

Significado de la dispersión en el currículo de estadística y probabilidad de México

Meaning of dispersion in the Mexico high school statistics and probability curriculum

Felipe de Jesús Castro Lugo¹, Juan Jesús Ortiz de Haro² y José Garzón-Guerrero²

¹Instituto Tecnológico de Sonora, México

²Universidad de Granada, España

Resumen

La dispersión y su medida son ideas fundamentales en educación estadística y se recomienda incluirlas en los currículos en todo el mundo. Estas ideas permean todo el currículo y son necesaria para comprender otras. Por ejemplo, para caracterizar una distribución de datos, las medidas de centro se deben de complementar con las de dispersión e interpretarse de forma conjunta. Además son esenciales para comprender las distribuciones de probabilidad y de datos bivariantes y necesarias también para el estudio de la inferencia estadística, teniendo en cuenta las distribuciones muestrales de los estadísticos. El objetivo de este trabajo es analizar la riqueza que tiene el concepto de dispersión en el currículo mexicano, así como la progresión desde la educación secundaria obligatoria al bachillerato, utilizando para ello los significados de los objetos propuestos en el enfoque onto-semiótico (EOS).

Palabras clave: Dispersión, currículo, educación estadística.

Abstract

Dispersion and its measurement are fundamental ideas in statistical education and are recommended to be included in the curricula throughout the world. These ideas permeate the entire curriculum and are necessary to understand others. For example, in order to characterize a data distribution, the center measures must be complemented with those of dispersion and be interpreted jointly. They are also essential to understand probability and bivariate data distributions and are necessary for the study of statistical inference, when taking into account the sample distributions of the statistics. The aim of this paper is to analyze the richness of the concept of dispersion in the Mexican curriculum, as well as the progression from secondary to high school tertiary education level, using the meanings of the proposed objects in the onto-semiotic approach (OSA).

Keywords: Dispersion, curriculum, statistic education.

1. Introducción

La dispersión y su medida forman parte de las ideas estadísticas fundamentales que se recomiendan para ser incluidas en la mayoría de los currículos del mundo. Está presente en otras ideas fundamentales como los conceptos de muestra y muestreo, o en el estudio de la probabilidad, sobre todo en el enfoque frecuencial de la misma (Batanero y Borovcnik, 2016).

Reading y Shaughnessy (2004) mencionan a las medidas centrales y de dispersión como dos de los conceptos principales en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. Por su parte Wild y Pfannkuch (1999) incluyen la percepción de la variabilidad como uno de los componentes básicos del pensamiento estadístico. Moore (1990) le atribuye un papel primordial al concepto de dispersión como componente clave en el desarrollo del pensamiento estadístico, incluyéndola en tres de sus cinco elementos fundamentales: la

Castro, F. J., Ortiz, J. J. y Garzón-Guerrero, J. (2019). Significado de la dispersión en el currículo de estadística y probabilidad de México. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Disponible en www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html

omnipresencia de la variabilidad, por ejemplo, los datos obtenidos por repetidas mediciones varían; la cuantificación de la variación, por medio de los parámetros o estadísticos correspondientes y su explicación, identificando los factores que la provocan. Por todo ello, consideramos que el concepto de dispersión tiene la suficiente relevancia para ser estudiado, así como su tratamiento en el currículo mexicano de educación secundaria obligatoria y bachillerato.

2. Investigaciones previas

Aunque en los últimos años ha aumentado considerablemente el número de investigaciones en educación estadística, son escasas las que tratan sobre el tratamiento de la dispersión en el currículo. Entre ellas encontramos la realizada por Batanero, González-Ruiz, López-Martín y Contreras (2015), donde analizaron el currículo de educación secundaria obligatoria y de bachillerato en España, destacando la importancia de relacionar entre sí, a lo largo de todos los cursos de esta etapa, los diversos significados de la dispersión, de tal manera que los estudiantes puedan construir un significado global que comprenda todos ellos.

Del-Pino y Estepa (2017) analizaron el tratamiento de la dispersión en los libros de texto de 3º y 4º de educación secundaria obligatoria. Sus resultados muestran que los conceptos estadísticos se presentan de forma aislada y sin relacionarlos entre ellos, lo que dificulta una comprensión global de los mismos por parte de los estudiantes. Así mismo, aparecen definiciones equivalentes del mismo concepto sin aclararlo de manera explícita y en algunos libros se incluyen gráficos de caja y bigotes sin especificar el método de construcción correcto, hechos que el profesor debe tener en cuenta para corregir y aclarar todas las imprecisiones, omisiones o errores presentes en los textos.

Un resumen de las principales investigaciones sobre la enseñanza del tema y sobre el razonamiento de los estudiantes se puede encontrar en Del Pino (2017).

Nuestra investigación tiene como objetivo completar las anteriores investigaciones, analizando el significado de la dispersión en el currículo mexicano de Secundaria y Bachillerato. Para ello, consideramos los siguientes significados que se presentan en el currículo español para estas etapas y que sintetizan Batanero et al. (2015): Dispersión en conjuntos de datos, en contextos probabilísticos y en situaciones de muestreo incluyendo a la inferencia, utilizando algunas herramientas del Enfoque Onto-semiótico (EOS) de la cognición e instrucción matemática (Godino, Batanero y Font, 2007).

3. Metodología

El presente trabajo es un estudio de corte cualitativo en el que la importancia recae en el análisis del significado de la dispersión en el currículo de Secundaria y Bachillerato en México (SEP, 2017a; SEP, 2017b), establecido para estudiantes de 12 a 18 años. En Secundaria hay tres cursos de matemáticas que incluyen la competencia “análisis de datos”, donde se integran los temas de estadística y probabilidad y el Bachillerato consta de un solo curso de probabilidad y estadística.

Para realizar el análisis se ha escogido el enfoque ontosemiótico (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007), debido a que permite analizar a los objetos matemáticos desde dos facetas (institucional o personal). En este trabajo realizaremos un análisis desde el punto de vista epistémico. Dicho marco considera la actividad matemática como un conjunto de prácticas realizadas en la resolución de problemas. El significado que se le

atribuye a un objeto matemático sería el sistema de prácticas asociadas a él y éste puede ser caracterizado desde dos vertientes: significado institucional (aceptados por una institución) o personal (relativos a una persona). Tales prácticas matemáticas se caracterizan por los objetos matemáticos primarios que intervienen en ellas, distinguiendo los siguientes:

- Situaciones-problemas. Aquellas que motivan la actividad matemática.
- Lenguajes. Son las expresiones simbólicas, tablas, gráficas, los términos utilizados para representar o comunicar la información proporcionadas en las situaciones problemas.
- Conceptos. Son los objetos matemáticos que se utilizan implícita o explícitamente en la actividad matemática y que pueden ser definidos.
- Propiedades. Objetos que relacionan entre sí los conceptos.
- Procedimientos. Incluyen los algoritmos, operaciones o técnicas que constituyen parte de la enseñanza.
- Argumentos. Son las justificaciones empleadas para mostrar la validez de una proposición o de la solución de un problema.

Todos estos elementos se interrelacionan formando configuraciones que pueden ser epistémicas (relativas a una institución matemática) o cognitivas (relativas a una persona). A continuación, presentamos los diferentes significados presentes en el currículo mexicano.

4. Significado de la dispersión en estadística unidimensional

El primer contacto de los estudiantes con la estadística se inicia en primaria con la introducción de los diagramas de barras, gráficas circulares y mediante la recolección de datos en diferentes contextos. La medida de dispersión que se promueve es la de rango o amplitud, utilizando para su cálculo la diferencia entre los valores máximo y mínimo en el conjunto de datos.

Como se observa en la Tabla 1, en secundaria se promueve que se recolecten datos en diferentes contextos, se calculen las medidas de tendencia central, y se sigue utilizando la amplitud como medida de dispersión. Es en tercero de secundaria cuando se introduce la desviación media para cuantificarla en un conjunto de datos o para comparar dos conjuntos de datos. Además se agregan los histogramas para observar la distribución, en el caso de datos agrupados.

En bachillerato se continúa dando mayor énfasis a las medidas de centro como la media y mediana y se agregan como medidas de dispersión la varianza y desviación estándar, complementando al rango como medidas importantes para cuantificar la dispersión de los datos. Se promueve más la argumentación sobre los conceptos estadísticos, así como la comprensión y el análisis de los gráficos estadísticos, ampliando los objetos estadísticos estudiados y los contextos de las situaciones-problema, de tal manera que se presente una mayor diversidad de significados a los estudiantes y aumente su motivación.

Tabla 1. Significado unidimensional de la dispersión en el currículo

| Curso | Contenidos relacionados con la dispersión univariante |
|---------------|---|
| 1° secundaria | Recolecta, registra y lee datos en gráficas circulares. Usa e interpreta las medidas de tendencia central (moda, media aritmética y mediana) y el rango de un conjunto de datos y decide cuál de ellas conviene más en el análisis de los datos en cuestión. |
| 2° secundaria | Recolecta, registra y lee datos en histogramas, polígonos de frecuencia y gráficas de línea. Usa e interpreta las medidas de tendencia central (moda, media aritmética y mediana), el rango y la desviación media de un conjunto de datos y decide cuál de ellas conviene más en el análisis de los datos en cuestión. |
| 3° secundaria | Compara la tendencia central (media, mediana y moda) y dispersión (rango y desviación media) de dos conjuntos de datos. |
| Bachillerato | ¿Qué significan las medidas de tendencia central?, ¿para qué obtener estos valores?, Estudio de la información. ¿Qué papel juegan las medidas de tendencia central?, ¿cómo representar la información en un gráfico estadístico?, ¿cómo estudiar un gráfico estadístico?, ¿qué papel juega la probabilidad en el manejo de la información? Cálculo de las medidas de tendencia central y su representatividad en términos de la variabilidad y contexto situacional, Construcción de gráficos estadísticos en la representación de la información, Análisis de tipos de gráficos estadísticos. Medidas de tendencia central, ¿Qué es la moda, la media aritmética, la mediana?, ¿Qué es un cuartil?, ¿qué es una medida de dispersión?, ¿qué es una medida de forma?, ¿qué es una medida de correlación? Análisis de la información y toma de decisiones. ¿Qué información brindan las medidas de tendencia central?, ¿cuándo se puede considerar que todas dan la misma información?, ¿en cualquier fenómeno tienen significado? |

5. Significado de la dispersión en estadística bivalente

Con respecto al significado bivalente de la dispersión, como se observa en la Tabla 2, en los primeros cursos de la educación secundaria no está de manera explícita en el currículo las ideas de datos bivariados, es en tercero de secundaria cuando se utilizan las medidas de centro y dispersión para comparar dos conjuntos de datos dentro de un mismo contexto y poder argumentar sobre las similitudes y/o diferencias de estos.

En bachillerato se promueve el cálculo e interpretación de la correlación para comparar dos conjuntos de datos o cuantificar la relación entre las variables, así como el uso de los diagramas de dispersión con el fin de visualizar la tendencia y/o relación entre las variables a comparar.

Tabla 2. Significado bivalente de la dispersión en el currículo

| Curso | Contenidos relacionados con la dispersión bivalente |
|---------------|---|
| 1° secundaria | No existe contenido referente a este tema. |
| 2° secundaria | No existe contenido referente a este tema. |
| 3° secundaria | Compara la tendencia central (media, mediana y moda) y dispersión (rango y desviación media) de dos conjuntos de datos. |
| Bachillerato | ¿Qué es una medida de correlación? Análisis de la información y toma de decisiones. ¿Qué información brindan las medidas de tendencia central? ¿Cuándo se puede considerar que todas dan la misma información? ¿En cualquier fenómeno tienen significado? |

6. Significado de la dispersión en probabilidad

En la nueva reforma educativa (SEP, 2017b), se propone dar más énfasis a los conceptos básicos como se observa en la Tabla 3. Los temas referentes a variables aleatorias y a distribuciones de probabilidad importantes como la distribución binomial y distribución normal, para datos discretos y continuos respectivamente, que estaban incluidos en el bachillerato general, en el segundo curso de probabilidad y estadística, fueron eliminados. Los conceptos que se promueven actualmente son los referentes a la probabilidad haciendo énfasis en el riesgo, las técnicas de conteo y el espacio muestral entre otros.

Tabla 3. Significado probabilístico de la dispersión en el currículo

| Curso | Contenidos relacionados con la dispersión en probabilidad |
|---------------|---|
| 1° secundaria | Realiza experimentos aleatorios y registra los resultados para un acercamiento a la probabilidad frecuencial. |
| 2° secundaria | Determina la probabilidad teórica de un evento en un experimento aleatorio. |
| 3° secundaria | Calcula la probabilidad de ocurrencia de dos eventos mutuamente excluyentes. |
| Bachillerato | Nociones y conceptos básicos de estadística y probabilidad, Enfoques de probabilidad. ¿Qué significa cada enfoque de probabilidad?, Técnicas de conteo y agrupación en clases para la determinación de probabilidades. ¿Qué es el riesgo?, ¿qué papel juega la probabilidad y estadística en el estudio del riesgo?, Usos de la estadística y probabilidad en situaciones dadas, Análisis de la información, Nociones de incertidumbre, azar y Aleatoriedad, Tipos de eventos en el estudio de la probabilidad. |

7. Síntesis de los significados de la dispersión

Derivado de nuestro análisis podemos observar que los significados que se atribuyen a la dispersión van en progresión y que la complejidad del concepto está determinada por la complejidad de los problemas propuestos. En secundaria se privilegia más el aspecto informal de los significados de los conceptos y en bachillerato la comprensión de los mismos, así como el uso de símbolos y fórmulas para los objetos estadísticos estudiados.

En la Tabla 4 se presenta un resumen de los significados de la dispersión en el currículo de Educación Secundaria y Bachillerato mexicano, utilizando para ello una tabla similar a la utilizada por Batanero et al. (2015).

Al comparar nuestros resultados con los obtenidos por Batanero et al (2015) en el análisis del currículo español, observamos que en México, en secundaria solo se tratan el rango y la desviación media como medidas para cuantificar a la dispersión, al contrario que en el currículo español, donde además de estas medidas se estudian la desviación típica, la varianza y el rango intercuartilico. Así mismo, con relación a las representaciones gráficas, en España se estudian los diagramas de caja y bigotes, un diagrama de gran utilidad para visualizar de manera practica la dispersión de los conjuntos de datos estudiados y para comparar la dispersión en dos o más conjuntos de datos, que no aparece en el currículo mexicano.

Tabla 4. Significados diferenciados de la dispersión

| | Descriptivo Univariante | Descriptivo Bivariante | Probabilístico |
|----------------------|--|---|---|
| Situaciones-Problema | Análisis de la variabilidad en un conjunto de datos. | Estudiar la relación entre dos variables. | Comparar la distribución de la probabilidad teórica con la empírica |
| Lenguaje | Lenguaje coloquial, gráficos estadísticos, tablas de frecuencias, símbolos estadísticos. | Lenguaje coloquial, gráficos estadísticos, tablas de frecuencias, símbolos estadísticos. | Lenguaje coloquial, diagramas de árbol, símbolos. |
| Conceptos | Rango, desviación media, desviación estándar, varianza, cuantiles. | Correlación. | Distribuciones de probabilidad |
| Propiedades | Las medidas de dispersión siempre son positivas. | La correlación puede tomar valores entre -1 y 0, si las variables tienen una relación inversa y entre 0 y 1, si tiene una relación directa. | |
| Procedimientos | Cálculos de estadísticos, y construcción de gráficos. | Cálculos de correlación y construcción de gráficos. | Cálculo de probabilidades. |
| Argumentos | Similares a otras áreas de las matemáticas. | Similares a otras áreas de las matemáticas. | Similares a otras áreas de las matemáticas. |

Con respecto al bachillerato, en la última reforma realizada en México (SEP, 2017b) se omitieron los temas referentes a la inferencia estadística, las variables aleatorias y las distribuciones de probabilidad discreta, como la binomial, y la distribución continua, como la normal. Estos temas y otros como las distribuciones muestrales, los intervalos de confianza y los contrastes de hipótesis, que sí se estudian en España aportan más riqueza al currículo español con respecto al mexicano. Otro aspecto importante que también está presente en el currículo español es el uso de herramientas tecnológicas como software y/o applets y calculadoras para dar apoyo en el proceso de enseñanza aprendizaje, facilitando y agilizando los cálculos de algunas medidas estadísticas, las representaciones gráficas estudiadas y las simulaciones.

8. Conclusiones

En la reforma curricular del 2017 en secundaria y bachillerato en México se proponen y privilegian algunos elementos del razonamiento estadístico y el análisis crítico de los significados de los conceptos estadísticos, que consideramos muy positivo ya que esto capacita mejor a los estudiantes.

En secundaria se promueven conceptos básicos para medir la dispersión como son el rango y la desviación media, primero de manera informal y conforme se va avanzando en el currículo estos conceptos se estudian de una manera más compleja o crítica.

Además, en el currículo de secundaria se propone que las medidas de centro y dispersión se estudien y se analicen de forma conjunta, aportando riqueza a dichos conceptos, acorde a las tendencias internacionales de educación estadística (Reading y Shaughnessy, 2004).

Consideramos que se deberían incluir el rango intercuartilico el diagrama de caja y bigotes, dos conceptos importantes para cuantificar y visualizar a la variabilidad o dispersión de los datos y que se estudian en otros países (p. e. MEC, 2016, NCTM, 2010). En Bachillerato se deberían tratar los temas de distribuciones de probabilidad y los relacionados con la inferencia estadística, que han sido suprimidos en el currículo vigente en México, ya que son fundamental para los estudios posteriores en la universidad.

Mencionar que puede existir el riesgo de que en el proceso de transposición didáctica (Chevallard, 1991), al plasmar los contenidos incluidos en el currículo en los libros de texto, las intenciones didácticas no sean traducidas de una manera óptima y en la generalidad se omitan conceptos importantes.

Por último, destacar la importante tarea que tiene el profesorado dentro del proceso de enseñanza aprendizaje, ya que muchas de las fortalezas del currículo deben de ser resaltadas por ellos y las debilidades del mismo minimizadas, y así lograr un equilibrio con respecto a la implementación de los contenidos del currículo.

Referencias

- Batanero, C. y Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*, Rotterdam. The Netherlands: Sense Publishers,
- Batanero, C., González-Ruiz, I., López-Martín, M. del M. y Contreras, J. M. (2015). La dispersión como elemento estructurador del currículo de estadística y probabilidad. *Epsilon*, 32(2), 7–20.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique
- Del Pino, J. (2017). *Síntesis de la investigación sobre variabilidad y dispersión en estadística*. Tesis de Máster. Universidad de Granada.
- Del-Pino, J. y Estepa, A. (2017). Análisis del tratamiento de la dispersión en libros de texto de 3º y 4º curso de la Educación Secundaria Obligatoria. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone, y M. del M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico*. Granada: Grupo FQ126.
- Godino, J.D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM, The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2) 127-135.
- M.E.C. (2007). *Real Decreto 1467/2007, de 2 de noviembre, por lo que se establece la estructura del bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas*. Madrid: Autor.
- Moore, D. (1990). Uncertainty. En L. A. Steen (Ed.), *On the shoulders of giants: New approaches to numeracy* (pp. 95-137). Washington, DC: National Academy Press.
- Reading, C. y Shaughnessy, J. M. (2004). Reasoning about variation. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 201-226). Springer. Netherlands.
- SEP (2017a). *Modelo educativo para la educación obligatoria*. México D. F.: Secretaria de Educación Pública.

SEP (2017b). *Planes de estudio de referencia del marco curricular común de la educación media superior*. México D. F.: Secretaría de Educación Pública.

Wild, C. J. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-248.