

ESCUELA UNIVERSITARIA
DE FORMACION
DEL PROFESORADO
DE E.G.B.

**HOMENAJE
A DON
JACINTO PRIETO DEL REY**



UNIVERSIDAD DE GRANADA
1981

Escuela Universitaria de Formación del
Profesorado de E. G. B.
Granada

HOMENAJE

A DON JACIENTO PRIETO DEL REY

© UNIVERSIDAD DE GRANADA. HOMENAJE A DON JACIENTO PRIETO DEL REY. Editado e impreso por el Secretariado de Publicaciones de la Universidad de Granada para la Escuela Universitaria de Formación del Profesorado de E.G.B. Depósito legal; Gr.428.1982. ISBN. 84.338.0154.3. 500 ejem.
Printed in Spain

Imprenta de la Universidad de Granada
Hospital Real. Granada
España

PROLOGO

Este conjunto de trabajos de un encomiable nivel pedagógico-científico, como puede comprobarse tan pronto como el lector vaya adentrándose en sus páginas, dejando a un lado el interés que pueda despertar, al haber sido redactado por un grupo de profesionales de la enseñanza, de gran competencia y con años de experiencia didáctica, tiene además y con carácter absolutamente prioritario, la intención de rendir tributo de agradecimiento a un hombre, que dedicó toda su vida a la nobilísima tarea de enseñar y que ahora se jubila. Los que hemos tenido el honor de compartir con él las alegrías y los sinsabores de la docencia, sabemos muy bien de su entusiasmo, abnegación y dedicación profesional hasta el punto de sentirnos sinceramente honrados con su ejemplo. Ejemplo que seguirá sirviéndonos de estímulo impaciente y acuciante esperanza, que cuando un hombre se entrega en cuerpo y alma a esta labor, merece toda la admiración y el respeto de quienes le rodean.

Así es Jaciento Prieto del Rey, que ejerció en casi todos los niveles docentes, desde Profesor de Enseñanza Elemental en las Escuelas de Mecánicos y Maquinistas de la Armada, en el Ferrol, a Catedrático de Filosofía de Escuelas Universitarias del Profesorado de E.G.B. pasando por la Adjuntía de la Facultad de Filosofía y Letras de la Universidad de Santiago de Compostela, y las Cátedras de Filosofía de los Institutos de Enseñanza Media de Huelva y Granada, alternando en ésta última su labor en las aulas del Instituto Angel Ganivet y la Escuela Universitaria del Profesorado de E.G.B.. Currículum por el que, creemos, se ha hecho

DIDACTICA DE LA MATEMATICA EN EL SEGUNDO NIVEL DE LA EDUCACION GENERAL BASICA

L. RICO ROMERO y E. CASTRO MARTINEZ

EN los cursos 77-78 y 78-79, el Equipo Granada-Mats ha concluido el estudio de los contenidos para el Area de Matemáticas en el segundo Nivel. Al terminar el estudio de un curso más solo nos queda elaborar la síntesis final del cúmulo de datos obtenidos e intentar exponer de forma coherente y precisa cuál es nuestra visión del tema en estudio, en este caso el aprendizaje de la Matemática según lo señalan los Cuestionarios Oficiales para el Segundo Nivel de la E.G.B.

Los datos del problema está claramente delimitados: Por una parte el alumno de 7 a 8 años con sus características psicológicas bien estudiadas por la Psicología Evolutiva; por otra parte el Cuestionario, que nos aparece como una ampliación de los temas ya iniciados en el Nivel anterior, y que por el carácter del conocimiento acumulativo que tienen las Matemáticas no parece susceptible de grandes modificaciones; en tercer lugar está el Profesor de este Nivel, encargado por la sociedad de formar al alumno en ésta y en otras Areas, y cuya tarea debe desarrollarse teniendo en cuenta no solo los dos primeros factores, sino también la forma concreta y la finalidad que la sociedad tiene en un momento determinado de exigir la educación de sus miembros.

Es precisamente a los Profesores a quienes va dirigido este trabajo para tratar de ayudarles en hacer rentable su tarea. Principalmente nos vamos a dedicar a aclarar la relación que existe entre los dos primeros

términos de nuestro planteamiento: alumnos y programa, sus condicionantes y sus posibilidades. No es misión del investigador el señalar líneas para el tercer término ya que es la propia sociedad la que va marcando sus exigencias por otros medios más ricos y complejos, pero sí entendemos que los datos que manejamos son una fotografía del momento, son resultados de unas exigencias y planteamientos previos, cuya expresión en un instante concreto queda aquí reflejada.

Por esto no sería honesto por nuestra parte el silenciar que sabemos que nuestro trabajo es incompleto ya que uno de los factores que intervienen en el mismo es de tipo dinámico y condiciona claramente a los otros dos. Podemos describir, con mejor o peor fortuna los dos primeros términos y llegar a matizar al máximo de nuestras posibilidades, pero hay que ser totalmente conscientes de un hecho básico: la realidad del aprendizaje se realiza en cada aula, con cada profesor y cada alumno concretos; y esto, que es lo realmente importante y esencial, se escapa de cualquier trabajo de investigación por muy completo que pretenda ser.

Queden pues por delante claras nuestras limitaciones y claros nuestros objetivos. Vamos a exponer qué contenidos y a qué alumnos van dirigidos los que corresponden al Área de Matemáticas del 2º Nivel de E.G.B. No vamos a darle recetas a nadie con las cuales se solventen de forma mágica las dificultades reales que se presentan en este aprendizaje. Aunque estemos trabajando con las Matemáticas, aún no se puede reducir a axiomas su didáctica.

EL ALUMNO

Pretender determinar al niño de 7 años mediante la enumeración de una serie de características que se suponen que predominan en esta edad con relación a las anteriores o posteriores es falsificar la cuestión. Las edades en Psicología no son —aunque muchos parezcan afirmar lo contrario— un fondo sobre el que se destacan una serie de comportamientos que no se habían dado con anterioridad y que posteriormente van a quedar desdibujados. Cuando se habla, como es éste el caso, del niño de 7 años, lo que queremos significar es que se han

realizado unos procesos de maduración biológica, que de acuerdo con ellos se producen unos determinados comportamientos y unos determinados posicionamientos de estos sujetos en la sociedad concreta que les ha tocado vivir, en este caso la nuestra occidental del último cuarto del siglo XX. Todo esto es lo suficientemente amplio como para que evitemos cualquier tentación de dogmatizar sobre nuestros conocimientos, pero al mismo tiempo lo suficientemente delimitado como para proceder a una descripción que señale marcos de referencia en los que se va a desenvolver nuestro sujeto, prioridades a tener en cuenta, características generales y su concreción en esta edad, etc.

Tanto si seguimos las corrientes de investigación psicológicas que dan predominio a la interpretación social del comportamiento como si seguimos a aquellos autores que dan prioridad a los procesos de maduración como motivadores de actuaciones, hemos de indicar que los 7 años son una edad clave, uno de esos intervalos de duración en los que se produce una modificación sustancial del comportamiento humano, como resultado, por supuesto, de toda una evolución anterior.

Así Osterrieth llama al período de 6-9 años el de “digregación de la subjetividad primitiva”. Si inicia este período a los seis años es porque a esta edad se comienza el proceso de socialización del niño mediante un hito importantísimo en nuestra sociedad: la entrada del niño en la Escuela. A partir de aquí el comportamiento se modifica de forma cualitativamente importante.

Las relaciones afectivas se alteran ya que el niño pasa a ser uno más entre varios, debe adaptarse a una normativa cuyas soluciones no son ni únicas ni primordialmente afectivas. A partir de los 7 años la sociedad de sus iguales adquiere tanta o más importancia que la familiar.

Por esto, razona Osterrieth, se produce una gran expansión de su universo en el terreno mental, no el manipulativo; la Escuela y la enseñanza que en ella se da satisfacen su curiosidad, su necesidad de realización su deseo de ser mayor. Como está maduro para el trabajo escolar, gracias a éste, da un salto adelante en la asimilación del mundo que le rodea; la orientación de su pensamiento continúa siendo esencialmente concreta, pero es un “concreto” menos inmediato, más

desligado de la percepción directa. *El niño se hace capaz de razonamiento y de comprensión objetiva en los límites de lo concreto.*

A esta edad los niños se agrupan, juegan o trabajan espontáneamente con sus compañeros. La independencia que se va adquiriendo respecto del mundo de los adultos va compensando con la tendencia a integrarse al mundo de sus iguales tratando de hacerse importante y de imponerse a ellos. Las relaciones que se establecen pueden resumirse así: "Se trata de que cada participante asegure la afirmación de sí mismo y la valoración que busca; para ello necesita a los otros y no puede enajenarlos, pero los otros tienen la misma necesidad y tratan igualmente de afirmarse. Hay que organizar esas tendencias contradictorias y asegurar a cada uno la satisfacción de su deseo y al mismo tiempo mantener la cohesión del grupo, necesaria para todos. Aparecen así los primeros juegos de reglas en donde la regla del juego y la organización de las actividades colectivas resultan de un compromiso entre la necesidad de afirmación individual y la de conservar el grupo, que permite esa afirmación".

Por esto el niño descubre la obligación de tener en cuenta a sus compañeros ya que en sus deseos y en sus intenciones egocéntricas se encuentran en pugna; *lo mismo sucede con las cosas sobre las que ejerce su actividad*, por su resistencia a su voluntad se le aparecen más cada vez como exteriores a él e indiferentes a sus deseos. Al realismo egocéntrico sucede un realismo objetivo.

Por todo ello el pensamiento se hace cada vez más analítico y más sensible a las realizaciones objetivas. Se inicia cierta crítica y sentimiento y de la contradicción y de la imposibilidad. Los 7 años son la edad de la flexibilidad, de la autocrítica, la edad del "pero..." y del "sin embargo..."; la edad en que la reflexión, el contacto con los elementos, sobrepasan a la simple afirmación basada en la creencia del deseo, en las apariencias perceptivas.

He aquí y de forma resumida el marco de referencia de aquellos autores que, como Osterrieth, estudian la evolución psicológica de los sujetos dando prioridad a sus aspectos sociales, tanto en sus fundamentos como en sus manifestaciones. Y es que aunque nos

afirman que el desarrollo social y el intelectual constituyen los mayores aspectos del incremento de la personalidad en este nivel, casi podemos ver que la pauta viene marcada por el desarrollo social, siendo el intelectual un pretexto o una consecuencia del anterior.

En el otro extremo tenemos a un autor como Piaget en donde la evolución psicológica del individuo viene explicada y justificada solo en términos de sus estadios anteriores, siendo sus manifestaciones sociales solo aspectos muy secundarios dentro de dicha evolución, que incluso podrían no darse sin que se modificara el proceso estudiado sustancialmente. Esta es una de las causas por la que creemos que Piaget es un autor profundo pero de lectura y comprensión difíciles. Su punto de vista primordial consiste en introducirse dentro del proceso de evolución psicológica y describirlo tal y como se va realizando, elaborando una metodología de estudio que nos transmita los fenómenos y estadios que se van recorriendo por sí mismos, sin dar una importancia excesiva a las manifestaciones afectivas y sociales que le van acompañando. La evolución del pensamiento es su tema principal.

He aquí en síntesis apretada cuál es su punto de vista del niño en la edad que nos ocupa.

Entre los 7-8 años se dan las siguientes etapas: un logro en la acción no se prolonga sin más en una representación adecuada; el primer obstáculo para la operación es la necesidad de reconstruir en el nuevo plano de la representación lo que ya está adquirido en la acción. Como hemos visto a lo largo de todo este estudio que aquí concluimos, son operaciones muy concretas las que se dominan a esta edad, pero todas ellas dominadas previamente como acciones.

Se pasa de un estado en el que todo está centrado en el propio cuerpo y en la propia acción a un estado de descentración en el que cada uno está situado objetivamente con relación a los objetos y los actos del universo.

Como el lenguaje y la función semiótica permiten no solo la evocación sino también la comunicación es por lo que el universo de la representación no está formado solo por objetos, sino igualmente de

sujetos exteriores y análogos al “yo”, y además los símbolos empiezan a tomar posesión como entes diferenciados de ese universo.

Si cupiera alguna duda del distinto punto de vista que supone Piaget respecto de los autores antes comentados, valga como muestra el párrafo que acabamos de transcribir: la relación social es posible porque hay un proceso de maduración del lenguaje y la función semiótica; no es por supuesto el lenguaje una excrecencia que producimos para dar mayor fluidez a nuestra relación social, sino que ésta es una —entre otras— consecuencia de nuestra madurez. Pero no por eso desprecia nuestro autor la importancia de las relaciones sociales. Las operaciones, continúa Piaget, implican siempre una posibilidad de intercambio, de coordinación individual e interindividual, y ese aspecto cooperativo constituye condición imprescindible de la objetividad, de la coherencia interna y de la universalidad de las estructuras operatorias.

A los 7-8 años se da el coronamiento de las operaciones concretas tanto es así que al menos “a nivel de iniciación” en este curso se estudian ya las cuatro reglas, si bien hemos visto que la extensión y la profundidad en el aprendizaje de cada una de ellas varía en función de su propia complejidad y de la casuística que lleva aparejada. Tenemos pues que, a nivel potencial el niño puede comprender, y por tanto dominar, cada una de las cuatro reglas.

Hasta los 7-8 años hay ausencia de las nociones de la conservación, se pasa de ignorar las transformaciones a no considerarlas como pasos reversibles de un estado a otro. A partir de los 7 años los estados están subordinados a las transformaciones. Los distintos momentos de una transformación están simultáneamente presentes en el pensamiento; éste en lugar de ir paso a paso en el sentido único impuesto por la sucesión de las percepciones, efectúa una especie de “vai vén” que le permite tener en cuenta a la vez momentos sucesivos y reunirlos en una totalidad coherente, donde figura tanto lo que es percibido actualmente como aquello que lo fue con anterioridad. Los fenómenos observados se engloban en una totalidad más vasta, unidos entre ellos por un sistema de relaciones que permiten corregir la intuición perceptiva considerada antes como absoluta.

Esta es la edad de las operaciones concretas: afectan directamente a los objetos y aun no a hipótesis y enunciados verbales. Estas operaciones se van coordinando en estructuras de conjunto, pero de forma progresiva y sin utilizar combinaciones generalizadas.

A esta edad es cuando se incrementa bastante el poder de reversibilidad del pensamiento; y es esta habilidad en la que se basa todo conocimiento lógico y matemático: en la posibilidad permanente de volver con el pensamiento al propio punto de partida.

Como vemos, tanto unos autores como otros, conceden una importancia especial a este período, a esta edad, y ello fundamentalmente porque en la misma se producen las transformaciones del pensamiento que posibilitan aquella transmisión de conocimientos a la que denominamos enseñanza.

Las características más importantes de esta transformación son las siguientes:

- El niño comienza a prescindir de la intervención humana y trata de estructurar la realidad; los fenómenos reciben una explicación más objetiva que antes aunque aún no sea exacta o científica.
- Comienza también a desligarse de las impresiones sensoriales y se hace capaz de resistirse a ellas, suspende su juicio intuitivo y lo sustituye por el razonamiento. Hacia los 7 años aparece la “reversibilidad del pensamiento”. Se rebasa ya la impresión sensorial del momento y se coordina con las impresiones anteriores. Los fenómenos observados se engloban en una totalidad más vasta, unidos entre ellos por un sistema de relaciones que permiten corregir la intuición perceptiva.
- El pensamiento pasa de intuitivo a operativo mediante agrupaciones de conjunto de las relaciones intuitivas que antes aparecían aisladas. Se dan cinco fases, según Piaget, en esta transformación y vamos a ejemplificar cada una de estas fases que el alumno puede realizar en el primer y segundo Nivel.

PRIMERA FASE: Las acciones sucesivas pueden coordinarse en una sola.

L. RICO ROMERO y E. CASTRO MARTINEZ

Se corresponden con esta fase las siguientes actividades del Primer Nivel:

- De dos objetos y tres objetos tengo cinco objetos... a $2 + 3 = 5$
- De añadir a n objetos un objeto más y tener una colección más amplia a pasar de n a su siguiente: $n + 1$
- De cinco objetos menos dos objetos tengo tres objetos a la operación: $5 - 2 = 3$
- Formar números de dos cifras a partir de las decenas y unidades.
- De sumar (o restar) unidades solas o decenas solas a sumar (restar) números de dos cifras.
- La comprensión de la noción intuitiva de conjunto como consideración simultánea (coordinación) de varios objetos, con o sin características comunes.
- La noción de número, intuitiva en este Nivel como expresión simbólica de la cantidad de objetos de un conjunto es una representación de la coordinación anterior.

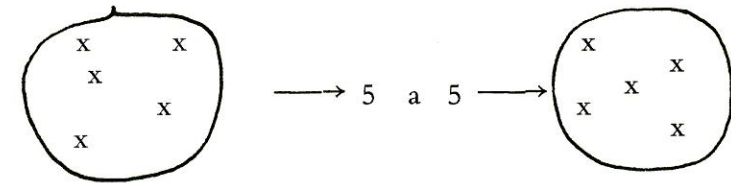
Las actividades del segundo Nivel que corresponden a esta fase son:

- Formación de los números de tres y cuatro cifras según el proceso:
 a centenas y b decenas y c unidades = abc .
- Sumas y restas de números de tres y cuatro cifras.
- Diez unidades de un orden (unidades, decenas o centenas) dan una unidad de orden superior (decena, centena o unidad de millar).
- Regla de la suma llevándose.
- Una suma de k sumandos iguales a n es k veces n ó k por n .
- El proceso de comprobar cuántas veces una longitud propuesta contiene a otra fija, nos lleva a la noción de medida.
- Regla del paso de centena y paso de unidad de millar: siguientes de $k99$ y de $k999$.

SEGUNDA FASE: El esquema de la acción se hace reversible

A esta fase corresponden los siguientes aspectos del Primer Nivel:

- De cardinar un conjunto a construir un conjunto de cardinal dado, es decir, de



- De componer un número mediante suma o resta a descomponerlo mediante la misma operación, es decir,
si $2 + 3 = 5 \longrightarrow 5 = 2 + 3$ o bien
si $5 - 3 = 2 \longrightarrow 2 = 5 - 3$
- De formar los números de dos cifras mediante decenas y unidades a descomponerlos en las mismas es decir:
 $20 + 3 = 23 \longrightarrow 23 = 20 + 3$
- Si siguiente de n es $n + 1$, el anterior de $n + 1$ es n .
- Pasar un número de la segunda decena a unidades y recíprocamente.

Al segundo Nivel corresponden las siguientes actividades:

- Descomposición de números de tres y cuatro cifras.
- Cada unidad de un orden da diez unidades de orden inferior.
- Regla de la resta llevándose.
- Expresión de un producto como suma de sumandos iguales:
 k veces $n = n + n + \dots + n$
- Construir objetos de una longitud dada de acuerdo con una unidad.
- Pasar de longitudes dadas en metros a decímetros y recíprocamente.
- Número anterior a cada centena y a cada unidad de millar: anterior a $k00$ y $k000$

TERCERA FASE: Un mismo punto puede alcanzarse, sin que se altere, por dos caminos diferentes.

Con respecto al Primer Nivel corresponde a esta fase la siguiente actividad:

- Distintas composiciones de un mismo número:
 $7 + 1 = 8$; $2 + 6 = 8$; $3 + 5 = 8$; etc.

Con respecto al segundo nivel corresponden estas actividades:

- Obtención de un mismo resultado mediante sumas diferentes.
- Distintas vías de calcular el resultado de un producto, según se asocien los sumandos de su desarrollo.
- Conmutatividad de la multiplicación.
- Coincidencia de los resultados de hacer una medida por distintos sujetos con una buena unidad de medida.

CUARTA FASE: La vuelta al punto de partida permite encontrar a éste idéntico a sí mismo

En el Primer Nivel solo hemos encontrado las siguientes actividades:

- Si n y l dan $n+1$, también ocurre que: $(n+1)-1 = n$
- Si en la escalera ascendente de los números llegamos del 0 al 10, en la descendente volvemos del 10 al 0.

Al segundo Nivel corresponden las siguientes actividades:

- De calcular el resultado de un producto pasamos a conocido el resultado y un factor calcular el otro, es decir:

$$\text{de } a \times b = \dots \quad a \quad a \times \text{-----} = c$$

- De doble a mitad y recíprocamente
- De tercio a triple y recíprocamente.

QUINTA FASE: La nueva acción al repetirse, no añade nada a ella misma o tiene solo efecto acumulativo

De esta fase solo hemos encontrado actividades en el Segundo Nivel.

- Extensión del mecanismo de ordenación a los números de tres y cuatro cifras.
- Extensión de la regla de la suma de dos a tres o más sumandos.
- Restas llevándose dos veces consecutivas.

Como acabamos de ver, y sin haber entrado aún en el detalle del Cuestionario podemos comprobar que el aprendizaje de las Matemáticas en este Nivel se realiza teniendo en cuenta las fases de maduración que permiten pasar de la intuición a las operaciones. Piaget ha demostrado

que esta conversión del pensamiento permite y entrena la constitución de operaciones lógicas de ensambladura de las clases y de seriación de

las relaciones, entrena así mismo la constitución del sistema de los números y de las operaciones que estructuran el tiempo y el espacio.

Mediante la organización de sistemas de conjunto el pensamiento adquiere un desarrollo lógico y una coherencia que antes no tenía y que es lo que posibilita las numerosas adquisiciones intelectuales que va a hacer el niño a partir de este momento.

Por eso es importante que la escuela ofrezca al niño no solo estructuras preformadas y resultados que le permitan madurar con mayor rapidez, sino que éstas deben de ofrecerse en el momento adecuado de forma que cada uno haga su propio aprendizaje como descubrimiento mediante sus propias experiencias.

Pasamos ya al análisis del Cuestionario en el entendimiento de que el contenido del aprendizaje y la metodología con la que éste se lleve a cabo deben ir siempre subordinados a las posibilidades psicológicas del niño.

EL CUESTIONARIO:

Las Orientaciones Pedagógicas para este Segundo Nivel de la E.G.B. señalan los siguientes temas en el Area de Matemáticas:

- Numeración decimal. Aprendizaje de los números a partir de la centena.
- Iniciación a la medida con empleo de medidas naturales, (pie, palmo, etc.). Medidas experimentales con el dm.
- Multiplicación como suma de sumandos iguales. Extensión del formalismo para llegar a la escritura de potencias.
- Particiones de un conjunto. Iniciación a la división con situaciones experimentales familiares al alumno.
- Ejercicios de medida con el uso del metro.
- Descripción funcional y reconocimiento de cubos, pirámides y prismas.

De nuevo nos encontramos con un problema similar al que ya indicábamos en el Primer Nivel: el enunciado de los temas no nos dice nada sobre cuál tiene que ser su porcentaje de participación respecto del total del Cuestionario. El indicar que son varios los contenidos que el alumno debe conocer en este Nivel, no quiere decir que deban tratarse todos con la misma extensión, ni que tengan la misma importancia. Por otra parte el enunciado de los temas se presta a confusión, ya que indica cuál es el punto de partida pero no dónde es conveniente hacer la conclusión. Así por ejemplo el primer tema dice "aprendizaje de los números a partir de la centena", pero no indica dónde terminar. Y esto con la casi totalidad de los temas. Se hecha en falta una mayor precisión por parte de los expertos que elaboraron el Cuestionario.

Por todo lo anterior concluimos que los grados de libertad para la conversión del Cuestionario anterior en un Programa son amplios: según la mayor o menor extensión que le demos a los contenidos se pueden obtener programas diferentes. De aquí que convenga especificar cuál ha sido nuestra elección y justificar cuáles han sido los criterios que nos han llevado a ella.

Al igual que en el curso pasado, y como se verá para niveles posteriores, estructuramos el cuestionario del Segundo Nivel por bloques de contenidos, cada uno de ellos se desarrolla prioritariamente en determinadas lecciones o bien en otros casos se extiende durante períodos más amplios del curso apareciendo prácticamente en todas las lecciones:

Los bloques que hemos establecido en este Segundo Nivel son los siguientes:

BLOQUE PRIMERO:

Repaso de los números estudiados en el Primer Nivel: del 0 al 99, así como todos los casos posibles que se presentan en las operaciones suma y resta entre estos números. Introducción a los ordinales. Corresponden a este bloque las lecciones 1^a a 4^a.

BLOQUE SEGUNDO:

Estudio de los números de tres cifras así como de las operaciones

suma y resta entre dichos números. Seriación. Comprende este bloque las lecciones 5^a a 12^a si bien algunos aspectos se continúan estudiando en la lección 19^a.

BLOQUE TERCERO:

Aprendizaje de la multiplicación. Tabla de multiplicar. Por la especial importancia de este tema y la dificultad que entraña la memorización de la tabla en un corto período de tiempo, no hemos querido asignarle a este bloque unas lecciones específicas. Por el contrario hemos pensado desarrollarlo a lo largo del curso y para ello hemos comenzado el estudio de esta operación en la lección 8^a y lo hemos continuado hasta la lección última, incluyendo nuevas nociones y actividades en cada una de ellas.

BLOQUE CUARTO:

Iniciación a la medida con unidades naturales. El dm y el m. Comenzamos este bloque en la lección 13^a y se desarrolla a lo largo de las lecciones 15^a, 18^a, 21^a, 23^a y 25^a.

BLOQUE QUINTO:

Iniciación a la división mediante el proceso de repartir en partes iguales. Se desarrolla este bloque en las lecciones 16^a, 19^a, 20^a, 24^a y 26^a.

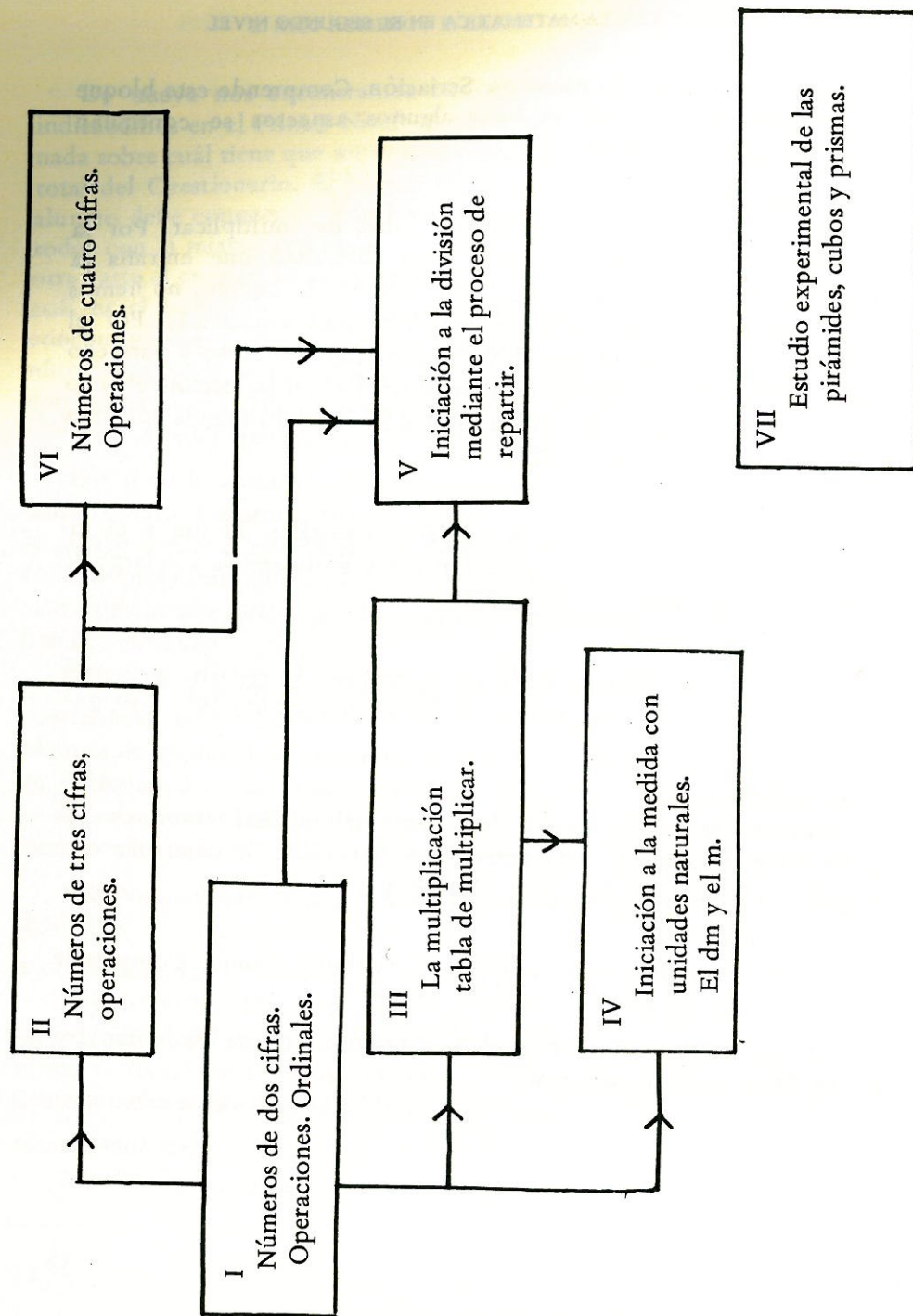
BLOQUE SEXTO:

Estudio de los números de cuatro cifras. Así como de las operaciones de suma y resta entre ellos. Seriación. Se desarrolla este bloque en las lecciones 19^a, 20^a, 22^a, 24^a y 26^a.

BLOQUE SEPTIMO:

Estudio experimental de las pirámides, cubos y prismas. Comprende este bloque las lecciones 27^a, 28^a, 29^a y 30^a.

De acuerdo con lo anterior, el ORGANIGRAMA de los contenidos de este Nivel queda como sigue:



Antes de pasar a comentar el contenido y dificultades básicas de cada uno de los bloques queremos señalar una idea clara en la técnica de trabajo de este curso. Si bien es característico del aprendizaje de la Matemática el que una vez introducido un determinado concepto éste no se abandona hasta que no esté suficientemente mecanizado y completamente en conexión con las ideas afines, sí podemos afirmar que debido a lo específico de los contenidos de este curso dicha característica se acentúa hasta el punto de constituir un rasgo dominante. Así podemos afirmar que una vez introducida una operación, o un determinado tipo de dificultad en la misma, no se abandona en todo el curso, siendo su repaso más o menos asiduo pero constante. Esto hace que el material elaborado para el alumno parezca un tanto anárquico y deslabazado ya que en la primera mitad no hay prácticamente una página en la que no aparezca algún aspecto relativo a numeración, a suma, a resta y a multiplicación. A partir de la segunda mitad a los aspectos antes señalados hay que añadir cuestiones de medida y de división. Esto es así porque el niño a esta edad debe ir madurando sus conocimientos mediante la manipulación reiterada y constante. No se le pueden presentar al alumno los conceptos en lecciones separadas y sin conexión: con eso solo conseguiríamos un inicio de comprensión seguido de un olvido rápido por falta de manipulación. De aquí que si queremos que el material del alumno refleje exactamente lo que el alumno puede y debe hacer tengamos que dar un carácter muy convencional a la división anterior por bloques de contenidos ya que una vez introducido un nuevo punto no se debe de abandonar el trabajo con el mismo en el resto del curso.

Pasamos ya a comentar cada uno de los bloques antes mencionados:

BLOQUE PRIMERO:

La intención de este bloque va dirigida a recordar al alumno de forma abreviada el estudio de los números y operaciones que ya hizo en el Primer Nivel con el fin de superar los frecuentes y lógicos olvidos que tienen después de dos meses de vacaciones. Conviene hacer especial hincapié en aquellos aspectos más difíciles de las operaciones suma y resta cuyo índice de dificultad ya se estudió el curso pasado.

El contenido de este Bloque presenta como única novedad el concepto de ordinal y la presentación, lectura y escritura así como el uso de los primeros ordinales.

No suele ocurrir que ningún material de trabajo del alumno, ni libro de texto, utilice varios capítulos para repasar de forma sistemática los contenidos del Nivel anterior, sin embargo hemos podido observar que desde la aparición de nuestro Libro del Alumno de 2º Nivel (Edit. Anaya) se ha ido extendiendo la costumbre de incluir tales lecciones, y aunque algunos autores han rondado el plagio, esperamos que este costumbre sea beneficiosa para nuestros escolares.

BLOQUE SEGUNDO:

Se desarrolla en este Bloque el estudio de los números de tres cifras siguiendo un esquema muy similar al que ya se utilizó en el Primer Nivel para el estudio de los números de dos cifras.

Para ello se comienza presentando el 100 como 10 decenas y se estudian todas las sumas de decenas de resultado 100 y las restas de minuendo 100 y sustraendo una decena cualesquiera. A continuación se considera el 100 como el siguiente al 99: $99 + 1 = 100$. Se presenta el 100 como CENTENA, es decir, como unidad de orden superior y damos el soporte físico de esta idea mediante material concreto: la Centena es un cuadrado de 10 cuadritos de lado que se obtiene al juntar 10 decenas. Terminamos el estudio del 100 trabajando con todas las sumas de números de dos cifras cuyo resultado es 100. De aquí pasamos al estudio de las restantes centenas según un esquema ya conocido: hacemos la presentación de cada centena mediante el material y como resultado de añadir una centena más a la centena anterior; a continuación la leemos y la escribimos. Estudiamos después todas las sumas de centenas cuyo resultado es la centena incorporada y las restas de minuendo la nueva centena; todo este estudio se puede ir haciendo mediante la comparación con la operación correspondiente entre decenas y unidades. Finalmente seríamos las centenas.

Pasamos a continuación a la presentación de los números de tres cifras como simbolización de situaciones constituidas por centenas, decenas y unidades: luego leemos y escribimos estos números. De forma

sistemática componemos y descomponemos este tipo de números sin establecer diferencia entre los de la segunda, tercera, cuarta, centenas. Pasamos después a estudiar dos casos particulares de la suma: suma de números de dos cifras cuyo resultado es un número de tres cifras, y la regla de la suma de los números de tres cifras sin llevarse; solo más adelante y cuando este mecanismo está bien adquirido comenzamos a ver los casos de llevarse una decena o llevarse una centena, al principio de forma separada y luego conjuntamente.

Es conveniente introducir los términos “cifra” y “sumandos” con el fin de ir dando mayor precisión al vocabulario matemático del niño.

La mecanización de los casos anteriores de suma se va haciendo mediante el aprendizaje de la regla: “de lk (unidades o decenas) me llevo una decena-centena y sobran k unidades-decenas”.

Pasamos luego al estudio de la resta de números de tres cifras. Se introduce también la terminología de los términos de la resta: minuendo, sustraendo y resto. Los casos de la resta llevándose: de las decenas o de las centenas, se van incorporando progresivamente y de forma separada; no nos parece conveniente que en esta primera parte el alumno mecanice el llevarse dos veces consecutivas, por eso hay tipos de restas que aun no se estudian, como: $523 - 276$, ni tampoco el tipo: $300 - 264$. Se debe hacer un estudio especial de los números de tres cifras que tienen 0 unidades o bien 0 decenas, tanto en su presentación lectura y escritura como en las composiciones y descomposiciones correspondientes. Es importante que el alumno sepa que cuando un número carece de unidades o decenas la cifra correspondiente es 0 y que mecanice este tipo de conocimientos en todos sus aspectos posibles. El estudio más detallado de este tipo de números servirá para insistir en la realización de operaciones de suma y resta tomando estos números bien como sumandos o como minuendos.

Para terminar se ordenan los números aprendidos insistiendo especialmente en el paso de centena: $n00 + 1 = n01$: “después de n-cientos está el n-cientos uno, antes del n01 está el n00”; $n00 - 1 = n-199$: “antes del n-cientos está el n-1ciento noventa y nueve, después del n-1 ciento noventa y nueve está el n-cientos”. Una vez

aclarado el paso de centena la progresión dentro de cada centena es conocida, de esta forma se puede seriar los números desde el 0 al 999.

De esta forma concluimos el estudio de los números de tres cifras con solo dos limitaciones: en la suma solo se estudian aquellos casos en que *el resultado* es también un número de tres cifras, solo cuando lleguemos al sexto bloque se podrán plantear las nuevas sumas cuyos resultados tengan cuatro cifras; en cuanto a la resta ya hemos indicado que quedan excluidos los casos de llevarse dos veces consecutivas entre los que destacan las restas cuyo minuendo es una centena.

BLOQUE TERCERO:

Ya hemos indicado, al hacer la presentación de los bloques, la consideración que nos merece la tabla de multiplicar y el por qué nos parece conveniente el hacer su desarrollo a lo largo de todo el curso: la automatización de la tabla, si de veras quiere hacerse significativa, y que no sea solo algo memorístico, debe de realizarse en un período largo de tiempo y con un número bastante extenso de ejercicios.

La multiplicación se presenta como una suma reiterada cuya expresión simplificada se hace mediante el vocablo "veces":

$$n + \underbrace{\dots}_{k\text{-veces}} + n = k \text{ veces } n$$

De forma progresiva se va sustituyendo el término "veces" por el símbolo "x", cuya lectura también es "por".

En cada semana es conveniente no introducir más de cinco multiplicaciones con lo cual la presentación de cada tabla dura una quincena: en la primera semana $n \times 0$; $n \times 1$; $n \times 2$; $n \times 3$; $n \times 4$; $n \times 5$ y en la segunda semana: $n \times 6$; $n \times 7$; $n \times 8$; $n \times 9$; $n \times 10$.

Cada una de las multiplicaciones tiene una presentación escalonada comenzando por la unión de conjuntos de objetos concretos, todos ellos de igual cardinal, se pasa progresivamente a trabajar con objetos más abstractos: fichas, puntos, unidades... hasta llegar finalmente a la expresión numérica y obtener el resultado. Se sigue en esto el mismo esquema de trabajo que llevábamos en las sumas de números de una cifra en el primer nivel. Como ejercicios complementarios se rodean

n conjuntos de k elementos cada uno, de entre una nube de elementos o bien se construyen n conjuntos de k elementos propuestos.

A partir de la tabla del 5 cada producto de la forma $n \times k$ se va comparando con el producto $k \times n$ y se va identificando la igualdad de resultados; de esta forma se va adelantando el aprendizaje de parte de las tablas posteriores y se va introduciendo la propiedad conmutativa del producto.

Hay que tener en cuenta que cuando el número de sumandos es mayor de 4 conviene proponer al alumno distintas formas de llegar al resultado según que asocie los sumandos de dos en dos, o de tres en tres, etc. Para facilitar esta tarea conviene también que el alumno se familiarice con contar números de dos en dos, de tres en tres, etc.

Actividades finales para cada número son el aprender la tabla y el completar un factor que falte conocido el resultado. También es necesario ir realizando ejercicios prácticos, sencillos, que se resuelven mediante una multiplicación de números de una cifra.

No nos ha parecido oportuno introducir multiplicaciones en donde el número de cifras de los factores sea en algún caso mayor que uno, y esto lo hemos hecho así por entender que en el próximo Nivel se puede insistir más en la mecanización del producto ampliando a nuevos casos, y que lo más importante de este curso era la construcción significativa de la tabla y su automatización.

Con esta limitación se produce un desfase entre el tope que nos marcamos para esta operación y el que antes hemos señalado para la suma y la resta, ya que el producto solo se estudian aquellos casos en que el resultado tiene como máximo dos cifras.

BLOQUE CUARTO:

Se desarrolla en este bloque la primera aproximación al estudio de una magnitud, en este caso la magnitud longitud. Podemos distinguir dos fases en el desarrollo de este bloque. En la primera de ellas tienen prioridad las ideas de medir y la unidad de medida. Ambas ideas están intrínsecamente relacionadas: no se puede medir si no es por

comparación con algo y ese algo es la unidad de medida; por otra parte no tiene sentido primar a una determinada longitud si no es porque se va a tomar como término de comparación.

La idea principal ya viene esbozada en los Cuestionarios: Hay que destacar como unidades de medida iniciales las llamadas naturales: dedo, palmo, pie, etc.; y esto es así porque resulta más "natural" el destacar estas longitudes, las tenemos "más a mano" que cualquier otra unidad convencional.

Caracterizada la unidad es fácil determinar cuántas veces está contenida en una de las dimensiones de un objeto, principalmente el largo y el ancho. Con posterioridad se pueden realizar entre longitudes las operaciones propias de una magnitud: sumar cantidades, comparar cantidades y multiplicar una cantidad por un natural, en este caso por 2 (doble) o por 3 (triple).

La conclusión final del trabajo con estas unidades naturales es que NO son buenas unidades de medida, ya que los datos aportados por distintos sujetos son distintos, o bien, lo que es más importante, aunque el dato que se transmite es correcto viene asociado a una unidad que no es transferible y que seguramente se va a modificar con el transcurso del tiempo.

De todo esto se deduce la necesidad de establecer unidades convencionales que no estén afectadas por el sujeto que realiza la medida, y éste es el contenido de la segunda fase del bloque: el trabajo con el metro y el decímetro como buenas unidades para medir longitudes. Se intensifican aquí las operaciones entre cantidades de la magnitud longitud y sobre todo se intenta que el alumno realice el mayor número de ejercicios prácticos posibles sobre el medio que le rodea, con el fin de que capte en su totalidad el sentido de la medida y de las operaciones entre cantidades de longitud para que no solo vea la importancia de los aspectos formales aquí estudiados sino también de su aplicabilidad.

BLOQUE QUINTO:

Estudiamos en este bloque la división de números de hasta tres

cifras con divisor 2 ó 3 y en todos los casos en que la división sea exacta. La idea fundamental está en presentar la división como el reparto de una cantidad de objetos en dos o tres partes iguales. Lo más importante radica pues en la representación mediante diagramas de cada una de las situaciones de reparto, la expresión numérica de cada reparto es posterior y en cierto modo secundaria.

Se estudian todos los casos de divisiones exactas, distinguiendo dos escalones según que no haya que realizar cambios o bien tengan que cambiarse una o varias unidades de un orden por diez de las de orden inferior (centena por diez decenas o decena por diez unidades).

No hemos intentado en ningún momento que el niño mecanice esta operación, ni siquiera en los casos más sencillos, sino solamente que sepa realizar las transformaciones necesarias para dividir una cantidad en dos o tres partes iguales. Esto lo hemos hecho así porque entendemos que el alumno debe familiarizarse con las peculiaridades del proceso de repartir sobre material concreto, previo al estudio de la operación aritmética de la división. Para aprender a dividir ya tendrá tiempo en tercer y cuarto Niveles. Ahora solo pretendemos que ese aprendizaje se realice sobre una base experimental lo más amplia posible. Por este motivo no hemos establecido ninguna conexión entre la división $a : b = c$ y la multiplicación correspondiente: $b \times c = a$; podría hacerse, seguramente sin mucha dificultad, pero al prescindir de la mecanización hemos preferido no incluirlo. Se trata pues de un bloque sencillo, sin excesiva profundidad y que desarrollamos a lo largo de cinco lecciones separadas entre sí por una semana que dejamos a la maduración de las ideas correspondientes.

BLOQUE SEXTO:

Estudiamos en este bloque los números de cuatro cifras, sumas y restas entre estos números y su seriación. El esquema que se sigue coincide básicamente con el que ya hemos explicado para el bloque segundo razón por la cual no lo vamos a repetir; solo indicamos que por tratarse de un proceso que el alumno ya conoce su desarrollo se hace más rápido.

Enumeramos aquí los tipos de problemas que debe dominar el alumno de segundo respecto de cada una de las operaciones.

Respecto de la suma los enunciados tipo son:

- Conocidas dos cantidades calcular su suma.
- Conocidas tres cantidades calcular su suma.
- Se conoce una cantidad a y se pide calcular el valor de otra que tiene b más que la anterior.

Respecto de la operación resta los enunciados tipo son:

- Cuánto tiene una cantidad MAS que otra?
- Cuánto tiene una cantidad MENOS que otra?
- Si tenemos A y gastamos B , le sobran...
- Si tenemos B y debemos tener A , le faltan...
- Compró por A y vendió por B , entonces ganó...
- El total de dos cantidades es A y una de ellas es B , ¿cuál es la otra?
- Se conoce A y se pide el valor de otra cantidad que tiene B menos que la anterior.

Respecto de ambas operaciones, suma y resta, consecutivas, los enunciados tipo son:

- HAY A Y LE AÑADIMOS B entonces hay..., QUITAMOS C , entonces quedan...
- HAY A Y GASTAMOS B ENTONCES QUEDA... despues AÑADIMOS C y entonces hay...
- COMPRO POR VALOR DE A Y B , eso cuesta..., como tenía C entonces me sobra... (o bien me falta...)
- Idem que el anterior pero comprando por valor de tres cantidades.

Hay que especificar que estos últimos tipos de ejercicios se realizan siempre de forma escalonada y pidiendo expresamente el resultado de la primera operación antes de utilizar ese dato para resolver la segunda operación.

BLOQUE SEPTIMO:

Intentamos en este bloque hacer el estudio descriptivo del cubo, pirámide triangular, pirámide cuadrangular, mediante la construcción y

manipulación de estos cuerpos. Para ello hemos seguido en cada uno de los casos el siguiente esquema:

- Recorte y construcción del cuerpo geométrico.
- Nombre del cuerpo.
- Estudio de los elementos del cuerpo construido por el alumno: Caras, Aristas, Vértices. Número de cada uno de ellos.
- Presentación, reconocimiento y dibujo de objetos que tengan la forma del cuerpo estudiado.

Este trabajo se intenta que se haga de la forma más práctica posible dejando a los alumnos todo el margen de manipulación que necesiten para desarrollar su creatividad.

De acuerdo con la estructura por bloques y la configuración que hemos ido explicando a lo largo de todo este estudio, el Cuestionario que ha propuesto el Equipo Granada Mats para el SEGUNDO NIVEL se distribuye en treinta lecciones de desarrollo semanal cada una de ellas, cuyos títulos son los siguientes:

1. Repaso de las unidades.
2. Repaso de las decenas.
3. Repaso del 0 al 99.
4. La centena.
5. Formar las centenas.
6. Aprendo todas las centenas.
7. Aprendo nuevos números.
8. Formo nuevos números.
9. Todos los números hasta el 999.
10. Ordeno los números aprendidos.
11. Sigo ordenando números.
12. Repaso lo aprendido.
13. Aprendo a medir.
14. Números pares e impares.
15. El palmo, otra unidad de medida.
16. Aprendo a repartir.
17. Unidad de millar.
18. Nuestro pie sirve para medir.

19. El paso del 999 al 1.000.
20. Formo números de cuatro cifras.
21. Encuentro una buena unidad de medida.
22. Otros números de cuatro cifras.
23. Mido con el metro.
24. Aprendo nuevos números de cuatro cifras.
25. Un metro son 10 centímetros.
26. Ordeno los números.
27. El cubo.
28. La pirámide.
29. Más pirámides.
30. Prismas.

Pasamos finalmente a presentar los resultados obtenidos tras los dos años de investigación que hemos dedicado para conocer los rendimientos de los objetivos del Area de Matemáticas en este Segundo Nivel.

Como ya indicamos el curso pasado y en la evaluación final, hemos considerado los objetivos agrupados en seis bloques temáticos: Numeración, Adición, Sustracción, Producto y Partición, Geometría y Medida de longitud.

Para cada uno de estos bloques hemos establecido una serie de objetivos, cuyo rendimiento en los dos años de estudio y a lo largo de las seis evaluaciones que se realizan, son los que se detallan a continuación.

Volvemos pues a enunciar los objetivos finales de cada bloque temático dando los porcentajes de cada uno de ellos en las correspondientes evaluaciones.

NUMERACION

Bajo este título queda incluido el estudio de todos los números hasta el 9.999.

Los objetivos finales que hemos determinado son los siguientes:

OBJETIVO 1: Relacionar el nombre y el símbolo de los números menores de 10.000.

OBJETIVO 2: Escribir el símbolo de cualquier número de hasta cuatro cifras, conocido el nombre.

OBJETIVO 3: Escribir el nombre de números menores que 10.000, conocido el símbolo.

OBJETIVO 4: Reconocer a qué orden de unidades corresponden las distintas cifras que forman un número menor que 10.000.

OBJETIVO 5: Descomponer un número menor que 10.000 en una suma constituida por las unidades de distinto orden que la forman.

OBJETIVO 6: Escribir el número anterior y posterior a uno dado menor que 9.999.

OBJETIVO 7: Escribir ordenadamente un subconjunto de números de tres o cuatro cifras.

OBJETIVO 8: Escribir una serie de números consecutivos de dos en dos, dentro de los 10.000 primeros números.

OBJETIVO 9: Reconocer si un número es par o impar.

Los resultados obtenidos, en promedio por estos objetivos son:

Obj.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Eva.									
I	.92			.65					
II	.76	.87	.82	.65	.92	.70	.76		
III	.98		.83						.79
IV		.83	.91	.88	.92				.92
V				.90	.96	.87	.87	.84	.77
Final	.89	.90	.92	.92	.78	.86	.84	.72	.68

Como ya señalábamos en la Primera Fase del estudio de este Nivel, los resultados no son tan brillantes como en Primero, pero sí bastante aceptables. El resultado final nos dice que tres de los objetivos son muy sencillos, tres sencillos y otros tres idóneos. Conviene, sin embargo que recordemos lo que ya decíamos de los objetivos 5º, 8º y 9º, así como las anomalías que se daban en los objetivos 1º, 5º y 9º en donde después de un aumento de sus índices se produce un retroceso significativo.

Los resultados del objetivo 1º hay que agruparlos en dos casos: En la primera y tercera evaluaciones se trata de asociar una centena o unidad de millar con su símbolo correspondiente, este caso resulta

evidentemente muy sencillo y experimenta una buena progresión de .92 a .98. El segundo caso (evaluaciones segunda y final), trata ya de la asociación del nombre y el símbolo de números cualesquiera de tres y cuatro cifras, aquí también se produce un avance significativo de .76 a .89, pero obviamente los resultados son algo inferiores al del caso anterior.

No hay por tanto disparidad en los resultados, se trata de que dentro del objetivo general hay aspectos más sencillos; el objetivo en conjunto es claramente sencillo y cabe admitir que está bien dominado en todos sus aspectos.

En el objetivo segundo se produce una ligera disminución cuando pasamos de los números de tres a los de cuatro cifras, pero en la evaluación final se recupera el porcentaje perdido e incluso se mejora, finalizando como un objetivo claramente sencillo.

El objetivo tercero no sufre sin embargo ninguna disminución al pasar de los números de tres a los de cuatro cifras, se comprueba que la lectura de los símbolos es ligeramente más fácil para el alumno que la escritura del símbolo conocido el nombre. No hay ninguna dificultad apreciable y el objetivo finaliza como muy sencillo.

El objetivo 4º comienza como claramente difícil, y aún en la segunda evaluación hay aspectos, caso de números de tres cifras con cero decenas que tienen una dificultad real; posteriormente se asimilan los distintos órdenes de unidades que corresponden a las cifras de un número, en todos sus casos, sin especial dificultad. El objetivo finaliza como claramente muy sencillo y se puede decir que este es uno de los aspectos que mejor pueden lograrse en el Segundo Nivel.

En el objetivo 5º vemos que el descomponer números solo de tres cifras, evaluación segunda, o solo de cuatro cifras, evaluación cuarta, no presenta ninguna dificultad y son aspectos muy sencillos; la variación respecto al curso pasado es pequeña y no resulta significativa.

En la quinta evaluación, aunque se combinan tres números de tres cifras con uno de cuatro en todos los casos de tres viene indicado en la prueba que su cifra de las unidades de millar es cero y por tanto es casi

una reiteración del ejercicio de la evaluación dos, y no es extraño que aumente. Sin embargo en la evaluación final se combinan números de tres y cuatro cifras sin ninguna indicación suplementaria, como además el criterio de corrección es más estricto, no es de extrañar que baje. Aun así la disminución tan acusada hay que achacarla más que nada a que el dato incluido es el promedio de los datos de los dos cursos. En este segundo curso el dato fue aceptable: .87, pero el .68 del año anterior promedió al .78 que hemos dado como dato final. Parece pues que el objetivo es loggable y se puede conseguir como sencillo si se insiste suficientemente en el mismo. Ahora bien, si se descuida y no se trabaja lo necesario es probable que quede solo como idóneo e incluso resulte difícil cuando se combinan números con diferentes cifras.

El objetivo 6º no parece presentar dificultad especial. Resulta igual de sencillo el determinar el número posterior al k-999 que el completar la terna - __, n000, __. Objetivo sencillo.

El objetivo 7º también resulta sencillo; la disminución que hay de la quinta evaluación a la final, no tiene ningún motivo que la justifique razón por la que creemos que es más aparente que real.

La disminución del objetivo 8º se debe de nuevo a la obtención del segundo dato como promedio de dos cursos, mientras que el primero solo es debido a este curso. Es decir los datos reales de este objetivo son:

	<i>curso 77-78</i>	<i>curso 78-79</i>	<i>promedio</i>
Eval. 5ª	sin evaluar	.84	.84
Eval. final	.60	.83	.72

Vemos pues que al reforzar este aspecto en la quinta evaluación el resultado final mejora, mientras que si no se evalúa en la quinta resulta francamente difícil en la final. Se trata pues de un aspecto que no conviene descuidar ya que al trabajar en él lo suficiente resulta sencillo, pero si se descuida es difícil. Finalmente lo dejamos como idóneo si bien queda explicado con claridad el por qué hacemos esto.

En el objetivo 9º sucede algo similar, el curso pasado solo se evaluó en la tercera y en la final y el dato último fue .64; por este motivo se

incluyó en este año en las evaluaciones cuarta y quinta. Los datos han experimentado una sensible mejora, incluido el final que en este curso ha sido .74, pero en promedio queda solo .68.

Vemos que es un aspecto idóneo que no conviene descuidar más que nada porque el niño olvida con facilidad la nomenclatura A la vista de todos los datos obtenidos creemos que este objetivo es idóneo, aun cuando el dato final en promedio sea solo .68:

Nos reafirmamos pues en nuestras conclusiones anteriores: tres objetivos son muy sencillos, tres son sencillos y tres son idóneos.

ADICION

Los objetivos que hemos establecido en este bloque temático son los siguientes:

OBJETIVO 1.- En una suma efectuada reconocer el nombre que corresponde a cada uno de sus términos.

OBJETIVO 2.- Colocar y efectuar sumas:

a) con números de tres cifras, llevándose y resultado inferior a 10.000.

b) Con números de cuatro cifras, llevándose y resultados inferiores a 10.000.

OBJETIVO 3.- Colocar y efectuar sumas con números de distinto número de cifras y resultado inferior a 10.000.

OBJETIVO 4.- Colocar y efectuar sumas de números de tres cifras y resultado superior a 1.000.

OBJETIVO 5.- Resolver situaciones prácticas en las que sea necesario efectuar sumas con resultado inferior a 10.000.

Los resultados obtenidos en estos objetivos, promediando los dos cursos, son los siguientes:

Obj.	1	2	3	4	5
Eval					
I		.78	.84		.77
II		.82	.79		.65
III		.81	.83		.90
IV	.91	.86	.88	.89	.68
V	.68		.87		
Final	.72	.88	.88	.89	.79

El primer objetivo evalúa un aspecto específico de nomenclatura: la terminología de sumandos, que obtiene su resultados más alto en la cuarta evaluación que es precisamente aquella en la que aparece este concepto. También hay que tener en cuenta que la pregunta directa hecha sobre una suma, ejemplo: "521 + 147. Los sumandos son ___ y ___", es mucho más sencilla que preguntar: "521 y 147 son los _____".

Con el resultado final queda como objetivo idóneo.

El objetivo 2º nos dice que los casos de la suma llevándose entre números solo de tres cifras o solo de cuatro cifras, son aspectos dominados que van mejorando a lo largo del curso y que finalmente quedan como un objetivo sencillo, sin que se den diferencias apreciables entre unos casos y otros. Se trata de un objetivo loggable y por tanto exigible a todos los alumnos de este Nivel.

Con el objetivo 3º sucede exactamente igual; el pequeño retroceso de la evaluación segunda no es significativo y termina siendo un aspecto claramente dominado y sencillo.

El aspecto que evalúa el objetivo 4º tampoco necesita un comentario especial, se ve claramente que es un objetivo sencillo y perfectamente dominado.

En cuanto al objetivo número 5 vemos que la progresión está clara en las tres primeras evaluaciones: En los tres casos se trata de sumar cantidades de dos o de tres cifras claramente especificadas y la pregunta hace referencia clara a la operación suma "¿Cuánto hay entre las dos (o tres) cantidades?".

La disminución de la evaluación cuarta creemos que es debida a que

la pregunta no es tan directa, sino que supone una variante respecto de los casos anteriores y estudia un aspecto aun no mecanizado: se dan las distancias entre varios objetos y se pregunta qué distancia hay desde el primero al último. Este caso es objetivamente más difícil y conviene trabajar más sobre él.

El problema de la evaluación final vuelve a ser del tipo de los de las primeras evaluaciones, pero la pregunta se plantea mediante un rodeo: En vez de preguntar cuánto hay entre los tres carros, pregunta cuántos kilos se han vendido al vender los tres carros. Los resultados mejoran pero no hasta el porcentaje de la evaluación 3ª. Es pues conveniente insistir en esta variante de problemas de sumas.

En conjunto dejamos el objetivo como idóneo aun cuando sabemos que si las preguntas son directas los resultados deben de ser superiores, como de objetivos sencillos.

En este bloque hay pues dos objetivos idóneos y tres sencillos. Todos los casos de la operación suma son exigibles a la totalidad de los alumnos así como los ejercicios de preguntas directas.

SUSTRACION:

Los objetivos finales de esta operación son los siguientes:

OBJETIVO 1: Reconocer el nombre de los términos de una resta efectuada.

OBJETIVO 2: Entre varias resta reconocer aquellas que no se pueden resolver en N.

OBJETIVO 3: Colocar y efectuar restas, con números inferiores a 10.000 y sin llevarse dos veces consecutivas.

OBJETIVO 4: Resolver situaciones prácticas en las que haya que efectuar una resta.

OBJETIVO 5: Resolver situaciones prácticas en las que haya que efectuar una suma y una resta consecutivas.

Los resultados obtenidos en promedio por estos objetivos son los siguientes:

Obj. Eval.	1	2	3	4	5
I			.67	.56	
II			.67	.82	
III	.85		.71	.68	
IV		.71	.77	.57	
V		.76	.80	.85	.52
Final	.78	.71	.81	.90	.56

El objetivo núm. 1 es de nuevo un objetivo de nomenclatura que obtiene mejor índice cuando se evalúa después de su estudio inmediato que en la evaluación final. El resultado, en promedio, lo deja como objetivo claramente idóneo al final del curso. De nuevo observamos que el resultado es superior al correspondiente a la suma.

El objetivo núm. 2 es también idóneo, aunque es un aspecto que no conviene abandonar en absoluto, muchos de los errores que se dan en el planteamiento y resolución de problemas de resta son debidos a colocar restas con el minuendo y sustraendo invertidos, según veremos más adelante. La disminución entre la 5ª evaluación y la final es debida al criterio de corrección más estricto en esta última.

El objetivo núm. 3 es el más importante de este bloque ya que se refiere a la mecanización de la operación resta. El curso pasado la resta sin llevarse quedó con un índice de .82, y la resta llevándose con .63. Desde el principio de este Nivel evaluamos indistintamente restas llevándose y sin llevarse y vemos que el índice va progresando lenta pero claramente desde la primera evaluación hasta la final. No hay ningún retroceso en el aprendizaje y mecanización de esta operación, e incluso se va avanzando sin que los nuevos tipos de números que se van incorporando y por tanto los nuevos casos de resta que hay que estudiar, supongan en ningún momento un retroceso en los resultados. Al terminar queda este objetivo claramente como sencillo. Es en este curso en donde se logra el dominio claro de esta operación.

Los resultados finales del curso pasado no nos permitieron ver con claridad la evolución del objetivo núm. 4 porque no aparecían estudiados en las evaluaciones 5ª y final, ahora sí disponemos de datos suficientes como para estudiar su comportamiento.

En realidad son tres tipos distintos de problemas de resta los que aparecen en las evaluaciones. El caso más simple es el que aparece en la segunda, la quinta y la final y que corresponde a la situación: "Tengo una cantidad A, de ella gasto una parte B y entonces me queda..."

De acuerdo con los índices se ve que este aspecto es sencillo desde el comienzo hasta el final, produciéndose ligeras mejorías a lo largo del curso.

El caso que se estudia en la primera evaluación y tercera es el siguiente: "Tenemos dos cantidades A y B ¿cuánto tiene una de ellas más que la otra?". Hubiera sido conveniente incluir este tipo de ejercicios en la evaluación final, pero por la evolución de resultados en estos dos casos cabe admitir que hubiera concluido como aspecto idóneo.

El último caso es el que aparece en la evaluación 4ª: "Tenemos una cantidad A y necesitamos la cantidad B, ¿cuánto falta para tenerla?" Este tipo es claramente el más difícil de los tres que se consideran ya que dado lo avanzado del curso el índice obtenido debería haber sido mayor. Claramente podemos decir que este aspecto es difícil.

En conclusión tenemos que el objetivo considerado tiene tres variantes, según cómo se plantee la pregunta. En el primer caso el objetivo es sencillo, en el segundo idóneo y en el tercero difícil.

Considerando como objetivo propio de este Nivel aquellos problemas de resta que se plantean con pregunta directa, podemos decir que este objetivo es sencillo.

En cuanto al último objetivo de resolver problemas mediante una suma y resta consecutivas, se ve claramente que es un objetivo difícil, cuyo estudio en este Nivel tiene interés fundamental y únicamente a nivel de introducción.

De los cinco objetivos de esta operación quedan dos como idóneos, dos como sencillos y uno como difícil.

MULTIPLICACION Y PARTICION:

Para este bloque temático nos hemos propuesto los siguientes objetivos finales:

OBJETIVO 1: Dado un producto de dos dígitos, el alumno:

- Lo escribirá en forma de suma.
- Calculará el resultado.

OBJETIVO 2: Escribir directamente el resultado del producto de dos números dígitos.

OBJETIVO 3: Escribir un número como producto de dos dígitos.

OBJETIVO 4: Resolver situaciones prácticas sencillas en las que haya que efectuar un producto de dígitos.

OBJETIVO 5: Repartir en dos o tres partes iguales cantidades menores que 1.000, mediante material concreto.

Los resultados obtenidos, en promedio, por estos objetivos son los siguientes:

Obj.	1	2	3	4	5
Obj.					
Eval.					
I					
II	.74	.79	.50		
III	.88	.88			.83
IV	.74	.87	.87	.69	.60
V	.84	.85	.85	.76	.63
Final	.77	.84	.85	.79	.58

Como ya indicamos el curso pasado, para hacer la interpretación correcta de estos resultados hay que tener en cuenta los contenidos específicos de cada una de las evaluaciones. En la evaluación 2ª se trabaja solo con las tablas del 2 y del 3; en la evaluación 3ª con las tablas del 4 y del 5; en la evaluación 4ª solamente con la tabla del 6 y en la 5ª con las del 7, 8 y 9; es obvio que en la evaluación final se trabaja con todas ellas. Esto es así por la introducción progresiva, y a lo largo de todo el curso, que hacemos de la operación producto, y conviene tenerlo en cuenta puesto que la dificultad es creciente conforme se avanza en el desarrollo de esta operación.

En la multiplicación se distinguen tres aspectos diferentes: Construcción del resultado de un producto (primer objetivo), mecanización de la tabla (segundo y tercer objetivo) y aplicación a problemas (objetivo 4).

Si nos fijamos en los resultados obtenidos, vemos que es el primero de estos aspectos el que presenta unos datos más irregulares, oscilando entre índices de sencillo e índices de idóneo; el aspecto segundo, con pequeñas oscilaciones, es prácticamente un objetivo sencillo desde el principio; finalmente en el tercer aspecto se aprecia una clara progresión terminando como idóneo.

Aunque en el primer aspecto se han mejorado los resultados del curso pasado seguimos pensando que la dificultad no estriba en la falta de comprensión de lo que es el producto, ni en fallos del mecanismo de la suma, sino en la falta de dominio del esquema de las asociatividad: Cuando hay más de cinco sumandos no dominan la técnica de irlos asociando para obtener con más facilidad el resultado final. Conviene tener esto en cuenta para no extrañarse de las posibles dificultades que puedan darse en los alumnos a la hora de obtener el resultado de una operación que parecen dominar sin gran problema.

El aspecto segundo, objetivos 2º y 3º, está dominado y es sencillo. La memorización de la tabla de multiplicar no presenta dificultades en este Nivel, si bien no conviene confiarse excesivamente.

El tercer aspecto, objetivo 4º, resulta idóneo. Este resultado es satisfactorio ya que no hay una diferencia excesiva entre la mecanización de la multiplicación y su empleo en la resolución de problemas.

En cuanto a la iniciación a la división, vemos que es un concepto difícil, salvo los aspectos iniciales más sencillos. Creemos que el problema radica en la forma de evaluar ya que debería de trabajarse solo con material concreto y evaluar solo actividades que se realicen con el mismo.

En este bloque hay dos objetivos sencillos, dos idóneos y uno difícil.

MEDIDA DE LONGITUDES:

Los objetivos finales que nos proponemos para este bloque son, a efectos de evaluaciones escritas, los siguientes:

OBJETIVO 1: Dado un objeto plano distinguir entre su largo y su ancho.

OBJETIVO 2: Calcular la medida conjunta de dos objetos de longitud conocida.

OBJETIVO 3: Calcular el doble y el triple de la medida de un objeto.

Los resultados obtenidos, en promedio, por estos objetivos con los siguientes:

Obj.	1	2	3
Eval.			
I			
III			
III	.91	.90	.90
IV			
V			
Final	.83	.59	.71

El primer objetivo resulta sencillo, la disminución entre la evaluación tercera y final pensamos que es debida a falta de repaso.

Como ya hemos dicho en el comentario a la evaluación final, la disminución del objetivo 2º respecto de la evaluación 3ª, es muy acusada, si bien la pregunta es realmente más difícil que la que se hizo antes. Se ve que aun cuando un concepto pueda resultar sencillo en una primera aproximación no por ello conviene descuidarlo. Prácticamente vale el mismo comentario para el objetivo 3º que finaliza como idóneo. Se observa que aun cuando los contenidos de este bloque son adsequibles al alumno, la falta de práctica sobre los mismos les lleva a fracasar más de lo conveniente.

GEOMETRIA:

Para este bloque nos hemos propuesto un solo objetivo:

OBJETIVO 1: Dado el desarrollo de uno de los cuerpos geométricos estudiados, el alumno:

- Lo recortará y formará el cuerpo.
- Dirá el número de caras que lo forman y les dará color.
- Dirá el número de aristas que tiene y les dará color.
- Dirá el número de vértices que tiene y los señalará.

Los resultados obtenidos, en promedio, por este objetivo son:

<i>Obj.</i>	1	De nuevo vemos que está en el límite entre sencillo e
<i>Eval.</i>		idóneo. El único comentario sigue siendo que resulta
V	.83	más sencilla la construcción del cubo a partir de su
Final	.78	desarrollo (evaluación 5ª) que la del tetraedro
		(evaluación final).

Podemos, finalmente, elevar a definitivas las conclusiones provisionales que enumerábamos al concluir la primera fase del estudio de este Nivel:

—Hay aspectos conceptuales, que corresponden a una definición, y cuyo dominio le cuesta trabajo al alumno de este Nivel. La memoria para recordar terminologías (o lo esencial de ellas), funciona a un nivel, entre el .60-70 por ciento, y conforme transcurre el tiempo el deterioro es mayor. No conviene descuidar estos aspectos.

—En las operaciones SUMA se aprecia una mejora sensible en cuanto a asimilación de nuevos casos, igualmente sucede con la resta si bien su rendimiento es ligeramente inferior. Los resultados del producto también alcanzan un nivel muy aceptable en la mecanización de la tabla.

—En el planteamiento y resolución de problemas observamos que las preguntas de tipo directo dan resultados altos; conforme el tipo de pregunta es menos directo los resultados disminuyen, conviene, pues, trabajar más intensamente en estos otros casos.

Todo lo anterior es válido para problemas de una sola operación. Cuando aparecen dos operaciones consecutivas los rendimientos son francamente bajos; hay pues que tener en cuenta que en estos casos se trabaja a nivel de iniciación.

—El esquema de la asociatividad para sumas de más de cinco sumandos y la partición de una cantidad entre dos o tres son aspectos que se inician en este Nivel, pero en los que no cabe esperar resultados muy altos.

—La medida de longitudes no presenta dificultad especial si los planteamientos no son excesivamente complicados, pero no conviene abandonar el trabajo con este tema.

Resumiendo la distribución de los objetivos finales de este curso, por categorías, tenemos el siguiente cuadro:

<i>Intervalo</i>	<i>Categoría</i>	<i>Código</i>	<i>Frecuencia</i>	<i>Porcentaje</i>
91-100	Muy Sencillo	M.S.	2	8 %
81-90	Sencillo	S.	12	43 "
71-80	Idóneo	I.	11	39 "
51-70	Difícil	D.	3	10 "
0-50	Muy Difícil	M.D.	0	0 "

Como vemos el 90 por ciento de los objetivos propuestos superan con facilidad el nivel de idoneidad, es decir, en promedio más del 75 por ciento de los alumnos los dominan totalmente. Los resultados son muy aceptables y han confirmado la validez de la metodología propuesta.