

Marco teórico para la creación de situaciones de incertidumbre de la vida cotidiana en la enseñanza del concepto de probabilidad

Theoretical framework for the creation of situations of uncertainty of everyday life in the teaching of the concept of probability

Augusta Osorio Gonzales¹

¹Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP)

Resumen

El marco a presentar es producto de una reflexión profunda de más de 12 años de enseñanza e investigación en la búsqueda de cómo introducir el concepto de probabilidad en mis estudiantes y todos los conceptos que giran alrededor de su enseñanza, en los niveles de enseñanza básica. Este marco es una sistematización de conceptos conocidos: situación aleatoria, espacio muestral, suceso, clasificación de sucesos, experimento aleatorio, probabilidad y su cálculo; como se articulan entre sí y su aplicación en situaciones de incertidumbre en la vida cotidiana.

Palabras clave: Enseñanza de la probabilidad, vida cotidiana, marco teórico

Abstract

The present framework is the product of a deep reflection of more than 12 years of teaching, research and searching of how to introduce the probability concept, and all concepts according to its teaching, in my students of basic education levels. This framework is a systematization of known concepts: random situation, sample space, event, classification of events, random experiment, probability and its calculation; how they articulate with each other and their application in uncertain situations in daily life.

Keywords: Teaching of probability, daily life, theoretical framework

1. Introducción

En la actualidad, muchas personas piensan que los términos posibilidad y probabilidad son sinónimos y representan exactamente lo mismo, lo que nos da una muestra de la falta de familiaridad que se tiene con estos términos. En Perú, desde el diseño curricular nacional (MINEDU, 2009) se realizó la inclusión de conceptos relacionados con la enseñanza de la probabilidad. Esta introducción se dio desde el segundo grado de primaria (niños de 7 y 8 años), pero en la práctica esta no se está llevando a cabo. En los actuales cuadernos de trabajo del nivel primario, del Ministerio de Educación del Perú (MINEDU), se combinan actividades de las cuatro competencias del área de Matemáticas y se puede observar que la última actividad de la última unidad del libro es justamente la primera actividad y única relacionada con la competencia de Resuelve problemas de Incertidumbre.

En base a esta situación y a los resultados de nuestras diversas investigaciones Osorio (2012), Osorio y Advíncula (2015), Osorio (2016) creemos que es indispensable que los profesores de primaria en ejercicio se preparen para poder trabajar estos temas dentro del aula. Por ello hemos venido realizando diversas actividades para el fortalecimiento de los profesores en ejercicio; en el año 2015 iniciamos la elaboración y aplicación de talleres de fortalecimiento en la parte teórica y didáctica de la enseñanza de la probabilidad para el nivel primario y secundario; en el año 2016 iniciamos la aplicación de cursos dirigidos a grupos de profesores de la educación primaria con la meta de crear un grupo de capacitadores en este tema y en el mismo año 2016 iniciamos un ciclo de

Gonzales, A. O. (2019). Marco teórico para la creación de situaciones de incertidumbre de la vida cotidiana en la enseñanza del concepto de probabilidad. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Disponible en www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html

clases modelo con pequeños grupos de alumnos de cada grado del nivel primario, dirigidas a que los profesores puedan observar y discutir sobre la enseñanza de los conceptos relacionados con la probabilidad.

Nuestra labor se ha centrado a buscar estrategias para mejorar el conocimiento y didáctica de los docentes en este tema.

2. Antecedentes

La presentación de las concepciones de aleatoriedad y del concepto de probabilidad han ido evolucionando históricamente, hay diferentes posturas y varias de ellas coexisten en la actualidad. Una evolución de las concepciones de aleatoriedad la podemos encontrar en Batanero y Serrano (1995), donde se indica que en los primeros tiempos se pensaba que lo aleatorio no podía ser controlado humanamente y que era el “azar” la causa de la existencia de los fenómenos aleatorios. Además, se concebía que la característica de ser aleatorio fuera propia del fenómeno y que toda persona lo viera de ese modo, estamos hablando de la concepción objetiva de la aleatoriedad.

Una posterior concepción establece que todo fenómeno tenía una causa y simplemente se tomaba el fenómeno como aleatorio porque la persona que lo analizaba desconocía la causa que producía el resultado dentro del fenómeno. Esta concepción fue desechada por algunos autores, ya que ciertos fenómenos cuyas leyes no conocemos son, sin embargo, considerados como deterministas. Batanero (2001), resume el trabajo de diferentes autores, entre ellos, Kyburg, para criticar la visión objetiva de que la probabilidad y la aleatoriedad. Indica que el significado del término aleatoriedad está asociado a la situación donde se estudia y el conocimiento que tiene la persona de ella, luego la determinación de la aleatoriedad dependerá de la persona que la analiza.

También en Batanero (2001) se hace una presentación de la relación entre la noción de la aleatoriedad y las concepciones de la probabilidad, y se nos presentan las dos concepciones conocidas.

La concepción clásica, la probabilidad de un suceso es el “cociente entre el número de casos favorables al suceso y el número de casos posibles”, siempre que todos los resultados posibles sean equiprobables. Esta concepción podemos utilizarla fácilmente en un espacio muestral finito, si fuese infinito tendríamos que la probabilidad de un resultado posible sería nula.

La concepción frecuencial, la probabilidad de un suceso está determinada por la frecuencia relativa que se asigna a dicho suceso cuando se han realizado un gran número de repeticiones del experimento aleatorio que lo genera. Este planteamiento es muy útil cuando disponemos de datos estadísticos sobre un gran número de casos, pero tenemos el problema teórico de decidir cuantas repeticiones se requieren para considerar que la frecuencia relativa hallada es cercana a la probabilidad real. En esta concepción no se indican requisitos para el espacio muestral y por ello lo podemos utilizar cuando queremos trabajar con espacios muestral no equiprobables.

Además de las concepciones hay posturas que nos permiten organizar las ideas necesarias para el uso de la probabilidad. Batanero (2001) nos habla de la idea de probabilidad como normalización de nuestras creencias. La primera idea fundamental es asignar números a los sucesos aleatorios, de forma que estos números reflejen nuestro grado de creencia en su verificación. De este modo ponemos en correspondencia la multidimensionalidad del complejo mundo a nuestro alrededor con el intervalo $[0,1]$.

También nos presenta la idea de Kolmogorov de asignar un espacio muestral de sucesos observables a cada experimento aleatorio y representar los sucesos observables como subconjuntos del espacio muestral, dando una interpretación probabilística a las operaciones con sucesos.

En Azcárate, Cardeñoso y Porlán (1998) se nos indica que la concepción de suceso aleatorio es ambigua y compleja ha sido un elemento clave en la comprensión y desarrollo histórico del conocimiento probabilístico. Batanero y Serrano (1999), por su parte, argumentan que es preferible ver el término aleatorio como una «etiqueta» que puede ser aplicada en muchas situaciones y a la que van asociados muchos otros conceptos, como los de suceso, espacio muestral, probabilidad.

3. Marco propuesto

Los docentes de primaria en ejercicio, son en muchos casos adultos que no han tenido la oportunidad de trabajar las ideas de aleatoriedad y probabilidad durante su vida escolar y el acercamiento que han tenido a la probabilidad durante su preparación profesional ha estado vinculada en muchos casos solo al cálculo de las probabilidades bajo el planteamiento clásico. Esto lo hemos observado durante nuestro trabajo con los docentes de primaria, donde muy pocos de ellos pudieron dar una definición, aunque sea intuitiva de lo que es la probabilidad.

Nuestra preocupación se ha centrado en buscar una manera simple de familiarizarlos con el concepto de probabilidad. Por ello les hemos planteado una manera de integrar todas las concepciones expuestas en la sección anterior, en un ordenamiento lógico y que les permita entenderlas. Este planteamiento lo hemos utilizado cuando quisimos presentar estas mismas ideas a nuestros alumnos de un primer curso de Estadística a nivel universitario, y lo fuimos perfeccionando a lo largo de ocho años de trabajo. Finalmente, una primera versión la presentamos como el marco de nuestro trabajo investigativo en Osorio (2012).

La idea de este marco parte del entendimiento de la existencia en la vida cotidiana de las situaciones aleatorias y en introducir la idea de incertidumbre como la explicación más simple para la identificación de este tipo de situaciones. Nos interesan las situaciones cotidianas que implican una observación dentro de la realización de una determinada acción. Para ello requerimos tener claro el contexto, la acción y la observación que conformarán la situación de incertidumbre. En el contexto de ir al trabajo, la acción puede ser esperar el bus; en el contexto de ir al cine, la acción puede ser comprar entradas; y en el contexto de pasar un domingo en familia, la acción puede ser salir a pasear. Dentro de estas acciones nos interesa la observación de un aspecto de la acción en particular, por ejemplo, cuanto tiempo hay que esperar el bus para ir al trabajo o cuanta gente está en la cola cuando llego a comprar las entradas para ir al cine o cuanto podemos gastar en el paseo con la familia un domingo.

Diremos que la situación de incertidumbre generada por la observación hecha es de incertidumbre cuando no podemos saber el resultado exacto de la observación antes de que la acción concluya. Por ejemplo, Norma va a tomar un bus para ir al trabajo y quiere verificar cuanto tiempo esperará en el paradero hasta que el bus llegue. En esta situación hay una acción que es esperar el bus y hay un aspecto a observar, cuanto demorará en llegar al paradero el bus. Antes que el bus llegue, Norma no sabe cuánto demorará exactamente y por tanto tiene incertidumbre sobre el tiempo que esperará.

Norma solo conocerá el tiempo exacto cuando el bus llegue al paradero. Para Norma la situación planteada es de incertidumbre y ella puede tener una idea aproximada de cuándo puede demorar, en base a su experiencia, y por tanto proponer el conjunto de posibles resultados que puede tener la observación de esta situación.

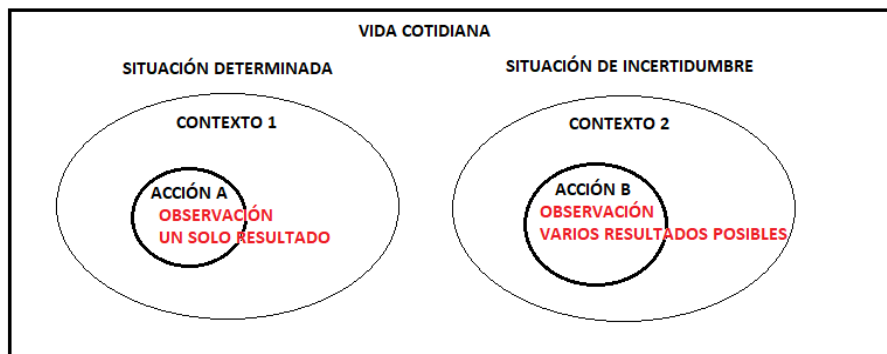


Figura 1. Componentes de una situación de incertidumbre.

Esperamos que se conciban las situaciones cotidianas que implican una observación determinada dentro de una acción, divididas en dos tipos, las situaciones de incertidumbre y las situaciones determinadas. Estas últimas son aquellas donde no es necesario que termine la acción para poder saber el resultado de la observación.

Toda situación de incertidumbre produce una serie de conceptos que se relacionan a ella y que permitirán describirla adecuadamente: la posibilidad o posible resultado de la observación, el espacio muestral como conjunto de todas las posibilidades o de todos los resultados posibles, los sucesos como los diferentes elementos del conjunto potencia del espacio muestral y la probabilidad como la medida de ocurrencia de un suceso. Con la definición de estos conceptos se estará listo para poder hablar de suceso posible, suceso imposible, suceso seguro, suceso más probable, suceso menos probable y suceso improbable.

Además, bajo la consideración de que todos los sucesos relacionados con una situación de incertidumbre forman el conjunto potencia de su espacio muestral y aplicando los axiomas de Kolmogorov, podemos concebir a la probabilidad como un valor numérico en el intervalo $[0,1]$. Así se le asigna a cada posible resultado de una situación de incertidumbre una probabilidad que valora su posible ocurrencia dentro de una experimentación. Esta concepción nos permite decir que la suma de la probabilidad de los resultados de un espacio muestral tiene el valor de 1 y que la probabilidad de un suceso cualquiera es la suma de probabilidades de las posibilidades o de los resultados posibles que lo componen.

Para poder definir el siguiente concepto es necesario introducir algunas ideas con respecto al contexto. Veamos en la figura 2, la definición completa de una situación aleatoria. En el contexto se pueden encontrar afirmaciones que las podemos interpretar como restricciones para los posibles resultados y que nos ayudarán a definir el espacio muestral asociado a la situación de incertidumbre. Además, cada persona que analiza la situación de incertidumbre podrá establecer restricciones adicionales, que denominaremos condiciones, que se ajustan a su conocimiento del contexto. Esto implica para una misma situación de incertidumbre, personas distintas pueden establecer espacios muestrales distintos. Estas ideas son importantes cuando enseñamos estos temas.



Figura 2. Restricciones y condiciones, elementos del contexto de una situación aleatoria

El concepto de experimento aleatorio puede definirse como una situación de incertidumbre reproducible. Es decir, una situación cotidiana que implica una observación en una acción que se puede repetir en el tiempo, teniendo el cuidado que se mantengan las restricciones y las condiciones del contexto en cada repetición de la acción. Esto implicará que el espacio muestral se debe mantener en cada repetición y también la medida de ocurrencia de cada suceso, es decir la distribución de probabilidades entre los sucesos.

Por ejemplo, queremos observar o verificar cuánto tiempo esperará Norma en el paradero hasta que llegue el bus para ir al trabajo. Esta situación podemos considerar que se repite de forma idéntica cada día que va al trabajo en su horario regular, pues las condiciones relacionadas con la hora, la cantidad de personas y la densidad del tráfico serían bastante similares. Para finalmente indicar que la situación de incertidumbre planteada es un experimento aleatorio debemos además considerar que, teóricamente, la probabilidad de que Norma espere más de cinco minutos será idéntica en cualquiera de los días que se haga la observación. Por tanto, un día en que se de una huelga de transporte público no puede ser considerado como parte de una secuencia de repeticiones del mismo experimento aleatorio.

Así las situaciones de la vida cotidiana que implican una acción quedarían divididas en: situaciones determinadas, situaciones de incertidumbre reproducibles y las situaciones de incertidumbre no reproducibles.

Las dos concepciones vistas sobre el cálculo de la probabilidad, el planteamiento clásico y el de frecuencia relativa, no tienen que oponerse entre sí. Pueden ser sencillamente formas diferentes de tratar la probabilidad dentro de experimentos aleatorios diferentes. La idea puede ser trabajar con la naturaleza de las posibilidades existentes en el espacio muestral asociado a la situación de incertidumbre. Si entre todas las posibilidades no es posible establecer que una tenga mayor medida de ocurrencia, es decir son equiprobables, y el espacio muestral es finito, entonces utilizamos el planteamiento clásico para hallar la probabilidad del suceso que nos interesa. Bajo este planteamiento ni siquiera sería necesario experimentar para poder hallar las probabilidades asociadas a cada suceso, bastaría con estimarlas teóricamente. En cambio, si las posibilidades no son equiprobables lo que podemos usar es el planteamiento de frecuencias relativas. Y

en este caso la experimentación sería indispensable para poder dar una estimación de la probabilidad de cada suceso.

Nos quedaría saber cómo trabajar dentro de una situación de incertidumbre no reproducible, aquí la valoración de la probabilidad se establece mediante un planteamiento subjetivo; es decir hay un experto, un especialista o una persona con suficiente evidencia, que puede emitir el valor de probabilidad de un cierto suceso. Ver el resumen de todo lo explicado en la figura 3.

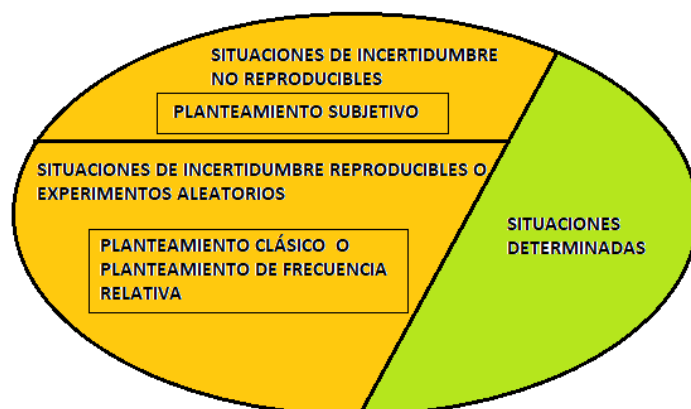


Figura 3. Relación entre el tipo de situación de incertidumbre y los planteamientos de cálculo de la probabilidad.

4. Implementación del marco

En la propuesta de trabajo que venimos implementando con los profesores en ejercicio del nivel primario, trabajamos a dos niveles. En el primer nivel se les pide analizar situaciones de incertidumbre cotidianas y aplicar en ellas todos los conceptos revisados dentro del marco propuesto hasta llegar a poder establecer el valor de la probabilidad de un suceso en particular. En el segundo nivel, se busca que el profesor este en capacidad de definir adecuadamente una situación de incertidumbre relacionada con sus experiencias diarias; la finalidad de este nivel es entrenar al docente en la creación de situaciones de incertidumbre que le procuren el planteamiento de problemas para sus alumnos.

El trabajo de análisis, relacionado con el primer nivel de trabajo, exige que el profesor inicie por justificar por qué la situación cotidiana presentada sería de incertidumbre, luego identificar el espacio muestral y otros conceptos asociados a la situación planteada y finalmente indicar bajo qué planteamiento podrá hallar las probabilidades solicitadas. Vamos a mostrar algunos ejemplos aplicado del trabajo realizado.

Situación de incertidumbre A: Verificar la cantidad de personas que suben al bus conmigo en el paradero un día lunes cuando me dirijo al trabajo, teniendo en cuenta que el paradero es un paradero muy transitado y el bus que espero tiene una capacidad de 50 asientos.

La situación es de incertidumbre puesto que antes de subir al bus en el paradero no me es posible saber cuántas personas, de las que están a mi alrededor, decidirán subir conjuntamente conmigo. Entonces, estoy ante una observación con múltiples resultados. Una posibilidad o posible resultado de esta observación sería el suceso $A=\{1\}$ y otra posibilidad $B=\{7\}$, ambos expresados en forma extensiva. La forma comprensiva de

estos sucesos simples o elementales sería $A = \{\text{solo una persona sube al bus conmigo en el paradero, hoy lunes, cuando me dirijo al trabajo}\}$ y $B = \{\text{fueron 7 las personas que subieron conmigo al bus en el paradero, el último lunes, cuando me dirigía al trabajo.}\}$. El conjunto de todos los resultados posibles o espacio muestral de esta situación de incertidumbre sería el conjunto: $SA = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots, M\}$. Vamos analizar el conjunto propuesto y el posible valor de M . La justificación de la existencia de este valor máximo M es que el bus no tiene un lugar infinito para las personas, tiene la limitación de su capacidad. Entonces, el espacio muestral puede tener como máximo tantas personas como la capacidad máxima del bus suponiendo que el bus llego vacío al paradero. Además, se nos indicó que el paradero es muy transitado, que el bus tiene 50 asientos y sabemos que en nuestro país, en horas de mucho tránsito, las personas suben paradas a los buses. Entonces, pensando en que podrían ingresar alrededor de 30 personas paradas, una posible propuesta final del espacio muestral sería: $S = \{0, 1, 2, \dots, 80\}$.

Hay que tener en cuenta que una situación de incertidumbre no está conformada solo por la observación y la acción, para definirla adecuadamente debemos tomar en cuenta el contexto. Este muchas veces cuenta con restricciones y genera condiciones, estas deben considerarse al determinar el espacio muestral asociado. En nuestro ejemplo, hemos utilizado dos restricciones: el paradero es muy transitado y el bus tiene una capacidad de 50 asientos. Además, hemos usado una condición generada por nuestro conocimiento del contexto, cuantas personas podrían subir como máximo paradas en el bus. ¿Qué pasará si variamos el contexto?

Situación de incertidumbre B: El paradero en que tomo mi movilidad para ir al trabajo está muy alejado del tráfico de la ciudad. A la hora en que llego normalmente al paradero, ya termino la hora en que la mayoría de las personas se dirigen al trabajo. Verificar la cantidad de personas que suben al bus conmigo, un día lunes, cuando me dirijo al trabajo. Teniendo en cuenta que el bus tiene una capacidad de 30 asientos.

Ahora, las restricciones del contexto han cambiado. El bus es más pequeño y por tanto la capacidad ha disminuido. El espacio muestral será mucho más pequeño, $SB = \{0, 1, 2, \dots, 50\}$, dado que pensamos que no más de 20 personas podrían subir paradas.

Esto nos dice que el espacio muestral de una situación de incertidumbre es afectado por el contexto donde esta situación se da, las restricciones explícitas que se definen en dicho contexto y las restricciones no explícitas o condiciones que genera. Esto es muy interesante para nosotros puesto que cuando definamos situaciones de incertidumbre, podemos hacer variaciones a las mismas solamente cambiando el contexto y las restricciones; o podemos variar la observación manteniendo el contexto y las restricciones; o podemos variar la acción manteniendo la observación, el contexto y las restricciones.

Ya definido el espacio muestral de una situación de incertidumbre podemos definir adecuadamente todos los sucesos relacionados con ella, basta con definir el conjunto potencia del espacio muestral. Para el espacio muestral de nuestra situación de incertidumbre B, el conjunto potencia tendría la siguiente conformación:

$$\text{Potencia}(SB) = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \dots, \{50\}, \{0, 1\}, \dots, \{49, 50\}, \{0, 1, 2\}, \dots, \{48, 49, 50\}, \dots, \{0, 1, 2, 3, \dots, 50\}\}$$

Dentro de este conjunto potencia podremos diferenciar a los sucesos que están conformados por una sola posibilidad que llamaremos los sucesos o eventos simples y los sucesos que están conformados por más de una posibilidad o sucesos o eventos

compuestos. Los sucesos simples o elementales son lo que conforman el espacio muestral. El vacío \emptyset no es un suceso elemental puesto que no es parte del espacio muestral.

En los primeros grados de primaria se trabajan dos tipos de sucesos asociados a una determinada situación de incertidumbre, los sucesos posibles y los sucesos imposibles. Para el trabajo en estos grados, los profesores solo deben poner a consideración de los alumnos sucesos elementales y se definirá al suceso posible como un suceso simple, es decir, cualquier posibilidad del espacio muestral; y a su opuesto el suceso imposible, como cualquier posibilidad que no podemos considerar dentro del espacio muestral. Esto implica que son el contexto y las restricciones las que normalmente definen a los sucesos imposibles. Vamos a trabajar un par de ejemplos de estas definiciones para nuestra situación de incertidumbre B, un suceso posible sería $A=\{0\}$ que equivale a $A=\{\text{ninguna persona subió conmigo al bus el último lunes cuando fui al trabajo desde el paradero habitual}\}$ y un suceso imposible relacionado con la situación sería $B=\{150\}$ que equivale $B=\{\text{suben conmigo 150 personas al bus de costumbre, cuando me dirijo al trabajo un lunes por la mañana}\}$. Indicamos que sea un suceso relacionado con la situación de incertidumbre puesto que también podríamos definir $C=\{\text{rosado}\}$ que equivale a $C=\{\text{el color predominante de la camiseta del chofer del bus es rosado}\}$. Es claro que este último suceso no tiene ninguna relación con la observación que trabajamos en la situación de incertidumbre B.

El suceso seguro sería aquel que siempre ocurre y el único de los sucesos de una situación de incertidumbre que siempre ocurre es el mismo espacio muestral. La razón es que él contiene a todas las posibilidades de resultado. Bajo nuestro marco, cuando se trabaja con la determinación del suceso seguro no es posible usar situaciones determinadas. Por ejemplo, no es posible indicar que el evento seguro de la situación C: observar el sabor del caramelo que saco de una bolsa de caramelos de fresa, es $SC=\{\text{fresa}\}$. Dado que, para las definiciones hechas, el espacio muestral se define sobre situaciones de incertidumbre y no sobre situaciones determinadas. Por tanto, nuestra propuesta es que los alumnos deben experimentar definir el suceso seguro sobre situaciones de incertidumbre.

Hay que tener en consideración que cuando se alude a un suceso aleatorio, normalmente no se le menciona como un conjunto de elementos. Lo usual es usar una descripción por comprensión, por ejemplo, nos interesa el suceso de la situación de incertidumbre B definido como D=que suban conmigo al bus menos de cinco personas. Este suceso por extensión sería $D=\{0,1,2,3,4\}$.

¿Qué tan probable es que ocurra el suceso D? Es muy probable o poco probable. Para poder responder a esta interrogante es necesario decidir porque planteamiento podemos asignarle un valor de probabilidad a dicho suceso.

Lo primero que debemos pensar es si la situación de incertidumbre propuesta es o no un experimento aleatorio, hay que recordar que los planteamientos vistos solo son aplicables a los experimentos aleatorios. La situación de incertidumbre B es reproducible, dado que se puede repetir bajo las mismas restricciones todos los días lunes que voy a mi trabajo en el mismo horario y desde el mismo paradero. Esto mientras que sea el mismo bus es que me lleve al trabajo.

Ahora, ¿las posibilidades en el espacio muestral $SB=\{0,1,2,\dots,50\}$ son equiprobables? Analicemos la pregunta, podemos decir que suban 48 personas conmigo al bus puede tener la misma probabilidad que suban 2 personas. Parece que nuestro sentido común

nos dice que eso no es así; que es más probable que suban con nosotros 2 personas que 48 personas, puesto que el paradero es poco frecuentado a la hora que yo tomo mi movilidad y además el paradero está fuera de la zona de tránsito de la ciudad. Luego, no es posible usar el planteamiento clásico para estimar la probabilidad de cualquiera de los sucesos. Entonces, tendremos que usar el planteamiento por frecuencias relativas y esto implica que tendríamos que apuntar por muchos días cuantas personas suben con nosotros al bus. Finalmente, con los datos recopilados para los sucesos elementales podríamos estimar una probabilidad para los sucesos que nos interesan. Nuestro mayor esfuerzo se ha concentrado en impulsar el uso del planteamiento empírico en la estimación de la probabilidad, el cual ha sido bastante dejado de lado en la enseñanza de nuestro país.

Para el segundo nivel de trabajo y luego de que el profesor ha experimentado este análisis con varias situaciones de incertidumbre diversas, estará listo para poder definir una situación de incertidumbre relacionada a su vida cotidiana e identificar todos los elementos que le permitirán hallar las probabilidades que le interesan. Esto lo realizará siempre con un apoyo cercano en sus primeras experiencias. Este ejercicio le ayudará al docente a fortalecer su habilidad de crear situación de incertidumbre para el trabajo con sus alumnos, esto lo tenemos claro desde las diferentes experiencias con docentes que hemos trabajado. Además, que un profesor pueda crear y conocer la situación de incertidumbre le permitirá utilizarla para la aplicación de diferentes aprendizajes con sus alumnos.

5. Reflexiones finales

La aplicación de este marco teórico se esta desarrollando tanto en los talleres de fortalecimiento con docentes de primaria que estamos realizando en diferentes puntos de nuestro país, como en los diferentes cursos de pregrado y posgrado que estamos desarrollando en el ámbito de la enseñanza de la estadística y la probabilidad. Entre los resultados obtenidos debemos destacar el cambio de visión que se da entre los participantes y alumnos, este es indudable por la forma en que cambia su forma de analizar las situaciones propuestas y la manera en que aplican los conceptos durante los análisis. Esto nos permite pensar en que es posible dejar a un lado las situaciones relacionadas con los juegos de azar e ingresar al mundo real y próximo a los estudiantes.

Si bien por años las situaciones equiprobables relacionadas con los juegos de azar han sido las únicas que han permitido enseñar los conceptos relacionados con la probabilidad, como hemos podido ver en el desarrollo de este artículo, estas no nos permiten desarrollar todas las diferentes aristas que se presentan en el análisis de las situaciones relacionadas con la incertidumbre. Creemos que este es el beneficio principal de este marco, que permitirá a los docentes y alumnos tener un mundo más amplio para el análisis y el desarrollo del pensamiento estocástico.

Referencias

- Azcarate, P., Cardeñoso, J.M y Porlán, R. (1998). Concepciones de futuros profesores de primaria sobre la noción de aleatoriedad. *Enseñanza de las Ciencias*, 16(1). 85-97.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Granada: Grupo de Investigación en

Educación Estadística.

- Batanero, C., y Serrano, L. (1995). La aleatoriedad, sus significados e implicancias educativas. *UNO*, 5, 15-28.
- MINEDU (2009). *Diseño curricular nacional de educación básica regular*. Lima: Dirección General de Educación Básica Regular.
- Osorio, A. (2012). *Análisis de la idoneidad de un proceso de instrucción para la introducción del concepto de probabilidad en la enseñanza superior*. Tesis de Magister. Pontificia Universidad Católica del Perú. Disponible en, <http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/4658>
- Osorio, A. y Advincula, E. (2015). Midiendo los logros de estudiantes de la educación básica regular en estadística y probabilidad. En J. M. Contreras, C. Batanero, J. D. Godino, G.R. Cañadas, P. Arteaga, E. Molina, M.M. Gea y M.M. López (Eds.), *Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*, 2 381-387.
- Osorio, A. (2016). Strengthening of elementary teachers in the use of probability in every day life events. Trabajo presentado en el *13th International Congress on Mathematical Education*. Hamburgo. Disponible en: http://iase-web.org/Conference_Proceedings.php?p=ICME_13_2016