

Treinta años de investigación en educación estocástica: Reflexiones y desafíos

Thirty years of stochastics education research: Reflections and challenges

Carmen Batanero

Universidad de Granada, España

Resumen

En este trabajo reflexiono sobre las circunstancias y razones que han llevado a la actual investigación sobre educación estocástica y su evolución en los últimos 30 años, en los que he colaborado a una parte de estos desarrollos. En primer lugar, argumento que muchos conceptos estadísticos pueden ser enseñados tanto a nivel básico como avanzado, pero el logro de una comprensión adecuada se facilita si se comienza en nivel elemental, apoyando al estudiante a progresar desde la escuela primaria a la universidad. En las siguientes secciones resumo la emergencia de la investigación en estocástica avanzada y las diferentes acciones que llevaron al desarrollo de la misma en los últimos 30 años. Finalizo con algunas reflexiones y sugerencias para guiar la investigación futura en el tema y algunas sugerencias para evitar transmitir a los estudiantes concepciones erróneas y sesgos.

Palabras clave: Educación estocástica, resumen de la investigación, evolución, propuestas de investigación.

Abstract

In this paper I reflect on the circumstances and reasons that led to the current situation of research in stochastics education and its evolution in the past 30 years, the period in which I was involved in part of these developments. I first argue that many stochastic concepts can be taught at both basic and advanced level; however a good understanding is only acquired when starting from elementary levels and supporting students in upgrading their progressive understanding since elementary school to university. The emergence of research in advanced stochastic is summarised in the next section and the different actions that collaborated to the evolution and development of this research throughout the past 30 years are analysed. I finish with some reflections and suggestions to guide future research on the subject.

Keywords: Stochastics education, summary of research, evolution.

1. Introducción

Al elegir el tema de esta presentación, decidí revisar algunos trabajos previos (Artigue, Batanero y Kent, 2007; Batanero, 2004a y b; Batanero y Godino, 2005) y presentar una visión personal de la evolución que ha experimentado la investigación en educación estocástica en los últimos treinta años, el periodo en que he estado involucrada en algunos de los desarrollos en este campo. Al acercarme a la jubilación, es un buen momento para examinar el sendero recorrido, tratando de identificar los principales obstáculos encontrados a lo largo del camino, para tratar de aconsejar a otros investigadores sobre la forma de superar estos dilemas. Al mismo tiempo, esta reflexión es una oportunidad de identificar y agradecer la ayuda y contribuciones recibidas de tantas personas e instituciones a lo largo de este viaje.

La investigación en educación estocástica está actualmente bien establecida dentro de la comunidad de educación matemática, debido a la atención que la estadística y probabilidad reciben en los currículos de la escuela y la universidad, para responder a la necesidad de mejorar la cultura estadística de todos los ciudadanos y profesionales (Gal, 2002; 2005). Puesto que incluir un tema en el currículo no asegura automáticamente su

Batanero, C. (2019). Treinta años de investigación en educación estocástica: Reflexiones y desafíos. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Disponible en www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html

enseñanza y aprendizaje correctos, paralelamente está creciendo la investigación sobre formación de profesores para enseñar estocástica, dentro de la educación matemática (Batanero, Burrill y Reading, 2011; Groth y Meletiou- Mavrotheris, 2017). La situación era muy diferente hace 30 años, cuando pocos educadores matemáticos se interesaban por esta área. Incluso aunque el Instituto Internacional de Estadística (ISI) organizó una mesa redonda para discutir este tema en 1990 (Hawkins, 1990), el resultado fue un estudio sobre la educación de los profesores alrededor del mundo, más que un esfuerzo por lanzar la investigación en este área.

La educación estocástica se enfrenta a sus propios dilemas, comparada con la educación matemática. Un ejemplo paradigmático es la inferencia estadística, cuya investigación reciente he analizado en otro trabajo (Batanero, 2018). Al igual que otros temas estocásticos avanzados, la inferencia se enseña generalmente en el nivel universitario e incluso en el bachillerato en algunos países, pero, a pesar de ello, generalmente se comprende y aplica mal. En la enseñanza universitaria, generalmente es responsabilidad de profesores con una variedad de formación, usualmente estadísticos, pero también ingenieros, economistas, médicos o psicólogos y muy raramente, matemáticos o educadores matemáticos. Pocos de estos profesores están involucrados en la investigación en educación estocástica, puesto que están obligados a investigar en sus áreas de conocimiento. Asistimos, sin embargo, a un crecimiento exponencial de las publicaciones que describen innovaciones didácticas, principalmente haciendo uso de la simulación intensiva, conjuntos de datos reales o visualizaciones¹; pero pocas de estas propuestas están basadas en un estudio profundo del aprendizaje del estudiante al utilizar estas herramientas.

En las siguientes secciones, primero argumentaré que las fronteras entre la estocástica elemental y avanzada son difusas; luego describiré mi visión personal de las contribuciones a la investigación en educación estocástica realizadas desde diferentes disciplinas, así como de los principales sucesos y acciones que han conducido a la situación actual de esta investigación. Acabaré con un resumen de las principales tendencias actuales y ofreceré algunas ideas para continuar la investigación en educación estocástica.

2. Niveles elemental y avanzado en la enseñanza de la estocástica

Siguiendo la tradición europea, discutida en Batanero y Borovcnik (2016), prefiero hablar de estocástica, porque la estadística y la probabilidad están ligadas indisolublemente, puesto que no recogemos datos estadísticos de fenómenos deterministas, cuyos datos se generan mediante fórmulas matemáticas. Hay también cierta incertidumbre en los datos estadísticos, por lo que la aleatoriedad siempre subyace, incluso si sólo nos interesamos en el estudio descriptivo de los datos recogidos. Más aún, aparte de los juegos de azar, es difícil estimar la probabilidad de los sucesos o actualizar su probabilidad si no se dispone de datos estadísticos, por lo que el muestreo y la estimación están incardinados en las concepciones frecuenciales y bayesiana de la probabilidad, cuyas aplicaciones son mucho mayores que las de la probabilidad clásica. En resumen, usamos el término estocástica para enfatizar la dependencia mutua del conocimiento y razonamiento sobre probabilidad y estadística, que están interconectadas y deben enseñarse conjuntamente.

1. Ver, por ejemplo, Gapminder (<https://www.gapminder.org/>) o la página web Understanding uncertainty (<https://understandinguncertainty.org/>).

A continuación describiré mi punto de vista sobre las diferencias entre estocástica elemental y avanzada. Cuando se publicó el libro de Tall (1991), la principal preocupación de los investigadores en pensamiento matemático avanzado fue explorar los procesos cognitivos que subyacen en el aprendizaje de algunos temas (como cálculo y álgebra), sin prestar atención a la estadística o probabilidad. Artigue, Batanero y Kent (2007) consideraron una variedad mayor de problemas de investigación, marcos teóricos y temas matemáticos avanzados y, por primera vez, se incluyó la probabilidad y estadística en un capítulo sobre pensamiento matemático avanzado. A pesar de ello, los autores reconocieron la existencia de una comunidad de investigación específica en educación estocástica, con pocos vínculos con la educación matemática.

Una razón de esta separación fue la variedad de conocimientos previos e intereses de los estudiantes, ya que se enseña estadística, por ejemplo, a los geógrafos, científicos, sociólogos, psicólogos, educadores o profesionales de la salud, que no siempre habían cursado previamente álgebra o cálculo avanzados. Con frecuencia esto suponía tener que enseñar estocástica avanzada a estudiantes con poca experiencia en matemática avanzada. Desafortunadamente, muchos de estos cursos presentaban la materia como una lista de recetas, con poco énfasis en promocionar el razonamiento estocástico adecuado, lo que llevó a la falta de satisfacción de los estudiantes y su poco interés en aplicar este conocimiento en su trabajo futuro.

Más aún, como argumentan Artigue et al. (2007), la distinción entre temas estocásticos elementales y avanzados es muy difusa, puesto que los currículos actuales incluyen temas avanzados como la correlación o los coeficientes de confianza en la escuela secundaria o bachillerato en muchos países. Por otro lado, se puede reducir la dificultad de muchos de estos temas si la enseñanza se basa en la simulación. Como resultado, muchas ideas estadísticas y probabilísticas, incluida la inferencia, pueden enseñarse hoy tanto a nivel elemental como avanzado, dependiendo de la profundidad del estudio y del tipo de estudiantes a los que transmitimos estas nociones.

Consideremos, por ejemplo, un concepto aparentemente simple, como es el de independencia. A pesar de su definición sencilla, dada por la regla del producto, su aplicación en diferentes contextos es difícil, como se ha mostrado en diferente investigación (Díaz, Batanero y Contreras, 2010). Así, la gente relaciona la independencia con la causalidad, o el orden temporal de los sucesos, cuando no son relevantes; además, en las aplicaciones reales, los datos nunca tendrán independencia perfecta. En estas aplicaciones no podemos usar la regla del producto y sólo aceptaremos la independencia cuando los datos pasan algunos contrastes estadísticos. Pero la aplicación de dichos contrastes requiere la comprensión de la lógica del contraste de hipótesis y de la distribución muestral, que son ideas estocásticas avanzadas en las que los estudiantes tienen muchas dificultades. Aún más, las distribuciones muestrales se generan bajo la hipótesis de independencia de las observaciones, por lo que todos estos conceptos dependen unos de otros y se crea una situación circular. Un análisis semejante puede hacerse de la idea aparentemente simple de aleatoriedad, que, sin embargo, tiene muchos significados (Batanero, 2016), y de nuevo está ligada a las de independencia y contraste de hipótesis.

Consideramos ahora los contrastes de hipótesis, un tema en que la mayoría de los profesores y estudiantes consideran avanzado. En un trabajo anterior (Batanero, Díaz y López-Martín, 2017) describimos los pasos necesarios para aplicar un contraste de hipótesis en las metodologías de Fisher, Neyman-Pearson, bayesiana y remuestreo.

Usando ideas del enfoque ontosemiótico (Godino, 2002; Godino y Batanero, 1994; Godino, Batanero y Font, 2007), analizamos las prácticas matemáticas típicas de cada uno de estos métodos e identificamos parte de los objetos matemáticos (lenguaje, problemas, conceptos, propiedades y procedimientos) ligados a cada una de estas prácticas. Concluimos que la dificultad de cada uno de estos enfoques de los contrastes estadísticos para los estudiantes puede ser diferente. Por tanto la complejidad de los contrastes estadísticos dependerá del enfoque metodológico y del grado de formalización empleado en la enseñanza.

Más aún, si consideramos la sugerencias recuentes dirigidas a introducir informalmente la inferencia estadística (como Noll, Gebresenbet y Glover, 2016), el número y profundidad de los conceptos implicados en un contraste estadístico disminuye, en parte porque el método se basa en el remuestreo y no en la inferencia frecuencial. y en parte porque la enseñanza se concentra en aprender a simular la situación y la regla básica para identificar los resultados que llevan al rechazo de la hipótesis, sin discusión de los conceptos que subyacen en el procedimiento

Desde otro punto de vista, podemos argumentar que la complejidad de un concepto matemático dependerá del nivel de razonamiento algebraico requerido de los estudiantes para trabajar con él y aplicarlo. Varios autores han estudiado el razonamiento algebraico y definen niveles de complejidad para las tareas propuestas a los estudiantes y las soluciones a dichas tareas. En la jerarquía de seis niveles introducida por Godino, Neto, Wilhelmi, Aké, Etchegaray y Lasa (2015), los niveles algebraicos 4 y 5 se caracterizan por la presencia de parámetros (nivel 4) y la necesidad de operar con parámetros (nivel 5). Los parámetros aparecen en estocástica no sólo en el estudio de la inferencia, donde los estudiantes deben estimar parámetros como la media o proporción poblacional, a partir de datos de una muestra aleatoria. Los parámetros sirven también para especificar la función de densidad o de probabilidad de las variables aleatorias que siguen diferentes modelos teóricos, como el normal o binomial. En el estudio de la regresión, los estudiantes deben estimar los parámetros de la curva de ajuste. Entonces, dependiendo de si sólo hay que estimar los parámetros u operar con ellos (por ejemplo al tipificar una distribución normal), se requiere un nivel algebraico 4 o 5 en estas actividades en el modelo de Godino et al. Más aún, el nivel superior 6, caracterizado por la operación con estructuras algebraicas aparecerá en la definición formal del experimento, espacio muestral y probabilidad compuestos. Por supuesto, es posible acercarse informalmente a todos estos conceptos (lo que hacemos con frecuencia) y así reducir el nivel algebraico requerido de los estudiantes. Por ejemplo, al usar enfoques informales a la inferencia, basados en la simulación, no necesitamos explicitar formalmente los parámetros a los estudiantes; sólo les pedimos considerar si un resultado es verosímil o no, dados los datos obtenidos en un número de simulaciones de la situación que contrastamos. Entonces, el estudiante sólo trabaja con variables; ni siquiera necesita resolver ecuaciones u operar con las variables; por tanto sustituimos los niveles algebraicos 4 o 5 por niveles 2 o incluso 1 de razonamiento algebraico.

En consecuencia, veo el adjetivo “avanzado” no como unido a conceptos estocásticos particulares y no a otros. Pienso, en su lugar, que depende de la forma en que tratemos el concepto en la enseñanza y del tipo de situaciones en que apliquemos el concepto. Es razonable entonces comenzar la enseñanza del tema de la forma más sencilla posible y para algunos estudiantes probablemente este tipo de conocimiento informal es todo lo que necesitan. Sin embargo cuando enseñamos a profesionales de diferentes campos, estudiantes de bachillerato científico e incluso a profesores, será importante hacerles

progresar a un nivel superior, si queremos que adquieran un conocimiento estocástico profundo.

Una vez clarificadas estas ideas, presentaré, en primer lugar, la evolución de la investigación en educación estocástica los últimos 30 años, para seguir con algunos hitos que han contribuido al cambio de perspectiva o refuerzo de esta investigación. Finalmente trataré de describir las tendencias actuales y sugerir posibles formas de continuar la investigación en educación estocástica.

3. El desarrollo de la investigación en educación estocástica

Una parte substancial de la investigación pionera en razonamiento y aprendizaje estocástico se ha llevado a cabo fuera de la educación matemática. Diferentes campos han contribuido con varios paradigmas de investigación y marcos teóricos que han sido analizados en trabajos de survey como los de Batanero, Chernoff, Engel, Lee y Sánchez (2016); Bakker, Hahn, Kazak y Pratt (2018), Ben-Zvi, Makar y Garfield (2018), Chernoff y Sriraman (2014), Jones (2005), Jones, Lagrall y Mooney (2007), Jones y Thornton (2005), Kapadia y Borovcnik (1991), Shaughnessy (1992; 2007), Shaughnessy, Garfield y Greer (1996), o Zieffler, Garfield y Fry (2018). A continuación hago un resumen de las principales contribuciones de la psicología, la estadística y la educación matemática a la educación estocástica.

Investigación en psicología

La primera investigación en razonamiento probabilístico comenzó con el trabajo pionero de Piaget e Inhelder (1951), quienes investigaron el desarrollo del razonamiento probabilístico del niño y describieron etapas en el desarrollo de conceptos como los de aleatoriedad, espacio muestral, combinatoria, distribución y convergencia. Los autores asumieron que el razonamiento de los niños evoluciona a través de diferentes etapas de desarrollo: preoperacional (4 a 7 años); operacional concreta (8 a 11 años); y operacional formal (después de 11 años). Aunque los autores asumen que el orden de las etapas no varía, también sugieren que la edad en que se alcanzan las diferentes etapas puede variar bastante y que no todos los sujetos alcanzan el periodo de las operaciones formales.

Muchos investigadores trataron de confirmar o complementar su descripción de estas etapas (ver un resumen en Jones y Thornton, 2005), siendo Fischbein (1975) el más influyente, con sus teorías sobre las intuiciones. Fischbein describe las intuiciones como mecanismos cognitivos globales y autoevidentes, que pueden ser modificadas por la instrucción, de modo que estuvo en favor de comenzar la enseñanza de la probabilidad lo antes posible. Aunque sus estudios no estuvieron directamente relacionados con la enseñanza o el aprendizaje de la probabilidad, han tenido gran influencia para incluir la enseñanza de la probabilidad en la escuela primaria y para promover nueva investigación.

Respecto a la estocástica avanzada, la investigación pionera también tiene su origen en la psicología y cambió nuestra confianza en la racionalidad del ser humano. Los psicólogos nos convencieron de que la mayor parte de los adultos educados tienen a tomar decisiones incorrectas en diferentes actividades ligadas a su trabajo profesional, por ejemplo, en medicina, ejército, legislación o política.

Diferentes marcos teóricos trataron de explicar estos comportamientos aparentemente irracionales. Entre ellos, el programa de *heurísticas y sesgos* (Kahneman, Slovic y Tversky; 1982) dominó en las últimas dos décadas del siglo XX y todavía tiene mucha influencia en la investigación sobre razonamiento y aprendizaje de los estudiantes. Los autores que siguen este marco, suponen que las personas no siguen las reglas matemáticas normativas que guían la inferencia estadística cuando toman decisiones en ambientes de incertidumbre. En su lugar, emplean estrategias intuitivas que reducen la complejidad de las tareas estocásticas a problemas más sencillos; aunque estas heurísticas son frecuentemente útiles en ciertas circunstancias, producen errores sistemáticos en otros problemas y son resistentes al cambio. Un ejemplo muy conocido es la *heurística de la representatividad*, mediante la cual las personas tratan de estimar la verosimilitud de un suceso considerando sólo la medida en la cual el suceso representa ciertos aspectos de la población correspondiente. Un sesgo asociado es la creencia en la *ley de los pequeños números* o creencia de que, incluso una muestra pequeña, debe reflejar exactamente todas las características de la distribución en la población.

Otro marco teórico es el de *algoritmos adaptables* (Cosmides y Tooby, 1996; Gigerenzer, 1994). Esta teoría postula que usamos algoritmos adaptables, que adquirimos debido a la selección natural en cada especie, a lo largo de un periodo de tiempo y nos ayudan a resolver problemas de adaptación, como la comunicación o la búsqueda de agua o alimento. Puesto que estos algoritmos se conforman mediante el ambiente natural, son más efectivos cuando las tareas se dan en un formato cercano a aquél en que encontramos los datos en la vida ordinaria. Según esta teoría, la dificultad de los problemas de estadística disminuye cuando los datos se presentan en frecuencias absolutas (naturales) en vez de mediante razones o porcentajes (Sedlmeier, 1999). La explicación es que las representaciones mediante frecuencias absolutas llevan a algoritmos más sencillos, que dan soluciones asequibles a muchos problemas estadísticos, mientras que la mayoría de las personas son incapaces de usar algoritmos complejos que se requieren cuando la información se da mediante fracciones o porcentajes (Gigerenzer, 1994).

Investigación en estadística

La mayor contribución a la educación estocástica se ha originado dentro de la misma estadística y comenzó con la creación del Education Committee en el International Statistical Institute (ISI), en un momento en que la principal preocupación del ISI fue la de formar mejores estadísticos y obtener informes estadísticos fiables en los países en vía de desarrollo (Vere-Jones, 1995; Zieffler et al., 2018). Al final del siglo XX, las diferentes aplicaciones de la estadística comenzaron a enfatizar métodos y procedimientos cada vez más especializados, que se reflejaron en la variedad de cursos en temas como estadística bayesiana o multivariante, métodos no paramétricos o remuestreo. Al mismo tiempo, cada vez más universidades comenzaron a enseñar estadística a una diversidad de estudiantes. La necesidad de encontrar métodos para enseñarles estas técnicas, se reflejaron en las diferentes sesiones de trabajos invitados en los congresos ICOTS.

El Education Committee comenzó a prestar atención a la educación estadística en la escuela a mediados de los setenta y organizaron en 1982 el primer *International Conference on Teaching Statistics (ICOTS)* que han continuado cada cuatro años intentando reforzar los vínculos entre los profesores de estadística y los investigadores,

así como los usuarios de la estadística. Estas conferencias se complementaron con una serie de Round Table Conferences sobre temas específicos. La revista *Teaching Statistics* se publicó por primera vez en 1979 y *Journal of Statistics Education* en 1993, y pronto fueron instrumentos de mejora de la educación estadística en todo el mundo.

Algunos estadísticos desarrollaron métodos específicos para describir la actividad llevada a cabo por los estadísticos, y los procesos de modelización y pensamiento estadístico. El que tuvo más influencia fue el desarrollado por Wild y Pfannkuch (1999), que describe el razonamiento estadístico con cuatro componentes. El primero es el ciclo de investigación PPDAC (problema, planificación, datos, análisis, conclusión); el segundo el ciclo interrogativo, el tercer describe los tipos de razonamiento que se presentan en un problema estadístico y finalmente se asumen una serie de disposiciones como la curiosidad, imaginación o escepticismo

Otra contribución importante surgió de la colaboración entre estadísticos y profesores de matemáticas en los Estados Unidos, donde la American Statistical Association (ASA) junto con el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) constituyeron un comité que produjo los *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education* (GAISE, Aliaga et al., 2005; Franklin et al., 2007), que contienen una serie de recomendaciones para enseñar estadística en la escuela y la universidad. Estos documentos inspiraron la investigación posterior; por ejemplo, sobre comparación de directrices curriculares en diferentes países o comparación de las mismas con estas directrices. Otro desarrollo importante fue el proyecto *Census at school* (new.censusatschool.org.nz/); el papel de diferentes organizaciones en el impulso a la educación estadística se describe en Zieffler et al. (2018).

Como consecuencia de todo este interés y de la expansión de la enseñanza de la estocástica en la universidad, la investigación en educación estocástica comenzó a crecer poco a poco bajo la influencia de otros proyectos e iniciativas de la American Statistical Association (e.g. Undergraduate Statistics Education Initiative (USEI) o Consortium for the Advancement of Undergraduate Statistics Education (CAUSE)). Pero más importante aún fue la creación de la International Association for Statistical Education (IASE) cuyo trabajo se resume en las siguientes secciones.

Investigación en educación matemática

El enfoque de la investigación realizada por los educadores matemáticos es muy diferente de la de los psicólogos. Por un lado, los análisis matemáticos y epistemológicos indican que la complejidad de los conceptos, tareas y respuestas de los estudiantes investigados es, con frecuencia, mayor que lo supuesto en psicología, lo que indica la necesidad de investigarlos desde una perspectiva matemática. Por otro lado, el centrarse en tareas aisladas no siempre revela en profundidad la comprensión de un concepto por el estudiante, puesto que sus respuestas son muy dependientes de las variables de la tarea. Los constructos teóricos de la educación matemática también contribuyen a una perspectiva diferente del mismo fenómeno.

La investigación en educación estocástica como un campo de la educación matemática trata de responder a estos desafíos y hoy día está bien establecida, como se muestra en los grupos de estocástica del International Congress of Mathematics Education (ICME), European Mathematics Education Conferences (CERME), y congresos regionales o nacionales como la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME) o los

Simposios de la Sociedad Española de Educación Matemática (SEIEM). En estas conferencias la educación estocástica se considera un componente de la educación matemática, lo que se observa también en las conferencias y trabajos invitados en las mismas. Por otro lado, los handbooks recientes de educación matemática incluyen capítulos sobre la investigación en educación estocástica (como Borovcnik y Peard, 1996 Jones, Langrall y Mooney, 2007; Shaughnessy, 1992; 2007; Shaughnessy, Garfield y Greer, 1996).

Finalmente, otros signos de madurez de la educación estocástica son los números temáticos publicados en diferentes revistas de educación matemática y la posibilidad de realizar una tesis doctoral o de master en educación estocástica en muchos departamentos universitarios.

4. Algunos hitos

En los párrafos anteriores he resumido las diferentes contribuciones de varias disciplinas al estado actual de la investigación en educación estocástica. Observamos hoy día la confluencia de estos grupos y paradigmas tan variados bajo el paraguas del nuevo campo de educación estadística. Varios sucesos han contribuido a esta integración, impulsados por diferentes asociaciones, revistas y conferencias que ayudaron a difundir resultados de investigación, teorías y métodos según se iban creando. Zieffler et al. (2018) describen algunos hitos en la historia de la educación estadística en la escuela secundaria y universidad, desde el punto de vista de los cambios en los programas educativos y currículos. A continuación, me enfoco, a su vez en los sucesos que han contribuido a la actual riqueza de la investigación en educación estocástica.

El suceso más importante fue la creación en 1991 de la *International Association for Statistics Education (IASE)* como sección independiente del ISI. La nueva asociación tomó a su cargo la organización de los ICOTS desde 1994 cada cuatro años y de las conferencias Round Tables sobre temas específicos: *Introducción del análisis de datos en las escuelas* (Pereira- Mendoza, 1993), *Paper de la tecnología en la enseñanza y aprendizaje de la estadística* (Garfield y Burrill, 1997), *Formación de investigadores en el uso de la estadística* (Batanero, 2001), *Desarrollo curricular en estadística* (Burrill y Camden, 2005), *Estudio conjunto ICMI/IASE* (Batanero, Burrill y Reading, 2011), *Tecnología en educación estadística* (Gould, 2012) y *Promoción de la comprensión de las estadísticas sociales* (Engel, 2016). Además, IASE ha organizado otras conferencias como satélites a las sesiones del ISI.

La conferencia Round table de 2008, celebrada en Monterrey, Mexico fue especial, en el sentido de que reforzó la colaboración formal entre IASE y la International Commission on Mathematical Instruction (ICMI), iniciada unos años antes, cuando IASE fue invitada a sugerir organizadores para los grupos de trabajo de probabilidad y estadística en los congresos ICME (International Congress on Mathematical Education) conferencias. Desde mediados de 1980, ICMI inició su programa de *ICMI studies*, orientado a promover la investigación sobre temas de especial interés en educación matemática (www.mathunion.org/icmi/activities/icmi-studies). Estos estudios comparten una estructura común, que incluye una conferencia específica y la preparación y publicación de una monografía relacionada con ella (www.springer.com/series/6351). La idea de colaboración surgió del interés de ICMI por mejorar la enseñanza de la estadística en la escuela y la concienciación de que el cambio en la enseñanza dependería de la forma en que los profesores pudieran ser

preparados para enseñarla. Aún más, aunque había en ese momento ya una gran cantidad de investigación sobre la formación y desarrollo profesional del profesor de matemáticas, el caso particular de la estocástica, no había sido considerado.

En 2005 se iniciaron los contactos entre ICMI e IASE, quedando claro el interés común de organizar un estudio conjunto sobre los problemas de enseñanza de la estadística dentro de la matemática escolar. La invitación del ICMI para colaborar en este estudio conjunto fue aceptada por IASE, que, a su vez, sugirió que la conferencia del estudio se uniera a la 2008 IASE Round Table Conference. Como consecuencia del acuerdo, se celebró la Joint ICMI/IASE Study Conference sobre el tema, *Enseñanza de la estadística en la matemática escolar. Desafíos para la enseñanza y la formación de los profesores* en el Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores, Monterrey (ITESM), Monterrey Campus, Mexico en Julio de 2008 y la monografía resultante se publicó en 2011 (Batanero, Burrill y Reading, 2011). Este estudio marcó un punto de inflexión y contribuyó sustancialmente a aumentar la investigación sobre formación de los profesores.

Otro hito para la investigación en educación estadística fue la creación de revistas específicas de investigación. Aunque los estadísticos habían promovido algunas como *Teaching Statistics* y *Journal of Statistics Education* para compartir métodos de enseñanza e ideas para la clase y, eventualmente, informar a los profesores de la investigación sobre educación estadística, la primera revista específica de investigación sobre enseñanza y aprendizaje de la estadística se creó en 2001, *Statistics Education Research Journal*. La finalidad de la misma fue promover la investigación y unificar las piezas aisladas para progresivamente desarrollar un conocimiento más general sobre la educación estadística. En 2018, no se ha interrumpido la publicación de dos números anuales de la revista que cuenta con 17 volúmenes; varios editores, como Flavia Jolliffe y yo misma, Iddo Gal, Tom Short, Peter Petocz, Bob delMas, Maxine Pfannkuch, Manfred Borovcnik y Jennifer Kaplan, así como prestigiosos investigadores que editaron números temáticos, ayudaron a que la revista haya conseguido una reputación en el campo y esté actualmente indexada en Scopus. Actualmente esta revista se ha complementado con otras como *Statistique et Enseignement* o *Technology Innovations in Statistics Education*.

5. Investigación en educación estocástica en Iberoamerica

Las barreras iniciales, debidas al lenguaje, explican el hecho de que, inicialmente, pocos educadores estadísticos en la península Ibérica o Iberoamerica participasen en conferencias internacionales o publicasen en las revistas donde el inglés es la principal lengua de comunicación. Poco a poco, algunos investigadores de diferentes países en este área geográfica se reunieron en las conferencias ICOTS e ISI, así como en conferencias de estadística de educación matemática que tuviesen un componente de educación estocástica. Estos investigadores comenzaron a crear vínculos de coepración y como consecuencia la investigación en educación estocástica ha crecido rápidamente en la península Ibérica e Iberoamerica

Un suceso importante que ayudó a crear estos vínculos fue la celebración de ICOTS 7 en 2006 en Salvador de Bahia, Brasil. El tema “trabajo cooperativo en educación estadística” se reflejó en la conferencia, no sólo en los diferentes temas, sino en muchas formas complementarias. Ofrecer una inscripción reducida a los investigadores en la región permito tener más de 200 educadores estadísticos iberoamericanos en la

conferencia, en la que se organizó al menos una sesión paralela en español y portugués a lo largo de todas las sesiones del programa. Además, se organizaron reuniones en estas lenguas de grupos de interés especial en las horas del almuerzo y de la tarde-noche. Esto ayudó a establecer muchos vínculos que llevaron con el tiempo a foros de Intenet, o conferencias y publicaciones regionales.

Actualmente contamos con congresos bien establecidos, como el *Encuentro Colombiano de Educación Estocástica* (ECEE, tercera edición en 2018) in Colombia, el *Encuentro Internacional de la Enseñanza de la Probabilidad y Estadística* (EIEPE, octava edición en 2018), en México, *Encontro de probabilidades e estatística na escola in Portugal* (cuarta edición en 2017), *Encuentro de Didáctica de la Estadística la Probabilidad y el Análisis de Datos* (EDEPA, sexta edición en 2018) en Costa Rica, y el *Encuentro Latinoamericano en Educación Estadística* celebrado en 2008 in México. Igualmente encontramos componentes de educación estadística en conferencias de educación matemática o de estadística en otros países, lo que indica la fuerza de esta investigación en la región.

El boletín *Hipótesis Alternativa* (<http://www.ucv.ve/hipotesis>), apoyado por IASE como publicación regional en América latina y editado por Audy Salcedo y otros boletines, como ACESEST o grupos como RELIEE (Latin american statistics education research network) ligado a RELME (Latin american mathematics education conferences) desde 2013, ayudan a difundir la información y mantener los vínculos entre investigadores. Un número de grupos de investigación, como el Grupo de Estudos em Raciocínio Combinatório do Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, liderado por Rute Borba también se crearon para apoyar esta investigación.

En la Universidad de Granada, el interés por la educación estocástica se desarrolló al establecerse el programa de doctorado de educación matemática en 1988 y el grupo de investigación sobre educación estadística (<http://www.ugr.es/~batanero/>). Algunos profesores universitarios de diferentes países comenzaron investigaciones sobre temas que debían enseñar a sus estudiantes, ya que estaban familiarizados con sus dificultades. Como consecuencia se realizaron tesis doctorales sobre temas estocásticos avanzados como los contrastes de hipótesis (Vallecillos, 1994), la distribución normal (Tauber, 2001), el teorema central del límite (Alvarado, 2007), coeficientes de confianza (Olivo, 2008), tablas de contingencia (Cañadas, 2012), variable aleatoria (Ruiz, 2013) o análisis de la varianza (Vera, 2015). Otras tesis se centraron en el análisis de libros de texto, la estadística descriptiva o la robabilidad y la formación de profesores; actualmente parte de estos doctorandos son profesores universitarios que dirigen nuevas tesis de doctorado.

Finalmente, la organización de las *Jornadas Virtuales sobre Enseñanza de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* en 2013 and 2015, apoyadas por el trabajo de José Miguel Contreras, y que ahora han cambiado al III International Virtual Congress on Statistical Education (<http://civeest.com/>) está ayudando a construir progresivamente vínculos entre colegas iberoamericanos interesados en la investigación en educación estocástica.

6. Tendencias y perspectivas

El resumen anterior sugiere que la educación estocástica plantea importantes desafíos a la investigación. En primer lugar, la investigación existente se ha llevado a cabo en

diferentes comunidades científicas y no sólo por educadores matemáticos, por lo que las fuentes de información son dispersas y no fácilmente accesibles. Al mismo tiempo, la diversidad de problemas de investigación, marcos teóricos y enfoques es muy amplia, y esto requiere un esfuerzo adicional del investigador al definir sus preguntas de investigación y elegir un marco teórico y método apropiados para responderlas. En el grupo de investigación de la Universidad de Granada, una estrategia ha sido trabajar en colaboración con investigadores involucrados en el desarrollo del enfoque onto-semiótico para la educación matemática (<http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/>). Esta cooperación ha llevado a análisis epistemológicos, cognitivos y didácticos más profundos y, como consecuencia, nuevos resultados de investigación, a la vez que se ha colaborado a la creación de nuevos constructos que han enriquecido el marco teórico.

Los currículos de matemática de diferentes países aumentan o disminuyen la relevancia dada a la educación estocástica, como consecuencia de factores en cierto modo aleatorios y del interés hacia la estocástica de los diseñadores curriculares. Este hecho es analizado para el caso específico de la probabilidad en el currículo de educación primaria en Estados Unidos por Langrall (2018) y puede llevar a generaciones de ciudadanos pobremente educados. Como sugieren Artigue et al. (2007), otra explicación de la poca relevancia de la estocástica en algunos currículos es la separación progresiva de las matemáticas y las aplicaciones de la estadística y el hecho de que la estadística cambia mucho más rápidamente que las matemáticas, depende mucho más del contexto y de la tecnología, además de ser usualmente enseñada a nivel post-secundario por no matemáticos. Los educadores matemáticos responsables de los cambios curriculares pueden no conocer estos cambios y no percibir la importancia de la educación estocástica para los estudiantes. Sin embargo, hoy día personas con poca formación en estocástica deben usar estas ideas enfrentado a los medios de comunicación o en el trabajo profesional en situaciones que requieren razonamiento estocástico para su correcta interpretación.

La formación de los profesores es todavía un tema prioritario de estudio. Aunque ha emergido mucha investigación, como consecuencia de la agenda de investigación propuesta en el Joint ICMI/IASE study, en realidad la investigación se está centrando sólo en el conocimiento estocástico de los profesores. Se debe dar prestar más atención a las diferentes facetas del conocimiento didáctico-estocástico del profesor, es decir, los aspectos epistémico, cognitivo, afectivo, mediacional, interaccional y ecológico de su conocimiento (Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017). El análisis de propuestas instruccionales para formar a los profesores en cada una de estas facetas también es necesario.

Como consecuencia, hay todavía un largo camino para hacer avanzar la investigación en educación estocástica, ya que la mayor parte de los trabajos de survey citados en la Sección 1 finalizan con una agenda de investigación, parte de cuyas ideas todavía son necesarias. Por ejemplo, en Batanero (2015) sugerí la necesidad de investigar en que forma las diferentes aproximaciones a la inferencia (en lugar del enfoque prevalente frecuencial) pueden ayudar a superar las dificultades de los estudiantes con el tema. Encontramos hoy día sugerencias para cambiar completamente la enseñanza de la inferencia, disminuyendo el nivel de razonamiento algebraico necesario y sustituyendo la teoría de la inferencia por simulación intensiva con ordenadores. Pero el éxito de esta aproximación informal a la inferencia debe ser todavía explorado, ya que la investigación preliminar arroja resultados contradictorios. Un número de cuestiones específicas de investigación se listan en Batanero et al. (2016), como, por ejemplo,

analizar la mejor forma y edad de introducir los diferentes significados de la probabilidad en el currículo o clarificar en qué modo el razonamiento probabilístico podría contribuir a reforzar las competencias matemáticas de los estudiantes. Es también necesaria una investigación más sistemática acerca de cómo los estudiantes usan la tecnología en las aulas y cómo la evaluación a gran escala puede reforzarse con la tecnología (Ridgway, 2016).

Para finalizar, es difícil resumir en unas pocas páginas los cambios y el crecimiento exponencial de la investigación en educación estocástica y la rápida incorporación de los investigadores iberoamericanos a esta tendencia. Probablemente llegaremos a un liderazgo de los países iberoamericanos en esta área en un futuro cercano, dado el número de investigadores implicados y las numerosas iniciativas descritas en este trabajo.

Acknowledgment: Project EDU2016-74848-P (AEI, FEDER) and Group FQM126 (Junta de Andalucía).

References

- Aliaga, M., Cobb, G., Cuff, C., Garfield, J., Gould, R., Lock, R., ...y Velleman, P. (2005). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE): College report*. Washington: American Statistical Association. Disponible en: http://www.amstat.org/asa/files/pdfs/GAISE/GAISEPreK-12_Full.pdf.
- Alvarado, H. (2007). *Significados del teorema central del límite en la enseñanza de la estadística en ingeniería*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Artigue, M., Batanero, C. y Kent, P. (2007). Mathematics thinking and learning at post-secondary level. En F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 1011-1049). Greenwich, CT: Information Age Publishing y NCTM.
- Bakker, A., Hahn, C., Kazak, S. y Pratt, D. (2018). Research on probability and statistics education in ERME: Trends and directions. En T. Dreyfus, M. Artigue, D. Potari, S. Prediger y K. Ruthven (Eds.), *Developing research in mathematics education - twenty años of communication, cooperation and collaboration in Europe*. Oxon: Routledge.
- Batanero, C. (Ed.). (2001). *Training researchers in the use of statistics*. Granada: International Statistics Institute.
- Batanero, C. (2004a). Los retos de la cultura estadística. *Yupana*, 1(1), 27-37.
- Batanero, C. (2004b). Statistics education as a field for research and practice. Regular lecture at the *Tenth International Congress on Mathematics Education*. Copenhagen, July, 2004: International Commission on Mathematics Education.
- Batanero, C. (2015). Aproximación informal al contraste de hipótesis. En J.M. Contreras (Ed.), *II Jornadas Virtuales de Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y la Combinatoria*. Granada: SEIEM.
- Batanero, C. (2016). Understanding randomness: Challenges for research and teaching. En K. Krainery N. Vondrová (Eds.). *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 34-49). Praga: European Society for Research in Mathematics Education.
- Batanero, C. (2018). Treinta años de investigación didáctica sobre el análisis inferencial de datos. En A. Avila (Ed.), *Rutas de la educación matemática* (pp. 186-199). México: Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación en Educación Matemática.

- Batanero, C. y Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*, Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Batanero, B., Burrill, G. y Reading, C. (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education*. A Joint ICMI/IASE Study. New York: Springer.
- Batanero, C., Chernoff, E., Engel, J. Lee, H. y Sánchez, E. (2016). *Research on teaching and learning probability*. New York: Springer. ICME-13. Topical Survey series.
- Batanero, C. y Díaz, C. (2007). Meaning and understanding of mathematics. The case of probability. En J.P Van Bendegen y K. François (Eds), *Philosophical dimensions in mathematics education*. (pp. 107-127). New York: Springer,
- Batanero, C., Díaz, C. y López-Martín, M. M. (2017). Significados del contraste de hipótesis, configuraciones epistémicas asociadas y algunos conflictos semióticos. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M.M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en: <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>.
- Batanero, C. y Godino, J. (2005). Perspectivas de la educación estadística como área de investigación. En L. Blanco (Ed.), *Líneas de investigación en Didáctica de las Matemáticas* (pp. 203-226). Badajoz: Universidad de Extremadura.
- Ben-Zvi D., Makar K. y Garfield J. (2018). *International handbook of research in statistics education*. New York: Springer,
- Borovcnik, M. y Peard, R. (1996). Probability. En A. Bishop, M.A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick y C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 239-288). Dordrecht: The Netherlands: Kluwer.
- Burrill, G. y Camden, M. (2005). *Curricular development in statistics education: International Association for Statistical Education 2004 Roundtable*. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute. Disponible en: https://iase-web.org/Conference_Proceedings.php?p=Curricular_Development_2004.
- Cañadas, G. R. (2012). *Comprensión intuitiva y aprendizaje formal de las tablas de contingencia en alumnos de psicología*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Chernoff, E. J. y Sriraman, B. (Eds.) (2014a), *Probabilistic thinking. Presenting multiple perspectives*. New York: Springer.
- Cosmides, L. y Tooby, J. (1996). Are humans good intuitive statisticians after all? Rethinking some conclusions from the literature on judgment under uncertainty. *Cognition*, 58, 1-73.
- Díaz, C., Batanero, C. y Contreras, J. M. (2010). Teaching independence and conditional probability. *Boletín de Estadística e Investigación Operativa*, 26(2), 149-162.
- Engel, J. (Ed.) (2016), *Promoting understanding of statistics about society. Proceedings of the Roundtable Conference of the International Association of Statistics Education*, Berlín: IASE. Disponible en: https://iase-web.org/Conference_Proceedings.php?p=Stat_and_Internet_2003.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive source of probability thinking in children*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M. y Scheaffer, R. (2007). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A Pre-K-12 curriculum framework*. Alexandria, VA: American Statistical Association. Disponible en: www.amstat.org/Education/gaise/.

- Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities (with discussion). *International Statistical Review*, 70(1), 1-51.
- Gal, I. (2005). Towards "probability literacy" for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. En G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school. Challenges for teaching and learning* (pp. 39-63). Dordrecht: Kluwer.
- Garfield, J. y Burrill, G. (1997). *Research on the role of technology in teaching and learning statistics, Proceedings of the 1996 IASE Round Table Conference*. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute. Disponible en: https://iase-web.org/Conference_Proceedings.php?p=Role_of_Technology_1996.
- Gigerenzer, G. (1994). Why the distinction between single-event probabilities and frequencies is important for psychology (and vice-versa). En G. Wright y P. Ayton (Eds.), *Subjective probability* (pp. 129-161). Chichester: Wiley.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 22(2-3), 237-284.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM*, 39(1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C. y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, 31(57), 90-113.
- Godino, J. D., Neto, T., Wilhelmi, M., Aké, L., Etchegaray, S. y Lasa, A. (2015). Algebraic reasoning levels in primary and secondary education. En K. Krainer y N. Vondrová (Eds.). *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 426-432). Praga: European Society for Research in Mathematics Education.
- Gould, R. (2012) (Ed). *Technology in statistics education. Virtualities and realities. Proceedings of the Roundtable Conference of the International Association of Statistics Education*. Cebu, the Philipines. Disponible en: https://iase-web.org/Conference_Proceedings.php?p=Technology_in_Statistics_Education_2012.
- Groth, R. y Meletiou-Mavrotheris, M. (2018). Research on statistics teachers' cognitive and affective characteristics. En D. Ben-Zvi, K. Makar y J.B. Garfield (Eds.), *International handbook of research in statistics education* (pp. 327-355). Springer, Cham.
- Hawkins, A. (Ed.). (1990). Training teachers to teach statistics: *Proceedings of the International Statistical Institute Round Table Conference*, Budapest: International Statistical Institute.
- Jones, G. A. (2005). *Exploring probability in schools. Challenges for teaching and learning*. New York: Springer.
- Jones, G., Langrall, C. y Mooney, E. (2007). Research in probability: responding to classroom realities. En F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. Greenwich, CT: Information Age Publishing and NCTM.
- Jones, G. A. y Thornton, C. A. (2005). An overview of research into the teaching and learning of probability. En G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 65-92). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Kahneman, D., Slovic, P. y Tversky, A. (1982). *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases*. New York: Cambridge University Press.

- Kapadia, R. y Borovcnik M. (Eds.) (1991). *Chance encounters*. Dordrecht: The Netherlands: Kluwer.
- Langrall, C. W. (2018). The status of probability in the elementary and lower secondary school mathematics curriculum: The rise and fall of probability in school mathematics in the United States. En C. Batanero (Ed.), *Teaching and Learning Stochastics* (pp. 39-50). New York: Springer.
- Noll, J., Gebresenbet, M., y Glover, E. D. (2016). A modeling and simulation approach to informal inference: successes and challenges. En D. Ben-Zvi (Ed.), *The teaching and learning of statistics* (pp. 139-150). New York: Springer
- Olivo, E. (2008). *Significados de los intervalos de confianza para los estudiantes de ingeniería en México*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Pereira-Mendoza, L. (Ed.) (1993). Introducing data analysis into schools: Who should teach it and how? *Proceedings of the IASE Round Table Conference*. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Piaget, J. e Inhelder, B. (1975). *The origin of the idea of chance in children*. New York: Norton (Trabajo original publicado en 1951).
- Ridgway, J. (2016). Implications of the data revolution for statistics education. *International Statistical Review*, 84(3), 528-549.
- Ruiz, B. (2013). *Un análisis epistemológico y cognitivo de la variable aleatoria*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Sedlmeier, P. (1999). *Improving statistical reasoning. Theoretical models and practical implications*. Mahwah, NJ: Erlbaum
- Shaughnessy, J.M. (1992). Research in probability and statistics: Reflections and directions. En D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 465-494). New York: Macmillan.
- Shaughnessy, J. M. (2007). Research on statistics learning and reasoning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 957-1009). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Shaughnessy, J. M., Garfield, J. y Greer, B. (1996). Data handling. En A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick y C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (v.1, pp. 205-237). Dordrecht, Netherlands: Kluwer.
- Tauber, L. (2001). *La construcción del significado de la distribución normal en un curso de análisis de datos*. Tesis Doctoral. Universidad de Sevilla.
- Vallecillos A. (1994). *Estudio teórico-experimental de errores y concepciones sobre el contraste estadístico de hipótesis en estudiantes universitarios*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Vera, O. (2015). *Comprensión del análisis de varianza elemental por estudiantes universitarios*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Vere-Jones, D. (1997). The coming of age of statistical education. *International Statistical Review*, 63(1), 3-23.
- Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry (with discussion). *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.
- Tall, D. (Ed.). (1991). *Advanced mathematical thinking*. Dordrecht: Kluwer.
- Zieffler, A., Garfield J. y Fry E. (2018) What is statistics education? En D. Ben-Zvi, K. Makar y J. Garfield (Eds.), *International handbook of research in statistics education* (pp. 37-70). New York: Springer.