fm}^{-1}$ (72).

En la tabla III pueden observarse los valores de los parámetros correspondientes al mejor ajuste para $d = 1$ y $d = 1.4$, así como algún otro punto significativo. En las figuras 23 y 24 están representados los factores de forma correspondientes. Si bien se ha obtenido un mejor acuerdo para $d = 1$ que para $d = 1.4$, la diferencia entre la calidad de los ajustes no es excesivamente grande.

Los valores obtenidos para los parámetros de la función de correlación se apartan mucho de los obtenidos en el cálculo variacional⁽¹⁶⁾ (Ver tabla I), y corresponden a una función de correlación de largo alcance. Sin embargo para valores mayores de "b", para los que la función de correlación es de corto alcance, χ^2 no aumenta demasiado, sobre todo para $d = 1$. Es decir, que aún en el caso de que estos resultados pudieran interpretarse como un rechazo a la correlación de corto alcance -ya hemos visto anteriormente que no-, este rechazo tendría un carácter débil. Además, como puede observarse en la tabla III, usando funciones de correlación de corto alcance pueden obtenerse valores de χ^2 mayores que los correspondientes a las funciones no correlacionadas de la tabla II.

La condición de buen radio cuadrático medio ha sido impuesta, tal vez, en una forma excesivamente rigurosa. Y por este motivo fue realizado un segundo ajuste, trabajando también en segundo orden, pero sin imponer ninguna restricción a la variación de los parámetros. Los resultados de este ajuste pueden observarse en la tabla IV. La calidad de los factores de forma mejora bastante, sin que esto repercuta sobre el radio cuadrático medio, para el que encontramos valores muy próximos al experimental, sobre todo si se le compara con el obtenido mediante el ajuste⁽⁴⁰⁾, que ya hemos citado, a este mismo conjunto de datos. Los mejores factores de forma para $d = 1$ y $d = 1.4$ pueden verse en las figuras 25.a y 26.a; en este caso presenta un mejor acuerdo la función deformada.

Nuevamente el mejor ajuste se logra para unos valores de los parámetros de la función de correlación distintos de los obtenidos en el cálculo variacional, si bien la diferencia es ahora menor, sobre todo para

$d = 1$. En este último caso la convergencia de la expansión cluster es buena, esto puede observarse en la fig. 25.a, donde se muestran los factores de forma calculados en segundo y tercer orden; esta convergencia es peor para $d = 1.4$ (Ver fig. 26.a).

Para $d = 1$ el valor de χ^2 no aumenta demasiado conforme aumenta b/α . Pueden obtenerse funciones de onda, con correlaciones de corto alcance, que presentan valores de χ^2 muy próximos al valor mínimo, y mucho menores que los presentados por las funciones no correlacionadas de la tabla II. Para $d = 1.4$ también pueden obtenerse funciones correlacionadas que presentan un mejor acuerdo que las de la tabla II, pero la tolerancia con respecto al aumento de b/α es mucho menor. Para valores altos de b/α vuelven a presentar un mejor acuerdo las funciones no deformadas.

La realización de un ajuste independiente a las zonas situadas antes y después del mínimo del factor de forma puede ayudarnos a profundizar en el análisis de estos resultados.

En la tabla V se muestran los resultados de un ajuste a la zona situada antes del mínimo. Cuando $d = 1$ el mejor acuerdo se consigue para un valor de $b/\alpha = 0.7$ y χ^2 aumenta suavemente conforme b/α crece, pero para la profundidad de la correlación se obtienen valores muy pequeños. En cambio cuando $d = 1.4$ el mejor acuerdo se consigue para $b/\alpha = 8$ y $a = -0.73$, es decir para una función de correlación con carácter de corto alcance.

Fijando nuestra atención en los resultados obtenidos para $b/\alpha = 8$, y comparándolos con los resultados del estudio sin correlaciones (Tabla II), observamos que la introducción de correlaciones de corto alcance empeora el nivel de acuerdo con el experimento, en esta zona del factor de forma, para $d = 1$, y lo mejora para $d = 1.4$.

En la tabla VI se muestran los resultados de un ajuste a la zona situada después del mínimo. El mejor acuerdo se obtiene cuando $b/\alpha = 0.7$ para las dos deformaciones. En este ajuste se obtienen valores mayores para la profundidad de la correlación, y χ^2 aumenta mucho más conforme crece b/α , sobre todo para $d = 1.4$. Comparando los resultados obtenidos para $b/\alpha = 8$ con los de la tabla II, observamos que la introducción de las correlaciones de corto alcance permite obtener un mejor acuerdo para las dos deformaciones.

Los resultados del ajuste a todo el conjunto de datos experimentales son fruto de la competición entre las zonas situadas antes y después del mínimo. Son los puntos situados en esta última zona los causantes de que el mínimo de χ^2 se obtenga para valores pequeños de b . Cuando b toma estos valores pequeños, disminuye la diferencia entre la calidad del ajuste obtenido para $d = 1$ y $d = 1.4$. Pero a nuestro juicio este no es el resultado verdaderamente importante, porque en estas condiciones nuestra función de onda se aparta de la del modelo inicialmente propuesto.

Nuestro interés no está en poder asegurar que cuando se toman nuestras funciones de onda como funciones de prueba el mejor ajuste se obtenga cuando "a" y "b" tomen valores correspondientes a una función de correlación de corto alcance. Ya hemos indicado que este no es el método correcto de obtener información acerca de la función de correlación. Nuestro interés está en estudiar las consecuencias de la introducción de las correlaciones de corto alcance, y hemos visto que ésta permite mejorar el acuerdo con los factores de forma experimentales. La realización de un nuevo ajuste fijando en parte la función de correlación puede clarificar esta discusión.

En el cálculo variacional la profundidad de la correlación se mantiene constante en los distintos núcleos estudiados⁽⁹⁾. Por tanto tendría cierto sentido fijar el valor de la profundidad de la correlación. Nosotros hemos tomado $a = -1$, que correspondería a un potencial con un hard core.

Los resultados de este nuevo ajuste se muestran en la tabla VII. El mejor acuerdo se logra usando funciones de correlación de corto alcance y con valores de χ^2 menores que los obtenidos en el estudio sin correlaciones. El ajuste es de mejor calidad para $d=1$ que para $d=1.4$, pero esta diferencia es menor que en el estudio sin correlaciones.

Para $d=1$ el valor de χ^2 no difiere mucho del obtenido dejando variar libremente el parámetro "a" (tabla IV). El mejor factor de forma está representado en la figura 27.a, donde también se ha incluido el factor de forma calculado en tercer orden. Puede observarse como la convergencia es buena salvo alrededor de $q \approx 4 \text{ fm}^{-1}$, donde el segundo orden presenta cierta estructura que tiende a cancelar el tercer orden. Es en esta zona donde más difiere este factor de forma del obtenido anteriormente no fijando el valor de "a" (fig. 25).

En cambio para $d=1.4$ la diferencia con respecto al valor de χ^2 obtenido anteriormente (tabla IV) es mayor. Además, como puede observarse en la fig. 28.a, la convergencia de la cluster no es muy buena para estos valores de los parámetros. La altura del máximo que presenta este factor de forma alrededor de $q \approx 4\text{fm}^{-1}$ es mayor que en el mejor factor de forma para $d=1$ (fig. 27.a). En el tercer orden sigue apareciendo esta estructura.

De lo dicho hasta ahora podemos extraer tres conclusiones importantes:

1) Mediante la introducción de correlaciones de corto alcance se consigue mejorar el acuerdo con los factores de forma experimentales.

2) Se obtiene un mejor acuerdo para $d=1$ que para $d=1.4$ al igual que sucedía en el estudio sin correlaciones, pero disminuye la diferencia entre la calidad de los ajustes.

3) Se observa una fuerte interacción entre dos elementos tan dispares como son la deformación intrínseca y las correlaciones de corto alcance. Para $d=1$ es muy pequeña la diferencia entre la calidad de los ajustes obtenidos fijando la función de correlación para que sea de corto alcance y dejándola variar libremente. En cambio para $d=1.4$ esta diferencia es mayor. La razón de este comportamiento se encuentra en la zona del factor de forma situada después del mínimo, donde las funciones deformadas tienen una mayor tendencia a presentar cierta estructura, alrededor de $q \approx 4\text{fm}^{-1}$, cuando la función de correlación tiene el carácter de corto alcance.

Por último estudiaremos los factores de forma para las transiciones $0^+ \rightarrow 2^+$ y $0^+ \rightarrow 4^+$ que se obtienen para los valores de los parámetros correspondientes a los mejores ajustes al factor de forma del estado fundamental.

En las figuras 25.b y 26.b se muestran los factores de forma $0^+ \rightarrow 2^+$ correspondientes a los mejores ajustes para $d=1$ y $d=1.4$ de la tabla IV, es decir, los obtenidos dejando variar libremente los parámetros, y en las figuras 27.b y 28.b se muestran los de la tabla VIII, obtenidos fijando el valor de la profundidad de la correlación.

En estas figuras puede observarse cómo se obtiene un mejor acuerdo para $d=1.4$. Además para este valor de la deformación se observa un máximo mucho más pronunciado que para $d=1$ alrededor de $q=3.5\text{fm}^{-1}$. El mejor acuerdo en esta zona se obtiene para el mejor ajuste de la tabla VIII con $d=1.4$ (fig. 28.b); esta función es además la que presenta un máximo más pronunciado en el factor de forma del estado fundamental, alrededor de $q=4\text{fm}^{-1}$ (fig. 28.a). A nuestro entender existe una relación muy estrecha entre el comportamiento de los factores de forma en estas dos zonas.

Por lo demás, nada nuevo podemos añadir a lo ya dicho en el anterior apartado referente a la convergencia de la aproximación y al pobre nivel de acuerdo que se obtiene en la caída del primer máximo.

En las figuras 26.c y 28.c están representados los factores de forma $0^+ \rightarrow 4^+$ correspondientes a los mejores ajustes de las tablas IV y VII para $d=1.4$. Nuestros factores de forma pasan muy por encima de los datos experimentales. En este punto también nos referimos a lo ya comentado en el apartado anterior. Los factores de forma $0^+ \rightarrow 4^+$ correspondientes a $d=1$ no se han representado porque para las funciones no correlacionadas valen exactamente cero⁽³³⁾. En el caso de funciones correlacionadas se obtiene un valor distinto de cero, pero no tiene mucho sentido basarse únicamente en las correlaciones de corto alcance para describir un estado eminentemente colectivo.

b) Cálculo en tercer orden.

Los resultados de un ajuste realizado en tercer orden fijando el valor de la profundidad de la correlación en $a=-1$ pueden observarse en la tabla VIII.

Encontramos un comportamiento muy diferente para los dos valores de la deformación. Mientras al mejor ajuste para $d=1$ le corresponden unos valores de los parámetros muy similares a los que obtuvimos en segundo orden, para $d=1.4$ se obtienen diferencias muy importantes.

El mejor factor de forma para $d=1$ está representado en la fig. 29. Este ajuste es mejor que el que obtuvimos para los factores de forma no correlacionados. Este ajuste es de peor calidad que el del segundo orden, pero presenta un radio cuadrático medio mejor y por consiguiente un mejor

acuerdo en la zona de valores pequeños de q del factor de forma. La mayor diferencia respecto al mejor factor de forma del segundo orden (fig. 27.a) se encuentra en la caída del segundo máximo.

En cambio para $d=1.4$ no se encuentra un mínimo de χ^2 . Se observa un decaimiento asintótico hacia el límite en que $b \rightarrow \infty$. En este límite nuestra función de onda coincidiría con la función no correlacionada. De hecho se obtiene para α el mismo valor que en el estudio sin correlaciones (tabla II), y si los valores de χ^2/f no coinciden es simplemente porque el número f de grados de libertad es distinto. El resultado es concluyente: para $d=1.4$ y $a=-1$ los factores de forma correlacionados calculados en tercer orden son peores que los factores de forma no correlacionados.

Hemos de hacer notar que para otros valores de la profundidad de la correlación pueden obtenerse ajustes de mejor calidad que en el estudio sin correlaciones. Así por ejemplo para $(\alpha, d, b, a) = (.33, 1.4, 1.32, -.24)$ se tiene $\chi^2/f = 224.6$ ($f=3$).

Por otra parte el resultado global de este ajuste no es un rechazo a la introducción de correlaciones de corto alcance porque el mejor acuerdo se obtiene con $d=1$ para un valor del parámetro de alcance $b=3.2\text{fm}^{-2}$, propio de una correlación de corto alcance. Este valor de b , así como el obtenido para α , son tan parecidos a los del segundo orden que cabe esperar que obtendríamos valores muy similares si calculásemos en un orden superior de la aproximación.

En cambio para $d=1.4$ la convergencia no es buena. La realización de un cálculo en cuarto orden debería clarificar la situación. Sin embargo por problemas de tiempo de cálculo no nos ha sido posible acometer esta empresa.

El cálculo variacional⁽¹⁶⁾ también presenta problemas en el tercer orden. El mínimo variacional del tercer orden se obtiene para unos valores de los parámetros muy distintos a los del segundo orden. En el cálculo variacional en cuarto orden vuelven a obtenerse unos resultados muy parecidos a los del segundo orden.

Esta anomalía del tercer orden no se ha presentado en el estudio de diversos núcleos con funciones del modelo $SU(3)$ ⁽⁹⁾, y nosotros tampoco la encontramos para $d=1$. Este hecho nos muestra una vez más la fuerte

interacción que existe entre la deformación y las correlaciones de corto alcance.

Es difícilmente interpretable el hecho de que la convergencia de la expansión en clusters dependa no sólo de las características de la función de correlación, sino también, y en una forma muy importante, de la función no correlacionada usada como punto de partida. Este hecho reclama un estudio más profundo de la aproximación.

V.B COLISION CON PROTONES.

En este apartado compararemos con el experimento las secciones eficaces para la colisión con protones de 1GeV, calculadas para las funciones de onda de nuestro modelo.

En las figuras que serán comentadas a continuación representamos la sección eficaz diferencial respecto del ángulo de colisión en el sistema centro de masas. Para la colisión elástica hemos representado desde $\theta=10^\circ$ en adelante para así tener una visión más detallada de la zona conflictiva.

Compararemos con el experimento los resultados correspondientes a las funciones de onda obtenidas en el cálculo variacional⁽¹⁶⁾ y en el ajuste al factor de forma del estado fundamental del apartado anterior. Los datos experimentales han sido tomados de⁽⁷³⁾.

Nuestro punto de referencia "no correlacionado" será la figura 12 tomada de⁽³³⁾, correspondiente a un cálculo en este mismo modelo pero sin la inclusión de correlaciones.

El cálculo ha sido realizado en el segundo y tercer orden de la FAHT.

En las figuras 30.a y 31.a pueden observarse las secciones eficaces de la colisión elástica correspondientes a los mínimos variacionales del cuarto orden para los potenciales B1 y S3 respectivamente. El nivel de acuerdo con el experimento es bastante bueno, sobre todo si se considera que estas funciones han sido determinadas mediante un método totalmente independiente. Se obtienen mejores resultados que en el estudio sin correlaciones (fig. 12). Quisiéramos hacer notar que las funciones no correlacionadas de la fig. 12 fueron determinadas imponiendo la condición de buen radio cuadrático medio. La comparación con los resultados del estudio sin correlaciones sería más favorable si hubiésemos tomado las funciones no correlacionadas resultantes del cálculo variacional, que presentaban unos factores de forma muy pobres. Esta comparación sería además más interesante porque, como ya hemos podido observar en el estudio del factor de forma, el efecto de la introducción de las correlaciones de corto alcance es mucho más palpable cuando en el proceso de obtención de la función de onda interviene la interacción nucleón-nucleón.

Al igual que sucedía en el estudio del factor de forma, el potencial

B1 permite obtener una mejor descripción de la sección eficaz para ángulos pequeños, mientras que para ángulos mayores se obtienen mejores resultados con el potencial S3. En ambos casos, el segundo orden de la aproximación permite obtener un mejor acuerdo para ángulos grandes, mientras que para ángulos pequeños el tercer orden funciona mejor. De todas formas no hay grandes diferencias entre los resultados obtenidos en uno y otro orden.

En las figuras 30.b y 31.b están representadas las secciones eficaces para la transición $0^+ \rightarrow 2^+$ correspondientes a estos mismos puntos. Nuevamente se obtiene un buen acuerdo en ambos casos, mejor que en el estudio sin correlaciones (fig. 12). El potencial B1 permite obtener un mejor acuerdo en el primer máximo, y el potencial S3 en el segundo máximo. Se obtienen unos resultados muy similares en segundo y tercer orden, salvo alrededor de $\theta = 30^\circ$, donde en ambos casos encontramos un máximo que parecen corroborar los datos experimentales y que no presentan las funciones correlacionadas.

A continuación estudiaremos los resultados correspondientes a las funciones obtenidas en el ajuste al factor de forma del estado fundamental.

En el estudio sin correlaciones se obtiene un mejor acuerdo para $d=1.4$ que para $d=1$. En realidad esta afirmación habría que matizarla un poco. Esta conclusión procede de un estudio⁽³²⁾, anterior al que estamos usando continuamente como referencia⁽³³⁾, que fijó su atención en la zona del primer máximo que aparece en nuestras figuras. En la fig. 12⁽³³⁾ puede observarse cómo en esta zona se obtiene un mejor acuerdo para $d=1.4$, pero para ángulos mayores esta curva pasa muy por debajo de los datos experimentales, a los que se aproxima más la curva correspondiente a $d=1$.

Nuestro propósito ahora es ver cómo incide sobre este punto la introducción de correlaciones de corto alcance. Para ello compararemos las secciones eficaces correspondientes a los mejores ajustes de la tabla VII para $d=1$ y $d=1.4$. Recordamos que estos puntos se obtuvieron imponiendo la condición de que $a=-1$, y que presentan unos valores del parámetro de alcance "b" propios de una correlación de corto alcance.

En la fig. 32.a están representadas las curvas calculadas en segundo y tercer orden para los dos valores de la deformación. Por comparación con la fig. 12 se deduce que el efecto más importante de las correlaciones se produce en la zona situada entre $\theta = 20^\circ$ y $\theta = 30^\circ$. Las curvas con $d=1$ pasan

por encima de las correspondientes a $d=1.4$, pero en la mencionada zona la diferencia entre las dos curvas es menor, sobre todo en el segundo orden, que en el estudio sin correlaciones. Por otra parte estas curvas están en peor acuerdo con el experimento que las correspondientes a los mínimos variacionales y que las no correlacionadas de la fig. 12. La causa de este desacuerdo es que estas funciones no tienen un buen radio cuadrático medio.

En la fig. 33.a se han representado las secciones eficaces correspondientes a los mejores ajustes de la tabla III para $d=1$ y $d=1.4$, con $b/\alpha=5$. Estos puntos se obtuvieron imponiendo la condición de buen radio cuadrático medio, y se ha tomado $b/\alpha=5$ para forzar a la función de correlación para que tenga el carácter de corto alcance. Puede observarse cómo mejora el nivel de acuerdo con el experimento al imponer la condición de buen radio cuadrático medio. Podríamos hacer el mismo tipo de consideraciones que en la fig. 32.a acerca de la influencia de las correlaciones sobre la diferencia entre las curvas con $d=1$ y $d=1.4$, si bien ahora el efecto es menos importante porque la profundidad de la correlación es menor.

En conclusión tenemos que:

1) En la zona del primer máximo se obtiene un mejor acuerdo para la función deformada; en esta zona la sección eficaz no se ve afectada por la inclusión de correlaciones de corto alcance.

2) Entre $\theta = 20^\circ$ y $\theta = 30^\circ$ la inclusión de las correlaciones disminuye la diferencia entre las curvas correspondientes a $d=1$ y $d=1.4$ de forma que globalmente se obtiene un acuerdo aún mejor que en el estudio sin correlaciones para la función deformada.

Así pues, en nuestro modelo se siguen obteniendo diferencias entre las conclusiones del estudio de la colisión elástica con protones y con electrones, para la que se obtenía un mejor acuerdo con $d=1$, si bien la diferencia entre la calidad de los ajustes al factor de forma del estado fundamental para $d=1$ y $d=1.4$, al menos en segundo orden, es menor que en el estudio sin correlaciones. Para mejorar estos resultados sería necesario un tratamiento más correcto de la deformación intrínseca del ^{12}C .

Compararemos a continuación con el experimento las secciones eficaces para la transición $0^+ \rightarrow 2^+$ correspondientes a los puntos ya mencionados de

la tabla VII (fig. 32.b) y de la tabla III (fig. 33.b). En el estudio sin correlaciones (fig. 12), al igual que en el nuestro, se obtiene un acuerdo mucho mejor para las funciones deformadas, pero mientras la curva con $d=1.4$ ajusta bien el segundo máximo y pasa por encima del primero, la curva con $d=1.2$ ajusta bien el primer máximo y pasa por debajo del segundo. Así se concluye que para $d=1.3$ se alcanzaría el mejor acuerdo. En nuestras dos figuras la diferencia con respecto al experimento de la curva con $d=1.4$, en el primer máximo, es menor que en la fig. 12. Sin embargo en la fig. 32.b nuestra curva cae por encima de los datos en la zona del segundo máximo, siendo muy difícil precisar si esto se debe al peor radio cuadrático medio de esta función o a la presencia de una función de correlación mucho más importante. En ambos casos se obtiene un tercer máximo que no está presente en el cálculo sin correlaciones.

Nuevamente se obtiene un mejor acuerdo para las funciones procedentes del cálculo variacional que presentan una deformación muy próxima a $d=1.3$.

Por último compararemos con el experimento las secciones eficaces para la excitación del estado 4^+ en la colisión con protones de 800MeV. Los datos experimentales han sido tomados de ⁽⁷⁴⁾.

Se han representado las secciones eficaces correspondientes a los mínimos variacionales en cuarto orden con el potencial S3 (fig. 34), con el potencial B1 (fig. 35) y también la correspondiente al ya mencionado ajuste con $d=1.4$ de la tabla III. Se obtiene un mejor acuerdo para las funciones procedentes del cálculo variacional.

Quisiéramos señalar una vez más la importancia que tiene el hecho de que las funciones obtenidas en el método variacional presenten un nivel de acuerdo tan bueno con el conjunto de datos experimentales considerado. Este es el punto a considerar si queremos valorar la importancia de las correlaciones de corto alcance.

APENDICE A.1

ALGUNOS DETALLES DEL CALCULO DE LOS FACTORES DE FORMA

En el capítulo III de esta memoria expusimos el método para el cálculo de los factores de forma. Llegamos finalmente a tener que calcular expresiones de la forma (III.39)

$$\langle (\alpha, d) \psi | R(\hat{\omega}) \hat{O}_n R(\hat{\zeta}) | (\alpha, d) \psi \rangle, \text{ con } \hat{O}_n = F_n \sum_{j=1}^n e^{i\vec{q}' \cdot \vec{r}_j} F_n \quad (\text{A.I.1})$$

El cálculo de este elemento de matriz puede llevarse a cabo mediante el uso de las expresiones (II.87-89). Pero debido a que la expresión (A.I.1) debe sufrir una integración numérica en las variables angulares $\hat{\omega}$ y $\hat{\zeta}$, nos interesa optimizar al máximo el método de cálculo.

Fijemos nuestra atención en la expresión (II.86), un paso previo para la obtención de las expresiones (II.87-89), en el que aún no habíamos sumado sobre los grados de libertad de spin e isospin. La expresión a que nos referimos es la siguiente

$$\langle (\alpha, d) \psi | R(\hat{\omega}) \hat{O}_n R(\hat{\zeta}) | (\alpha, d) \psi \rangle = \frac{\det(O)}{n! \binom{A}{n}} \sum_{\substack{i_1, i_2, \dots, i_n \\ j_1, j_2, \dots, j_n}} \langle \phi(\hat{\omega})_{i_1}, \phi(\hat{\omega})_{i_2}, \dots, \phi(\hat{\omega})_{i_n} | \hat{O}_n \sum_P \epsilon_P P | \phi(\hat{\zeta})_{j_1}, \phi(\hat{\zeta})_{j_2}, \dots, \phi(\hat{\zeta})_{j_n} \rangle$$

$$(\tilde{O}^{-1})_{j_1 i_1} \quad (\tilde{O}^{-1})_{j_1 i_2} \quad \dots \quad (\tilde{O}^{-1})_{j_n i_n} \quad (\text{A.I.2})$$

Como ya referimos en el apartado (II.B.3), el hecho de que la matriz de overlap \check{O} no sea diagonal hace que esta expresión sea más difícil de evaluar.

La matriz de overlap está definida en (II.82) como

$$(\check{O})_{ij} = \langle \phi(\hat{\omega})_i | \phi(\hat{\zeta})_j \rangle \quad (\text{A.I.3})$$

Las funciones monoparticulares de que se compone nuestro determinante de Slater $|(\alpha, d)\psi\rangle$ (II.A.2), que están relacionadas en (II.9), pueden expresarse de la siguiente forma

$$|\phi_i\rangle = |(\alpha, d); (0, 0, 0)\rangle |\sigma_i \tau_i\rangle \quad \text{para el estado } (0, 0, 0) \quad (\text{A.I.4})$$

$$\text{y } |\phi_i\rangle \propto (\vec{c}_i \cdot \vec{r}) |(\alpha, d); (0, 0, 0)\rangle |\sigma_i \tau_i\rangle \quad \text{para los estados } (1, 0, 0) \text{ y } (0, 1, 0)$$

aquí no hemos escrito el signo igual porque falta por incluir el factor de normalización. Estos factores multiplican por una constante el determinante de Slater $|(\alpha, d)\psi\rangle$, y por tanto no necesitamos tenerlos en cuenta. El ket $|\sigma_i \tau_i\rangle$ es el estado correspondiente en los espacios de spin e isospin.

Después de efectuar la rotación $R(\hat{\omega})$, las direcciones $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ de los tres ejes cartesianos quedarán en las direcciones $\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}$; y tras la aplicación de la rotación $R(\hat{\zeta})$, en las direcciones $\hat{\xi}, \hat{\eta}, \hat{\zeta}$.

Usaremos la siguiente notación

$$R(\hat{\omega}) |(\alpha, d); (0, 0, 0)\rangle = |\Psi_{\hat{\omega}}\rangle \quad (\text{A.I.5})$$

$$R(\hat{\zeta}) |(\alpha, d); (0, 0, 0)\rangle = |\Psi_{\hat{\zeta}}\rangle$$

Debido a que para los estados de spin e isospin se cumple que

$$\langle \sigma_i \tau_i | \sigma_j \tau_j \rangle = \delta_{\sigma_i \sigma_j} \delta_{\tau_i \tau_j} \quad (\text{A.I.6})$$

y por estar construido el determinante de Slater $|(\alpha, d)\psi\rangle$ con arreglo a la simetría $SU(4)$, la matriz de overlap \tilde{O} presenta cuatro bloques idénticos de la forma

$$\left[\begin{array}{ccc} \langle \psi_{\hat{\omega}} | \psi_{\hat{\zeta}} \rangle & , & 0 \\ 0 & , & \langle \psi_{\hat{\omega}}(\hat{u}, \vec{r}) | \psi_{\hat{\zeta}}(\hat{\xi}, \vec{r}) \rangle \\ 0 & , & \langle \psi_{\hat{\omega}}(\hat{v}, \vec{r}) | \psi_{\hat{\zeta}}(\hat{\xi}, \vec{r}) \rangle \end{array} \right] \quad (A.I.7)$$

aquí hemos tenido en cuenta el siguiente resultado, fácilmente obtenible,

$$\langle \psi_{\hat{\omega}} | \vec{r} | \psi_{\hat{\zeta}} \rangle = 0 \quad (A.I.8)$$

Podemos ver que la matriz (A.I.7) no será diagonal para cualquier valor de los ángulos de rotación, sin más que tener en cuenta que

$$\langle \psi_{\hat{\omega}}(\vec{a}, \vec{r}) | \psi_{\hat{\zeta}}(\vec{b}, \vec{r}) \rangle = \quad (A.I.9)$$

$$\frac{1}{2\alpha} (1 + \lambda \sin^2 \Omega)^{-3/2} [\vec{a} \cdot \vec{b} - v \{ (\vec{a} \cdot \hat{\omega})(\vec{b} \cdot \hat{\omega}) + (\vec{a} \cdot \hat{\zeta})(\vec{b} \cdot \hat{\zeta}) \} + \lambda (\vec{a} \cdot \vec{T})(\vec{b} \cdot \vec{T})]$$

donde

$$\lambda = \frac{\rho^2}{4\alpha(\alpha + \rho)} \quad , \text{ y } \rho \text{ esta definido en (II.10)} \quad (A.I.10)$$

$$v = \frac{(d^2 - 1)}{2d^2} \quad , \quad \cos \Omega = \hat{\omega} \cdot \hat{\zeta} \quad \text{ y } \quad \vec{T} = (\hat{\omega} \wedge \hat{\zeta})$$

A continuación intentaremos superar este problema de la no diagonalidad de la matriz de overlap. Supongamos que existen unas transformaciones $\tilde{D}(\hat{\omega}, \hat{\zeta})$ y $\tilde{C}(\hat{\omega}, \hat{\zeta})$, para los estados monoparticulares del tipo siguiente

$$|\psi_i(\hat{\omega})\rangle = \sum_{j=1}^A (\tilde{D}(\hat{\omega}, \hat{\zeta}))_{j,i} |\phi(\hat{\omega})_j\rangle \quad , \text{ para } 1 \leq i \leq A$$

$$|\psi_i(\hat{\zeta})\rangle = \sum_{j=1}^A (\tilde{C}(\hat{\omega}, \hat{\zeta}))_{j,i} |\phi(\hat{\omega})_j\rangle \quad , \text{ para } 1 \leq i \leq A$$



Siendo $\det(\tilde{D}(\hat{\omega}, \hat{\zeta})) \neq 0$ y $\det(\tilde{C}(\hat{\omega}, \hat{\zeta})) \neq 0$ (A.I.12)

y cumpliéndose que la matriz de overlap \tilde{O}' para los nuevos estados (A.I.11) sea diagonal; es decir que

$$(\tilde{O}')_{ij} = \langle \Psi(\hat{\omega})_i | \Psi(\hat{\zeta})_j \rangle \propto \delta_{ij}, \text{ donde } \tilde{O}' = \tilde{D}^+(\hat{\omega}, \hat{\zeta}) \tilde{O} \tilde{C}(\hat{\omega}, \hat{\zeta}) \quad (\text{A.I.13})$$

Pues bien, si encontramos unas transformaciones de este tipo, podremos usar las expresiones (A.I.11) y (A.I.13) para obtener que

$$\begin{aligned} \langle (\alpha, d) \Psi | R(\omega) O_n R(\zeta) | (\alpha, d) \Psi \rangle &= \frac{\det(O)}{n! \binom{A}{n}} \sum_{i_1, i_2, \dots, i_n} \\ \langle \Psi(\hat{\omega})_{i_1}, \Psi(\hat{\omega})_{i_2}, \dots, \Psi(\hat{\omega})_{i_n} | \hat{O}_n \sum_P \epsilon_P P | \Psi(\hat{\zeta})_{i_1}, \Psi(\hat{\zeta})_{i_2}, \dots, \Psi(\hat{\zeta})_{i_n} \rangle & \\ & (\tilde{O}')_{i_1 i_1}^{-1} (\tilde{O}')_{i_2 i_2}^{-1} \dots (\tilde{O}')_{i_n i_n}^{-1} \end{aligned} \quad (\text{A.I.14})$$

Esta expresión será más fácil de evaluar que la (A.I.2); y para el caso que nos ocupa es posible encontrar transformaciones de este tipo. Tenemos que

$$\begin{bmatrix} |\Psi_{\hat{\omega}}\rangle \\ h_2 |\Psi_{\hat{\omega}}\rangle \\ h_3 |\Psi_{\hat{\omega}}\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & (\hat{u} \cdot \hat{\zeta}) & (\hat{u} \cdot \hat{T}) \\ 0 & (\hat{v} \cdot \hat{\zeta}) & (\hat{v} \cdot \hat{T}) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} |\Psi_{\hat{\omega}}\rangle \\ (\hat{r} \cdot \hat{u}) |\Psi_{\hat{\omega}}\rangle \\ (\hat{r} \cdot \hat{v}) |\Psi_{\hat{\omega}}\rangle \end{bmatrix} \quad (\text{A.I.15})$$

y que

$$\begin{pmatrix} |\psi_{\hat{\zeta}}\rangle \\ h_1 |\psi_{\hat{\zeta}}\rangle \\ h_3 |\psi_{\hat{\zeta}}\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & (\hat{\xi} \cdot \hat{\omega}) & (\hat{\xi} \cdot \vec{T}) \\ 0 & (\hat{\eta} \cdot \hat{\omega}) & (\hat{\eta} \cdot \vec{T}) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} |\psi_{\hat{\zeta}}\rangle \\ (\vec{r} \cdot \hat{\xi}) |\psi_{\hat{\zeta}}\rangle \\ (\vec{r} \cdot \hat{\eta}) |\psi_{\hat{\zeta}}\rangle \end{pmatrix} \quad (\text{A.I.16})$$

donde Ω y \vec{T} han sido ya definidos en (A.I.10), y h_1 , h_2 y h_3 son las coordenadas de \vec{r} en el sistema no ortogonal definido por los vectores $\hat{\omega}$, $\hat{\zeta}$ y \vec{T} ; es decir que

$$\vec{r} = h_1 \hat{\omega} + h_2 \hat{\zeta} + h_3 \vec{T} \quad (\text{A.I.17})$$

y por tanto

$$\begin{aligned} h_1 &= \text{sen}^{-2} \Omega [(\vec{r} \cdot \hat{\omega}) - \cos \Omega (\vec{r} \cdot \hat{\zeta})] \\ h_2 &= \text{sen}^{-2} \Omega [(\vec{r} \cdot \hat{\zeta}) - \cos \Omega (\vec{r} \cdot \hat{\omega})] \\ h_3 &= \text{sen}^{-2} \Omega (\vec{r} \cdot \vec{T}) \end{aligned} \quad (\text{A.I.18})$$

Los únicos elementos de matriz distintos de cero de la matriz de overlap formada con los estados (A.I.15) y (A.I.16) son:

$$\begin{aligned} \langle \psi_{\hat{\omega}} | \langle \sigma \tau | \sigma' \tau' \rangle | \psi_{\hat{\zeta}} \rangle &= \delta_{\sigma \sigma'} \delta_{\tau \tau'} (1 + \lambda \text{sen}^2 \Omega)^{-1/2} \\ \langle \psi_{\hat{\omega}} | \langle \sigma \tau | \sigma' \tau' \rangle | \psi_{\hat{\zeta}} \rangle &= -\delta_{\sigma \sigma'} \delta_{\tau \tau'} (1 + \lambda \text{sen}^2 \Omega)^{-3/2} \frac{\cos \Omega}{2 \alpha \text{sen}^2 \Omega} \\ \langle \psi_{\hat{\omega}} | \langle \sigma \tau | \sigma' \tau' \rangle | \psi_{\hat{\zeta}} \rangle &= \delta_{\sigma \sigma'} \delta_{\tau \tau'} (1 + \lambda \text{sen}^2 \Omega)^{-1/2} \frac{1}{2 \alpha \text{sen}^2 \Omega} \end{aligned} \quad (\text{A.I.19})$$

Y por tanto queda resuelto el problema que nos habíamos planteado.

Las expresiones (A.I.15-18) pierden su sentido cuando $\hat{\omega} = \hat{\zeta}$. Pero esto no debe preocuparnos, porque la integración en las variables angulares $\hat{\omega}$ y $\hat{\zeta}$ se llevará a cabo numéricamente, y el punto en que $\hat{\omega} = \hat{\zeta}$ no tiene por qué evaluarse. Y además, puede comprobarse que el límite a que tienden las expresiones que se obtienen para el elemento de matriz (A.I.14), cuando $\hat{\omega} \rightarrow \hat{\zeta}$, es el valor exacto del elemento de matriz para el caso en que $\hat{\omega} = \hat{\zeta}$.

También quisiéramos comentar algo acerca de la forma de llevar a cabo la integración en las coordenadas monoparticulares.

El elemento de matriz (A.I.14) puede expresarse como una suma de términos del tipo siguiente

$$\int \left[\prod_{i,j=1}^3 dx_i(j) \right] P(h) \exp - \left\{ \sum_{\substack{i,j \\ 1,k}} x_i(j) \check{A}(i,j,k,1) x_1(k) - iq \cdot \vec{r}_1 \right\} \quad (\text{A.I.20})$$

Estamos considerando el caso en que $n=3$; este caso se nos presenta en el cálculo del tercer orden de la FAHT. En la expresión (A.I.20), $P(h)$ es un polinomio en las coordenadas h_i (A.I.17), y la notación de las $x_i(j)$ quedará clara en la expresión siguiente

$$\vec{r}_i = x_i(1) \hat{i} + x_i(2) \hat{j} + x_i(3) \hat{k}, \quad i \text{ es el índice de partícula} \quad (\text{A.I.21})$$

La forma cuadrática que aparece en el exponente de (A.I.20) viene dada como

$$\sum_{\substack{i,j \\ 1,k}} x_i(j) \check{A}(i,j,k,1) x_1(k) = \sum_{i=1}^3 \left[r_i^2 + \frac{1}{2} \rho \left((\hat{\omega} \cdot \vec{r}_i)^2 + (\hat{\zeta} \cdot \vec{r}_i)^2 \right) \right] +$$

$$+ C_{1,2} r_{12}^2 + C_{1,3} r_{13}^2 + C_{2,3} r_{23}^2 \quad (\text{A.I.22})$$

Los $C_{i,j}$ tienen el mismo sentido que en la expresión (IV.45)

En la integral (A.I.20) las nueve variables $x_i(j)$ están correlacionadas. Pero el cálculo resulta más fácil si efectuamos un cambio a las nuevas variables $s_i(j)$, definidas como

$$\begin{bmatrix} s_i(1) \\ s_i(2) \\ s_i(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_i(1) \\ h_i(2) \\ h_i(3) \end{bmatrix} \quad (\text{A.I.23})$$

Las coordenadas $h_i(j)$ se relacionan con las $x_i(j)$ mediante las expresiones (A.I.18); y el jacobiano de esta transformación viene dado por

$$J \begin{bmatrix} x_i(j) \\ s_i(j) \end{bmatrix} = 8 \text{ sen}^6 \Omega \quad (\text{A.I.24})$$

$P(h)$ (A.I.20) puede expresarse fácilmente en función de las nuevas variables, y en el exponente de (A.I.20) las cosas quedan como sigue

$$\vec{q}' \cdot \vec{r}_1 = s_1(1) [(\vec{q}' \cdot \vec{\omega}) + (\vec{q}' \cdot \vec{z})] + s_1(2) [(\vec{q}' \cdot \vec{\omega}) - (\vec{q}' \cdot \vec{z})] + s_1(3) (\vec{q}' \cdot \vec{T}) = \sum_j s_1(j) Q(j) \quad (\text{A.I.25})$$

$$y \sum_{\substack{i,j \\ 1,k}} x_i(j) \check{A}(i,j,k,1) x_1(k) = \sum_{\substack{i,j \\ 1,k}} s_i(j) \check{Z}(i,j,k,1) s_1(k) \quad (\text{A.I.26})$$

La matriz \check{Z} viene dada como

$$\check{Z}(i,j,k,1) = \delta_{jk} (\check{X}^{(j)})_{i1} \quad (\text{A.I.27})$$

donde

$$\tilde{X}^{(1)} = 2(1+\cos\Omega) \check{B}(\alpha d^2) - 2\alpha d^2 v \text{sen}^2 \Omega \check{I} \text{ , v esta definido en (III.37)}$$

$$\tilde{X}^{(2)} = 2(1-\cos\Omega) \check{B}(\alpha d^2) - 2\alpha d^2 v \text{sen}^2 \Omega \check{I} \tag{A.I.28}$$

$$\tilde{X}^{(3)} = \text{sen}^2 \Omega \check{B}(\alpha)$$

siendo

$$(\check{I})_{ij} = \delta_{ij} \quad \text{y} \tag{A.I.29}$$

$$\check{B}(\alpha) = \begin{bmatrix} a + C_{1,2} + C_{1,3} & , & -C_{1,2} & , & -C_{1,3} \\ -C_{1,2} & , & a + C_{1,2} + C_{2,3} & , & -C_{2,3} \\ -C_{1,3} & , & -C_{2,3} & , & a + C_{1,3} + C_{2,3} \end{bmatrix}$$

Introduciendo la expresión (A.I.27) en (A.I.26), se obtiene que

$$\sum_{\substack{i,j \\ k,l}} x_i(j) A(i,j,k,l) x_l(k) = \sum_j s_i(j) (X^{(j)})_{il} s_l(j) \tag{A.I.30}$$

Esto nos permite separar la integración (A.I.20) en tres bloques independientes. Las integrales que aparecen son de la forma

$$\int \left[\prod_{i=1}^3 [ds_i(j)] s_i(j)^{n(i)} \right] \exp \left\{ - \left[\sum_{1,m} s_1(j) (X^{(j)})_{1m} s_m(j) - i s_1(j) Q(j) \right] \right\} \tag{A.I.31}$$

Estas integrales se han calculado de forma exacta, siguiendo el método expuesto en (8).

APENDICE A.II

INVARIANCIA BAJO CAMBIOS DE ESCALA DEL FACTOR DE FORMA

El factor de forma (III.12) es directamente proporcional al elemento de matriz

$$J_A(q^2, \alpha, d, a, b) = \frac{\langle (\alpha, d)\psi_0 | F_A(a, b) \prod_j e^{i\vec{q} \cdot \vec{z}_j} F_A(a, b) | (\alpha, d)\psi_0 \rangle}{\langle (\alpha, d)\psi_0 | F_A^2(a, b) | (\alpha, d)\psi_0 \rangle} \quad (\text{A.II.1})$$

En esta expresión, idéntica a la (III.15), hemos escrito explícitamente la dependencia en los parámetros del modelo. Consideraremos sólo el caso del factor de forma del estado fundamental; pero los resultados de este apéndice pueden extenderse de forma directa a los factores de forma de las transiciones $0 \rightarrow J$.

Si examinamos cómo está construida la función $|(\alpha, d)\psi_0\rangle$ (II.35), y que las funciones monoparticulares (II.6) tienen una dependencia en \vec{r} de la forma

$$\langle \vec{r} | (\alpha, d); n_x, n_y, n_z \rangle = f(\alpha^{1/2} \vec{r}) \quad (\text{A.II.2})$$

finalmente podemos ver que

$$\langle \lambda \vec{\xi} | (\alpha, d)\psi_0 \rangle = \langle \vec{\xi} | (\alpha \lambda^2, d)\psi_0 \rangle g(\lambda) \quad (\text{A.II.3})$$

donde por $\vec{\xi}$ entendemos el conjunto de las $(A-1)$ coordenadas intrínsecas, y $g(\lambda)$ es un factor que proviene de la dependencia en λ de las constantes de normalización.

Además, tenemos que

$$\langle \lambda \vec{\xi} | \prod_{j=1}^A e^{i \vec{q} \cdot \vec{z}_j} | \lambda \vec{\xi} \rangle = \langle \vec{\xi} | \sum_{j=1} e^{i \lambda \vec{q} \cdot \vec{z}_j} | \vec{\xi} \rangle \quad (\text{A.II.4})$$

y que $\langle \lambda \vec{\xi} | F_A(a, b) | \lambda \vec{\xi} \rangle = \langle \vec{\xi} | F_A(a, \lambda^2 b) | \vec{\xi} \rangle \quad (\text{A.II.5})$

Esta última expresión se deduce directamente de la forma del factor Jastrow (II.41).

Para la expresión (A.II.1) tenemos que

$$J_A(q^2, \alpha, d, a, b) = \frac{\int d \vec{\xi} \langle (\alpha, d) \psi_0 | \lambda \vec{\xi} \rangle \langle \vec{\xi} | F_A(a, b) \prod_{j=1}^A e^{i \vec{q} \cdot \vec{z}_j} F_A(a, b) | \lambda \vec{\xi} \rangle \langle \lambda \vec{\xi} | (\alpha, d) \psi_0 \rangle}{\int d \vec{\xi} \langle (\alpha, d) \psi_0 | \lambda \vec{\xi} \rangle \langle \lambda \vec{\xi} | F_A^2(a, b) | \lambda \vec{\xi} \rangle \langle \lambda \vec{\xi} | (\alpha, d) \psi_0 \rangle} \quad (\text{A.II.6})$$

Aquí hemos tenido en cuenta el carácter local de los operadores; y si ahora tenemos en cuenta las relaciones (A.II.4) y (A.II.5) obtenemos que

$$J_A(q^2, \alpha, a, b) = J_A(\lambda q^2, \lambda \alpha, a, \lambda b) \quad (\text{A.II.7})$$

Es decir que J_A presenta una dependencia funcional homogénea en q^2 y b . Si hacemos $\lambda = \alpha^{-1}$ tendremos que

$$J_A(q^2, \alpha, d, a, b) = J_A(q^2/\alpha, 1, d, a, b/\alpha) \quad (\text{A.II.8})$$

Esta última relación es muy útil en el cálculo de los factores de forma, sobre todo en la búsqueda del mejor ajuste a los datos experimentales; esta búsqueda exige el cálculo de miles de elementos de matriz de la forma (A.II.1).

BIBLIOGRAFIA

- (1) R.Jastrow. Phys. Rev.81(1951)165
- (2) Descripciones detalladas de la BGG pueden encontrarse en
 B.Day. Rev. Mod. Phys.39(1967)719
 H.A.Bethe. Ann. Rev. Nuc. Sci.21(1971)93
- (3) R.Jastrow. Phys. Rev.98(1955)1479
- (4) S.Fantoni and S.Rosati. Nuovo Cimento25A(1975)593
- (5) N.Metropolis, A.W.Rosenbluth, M.N.Rosenbluth, A.M.Teller and E.Teller.
 Journ. Chem. Phys.21(1953)1087
 R.Keyser. "Montecarlo Methods". CERN Yellow Report 68-5 (1968).
- (6) P.Westhaus and J.W.Clark. Journ. Math. Phys.9(1968)131
- (7) R.Guardiola. Nuc. Phys.A384(1982)143
- (8) R.Guardiola. Nuc. Phys.A328(1979)490
- (9) R.Guardiola. Lecture Notes in Physics, Vol.142, p.398.
 Springer-Verlag (1981)
- (10) R.Guardiola and E.Oset. Nuc. Phys.A234(1974)458
- (11) R.Guardiola and E.Oset. Lett. Nuovo Cimento4(1972)869
- (12) E.Oset. Tesis. Univ. Barcelona (1973).
- (13) R.Guardiola, A.Polls and J.Ros. Nuovo Cimento59A(1980)419
- (14) R.Guardiola and A.Polls. Nuc. Phys.A342(1980)385
- (15) R.Guardiola, J.Ros and A.Polls.
 "Descripción Variacional de la Estructura de los Núcleos Atómicos"
 Univ. Granada (1982).
- (16) E.Buendía. Tesis. Univ. Granada (1983).
- (17) G.Ripka. Adv. Nuc. Phys.1(1968)183
- (18) J.L.Friar and J.W.Negele. Nuc. Phys.A240(1975)301
- (19) J.P.Svenne and R.S.Mackintosh. Phys. Rev.C18(1978)983
- (20) D.M.Brink, H.Friedrich, A.Weiguny and C.W.Weng.
 Phys. Lett.33B(1970)143
- (21) M.Kamimura. Nuc. Phys.A351(1981)456
- (22) A.Nakada and Y.Torizuka. Phys. Rev. Lett.27(1971)745
- (23) J.García-Roger and R.Guardiola. Nuc. Phys.A267(1976)137
- (24) M.Bouten, M.C.Bouten and E.Courier. Nuc. Phys.A193(1972)49
- (25) R.E.Peierls and J.Yoccoz. Proc. Phys. Soc.(London)A70(1957)381
- (26) D.L.Hill and J.A.Wheeler. Phys. Rev.89(1953)1106
- (27) A.Bohr and B.R.Mottelson. "Nuclear Structure II". Benjamin (1975).
- (28) B.J.Verhaar. Nuc. Phys.54(1964)641

- (29) D.M.Brink and E.Boeker. Nuc. Phys.A91(1967)1
- (30) R.J.Glauber. Phys. Rev.100(1955)242
R.J.Glauber. Lectures in Theoretical Physics1(1959)315
- (31) V.E.Starodubsky and O.A.Dnomchenkov. Phys. Lett.42B(1972)319
- (32) H.Lesniak and L.Lesniak. Nuc. Phys.B25(1971)525
- (33) R.Guardiola. Anales de Física73(1977)84
- (34) C.Ciofi degli Atti and R.Guardiola. Phys. Lett.36B(1971)287
- (35) E.Boeker. Nuc. Phys.A119(1968)435
- (36) A.Arima, H.Horinchi, K.Kubodera and N.Takigawa.
Adv. Nuc. Phys.5(1972)345
- (37) E.V.Inopin, V.S.Kinchakov, V.K.Lukyanov and Yu.S.Pol.
Ann. Phys.118(1979)307
- (38) J.Ahmad. Phys. Lett.36B(1971)301
- (39) T.Janssens, R.Hofstadter, E.B.Hughes and M.R.Yearian.
Phys. Rev.142(1966)922
- (40) I.Sick and J.S.McCarthy. Nuc. Phys.A150(1970)631
- (41) H.Crannell. Phys. Rev.148(1966)1107
- (42) M.Moshinsky. "Group Theory and the Many Body Problem".
Gordon and Breach (1965).
- (43) R.Guardiola. Nuc. Phys.A253(1975)289
- (44) C.M.Vincent. Phys. Rev.C8(1973)929
- (45) D.Brink en "Many-Body Description of Nuclear Structure and Reactions".
C.Bloch ed. Academic Press (1966).
- (46) R.Hofstadter. Ann. Rev. Nuc. Sci.7(1957)231
- (47) T.W.Donnelly and J.D.Walecka. Ann. Rev. Nuc. Sci.25(1975)329
- (48) Y.Abgrall, J.Labarsouque and B.Morand. Nuc. Phys.A271(1976)477
- (49) E.Boeker. Nuc. Phys.A91(1967)27
- (50) L.J.McDonal, H.Uberall and S.Numrich. Nuc. Phys.A147(1970)541
- (51) C.Ciofi degli Atti. Nuc. Phys.A129(1969)356
- (52) W.J.Gerace and D.A.Sparrow. Nuc. Phys.A145(1970)289
- (53) F.Iwamoto and M.Yamada. Progr. Theor. Phys.17(1957)543
- (54) T.W.Donnelly and G.E.Walker. Phys. Rev. Lett.22(1969)1121
- (55) G.Alberi, M.Gmitro and L.Hambro. Nuovo Cimento38A(1977)239
- (56) V.Gillet and N.Vinh Mau. Nuc. Phys.54(1964)321
- (57) A.Ingemarsson and O.Jonsson. Nuc. Phys.A388(1982)644
- (58) J.R.Afnan and Y.C.Tang. Phys. Rev.175(1968)1337
R.Guardiola, A.Faessler, H.Muther and A.Polls. Nuc. Phys.A371(1981)79
- (59) V.Franco and R.J.Glauber. Phys. Rev.100(1955)242
- (60) R.D.Viollier. Ann. Phys.93(1975)335
- (61) H.Feshback and J.Hufner. Ann. Phys.56(1970)268

- (62) R.J.Glauber en "High Energy Physics and Nuclear Structure".
G.Alexander ed. North-Holland (1967).
- (63) J.Saudinos and C.Wilkin. Ann. Rev. Nuc. Sci.24(1974)341
- (64) G.D.Alkhazov, S.L.Belostotsky and A.A.Vorobyov. Phys. Rep.42(1978)89
- (65) S.J.Wallace. Phys. Rev.C12(1975)179
- (66) R.H.Bassel and C.Wilkin. Phys. Rev.174(1968)131
- (67) I.Ahmad. Nuc. Phys.A247(1975)418
- (68) E.J.Moniz and G.D.Nixon. Ann. Phys.67(1971)58
- (69) Y.Abgrall, J.Labarsouque, B.Morand and E.Caurier. J. Phys.G6(1980)155
- (70) H.Kummel, K.H.Lurmann and J.G.Zabolitzky. Phys. Rep.36C(1978)1
- (71) F.Ajzenberg-Sebre and C.L.Bush. Nuc. Phys.A331(1980)1
- (72) L.S.Cardman et al.. Phys. Lett.91B(1980)203
- (73) R.Bertini et al.. Phys. Lett.45B(1973)119
- (74) G.S.Blandpied et al.. Phys. Rev.C18(1978)1436

TABLAS

POTENCIAL S3

Aprox.	α fm^{-2}	d	b fm^{-2}	a	E MeV	r.c.m. fm
S.C.	.200	1.40	0	0	- 6.360	3.092 (15)
2 O.(NP)	.385	1.25	2.23	-.72	-55.170	2.403
2 O.(P)	.360	1.44	2.10	-.71	-63.277	2.427 (17)
4 O.(NP)	.385	1.27	2.18	-.72	-53.96	2.399 (18)

POTENCIAL B1

S.C.	.264	1.42	0	0	-72.474	2.713 (16)
2 O.(NP)	.355	1.25	1.63	-.48	-90.746	2.488
2 O.(P)	.330	1.44	1.61	-.49	-98.328	2.517 (19)
4 O.(NP)	.360	1.275	1.70	-.49	-91.37	2.465 (20)

TABLA I. Resultados del cálculo variacional de E.Buendía⁽¹⁶⁾ para los potenciales S3⁽³⁸⁾ y B1⁽²⁹⁾, sin y con correlaciones para los distintos órdenes de la FAHT. (Los números entre paréntesis indican los números de las figuras en que están representados los factores de forma correspondientes; (NP) funciones no proyectadas; (P) funciones proyectadas)

d=1

α fm ⁻²	χ^2/f	r.c.m. fm	zona
.375	54.72	2.47	total
.375	4.30	2.47	a. min.
.365	54.82	2.50	d. min.

d=1.4

.310	235.1	2.53	total
.315	12.00	2.51	a. min.
.300	313.9	2.57	d. min.

TABLA II : Ajuste al factor de forma del estado fundamental para las funciones no correlacionadas.

d=1

b/α	α fm ⁻²	b fm ⁻²	a	χ ² /f	r.c.m. fm
.6	.3832	.2299	-.017	31.73	2.467
.9	.3828	.3446	-.023	31.60	2.467
3.	.382	1.146	-.080	34.95	2.467
5.	.382	1.91	-.161	37.89	2.467

d=1.4

.6	.357	.214	-.065	33.52	2.467
.8	.355	.284	-.073	33.17	2.467
1.25	.354	.442	-.104	33.92	2.467
3.25	.354	1.15	-.320	52.08	2.467
5.	.354	1.77	-.594	72.21	2.467

TABLA III : Ajuste al factor de forma del estado fundamental realizado en segundo orden, imponiendo la condición de buen radio cuadrático medio. Los radios cuadráticos medios han sido calculados en segundo orden.

d=1

b/ α	α fm ⁻²	b fm ⁻²	a	χ^2/f	r.c.m. fm
1.	.400	.400	-.051	18.47	2.44
2.	.400	.800	-.107	17.67	2.44
3.	.405	1.215	-.210	17.07	2.43
4.	.405	1.620	-.315	17.57	2.43
7.	.410	2.870	-.87	21.58	2.43

d=1.4

1.	.370	.370	-.105	17.81	2.44
2.	.370	.740	-.213	17.05	2.44
3.	.375	1.125	-.384	18.48	2.43
4.	.380	1.520	-.620	23.04	2.42
7.	.355	2.485	-1.0	94.33	2.46

TABLA IV : Ajuste al factor de forma del estado fundamental realizado en segundo orden, dejando libertad a los parámetros. Los radios cuadráticos medios han sido calculados en segundo orden.

d=1

b/ α	α fm^{-2}	b fm^{-2}	a	χ^2/f	r.c.m. fm
.5	.370	.785	.007	3.31	2.47
.7	.370	.259	.009	3.23	2.47
4.	.375	1.500	.008	4.42	2.47
8.	.380	3.040	-.120	6.00	2.46

d=1.4

.5	.340	.170	-.034	1.97	2.48
1.	.335	.335	-.042	1.88	2.49
4.	.335	1.340	-.200	1.88	2.47
8.	.340	2.720	-.730	1.81	2.48
10.	.355	3.350	-.850	1.92	2.49

TABLA V : Ajuste a la zona situada antes del mínimo del factor de forma del estado fundamental realizado en segundo orden, dejando libertad a los parámetros. Los radios cuadráticos medios han sido calculados en segundo orden.

d=1

b/α	α fm ⁻²	b fm ⁻²	a	χ ² /f	r.c.m. fm
.5	.395	.1975	-.033	5.04	2.46
.7	.395	.2765	-.041	5.01	2.46
1.	.395	.395	-.054	5.16	2.46
4.	.405	1.620	-.353	10.33	2.44
8.	.400	3.200	-.93	24.04	2.45

d=1.4

.5	.370	.185	-.076	6.00	2.45
.7	.365	.256	-.084	5.53	2.46
1.	.365	.365	-.107	5.74	2.45
4.	.380	1.520	-.636	21.11	2.42
8.	.340	2.720	-1.0	192.5	2.50
10.	.330	3.300	-1.0	258.6	2.51

TABLA VI : Ajuste a la zona situada después del mínimo del factor de forma del estado fundamental realizado en segundo orden, dejando libertad a los parámetros. Los radios cuadráticos medios han sido calculados en segundo orden.

d=1

b/α	α fm^{-2}	b fm^{-2}	a	χ^2/f	r.c.m. fm
2.	.560	1.120	-1.0	11042	2.34
6.	.425	2.550	-1.0	32.69	2.41
7.	.415	2.910	-1.0	22.14	2.42
8.	.405	3.240	-1.0	23.95	2.43
10.	.395	3.950	-1.0	30.66	2.45
1000.	.380	380.0	-1.0	80.99	2.45

d=1.4

2.	.500	1.000	-1.0	17220	2.38
4.	.420	1.680	-1.0	225.0	2.37
5.	.390	1.950	-1.0	32.85	2.40
6.	.370	2.220	-1.0	50.81	2.43
10.	.335	3.350	-1.0	173.1	2.50
1000.	.310	310.0	-1.0	241.6	2.53

TABLA VII : Ajuste al factor de forma del estado fundamental realizado en segundo orden, fijando la profundidad de la correlación en $a = -1.0$. Los radios cuadráticos medios han sido calculados en segundo orden.

d=1

b/α	α fm^{-2}	b fm^{-2}	a	χ^2 / f	r.c.m. fm
7.	.405	2.835	-1.0	49.69	2.44
8.	.400	3.200	-1.0	46.85	2.44
9.	.395	3.550	-1.0	47.22	2.45
10.	.390	3.900	-1.0	50.82	2.46
1000.	.370	370.0	-1.0	54.84	2.48

d=1.4

4.	.370	1.480	-1.0	532.2	2.48
10.	.330	3.300	-1.0	258.8	2.51
40.	.312	12.50	-1.0	246.9	2.53
200.	.310	62.00	-1.0	242.1	2.53
1000.	.310	310.0	-1.0	241.7	2.53
2000.	.310	620.0	-1.0	241.7	2.52

TABLA VIII : Ajuste al factor de forma del estado fundamental realizado en tercer orden, fijando la profundidad de la correlación en $a = -1.0$. Los radios cuadráticos medios han sido calculados en tercer orden.

FIGURAS

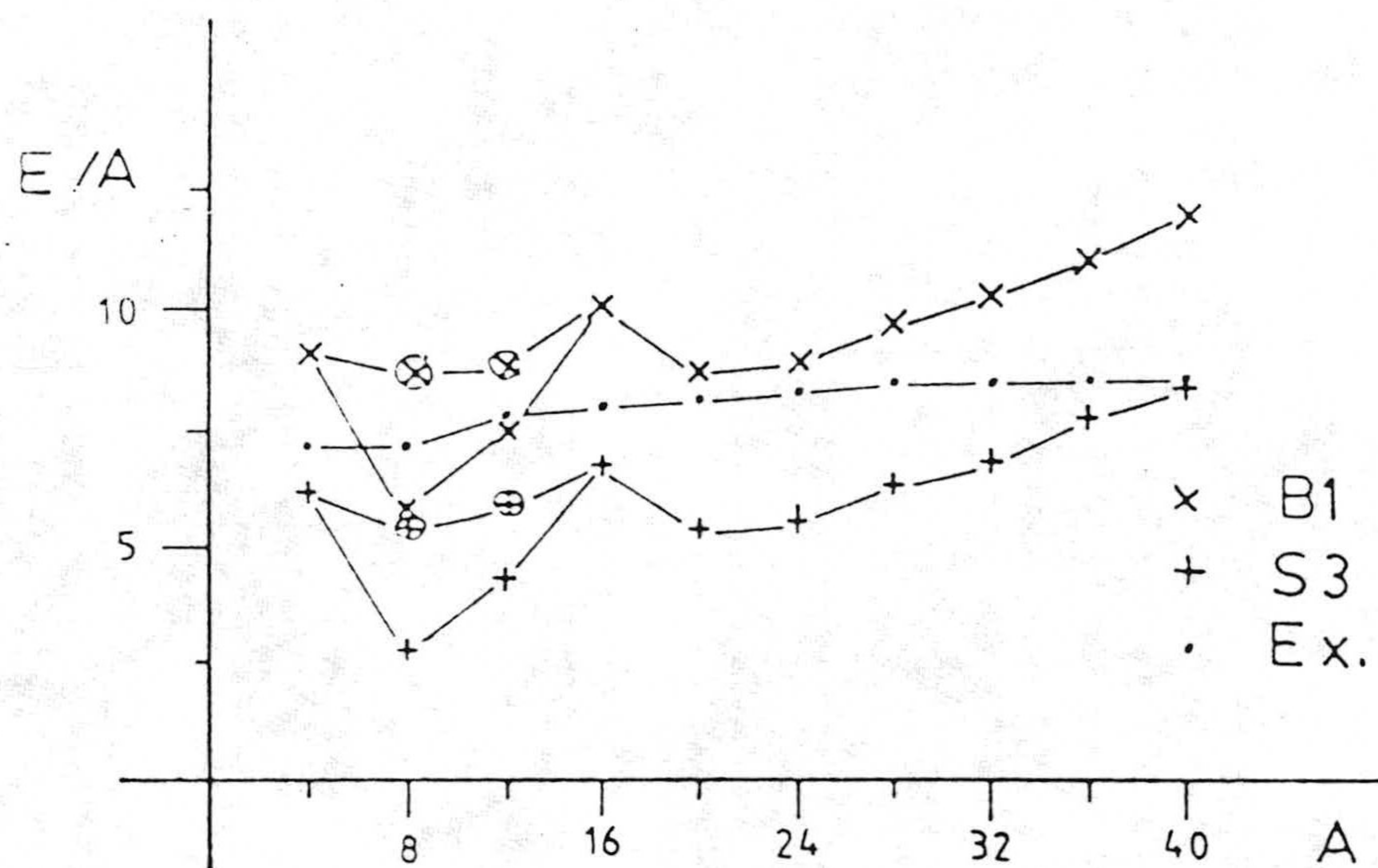


Figura 1 : Está tomada de ⁽¹⁶⁾, y muestra la sistemática de las energías de ligadura por nucleón para distintos núcleos correlacionados, con los potenciales S3 ⁽³⁸⁾ y B1 ⁽²⁹⁾. Los puntos encerrados en círculos han sido calculados usando funciones deformadas ⁽¹⁶⁾, y los restantes con funciones del modelo SU(3) ⁽⁹⁾.

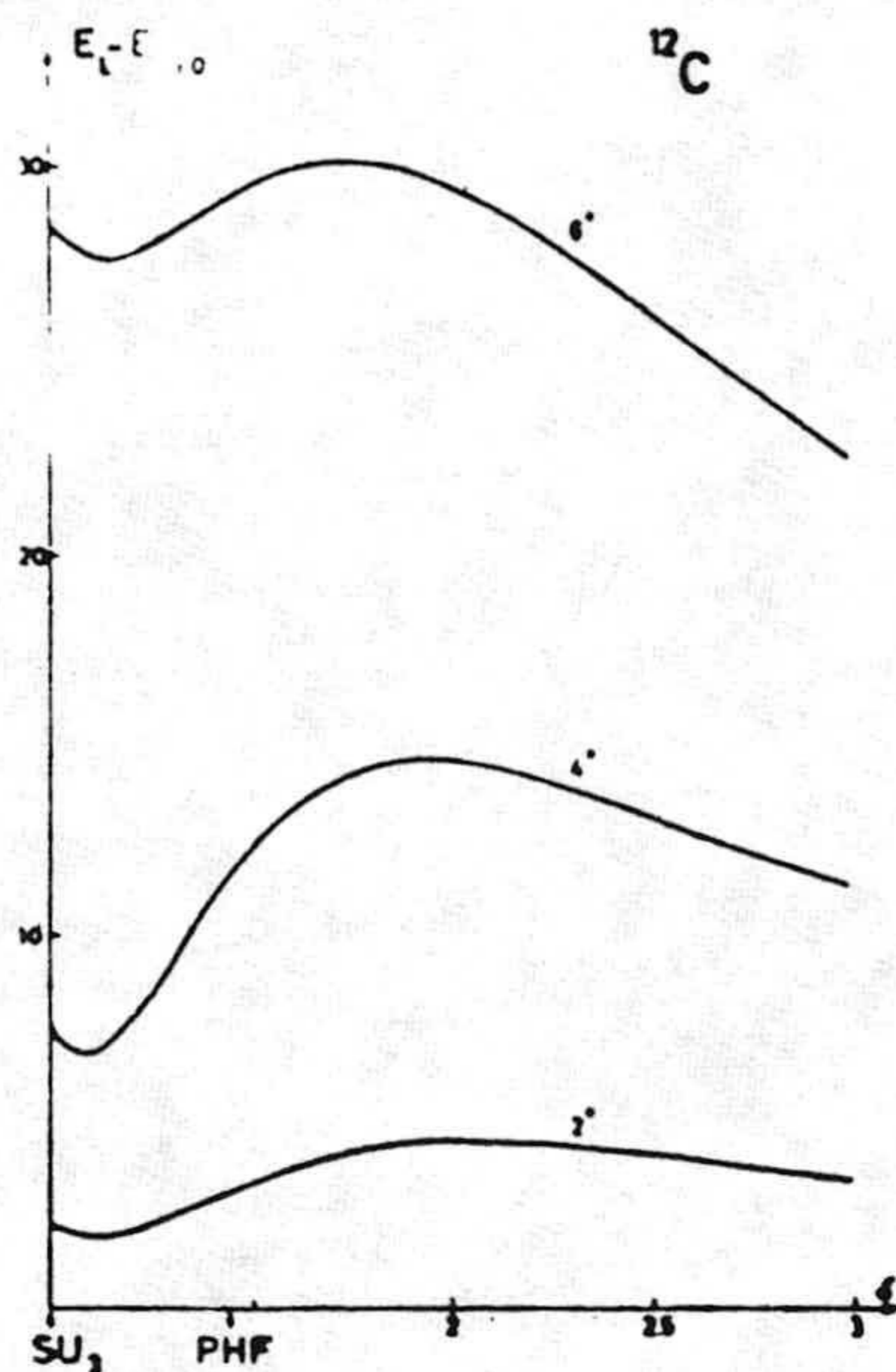


Figura 2 : Variación de las energías de excitación de los estados de la "banda" con la deformación ⁽²⁴⁾, para el potencial B1 ⁽²⁹⁾. Se ha señalado la deformación obtenida para el estado fundamental en un cálculo P.H.F.

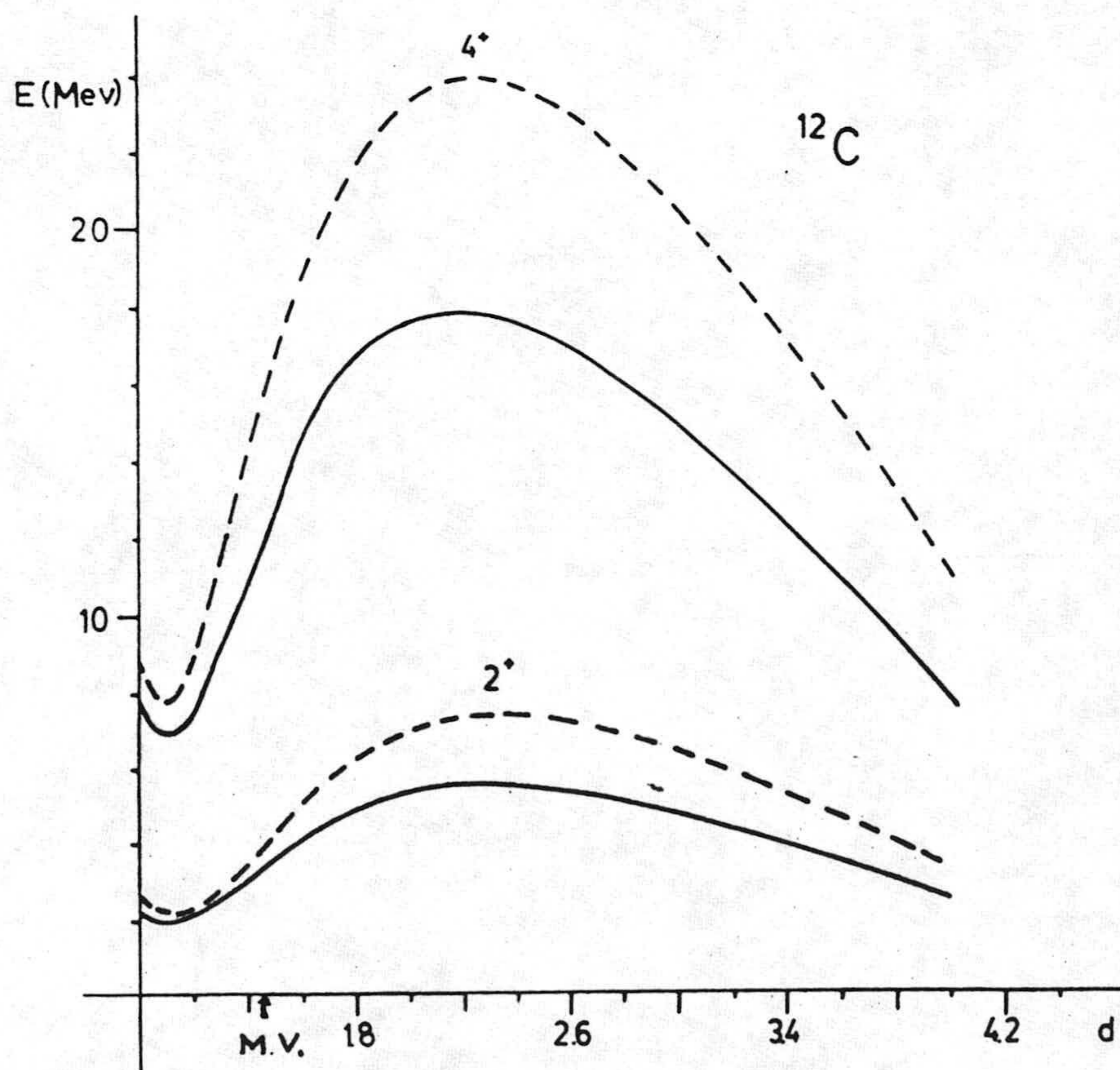


Figura 3 : Lo mismo que la figura 2 pero para funciones correlacionadas ⁽¹⁶⁾ (línea discreta). La línea continua corresponde al cálculo sin correlaciones. Se ha señalado la deformación correspondiente al mínimo variacional.

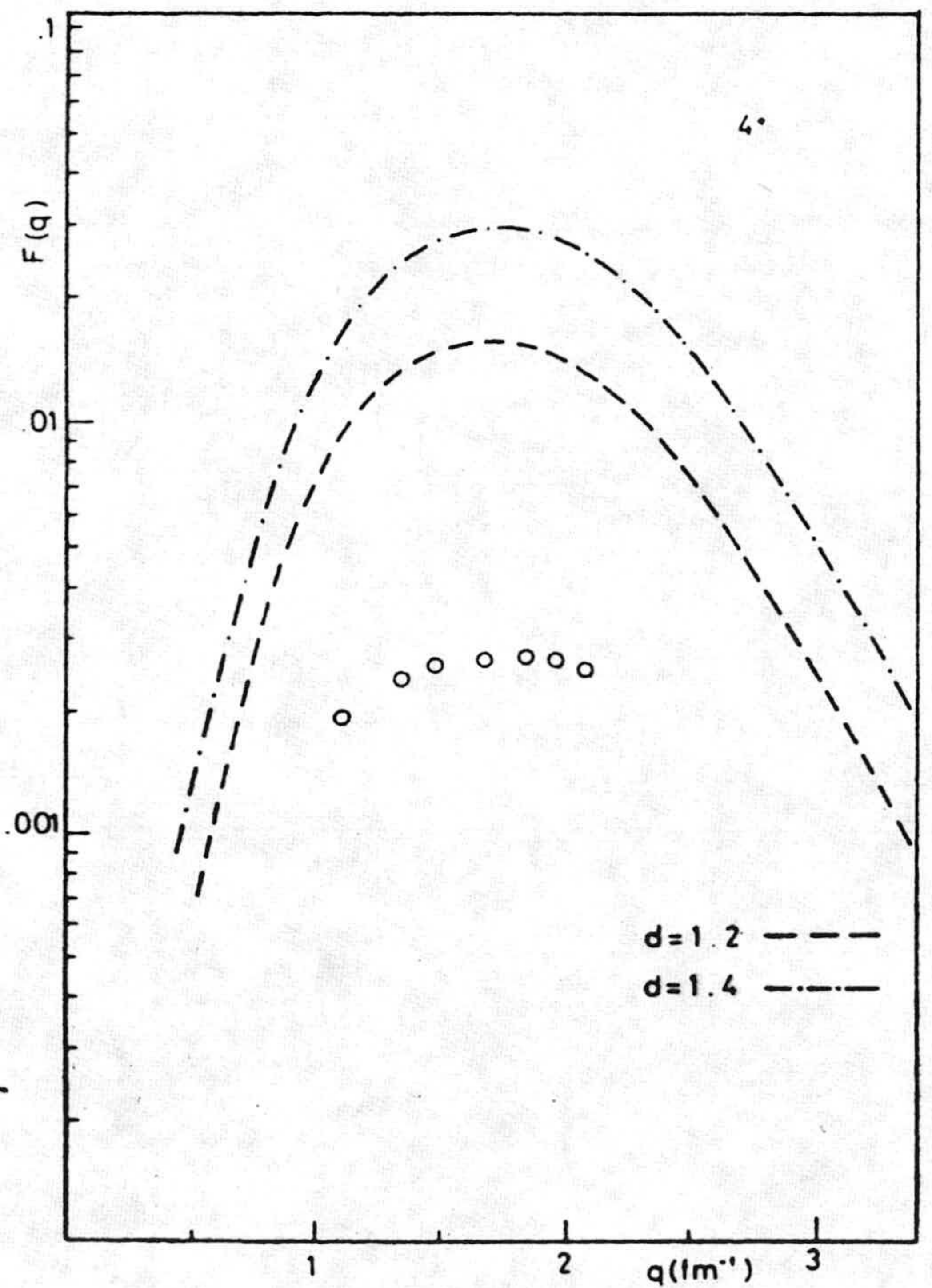
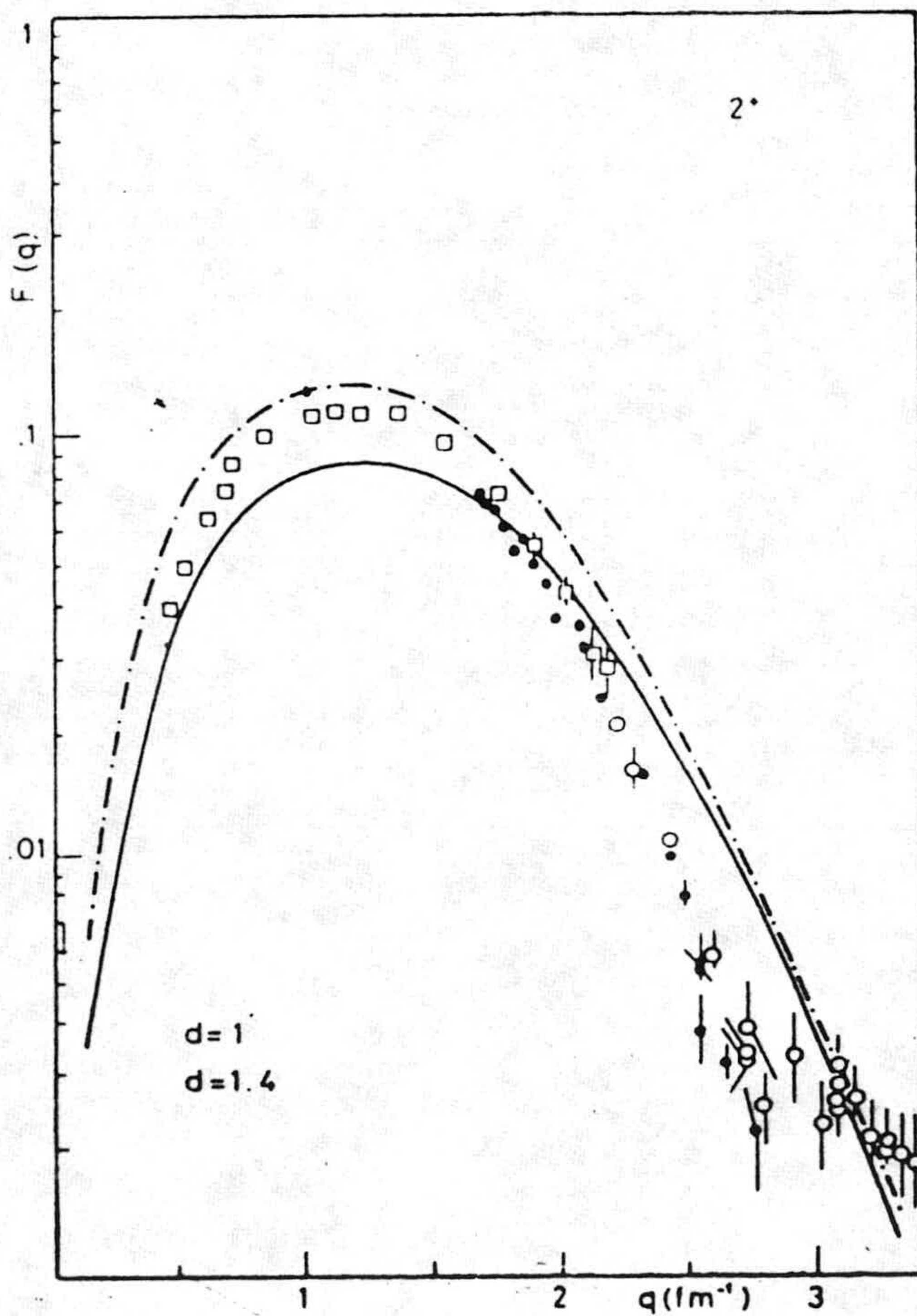
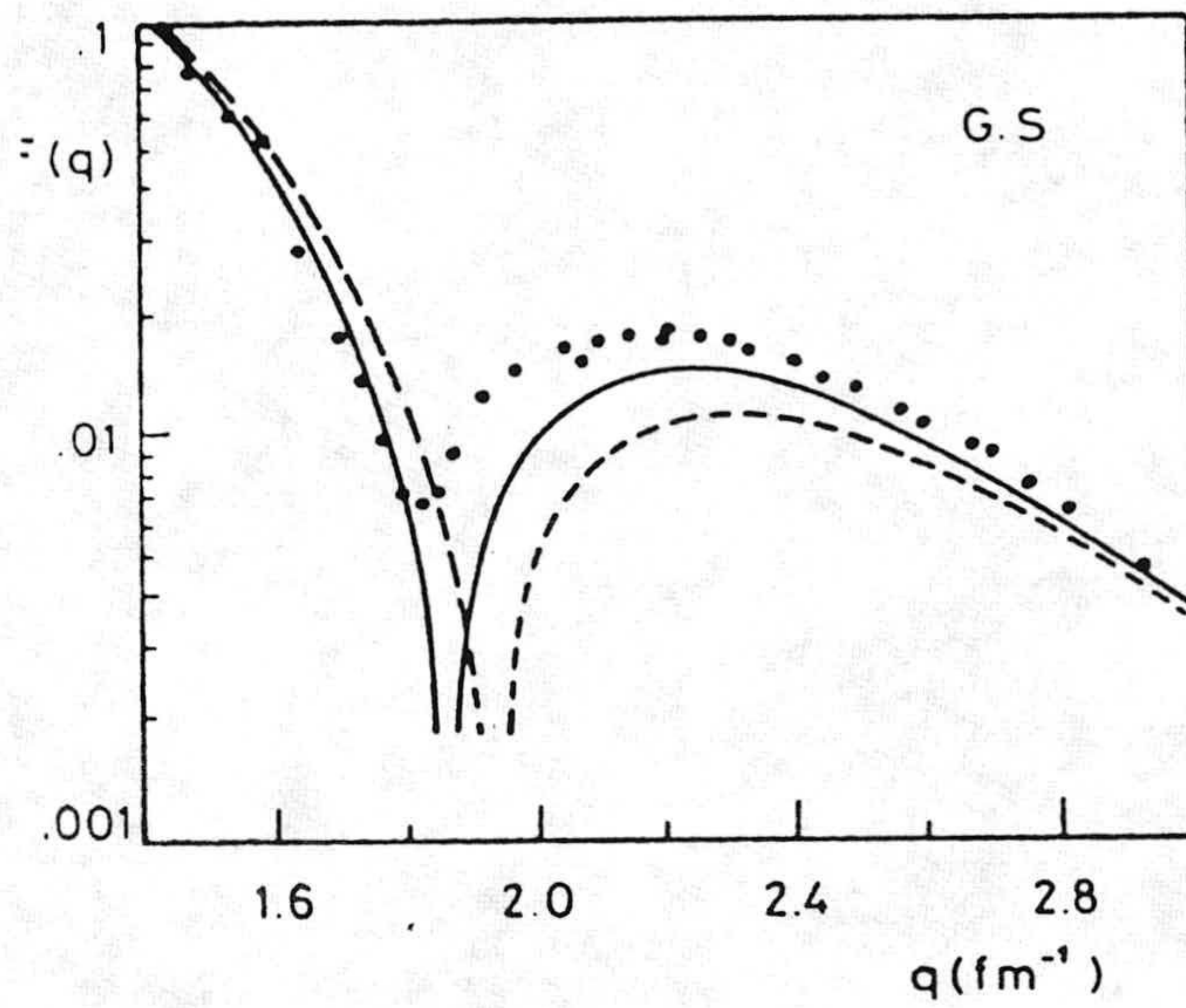


Figura 4 : Factores de forma del ^{12}C para distintos valores de la deformación⁽³³⁾. En este cálculo se ha usado el mismo modelo que en nuestro trabajo, pero sin la inclusión de correlaciones de corto alcance.

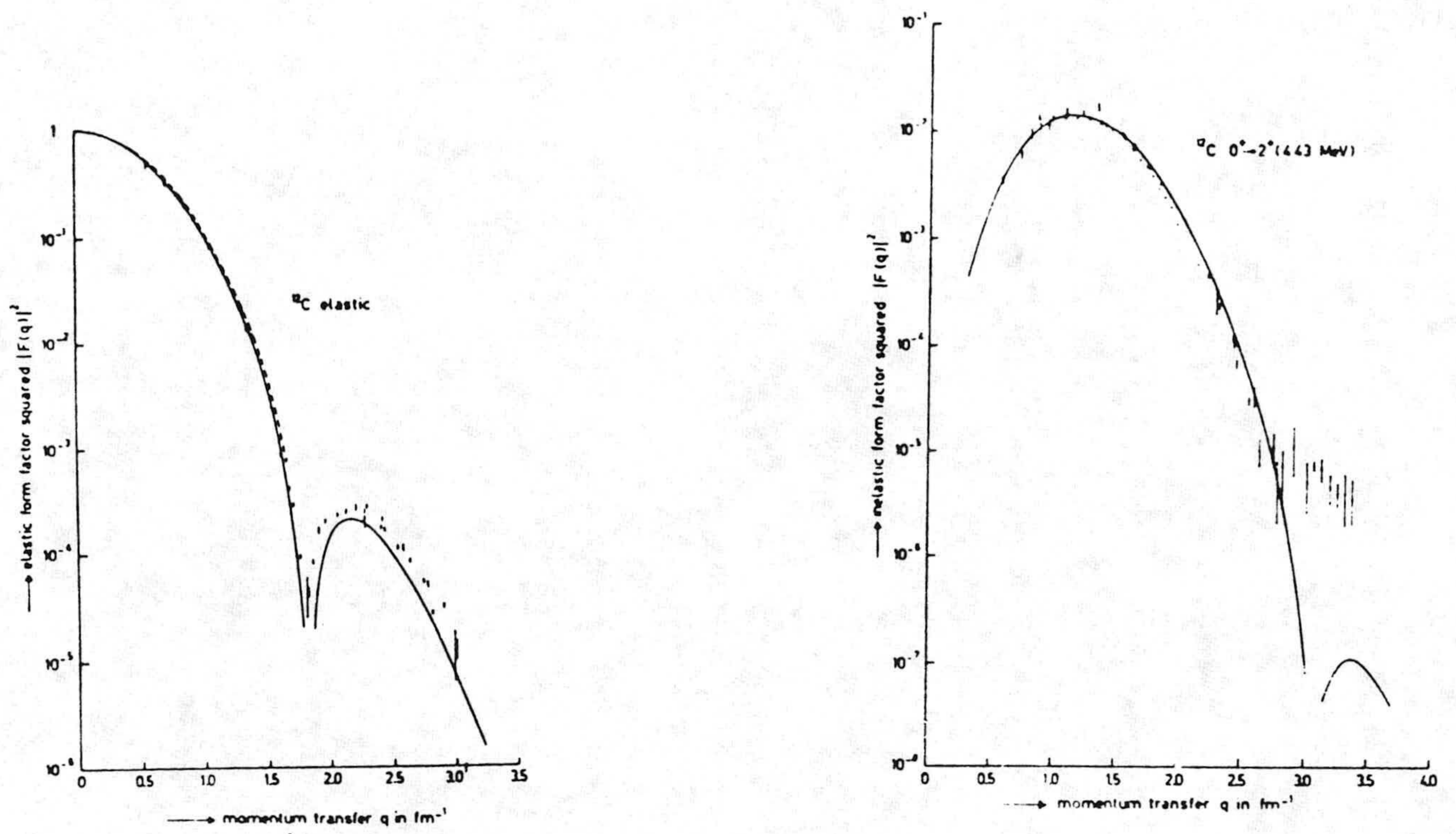


Figura 5 : Mejor ajuste a los factores de forma del estado fundamental y de la transición $0^+ \rightarrow 2^+$ para funciones deformadas del tipo (III.7)⁽³⁵⁾.

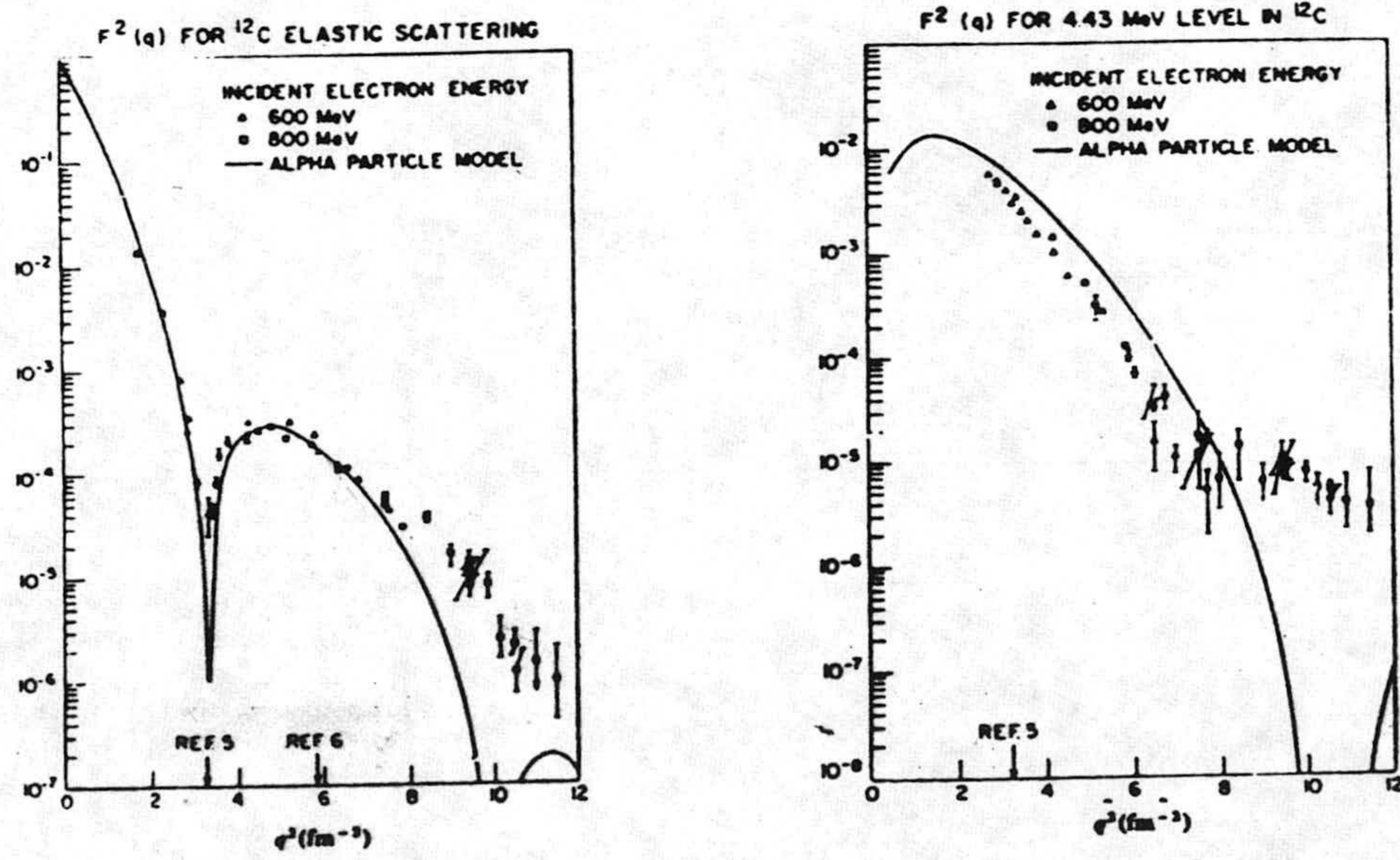


Figura 6 : Factores de forma del ^{12}C en el modelo A.P.M.⁽⁵⁰⁾ construidas a partir de un ajuste al factor de forma del ^4He .

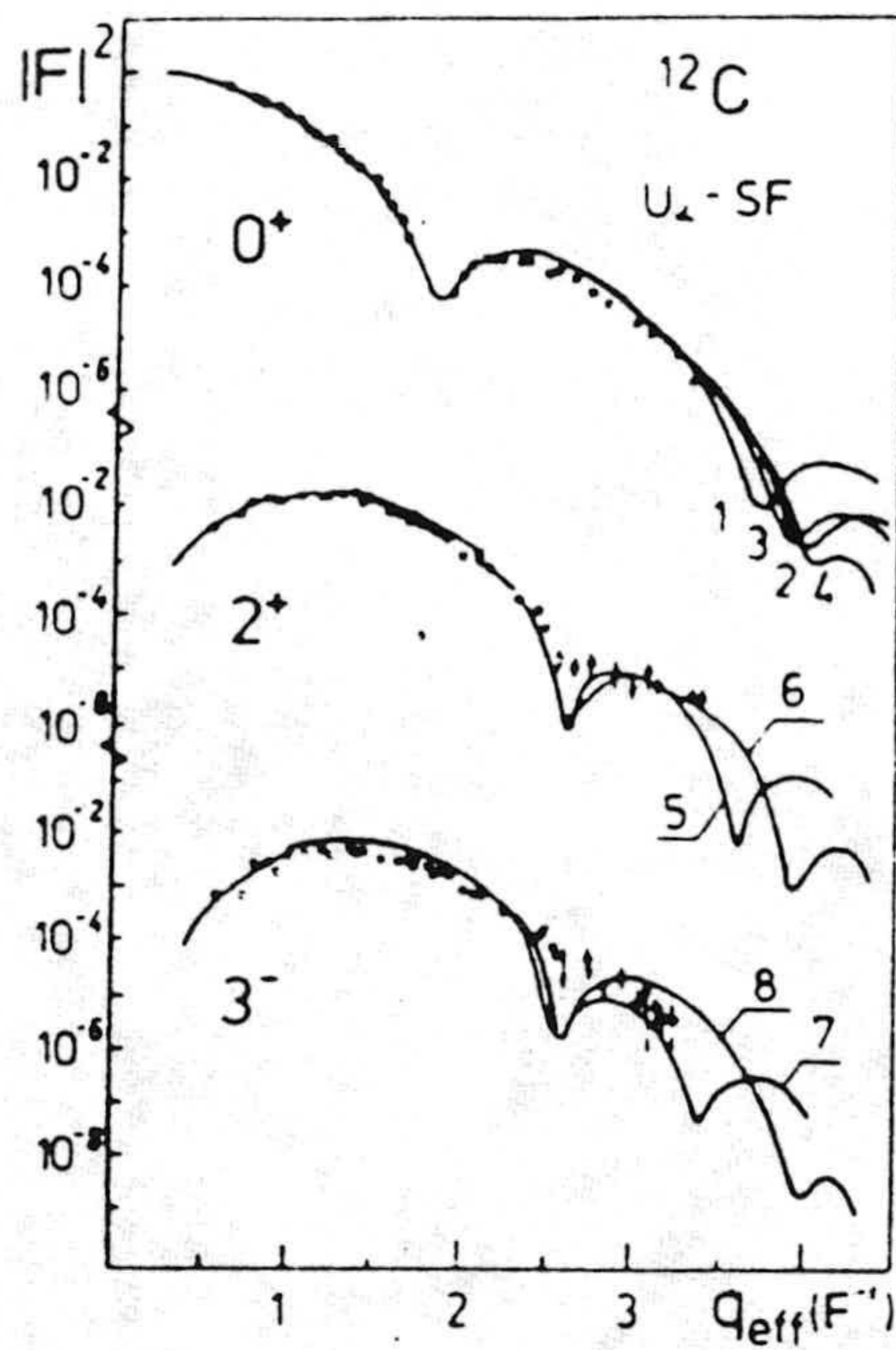


Figura 7 : Factores de forma en el modelo A.C.M., usando funciones del tipo (III.10), para distintos valores de los parámetros del modelo ⁽³⁷⁾.

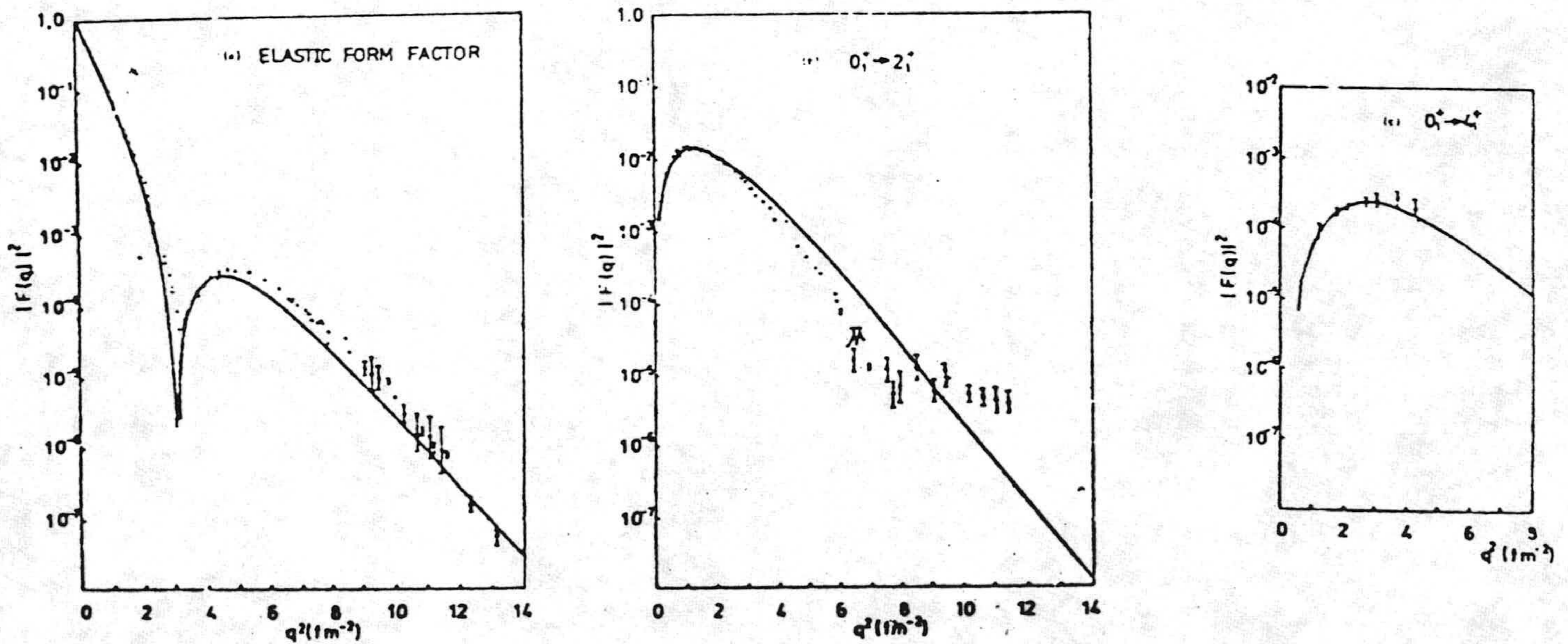


Figura 8 : Factores de forma del modelo de grupo resonante de tres partículas alfa ⁽²¹⁾.

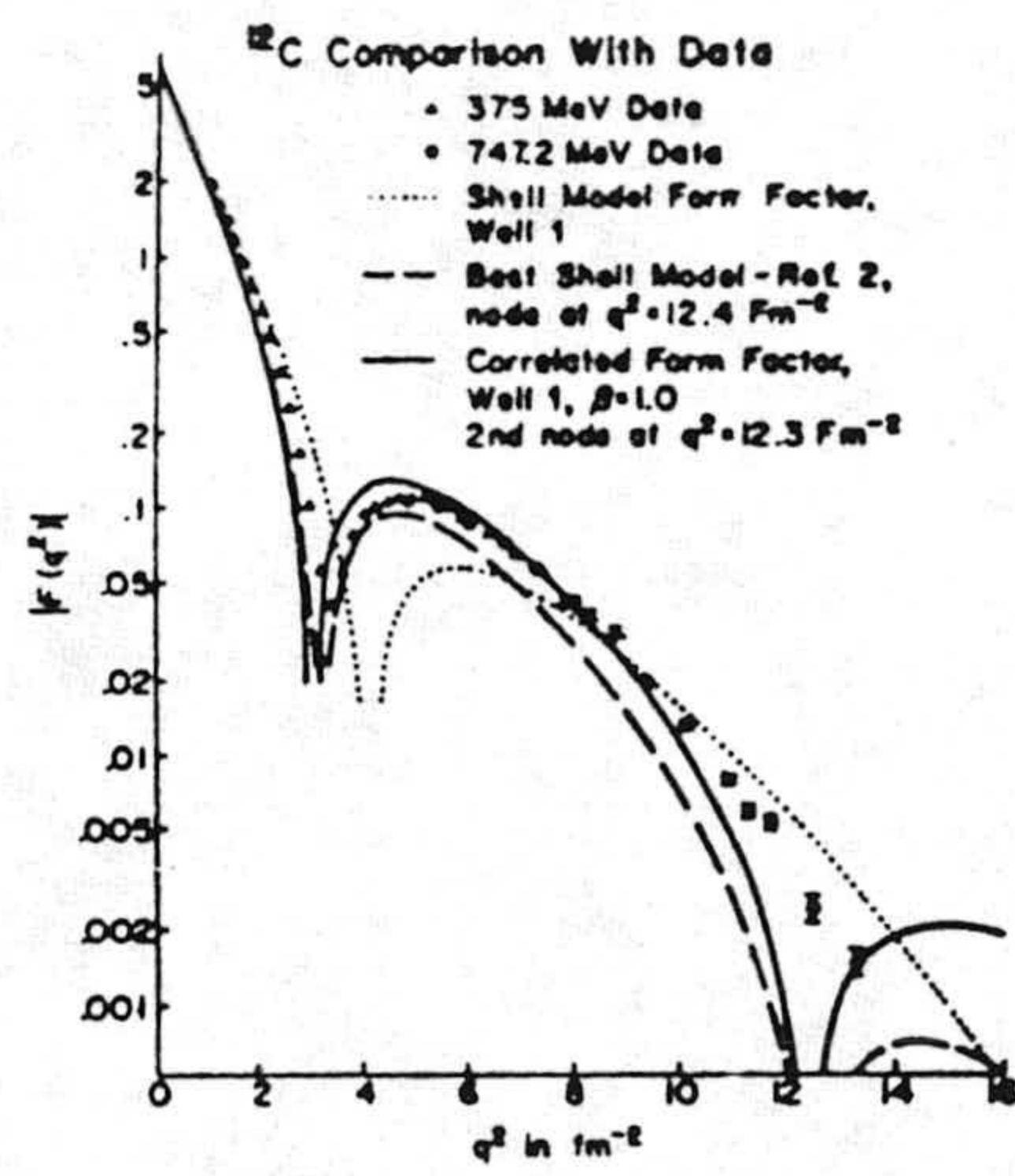


Figura 9 : Factor de forma del estado fundamental obtenido usando funciones de Wood-Saxon (línea a trazos), y añadiendo un factor Jastrow (línea continua) (52).

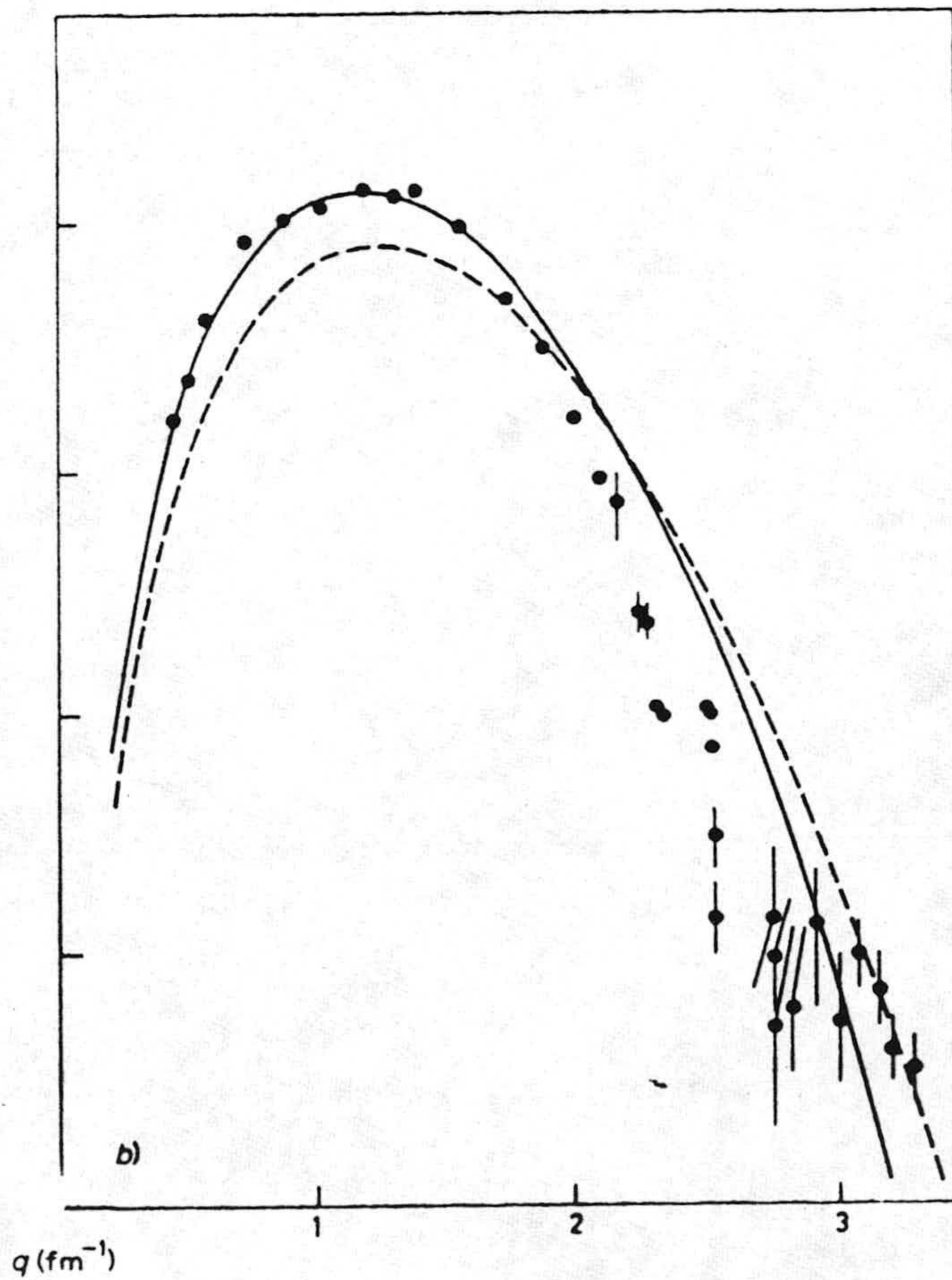


Figura 10 : Factor de forma de la transición $0^+ \rightarrow 2^+$ del ^{12}C en un cálculo T.D.A. con el potencial de Tabakin (línea continua), y con un potencial gaussiano (línea a trazos) (55).

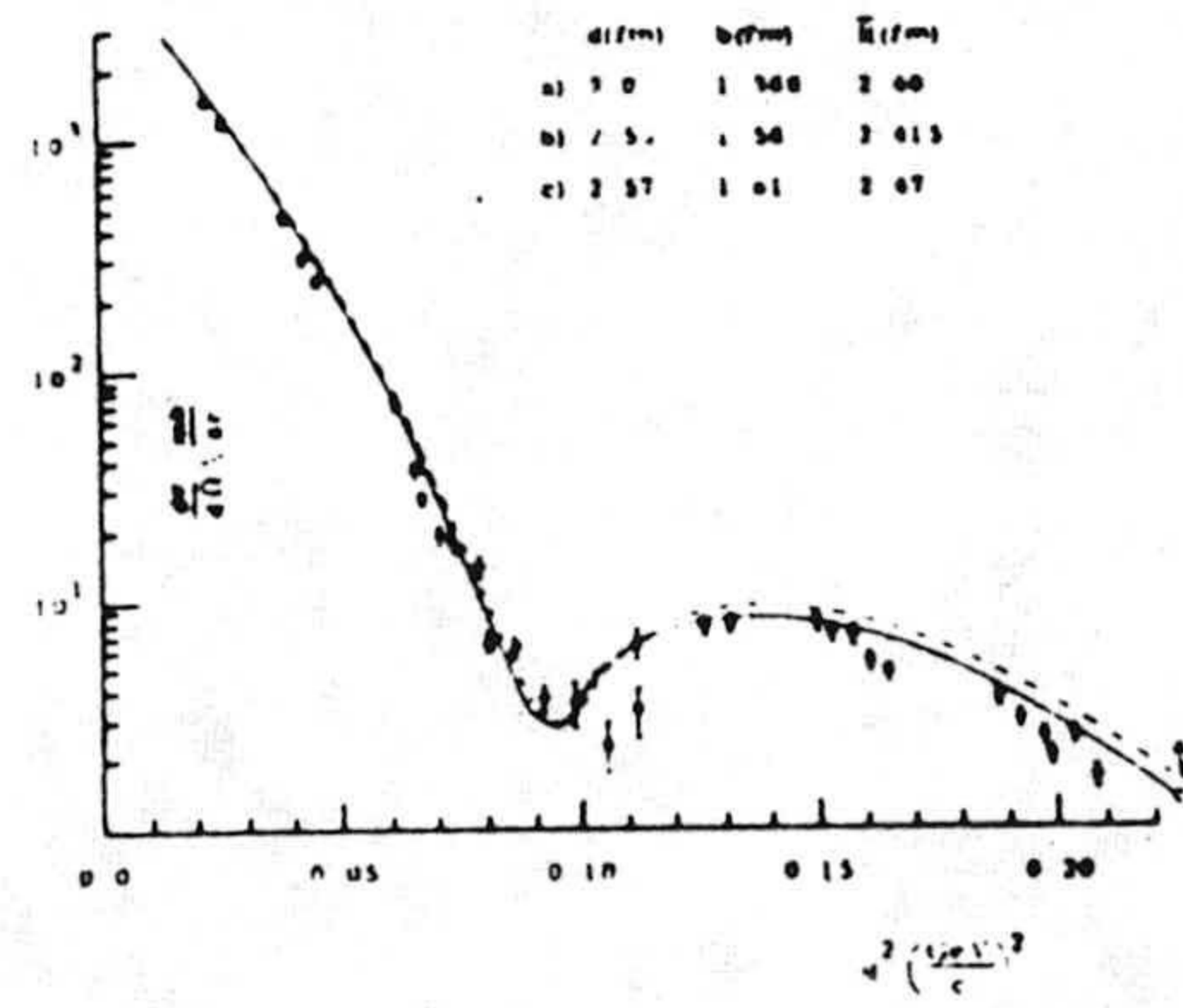


Figura 13 : Lo mismo que en la figura 12, para la colisión elástica, en el modelo A.P.M.⁽³⁸⁾. La línea continua es un ajuste a estos datos, y en la de puntos se ha usado la misma función que en la figura 6.

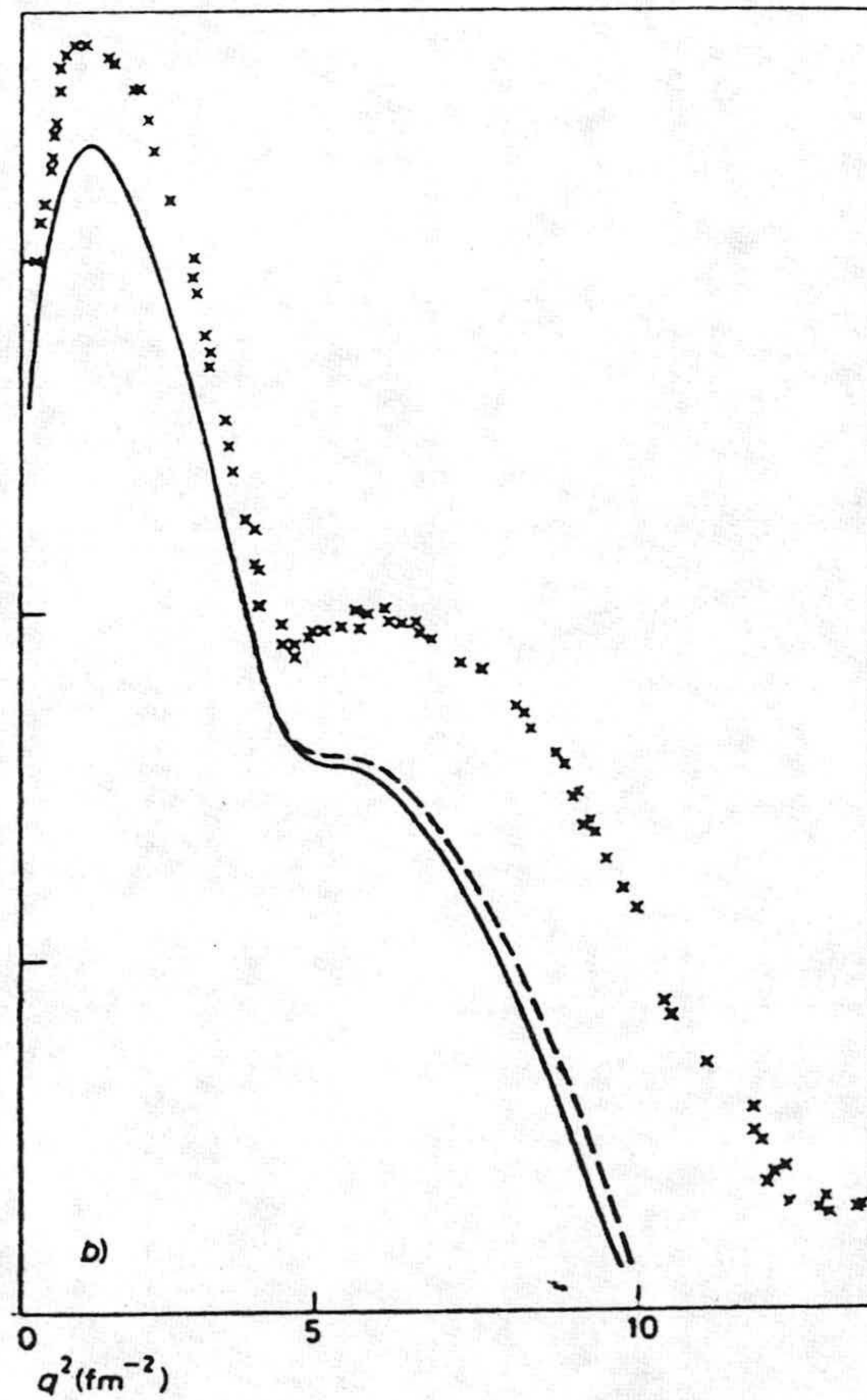


Figura 14 : Lo mismo que en la figura 12, para la transición $0^+ \rightarrow 2^+$, para las funciones de la T.D.A. con un potencial gaussiano. La línea continua es un cálculo exacto y la discreta una aproximación.

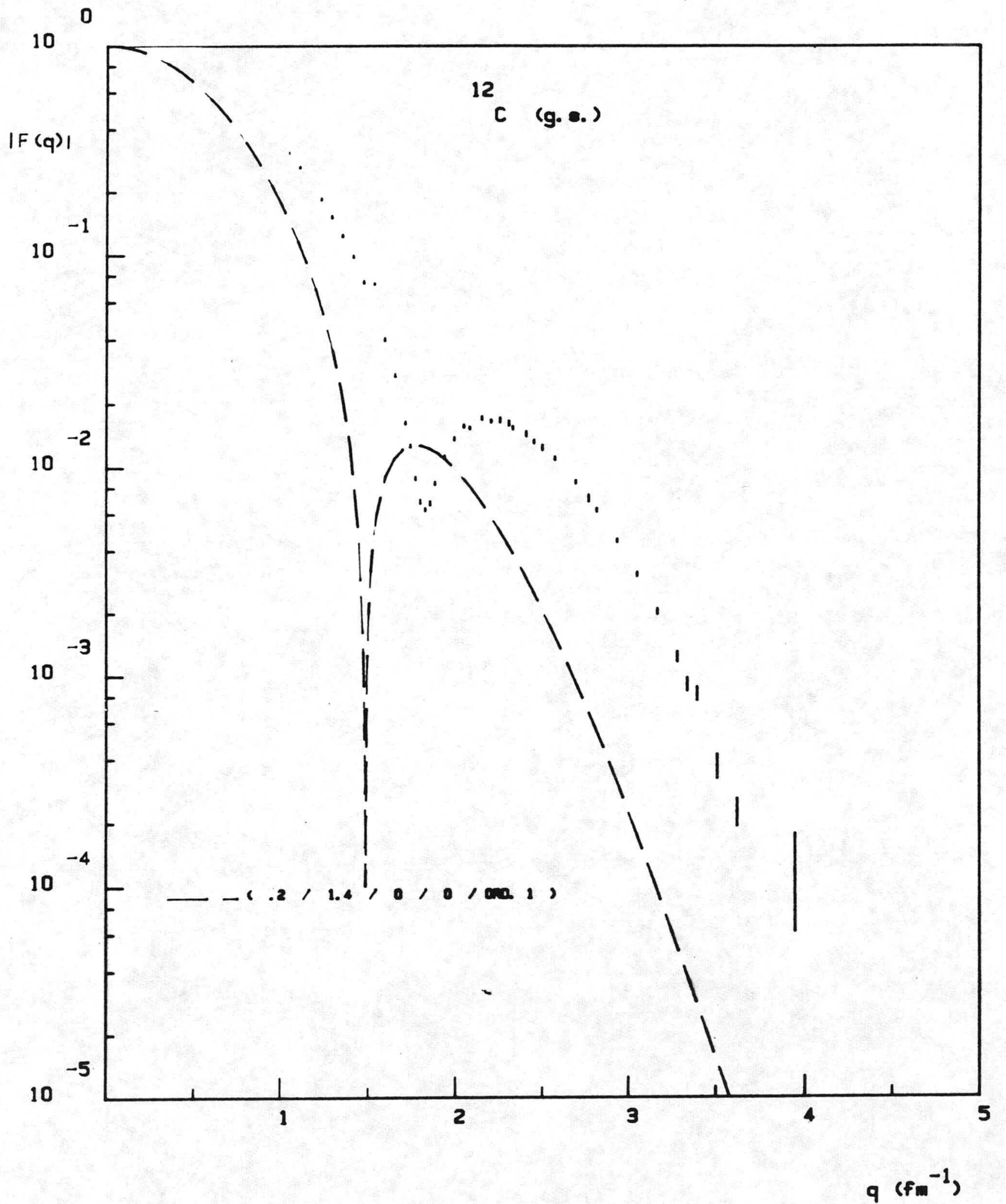


Figura 15.a : Factor de forma del estado fundamental para el mínimo variacional del potencial S3, sin correlaciones. Los datos han sido tomados de (40).

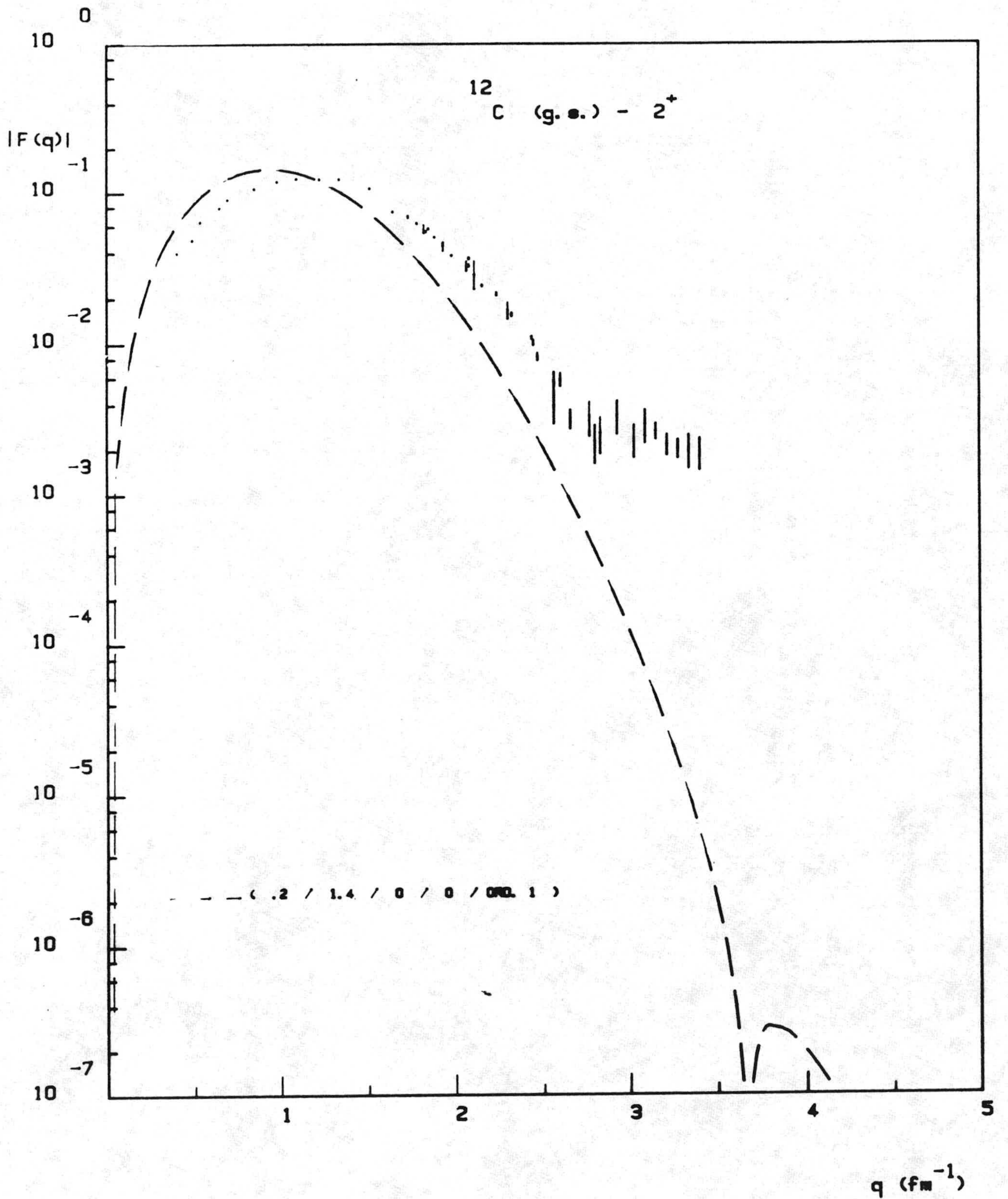


Figura 15.b : Factor de forma de la transición $0^+ \rightarrow 2^+$ para la misma función que en la figura 15.a. Los datos experimentales han sido tomados de (22)(41).

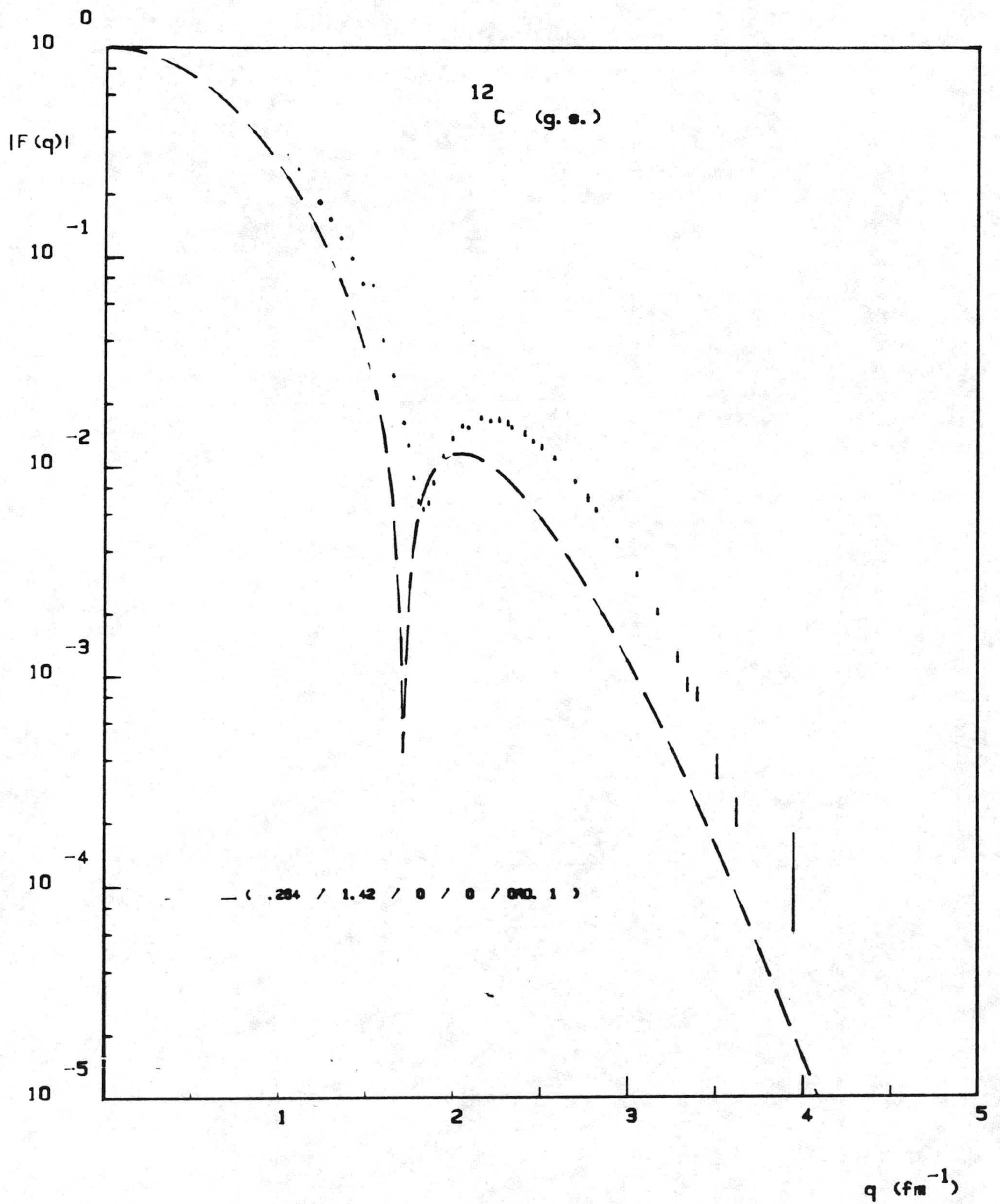


Figura 16.a : Lo mismo que en la figura 15.a, para el potencial B1

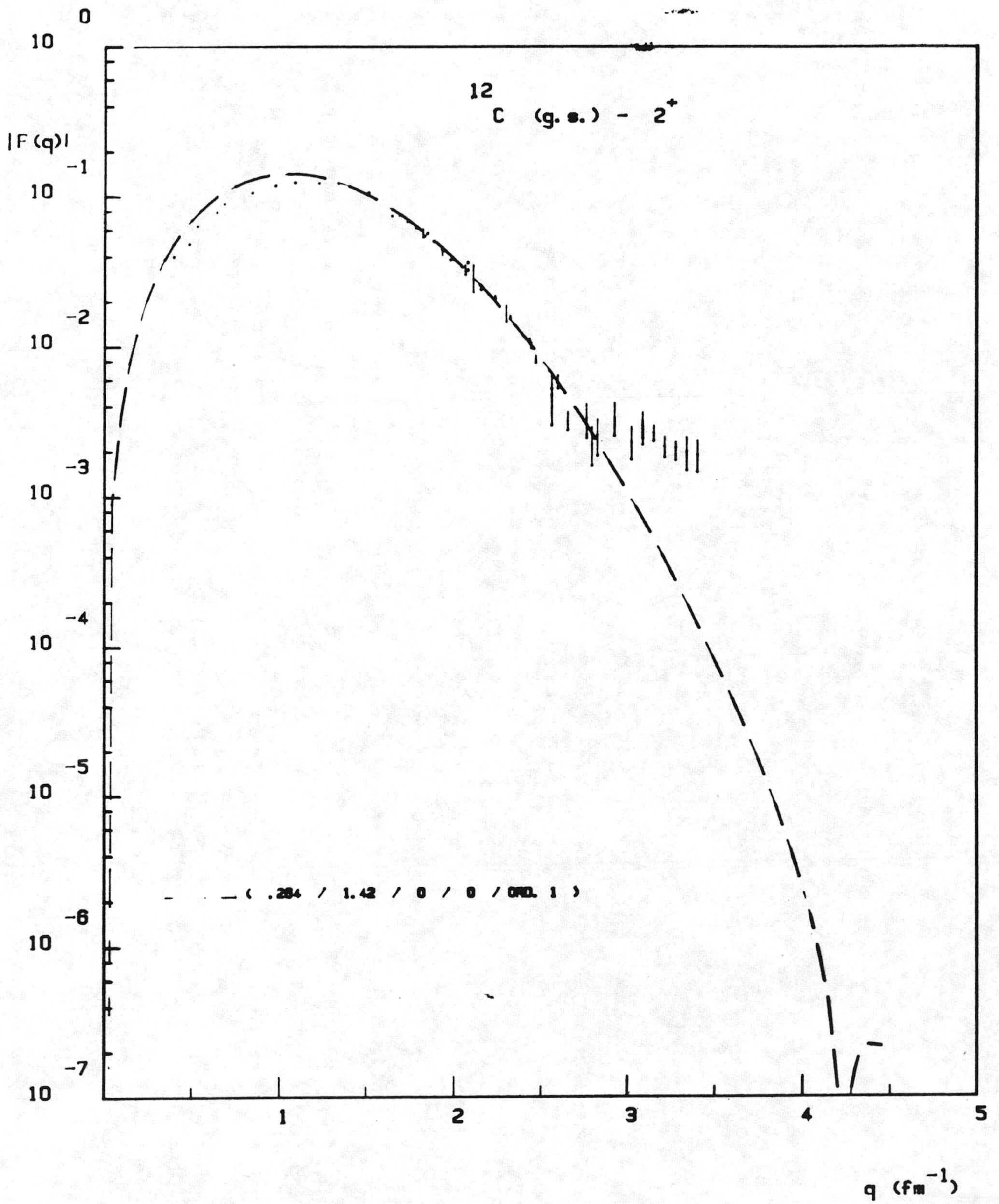


Figura 16.b : Lo mismo que en la figura 15.b, para el potencial B1

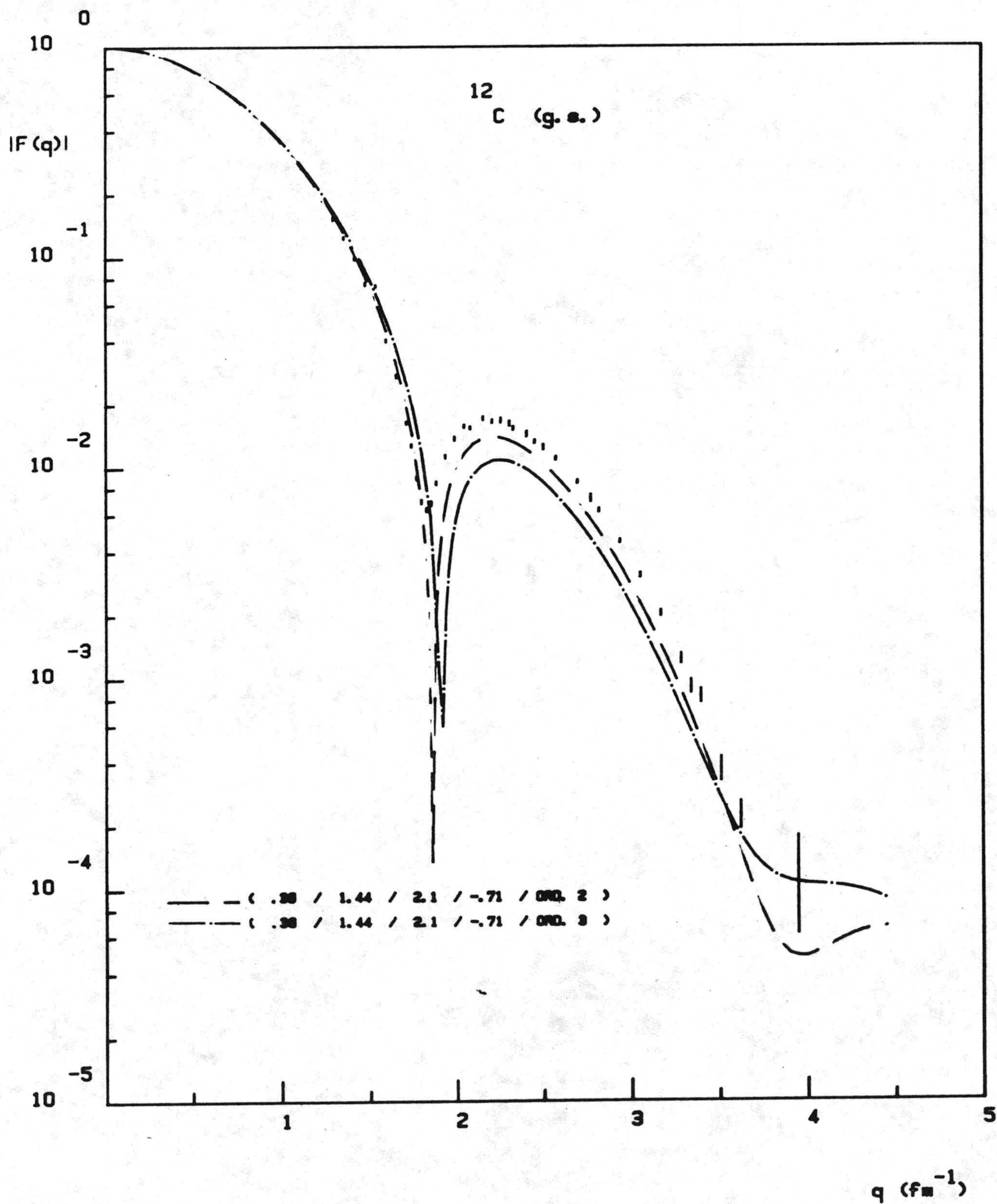


Figura 17.a : Lo mismo que en la figura 15.a, para el mínimo variacional en segundo orden, para funciones proyectadas, con el potencial S3.

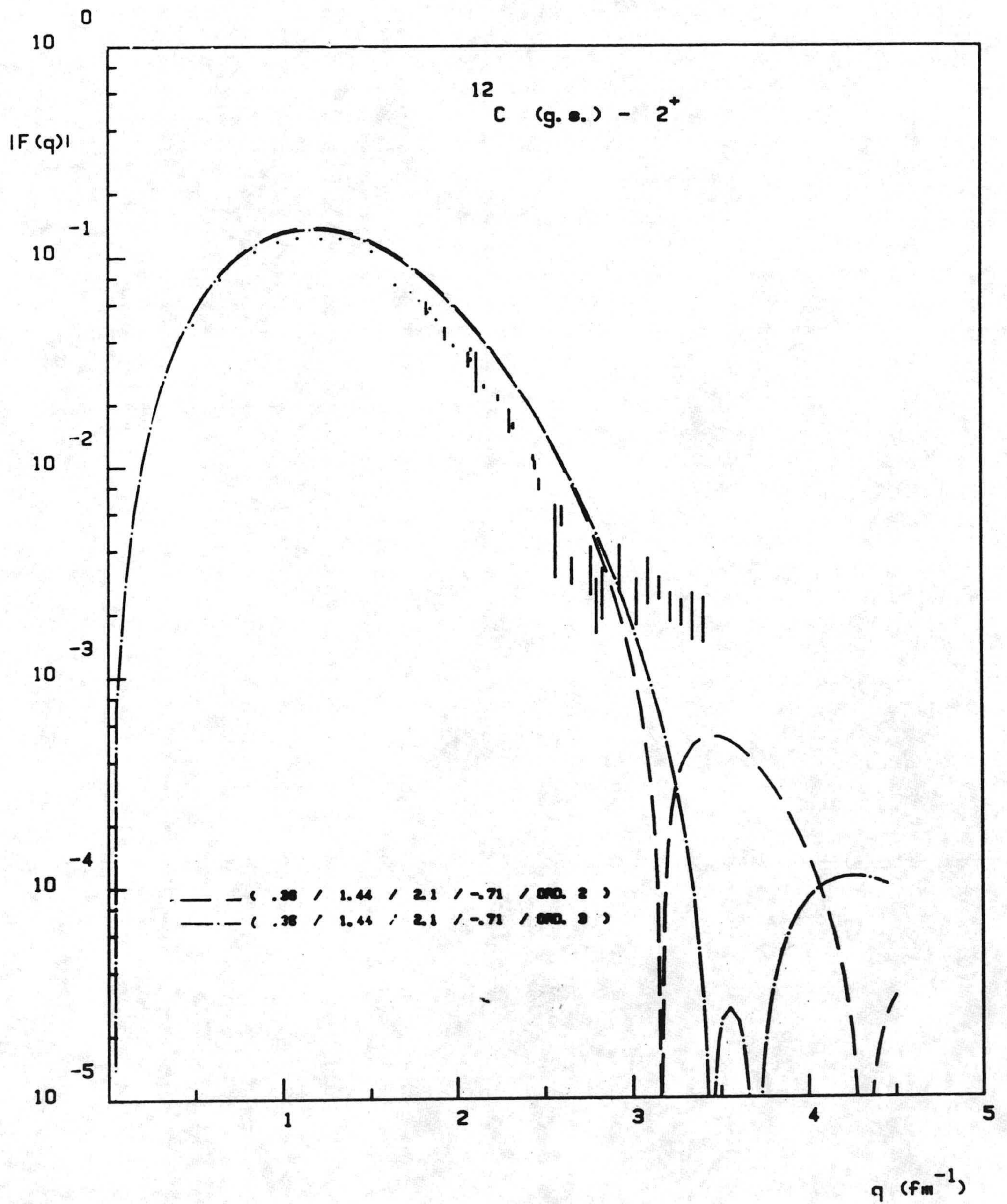


Figura 17.b : Lo mismo que en la figura 17.a, para la transición $0^+ \rightarrow 2^+$.

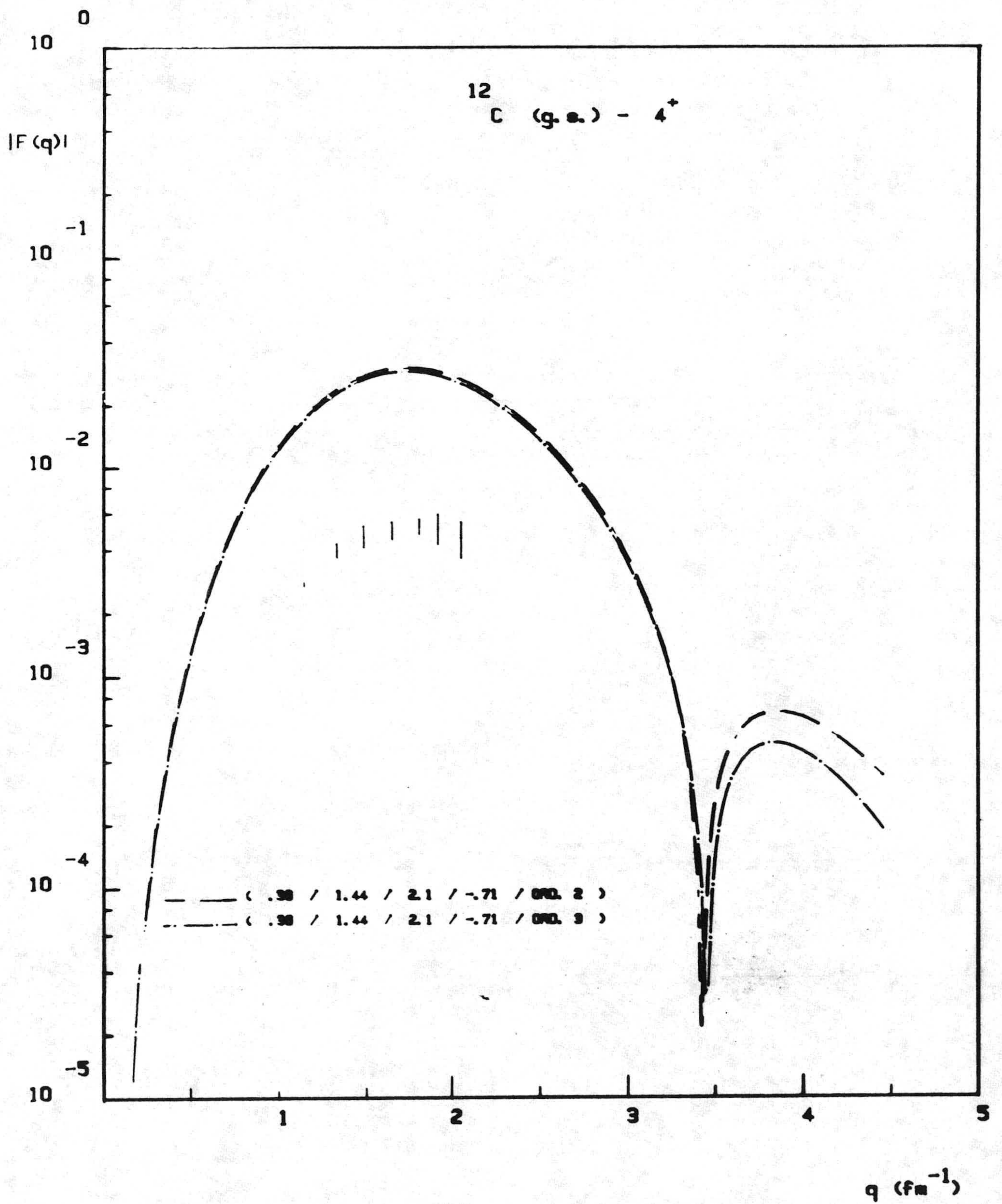


Figura 17.c : Lo mismo que en la figura 17.a, para la transición $0^+ \rightarrow 4^+$.

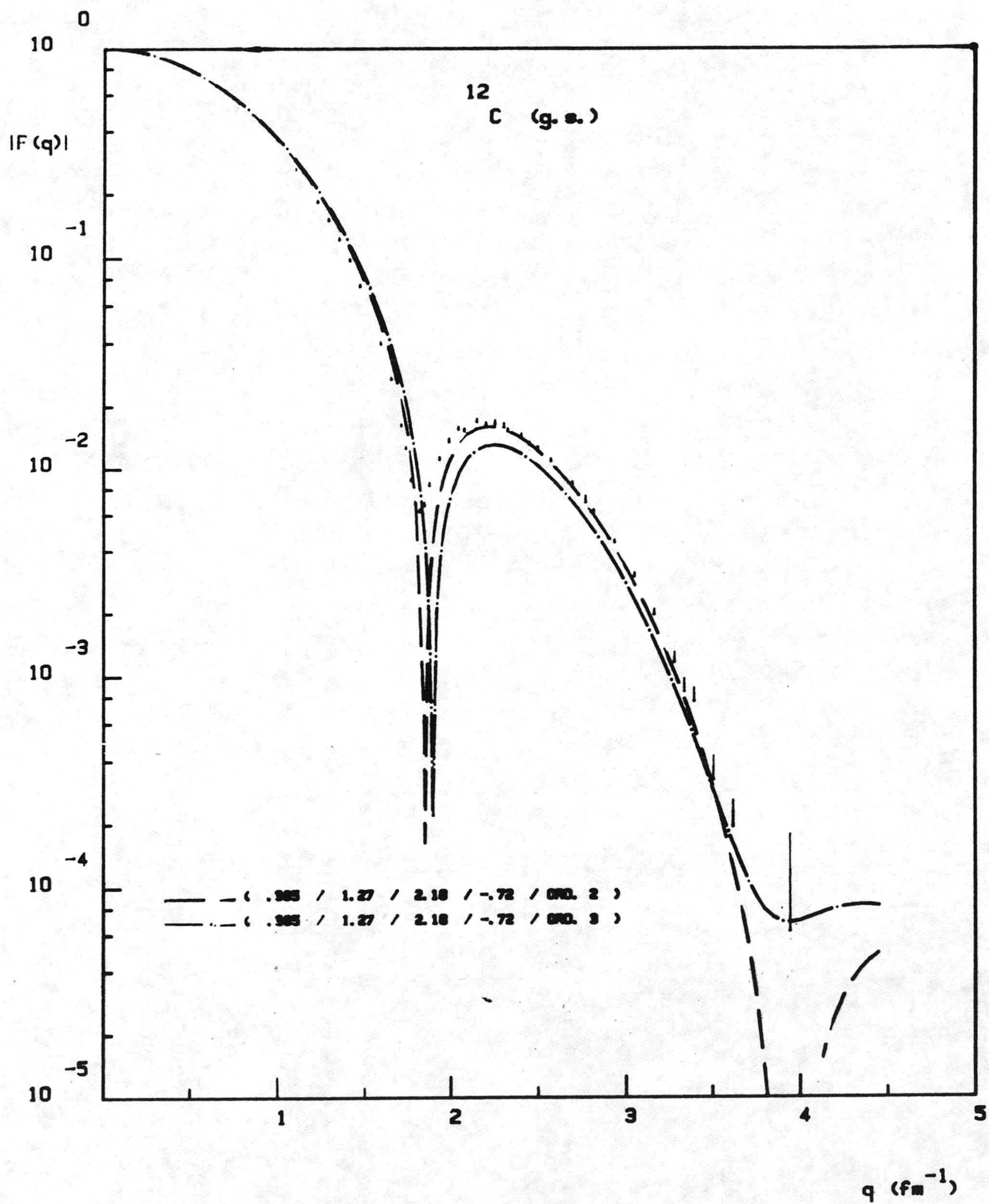


Figura 18.a : Lo mismo que en la figura 15.a, para el mínimo variacional en cuarto orden, para funciones proyectadas, con el potencial S3

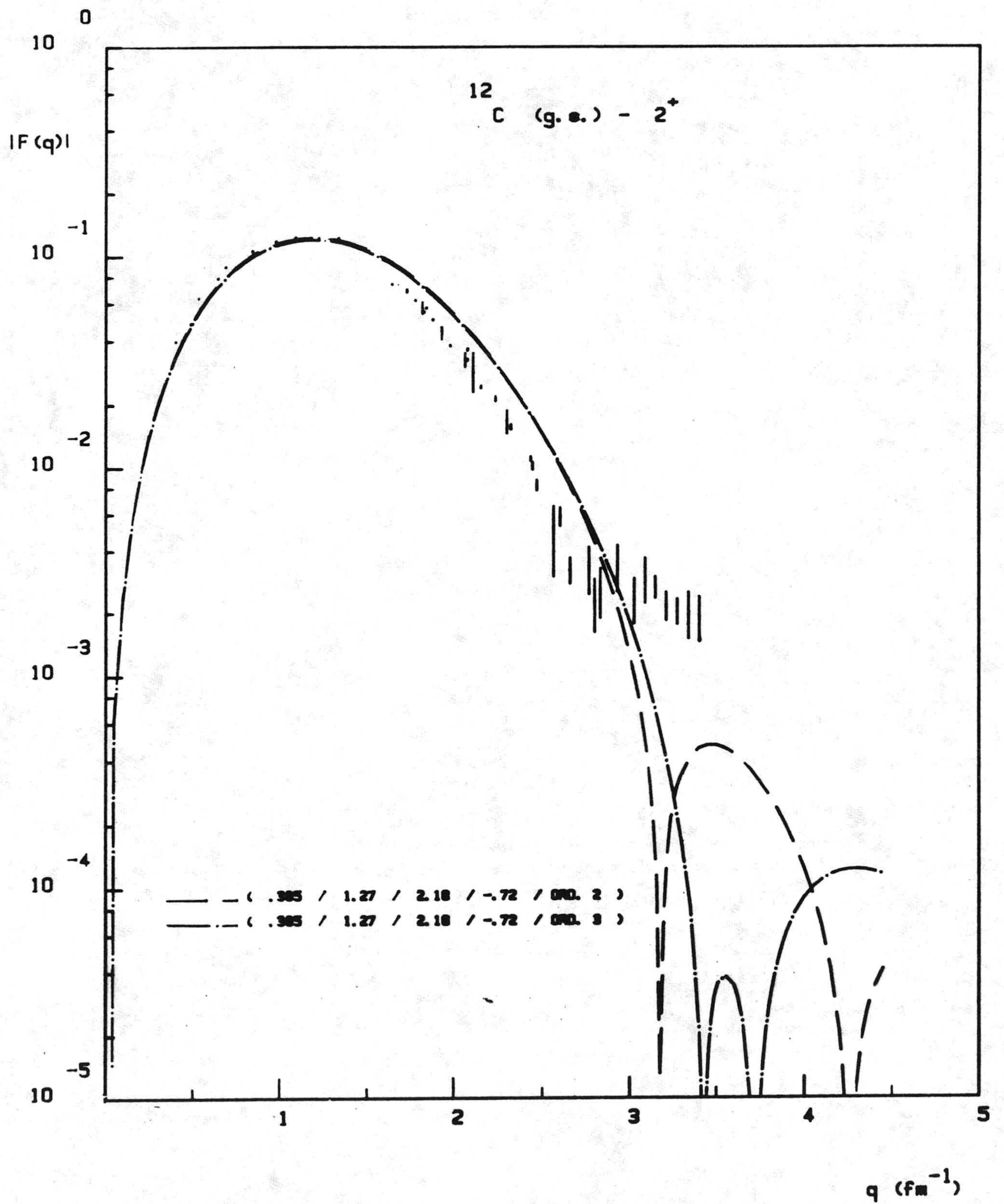


Figura 18.b : Lo mismo que en la figura 18.a, para la transición $0^+ \rightarrow 2^+$.

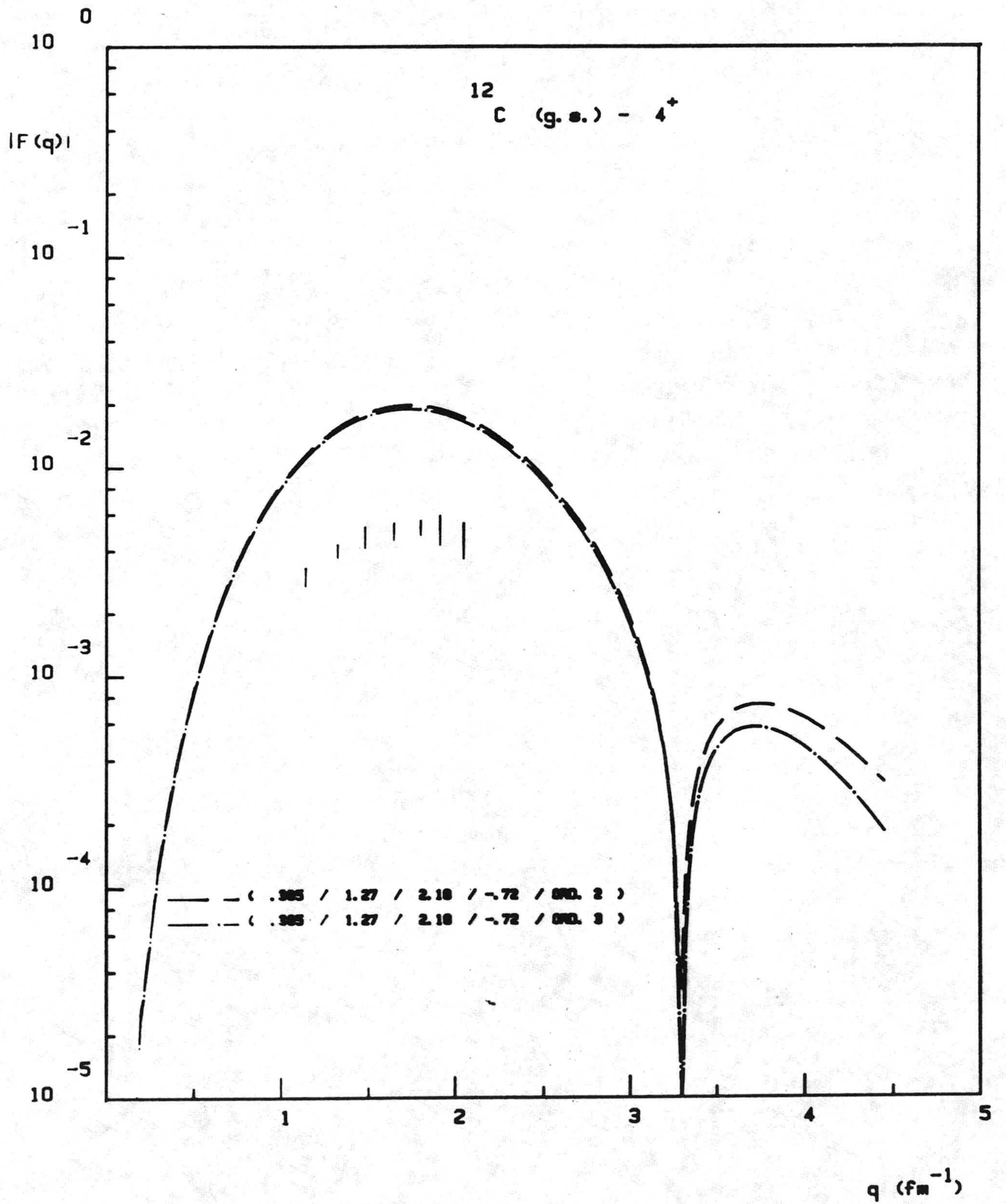


Figura 18.c : Lo mismo que en la figura 18.a, para la transición $0^+ \rightarrow 4^+$.

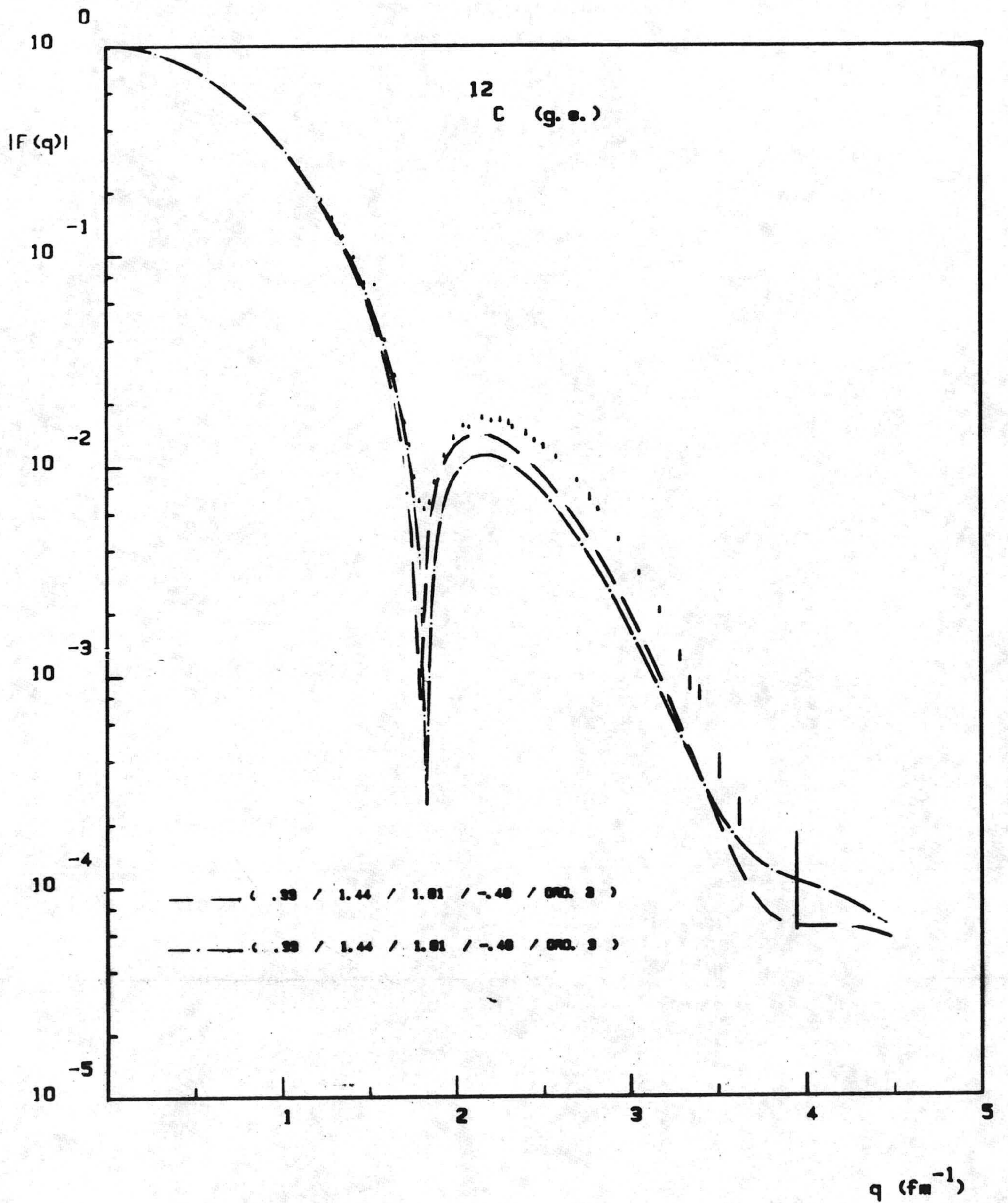


Figura 19.a : Lo mismo que en la figura 15.a, para el mínimo variacional en segundo orden, para funciones proyectadas, con el potencial B1.

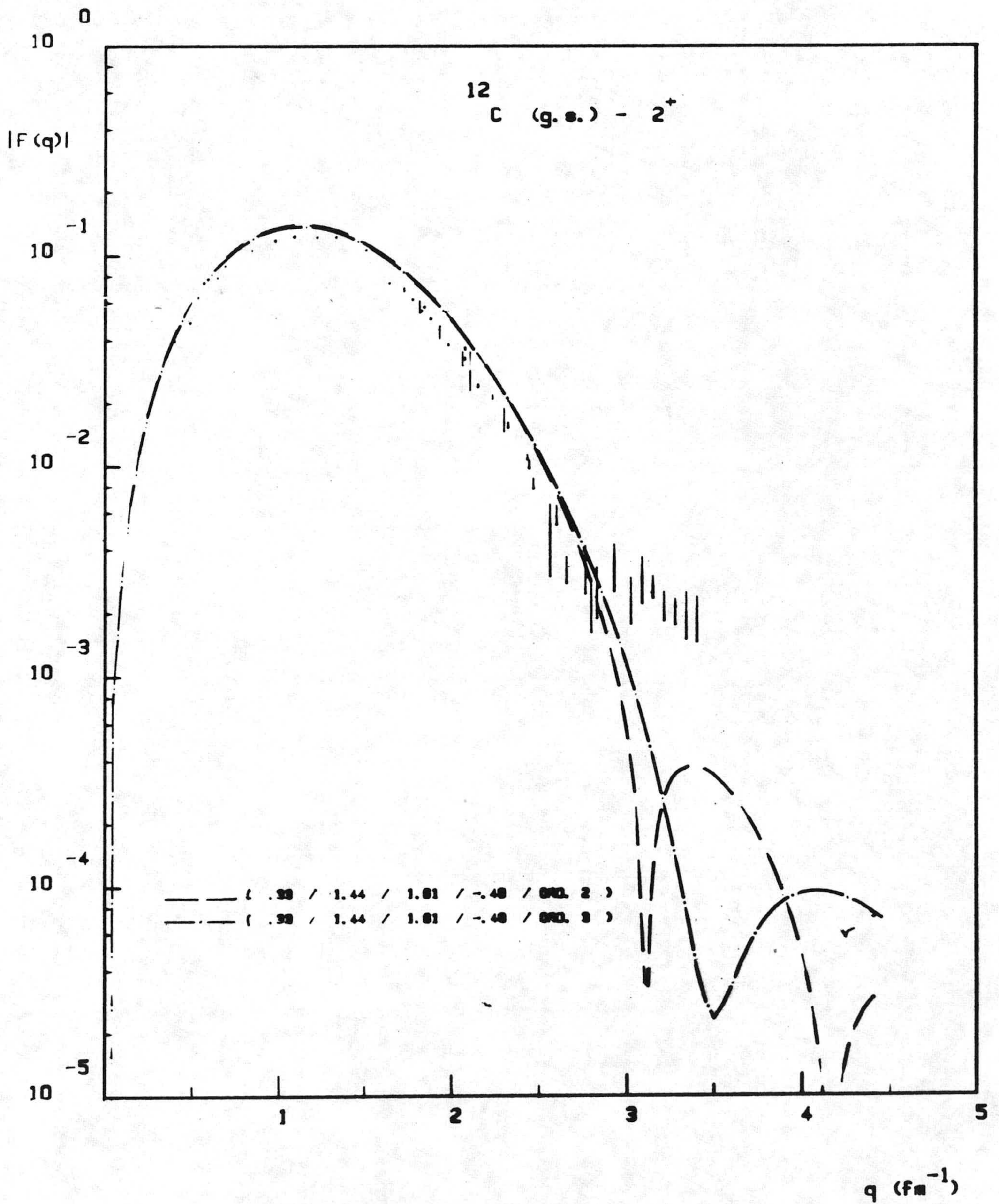


Figura 19.b : Lo mismo que en la figura 19.a, para la transición $0^+ \rightarrow 2^+$.

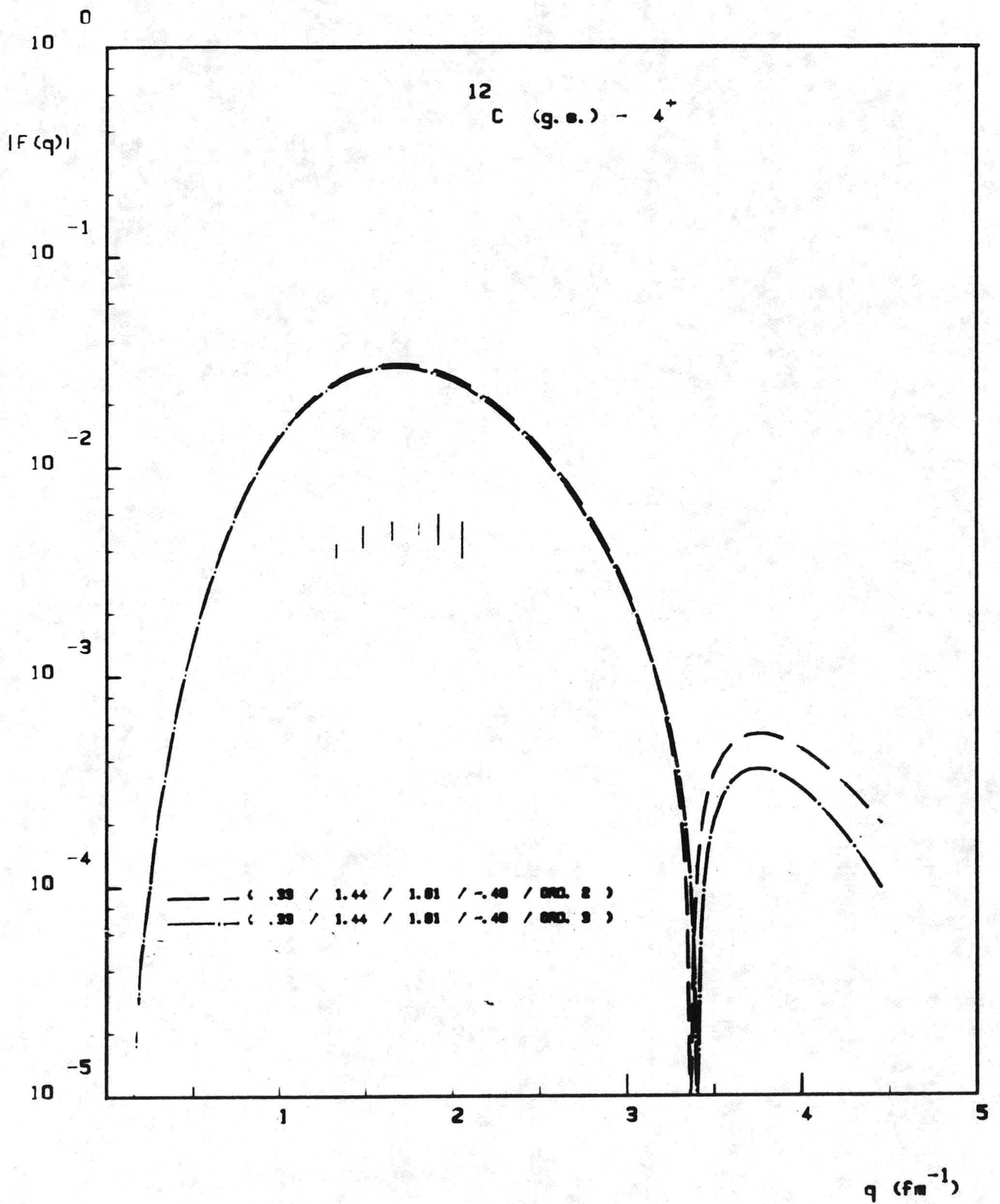


Figura 19.c : Lo mismo que en la figura 19.a, para la transición $0^+ \rightarrow 4^+$.



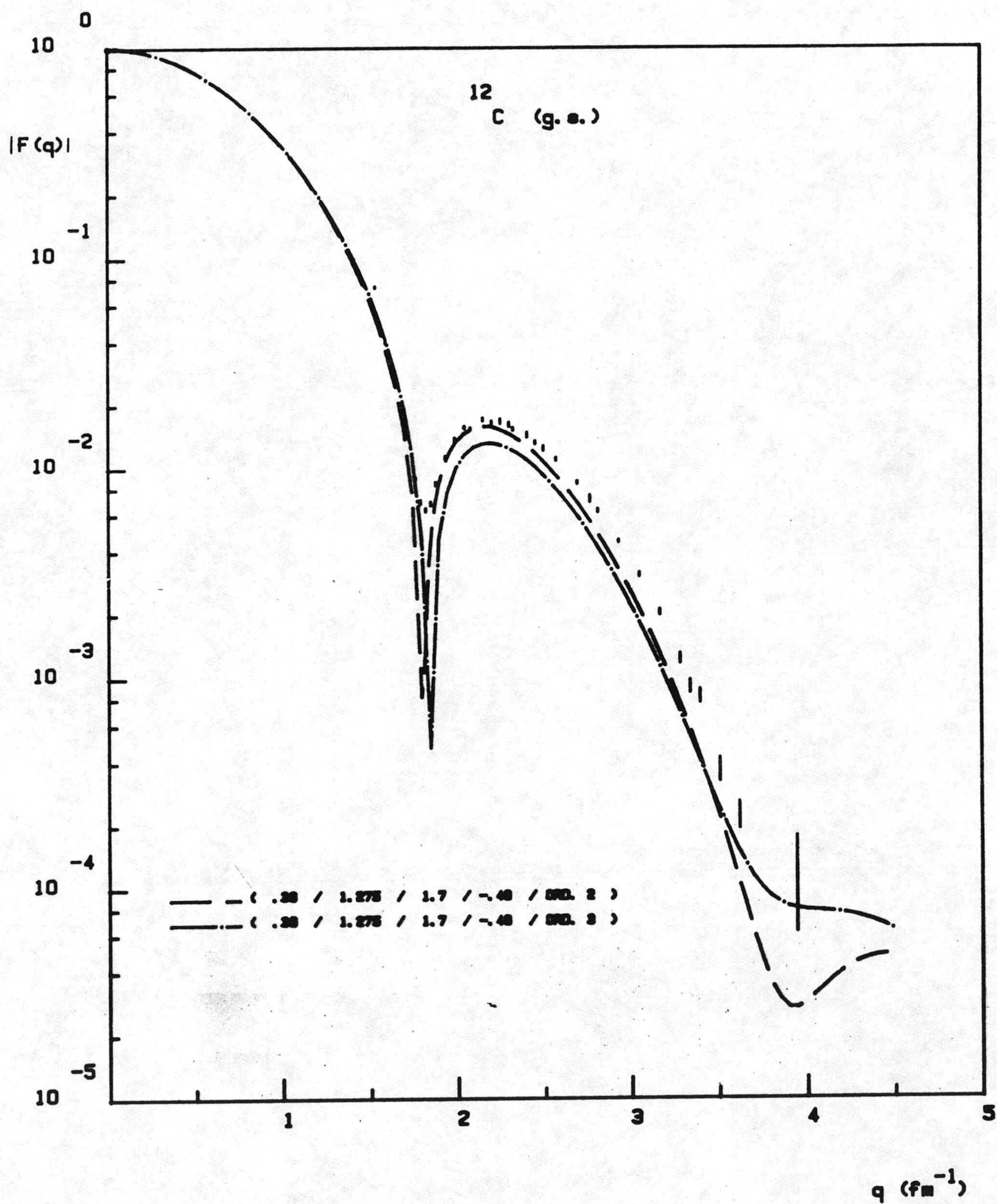


Figura 20.a : Lo mismo que en la figura 15.a, para el mínimo variacional en cuarto orden, para funciones proyectadas, con el potencial B1.

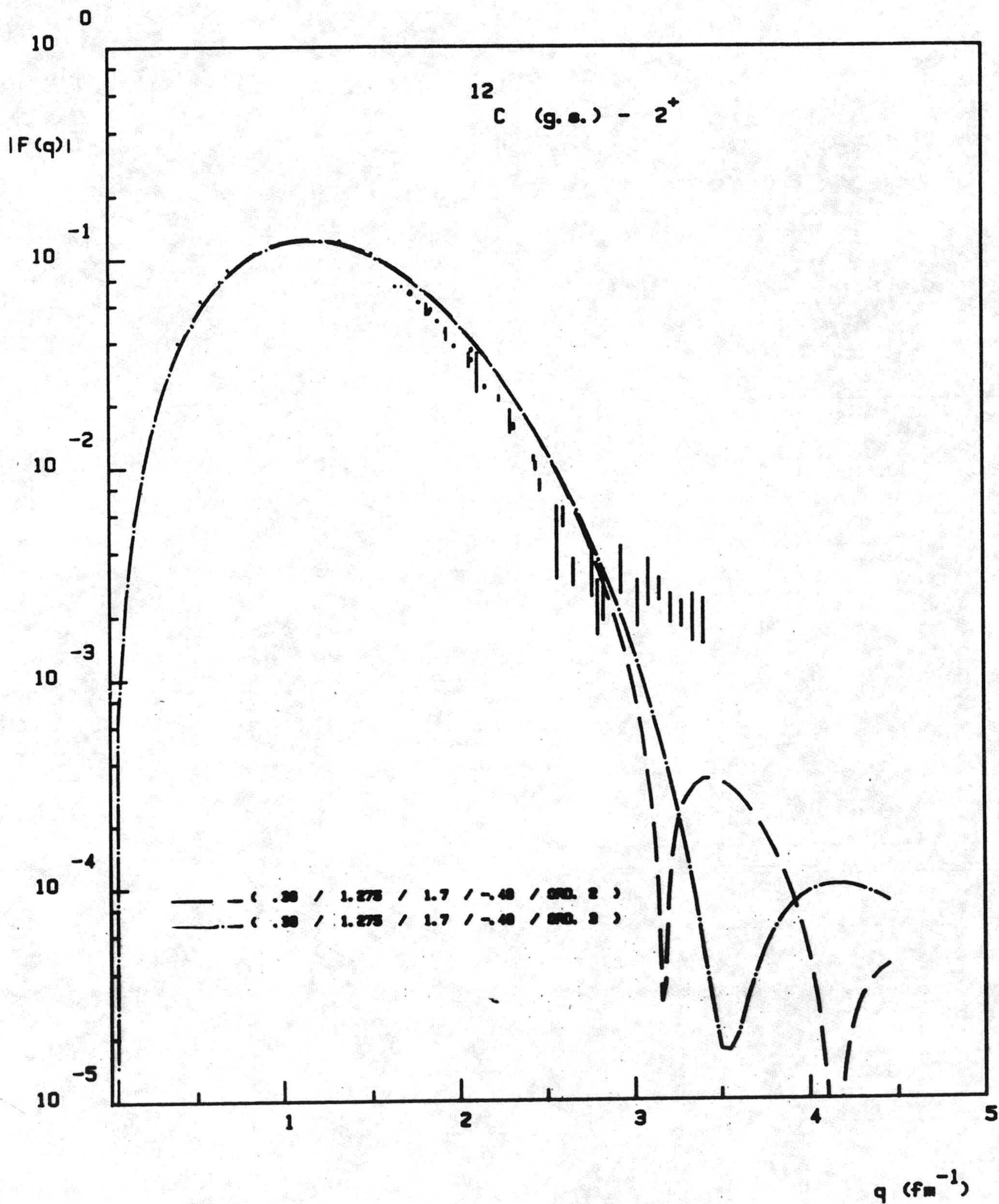


Figura 20.b : Lo mismo que en la figura 20.a, para la transición $0^+ \rightarrow 2^+$.

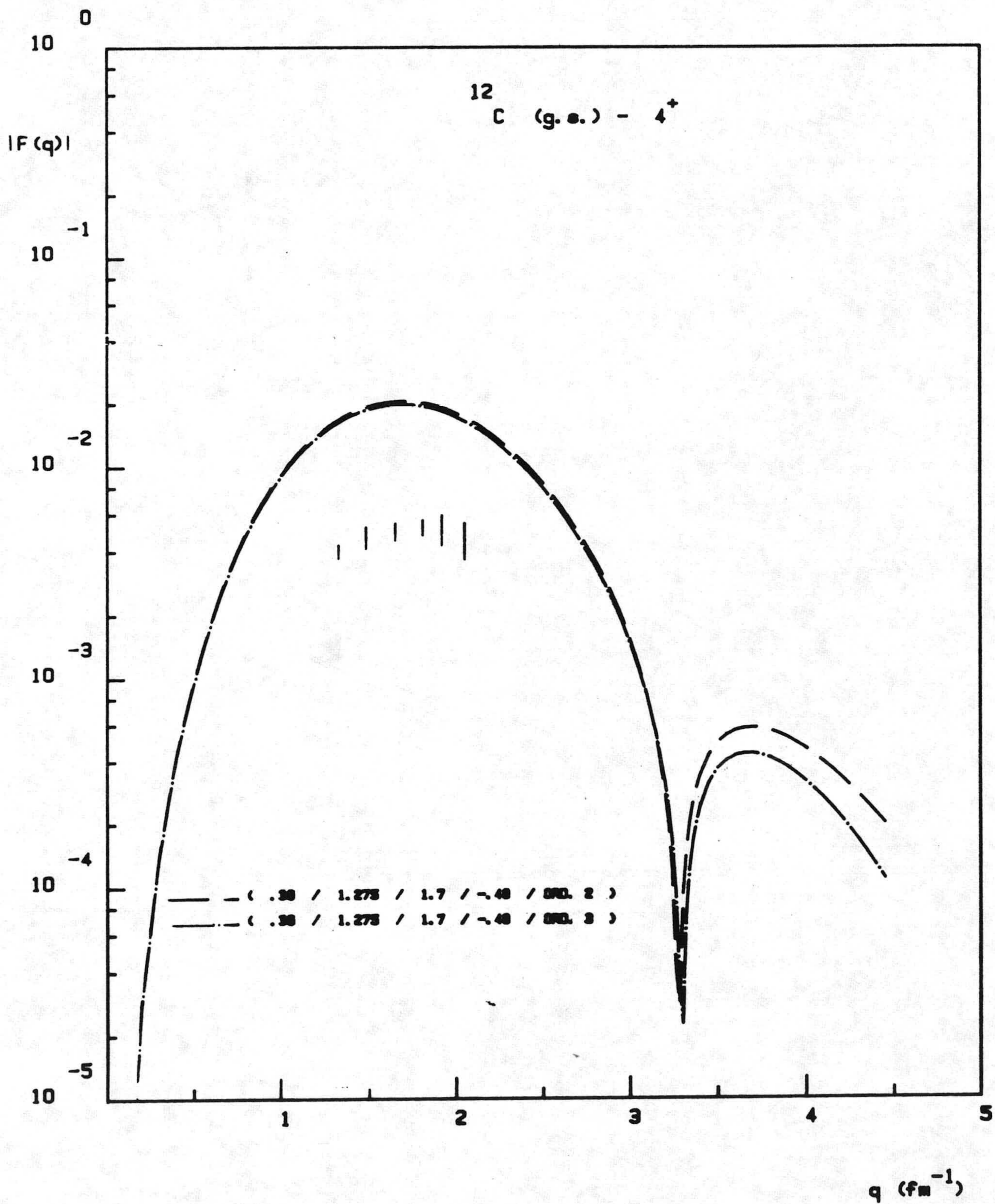


Figura 20.c : Lo mismo que en la figura 20.a, para la transición $0^+ \rightarrow 4^+$

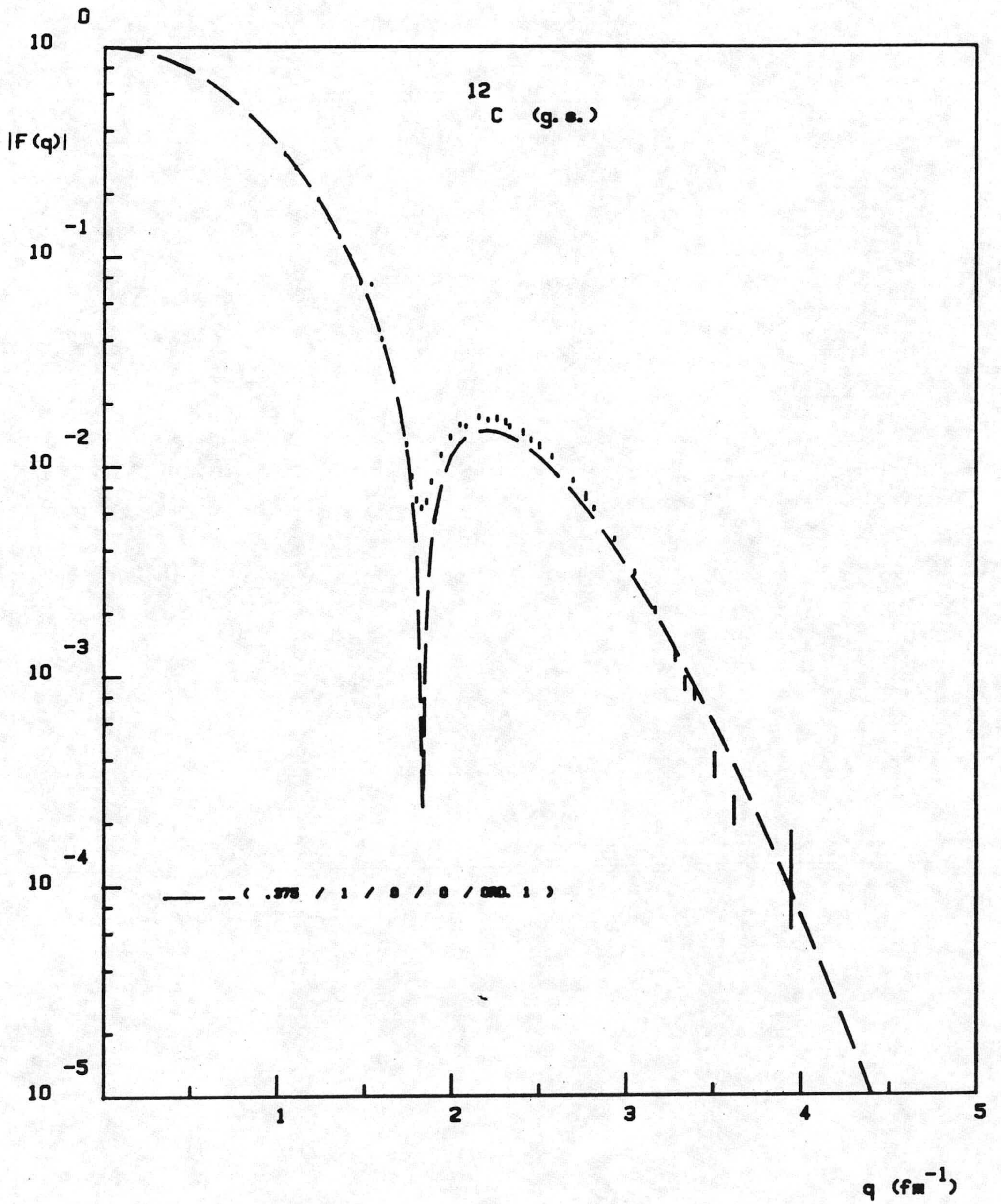


Figura 21 : Mejor ajuste al factor de forma del estado fundamental, sin correlaciones, para $d = 1$.

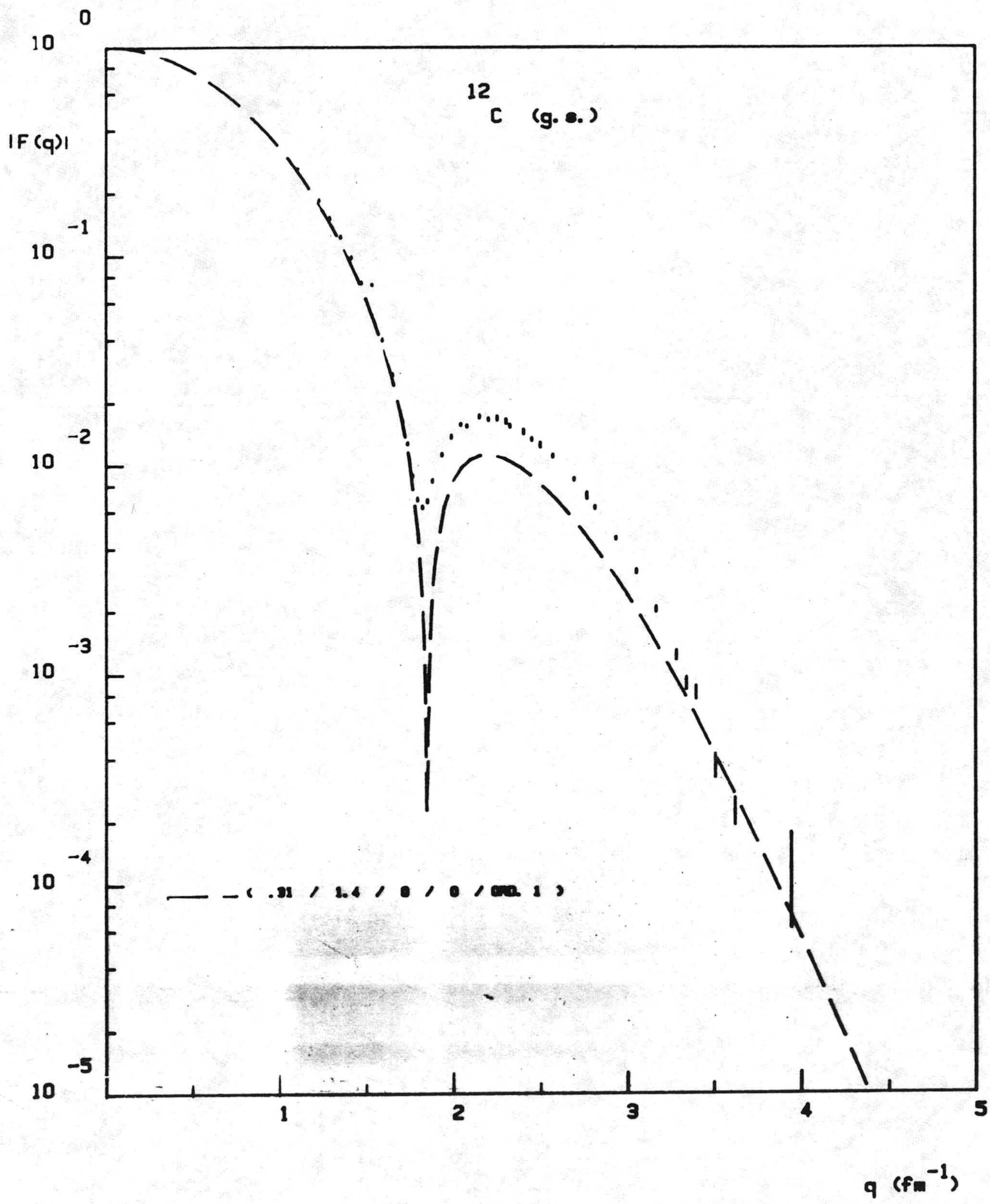


Figura 22 : Mejor ajuste al factor de forma del estado fundamental, sin correlaciones, para $d = 1.4$.

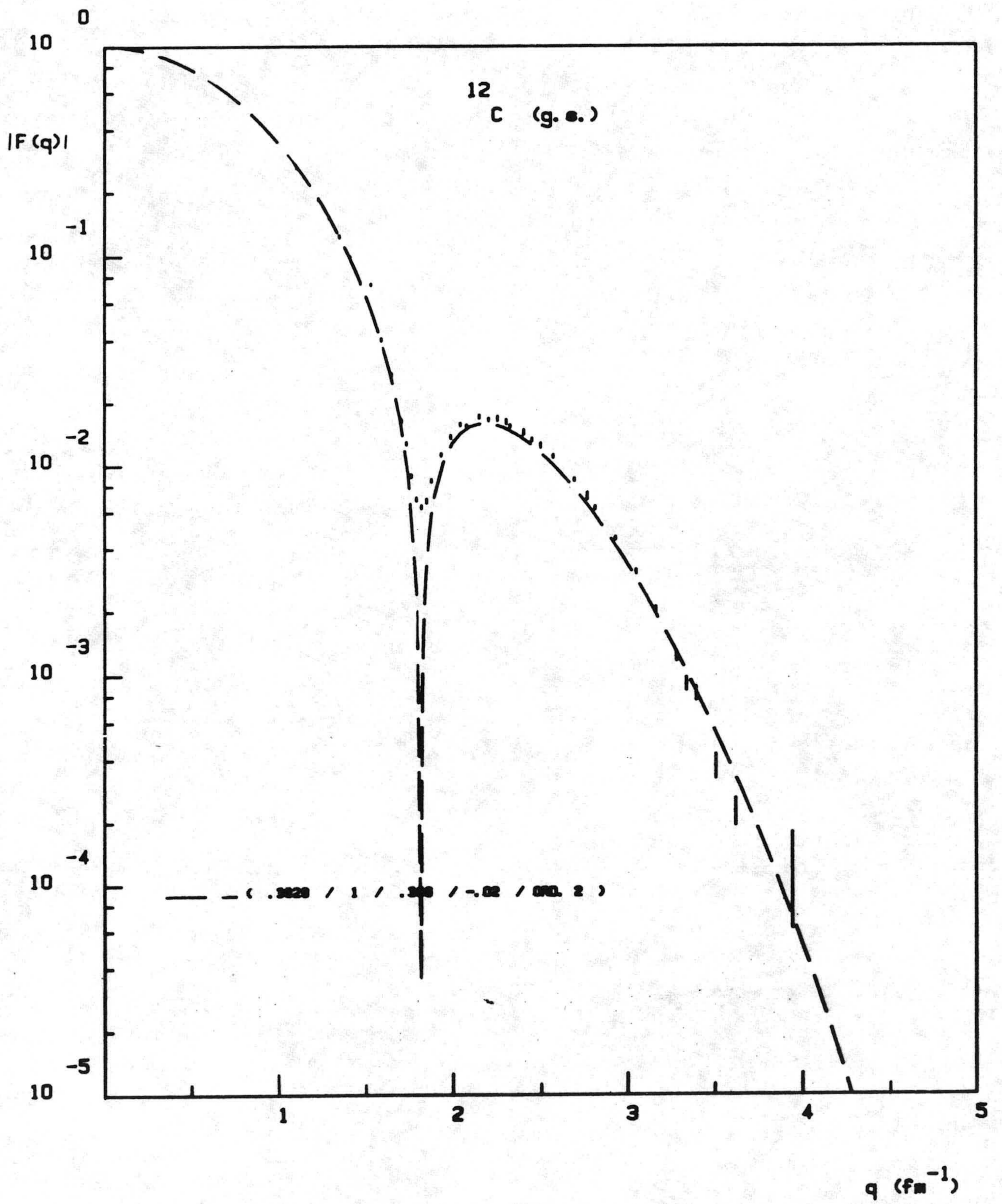


Figura 23 : Mejor ajuste en segundo orden, imponiendo la condición de buen radio cuadrático medio, para $d = 1$.

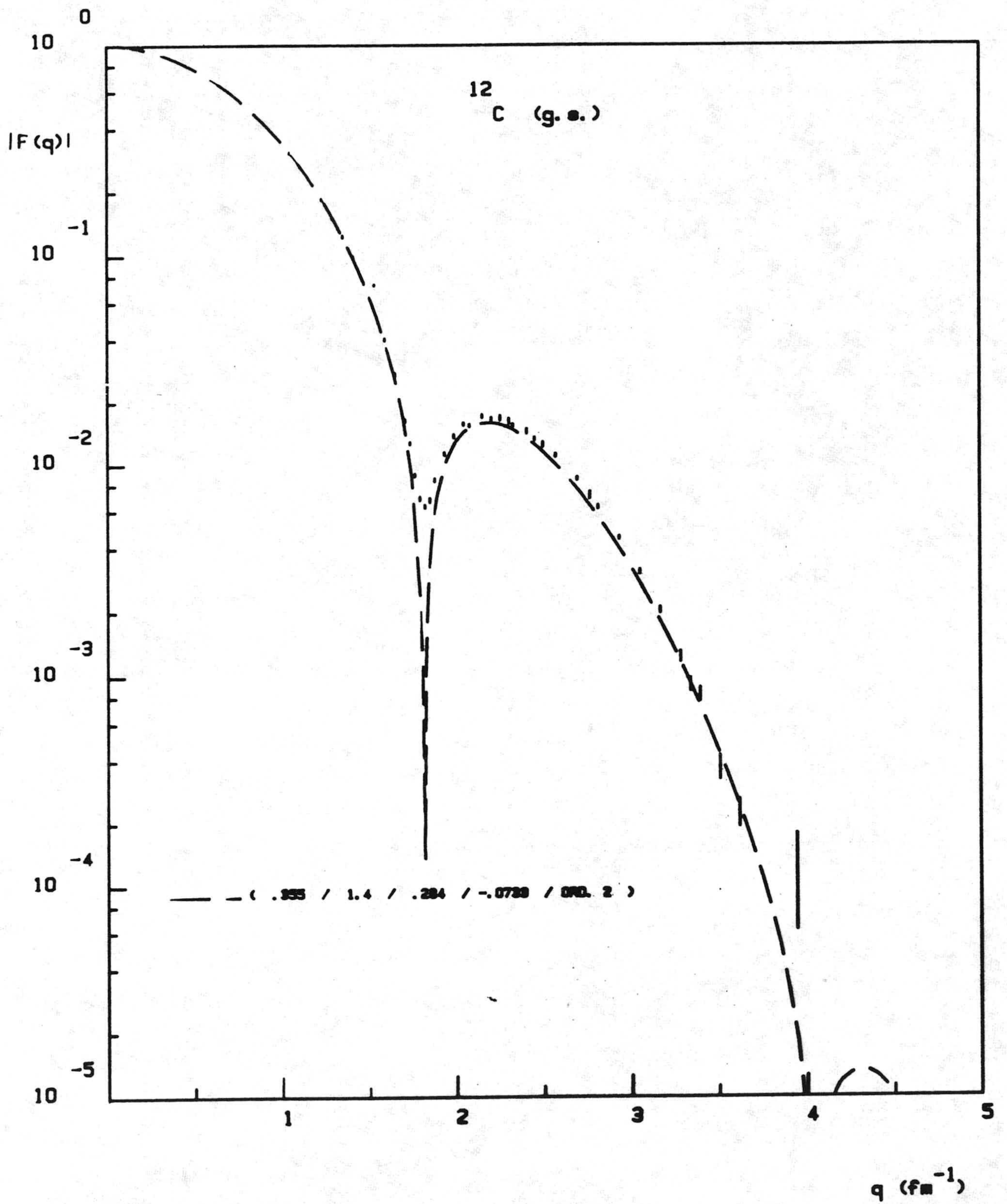


Figura 24 : Mejor ajuste en segundo orden, imponiendo la condición de buen radio cuadrático medio, para $d = 1$.

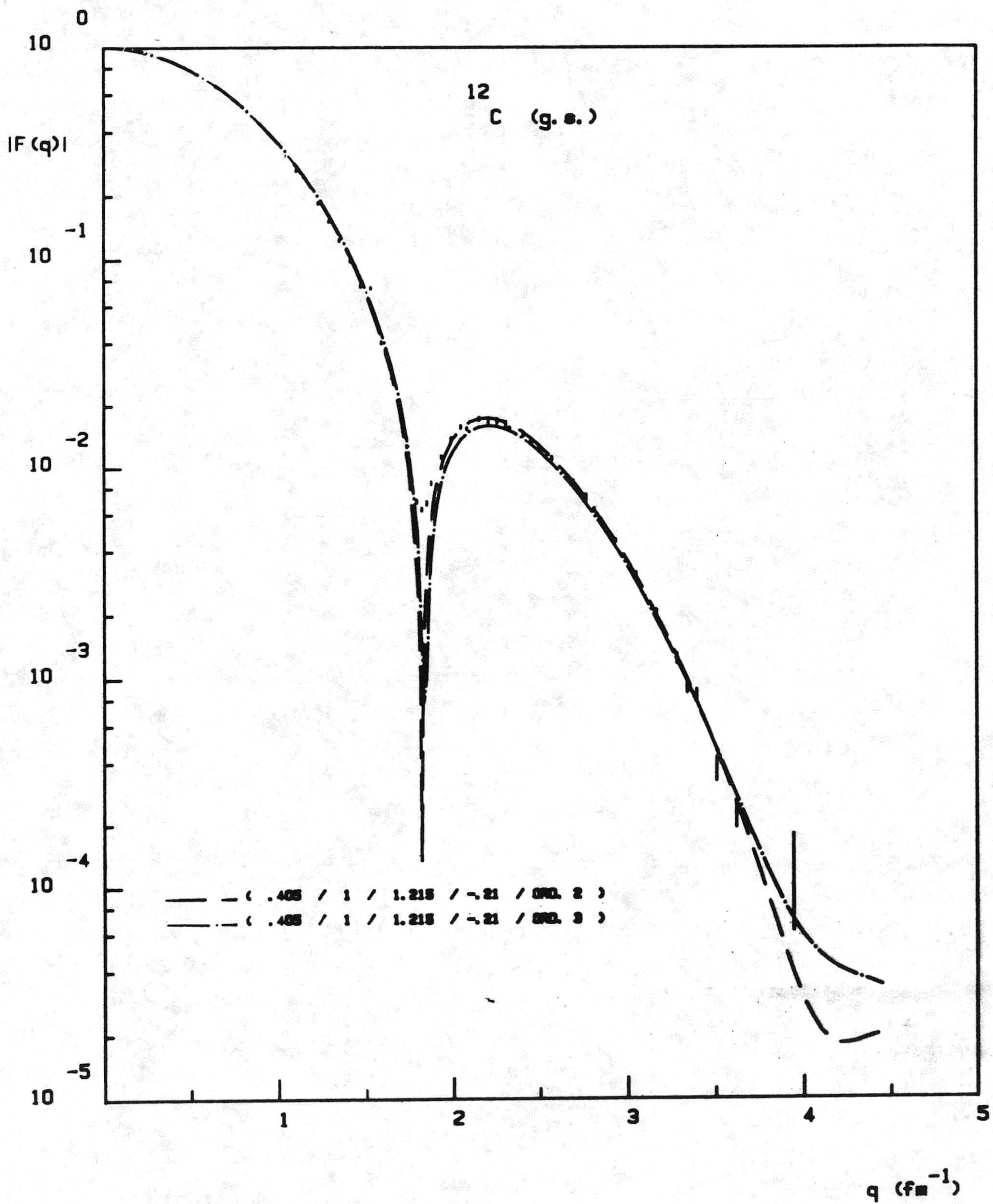


Figura 25.a : Mejor ajuste en segundo orden para $d = 1$.

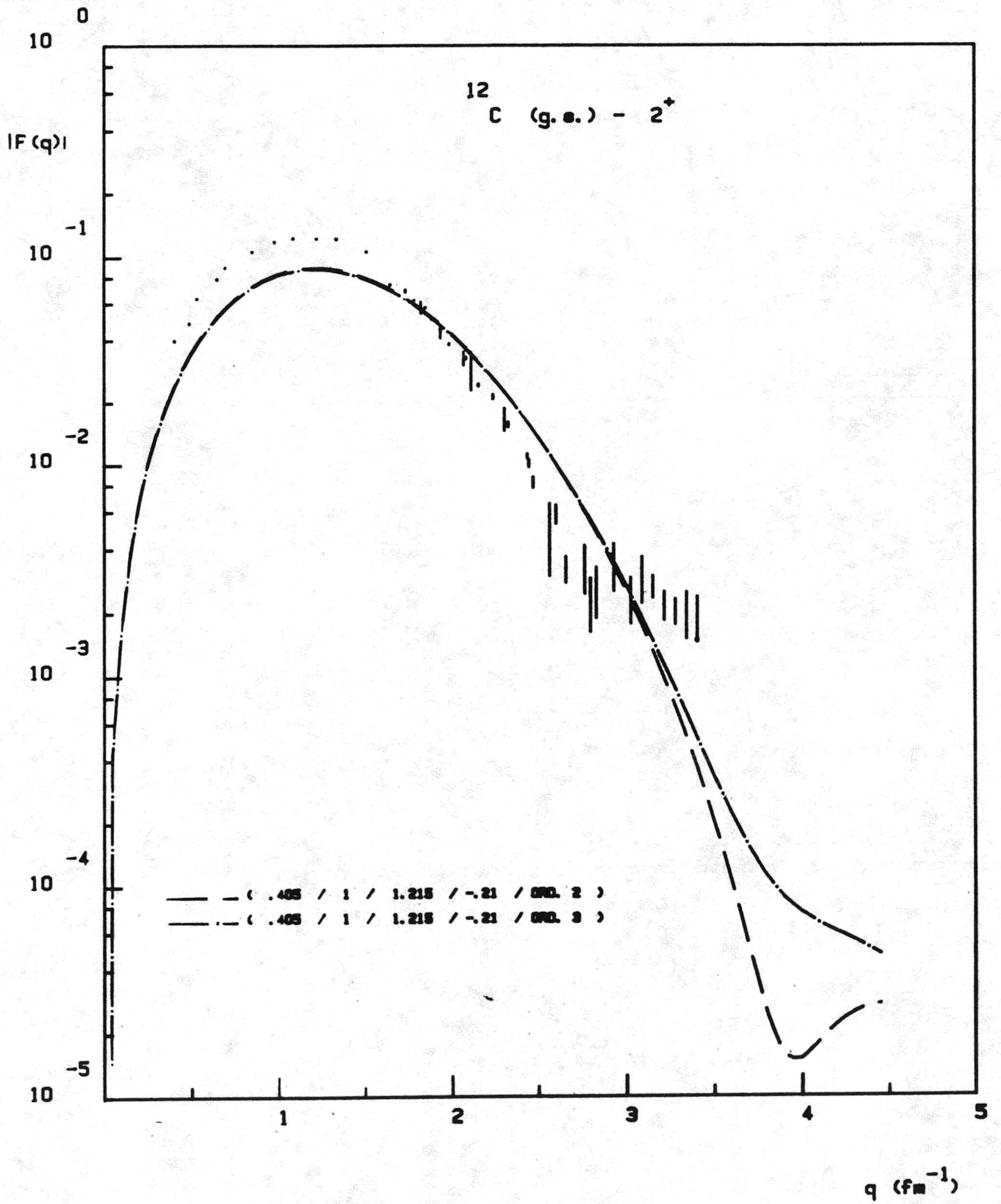


Figura 25.b : Factor de forma $0^+ \rightarrow 2^+$ para la misma función que en la figura 25.a.

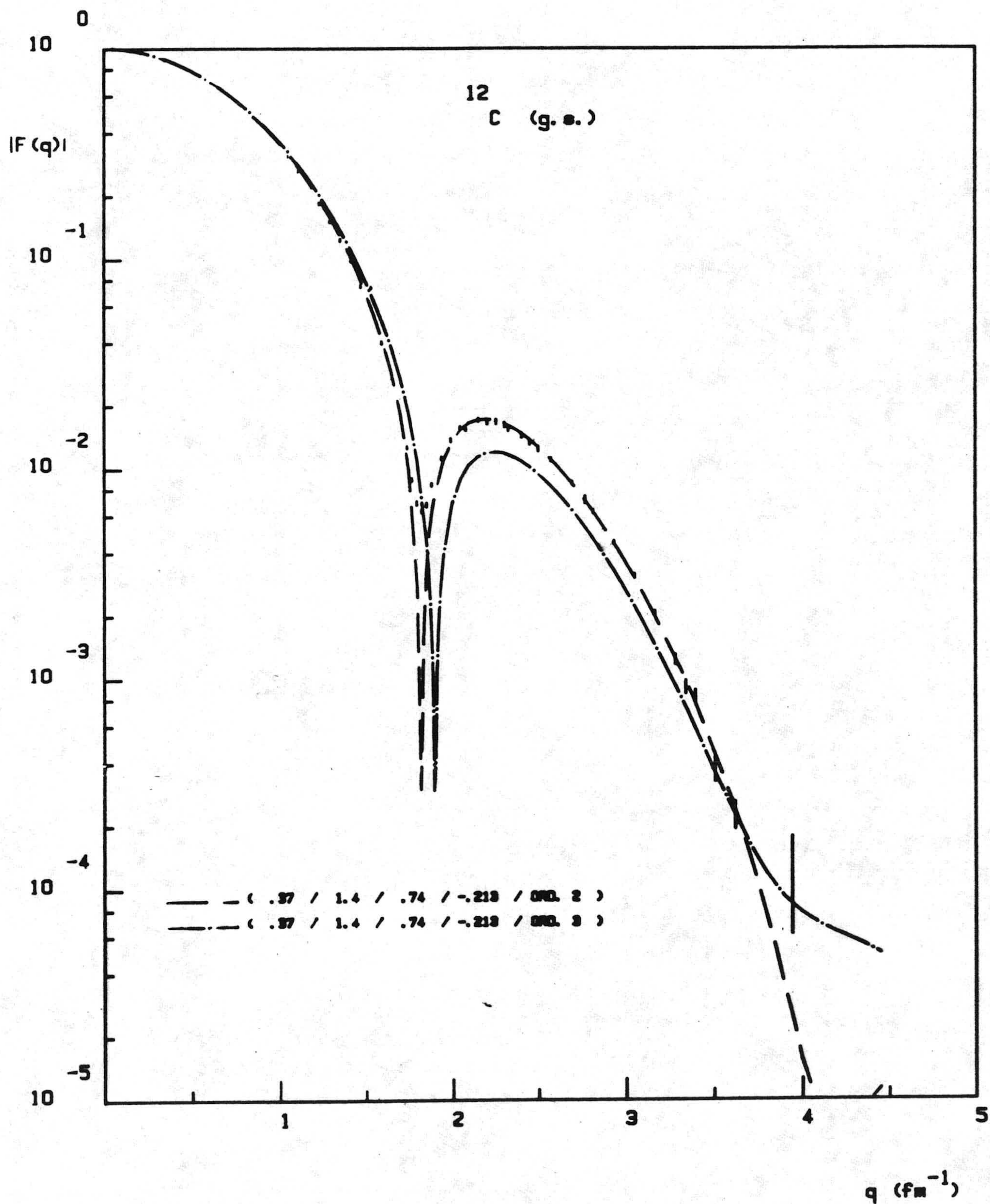


Figura 26.a : Mejor ajuste en segundo orden para $d = 1.4$.

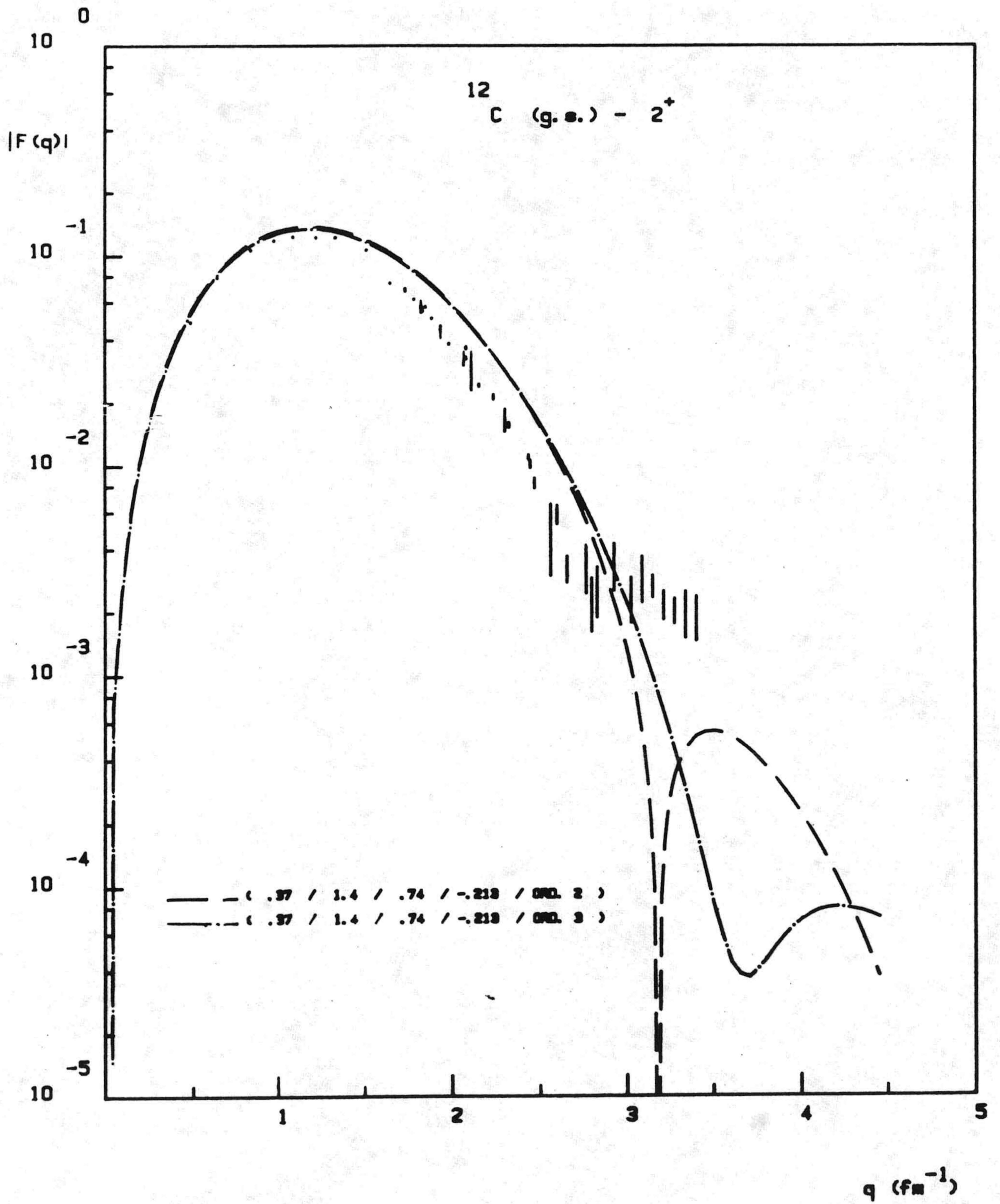


Figura 26.b : Factor de forma $0^+ \rightarrow 2^+$ para la misma función que en la figura 26.a.

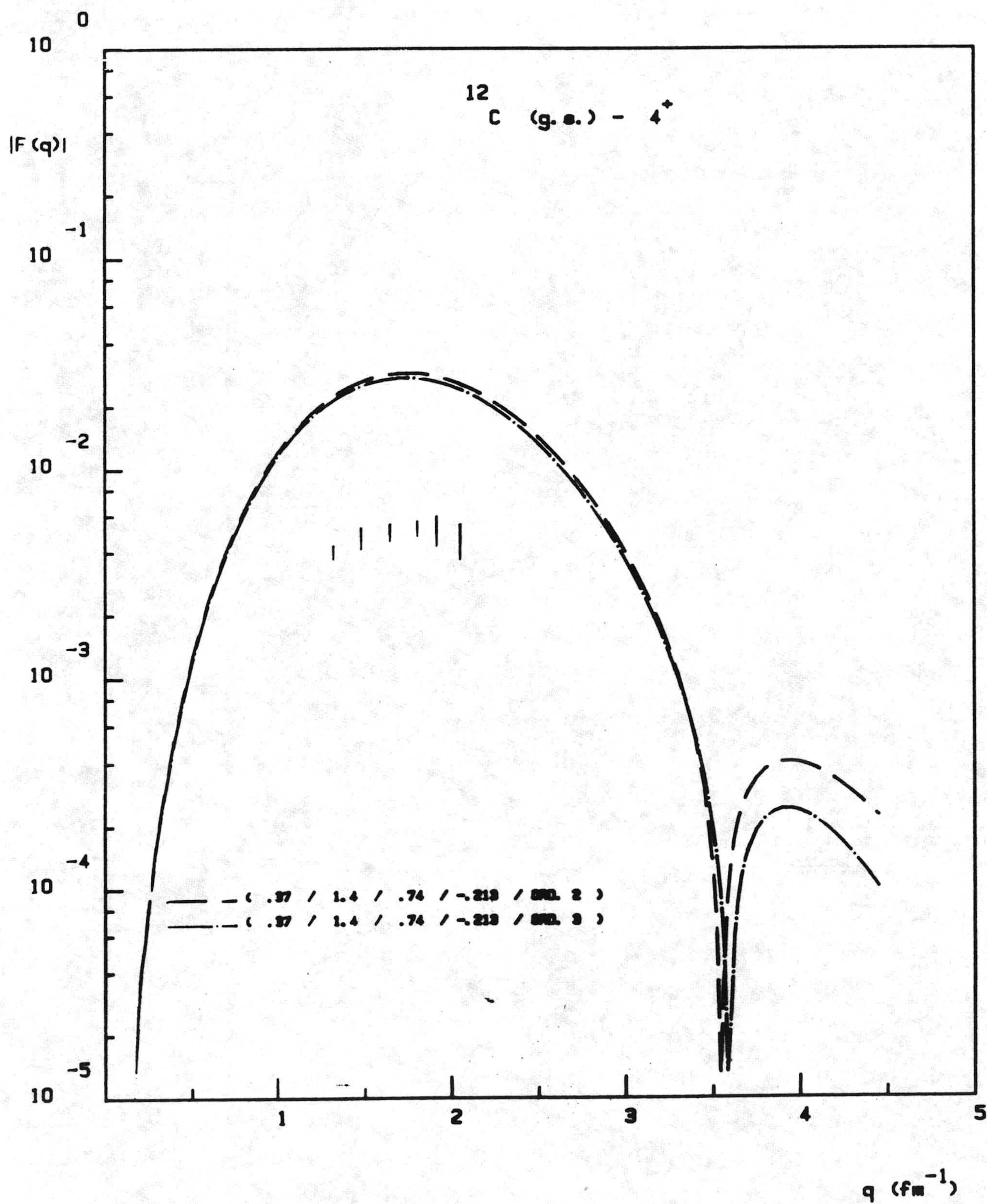


Figura 26.c : Factor de forma $0^+ \rightarrow 4^+$ para la misma función que en la figura 26.a.

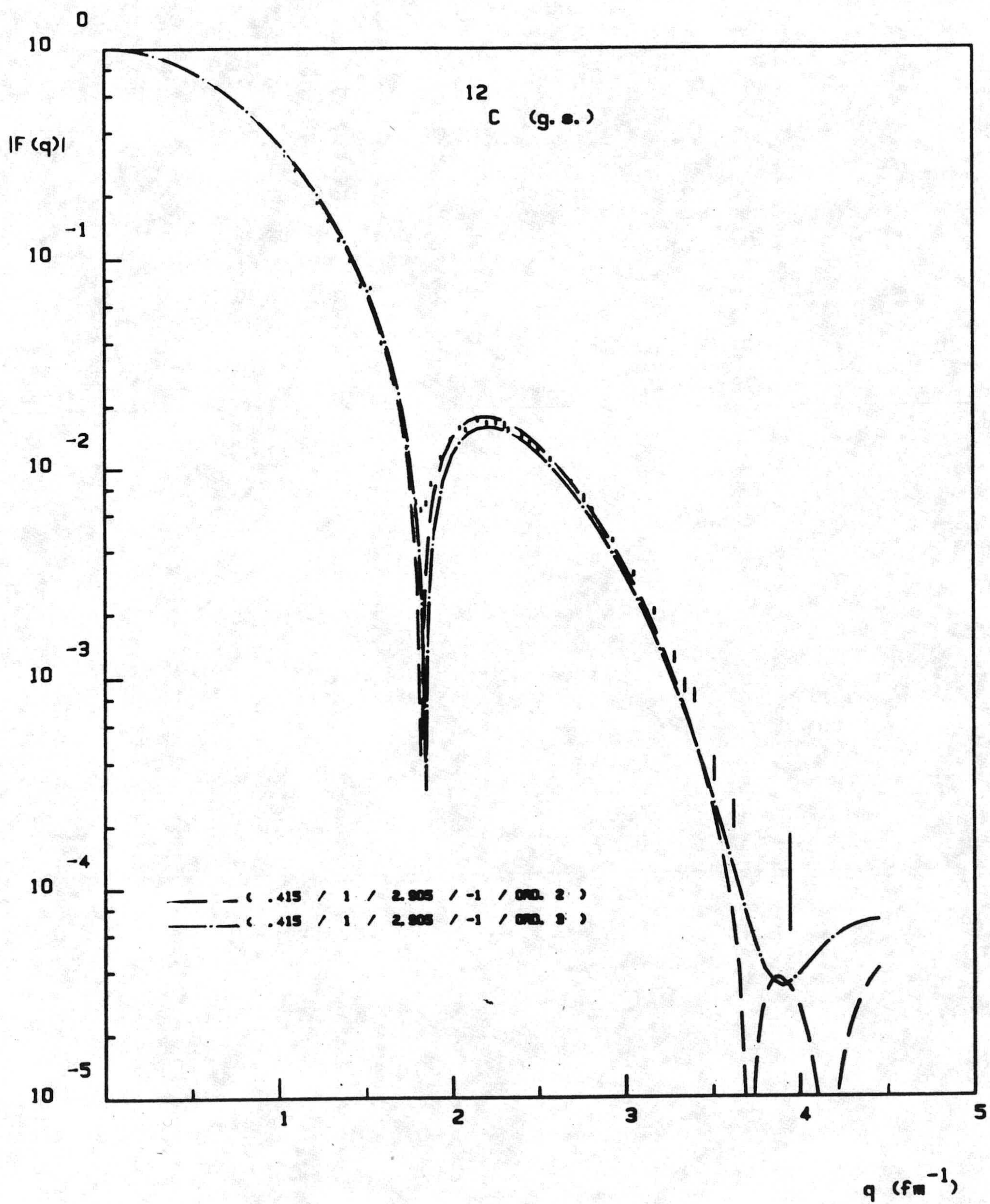


Figura 27.a : Mejor ajuste en segundo orden para $d = 1$ y $a = -1$.

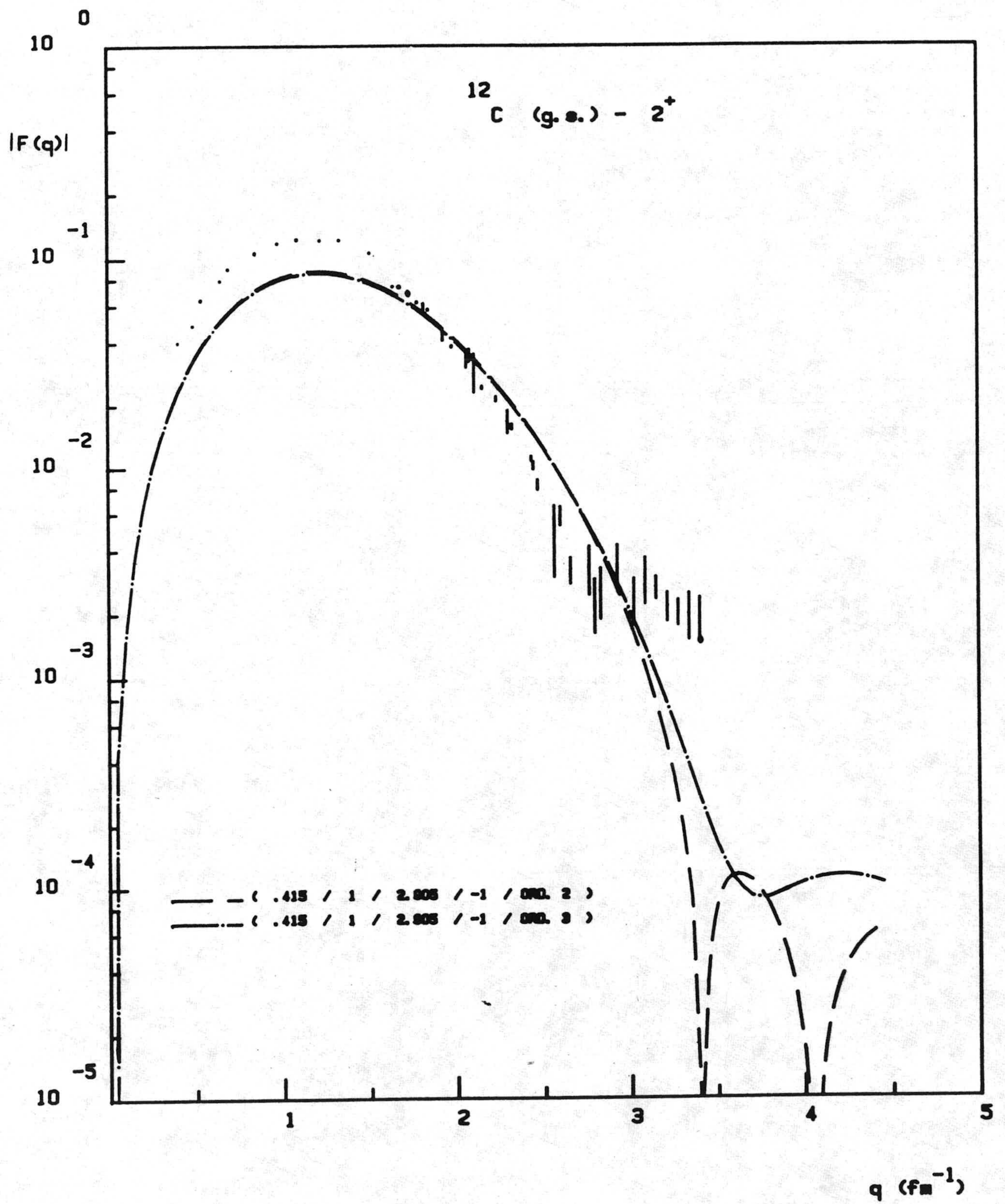


Figura 27.b : Factor de forma $0^+ \rightarrow 2^+$ para la misma función que en la figura 27.a.

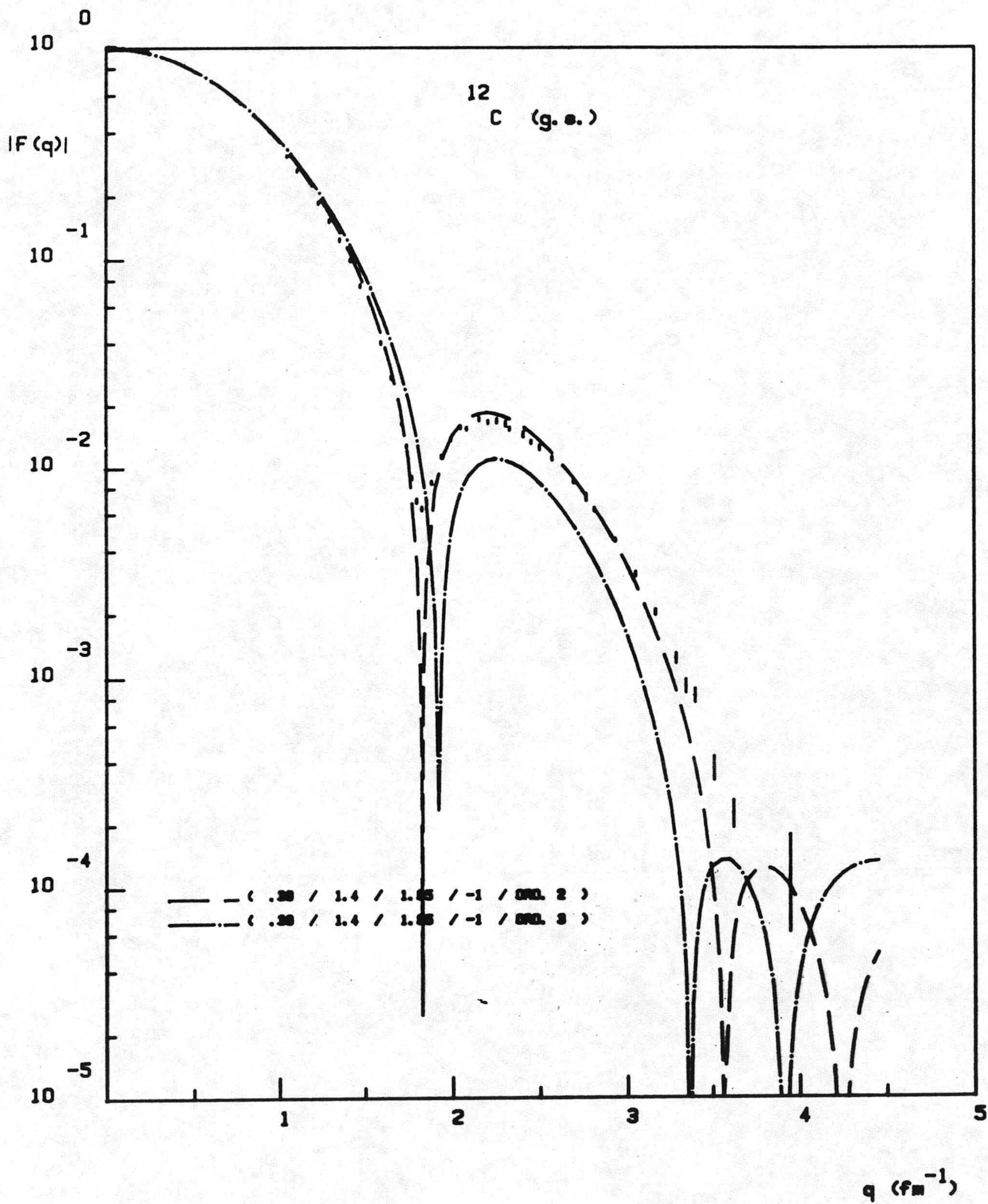


Figura 28.a : Mejor ajuste en segundo orden para $d = 1.4$ y $a = -1$.

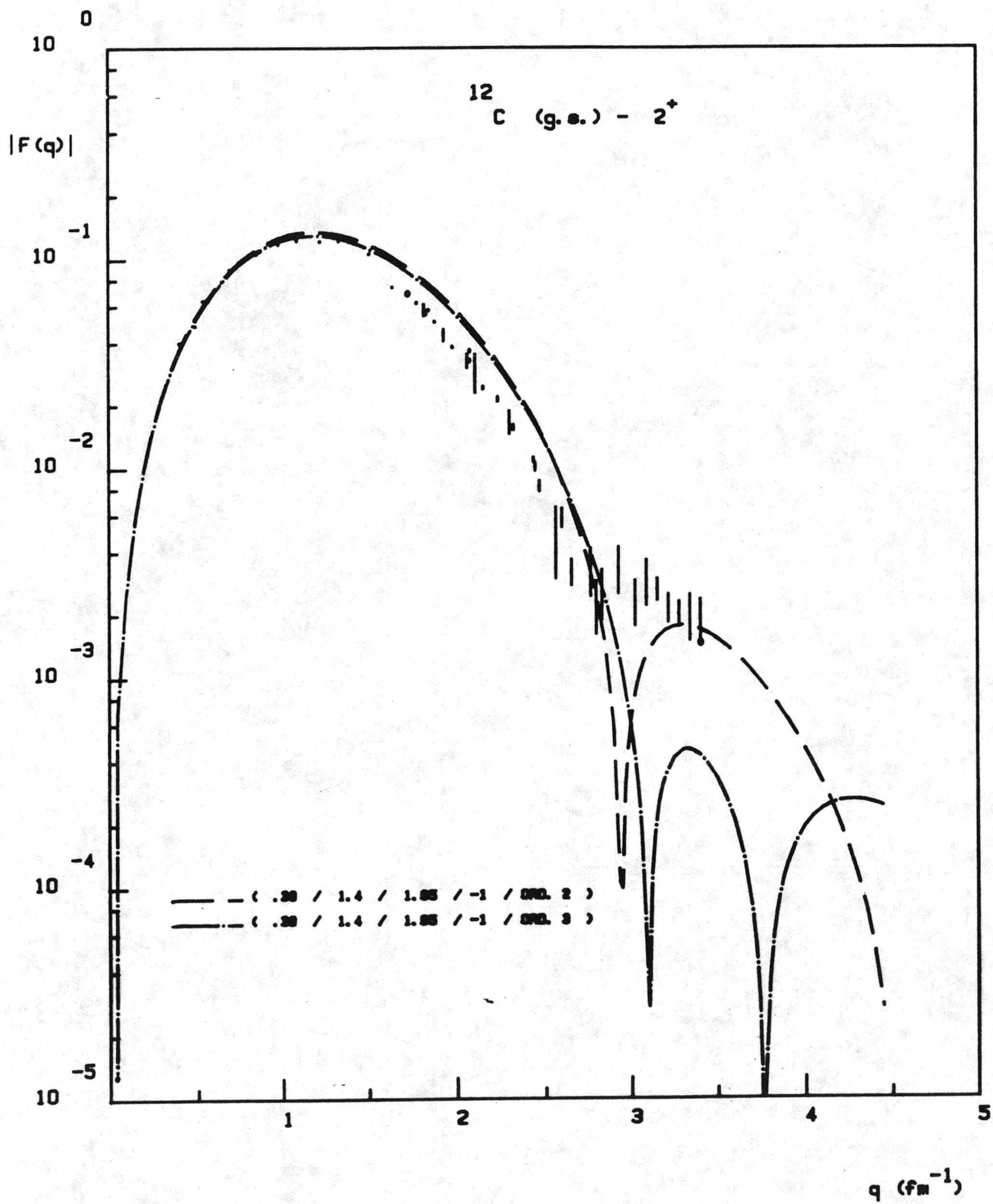


Figura 28.b : Factor de forma $0^+ \rightarrow 2^+$ para la misma función que en la figura 28.a.

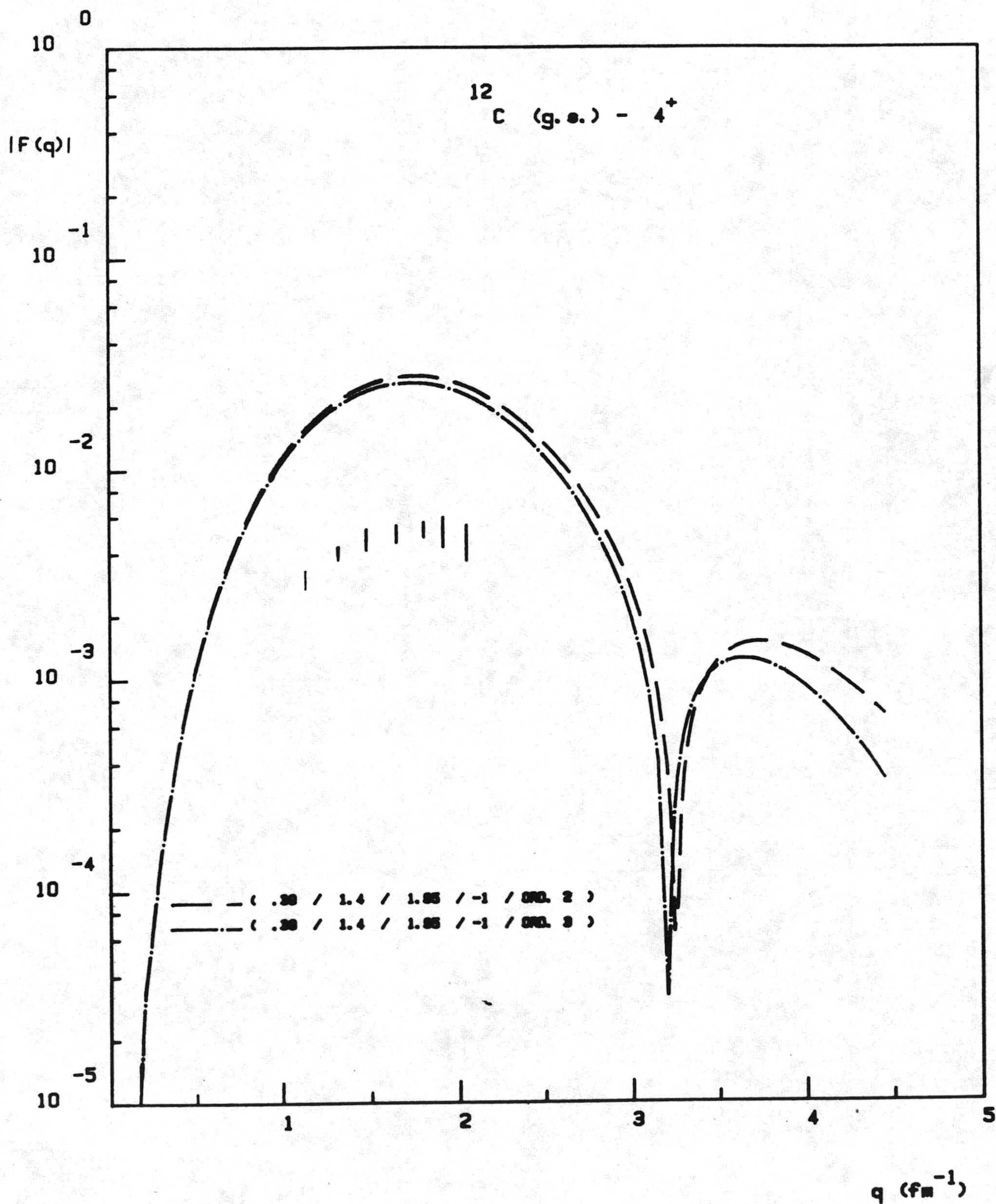


Figura 28.c : Factor de forma $0^+ \rightarrow 4^+$ para la misma función que en la figura 28.a.

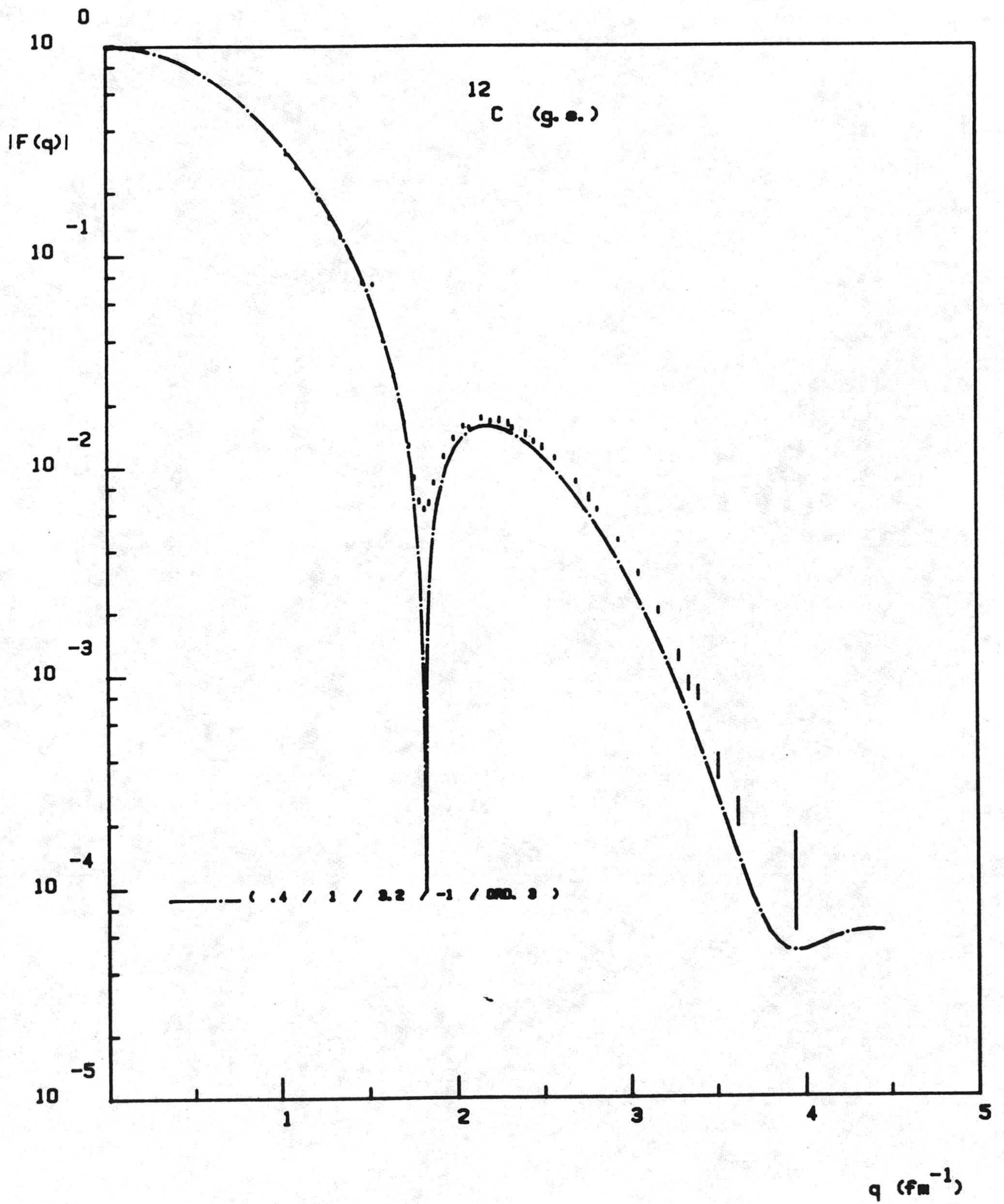


Figura 29 : Mejor ajuste en tercer orden para $d = 1$ y $a = -1$.

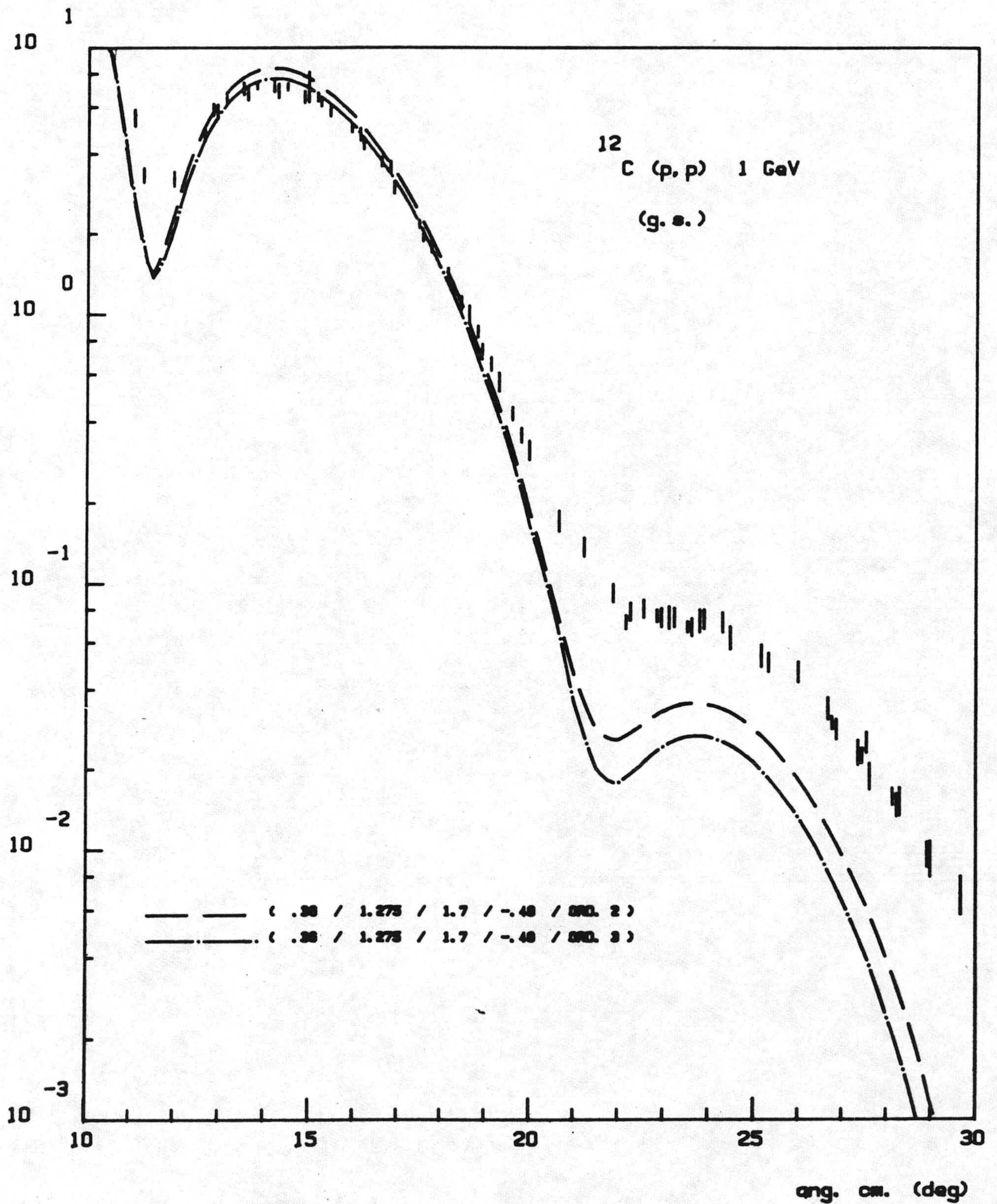


Figura 30.a : Sección eficaz de la colisión elástica con protones de 1GeV, para el mínimo variacional no proyectado, en cuarto orden, con el potencial B1. Los datos experimentales se han tomado de ⁽⁷³⁾

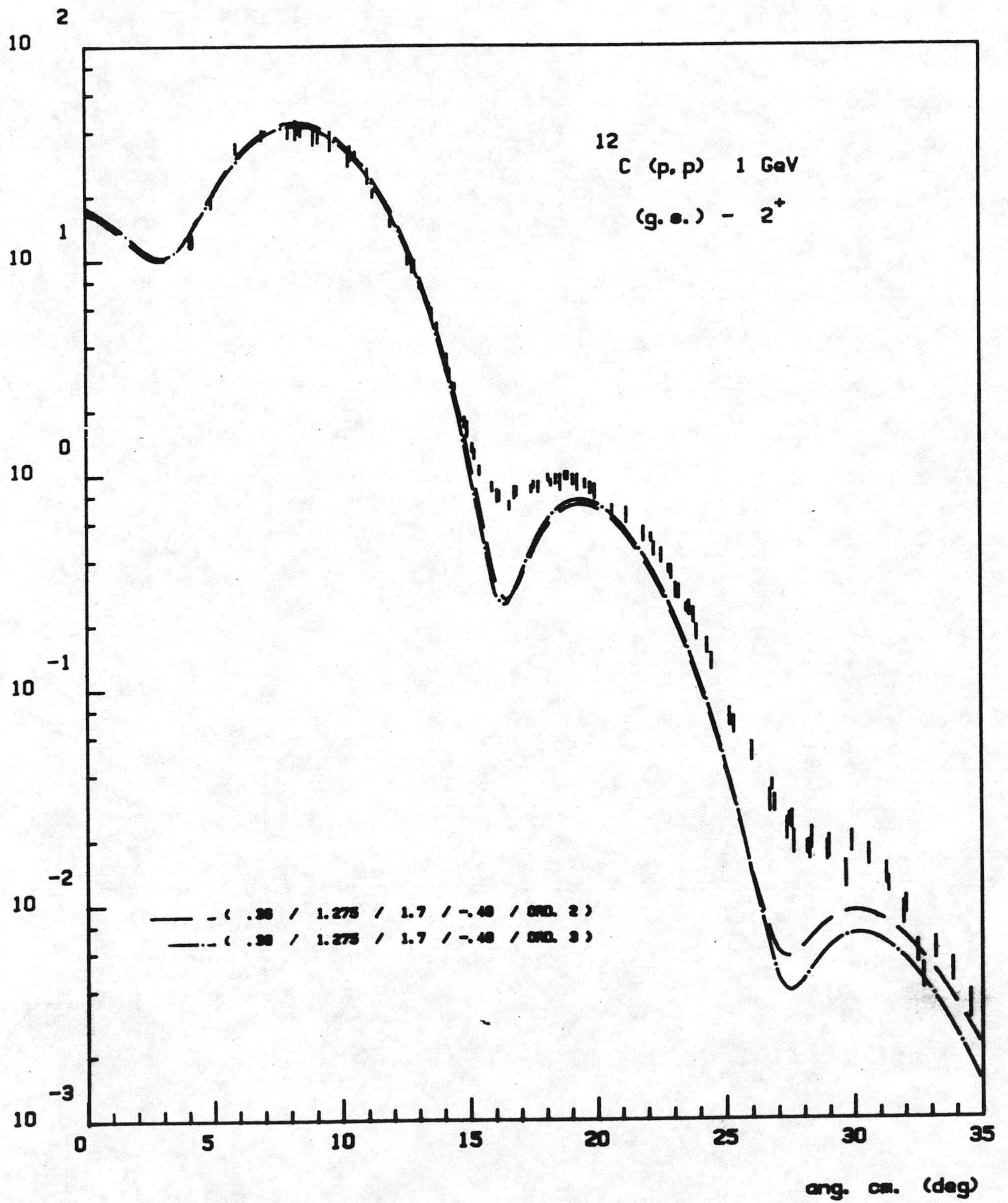


Figura 30.b : Lo mismo que la figura 30.a, para la excitación del nivel 2^+ .

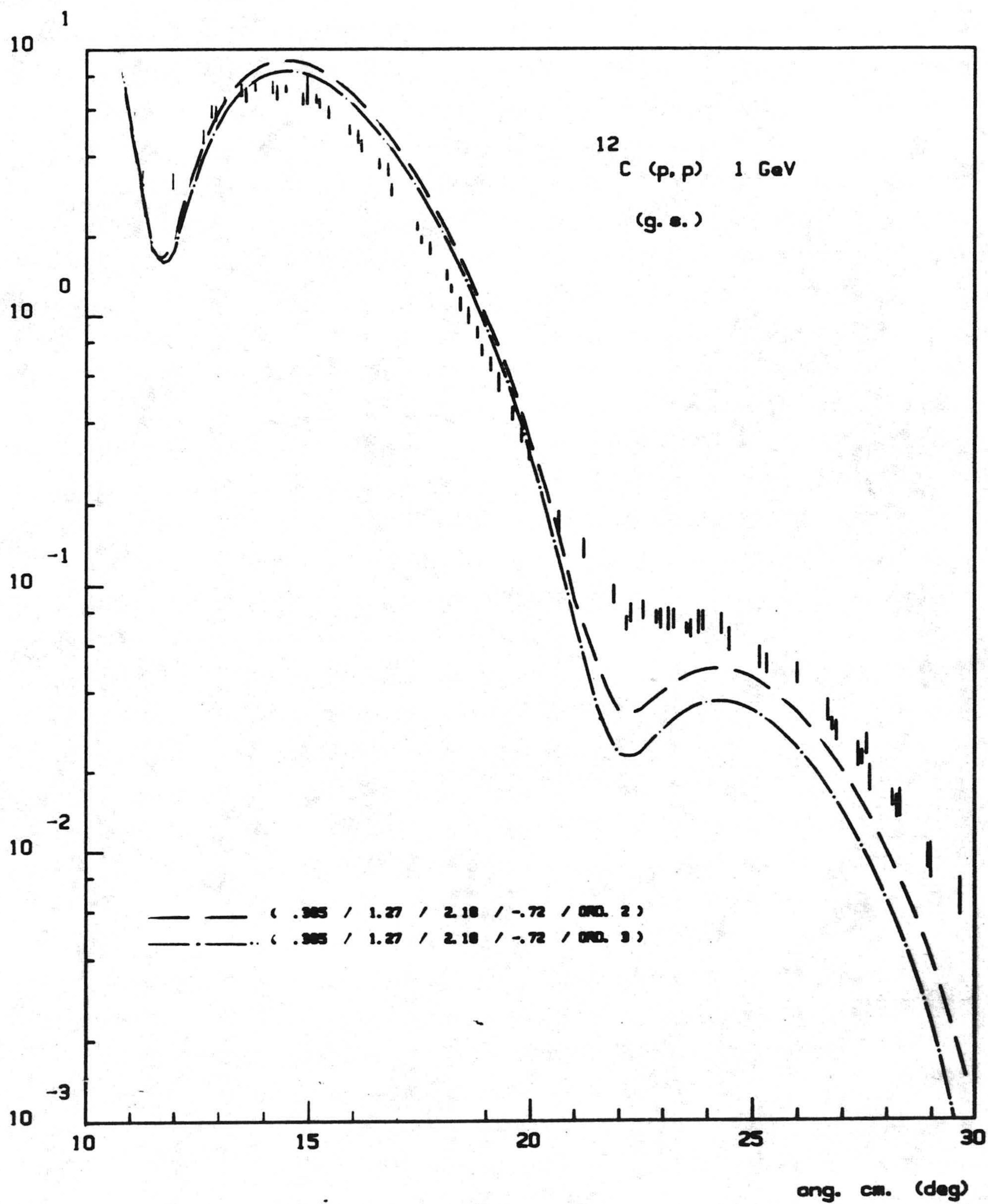


Figura 31.a : Lo mismo que la figura 30.a, para el potencial S3.

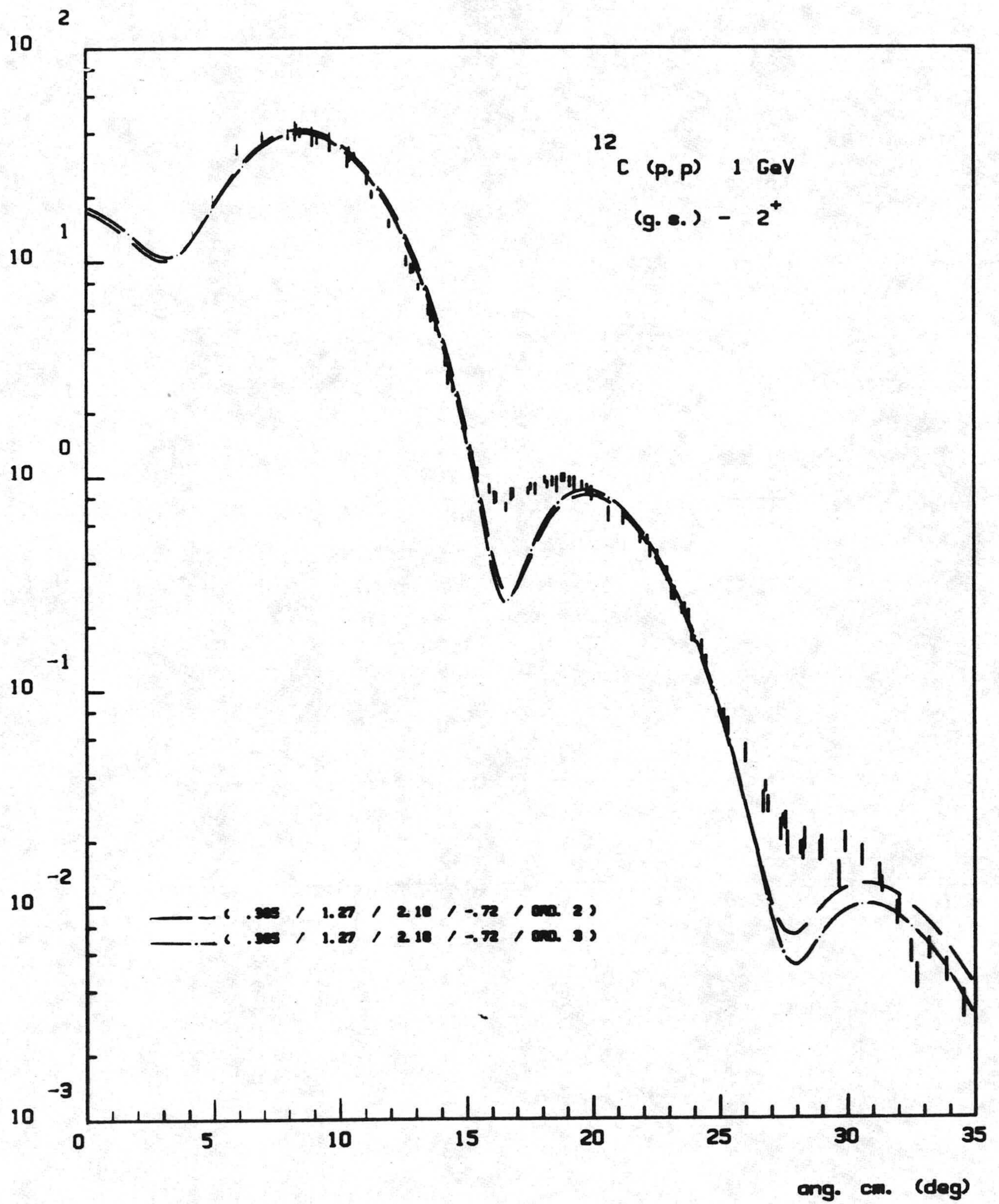


Figura 31.b : Lo mismo que la figura 31.a, para la excitación del nivel 2^+ .

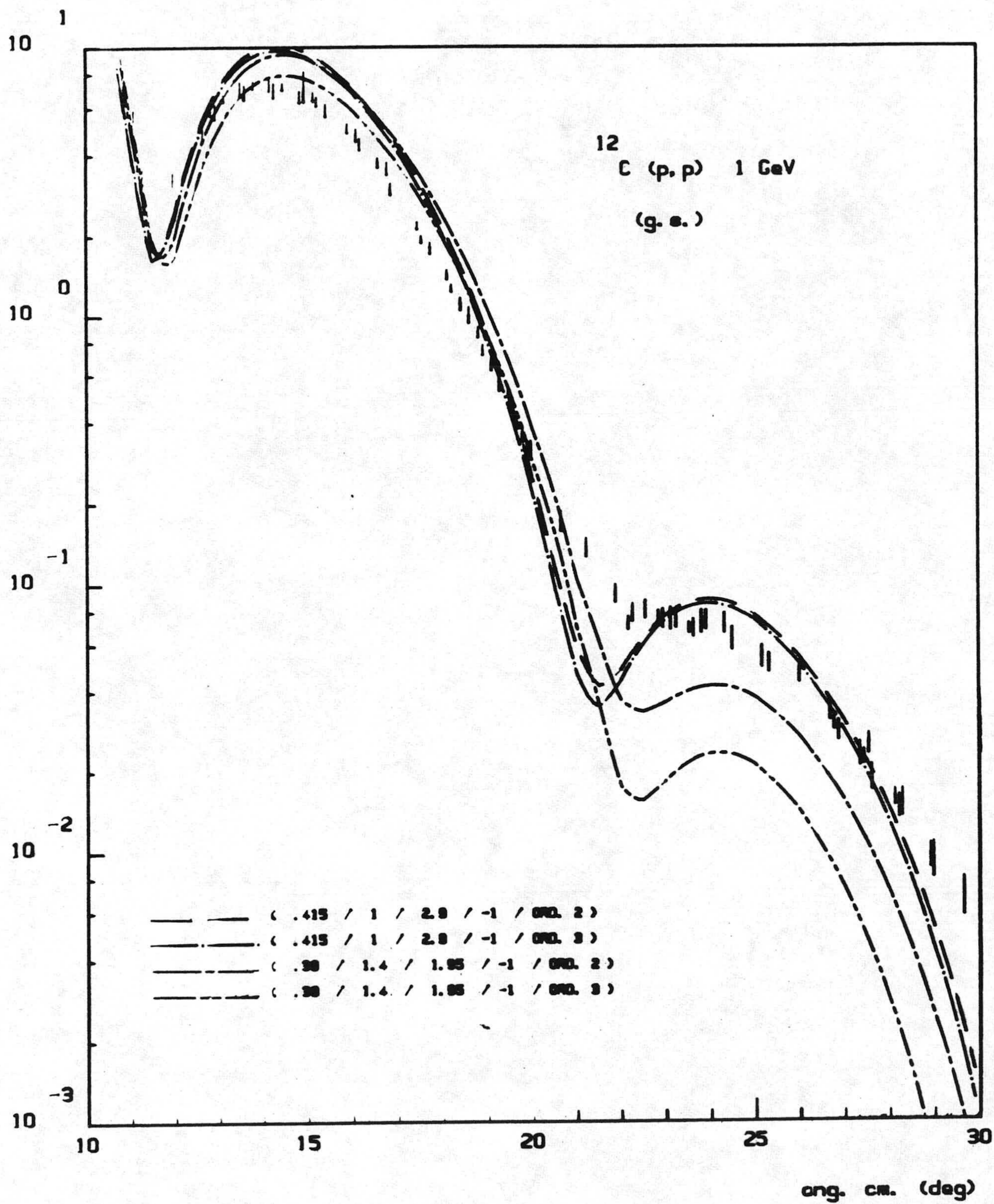


Figura 32.a : Lo mismo que la figura 30.a para los mejores ajustes al factor de forma del estado fundamental con $a = -1$, para $d = 1$ y $d = 1.4$.

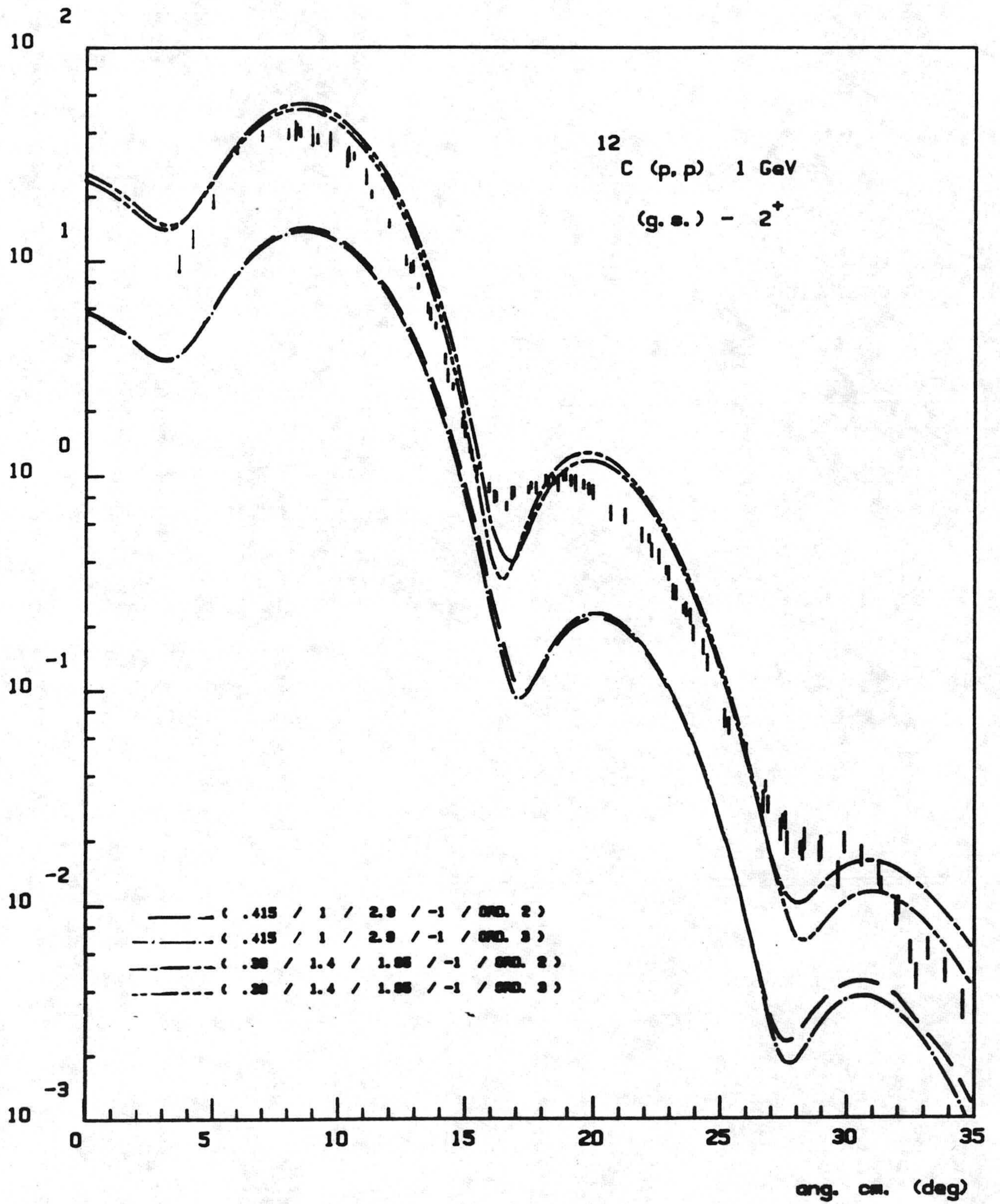


Figura 32.b : Lo mismo que la figura 32.a, para la excitación del nivel 2^+ .

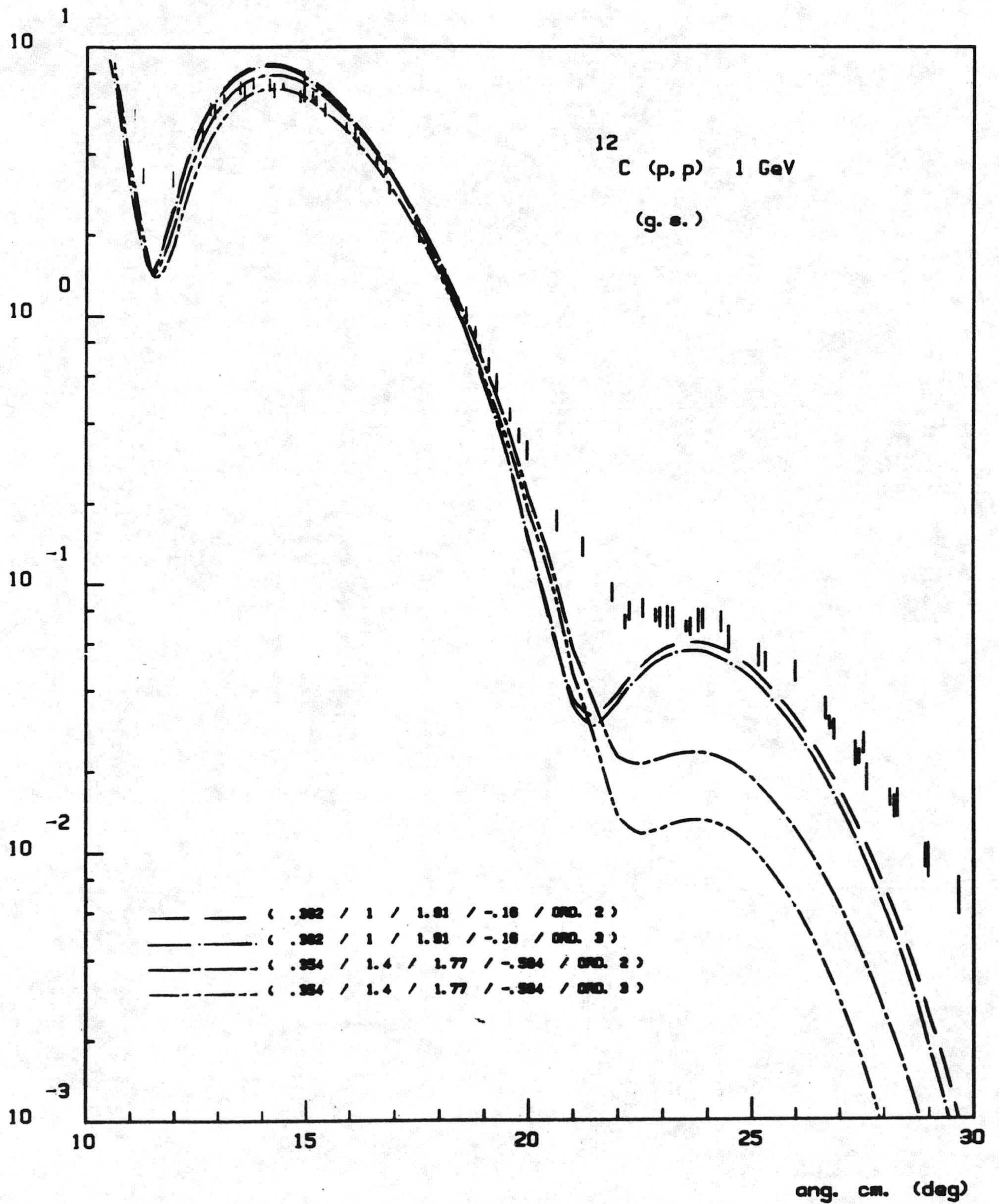


Figura 33.a : Lo mismo que la figura 30.a para los mejores ajustes al factor de forma del estado fundamental, imponiendo la condición del radio cuadrático medio, y para $b/\alpha = 5$, con $d = 1$ y $d = 1.4$.

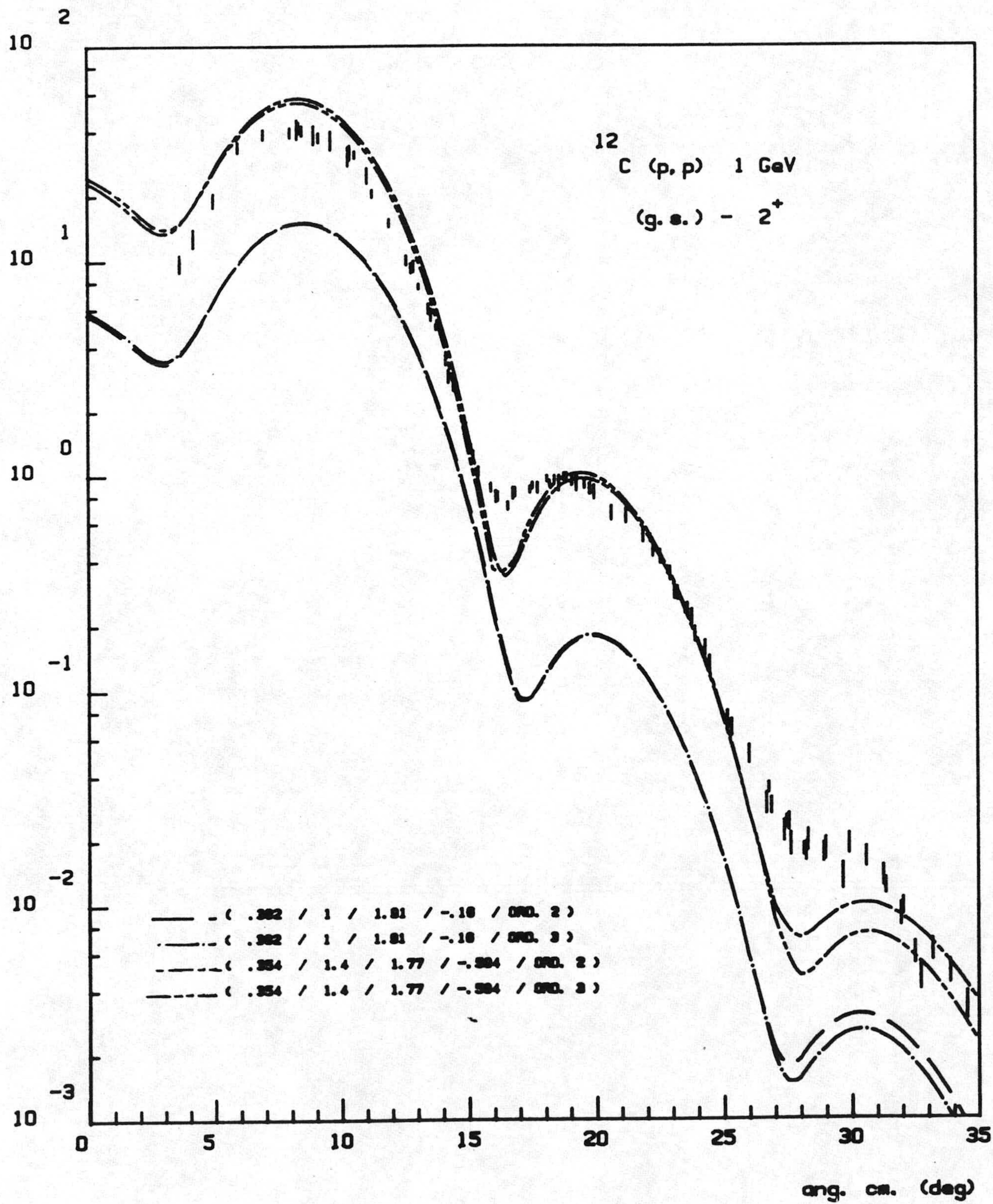


Figura 33.b : Lo mismo que la figura 33.a, para la excitación del nivel 2^+ .

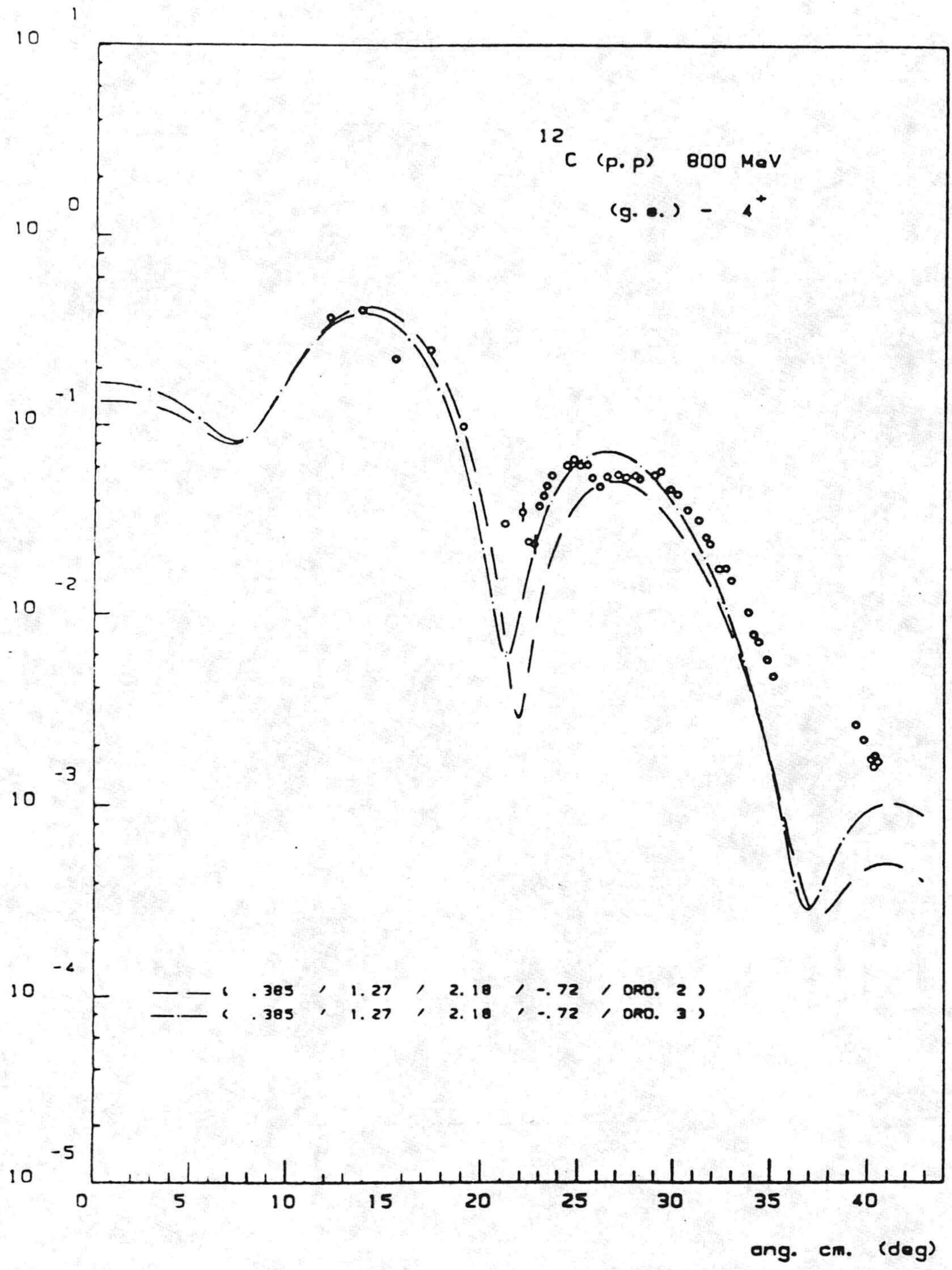


Figura 34 : Sección eficaz para la excitación del nivel 4^+ con protones de 800MeV, para el mínimo variacional no proyectado en cuarto orden, con el potencial S3.

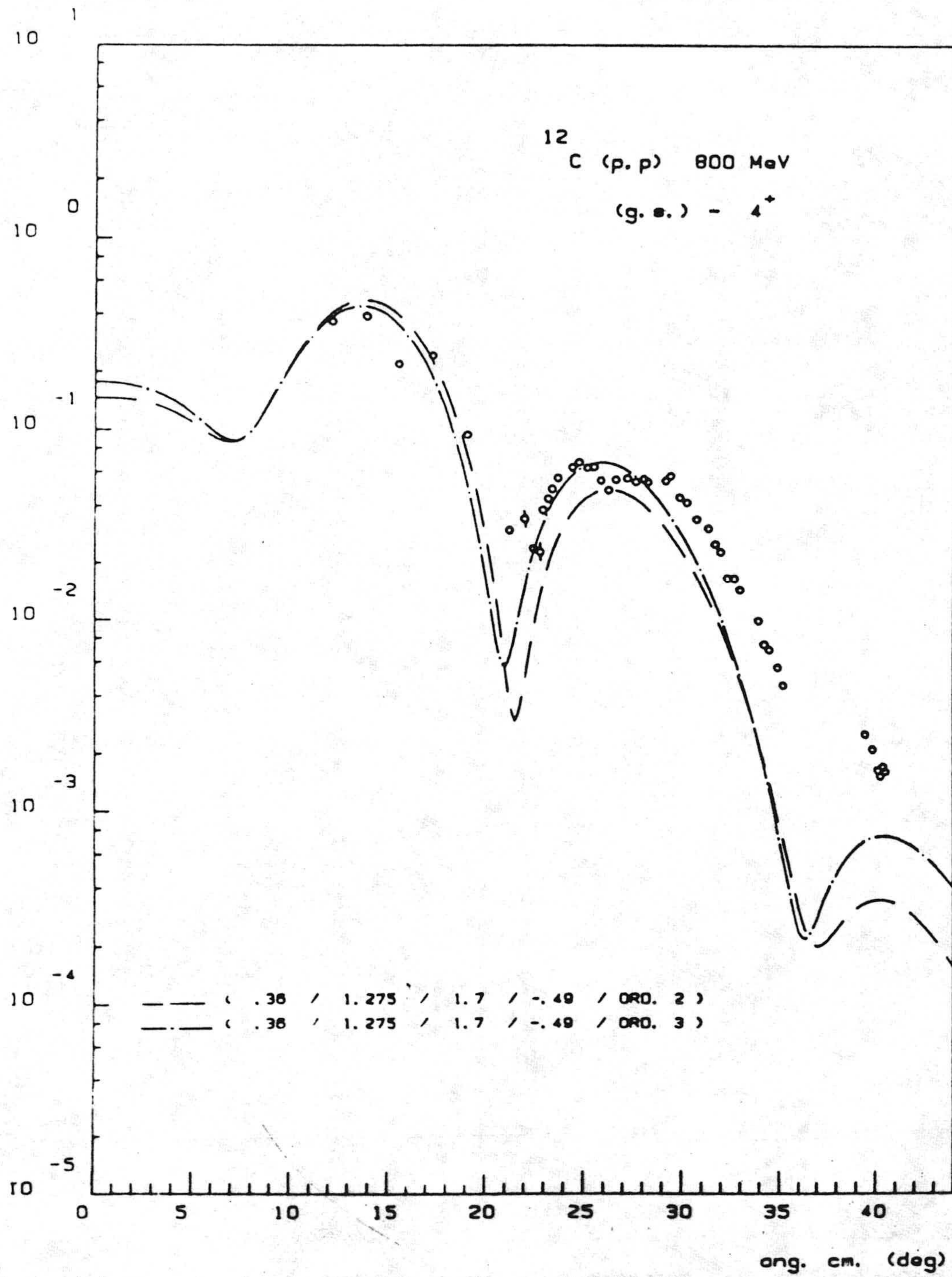


Figura 35 : Lo mismo que en la figura 34, para el potencial B1.

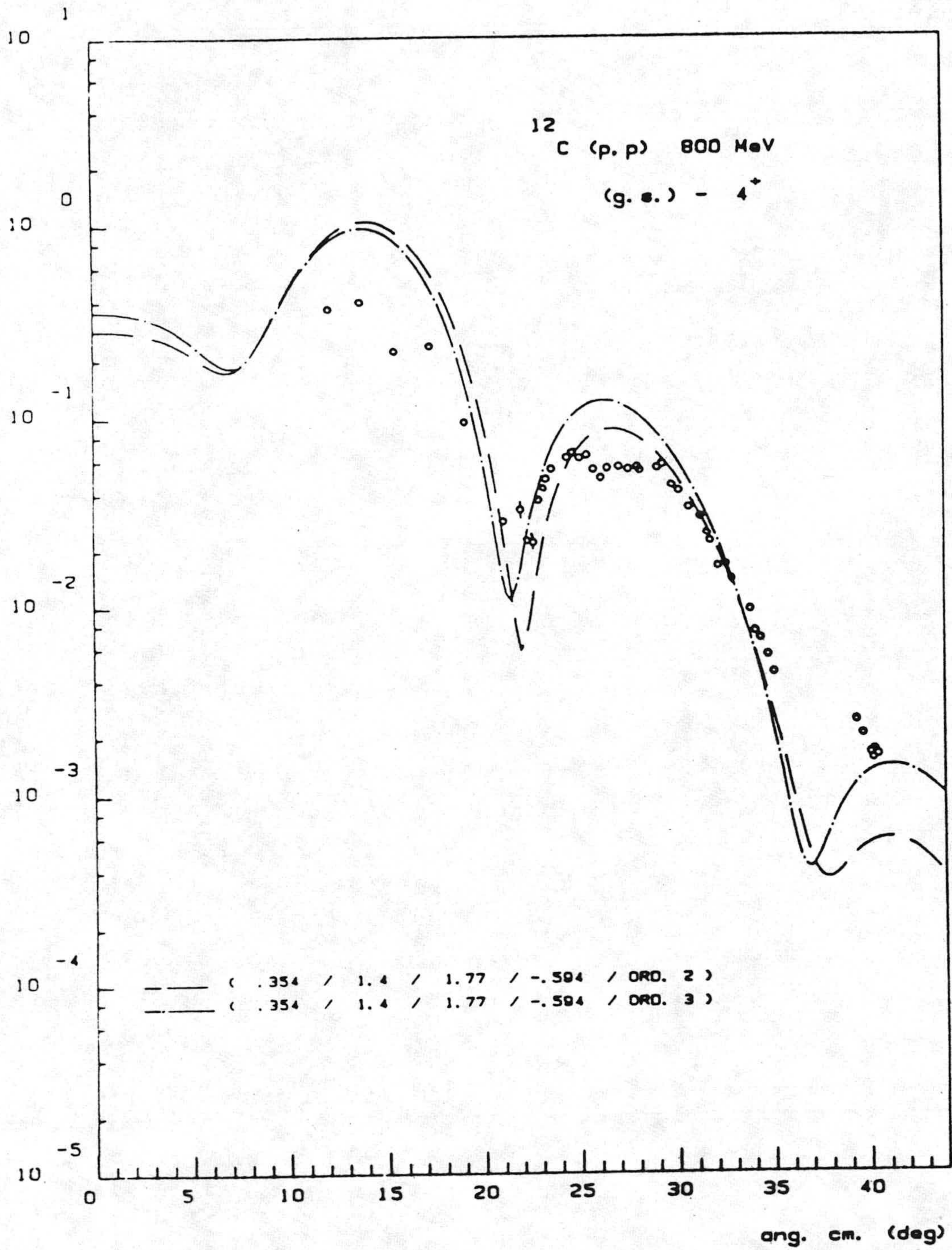


Figura 36 : Lo mismo que en la figura 34, para las funciones de la figura 33.