

~~FH Pm.~~ 24/130
10/65

UNIVERSIDAD DE GRANADA
Facultad de Ciencias
Fecha 24/10/01
ENTRADA NUM. 3837

DEPARTAMENTO DE FÍSICA APLICADA
UNIVERSIDAD DE GRANADA

INSTITUTO DE ASTROFÍSICA DE ANDALUCÍA
CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS



BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
GRANADA
N.º Documento 613379331
N.º Copia 16375270

**MODELO TRIDIMENSIONAL DE
NÚCLEOS COMETARIOS:
PRODUCCIÓN DE AGUA Y
EVOLUCIÓN DEL ESTADO ROTACIONAL**

TESIS DOCTORAL PRESENTADA POR
PEDRO JOSÉ GUTIÉRREZ BUENESTADO

MODELO TRIDIMENSIONAL DE NÚCLEOS COMETARIOS: PRODUCCIÓN DE AGUA Y EVOLUCIÓN DEL ESTADO ROTACIONAL

Visado en Granada a 19 de Octubre de 2001.

Directores de la Tesis:



Dr. D. Rafael Rodrigo Montero.
Investigador Científico del C.S.I.C.



Dr. D. José Luis Ortiz Moreno.
Científico Titular del C.S.I.C.

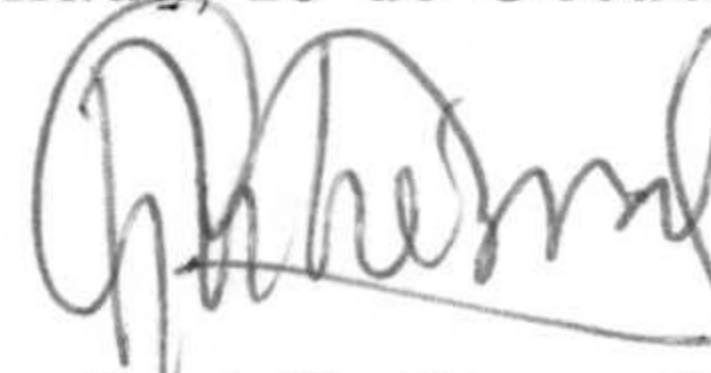
Tutor:



Dr. D. Antonio Molina Cuevas.
Catedrático del Departamento de Física Aplicada
Universidad de Granada

Memoria presentada para optar al grado de
DOCTOR EN CIENCIAS FÍSICAS

Granada, 19 de Octubre de 2001.



Fdo: Pedro José Gutiérrez Buenestado.
Licenciado en Ciencias Físicas.

Agradecimientos

Deseo expresar mi agradecimiento a todo el personal del Instituto de Astrofísica de Andalucía (CSIC), especialmente a los miembros del Departamento Sistema Solar, por toda la ayuda que me han ofrecido a lo largo de estos años.

Quiero agradecer a Antonio Molina, tutor de esta memoria, su apoyo y confianza ya que gracias a él tomé contacto con el Instituto de Astrofísica de Andalucía e hizo posible que toda esta aventura comenzase. También he de agradecerle su ayuda con todos los trámites que la presentación de esta memoria exige. Antonio, mis más sinceras gracias.

Durante todo el tiempo que he dedicado a la Tesis, Rafael Rodrigo y José Luis Ortiz, directores de esta memoria, me han enriquecido con sus experiencias y sus consejos. Rafa, quiero agradecerte tu compromiso, esfuerzo, todas las palabras que han logrado alejar mi desánimo y, sobretodo, tu ayuda para que este trabajo sea una realidad. A José Luis tengo que agradecerle el haberme enseñado a andar por esto de la investigación. José Luis hace que, al principio, todo suene como posible y, hasta cierto punto, sencillo. Convencido, me encuentro en medio de algo que, para mí, es imposible y tremendamente difícil. Volviendo a hablar con él, recuerdo que es posible. José Luis, gracias por hacer posible este trabajo y gracias por tu dedicación.

También quiero agradecerle a José Juan López Moreno, jefe del Departamento Sistema Solar, su apoyo para la concesión de la beca FPI que he disfrutado durante este tiempo.

Agradezco al personal del Centro de Calculo: Antonio, Pepe, Angelines y Emilio y al de la Biblioteca: Mari Carmen y Mari Ángeles, sobretodo, su paciencia. Me es muy difícil expresar en pocas palabras todo mi agradecimiento hacia vosotros, vuestra ayuda es inestimable. También quisiera expresar mi agradecimiento a Elisa y a Leandro. A Paco no le agradezco nada, ya te invitaré a algo. También he de agradecer la amabilidad de Susana y Fina y, por supuesto, la ayuda y el sentido del humor de Manolo Romero.

A Laurent Jorda le estoy especialmente agradecido por muchos motivos. Además de la hospitalidad y amabilidad con la que me recibió durante mi primera estancia en Lindau, he de agradecerle el que me haya enseñado todo un modo de trabajar.

Quisiera aprovechar esta oportunidad para agradecer a todos a aquellos amigos que de un modo u otro me han enriquecido y que, con su ayuda, han hecho posible este trabajo.

También he de agradecer al actual Ministerio de Ciencia y Tecnología la concesión de una beca FPI para la realización de esta memoria.

Finalmente, quisiera agradecer a todos los miembros del tribunal que ha de juzgar esta memoria el que hayan aceptado formar parte de él.

*De y para
mi madre, mi padre y mi hermano.
Todo esto, salvo una cosa, es suyo.
Los errores son míos.*

Resumen

Los cometas son pequeños cuerpos sólidos de superficie irregular y estructura porosa constituidos, esencialmente, por hielos de agua, dióxido de carbono, monóxido de carbono, hidrocarburos complejos y granos de polvo. Los cometas se mueven en órbitas altamente elípticas alrededor del Sol y cuando están cerca de él, la radiación solar aporta la energía necesaria para que se produzca la sublimación de los hielos. El gas liberado arrastra consigo los granos de polvo formándose las espectaculares colas. Hoy en día es ampliamente aceptado que la superficie de los núcleos es heterogénea. Se cree que el núcleo no es uniformemente activo y que la producción de gas y polvo procede sólo de zonas discretas de la superficie que reciben el nombre de "zonas activas". Actualmente existen fuertes evidencias para creer que los cometas son los objetos más prístinos del Sistema Solar, preservando la materia existente en las primeras etapas de su formación o incluso materia presolar presente en las nubes interestelares. Como portadores de las claves para la comprensión de la formación del Sistema Solar son objeto de un necesario estudio. Respondiendo a esta motivación se está haciendo un importante esfuerzo científico y tecnológico que tiene como principal objetivo la exploración *in-situ* de los cometas. Actualmente existen 4 misiones espaciales en desarrollo cuyo objetivo será proporcionar información de los núcleos cometarios. Entre estas misiones, la más ambiciosa es la misión Rosetta, de la ESA, en la que el Instituto de Astrofísica de Andalucía (IAA), centro en el que se ha desarrollado esta memoria, participa activamente tanto desde el punto de vista instrumental y tecnológico como científico. La misión Rosetta tiene entre sus objetivos explorar el cometa Wirtanen y lo acompañará, orbitando alrededor de él, durante una gran parte de su trayecto orbital.

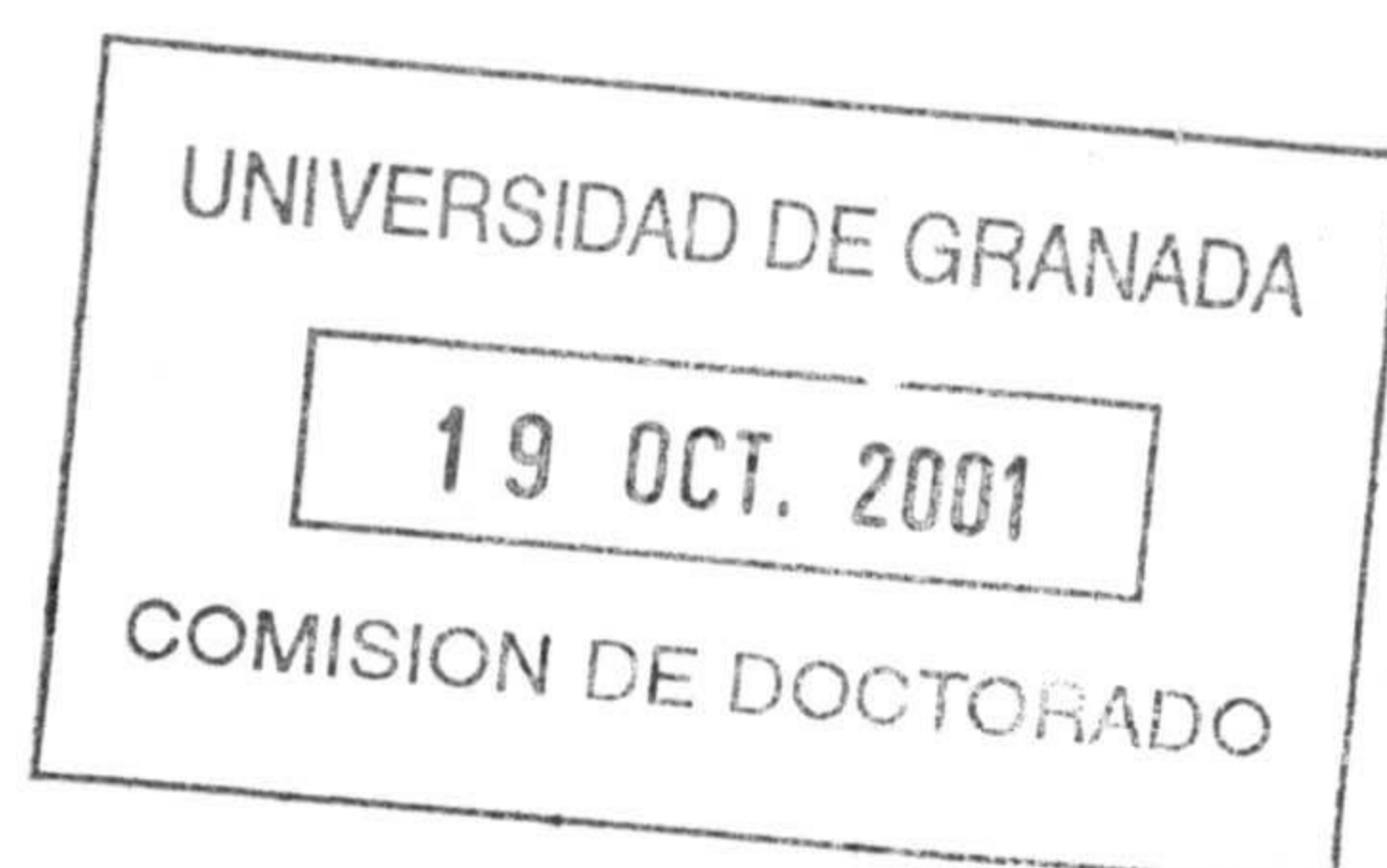
Esta memoria se enmarca dentro de las tareas de apoyo científico a la misión Rosetta. Se ha desarrollado un modelo termofísico tridimensional en el que se asume que el núcleo es un cuerpo irregular con una superficie heterogénea constituida por una mezcla de hielo de agua y polvo, respondiendo al conocimiento que actualmente se tiene de los núcleos cometarios. Este modelo constituye un avance significativo en la simulación de los núcleos cometarios pues los modelos tridimensionales desarrollados hasta la fecha se basan en la hipótesis de que el núcleo es un cuerpo esférico, o elipsoidal en el mejor de los casos, con propiedades superficiales homogéneas. El modelo que se presenta en esta memoria constituye una nueva herramienta para estimar la tasa de producción de agua y la temperatura superficial de los núcleos cometarios para

cualquier conjunto de parámetros orbitales y de rotación. Para ello se resuelve la ecuación de balance energético en la superficie teniendo en cuenta los procesos físicos más significativos. En el modelo que se describe en esta memoria, el balance energético en la superficie viene dado, esencialmente, por el equilibrio entre la radiación incidente sobre la superficie, incluyendo la radiación solar, la radiación reflejada y emitida por la propia superficie y los efectos de sombras, y la energía térmica re-radiada en el infrarrojo, la energía invertida en la sublimación y el calor transportado hacia el interior del núcleo. Desde un punto de vista dinámico, se ha incluido el hecho de que el movimiento de traslación y rotación del núcleo se puede ver afectado por la fuerza no-gravitacional debida a la sublimación del hielo que constituye el núcleo.

En el primer capítulo de esta memoria se describe, haciendo un repaso histórico, cómo ha ido evolucionando el conocimiento sobre los cometas y parte de lo que hoy se conoce sobre estos cuerpos menores del Sistema Solar. En el segundo capítulo, de manera más específica, se describen los principales modelos térmicos desarrollados hasta la fecha, sus hipótesis y se resumen los principales resultados. En este capítulo también se describen algunas de las características de los núcleos cometarios que se han podido inferir observacionalmente. También se describen los modelos desarrollados para interpretar el comportamiento rotacional y orbital de los cometas.

En el tercer capítulo se presentan las hipótesis en las que se sustenta el modelo termofísico desarrollado en el IAA así como los argumentos que nos permiten establecer esas hipótesis. Como ya se ha mencionado, este modelo permite estimar la tasa de producción de agua y la temperatura superficial de núcleos cometarios irregulares no homogéneos resolviendo la ecuación de balance energético en la superficie. El estado actual del modelo es un primer paso en lo que sería una descripción completa del sistema cometario y de los procesos físico-químicos que tienen lugar en el entorno cometario. El modelo es, en sí, la frontera de un modelo mucho más complejo en el que se debe incluir la interacción entre la coma y la superficie del núcleo, incluyendo procesos colisionales y radiativos en esa interacción. El modelo y los procesos físicos que se describen en ese capítulo se han representado en un programa informático que nos permite realizar numéricamente los cálculos necesarios para estimar la temperatura superficial y los cálculos involucrados en el movimiento de traslación y rotación del núcleo. Al final del capítulo 3 se describen las principales aproximaciones numéricas y se presentan algunas de las comprobaciones que se han hecho para establecer la fiabilidad de los cálculos numéricos.

El modelo desarrollado se ha empleado para comparar la producción de agua de distintos objetos irregulares, simulados mediante las llamadas *formas gaussianas aleatorias*, con la producción de agua de un cuerpo esférico. Esto nos permite establecer el efecto de la forma geométrica y de la topografía tanto en la producción de agua como en la temperatura superficial. Los resultados de esta comparación, así como el análisis de las diferencias que aparecen, se presentan en el capítulo 4. También se han realizado simulaciones para establecer cuál es el efecto en la producción de agua de la cantidad de polvo presente en la superficie, así como de distintas distribuciones de albedo, emisividad y fracción de área cubierta por hielo. El principal objetivo de estas últimas simulaciones es establecer las diferencias en la producción debidas a la heterogeneidad superficial. Dicho de otra manera, el principal objetivo de este grupo de simulaciones es establecer si la producción de un núcleo heterogéneo queda bien representada



por la producción de un núcleo homogéneo con el valor medio del albedo, la emisividad y la fracción de área activa. Finalmente, se compara la producción de núcleos irregulares uniformemente activos y con zonas activas simuladas sobre su superficie con la producción obtenida mediante las aproximaciones simples del *punto subsolar* y del *rotator rápido*. El objetivo de estas simulaciones es establecer la fiabilidad de ambas aproximaciones para estimar la fracción de área activa presente en un núcleo cometario.

En las simulaciones realizadas se ha obtenido que, generalmente, los núcleos irregulares producen una mayor cantidad de agua que los cuerpos esféricos durante la mayor parte del recorrido orbital. Cerca del perihelio, donde las diferencias son menores, la producción está controlada, aproximadamente, por la sección transversal del cuerpo. Lejos del perihelio, la producción no se debe a un único factor, siendo los principales la efectividad de la superficie, definida como la fracción entre la sección transversal y el área iluminada, la existencia de una región permanentemente iluminada debido a la inclinación del eje de rotación y, en menor medida, el autocalentamiento del propio cuerpo debido a la incidencia en la superficie de radiación reflejada y emitida por la propia superficie. También se han obtenido mapas de temperatura en los cuerpos irregulares que sugieren la presencia de zonas localizadas de alta producción sobre la superficie del núcleo. Estas “zonas activas” debidas a la topografía del núcleo podrían dar lugar a algunos de los fenómenos observables que producirían las “zonas activas” reales. Otro efecto que se ha observado es que la topografía tiende a disminuir la asimetría de las curvas de luz alrededor del perihelio. Como resultado de la comparación entre núcleos heterogéneos y homogéneos se ha obtenido que, para distribuciones realistas de albedo y fracción de área ocupada por hielo, la producción del núcleo heterogéneo corresponde con la producción del núcleo homogéneo. Las heterogeneidades sólo introducen variaciones en la producción que, como máximo, sólo alcanzan el 10 % de la producción total. Al comparar la producción del objetos tridimensionales con la producción obtenida mediante las dos aproximaciones mencionadas anteriormente, se ha obtenido que la aproximación del *punto subsolar* permite estimar, de forma razonable, la fracción de área activa a partir de la producción de agua en el perihelio.

Otro estudio que se ha abordado en esta memoria es la evolución del estado rotacional de los núcleos cometarios incluyendo el momento de la fuerza de retroceso producida por la sublimación de gas. Los resultados de este estudio se muestran en el capítulo 5. Se han realizado distintas simulaciones considerando distintas formas geométricas, distintas distribuciones de zonas activas y distintas orientaciones del eje de rotación. Los resultados obtenidos sugieren que el estado de rotación más probable para núcleos pequeños rotando muy rápidamente y muy activos, como el cometa Wirtanen, objetivo de la misión Rosetta, es el de máxima energía para su momento angular, es decir, que el cuerpo rote alrededor del eje principal con menor momento de inercia.

Hay que decir que dado el gran número de grados de libertad que se incluyen en el modelo desarrollado, debidos principalmente a la forma geométrica, la orientación del eje de rotación y a la distribución de zonas activas, todos los resultados obtenidos deben tomarse con cierta cautela. Aunque la aleatoriedad de las formas irregulares y la de las distribuciones de zonas activas nos proporciona cierta confianza, sería necesario completar todos los estudios con un

número mucho mayor de simulaciones.

Para finalizar esta memoria, en el capítulo 6 se resumen algunos de los posibles trabajos futuros que se pueden abordar con el modelo desarrollado.

Índice

Resumen	1
Capítulo 1 Generalidades sobre los cometas	9
1.1 Introducción	9
1.2 Pasado	10
1.2.1 De la Antigüedad al Renacimiento.	10
1.2.2 El descubrimiento de Halley.	13
1.2.3 Modelo de Whipple del conglomerado de hielos	18
1.2.4 Órbitas cometarias: Hipótesis de Oort.	21
1.3 Presente	22
1.3.1 Observaciones modernas	23
1.3.1.1 Visible: Variación del brillo de los cometas. Curvas de luz	24
1.3.1.2 Ultravioleta: El agua es el componente mayoritario de los cometas.	26
1.3.1.3 Infrarrojo: Detección del agua y composición del polvo	26
1.3.1.4 Radio: Detección de moléculas orgánicas	28
1.3.1.5 Radar: Evidencia del núcleo sólido e irregular	28
1.3.2 Exploración <i>in situ</i> del cometa Halley	29
1.3.2.1 El núcleo del Halley	30
1.3.2.2 Polvo	32
1.3.2.3 Gas	32
1.3.3 Conceptos actuales sobre la formación y el origen de los cometas.	33
1.3.4 ¿Qué son los cometas?	36
1.4 Futuro	37
1.5 Motivación para realizar esta memoria	40
Capítulo 2 Propiedades físicas y características dinámicas de los núcleos cometarios	41
2.1 Introducción	41
2.2 Modelos termofísicos	42
2.3 Zonas activas	46

2.4	Tamaño y albedo	48
2.5	Movimiento orbital. Efecto de las fuerzas no gravitacionales	49
2.5.1	Modelo estándar	50
2.5.2	Otros modelos	53
2.5.3	Relación entre las asimetrías de las curvas de luz y el cambio en el período orbital	55
2.5.4	Fuerzas no-gravitacionales y densidad del núcleo	57
2.6	Rotación	58
2.6.1	Movimiento forzado. Escalas de tiempos involucradas en la rotación	58
2.6.2	Modelos teóricos de evolución del estado rotacional	60
2.6.3	Períodos de rotación. Evidencias de estados excitados de rotación	62
2.6.3.1	Métodos para determinar el período de rotación	62
2.6.3.2	Observaciones	64
2.7	Necesidad de nuevos modelos	65
Capítulo 3 Modelo del núcleo de los cometas		67
3.1	Introducción	67
3.2	Descripción del modelo	67
3.2.1	Tasa de producción y efecto no gravitacional	73
3.2.1.1	Fuerza no-gravitacional y su momento	75
3.2.2	Ecuación de balance energético en la superficie	76
3.2.2.1	Autocalentamiento	78
3.2.2.2	Difusión térmica	79
3.2.3	Parámetros físicos del modelo	81
3.2.4	Movimiento del núcleo	84
3.2.4.1	Movimiento de traslación	85
3.2.4.2	Movimiento de rotación	86
	(a) Orientación del cuerpo: Ángulos de Euler	86
	(b) Ecuación de movimiento de la rotación	88
	(c) Momento de la fuerza de retroceso	90
3.3	Núcleos irregulares	91
3.3.1	Formas gaussianas aleatorias	91
3.4	Distribuciones de albedo, emisividad y fracción de área ocupada por hielo en la superficie.	95
3.5	Resumen de las características del modelo	96
3.6	Cálculo numérico	98
3.6.1	Sistemas de referencia	98
3.6.2	Cálculo de la posición	99
3.6.3	Resolución de las ecuaciones de Euler. Comprobaciones del integrador numérico	102
3.6.4	Cálculo de la latitud y longitud subsolar	107
3.6.5	Cálculos de la región en sombra y de la región visible desde un punto de la superficie	109

3.6.6	Resolución de la ecuación de difusión del calor	111
3.6.7	Cálculos integrados. Tasa de producción de agua y comparación con otros modelos	113
Capítulo 4 Producción de agua de objetos irregulares		119
4.1	Introducción	119
4.2	Producción de núcleos irregulares constituidos sólo por hielo	122
4.2.1	Fracción de área en la que se produce la sublimación	133
4.2.2	Distribuciones de temperaturas	138
4.2.3	Asimetrías	144
4.2.4	Efecto de las distribuciones de albedo en la superficie	146
4.3	Producción de núcleos constituidos por hielo de agua y polvo mezclados.	146
4.3.1	Efecto de las distribuciones de fracción de área ocupada por hielo	152
4.3.2	Comparación de los resultados con los obtenidos mediante aproximaciones “clásicas”	153
4.4	Zonas activas.	158
Capítulo 5 Efectos no-gravitacionales en el movimiento de rotación de los núcleos cometarios		165
5.1	Introducción	165
5.2	Datos sobre Wirtanen	167
5.3	Descripción de las simulaciones realizadas	168
5.4	Evolución durante un período orbital	170
5.4.1	Núcleos uniformemente activos	170
5.4.1.1	Efecto sobre elipsoides	179
5.4.2	Núcleos con zonas discretas de actividad	183
5.5	Evolución durante 10 órbitas. Efecto del período de rotación inicial	186
5.5.1	Modos de rotación del Wirtanen	199
5.6	Estudio de sensibilidad: efecto de distintos conjuntos de parámetros, de la difusión térmica y del tamaño del núcleo	200
Capítulo 6 Efectos no-gravitacionales en la dinámica orbital. Sugerencias para trabajos futuros.		205
6.1	Efectos no-gravitacionales en la dinámica orbital	205
6.2	Otros trabajos futuros	208
Capítulo 7 Resumen de los resultados y conclusiones.		211
Apéndice A Ecuaciones de Euler en el convenio ZXY.		215
Apéndice B Elementos orbitales. Relación con la posición y la velocidad.		219
Bibliografía		223

Capítulo 1

Generalidades sobre los cometas

En este capítulo se realiza una descripción cronológica de las observaciones y del conocimiento que se ha tenido sobre los cometas a lo largo de la historia. La Astronomía y Astrofísica cometarias se han desarrollado de manera continua, pero podemos distinguir ciertos hitos que cambiaron nuestra concepción sobre la naturaleza de los cometas. Antes del Renacimiento, la idea más extendida era que los cometas eran un fenómeno atmosférico. Fue Brahe quien demostró que los cometas eran un fenómeno celeste o astronómico y poco tiempo después, Halley, haciendo uso de la teoría de la Gravitación de Newton, demostró su naturaleza periódica. Tras este gran cambio conceptual, el siguiente gran paso fue dado por Whipple quien en 1950 argumentó consistentemente en favor de que los cometas eran pequeños cuerpos sólidos constituidos por un conglomerado de hielos y granos de polvo. Ese mismo año, Oort postuló la existencia de una nube que rodeaba el Sistema Solar y que era la fuente de los cometas nuevos que se observaban. Estas dos hipótesis argumentaban en favor de que los cometas eran, posiblemente, los cuerpos del Sistema Solar con el material menos evolucionado. En consecuencia, el estudio de los cometas se convirtió en una fuente importantísima de información sobre el origen, formación y evolución del propio Sistema Solar así como de los procesos físico-químicos involucrados. Este creciente interés y la evidente importancia del estudio de los cometas quedaron plasmados con las misiones espaciales al cometa Halley. Hoy en día, aún existen muchas dudas sobre la naturaleza de los cometas y parte de ellas se intentan resolver mediante la exploración *in situ*. Actualmente, hay 4 misiones espaciales en desarrollo que tienen como objetivo distintos cometas, entre ellas la misión Rosetta de la Agencial Espacial Europea. En esta misión, el Instituto de Astrofísica de Andalucía, donde se ha desarrollado esta memoria, participa activamente, tanto en el desarrollo instrumental como en las tareas de apoyo científico. En este trabajo se describe un modelo termofísico de los núcleos cometarios desarrollado con el principal objetivo de disponer de una herramienta que nos permita interpretar los datos que proporcionará la instrumentación a bordo de la nave Rosetta.

1.1 Introducción

Hoy en día, si se quiere ser suficientemente preciso, es difícil definir de manera simple lo que es un *cometa*. Prueba de ello es la confusión que puede aparecer al comparar las definiciones que se pueden encontrar en la literatura especializada con la observación visual de un cometa. Actualmente, los cometas se suelen definir como *pequeños cuerpos celestes, con un tamaño del orden de kilómetros, constituidos, principalmente, por hielo de agua y polvo* (e.g. Crovisier y

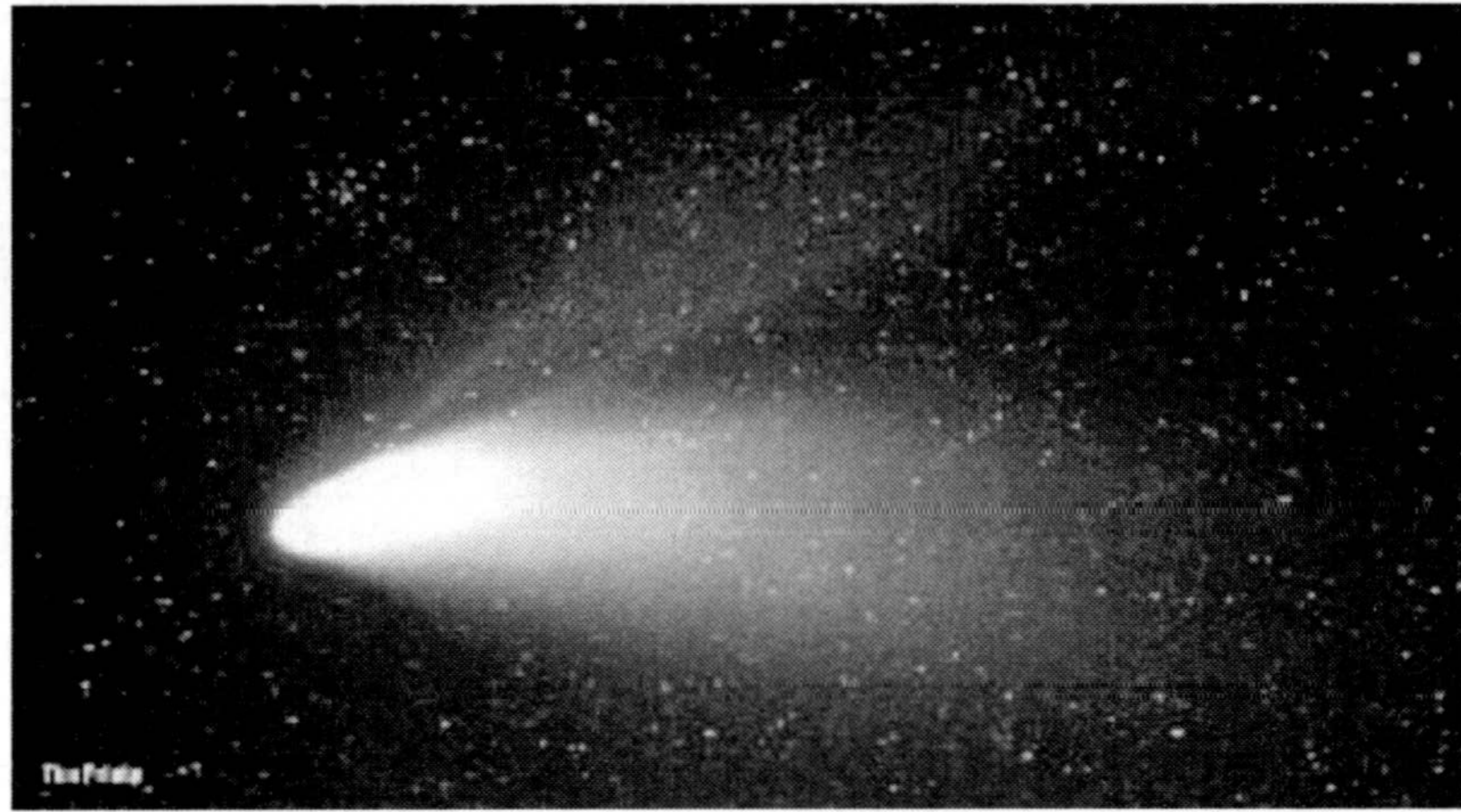


Fig. 1.1 Imagen del cometa Hale-Bopp tomada en Abril de 1997. En ella se pueden ver las dos colas mencionadas en el texto. Esta imagen procede del archivo de imágenes del Hale-Bopp del *Jet Propulsion Laboratory* y fue tomada por Tim Printy, Florida

Encrenaz, 2000). Sin embargo, esta definición no corresponde a lo que observacionalmente, y desde la Tierra, se puede identificar unívocamente como un *cometa*. Vistos desde la Tierra, de manera general, los cometas se identifican como “objetos” extensos de apariencia difusa que tienen un rápido movimiento con respecto a las estrellas de fondo. Esta “mancha” luminosa, que recibe el nombre de *coma* (cabellera, en latín), tiene geometría aproximadamente esférica y, en ocasiones, presenta una parte central más brillante. La coma tiene una extensión variable con el tiempo pudiendo alcanzar un tamaño de 200.000 km. Cuando los cometas son muy brillantes, de la coma suelen nacer dos largas colas que pueden alcanzar una extensión de millones de kilómetros. Una de las colas se extiende prácticamente recta y tiene un ligero color azulado. La otra, de color neutro o amarillento y generalmente más ancha que la anterior, presenta cierta curvatura. Tanto la coma como las colas son prácticamente transparentes; dejan ver las estrellas de fondo. Esta descripción, aunque no es rigurosa, corresponde unívocamente a lo que es la imagen típica de un cometa. A la definición rigurosa o, dicho de otra manera, a lo que hoy sabemos de los cometas llegaremos haciendo un repaso de cómo ha ido evolucionando el conocimiento que se ha tenido de ellos a lo largo de la historia.

1.2 Pasado

1.2.1 De la Antigüedad al Renacimiento.

Casi con toda seguridad, los cometas, como consecuencia de la espectacularidad de sus apariciones, han sido observados desde el origen del ser humano. Sin embargo, ante la ausencia de documentos, no se puede afirmar que las más antiguas civilizaciones confirieran un determinado significado y una naturaleza a los cometas. Sí sabemos, con toda certeza, que

astrónomos-sacerdotes de China y Babilonia, al menos 8 siglos A.C., habían observado lo que hoy conocemos por *cometa*. Los astrónomos chinos catalogaban a los cometas como estrellas, en tres tipos diferentes según su forma. Resulta sorprendente que ya en el año 635 A.C., los chinos pensaban que las colas de estas “estrellas” tenían la dirección solar, alejándose del Sol (Stephenson y Walker, 1985). Sobre la interpretación que los astrónomos de Babilonia tenían de los cometas, la información disponible es la recogida por Séneca (4 A.C.-65 D.C.) en su obra *Cuestiones Naturales*, que contiene un resumen del conocimiento que se tenía hasta la fecha de los fenómenos cometarios. Séneca describe que, según Apolonio de Mindos (320-A.C. ó 220-A.C.), los caldeos habían clasificado a los cometas como “apariciones” de planetas, habiendo determinado sus órbitas en algunos casos. En ambos casos, tanto los chinos como los caldeos atribuían a los cometas un origen celeste.

Como ocurre en todos los campos del conocimiento, sí existe una mayor información de las teorías “cometarias” desarrolladas por los Griegos. De hecho, nuestra moderna palabra *cometa* procede de la palabra griega *κομήτης* (kométes) que significa *de cabellera larga*. Aunque existen indicios que hacen pensar que la primera interpretación griega sobre la naturaleza de los cometas corresponde a Anaximandro de Alejandría (610-545 A.C.), la primera descripción sobre el origen de estos “fenómenos” es atribuida a Xenofanes de Colofon (570-470 A.C.). Xenofanes argumentaba que los cometas eran estructuras nubosas de fuego producidas por exhalaciones invisibles procedentes de la Tierra. Xenofanes aparece, por tanto, como el primero en desarrollar una teoría atmosférica para los cometas. Demócrito (470 A.C.) y Anaxagoras (500-428 A.C.), por contra, atribuían a los cometas un origen celeste. Para estos filósofos, los cometas aparecían como consecuencia de la interacción de la luz de los planetas que entraban en conjunción entre sí o con estrellas. En este contexto resulta realmente sorprendente la acertada visión que Artemidoro de Parium (en torno al 450 A.C.) tenía de los cometas. Para este filósofo, los cometas eran en realidad planetas que únicamente se les veía cuando llegaban al final de su carrera. Sin embargo, Artemidoro es recordado, precisamente, por lo “imaginativo” de sus teorías para explicar el Universo, las cuales eran fácilmente rebatidas por sus contemporáneos (Séneca 63-65). En consecuencia, su teoría cometaria fue, simplemente, olvidada. Otra visión diferente a las descritas era la de Hipócrates de Chios (430 A.C.), quien explicaba el carácter transitorio de los cometas proponiendo que eran, simplemente, ilusiones ópticas producidas por la luz solar en vapores de la atmósfera.

Encontramos, por tanto, que en la antigua Grecia existían, al menos, 4 interpretaciones diferentes para explicar la naturaleza de los cometas. Sin embargo, dado el significativo avance que tuvo el pensamiento Griego y, en general, el pensamiento occidental en prácticamente todos los campos del conocimiento gracias a Aristóteles, fue su teoría cometaria, que en realidad era una ligera adaptación de la de Xenofanes, la que se impuso. Para este gran filósofo, siguiendo la hipótesis de Eudoxo de Cnidos (408-355 A.C.), el Universo estaba formado por esferas concéntricas cuyo centro era la Tierra. Cuando la Tierra era calentada por el Sol, la superficie emanaba “vientos calientes” que se acumulaban en la parte alta de la atmósfera. Los cometas, al igual que las trazas meteoríticas, se originaban por fricción de esas emanaciones terrestres por el movimiento de la primera esfera, siendo, por tanto, fenómenos atmosféricos. Yendo aún más lejos, Aristóteles estableció la conexión entre una serie de desgracias ocurridas y la aparición de

cometas. Empezó así una condena que, hasta hace muy poco tiempo, hemos estado padeciendo. Posiblemente, la interpretación aristotélica se vio favorecida por la aceptación y difusión del sistema geocéntrico de Ptolomeo (100-170 D.C.), que sometió al olvido el heliocentrismo de Aristarco de Samos (320-250 A.C.).

Con la expansión y prosperidad del imperio romano, de manera ciertamente sorprendente, la filosofía, matemáticas y ciencias naturales entraron en declive. Esto condenó al más completo olvido la pequeña contribución científica de Séneca quien nos ofreció en su *Cuestiones Naturales* una visión muy acertada sobre la naturaleza de los cometas. Séneca definía los cometas como astros, cuerpos celestes con caminos curvados en el cielo. Para el filósofo, los cometas, como astros, debían tener una sustancia, un cuerpo sólido y terroso que alimentase su brillo o "llama". Es más, Séneca llegó a afirmar que este cuerpo sólido, el núcleo de los cometas, era esférico; siendo su brillo lo que se extendía en longitud (Séneca 63-65). Lamentablemente, estas ideas se perdieron en la historia perdurando la descripción aristotélica. Así, se extendió por Europa el carácter ominoso de los cometas. Idea que prácticamente ha llegado hasta nuestro siglo. Quizás por esa falsa concepción existe, hasta la llegada del Renacimiento, un hueco importante en el conocimiento de los cometas.

Con el Renacimiento y la mejora de las observaciones del movimiento de los planetas, los dogmas aristotélicos empezaron a quebrantarse. Entre otros, Toscanelli (1397-1482), Johannes Müller (Regiomontano) (1436-1476), Frascatoro (1483-1553) y Apian (1495-1552) empezaron a observar el cielo con cierta atención científica, realizando medidas sistemáticas del movimiento de los cometas. Frascatoro sugirió que las colas de los cometas apuntaban en la dirección solar, alejándose del Sol. Este hecho, que los chinos conocían desde mucho tiempo atrás, fue confirmado por las observaciones de Apian.

La idea del origen atmosférico de los cometas empezó a declinar con la teoría heliocéntrica de Nicolas de Cusa (1400-1464) y Copérnico (1473-1543). Fue el astrónomo danés Tycho Brahe (1546-1601) quien, finalmente, eliminó las posibles dudas sobre el origen celeste de los cometas. Este astrónomo realizó cuidadosas observaciones de un cometa brillante que apareció en 1577 desde dos observatorios diferentes que estaban separados, aproximadamente, 600 km. Sus medidas de paralaje indicaban que el cometa debía estar a una distancia superior a 4 veces la distancia a la Luna. A pesar de este descubrimiento, Brahe pensaba, en lo que es una extensión de las ideas aristotélicas, que los cometas eran "exhalaciones" de los planetas. En este contexto resulta sorprendente la postura de Galileo (1564-1642) quien, defensor del sistema heliocéntrico, negó la importancia de las observaciones de Brahe, afirmando que los cometas eran "ilusiones" o reflejos atmosféricos.

El sistema geocéntrico del movimiento de los planetas de Ptolomeo fue totalmente abandonado cuando Kepler (1571-1630) formuló sus leyes del movimiento planetario. Kepler también defendió la naturaleza celeste de los cometas y confirmó que las colas apuntaban en la dirección solar, alejándose del Sol. En 1618, intentando explicar observaciones de 3 cometas que fueron visibles ese año, Kepler concluyó que las colas se debían producir por alguna clase de fuerza debida a la radiación solar. Escribió que *los rayos solares pasan a través del cuerpo de un cometa e, instantáneamente, arrastran algo de su materia con ellos en su camino alejándose del Sol* (Bailey et al., 1990). Sin embargo, Kepler pensaba que los cometas, procedentes del

medio interestelar, se movían en órbitas rectilíneas, sometidos a una aceleración constante. La hipótesis de la trayectoria rectilínea contrastaba con las observaciones de Borelli (1608-1679) y Hevelius (1611-1687) quienes sugirieron una órbita parabólica para un cometa que apareció en 1665. Dörffel (1643-1688) e, independientemente, Flamsteed (1646-1719) mostraron que la hipótesis de una órbita parabólica era consistente con las observaciones de un gran cometa que apareció en 1680 y que fue observado antes y después del perihelio. En esa fecha, Newton (1642-1727) había formulado ya la teoría de la gravitación mediante la cual se demostraban las leyes de Kepler. Aún así, y conociendo el trabajo de Flamsteed, Newton objetó contra la hipótesis de las órbitas parabólicas sugiriendo que debía tratarse de dos cometas diferentes, siendo así, consistente con las trayectorias rectilíneas sugeridas por Kepler. Así, vemos que en ese momento no existía duda en cuanto al origen celeste de los cometas y, con respecto a su naturaleza, la mayoría de los científicos pensaban que los cometas eran una nebulosa, exhalación difusa o concentrado de vapores que finalmente se dispersaban y, por tanto, tenían una existencia efímera.

1.2.2 *El descubrimiento de Halley.*

Fue muy poco tiempo después cuando Edmond Halley (1656-1742) demostró que Kepler y Newton estaban equivocados con respecto al movimiento de los cometas. Halley, que conocía el trabajo de Newton, estaba seguro de que la teoría de la gravitación, todavía sin publicar, podía ser extendida y aplicada a los cometas. Así, haciendo uso de los desarrollos de Newton y de las observaciones realizadas, mostró que la órbita del cometa de 1680 era, ciertamente, una parábola*. Con este resultado empezaba a “demostrarse”, yendo más allá de suposiciones razonables, la verdadera naturaleza de los cometas. Habiendo obtenido este resultado, fue el propio Halley quien impulsó y subvencionó la publicación de los *Principia* en 1687. En esta primera edición, Newton, reconociendo implícitamente su error al incluir los cálculos de Halley, concluía que los cometas eran una clase de planetas con órbitas muy excéntricas. Según esta descripción, y teniendo en cuenta las observaciones, los cometas sólo eran visibles cuando estaban relativamente cerca del Sol. Este hecho llevó a Newton a establecer que el brillo observado debía ser la luz solar reflejada en las colas, las cuales se formaban, reformulando la idea de Kepler, a partir de la atmósfera del cometa cuando se acercaba al Sol.

Halley, además de la órbita del cometa de 1680, calculó las órbitas de los cometas de los que se disponía de las suficientes observaciones; entre ellas las de un reciente cometa de 1682.

*Consultando la bibliografía especializada, este hecho histórico aparece como algo confuso y, a veces, contradictorio. En el libro de Brandt y Chapman (1981), que tiene como referencia la traducción al inglés que Andrew Motte hizo de los *Principia*, reproducen la siguiente supuesta frase textual de Newton en referencia a la órbita del cometa de 1680: “*The orbit is determined...by the computation of Dr. Halley, in an ellipse*”. Por otro lado, en el artículo de Oort (1951), que tiene como referencia el trabajo de 1715 *The Elements of Physical and Geometrical Astronomy* de David Gregory que incluye una traducción al inglés y versión ligeramente extendida del *Astronomiae Cometicæ Synopsis* de E. Halley, se recoge la siguiente supuesta cita del propio Halley: “...*This comet (refiriéndose al de 1680) he (refiriéndose a Newton) prov'd to move round the Sun in a Parabolic Orb, and to describe Areas (taken at the Center of the Sun) proportional to the Times. Wherefore (following the Steps of so great Man) I have attempted to bring the same Method to arithmetical Calculation; and that with all the Success I cou'd wish*”....

Sus resultados fueron publicados en el famoso *Astronomiae Cometicæ Synopsis* en 1705. Dos fueron, esencialmente, los resultados de los cálculos. El primero fue que Halley no encontró velocidades hiperbólicas por lo que concluyó que los cometas se movían en órbitas elípticas muy excéntricas pudiendo, por tanto, ser periódicos y volver a aparecer después de grandes períodos de tiempo. El segundo resultado fue que el cometa que se observó en 1682 parecía estar en la misma órbita que los cometas vistos por Toscanelli, Apian y Kepler en 1456, 1531 y 1607, respectivamente, y que, por tanto, podría tratarse del mismo cometa que realizaba aproximaciones periódicas a la Tierra y al Sol. Como el período entre apariciones estaba entre los 75 y 76 años, Halley predijo que volvería a aparecer a finales de 1758. La predicción de Halley fue confirmada el día de Navidad de 1758 cuando un astrónomo aficionado alemán llamado Palitzsh detectó el cometa. La confirmación de la predicción de Halley no sólo supuso un gran paso en la comprensión de la naturaleza de los cometas, sino también la confirmación de la validez de la teoría de la Gravitación; eso nos da una idea de la verdadera importancia del descubrimiento de Halley. Tras este hallazgo, la idea de que los cometas tenían una naturaleza "vaporosa" y efímera tuvo que ser abandonada, los cometas eran miembros permanentes del Sistema Solar. Al viajar en órbitas altamente elípticas y sólo ser visibles cuando estaban cerca del Sol, los cometas debían ser, esencialmente, un núcleo. Cuando ese núcleo se acerca al Sol, al interactuar con la radiación solar, se forman la coma y las colas desplegando toda su espectacularidad. Cuando pasa el perihelio y conforme se aleja del Sol su brillo disminuye quedando, únicamente, el núcleo. Esta es, a grandes rasgos, la concepción actual de los cometas.

Después del éxito de Halley, la mecánica celeste empezó a desarrollarse muy rápidamente. Muchos de los avances matemáticos realizados por Laplace (1749-1827), Olbers (1758-1840), Gauss (1777-1865) y Lagrange (1736-1813) fueron motivados por el cálculo preciso de las órbitas de los cometas, cuyos movimientos estaban influenciados no sólo por el Sol sino también por los planetas. Se puede decir que durante el siglo XVIII se alcanzó la comprensión básica de las órbitas cometarias. Utilizando los métodos desarrollados fue posible calcular los límites superiores de las masas de algunos cometas. Así, Laplace, en 1805, estimó que el cometa de 1770 que pasó cercano a la Tierra no podía tener una masa mayor que $4.6 \cdot 10^{20}$ Kg. Una masa mayor le habría producido una perturbación medible a la Luna o a la Tierra.

Hasta ese momento, la mayoría de los cometas descubiertos tenían órbitas parabólicas. Sin embargo, a finales del siglo XVIII y principios del XIX se descubrieron una serie de cometas que tenían un período muy corto y un afelio cercano al radio orbital de Júpiter. Esta circunstancia permitió empezar a especular sobre el origen de los cometas y se empezaron a perfilar dos teorías. Por un lado, Laplace, entre otros, defendía que los cometas tenían un origen interestelar, habiendo sido capturados por el Sistema Solar en su movimiento. Así, los cometas de corto período habrían evolucionado a esas órbitas como consecuencia de encuentros cercanos de Júpiter. Por otra parte, Lagrange, entre otros, defendía prácticamente lo contrario. Según Lagrange, los cometas tenían un origen planetario habiendo sido eyectados a sus órbitas por los planetas mayores, principalmente, por Júpiter.

Johann Encke (1791-1865) hizo uso de los desarrollos matemáticos de Gauss para calcular las órbitas de unos cometas que habían sido observados desde 1786 a 1818. Encke encontró, como Halley, que en realidad se trataba de un solo cometa con un período muy corto. El período

era, aproximadamente, 3.3 años, prediciéndose su regreso en 1822. Esta fue la segunda ocasión en la que se predijo, de manera exitosa, el regreso de un cometa. Sin embargo, lo sorprendente de este cometa era que su período orbital estaba decreciendo con cada paso por el perihelio. Encke sugirió que ese cambio era debido a que el cometa se movía en un medio que ofrecía cierta resistencia.

Por otro lado, el desarrollo de instrumentación científica permitía ya estudiar a los cometas no sólo desde el punto dinámico. Arago (1786-1853) en 1819, y también Drago en 1820, realizando medidas de polarimetría, mostraron que la luz procedente de los cometas es, en su mayor parte, la luz solar reflejada, confirmando así la hipótesis de Newton. Esto permitió establecer que, al menos en parte, la coma y las colas estaban constituidas por pequeñas partículas; lo que debía constituir finalmente el núcleo.

El cometa Halley, a su vuelta en 1835, fue intensamente observado por Bessel (1784-1846), Herschel (1792-1871), Arago y Struve (1793-1864). Medidas precisas del brillo de estrellas cuando el cometa pasaba delante de ellas mostraron que no se producía ni disminución ni refracción de la luz recibida. Este hecho confirmaba la baja densidad de la coma y de las colas de los cometas. Tanto Bessel como Herschel realizaron un estudio detallado de las estructuras presentes en la coma del Halley. Observaron la presencia de un cono de luz que se extendía hacia el Sol abriéndose y volviéndose en el sentido contrario, como repelido por una fuerza. Bessel y Herschel propusieron que la fuerza que actuaba sobre el material del cono podría ser eléctrica, posiblemente debida a una carga neta del Sol. Continuando con esta línea, Bessel desarrolló una teoría mecánica de las colas cometarias suponiendo que diferentes partículas salían de la coma del cometa debido al balance de la gravedad solar y de fuerzas repulsivas. Esta imagen dinámica del material de la coma y de las colas exigía, necesariamente, la presencia de una fuente o núcleo a partir del cual se obtuviese toda la materia observable. Así, y de manera consistente con su descripción mecánica, Bessel propuso que los cambios en el período orbital del cometa de Encke podrían ser debidos a la expulsión de material desde un cuerpo sólido. Esta descripción parecía encontrar justificación en las observaciones de la coma del Halley donde, además del fuerte cono de luz, se observaba la presencia de ciertas estructuras finas brillantes, como chorros que salían de la condensación central.

En febrero de 1843 un cometa atravesó la corona solar sobreviviendo al paso. Este experimento natural permitió obtener alguna información sobre el núcleo. Los cálculos que realizó Minnaert (1893-1951) mostraron que el tamaño del núcleo debía ser, al menos, de 500 m. Tamaños menores se habrían volatilizado completamente y el cometa habría desaparecido.

En la segunda mitad del siglo XIX el cometa descubierto por Biela en 1826 levantó una fuerte expectación. En su regreso de 1846, Herschel descubrió que se había separado en dos que viajaban juntos. Estos dos cometas de Biela volvieron a verse en 1852 separados por una distancia aproximada de 2 millones de km. La vuelta de los cometas estaba predicha para 1866 y la comunidad cometaria estaba expectante para ver la separación entre los dos cometas; sin embargo, no volvieron a verse. Algunos astrónomos predijeron que en 1872 se podrían ver los restos de los cometas de Biela. Lo que se observó en 1872 fue una espectacular lluvia de meteoros. Esto parecía confirmar la hipótesis de Schiaparelli (1835-1910) quien en 1866 estableció la conexión entre las lluvias de meteoros y las órbitas de los cometas. Schiaparelli

mostró la conexión entre el cometa 1862 III (ahora conocido como Swift-Tuttle) y la lluvia de las Perseidas e igualmente entre la órbita del 1866 I (Tempel-Tuttle) y la lluvia de las Leónidas. Con esta conexión establecida, y ante la necesaria existencia de una fuente para todo el material observable, se empezó a postular el primer modelo que describía la estructura o naturaleza del núcleo. Ese primer modelo es conocido como *banco de arena o grava* y describía el núcleo como un *enjambre* de partículas meteoroides separadas con tamaños que iban desde $1 \mu\text{m}$ hasta los 10 m.

Por aquella época ya se había empezado a utilizar la espectroscopía para estudiar la composición de los cometas. Las primeras medidas espectroscópicas fueron realizadas por Donati (1828-1873), observando el cometa 1864 II (Tempel). Los espectros confirmaban que la luz procedente de los cometas era esencialmente la luz solar reflejada por partículas de pequeño tamaño. Además, superpuesto al continuo solar reflejado, aparecían ciertas bandas de emisión molecular. En 1868, Huggins (1824-1910) identificó en el espectro de un cometa 3 bandas de emisión como las que Swan (1828-1914) había visto trabajando con hidrocarburos excitados por descargas eléctricas. Esas mismas bandas eran también observadas en el gas obtenido cuando se calentaban meteoritos. Esta coincidencia, además de confirmar la naturaleza meteoroidal de los núcleos cometarios, sugería que los gases observados estaban atrapados en las partículas, siendo liberados cuando dichas partículas eran calentadas por el Sol. En 1881, con la utilización por primera vez de las placas fotográficas para tomar espectros, Huggins pudo identificar las 3 bandas como emisión, concretamente, del C_2 . Además, también se pudieron observar otras fuertes bandas de emisión en el violeta identificadas como CN . También en ese año se detectó la presencia de las líneas D del Na en la coma de cometas que pasaron muy cerca del Sol y un año después se detectó la presencia de hierro. Sin embargo, aunque se avanzaba rápidamente en la identificación de las especies presentes en los cometas, no fue hasta el siglo XX cuando se conocieron los mecanismos de emisión.

Con la confirmación de la existencia de una componente gaseosa en los cometas, Bredichin (1831-1904), continuando el trabajo iniciado por Bessel, clasificó las colas de los cometas en tres tipos dependiendo del grado de curvatura y de la composición. Así, definió las colas tipo I o gaseosas, de curvatura casi nula y sometidas a una fuerte fuerza repulsiva; las colas tipo II o de hidrocarburos y las colas tipo III o de vapores metálicos que tenían mayor curvatura y estaban sometidas a una baja fuerza repulsiva.

Con el comienzo del siglo XX, el conocimiento sobre la naturaleza de los cometas aumentó considerablemente. En 1900, Arrehenius (1859-1927) sugirió que la fuerza repulsiva que el modelo de Bessel-Bredichin necesitaba podría ser la presión de radiación solar. En ese mismo año, Lodge (1851-1940) atribuyó la forma de las colas cometarias a *un torrente de átomos cargados o iones*. De acuerdo a estos planteamientos eran tres las fuerzas que, pudiendo actuar conjuntamente, explicaban la formación y dirección de las colas: la presión de radiación, el bombardeo mecánico y una fuerza de naturaleza electro-magnética que tenía su origen en el Sol.

En 1910, el cometa Halley volvió pasando relativamente cerca de la Tierra. Esta circunstancia ofreció la oportunidad de investigar, incluso visualmente, la estructura de la coma y de las colas. Bobrovnikoff (en Oort 1951) observó la presencia de varios chorros, aproximadamente

rectos, procedentes del centro o núcleo, aparentemente, desde una o más pequeñas regiones de la superficie. Estos chorros parecían no estar limitados a la dirección de la que procedía la radiación solar. También observó la presencia de pequeñas piezas separadas de la condensación central y que eran, a su vez, origen de otros chorros. Curtis (1872-1942), por otro lado, pudo estudiar ciertas condensaciones o estructuras brillantes que se desplazaban por la cola de gas. La velocidad de esas estructuras exigía fuerzas repulsivas que fuesen hasta 1000 veces mayores que la fuerza de atracción solar.

Con respecto a la espectroscopía, fue en 1911 cuando Schwarzschild y Kron, estudiando la distribución de intensidad en la cola del cometa Halley, afirmaron que el mecanismo de emisión de luz en los cometas era, esencialmente, la absorción y reemisión de la radiación solar, es decir, la fluorescencia. En 1929, Zanstra (1894-1972) confirmó que la fluorescencia explicaba, prácticamente, el espectro de líneas y bandas de los cometas en el visible. En espectroscopía observacional también se avanzaba considerablemente. Entre los años 20 y 30, con la utilización de prismas de vidrio, se pudieron identificar las emisiones de CH en la coma y de CO^+ y N_2^+ y CO^+ en las colas. Este último compuesto explicaba el color azulado de las colas tipo I, las colas rectas. La presencia de los iones en las colas y la alta inestabilidad química de las moléculas detectadas en las comas llevó a Wurm (1934), entre otros, a establecer que los radicales observados procedían de la fotodisociación y fotoionización de moléculas padre, químicamente estables, atrapadas en las partículas que constituían el núcleo. Wurm, además, realizó cálculos precisos sobre la presión de radiación ejercida sobre las moléculas observadas. Sus conclusiones evidenciaban la insuficiencia de la presión de radiación para producir las altas velocidades que se habían observado en las colas (como las encontradas por Curtis en el Halley).

Otro paso decisivo en la comprensión de la naturaleza de los cometas fue dado con la utilización de prismas de cuarzo, los cuales mejoraban considerablemente la resolución espectral en el UV. En 1941, utilizando este tipo de prismas, Swings et al. (1941) detectaron, por primera vez, la presencia de OH en la coma de un cometa, estimando que su abundancia debía ser similar a la del CN o incluso mayor. En ese trabajo, en una nota al pie de página, sugerían que el OH podía proceder de la fotodisociación del agua.

La cuestión de las órbitas y el origen de los cometas también fue objeto de un intenso estudio en la primera mitad del siglo XX. Hasta ese momento, la inmensa mayoría de los cometas descubiertos tenían órbitas parabólicas o altamente elípticas y sólo un pequeño grupo tenía períodos relativamente cortos bien definidos. El problema planteado era descubrir de dónde venían los cometas y si esos dos grupos observados tenían en realidad alguna relación. Strömgren, en 1914, realizó cálculos precisos de las órbitas de los cometas de largo período incluyendo las perturbaciones de los planetas. Sus resultados mostraban que no había ninguna evidencia que hiciera pensar que los cometas habían "entrado" en el Sistema Solar con una velocidad hiperbólica. Esto constituía una evidencia de que los cometas debían pertenecer al Sistema Solar. Carrington (ya en 1860) había demostrado que si los cometas perteneciesen al medio interestelar y fuesen capturados por el Sistema Solar en su movimiento debían tener una velocidad inicial hiperbólica.

Otro paso importante lo dio van Woerkom (1948) quien estudió en profundidad la captura de cometas parabólicos o altamente elípticos por los planetas mayores. Van Woerkon demostró que,

ciertamente, Júpiter podía perturbar el movimiento de los cometas de gran afelio llevándolos a órbitas de período corto. Además, sus resultados mostraban que las perturbaciones que Júpiter produciría en las órbitas de los cometas que pasaran por la región planetaria, darían lugar a una distribución uniforme en energía, siendo igualmente probables el cambio en energía positivo y el negativo. Esto significaba que los cometas podían ser capturados y evolucionar hacia órbitas de corto período o, por contra, podían ser dirigidos hacia el espacio interestelar.

Resumiendo, la idea que se tenía sobre la naturaleza de los cometas hasta los años 50 había evolucionado considerablemente en los dos últimos siglos. Tras los descubrimientos de Brahe y Halley que definían a los cometas como cuerpos del Sistema Solar, los pasos más importantes fueron el confirmar que el espectro cometario en el visible era, esencialmente, el continuo solar con ciertas bandas de emisión. La conexión que existía entre las lluvias de meteoros y las órbitas cometarias permitió definir el primer modelo para describir el núcleo de los cometas: el *banco de arena*. Según este modelo, el núcleo es un conjunto de material meteoroide que al ser calentado por el Sol liberaba diferentes componentes gaseosos como H_2O , CH_4 , CO o CO_2 y NH_3 y otros elementos metálicos que eran fotodisociados y fotoionizados dando lugar a los radicales que formaban la coma y parte de las colas. La cantidad de gas liberada era, por tanto, mayor cuanto más se acercaba el núcleo al Sol. El principal defensor de ese modelo antes de los años 50 fue H.N. Russel (Littleton, 1953) quien afirmaba que la separación entre las partículas debía ser mucho mayor que sus tamaños. Esas partículas meteoroides sueltas podían ser arrastradas por las principales fuerzas presentes en el medio interplanetario: la gravedad solar, la presión de radiación y el bombardeo mecánico de las partículas procedentes del Sol formando las colas. Basándose en esa descripción cualitativa, y en cierta manera, consistente con algunos de los hechos observacionales, Levin (1943a, 1943b) propuso la primera interpretación física sobre la variación del brillo de los cometas cuando se acercaban al Sol. La ley de variación de la luminosidad de los cometas con la distancia heliocéntrica de Levin se basaba en la idea de que los gases estaban, esencialmente, adsorbidos en la superficie del material meteoroide que formaba el núcleo. La radiación solar proporcionaba la energía para liberar los gases de las partículas las cuales se suponían en equilibrio radiativo con la radiación solar. Aunque se comprobó que la ley de Levin, matemáticamente hablando, podía reproducir la variación de la luminosidad con la distancia heliocéntrica se evidenció, muy pronto, que no era físicamente aceptable. Algunos experimentos de laboratorio mostraron que la cantidad de gas liberado de partículas meteoríticas era mucho más pequeña que la observada en cometas.

1.2.3 Modelo de Whipple del conglomerado de hielos

El modelo del *banco de arena* no podía explicar, además de la producción total de gas, dos hechos observacionales fundamentales: la supervivencia de los cometas que pasaban cerca del Sol (como el cometa de 1843) y los cambios seculares en sus órbitas (como la reducción en el período orbital del cometa de Encke). Con respecto al primer hecho, un cuerpo que pase muy cerca del Sol es sometido a una fuerte tensión gravitacional (gravedad diferencial o mareas). Esto hace que un conjunto de partículas sueltas, sin cohesión estructural o gravitacional, difícilmente pueda superar un acercamiento al Sol o a cualquier planeta del Sistema Solar. Sin embargo,

el cometa de 1843 "sobrevivió" al perihelio. Con respecto al segundo hecho, la idea de Bessel de que los cambios seculares podían ser debidos a una fuerza de retroceso como consecuencia de la expulsión de material desde un cuerpo sólido había sido, simplemente, ignorada. Fue precisamente este movimiento no gravitacional de los cometas lo que utilizó Whipple (1950), en un trabajo que muchos autores coinciden en describir como el paso más grande en la física cometaria después del descubrimiento de Halley, para establecer la validez de un nuevo modelo del núcleo de los cometas.

Whipple (1950) propuso que los núcleos de los cometas son, principalmente, un conglomerado de hielos tales como H_2O , NH_3 , CH_4 , CO o CO_2 , (C_2N_2 ?) y otras posibles moléculas padre de los compuestos observados en la coma, mezclados con material meteoroide; como una gran *bola de nieve sucia*. Al no haber conexión entre los meteoritos y los caminos orbitales de los cometas, se postuló que el tamaño máximo de las partículas que integran el núcleo debía ser del orden de los centímetros.

Whipple describió distintas etapas en la evolución de los núcleos que orbitaban alrededor del Sol. En una primera etapa, cuando el núcleo se aproxima al perihelio la radiación solar vaporizaba directamente los hielos de la superficie arrastrando el material meteoroide más pequeño o ligero. Las partículas más grandes o pesadas quedarían en la superficie formando un manto aislante o matriz envolvente sin componente volátil. En un estado más evolucionado, la sublimación de los gases localizados bajo el manto se produciría mediante la energía transferida a través de la matriz. En un estado aún más avanzado de evolución y habiendo partido de un núcleo más o menos homogéneo, la razón de mezcla de los diferentes hielos estaría estratificada como consecuencia de que los componentes tienen diferentes presiones de vapor. Whipple postulaba que el estado final de un cometa; es decir, cuando todo su material volátil había sublimado, podía ser un pequeño núcleo constituido, únicamente, por los fragmentos meteoroides más pesados. Whipple establecía así la posible conexión entre algunos asteroides y los cometas y sugirió que el asteroide Hidalgo podía ser el remanente de un cometa.

La consecuencia más importante de la presencia de ese manto refractario es que si el cuerpo estaba rotando, el tiempo necesario para la transferencia de calor introduciría un desfase entre la dirección solar y la dirección de la fuerza de reacción debida a la salida del gas que se había vaporizado. Así, la dirección de la fuerza no-gravitacional, y su efecto, dependen únicamente del sentido de rotación del cuerpo y de la inercia térmica de ese manto. Si el cuerpo está rotando en el sentido del movimiento orbital, es decir tiene rotación *directa*, el cambio en la cantidad de movimiento del núcleo como consecuencia de la sublimación del hielo daría lugar a un aumento del período orbital y de la excentricidad de la órbita. Por el contrario, si el cuerpo rota en sentido opuesto al movimiento orbital, lo que se llama rotación *inversa*, se produciría una reducción del período orbital y de la excentricidad. Esta descripción fue la utilizada por Whipple para explicar los cambios seculares en las órbitas de los cometas D'Arrest y Wolf I (cuya rotación debía ser directa) y del cometa Encke (con rotación inversa). Utilizando cálculos precisos de los cambios seculares en los elementos orbitales de esos cometas, Whipple estimó la fracción de masa que esos cometas debían perder para explicar su movimiento no newtoniano. Los resultados obtenidos mostraban que, efectivamente, el momento transferido por la sublimación de gases podía explicar, perfectamente, los cambios seculares observados y que la fracción de

masa perdida en cada período orbital era lo suficientemente pequeña (en todos los casos muy por debajo del 1 %) como para mantener los cometas activos durante períodos de miles de años. En un segundo trabajo, Whipple (1951) estimó el tamaño máximo de los núcleos de 7 cometas suponiendo que eran esféricos. Calculando la cantidad de gas sublimado y considerando su relación con el efecto no gravitacional, este autor obtuvo un radio máximo del orden de los kilómetros.

Este modelo de núcleo también podía ser utilizado para interpretar o explicar otros hechos observacionales. Algunos cometas, especialmente el Schwassman-Wachmann, habían experimentado en un período muy corto de tiempo un aumento espectacular de su brillo, pudiendo aparecer incluso 1000 veces más brillantes que antes del aumento; como si hubieran sufrido una "explosión". Según Whipple las "explosiones" observadas podían ser debidas a una fragmentación o hundimiento de las partes más débiles del manto produciéndose un aumento en la cantidad de gas sublimado. Otra circunstancia que permitiría explicar las "explosiones", chorros y estructuras en la coma sería la existencia de heterogeneidades locales en los hielos. Una zona constituida por hielo de alta presión de vapor rodeada por otro hielo menos volátil podría dar lugar a "explosiones" que arrastraran trozos del núcleo mayores que los arrastrados por la sublimación. En otro orden, y para completar la descripción de los posibles efectos derivados del modelo propuesto, Whipple sugirió que si los núcleos cometarios eran irregulares (no esféricos), la expulsión de gases produciría un momento de fuerzas neto que alteraría su estado rotacional. Además, señaló que un estado rotacional inestable, junto con la fuerza de marea del Sol, podría producir la fragmentación del núcleo, afirmando que si las piezas resultantes eran suficientemente grandes podrían persistir como cometas individuales (como el caso del cometa Biela).

En su segundo trabajo relacionado con el modelo, Whipple (1951), sin querer entrar en especulaciones sobre el origen de los cometas, estableció ciertas limitaciones al proceso de formación de los núcleos. Teniendo como referencia las abundancias de los elementos en el Sistema Solar y comparando con las abundancias de las moléculas y elementos observados en la coma, afirmó que los núcleos debían estar compuestos, al menos en sus 2/3 partes, por hielos de compuestos hidrogenados de C , O y N . Eligió, arbitrariamente, que la mayor parte de la masa debía estar en la forma de CH_4 , NH_3 y H_2O correspondiéndole al CO o CO_2 , C_2 o C_2N_2 una fracción muy pequeña. Al material meteorítico le correspondía, por tanto, una tercera parte o menos de la masa del núcleo. Whipple también señaló que la condición más crítica es que la temperatura de formación debía ser muy baja, por debajo de los 50 K, con incorporación de las partículas meteoríticas tras colisiones de muy baja velocidad.

El modelo de Whipple era consistente con todos los hechos observacionales conocidos. La única inconsistencia de este modelo surgía, aparentemente, a la hora de explicar la secuencia espectroscópica de los cometas cuando se acercaban al Sol. Si el núcleo es un conglomerado de hielos con presiones de vapor muy diferentes, la sublimación y, consecuentemente, la observación de los gases o de sus productos ocurriría a distancias del Sol muy diferentes. Sin embargo, las observaciones, sin tener en cuenta los casos particulares, mostraban que cuando los cometas se acercaban al Sol toda la actividad gaseosa comenzaba, aproximadamente, a 3 UA. Para explicar este hecho, Delsemme y Swings (1952) sugirieron que el núcleo estaba constituido por clatratos

de agua, es decir, *jaulas* de cristal de agua que contenían a las moléculas más volátiles en su interior. De esta manera, cuando se producía la sublimación de los clatratos, todos los gases, incluidos los más volátiles, eran liberados simultáneamente.

1.2.4 Órbitas cometarias: Hipótesis de Oort.

Motivado por el trabajo que había desarrollado van Woerkom sobre la captura de cometas en órbitas parabólicas o muy elípticas, Oort (1950) utilizó los cálculos orbitales de Strömgren para estudiar la distribución en energía (o inversa del semieje mayor de las órbitas) de los cometas de largo período. La distribución calculada mostraba un fuerte máximo para pequeños valores en energía y un continuo, muy bajo comparado con el máximo, para las órbitas de menor excentricidad. El máximo correspondía a un valor medio del inverso del semieje mayor de 0.000018 UA^{-1} (semieje mayor de 110000 UA). Los cometas que daban lugar a ese máximo no debían haber pasado por la región planetaria anteriormente pues, según los cálculos de van Woerkon, la perturbación media que producía Júpiter era un cambio de $\pm 0.0005 \text{ UA}^{-1}$. Por tanto, la presencia de ese máximo tan pronunciado hizo pensar a Oort que, al menos, una fracción considerable de cometas de largo período debía proceder de una región del Sistema Solar que se encontraba a una distancia del Sol entre las 50000 UA y las 150000 UA. Dada la gran distancia hasta la que se extendían las órbitas originales de los cometas, Oort estudió en profundidad el efecto perturbativo de las estrellas que pasasen relativamente cerca del Sistema Solar. La primera conclusión de su estudio es que aunque en un primer momento, cercano al momento del origen del Sistema Solar, los cometas se moviesen en órbitas muy elongadas cercanas al plano orbital, la perturbación provocada por las estrellas produciría una distribución isótropa de velocidades. Así, Oort postuló la existencia de una *nube* esférica que rodeaba al Sistema Solar, ligada gravitacionalmente al Sol y que, al ser perturbada por el paso de estrellas, era la fuente principal de los cometas de largo período. Además, Oort mostró que si la nube contenía aproximadamente entre 10^{10} y 10^{12} cometas, con una masa total entre 0.1 y 0.01 la masa de la Tierra, las perturbaciones estelares podían explicar la distribución en energía orbital observada. Se definía así un proceso aparentemente consistente con las observaciones del momento. La acción gravitatoria de estrellas que pasasen relativamente cerca del Sistema Solar producirían una perturbación en los elementos orbitales de algunos cometas que integraban la nube. Parte de esos cometas entrarían en la parte interna del Sistema Solar, donde las perturbaciones de Júpiter, según van Woerkom, provocaría que la mitad de los cometas empezasen a moverse en órbitas altamente elípticas y la otra mitad serían enviados hacia el medio interestelar. Sucesivos pasos por la región planetaria provocarían que algunos de los cometas capturados evolucionasen hasta órbitas de corto período.

El único problema que planteaba la existencia de esa nube es que dada la baja densidad de materia en la región en la que estaba situada, los cometas no se podían haber formado allí; necesariamente se debían haber formado en la región planetaria. Por tanto, la hipótesis de Oort, si bien reproducía las observaciones, dejaba aún abierta la cuestión sobre el origen de los cometas. En ese momento, es decir a mediados de siglo, existían varias hipótesis sobre el origen de los cometas. La más plausible era la planteada primero por Edgeworth (1949)

y después por Kuiper (1951). Según Edgeworth, en lo que es una descripción completa de la formación del Sistema Solar, todos los cuerpos que lo integran se formarían a partir de pequeñas condensaciones del material original. Estas condensaciones, mediante colisiones, se agruparían en núcleos que irían progresivamente creciendo. En la región más allá de Neptuno, donde la densidad de material original era muy baja y el período de rotación muy grande, el proceso evolutivo en la formación de cuerpos sería muy lento. Esto produciría que, en esa región, los núcleos formados fuesen relativamente pequeños pero muy numerosos. Así, según Edgeworth (1949), esa región externa era en realidad un gran almacén de cometas potenciales. Kuiper (1951) también postuló esa posibilidad argumentando, además, que la acción gravitacional de Plutón podía haber dispersado esos pequeños cuerpos hacia la zona de influencia gravitacional de Neptuno, de donde serían dispersados hacia la nube de Oort.

1.3 Presente

La mayoría de los científicos que investigan la naturaleza de los cometas coinciden en definir los años 50 como el comienzo de una nueva era en la Astronomía y Astrofísica cometarias. Tras el modelo nuclear de Whipple y la hipótesis de Oort, los cometas dejaron de ser, simplemente, un fenómeno espectacular cuya naturaleza era enigmática para convertirse en objeto de un intenso y necesario estudio. Al haberse formado en la región planetaria, los cometas estaban constituidos por el material de la nebulosa protosolar. Su pequeña masa, fragilidad y su posterior exilio en la nube de Oort preservarían ese material sin alterarlo térmica ni geológicamente, al menos en su parte más interna. Así, los cometas están constituidos por el material primigenio, o, al menos, por el material original menos alterado y evolucionado en el Sistema Solar. Su estudio, por tanto, se convirtió en una necesidad para la comprensión de las etapas y procesos físico-químicos involucrados en la formación del Sistema Solar.

Hasta los años 70, cuando empezaron a utilizarse las modernas técnicas de observación, la mayoría de los avances en el conocimiento de los cometas fueron teóricos, para intentar explicar las observaciones en el visible.

A principios de los años 50 se empezaron a generalizar los modelos fotoquímicos. Estos modelos, aunque muy simples desde un punto de vista físico, pues asumían una expansión isótropa e isoterma del gas, permitían estimar la producción total de las moléculas padres a partir de la observación espectroscópica de las moléculas hijas. Entre estos modelos hay que destacar el de Haser (1957) que, a pesar de su inconsistencia física al asumir que los productos de la fotodisociación tienen la misma velocidad que la molécula padre, ha sido ampliamente utilizado hasta la fecha.

También a esa época corresponden los trabajos pioneros de Biermann (1907-1985) y Alfvén (1908-1995) sobre el viento solar. En 1943, Hoffmeister (1892-1968) observó que las colas de iones presentaban un ángulo de aberración, es decir, se desviaban ligeramente de la dirección antisolar. Este ángulo fue correctamente interpretado por Biermann (1951) quien, continuando con la idea establecida por Lodge a principios de siglo, propuso que la presión ejercida por las partículas que constituían el viento solar era la causante de las colas tipo I o cola de iones. Para explicar la alta velocidad de las estructuras observadas en esa cola, Biermann

estimó que la densidad de partículas del viento Solar debía ser muy alta, mayor incluso que el límite establecido a partir de las medidas en la corona solar. Alfvén (1957) solventó esta inconsistencia argumentando que el viento solar arrastra consigo un campo magnético. Ese campo magnético es perturbado localmente al paso de un cometa como consecuencia de que el viento solar es frenado por colisiones con las moléculas de la atmósfera del cometa. En este frenado, se incorpora al viento solar la masa iónica cometaria y se produce una compresión de las líneas del campo magnético que empiezan a rodear al cometa. Así, los iones cometarios incorporados al viento solar siguen las líneas de fuerza alejándose en la dirección antisolar.

Con el modelo de Biermann y Alfvén se completaba la teoría de formación de las colas. En las colas tipo I o iónicas, cuyo color azulado se debía a la presencia de CO^+ , los iones eran acelerados, prácticamente, en la dirección antisolar por las líneas del campo magnético interplanetario. La dirección de las colas tipo II o de polvo se explicaba mediante el balance dinámico entre la presión de radiación y la gravedad solar de acuerdo con la idea original de Bessel-Bredichin. Esta última teoría fue extendida por Finson y Probst (1968). Estos autores asumían que partículas esféricas de polvo con tamaños diferentes se liberaban isotrópamente de un núcleo esférico isoterma. Las partículas eran aceleradas por el gas en la región más cercana al núcleo (siguiendo el modelo de Probst, 1969), y cuando alcanzaban la velocidad terminal su aceleración venía gobernada por el balance de Bessel-Bredichin. Se desarrolló así una herramienta para estimar la distribución de tamaños de las partículas en las colas y la cantidad de gas necesaria para acelerar esas partículas. Las comparaciones entre la densidad predicha por este modelo y la distribución de intensidad en las colas de los cometas Arend-Roland y Mrkos mostraban que la distribución de tamaños, con un valor medio de $1 \mu m$, era similar a la del polvo interplanetario.

A pesar de estos avances, incluso a principios de los 70, todavía quedaba abierta la cuestión de la composición. Ya se habían empezado a desarrollar modelos sencillos de sublimación de distintos tipos de hielos (i.e. Squires y Beard, 1961; Watson et al., 1963; etc.) y todo parecía indicar que la formación de la coma estaba directamente relacionada con la sublimación de hielo de agua, la cual empieza a ser significativa a 3 UA del Sol. Esto hacía pensar que el agua podría ser el principal constituyente de los núcleos cometarios. Sin embargo, el CN en la coma mostraba una intensidad espectral en el visible similar a la del OH . Esto planteaba serias dudas respecto a cuál era el componente mayoritario. Hoy sabemos que, en general, la excitación electrónica de las moléculas padre suele ser predisociativa por lo que su observación en el visible es muy limitada. Este hecho, sumado a la alta opacidad de la atmósfera tanto en el UV como en el infrarrojo, hizo necesaria la instrumentación espacial para descubrir la composición de los cometas.

1.3.1 Observaciones modernas

En las últimas décadas, la ciencia cometaria ha progresado fundamentalmente gracias al desarrollo tecnológico. El radar, los radiotelescopios, la instrumentación espacial y, sobre todo, la exploración *in situ* nos han permitido estudiar nuevos aspectos sobre la composición, comportamiento y evolución de los cometas.

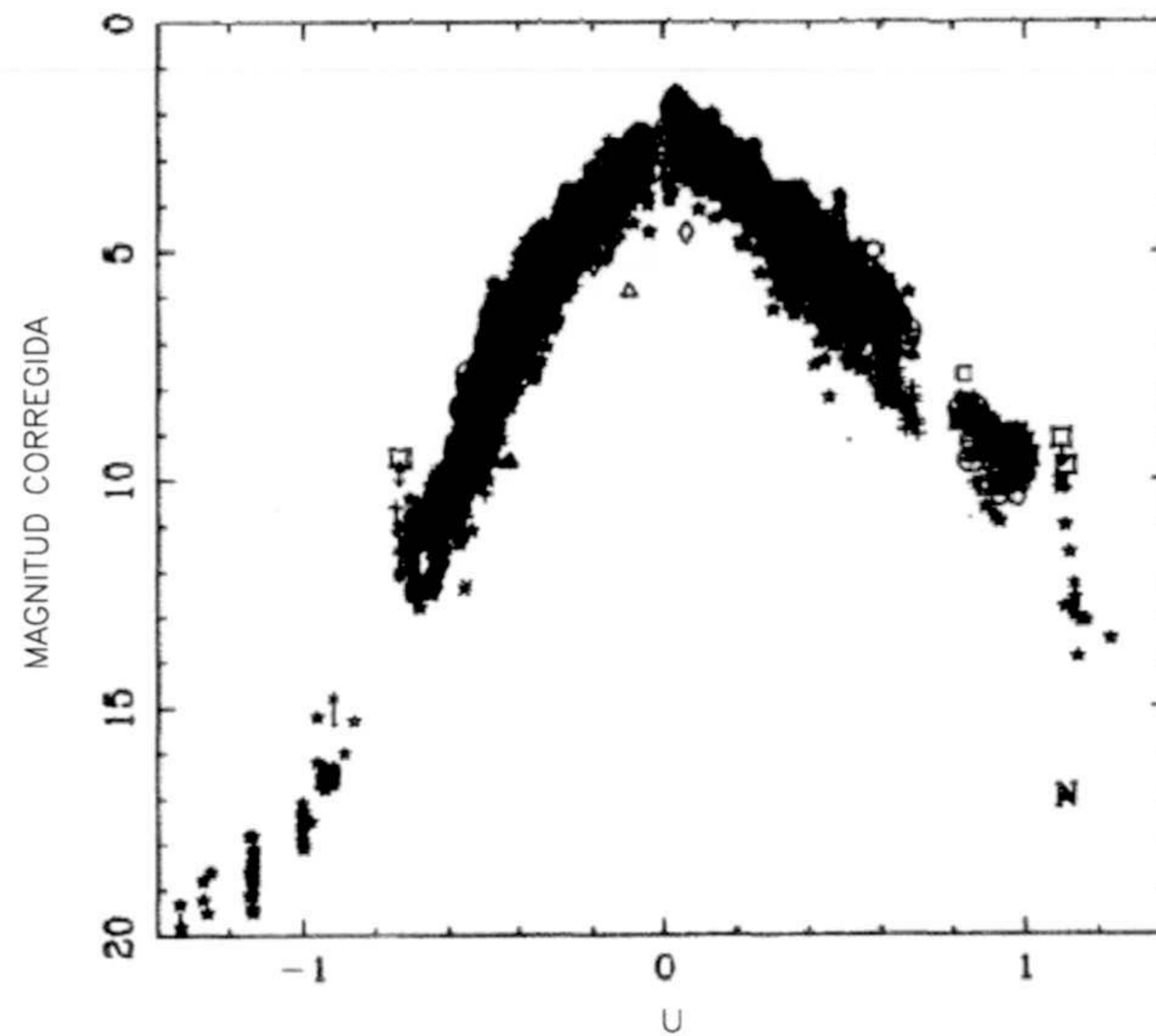


Fig. 1.2 Curva de luz del cometa Halley. Esta curva ha sido tomada del atlas de Kamél (1992) y representa la composición de los datos tomados por varios observadores. Están representadas la *magnitud corregida* (que es la magnitud reducida y corregida de varios efectos observacionales (ver trabajo de Kamél)) frente al logaritmo de la distancia heliocéntrica dividida por la distancia al perihelio, $u = \log(r_h/q)$. La zona pre-perihelio se representa con valores negativos de u . En esta gráfica se puede ver que la curva de luz es asimétrica con respecto al perihelio.

1.3.1.1 Visible: Variación del brillo de los cometas. Curvas de luz

La observación en el visible ha estado centrada, principalmente, en el estudio y análisis de la dependencia del brillo de los cometas con la distancia heliocéntrica y con el tiempo. Ello fue posible gracias al desarrollo de las técnicas fotoeléctricas, que al tener una respuesta lineal, facilitan la comparación de medidas tomadas por diferentes observadores.

El brillo de un cometa cuando se acerca al Sol se representa asumiendo que depende como el inverso de una potencia de las distancias heliocéntrica, r_h , y geocéntrica, Δ . Es decir, su magnitud se representa según la ley

$$m = m_0 + 2.5 n \log r_h + 2.5 K \log \Delta \quad (1.1)$$

donde m_0 es la magnitud absoluta, es decir a 1 UA del Sol y de la Tierra. Generalmente, la expresión anterior se simplifica asumiendo que $K = 2$. Con esta aproximación, lo que habitualmente se utiliza es la llamada magnitud heliocéntrica

$$m_h = m - 5 \cdot \log \Delta = m_0 + 2.5 \cdot n \log r_h \quad (1.2)$$

El ajuste de los datos fotométricos según la expresión anterior muestra que n varía de unos cometas a otros entre 2 y 8, siendo su valor medio, aproximadamente, 4. Otro resultado importante es que el valor de n , generalmente, es diferente antes y después de pasar el perihelio.

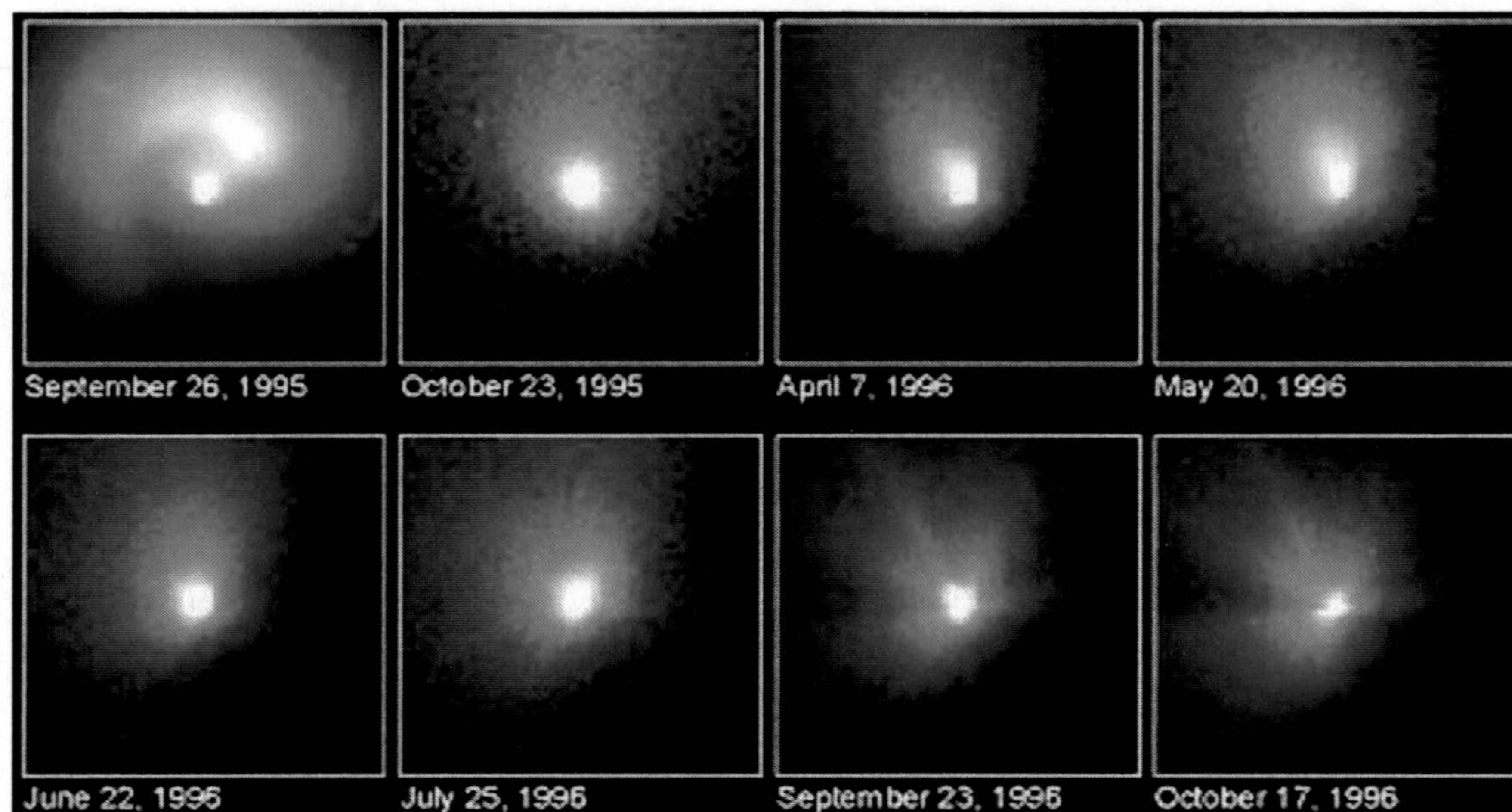


Fig. 1.3 Secuencia de imágenes del Hale-Bopp tomada por el *Hubble Space Telescope*. En esta secuencia se puede ver la formación de distintas estructuras en la coma.

Es decir, las curvas de luz son asimétricas con respecto al perihelio. También se observan variaciones del valor de n con la distancia heliocéntrica. Para poder comparar el brillo de los cometas en distintas apariciones se define la cantidad m_{10} que corresponde al valor de m_0 , determinado a partir de las medidas fotométricas asumiendo que n tiene el valor medio, 4. Se observa que este valor decrece muy lentamente, estimándose entre 0.04 y 0.02 m por revolución (Meisel and Morris, 1982). Este pequeño cambio con el tiempo es lo que se conoce como *variaciones seculares* del brillo. Además de estas variaciones seculares y de las *variaciones orbitales*, representadas por la ecuación 1.2, los residuos obtenidos cuando se ajusta la curva de luz mediante esa ecuación muestran una *variación de corto período*, del orden de las horas, que constituyen la evidencia de que los cometas rotan.

Obviamente, el brillo total de un cometa constituye una medida de su actividad. Por ello varios autores han propuesto correlaciones entre la magnitud visual y la producción de alguna molécula de la coma. Entre estos trabajos hay que destacar el de Jorda (1995) quien, utilizando la magnitud visual de 15 cometas y la estimación de la tasa de producción de agua a partir de medidas del OH en radio, obtuvo la relación lineal

$$\log Q_{H_2O} = 30.78 - 0.265 \cdot m_h \quad (1.3)$$

donde m_h es la magnitud visual heliocéntrica.

En las últimas décadas, la utilización de las cámaras CCD (*Charged Coupled Device*) nos ha permitido mejorar la exactitud de la fotometría y “profundizar” en el cielo buscando cometas

de muy débil brillo, imposibles de detectar con tubos fotomultiplicadores. Estos dispositivos, acoplados a grandes telescopios, nos han permitido observar, en algunos casos, el núcleo de los cometas cuando están muy lejos del Sol, presumiblemente, sin coma. La fotometría directa de ese núcleo ha sido utilizada para obtener períodos de rotación y características superficiales. Otra de las aplicaciones de las CCD es que ha permitido analizar y extraer información fiable de las estructuras presentes en la coma. Como se ha dicho, desde hace mucho tiempo es conocido que la coma presenta ciertas estructuras brillantes que destacan sobre el fondo. Estas estructuras, que muestran un comportamiento cíclico, tienen la forma de chorros, capas, etc. y son regiones con una densidad de polvo mayor que el resto de la coma. Se cree que estas estructuras aparecen porque la producción de gas y polvo está localizada, es decir, procede de zonas discretas del núcleo las cuales reciben el nombre de zonas activas. La figura 1.3 muestra algunas de estas estructuras observadas en el cometa Hale-Bopp.

1.3.1.2 Ultravioleta: El agua es el componente mayoritario de los cometas.

El espectro ultravioleta cometario empezó a estudiarse en los años 70 con el segundo *Orbiting Astronomical Observatory (OAO-2)* y el quinto *Orbiting Geophysical Observatory (OGO-5)* de la NASA. Estas primeras observaciones, realizadas sobre los cometas Tago-Sato-Kosaka, Bennett y Encke, mostraron que esa región del espectro estaba dominada por la emisión Lyman- α del hidrógeno en 121.5 nm y por la banda electrónica del OH a 309 nm. Sus intensidades mostraban que las cantidades de ambas especies eran muy altas y muy similares pudiendo explicarse por fotodisociación del agua. La cantidad de agua estimada para producir las intensidades observadas estaba entre las 10^{29} y las 10^{30} molec/s (Bertaux et al., 1973). Este resultado confirmaba, sin lugar a dudas, que el agua es el principal constituyente de los núcleos cometarios.

En el ultravioleta también se detectó por primera vez la presencia de CO neutro (Feldman y Brune, 1977). Las medidas realizadas con cohetes de sondeo sobre el cometa West indicaban una producción de CO que era, aproximadamente, el 20 % de la producción de agua; una cantidad muy alta. Sin embargo, medidas posteriores realizadas con el *International Ultraviolet Explorer (IUE)* en diferentes cometas mostraban que la abundancia del CO era, sólo, un pequeño porcentaje de la del agua.

Una cuestión que ha abierto el estudio del ultravioleta cometario ha sido la del S₂. Esta molécula ha sido detectada únicamente en tres cometas: en el IRAS-Araki-Alcock 1983 VII, en el Hyakutake C/1996 B2 y en el Halley. Su origen aún no está claro. Es poco probable que esta molécula esté presente por condensación de su fase gaseosa y se piensa que su origen está relacionado con reacciones en la superficie de los granos de polvo que integran el núcleo. En cualquier caso, para que el núcleo preserve el S₂ la temperatura tiene que estar por debajo de los 30 K. Este valor constituye un límite que asegura que el núcleo mantiene el material original sin alterar.

1.3.1.3 Infrarrojo: Detección del agua y composición del polvo

Las primeras observaciones en el infrarrojo fueron medidas fotométricas de banda ancha. Estas medidas, realizadas en el intervalo entre 0.6 μm y 20 μm en los cometas Ikega-Seki 1965

VIII, Bennett 1970 II y Kohoutek 1973 XII, nos proporcionaron la temperatura del polvo y su evolución con la distancia heliocéntrica. El perfil seguía, en primera aproximación, la emisión de un cuerpo negro en equilibrio con la radiación solar recibida. Superpuesto a este continuo se observaban también unas bandas de emisión en torno a $12 \mu\text{m}$ y a $18 \mu\text{m}$ que revelaban la naturaleza mineralógica del polvo: estas bandas son características de silicatos como el olivino y el piroxeno.

La espectroscopía infrarroja molecular empezó a proporcionar información con la visita del Halley en 1985. Ello fue posible gracias al *Kuiper Airborne Observatory* (KAO), que orbitando a una altura de 12 km, permitió observar por primera vez la emisión del agua (Mumma et al., 1986). La abundancia determinada a partir de la intensidad de la emisión en $2.65 \mu\text{m}$ estaba en buen acuerdo con los valores obtenidos indirectamente a partir de la emisión del *OH* y del *H*. La emisión en $2.65 \mu\text{m}$ también fue detectada, un año después, en el cometa Wilson obteniéndose las mismas conclusiones. Quedaba demostrado, de manera definitiva, que el agua es el componente mayoritario de los cometas.

Con la nueva generación de espectrómetros infrarrojos, se han podido detectar, incluso desde la Tierra, otras especies. En el cometa Haykutake se pudo observar, por primera vez, la emisión del metano, del acetileno y del etano, los cuales estaban presentes con una abundancia menor que el 1% de la del agua. La presencia de estos compuestos fue confirmada posteriormente en el cometa Hale-Bopp.

Una de las cuestiones abiertas en el infrarrojo es la explicación de la existencia de una banda o estructura de bandas en torno a $3.3\text{-}3.4 \mu\text{m}$. La anchura, intensidad y estructura de esa señal indica que, posiblemente, esté producida por muchas especies a la vez. Se sabe que uno de los compuestos que emite en esa zona del espectro es el metanol. Sin embargo, la abundancia del metanol calculada a partir de la intensidad de otras bandas presentes en longitudes de onda de radio no puede explicar la forma ni la intensidad de toda la estructura en torno a $3.4 \mu\text{m}$. Una posible explicación para esa estructura sería la presencia de compuestos orgánicos complejos. Se sabe que los compuestos orgánicos saturados (cadenas alifáticas) tienen emisión en torno a $3.36 \mu\text{m}$ y que las moléculas orgánicas con carbono insaturado (alquenos y alquinos, como los compuestos aromáticos) tienen una banda en $2.8 \mu\text{m}$. Ambos tipos de compuestos son muy eficientes en producir esas bandas y una cantidad muy pequeña, en torno a 10^{-4} ó 10^{-5} con respecto al agua, explicaría la intensidad observada. Sin embargo no se ha podido confirmar la presencia de esos compuestos de manera independiente a las observaciones en el infrarrojo.

Además, el infrarrojo nos tiene que proporcionar la información sobre la abundancia relativa de los estados *orto* y *para* del agua en los cometas. Sabemos que de un estado no se puede pasar al otro ni radiativa ni colisionalmente. Esto implica que la abundancia relativa de estos dos estados nos proporciona información directa sobre la temperatura de formación del núcleo. Las estimaciones realizadas en el Halley y en el cometa Wilson corresponden a una temperatura de formación entre 35 K y 50 K. Es necesario confirmar este resultado con medidas en otros cometas.

1.3.1.4 Radio: Detección de moléculas orgánicas

Los radiotelescopios, que permiten detectar las transiciones rotacionales de las moléculas, son la mejor herramienta para identificar y estudiar, desde la Tierra, las moléculas padre presentes en los cometas. Las primeras especies inequívocamente detectadas en longitudes de onda de radio fueron el *OH* en los 18 cm (Biraud et al., 1974 y Turner et al., 1974) y el *HCN* (Huebner et al., 1974) en el cometa Kohoutek. Desde entonces, se han detectado mediante radio más de 20 moléculas diferentes en distintos cometas, entre ellas un gran número de hidrocarburos pesados. Entre las moléculas padre descubiertas en cometas gracias a los radiotelescopios (ver Tabla 1.1) están el ácido fórmico, el metanol y el formato metílico, que es, hasta la fecha, la molécula orgánica detectada más grande. Concretamente, el metanol aparece como uno de los compuestos volátiles más abundantes, superando el 5 % de la cantidad de agua presente en algunos cometas.

Uno de los actuales retos de la observación en estas longitudes de onda es la determinación de la razón isotópica de algunos compuestos. El *HDO* y el *DCN* fueron detectados en el cometa Hyakutake y el Hale-Bopp en su emisión submilimétrica. Las abundancias de estos compuestos sugerían una razón $[D]/[H]$ de 0.0003 lo que es un valor 10 veces mayor que el valor estimado en la nebulosa protosolar y dos veces más grande que en los océanos de la Tierra. Es probable que esta alta razón se deba, principalmente, a reacciones entre iones y moléculas neutras (debidas al "bombardeo" del viento solar) que ocurren a muy bajas temperaturas. Se han encontrado enriquecimientos similares de la razón deuterio-hidrógeno en agua interestelar, lo que parece sugerir que el material cometario es, directamente, material interestelar sólo ligeramente procesado en la nebulosa presolar.

1.3.1.5 Radar: Evidencia del núcleo sólido e irregular

Las observaciones de radar son especialmente valiosas pues nos pueden proporcionar, desde la Tierra, información directa del núcleo el cual está, normalmente, oculto por la coma. Además de poder medir la posición y la velocidad del cometa de manera precisa, la intensidad, la forma y el estado de polarización del eco recibido nos proporcionan información sobre la forma geométrica, el tamaño, la textura superficial y la rotación del núcleo. Las primeras observaciones de cometas mediante radar se realizaron a mediados de los años 70, pero no fue hasta 1980 cuando empezaron a obtenerse resultados positivos. Ese año, observando el cometa Encke se detectó, por primera vez, la existencia del núcleo como un cuerpo sólido compacto, irregular y poroso (Kamoun et al., 1982) estimándose su sección transversal en $1.1 \pm 0.7 \text{ km}^2$. Se confirmaba así la principal hipótesis del modelo de Whipple. Posteriormente fueron realizadas otras detecciones que confirmaban el resultado anterior. En el caso del cometa IRAS-Araki-Alcock (1983 VII), las observaciones de radar mostraron, además de la presencia del núcleo, la existencia una nube de partículas de polvo de tamaño centimétrico que lo rodeaba (Goldstein et al., 1984). El cometa Halley, a su vuelta en 1985, también fue observado mediante radar. En este caso, como el cometa pasó a una distancia relativamente grande de la tierra (0.63 UA) no se pudo detectar el núcleo. La intensidad y la forma espectral del eco recibido correspondían a la reflexión, únicamente, en la nube de partículas (Campbell et al., 1989)).

1.3.2 *Exploración in situ del cometa Halley*

En lo que constituyó un programa de exploración espacial sin precedentes, el cometa Halley fue estudiado *in-situ* en la semana del 13 de Marzo de 1986 por 5 sondas espaciales. Estas sondas fueron Giotto, de la *European Space Agency* (ESA), las japonesas Suisei y Sakigake y las soviéticas Vega I y Vega II. Aún así no se puede decir que esta fuera la primera exploración *in-situ* de un cometa. La NASA, que previamente había desechado por cuestiones presupuestarias la exploración *in-situ* de un cometa, redirigió el satélite ISEE-3, en órbita terrestre y destinado a la exploración del medio interplanetario, a la observación del cometa Halley. Esta sonda, renombrada como *International Cometary Explorer* (ICE), en su viaje hacia el Halley pasó cerca del cometa Giacobini-Zinner y pudo estudiar su interacción con el viento solar. Por tanto, estrictamente y como consecuencia de una decisión tomada poco antes de la aparición del Halley, el cometa Giacobini-Zinner es el primer cometa observado *in-situ* y la NASA la primera agencia que lo consiguió. El principal resultado de esta misión fue la confirmación de las predicciones de los modelos de la cola de iones sobre estructura y composición.

Durante su visita, el Halley estuvo sometido a una observación sistemática y continuada desde Tierra que empezó a ofrecer sus frutos en el otoño de 1985, poco antes del perihelio. En esa época fue cuando se detectó por primera vez el *HCN* en un cometa. Poco tiempo después, en diciembre, el KAO detectó la presencia del agua confirmando que era el principal constituyente. El paso del perihelio del cometa Halley estuvo oculto por el Sol por lo que hubo que esperar hasta la primavera de 1986, después del encuentro con las sondas espaciales, para poder continuar con las observaciones terrestres. Las observaciones fotométricas realizadas por Millis y Schleicher (1986) en esas fechas mostraban que la curva de producción tenía una variabilidad de 7.4 días, lo que indicaba que el cometa debía rotar con ese período.

De las 5 sondas espaciales, las dos japonesas y el ICE estaban especialmente diseñadas para estudiar la interacción del viento solar con la coma. Los instrumentos mostraron una desviación en la dirección del viento solar y una deceleración como consecuencia del aumento de masa al incorporarse las moléculas ionizadas. Es decir, las medidas confirmaban las predicciones generales de los modelos teóricos. La sonda Suisei, equipada con una cámara UV, detectó una pulsación en las imágenes Lyman- α de la coma, lo que debía estar ligado a la presencia del hidrógeno y, por tanto, a la producción de agua. En consecuencia, esta pulsación debía estar relacionada, en última instancia, con el giro del cometa. A partir de esas imágenes se calculó que el período de rotación era de 52.9 h, en aparente contradicción con el período mencionado anteriormente. En el siguiente capítulo se resumen las posibles interpretaciones del estado rotacional del Halley que han intentado reconciliar ambos períodos de rotación.

Las otras 3 sondas, Giotto y las Vega I y II, estaban equipadas con una instrumentación más completa. Las tres estaban equipadas con cámaras para fotografiar el núcleo y la coma circundante, espectrómetros de masas y magnetómetros. Giotto disponía, además, de un fotopolarímetro para estudiar las propiedades ópticas de las partículas de polvo y las Vega incluían dos espectrómetros que permitían estudiar la emisión desde el ultravioleta hasta el infrarrojo.



Fig. 1.4 Núcleo del cometa Halley. Esta imagen es una composición de varias de las tomadas por Giotto.

1.3.2.1 *El núcleo del Halley*

La observación *in-situ* nos proporcionó la confirmación de que el modelo de núcleo cometario de Whipple (1950) era, en términos generales, correcto. Las imágenes tomadas por las cámaras de las Vega y la *Halley Multicolor Camera* (HMC) de Giotto mostraron la presencia del núcleo como un cuerpo sólido, monolítico, voluminoso e irregular con cráteres y depresiones de varios kilómetros de largo y montañas con altura de varios cientos de metros. La figura 1.4 muestra una composición de varias imágenes que tomó Giotto del núcleo del Halley.

Su superficie tenía un área proyectada de 14 x 7.5 km y era muy oscura, con un albedo geométrico de aproximadamente el 4 %, mucho menor que el albedo de los materiales más oscuros conocidos (Sagdeev et al., 1986). Tanto el tamaño como el albedo fueron muy diferentes a los esperados. Los modelos predecían un radio medio de aproximadamente 3 km con un albedo entre el 10 y el 20 %. La forma y el volumen se determinaron a partir de las imágenes tomadas por las tres sondas a distintos ángulos de fase. El tamaño estimado suponiendo que el núcleo rotaba alrededor del eje más corto es, aproximadamente, el de un elipsoide de ejes 8.2:8.5:16 km. El área y el volumen total fueron estimados en $400 \pm 80 \text{ km}^2$ y $550 \pm 165 \text{ km}^3$ respectivamente. La masa no se pudo determinar a partir de las observaciones con la sondas aunque sí se estableció que debía ser muy pequeña pues ni siquiera sufrieron perturbación gravitacional. A partir del movimiento no gravitacional alrededor del perihelio se estimó que la masa estaba en el intervalo $(1.0-3.5) \cdot 10^{14} \text{ kg}$, lo que significaba una densidad entre 200 y 700 kg/m^3 . Dado su volumen y su densidad, el núcleo es muy poroso.

La reflectividad observada por Giotto, a un ángulo de fase de 107° , fue estimada, aproxi-

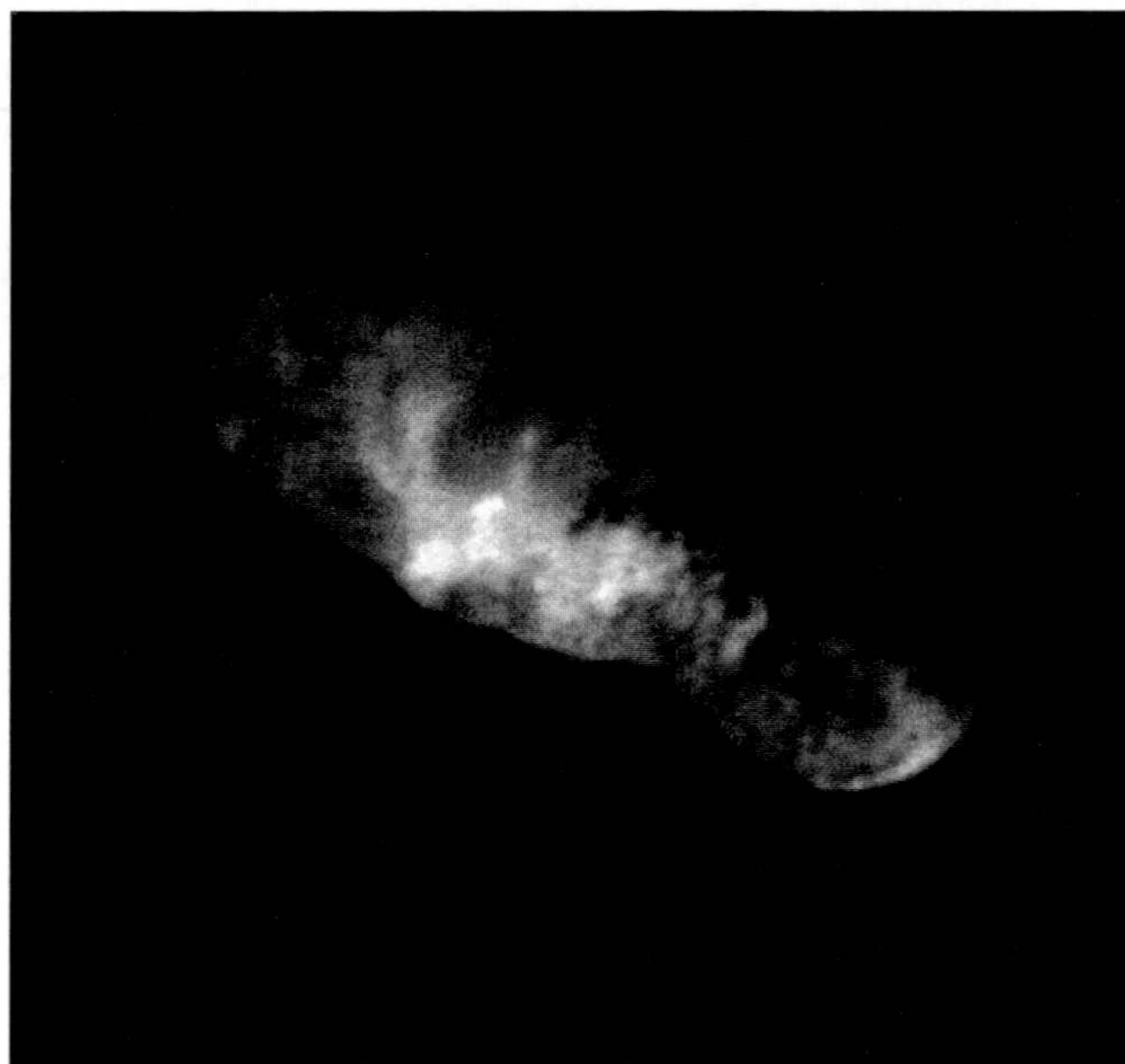


Fig. 1.5 Imagen del núcleo del cometa Borrelly tomada el 22 de Septiembre por la sonda *Deep Space 1*.

madamente, en el 10% del albedo geométrico. Esto parece indicar una fuerte pendiente en la ley de reflectividad con el ángulo de fase, lo que implica que la superficie es rugosa en todas las escalas. Además, a partir de las imágenes tomadas por Vega 2, se dedujo que la reflectividad del núcleo era extraordinariamente uniforme, atribuyéndose las variaciones superficiales a la topografía local.

Lo que se ve en las imágenes, fuera del contorno nuclear, es esencialmente la luz solar dispersada por el polvo liberado desde el núcleo. Se puede observar que, al menos aparentemente, la actividad o producción de polvo está fuertemente localizada en distintas zonas del núcleo. Keller et al. (1986) estimaron que sólo entre el 10 y el 20 % de la superficie mostraba actividad.

Con respecto a la temperatura superficial, el espectrómetro infrarrojo (IKS) de la sonda Vega 1, conforme se acercaba al núcleo, midió la emisión térmica procedente de la región nuclear. La señal recibida por el IKS fue simulada por Emerich et al. (1987) de una manera muy aproximada. Supusieron que la emisión térmica procedía de un cuerpo esférico cuya temperatura era la de un cuerpo con emisividad 0.8, en equilibrio con la radiación solar incidente. Estos autores mostraron que se reproducía la señal para un radio de 2.5 km si el desfase angular entre el punto más caliente de la esfera y el punto subsolar era de 20° . La temperatura máxima de ese cuerpo era de 390 K, mucho mayor que los 200 K esperados si la superficie estuviese sublimando agua. La interpretación que se realizó de esa simulación es que el núcleo debía presentar una gran mancha caliente cubriendo, aproximadamente, el 25 % de la superficie. Es decir, aparentemente, el núcleo no era homogéneo: tenía regiones activas de las que escapaba el gas y que debían estar aproximadamente a 200 K y regiones inactivas, formadas por un manto

refractario a temperaturas entre 350 y 400 K. Hay que decir que ésta es la interpretación más aceptada entre la comunidad científica cometaria. Sin embargo, como veremos en el siguiente capítulo (sección §2.3) hay algunas objeciones o dudas en cuanto a que esta descripción sea totalmente correcta.

Recientemente, como ya se mencionó, la sonda *Deep Space 1* (DS-1), de la NASA, ha tomado imágenes del cometa Borrelly. Estas imágenes confirman las principales conclusiones derivadas de las imágenes del Halley. La figura 1.5 es una de las recientes imágenes tomadas por la DS-1.

1.3.2.2 Polvo

Fuera del contorno nuclear, en la imagen 1.1 se puede observar que la distribución de brillo, y por tanto del polvo, es altamente anisótropa, concentrándose en la región iluminada por el Sol y advirtiéndose la presencia de estructuras con forma de chorros. Esa región corresponde a la zona donde el polvo es acelerado por el gas; la coma circumnuclear. Las imágenes evidencian claramente la insuficiencia de los modelos de sublimación del gas y arrastre del polvo isotropos o unidimensionales para simular la coma cercana al núcleo. En cualquier caso, y a pesar de lo que se pueda deducir de la inspección visual de las imágenes procesadas, el polvo estaba presente en todo el volumen inspeccionado por los instrumentos. De hecho, los analizadores de masa PUMA, a bordo de las Vegas, observaron durante su trayectoria una distribución más o menos continua con ligeros aumentos de la densidad; lo que serían los chorros.

Una de las sorpresas que revelaron los espectrómetros de masas fue la existencia de una alta densidad de partículas pequeñas, en torno a $0.01 \mu\text{m}$ las cuales, prácticamente, no producen dispersión de luz y no pueden ser observadas desde la Tierra. Los instrumentos detectaron partículas entre 10^{-17} y 10^3 g, estimándose que la producción total de polvo era, aproximadamente, 10^4 kg/s. La producción de gas fue estimada en $3 \cdot 10^4$ kg/s, lo que implica una razón de masas de 0.3.

Otra de las grandes sorpresas que revelaron los analizadores de masa PUMA de las Vega fue la composición del polvo. Aproximadamente el 30 % de los granos estaban constituidos por elementos casi puros de bajo peso atómico (*C, H, O* y *N*) o partículas "CHON". Otro 35 % estaba constituido por silicatos (*Mg, Si* y *Fe*) y el 35 % restante por una mezcla de los dos, con una composición similar a las de las condritas carbonáceas (*H, C, O, Mg, Si, S* y *Fe*).

1.3.2.3 Gas

Las imágenes de Giotto contenían muy poca información del gas. Ello es porque los tiempos de integración de las imágenes debían ser muy cortos para que el giro estabilizador de la sonda no afectase. En consecuencia, la señal del gas aparece mezclada con el ruido y contaminada por el continuo del polvo. Esto impide concluir nada sobre la distribución de gas alrededor del núcleo, ni siquiera se sabe si tiene una actividad tan localizada como el polvo o no. A partir de las medidas de los espectrómetros de masas se sabe que la distribución de agua alrededor del núcleo mostraba sólo ligeras asimetrías globales.

Los espectrómetros de masas confirmaron que el agua era el elemento más abundante, en

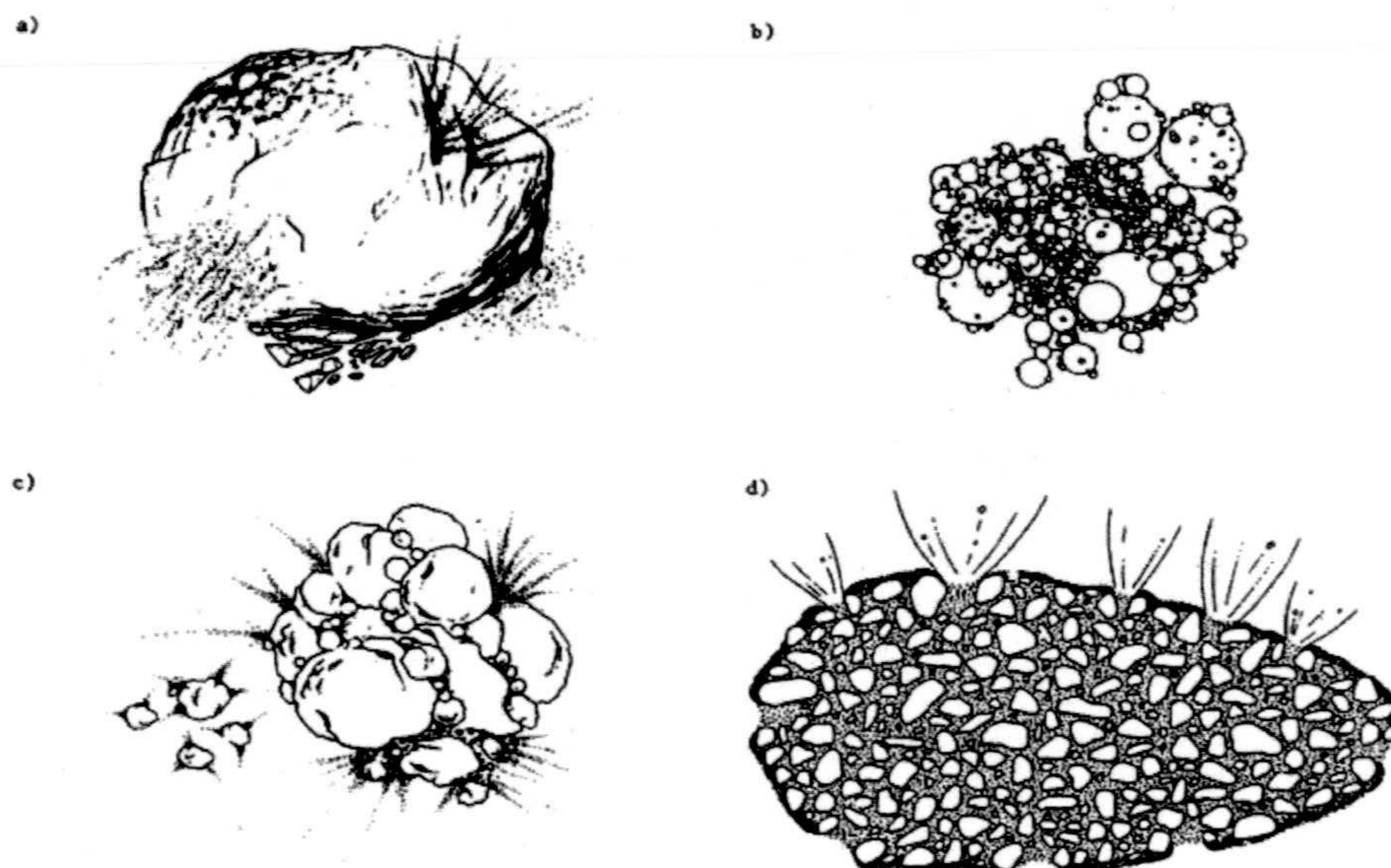


Fig. 1.6 Modelos de núcleos cometarios. a) Modelo del conglomerado de hielos de Whipple (1950). b) Modelo fractal de Don (1991). c) *rubble-pile* (Weissman, 1986). d) Modelo de Gombosi y Houpis (1986). Esta figura ha sido tomada de Don (1991).

torno a un 85 % en masa. El espectrómetro infrarrojo IKS detectó, por primera vez, la molécula de CO_2 estimándose su producción en un 1 % de la del agua.

Uno de los hechos que se observó fue que tanto el CO como el H_2CO parecían no estar producidos, al menos en un 50 %, en el núcleo. Es decir, esas moléculas tenían fuentes distribuidas a lo largo de la coma. Se pensó que una gran parte del CO , del H_2CO y posiblemente de otras moléculas era liberada de las partículas CHON.

1.3.3 Conceptos actuales sobre la formación y el origen de los cometas.

Entre los cometas se pueden distinguir dos grupos fundamentalmente. Uno constituido por los llamados cometas *nuevos* o *no-periódicos* con órbitas casi parabólicas y otro constituido por los cometas *periódicos* moviéndose en órbitas elípticas. En este último grupo son de especial interés, por su accesibilidad, los cometas con período menor que 200 años. Entre estos últimos cometas se distinguen, también, dos grupos. Los cometas de la *familia de Júpiter*, cuyas órbitas están perturbadas gravitacionalmente por Júpiter y sus períodos son inferiores a 15 años y los cometas tipo *Halley* cuyos períodos están entre 15 y 200 años.

Como ya se ha mencionado, Oort (1951) postuló la existencia de una nube de núcleos cometarios rodeando al Sistema Solar y que era la fuente de, al menos, los cometas nuevos. Esta hipótesis fue confirmada por el trabajo de Marsden et al. (1978) quienes refinaron el estudio de Oort considerando la órbita original de 200 cometas. Estos autores encontraron que

la nube debía estar situada a $4.3 \cdot 10^4$ UA del Sol, aproximadamente. Con respecto a los factores que pueden provocar una perturbación que haga que los núcleos entren en el Sistema Solar interno se han propuesto, además de la acción de estrellas que pasasen cerca del Sistema Solar, varios nuevos, como el paso de nubes moleculares gigantes (e.g. Biermann, 1978) o la fuerza de marea del propio disco galáctico (e.g. Byl, 1983). Este último es el que se reconoce, hoy en día, como el principal factor perturbador de los núcleos de la nube de Oort.

Hoy en día no existe duda en cuanto a que la nube de Oort es la fuente de los cometas nuevos que aparecen por el Sistema Solar interno. No ocurre lo mismo en cuanto a los cometas periódicos. Como ya se ha dicho, algunos autores han defendido la teoría de que los cometas periódicos eran cometas nuevos, procedentes de la nube de Oort, que habían sido capturados por Júpiter (van Woerkom, 1948; Everhart, 1972, etc.). Sin embargo, este mecanismo no parece probable pues aunque explica la forma de la distribución en energía de los cometas periódicos no explica su número (Joss, 1973). Bailey (1986) sugirió que una nube de Oort interna, con radio inferior 5000 UA y una masa 700 veces la de la Tierra, explicaría el flujo de cometas de órbitas parabólicas a órbitas de corto período. Shoemaker y Wolfe (1984) y Duncan et al. (1987) han demostrado, teóricamente, que esa nube interna se formaría, de manera natural, a partir de la evolución dinámica de núcleos formados en la zona entre Neptuno y Urano, de acuerdo a la idea original de Edgeworth y de Kuiper. Esta zona, que abarca, aproximadamente, desde las 35 a las 50 UA recibe el nombre de cinturón de Edgeworth-Kuiper o, simplemente, de Kuiper. Sin embargo, no parece probable que los cometas de muy corto período, los de la familia de Júpiter, provengan de esa posible nube interna. Las simulaciones de Duncan et al. (1988) muestran que la distribución de la inclinación orbital de cometas con gran período orbital que evolucionan a cometas con período pequeño permanece inalterada. Como los cometas de la familia de Júpiter presentan todos una órbita con baja inclinación, no parece probable que provengan de ninguna población esférica. Este resultado favorece la segunda hipótesis sobre el origen de los cometas de corto período y según la cual éstos proceden, directamente, del cinturón de Edgeworth-Kuiper (e.g. Fernández, 1980). El número de núcleos que formarían este cinturón ha sido estimado entre 10^8 y 10^9 y su masa estaría entre 0.02 y 1 masas terrestres (Yeomans, 1986; Duncan et al., 1988). Hoy en día, esta idea, es decir que los cometas de la familia de Júpiter, proceden directamente del cinturón de Edgeworth-Kuiper, es la más aceptada. Esta hipótesis se ve reforzada por el reciente descubrimiento de un gran número de objetos en la región más allá de Neptuno, los llamados objetos Trans-Neptunianos que, se supone, formarían el cinturón de Edgeworth-Kuiper. El primero de estos objetos fue detectado por Jewitt y Luu (1993). Con respecto a los cometas de corto período tipo Halley, las simulaciones de Quinn et al. (1990) sugieren que no pueden haber evolucionado a sus órbitas procediendo del cinturón de Edgeworth-Kuiper. Así, estos autores propusieron que los cometas de la familia de Júpiter proceden del cinturón Trans-Neptuniano y los cometas tipo Halley directamente de la nube de Oort. Las simulaciones recientes de Levison et al. (2001), por contra, sugieren que los cometas tipo Halley tampoco pueden proceder de una distribución isótropa. Estos autores proponen que la nube de Oort está constituida por una nube isótropa y un disco interno masivo y que los cometas tipo Halley proceden de ese disco masivo.

En lo que sí existe consenso es en que los cometas, aunque procedan de la nube de Oort,

no se pudieron formar allí, dada la baja densidad de materia que existe. Actualmente hay tres hipótesis sobre el origen de los cometas. De acuerdo a las dos primeras hipótesis, los cometas se formaron al mismo tiempo que el Sol y los planetas. Después de la fragmentación y colapso de una nube molecular, los planetas se formaron en el disco rotante que rodeaba al proto-Sol. Los pequeños cuerpos que no acretaron formando parte de los planetas externos sobrevivieron como núcleos cometarios. Según una de las hipótesis estos núcleos se formaron, preferentemente, en la nebulosa protoplanetaria de Júpiter y Saturno. La segunda hipótesis localiza la región de formación más allá de Neptuno, formando el ya mencionado cinturón de Edgeworth-Kuiper. En esta descripción, la nube de Oort (externa, interna y el posible disco) se originaría a partir de la dispersión dinámica de los cometas formados en la región de los planetas gigantes, siendo necesaria la presencia de cometas en la región trans-Neptuniana como fuente de cometas de la nube Oort para mantener su estabilidad (Rickman y Huebner, 1990b). Según la tercera hipótesis, los núcleos de los cometas son agregados de polvo interestelar cubiertos por hielo. Estos núcleos se formaron en partes de la nebulosa presolar a partir de moléculas interestelares no afectadas por el proceso de acrecimiento que dio origen al Sistema Solar. Resumiendo, los tres posibles escenarios de formación de los cometas son la sub-nebulosa protoplanetaria entre Júpiter y Saturno, la nebulosa solar externa (región trans-Neptuniana) y la nebulosa pre-solar.

En cualquier caso, e independientemente de la región de formación, las partículas que dieron origen al núcleo debían tener velocidades relativas muy pequeñas, para mantener las bajas temperaturas necesarias para preservar los materiales volátiles observados. Don (1963) señaló que el acrecimiento de partículas con velocidades relativas menores que 100 m/s, condición necesaria para preservar el material más volátil que el agua, daría lugar a la formación de cuerpos muy porosos. Si se tiene como hipótesis que los núcleos se formaron por acumulación de pequeñas partículas de tamaño submicrométrico, existen tres posibles descripciones de cómo se produjo el acrecimiento hasta formar cuerpos de tamaño kilométrico (Klinger et al., 1996). Una posible hipótesis es que el núcleo se formó por acumulación directa de granos individuales. Esta sería la descripción más aproximada al modelo de Whipple (1950) del conglomerado de hielos. Otra de las hipótesis es que el núcleo creció por acumulación de granos individuales, agregados de granos y agregados de agregados. Esto es lo que representa el modelo fractal de Don (1991). La tercera hipótesis considera que el núcleo se formó a partir de aglomerados que crecían hasta un tamaño límite a partir de granos individuales. Esta idea es en la que se basa el modelo nuclear llamado, en inglés, *rubble-pile* desarrollado inicialmente por Fresenkov (1963) (aunque el nombre fue puesto por Weissman, 1986). Según este modelo, el núcleo estaría constituido por grandes bloques, con tamaños entre los metros y los kilómetros, débilmente ligados por material volátil helado. Una variación de este modelo es el propuesto por Gombosi y Houpis (1986). Según este modelo el núcleo está compuesto por grandes bloques de material refractario poroso, con tamaños entre las decenas de centímetros y cientos de metros, unidos por una mezcla de hielo y granos de polvo. La región superficial está cubierta también por un manto refractario en el que existen aberturas por las que escapa el gas sublimado. La figura 1.6 muestra una representación de los cuatro modelos nucleares descritos.

Tabla 1.1 Moléculas y elementos identificados en cometas. Tabla resumen de varias incluidas en Crovisier y Encrenaz (2000)

Moléculas Padre					
H ₂ O	~ 100	IR	HNCO	0.07	radio
CO	2-20	UV, rad, IR	NH ₂ CHO	0.01	radio
CO ₂	2-6	IR	CH ₃ CHO		radio
CH ₄	0.6	IR	HCOOCH ₃	0.1	radio
C ₂ H ₆	0.3	IR	NH ₃	0.5	radio, IR
C ₂ H ₆	0.1	IR	HCN	0.1-0.2	radio, IR
H ₂ CO	0.05-4	Radio	HNC	0.01	radio
CH ₃ OH	1-7	IR, radio	CH ₃ CN	0.02	radio
HCOOH	0.1	radio	HC ₃ N	0.02	radio
N ₂	0.02-0.2	Visible	H ₂ S	0.3-1.5	radio
H ₂ CS	0.02	radio	CS ₂	0.1	UV, radio
OCS	0.4	radio, IR	SO ₂	~ 0.2	radio
S ₂	0.05	UV			
Radicales					
CN		Vis, IR, rad	NH		Vis
C ₂		Vis, UV, IR	NH ₂		Vis, IR
C ₃		Vis	CS		UV
CH		Vis, IR	SO		UV
OH		UV, IR, rad			
Iones					
CH ⁺		Vis	HCO ⁺		radio
OH ⁺		Vis	H ₃ O ⁺		radio
H ₂ O ⁺		Vis	C ⁺		UV
CO ⁺		Vis, UV, radio	O ⁺		UV
N ₂ ⁺		Vis	Ca ⁺		Vis
CO ₂ ⁺		Vis, UV			
Átomos					
H, O		Vis, UV	Ca, Cr, Mn, Fe		Vis
C, S		UV	Ni, Cu, Co, V		Vis
Na, K		Vis			

1.3.4 ¿Qué son los cometas?

De acuerdo a nuestro conocimiento actual podemos decir que los cometas, en el más amplio sentido de la palabra, son un fenómeno. Este fenómeno se explica por la interacción de la radiación solar con un pequeño cuerpo sólido y con material procedente de él. Festou et al. (1993) definieron los cometas distinguiendo sus 4 constituyentes. Aquí se presenta esa definición ligeramente modificada.

1.- El núcleo cometario: un cuerpo sólido de forma irregular, baja densidad, con un tamaño del orden de los kilómetros y con una cohesión interna relativamente. Está constituido por hielos y pequeñas partículas de polvo. El núcleo se mueve alrededor del Sol en órbitas elípticas, en ocasiones casi parabólicas. Las órbitas son básicamente inestables, debido a la atracción gravitatoria variable de los planetas y a las fuerzas no-gravitacionales causadas por una sublimación anisótropa.

2.- La coma: una envoltura de gas y polvo alrededor del núcleo que se desarrolla cuando éste es calentado al acercarse al Sol y desaparece cuando se aleja. La coma está constituida por moléculas sublimadas y sus productos de fotodisociación y fotoionización (ver tabla 1.1) así como por partículas de polvo. Su brillo proviene de la emisión atómica y molecular, mayoritariamente producida por fluorescencia, de la luz solar reflejada en el polvo y de la emisión térmica. En ocasiones presenta ciertas estructuras más brillantes, como chorros, capas, envolturas parabólicas, etc. que se cree están producidas porque la emisión procede de zonas discretas del núcleo, que normalmente se denominan "zonas activas".

3.- La cola de iones: está constituida por iones que, procediendo de la coma, son acelerados en la dirección anti-solar por la acción del campo magnético interplanetario. La cola de iones brilla por la fluorescencia de sus iones.

4.- La cola de polvo: está constituida por granos de polvo que, procediendo de la coma, son dispersados por la acción conjunta de la gravedad solar y la presión de radiación. El brillo de esta cola es la luz solar reflejada y su emisión térmica. Constituyen una fuente importante del material interplanetario.

1.4 Futuro

Como hemos visto, los cometas han sido, a lo largo de la historia, objeto de intenso estudio. Quizás debido a lo misterioso o espectacular de sus apariciones, el fenómeno cometa se ha observado e interpretado, al menos, desde que aparecieron los primeros documentos escritos. Por otro lado, la observación de los cometas nos ha permitido avanzar, además de en la comprensión de su naturaleza, en varios campos de la Física. Los estudios de Halley permitieron verificar la ley de la Gravitación de Newton a distancias más grandes de la órbita de Júpiter. Por otro lado, los trabajos de Biermann nos permitieron conocer la naturaleza del viento Solar y las colas de iones constituyen un laboratorio natural único para aplicar la física de plasmas. Pero la relación entre el hombre y los cometas trasciende para encontrar, incluso, una respuesta al propio origen de la vida en la Tierra. Los estudios sobre la formación de los planetas terrestres sugieren que sus atmósferas primitivas estaban constituidas por N_2 , H_2O y CO_2 . A partir de estos compuestos difícilmente podrían haberse formado compuestos orgánicos complejos. Parece ser que la complejidad de los compuestos orgánicos crece con la distancia al Sol. Como se ha visto, los cometas presentan especies orgánicas complejas pero más importante aún es que se ha detectado la presencia de HCN y de H_2CO , que son dos volátiles críticos para el desarrollo de la química prebiótica (Marcus y Olsen, 1991). Fue Oro (1961) el primero en sugerir que los cometas, que colisionaban frecuentemente con los planetas internos durante las primeras etapas del Sistema Solar, podían haber transportado material orgánico biogénico desde el Sistema Solar externo a la Tierra. Este hecho es hoy comúnmente aceptado. Por otro lado, también son conocidas las consecuencias catastróficas para la vida la colisión de un cometa con la Tierra. Esto ha hecho que se desarrollen programas de observación y control de los objetos que pasan cerca de la Tierra. Teniendo en cuenta todo lo anterior se podría decir que la existencia del hombre, su origen y su desaparición, está en sus núcleos.

Además de lo anterior y como se ha dicho, se piensa que los núcleos de los cometas se

formaron a partir de material original a partir del cual se formó el Sistema Solar. Al haberse formado a muy bajas temperaturas, haber pasado gran parte de su "vida" a grandes distancias del Sol y tener una baja densidad, el material original no ha sido alterado, prácticamente, ni térmica ni geológicamente. Este hecho hace que el estudio de los cometas sea esencial para la comprensión del origen, formación y evolución del Sistema Solar así como de los procesos físicos y químicos involucrados.

La importancia del estudio de los cometas y el hecho de que todavía quedan por responder muchas preguntas sobre su naturaleza hace que estos cuerpos del Sistema Solar sean objetivos prioritarios de las distintas agencias espaciales. Actualmente existen 5 misiones espaciales, ya lanzadas o en desarrollo, que tienen como objetivo principal la observación y exploración *in-situ* de diferentes cometas. La misión *Deep Space 1*, de la NASA, lanzada el 24 de octubre de 1998, visitó en el pasado septiembre el cometa 9P/Borrelly. El 7 de febrero de 1999, se lanzó la misión *Stardust* (NASA), cuyo objetivo es capturar partículas interplanetarias (de origen, supuestamente, interestelar). Esta misión finalizará en enero del 2006 cuando envíe hacia la Tierra una cápsula con las muestras recogidas. En julio del 2002 se lanzará la misión *Comet Nucleus Tour (Contour)* (NASA). Esta misión tiene planeados encuentros con los cometas Encke (12-Nov-2003) y Schwassmann-Wachmann 3 (18-Jun-2006). Es posible que pueda observar, también, el cometa d'Arrest (u otro) en el 2008. Otra misión de la NASA es la Deep Impact, cuyo lanzamiento está previsto para enero del 2004. Esta misión consta de dos sondas. La principal tomará imágenes visuales y espectros infrarrojos del cometa P/Tempel 1. La segunda sonda es un *impactador* que será dirigido contra el núcleo el 4-Jul-2005. La Agencia Espacial Europea (ESA) también está desarrollando una misión que tiene por objetivo un cometa. Esta misión, denominada *Rosetta*, es la más ambiciosa e importante de todas y tiene previsto su lanzamiento para enero del 2003. La sonda estudiará el núcleo del cometa Wirtanen y su entorno durante casi dos años. La nave transportará 20 instrumentos, 11 en una sonda principal y 9 en un módulo de descenso que se hará "aterrizar" sobre el núcleo. Los instrumentos cubrirán todos los campos, desde imagen, espectroscopía VIS, IR, UV y microondas hasta magnetometría, análisis de polvo, radio sondeo, propiedades eléctricas de la superficie, etc. El Instituto de Astrofísica de Andalucía, centro en el que se ha desarrollado este trabajo, participa activamente en el desarrollo de dos de los instrumentos de la misión Rosetta: el *Optical Spectroscopic and Infrared Remote Imaging System*, OSIRIS, y el *Grain Impact Analyser and Dust Accumulator*, GIADA.

El instrumento OSIRIS es el sistema de imagen destinado a cumplir los principales objetivos científicos de la misión. El instrumento consta de dos cámaras CCD de 2048x2048 píxeles cada una con una resolución de $20 \mu\text{rad}\cdot\text{px}^{-1}$ y de $100 \mu\text{rad}\cdot\text{px}^{-1}$, que representan una resolución en la superficie del cometa de 2 y 10 cm a 1 km de distancia, respectivamente. El IAA, junto con el INTA y el Dpto. de Vehículos Espaciales de la Universidad Politécnica de Madrid, participa en este instrumento asumiendo una serie de tareas como el diseño térmico, ruedas de filtros, mecanismos de control, y fuentes de alimentación, así como responsabilidades científicas en la explotación de los datos, siendo el IAA el Instituto responsable de la participación española (Thomas et al., 1998; Castro-Marín et al., 2001). Los principales objetivos científicos de OSIRIS son (Keller et al., 2001):

- Determinar la topografía, morfología, estructura y composición de la superficie del cometa.
- Derivar su estructura interna. Analizar las estructuras a pequeña escala y su estratificación.
- Hacer un mapa mineralógico de su superficie y de las áreas activas y estudiar la producción de focos violentos de actividad.
- Establecer la distribución de sus componentes mayoritarios (polvo, agua, CO₂, CO) y minoritarios sobre un ciclo completo de actividad cometaria.
- Las imágenes de alta resolución (¡10 cm) revelarán los procesos de erosión a la vez que permitirán un diagnóstico de la composición química de las distintas capas.
- Determinar la dinámica gaseosa desde la superficie misma del cometa. Observación de las trayectorias de las partículas mayores de 2 cm.

OSIRIS permitirá, en suma, no sólo observar el cometa Wirtanen con una resolución 1000 veces superior a como lo hizo la Cámara Multicolor de Giotto con el cometa Halley, sino que permitirá su estudio en una amplia base temporal (unos 2 años y desde una distancia de 3.5 UA hasta el perihelio) y con una mayor resolución espectral, lo que significará la apertura de una nueva era en la investigación del Sistema Solar. En la actualidad se ha entregado y aceptado por ESA el modelo de vuelo.

El instrumento GIADA está destinado al estudio de las propiedades mecánicas del polvo cometario y está compuesto por 3 tipos de sensores: *Grain Detection System* (GDS), *Impact Sensor* (IS) y *Micro Balance System* (MBS). Estos instrumentos están destinados a la medida de la masa de los granos de polvo (MBS), a su velocidad (GDS+IS) y a su momento cinético (IS). El instrumento se realiza en su totalidad entre el IAA y el Observatorio de Nápoles, siendo el IAA el responsable de la electrónica completa y del *software* de vuelo. Los objetivos principales son (Bussoletti et al., 1999; Colangeli et al., 2001):

- Proporcionar datos sobre el flujo de polvo, sobre las propiedades dinámicas de los granos de polvo y sobre la distribución de velocidades del polvo.
- Proporcionar datos sobre las razones de deposición del polvo cometario.
- Estudio de los procesos de emisión de polvo y de la relación polvo-gas en el interior de la coma.
- Estudio de la interacción entre el polvo y la radiación y el viento solar.
- Estudio de la evolución del núcleo y su anisotropía, y de la evolución de los granos en el coma.

Hasta el momento, se han realizado, entregado y aceptado por ESA los modelos Mecánico-Térmico y el de Calificación de Ingeniería, éste último totalmente representativo desde el punto de vista eléctrico y de comunicaciones. La entrega del modelo de vuelo se está realizando en estos días, y la del modelo de repuesto se efectuará en abril-mayo de 2002.

1.5 Motivación para realizar esta memoria

Para asegurar el buen éxito de las misiones espaciales mencionadas y para poder interpretar los datos que tomarán es necesario realizar un gran esfuerzo teórico adicional. Este trabajo se enmarca dentro de las tareas de apoyo científico a la misión Rosetta y tiene como objetivo el desarrollo de un modelo termofísico del núcleo de los cometas. Hasta ahora, en todos los modelos termofísicos desarrollados se asume que el núcleo es esférico o, en el mejor de los casos, elipsoidal pero como se ha visto, existen evidencias para pensar que los núcleos son cuerpos irregulares. Este hecho limita la utilización de los modelos desarrollados hasta la fecha para interpretar los datos tomados por las sondas. Por otro lado, la superficie esférica tampoco puede utilizarse como frontera núcleo-coma para interpretar las imágenes de alta resolución tomadas mediante la técnica de interferometría. De la misma manera, se necesitan modelos que simulen la geometría irregular, el estado rotacional y su evolución para analizar e interpretar los datos de radar.

Por estos motivos se ha desarrollado un nuevo modelo cuyas principales características son que se considera que el núcleo es un cuerpo irregular que se mueve (rota y traslada) teniendo en cuenta los efectos no-gravitacionales derivados de la producción de gas. En esta memoria se presentan y analizan las diferencias en la producción de agua entre un objeto irregular y un objeto esférico para establecer el efecto de la forma irregular y la topografía tanto en la producción de agua como en la temperatura superficial. También se han realizado simulaciones para establecer cuál es el efecto en la producción de agua de la cantidad de polvo presente en la superficie, así como de distintas distribuciones de albedo, emisividad y fracción de área cubierta por hielo. El principal objetivo de estas últimas simulaciones es establecer las diferencias en la producción debidas a la heterogeneidad superficial. Dicho de otra manera, el principal objetivo de este grupo de simulaciones es establecer si la producción de un núcleo heterogéneo queda bien representada por la producción de un núcleo homogéneo con el valor medio del albedo, la emisividad y la fracción de área activa. Otro de los objetivos de este trabajo es estudiar la validez de las aproximaciones más utilizadas en la bibliografía especializada, la del *rotador rápido* y la del *punto subsolar*, para estimar la tasa de producción de agua y la fracción de área activa presente en un núcleo cometario del que se conocen su radio y albedo.

Por otro lado, dada la gran importancia que tiene el conocer el estado rotacional del cometa Wirtanen, se estudia la evolución del estado rotacional de un núcleo cometario pequeño bajo el efecto de la fuerza no-gravitacional en un gran número de circunstancias y se analizan los resultados viendo como pueden influir en la estrategia de la misión Rosetta.

En el siguiente capítulo se resumen algunas de las características estructurales y dinámicas de los núcleos cometarios así como los modelos termofísicos desarrollados previamente. En el capítulo 3 se describe el modelo y sus principales hipótesis.

Capítulo 2

Propiedades físicas y características dinámicas de los núcleos cometarios

En este capítulo se resumen las características de los principales modelos termofísicos desarrollados hasta la fecha. Estos modelos nos han permitido interpretar algunos de los hechos observacionales y, sobre todo, avanzar en la comprensión de los procesos físicos y químicos involucrados en la producción de gas desde el núcleo de los cometas. Una gran parte de estos modelos se basa en lo que se llama la *aproximación del rotador rápido*. Estos modelos estiman la producción de gas considerando el balance energético promedio en la superficie de un cuerpo esférico. Esta representación constituye solo una primera aproximación a la descripción real de los núcleos. Como ya se ha mencionado, la mayoría de los autores coincide en que el núcleo es un cuerpo con una superficie heterogénea, en la que la producción de gas parece estar localizada en zonas discretas llamadas *zonas activas*. En otro orden de cosas, también se han desarrollado modelos teóricos para describir el movimiento no-gravitacional de los cometas. Con respecto a la dinámica orbital, se ha comprobado que el modelo de Marsden et al. (1973) permite determinar con bastante precisión la posición de los cometas. Con respecto a la evolución del estado rotacional, los modelos teóricos desarrollados hasta la fecha sugieren que el estado rotacional de la mayoría de los cometas debe ser complejo.

2.1 Introducción

Hasta hace relativamente poco tiempo la única manera de conocer las propiedades y características de los núcleos cometarios era mediante métodos indirectos. Los métodos indirectos son aquellos en los que las propiedades del núcleo se infieren a partir de la observación de una determinada característica de la coma o de las colas. El principal problema o limitación que presenta este modo de proceder es que para poder interpretar las medidas observacionales e inferir propiedades del núcleo es necesario disponer de un modelo del propio núcleo que permita simular la característica o circunstancia observada. Como consecuencia de ello la interpretación suele ser dependiente del modelo adoptado y en este sentido las conclusiones deberían tomarse con cierta cautela.

Actualmente y gracias al desarrollo tecnológico (que nos permite disponer de grandes telescopios y desarrollar misiones espaciales) sí es posible observar directamente el propio núcleo. Es decir, hoy es posible, al menos en algunos casos, medir tanto la luz que refleja como su emisión térmica. Además de la exploración *in-situ*, la cual nos ha proporcionado una gran información sobre las características del núcleo del Halley, los grandes telescopios terrestres y

los telescopios espaciales nos permiten observar el núcleo cuando está muy lejos del Sol, donde, presumiblemente, no existe coma o su contribución es despreciable.

A continuación se describe lo que hoy sabemos sobre las propiedades y características de los núcleos y que ha sido obtenido de manera directa, indirecta o inferido a partir de aproximaciones o modelos teóricos.

2.2 Modelos termofísicos

Un modelo termofísico persigue, generalmente, simular la producción de gas. Ésta está controlada, en última instancia, por la temperatura superficial y por el conjunto de procesos físicos derivados de la estructura y composición asumida para el núcleo.

Desde el modelo de Whipple (1950) se han desarrollado más de 60 modelos termofísicos diferentes, con una tasa de más de 2 modelos/año en los últimos 20 años. De todos estos modelos, la inmensa mayoría presenta algo nuevo, tanto físico como numérico, y sólo una minoría son versiones de modelos anteriores aplicados a cometas concretos. Esto hace que sea imposible realizar un resumen detallado de todos los trabajos realizados hasta la fecha.

Prácticamente todos los modelos termofísicos desarrollados hasta la fecha siguen, con distintos grados de aproximación, la descripción cualitativa dada por Whipple (1950). Es decir, el núcleo es un cuerpo sólido esférico constituido por una mezcla de polvo y diferentes hielos que se subliman al ser calentados por el Sol. Algunos de los modelos desarrollados han centrado su interés en establecer órdenes de magnitud de la producción de moléculas de agua. Otros se han centrado, esencialmente, en el desarrollo del manto y en el proceso de difusión del gas y calor a través de ese manto. Ocasionalmente, en ambos tipos de modelos se ha incluido el proceso de diferenciación química o estratificación de los componentes que constituyen el núcleo.

La mayoría de los modelos termofísicos se han basado en lo que se llama la *aproximación de rotador rápido*. En estos modelos el núcleo está representado por un cuerpo esférico isoterma, constituido por un tipo de hielo, o mezcla de hielos, sin polvo, caracterizado por unas propiedades superficiales uniformes y en el que el balance energético se considera de manera global en toda la superficie. Este hecho hace que el cuerpo esférico sea equivalente a un cuerpo plano de área igual a la sección transversal de la esfera y orientado con respecto al Sol un ángulo cuyo coseno es $1/4$. Dentro de estos modelos, los más sencillos sólo incluyen en el balance energético en la superficie la energía solar absorbida (sin atenuar por la coma), la re-radiación térmica y la energía invertida en la sublimación.

Entre este tipo de modelos están el de Squires y Beard (1961), quienes consideraron que el núcleo estaba constituido por una mezcla homogénea de distintos volátiles haciendo depender el calor latente de sublimación con la razón de mezcla; el de Watson et al. (1963), con el que se estudió la supervivencia orbital de distintos volátiles para diferentes albedos, y el de Delsemme (1966) y Delsemme y Miller (1971). Estos dos últimos han tenido mucha más difusión que los anteriores. Ello se debe a que Delsemme (1972) evidenció que la curva de producción del agua era la que mejor ajustaba las funciones utilizadas por Marsden (1969) para representar las fuerzas no-gravitacionales.

Una aproximación diferente fue la de Cowan y A'Hearn (1979), quienes consideraron que

el núcleo esférico era isoterma sólo en latitud. A esta aproximación la llamaremos *rotador rápido sólo en latitudes*. Se puede considerar que este trabajo es una primera aproximación al estudio del efecto de la orientación del eje de rotación con respecto al plano orbital ya que el promedio del coseno para una latitud depende de la inclinación del eje de rotación. Cuanto más inclinado está el eje de rotación con respecto a la línea Sol-cometa más contribuyen a la producción total las latitudes de coseno promedio alto. En consecuencia, la producción de esta esfera isoterma en latitudes es mayor cuanto menor es el ángulo que forman el eje de rotación y la línea sol-cometa. Este efecto se puede entender mejor pensando en que un esfera isoterma en latitudes, cuando está rotando alrededor de un eje perpendicular a la línea Sol-cometa, tiene que distribuir la energía entrante entre toda la esfera; es decir, las latitudes isotermas rodean a toda la esfera. Por contra, si el eje está en la línea Sol-cometa la energía entrante sólo se distribuye en un hemisferio; es decir, las latitudes isotermas sólo abarcan un hemisferio. Este hecho hizo proponer a Cowan y A'Hearn que el cambio del ángulo entre el punto subsolar y el eje de rotación que se produce, salvo excepciones, conforme el cometa se mueve en su órbita, podría ser la causa de las asimetrías observadas en las curvas de luz alrededor del perihelio.

Otro modelo diferente fue el presentado por Dobrov'l'skij y Markovich (1972) quienes consideraron la difusión térmica hacia el interior de un único elemento de superficie situado de un cuerpo esférico que rotaba con su eje perpendicular al plano orbital. Es decir, se estudió por primera vez la variación temporal, además del cambio con la distancia heliocéntrica. Además, en este modelo, la sublimación se producía debajo de una capa porosa de polvo. Los autores estudiaron cómo afectaba a la temperatura del hielo y a la producción el espesor de la capa de polvo. Sus resultados indicaban que el efecto no-gravitacional era el mismo en un cometa sólo de hielo que en un cometa con un manto refractario de 1 cm de anchura. Shul'man (1972), con las mismas suposiciones, mostraba que un manto de 10 cm era suficiente para impedir la sublimación de gas. El cometa se convertía en un asteroide desde el punto de vista observacional.

El modelo de Weissman y Kieffer (1981) fue el primero en incluir un tratamiento cinemático completo al considerar los efectos no sólo de la rotación sino también de la orientación del polo en un núcleo esférico de hielo cristalino. Su modelo incluía en la ecuación de balance la difusión térmica monodimensional hacia el interior y una parametrización de la opacidad, la dispersión de luz y la emisión térmica de una coma esférica. Sus resultados mostraban que el polvo de la coma aumentaba la energía total incidente sobre el núcleo, especialmente, en su lado no iluminado directamente por el Sol provocando que el núcleo fuese prácticamente isoterma en el perihelio. Hay que decir que los resultados de este modelo pueden estar fuertemente influidos por las aproximaciones numéricas y las parametrizaciones realizadas.

Smolouchowski (1981) realizó un estudio sobre la influencia de la difusión de calor en el balance térmico de un núcleo poroso. Ello lo hizo incluyendo en el balance energético del rotador rápido un término de transporte de calor. Esto es lo que llamaremos aproximación de *rotador rápido con inercia térmica*. Este autor concluyó que el flujo de calor puede ser importante, reduciendo considerablemente la producción. También obtuvo que, como consecuencia de la difusión térmica, el máximo de la producción aparecía después del perihelio sugiriendo que la inercia térmica podía ser la causa de algunas de las asimetrías observadas.

En otro orden de cosas, Klinger (1981) estudió cuál podría ser la temperatura interna de

un núcleo cometario que orbita muy alejado del Sol. Para ello utilizó la aproximación de rotador rápido, considerando la difusión térmica pero eliminando el término de sublimación, que no debía ser energéticamente significativo al estar muy alejado del Sol. Su núcleo estaba constituido por hielo de agua y estudió dos casos diferentes: cuando el hielo era amorfo y cuando el hielo era cristalino. Sus resultados indicaban que los cometas de período muy corto debían estar constituidos por hielo cristalino, mientras que los de cometas tipo Halley podían contener en su interior hielo amorfo, aunque sólomente cerca del centro. El problema de la transición de fase de amorfo a cristalino fue abordado también por Herman y Podolak (1985) haciendo uso, de nuevo, de la aproximación de rotador rápido pero esta vez incluyendo la sublimación. Trabajaron con dos casos. En el primero, el calor liberado en la transición se empleaba en calentar las capas adyacentes y en el segundo se empleaba en sublimar gas. Obtuvieron que, generalmente, el límite de transición entre las dos fases, después de una órbita, se sitúa varios metros por debajo de la superficie. La evolución de este límite depende del caso considerado, mucho más lento si la energía de la transición se invierte en sublimación.

Los procesos de formación y evolución del manto empezaron a simularse con los trabajos de Mendis y Brin (1978) y Brin y Mendis (1979). Estos modelos eran unidimensionales, asumiendo que el balance térmico era el del punto subsolar. El núcleo presentaba un corazón constituido por una mezcla de hielo y polvo cubierto por una capa de polvo sin componente volátil. Suponiendo que la distribución de tamaños de los granos de polvo tiene un corte relacionado con la razón de masas polvo-hielo, ψ , encontraron que para cometas con ψ menor que 2 en la órbita del Halley el manto desaparecía cerca del perihelio (a no ser que tuviese cierta cohesión estructural) y en consecuencia eran más brillantes antes que después del perihelio. Si por contra, la ψ era mayor que 2 el manto nunca desaparecía, es más, crecía produciendo que el cometa fuese menos brillante después del perihelio que antes. Esta constituía otra posible explicación para las asimetrías de las curvas de luz.

Fanale y Salvail (1984) ampliaron el modelo anterior incluyendo los efectos de latitud, rotación y orientación del polo en un cuerpo esférico. Estos autores realizaron un tratamiento riguroso del flujo de gas a través de los poros del manto formado. Sus resultados sugerían que un cometa de corto período inicialmente homogéneo con una razón polvo-hielo entre 0.5 y 2.0 desarrolla un manto cíclico constituido por las partículas que no pueden ser arrastradas por el gas debido a su peso. El espesor de este manto es como máximo 1 mm, cuando ocupa toda la superficie. Al formarse el manto, la presión del gas interior aumenta lo que puede provocar la ruptura del propio manto. Estos autores obtuvieron que, generalmente, el manto se forma y desaparece con cada paso orbital. Los mantos permanentes sólo se forman regionalmente y, preferentemente, en cometas rotando con un eje de alta oblicuidad.

Rickman et al. (1990), con la aproximación de rotador rápido sólo en latitudes, obtuvieron resultados ligeramente diferentes al modelo anterior. Aunque más simplificado en las cuestiones geométricas que el modelo anterior, en este modelo se incluía la posibilidad de que el manto se obstruya. Como consecuencia de este efecto, los mantos se formaban muy rápidamente, siendo frecuente, que fuesen estables. Los mantos podían romperse si la presión en la interfase manto-hielo era mayor que el peso del manto. El espesor de un manto estable que impedía la sublimación era de, aproximadamente, 2 cm. Sí coincidían con el anterior trabajo en el hecho

de que los mantos se formaban, preferentemente, en objetos con el eje de rotación en el plano orbital.

La diferenciación química, junto con el transporte de gas y calor a través de poros, fueron estudiados por Espinasse et al. (1989, 1991). Estos autores, con la aproximación de rotador rápido con inercia térmica como frontera, hicieron evolucionar un núcleo poroso constituido inicialmente por hielo de agua amorfo y CO o CO_2 al 5% en las órbitas del Halley y del cometa P/Churyumov-Gerasimenko. El modelo incluía conducción de calor a través de la matriz y transporte de masa y de calor debido a la circulación de gas por el sistema de poros, así como la posibilidad de que hubiese transiciones de fase, incluida la recondensación. Obtuvieron, de acuerdo a los resultados anteriores, que tras la primera órbita la transición amorfo-cristalino se sitúa muy por debajo de la superficie. La evolución posterior de este límite depende de la órbita y del contenido de CO (CO_2). Igualmente, la razón CO/H_2O cae a cero en las primeras capas de la superficie durante la primera revolución produciéndose la diferenciación química de las capas. Similares resultados fueron obtenidos por Prialnik y Bar-Nun (1990). Una versión similar a ésta pero incluyendo polvo, aunque no formación de manto, fue desarrollada por Tancredi et al. (1994), considerando también la aproximación de rotador rápido. La versión con la aproximación de rotador rápido en latitudes fue desarrollada por Orosei et al. (1995). Benkhoff y Huebner (1996) incluyeron hasta 4 especies gaseosas, mostrando que la hipótesis de Whipple sobre la estratificación era cierta. Enzian et al. (1997) resolvieron el problema tridimensionalmente, sin hacer uso de la aproximación de rotador rápido, incluyendo, además, transporte de calor no sólo en la dirección radial sino también en la meridional. Además se simulaba la posibilidad de que el radio del núcleo disminuyese por la sublimación. Todos los trabajos muestran resultados similares. Hay varios trabajos similares mucho más recientes (e.g. Orosei et al., 1999; De Sanctis et al., 1999, Enzian et al., 1999, Kossacki et al., 1999; etc.) pero son ligeras modificaciones de los anteriores o aplicaciones a cometas concretos, sobre todo al Wirtanen. Hay que mencionar que en el trabajo de Enzian et al. (1999) se realiza una estimación de la tasa de producción de un núcleo esférico cubierto por un manto para compararlo con las observaciones del cometa Wirtanen. Su comparación muestra que la producción debajo de un manto de polvo es 2 ordenes de magnitud menor que la observada. Hay que matizar que esta diferencia puede reducirse eligiendo otros espesores de manto u otro valor de la inercia térmica.

Como se puede ver, la inmensa mayoría de los modelos hacen uso de la aproximación de rotador rápido. Sólo unos pocos han considerado la tridimensionalidad, y en el caso de que lo hayan hecho, ha sido aplicándolo a un cuerpo esférico. Colwell (1997), con una aproximación al problema de la sublimación totalmente diferente a la estándar, estudió el efecto de la presencia de cráteres en la superficie del núcleo. Su modelo, mucho más simple desde el punto de vista termofísico, consideraba que el cuerpo podía ser esférico o biaxial (con un eje corto y dos largos) y tener cráteres en distintas posiciones. Resolviendo la ecuación de balance en la superficie de estos objetos para distintas orientaciones del eje de rotación concluyó que la presencia de cráteres puede aumentar la tasa de sublimación por unidad de área en factores que van desde un pequeño porcentaje a varios ordenes de magnitud a grandes distancias heliocéntricas. Otra consecuencia de la presencia de cráteres es que éstos tienden a disminuir la asimetría de las curvas de luz alrededor del perihelio.

2.3 Zonas activas

Como ya se ha mencionado, las imágenes CCD tomadas desde la Tierra muestran la presencia de chorros, abanicos, "ondas", etc. en la coma de algunos cometas (hay que advertir que no en todos). La presencia de estas estructuras y de su variabilidad en el tiempo se ha interpretado tradicionalmente como una consecuencia de que la producción de polvo está localizada, es decir, procede de zonas discretas de la superficie del núcleo que rota (por ejemplo Whipple, 1984; Sekanina, 1991b; Meech, 1991; etc.). Esta interpretación se fundamenta en las simulaciones numéricas (e.g. Sekanina, 1981; Jorda, 1995; etc.) que permiten la generación de imágenes sintéticas. En estas simulaciones se asume, en el caso idealizado, que la producción de polvo está localizada en un punto fuente, o en varios, de la superficie del núcleo. La similitud entre las imágenes sintéticas y las reales es lo que le confiere la credibilidad a la hipótesis de partida. Ciertamente, un núcleo con la emisión de polvo localizada en zonas discretas de la superficie produce efectos muy similares a los observados.

Esta interpretación es corroborada con las imágenes procesadas del Halley tomadas por Giotto (Keller et al., 1986). Además, las medidas tomadas por el IKS se pueden reproducir, siempre de manera aproximada, asumiendo que el núcleo está cubierto parcialmente por un manto refractario, ocupando aproximadamente el 25 % de la superficie visible, en equilibrio con la radiación solar (Emerich et al., 1987). Esta interpretación coincide con la predicción de los modelos teóricos, según los cuales la formación de mantos estables o permanentes en la superficie del núcleo, o al menos en parte, es un hecho probable (e.g. Fanale y Salvail, 1984; Rickman et al., 1990; etc.). Estos mantos, que se forman por las partículas que no pueden ser arrastradas por el gas, "anulan" por oclusión la sublimación debajo de ellos por lo que la superficie se vuelve inactiva en las zonas con manto. Además del mecanismo descrito para la formación de mantos, también se ha propuesto que la exposición prolongada al bombardeo de rayos cósmicos de alta energía (de MeV a GeV) puede originar el desarrollo de un manto refractario, sin hielo de agua y rico en carbono, nitrógeno y oxígeno (e.g. Shul'man, 1972, etc.). El tiempo estimado para la formación de este tipo de mantos es muy alto, del orden de 10^8 años, pero comparable al tiempo de residencia en la nube de Oort (Jewitt, 1992).

Otro argumento en favor de que la producción procede, esencialmente, de zonas concretas de la superficie es que la asimetría de las curvas de luz también se puede interpretar de acuerdo al hecho de que una o varias zonas de emisión entren o salgan de la región iluminada por el Sol al cambiar la latitud del punto subsolar con el movimiento orbital (e.g. Sekanina, 1991b; Colwell, 1997). De manera similar, las diferencias entre unos cometas y otros en la pendiente de la producción con la distancia heliocéntrica se ha atribuido a la presencia de zonas activas (e.g. Sekanina, 1991b; A'Hearn et al., 1995).

Resumiendo, tanto los modelos teóricos como las observaciones sugieren que la superficie del núcleo es *heterogénea* en cuanto a su actividad. Es decir, hay zonas activas y zonas no activas.

Con respecto a la estructura de estas zonas, las simulaciones de Bockelée-Morvan y Crovisier (1987) para calcular las velocidades de expansión y temperatura de la coma del Halley mostraban que las medidas tomadas por Giotto y las deducidas a partir de observaciones desde Tierra eran reproducibles si la velocidad inicial estaba alrededor de 0.37 km/s, es decir, incluso

inferior a la correspondiente a la temperatura de equilibrio del hielo sublimante a la distancia heliocéntrica del Halley. Esto llevó a estos autores a sugerir que la emisión de gas debía estar totalmente desconectada de la región caliente definida por Emerich (1987). Esto indica que las zonas activas están constituidas por hielo mezclado con polvo expuesto directamente a la radiación solar, sin manto o, en el peor de los casos, con un manto muy pequeño. Por otro lado, las zonas inactivas serían esencialmente un manto que apenas produce gas. No está estimada la contribución de las zonas inactivas a la producción total de gas pero si tenemos en cuenta el trabajo de Shul'man (1972), descrito en la sección anterior, todo parece indicar que o no contribuyen o su aportación es, prácticamente, despreciable.

Basándose en esto, la fracción de área activa de un núcleo cometario es estimada, generalmente, calculando el área de un rotador rápido (despreciando a veces la contribución de la reemisión térmica en el balance energético) compuesto sólo por hielo que produce la misma sublimación (Rickman, 1992). En otros casos, como por ejemplo en A'Hearn et al. (1995), la fracción de área se estima comparando la producción real con la de un cuerpo esférico que no rota. Estos autores, en un estudio realizado sobre 85 cometas, obtienen que la fracción de área activa es, generalmente, inferior al 10 % de la superficie lo que implica la existencia de un gran número de grandes núcleos con la actividad localizada en una región muy pequeña de su superficie. La fracción de área activa estimada para los cometa Encke, Tempel 2 y Arend-Rigaux está entre 0.001 y 0.01 (Jewitt, 1992).

La interpretación de los hechos observacionales en términos de que el núcleo presenta zonas activas y no activas es la que acepta, prácticamente, toda la comunidad cometaria. Sin embargo, puede haber explicaciones alternativas a los hechos observacionales. En primer lugar hay que tener en cuenta que todos los modelos teóricos, si bien incluyen procesos muy complejos, lo hacen en circunstancias poco realistas; como es asumir un cuerpo esférico o, incluso, la aproximación de rotador rápido. Además, la utilización de los modelos de rotador rápido o la del cuerpo que no rota para estimar la fracción de área activa es una aproximación muy burda, pudiendo ser el error considerablemente grande. Con respecto a las asimetrías de las curvas de luz alrededor del perihelio, ya se ha visto que Cowan y A'Hearn (1979) encontraron que el efecto estacional debido a la orientación del eje de rotación podría explicar algunas de las asimetrías. Smolouchowski (1981) afirmó que también la difusión térmica podría explicar algunas de las asimetrías.

Por otro lado, Colwell y Jakosky (1987) mostraron que la sublimación desde un cráter produce que su profundidad aumente progresivamente. Teniendo en cuenta este resultado se puede establecer otro origen para los chorros diferente al de la emisión desde una zona activa concreta. Si un cráter evoluciona aumentando progresivamente su profundidad, se irá formando una especie de tobera que puede producir la formación de chorros altamente colimados. Eso no excluye que el resto de la superficie sublime libremente, simplemente el polvo procedente del resto de la superficie no será colimado sino que estará disperso. Por otro lado, Crifó y Rodionov (1997), (1999) han realizado simulaciones hidrodinámicas de la coma interna cuando la sublimación procede de un cuerpo con una ligera concavidad (no cráter). Estos autores muestran que, aún en el caso de que la concavidad sea ligera, aparecen aumentos fuertes y estrechos de la densidad de polvo que, en imágenes de la coma circumnuclear, pueden parecer chorros. Además muestran que la velocidad del gas en el punto subsolar puede ser sónica o subsónica, dependiendo

de los alrededores. Estos autores concluyen que no es posible encontrar un método sencillo que nos permita distinguir las estructuras de polvo creadas por heterogeneidades en la superficie de las creadas como consecuencia de la topografía del núcleo. En cualquier caso, a partir de esos trabajos se puede concluir que la localización de un chorro no tiene porqué coincidir con la localización de la producción. De manera aún más simple, Majolet et al. (1994) han mostrado que es posible la aparición de estructuras similares a los chorros en la coma de un núcleo esférico uniformemente activo cuya producción está modulada, simplemente, por el ángulo cenital.

2.4 Tamaño y albedo

La única manera fiable de determinar el tamaño y el albedo de los núcleos cometarios es tomar medidas simultáneas en el infrarrojo térmico y el visible cuando el cometa se encuentra muy alejado del Sol. Se puede demostrar que la relación entre la magnitud aparente del núcleo, m_λ , (magnitud a 1 UA del Sol y 1 UA de la Tierra y a ángulo de fase (ángulo Sol-Objeto-Tierra) cero) y sus características superficiales se puede aproximar mediante la expresión (Jewitt, 1992)

$$p_\lambda C = 2.24 \cdot 10^{22} \pi r_h^2 \Delta^2 \cdot 10^{0.4(m_{\text{Sol}} - m_\lambda)} \quad (2.1)$$

donde p_λ es el albedo geométrico, C , en $[\text{m}^2]$, es la sección transversal geométrica del núcleo, r_h es la distancia heliocéntrica y Δ la geocéntrica, ambas en UA, y m_{Sol} es la magnitud aparente del Sol. La fotometría en el intervalo óptico de frecuencias sólo nos puede proporcionar el producto $p_\lambda C$. Para separar esas dos cantidades es necesario tomar medidas simultáneas en el visible y en el infrarrojo térmico. El brillo térmico es proporcional a $(1 - A) C$ donde A , el albedo Bond o bolométrico, está relacionado con el albedo geométrico mediante la expresión $A = p_\lambda q$ siendo q la función de fase del núcleo, una medida de la dependencia angular de la radiación dispersada por la superficie. Además, es necesario asumir un modelo térmico del núcleo para calcular el brillo en el infrarrojo. Generalmente, se utiliza el modelo térmico estándar para asteroides (descrito en Morrison y Lebofsky, 1979) en el cual se asume, obviamente, que no se invierte energía en sublimar hielo.

Esta técnica ha sido aplicada a varios cometas obteniéndose que los albedos geométricos de los núcleos cometarios son muy pequeños, con un valor medio de 0.03 ± 0.01 (Jewitt, 1992). Esto define a los núcleos cometarios como cuerpos muy oscuros. Estos albedos son incompatibles con superficies de hielo puro compacto, sugiriendo que el hielo y el polvo están íntimamente mezclados o que, como se ha mencionado anteriormente, la superficie está, mayoritariamente cubierta por un manto. Hay que decir que sería necesario tener en cuenta el efecto de la porosidad, que tiende a reducir el albedo, para poder concluir algo, de manera fiable, sobre la estructura y composición de la superficie.

Recientemente, Tancredi et al. (2000) considerando que el albedo geométrico es 0.04 y separando la contribución de la coma, ha estimado el tamaño de los núcleos activos de 105 cometas de la familia de Júpiter. Los radios obtenidos van desde 0.5 km (45P/Honda-Mrkos-Pajdusakova) hasta 4.8 km (99P/Kowal 1). Fuera de este intervalo están los cometas Oterma y Schwassmann-Wachmann 1 que resultan ser relativamente grandes, con radios de 9 y 13 km respectivamente.

2.5 Movimiento orbital. Efecto de las fuerzas no gravitacionales

Como ya se ha dicho en repetidas ocasiones, el modelo de Whipple (1950) se sustentó, originalmente, en la idea de que la sublimación de gases desde el núcleo cometario le produce una aceleración que se traduce en un aumento o disminución de la energía orbital. Como consecuencia de ello su trayectoria orbital es diferente a la que tendría si sólo actuase la fuerza gravitatoria del Sol y de los planetas. Que esta fuerza no-gravitacional afectaba el movimiento de la mayoría de los cometas quedó firmemente establecido con el trabajo de Marsden (1968) quien mostró que de 18 cometas estudiados, 15 de ellos no seguían el movimiento gravitacional. De esos cometas afectados, aproximadamente la mitad presentaban reducción en su período orbital mientras que la otra mitad habían experimentado un aumento.

Antes de continuar hay que definir el sistema de referencia que habitualmente se utiliza para representar las fuerzas no gravitacionales (FNG). El sistema de referencia es un sistema ortonormal no inercial. Un eje está representado por el vector unitario con la dirección y sentido Sol-cometa. Esta dirección, y la componente de la FNG en esa dirección, reciben el nombre de *radial*. Otra dirección viene representada por un vector unitario contenido en el plano orbital, ortonormal al vector radial y con el mismo sentido que el movimiento orbital. Este vector, y la respectiva componente, reciben el nombre de *transversal*. La tercera dirección viene representada por un vector ortonormal a los anteriores y que, por tanto, será perpendicular al plano orbital y paralelo al momento angular orbital. Este vector y las componentes reciben el nombre de *normal*.

De acuerdo a la interpretación original de Whipple, según la cual el núcleo es un cuerpo esférico con un manto refractario cuyo efecto principal es introducir un desfase temporal entre el calentamiento de la superficie y la sublimación del hielo, la dirección de la fuerza no-gravitacional depende únicamente del sentido de rotación del cuerpo y de la inercia térmica de ese manto. Si el cuerpo tiene rotación *directa* el desfase térmico produce que la fuerza no-gravitacional tenga una componente transversal a la dirección radial cuyo sentido es el del movimiento, es decir, tiende a alejar el cuerpo del Sol provocando que su período orbital aumente. Si por el contrario el cuerpo tiene rotación *inversa*, la inercia térmica provoca que la componente transversal de la fuerza no-gravitacional tenga sentido opuesto al movimiento, reduciendo su período orbital. Según esta interpretación, y teniendo en cuenta que las observaciones muestran que el período orbital se reduce en tantos cometas como en los que aumenta, habría que concluir que hay tantos cometas con rotación *directa* como con rotación *inversa*. Como el sentido de la rotación viene definido por la oblicuidad o inclinación del eje de rotación con respecto al plano orbital (*directa* si el eje está por encima del plano orbital e *inversa* si está por debajo), las observaciones indican que todas las orientaciones son igualmente probables. Hay que recordar, no obstante, que todas estas conclusiones se basan en la idea de que el núcleo es un cuerpo esférico que rota cubierto por un manto no volátil y en el que la sublimación se produce debajo de ese manto.

El efecto de las fuerzas no-gravitacionales en los parámetros orbitales, como el descrito anteriormente, se puede ver en las llamadas *ecuaciones gaussianas*. Cuando sobre el núcleo cometario actúan desde un tiempo t_1 a un tiempo t_2 las aceleraciones no-gravitacionales J_1 , J_2 y J_3 con las direcciones radial, transversal y normal, respectivamente, los cambios en el período

orbital, P ; la excentricidad, e ; el semieje mayor de la órbita, a ; la longitud del nodo ascendente, Ω ; la inclinación orbital, i ; y el argumento del perihelio, ω ; vienen dado por las expresiones (ver, por ejemplo, Sekanina, 1993):

$$\Delta P = \frac{6\pi}{n^2 a \sqrt{1-e^2}} \left[e \int_{t_1}^{t_2} J_1 \sin(v) dt + p \int_{t_1}^{t_2} \frac{J_2}{r} dt \right] \quad (2.2)$$

$$\Delta e = \frac{\sqrt{p}}{k} \left[\int_{t_1}^{t_2} J_1 \sin(v) dt + \frac{1}{e} \int_{t_1}^{t_2} J_2 \left(\frac{p}{r} - \frac{r}{a} \right) dt \right] \quad (2.3)$$

$$\Delta a = \frac{2}{n \sqrt{1-e^2}} \left[\int_{t_1}^{t_2} e \sin(v) J_1 dt + \int_{t_1}^{t_2} \frac{p}{r} J_2 dt \right] \quad (2.4)$$

$$\Delta \Omega = \frac{1}{k \sqrt{p} \sin(i)} \int_{t_1}^{t_2} J_3 r \sin(\omega + v) dt \quad (2.5)$$

$$\Delta i = \frac{1}{k \sqrt{p}} \int_{t_1}^{t_2} J_3 r \cos(\omega + v) dt \quad (2.6)$$

$$\Delta \omega = -\Delta \Omega \cos(i) + \frac{\sqrt{p}}{k e} \left[\frac{1}{e} \int_{t_1}^{t_2} J_1 \left(1 - \frac{p}{r} \right) dt + \int_{t_1}^{t_2} J_2 \left(1 + \frac{r}{p} \right) \sin(v) dt \right] \quad (2.7)$$

donde k es la constante gravitacional gaussiana que es la raíz cuadrada del producto de la constante de la gravitación universal por la masa del Sol, n es el llamado movimiento medio orbital que es igual a $2\pi/P$, p es el *semi-latus rectum* que es igual $a(1-e^2)$ y v , que recibe el nombre de anomalía verdadera, es el ángulo perihelio-Sol-cometa. En esas expresiones r es la distancia heliocéntrica. Considerando la expresión 2.2 se puede ver el que efecto de una componente transversal positiva es aumentar el período orbital mientras que lo disminuye si es negativa.

2.5.1 Modelo estándar

Considerando el efecto no gravitacional y las perturbaciones planetarias, la ecuación de movimiento para un cometa se puede escribir en la forma

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -\frac{\mu \mathbf{r}}{r^3} + \frac{\partial R}{\partial r} + J_1 \hat{\mathbf{r}} + J_2 \hat{\mathbf{t}} + J_3 \hat{\mathbf{n}} \quad (2.8)$$

donde \mathbf{r} representa el vector posición, μ es el producto de la constante de la gravitación por la masa del Sol y R es la llamada *función perturbadora planetaria*, que como su nombre indica representa el efecto perturbativo de los planetas en el movimiento orbital. $\hat{\mathbf{r}}$, $\hat{\mathbf{t}}$ y $\hat{\mathbf{n}}$ representan, respectivamente, vectores unitarios en las direcciones radial, transversal y normal previamente descritas. Las cantidades J_1 , J_2 y J_3 representan las componentes de la aceleración no gravitacional en el sistema de referencia definido por $\hat{\mathbf{r}}$, $\hat{\mathbf{t}}$ y $\hat{\mathbf{n}}$, respectivamente.

En su segundo trabajo sobre la fuerzas no gravitacionales, Marsden (1969) determinó empíricamente el valor de las componentes no-gravitacionales de la aceleración para varios cometas, es decir, los valores de J_1 , J_2 y J_3 de la anterior ecuación, ajustando la posición observada a la predicha por la ecuación 2.8. En ese estudio la aceleración no-gravitacional estaba

representada por una función continua que dependía únicamente de la distancia heliocéntrica, r_h . Esta función tiene la forma

$$J_i = A_i f(r_h) = A_i r_h^{-3} e^{-r_h^2/2} \quad i = 1, 2, 3. \quad (2.9)$$

y había sido elegida de manera arbitraria para representar que el efecto no-gravitacional era más importante cerca del Sol que lejos. No estaba sustentada por ningún modelo físico y tenía la única intención de regularizar el comportamiento no-gravitacional de los cometas. Con esta descripción, las componentes de la fuerza no-gravitacional estaban representadas por los coeficientes, A_i , que son conocidos como los *parámetros no-gravitacionales tipo I*. Esos coeficientes se suelen dar en unidades de UA/dia^2 .

Sus ajustes mostraban que la componente radial, J_1 o A_1 , tenía siempre signo positivo, es decir su efecto era siempre contrarrestar la atracción gravitatoria solar. La componente transversal, J_2 o A_2 , era, aproximadamente, un orden de magnitud inferior a la componente radial. De acuerdo al modelo de Whipple (1950) esto significa que el ángulo de desfase térmico debía ser muy pequeño. Marsden también encontró que el efecto en el movimiento orbital de la componente normal era despreciable; por lo que no era necesario incluir su contribución en la ecuación de movimiento.

El primer modelo, después del de Whipple (1950), en el que las fuerzas no-gravitacionales se sustentan en un modelo físico del núcleo de los cometas corresponde a Marsden et al. (1973). Según este modelo la fuerza no-gravitacional es proporcional a la tasa de sublimación de un núcleo esférico bajo la aproximación de rotador rápido. La variación con la distancia heliocéntrica, r_h , de la tasa de producción de agua obtenida mediante ese modelo térmico se puede ajustar mediante la función

$$g(r_h) = \alpha \left(\frac{r_h}{r_{h,o}} \right)^{-m} \left[1 + \left(\frac{r_h}{r_{h,o}} \right)^n \right]^{-k} \quad (2.10)$$

en la que los parámetros α , $r_{h,o}$, m , n y k dependen del valor del albedo, emisividad y demás parámetros involucrados en el modelo térmico.

El modelo no-gravitacional quedó totalmente definido eligiendo los valores de los parámetros de $g(r_h)$ que ajustan la curva de producción del rotador rápido cuando el albedo es 0.1 y la emisividad 0.9. El factor α en (2.10) representa una constante de normalización que fue elegida de acuerdo a $g(1UA) = 1$. De esta manera, en el modelo de Marsden et al. (1973), las componentes de la aceleración no-gravitacional siguen la ley

$$J_i = A_i 0.1113 \left(\frac{r_h}{2.808} \right)^{-2.15} \left[1 + \left(\frac{r_h}{2.808} \right)^{5.093} \right]^{-4.6142} \quad i = 1, 2, 3. \quad (2.11)$$

con r_h expresado en UA. Esta ecuación es lo que se conoce con el nombre de *modelo estándar* y los coeficientes A_i que representan las componentes de la aceleración no-gravitacional reciben el nombre de *parámetros no-gravitacionales tipo II*.

Marsden et al. (1973) obtuvieron los valores de los parámetros A_i de varios cometas ajustando la solución numérica de la ecuación de movimiento (2.8) a las observaciones astrométricas suponiendo que la aceleración no-gravitacional viene dada por la expresión (2.11).

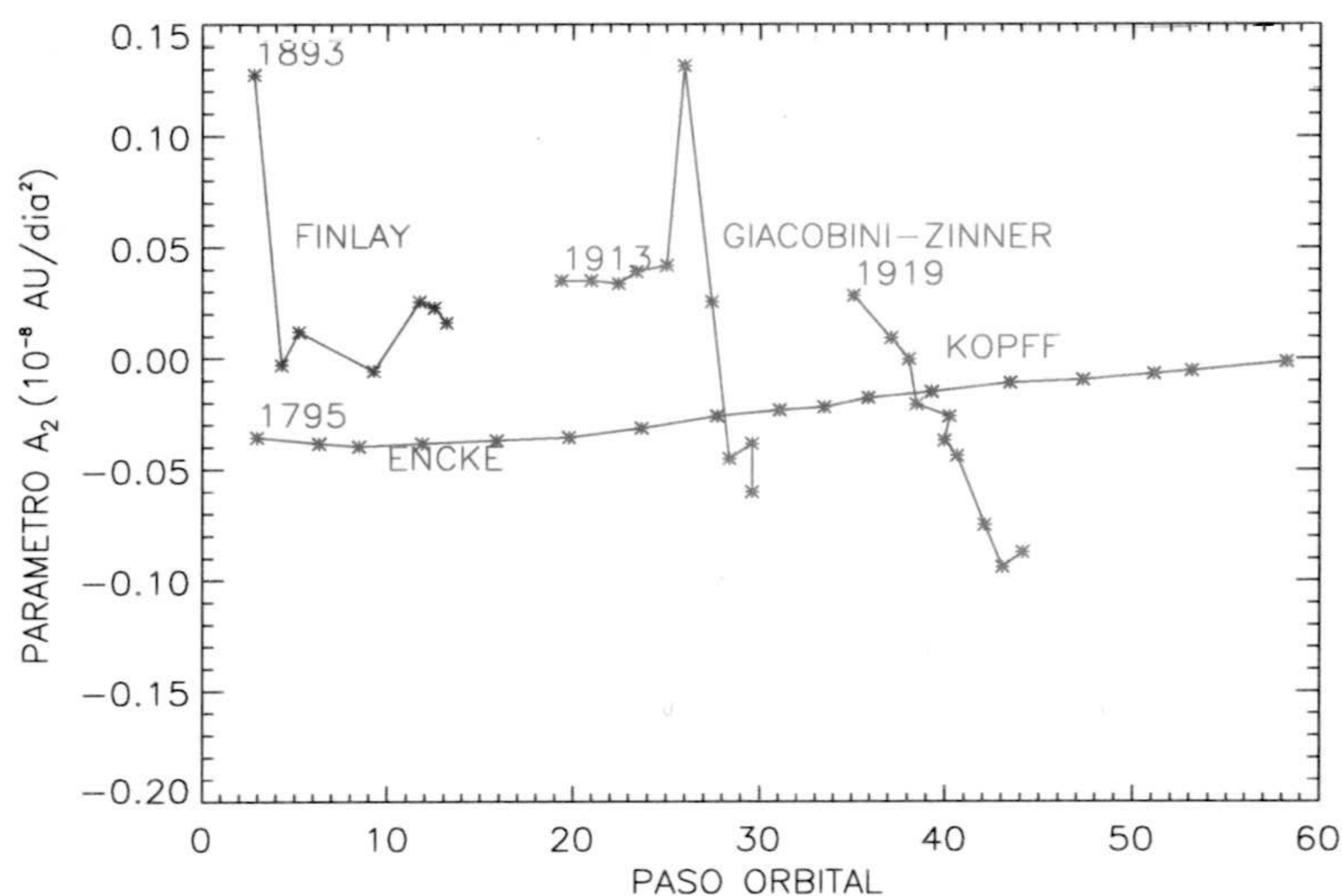


Fig. 2.1 Variaciones seculares del parámetro gravitacional A_2 para 4 cometas. El cometa Encke presenta un comportamiento normal. Los demás tienen un comportamiento anómalo. Los datos de la figura están tomados de Sekanina (1993).

Basándose en sus resultados anteriores, consideraron que la componente normal no influye en el movimiento orbital. Sus resultados coincidían con los obtenidos anteriormente. La componente radial, A_1 , tiene una contribución positiva con valores, normalmente, entre 10^{-9} y 10^{-8} UA/día $^{-2}$. La componente transversal puede ser tanto positiva como negativa y es un orden de magnitud inferior a la componente radial. Los estudios estadísticos (ver Sekanina, 1993) muestran que, en la mayoría de los cometas, los parámetros no gravitacionales evolucionaban con el tiempo de manera suave, creciendo o decreciendo ligeramente con el tiempo. Sin embargo, existe un grupo importante de cometas de corto período (Giacobini-Zinner, Finlay, Kopff, etc.) que presentan fuertes anomalías en la evolución secular de sus parámetros no gravitacionales, pudiendo cambiar bruscamente de aceleraciones a desaceleraciones o viceversa entre una aparición y la siguiente. En la tabla 2.1 se muestra la distribución del parámetro no gravitacional A_2 en los cometas de corto período. En la figura 2.1 se muestran las variaciones seculares del parámetro gravitacional A_2 de cuatro cometas. Tres de ellos muestran lo que se ha llamado comportamiento anómalo.

A este modelo se le pueden hacer varias críticas. La principal deficiencia es que la función $g(r_h)$ es simétrica con respecto al perihelio. Este hecho, además de no representar la realidad ya que las curvas de producción son asimétricas, tiene una consecuencia importante. Teniendo en cuenta las expresiones (2.2) ... (2.7) se puede ver que el efecto secular de la fuerza no gravitacional es causado principalmente por su componente transversal. La contribución de la componente radial, al ser simétrica respecto al perihelio y estar multiplicada por el seno de la anomalía verdadera, es nula. Teniendo en cuenta esto, la única interpretación posible para la

Tabla 2.1 Distribución de las aceleraciones no gravitacionales entre los cometas periódicos observados durante más de 5 apariciones.

Perturbación	Número de cometas observados N apariciones			
	$N > 5$	$N = 5 - 6$	$N = 7 - 9$	$N \geq 10$
$A_2 < 0$ persistente	21	8	8	5
$A_2 > 0$ persistente	9	1	3	5
Aceleración cambiando a deceleración o viceversa	10	2	3	5
$A_2 = 0$, no detectable	3	2	1	0

Tabla tomada de Sekanina (1993)

reducción o aumento del período orbital en términos de las propiedades nucleares es la del desfase térmico y, por tanto, lo que explicaría el cambio secular de los parámetros no-gravitacionales sería el espesor del manto y la velocidad de rotación. Pero, obviamente, esta interpretación es dependiente del modelo elegido. Yeomans y Chodas (1989) modificaron este modelo estándar para introducir el efecto de la asimetría. Su idea es introducir un desfase temporal τ de tal forma que la distancia heliocéntrica en el momento de observación, t , es la correspondiente a $t - \tau$. Ese valor de τ corresponde al tiempo antes o después del perihelio en el que la producción es máxima. Utilizando este modelo asimétrico de la aceleración no-gravitacional la solución de la ecuación de movimiento ajusta mucho mejor las observaciones astrométricas que el modelo estándar (Yeomans, 1991). Sin embargo, los parámetros no-gravitacionales obtenidos mediante ambos modelos son totalmente diferentes. Por otro lado, la principal consecuencia de considerar una función de fuerza asimétrica es que la componente radial tendrá, en general, una contribución no nula en el cambio de los parámetros osculantes. En consecuencia, la equivalencia entre la dirección de la rotación y el signo del cambio en el período orbital deja de existir. Con esto se evidencia la imposibilidad de obtener información fiable sobre las propiedades y características del núcleo a partir del modelo estándar.

En cualquier caso y aunque no se pueda extraer información sobre las propiedades del núcleo, sí es reconocido que el modelo estándar predice de manera aceptable las efemérides de los cometas de corto período cuando los parámetros se determinan a partir de 3 o más apariciones (Yeomans, 1991). Además, casi toda la información disponible hoy en día sobre las fuerzas no-gravitacionales viene dada por el conjunto de parámetros no-gravitacionales tipo II. Esto obliga a que para extraer información de las propiedades del núcleo a partir de un modelo no-gravitacional alternativo se tengan que utilizar las expresiones (2.2) ... (2.7) con la incertidumbre que ello conlleva.

2.5.2 Otros modelos

Froeschlé y Rickman (1986) y Rickman y Froeschlé (1986) estudiaron la dependencia de la ley de fuerza no-gravitacional con un modelo térmico más elaborado. Este modelo (Rickman y Froeschlé, 1983) incluía los efectos de la inercia térmica en el balance energético de la superficie de un cuerpo esférico, de la orientación del eje de rotación y del período de rotación. Su

primer resultado era que su modelo no producía, de manera general, una ley de fuerza del tipo de $g(r_h)$ que permitiese descomponer la aceleración no-gravitacional en módulo y dirección. En su caso las tres componentes de la aceleración tenían una dependencia diferente con la distancia heliocéntrica. Por otro lado, la aceleración obtenida con este modelo tenía una fuerte dependencia con todos los parámetros estudiados, especialmente su componente transversal. Para el caso concreto de baja inercia térmica y baja oblicuidad, es decir con el eje de rotación casi perpendicular al plano orbital, sí se podía definir una función $h_i(r_h)$ tal que $J_i = A_i^* h_i(r_h) g(r_h)$ aunque para que esa función representase de manera adecuada a la aceleración era necesario conocer el período de rotación. Para casos de alta inercia térmica no existía generalización posible e igualmente cuando el eje de rotación se encontraba cerca del plano orbital. Para el caso de baja oblicuidad, es decir con el eje de rotación casi perpendicular al plano orbital, y una inercia térmica relativamente baja se obtuvo que la componente transversal podía experimentar cambios significativos entre órbitas al ser muy dependiente de la distancia de perihelio. Esto constituye una posible explicación para los cambios seculares en el valor de la componente transversal.

Otro modelo diferente es el de Sekanina (1984, 1985, 1993, etc.) inicialmente desarrollado por Whipple y Sekanina (1979). Este modelo es puramente geométrico y se basa en el hecho de que la sublimación de gas se produce en áreas discretas, zonas activas, de un cuerpo esférico o biaxial. El hecho de introducir que la producción se debe a la presencia de áreas activas rompe la simetría y como principal consecuencia no es necesario incluir ningún efecto térmico para tener una contribución transversal significativa, incluso en el caso de un cuerpo totalmente esférico. Aún así el modelo de Sekanina prevé la posibilidad de que haya un desfase entre el punto subsolar y el de sublimación, aunque este desfase debe permanecer constante. El cambio secular de los parámetros orbitales, según este modelo, se debe a un cambio en la inclinación del eje de rotación producido por el momento de la fuerza no-gravitacional sobre un elipsoide biaxial. Es por esto por lo que este modelo recibe el nombre de *modelo precesional*. Este modelo se describirá, con algo más de detalle, en la sección de la rotación.

Aceptando esta descripción como válida, se puede ver que, cuando se prescinde del desfase térmico, no existe conexión entre el sentido de la rotación y el efecto en el período orbital. Las inclinaciones que representan una rotación directa tienen el mismo valor de la componente transversal que las inclinaciones que representan una rotación inversa. Como consecuencia de esto, el hecho de que haya tantas cometas con reducción en su período orbital como con aumento se interpreta como que la distribución de zonas activas en los núcleos es aleatoria (Sekanina, 1993). Según Sekanina (1993), los cambios aleatorios o erráticos en los parámetros no gravitacionales observados en algunos cometas se deben a una redistribución del momento transferido como consecuencia de la activación de nuevas zonas de emisión, aunque no describe cuál podría ser el mecanismo que provocase la activación.



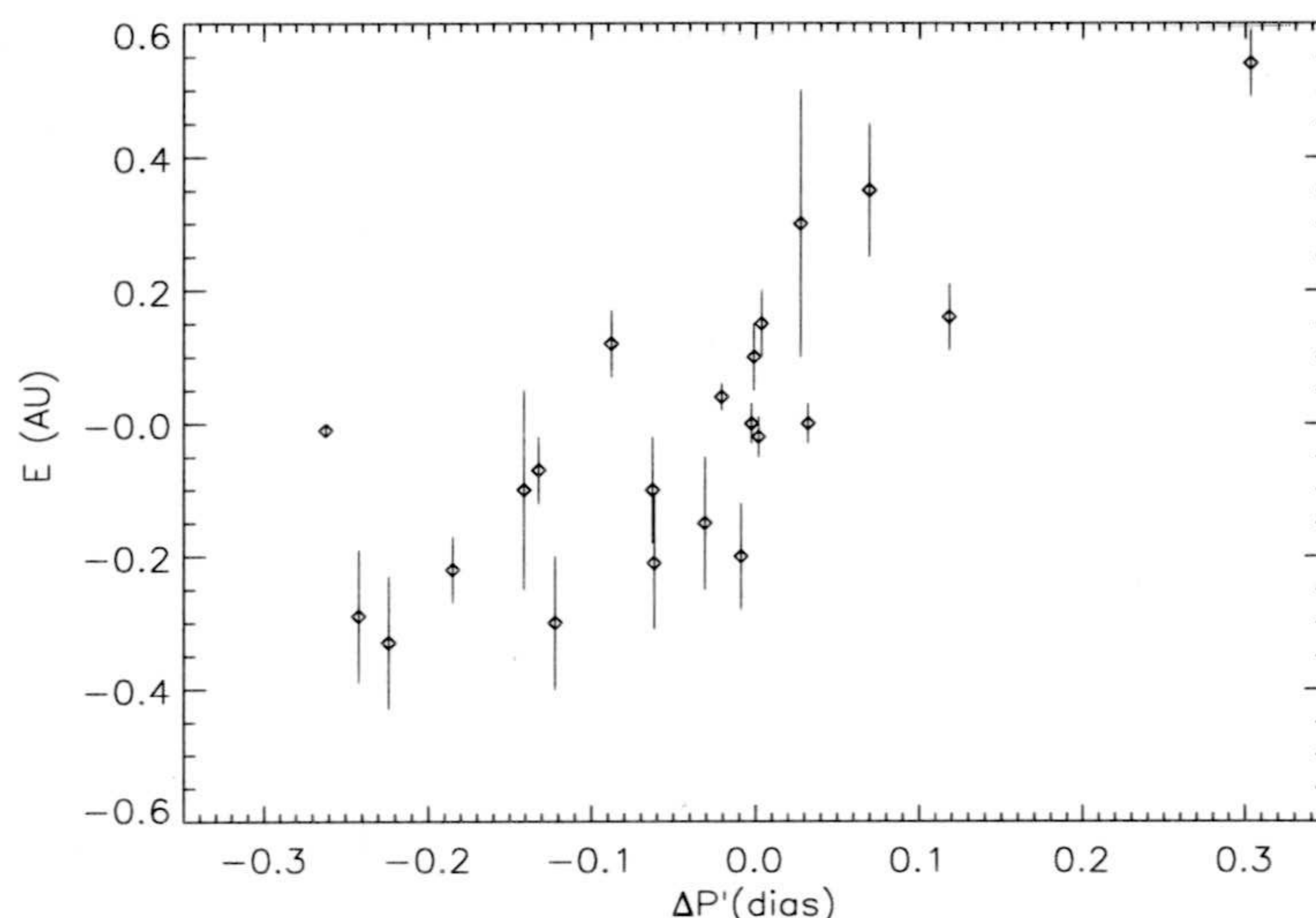


Fig. 2.2 Correlación entre la asimetría de la curva de luz, E , y la perturbación del período orbital $\Delta P'$. Esta figura es igual que la figura 1 de Festou et al., (1990).

2.5.3 Relación entre las asimetrías de las curvas de luz y el cambio en el período orbital

Como ya se ha visto, si aceptamos como válida la representación de las fuerzas no-gravitacionales del modelo estándar, el cambio en el período orbital dado por la ecuación (2.2) es producido únicamente por la componente transversal de la aceleración no-gravitacional, A_2 . Sin embargo, dada la asimetría de las curvas de luz, la componente radial tiene que tener una contribución no nula en el cambio del período orbital, tanto mayor cuanto mayor es la asimetría. Festou et al. (1990), tras analizar las curvas de luz de 17 cometas (22 apariciones) de corto período y el cambio en el período orbital, ΔP , mostraron que *existe una correlación lineal entre el cambio normalizado del período orbital, $\Delta P'$, que representa el cambio que experimentaría un cometa con semieje mayor 3.5 UA, es decir, $\Delta P' = (3.5/a)^{5/2} \Delta P$, y la magnitud E que representa la asimetría de la curva de luz y está definida como*

$$E = \frac{1}{Q_{max}} \int_{afelio}^{perihelio} [Q_{post-perihelio} - Q_{pre-perihelio}] dr \quad (2.12)$$

donde Q_{max} es la producción de gas máxima, Q representa la producción y la integral se realiza a lo largo del recorrido orbital desde el afelio al perihelio. Los valores de esas dos variables que obtuvieron Festou et al. (1990) están representados en la figura 2.2, mostrando que, efectivamente, existe una correlación lineal entre las magnitudes representadas. Los autores de este trabajo afirman que la existencia de esa relación lineal se debe a que la componente radial es la que produce esencialmente el cambio en el período orbital. Las componentes no-

gravitacionales de la aceleración se pueden escribir como

$$(J_1, J_2) = \frac{Q_g m u_g}{M} (\cos(\eta), \sin(\eta) \cos(\psi)) \quad (2.13)$$

donde Q_g es la producción de gas, M es la masa de núcleo, u_g es la velocidad neta de salida del gas, m es el peso molecular del gas, η es el ángulo que forman la fuerza no-gravitacional y la dirección Sol-cometa y ψ es un ángulo azimutal que nos fija la orientación de la proyección del vector de salida del gas en el plano perpendicular a la dirección solar. Festou et al. (1990), basándose en las simulaciones de Rickman et al. (1987), afirman que tanto la velocidad de salida como el ángulo η no varían mucho con la distancia heliocéntrica y que η se mantiene muy pequeño. Con esas suposiciones, los autores de este trabajo muestran que, sustituyendo la expresión anterior en la ecuación gaussiana que nos da el cambio en el período orbital (Ec. 2.2), se obtiene

$$\Delta P' \propto \frac{\langle u_g \rangle Q_{max}}{M} (\langle \cos \eta \rangle E + \sin \eta_e T) \quad (2.14)$$

donde η_e es un ángulo de desfase efectivo tal que $\sin \eta_e = \langle \cos \eta \cos \psi \rangle$, el símbolo $\langle \rangle$ representa un promedio orbital y T viene dada por la expresión

$$T Q_{max} = k / \sqrt{p} \int_0^P Q_g (1 + e \cos v) dt \quad (2.15)$$

en la que todos los símbolos utilizados ya han sido nombrados.

Efectivamente, si las suposiciones son correctas, la ecuación 2.14 nos muestra que existe una dependencia lineal entre la asimetría, E , y el $\Delta P'$ si la componente radial es el principal agente del efecto (a través de E) y Q_{max}/M es aproximadamente igual para todos los cometas.

El hecho de que Q_{max}/M deba ser una constante entre los cometas de corto período para que exista la correlación entre E y $\Delta P'$ llevó a Rickman et al. (1991) a establecer una conclusión importante sobre la fracción de área activa de los cometas de corto período. Su argumento se basa en que

$$\frac{Q_{max}}{M} \propto \frac{f_{max} Z_{max}}{\rho \langle R \rangle} \quad (2.16)$$

donde ρ es la densidad, $\langle R \rangle$ el radio medio del núcleo, f_{max} la fracción del área total que sublima libremente (fracción activa o no cubierta por manto) y Z_{max} el flujo de gas máximo. Teniendo en cuenta los resultados de un modelo térmico que incluye la difusión térmica hacia el interior de un cuerpo esférico, Rickman et al. determinaron que Z_{max} varía más de un factor 50 como consecuencia de las diferencias en la distancia heliocéntrica entre los casos extremos de los cometas considerados en la figura 2.2. Según los autores del trabajo, como es de esperar que la densidad no varíe fuertemente con la distancia heliocéntrica y la dispersión de la figura 2.2 es mucho menor que la dispersión debida a Z_{max} , el factor $f_{max}/\rho \langle R \rangle$ debe compensar la dispersión de Z_{max} con la distancia heliocéntrica. En consecuencia, Rickman et al. concluyeron que los cometas de corto período tienden a estar más cubiertos de polvo (f más pequeño) o a tener un radio más grande cuanto más cerca se está del perihelio. Esta

descripción fue relacionada con el hecho de que los cometas que experimentaban un mayor efecto no-gravitacional eran cometas que habían sufrido, hacía relativamente poco tiempo, una reducción brusca en su distancia de perihelio. Los cometas de mayor edad dinámica, es decir, los que hacía más tiempo que habían sufrido esa reducción brusca de la distancia al perihelio mostraban un comportamiento no-gravitacional más suave. Rickman et al. afirmaron que el único escenario posible es que en los cometas de corto período, tras sufrir la reducción brusca en su distancia de perihelio y como consecuencia del aumento de energía solar, se producía una ruptura del manto dejando libre una mayor superficie de hielo. Después de este incremento del área de sublimación, ésta empezaba a reducirse rápidamente como consecuencia de un crecimiento rápido del manto refractario y, por tanto, los efectos no gravitacionales (por ejemplo en ΔP) se suavizaban.

Volviendo al origen de toda esta discusión, Sekanina (1993) afirma que la correlación lineal defendida por Festou et al. (1990) no es convincente por el gran error que tienen las observaciones y los datos. También afirma que su modelo de zonas activas sobre un cuerpo esférico no produce esa relación lineal. Los resultados de Sekanina (1993) muestran que lo único que existe es una correlación entre el signo de E y $\Delta P'$, lo que resta credibilidad al hecho de que Q_{max} sea, aproximadamente, una constante y exista una relación entre la fracción activa y la distancia heliocéntrica.

Colwell (1997) obtiene resultados similares a los de Sekanina. Sus simulaciones con cuerpos esféricos y biaxiales muestran que la distribución del parámetro de asimetría teórico no es como la de Festou et al. (1990). Para una distribución uniforme de orientaciones del eje de rotación, Colwell obtiene $|E| < 0.1$ si los cuerpos son esféricos uniformemente activos. Si los cuerpos son biaxiales (con un eje más corto que los otros dos) se tiene $|E| < 0.18$ pero fuertemente centrada en el 0. Sus resultados simulando la presencia de zonas activas muestran que, en principio, es posible obtener cualquier valor de la asimetría por lo que distribución de E es mucho más ancha que la presentada por Festou et al.

2.5.4 Fuerzas no-gravitacionales y densidad del núcleo

En un principio, la densidad del núcleo, si es conocido el tamaño, puede ser estimada a partir de la producción, dM/dt , donde M es la masa de hielo sublimado y t el tiempo, la aceleración no-gravitacional y el cambio observado en alguno de los parámetros osculantes (ver Rickman, 1986) utilizando las expresiones gaussianas (Ecs. 2.2 ... 2.7). Utilizando este método, Sagdeev et al. (1988) estimaron que la densidad del Halley debía estar entre 200 y 1500 kg m^{-3} . Por otro lado, Rickman (1989), aplicando el mismo método estableció como límites para la densidad los valores de 200 y 700 kg m^{-3} . Este es el único método fiable para poder estimar la densidad del núcleo. El problema es que los datos observacionales, por ejemplo el cambio en el período de orbital, volumen del núcleo, etc. no son lo suficientemente precisos como para reducir la incertidumbre en la densidad.

Rickman y Huebner (1990b) resumen otros métodos utilizados para inferir la densidad del núcleo. Los distintos métodos confirman que la densidad, probablemente, tiene un valor entre 200 y 700 kg m^{-3} .

2.6 Rotación

El estado de rotación y su evolución en el tiempo constituye una información necesaria para poder interpretar correctamente las observaciones remotas en términos de las propiedades y características del núcleo. En algunos casos, como las observaciones con radar, el conocimiento de la orientación del eje y del período de rotación se hace indispensable para extraer información de los datos. Además, la relación entre la rotación y las características del núcleo es clara. A partir del estado de rotación del núcleo y su evolución con el tiempo se puede estimar el valor de los momentos de inercia, o al menos, la razón entre ellos. Si además conocemos la forma, a partir de los momentos de inercia se puede estimar cómo es la distribución de masa en el cuerpo.

2.6.1 Movimiento forzado. Escalas de tiempos involucradas en la rotación

Como ya se ha dicho, Whipple (1950) señaló que las fuerzas no-gravitacionales (FNG) podrían tener un momento no nulo que alterase o modificase la rotación del núcleo, es decir, pueden cambiar el momento angular del núcleo tanto en módulo como en dirección. Este hecho diferencia totalmente la rotación de los cometas de la de cualquier otro cuerpo del Sistema Solar cuyo estado rotacional depende sólo de su historia colisional y de los encuentros cercanos con cuerpos masivos.

Para tener una contribución no nula del momento de las FNG es necesario que la cantidad de movimiento de la materia liberada forme un ángulo con la dirección radial (tomando como origen el centro de masas) y que la salida de materia desde el núcleo no sea simétrica con respecto a la línea sol-cometa. En caso de que exista simetría, aunque podría existir contribución local no habría una contribución neta. Teniendo en cuenta lo anterior, la forma geométrica de la superficie de los núcleos juega un papel importantísimo en el efecto neto de las FNG en el estado rotacional de los cometas.

Como ya se ha mencionado en repetidas ocasiones, la gran mayoría de los autores coinciden en afirmar que la sublimación de gases procede, únicamente, de un pequeño número de zonas activas, como islas en medio de una superficie inactiva o manto (e.g. Rickman, 1990; Kürt and Keller, 1994; etc.). Considerando que el único momento que actúa sobre el núcleo es el debido a la FNG producida por la masa que sale de una única zona activa, Samarasinha y Klinglesmith (1986) estimaron que el tiempo característico para que se produjese un cambio en el período de rotación es

$$\tau = \frac{\omega}{\dot{\omega}} \sim \frac{L}{dL/dt} \sim \frac{8\pi^2 \rho \alpha R_o^5}{3 d \dot{m} v P} \quad (2.17)$$

donde ω es la velocidad de rotación, L es el momento angular, ρ es la densidad del núcleo, α es un coeficiente de inercia, menor que 1, que expresa la relación del momento de inercia con respecto al esférico, R_o es el radio del núcleo, d es el brazo de momento, \dot{m} es la masa expulsada por unidad de tiempo, v la velocidad de la masa y P el período de rotación. Para los valores correspondientes al Halley, los autores obtuvieron que el tiempo característico era de unos 3 años. Es decir, el período rotacional del Halley podría haber cambiado en una aparición

por el Sistema Solar interno. Jewitt (1997), quien afirma que la anterior ecuación representa no sólo el cambio en el período de rotación sino la excitación rotacional, la reescribió para mostrar la dependencia con el radio del cometa. Si aceptamos que la masa expulsada es proporcional al área del núcleo y suponemos que el brazo de momento es $d = k R_o$, entonces para $\rho = 1000 \text{ kg m}^{-3}$, $\dot{m} = 10^3 (R_o/1 \text{ km})^2 \text{ kg s}^{-1} (\text{a } 1 \text{ UA})^{-1}$ y $v = 10^3 \text{ m s}^{-1}$ y $k=0.05$ se obtiene un tiempo característico que es (Jewitt 1997)

$$\tau \sim \frac{(R_o[\text{km}])^2}{P[\text{horas}]} \quad \text{años} \quad (2.18)$$

Esta ecuación, o la 2.17, según la mayoría de los autores (e.g. Jewitt, 1992; Samarasinha et al., 1996; Mueller y Ferrin, 1996; etc.) representa el tiempo característico de excitación rotacional de los cometas. Estrictamente, representaría el tiempo característico en unidades de años si el cometa estuviese situado a 1 UA con una tasa de producción constante. Obviamente eso no ocurre ya que durante una aparición, el cometa está dentro de la zona de 1 UA aproximadamente el 10 % de su período orbital. Por tanto, el tiempo característico puede ser más grande pero, en cualquier caso, comparable al período orbital.

Además de este mecanismo de excitación varios autores han sugerido otros. Watanabe (1992) señaló que la densificación o contracción del núcleo como consecuencia del proceso de cristalización llevaría a un aumento de la velocidad de rotación. En el sentido contrario, Wallis (1984) sugirió que las partículas más pesadas procedentes de los polos, demasiado grandes para ser arrastradas por el gas, podían ser finalmente depositadas en el ecuador, restando momento angular al núcleo y aumentando su período de rotación.

En el sentido contrario a la excitación actúan los mecanismos de disipación de energía rotacional. Un objeto sólido real tiene cierta elasticidad y cuando el cuerpo se excita rotacionalmente los elementos materiales que lo constituyen tienden a reorganizarse de acuerdo a la nueva aceleración centrípeta que actúa sobre ellos. En este movimiento se produce una fricción que disipa la energía rotacional en forma de calor. Esto implica que un cuerpo sólido rotacionalmente excitado tiende, en ausencia de fuerzas externas o con momento nulo, a su estado de mínima energía rotacional, es decir, a girar en torno a su eje máximo momento de inercia que es el eje principal de inercia más corto (Lamy y Burns, 1972). El tiempo característico de ese amortiguamiento, es decir, el tiempo necesario para que el momento angular de un cuerpo rotando en un estado excitado se alinee con el eje de máximo momento de inercia por disipación interna de energía ha sido estimado por Burns y Safronov (1973). Estos autores calcularon que para un cuerpo esferoidal de radio medio R_o y densidad ρ girando con una velocidad ω , la relajación se produce en un tiempo del orden de

$$\tau \sim \frac{\mu Q}{\rho K_3^2 R_o^2 \omega^3} \quad (2.19)$$

donde $\mu [\text{N m}^{-2}]$ es el coeficiente de rigidez del cuerpo. En esa expresión, el factor Q es lo que llamaron factor de calidad y representa la fracción de energía perdida por cada ciclo, es decir, constituye una media de la eficiencia en la disipación de energía. K_3^2 es un factor de forma que depende de la razón entre los momentos de inercia. Ese parámetro vale 0.01 para

las esferas y tiende a 0.1 con la elongación del objeto. El problema para evaluar ese tiempo característico en los cometas está en la incertidumbre que existe en el valor los parámetros involucrados. Podemos estimarlo, de manera aproximada, tomando $\mu = 4 \cdot 10^9 \text{ N m}^{-2}$, el coeficiente de rigidez del hielo de agua, asumiendo una forma elongada; es decir $K_3^2 = 0.1$, una densidad de 1000 Kg m^{-3} y Q aproximadamente 100 (Burns y Safronov, 1973). Estos valores, para un objeto de radio 5 km y período de rotación de 10 h, nos dan un tiempo característico de amortiguamiento de $\sim 10^6$ años; aunque hay que advertir que la incertidumbre está entre uno y dos órdenes de magnitud. En cualquier caso, este tiempo de amortiguamiento es muchísimo mayor que el tiempo de excitación. En consecuencia y según los argumentos expresados es lógico pensar que los cometas, tras varios pasos orbitales, se encuentran en un estado excitado de rotación.

Este hecho es el que ha llevado a varios autores a simular la evolución rotacional de núcleos teóricos.

2.6.2 Modelos teóricos de evolución del estado rotacional

El primer modelo de evolución del estado rotacional de los núcleos cometarios, como ya se ha mencionado, se debe a Whipple y Sekanina (1979). Estos autores desarrollaron lo que se llama el *modelo precesional*. La idea esencial de este modelo es conectar los dos efectos de las fuerzas no gravitacionales, es decir, los cambios orbitales y la excitación o precesión del núcleo. En este modelo se supone que el núcleo es un cuerpo biaxial con dos ejes largos y uno corto, lo que llamaremos un cuerpo oblató*, que está rotando alrededor de su eje menor y en el que la sublimación se produce desde una zona activa incluyendo cierto desfase angular con respecto a la posición del punto subsolar. Este desfase intenta representar el retraso térmico. Una limitación es que para que el método sea operativo es necesario que el desfase permanezca constante con el tiempo. La pérdida de masa, y por tanto la fuerza no gravitacional, es parametrizada en términos de un gran número de variables (latitud y longitud subsolar, semieje menor del cuerpo, ángulo de desfase, distancia heliocéntrica, etc.) y con esa parametrización se ajusta la curva de luz. A partir de la fuerza no-gravitacional estimada se itera hasta encontrar el conjunto de parámetros que mejor reproducen el cambio observado en el período orbital. Este modelo fue aplicado sistemáticamente a varios cometas (Encke, Comas, Koffp, etc.) para obtener la evolución del eje de rotación, la razón entre el período y el radio del oblató (para un semieje dado) y el ángulo de desfase (Sekanina, 1984; 1985; etc.). El resultado general de este modelo es que la fuerza no gravitacional producía una precesión lenta (generalmente entre 1-10 °/siglo) lo que, de manera efectiva, se traducía en un cambio de la orientación del eje de rotación en cada paso orbital. Esto significa una excitación rotacional prácticamente despreciable.

El modelo de Sekanina también ha sido utilizado por Sitarski (e.g. 1990 y referencias allí). Este autor utiliza el modelo precesional pero en vez de ajustar la curva de luz, ajusta la posición

*En realidad la palabra *oblató*, del latín *oblatus*, tal y como es reconocida por la Real Academia de la Lengua no tiene la acepción que aquí se le da. En inglés ocurre lo mismo pero la comunidad científica la ha adoptado directamente del latín con la acepción que aquí se le da. No ocurre lo mismo con la palabra *prolató*, del latín *prolatus*, que significa elipsoide biaxial con dos ejes cortos y uno largo. Esa acepción para *prolató* sí está reconocida por la Real Academia

astrométrica resolviendo directamente la ecuación de movimiento del cometa.

Varios autores han cuestionado los resultados del modelo precesional (ver Belton, 1991). La mayor crítica hace referencia a que la forma oblata no permite explicar la curva de luz de los cometas observados (Jewitt y Luu, 1989). Otra de las críticas hace referencia a la aproximación del mantener el ángulo de desfase térmico constante. Rickman y Froeschlé (1986) mostraron que esta circunstancia no se cumple, especialmente cuando el eje de rotación está cerca del plano orbital. La diferencia entre un ángulo constante y otro variable es que en el primer caso el signo de la componente transversal de la aceleración no-gravitacional se ve forzado por la representación geométrica y por tanto su contribución integrada a lo largo de la órbita está condicionada.

Peale y Lissauer (1989) también han estudiado la generación y estabilidad de estados excitados de rotación inducidos por la fuerza no-gravitacional. Estos autores, simulando el movimiento orbital del Halley, asumían que el núcleo era elipsoidal y que la sublimación procedía de una zona localizada. La producción tiene la dependencia dada por la aproximación del rotador rápido con la forma dada por la ecuación 2.10, lo que es conocido, generalmente, como dependencia de Delsemme (1982). Esa función de producción estaba escalada para proporcionar el valor que producía el cambio en el período orbital del Halley. Sus resultados mostraban que partiendo del estado de mínima energía, un estado excitado de rotación es fácil de producir sólo si el núcleo es biaxial o casi biaxial. Para el caso más probable de triaxialidad obtuvieron que el momento sólo producía excitaciones muy pequeñas. Sin embargo afirmaron que, puesto que el tiempo de amortiguamiento era muy grande (ecuación 2.19), esos cambios pequeños eran suficientes para producir una excitación sustancial como consecuencia de la acumulación tras sucesivas apariciones. En el caso de que el núcleo estuviese inicialmente en un estado de rotación excitado, éste se mantenía estable para el caso de los objetos triaxiales. Además de estos resultados, los autores mostraron que los dos períodos encontrados en el Halley eran compatibles y estables frente al momento no-gravitacional. En su opinión, la circunstancia más probable es que el Halley estuviese precesando alrededor del eje de máximo momento de inercia, siendo 7.4 días el período de precesión y 2.2 el de rotación.

Samarasinha y Belton (1995) ampliaron, ligeramente, el estudio anterior. En su modelo los núcleos eran objetos sólo casi-biaxiales, prolatos, en la órbita del Halley. La mejora con respecto al modelo anterior fue que simularon que la producción procedía de distintas zonas puntuales en la superficie, no sólo de una. La sublimación, al igual que en el trabajo de Peale y Lissauer (1989), tienen la dependencia orbital del rotador rápido (eq. 2.10) con una normalización obtenida de las medidas observacionales. Su valor máximo en la producción estaba en el intervalo entre $3.2 \cdot 10^{30}$ y $8 \cdot 10^{30}$ molec s⁻¹. Para la velocidad de salida adoptaron la expresión de Delsemme (1982). La modulación diurna la simulan multiplicando la producción por el coseno del ángulo cenital de la zona activa. Cada zona activa tenía asignada una intensidad relativa elegida arbitrariamente para estudiar el efecto de la localización de las zonas. Su modelo nominal era un elipsoide casi biaxial, con ejes 16:8:7.999, rotando inicialmente en su estado de mínima energía con un período de 10 días. El eje de rotación inicial tenía la orientación del momento angular orbital. Su principal resultado, como era de esperar, es que el estado rotacional final depende fuertemente de la localización de las zonas activas en la super-

ficie del núcleo. Encontraron que, cuando las zonas activas estaban localizadas cerca del polo (definiendo el plano ecuatorial como el que contiene los ejes de inercia intermedio y menor); es decir cerca del final del eje largo sólo se obtenía una aceleración de la rotación alrededor del eje corto, pero no excitación. Si por el contrario la producción estaba localizada en latitudes intermedias obtenían una rápida excitación. En pocas órbitas el núcleo alcanzaba un estado excitado que se mantenía constante durante muchos períodos orbitales. Para localizaciones ecuatoriales obtenían una excitación máxima y el cuerpo empezaba a rotar alrededor del eje de mínimo momento de inercia. Estos resultados les permitieron concluir que sería esperable que una alta fracción de núcleos cometarios estuviesen en estado complejo de rotación. Como resultado adicional obtenían que, si la localización de las zonas activas se mantenía constante, la velocidad de rotación aumentaba con los pasos orbitales. Afirmaron que esa aceleración podía constituir la principal causa de fractura de los núcleos cometarios.

En un posterior trabajo, Samarasinha et al. (1996) aplicaron el anterior modelo a un cometa en la órbita del Wirtanen. La principal motivación era conocer o predecir su estado rotacional para asegurar el buen éxito de la misión Rosetta. Para estos autores, el cometa Wirtanen es un cuerpo prolato de ejes 5.7:2.85:2.85 km con una gran zona activa situada en latitudes medias. No mencionan nada de la dependencia de la producción ni de la velocidad con la distancia heliocéntrica. Las demás suposiciones se mantuvieron iguales que en Samarasinha y Belton (1995). Su resultado fue, lógicamente, que es muy probable que el Wirtanen se encuentre en un estado excitado de rotación siendo posibles cambios significativos del período de rotación en cada paso orbital.

No existe en la literatura especializada ninguna crítica a estos modelos de evolución del estado rotacional y, en consecuencia, las opiniones parecen consensuadas en el hecho de que la excitación rotacional es el estado habitual de los núcleos cometarios (Jewitt, 1992; Samarasinha y Belton, 1995, Mueller y Ferrin, 1996; Belton, 2000; etc.). Hecho que contrasta con las observaciones.

2.6.3 *Períodos de rotación. Evidencias de estados excitados de rotación*

Antes de mencionar los períodos que se conocen de los cometas es necesario tener en cuenta que éstos tienen, en general, una gran incertidumbre. Ello es consecuencia, principalmente, de los métodos utilizados para obtener el período. Estos métodos se describen brevemente a continuación.

2.6.3.1 *Métodos para determinar el período de rotación*

Como ya se ha dicho, existen varias evidencias que nos indican que los cometas rotan, como la variabilidad de corto período observada en las curvas de luz, la formación de estructuras cíclicas y la curvatura de los chorros presentes en la coma. Todas estas características o circunstancias han sido utilizadas para obtener los períodos de rotación de los cometas.

La fotometría de apertura de la coma de cometas brillantes ha sido una de las técnicas más utilizada para determinar el período de rotación, suponiendo que éste es igual al período de la curva de luz. Sin embargo esto es una suposición y podría ocurrir que las variaciones cíclicas de

la curva de luz no tengan como único origen la variación de la producción de gas con la rotación, sobre todo cuando la variabilidad es observada en la emisión de alguna molécula hija. Además sería necesario conocer el *mapa* de producción desde la superficie del núcleo para confirmar que efectivamente un período de rotación del núcleo coincide con la modulación observada en la curva de luz o de producción. Otro inconveniente de esta técnica es que sólo permite detectar períodos mayores que el tiempo de residencia de la *masa* en la región observada de la coma, es decir, en la zona que abarca el diafragma fotométrico proyectado a la distancia que está el cometa.

Las "ondas", halos o envolturas parabólicas presentes en la coma también han sido utilizadas para estimar el período de rotación. Este método, conocido como *método del halo* está descrito detalladamente en Whipple (1982). La principal hipótesis en la que se basa este método es que los halos se producen como consecuencia de la rotación de un núcleo en el que la actividad está localizada en determinadas zonas discretas, es decir, presenta zonas activas e inactivas. El período se determina fácilmente a partir de la velocidad y del radio de los halos o envolturas. Desafortunadamente este método no es fiable pues los períodos obtenidos mediante este procedimiento son frecuentemente diferentes a los obtenidos mediante otras técnicas (Jewitt 1992).

Otro de los métodos para determinar el período de rotación es el de la *curvatura de los chorros*. En este método se asume que la curvatura de los chorros de polvo o gas es el resultado de la emisión colimada desde un núcleo que rota. El período de rotación es igual a $2\pi r/v\theta$ siendo r/θ la medida de la curvatura del chorro y v la velocidad de eyección de las partículas que lo forman. Al igual que el anterior, este método presenta muchos problemas prácticos: se desconoce de manera precisa la velocidad de eyección, no se considera el efecto de la presión de radiación, la curvatura medida puede ser un efecto de proyección y, además, los chorros pueden evolucionar en escalas de tiempos inferiores al período de rotación.

El método más fiable para medir el período de rotación de los cometas es la fotometría del núcleo cuando se encuentra muy alejado del sol, cuando la contribución de la coma es despreciable y lo que se observa es radiación reflejada o emitida únicamente por el núcleo. Así, la variabilidad, cuando es observada, está necesariamente relacionada con el período de rotación. La variabilidad en la curva de luz del núcleo *desnudo* o asteroidal puede interpretarse de dos maneras. Si el cuerpo es irregular y es el cambio de sección transversal lo que provoca la variabilidad, lo que se observa es, probablemente, el segundo armónico del período de rotación. Si la variabilidad está originada por la rotación de cuerpo esférico con zonas de distinta reflectividad lo que se observa es el período entero. Con observaciones únicamente en el visible es imposible discernir un caso del otro. Esto fue demostrado matemáticamente de una manera muy elegante por Russell (1906). Es necesario tomar medidas simultáneas en el visible y en el infrarrojo térmico para saber si es el cambio de sección transversal o son heterogeneidades en la reflectividad superficial lo que produce la variación del brillo. El cuerpo es irregular si las variabilidades en el visible y en el infrarrojo térmico están en fase. Cuando la variabilidad es producida por zonas de distinta reflectividad, como las zonas más brillantes en el visible son, también, las más frías, las curvas de luz en el visible y en el infrarrojo estarán desfasadas. En todos los cometas en los que ambas observaciones se tomaron simultáneamente las dos curvas de luz están en fase. Esto constituye una clara evidencia de que, en general, los núcleos son

Tabla 2.2 Períodos de rotación de algunos cometas. Tanto Jewitt (1997) como Belton (1991) dan una lista más completa

COMETA	PERIODO (h)	Referencias
d'Arrest	~ 5	en texto
Neujmin 1	12.67 ± 0.05	en Jewitt (1997)
Arend-Rigaux	13.56 ± 0.16	en Jewitt (1997)
Encke	15.08	en texto
Tempel 2	8.93	en texto
Wirtanen	6.0 ó 7.2	Lamy et al. (1998), Meech et al. (1997)
Halley	52.8, 172.8	en texto

cuerpos irregulares (Campins et al., 1987; Millis et al., 1988; A'Hearn et al., 1989; Meech et al. 1997; etc.). El problema que plantea este método es más bien de logística. No es posible disponer de grandes telescopios durante el tiempo suficiente para obtener la curva de luz de los débiles núcleos cometarios realizando, simultáneamente, observaciones en el infrarrojo y en el visible.

Como se ha visto todas las técnicas presentan serias limitaciones. Esto hace que, a pesar de que se ha medido el período de rotación en más de 60 cometas, sólo el 4 % parecen ser fiables (Belton, 1991).

2.6.3.2 Observaciones

Los cometas de corto período mejor observados son P/Tempel 2, P/Encke, P/Neujmin 1 y P/Arend-Rigaux. Con respecto a los dos últimos parece existir consenso en que sus curvas de luz son periódicas simples por lo que deben estar rotando en torno a un eje principal de inercia. Sus respectivos períodos aparecen en la tabla 2.2. El Tempel 2 también muestra una curva periódica simple pero parece haber cambiado, aunque muy ligeramente, su período de rotación en la última aparición. Sekanina (1991), utilizando todo el conjunto de medidas tomadas por Jewitt y Luu (1989), Boehnhardt et al. (1990) y Wisniewski (1988), obtuvo que el período de rotación pre-perihelio era 8.93120 ± 0.00006 h. En la siguiente órbita, Mueller y Ferrin (1996) analizando la curva de luz post-perihelio obtuvieron 5 posibles períodos, todos cercanos al valor anterior pero ligeramente diferentes. La diferencia mínima era de 26 ± 10 s. Ese cambio fue interpretado como el efecto del momento no-gravitacional. Sin embargo, además de no haberse detectado excitación en el Tempel 2, hay que decir que de los 5 períodos encontrados por Mueller y Ferrin, dos representan una aceleración y 3 un aumento del período. Es decir, esa detección no constituye una evidencia indiscutible del cambio del período de rotación ya que el valor del antiguo período está entre los encontrados.

Con respecto al cometa Encke, Luu y Jewitt (1990) obtuvieron un período simple de 15.08 h. Recientemente, Belton (2000) ha reanalizado los datos disponibles afirmando haber detectado, aunque con baja amplitud, una segunda periodicidad de 2.76 h. Según este resultado, que

sería necesario confirmar, es posible que el cometa Encke se encuentre en un estado excitado. Fernández et al. (2000), analizando datos tomados en 1997, han encontrado un período de 15.2 ± 0.3 h. Considerando el error, este período incluye al obtenido por Luu y Jewitt.

Otro cometa que ha podido sufrir un cambio en su período de rotación es el d'Arrest. Fay y Wisniewski (1976), realizando fotometría de la coma obtuvieron un período de 5.17 h. Más recientemente, Campins y Scheleicher (1995) han obtenido que el período es inferior a 5 h, aunque este último dato no es totalmente fiable.

El Halley sí parece estar en un estado excitado. Como ya se ha mencionado, varios grupos relacionados con las sondas espaciales que observaron el Halley encontraron una periodicidad de 2.2 días (e.g. Sagdeev et al., 1986). Por otro lado, algunas observaciones desde la Tierra mostraban un período de 7.4 días (e.g. Millis y Schleicher, 1986). Con otras observaciones no se detectó ninguno de esos dos períodos (e.g. West, 1990) y otros grupos afirmaron que las dos periodicidades podían estar presentes (e.g. Beisser y Boehnhardt, 1987). La detección de estos dos períodos ha sido interpretada como que el núcleo se encuentra en un estado excitado de rotación (e.g. Wilhelm, 1987; Belton et al., 1991) aunque no existe consenso en cómo es esa rotación excitada.

Según lo descrito, el único caso que ha dado muestras fiables de estar en un estado excitado de rotación es el del Halley. Los partidarios de que la excitación rotacional es un hecho muy probable defienden que la falta de evidencia observacional es consecuencia de la cantidad limitada de datos observacionales. Otro argumento es que el tiempo característico de amortiguamiento del estado excitado de rotación (eq. 2.19) puede estar sobrestimado, siendo, en realidad, mucho menor (Jewitt, 1997).

Para terminar esta sección habría que decir que, especulando, es posible encontrar una interpretación adicional de la variabilidad en las curvas de luz. Dada la alta fragilidad de los núcleos cometarios, como nos indican sus frecuentes fragmentaciones, sería posible que objetos de tamaño relativamente grande rotasen alrededor de un núcleo principal. Esto definiría al núcleo como un sistema binario o de más cuerpos en el que la rotación de unos con respecto a otros produciría variaciones cíclicas en la curva de luz. Esta última interpretación ha sido utilizada para explicar la curva de luz de algunos asteroides (Pravec et al., 2000) y también ha sido sugerida por algunos autores como explicación de algunas periodicidades en cometas (e.g. Ortiz y Rodríguez, 1997; Marchis et al., 1999).

2.7 Necesidad de nuevos modelos

Como se ha mencionado, la mayoría de los modelos termofísicos, aunque incluyen procesos complejos, se basan en la aproximación del rotador rápido. En el mejor de los casos se considera que el núcleo es un cuerpo esférico, incluyendo, en este caso, el efecto de la rotación. Como se ha visto, existen claras evidencias (imágenes de Giotto y de las Vegas, imágenes de la DS1, fotometría del núcleo alejado del Sol y los datos de radar) para creer que la forma irregular es una característica general de los núcleos cometarios. En este sentido, sería necesario establecer cómo afecta la forma irregular a la producción comparándolo con la producción de una esfera y con la producción del rotador rápido. Además es de esperar que la forma geométrica tenga

algún efecto tanto en la pendiente de la producción con la distancia heliocéntrica como en las asimetrías de las curvas de luz. Sería necesario establecer cuál es ese efecto. Hasta hace poco tiempo no había ningún modelo que acoplase el momento no-gravitacional con un modelo térmico del propio núcleo. Por otro lado, siempre se han considerado objetos con superficie suave, elipsoides triaxiales en el mejor de los casos. En consecuencia, también sería necesario estudiar la evolución rotacional de cuerpos irregulares bajo la influencia del momento calculado a partir de un modelo térmico de su superficie. Recientemente, Szego et al. (2001) han publicado un trabajo preliminar en el que se han considerado estas características para el caso concreto del Halley.

Con respecto al efecto de las fuerzas no-gravitacionales en el movimiento orbital, el único trabajo que resuelve la fuerza de manera acoplada a un modelo térmico del núcleo es el de Rickman y Froeschlé (1983) en el que se asume que el cuerpo es esférico.

Capítulo 3

Modelo del núcleo de los cometas

En la primera parte de este capítulo se resumen las hipótesis en las que se sustenta el modelo termofísico desarrollado así como los argumentos que nos permiten establecer esas hipótesis. Para estimar la tasa de producción y la temperatura superficial de un cuerpo irregular y para resolver las ecuaciones de movimiento, son necesarias algunas aproximaciones numéricas. Estas aproximaciones se describen en la segunda parte del capítulo. También se presentan algunas de las comprobaciones que se han realizado para establecer la fiabilidad de los cálculos numéricos.

3.1 Introducción

Esta memoria tiene como principal objetivo estudiar, en primer orden de aproximación, los efectos derivados de la forma geométrica en la tasa de producción de agua y en el movimiento no gravitacional de cometas de corto período. Para ello se ha desarrollado un modelo cuyas características se describen a continuación. Los detalles del modelo también han sido parcialmente descritos en Gutiérrez et al. (2000) y (2001).

3.2 Descripción del modelo

El modelo de núcleo cometario del presente trabajo tiene como principales características las siguientes:

1.-) El núcleo es un cuerpo irregular no homogéneo, aunque de densidad uniforme, cuyo movimiento, traslación y rotación, está afectado por las fuerzas no-gravitacionales producidas por la sublimación del hielo.

Esta característica es la principal diferencia entre este modelo y los demás modelos desarrollados hasta la fecha. El considerar que el núcleo es un cuerpo irregular tiene fuertes implicaciones en el balance energético en la superficie. Si el cuerpo presenta concavidades o, en general, topografía, es necesario tener en cuenta la posibilidad de que parte de la superficie se encuentre en sombra y, además, que puede recibir radiación de la región de la superficie que es *visible* desde ella. Por otro lado, el hecho de que la rotación se vea afectada por el momento de la fuerza no-gravitacional exige resolver las ecuaciones de Euler, teniendo en cuenta su relación

con la sublimación, para calcular la orientación del cuerpo en el espacio en cada instante de su movimiento orbital.

Una idealización importante de este modelo es que la forma de la superficie se considera constante, es decir, no se erosiona con la sublimación. Esta idealización lleva implícito que las propiedades superficiales se consideran constantes. Dicho de una manera más general,

2.-) *El núcleo es un sólido rígido.*

Esta aproximación es importante. Para establecer la validez de los resultados obtenidos es necesario evaluar el tiempo característico durante el que los cometas se pueden considerar sólidos rígidos. Los núcleos presentan, al menos, dos fuentes de no rigidez. Por un lado están las deformaciones mecánicas que aparecen si el núcleo se encuentra en un estado excitado de rotación. Ya se vio en el capítulo anterior (sección §2.6.1) que el tiempo característico de amortiguamiento era muy grande, del orden de 10^6 años, y por tanto, y aunque la incertidumbre en ese tiempo es de 2 ó 3 órdenes de magnitud, las deformaciones por tensión mecánica se pueden considerar despreciables en varios períodos orbitales. La otra fuente de no-rigidez es la erosión que sufre la superficie como consecuencia de la sublimación. Si consideramos que el radio decae exponencialmente, como primera aproximación, es posible estimar el tiempo característico de deformación por sublimación como

$$\tau = \frac{R}{dR/dt} \simeq \frac{12\rho R^3}{dM/dt} \geq 10 R \text{ [km]} \quad \text{años} \quad (3.1)$$

donde R es el radio del núcleo, M es la masa del núcleo, ρ la densidad y donde se ha utilizado, al igual que en el capítulo 2, que la producción es $10^3 R^2 \text{ kg s}^{-1}$ y que la densidad es 1000 kg m^{-3} . Puesto que el nivel utilizado de producción es un valor que sólo se mantiene durante el 10 % del recorrido orbital, la anterior expresión nos dice que mantener la forma, los momentos de inercia y las propiedades superficiales constantes, al menos durante un período orbital, es una aproximación razonable, incluso aunque la densidad sea la mitad de la considerada.

Para establecer la composición del núcleo nos hemos basado en resultados de trabajos previos. Como se ha dicho, es bastante probable que la formación de los núcleos cometarios se produjese a temperaturas muy bajas, por debajo de los 100 K. A esas temperaturas el hielo de agua se forma en estado amorfo. Por otro lado sabemos que un aumento de temperatura del hielo amorfo produce la cristalización en forma cúbica de manera irreversible y exotérmica. Si el calentamiento continúa, se produce la transición irreversible a la forma hexagonal, más estable que la anterior. Por tanto, la supervivencia de hielo amorfo en los núcleos cometarios está condicionada por su historia térmica. Teniendo en cuenta las simulaciones teóricas, es de esperar que, generalmente, el estado del hielo de un cometa evolucionado de la familia de Júpiter sea cristalino hexagonal, aunque originalmente todo el hielo del núcleo estuviese en estado amorfo (ver por ejemplo: Klinger, 1981; Herman y Weissman, 1987; Klinger et al., 1996). En algunos cometas de la familia de Júpiter, como el Schwassman-Wachmann 1, que se

mantienen en una órbita de gran distancia de perihelio o en cometas extremadamente grandes, y en cometas tipo Halley sí es posible la existencia de hielo en estado amorfo al menos en la parte más interna del núcleo (e.g. Smolouchowki, 1981; Espinasse et al., 1991). En cualquier caso, la frontera estructural, es decir, el límite que separa la región de hielo cristalino de la región en otro estado del hielo, se encuentra muy por debajo de la superficie.

De manera similar, la razón de mezcla de los compuestos más volátiles que el hielo de agua es prácticamente cero en la región superficial. La razón de mezcla está muy ligada a la existencia de hielo amorfo. El motivo es que el frente de cristalización, al tener el hielo amorfo una conductividad térmica muy inferior a la del cristalino (Klinger, 1981), constituye una barrera para la transmisión de calor. Esto permite que la temperatura en la región donde el hielo está en fase amorfa sea lo suficientemente baja como para mantener atrapados elementos muy volátiles en fase condensada. Las simulaciones realizadas por Tancredi et al. (1994), representando al cometa de la familia de Júpiter P/Churyumov-Gerasimenko y considerando que el núcleo está inicialmente constituido por hielo amorfo y CO al 5 %, predicen que, con un radio inicial de 1 km, en tan sólo 10 años la mitad de la masa ha sufrido la transición amorfo-cristalino y en 15 años el frente está situado a una profundidad de 400 m. Sus simulaciones muestran que la región cristalina está completamente libre de CO, el cual se acumula por condensación debajo del frente de cristalización. Hay que decir que esta diferenciación también sería esperable aún en ausencia de hielo amorfo, como consecuencia de un simple gradiente de temperatura en el núcleo. Esto es lo que se encontró en los experimentos de laboratorio del *Kometensimulation project* (KOSI) (Grün et al., 1991) en los que se simulaban los efectos de la irradiación sobre una muestra de material con composición análoga a la de los núcleos cometarios. Irradiando una muestra de hielo cristalino con CO₂ y polvo se encontró que el componente más volátil desaparecía de la superficie (Grün et al., 1991). En las simulaciones en las que se consideraba la presencia de un manto de polvo en la superficie se obtuvieron los mismos resultados que en las simulaciones sin manto (Steiner y Komle, 1993).

Teniendo en cuenta lo anterior y que el polvo es un componente fundamental de los núcleos cometarios, la producción de agua de un cometa de corto período evolucionado se puede estimar suponiendo que:

3.-) El núcleo está constituido por una mezcla de hielo cristalino de agua y agregados de polvo formando una matriz porosa.

En general si el tamaño de los granos de polvo es pequeño, submicrométrico, se puede considerar que, de modo efectivo, el polvo no ocupa superficie comparado con el hielo. Su efecto se representaría a través de una reducción de la energía absorbida por la superficie y por tanto estaría incluido en el valor del albedo característico de la superficie. Sin embargo, es de esperar la presencia de granos de polvo de tamaño mayor (milimétrico y mayor) que sí resten superficie al hielo. En consecuencia, sólo existe una fracción, f , de la superficie constituida por hielo. Este planteamiento fue discutido, de forma teórica, por Crifo y Rodionov (1997) aunque fue introducido, por primera vez, por Fanale y Salvail (1984), quienes consideraron una f característica de todo el núcleo. Este factor, como señala Crifo (1997), es de gran trascendencia

pues influye en el concepto y en el valor de la fracción de área activa de la superficie. Por un lado, que la superficie esté caracterizada por un valor de f distinto de cero, o por una distribución continua, implica que todo el núcleo es activo aunque no sea uniformemente activo. Con esta descripción, se podría decir que hay áreas activas únicamente si la distribución de f sobre la superficie presenta máximos relativos (ver Crifo y Rodionov, (1997)).

En este modelo, f , es una propiedad local de la superficie, es decir, la fracción de la superficie ocupada por hielo puede ser diferente en cada punto y por tanto representa la heterogeneidad del núcleo. Este hecho no plantea incompatibilidad con la exigencia de que la densidad del núcleo sea uniforme. Para tener la fracción de área de hielo localmente diferente y, a la vez, tener un núcleo de densidad homogénea, la porosidad debe ser localmente diferente y depender de la fracción de área cubierta por hielo (o por polvo). Se puede ver que, según esta descripción, la porosidad depende linealmente con la fracción de área ocupada con el polvo. Dada su relación con la densidad y las masas de hielo y polvo presentes en el núcleo es necesario establecer algunas relaciones entre esas variables. La relación entre f y el volumen ocupado por el polvo y el agua, o de manera similar con el cociente, \mathfrak{R} , entre la masa de polvo y la masa de hielo presentes en el núcleo que es utilizada en casi todos los modelos es la dada, sin demostración, por Fanale y Salvail (1984). Sin embargo, Crifo (1997) demostró que la relación de Fanale y Salvail* es incorrecta. Si se considera que f es uniforme con la profundidad, se verifica que

$$f = \left(1 + \frac{w_p}{w_{H_2O}}\right)^{-1} = \left(1 + \frac{\rho_{H_2O}^* \mathfrak{R}}{\rho_p^*}\right)^{-1} \quad (3.2)$$

donde w_p y w_{H_2O} son los volúmenes ocupados por el polvo y el hielo, respectivamente, de tal forma que el elemento de volumen en el cometa es igual a la suma de w_p y w_{H_2O} , es decir, la porosidad está incluida en los volúmenes asociados al polvo y al hielo. $\rho_{H_2O}^*$ y ρ_p^* son, respectivamente, las masas de hielo y polvo presentes en las fracciones de volumen w_{H_2O} y w_p , es decir, la densidad porosa, no la del material compacto. Se puede ver fácilmente, utilizando 3.2, que un elemento de volumen de cometa, V , verifica

$$V = w_{H_2O} + w_p = \frac{w_{H_2O}}{f} = \frac{w_p}{1-f} \quad (3.3)$$

Si M_{H_2O} y M_p son, respectivamente, la masa de hielo contenida en el elemento de volumen de cometa, V , podemos definir

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{H_2O} &= \frac{M_{H_2O}}{V} = f \frac{M_{H_2O}}{w_{H_2O}} = f \rho_{H_2O}^* \\ \tilde{\rho}_p &= \frac{M_p}{V} = f \frac{M_p}{w_p} = (1-f) \rho_p^* \end{aligned} \quad (3.4)$$

cuya suma es la densidad del núcleo

$$\rho = \frac{M_{H_2O}}{V} + \frac{M_p}{V} = \tilde{\rho}_{H_2O} + \tilde{\rho}_p \quad (3.5)$$

*La expresión de Fanale y Salvail es formalmente idéntica a la de Crifo salvo el exponente. En Crifo, el exponente vale 1 y en la relación de Fanale y Salvail, 2/3

Se puede ver que si la densidad del núcleo es uniforme y se fija la densidad porosa de alguno de los componentes, por ejemplo la del polvo, la relación entre fracción de área ocupada por hielo y la razón entre las masas de hielo y polvo viene dada por

$$\mathfrak{R} = \frac{1}{\frac{1-f}{\rho_p^*} - 1} \quad (3.6)$$

ecuación que puede revelar inconsistencias físicas. Si la densidad del polvo poroso, ρ_p^* , es mayor que la densidad del núcleo, entonces existe un valor de f para el que la expresión anterior tiene una singularidad. Además, para valores de f menores del valor de la singularidad, la ecuación no tiene sentido físico. Con la discusión anterior lo que se pone en evidencia es que dada la relación entre las distintas variables, es necesario tener cierto cuidado al elegir las para que no aparezcan inconsistencias físicas. En el modelo que aquí se describe se considera que ρ_p^* y $\rho_{H_2O}^*$ son iguales para evitar que aparezcan inconsistencias físicas si f tiene una distribución entre $[0,1]$ en la superficie.

Con respecto a la porosidad del núcleo, es necesario establecer cuál es su efecto en la producción de gas. La porosidad influye de varias maneras. Permite que la radiación incidente penetre una cierta profundidad y que exista flujo de gas y de calor a través de la matriz. También reduce la conductividad térmica de la matriz sólida.

Según nuestro conocimiento, sólo el modelo de Kömle et al. (1990) incluye que, dada la porosidad de la superficie y la transparencia del hielo, la radiación incidente es transportada hacia el interior y absorbida a distintas profundidades. Sus resultados parecen indicar que la sublimación cambia sensiblemente cuando se considera este hecho. Sin embargo hay que decir que los resultados dependen fuertemente de la descripción de la superficie. Davidsson y Skorov (2001) han resuelto el transporte radiativo considerando que la superficie está constituida por agregados de hielo y granos de polvo con diferentes tamaños y composición. Sólo en el caso en el que el medio estaba representado por grandes granos de hielo, de tamaño aproximado 1 cm, la radiación incidente penetraba sustancialmente en la superficie, alcanzando profundidades del orden de los centímetros. En los demás casos considerados, la radiación se absorbía totalmente en una capa con profundidad entre 10 μm y 20 μm , lo que es un tamaño comparable al radio de los granos de polvo. Teniendo en cuenta estos resultados, constituye una buena aproximación el considerar que

4.- Toda la radiación se absorbe en una capa infinitamente delgada de la superficie.

Otro de los efectos de la porosidad, ya mencionado, es que permite el flujo hacia la superficie del gas sublimado en la región sub-superficial. Es de esperar que exista un gradiente de presión positivo con la profundidad en la región cercana a la superficie y hasta una zona en la que la presión del gas sobre el hielo sea igual a la presión de saturación para la temperatura de esa zona. Esta región es lo que se conoce como *frente de sublimación* y en ella no hay sublimación neta. En la región comprendida entre la superficie y el frente de sublimación, al ser menor la presión del vapor que la presión de saturación, habrá una sublimación neta de gas. Este

gas sublimado es transportado a través de los poros hacia la superficie por el gradiente de presión; contribuyendo así a la producción total. Como consecuencia de este transporte de masa, y debido a las colisiones de las moléculas con la matriz de hielo y polvo, también se produce un transporte de calor. Este transporte de calor afecta al gradiente de temperatura en la región cercana a la superficie y, por tanto y de manera rigurosa, debería incluirse en el balance energético en la superficie. La contribución a la producción total de agua de la sublimación sub-superficie depende fuertemente de la importancia de ese transporte de calor. Una transporte alto provoca que el gradiente de temperatura en la región cercana a la superficie sea muy pequeño. En consecuencia, la región en la que la presión del gas es igual a la presión de saturación del gas se sitúa muy por debajo de la superficie y la zona con sublimación neta es relativamente grande. Si por el contrario el transporte de calor por desplazamiento del gas es pequeño, el gradiente de temperatura en la región de la superficie es alto y la presión del gas y la presión de saturación se igualan rápidamente.

Simulaciones extremas, en las que se considera que todo el gas sublima debajo de la superficie (por ejemplo: Spohn y Benkhoff, 1990) muestran que el frente de sublimación se sitúa, aproximadamente, a 1 mm de profundidad como consecuencia del transporte de calor a través de los poros. Por tanto, estos modelos predicen una región de sublimación neta sub-superficie de 1 mm de espesor y, por tanto, una contribución significativa de la sublimación sub-superficie a la producción total de agua. Simulaciones más realistas en las que se considera que hay sublimación superficial (por ejemplo: Tancredi et al., 1994) reducen la profundidad del frente de sublimación a 100 μm y por tanto la contribución sub-superficie es considerablemente menor. Obviamente, estos resultados dependen de cómo se simule el flujo de gas a través de los poros. Seiferlin et al. (1999) afirman que si se considera, de manera realista, que la temperatura del gas no puede exceder la temperatura de sublimación y que la presión es suficientemente baja como para mantener el flujo de gas en régimen de Knudsen (es decir que el número de colisiones con la pared de la matriz sea mucho mayor que el número de colisiones entre moléculas, que es la aproximación que se utiliza en casi todos los modelos de transporte), el transporte de calor por el movimiento de la masa de gas a través de los poros es pequeño comparado con la conducción de estado sólido, contribuyendo de manera despreciable al transporte total de calor. Este resultado implica que el gradiente de temperatura cae bruscamente en la superficie y que, por tanto, el frente de sublimación se sitúa, prácticamente, en la superficie. En consecuencia, la contribución de la región sub-superficie a la producción total de agua sería despreciable. Hay que advertir que, obviamente, esto no se aplica a los componentes más volátiles que el agua los cuales, según los modelos, tienen su frente de sublimación situado profundamente en el interior del núcleo. Basándonos en los resultados de las simulaciones realistas de Seiferlin et al., en este modelo se considera que

5.-) El hielo se sublima directamente en la superficie por lo que el calor es transferido hacia el interior, únicamente, por conducción de estado sólido. Por tanto, el efecto de la porosidad es, únicamente, reducir la conductividad térmica de la matriz sólida.

En el modelo que se utiliza también se considera que

6.-) *El efecto radiativo y de opacidad de la coma en el balance energético de la superficie es pequeño.*

El polvo de la coma, además de absorber parte de la radiación solar incidente, refleja y radia energía que puede alcanzar la superficie. Este efecto fue incluido en el modelo de Hellmich (1981) y también en el de Weissman y Kieffer (1981). Sus resultados mostraban que el polvo tenía una fuerte influencia en el balance energético, provocando que el núcleo fuese prácticamente isoterma cerca del perihelio. Sin embargo hay que decir que en ambos modelos la cantidad de polvo estaba parametrizada en términos de la producción de gas de un núcleo en el que no existía polvo y su densidad en la coma no respondía a una evolución hidrodinámica. Por contra, el modelo Monte Carlo de Salo (1988) (en el que, aunque también se considera que el polvo tiene una distribución isótropa alrededor del núcleo, la dispersión y re-radiación están representadas de manera mucho más realista que en los anteriores) produce resultados totalmente diferentes. Salo encontró que, en general, la energía entrante en el núcleo apenas depende de la opacidad de la coma, de la distribución radial del polvo y de los detalles del proceso de extinción. Igualmente obtuvo que incluso para opacidades de $\tau = 2.5$, la cantidad total de radiación que alcanzaba el hemisferio iluminado era un factor 3 mayor que la que alcanzaba el lado no iluminado y 5 veces si la opacidad era 1. Es decir, el efecto de la coma en el balance energético es pequeño. Igualmente, Rickman (1992) sugiere que a partir de las imágenes del Giotto se estima que la profundidad óptica de la coma es pequeña ($\tau < 1$) y que por tanto su efecto en el balance energético de la superficie es, comparado con los otros factores, muy pequeño.

3.2.1 Tasa de producción y efecto no gravitacional

La tasa de producción es la cantidad de hielo (en masa o moléculas) por unidad de tiempo que se sublima. La expresión matemática, que podemos llamar, *clásica* de la tasa de producción por unidad de área (de hielo puro), $Z(T)$, es la llamada tasa de producción de Hertz-Knudsen, Z_{HK} . Esta producción, fundamentada en la teoría cinética de la sublimación de hielo puro, es igual al flujo de un gas ideal escapando al vacío cuando la presión del gas, considerado como ideal, es igual a la presión de vapor del gas en equilibrio con la superficie de hielo. Según la teoría cinética, el flujo de un gas escapando al vacío es

$$Z_{HK} = \frac{1}{4} n \langle v \rangle \quad (3.7)$$

donde n es la densidad del gas y $\langle v \rangle$ su velocidad media. Si la función de distribución de las velocidades del gas a temperatura T es Maxwelliana, entonces

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \quad (3.8)$$

donde k es la constante de Boltzman y m es el peso molecular, en este caso, del agua. Si, además, asumimos que la densidad viene dada por la ecuación de estado de un gas ideal a la temperatura de equilibrio con su fase sólida y se sustituye 3.8 en la ecuación 3.7 se obtiene

$$Z_{\text{HK}} = \frac{p_v(T)}{\sqrt{2\pi mkT}} \quad (3.9)$$

donde $p_v(T)$ viene dada por la ecuación de Clapeyron (o por su variante la ecuación de Clausius-Clapeyron). Esta es la expresión *clásica* utilizada en, prácticamente, todos los modelos térmicos de núcleos cometarios para calcular la producción total $Z(T)$. Crifo (1987), presentando un tratamiento riguroso, señala todas las inconsistencias físicas de esa ecuación. Estrictamente, la producción de gas a partir de la sublimación de hielo puro es igual al flujo de Hertz-Knudsen si ninguna de las moléculas emitidas vuelve a la superficie. Esto exige que el camino libre medio sea mucho más grande que la longitud de escala característica del núcleo, hecho que no ocurre en la región de la coma cercana a la superficie, especialmente, cuando el cometa está cerca del perihelio y la sublimación es alta. En la coma circumnuclear, una fracción grande de moléculas puede volver al hielo y condensar liberando energía. Crifo (1987) señaló que, de manera más correcta, el flujo de gas neto en la superficie puede aproximarse por la expresión

$$Z(T) = (1 - \alpha)Z_{\text{HK}}(T) \quad (3.10)$$

donde α es un factor que depende de la presión real del gas en la superficie, de la temperatura real y de la velocidad de expansión real. Estimar el flujo de moléculas que *vuelve* hacia la superficie y obtener la presión, temperatura y velocidad de expansión exige un tratamiento hidrodinámico complejo de la coma. Crifo, estudiando la dependencia del parámetro α con el número de Mach (que contiene las variables antes mencionadas) y considerando que era agua el gas sublimado, obtuvo que este parámetro es, aproximadamente, constante e igual a 0.25 para números de Mach comprendidos entre 0.4 y 1.20. Ese amplio margen hace que el valor de $\alpha = 0.25$ represente una amplia diversidad de situaciones cinemáticas de la coma. Las estimaciones realizadas en el Halley indican que el número de Mach del flujo de vapor estaba entre 0.75 y 1.0. Teniendo en cuenta lo anterior, Crifo recomienda utilizar $\alpha = 0.25$ para estimar la tasa de producción. En este modelo se van a utilizar ambas aproximaciones, la de Hertz-Knudsen y la modificada de Crifo con $\alpha = 0.25$, es decir,

$$Z(T) = (1 - \alpha) \frac{p_v(T)}{\sqrt{(2\pi mkT)}} \quad \text{con } \alpha = 0 \text{ ó } 0.25 \quad (3.11)$$

Con respecto a la presión de vapor de equilibrio, $p_v(T)$, este modelo utiliza la expresión, comúnmente utilizada, de Fanale y Salvail (1984) que es un ajuste de los datos experimentales

$$p_v(T) = 3.56 \cdot 10^{12} \cdot e^{-6141.667/T} \quad \text{N m}^{-2} \quad (3.12)$$

Como se ha mencionado, la ecuación 3.11 es la producción por unidad de área asumiendo que toda la superficie está cubierta por hielo. En el modelo que estamos describiendo eso no ocurre por lo que es necesario multiplicar la producción por el factor f que, como hemos dicho

en repetidas ocasiones, representa la fracción de área ocupada por hielo. Así, la producción total por unidad de área sobre la superficie del cometa es

$$Z_o = fZ(T) \quad (3.13)$$

Para poder realizar los cálculos es necesario discretizar la superficie del núcleo en pequeñas celdas superficiales. Si s_i es un elemento de área de la superficie del núcleo y f_i su fracción local de área ocupada por hielo, la producción total, Q , es

$$Q = \sum_{i=1}^N f_i Z_i s_i \quad (3.14)$$

donde N es el número total de celdas en las que se ha discretizado la superficie.

3.2.1.1 Fuerza no-gravitacional y su momento

Teniendo en cuenta la expresión anterior de la tasa de producción por unidad de área, el módulo de la cantidad de movimiento neta de la masa liberada desde un elemento de superficie s_i es

$$\frac{dm}{dt} V_{\text{salida}} = f_i Z_i(T) V_{\text{salida}} s_i \quad (3.15)$$

donde todos los términos son conocidos salvo V_{salida} que es la velocidad de salida del gas que nos da el valor neto de la cantidad de movimiento. Es necesario tener en cuenta que sólo la componente de la velocidad de salida con la dirección de la normal a la superficie produce una *transferencia* neta de momento al núcleo. Según esto se puede escribir

$$V_{\text{salida}} = \eta \langle v \rangle \quad (3.16)$$

donde $\langle v \rangle$ viene dado por la ecuación 3.8. Si el flujo es totalmente colimado y normal a la superficie el factor η vale 1. Si por contra la superficie es perfectamente plana y las moléculas son emitidas isotrópamente en el hemisferio sobre la superficie, el valor de η es 0.5, resultado del promedio, sobre una semiesfera, del coseno del ángulo de la velocidad con la normal a la superficie. En este modelo se considera η igual a 0.5. Entonces, la fuerza no-gravitacional ejercida sobre el núcleo por la sublimación de gas en el elemento de superficie s_i es

$$\mathbf{F}_i = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} Z_i(T) f_i s_i \hat{\mathbf{n}}_i \quad (3.17)$$

donde $\hat{\mathbf{n}}_i$ es un vector unitario con la dirección de la normal a la superficie en s_i . En el desarrollo anterior se ha identificado la masa liberada con la masa del hielo que se ha sublimado. Esto es posible porque, aunque en la masa liberada se incluya la masa del polvo, éste tiene velocidad inicial cero por lo que no contribuye a la cantidad de movimiento de la materia *expulsada*.

Si la ecuación anterior nos proporciona la fuerza, el momento con respecto al centro de masas ejercido sobre el núcleo como consecuencia de la sublimación en s_i se puede aproximar por

$$\mathbf{N}_i = \mathbf{r}_i \wedge \mathbf{F}_i \quad (3.18)$$

donde \mathbf{r}_i es el vector desde el centro de masas al punto central del elemento de superficie s_i

3.2.2 Ecuación de balance energético en la superficie

Como se ha visto, para evaluar la tasa de producción y, por tanto, la fuerza no-gravitacional es necesario conocer la temperatura de cada elemento de la superficie. Ésta se obtiene a partir de la ecuación de balance energético en la superficie.

Teniendo en cuenta las suposiciones y aproximaciones descritas anteriormente, la ecuación de conservación de la energía en un elemento de superficie exige que el flujo de energía incidente absorbido, que puede proceder tanto del Sol como de la propia superficie, se equilibre con la rerradiación térmica, la energía invertida en sublimar y el calor transferido hacia el interior del núcleo. Es decir, la ecuación de balance energético en un elemento de superficie, s_i , del cuerpo irregular se puede aproximar por

$$\frac{S_o(1 - A_{v,i}) \cos(\theta_i) c_i}{r_h^2} + E_{\text{sup},i} = \epsilon_i \sigma T_{s,i}^4 + f_i H Z_{s,i}(T_{s,i}) + \kappa(T) \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{s,i} \quad (3.19)$$

En esa ecuación, el primer miembro representa el flujo de energía incidente siendo S_o la constante solar, es decir el flujo solar a 1 UA de distancia, r_h es la distancia heliocéntrica, $A_{v,i}$ es el albedo Bond de la región s_i y θ_i es el ángulo que forma la dirección normal a la superficie y la dirección Sol-cometa, es decir, el ángulo cenital. c_i es lo que podemos llamar *función de iluminación*, que tiene el valor 1 si la celda i está iluminada por el Sol y 0 si, por contra, está en zona de noche o en sombra. El segundo término de ese miembro, $E_{\text{sup},i}$, representa el flujo de energía procedente de otras celdas de la superficie que reflejan y emiten radiación hacia s_i . En el segundo miembro están representados los términos de consumo de la energía incidente. El primer término de ese segundo miembro es el flujo de energía rerradiado térmicamente asumiendo que el elemento de superficie se comporta como un cuerpo opaco cuya emisión es un factor ϵ_i la del cuerpo negro. Así, ϵ_i es la emisividad en el infrarrojo térmico del elemento s_i y σ es la constante de Stefan-Boltzman. $T_{s,i}$ es la temperatura superficial. El segundo término, $fHZ(T)$ representa la energía por unidad de superficie y tiempo que consume la sublimación del hielo. Así, $HZ(T)$ es el cambio de entalpía, por unidad de área y tiempo, asociado a la transición de fase, siendo H el calor latente de sublimación y $Z(T)$, como ya se ha dicho, la cantidad de hielo (masa o moléculas) que ha sublimado por unidad de tiempo y por unidad de área (ecuación 3.11). f , la fracción de área ocupada por hielo, como ya se ha dicho, representa el hecho de que no toda la superficie está cubierta por hielo. El tercer término es el flujo de energía que difunde hacia el interior del núcleo, siendo κ la conductividad térmica y z la profundidad medida desde la superficie. Este último término, en realidad, no tiene porqué ser un término de consumo y puede ser fuente. Su contribución depende del signo del gradiente de la temperatura en la superficie.

En esa ecuación hay implícitas, además de las ya expresadas, varias simplificaciones importantes que, salvo alguna excepción, no son discutidas en la bibliografía especializada. La primera es que los términos de energía incidente y absorbida, el primer miembro, representan el flujo de energía a través de una superficie *plana* cuya normal forma un ángulo (θ en el caso de

la radiación solar) con la dirección de incidencia. Por contra, los términos de difusión térmica y de rerradiación representan energía por unidad de superficie. Esto implica que para que la unidad de área considerada en el primer miembro y la unidad de área del segundo sean iguales, la superficie tiene que ser completamente plana; es decir, la superficie no debe tener rugosidad.

Otra simplificación que hay introducida en la ecuación de balance hace referencia a la reflectividad y absorbancia de la superficie. En general, la *cantidad* de luz reflejada (o absorbida) por una superficie depende de las direcciones de incidencia ($\hat{\mathbf{i}}$) y de reflexión ($\hat{\mathbf{r}}$) de la radiación. Así, una superficie está caracterizada por la llamada función de distribución de reflectancia bidireccional, ($fdrb$), que es el cociente entre la luminancia reflejada en una dirección y la iluminancia incidente desde otra dirección. La integral en ángulo sólido, para todas las direcciones de reflexión de la radiación, de la $fdrb$ recibe el nombre de reflectancia hemisférica-direccional, $R_h(\hat{\mathbf{i}})$, y representa el cociente entre la iluminancia incidente en una dirección y la luminancia reflejada integrada a todas las direcciones de salida. La absorbancia, α , de una superficie cuando la radiación incide desde una dirección $\hat{\mathbf{i}}$ es $\alpha(\hat{\mathbf{i}}) = 1 - R_h(\hat{\mathbf{i}})$. Este valor, α , es el factor que debería multiplicar el flujo de luz procedente del Sol. Generalmente, la $fdrb$, y por tanto α a través de R_h , depende de las propiedades superficiales tales como rugosidad, tamaño de las partículas, porosidad, etc. por lo que la dependencia de esta función con la dirección de la radiación incidente y reflejada es la solución de un complejo problema de transporte radiativo en la superficie. Existen varios modelos, que han sido utilizados para explicar las curvas de luz de asteroides, que parametrizan la $fdrb$ en función de características de la superficie. Entre estos modelos, los más utilizados son el de Lumme y Bowell (1981) y el de Hapke (1984). En el presente modelo, como primera aproximación y de acuerdo a la anterior simplificación, se ha considerado que la superficie es lambertiana. Una superficie lambertiana está caracterizada por una reflectividad bidireccional constante, independiente de las direcciones de incidencia y reflexión. En consecuencia, su integral en ángulo sólido también lo es. Por tanto, la absorbancia de una superficie lambertiana se puede representar por una constante, independiente de la dirección de incidencia. En la ecuación de balance (3.19), el factor $1 - A$ es lo que representa la absorbancia de la superficie, siendo el albedo, A , la reflectancia hemisférica-direccional de una superficie lambertiana.

Otra hipótesis implícita en la ecuación de balance energético, que es de gran importancia a la hora de establecer la validez de los resultados, es que el polvo y el hielo están acoplados térmicamente. En realidad, si la superficie presenta una fracción de área f ocupada por hielo y una fracción $1-f$ ocupada por polvo, sería necesario plantear dos ecuaciones de balance energético para cada elemento de superficie; una para el polvo y caracterizada por un factor de área ($1-f$) y un determinado flujo de calor hacia el interior y otra para el hielo, caracterizada por un factor de área f y otro flujo de calor hacia el interior. Estas dos ecuaciones estarían acopladas por un término energético que representaría el intercambio de calor entre ambos subsistemas, es decir, entre el hielo y el polvo. Si la temperatura de ambos subsistemas es igual, es decir, si existe acoplamiento térmico, el flujo de calor hacia el interior del núcleo que procede del polvo es igual al que procede del hielo. En consecuencia, las dos ecuaciones se pueden sumar y el factor de área sólo queda en el término de sublimación, presente en la ecuación de balance del hielo pero no en la del polvo. Se obtiene así la ecuación 3.19. De manera simple se puede decir

que el factor f en la ecuación de balance 3.19 representa que toda la unidad de área es receptora y emisora de energía, pero sólo una fracción f puede sublimar.

Una cuarta suposición es que el efecto de calentamiento como consecuencia de que el gas de la coma colisiona con la superficie es pequeño comparado con los términos considerados. En general, es de esperar que la transferencia de calor por colisiones sea muy pequeña, aún en cuerpos con concavidades. Hay que tener en cuenta que en la ecuación de la tasa de producción ya está parametrizada la posible condensación. El término que se menciona aquí se refiere a la posible reflexión *difusa*, es decir con transferencia de energía, de las moléculas en la superficie. Para calcular ese efecto sería necesario acoplar el presente modelo con un complejo modelo hidrodinámico de la coma, incluyendo procesos fotoquímicos. El enorme esfuerzo teórico y computacional supera en mucho la importancia energética de este efecto.

3.2.2.1 Autocalentamiento

Como ya se ha dicho, el símbolo $E_{\text{sup},i}$ en la ecuación 3.19 representa el flujo de energía incidente en el elemento s_i procedente de la región de la superficie que es *visible* desde el elemento de superficie en cuestión. Este término es prácticamente nulo en las partes convexas de la superficie, pero puede contribuir significativamente en el balance energético de los puntos de una concavidad de la superficie. Para estimar, de manera rigurosa, el flujo de energía que incide sobre una celda situada en una concavidad es necesario resolver un problema de dispersión múltiple y retroalimentación. Por ejemplo, si el elemento de superficie i ve el elemento de superficie j , la energía que incide sobre j depende de la energía que incide sobre i que a su vez depende de la energía que incide sobre j . En consecuencia, sería necesario plantear un sistema acoplado de ecuaciones, considerando también el flujo solar incidente, para obtener como solución el flujo total incidente sobre todas y cada una de las celdas. En principio y dado el bajo albedo de la superficie de los cometas, es decir, que la energía se absorbe de manera eficiente, la contribución de la radiación que ha sufrido más de una reflexión se puede considerar despreciable. Se han hecho cálculos para estimar la diferencia entre el flujo incidente como solución del sistema acoplado de ecuaciones y el flujo incidente considerando que la luz solar es reflejada una sola vez en la superficie y se ha obtenido que el error relativo es siempre menor de 10^{-3} (Gutiérrez et al., 2001b). Basándonos en que la diferencia es muy pequeña, en el presente modelo se considera que la radiación visible que incide sobre una celda, procedente de otras, es la luz solar reflejada una única vez. Con esta aproximación, el término $E_{\text{sup},i}$ se puede escribir como

$$E_{\text{sup},i} = (1 - A_{v,i}) \sum_{j \neq i} F_{i,j} \cdot \left(\epsilon_j \sigma T_{s,j}^4 + A_{v,j} \frac{S_o}{r_h^2} \cos(\theta_j) c_j \right) \quad (3.20)$$

donde, además de suponer que los elementos de superficie son lambertianos, se ha considerado que el albedo Bond, A_v , es igual que el albedo en el infrarrojo medio o lejano. En esa expresión todos los símbolos ya han sido definidos en la ecuación de balance (3.19) salvo $F_{i,j}$. Este factor, que podemos llamar *factor de visión*, representa la fracción de la energía emitida en el hemisferio

de la celda j que alcanza la celda i , es decir, la fracción de la energía reflejada y emitida por la celda j contenida en el ángulo sólido sustentado por la celda i vista desde la celda j . Si, como se ha dicho, asumimos que las celdas son lambertianas y pequeñas, el *factor de visión* tiene la forma

$$F_{i,j} = v_{i,j} \frac{\cos(\alpha_i) \cos(\alpha_j)}{\pi d^2} s_j \quad (3.21)$$

donde α_i es el ángulo entre la normal a la celda i y la dirección que conecta las celdas i y j ; α_j es, recíprocamente, el ángulo que forma la normal a la celda j con la dirección que la conecta con la celda i ; d es la distancia que separa ambas celdas y s_j es el área de la celda j . El factor $v_{i,j}$ aparece como consecuencia de que no es posible establecer los límites de la sumatoria (estrictamente integración) de la ecuación anterior (Ec. 3.20). En consecuencia, la sumatoria está extendida a todas las celdas de la superficie y se introduce $v_{i,j}$ como una *función de visibilidad* que es 1 si las celdas i y j son *visibles* mutuamente y 0 si no lo son, es decir, si la propia superficie obstruye el camino recto entre ambas celdas. En la sección §3.6.5 de cálculo numérico se describe el procedimiento para construir, para una superficie concreta, esa función y la función de iluminación previamente definida.

Lagerros (1997), quien aplicó un modelo similar a asteroides considerando dispersión múltiple, definió el parámetro de autocalentamiento, χ , como una medida de la importancia global del término $E_{\text{sup},i}$ en el cuerpo. Este parámetro se define como el cociente entre la energía que incide en la superficie procedente de la propia superficie y la energía total emitida desde la superficie. Así, si el flujo de energía incidente en la celda i de área s_i procedente del resto de la superficie es G_i y la energía emitida por esa celda es $J s_i$, el parámetro de autocalentamiento es

$$\chi = \frac{\sum_i G_i s_i}{\sum_i J s_i} = \frac{\sum_i \sum_{j \neq i} F_{i,j} J s_i}{\sum_i J s_i} = \frac{\sum_i \sum_{j \neq i} F_{i,j} s_i}{\sum_i s_i} \quad (3.22)$$

Se ve, entonces, que este parámetro sólo depende de factores geométricos (aunque eso es una consecuencia de que la superficie es considerada lambertiana) y, por tanto, se puede considerar como una medida aproximada de la concavidad del objeto. También, como los efectos radiativos y dinámicos de la coma sobre la superficie son más importantes cuanto mayor es la concavidad, este parámetro también se puede utilizar como medida, muy aproximada, de la importancia de estos efectos.

3.2.2.2 Difusión térmica

La ecuación de balance energético (Ec. 3.19) en la superficie se completa con el término que representa la energía por unidad de área que es transportada hacia el interior del núcleo. Este término energético es el último término del segundo miembro. En este modelo sólo se considera difusión en la dirección normal hacia la superficie, donde se espera que existan los gradientes de temperatura más fuertes. Para estimar ese último término es necesario conocer el gradiente de temperatura en la superficie y para ello es necesario resolver la ecuación de difusión del calor en el interior del núcleo cometario. Si, como ya se ha dicho, no existe flujo de masa que transporte un flujo de calor hacia el interior y la sublimación sólo ocurre en la superficie, la ecuación de

difusión del calor es la ecuación de conducción en un cuerpo sólido

$$\rho \cdot C(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\kappa(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right] \quad (3.23)$$

donde ρ , $C(T)$ y $\kappa(T)$ son, respectivamente, la densidad, la capacidad calorífica y la conductividad térmica del núcleo. En este modelo, se considera que el medio está caracterizado por unos valores efectivos y tanto la capacidad calorífica como la conductividad térmica se parametrizan en términos de la cantidad de hielo y polvo presentes en la celda. Así,

$$C(T) = \frac{\tilde{\rho}_{\text{H}_2\text{O}}}{\rho} C_{\text{H}_2\text{O}}(T) + \frac{\tilde{\rho}_{\text{p}}}{\rho} C_{\text{p}}(T) \quad (3.24)$$

donde $\tilde{\rho}_{\text{H}_2\text{O}}$ y $\tilde{\rho}_{\text{p}}$ son, respectivamente, las masas de hielo de agua y polvo por unidad de volumen en el cometa (Ec. 3.5) y $C_{\text{H}_2\text{O}}(T)$ y $C_{\text{p}}(T)$ son, respectivamente, la capacidad calorífica del hielo de agua puro y del polvo compactos. ρ es la densidad del núcleo. Esta parametrización representa un pesado en masa de los dos componentes presentes en la unidad de volumen. De manera similar, pero parametrizando en términos del volumen ocupado por cada uno de los dos componentes, la conductividad térmica de la mezcla es

$$\kappa(T) = h \left(\frac{\tilde{\rho}_{\text{H}_2\text{O}}}{\rho_{\text{H}_2\text{O}}} \kappa_{\text{H}_2\text{O}}(T) + \frac{\tilde{\rho}_{\text{p}}}{\rho_{\text{p}}} \kappa_{\text{p}}(T) \right) \quad (3.25)$$

donde $\kappa_{\text{H}_2\text{O}}(T)$ y $\kappa_{\text{p}}(T)$ son las conductividades térmicas del hielo de agua puro y del polvo compactos y $\rho_{\text{H}_2\text{O}}$ y ρ_{p} sus densidades. En esa ecuación el parámetro h es el llamado factor de Hertz que es un parámetro estructural de medios granulares. Este factor fue definido, originalmente, por Hertz (ver Whipple, 1950) como el cociente entre el área de contacto de una esfera, bajo la atracción gravitatoria, con un plano horizontal rígido y la sección transversal de esa esfera. Obviamente, en los núcleos cometarios que son porosos, de gravedad muy baja y con granos de polvo no esféricos, ese parámetro pierde totalmente su sentido original. Actualmente este parámetro representa, simplemente, una reducción de la relativamente alta conductividad del hielo de agua. La parametrización utilizada fue la considerada en el modelo de Enzian et al. (1999) aunque su relación con la fracción de polvo es diferente a la que aquí se utiliza. En la literatura es posible encontrar otras parametrizaciones que, en último lugar, son o derivan de la parametrización de Espinasse et al. (1991).

La masa de polvo y de hielo en cada celda de la superficie, y según este modelo en el volumen interior correspondiente, depende de la fracción de área ocupada por hielo, f . En consecuencia, la conductividad térmica y la capacidad calorífica dependen de f al depender de $\tilde{\rho}_{\text{H}_2\text{O}}$ y de $\tilde{\rho}_{\text{p}}$. Teniendo en cuenta las expresiones anteriores (Ecs. 3.3...3.5, 3.24 y 3.25), para especificar totalmente las propiedades térmicas del núcleo en este modelo hay que conocer $\tilde{\rho}_{\text{H}_2\text{O}}$, $\tilde{\rho}_{\text{p}}$, $\kappa_{\text{H}_2\text{O}}(T)$, $\kappa_{\text{p}}(T)$, ρ , $\rho_{\text{H}_2\text{O}}$, ρ_{p} , f . La mayoría de los autores especifican la porosidad, la cual se puede relacionar con las variables aquí utilizadas. Sin embargo, algunos asumen que el polvo es poroso o, dicho de otra manera, que su densidad no es la del material compacto y puro por lo que finalmente su porosidad es mayor de la que se especifica. Con el método aquí descrito especificando la densidad del núcleo, la densidad del hielo y polvo compactos y la fracción de área ocupada por hielo, la porosidad es un resultado.

En realidad, la importancia del proceso de conducción viene dada, no por el valor de los parámetros individuales sino por el valor de la *inercia térmica*, I_t , (ver por ejemplo Rickman y Froeschlé, 1983) que se define como

$$I_t = \sqrt{\kappa\rho C} \quad (3.26)$$

Teniendo en cuenta lo anterior, y para el proceso de conducción de calor de estado sólido, no importan las diferencias en las parametrizaciones o en los valores adoptados para la densidad, factor de Hertz, etc. por los distintos autores. Lo que importa es el valor resultante de la inercia térmica.

3.2.3 Parámetros físicos del modelo

Para que el modelo quede completo es necesario especificar el valor del calor latente, densidad, capacidad calorífica y conductividad térmica. Estas últimas cantidades, como se ha visto, dependen de la porosidad y de la composición del polvo.

De todos estos parámetros, los únicos cuyo valor se conoce de manera precisa son el calor latente de la sublimación del hielo de agua y la conductividad térmica del hielo cristalino de agua. Para establecer los demás parámetros nos hemos basado en las estimaciones realizadas hasta la fecha. En general, es de esperar que todos estos parámetros influyan en la producción total de agua y en consecuencia, si se pretende reproducir la curva de luz o la tasa de producción de un cometa concreto, sería necesario disponer de parámetros no sólo realistas sino además suficientemente precisos. Actualmente eso no es posible, sobre todo en la conductividad térmica. La forma y efecto de los poros así como la composición del polvo pueden variar la inercia térmica en varios órdenes de magnitud. En este estudio cuyo principal objetivo es comparar la producción de agua entre diferentes objetos, es de esperar que las diferencias no dependan críticamente de los parámetros elegidos.

Con respecto al calor latente de sublimación del hielo de agua, existen varios trabajos en los que se proporciona su valor y su dependencia con la temperatura. Delsemme y Miller (1971), Cowan y A'Hearn (1979) y Tancredi et al. (1994) entre otros han considerado el calor latente, dependiente de la temperatura, que ajustaba los datos experimentales de Washburn (1928) y cuya expresión viene dada por

$$H_{\text{H}_2\text{O}}(T) = 51983.9 - 20.0904 T \quad \text{J mol}^{-1} \quad (3.27)$$

La mayoría de los autores consideran un calor latente constante, independiente de la temperatura, basándose en el hecho de que el calor latente del agua, comparado con el de otras sustancias, varía muy poco con la temperatura en el intervalo entre 125 y 273 K. Por ejemplo, Fanale y Salvail (1984) utilizan 36000 J mol^{-1} que corresponde a una temperatura extremadamente alta según la expresión anterior. Otros autores, por ejemplo Enzian et al. (1999) y Benkhoff y Huebner (1996), insisten en la necesidad de utilizar un calor latente consistente desde un punto de vista termodinámico con la ecuación de Clausius-Clapeyron utilizada para la presión de vapor. Como es sabido, la ecuación de Clausius-Clapeyron es una simplificación de la ecuación de Clapeyron asumiendo, entre otras cosas, que el calor latente es independiente

de la temperatura. Enzian et al. utilizan la presión de vapor dada por Fanale y Salvail (1984) que es la ecuación 3.12. Si esa ecuación, que es ajuste de las medidas de laboratorio, se identifica con la ecuación de Clausius-Clapeyron se obtiene un calor latente que es igual a 51060 J mol^{-1} correspondiente a una temperatura de, aproximadamente, 46 K. Benkhoff y Huebner ni siquiera utilizan una ecuación para la presión de vapor identificable con la ecuación de Clausius-Clapeyron por lo que no se puede saber cómo se ha realizado la interpretación en términos del calor latente.

En este trabajo, el calor latente es constante e igual a 48600 J mol^{-1} . Esto corresponde a una temperatura de 170 K según la ecuación empírica 3.27. En el presente modelo también se acepta que la presión de vapor viene dada por la ecuación 3.12. Si esa ecuación se identifica con la expresión teórica de la ecuación de Clausius-Clapeyron aparece que el calor latente considerado es inconsistente con la ecuación de Clausius-Clapeyron. Hay que insistir en el hecho de que la inconsistencia sólo aparece si la ecuación de la presión de vapor experimental se identifica con la expresión teórica de la ecuación de Clausius-Clapeyron. De otro modo, si se considera que la expresión de la presión de vapor (ecuación 3.12) es un simple ajuste de los datos experimentales, lo adecuado es elegir un calor latente basado en los datos experimentales independientes. Eso es lo que se ha hecho aquí, donde el calor latente corresponde al valor dado por la expresión 3.27 para una temperatura media razonable.

Con respecto a la densidad del núcleo, como ya se ha dicho, las estimaciones, realizadas por diferentes autores y basadas en métodos diferentes (Rickman y Huebner, 1990b), sólo permiten concluir que debe tener un valor entre 200 y 700 kg m^{-3} . En este modelo se ha utilizado un valor para la densidad de 500 kg m^{-3} . Para la densidad del hielo de agua compacto se ha utilizado el valor conocido de 917 kg m^{-3} . Con respecto al valor de la densidad del polvo, los distintos modelos utilizan valores diferentes dependiendo de si se incluye porosidad en el polvo o no. Así, las densidades utilizadas van desde 235.4 kg m^{-3} (Tancredi et al., 1994) para simular un polvo muy poroso a una densidad de 4000 kg m^{-3} (Horanyi et al., 1984) para representar la densidad del polvo compacto. En este trabajo se utiliza una densidad del polvo compacto de 3500 kg m^{-3} . Ese valor, junto con la fracción de área ocupada por hielo, la suposición de que la densidad porosa del hielo y del polvo son iguales y la densidad del núcleo nos permiten fijar la porosidad total del núcleo y, por tanto, su efecto en la conductividad térmica.

La conductividad térmica y la capacidad calorífica del hielo puro utilizadas en este modelo, al igual que en la inmensa mayoría de los modelos, son las proporcionadas por Klinger (1981)

$$C_{\text{H}_2\text{O}}(T) = 90 + 7.49 T \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (3.28)$$

$$\kappa_{\text{H}_2\text{O}}(T) = \frac{567}{T} \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (3.29)$$

Con la conductividad y capacidad del polvo ocurre igual que con la densidad, su valor depende de si se considera incluida la porosidad o no. En este modelo se utilizan los valores de Ellsworth y Shubert (1983) para el polvo compacto de silicatos: $C_p = 1200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ y $\kappa_p = 4.2 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$; valores muy cercanos a los valores medios medidos experimentalmente por Drury et al. (1984) en minerales terrestres.

Con respecto al parámetro de Hertz, definido en la expresión 3.25, Whipple (1951) utilizó un

Tabla 3.1 Parámetros físicos utilizados en el modelo

Magnitud	Símbolo	Valor
Presión de vapor	$p_v(T)$	Expresión 3.12
Calor latente de sublimación del hielo de agua	H	48600 J mol^{-1} ó 2700 J g^{-1}
Densidad del núcleo	ρ	500 kg m^{-3}
Densidad del hielo compacto de agua	$\rho_{\text{H}_2\text{O}}$	917 kg m^{-3}
Densidad del polvo compacto	ρ_p	3500 kg m^{-3}
Capacidad calorífica del hielo de agua compacto	$C_{\text{H}_2\text{O}}(T)$	Expresión 3.28
Conductividad térmica del hielo de agua compacto	$\kappa_{\text{H}_2\text{O}}(T)$	Expresión 3.29
Capacidad calorífica del polvo compacto	C_p	$1200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
Conductividad térmica del polvo compacto	κ_p	$4.2 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$
Albedo	A	0.1, 0.04 y distribución (ver sección §3.4)
Emisividad	ϵ	$1-A$
Fracción de área ocupada por hielo	f	1, 0.95, 0.9, 0.4 y distribución (ver sección §3.4)
Factor de condensación	α	0.0 ó 0.25
Factor de Hertz	h	0.18 ó 0.0018

valor de 10^{-4} . Mendis y Brin (1978) también utilizaron un valor bajo, entre 10^{-3} y 10^{-5} . Por otro lado, Seiferlin et al. (1996), utilizando cálculos teóricos para ajustar medidas de laboratorio, concluyen que el valor del parámetro de Hertz en los cometas debe estar comprendido entre 0.01 y 0.001. Éste es el intervalo comúnmente usado en los modelos termofísicos aunque algunos autores ni siquiera incluyen este efecto (por ejemplo: Klinger, 1981; Weissman y Kieffer, 1981; Colwell, 1997; etc.). Uno de los modelos desarrollados hasta la fecha con el que es posible comparar los resultados obtenidos mediante el presente modelo es el de Colwell (1997). Colwell utiliza una conductividad térmica igual a la del hielo de agua compacto reducida un factor 10 para tener en cuenta la porosidad. Según la parametrización utilizada aquí (Ec. 3.25) la reducción de Colwell corresponde a un valor del parámetro de Hertz de 0.18, un orden de magnitud superior al sugerido por Seiferlin. Ese valor de 0.18 es el que se ha utilizado para poder comprobar el presente modelo comparando los resultados obtenidos cuando el cuerpo es esférico con los del Colwell. Por otro lado, con los parámetros especificados y la parametrización adoptada, la inercia térmica tiene un valor de $470 \text{ J m}^{-2} \text{ K seg}^{-1/2}$ ($0.011 \text{ cal cm}^{-2} \text{ K seg}^{-1/2}$) si la temperatura es 170 K y no hay polvo. Si consideramos que el hielo ocupa sólo el 60 % de la superficie, la inercia térmica es $324 \text{ J m}^{-2} \text{ K seg}^{-1/2}$ ($0.0077 \text{ cal cm}^{-2} \text{ K seg}^{-1/2}$). Esos valores están dentro del intervalo de incertidumbre en la inercia térmica (Weissman y Kieffer, 1981; Julian et al., 2000).

Además de los parámetros mencionados, la ecuación de balance energético en la superficie exige conocer el albedo, la emisividad térmica y la fracción de área ocupada por hielo. Para

el albedo, los valores más comúnmente utilizados en los modelos, basándose en las observaciones, son 0.1 y 0.04. En este modelo se han utilizado, además de esos valores caracterizando uniformemente la superficie, distribuciones de albedo definidas por esos valores medios. Cómo se han definido y generado las distribuciones de albedo en la superficie se explica en la sección §3.4. Para la emisividad se utiliza siempre 1- A .

Como ya se ha mencionado, el valor de la fracción de área ocupada por hielo está directamente relacionada con la razón entre las masas de polvo e hielo presentes en el núcleo. Obviamente esta razón debe estar relacionada con la razón polvo-gas medida en la coma. Las razones polvo-gas medidas en la coma son muy inciertas (Crifo, 1997) por lo que no es posible establecer un valor de f representativo de los cometas. Singh et al. (1992) y Sanzovo et al. (1996) han estimado la razón en masa polvo-gas de 14 cometas obteniendo valores entre 0.1 y 1. Sin embargo estos valores son dependientes del modelo utilizado, es decir, de la distribución de masa asumida, velocidad terminal de los granos, etc. Tratamientos hidrodinámicos complejos (por ejemplo: Fulle et al., 1998; Fulle et al., 2000) dan razones polvo-gas entre 0.1 y 10 o incluso mayores dependiendo de los parámetros elegidos. Algunos autores (por ejemplo: Thomas y Keller, 1991) afirman que la razón polvo-gas en el Halley está en torno a 1 pero con una gran incertidumbre, pudiendo alcanzar hasta un valor de 40. Hay que recordar que todos estos valores dependen críticamente de la densidad del polvo; de ahí la incertidumbre. En este trabajo se ha utilizado f con valores 0.95, 0.9 y 0.4 y también distribuciones (ver sección §3.4) con esos valores medios. Esos valores de f , teniendo en cuenta las suposiciones realizadas, corresponden a razones de masa polvo-hielo de 0.053, 0.11 y 1.5, respectivamente. Si se asume que la densidad del polvo poroso es diferente a la del hielo poroso, se obtendrían razones mucho mayores.

3.2.4 *Movimiento del núcleo*

Como es sabido, al considerar que el núcleo es un sólido rígido, sólo se necesitan 6 coordenadas generalizadas (e.g. Goldstein, 1988) para especificar unívocamente su configuración (posición y orientación) con respecto a un sistema de coordenadas en el espacio. Recordamos que las coordenadas generalizadas son el número mínimo de variables, proporcionado por las ecuaciones de ligadura, necesario para conocer la posición de todas las partículas que integran el sistema móvil con respecto a un sistema de referencia. Es decir, la posición de todas las partículas del sistema móvil es una función de las coordenadas generalizadas y del tiempo. En consecuencia, si definimos que el problema del movimiento para una partícula consiste en conocer su posición y velocidad con respecto a un sistema de referencia para cualquier tiempo, dadas su posición y velocidad en un instante determinado, el problema del movimiento del sólido rígido se reduce a conocer la evolución temporal de las 6 coordenadas generalizadas. Por otro lado, el problema del movimiento del sólido rígido queda bastante simplificado si se tiene en cuenta el teorema de Chasles. Este teorema establece que todo desplazamiento genérico de un cuerpo rígido puede considerarse como suma de una traslación de algún punto del cuerpo más una rotación en torno a dicho punto. Lógicamente, a cada uno de estos movimientos le corresponden 3 coordenadas generalizadas. El problema se puede simplificar aún más si elegimos el centro de masas como

el punto que se traslada y en torno al cual rota el sólido. El problema se simplifica porque, en primer lugar, se sabe cómo se mueve el centro de masas de un sólido rígido. Este punto se mueve como lo haría un punto material de masa igual a la del cuerpo al que se le aplica la resultante de las fuerzas ejercidas sobre el cuerpo. Por otro lado, si además se tiene en cuenta que todas las cantidades dinámicamente importantes se pueden descomponer como suma de dos términos independientes, uno describiendo el movimiento del centro de masas y otro describiendo el movimiento relativo a este punto, nos aseguramos dos grupos independientes de coordenadas generalizadas relacionando las 3 del movimiento de traslación del cuerpo con la posición del centro de masas y las 3 de rotación del sólido con el movimiento relativo al centro de masas.

Resumiendo, teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, el problema del movimiento del núcleo queda dividido en dos problemas totalmente independientes. Por un lado, el cálculo de la posición del centro de masas del núcleo, lo que nos permite obtener tres coordenadas generalizadas mediante las cuales se puede describir el movimiento de traslación del cuerpo. Por otro lado, la evolución temporal de las 3 coordenadas generalizadas que describen la rotación del sólido alrededor del centro de masas.

3.2.4.1 Movimiento de traslación

En primer lugar se aborda el problema de la traslación sin rotación del sólido rígido o, equivalentemente, el problema del cálculo de la posición del centro de masas. Es sabido que, en este movimiento, las tres coordenadas generalizadas habitualmente utilizadas son las coordenadas cartesianas del centro de masas con respecto al sistema del espacio, SR_o .

Descrito de manera general, el centro de masas del núcleo del cometa se mueve bajo la influencia gravitatoria del Sol, la acción perturbativa de los planetas cercanos a su órbita y el efecto no gravitacional derivado de la “expulsión de gases”. Esto es lo que ya se expresó en la ecuación 2.8 de la sección §2.5. Como ya se ha mencionado, uno de los propósitos de este trabajo es tener en cuenta el efecto de las fuerzas no-gravitacionales en el movimiento, no calcular la posición de un cometa real. Esto nos permite prescindir de los efectos perturbativos de los planetas. Así, la ecuación de movimiento del centro de masas del núcleo es

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -\frac{G(m_s + m_{nu})\mathbf{r}}{r^3} + \frac{\mathbf{F}_{NG}}{m_{nu}} \quad (3.30)$$

donde \mathbf{r} es el vector de posición del centro de masas del núcleo en un sistema de referencia con origen en el Sol, G es la constante universal de la gravitación, m_s es la masa del Sol, m_{nu} es la masa del núcleo y \mathbf{F}_{NG} es la fuerza no-gravitacional ejercida sobre el núcleo en el sistema de referencia elegido para describir el movimiento.

En la sección §3.2.1.1 se vio que la fuerza ejercida sobre el núcleo por el gas sublimado en una celda de la superficie venía dada por la expresión 3.17. Si se considera la contribución de toda la superficie, la fuerza no-gravitacional viene dada por

$$\mathbf{F}_{NG} = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_c} \sqrt{\frac{8kT_i}{\pi m}} Z_i(T_i) f_i s_i \hat{\mathbf{n}}_i \quad (3.31)$$

donde n_c representa el número de celdas que constituyen la superficie y todos los demás símbolos

que aparecen ya han sido definidos (ver sección §3.2.1.1). Hay que tener en cuenta que la expresión de la ecuación de movimiento exige que la fuerza esté expresada en el sistema de referencia fijo en el espacio. Esto obliga a que las coordenadas de la normal a la superficie en cada celda también estén referidas al mismo sistema de referencia.

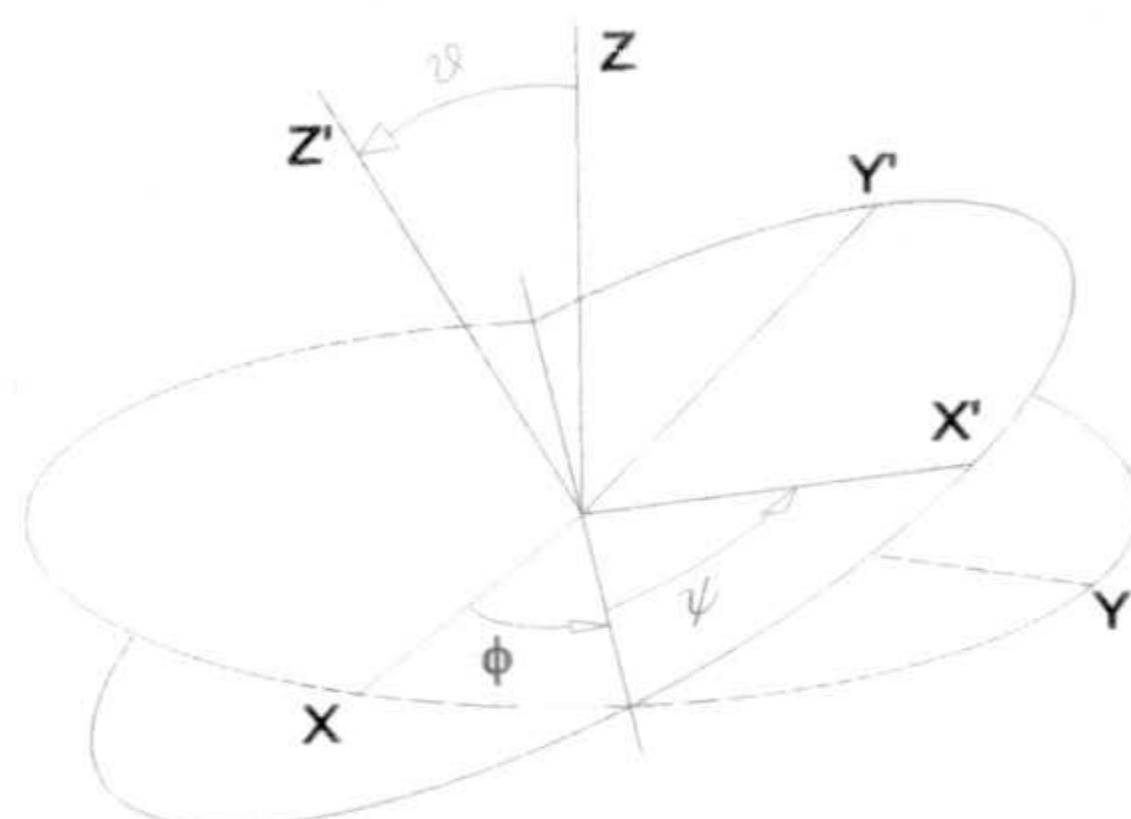
3.2.4.2 *Movimiento de rotación*

Como ya se ha comentado, el movimiento del núcleo se puede separar en dos movimientos independientes; uno de traslación del centro de masas y otro de rotación alrededor de ese punto considerando que está fijo. Cada uno de estos problemas se considera resuelto cuando se conozca la evolución temporal de 3 coordenadas generalizadas para cada movimiento. Antes de establecer las ecuaciones que describen el movimiento de rotación de un cuerpo es conveniente elegir las 3 coordenadas generalizadas que especifican la orientación del cuerpo en el sistema de referencia del espacio.

(a) **Orientación del cuerpo: Ángulos de Euler**

Como es sabido, si definimos un sistema fijo en el cuerpo, SR' , (un sistema en el que las posiciones de las partículas que constituyen el sistema no cambian con el tiempo) cuyo origen coincide con el del sistema del espacio SR , es posible obtener la posición de todas las partículas en el sistema SR mediante una transformación ortogonal. También es sabido que una transformación ortogonal viene definida, únicamente, por 3 variables independientes (ya que las 6 relaciones de ortogonalidad entre los elementos de la matriz que representa la transformación ortogonal reducen de 9 a 3 las variables independientes). En consecuencia, las 3 variables independientes que definen una transformación ortogonal entre un sistema de coordenadas fijo en el cuerpo y el sistema en el espacio sirven como coordenadas generalizadas. El problema que se plantea es que si se pretende seguir la evolución temporal de esas coordenadas generalizadas, la matriz de transformación que definen debe representar una rotación física del cuerpo. Se puede demostrar (Goldstein, 1988) que sólo las matrices ortogonales con determinante igual a 1, es decir, sólo las matrices ortogonales propias, pueden representar el desplazamiento de un cuerpo rígido. En la bibliografía es posible encontrar varios conjuntos de 3 variables independientes que permiten definir una matriz ortogonal propia. El conjunto de parámetros más utilizado es el de los ángulos de Euler. La idea esencial radica en que se puede efectuar la transformación de un sistema de coordenadas cartesianas a otro por medio de 3 rotaciones sucesivas alrededor de ejes concretos efectuadas en un orden concreto. Esos 3 ángulos de rotación sucesivos es lo que se conoce con el nombre de ángulos de Euler y serían las 3 coordenadas generalizadas necesarias para especificar el movimiento de rotación de un sólido rígido. Existen muchas "secuencias" o convenios de rotación que nos llevarían a la definición de diferentes ángulos de Euler. Se va a describir el más común en la bibliografía. La secuencia se inicia haciendo girar el sistema de ejes inicial XYZ un ángulo ϕ alrededor del eje Z en sentido antihorario. Ese giro está definido por una velocidad de rotación $\dot{\phi}\hat{z}$ en el sistema XYZ. De esta manera, se obtiene un sistema intermedio $\xi\eta\zeta$. En la segunda etapa, se hace girar el sistema intermedio $\xi\eta\zeta$ alrededor del eje ξ en sentido antihorario un ángulo θ dando lugar a otro sistema intermedio $\xi'\eta'\zeta'$. Ese giro tiene una velocidad de rotación $\dot{\theta}\hat{\eta}$. Por último este último sistema intermedio se hace girar un

Fig. 3.1 Ángulos de Euler en el convenio ZXZ.



ángulo ψ alrededor del eje ζ' obteniéndose el sistema final $X'Y'Z'$. Ese giro tiene por velocidad de rotación $\dot{\psi}\hat{\zeta}'$. En la figura 3.1 se pueden ver las orientaciones relativas de los sistemas XYZ y $X'Y'Z'$ cuando este último es obtenido mediante la secuencia descrita. A esta secuencia de rotaciones la llamaremos convenio ZXZ haciendo referencia a que la primera rotación se produce alrededor del eje Z, la segunda alrededor del eje X del primer sistema intermedio y la tercera alrededor del eje Z final.

Los ángulos de Euler especifican totalmente la orientación del sistema $X'Y'Z'$ con respecto al sistema XYZ . Dicho de otra manera, con esos tres ángulos podemos construir una matriz de transformación propia entre los sistemas de referencia y, por tanto, esos ángulos pueden ser utilizados como coordenadas generalizadas. La matriz de transformación del sistema XYZ al sistema $X'Y'Z'$, es decir

$$\mathbf{r}_{X'Y'Z'} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{r}_{XYZ} \quad (3.32)$$

se puede construir de manera sencilla como el producto de las tres 3 matrices de transformación que representan a cada una de las sucesivas rotaciones; es decir

$$\tilde{\mathbf{A}} = \tilde{\mathbf{B}}\tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{D}} \quad (3.33)$$

donde, en el convenio ZXZ, las matrices $\tilde{\mathbf{B}}$, $\tilde{\mathbf{C}}$ y $\tilde{\mathbf{D}}$ tienen la forma:

$$\tilde{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \cos \psi & \operatorname{sen} \psi & 0 \\ -\operatorname{sen} \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \tilde{\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \operatorname{sen} \theta \\ 0 & -\operatorname{sen} \theta & \cos \theta \end{pmatrix}; \tilde{\mathbf{D}} = \begin{pmatrix} \cos \phi & \operatorname{sen} \phi & 0 \\ -\operatorname{sen} \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

Entonces,

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \phi - \cos \theta \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen} \psi & \cos \psi \operatorname{sen} \phi + \cos \theta \cos \phi \operatorname{sen} \psi & \operatorname{sen} \psi \operatorname{sen} \theta \\ -\operatorname{sen} \psi \cos \phi - \cos \theta \operatorname{sen} \phi \cos \psi & -\operatorname{sen} \psi \operatorname{sen} \phi + \cos \theta \cos \phi \cos \psi & \cos \psi \operatorname{sen} \theta \\ \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \phi & -\operatorname{sen} \theta \cos \phi & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

Se puede comprobar que $\tilde{\mathbf{A}}$ es, efectivamente, una matriz ortogonal propia y por tanto, ϕ , θ y ψ puede ser utilizadas como coordenadas generalizadas para describir el movimiento de

rotación del sólido rígido alrededor de un punto fijo, el origen de los sistemas de referencia XYZ y Z'Y'Z'. Se pueden establecer otros conjuntos de coordenadas generalizadas definiendo, simplemente, otra secuencia de rotación. En general, tres rotaciones sucesivas, con la única restricción de que no se puede realizar dos rotaciones seguidas alrededor del mismo eje, nos definirán tres ángulos que pueden ser utilizados como coordenadas generalizadas para describir la rotación de un sólido rígido.

Una vez elegidas las coordenadas generalizadas, nos queda expresar las ecuaciones del movimiento de rotación en términos de esas variables independientes.

(b) Ecuación de movimiento de la rotación

El movimiento de rotación de un sólido rígido, en un sistema de referencia en el espacio con origen en el centro de masas (en general, cualquier punto fijo) viene descrito por la conocida ecuación

$$\left(\frac{d\mathbf{L}}{dt}\right)_e = \mathbf{N} \quad (3.36)$$

donde \mathbf{L} es el momento angular y \mathbf{N} el momento resultante de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo. En esa ecuación, el subíndice 'e' indica que la derivada temporal es en el sistema del espacio. En este caso, resulta más adecuado y útil describir el movimiento de rotación en un sistema que, con origen en el centro de masas, se mueva de manera solidaria con el cuerpo, es decir un sistema fijo en el cuerpo. En este sistema los elementos o partículas que constituyen el sólido rígido están en reposo y, por tanto, no habría "movimiento" en el sentido Newtoniano o inercial de la palabra. En realidad, el sistema fijo en el cuerpo es no inercial y se podría decir que lo que se describe en sí no es el movimiento del cuerpo sino el movimiento del propio sistema de referencia a través de su efecto en las leyes del movimiento. Visto de esta manera, para obtener la ecuación de movimiento en el sistema fijo simplemente hay que aplicar, en la anterior ecuación, la transformación de la derivada temporal entre ambos sistemas. Entonces,

$$\left(\frac{d\mathbf{L}}{dt}\right)_c + \boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{L} = \mathbf{N} \quad (3.37)$$

donde $\boldsymbol{\Omega}$ es el vector velocidad angular instantáneo. Como el momento angular tomado con respecto al centro de masas es el producto de la matriz de inercia por el vector velocidad angular, esta ecuación vectorial se puede simplificar aún más si hacemos coincidir los ejes del sistema fijo en el cuerpo con los ejes principales de inercia relativos al centro de masas. En ese caso, como la matriz asociada al tensor de inercia es diagonal, la ecuación vectorial anterior, separada en sus componentes, queda como *el conjunto de ecuaciones de movimiento de Euler*

$$\begin{aligned} I_x \frac{d\Omega_x}{dt} + (I_z - I_y) \Omega_y \Omega_z &= N_x \\ I_y \frac{d\Omega_y}{dt} + (I_x - I_z) \Omega_z \Omega_x &= N_y \\ I_z \frac{d\Omega_z}{dt} + (I_y - I_x) \Omega_x \Omega_y &= N_z \end{aligned} \quad (3.38)$$

donde Ω_i y N_i son las componentes, respectivamente, del vector velocidad angular y del momento de las fuerzas en la dirección i en el sistema fijo en el cuerpo e I_i es el momento principal de inercia asociado al eje i . En esa ecuación, como el cuerpo es considerado como un sólido rígido, los momentos de inercia no cambian con el tiempo. En otro caso hubiese sido necesario considerar la ecuación, más general, de Liouville.

El sistema de ecuaciones anterior constituye el conjunto de las ecuaciones del movimiento de rotación del sólido rígido en un sistema de referencia que se mueve con el cuerpo cuyo origen es el centro de masas y cuyos ejes son paralelos a las direcciones principales de inercia. Para obtener la información que se necesita, es decir, la orientación del cuerpo en el espacio es necesario relacionar las componentes de la velocidad de rotación con los tres ángulos de Euler. Lo que se va a hacer a continuación es expresar las propias ecuaciones de Euler en términos de esos ángulos y de sus velocidades. Si el convenio elegido es el ZXZ, la velocidad de rotación del cuerpo con respecto al sistema del espacio, (o lo que es igual, la velocidad de rotación del sistema fijo), expresada en el sistema fijo del cuerpo, $X'Y'Z'$, en términos de los ángulos de Euler se puede obtener simplemente transformando las velocidades $\dot{\phi}$, $\dot{\theta}$ y $\dot{\psi}$ de la figura 3.1 (y descritas en la sección anterior) desde sus sistemas correspondientes al sistema $X'Y'Z'$. Así, la velocidad $\dot{\phi}\hat{z}$ en el sistema XYZ se transformará al sistema $X'Y'Z'$ mediante la matriz de cambio dada en 3.35

$$(\Omega_{\phi})_{X'Y'Z'} - \tilde{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = (\dot{\phi}\text{sen}\theta\text{sen}\psi, \dot{\phi}\text{sen}\theta\cos\psi, \dot{\phi}\cos\theta) \quad (3.39)$$

Para obtener las componentes en el sistema $X'Y'Z'$ de la velocidad $\dot{\theta}\hat{\eta}$, se tiene que aplicar, únicamente, la transformación definida por la matriz $\tilde{\mathbf{B}}$ de 3.34

$$(\Omega_{\theta})_{X'Y'Z'} = \tilde{\mathbf{B}} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = (\dot{\theta}\cos\psi, -\dot{\theta}\text{sen}\psi, 0) \quad (3.40)$$

Finalmente, la última velocidad de rotación, $\dot{\psi}\hat{\zeta}'$ en el sistema $\xi'\eta'\zeta'$ también tiene la dirección del eje Z' y, por tanto, no necesita transformación

$$(\Omega_{\psi})_{X'Y'Z'} = (0, 0, \dot{\psi}) \quad (3.41)$$

Considerando la suma de esos tres vectores, la velocidad de rotación del cuerpo en el sistema $X'Y'Z'$ en función de los ángulos de Euler del convenio ZXZ es

$$(\Omega)_{X'Y'Z'} = (\dot{\phi}\text{sen}\theta\text{sen}\psi + \dot{\theta}\cos\psi, \dot{\phi}\text{sen}\theta\cos\psi - \dot{\theta}\text{sen}\psi, \dot{\phi}\cos\theta + \dot{\psi}) \quad (3.42)$$

Entonces, sustituyendo las componentes de la velocidad de rotación y sus derivadas con respecto al tiempo en las ecuaciones de Euler, (Ecs. 3.38), se obtienen las ecuaciones de movimiento en función de las coordenadas generalizadas. Estas son:

$$\ddot{\phi} = \frac{1}{\text{sen}\theta} (f_1\text{sen}\psi + f_2\cos\psi) \quad (3.43)$$

$$\begin{aligned}\ddot{\theta} &= -f_2 \operatorname{sen} \psi + f_1 \cos \psi \\ \ddot{\psi} &= f_3 - \frac{1}{\operatorname{sen} \theta} (f_1 \operatorname{sen} \psi \cos \theta + f_2 \cos \psi \cos \theta)\end{aligned}$$

con

$$\begin{aligned}f_1 &= h_1 + \frac{I_2 - I_3}{I_1} g_1 + \frac{N_1}{I_1} \\ f_2 &= h_2 + \frac{I_3 - I_1}{I_2} g_2 + \frac{N_2}{I_2} \\ f_3 &= h_3 + \frac{I_1 - I_2}{I_3} g_3 + \frac{N_3}{I_3}\end{aligned}\tag{3.44}$$

donde N_i son las componentes del momento de las fuerzas en la dirección i , I_i es el momento de principal de inercia asociado al eje i ,

$$\begin{aligned}h_1 &= -\dot{\phi} \dot{\theta} \cos \theta \operatorname{sen} \psi - \dot{\phi} \dot{\psi} \operatorname{sen} \theta \cos \psi + \dot{\theta} \dot{\psi} \operatorname{sen} \psi \\ h_2 &= -\dot{\phi} \dot{\theta} \cos \theta \cos \psi + \dot{\phi} \dot{\psi} \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \psi + \dot{\theta} \dot{\psi} \cos \psi \\ h_3 &= \dot{\phi} \dot{\theta} \operatorname{sen} \theta\end{aligned}\tag{3.45}$$

y

$$\begin{aligned}g_1 &= (\dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi}) (\dot{\phi} \operatorname{sen} \theta \cos \psi - \dot{\theta} \operatorname{sen} \psi) \\ g_2 &= (\dot{\phi} \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \psi + \dot{\theta} \cos \psi) (\dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi}) \\ g_3 &= (\dot{\phi} \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \psi + \dot{\theta} \cos \psi) (\dot{\phi} \operatorname{sen} \theta \cos \psi - \dot{\theta} \operatorname{sen} \psi)\end{aligned}\tag{3.46}$$

(c) Momento de la fuerza de retroceso

Como ya se ha dicho en repetidas ocasiones, el movimiento de rotación, igual que el de traslación, está afectado por la fuerza de reacción producida por la *expulsión* de masa. Para que esto ocurra es necesario que el momento de la resultante de las fuerzas no gravitacionales con respecto al centro de masas no sea nulo. En la sección §3.2.1.1 se vio que el momento de la fuerza derivada de la sublimación de gas en un elemento de la superficie venía dado por la expresión 3.18. Considerando la contribución de toda la superficie tenemos

$$\mathbf{N} = \sum_{i=1}^{n_c} \mathbf{r}_i \wedge \mathbf{F}_{\text{NG},i}\tag{3.47}$$

donde n_c representa el número de celdas que constituyen la superficie, \mathbf{r}_i es el vector de posición del punto central de la celda y $\mathbf{F}_{\text{NG},i}$ la fuerza no-gravitacional derivada de la sublimación de gases en el elemento de superficie i (Ec. 3.17). De nuevo hay que tener en cuenta que \mathbf{N} , finalmente, debe estar expresado en el sistema de referencia fijo en el cuerpo.

Otra fuerza que le puede producir un momento neto no nulo al núcleo es la presión estática del gas sobre la superficie. En el presente modelo, como ya se ha dicho en varias ocasiones, no se ha considerado ese efecto. Por otro lado, el movimiento de rotación, como el de traslación, también puede estar afectado por las interacciones gravitacionales del núcleo con el Sol o con

planetas (ver por ejemplo Schutz, 1979). De nuevo, como uno de los objetivos en este trabajo es estudiar la evolución del estado rotacional como consecuencia de la producción de gas, no se han tenido en cuenta los efectos gravitatorios en los cálculos.

3.3 Núcleos irregulares

En la actualidad se conocen con suficiente precisión la forma de, aproximadamente, 20 cuerpos menores del Sistema Solar. La geometría superficial se ha obtenido bien mediante la aplicación de métodos de reconstrucción a partir de imágenes 2D, como es el caso de los satélites de Marte (Duxbury, 1989) y el caso del cometa Halley (Merenyi et al., 1990) o bien mediante técnicas de radar, como es el caso del asteroide Toutatis (Ostro et al., 1995).

Muinonen y Lagerros (1998), utilizando formas conocidas de cuerpos menores del Sistema Solar, mostraron que las llamadas *formas gaussianas aleatorias* podían simular la superficies de estos objetos. Las *formas gaussianas aleatorias* fueron utilizadas por primera vez por Peltonieni et al. (1989) para simular la dispersión de luz por partículas irregulares. Lo que caracteriza estas formas irregulares es que las coordenadas de los puntos que definen la superficie, los radios, son variables aleatorias que obedecen la estadística log-normal multivariada. Estas formas irregulares están totalmente caracterizadas por el radio medio, la desviación estándar de los radios y la función de covarianza de la distribución. Muinonen y Lagerros (1998), mediante un algoritmo de inversión y ajustando mediante *formas gaussianas aleatorias* la forma de los asteroides: 4 Vesta, 243 Ida, 951 Gaspra, 1620 Geografos, 4179 Toutatis y 4769 Castalia, la forma de los satélites de Marte Fobos y Deimos, la del satélite de Júpiter: Amaltea, la de los satélites de Saturno: Hyperion, Epimeteo, Jano y Prometeo y la del satélite de Neptuno: Proteo, encontraron que estos cuerpos presentaban una desviación estándar media en los radios que definen sus superficies de 0.235. Además, encontraron que se podía utilizar una función de covarianza común para caracterizar todos los cuerpos estudiados. Recientemente, Gutiérrez et al. (2001b) han mostrado que las formas gaussianas se pueden utilizar para reproducir y estudiar, al menos cualitativamente, las curvas de amplitud de la variación del brillo con el ángulo Sol-objeto-observador de los asteroides. Las observaciones muestran que estas curvas tienen un comportamiento lineal para ángulos sol-objeto-observador pequeños. Los objetos regulares no pueden reproducir ese comportamiento mientras que las formas gaussianas sí.

3.3.1 Formas gaussianas aleatorias

De manera muy simple, se puede decir que las formas gaussianas son deformaciones estocásticas de una esfera. Como ya se ha mencionado, la principal idea de estas formas irregulares es describir las coordenadas de los puntos que definen la superficie como variables aleatorias que obedecen la estadística log-normal multivariada. Es decir, representando la superficie de la forma irregular como un conjunto de N puntos cada uno de ellos correspondiente a unas coordenadas esféricas (θ, φ) , i.e.

$$\text{Superficie} \equiv \mathbf{r} = (r_1(\theta_1, \varphi_1), r_2(\theta_2, \varphi_2), \dots, r_N(\theta_N, \varphi_N)) \quad (3.48)$$

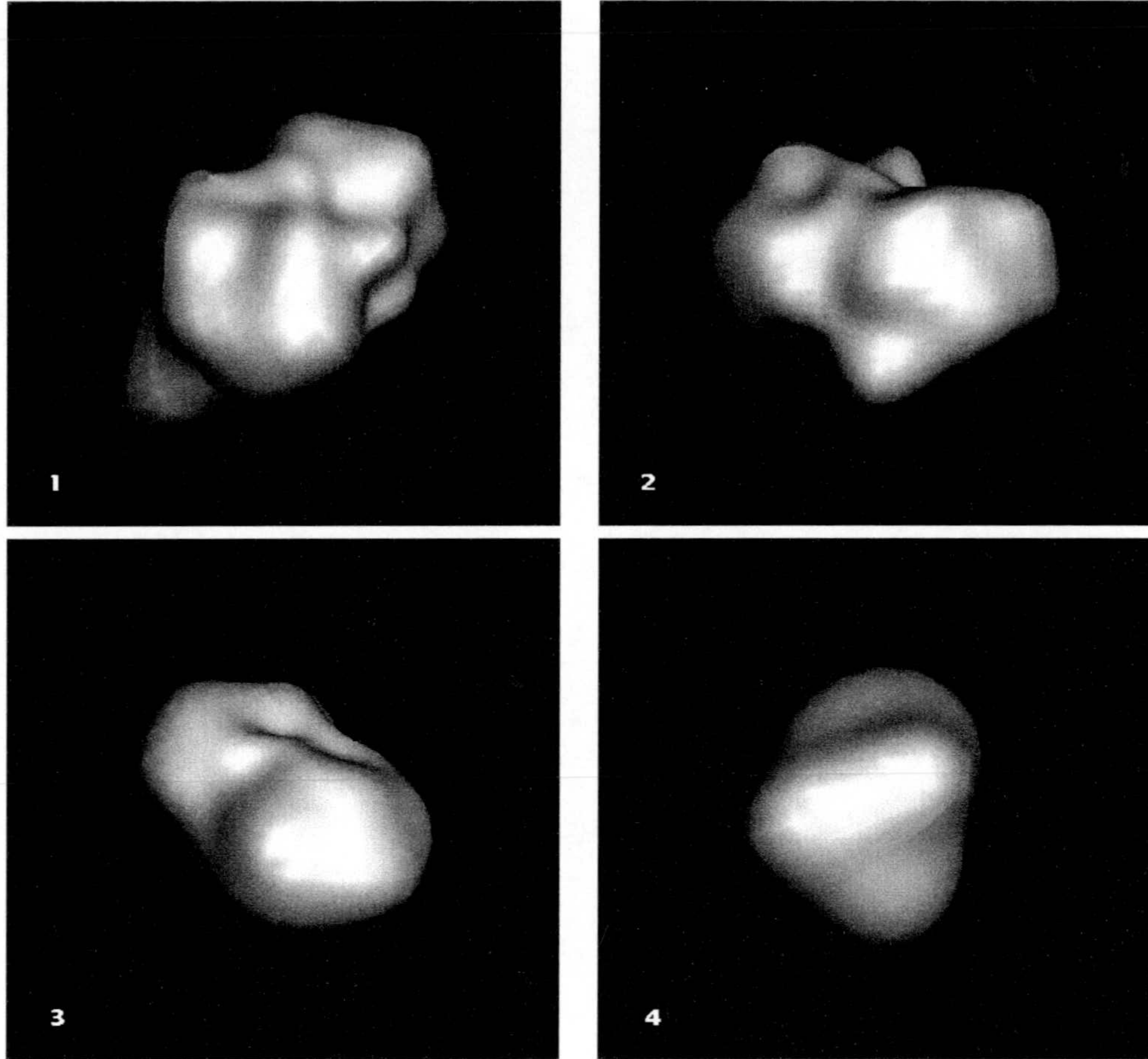


Fig. 3.2 Distintas *formas gaussianas aleatorias*. Los parámetros que caracterizan esas formas son: a) (arriba-izquierda) $\sigma = 0.25$, $\Gamma = 15^\circ$, $\omega = 0.2$; b) (arriba-derecha) $\sigma = 0.20$, $\Gamma = 15^\circ$, $\omega = 0.5$; c) (abajo-izquierda) $\sigma = 0.20$, $\Gamma = 15^\circ$, $\omega = 0.2$; d) (abajo-derecha) $\sigma = 0.25$, $\Gamma = 40^\circ$, $\omega = 0.1$. Todas tienen radio medio 1 km.

cuya distancias, r_i , con respecto a un origen tienen medias a y varianzas $\sigma^2 a^2$, las N variables s_i , tales que

$$s_i = \ln \left(\frac{\sqrt{1 + \sigma^2} r_i}{a} \right) \quad (3.49)$$

siguen una función de distribución normal multivariada, i.e.,

$$n_N = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^N \sqrt{\det \Sigma_s}} \exp \left(-\frac{1}{2} \mathbf{s}^T \Sigma_s^{-1} \mathbf{s} \right) \quad (3.50)$$

el superíndice T indica transpuesto y Σ_s es la matriz de covarianza. Los elementos de la matriz de covarianza son el producto de la varianza β_i^2 de las variables s_i por la función de correlación,

$$\Sigma_{s,jk} = \beta^2 C_{s,jk} \quad (3.51)$$

Se puede comprobar fácilmente que la varianza β^2 de s_i y los elementos de esta matriz de covarianza se relacionan con los respectivos valores de la distribución de radios como

$$\begin{aligned} \beta^2 &= \ln(1 + \sigma^2) \\ \Sigma_{s,jk} &= \ln\left(1 + \frac{\Sigma_{r,jk}}{a^2}\right) = \ln(1 + \sigma^2 C_{r,jk}) \end{aligned} \quad (3.52)$$

donde $C_{r,jk}$ es la función de correlación para los radios.

De esta manera, la superficie queda caracterizada por dos parámetros, la media de los radios, a , la varianza, $\sigma^2 a^2$ y una función, la función de correlación C_r . Muinonen (1998) muestra que una función de correlación que depende únicamente de la distancia angular entre los puntos, puede utilizarse para generar formas tridimensionales que simulan de manera realista la forma de los asteroides. Esta función de correlación, para las variables s_i tiene la expresión general

$$C_{s,jk} = C_s(\gamma_{jk}) = \omega C_2(\gamma_{jk}) + (1 - \omega) P_2(\gamma_{jk}) \quad (3.53)$$

donde γ_{jk} es la distancia angular entre los puntos j y k , $\omega \in [0, 1]$ es un peso normalizado, P_2 es el polinomio de Legendre de segundo grado y

$$C_2(\gamma_{jk}) = \exp\left(-\frac{2}{l^2} \text{sen}^2\left(\frac{\gamma_{jk}}{2}\right)\right) \quad (3.54)$$

donde

$$l = 2 \text{sen}\left(\frac{\Gamma}{2}\right) \quad (3.55)$$

siendo Γ el ángulo de correlación. Se puede ver que l , la longitud de correlación está directamente relacionada con la desviación estándar de la distribución de pendientes en la superficie del objeto.

El primer término de la función dada en la expresión 3.53 proporciona una fuerte correlación entre los valores de radios cuya distancia angular es pequeña. Por otro lado, el segundo término, es decir, P_2 , establece una correlación entre radios que difieren aproximadamente 180° tendiendo a favorecer la elongación de las formas. Por tanto, el peso ω nos permite controlar la elongación del objeto.

Eligiendo la función de correlación dada por la expresión 3.53 las *formas gaussianas* quedan totalmente caracterizadas mediante 4 parámetros: la media de los radios, a , la varianza, $\sigma^2 a^2$, el ángulo de correlación Γ y el peso ω .

Las *formas gaussianas aleatorias* pueden ser generadas utilizando una expansión en serie en armónicos esféricos de las variables s_i . Es decir, si

Tabla 3.2 Características de los objetos de la figura 3.2 numerados de izquierda a derecha y de arriba a abajo. Todos los parámetros han sido estimados para una discretización de la superficie en 1520 celdas triangulares (20 intervalos en latitud por 40 en longitud). Los momentos principales de inercia han sido estimados asumiendo densidad uniforme.

	OBJETO 1	OBJETO 2	OBJETO 3	OBJETO 4
RADIO: (m)	1000	1000	1000	1000
VOLUMEN: (m^3)	$4.56 \cdot 10^9$	$5.09 \cdot 10^9$	$4.98 \cdot 10^9$	$6.19 \cdot 10^9$
VOL/VOL ESFERA:	1.09	1.22	1.20	1.47
ÁREA (m^2):	$1.52 \cdot 10^7$	$1.63 \cdot 10^7$	$1.58 \cdot 10^7$	$1.74 \cdot 10^7$
ÁREA/ÁREA ESFERA:	1.21	1.30	1.26	1.38
AUTOCALENTAMIENTO:	$1.96 \cdot 10^{-2}$	$3.31 \cdot 10^{-2}$	$8.0 \cdot 10^{-3}$	$1.33 \cdot 10^{-3}$
MOM. PRINCIPALES DE INERCIA ($/(masa \cdot radio^2)$)				
$I_x:I_y:I_z$	0.32:0.56:0.61	0.40:0.51:0.59	0.33:0.63:0.74	0.42:0.64:0.70

$$s_i = s(\theta_i, \varphi_i) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l P_l^m(\cos(\theta_i)) (a_{lm} \cos(m\varphi_i) + b_{lm} \sin(m\varphi_i)) \quad (3.56)$$

donde P_l^m son las funciones asociadas de Legendre, se puede demostrar (Lamberg et al., 1997) que si los coeficientes a_{lm} y b_{lm} son variables gaussianas aleatorias independientes con medias igual a cero y varianzas

$$Var(a_{lm}) = Var(b_{lm}) = (2 - \delta_{m0}) \frac{(l-m)!}{(l+m)!} c_l \beta^2 \quad (3.57)$$

las variables s_i (Ec. 3.52 o Ec. 3.56), verifican la distribución normal multivariada con medias 0, varianzas β^2 y una función de correlación cuya expansión en serie de polinomios de Legendre tiene los coeficientes c_l . Los coeficientes de la expansión en serie de polinomios de Legendre de la función de correlación elegida (Ec. 3.53) son

$$c_l = \omega (2l+1) \exp(-\kappa) i_l(\kappa) + \delta_{m2} (1.0 - \omega) \quad (3.58)$$

donde i_l son las funciones esféricas de Bessel modificadas y

$$\kappa = \left(\frac{1}{4 \sin^2(\Gamma/2)} \right) \quad (3.59)$$

siendo Γ el ángulo de correlación.

En la práctica, el procedimiento para generar una *forma gaussiana aleatoria* sería el siguiente. En primer lugar truncar las series hasta un grado l_{max} suficientemente elevado para mantener precisión en la forma generada. Una vez elegidos los parámetros que definen la forma (a , $\sigma^2 a^2$, Γ y ω), β se calcula mediante la ecuación 3.52. Se generan números aleatorios con distribución normal de media cero y una varianza dada por la expresión 3.57, la cual se calcula haciendo uso

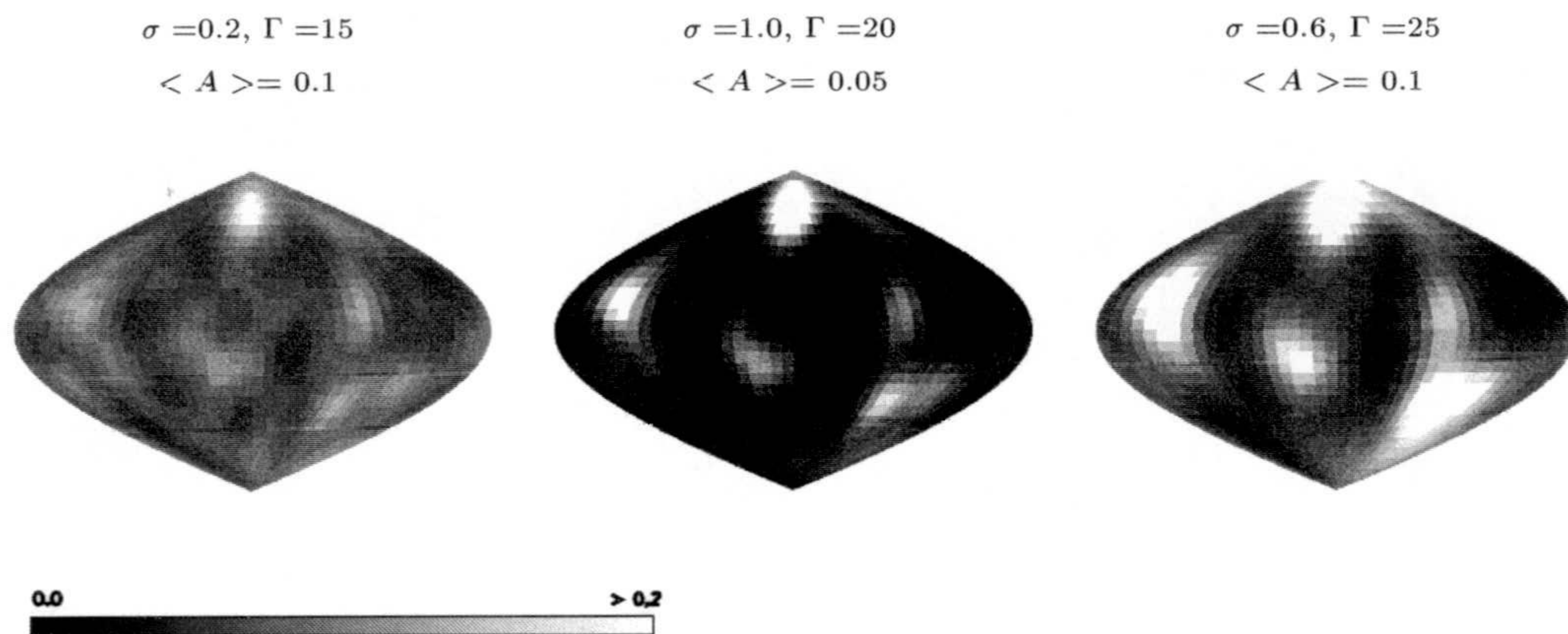


Fig. 3.3 Proyecciones sinusoidales de distintas distribuciones de albedo

de los coeficientes 3.58. Esos números aleatorios son los coeficientes a_{lm} y b_{lm} de la expresión 3.56 que nos proporciona el valor de las variables $s(\theta, \phi)$. Mediante la ecuación 3.49 se obtiene $r(\theta, \phi)$

En la figura 3.2 se muestran distintas formas gaussianas que han sido generadas mediante el procedimiento descrito.

3.4 Distribuciones de albedo, emisividad y fracción de área ocupada por hielo en la superficie.

Las distribuciones de albedo, emisividad y fracción de área de hielo sobre la superficie se pueden generar de manera similar a como se han construido las formas irregulares. Es decir, las heterogeneidades superficiales se describen mediante una función de distribución log-normal multivariada. Así, el valor local del albedo viene definido por

$$A(\theta, \phi) = \frac{\langle A \rangle}{\sqrt{1 + \sigma_A}} \exp(s(\theta, \phi)) \quad (3.60)$$

donde $\langle A \rangle$ es el albedo medio, $\sigma_A^2 \langle A \rangle^2$ la varianza y s verifica las propiedades que han sido descritas anteriormente. Como la superficie, estas distribuciones están caracterizadas por $\langle A \rangle$, σ y Γ (para las funciones de distribución que proporcionan las propiedades superficiales se ha elegido siempre $\omega = 0$). Si el valor del albedo medio es muy bajo, para un amplio intervalo de valores de σ , todos los puntos de la distribución están comprendidos en el intervalo $[0,1]$.

De la misma manera, se pueden generar también distribuciones de fracción de área ocupada por hielo sobre la superficie. Si el valor medio de f es alto, para asegurarnos que todos los puntos están en el intervalo $[0,1]$, la función de distribución de f se puede definir como

$$f(\theta, \phi) = 1 - q(\theta, \phi) \quad (3.61)$$

con q verificando la función de distribución log-normal multivariada con valor medio $1-\langle f \rangle$

En la figura 3.3 se muestran distintos ejemplos de distribuciones de albedo generadas de la manera descrita. Todas esas distribuciones tienen una *apariencia* similar, es decir, las *manchas* más brillantes están localizadas en las mismas coordenadas cometocéntricas. Ello es porque todas esas figuras están generadas con la misma semilla de la secuencia de números aleatorios. Se ha hecho así para que se vea mejor el efecto de los parámetros estadísticos.

3.5 Resumen de las características del modelo

El modelo que se ha descrito tiene como principal característica el que considera que los núcleos de los cometas son cuerpos irregulares que rotan. En este sentido se puede decir que el modelo es *tridimensional*. La complejidad y la lentitud de cálculo introducida por la tridimensionalidad y la alta resolución temporal de los procesos considerados en la producción de gas hacen necesario el sacrificio de algunos procesos físicos, sobre todo los relacionados con la interacción atmósfera-superficie. En ese sentido, el modelo propuesto constituye una primera aproximación a un modelo totalmente realista. Hasta la fecha se han desarrollado varios modelos que podemos llamar *tridimensionales*, es decir, la sublimación se produce en un cuerpo con forma tridimensional que rota y se mueve por el espacio. En la figura 3.4 se presenta un resumen de estos modelos y sus principales características, incluyendo el modelo que se ha descrito en este capítulo y que llamamos *modelo IAA*. En todos estos modelos, la producción de agua tiene lugar en la superficie del hielo aunque algunos, además, incluyen la sublimación sub-superficie. Igualmente, todos incluyen la difusión del calor en la dirección normal a la superficie. En este resumen no están incluidos los modelos en los que se considera que el cuerpo es un rotador rápido sólo en latitudes.

<i>Modelo</i>	<i>Forma del núcleo</i>	<i>Composición del núcleo</i>	<i>Balace energético</i>	<i>Estructura y Propiedades superficiales</i>	<i>Efec no-grav.</i>	<i>Otras características</i>
Weissman y Kieffer (1981)	Esférica	Hielo de H ₂ O	Incluye una parametrización del efecto de la ^{coma}	Propiedades uniformes	No	Rotación y movimiento orbital no acoplados.
Rickman y Froeschlé (1983)	Esférica	Hielo de H ₂ O, CO ₂ y polvo	Acoplamiento térmico hielo-polvo	Uniformes	Sí, en mov orbital	
Fanale y Salvail (1984)	Esférica	Hielo de H ₂ O y polvo	Se definen dos balances: con y sin manto de polvo.	Se forman mantos en determinadas zonas pero las propiedades de la superficie del hielo son constantes y uniformes.	No	Rotación y movimiento orbital no acoplados.
Enzian et al. (1997)	Esférica	Hielos de H ₂ O y CO y polvo	Acoplamiento térmico polvo-hielo y recondensación parametrizada. Difusión térmica bidimensional. Transporte de gas y calor a través de poros.	Prop uniformes.	No	Incluye erosión de la superficie. Enzian et al. (1999) es un versión simplificada aplicada a Wirtanen.
Colwell (1997)	Elipsoide biaxial. Esfera con cráteres	Hielo de H ₂ O	En los cráteres se incluye autocalentamiento y calentamiento por colisiones del gas	Uniformes	No	Es el primer modelo que trata la geometría no esférica.
Benkhoff (1999)	Una zona sobre una esfera cuyo ángulo cenital cambia con la rotación	Hielos de H ₂ O, CO ₂ , CO, CH ₄ , CH ₃ OH, NH ₃ , HCN, C ₂ H ₂ , H ₂ S.	Transporte de gas y calor a través de poros.	Uniforme	No	Incluye la posibilidad de tener un manto de espesor fijo.
Julian et al. (2000)	5 zonas sobre un elipsoide definidas por una normal a la superficie y un factor de peso para el área.	Hielo de H ₂ O	Sublimación superficial	La producción procede sólo de áreas discretas con prop uniformes.	No	Rotación en estado excitado.
Modelo IAA (2001)	Geometría irregular. Formas gaussianas aleatorias.	Hielo de H ₂ O y polvo	Acoplamiento térmico hielo-polo. Se incluye autocalentamiento y parametrización de la recondensación.	No homogéneo en albedo, emisividad y área ocupada por el hielo.	Sí, en rotación y mov orbital	

Fig. 3.4 Modelos tridimensionales

3.6 Cálculo numérico

El modelo y los procesos físicos que se han descrito anteriormente se han representado en un programa informático desarrollado en código FORTRAN. Este programa nos permite realizar numéricamente los cálculos involucrados en el movimiento y en la producción de agua. En adelante la palabra modelo se utiliza indistintamente para referirnos tanto al propio modelo como a su representación informática.

Las formas geométricas se representan dando las coordenadas de los puntos de la superficie correspondientes a los nudos o intersecciones de un mallado regular en latitud y longitud esféricas. El origen del sistema de referencia de estas coordenadas es el centro de masas del cuerpo y sus ejes son paralelos a las direcciones principales de inercia. El eje Z coincide con la dirección de máximo momento de inercia y el eje X con la de mínimo. Cada celda definida por el mallado es dividida por su diagonal en dos triángulos, los cuales, al ser planos, tienen su normal bien definida. De aquí en adelante, utilizaremos la palabra celda para referirnos a uno de los triángulos que constituyen la superficie. Como estas celdas o triángulos representan el elemento de superficie más pequeño, las integraciones sobre la superficie se aproximan mediante sumatorias.

En las siguientes secciones se describen cómo se realizan todos los cálculos y algunas de las comprobaciones que se han realizado.

3.6.1 Sistemas de referencia

Antes de comenzar con los procedimientos numéricos y las aproximaciones que ellos conllevan, es necesario definir los sistemas de referencia con los que se va a trabajar.

Tenemos un sistema de referencia en el espacio centrado en el Sol y con respecto al cual se da la posición del centro de masas del núcleo. A este sistema lo llamamos SR_o . El código desarrollado utiliza el sistema eclíptico como sistema de referencia SR_o^\dagger . Definimos otro sistema de referencia en el espacio, SR_1 , cuyo origen es el centro de masas del cuerpo, sus ejes son paralelos a los del sistema SR_o y se mueve como lo hace el centro de masas. La transformación de coordenadas, en un instante t , entre el sistema SR_o y el sistema SR_1 viene dada por la ecuación

$$\mathbf{r}_{SR_o} = \mathbf{r}_{SR_1} + \mathbf{r}_{cm,SR} \quad (3.62)$$

Otro sistema de referencia, SR_f , es el fijo en el cuerpo. Como ya se ha dicho, este sistema tiene su origen en el centro de masas y sus ejes paralelos a las direcciones principales de inercia. Cuando el cuerpo rota alrededor de la dirección definida por el eje Z está en su estado de mínima energía rotacional. Cuando lo hace alrededor de la dirección del eje X, la energía rotacional es máxima. Este sistema de referencia rota como lo hace el cuerpo en el sistema de referencia SR_1 . Por tanto, la transformación de coordenadas entre SR_f y SR_1 viene dada por la ecuación

[†]El sistema Eclíptico es un sistema de referencia cartesiano cuyo eje Z es perpendicular al plano de la eclíptica, el cual coincide con el plano de la órbita de la Tierra alrededor del Sol. El eje X del Sistema Eclíptico está dirigido hacia el punto de Aries Υ y el eje Y es ortonormal a los anteriores.

3.32

$$(\mathbf{x})_{SR_1} = \tilde{\mathbf{A}}^T \cdot (\mathbf{x})_{SR_f}^T \quad (3.63)$$

donde el superíndice T significa traspuesto y la matriz A viene dada por la expresión 3.35.

Finalmente, definimos un sistema de referencia SR_c para cada celda triangular que constituye la superficie del cuerpo. Este sistema está fijo en el cuerpo y su origen es un punto perteneciente al plano definido por el triángulo. El eje Z es paralelo a la dirección normal al plano (a la superficie) y los otros dos ejes están orientados de tal manera que definen un sistema ortonormal. Lógicamente, la transformación entre este sistema de referencia y cualquiera de los descritos previamente es una traslación más una rotación.

3.6.2 Cálculo de la posición

La ecuación de movimiento del centro de masas (Ec. 3.30) es una ecuación diferencial ordinaria de segundo orden. Los problemas que involucran ecuaciones diferenciales de orden mayor o igual que dos pueden reducirse a resolver un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden. Concretamente resolver la ecuación (Ec. 3.30) es equivalente a resolver el sistema

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{r}}{dt} &= \mathbf{v} \\ \frac{d\mathbf{v}}{dt} &= -G(m_s + m_{nu}) \frac{\mathbf{r}}{r^3} + \frac{\mathbf{F}_{NG}}{m_{nu}} \end{aligned} \quad (3.64)$$

es decir, un sistema de dos ecuaciones diferenciales ordinarias (vectoriales) con dos variables dependientes, \mathbf{r} y \mathbf{v} , y el tiempo, t , como variable independiente. Escalarmente, lo que se tiene son 6 ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.

Conocidas las condiciones iniciales, existen muchos métodos para resolver numéricamente el anterior sistema de ecuaciones (ver Press et al., 1992). Para realizar los cálculos numéricos se ha implementado el método de Runge-Kutta de cuarto orden como es descrito en Press et al. (1992). El error en el cálculo de las variables dependientes mediante este método está por debajo de la 5 potencia del valor elegido para el desplazamiento finito del tiempo.

Las condiciones iniciales se calculan a partir de los parámetros que caracterizan la órbita de estudio utilizando las expresiones dadas en el apéndice B. En este trabajo se ha supuesto una órbita representativa de los cometas de la familia de Júpiter caracterizada por una excentricidad de 0.6 y un semieje mayor de 3.5 UA. Para el estudio del efecto de las fuerzas no-gravitacionales se ha considerado la órbita del Wirtanen, cuyos elementos orbitales se han tomado del *Catalog of Cometary Orbits* de Marsden y Williams (1999).

Como se puede ver, el planteamiento y la resolución de la ecuación diferencial son independientes del sistema de referencia elegido siempre y cuando éste sea cartesiano. Como se tiene en cuenta que el movimiento puede estar afectado por una fuerza no-gravitacional con componente normal al plano orbital, la elección de un sistema de referencia en el espacio con los ejes contenidos en el plano orbital no simplifica los cálculos. Como se ha dicho, el sistema

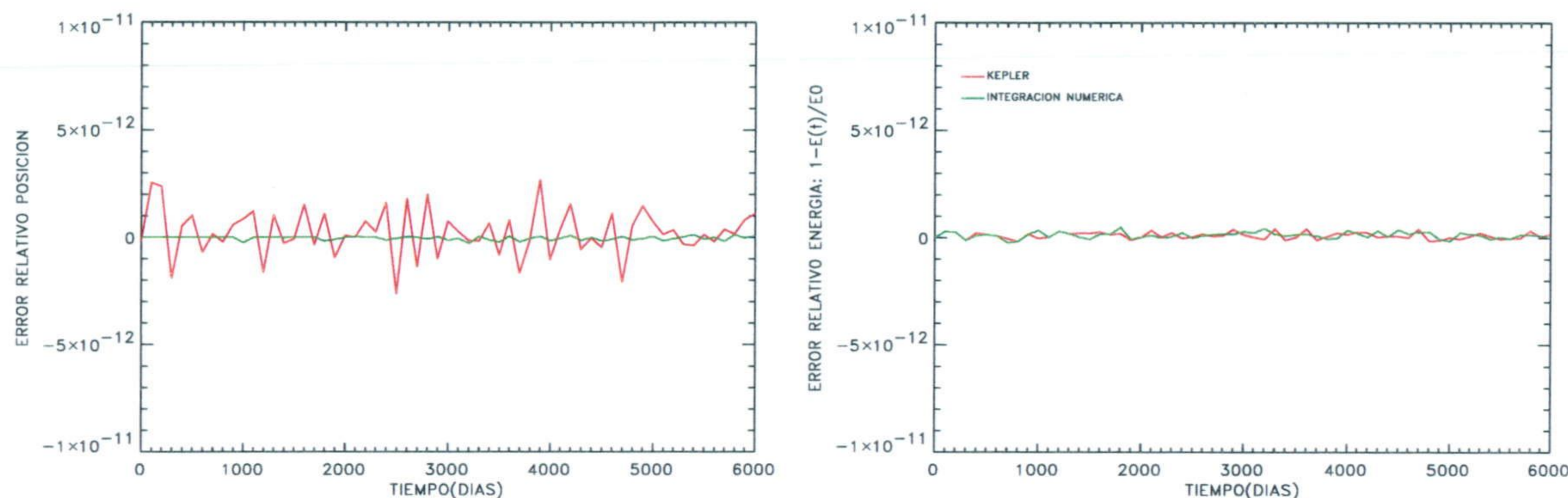


Fig. 3.5 *Izquierda:* La línea verde muestra el error relativo de la posición del núcleo obtenida mediante la integración numérica de la ecuación 3.30 (o del sistema 3.65) comparada con la posición obtenida a partir las ecuaciones de Kepler (Ecs. 3.65 y 3.66) resueltas con el método de Newton-Raphson. La línea roja muestra el error relativo en la posición obtenida mediante la resolución de las ecuaciones de Kepler por dos métodos diferentes, el método de la secante y el de Newton-Raphson. *Derecha:* Conservación de la energía en la integración numérica (verde) y en la resolución de las ecuaciones de Kepler mediante el método de Newton-Raphson (rojo).

de referencia en el espacio elegido ha sido el sistema eclíptico. En consecuencia, las condiciones iniciales obtenidas a partir de los elementos orbitales se deben expresar en el Sistema Eclíptico.

Se han hecho varias pruebas para establecer la fiabilidad del integrador. El primer grupo de pruebas ha consistido en comparar la solución numérica que proporciona el integrador sin considerar la perturbación no-gravitacional con la solución del problema de los dos cuerpos. La relación entre el tiempo y la distancia radial, o la anomalía excéntrica ψ , en el problema de los dos cuerpos, cuando la órbita es elíptica, viene dada por la ecuación de Kepler (ver e.g. Goldstein 1988). Esta ecuación es

$$t = \sqrt{\frac{a^3}{Gm_s}} \int_0^\psi (1 - e \cdot \cos(\psi)) d\psi = \sqrt{\frac{a^3}{Gm_s}} (\psi - e \cdot \text{sen}(\psi)) \quad (3.65)$$

donde a es el semieje mayor de la órbita, e su excentricidad y la anomalía excéntrica, ψ , se relaciona con la distancia radial mediante

$$r = a(1 - e \cos \psi) \quad (3.66)$$

También se sabe que la energía, constante del movimiento, depende de los elementos orbitales como

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{Gm_s m_{nu}}{r} = -\frac{Gm_s m_{nu}}{2a} \quad (3.67)$$

Para comprobar el funcionamiento del integrador se han utilizado distintos conjuntos de elementos orbitales, para un tiempo de referencia dado, elegidos arbitrariamente. Por un lado se ha obtenido la posición orbital como función del tiempo mediante el conjunto de ecuaciones 3.65 y 3.66. La ecuación no lineal 3.65 ha sido resuelta por dos métodos diferentes, el de

la secante y el de Newton-Raphson (Press et al., 1992). Por otro lado, con las condiciones iniciales derivadas de los parámetros orbitales, se ha integrado el sistema 3.65 con el método de Runge-Kutta de cuarto orden. La comparación ha resultado muy positiva obteniéndose errores relativos por debajo de 10^{-12} .

La figura 3.5 muestra una de las comparaciones. El cálculo de la posición corresponde a la de un objeto en una órbita similar a la de los cometas de la familia de Júpiter. Se ha elegido un semieje mayor $a=3.5$ UA y una elipticidad $e=0.6$. La longitud del nodo ascendente (ω), el argumento del perihelio (Ω) y la inclinación de la órbita (i) son, respectivamente, 150° , 120° y 15° . La integración numérica se ha realizado con un paso temporal de 100 seg. En el gráfico de la izquierda de la figura 3.5, la línea verde muestra la cantidad

$$1 - \frac{r_{rk}(t)}{r_{k,NR}(t)} \quad (3.68)$$

donde r_{rk} es la posición obtenida mediante el integrador de Runge-Kutta y $r_{k,NR}$ es la posición obtenida a partir de las ecuaciones de Kepler resueltas utilizando el método de Newton-Raphson. Se simuló un período de 6000 días para ver si el integrador era estable en el tiempo. Como se ve el resultado fue muy positivo. La línea roja mostrada en ese gráfico representa la cantidad

$$1 - \frac{r_{k,Sec}(t)}{r_{k,NR}(t)} \quad (3.69)$$

donde $r_{k,Sec}$ es la posición obtenida a partir de las ecuaciones de Kepler resolviendo la ecuación 3.65 mediante el método de la secante, menos preciso que el de Newton-Raphson. Estos cálculos se hicieron para establecer la confianza en la resolución de las ecuaciones de Kepler.

El gráfico de la derecha de la figura 3.5 muestra la cantidad

$$1 - \frac{E(t)}{E(0)} = 1 - \frac{0.5v^2(t) - Gm_s/r(t)}{0.5v^2(0) - Gm_s/r(0)} \quad (3.70)$$

para los dos esquemas de resolución utilizados. La línea verde corresponde a la integración numérica y la línea roja a la resolución directa de las ecuaciones de Kepler. Se puede ver que la resolución mediante el método de Runge-Kutta conserva la energía, dentro del error numérico, durante todo el tiempo de integración.

Otro tipo de pruebas que se hicieron para establecer la fiabilidad del integrador numérico fue calcular la posición y velocidad cuando el centro de masas se movía, además de por la interacción gravitatoria con el Sol, bajo la acción de fuerzas no-gravitacionales como las del modelo estándar (ver sección §2.5, Ec. 2.11). A partir de la posición y velocidad obtenida mediante la resolución numérica de la ecuación de movimiento y mediante las fórmulas dadas en el apéndice B se pueden obtener los elementos orbitales en cada instante. Lo que se comprobó es si la diferencia de los elementos orbitales en un instante dado con respecto a los elementos iniciales verificaban las ecuaciones gaussianas de cambio de los elementos orbitales, ecuaciones 2.2...2.7, que nos proporcionan los cambios en los elementos orbitales integrando directamente las fuerzas no gravitacionales. En la figura 3.6 se muestra un ejemplo de la comparación. Los elementos orbitales iniciales eran $a = 3.5$ UA, $e = 0.6$, $\omega = 170^\circ$, $\Omega = 120^\circ$ e $i = 10^\circ$. El centro de masas estuvo sometido a una fuerza no-gravitacional (modelo estándar) definida por $A_1 =$

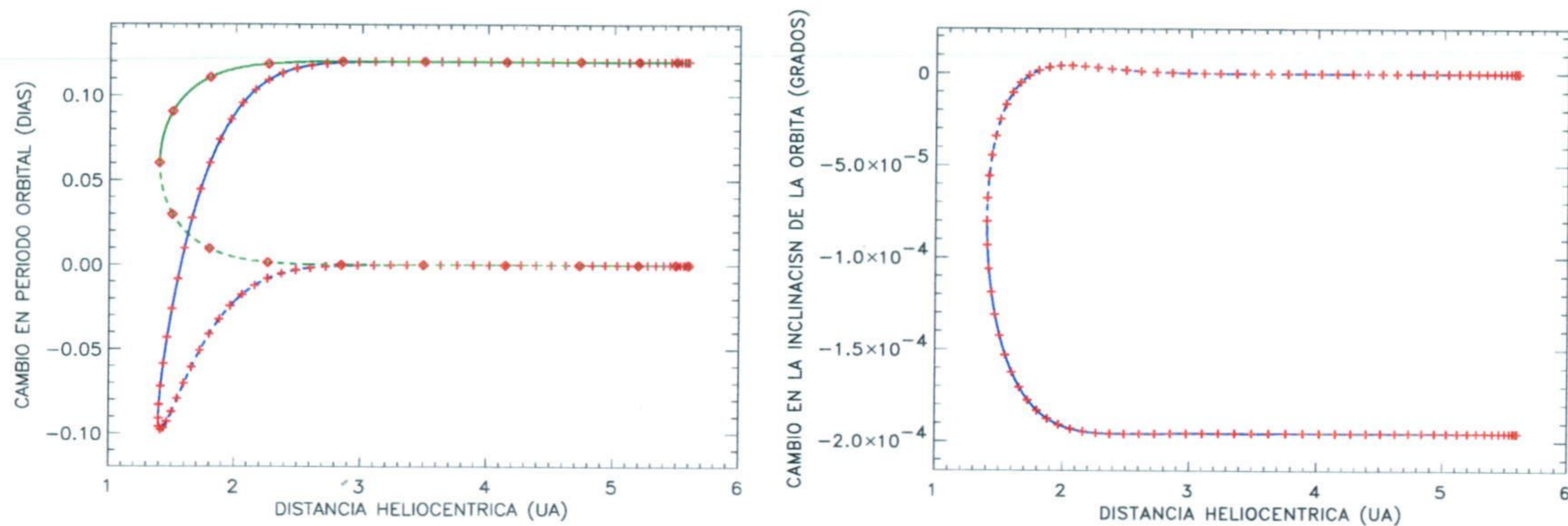


Fig. 3.6 Cambios en el período (izquierda) y en la inclinación (derecha) de la órbita cuando el centro de masas se encuentra sometido a una fuerza no-gravitacional (modelo estándar) caracterizada por $A_1 = 10^{-8} \text{ UA dia}^{-2}$, $A_2 = 10^{-9} \text{ UA dia}^{-2}$ y $A_3 = 10^{-9} \text{ UA dia}^{-2}$. Los valores iniciales de la órbita están dados en el texto. La línea azul (en ambos gráficos) muestra el cambio calculado a partir de la posición y velocidad obtenidos mediante la resolución numérica de la ecuación de movimiento. Las cruces rojas son el cambio obtenido mediante la integración de las ecuaciones gaussianas (Ecs. 2.2...2.7). Las líneas de trazos representan el cambio pre-perihelio y las líneas continuas el cambio post-perihelio. En el gráfico de la izquierda, la línea verde y los rombos rojos representan, respectivamente, lo mismo que la línea azul y las cruces rojas pero considerando $A_1 = 0.0$.

$10^{-8} \text{ UA dia}^{-2}$, $A_2 = 10^{-9} \text{ UA dia}^{-2}$ y $A_3 = 10^{-9} \text{ UA dia}^{-2}$, lo que son valores normales en el movimiento no-gravitacional de los cometas. En el gráfico de la izquierda de la figura 3.6 se muestra el cambio en el período orbital, lo que nos permite establecer la fiabilidad en el cálculo del efecto de las componentes radial y transversal de la fuerza no-gravitacional. La línea azul muestra el cambio calculado a partir de la posición y velocidad obtenidos mediante la resolución numérica de la ecuación de movimiento y las cruces rojas son el cambio obtenido mediante la integración dada en la ecuación 2.2. La línea verde y los rombos rojos representan lo mismo que la línea azul y las cruces rojas, pero en ese caso el valor de A_1 es cero. Este caso se ha representado para ver que la componente radial de la fuerza no-gravitacional, si se considera el cambio final después de una órbita completa, no produce ningún efecto. En ese gráfico se puede ver que la concordancia es muy buena. El comportamiento del integrador numérico de la posición y velocidad bajo el efecto de la componente normal de la fuerza no-gravitacional se puede ver en el gráfico de la derecha de la figura 3.6. En ese gráfico se muestra el cambio en la inclinación de la órbita calculado a partir de la posición y velocidad obtenidos numéricamente (línea azul) y el cambio obtenido mediante la integración de la ecuación 2.6 (cruces rojas). Se puede ver que la concordancia, igual que anteriormente, es muy buena.

3.6.3 Resolución de las ecuaciones de Euler. Comprobaciones del integrador numérico

Para la resolución de las ecuaciones de Euler se utiliza un esquema similar al utilizado en la resolución de la ecuación de movimiento del centro de masas. Es decir, con las ecuaciones

3.44 a 3.47 se construye un sistema acoplado de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden que se resuelve, en este caso, mediante el método de Bulirsch-Stoer con la técnica de paso adaptativo, tal y como es descrito en Press et al. (1992). Este método fue el empleado por Peale y Lissauer (1989). Como las ecuaciones de movimiento de la rotación se resuelven directamente en términos de los ángulos de Euler y de sus derivadas, se necesitan 6 condiciones iniciales.

Como se puede ver en la sección §3.2.4.2(b), las ecuaciones diferenciales de Euler en su forma 3.44 presentan una singularidad en $\sin(\theta) = 0$. Este hecho puede provocar que la resolución de manera continua falle si el ángulo θ del convenio ZXZ pasa por la singularidad o está cerca de ella. Para evitar este problema lo que se ha hecho, como hicieron Peale y Lissauer (1989), es trabajar con dos conjuntos de ángulos de Euler simultáneamente. Uno es el descrito en la sección §3.2.4.2(a) y que se ha llamado convenio ZXZ. El otro sistema de ángulos viene definido por 3 rotaciones de las cuales las dos primeras son iguales que en el convenio ZXZ y la tercera, en vez de ser alrededor del último eje Z, es alrededor del último eje Y. Siguiendo la misma notación, este convenio se puede llamar convenio ZXY. En el apéndice A se dan las componentes de la velocidad y la expresión de las ecuaciones de Euler en términos de los ángulos del convenio ZXY así como las formulas de conversión para los ángulos y sus velocidades entre los dos convenios. En ese apéndice se puede ver que las ecuaciones de Euler en este nuevo sistema presentan una singularidad cuando $\cos(\theta) = 0$. De manera práctica, lo que se hace durante la resolución de la ecuación de movimiento de la rotación es comprobar si el valor del ángulo θ del sistema con el que se está resolviendo la ecuación se encuentra cerca de su singularidad. Si es así, automáticamente se cambia al otro sistema o convenio de ángulos. Los límites se han puesto de la siguiente manera

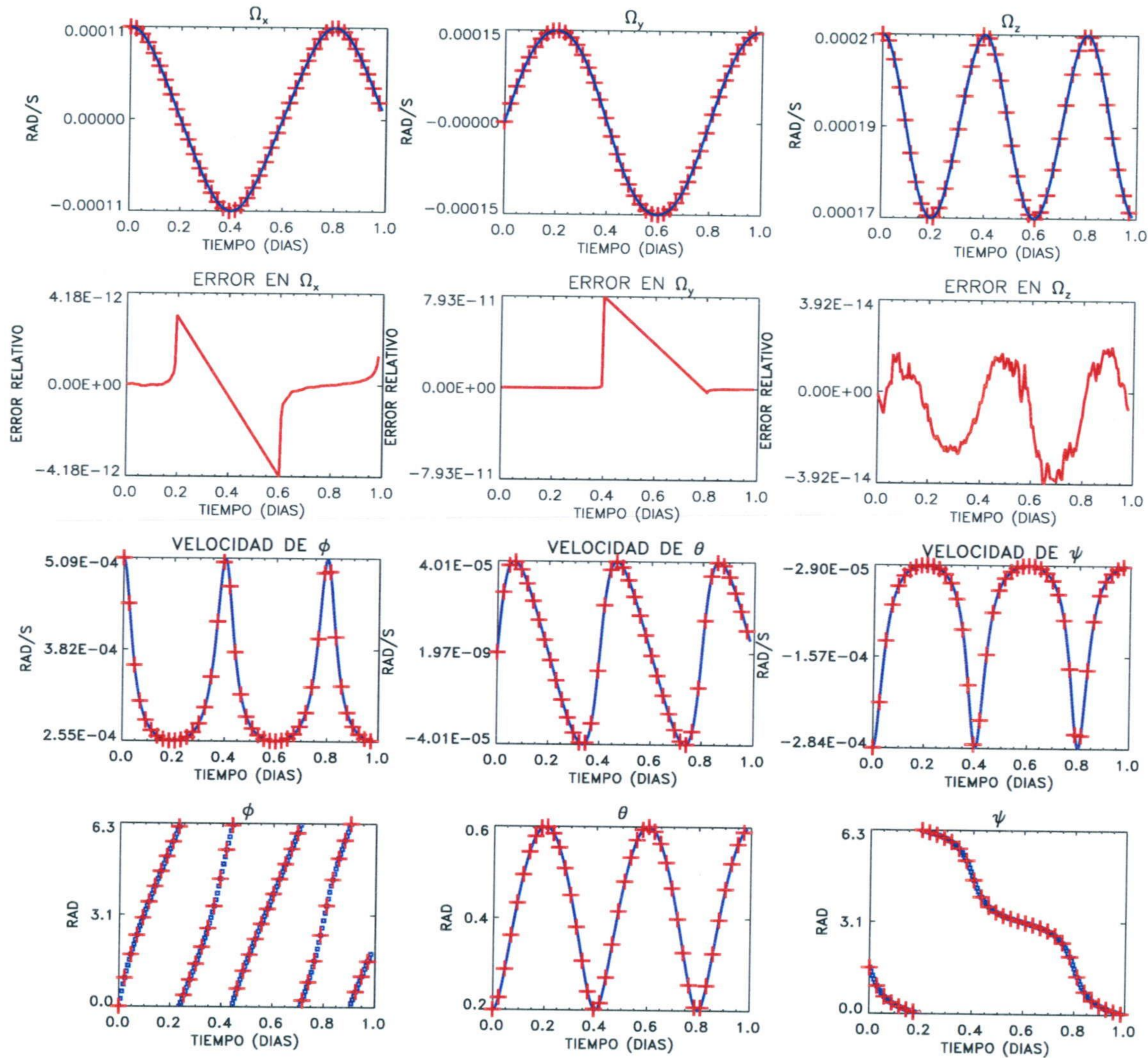
$$\begin{aligned} \text{si } \quad \text{abs}(\cos(\theta_{ZXY})) \leq 0.3 &\rightarrow \text{cambia a resolución en ZXZ} \\ \text{si } \quad \text{abs}(\sin(\theta_{ZXZ})) \leq 0.3 &\rightarrow \text{cambia a resolución en ZXY} \end{aligned} \quad (3.71)$$

Al igual que en los casos anteriores se han realizado diversas pruebas para establecer la fiabilidad del integrador en la resolución de las ecuaciones de Euler.

En primer lugar se ha comprobado el comportamiento del integrador resolviendo la rotación libre, es decir, en ausencia de momento. Sabemos que en el caso de rotación libre (ver por ejemplo Landau y Lifshitz, 1976) las componentes de la velocidad de rotación en el sistema de referencia del cuerpo se pueden expresar en términos de las funciones elípticas de Jacobi. Para el caso en el que los tres momentos de inercia verifican $I_x < I_y < I_z$ se puede comprobar que en ausencia de momento de fuerzas

$$\begin{aligned} \Omega_x &= \sqrt{\frac{2EI_z - L^2}{I_x(I_z - I_x)}} \text{cn}\tau \\ \Omega_y &= \sqrt{\frac{2EI_z - L^2}{I_y(I_z - I_y)}} \text{sn}\tau \\ \Omega_z &= \sqrt{\frac{L^2 - 2EI_x}{I_z(I_z - I_x)}} \text{dn}\tau \end{aligned} \quad (3.72)$$

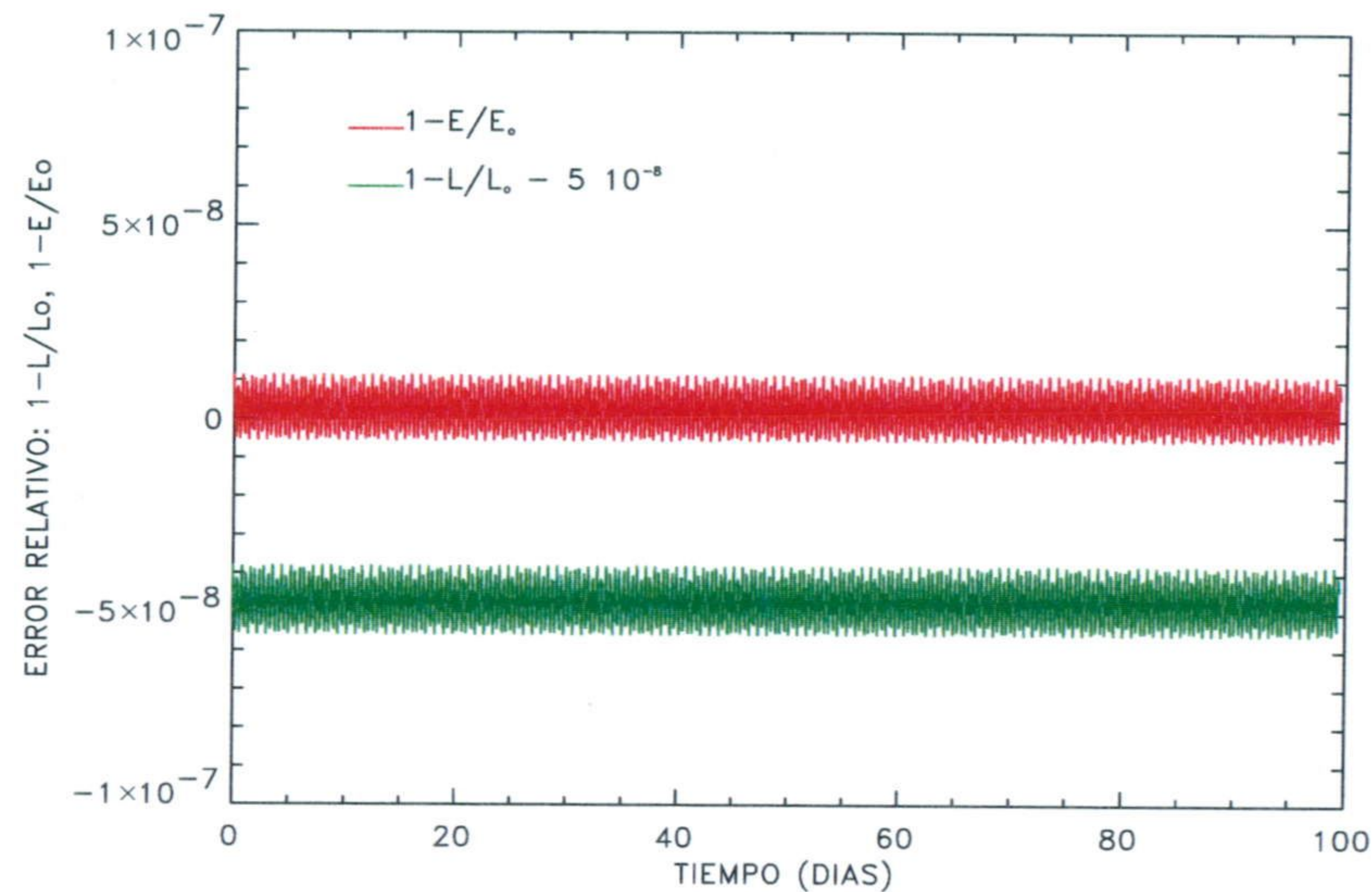
Fig. 3.7 Comparación de las componentes de la velocidad angular en el sistema de referencia del cuerpo, los ángulos de Euler y las velocidades de los ángulos determinados analíticamente (azul) con los calculados mediante la integración numérica (cruces rojas). Las condiciones iniciales son $\phi = 0.0$ rad, $\dot{\phi} = 0.00051$ rad/s, $\theta = 0.21$ rad, $\dot{\theta} = 0.00$ rad/s, $\psi = 1.57$ rad y $\dot{\psi} = -0.00028$ rad/s. El objeto tiene como razón de momentos de inercia $0.3:0.6:0.7$ ($I_x:I_y:I_z$) (las unidades son arbitrarias). El paso temporal de la integración numérica es 10 s.



donde E es la energía rotacional, L el momento angular, $sn\tau$, $cn\tau$ y $dn\tau$ son las funciones elípticas de Jacobi y τ representa un simple cambio de variable del tiempo,

$$\tau = t\sqrt{(I_z - I_y)(L^2 - 2EI_x)/I_xI_yI_z} \quad (3.73)$$

Fig. 3.8 Conservación de la energía y del momento angular en la integración numérica de las ecuaciones de Euler



Para poder realizar la comparación con la solución que proporciona el integrador, es necesario, como ya se hizo en §3.2.4.2(b), relacionar las componentes de la velocidad angular con los ángulos de Euler y sus velocidades. Para el convenio ZXZ esta relación viene dada por la ecuación 3.42. Si el momento angular tiene la dirección del eje Z del sistema del espacio, es fácil ver que los ángulos de Euler θ y ψ del convenio ZXZ verifican

$$\cos \theta = \frac{I_z \Omega_z}{L} \quad \tan \psi = \frac{I_x \Omega_x}{I_y \Omega_y} \quad (3.74)$$

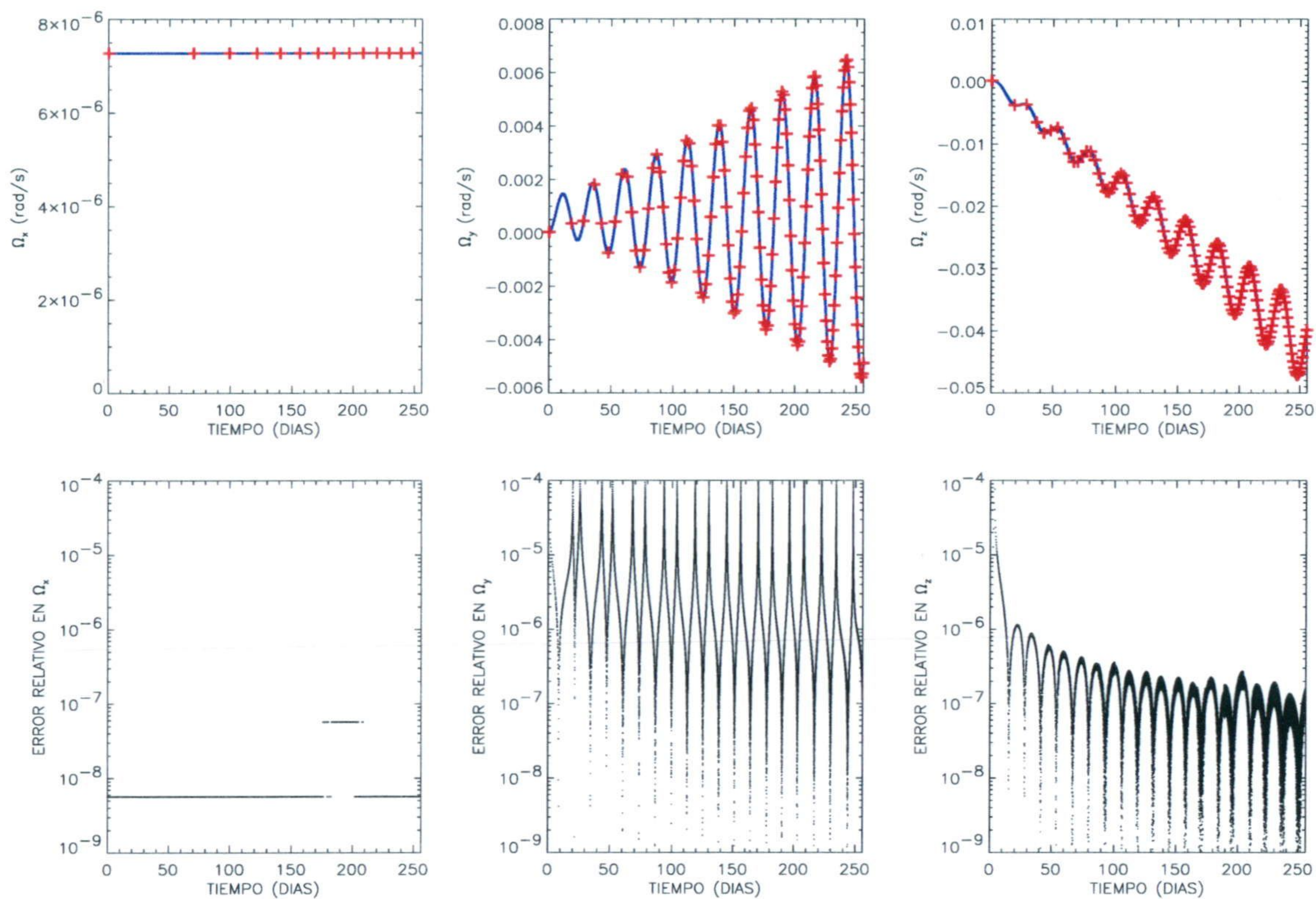
Utilizando la Ec. 3.42 se pueden obtener $\dot{\phi}$, $\dot{\theta}$ y $\dot{\psi}$ como

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= \frac{1}{\sin(\theta)} [\Omega_x \sin(\psi) + \Omega_y \cos(\psi)] \\ \dot{\theta} &= \Omega_x \cos(\psi) - \Omega_y \sin(\psi) \\ \dot{\psi} &= \Omega_z - \dot{\phi} \cos(\theta) \end{aligned} \quad (3.75)$$

La última incógnita, el ángulo ϕ , se puede obtener mediante integración de $\dot{\phi}$.

Se han comparado las soluciones dadas por la integración numérica de las ecuaciones de Euler en su forma 3.44 (o sus equivalentes en el convenio ZXY, ver apéndice A) con las soluciones analíticas, para distintas condiciones iniciales. En todos los casos el error relativo, tanto en las componentes de la velocidad angular como en los ángulos de Euler y en sus velocidades, está por debajo de 10^{-11} . La figura 3.7 muestra un ejemplo de la comparación. Las condiciones iniciales están dadas en el texto de la figura. La figura 3.8, que corresponde al mismo caso,

Fig. 3.9 Comparación de las componentes de la velocidad angular en el sistema de referencia del cuerpo determinadas analíticamente (cruces rojas) mediante la expresión 3.78 con las calculadas numéricamente resolviendo la ecuación de Euler (línea azul) cuando el cuerpo se mueve con un momento no nulo.



muestra que tanto la energía rotacional como el momento angular se conservan.

Cuando el cuerpo rota bajo la acción de un momento de fuerzas no nulo, en el caso más general, es decir un cuerpo con sus tres momentos de inercia diferentes, la solución analítica involucra integrales elípticas difíciles de evaluar. En consecuencia si se quiere comparar con la solución dada por el integrador numérico de las ecuaciones de Euler es necesario integrar la solución analítica numéricamente por lo que no se puede tener certeza de cuál es el error. Si nos restringimos al caso de un objeto con sus momentos de inercia $I_x \leq I_y = I_z$ y si el momento de la fuerza depende sólo del tiempo, sí es posible encontrar una solución analítica de manera relativamente sencilla (ver Peale y Lissauer, 1989). Se puede comprobar que si el momento de la fuerza tiene componentes

$$N_x = 0.0 \quad N_y = \alpha + \beta t + \gamma \sin(\Omega t) \quad N_z = 0.0 \quad (3.76)$$

donde t es el tiempo, α , β y γ son constantes y $\Omega = (I_z - I_x)\Omega_{x,o}/I_z$, las componentes de la

velocidad de rotación en el sistema fijo vienen dadas por

$$\begin{aligned}\Omega_x(t) &= \Omega_{x,o} \\ \Omega_y(t) &= \frac{\beta}{I_z \Omega^2} + \left(\Omega_{y,o} - \frac{\beta}{I_z \Omega^2} \right) \cos(\Omega t) + \left(\Omega_{z,o} - \frac{\alpha}{I_z \Omega} + \frac{\gamma t}{2I_z} \right) \sin(\Omega t) \\ \Omega_z(t) &= -\frac{\alpha}{I_z \Omega} - \frac{\beta t}{I_z \Omega} + \left(\Omega_{z,o} + \frac{\alpha}{I_z \Omega} + \frac{\gamma t}{2I_z} \right) \cos(\Omega t) + \left(-\Omega_{y,o} - \frac{\gamma}{2I_z \Omega} + \frac{\beta}{I_z \Omega^2} \right) \sin(\Omega t)\end{aligned}\tag{3.77}$$

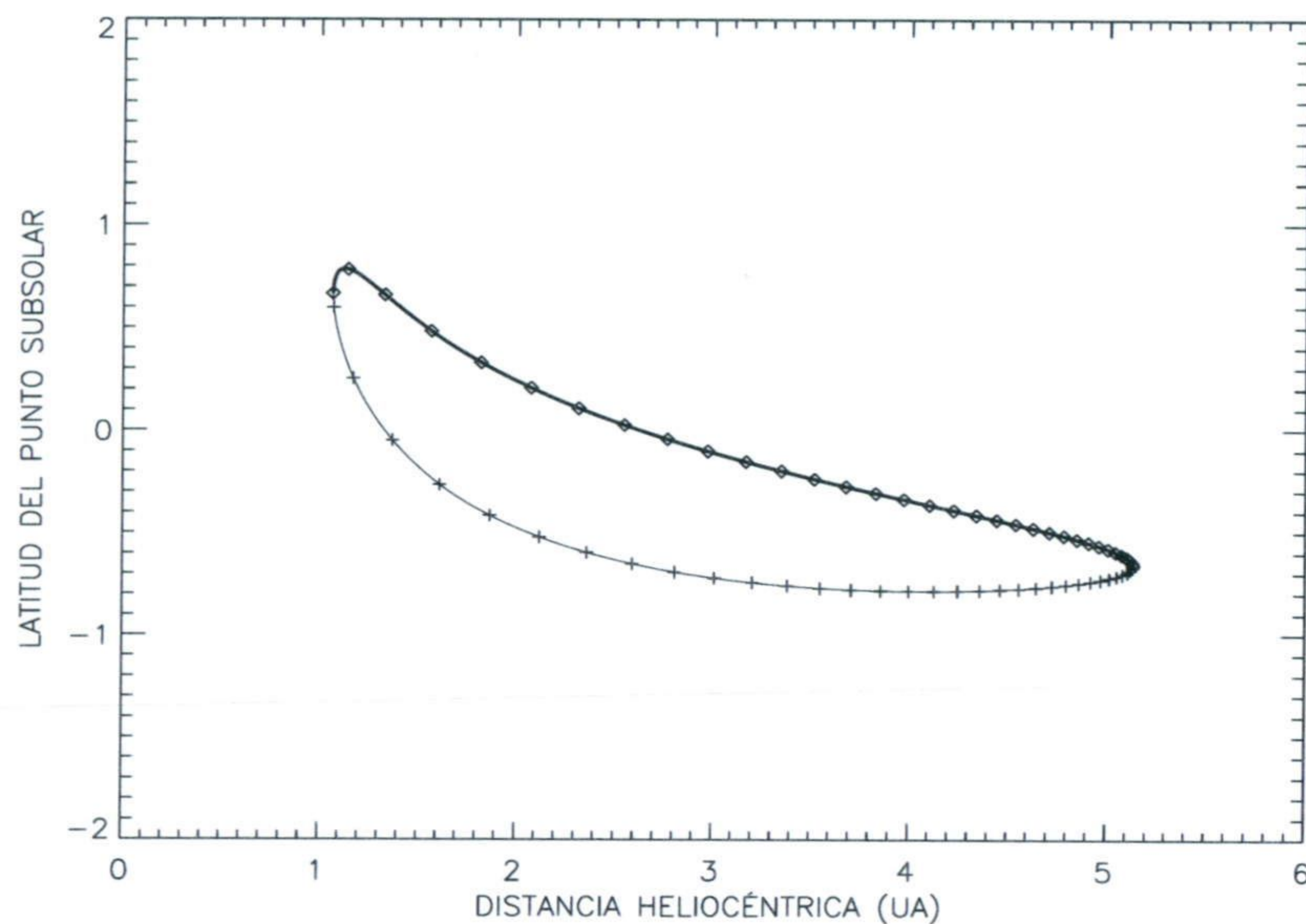
Se ha comparado la solución del integrador numérico con la solución analítica dada por las expresiones anteriores cuando el cuerpo tiene como momentos de inercia 0.4:0.65:0.65, en unidades de masa·radio² y sobre él actúa un momento, como el de la expresión 3.76, con $\alpha = 3.5 \cdot 10^{-11}$, $\beta = 3.5 \cdot 10^{-15}$, $\gamma = 3.5 \cdot 10^{-11}$ en unidades de masa·radio²·s⁻¹. Este momento crece linealmente con el tiempo de tal forma que después de 250 días la cantidad N_y/I_y tiene un valor medio de, aproximadamente, $2 \cdot 10^7$ s⁻¹, lo que es comparable al momento sobre un cometa de densidad 500 kg·m⁻³ que expulse 10^{30} moléculas·s⁻¹ con radio y brazo de momento 1 km. (algo totalmente ficticio). En el caso con momento no nulo, como corresponde a la simulación de los cometas, el programa utiliza la técnica de paso adaptativo. Es decir, el valor del paso temporal para el que se obtiene la solución se va adaptando según la variación con el tiempo de la propia solución. De manera práctica y cuando el programa está simulando la rotación de un cometa sometido a un momento producido por la sublimación de gases, la ecuación de Euler se resuelve con la técnica de paso adaptativo dentro de cada incremento de tiempo en el que se resuelve la ecuación de la dinámica orbital. Es decir, si la ecuación de la dinámica orbital se resuelve con un Δt , el cambio en la orientación y en la velocidad de rotación en ese Δt se obtiene resolviendo las ecuaciones de Euler con un paso inicial de $\Delta t/100.0$ y se continúa, manteniendo el momento constante, hasta completar el Δt . En la comparación descrita, como sólo se resuelve la rotación y no la dinámica orbital, el programa va adaptando el paso temporal de manera continua (ver Press et al., 1992). Los resultados de la comparación se muestran en la figura 3.9. El error relativo entre la solución numérica y la solución analítica está por debajo de 10^{-6} salvo en la componente alrededor del eje y que está en torno a 10^{-5} . El error en esa componente oscila fuertemente debido a que el valor absoluto pasa periódicamente por el cero.

Otras comprobaciones que se han hecho, obteniéndose los mismos resultados, han sido verificar que la solución obtenida cumple la ecuación de Euler y que los elementos de la matriz de transformación entre el sistema fijo en el cuerpo y el sistema del espacio cumplen, de manera constante, las relaciones de ortogonalidad correspondientes a una matriz ortogonal propia.

3.6.4 Cálculo de la latitud y longitud subsolar

Como el sistema de referencia del espacio con respecto al cual se mueve el sistema fijo en el cuerpo es paralelo al sistema eclíptico, la latitud y longitud subsolar se obtienen, directamente, transformando, al sistema fijo en el cuerpo, la posición del Sol (o lo que es igual, la posición del objeto cambiada de signo), solución de la ecuación diferencial de movimiento en el sistema eclíptico, mediante la matriz de transformación de Euler, matriz (3.35) (solución de la ecuación diferencial de rotación). Esta transformación directa nos permite obtener la latitud y longitud

Fig. 3.10 Comprobación del cálculo de la latitud del punto subsolar. La orientación del eje de rotación es $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$ y la órbita es la del cometa Wirtanen. Los elementos orbitales del Wirtanen, tomados de la versión electrónica del *Catalog of Cometary Orbits* (Marsden y Williams, 1999), son: elipticidad, $e=0.658$; distancia de perihelio, $q=1.059$ UA; $\Omega=356.38^\circ$; $\omega=82.18^\circ$; $i=11.74^\circ$ y tiempo de paso por el perihelio, 2002/08/26.9517. La línea continua representa la latitud del punto subsolar obtenida mediante la ecuación dada en el texto (ecuación 3.78). La rama más gruesa corresponde al período post-perihelio. Los símbolos representan la latitud del punto subsolar calculada con el código desarrollado del modo descrito en el texto. Los símbolos + representan la rama pre-perihelio y los \diamond la rama post-perihelio.



de la dirección solar, es decir, del punto subsolar en el sistema de referencia fijo en el cuerpo. Para comprobar que los cálculos se realizan correctamente se ha comparado la latitud del punto subsolar obtenida mediante el procedimiento descrito con la expresión analítica que se puede obtener haciendo uso de las leyes trigonométricas en triángulos esféricos conociendo la orientación del eje de rotación y la anomalía verdadera. Esta expresión se puede encontrar, por ejemplo, en Sekanina (1981b).

Para definir la orientación del eje de rotación es necesario especificar dos ángulos. Aunque el código trabaja en coordenadas eclípticas, la orientación del eje de rotación se define, siguiendo la notación de Sekanina (1981b), con la *oblicuidad o inclinación*, I , del plano orbital con respecto al ecuador del cometa (es decir, el ángulo que forma el eje de rotación y la normal al plano orbital) y con el ángulo Φ , llamado *argumento*, del meridiano subsolar en el perihelio medido desde el nodo ascendente de la órbita en el sentido del movimiento. Este modo de definir la orientación del eje de rotación nos proporciona información que no se puede obtener, de manera simple, a partir de sus ángulos en coordenadas eclípticas. La oblicuidad nos fija el sentido de la rotación, siendo *directa* si $0 \leq I < 90^\circ$ e *inversa* si $90^\circ \leq I < 180^\circ$. El *argumento* Φ nos indica

qué hemisferio estará iluminado en el perihelio. Cuando $0 \leq \Phi < 180^\circ$ es el polo norte el que está iluminado en el perihelio y el polo sur cuando $180^\circ \leq \Phi < 360^\circ$.

Conociendo la inclinación, I , y el argumento, Φ , del eje de rotación y la anomalía verdadera v , se puede obtener la latitud del punto subsolar, θ_o , en el sistema fijo en el cuerpo mediante la expresión:

$$\text{sen } \theta_o = \text{sen } I \text{sen } (\Phi + v) \quad (3.78)$$

En la figura 3.10 se muestra la comprobación realizada cuando la orientación inicial es $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$. En esa figura se puede ver que el código calcula correctamente la latitud del punto subsolar. Se han hecho comprobaciones similares para la longitud y para un conjunto de orientaciones completando los 2 cuadrantes en inclinación y los cuatro en argumento.

3.6.5 Cálculos de la región en sombra y de la región visible desde un punto de la superficie

Como ya se ha mencionado uno de los cálculos necesarios para resolver la ecuación de balance energético es establecer la *función de iluminación*, c_i , que nos dice si una celda está iluminada o no por el Sol y la *función de visibilidad*, $v_{i,j}$ que nos dice si la celda j es visible desde la celda i , o viceversa, y, por tanto, puede recibir radiación reflejada y emitida desde ella.

La función de iluminación, c_i , lógicamente, cambia con el tiempo al cambiar la orientación del cuerpo en el espacio. Si el cuerpo fuese completamente convexo se definiría, de forma sencilla, como

$$c_i = \begin{cases} 1 & \text{si } \cos(\theta_i) \geq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.79)$$

siendo θ_i el ángulo que forman la dirección Sol-celda y la normal a la superficie en la celda considerada, es decir, el ángulo cenital. Cuando el cuerpo presenta concavidades el problema se complica considerablemente ya que una celda puede no estar iluminada directamente por el sol, aunque $\cos(\theta_i) \geq 0$, si está en una zona de sombra. En realidad, comprobar si una celda en un cuerpo con concavidades está iluminada o no por el Sol significa comprobar si la celda es *visible* o no desde un punto externa a ella. Exactamente lo mismo que es necesario tener en cuenta para definir la función de visibilidad $v_{i,j}$. Supongamos un punto de la superficie i y supongamos otro punto j , que puede pertenecer a la superficie o no, desde el que queremos establecer si el punto i es visible o no. El método usado comúnmente es el siguiente. En primer lugar se define la recta que une los puntos i y j en el sistema de referencia del cuerpo. Si algún punto de la recta $(x_{rec}, y_{rec}, z_{rec})_{SR_f} \equiv (r_{rec}, \theta_{rec}, \phi_{rec})_{SR_f}$ verifica que

$$r_{rec} \leq r(\theta_{rec}, \phi_{rec}) \quad (3.80)$$

siendo r la distancia del origen a la superficie en la dirección (θ_r, ϕ_r) entonces el punto i no es visible desde j y viceversa.

En el código que se ha desarrollado la visibilidad se define de otra manera. Para cada celda se calcula lo que llamaremos su *horizonte local*. El *horizonte local* de una celda es una línea

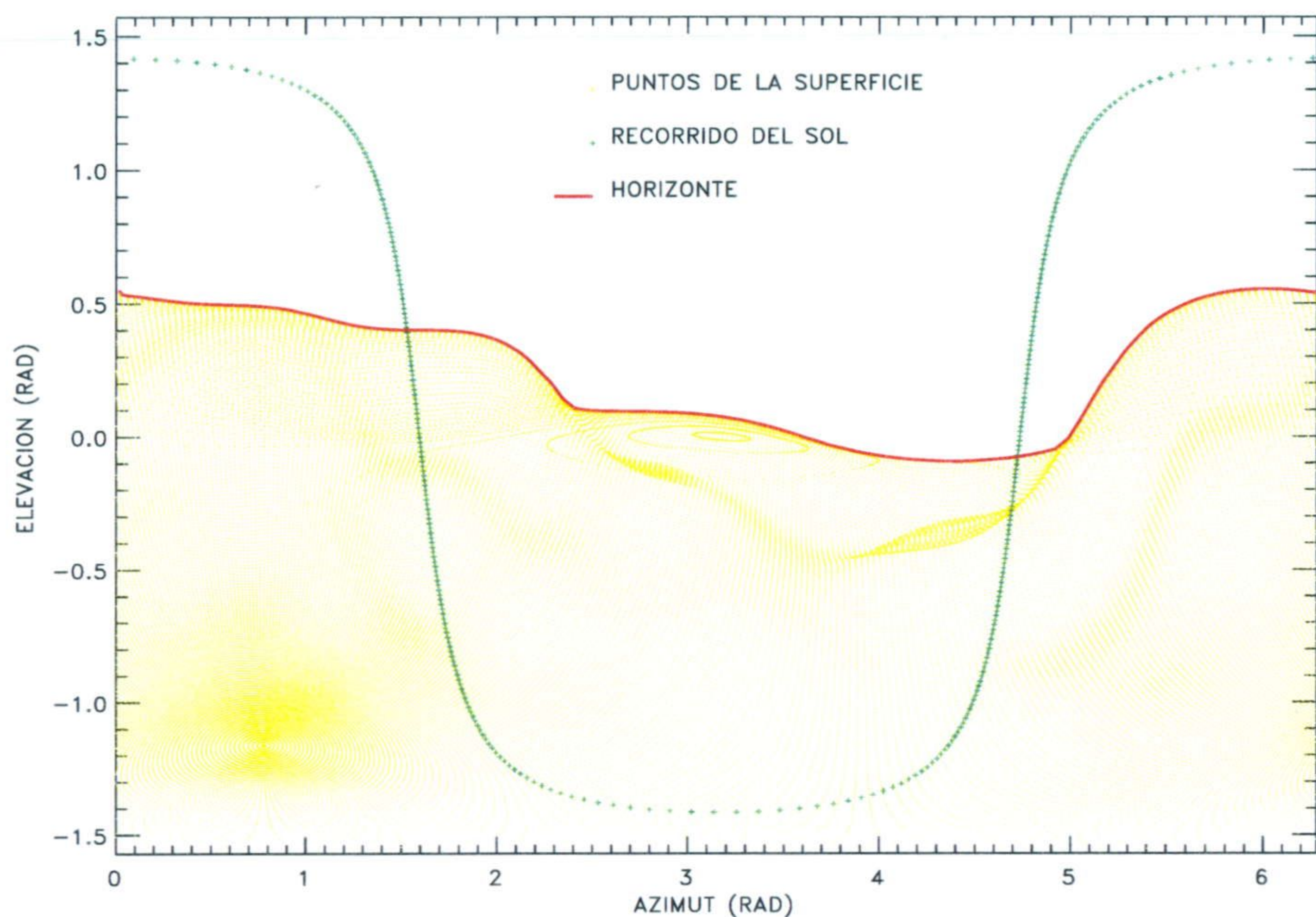


Fig. 3.11 Mapa cilíndrico mostrando la superficie que “ve” una determinada celda de la superficie elegida al azar. Los puntos amarillos representan la elevación y azimut de puntos de la superficie. La línea roja es el horizonte local. Las cruces verdes representan las coordenadas del Sol en el sistema de referencia de la celda durante una rotación del cuerpo.

constituida por los puntos de la superficie que, en el sistema de referencia de la celda, SR_c , tienen la mayor elevación para un azimut dado. En la figura 3.11 se muestra, a modo de ejemplo, el *horizonte* de una de las celdas de unos de los cuerpos de la figura 3.2. Esta figura es un mapa elevación/azimut de la superficie vista desde una celda. Dicho de otra manera, cada uno de los puntos amarillos representa las coordenadas esféricas (θ, ϕ) de un punto de la superficie visto desde el sistema de referencia de la celda. La línea roja, el *horizonte local*, está constituida por los puntos de máxima elevación para un azimut dado. En esa figura también se ha dibujado, en verde, un hipotético camino solar. El camino solar son las coordenadas (θ, ϕ) del Sol en el sistema de referencia de la celda durante una rotación del cuerpo. Cuando el Sol tiene una elevación menor que 0 la celda se encuentra en zona de ‘noche’. Si por el contrario, la elevación solar es positiva, la celda está en zona de ‘día’. Cuando la elevación del *horizonte local* correspondiente el azimut solar es mayor que la elevación solar siendo ésta positiva, la celda está en sombra. En la figura se pueden ver claramente los momentos de sombra; aquellos en los que el camino solar está entre 0 y la línea del *horizonte*. De manera práctica, lo que se hace es construir una tabla para cada celda i , $(\theta_{hor}(\phi), r_{hor}(\phi))_{SR_{c,i}}$, donde se almacenan las coordenadas esféricas del *horizonte local* en el sistema de referencia de la celda. Transformando

las coordenadas del Sol al sistema de referencia de la celda se verifica

$$\theta_{sol,SR_{c,i}} \geq \theta_{hor}(\phi_{sol,SR_{c,i}}) \Leftrightarrow \text{Celda iluminada directamente por el Sol} \quad (3.81)$$

Esta condición nos permite definir la función de iluminación solar para la celda i como:

Función de iluminación solar, c_i

$$c_i = \begin{cases} 1 & \text{si } \theta_{sol,SR_{c,i}} \geq \theta_{hor}(\phi_{sol,SR_{c,i}}) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.82)$$

En la expresión anterior se puede ver que es necesario, en cada paso temporal, calcular la posición del Sol en el sistema de referencia de la celda.

Con respecto a los factores de visibilidad, $v_{i,j}$, para comprobar si un punto i de la superficie ve la celda j , lo que se hace es lo siguiente. Primero se calculan los ángulos que forman la normal a la superficie, en cada uno de los puntos, con la recta que los une. Llamamos a esos ángulos θ_i y θ_j . En segundo lugar se calculan las coordenadas esféricas del punto j en el sistema de referencia de la celda i , es decir $(\theta_j, \phi_j, r_j)_{SR_{c,i}}$ (o al revés). Se verifica

$$\cos \theta_i \geq 0, \cos \theta_j \geq 0 \text{ y } (r_j)_{SR_{c,i}} \leq (r_{hor}(\phi_j))_{SR_{c,i}} \Leftrightarrow \text{Ambas celdas se ven mutuamente} \quad (3.83)$$

lo que nos permite definir la función de visibilidad $v_{i,j}$ de la celda j desde la celda i como

$$v_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{si } \cos \theta_i \geq 0, \cos \theta_j \geq 0 \text{ y } (r_j)_{SR_{c,i}} \leq (r_{hor}(\phi_j))_{SR_{c,i}} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.84)$$

Esta función, igual que el horizonte local, sólo es necesario calcularla en una ocasión para cada celda pues, como se mencionó en la primera parte, se considera que la superficie es estática. Si se considerase que la superficie se erosiona con la sublimación sería necesario recalcular la función de visibilidad de cada celda, al menos, 2 ó 3 veces por período orbital.

3.6.6 Resolución de la ecuación de difusión del calor

Como la conductividad térmica depende de la temperatura, la ecuación de difusión del calor, Ec. 3.23, se resuelve más fácilmente haciendo uso de la transformación de Kirchoff. Esta transformación es, en realidad, un cambio de variable definido por la relación

$$\kappa(T) = \frac{\partial u}{\partial T} \quad (3.85)$$

donde κ es la conductividad térmica, T la temperatura y u la nueva variable introducida. Sustituyendo en la ecuación de difusión térmica obtenemos

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\kappa(T)}{\rho C(T)} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (3.86)$$

donde $C(T)$ es la capacidad calorífica y ρ la densidad. Con este cambio de variable lo que se tiene es una ecuación diferencial parcial parabólica.

Como es sabido, un método para resolver ecuaciones diferenciales parciales en general, y las parabólicas en particular, consiste en reemplazar las derivadas parciales por aproximaciones de

diferencia finita. Como también es sabido, uno de los problemas de estas ecuaciones diferenciales es la estabilidad de la solución, es decir, dependiendo del esquema de diferencias adoptado, los errores obtenidos en cada etapa de cálculo pueden mantenerse, siendo la solución estable, o pueden crecer, siendo la solución inestable. Entre las aproximaciones en diferencias finitas de una ecuación parabólica, la más eficaz es la de Crank-Nicholson cuya solución presenta estabilidad y exactitud. Este esquema aproxima la ecuación 3.86 por

$$u_{j+1}^n - u_j^n = \frac{\Delta t}{2\Delta z^2} \frac{\kappa(T_j)}{\rho C(T_j)} [(u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}) + (u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n)] \quad (3.87)$$

donde u_j^n es el valor de u en el nivel de profundidad j y en el paso temporal n , Δz es el incremento en profundidad y Δt el incremento de tiempo. Considerando que

$$\frac{\kappa(T_j)}{C(T_j)} = \frac{\kappa(T_j^n)}{C(T_j^n)} \quad (3.88)$$

la ecuación anterior se puede escribir como una ecuación matricial tridiagonal para los valores de u internos, es decir, sin considerar los valores de la frontera los cuales deben ser especificados.

El valor de u , o la temperatura, en la frontera superior viene dado por la resolución de la ecuación de balance energético, Ec. 3.19, en la superficie. Esa ecuación no lineal se resuelve para T , haciendo uso del método de Newton-Raphson (ver por ejemplo Press et al., 1992). Para fijar la segunda condición de frontera sirve de ayuda el concepto de profundidad de onda térmica, δ . La profundidad de onda térmica se define como la profundidad a la que la amplitud de una variación sinusoidal de la temperatura que se propaga hacia el interior ha decrecido un factor e y viene dada por la expresión

$$\delta = \sqrt{\frac{\kappa P}{2\pi\rho c}} \quad (3.89)$$

donde P es el período de la variación y los demás símbolos son conocidos. En un gran número de casos, los puntos de la superficie del núcleo, estarán sometidos a una variación periódica del flujo del luz incidente, como consecuencia tanto de la rotación como del movimiento orbital. Teniendo en cuenta esto, se puede considerar que la longitud de onda térmica nos proporciona una medida aproximada de la profundidad que alcanzará la perturbación. Si en un δ de profundidad, la perturbación ha decrecido un factor e , es razonable considerar que a una profundidad varias veces δ la perturbación está prácticamente amortiguada. Teniendo en cuenta los valores de la conductividad térmica, capacidad calorífica y densidad dados en la sección §3.2.3 para una temperatura media orbital de 175 K y un ciclo de 5 años (orbital), la profundidad de onda térmica es, aproximadamente, 3.4 m si la conductividad es la del hielo compacto y 1 m si la conductividad se reduce un 10 % debido a la porosidad. Teniendo en cuenta esto, y para adoptar un compromiso entre la variación rotacional y la variación orbital que sea computacionalmente eficiente, la ecuación de difusión se resuelve hasta una profundidad de 3m considerando que

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=3m} = 0 \quad (3.90)$$

La región entre la superficie y la frontera interior se ha dividido en 65 pasos lo que nos permite muestrear tanto la onda rotacional, del orden de los centímetros, como la onda orbital. Por otro lado, el valor de la profundidad de onda térmica nos permite resolver la ecuación de difusión sin acoplar la conducción térmica de distintos puntos de la superficie. Ello sería necesario si la topografía representada en el núcleo tuviese una escala del mismo orden a la profundidad de onda térmica.

Otros autores han adoptado un esquema similar. Weissman y Kieffer (1981), asumiendo que la conductividad térmica no depende de la temperatura, resolvieron la ecuación de difusión utilizando un esquema *explícito* en 12 puntos distribuidos exponencialmente hasta una profundidad total de, aproximadamente, 4 cm donde consideraban que el flujo de calor era cero. Esto significa que Weissman y Kieffer tuvieron en cuenta sólo la perturbación debida a la rotación y no la variación, si cabe más importante, debida al movimiento orbital. Rickman y Froeschle (1983) resolvieron la ecuación en 26 puntos variando la localización de la segunda frontera de acuerdo al valor de δ que dependía de la temperatura a través de la conductividad térmica. Su profundidad máxima era del orden de los centímetros pero adaptaban la temperatura media de la capa de difusión y el gradiente superficial dependiendo de la posición orbital. Es decir, en un primer paso, resolvían en 12 puntos orbitales la ecuación de difusión en una capa con varios metros de espesor. Con el resultado del gradiente y la temperatura media, resolvían la ecuación de difusión teniendo en cuenta la variación debida a la rotación. Colwell (1997), no especifica numéricamente la profundidad hasta la que resuelve la difusión térmica, sino que dice resolverla, con la condición 3.90, hasta 16 veces δ asumiendo un período térmico del orden de días.

3.6.7 Cálculos integrados. Tasa de producción de agua y comparación con otros modelos

Las entradas del modelo son la forma geométrica, las características superficiales, los elementos orbitales, el tiempo de comienzo de la integración y el estado rotacional del cometa. Con respecto a este último es necesario especificar tanto la orientación del eje de rotación, o del momento angular, como la velocidad de rotación. Una vez especificados todos los parámetros, el código empieza a realizar los cálculos partiendo de una temperatura inicial de 70 K. En cada paso temporal se calcula la nueva posición orbital (según lo descrito en §3.6.2), la orientación del cuerpo en el espacio (como se ha descrito en §3.6.3), el coseno del ángulo cenital de cada celda y si la celda está en sombra o no (descrito en §3.6.5). A continuación se resuelve la ecuación de difusión del calor con las condiciones de frontera (3.19) y (3.90). Como se puede ver, la ecuación de balance energético en la superficie, eq. 3.19, además de ser la frontera de la ecuación de difusión del calor depende de la propia solución de la ecuación de difusión al incluir el término del gradiente de la temperatura en la superficie. En consecuencia, la obtención de la temperatura superficial, y por tanto la producción de gas exigiría, de manera rigurosa, un proceso iterativo entre la solución de la ecuación de balance energético en la superficie y la de la difusión del calor. Por otro lado, la temperatura superficial de una celda también depende de la temperatura en otras celdas. Por tanto sería necesario incluir todas las ecuaciones de balance

en un sistema y resolverlo de manera acoplada. Es decir, el cálculo riguroso de la temperatura superficial de cada celda exige resolver un sistema de ecuaciones no lineales iterando con la solución de la ecuación de difusión del calor. Este esquema de cálculo, aún cuando la superficie se divida en un número pequeño de celdas, es inviable computacionalmente hablando. En el código desarrollado se ha adoptado un esquema diferente. Para una celda i , el término de energía re-radiada procedente de otras celdas (primer término del segundo miembro de E_{sup} , eq. 3.20) se calcula con la temperatura superficial obtenida en el paso temporal anterior. Igualmente, el gradiente de temperatura en la superficie que aparece en la ecuación de balance se expresa como función de la temperatura sub-superficie calculada en el paso temporal anterior. Con estas aproximaciones, la ecuación de balance en cada celda se resuelve mediante el método de Newton-Raphson para obtener la temperatura superficial. Con la temperatura obtenida se resuelve la ecuación de difusión del calor, con el procedimiento descrito en §3.6.6, cuya solución será utilizada en el siguiente paso temporal para estimar el gradiente. Este esquema de resolución proporciona buenos resultados si el paso temporal es tan pequeño que nos asegura la conservación de la energía, dentro de un margen razonable. El paso temporal elegido es, como máximo, 175 s y con este valor el error en la ecuación de balance energético es siempre menor que el 0.5 % la energía solar entrante. Esto se puede ver en las figuras 3.12, 3.13 y 3.14. El esquema de resolución empleado se puede representar escribiendo la ecuación de balance energético en la superficie para la celda i de manera simbólica como

$$F_{solar,i} + F_{sup,i}(T_{ant}) = S_{rad,i}(T) + S_{sub,i}(T) + S_{dif,i}(T, T_{subsup,ant}) \quad (3.91)$$

donde $F_{solar,i}$ es el flujo de energía incidente procedente del Sol, $F_{sup,i}(T_{ant})$ es el flujo de energía procedente de la propia superficie, que según el esquema adoptado, depende de la temperatura calculada en un paso anterior, T_{ant} , $S_{rad,i}(T)$ es el término de re-radiación que depende de la temperatura, T , en el paso temporal actual, $S_{sub,i}(T)$ es la energía por unidad de superficie invertida en la sublimación y $S_{dif,i}(T, T_{subsup,ant})$ es el término de difusión que depende de la temperatura en el instante de cálculo, T , y de la temperatura sub-superficie en el instante anterior, $T_{subsup,ant}$.

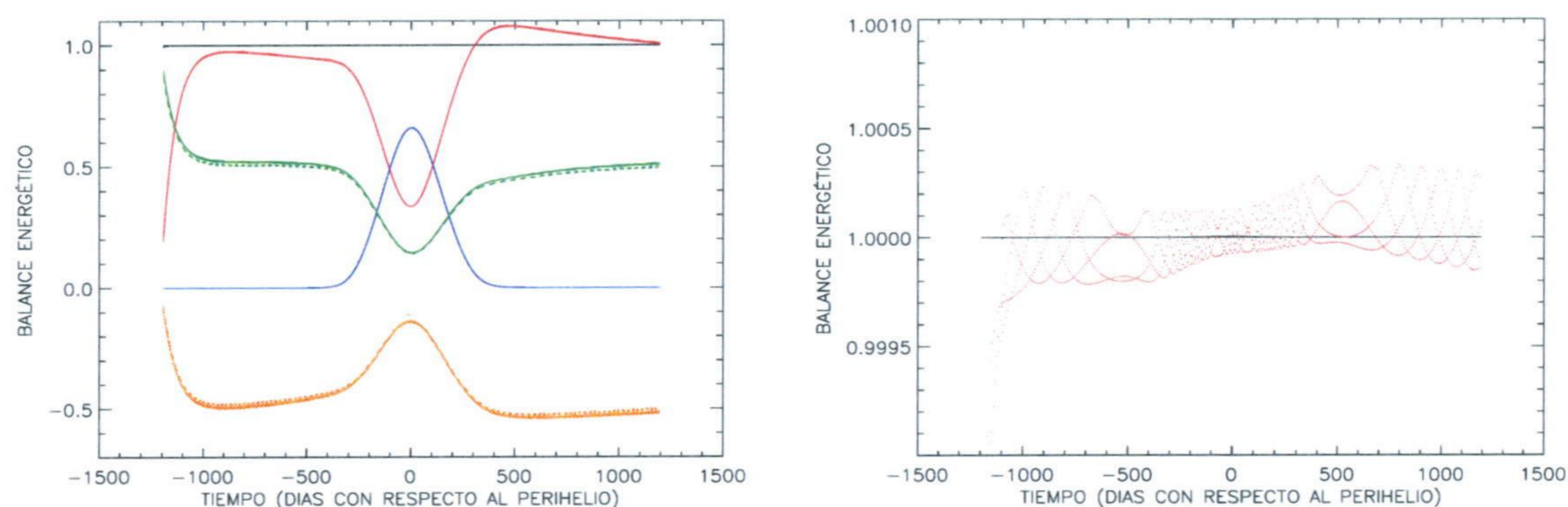
El código resuelve la ecuación anterior por lo que considerando toda la superficie del núcleo se debe verificar

$$\begin{aligned} \text{Conservacion}(T, T_{ant}, T_{subsup,ant}) &= & (3.92) \\ &= \frac{\sum_{i=1}^N S_{rad,i}(T_i) s_i}{E_{inc}} + \frac{\sum_{i=1}^N S_{sub,i}(T_i) s_i}{E_{inc}} + \\ &+ \frac{\sum_{i=1}^N S_{dif,i}(T, T_{subsup,ant}) s_i}{E_{inc}} = 1 \end{aligned}$$

donde N es el número de celdas en las que se ha discretizado la superficie y s_i el área de la celda i y E_{inc} viene dado por

$$E_{inc} = \sum_{i=1}^N (F_{solar,i} + F_{sup,i}(T_{ant})) s_i \quad (3.93)$$

Fig. 3.12 Conservación de la energía. Esfera con alta inercia térmica. Parámetro de Hertz igual a 0.18. La órbita está definida por $a = 3.5$ y $e = 0.6$ y la orientación del eje de rotación por $I = 0$ y $\Phi = 90$. En el gráfico de la izquierda, la línea roja representa el término de re-radiación considerando toda la superficie normalizado al valor de la energía solar entrante, es decir, el primer término del segundo miembro de la ecuación 3.93. La línea azul muestra la energía invertida en sublimación. La línea verde muestra la energía difundida hacia el interior y la naranja la extraída. En el gráfico de la derecha se muestra la suma de los distintos términos del gráfico de la izquierda (negro) y la suma considerando la temperatura obtenida para el instante de cálculo (rojo).



Con el esquema adoptado, el principio de conservación de la energía para un instante dado, es decir, la ecuación 3.93 pero sustituyendo T_{ant} y $T_{supsub,ant}$ por las temperaturas T y T_{supsub} obtenidas para ese instante, se verifica con un error menor que el 0.5 % E_{inc} , es decir,

$$\text{Conservacion}(T, T_{sup}) = 1.0 \pm 0.005 \quad (3.94)$$

En el gráfico de la izquierda de la figura 3.12 se muestra la contribución de los distintos términos de la ecuación 3.93 para un cuerpo esférico como función del tiempo en la órbita de un cometa con $a = 3.5$ UA, $e=0.6$ y siendo $I=0$ y $\Phi=90^\circ$. La conductividad térmica de este cuerpo está definida con un parámetro de Hertz de 0.18. Se han separado la contribución positiva y negativa de la difusión del calor hacia el interior. En el gráfico de la derecha, la línea negra representa la suma de todos los términos de la ecuación 3.93 considerando T_{ant} y $T_{subsub,ant}$. La línea roja es la suma de los términos considerando las temperaturas obtenidas tras la resolución de las ecuaciones. Se puede ver, que aún en el caso de una inercia térmica alta, la conservación de la energía se verifica por debajo del 0.05 % la energía incidente. Ello es porque en la esfera no influye la energía procedente de otras celdas. En la figura 3.13 se muestra lo mismo que en la anterior cuando el parámetro de Hertz es 0.0018. En el gráfico de la derecha se ve que, en este caso, el esquema adoptado prácticamente no influye. En la figura 3.14 se muestra lo mismo que en las anteriores para el objeto irregular mostrado en la imagen superior izquierda de la figura 3.2. También se ha dibujado la contribución en la ecuación de balance energético del término de energía procedente de otras celdas. Este término contribuye globalmente, es decir considerando todo el objeto, entre un 2 y un 3 % de la energía solar incidente, como corresponde al valor

Fig. 3.13 Conservación de la energía. Esfera con baja inercia térmica. Parámetro de Hertz 0.0018. Las líneas representan lo mismo que las de la figura 3.12

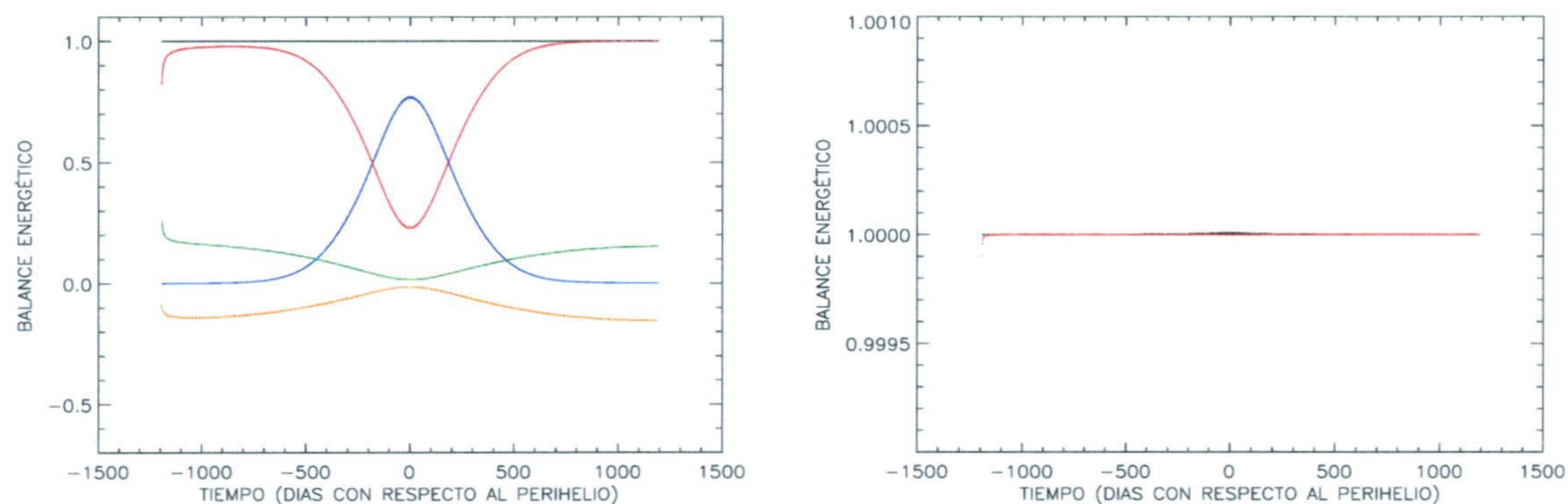
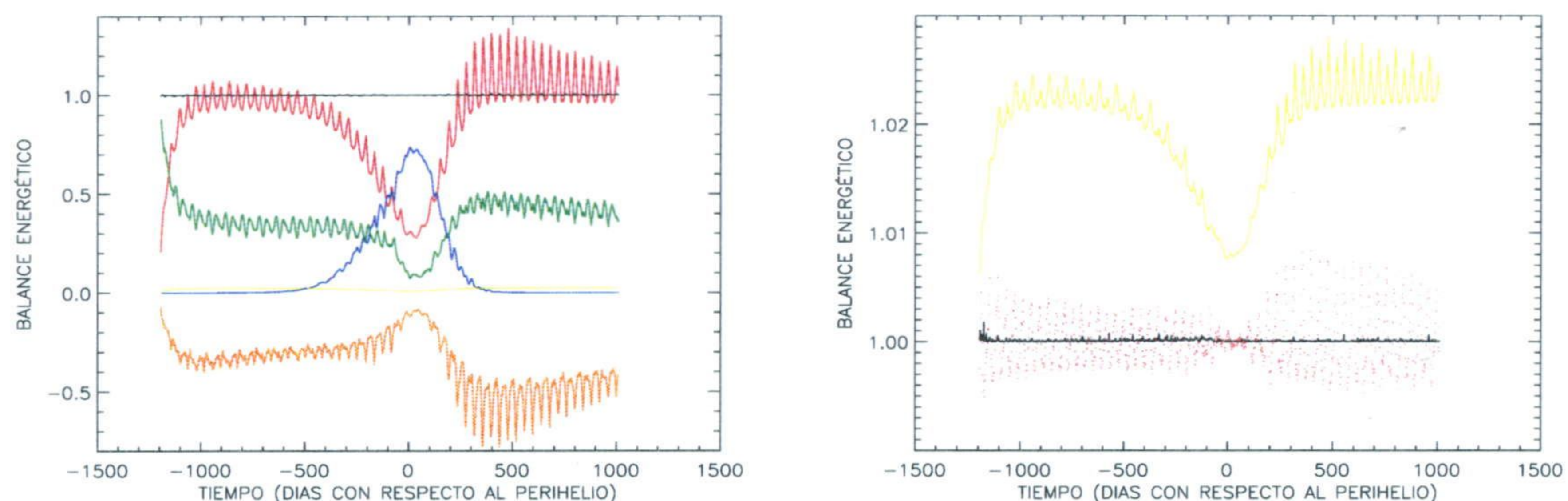


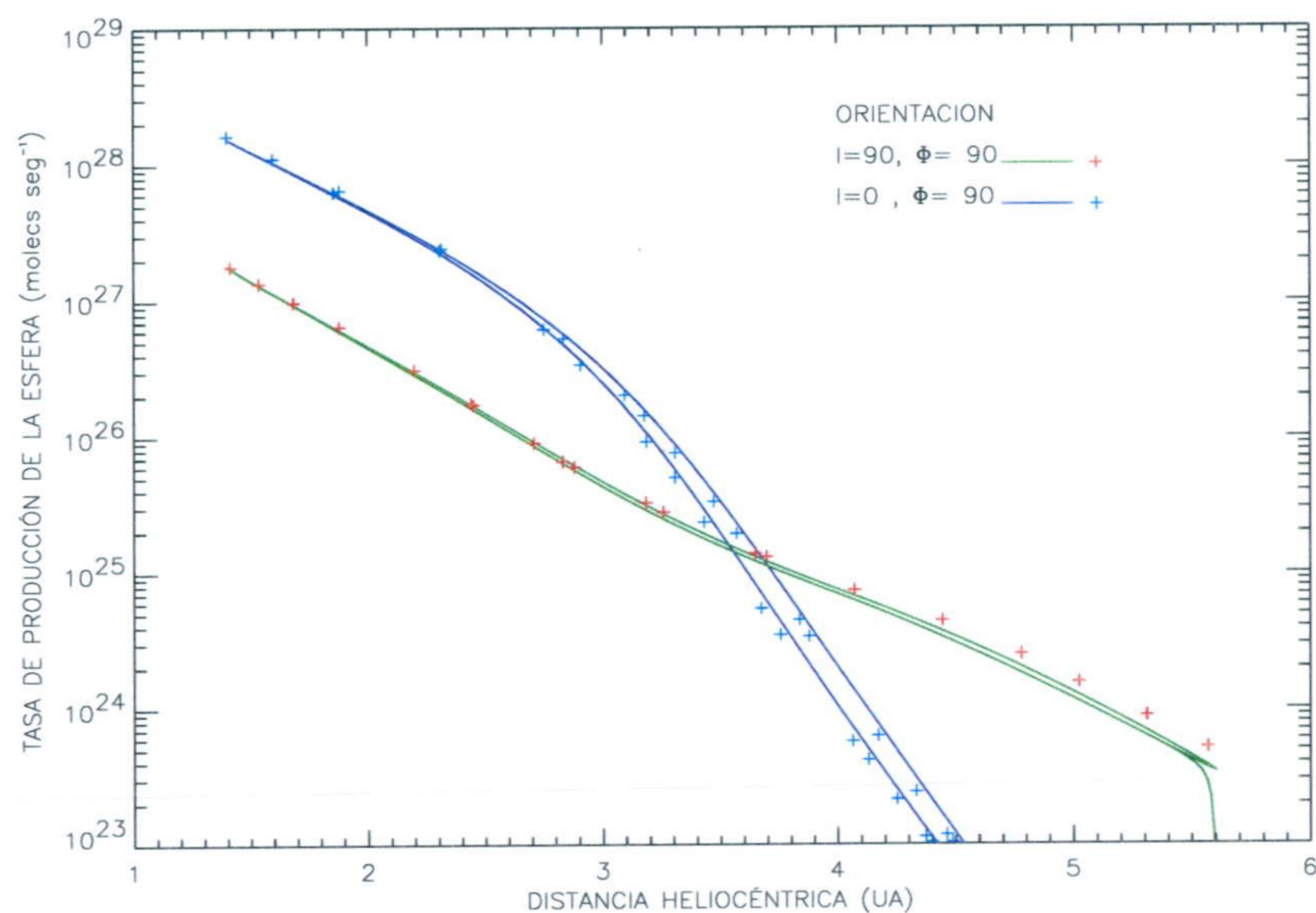
Fig. 3.14 Conservación de la energía para el objeto irregular mostrado en la imagen superior derecha de la figura 3.2. La órbita y orientación del eje de rotación son los mismos que los de la esfera y el parámetro de Hertz es 0.18. Las líneas representan los mismos términos que anteriormente. La línea amarilla representa la contribución del término de autocalentamiento.



del autocalentamiento característico de ese objeto (ver tabla 3.2). Localmente la importancia de ese término puede ser mucho mayor. En el gráfico de la derecha se muestra el error en la conservación de la energía.

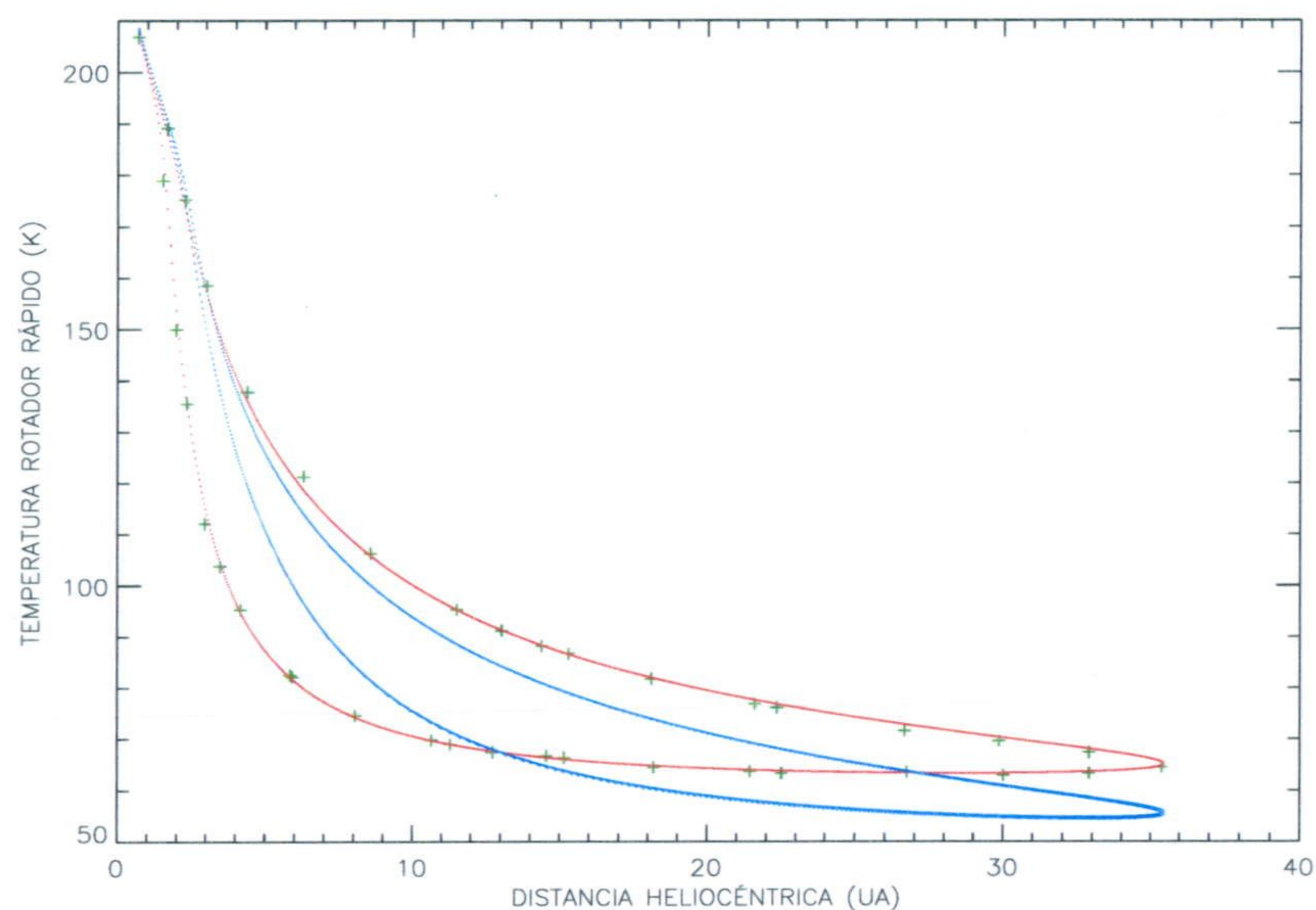
Para comprobar si el código realiza bien todos los cálculos de manera integrada se han comparado algunos de los resultados con los resultados obtenidos por otros autores. De los modelos descritos en §3.5, el que permite una comparación sencilla es el de Colwell (1997). Se

Fig. 3.15 Tasa de producción de un núcleo esférico de hielo para dos orientaciones diferentes. Los parámetros del modelo están dados en el texto. La curva de producción correspondiente a la orientación (90,90) está dividida por 10. Las cruces representan la tendencia aproximada de las curvas de la tasa de producción mostradas en la figura 1 de Colwell (1997). Las líneas representan la tasa de producción obtenida con el modelo descrito en este capítulo.



ha comparado la producción de agua de una esfera en una órbita típica de los cometas de corto período, es decir, $a = 3.5$ y $e=0.6$ para dos orientaciones del eje de rotación y utilizando los parámetros estándar (tabla 3.1) salvo la emisividad que se toma igual a 1. En la figura 3.15 se muestran los resultados obtenidos con el código desarrollado y valores obtenidos a partir de una digitalización de la figura 1 de Colwell (1997). En esa figura se puede ver que existen algunas diferencias entre los dos códigos, sobre todo a grandes distancias heliocéntricas. Se ha comprobado que la diferencia entre ambos resultados no es ni un factor ni una constante. La diferencia puede proceder del esquema de resolución empleado en ambos códigos. Colwell afirma utilizar la ecuación de balance energético en la superficie para calcular el gradiente de temperatura, obteniendo la temperatura en la superficie a partir de la ecuación de difusión. Sin embargo no menciona que realice ningún proceso iterativo por lo que no está claro qué temperatura utiliza en la propia ecuación de balance energético. En cualquier caso parece que las diferencias son mayores cuando la difusión térmica es energéticamente significativa. Para comprobar si el código estaba resolviendo bien la ecuación de difusión del calor se ha comparado con los resultados de Kurt (1984). Kurt, con la aproximación de rotador rápido, calculó la temperatura nuclear estacionaria (después de varias órbitas) de un cometa en la órbita del Halley con albedo $A = 0.2$, $\epsilon = 0.8$, un calor latente de 46600 J mol^{-1} , la conductividad térmica del hielo de agua compacto y una fracción de área ocupada por el hielo del 25 %. Sus

Fig. 3.16 Temperatura después de varias órbitas del rotador rápido en la órbita del Halley ($a=18.0746$, $e=0.972$). Las cruces representan la temperatura del cuerpo mostrada en la figura 1 de Kurt (1984) y calculada con $A = 0.2$, $\epsilon = 0.8$, $H = 46600 \text{ J mol}^{-1}$, $\rho = 1 \text{ g cm}^{-3}$, $f = 0.25$ y la conductividad y calor específico del hielo de agua compacto. La línea roja representa la temperatura del rotador rápido calculada con el código y procedimientos descritos en este capítulo para los parámetros anteriores. La línea azul corresponde al mismo caso pero considerando que la conductividad térmica es el 10 % la del hielo de agua compacto. Se puede ver que la temperatura estacionaria depende de la inercia térmica.



resultados (figura 1 de Kurt, 1984) se muestran en la figura 3.16. En esa figura también se muestra la temperatura obtenida con el código desarrollado modificado para que funcione con la aproximación de rotador rápido. Se puede ver que existe buen acuerdo entre ambos códigos. En esa figura también se muestra la temperatura del núcleo cuando la conductividad térmica es un 10 % la del hielo compacto para ver si, como era de esperar, otra inercia térmica producía otra temperatura estacionaria. Teniendo en cuenta el acuerdo razonable entre los resultados de este código y el de Kurt es de esperar que las ligeras diferencias con el de Colwell provengan del esquema de resolución empleado.

Capítulo 4

Producción de agua de objetos irregulares

4.1 Introducción

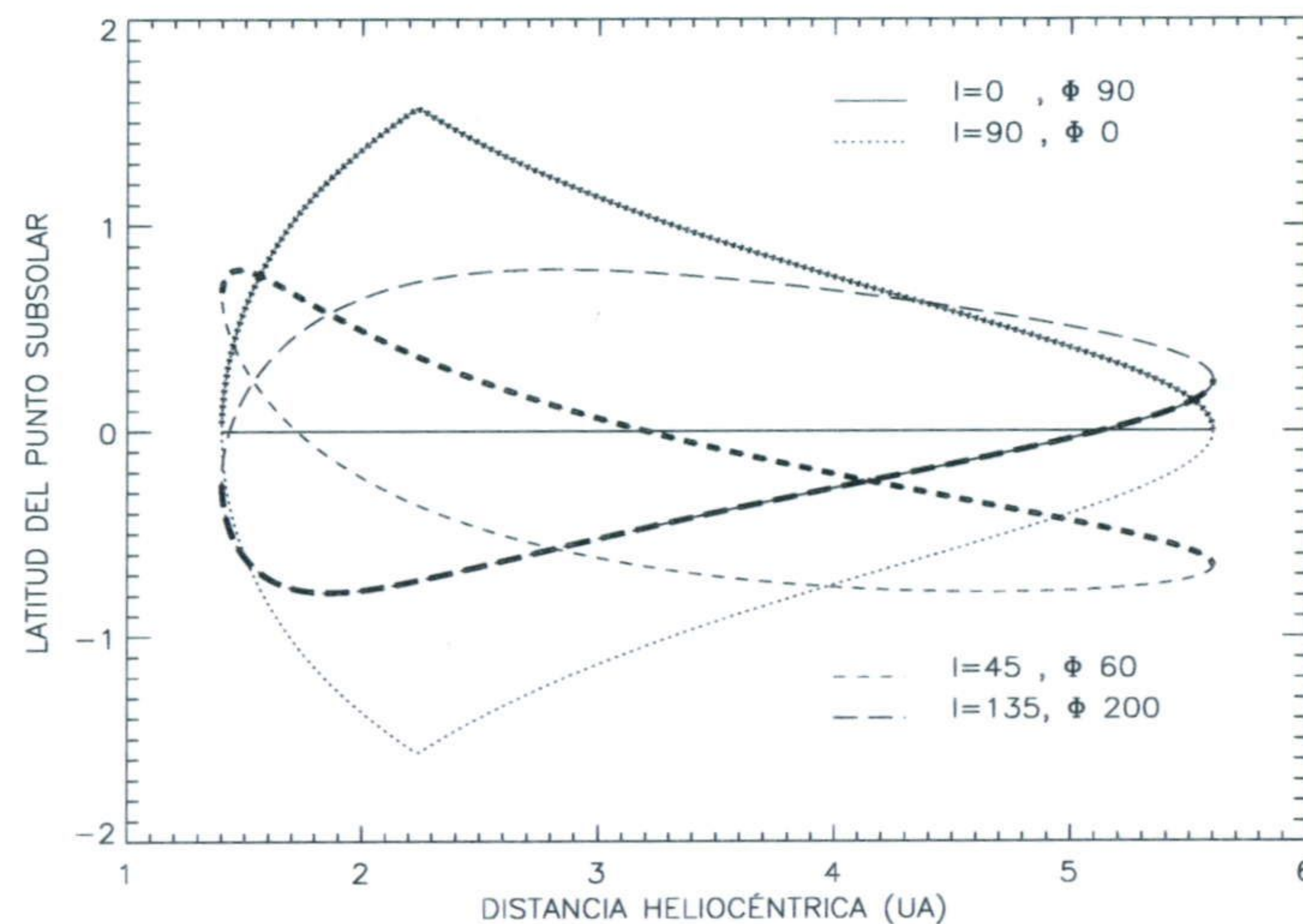
En este capítulo se analizan los efectos de la forma irregular y de las heterogeneidades superficiales en la tasa de producción de agua de cometas de corto período. Para ello se ha calculado la tasa de producción de tres cuerpos irregulares moviéndose en una órbita con semieje mayor $a=3.5$ UA y elipticidad $e=0.6$, que es similar a la órbita de varios cometas de corto período. En el *13th Catalog of Cometary Orbits* (Marsden y Williams, 1999) se recogen más de 50 cometas de corto período cuyas órbitas tienen $3 < a < 4$ y $0.5 < e < 0.7$. Los otros parámetros orbitales son los del Wirtanen, esto es: $\Omega=356.38^\circ$, $\omega=82.18^\circ$ e $i=11.74^\circ$ y tiempo de perihelio 2002/08/26.9517 (Estos parámetros orbitales se han obtenido de la versión electrónica del *Catalog of Cometary Orbits*). Con respecto a la rotación del núcleo, se ha considerado que los cuerpos rotan con un período de 24 h. Se ha estudiado el efecto de la dirección del eje de rotación considerando 4 orientaciones diferentes. De manera arbitraria se han elegido: 1) $I=0^\circ$, $\Phi=90^\circ$, es decir, el eje de rotación es perpendicular al plano orbital. Con esta orientación, la latitud cometocéntrica del punto subsolar, al cambiar la distancia heliocéntrica, recorre el ecuador del núcleo. 2) $I=90^\circ$, $\Phi=0^\circ$, es decir, el eje de rotación está contenido en el plano orbital paralelo al eje menor de la órbita. Con esta orientación la latitud del punto subsolar pasa del ecuador en el afelio al polo sur antes del perihelio y al polo norte después del perihelio con un recorrido simétrico alrededor del perihelio (el norte corresponde con la dirección del momento angular o del vector de rotación). 3) $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$, con la que el punto subsolar pasa de latitudes medias del hemisferio sur en el afelio al polo norte después del perihelio. 4) $I=135^\circ$, $\Phi=200^\circ$, con rotación inversa y con la que el punto subsolar pasa de latitudes medias del polo norte en el afelio a latitudes medias del polo sur en el perihelio. El recorrido en latitud del punto subsolar para esas orientaciones se muestra en la figura 4.1.

Los tres cuerpos utilizados son los objetos 1, 2 y 3 de la figura 3.2. La superficie se ha dividido en 2320 celdas, es decir, dos celdas triangulares por cada 6° en latitud y 9° en longitud cometocéntrica. Se ha supuesto, dependiendo del caso, que los núcleos están constituidos sólo por hielo o por una mezcla de hielo y polvo en la superficie. Como se describió en la sección de parámetros del modelo en el capítulo anterior (secc. §3.2.3), la distribución de polvo en la superficie o, lo que es igual, la fracción de área ocupada por el hielo se ha considerado uniforme

Tabla 4.1 Parámetros utilizados para obtener los resultados mostrados en este capítulo

Parámetros físicos		
Presión de vapor	$p_v(T)$	Expresión 3.12
Calor latente de sublimación del hielo de agua	H	48600 J mol^{-1} ó 2700 J g^{-1}
Densidad del núcleo	ρ	500 kg m^{-3}
Densidad del hielo compacto de agua	$\rho_{\text{H}_2\text{O}}$	917 kg m^{-3}
Densidad del polvo compacto	ρ_p	3500 kg m^{-3}
Capacidad calorífica del hielo de agua compacto	$C_{\text{H}_2\text{O}}(T)$	Expresión 3.28
Conductividad térmica del hielo de agua compacto	$\kappa_{\text{H}_2\text{O}}(T)$	Expresión 3.29
Capacidad calorífica del polvo compacto	C_d	$1200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
Conductividad térmica del polvo compacto	κ_d	$4.2 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$
Albedo	A	0.1, 0.05 y dist (ver secc. §3.4)
Emisividad	ϵ	$1-A$
Fracción de área ocupada por hielo	f	1, 0.95, 0.9, 0.4 y distribución (ver sección §3.4)
Factor de condensación	α	0.0
Factor de Hertz	h	0.18
Parámetros orbitales y rotacionales		
Semieje mayor		3.5 UA
Excentricidad		0.6
Período de rotación		24h
Orientación del eje de rotación	Caso 1	$I=0^\circ, \Phi = 90^\circ$
	Caso 2	$I=90^\circ, \Phi = 0^\circ$
	Caso 3	$I=45^\circ, \Phi = 60^\circ$
	Caso 4	$I=135^\circ, \Phi = 200^\circ$
Características de los núcleos		
Radio nuclear		1000 m
Superficie (m^2)	Objeto 1	$1.52 \cdot 10^7 = 1.21 \text{ Sup}_{esf}$
	Objeto 2	$1.63 \cdot 10^7 = 1.30 \text{ Sup}_{esf}$
	Objeto 3	$1.58 \cdot 10^7 = 1.26 \text{ Sup}_{esf}$
Parámetros Numéricos		
Número de celdas superficiales		2320 ($6^\circ \times 9^\circ$)
Profundidad máxima de la difusión del calor		3m
Número de puntos en los que se resuelve la difusión		65
Incremento de tiempo utilizado		175 seg

Fig. 4.1 Latitud cometocéntrica del punto subsolar en función de la distancia heliocéntrica para las cuatro orientaciones del eje de rotación consideradas en este trabajo. En todas las curvas, la rama más gruesa corresponde al recorrido post-perihelio.



en unos casos y en otros viene dada por distribuciones log-normal como las descritas en la sección 3.4. También se ha estudiado el efecto de las distribuciones log-normal del albedo y la emisividad en la tasa de producción de agua. Por otro lado, se compara la producción de los cuerpos irregulares con la obtenida mediante la aproximación del *rotador rápido*, aproximación en la que se basan un gran número de modelos térmicos, y con la producción obtenida mediante la aproximación del *punto subsolar*, la cual se estima a partir de la producción del punto subsolar.

También se muestran unos ejemplos de cómo afecta a la producción el hecho de que el núcleo presente zonas activas, es decir, que la producción provenga de zonas discretas de la superficie distribuidas aleatoriamente. Finalmente se compara la producción del núcleo con zonas activas con la del rotador rápido para establecer la fiabilidad de esa aproximación para estimar la fracción de área activa real del núcleo. Con el mismo objetivo, también se compara la producción de un núcleo con zonas activas con la producción del punto subsolar.

En la tabla 4.1 se resumen los parámetros físicos (algunos de ellos ya recogidos en la tabla 3.1) y los parámetros numéricos utilizados en las simulaciones realizadas.

La producción de agua se ha calculado para una órbita completa del cometa empezando desde el afelio. Se ha comprobado que el cometa se calienta rápidamente convergiendo a la temperatura correspondiente a su posición orbital en, aproximadamente, 12000 pasos temporales desde el comienzo. Esto significa que comenzando en 5.6 UA la situación estacionaria se alcanza en torno a las 5.4-5.5 UA. En consecuencia, la solución obtenida en un único período orbital es estacionaria e independiente de las condiciones iniciales.

En este capítulo se presentan los resultados considerando que el núcleo no está afectado

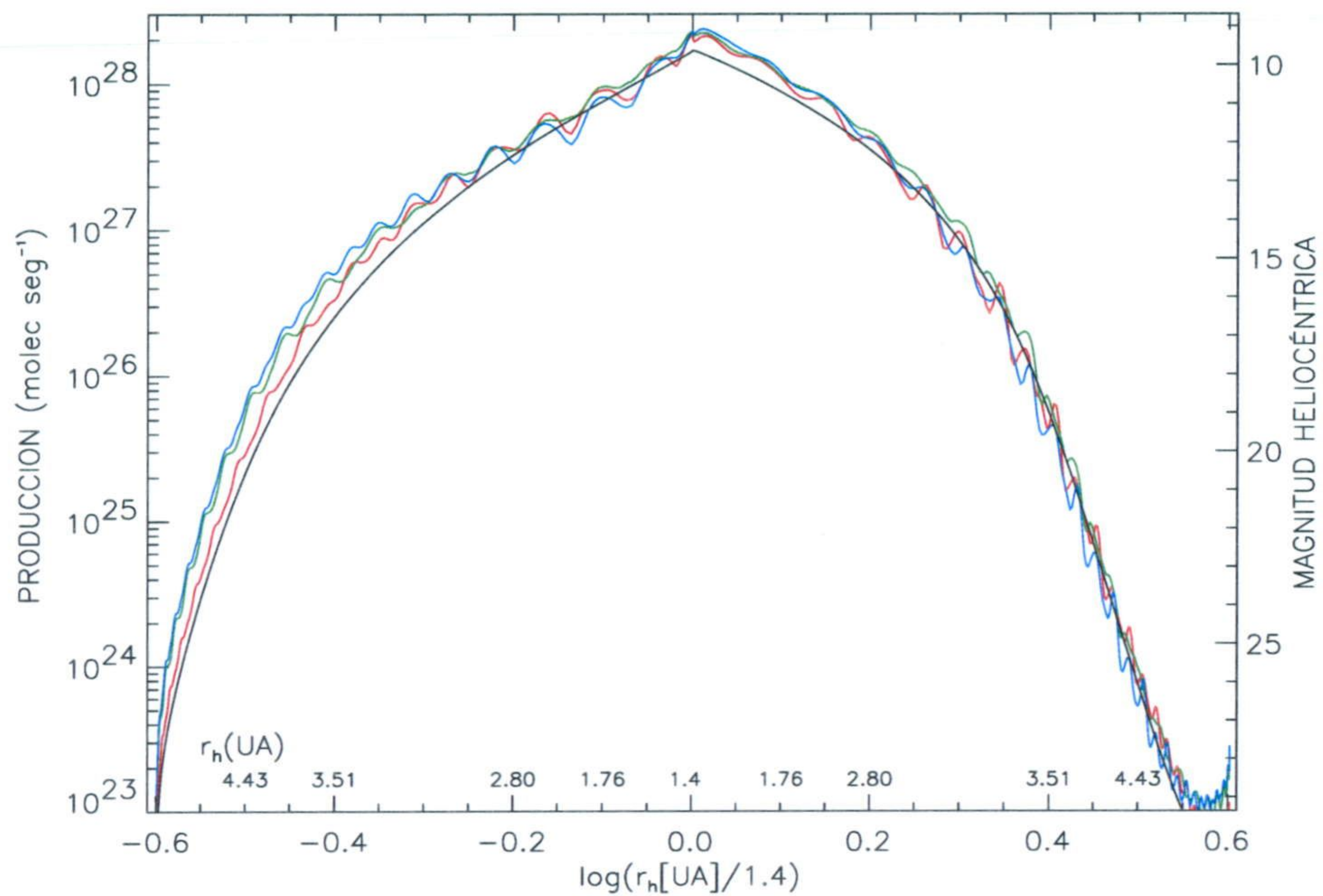


Fig. 4.2 Producción de agua en función de la distancia heliocéntrica para 3 objetos irregulares y la esfera (negro). Los objetos irregulares son los objetos 1 (rojo), 2 (verde) y 3 (azul) de la figura 3.2. La orientación del eje de rotación es $I=45^\circ$ y $\Phi=60^\circ$. El eje Y derecho representa la magnitud heliocéntrica calculada mediante la expresión de Jorda (1995) que es la ec. 1.3

por el movimiento no-gravitacional. Los efectos no-gravitacionales en el estado rotacional se discuten en el capítulo siguiente.

4.2 Producción de núcleos irregulares constituidos sólo por hielo

En la figura 4.2 se muestra la producción total de los tres objetos irregulares considerados y de un núcleo esférico, constituidos sólo por hielo cristalino (i.e. $f=1$), cuando la orientación del eje de rotación es $I=45^\circ$ y $\Phi=60^\circ$. En esa figura, también está indicada la magnitud heliocéntrica (eje Y derecho) correspondiente a la tasa de producción total. La ecuación utilizada para convertir la tasa de producción en magnitud heliocéntrica ha sido la de Jorda (1995) (Ec. 1.3) asumiendo que es válida en todo el intervalo de distancias heliocéntricas considerado aunque, estrictamente, la ecuación sólo es aplicable en el intervalo entre 0.32 y 2.8 UA. El primer hecho que se puede observar en esa figura es que las curvas de producción de los objetos irregulares presentan variabilidad de corto término con una amplitud relativamente grande comparada con el valor medio. Estas oscilaciones son consecuencia de los cambios en la sección transversal vista desde el Sol cuando el objeto rota. Hay que tener en cuenta que los puntos mostrados en

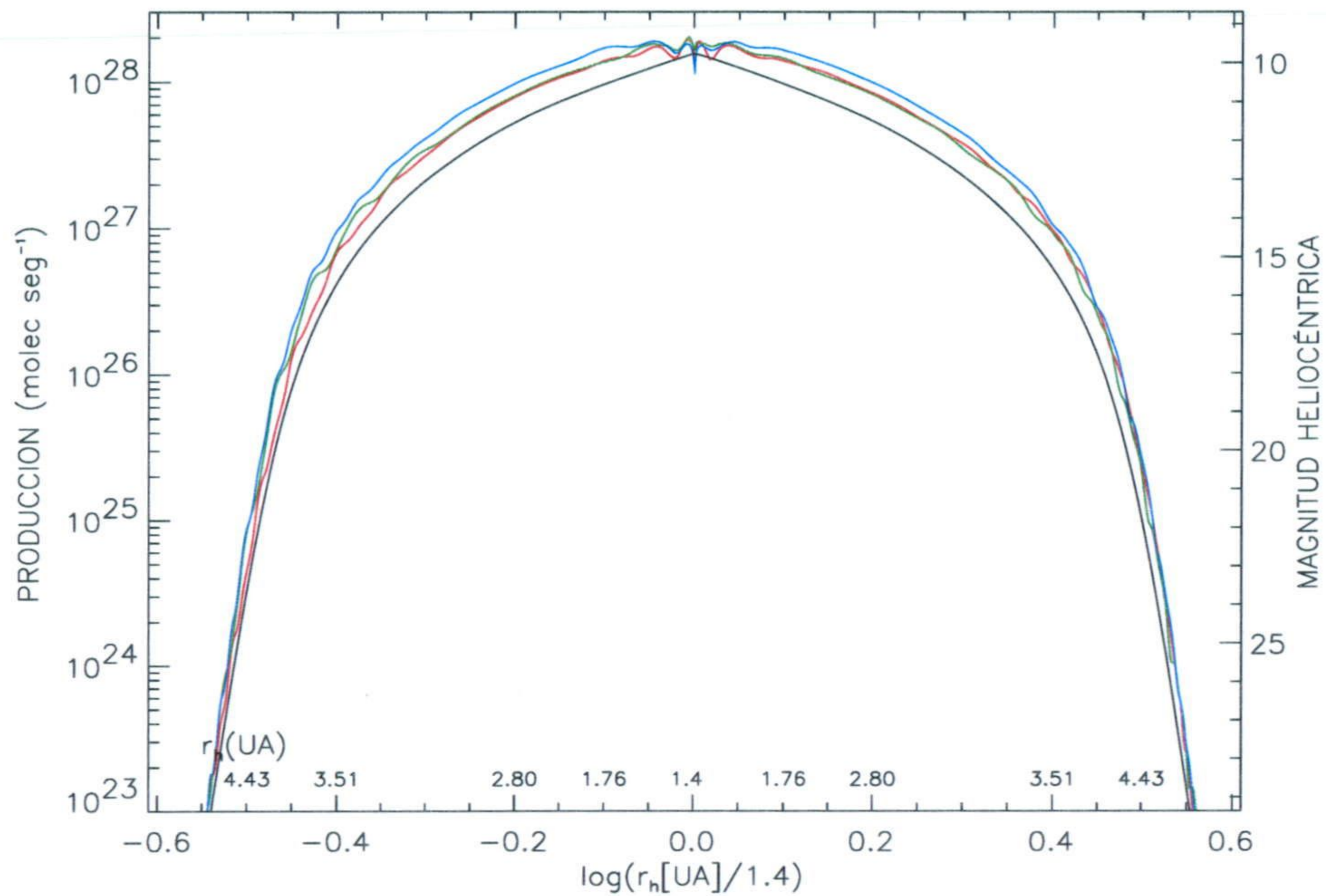


Fig. 4.3 Producción de agua en función de la distancia heliocéntrica para 3 objetos irregulares y la esfera (negro). Los objetos irregulares son los objetos 1 (rojo), 2 (verde) y 3 (azul) de la figura 3.2. La orientación del eje de rotación es $I=0^\circ$ y $\Phi=90^\circ$. El eje Y derecho representa la magnitud heliocéntrica calculada mediante la expresión de Jorda (1995)

esa figura están separados por 1000 pasos temporales por lo que el período de rotación, a juzgar por la figura, parece mayor de lo que es en realidad. Un análisis de Fourier mostraría que el período de la variabilidad es, realmente, el período de rotación (24 h) del núcleo. El segundo hecho importante que se aprecia en la figura 4.2 es que las curvas de luz de todos los objetos, incluido el esférico, son asimétricas con respecto al perihelio. También se puede ver que después del perihelio y, aproximadamente, hasta una distancia de 2.5 UA la producción post-perihelio es mayor que la pre-perihelio. A distancias mayores ocurre lo contrario, la producción pre-perihelio es mayor que la post-perihelio. La pendiente de la tasa de producción en ambas ramas, pre y post-perihelio, es diferente. De manera aproximada, la pendiente con la distancia heliocéntrica pre-perihelio del logaritmo de la producción de todos los objetos pasa desde un valor de -2 a 5 UA hasta un valor de -0.7 a 2 UA. En la rama post-perihelio la caída es más brusca pasando de -0.7 en el perihelio a -2 a 3.5 UA. La asimetría del cuerpo esférico aparece como un efecto estacional debido a la orientación del eje de rotación y a la inercia térmica. Mirando a la figura en la que se representa el recorrido del punto subsolar (fig 4.1) y considerando la región en la que la distancia heliocéntrica es menor que 3 UA, se puede ver que para la orientación considerada ($I=45^\circ$ y $\Phi=60^\circ$), el punto subsolar pasa del hemisferio sur al norte en la rama pre-perihelio. Por contra, en la rama post-perihelio, y hasta 3 UA, el punto subsolar permanece en el hemisferio norte

del núcleo. Este recorrido asimétrico del punto subsolar produce la asimetría y la diferencia de pendiente en la producción pre y post-perihelio. Por otro lado, también se puede ver que cuando el núcleo se acerca al perihelio, el punto subsolar se desplaza rápidamente hacia latitudes cada vez más altas, alcanzando su valor máximo después del perihelio. Como consecuencia de ese cambio rápido y debido a la inercia térmica, la nueva zona iluminada tarda un tiempo en alcanzar la temperatura de máxima producción. Este desfase provoca que el máximo ocurra poco después del punto de máximo acercamiento al Sol. En el caso de los objetos irregulares a este efecto es necesario añadir el hecho de que la sección transversal vista desde el Sol, y por tanto el área receptora de energía, también cambia al cambiar la latitud del punto subsolar. Como los objetos irregulares están rotando alrededor de su eje de máximo momento de inercia, que es el eje más corto, al desplazarse el punto subsolar hacia latitudes cometocéntricas polares, el Sol ilumina un área que es mayor cuanto mayor es la latitud cometocéntrica del punto subsolar. En consecuencia, con el desplazamiento del punto subsolar aumenta la fracción de superficie que recibe luz solar directa. Este hecho hace que la producción de los objetos irregulares sea más asimétrica que la del cuerpo esférico.

Todos los hechos descritos están de acuerdo, al menos cualitativamente, con algunos de los hechos observacionales descritos en el capítulo de introducción. Sin embargo, el que se puedan observar esos hechos es una consecuencia directa de la orientación del eje de rotación. Todos los hechos descritos, incluida la variabilidad debida a la forma irregular, pueden atenuarse, o incluso desaparecer, para orientaciones concretas del eje de rotación. En la figura 4.3, se muestra lo mismo que en la anterior pero para la orientación $I=90^\circ$, $\Phi=0^\circ$. Para esa orientación no existe asimetría de la curva de producción alrededor del perihelio. Igualmente, la variabilidad de corto período en las curvas de luz de los objetos irregulares se atenúa considerablemente llegando, prácticamente, a desaparecer y siendo, desde un punto de vista práctico, indetectable durante la mayor parte del recorrido orbital. En las dos figuras anteriores se puede ver que la forma geométrica del cuerpo, si se mantiene la orientación del eje de rotación constante durante todo el período orbital y los núcleos son uniformemente activos, da lugar, sólo a una pequeña dispersión en las pendientes de la curva de producción con la distancia heliocéntrica. Es decir, las pendientes de la curva de luz de los distintos núcleos, para una orientación dada, son muy similares. Comparando las dos figuras se puede ver que la dispersión en la pendiente que introduce el eje de rotación es mucho mayor que la dispersión que introduce la forma geométrica.

En las figuras anteriores, aunque la escala es logarítmica en ambos ejes, se pueden apreciar las diferencias en la producción de los diferentes objetos. Se puede ver que, al menos en parte de su recorrido orbital y para esas orientaciones del eje de rotación, los objetos irregulares producen mayor cantidad de agua que el objeto esférico, aún teniendo el mismo radio medio. Se acepta, generalmente, que los objetos irregulares deben producir más que los objetos esféricos del mismo radio por el simple hecho de que los primeros tienen una superficie mayor. Como se puede ver en la tabla 4.1 (o en la tabla 3.2), aunque todos los objetos tienen el mismo radio, los objetos irregulares tienen una superficie mayor que la de la esfera. Sin embargo, el hecho de que la producción de un objeto irregular sea mayor que la de uno esférico únicamente por tener mayor área no tiene por qué ser cierto. Teniendo en cuenta que, como ya se mencionó en la

discusión sobre la ecuación de balance energético en la superficie, el “consumo” global de energía depende del área total (o al menos del área iluminada) del cuerpo, mientras que la “fuente” depende de la sección transversal vista desde el Sol (en cuyo cálculo debe tenerse en cuenta el efecto reductor de las sombras), es de esperar que la producción dependa fuertemente tanto de la sección transversal vista desde el Sol como del área total (o al menos del área iluminada). Además, también dependerá de lo “efectiva” que sea la sección transversal. En este sentido, dos superficies pueden tener la misma sección transversal vista desde una dirección determinada pero una puede tener más superficie real cuya normal tenga la dirección de incidencia de la radiación. La zona perpendicular absorbería la radiación de manera mucho más eficiente y alcanzaría, por tanto, una temperatura mayor que el resto. Como la producción depende exponencialmente con la temperatura, pequeñas diferencias en temperatura darían lugar a diferencias relativamente grandes en producción. En consecuencia, también es de esperar que las diferencias en producción dependan del cociente entre sección transversal y área iluminada, cociente que sería una medida de la eficiencia de la superficie. El hecho de introducir la inercia térmica y el efecto del autocalentamiento dificulta la interpretación aún más, pues estos dos factores influyen en la producción cerca del afelio. La inercia térmica introduce un desfase entre la zona de mayor producción y la sección transversal vista desde el Sol. El autocalentamiento, que depende de la orientación del eje de rotación, aumenta la entrada neta de energía en el núcleo. La orientación del eje de rotación también influye de otra manera. Para inclinaciones intermedias existe un polo que está constantemente iluminado. Esa región alcanza temperaturas mayores que el resto de la superficie que entra y sale de la zona de día. En consecuencia, la producción puede estar controlada por ese área y no por el recorrido del punto subsolar.

En la figuras 4.4, 4.5, 4.6 y 4.7 se ha representado el cociente entre la producción total de cada uno de los objetos irregulares y la producción total de una esfera de igual radio para las cuatro orientaciones consideradas. Si se dividen los valores mostrados en esas gráficas por el cociente entre las áreas de los objetos irregulares y el área de la esfera (ver tabla 4.1), se tiene la relación entre las producciones por unidad de área, o lo que es igual, la relación entre la producción de objetos de igual área.

En la figura 4.4 se muestran los cocientes entre las producciones totales de agua de los 3 objetos irregulares y la producción de un cuerpo esférico cuando la orientación del eje es $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$. Lo primero que se puede ver es que, para esa orientación, los objetos irregulares son más productivos que la esfera de igual radio durante la mayor parte del recorrido orbital, especialmente, a grandes distancias heliocéntricas. Si se hubiesen representado las producciones por unidad de área se vería que también, durante la mayor parte del recorrido orbital, al menos el objeto 2, es más productivo que la esfera de igual área. Por otro lado, se puede ver que existe una región, entre 2.5 UA y 4 UA, en la que el objeto irregular 3, (y el 1 en una región más pequeña), a pesar de tener una superficie mayor, es ligeramente menos productivo que la esfera de igual radio y, por tanto, que la esfera de igual área. En consecuencia, las diferencias en la producción no pueden explicarse haciendo uso, únicamente, de las diferencias en el área total. Cerca del perihelio y en este caso, la producción de los distintos objetos se explica por la sección transversal total. Un objeto con mayor sección transversal produce más que otro con menor sección transversal. La relación entre las diferencias en producción y las diferencias en sección

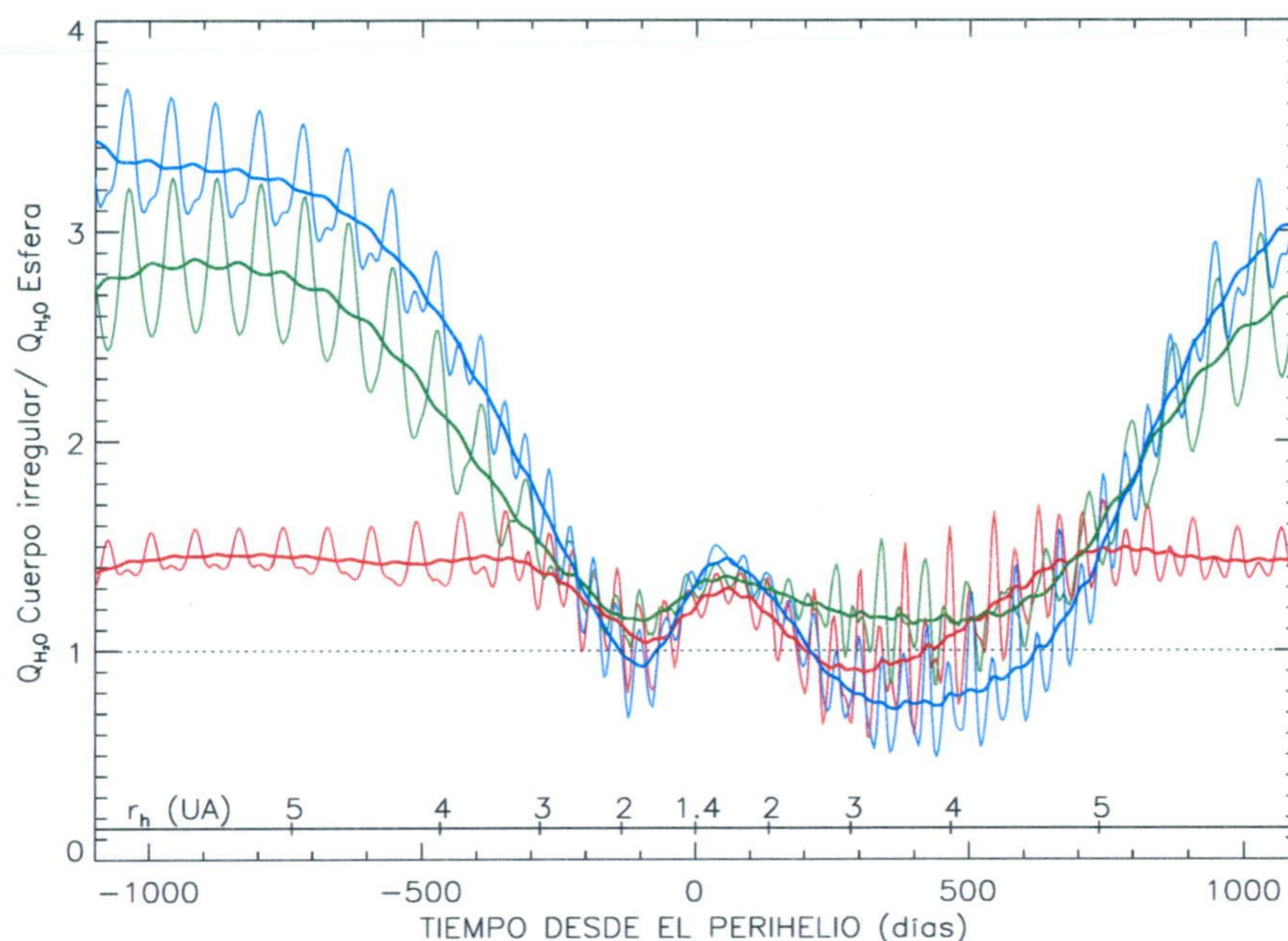


Fig. 4.4 Cociente entre la producción por unidad de área de los objetos irregulares 1 (rojo), 2 (verde), 3 (azul) y la producción por unidad de área de la esfera. La orientación del eje de rotación es $I=45^\circ$ y $\Phi=60^\circ$. Las líneas gruesas, que son un promedio tomando 20 puntos de las líneas finas, muestran la tendencia de los cocientes.

transversal es, aproximadamente, lineal. Lejos del perihelio, $r_h > 2.5$ UA, la situación no es igual en la rama pre-perihelio que en la rama post-perihelio. En la rama pre-perihelio ocurre que todos los objetos presentan un cociente entre la sección transversal y el área iluminada similar. También se puede comprobar que la sección transversal total del objeto 3 es mayor que la del objeto 2 y la de éste mayor que la del 1. Todas son mayores que la de la esfera. En principio sería lógico pensar que las diferencias en sección transversal explicarían las diferencias en producción. Sin embargo, se ha comprobado que los objetos irregulares 1 y 2 tiene una sección transversal por unidad de área total muy similar, siendo, incluso, la del 2 ligeramente menor que la del 1. Si representásemos, la producción por unidad de área para la orientación considerada, como representación de la producción de objetos de igual área, se podría ver que la producción del objeto 2 seguiría siendo mucho mayor que la del objeto 1, a pesar de que ambos tendrían el mismo área y la misma sección transversal. En este caso, la diferencia procede, principalmente, de que el objeto 2 tiene mayor fracción de área permanentemente iluminada que el objeto 1. También influye el autocalentamiento, mayor en el objeto 2 que en el 1. Estos dos factores no son suficientes para dar lugar a que la producción del objeto 2 supere la producción del objeto 3 en la rama pre-perihelio, el cual tiene la mayor fracción de área iluminada y la mayor sección transversal. En la rama post-perihelio, además de la sección transversal también influye

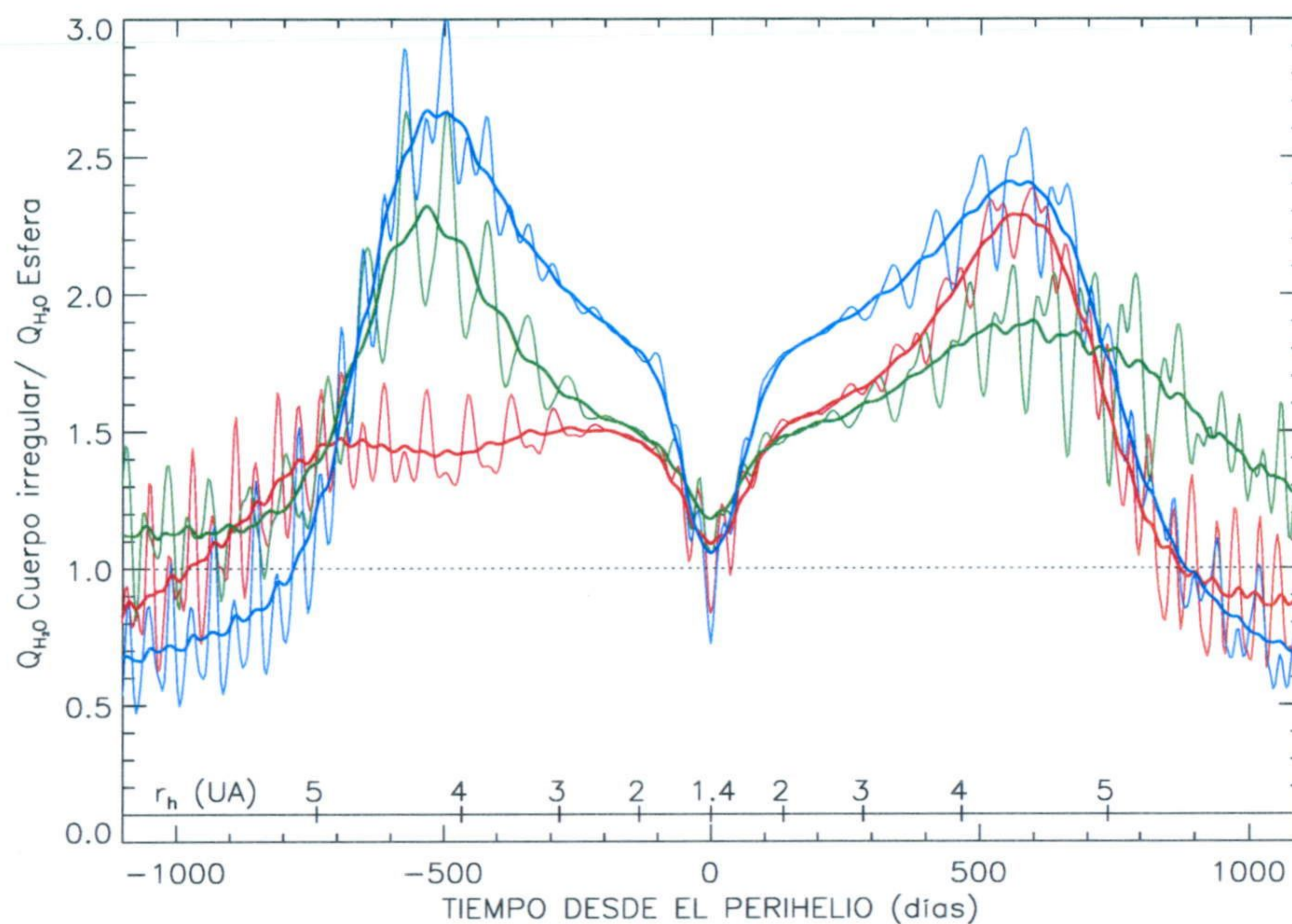


Fig. 4.5 Cociente entre la producción por unidad de área de los objetos irregulares 1 (rojo), 2 (verde), 3 (azul) y la producción por unidad de área de la esfera. La orientación del eje de rotación es $I=90^\circ$ y $\Phi=0^\circ$. Las líneas gruesas, que son un promedio tomando 20 puntos de las líneas finas, muestran la tendencia de los cocientes.

el hecho de que, entre 2 y 4 UA, el cociente entre la sección transversal vista desde el Sol y el área iluminada del objeto 3 disminuye por debajo del valor 0.5 de la esfera. Esto significa que la sección transversal del objeto 3, a pesar de ser ligeramente superior a la de la esfera, no es tan eficiente como la de ésta absorbiendo radiación. Se podría decir que, de manera efectiva, la producción de la esfera viene dada por la de un área plana orientada perpendicularmente a la dirección solar mayor que la que representaría al objeto 3. La producción del objeto 1 se explica de manera similar, incluido el hecho de que la producción de este objeto sea ligeramente mayor que la del objeto 2 en la región en torno a 4.5 UA post-perihelio.

Los cocientes entre la tasa de producción de los objetos irregulares y la del objeto esférico cuando la orientación es $I=90^\circ$, $\Phi=0^\circ$ están representados en la figura 4.5. Con esta orientación del eje de rotación, la tasa de producción de los objetos irregulares es mayor que la de los objetos esféricos que tienen igual radio (y se puede comprobar que es mayor que los objetos esféricos con igual área) durante casi todo el recorrido orbital. Sin embargo, cerca del afelio ocurre lo contrario: los objetos irregulares producen menos que la esfera de igual radio y, por tanto, que la de igual área. El único objeto que produce más que la esfera de igual radio durante todo el período orbital es el objeto 2. Igual que en el caso anterior, se puede comprobar que la producción para $r_h < 2$ UA se explica por las diferencias en las secciones transversales. Para

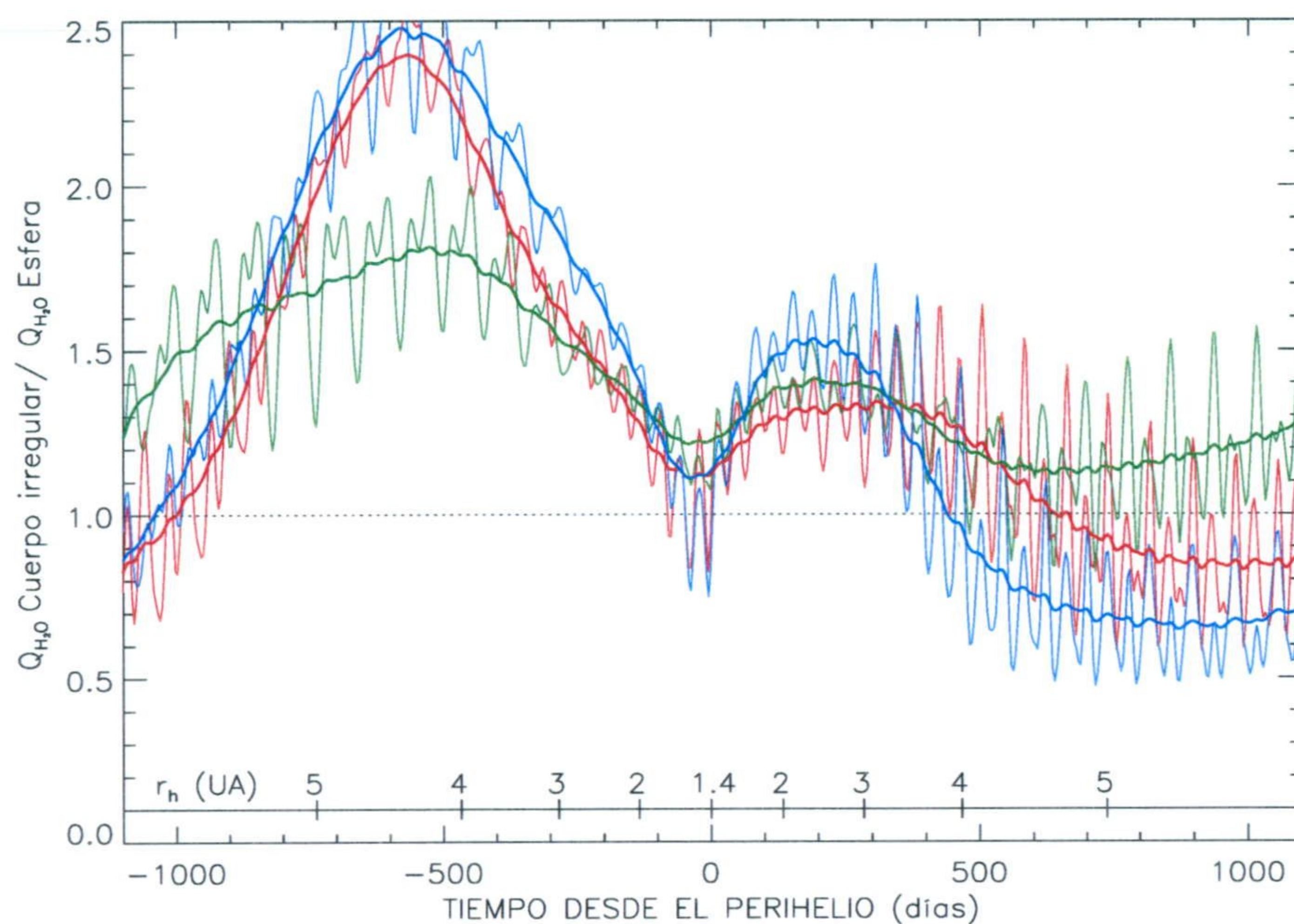


Fig. 4.6 Cociente entre la producción por unidad de área de los objetos irregulares 1 (rojo), 2 (verde), 3 (azul) y la producción por unidad de área de la esfera. La orientación del eje de rotación es $I=135^\circ$ y $\Phi=200^\circ$. Las líneas gruesas, que son un promedio tomando 20 puntos de las líneas finas, muestran la tendencia de los cocientes.

distancias entre $2 \text{ UA} < r_h < 4.5 \text{ UA}$ la sección transversal de los tres objetos es mayor que la sección transversal de la esfera siendo mayor la del objeto 3, que es mayor que la del 2 la cual es ligeramente superior a la del objeto 1. Esto, junto con el autocalentamiento, explicaría la rama pre-perihelio. Sin embargo, se puede observar que en la rama post-perihelio el objeto 1, a pesar de tener un área y una sección transversal vista desde el Sol ligeramente inferiores a las del objeto 2, tiene una producción mayor que la de éste. Se ha comprobado que, en la rama post-perihelio, el objeto 1, entre 2 y 4 UA, presenta una sección transversal por unidad de área total iluminada mucho mayor que la del objeto 2. Es decir, como ambos tienen una sección transversal total similar, en el objeto 1 existe una región de la superficie relativamente grande, y mayor que la del objeto 2, orientada perpendicularmente a la radiación solar. Esta región da lugar a que el objeto 1 sea más productivo que el 2. En la región entre 4 y 5.6 UA, las secciones transversales de los objetos irregulares van decreciendo hacia el afelio. La sección transversal del objeto 2, que es la mayor de las 4 en el afelio, decae suavemente. La del objeto 1 cae un poco más bruscamente y la del 3 aún mucho más, teniendo una sección transversal similar a la de la esfera en el afelio. Además, la sección transversal por unidad de área iluminada del objeto 3 cae por debajo del 0.5 de la esfera lo que lo hace menos eficiente en la producción.

La figura 4.6 muestra lo mismo que las anteriores cuando la orientación del eje es $I=145^\circ$,

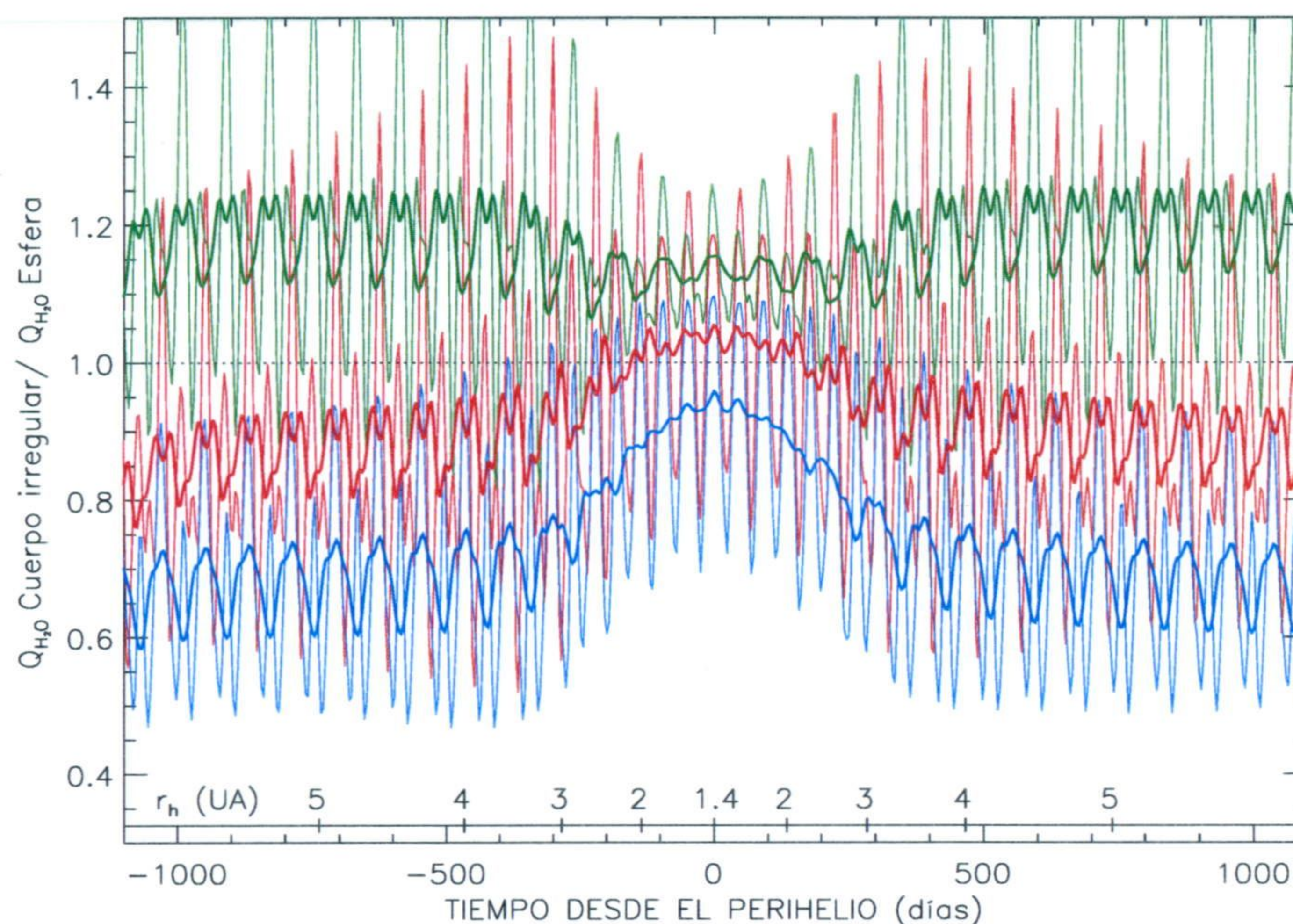


Fig. 4.7 Cociente entre la producción por unidad de área de los objetos irregulares 1 (rojo), 2 (verde), 3 (azul) y la producción por unidad de área de la esfera. La orientación del eje de rotación es $I=0^\circ$ y $\Phi=90^\circ$. Las líneas gruesas, que son un promedio tomando 20 puntos de las líneas finas, muestran la tendencia de los cocientes.

$\Phi=200^\circ$. Para esta orientación, como para el primer caso, se puede ver que el comportamiento es asimétrico con respecto al perihelio. El objeto 2 es siempre más productivo que la esfera de igual radio y que la esfera de igual área. El objeto 1 y el objeto 3 son más productivos que la esfera de igual radio en la rama pre-perihelio. En la rama post-perihelio y a partir de 3.5-4 UA, ocurre lo contrario, a pesar de tener mayor área son menos productivos que la esfera de igual radio y, por tanto, menos productivos que la esfera de igual área. Para esta orientación, ocurre igual que en las anteriores. Las diferencias en la producción cerca del perihelio ($r_h < 2$ UA) se explican por las diferencias en la sección transversal. Para otras distancias, como ocurría en los casos anteriores, la tasa de producción de los objetos irregulares depende no sólo de la sección transversal, sino de la eficiencia de ésta y también del autocalentamiento.

La figura 4.7 muestra claramente que los objetos irregulares no tienen por qué ser siempre más productivos que las esferas. En esta figura se muestra lo mismo que en las anteriores cuando la orientación del eje de rotación es $I=0^\circ$, $\Phi=90^\circ$, es decir, cuando el eje de rotación es perpendicular al plano orbital. Este caso es el que más se aproxima al del rotador rápido. Para esta orientación del eje de rotación, el punto subsolar recorre siempre el ecuador (ver figura 4.1). En este caso, las oscilaciones de la tasa de producción producidas por el cambio de sección transversal no dejan ver claramente la tendencia. Es posible que la tendencia de la

producción del objeto 1 esté falseada por el muestreo de los datos. Con la de los otros dos no ocurre lo mismo y la tendencia media es, aproximadamente, la mostrada en la figura. Para esta orientación del eje de rotación, la sección transversal por unidad de área vista desde el Sol de los objetos 1,2 y 3 oscila alrededor del 21 %, 22 % y 19 % de su área total, respectivamente. Mirando los resultados de la gráfica, el objeto 2, que es el que tiene un área iluminada mayor y, también, la sección transversal total más grande es el más productivo. Este objeto es sólo ligeramente más productivo que la esfera de igual radio y, puesto que su sección transversal media por unidad de área es menor que la de la esfera, se puede comprobar que, en valor medio, es menos productivo que la esfera de igual área. El objeto 3 tiene una sección transversal total oscilando alrededor del valor de la sección transversal de la esfera pero su área total iluminada es mucho mayor que la de ésta. Es decir, el objeto 3 es mucho menos eficiente que la esfera absorbiendo energía y, por tanto su producción total es inferior que la esfera de igual radio y, por tanto, que la de esfera de igual superficie. En esa figura se puede ver, comparando las producciones relativas de los objetos 2 y 3 que la tendencia de la producción media de ambos objetos tiene un comportamiento diferente en la región $r_h > 2$ UA. En esa región, la producción del objeto 2 relativa a la de la esfera crece ligeramente con respecto a la que tiene en el perihelio. Por contra, la del objeto 3 (y posiblemente la del 1) disminuyen al acercarse al afelio. Esa diferencia de comportamiento del objeto 2 con respecto a los otros se debe al autocalentamiento. Se ha comprobado que el autocalentamiento del objeto 2 tiene un efecto en la producción mayor cuanto mayor es la distancia heliocéntrica (Gutiérrez et al., 2001b). En el afelio y para esa orientación, el autocalentamiento aumenta la producción del objeto 2 en, aproximadamente, un 20 %. Si a la producción del objeto 2, mostrada en la figura anterior, se le resta el aumento del efecto del autocalentamiento con la distancia heliocéntrica se obtendría una dependencia similar a la de los otros objetos. El efecto del autocalentamiento en los otros objetos no es tan significativo porque lo tienen centrado en latitudes polares, donde son más cóncavos y, por tanto, no afecta para la orientación considerada.

El comportamiento de la tasa de producción para las distintas orientaciones del eje de rotación observado en estas simulaciones coincide parcialmente con el que obtuvo Colwell (1997) estudiando el efecto en la producción de gas de la presencia de cráteres sobre superficies esféricas. Colwell concluyó que la topografía o rugosidad de gran escala provoca que la tasa de producción de gas de los objetos irregulares sea mayor que la de las superficies suaves a grandes distancias heliocéntricas y, por contra, ligeramente menor cerca del perihelio. Colwell afirma que el hecho que explica que los cuerpos con cráteres fuesen más productivos que la esfera a grandes distancias heliocéntricas es el autocalentamiento. Con respecto al hecho de que los cráteres eran menos productivos que la superficie suave cerca del perihelio, Colwell argumentó que las paredes de los cráteres en el hemisferio de verano recibirían la radiación oblicuamente (cambiaría la sección transversal) por lo que producían menos que la superficie suave. Estas mismas conclusiones también fueron obtenidas en un estudio preliminar (Gutiérrez et al., 2000) sobre el efecto de la forma geométrica en la tasa de producción utilizando cuerpos irregulares pero con un alto grado de simetría. Los cuerpos utilizados en ese trabajo eran generados utilizando funciones sinusoidales que perturbaban el radio de la esfera en función de la latitud y longitud cometocéntrica. Sin embargo, en el presente trabajo, en el que se utilizan cuerpos totalmente

irregulares generados aleatoriamente, se han obtenidos resultados algo diferentes. En general, se puede decir que los objetos irregulares son más productivos que la esfera de igual radio durante la mayor parte del recorrido orbital, pero no tienen por qué ser más productivos que la esfera en el afelio y menos que ella en el perihelio. A partir de nuestras simulaciones, se ha visto que un objeto irregular, por el mero hecho de tener mayor área no tiene por qué ser más productivo que la esfera de igual radio. De los 3 objetos considerados y todas las orientaciones consideradas, sólo el objeto 2 es más productivo que la esfera de igual radio durante todo el recorrido orbital. Los otros dos objetos, en algunas regiones de recorrido orbital, son menos productivos que la esfera de igual radio. Incluso, se ha obtenido que el objeto 3, cuando su eje de rotación es perpendicular al plano orbital, su producción media es menor que la de la esfera durante todo el recorrido orbital. En general, cerca del perihelio ($r_h < 2$ UA), la sección transversal total es la que controla la producción. Esto hace que si la sección transversal es menor que la de la esfera, los objetos irregulares serán menos productivos que la esfera de igual radio. Lejos del perihelio ($r_h > 2$ UA), el principal factor que afecta a la producción es la eficiencia de la sección transversal, es decir, la sección transversal por unidad de superficie iluminada. Esta cantidad nos da una medida de la región iluminada perpendicularmente. También afecta considerablemente, la existencia o no de una región permanentemente iluminada y el tamaño relativo de esa región. El autocalentamiento, para los objetos considerados, sólo afecta ligeramente. Se ha comprobado que para la orientación $I = 0^\circ$, $\Phi = 90^\circ$, el autocalentamiento sólo aumenta en un 20 % la producción total del objeto irregular 3. Este aumento es pequeño comparado con el factor 2 ó 3 que introduce el hecho de tener mayor superficie orientada perpendicularmente a la radiación incidente. Esto no quiere decir que el autocalentamiento sea despreciable. Localmente tiene una gran influencia y se ha comprobado que puede dar lugar a aumentos de temperatura de hasta 5 K (Gutiérrez et al., 2001b).

A partir de las simulaciones realizadas, se ha visto que, en general, la producción de los cuerpos irregulares utilizados no es muy diferente de la de los esféricos cerca del perihelio. Las simulaciones realizadas sugieren que, en general, las diferencias más grandes entre la producción de los objetos irregulares y la esfera de igual radio aparecen preferentemente en la región entre 2.5 y 5 UA. Para los objetos considerados y las orientaciones estudiadas, debido principalmente al hecho de tener una mayor superficie orientada perpendicularmente a la dirección solar y a tener una gran zona iluminada permanentemente, la producción de los objetos irregulares considerados puede ser un factor 2 ó 3 mayor que la de la esfera de igual radio en esa región orbital. Licandro et al. (2000), analizando las curvas de luz de 18 cometas de corto período, han encontrado que 7 de los núcleos presentaban una débil coma a distancias mayores que 3 UA, y 6 de ellos incluso más allá de 4 UA. La forma irregular y que como consecuencia de ello, los núcleos tengan una mayor superficie orientada perpendicularmente a la dirección solar, puede explicar la existencia de coma detectable en algunos cometas a distancias heliocéntricas mayores que 2.5 UA.

Hay que decir que los resultados obtenidos no puede generalizarse totalmente. Sería de esperar que objetos mucho más elongados que los considerados en este estudio o cuya forma no esté bien representada por un radio medio podrían producir una cantidad de agua muy diferente a la de la esfera cerca del perihelio.

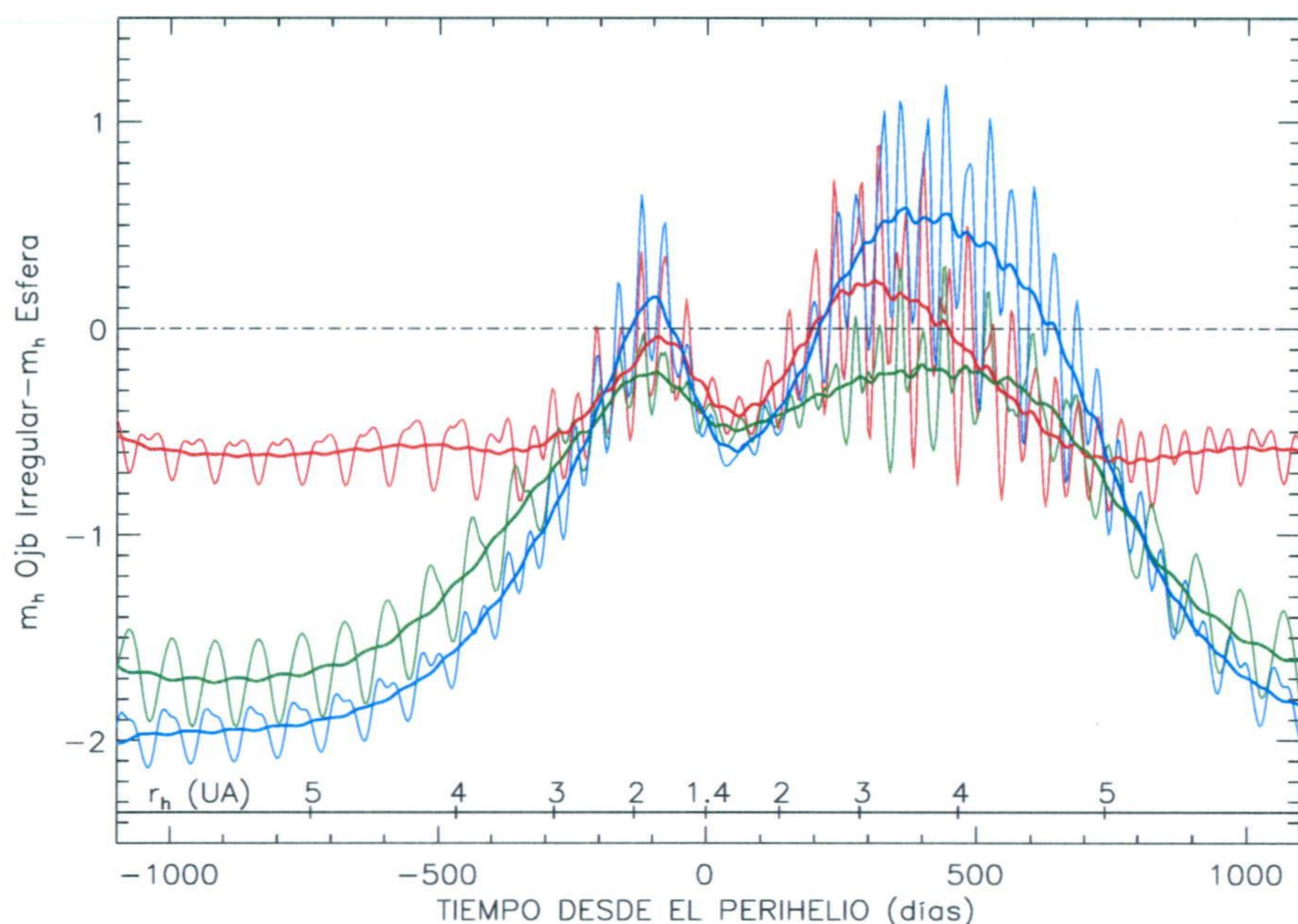


Fig. 4.8 Diferencia entre la magnitud heliocéntrica calculada a partir de la producción de agua de los objetos irregulares 1 (rojo), 2 (verde), 3 (azul) y la magnitud heliocéntrica de una esfera. La fórmula utilizada para convertir la tasa de producción en magnitud heliocéntrica es la de Jorda (1995). La orientación del eje de rotación es $I=45^\circ$ y $\Phi=60^\circ$. Las líneas gruesas, que son un promedio tomando 20 puntos de las líneas finas, muestran la tendencia media.

Para tener una idea de cómo pueden afectar observacionalmente las diferencias en la producción de los distintos objetos se muestran, como ejemplo, las figuras 4.8 y 4.9. En estas figuras se representa la diferencia entre la magnitud heliocéntrica correspondiente a la producción de los objetos irregulares y la magnitud heliocéntrica calculada a partir de la producción del objeto esférico cuando la orientación es $I=45^\circ$ y $\Phi=60^\circ$ e $I=0^\circ$ y $\Phi=90^\circ$, respectivamente. La magnitud heliocéntrica se ha calculado mediante la expresión de Jorda (1995) (Ec. 1.3) asumiendo, de nuevo, que esa relación es válida en todo el intervalo de distancias heliocéntricas considerado. En la figura 4.8 ($I=45^\circ$) se puede ver que el objeto irregular 3 sería hasta 2 magnitudes más brillante que la esfera de igual área a grandes distancias heliocéntricas; lo que es una cantidad importante que puede hacer que la coma sea detectable. En la rama post-perihelio, para esa orientación y como ya se ha mencionado, la relación se invierte y el objeto 3 sería, sin tener en cuenta las oscilaciones, entre 0.2 y 0.5 magnitudes menos brillante que uno esférico de igual radio. En realidad, los resultados mostrados serían válidos siempre y cuando exista una relación lineal entre la producción y la magnitud heliocéntrica. La diferencia entre las magnitudes heliocéntricas dependería, únicamente, del valor de la pendiente de la relación lineal mencionada. Si el valor absoluto de la pendiente es mayor que 0.265 (el correspondiente a la relación de

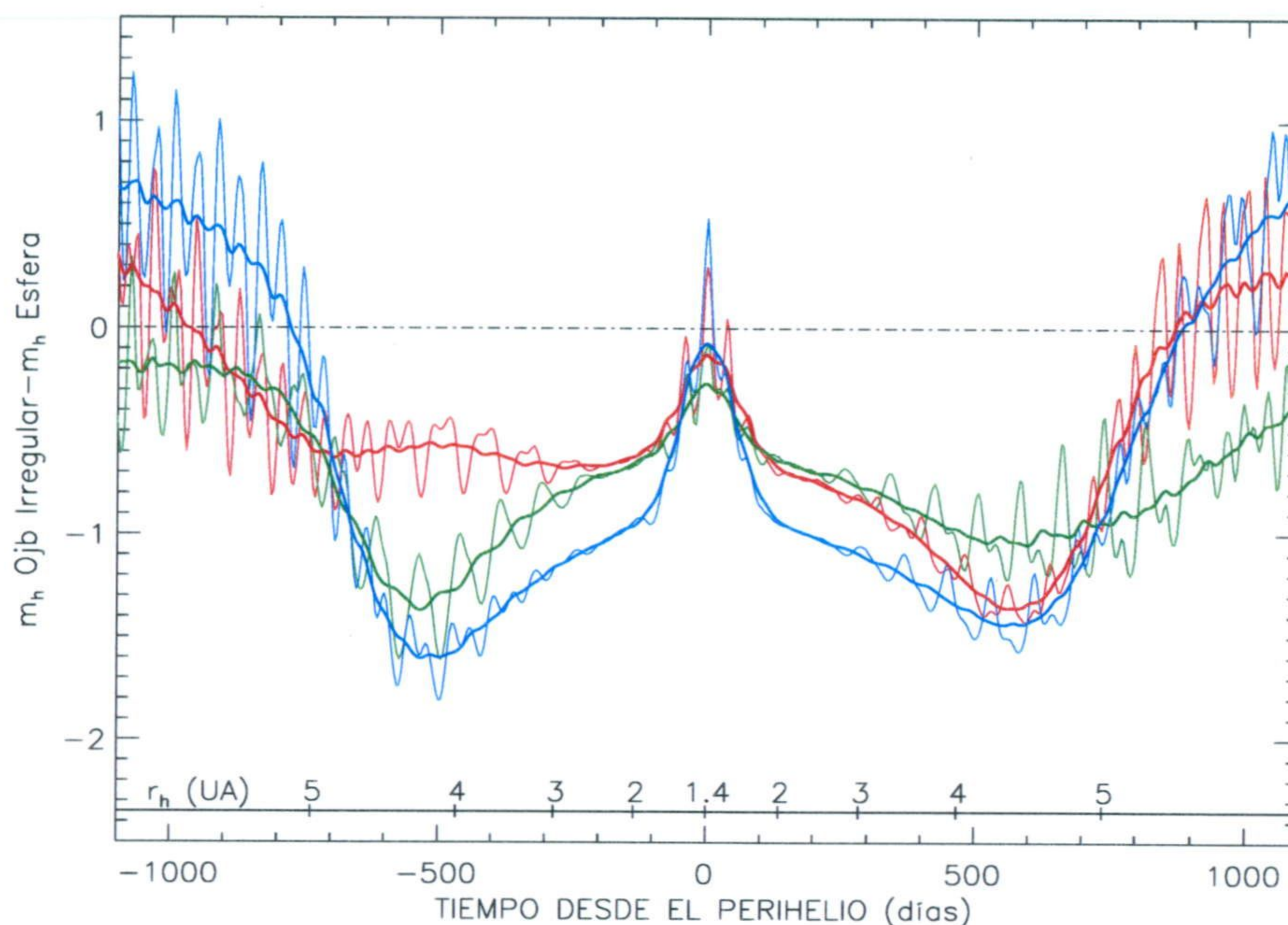


Fig. 4.9 Diferencia entre la magnitud heliocéntrica calculada a partir de la producción de agua de los objetos irregulares 1 (rojo), 2 (verde) , 3 (azul) y la magnitud heliocéntrica de una esfera. La fórmula utilizada para convertir la tasa de producción en magnitud heliocéntrica es la de Jorda (1995). La orientación del eje de rotación es $I=90^\circ$ y $\Phi=0^\circ$. Las líneas gruesas, que son un promedio tomando 20 puntos de las líneas finas, muestran la tendencia media.

Jorda, 1995), la diferencia en magnitudes sería menor que la mostrada. Por contra, si el valor absoluto de la pendiente es menor, las diferencias aumentarían.

4.2.1 Fracción de área en la que se produce la sublimación

En las figuras 4.10 y 4.13 se ha representado la fracción de área de la que procede el 99 % y el 90 % de la producción total de los objetos 1, 2 y del esférico para las orientaciones $I=45^\circ$ y $\Phi=60^\circ$ e $I=0^\circ$ y $\Phi=90^\circ$, respectivamente. El objeto 3 muestra un comportamiento similar a los irregulares, por lo que no se ha incluido para que las gráficas se vean con mayor claridad. En el primer caso, cuando el eje tiene la inclinación de 45° se puede ver que a grandes distancias heliocéntricas el 90 % de la producción total procede de un porcentaje relativamente pequeño del área total, para todos los casos inferior al 20 %. El área que da el 90 % de la producción crece, en el perihelio, hasta el 30 % del área total. También se observa que, incluso en la rama pre-perihelio y hasta 3 UA, el 99 % de la producción procede de un área inferior al 30 % del área total. Esta figura se complementa con los conjuntos de mapas mostrados en las figuras 4.11 y 4.12. Esos mapas son proyecciones sinusoidales donde se muestra la región (área) de la

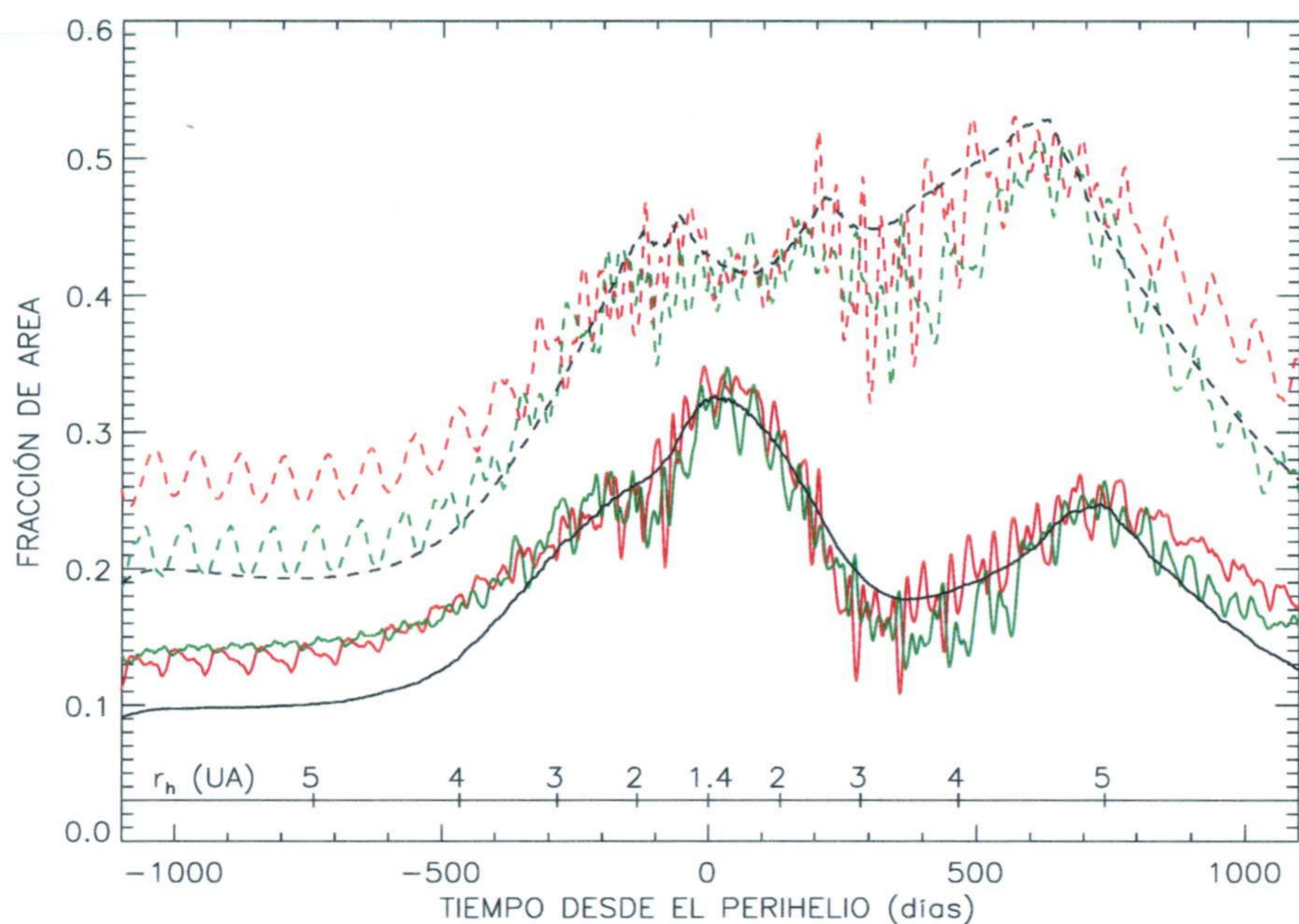


Fig. 4.10 Fracción de área que produce el 99 % (línea a trazos) y el 90 % (línea continua) de la producción total de los objetos 1 (rojo), 2 (verde) y esfera (negro). Orientación $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$. Las fracciones de área del objeto 3 tienen una tendencia similar a la de los otros objetos irregulares.

que procede el 50 %, 80%, 90% y 99 % de la producción total para distintos puntos del recorrido orbital. La figura 4.11 corresponde al mapa de producción del objeto 2 y la 4.12 corresponde a la esfera. Ambos casos para la inclinación $I=45^\circ$. Los mapas de los otros dos objetos irregulares muestran distribuciones cualitativamente similares a las del objeto 2. En todos los mapas se puede ver que el 50 % de la producción procede de una zona fuertemente localizada que ocupa, como máximo, el 15 % del área total, ocurriendo ese máximo cerca del perihelio. Lejos del perihelio, el 50 % de la producción procede de un área inferior al 10 % de la superficie total. También se observa que, incluso el 90 % de la producción procede de una región relativamente pequeña. El caso de la esfera se ha presentado para establecer la diferencia con el mapa de producción de los objetos irregulares. Se puede ver, comparando los mapas de ambos objetos, que, como es lógico, el mapa de producción de los objetos irregulares tiene una distribución muy asimétrica, existiendo zonas de alta producción localizadas aisladamente. Estas distribuciones son una consecuencia de la topografía. Se ha comprobado que los tres objetos irregulares muestran distribuciones cualitativamente similares. El hecho de que existan zonas de alta producción fuertemente localizadas y aisladas tiene fuertes implicaciones en la dinámica de la coma como señalaron, por ejemplo, Crifo y Rodionov (1997). Los mapas de producción del objeto irregular, teniendo en cuenta las conclusiones de esos dos autores, sugieren que en la

Fig. 4.11 Mapas sinusoidales de producción del objeto irregular 2 cuando la orientación del eje de rotación es $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$ a distintas distancias heliocéntricas. La zona roja representa la región del núcleo que produce el 50 % de la producción total, la zona roja y amarilla el 80 %, roja, amarilla y verde el 90 % y toda la región coloreada el 99 % de la producción total. Sobre cada mapa están puestas la distancia heliocéntrica y las fracciones de área correspondiente a cada fracción de producción ordenadas de manera creciente, es decir, el orden es: distancia heliocéntrica/fracción de área que produce (f.a.p.) el 50 %/f.a.p. el 80 %/ f.a.p. 90 %/ f.a.p. 99%.

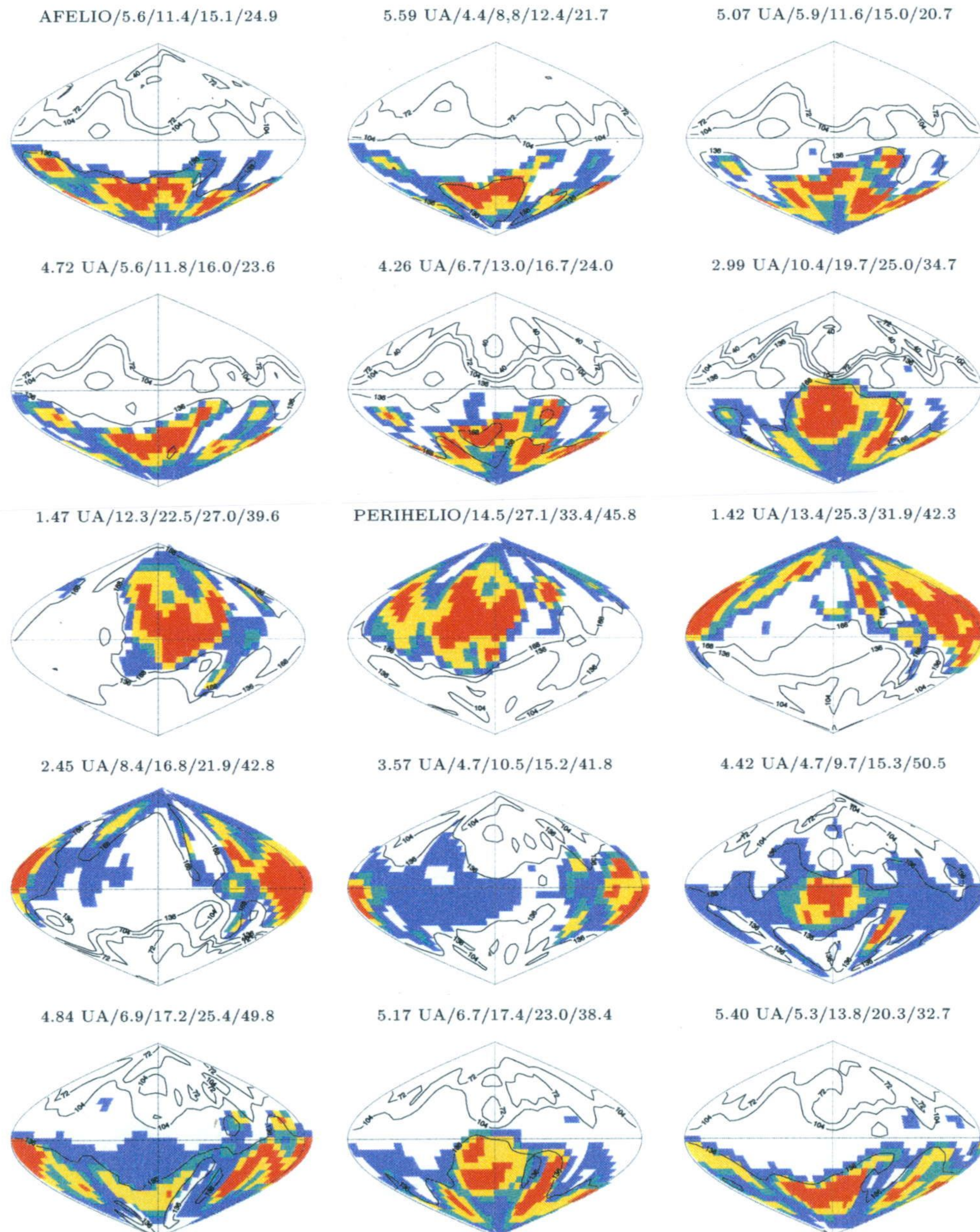
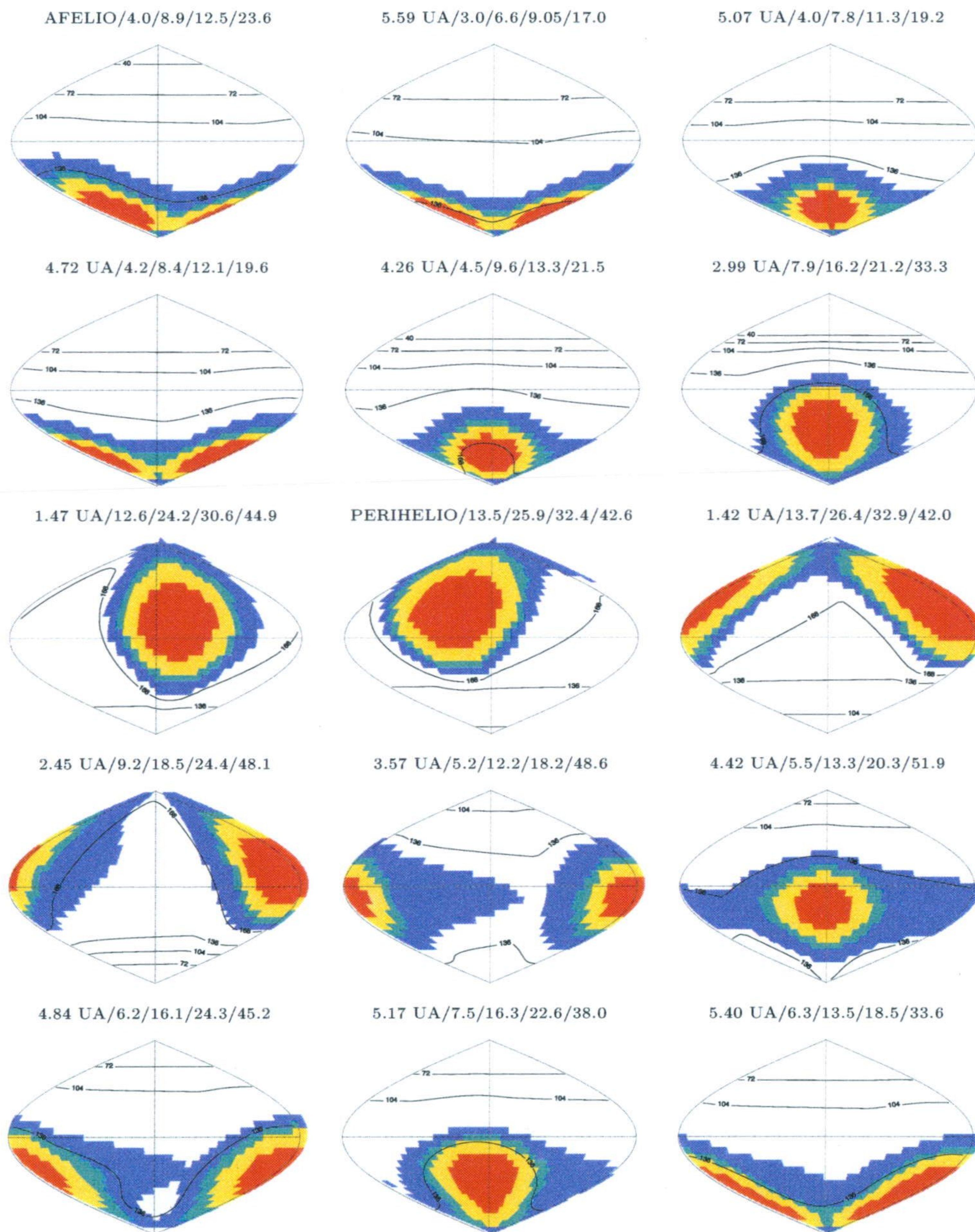


Fig. 4.12 Mapas sinusoidales de producción del cuerpo esférico cuando la orientación del eje de rotación es $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$ a distintas distancias heliocéntricas. La zona roja representa la región del núcleo que produce el 50 % de la producción total, la zona roja y amarilla el 80 %, roja, amarilla y verde el 90 % y toda la región coloreada el 99 % de la producción total. Sobre cada mapa están puestas la distancia heliocéntrica y las fracciones de área correspondiente a cada fracción de producción ordenadas de manera creciente, es decir, el orden es: distancia heliocéntrica/fracción de área que produce (f.a.p.) el 50 %/f.a.p. el 80 %/ f.a.p. 90 %/f.a.p. 99%.



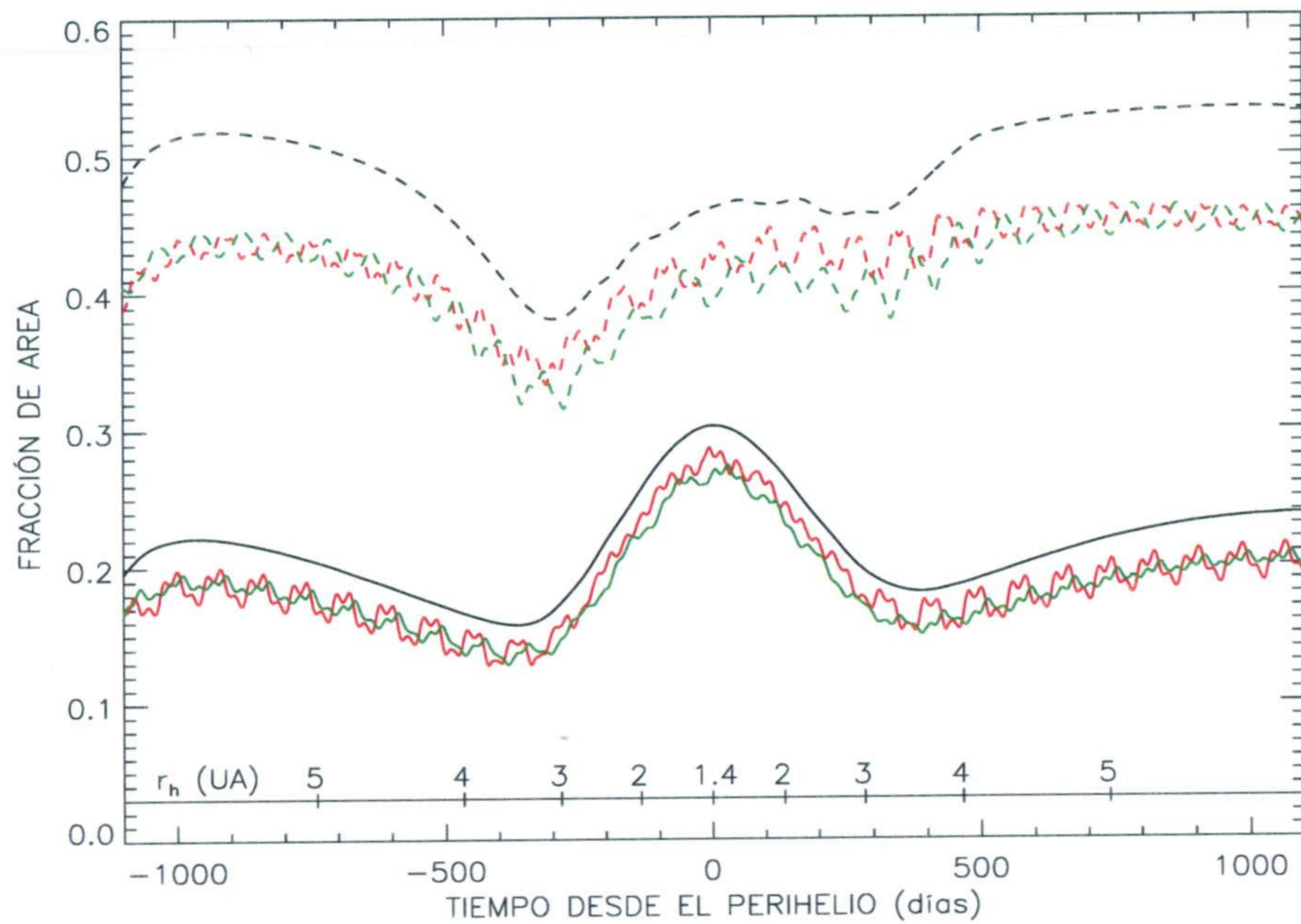


Fig. 4.13 Fracción de área que produce el 99 % (línea a trazos) y el 90 % (línea continua) de la producción total de los objetos 1 (rojo), 2 (verde) y esfera (negro). Orientación $I=0^\circ$, $\Phi=90^\circ$. Las fracciones de área del objeto 3 tienen una tendencia similar a la de los otros objetos irregulares.

coma de los cuerpos irregulares se formarían chorros de una manera natural como consecuencia de la topografía del terreno, sin necesidad de recurrir a la existencia de zonas activas.

En la figura 4.13 se muestran las fracciones de área que dan lugar al 90 % y al 99 % de la producción total cuando el eje de rotación es perpendicular al plano orbital. En esa figura se puede ver que, en este caso, el 90 % de la producción total procede, durante la mayor parte del recorrido orbital, de un área inferior al 20 % alcanzando el 30 % en el perihelio. Lo significativo de esa figura es que, como se puede observar, en este caso (no en el anterior) el tamaño de la región de la que procede el 99 % de la producción total es menor en los cuerpos irregulares que en la esfera. Se puede ver que con esta orientación, para la que, considerando el núcleo globalmente, la energía entrante se distribuye en toda la superficie, la inercia térmica juega un papel fundamental. Debido a la inercia térmica, el lado no iluminado contribuye significativamente a la producción total del cuerpo esférico. Hay que decir que este resultado depende del valor de la inercia térmica adoptado. El uso de otros valores de inercia térmica más bajos restringirían, posiblemente, la producción al lado iluminado. En los cuerpos irregulares, aún a pesar del alto valor de la inercia térmica, toda la producción procede del lado iluminado. En consecuencia, se obtiene que, incluso en el caso más desfavorable para tener una producción localizada, es decir, cuando la orientación del eje de rotación es perpendicular al plano orbital

y teniendo una alta inercia térmica, la producción de los objetos irregulares siempre procede del lado iluminado. Esta conclusión no se puede aplicar a los cuerpos esféricos. En general, los valores obtenidos tienen que tomarse como un límite superior debido a la alta inercia térmica considerada. Una inercia térmica más baja reduciría, sobre todo, el área de la que procede el 99 % de la producción.

Como se mencionó en el capítulo 1, Keller et al. (1986) estimaron que sólo entre el 10 y el 20 % de la superficie del núcleo de Halley mostraba actividad. En el momento de las observaciones el Halley se encontraba a 0.8 UA post-perihelio. La diferencia en las órbitas del Halley y la considerada en este estudio no nos permite relacionar nuestros resultados con la afirmación de estos autores. Sin embargo, a partir de los resultados para los casos mostrados, es decir, que hasta el 80 % y el 90% de la producción total procedan de una región relativamente pequeña, sugieren que es necesario determinar de manera muy precisa la producción total y la fracción de la producción procedente de la zona considerada para establecer, con toda confianza, que sólo un porcentaje de la superficie es "activa". Para los casos mostrados, un error de tan solo el 10 % en la estimación de la producción total en el perihelio reduce el área necesaria para explicar la producción medida en más de un 25 % de su valor real cuando $I=45^\circ$ y en un 35 % de su valor real cuando $I=0^\circ$. El cambio podría ser mayor si la inercia térmica es menor. Estos resultados pueden sentar una duda razonable sobre cuál es exactamente la fracción de área activa estimada para el Halley. El hecho de que un alto porcentaje de la producción proceda o "parezca" proceder de una región relativamente pequeña no implica que el resto de la superficie sea inactiva.

4.2.2 Distribuciones de temperaturas

Como ejemplos de distribuciones de la temperatura superficial se muestran las figuras 4.14, 4.15, 4.16 y 4.17. En la figura 4.14 se muestran proyecciones sinusoidales del mapa de temperatura superficial en el perihelio para los cuatro objetos, incluyendo el esférico, y para dos orientaciones del eje de rotación, $I=0^\circ$, $\Phi=90^\circ$ e $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$. La figura 4.15 muestra lo mismo que la anterior pero cuando los núcleos están en el afelio.

En esas dos figuras se puede observar, comparando los mapas correspondientes a los objetos irregulares con los del cuerpo esférico, que la forma irregular da lugar a distribuciones complejas de la temperatura superficial. En los mapas de los cuerpos irregulares se pueden ver zonas de muy alta temperatura, y por tanto de alta producción, casi aisladas y zonas relativamente frías en medio de zonas de alta producción. Las grandes diferencias entre el mapa de temperatura superficial de un objeto irregular y el de un objeto esférico se pueden apreciar claramente cuando el eje de rotación es perpendicular al plano orbital. Estas figuras, como los mapas de producción anteriores, sugieren que la topografía y la forma irregular pueden producir de manera natural, sin llegar a tener en cuenta la interacción gas-superficie, la formación de estructuras complejas en la coma, con aumentos de la densidad de la coma en las regiones de interacción del gas procedente de esas zonas casi aisladas.

Se puede ver que la temperatura máxima, en el perihelio, está en torno a los 200 K, como corresponde a la temperatura de sublimación de una superficie pura de hielo situada a 1.4 UA

del Sol y perpendicular a la dirección solar (para el albedo y emisividad considerados). Se pueden observar que, generalmente, la región de invierno en los objetos irregulares es mayor que en la esfera, existiendo una diferencia de temperatura de más de 100 K entre los hemisferios de verano y de invierno. La diferencia entre la temperatura de la zona de noche y la de día es, aproximadamente, unos 20 o 30 K. De nuevo, este resultado depende del valor de la inercia térmica. Una inercia térmica inferior podría aumentar las diferencias, sobre todo en el afelio.

Una de las consecuencias de la gran diferencia de temperatura que puede haber entre unas zonas del núcleo y otras es que es bastante probable que la razón de mezcla de los distintos volátiles en el interior del núcleo sea muy heterogénea. Igualmente, las regiones del núcleo cuya superficie ha estado a muy baja temperatura, deberían tener el frente de sublimación de los componentes más volátiles que el agua más cerca de la superficie que las regiones cuya superficie ha estado sometida a altas temperaturas. Al ir cambiando la región iluminada con la distancia heliocéntrica, la distribución heterogénea de los frentes de sublimación de los distintos compuestos podría originar diferencias en la pendiente de la producción de los distintos compuestos con la distancia heliocéntrica (diferencias observadas por A'Hearn et al., 1995).

Otra diferencia importante entre los mapas de temperatura (o de producción) de los cuerpos irregulares y los mapas del cuerpo esférico se puede observar en las figuras 4.16 y 4.17. Estas figuras son proyecciones sinusoidales de la distribución de temperatura superficial de la zona iluminada mostrando su evolución temporal durante una rotación del núcleo. En todas las proyecciones está señalada la posición del punto subsolar. En la figura 4.16 se muestra el caso del cuerpo esférico para comparar con el caso del cuerpo irregular 2 mostrado en la figura 4.17. En ambos casos la orientación del eje de rotación es la misma ($I = 45^\circ$, $\Phi = 60^\circ$). En ambas figuras se muestra, en la primera columna, las distribuciones de temperatura cuando el objeto no tiene difusión térmica. Se puede ver que en el caso de la esfera, cuando la inercia térmica es cero, la región más caliente coincide con la posición del punto subsolar. Por contra, cuando se introduce el efecto de la inercia térmica (columna de la derecha en la figura 4.16), la zona más caliente está, siempre, en longitudes cometocéntricas mayores que la del punto subsolar, es decir, la zona caliente sigue al punto subsolar. También puede haber desplazamiento de la latitud de la zona caliente con respecto a la latitud del punto subsolar pero este desplazamiento depende de la orientación del eje de rotación y de si existe una zona permanentemente iluminada o no (en el caso mostrado, el polo sur está permanentemente iluminado). Comparando el caso esférico con el del cuerpo irregular (fig 4.17) se puede observar una diferencia fundamental. En el cuerpo esférico, sin inercia térmica, la posición de la zona caliente puede no coincidir con la posición del punto subsolar. En el caso con inercia térmica, la zona caliente, o al menos, parte de ella, puede estar localizada, en determinadas etapas de su rotación, incluso en latitudes cometocéntricas menores que la del punto subsolar (como se puede ver para la fase rotacional 0 en la figura 4.17). Este resultado es importante en relación con el efecto no-gravitacional y la suposición de que el desfase o asimetría entre la dirección solar y la dirección preferencial del momento del gas sublimado depende únicamente de la inercia térmica. En esas figuras se puede ver que la topografía, además de influir en la dirección de salida del gas, también influye fuertemente en el promedio del ángulo de desfase entre la dirección solar y la dirección de la cantidad de movimiento neta que produce el efecto no-gravitacional. Se ha comprobado que

Fig. 4.14 Mapas de temperatura superficial en el perihelio para 3 orientaciones del eje de rotación y para los cuatro objetos considerados en este estudio.

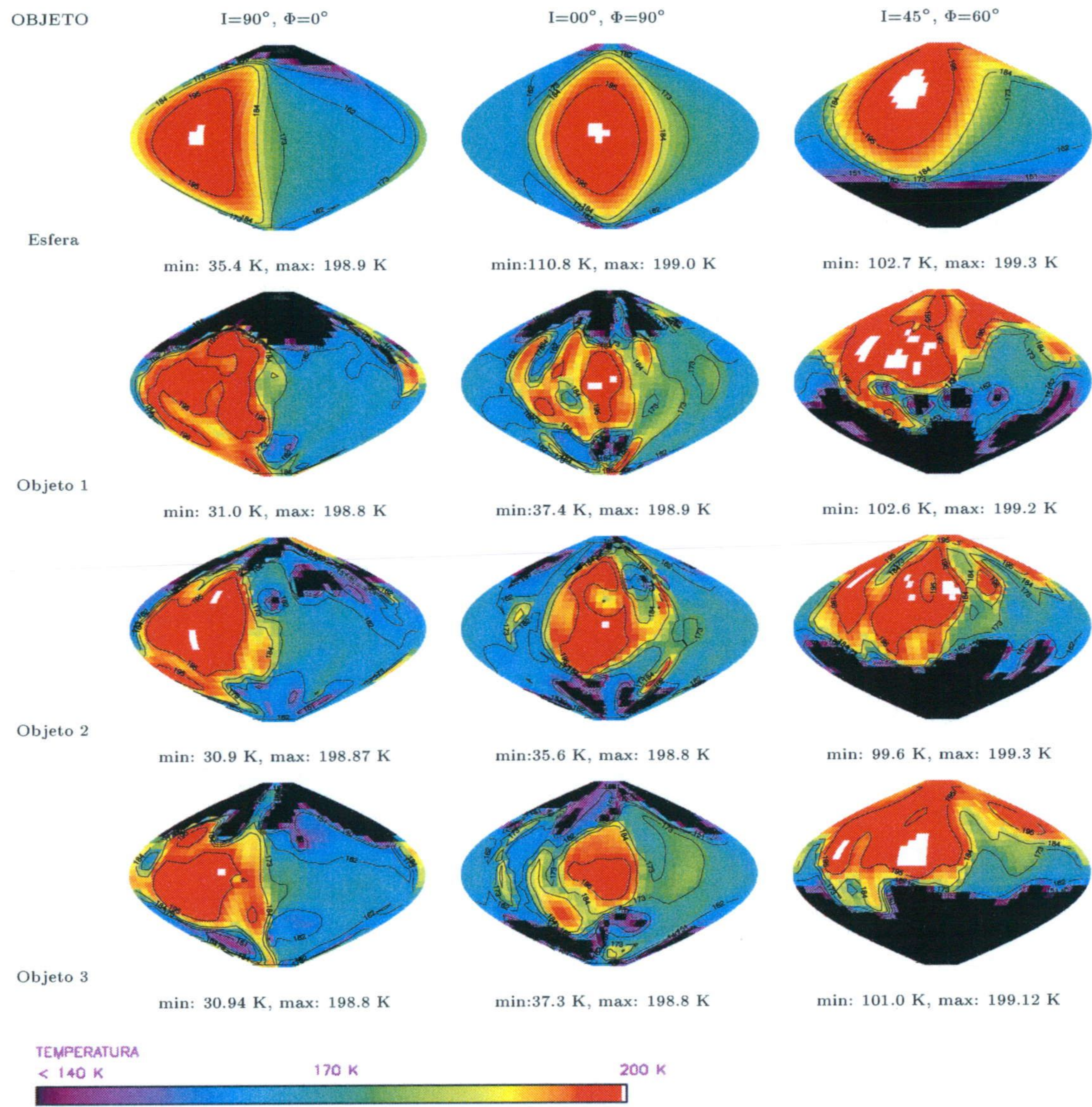


Fig. 4.15 Mapas de temperatura superficial en el afelio para 3 orientaciones del eje de rotación y para los cuatro objetos considerados en este estudio.

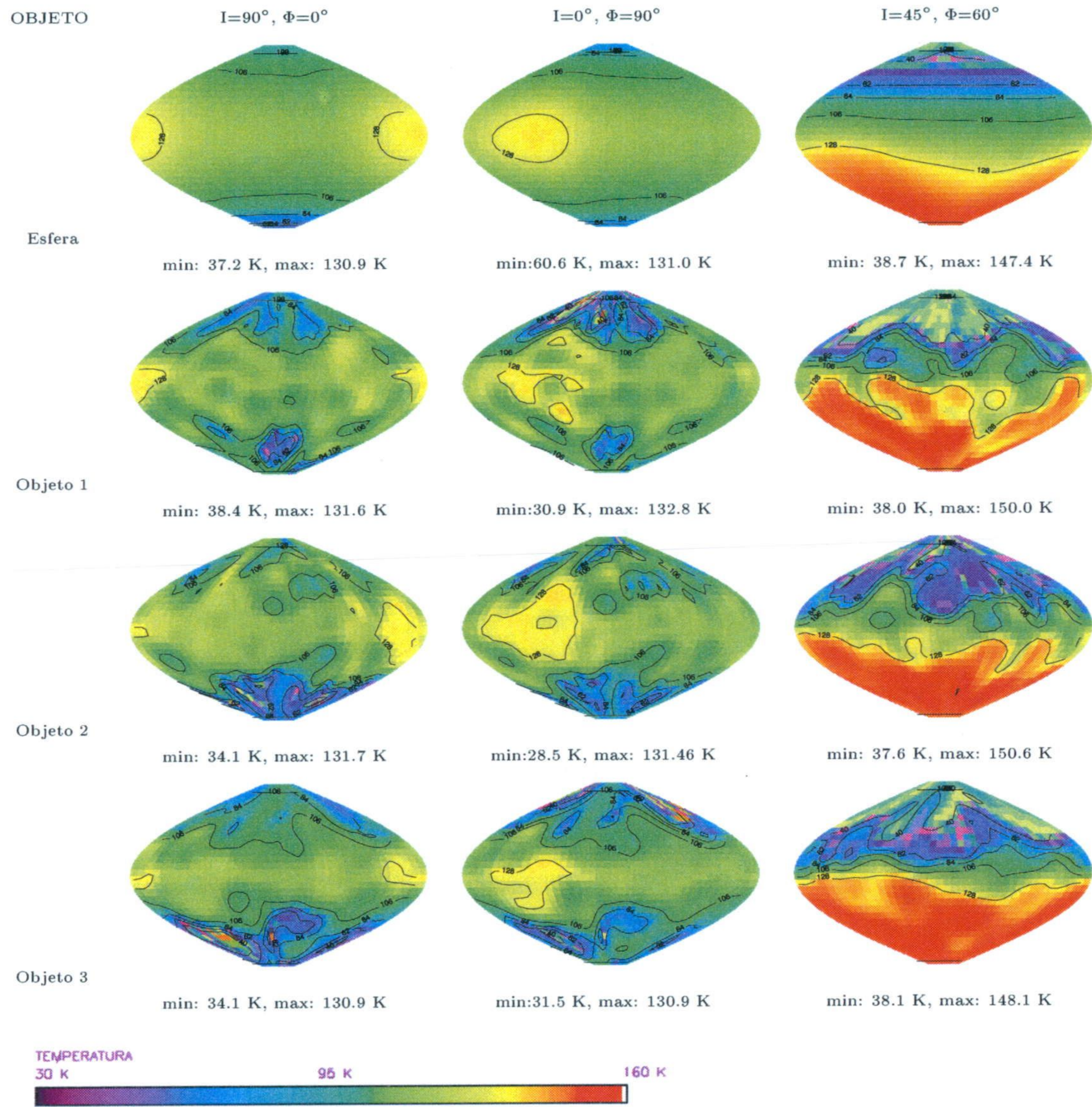


Fig. 4.16 Mapas de temperatura superficial de la zona iluminada de un cuerpo esférico durante una rotación del núcleo cuando está a 3.66 UA pre-perihelio. La orientación del eje de rotación es $I = 45^\circ$, $\Phi = 60^\circ$. En la columna de la izquierda se muestra la temperatura superficial cuando la inercia térmica es cero. En la columna de la derecha se muestran los mapas de temperatura cuando el valor de la inercia térmica está definido por $h = 0.18$. Al lado de cada figura está señalada la fase rotacional a la que corresponde cada mapa.

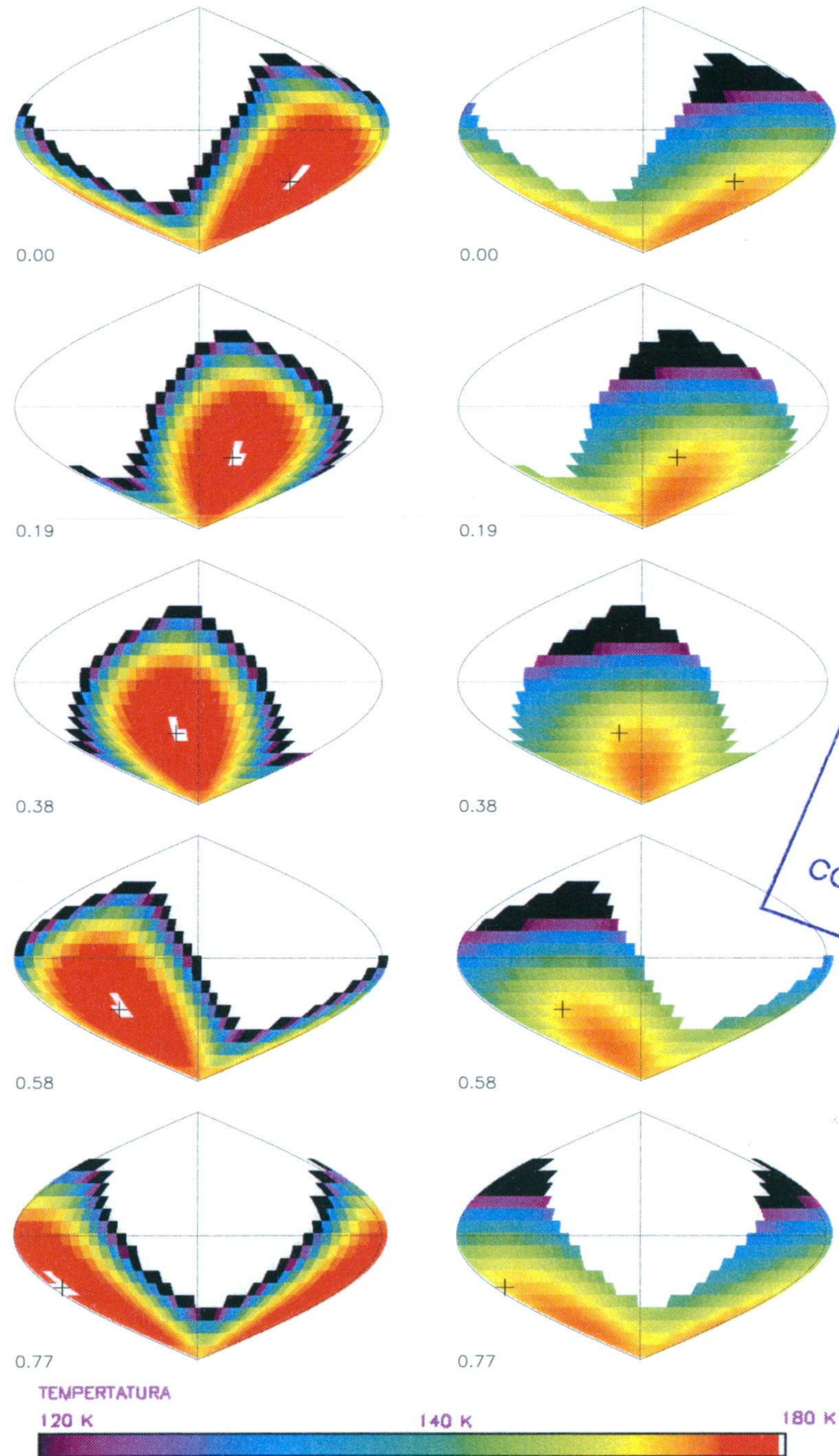


Fig. 4.17 Mapas de temperatura superficial de la zona iluminada del objeto irregular 2 durante una rotación del núcleo cuando está a 3.66 UA pre-perihelio. La orientación del eje de rotación es $I = 45^\circ$, $\Phi = 60^\circ$. En la columna de la izquierda se muestra la temperatura superficial cuando la inercia térmica es cero. En la columna de la derecha se muestran los mapas de temperatura cuando el valor de la inercia térmica está definido por $h = 0.18$. Al lado de cada figura está señalada la fase rotacional a la que corresponde cada mapa.

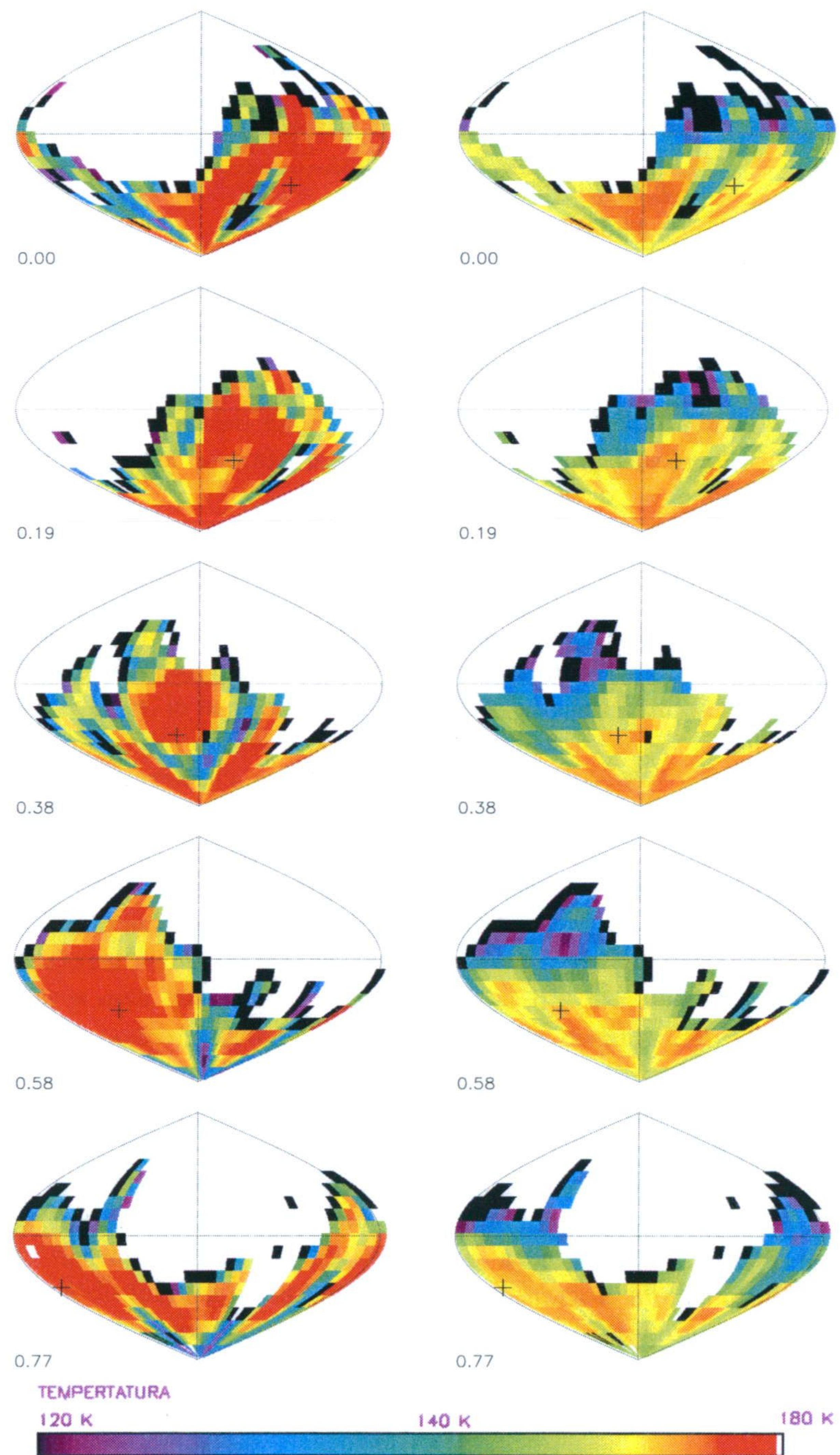


Tabla 4.2 Parámetro de asimetría, E , definido como en Festou et al. (1990) (Ec. 2.12). Se ha incluido el valor del parámetro de asimetría de las curvas de producción de tres elipsoides con los mismos momentos de inercia que los objetos 1, 2 y 3.

Orientación $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$			
Esfera	Objeto 1	Objeto 2	Objeto 3
0.033	0.074	0.075	0.123
	Elipsoide 1	Elipsoide 2	Elipsoide 3
	0.113	0.102	0.152
Orientación $I=135^\circ$, $\Phi=200^\circ$			
Esfera	Objeto 1	Objeto 2	Objeto 3
0.031	0.057	0.051	0.094
	Elipsoide 1	Elipsoide 2	
	0.092	0.083	

los objetos irregulares 1 y 3 muestran mapas cualitativamente similares a los del objeto 2 por lo que es posible concluir que el comportamiento descrito es una característica general de los cuerpos irregulares.

4.2.3 Asimetrías

Como ya se ha comentado, las curvas de luz son, salvo para orientaciones específicas del eje de rotación, asimétricas alrededor del perihelio. En las simulaciones realizadas, considerando núcleos uniformemente activos, la asimetría se hace más evidente cuando el recorrido del punto subsolar no es simétrico alrededor del perihelio. De las cuatro orientaciones consideradas en este estudio, esto sucede para las orientaciones definidas por $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$ y por $I=135^\circ$, $\Phi=200^\circ$. Como se puede ver en la figura 4.2, las curvas de producción para la primera orientación son, efectivamente, asimétricas alrededor del perihelio.

Para la orientación $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$, el máximo de la producción de agua para el cuerpo esférico se produce, aproximadamente, 3 días después del perihelio. En la figura 4.2 se puede observar, a pesar del bajo muestreo de los datos representados, que el máximo de la producción de los objetos irregulares está desplazado con respecto al de la esfera. Para el objeto 1, el máximo de la producción ocurre, aproximadamente, 11 días después del perihelio y para los objetos 2 y 3, aproximadamente, 15 días después del perihelio. Cuando la orientación es $I=135^\circ$, $\Phi=200^\circ$, el máximo de la producción del cuerpo esférico se produce 5 días después del perihelio. Para los cuerpos irregulares 1, 2 y 3, los máximos ocurren, aproximadamente, 27, 27 y 31 días después del perihelio, respectivamente. Los valores de los objetos irregulares, mucho más que los de la esfera, son del mismo orden que los valores estimados por Yeomans y Chodas (1989) para distintos cometas. Estos autores ajustaron la solución de la ecuación de movimiento considerando fuerzas no-gravitacionales asimétricas alrededor del perihelio a la posición astrométrica de varios cometas. Yeomans y Chodas encontraron, por ejemplo, que los

residuos del ajuste del cometa P/d'Arrest se minimizaban cuando el máximo ocurría 40 días después del perihelio. Para el cometa P/Kopff el mejor ajuste se producía cuando el máximo estaba 10 días después del perihelio para las órbitas entre 1958-1988.

Se ha calculado el valor del parámetro de asimetría, E , de acuerdo a la expresión de Festou et al. (1990) (Ec. 2.12) para los 8 casos, de los estudiados, que presentan asimetría en la curva de producción. En la integración del parámetro de asimetría sólo se ha considerado el intervalo orbital entre el perihelio y 2.5 UA, donde la producción es considerablemente mayor que en el resto del recorrido orbital. El valor de E obtenido se muestra en la tabla 4.2. Todos los valores corresponden a asimetrías positivas. Esto es debido a que las orientaciones del eje de rotación estudiadas favorecen la asimetría positiva. Si se hubiesen elegido las orientaciones simétricas ($I=60^\circ$, $\Phi=300^\circ$ e $I=135^\circ$, $\Phi=160^\circ$) se hubiesen obtenido asimetrías negativas. Se puede ver que los parámetros de asimetría de las curvas de luz de los distintos objetos están dentro del intervalo de E que obtuvieron Festou et al. (1990) analizando 22 curvas de luz de 17 cometas. Los valores calculados por estos autores están representados en la figura 2.2. Como discrepancia entre los resultados obtenidos y las medias de Festou et al., hay que señalar que en nuestro estudio todos los valores obtenidos son menores que 0.13 mientras que en la distribución de Festou et al., los parámetros de asimetría cuyo valor absoluto es menor que 0.13 sólo representan el 45 % del total. Considerando los parámetros obtenidos en este reducido estudio se puede ver que la forma irregular, o más bien la elongación del objeto, aumenta fuertemente la asimetría con respecto al caso de la esfera. En consecuencia, es lógico pensar que formas geométricas más elongadas, con grandes cambios de la sección transversal vista desde el Sol alrededor del perihelio darían lugar a una distribución más amplia de parámetros de asimetría. Esto ha sido comprobado utilizando elipsoides biaxiales con razones de ejes 2:1. Para estos objetos la asimetría superaba fácilmente el valor de 0.2. También es posible que otras orientaciones del eje de rotación y otras órbitas aumenten la distribución del parámetro de asimetría.

Otro hecho que se puede observar considerando los valores de la tabla 4.2 es que el objeto 3, el cuerpo irregular más *suave*, es decir, con menos topografía, es el que tiene mayor parámetro de asimetría para las dos orientaciones. Por otro lado los otros dos objetos y en las dos orientaciones, a pesar de tener elongaciones diferentes, tienen un parámetro de asimetría similar. Estos resultados parecen sugerir que la topografía o las irregularidades de la superficie tienden a disminuir la asimetría con respecto a la que tendría un cuerpo suave. Para comprobar este resultado se ha calculado el parámetro de asimetría de las curvas de luz de 3 elipsoides con los mismos momentos de inercia que los objetos irregulares. Al utilizar un elipsoide con el mismo momento de inercia que un objeto irregular estamos comparando la curva de luz de dos objetos que tienen secciones transversales y tamaños similares, por lo que las diferencias se explicarían, principalmente, por la topografía. Los parámetros de asimetría de los tres elipsoides para las dos orientaciones se muestran también en la tabla 4.2. Se puede ver que los elipsoides, de superficie lisa, tienen una asimetría mayor que la de los objetos irregulares. Estos resultados sugieren que la topografía, efectivamente, tiende a reducir la asimetría de la curva de luz, es decir, la topografía parece disminuir el efecto estacional en la producción debido al cambio rápido de la latitud subsolar cerca del perihelio. Colwell (1997) obtuvo una conclusión similar. Este autor

obtuvo que la presencia de cráteres en la superficie de una esfera disminuían la asimetría de la curva de luz alrededor del perihelio.

4.2.4 Efecto de las distribuciones de albedo en la superficie

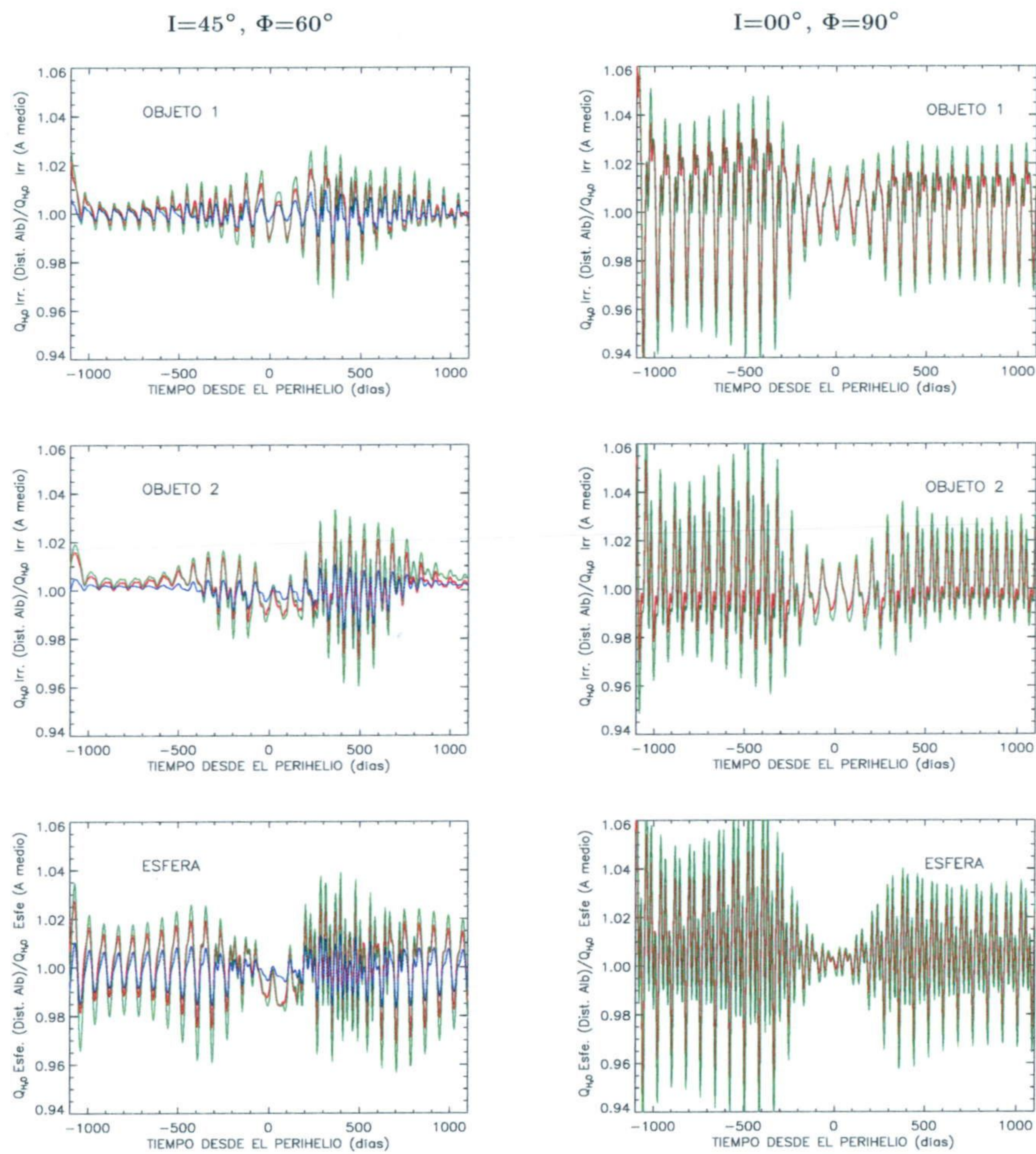
Se ha calculado la producción de agua para los diferentes objetos, para las orientaciones del eje de rotación cuando su superficie está caracterizada por distintas distribuciones de albedo log-normales, definidas y obtenidas según el procedimiento descrito en el capítulo 3 (sección §3.4). En las gráficas de la figura 4.18 se muestra cómo influye en la producción de agua el que el albedo de la superficie del núcleo no sea uniforme. En esa figura sólo se muestran los resultados para dos objetos irregulares y la esfera, las dos orientaciones representativas ($I = 45^\circ$, $\Phi = 60^\circ$ y $I = 0^\circ$, $\Phi = 90^\circ$) y 3 distribuciones de albedo diferentes. Las distribuciones están caracterizadas por 1) $\langle A \rangle = 0.1$, $\sigma^2 = 0.2$, $\Gamma = 20^\circ$ 2) $\langle A \rangle = 0.1$, $\sigma^2 = 0.6$, $\Gamma = 20^\circ$ y 3) $\langle A \rangle = 0.05$, $\sigma^2 = 1.0$, $\Gamma = 20^\circ$. Las otras orientaciones, el otro objeto y otras distribuciones muestran un comportamiento similar.

El primer resultado que se observa es que la producción media de los núcleos heterogéneos (restringiéndonos a aquellos en los que la distribución de albedo en la superficie pueda describirse mediante las distribuciones multivariadas log-normales) es igual a la producción de un núcleo uniforme con un albedo igual al albedo medio de la distribución. Asimismo, se ha comprobado que la producción, considerando que la emisividad es siempre (1 - albedo), depende linealmente con el valor del albedo cuando éste es menor que 0.4. En todas las distribuciones, el valor del albedo local es siempre menor que 0.4. Por tanto, el resultado obtenido es lógico, siendo consecuencia de la linealidad de la tasa de producción con el albedo. Por lo demás, el efecto de este tipo de distribuciones es pequeño. Puede observarse que las distribuciones de albedo producen pequeñas oscilaciones en la curva de producción, con una amplitud siempre menor que el 10 % del valor medio de la producción. Se puede ver que, como es de esperar, la amplitud de las oscilaciones es mayor cuanto mayor es la varianza ($\sigma^2 \langle A \rangle^2$) de la distribución. Todos los casos estudiados muestran un comportamiento similar. Generalmente, lejos del perihelio, donde la sublimación, considerada globalmente no es importante desde un punto de vista energético ($r_h > 3.0$ UA) (tiempo > 300 -200 días para el perihelio), la amplitud de las oscilaciones crece ligeramente conforme nos acercamos al perihelio. Para $r_h < 3.0$ UA (tiempo < 300 -200 días para el perihelio), es decir, cuando la sublimación adquiere mayor importancia desde un punto de vista energético, la amplitud de las oscilaciones empieza a decrecer alcanzando su valor mínimo alrededor del perihelio.

4.3 Producción de núcleos constituidos por hielo de agua y polvo mezclados.

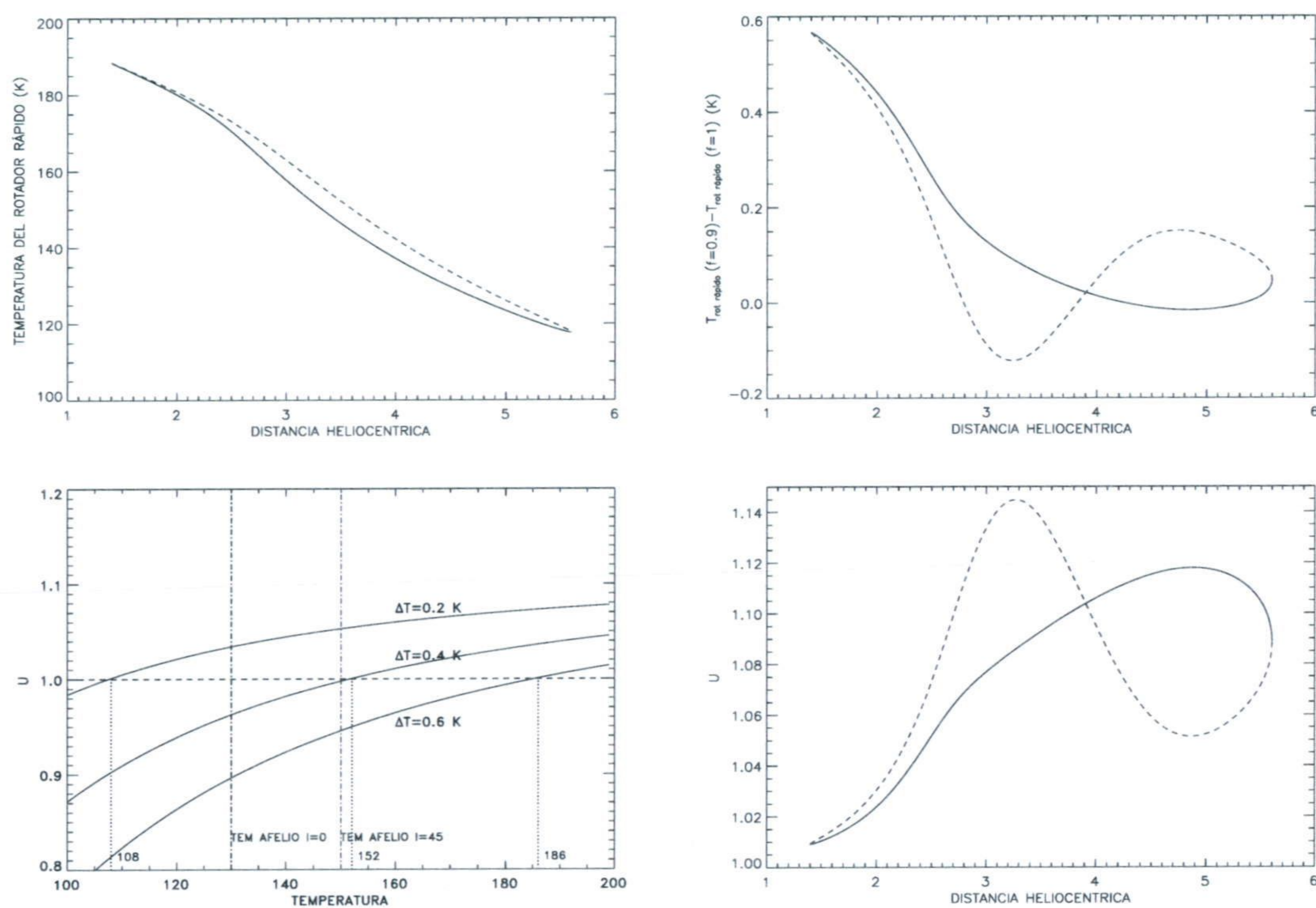
En las figuras 4.20 y 4.21 se muestran los efectos en la producción de agua de la presencia de polvo en la superficie. La versión del código para tratar este caso es extremadamente lenta, por lo que no ha sido posible estudiar un gran número de circunstancias. En la figura 4.20 se muestra el cociente de la producción del objeto 1 con un valor uniforme de la fracción de área ocupada por hielo, f , e igual a 0.9 y 0.4 y la producción de ese mismo cuerpo con $f=1$ cuando

Fig. 4.18 Efecto de las distribuciones de albedo en la tasa de producción. Las gráficas de la izquierda corresponden a la orientación del eje es $I = 45^\circ$, $\Phi = 60^\circ$ y las de la derecha a $I = 0^\circ$, $\Phi = 90^\circ$. En todas las gráficas se ha representado el cociente entre la tasa de producción de un objeto con una distribución de albedo y la tasa de producción del mismo objeto con un albedo uniforme igual al albedo medio de las distribuciones. Las distribuciones de albedo utilizadas están caracterizadas por 1) $\langle A \rangle = 0.1, \sigma^2 = 0.2, \Gamma = 20^\circ$, representada en azul; 2) $\langle A \rangle = 0.1, \sigma^2 = 0.6, \Gamma = 20^\circ$ representada en verde y 3) $\langle A \rangle = 0.05, \sigma^2 = 1.0, \Gamma = 20^\circ$. representada en rojo. En las gráficas de la derecha no se ha representado la componente azul, que tiene un comportamiento similar a las mostradas, para que las curvas representadas puedan verse con algo más de claridad.



la orientación es $I = 45^\circ$, $\Phi = 60^\circ$. La figura 4.21 muestra lo mismo para los casos $f=0.95$ y $f=0.9$ cuando el eje de rotación es perpendicular al plano orbital ($I = 0^\circ$, $\Phi = 90^\circ$). En esa gráfica también se representan los resultados para el cuerpo esférico. En general se espera que, al menos lejos del perihelio, la presencia de polvo en la superficie produzca una reducción de la

Fig. 4.19 Efecto de la fracción de área de hielo, f , en el rotador rápido. En el gráfico superior izquierdo se muestra la temperatura del rotador rápido con $f=1$ en función de la distancia heliocéntrica. En el gráfico superior derecho se muestra la temperatura del rotador rápido cuando $f = 0.9$ menos la del rotador rápido cuando $f=1.0$. En el gráfico inferior izquierdo se muestra el factor U , descrito en el texto, en función de la temperatura y para distintos incrementos de temperatura. El factor U representa, en realidad, el cociente entre la producción de dos elementos de superficie a diferente temperatura. En el gráfico inferior derecho se muestra el cociente entre la producción del rotador rápido con $f=1.0$ y la producción del rotador rápido con $f=0.9$



tasa de producción. La razón sería que el núcleo tiene un área de sublimación menor y que lejos del perihelio la temperatura superficial se encuentra dominada por el término de re-radiación térmica. Si la conductividad térmica de la mezcla de polvo e hielo fuese igual a la conductividad térmica del hielo puro, cerca del afelio y mientras la temperatura fuese controlada por el término de re-radiación, la producción del núcleo con una fracción de área ocupada por hielo f sería, exactamente, un factor f la del núcleo de hielo puro. Sin embargo, la presencia de polvo en la superficie afecta al valor de la inercia térmica. Recordemos que en este modelo la inercia térmica de la mezcla de polvo e hielo ha sido parametrizada mediante la expresión 3.24. Según esa expresión, y las relacionadas con ella (ecs. 3.5), el efecto principal del polvo, al tener una conductividad térmica muy baja, es reducir la conductividad térmica y, por tanto, la inercia térmica de la mezcla. Esta reducción de la inercia térmica, aunque la influencia de término de

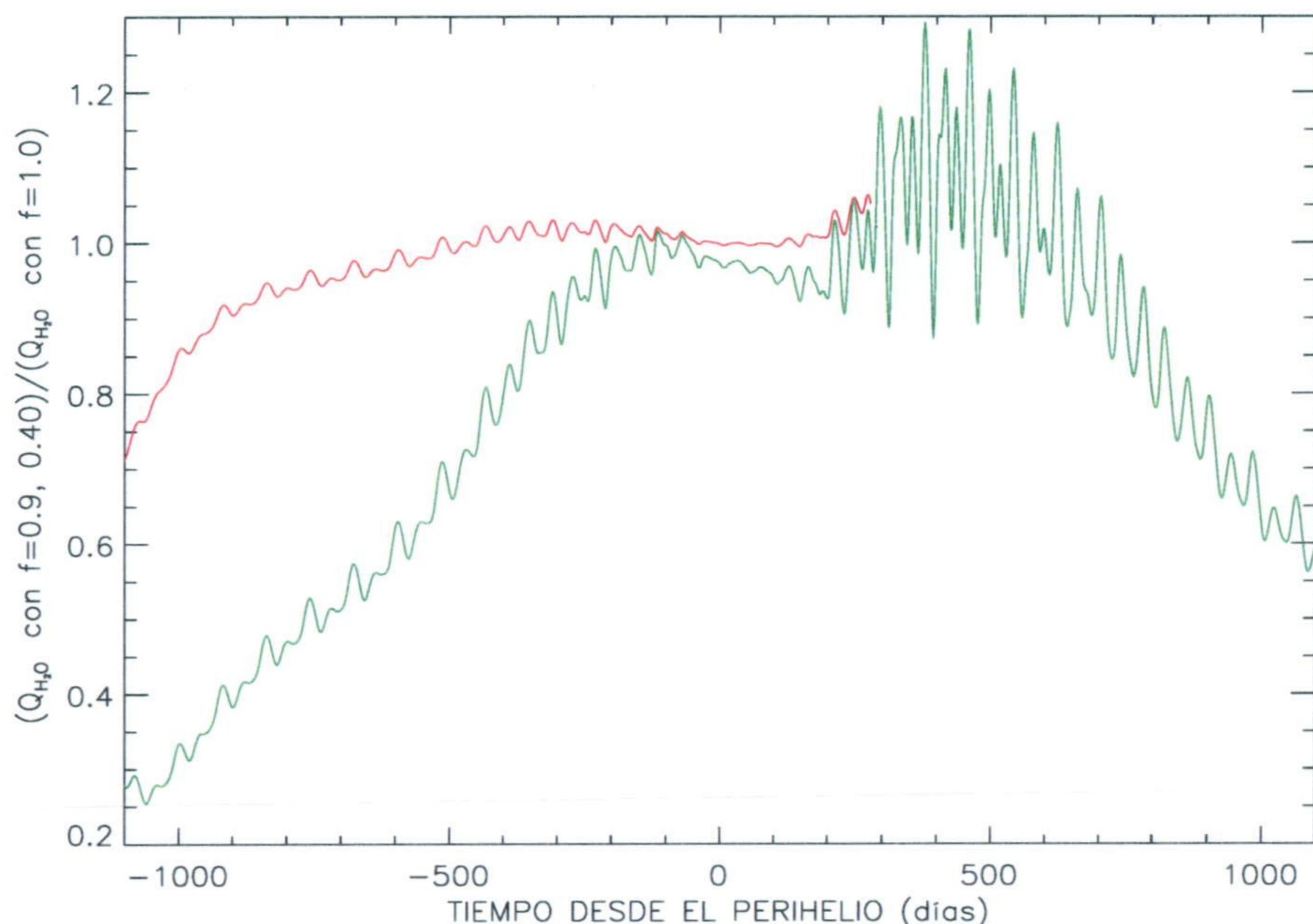
difusión térmica en la ecuación de balance es pequeña, provoca que la temperatura superficial, aún estando controlada por la re-radiación, aumente ligeramente comparada con el caso de hielo puro. Cerca del perihelio, la interpretación del balance energético se complica al tener una contribución significativa del término de sublimación, el cual depende de la fracción f . En cualquier caso se produce también un aumento de la temperatura de equilibrio, mayor incluso que el descrito anteriormente. Ello es porque si, en un principio, no se utiliza la energía en sublimación por el hecho de que el área que puede sublimar está multiplicada por un factor f , las energías disponibles para el término de re-radiación y de difusión aumentarían, dando lugar a un aumento de la temperatura hasta que se alcance el equilibrio. Para ilustrar lo descrito se muestran los gráficos de la figura 4.19. En el gráfico superior izquierdo de esa figura se muestra la temperatura en función de la posición orbital del rotador rápido cuando f es igual a 1, es decir, no hay polvo en la superficie. En el gráfico superior derecho de 4.19 se muestra la temperatura del rotador rápido cuando $f=0.9$ menos la del rotador rápido cuando f es igual a 1. En ese gráfico se puede ver que, incluso a grandes distancias heliocéntricas, se produce un pequeño cambio en la temperatura, del orden de 0.2 K debido, esencialmente, al cambio en la inercia térmica que introduce la presencia de polvo. Se puede ver fácilmente que, según el modelo descrito, para que una superficie con una fracción de área ocupada por hielo $f < 1$ y una temperatura $T + \Delta T$ tenga una producción igual o mayor que la superficie de hielo puro con temperatura T se tiene que verificar que

$$U = \frac{1}{f} \sqrt{\frac{T + \Delta T}{T}} \exp \left(-6141.667 \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T + \Delta T} \right) \right) \leq 1 \quad (4.1)$$

donde la constante que aparece en la exponencial viene de la expresión utilizada para la presión de vapor. En el gráfico inferior izquierdo de la figura 4.19 están dibujadas las curvas U en función de la temperatura para ΔT igual a 0.2, 0.4 y 0.6 K. Se puede ver, mirando al gráfico superior derecho, que cuando el rotador rápido está lejos del perihelio, el cambio de temperatura cuando f es 0.9 con respecto al caso se mantiene por debajo de 0.2 K. En el gráfico de U y para las temperaturas T del rotador rápido se puede ver que para ΔT igual a 0.2, U es siempre mayor que 1. Esto implica que a grandes distancias heliocéntricas la producción del rotador rápido con $f=0.9$ siempre es menor que la núcleo de hielo. Cuando nos acercamos al perihelio la diferencia de temperatura entre los dos casos aumenta. Cuando el cometa se encuentra a 2 UA, la diferencia es, aproximadamente, 0.4 K pero la temperatura del núcleo de hielo es, aproximadamente, 180 K por lo que se necesitaría un cambio de 0.6 K para que la producción de ambos objetos fuese similar. En el perihelio, donde la temperatura del núcleo de hielo es aproximadamente 190 K sería necesaria una diferencia de T mayor que 0.6 K. Se puede ver, mirando en el gráfico superior derecho de la figura 4.19, que no llega a alcanzarse ese valor, aunque se está próximo a él. En consecuencia, la producción del rotador rápido con $f=0.9$ es siempre menor que la del rotador rápido con $f=1$. En el gráfico inferior derecho de la figura 4.19 se ha dibujado la función U cuando ΔT es el incremento de temperatura del rotador rápido con $f=0.9$ y T la del rotador rápido con $f=1$. Se puede ver que esa función no es menor que 1 en ningún punto de su período orbital, pero tiende a ese valor cerca del perihelio.

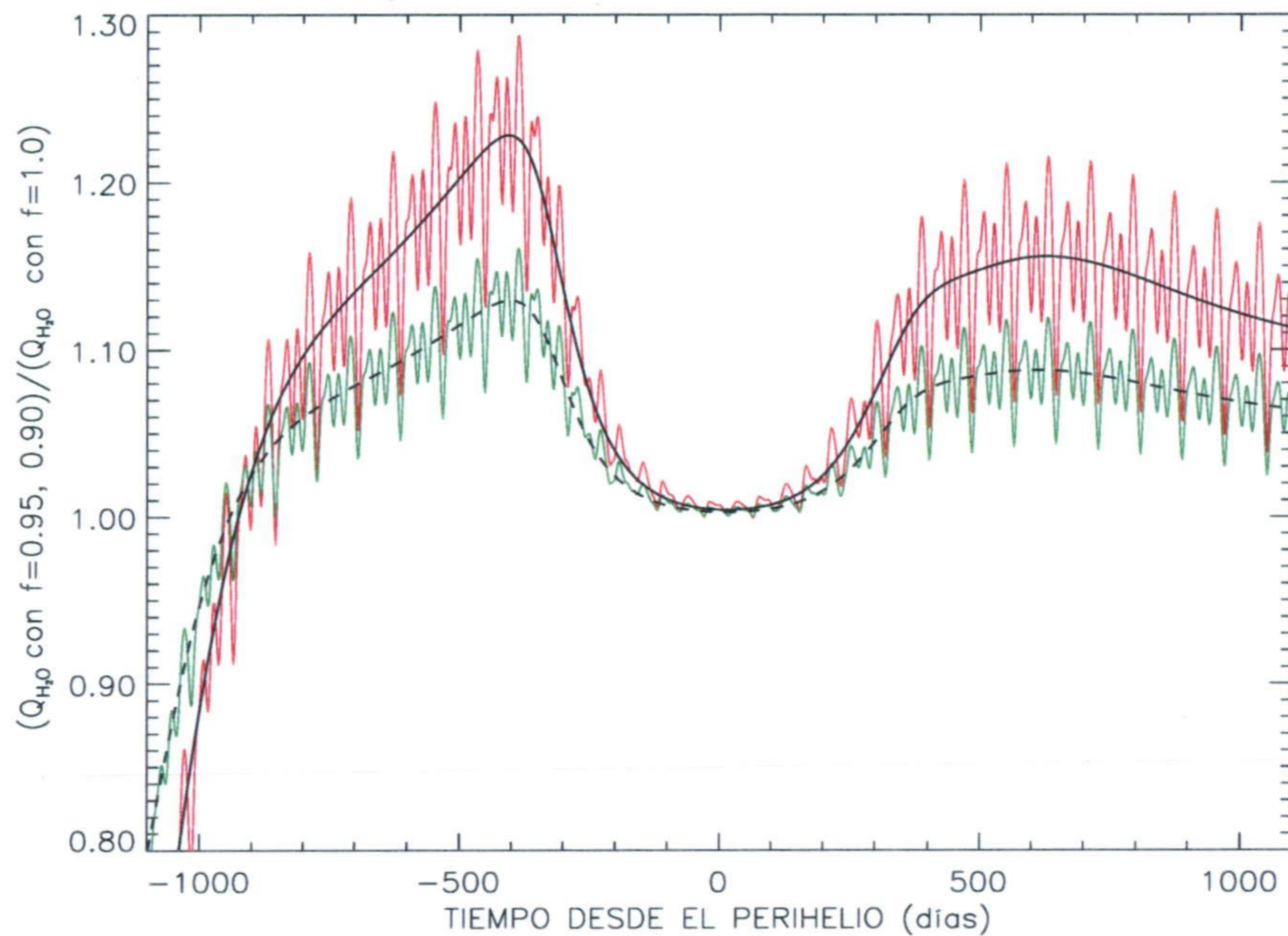
La figura 4.20 muestra los cocientes de la producción del objeto irregular 1 cuando f es

Fig. 4.20 Efecto de la fracción de área ocupada por hielo. Cociente entre las tasas de producción del objeto irregular 1 con $f=0.9$ (rojo) y $f=0.4$ (verde) y la tasa de producción del mismo objeto cuando $f=1.0$. La orientación del eje de rotación es $I = 45^\circ$, $\Phi = 60^\circ$.



igual a 0.9 y 0.4 con respecto a la producción del mismo objeto cuando f es igual a 1 para la orientación $I = 45^\circ$. Se puede ver que antes del perihelio los núcleos con polvo en la superficie son menos productivos que el núcleo de hielo puro. La diferencia en la producción viene dada por una media de los factores U (mencionado anteriormente) para cada celda. En la rama pre-perihelio el incremento de temperatura derivado de la presencia de polvo en la superficie no es suficiente para que la producción de los núcleos con polvo igualen a la del núcleo con hielo. Ello es, principalmente, porque con esta orientación del eje de rotación y en afelio, el polo sur está permanentemente iluminado por lo que alcanza una temperatura relativamente alta, aproximadamente 150 K, como se vio en la figura 4.15. Mirando en el gráfico inferior izquierdo de la figura 4.19 se puede ver que sería necesario un cambio de temperatura mayor que 0.4 K para tener una producción similar a la de $f = 1$ cuando f es 0.9. El cambio necesario cuando f es 0.4 sería mucho mayor. En un principio no se puede esperar ese cambio porque, como se ha mencionado, la zona de producción, la zona de temperatura más alta está permanentemente iluminada y la inercia térmica no juega el papel que jugaría si la zona que es productiva en un momento entrase, por la rotación, en zona de noche. Sin embargo, se puede ver que al pasar el perihelio y cuando el punto subsolar alcanza una zona del polo norte que anteriormente estaba fría la temperatura de los núcleos con polvo alcanza una temperatura lo suficientemente

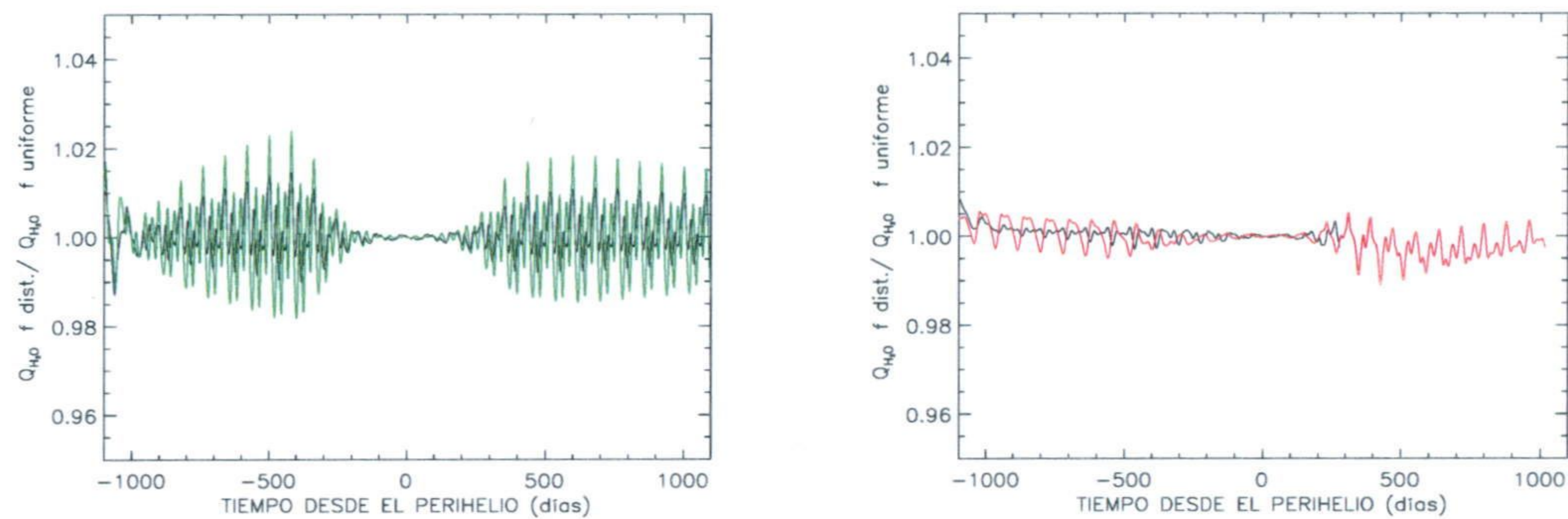
Fig. 4.21 Efecto de la fracción de área ocupada por hielo. La orientación del eje de rotación es $I = 0^\circ$, $\Phi = 90^\circ$. Las curvas que oscilan muestran el cociente entre las tasas de producción del objeto irregular con $f=0.9$ (rojo) y $f=0.95$ (verde) y la tasa de producción del mismo objeto cuando $f=1.0$. Las curvas en negro muestran lo mismo pero para el cuerpo esférico.



grande comparada con la temperatura del núcleo de hielo como para que la producción de los primeros sea, incluso, mayor que la del núcleo de hielo. Las oscilaciones que aparecen en las curvas cociente también son una consecuencia de la difusión térmica. Se ha comprobado que la difusión térmica introduce un desfase entre la variabilidad de la sección transversal y la variabilidad de la curva de producción. En consecuencia, al introducir polvo en la superficie y cambiar ligeramente la conductividad térmica se introduce un pequeño desfase entre las dos curvas que se están dividiendo. Este desfase produce las oscilaciones observadas.

En la figura 4.21 se muestran los cocientes de la tasa de producción del objeto irregular 1 y de la esfera cuando f es igual a 0.95 y 0.9 con respecto a la tasa de producción del correspondiente objeto sin polvo en su superficie cuando el eje de rotación es perpendicular al plano orbital. En este caso, como se ha visto en la figura 4.15, la temperatura en el afelio es 130 K, 20 K más baja que el caso anterior. Esto, como se puede ver en el gráfico inferior derecho de la figura 4.22, reduce el cambio en temperatura necesario para que el objeto con polvo produzca lo mismo que el objeto sólo de hielo. Además, el punto subsolar recorre el ecuador por lo que la zona de la que procede el gas en un momento del día entra, posteriormente y por la rotación, en zona de noche. Esto permite que la diferencia en la temperatura, entre los casos con polvo y

Fig. 4.22 Efecto en la producción de las distribuciones de área ocupada por hielo. El gráfico de la izquierda corresponde a la orientación $I = 0^\circ$, $\Phi = 90^\circ$. La curva negra representa el cociente entre la producción del objeto irregular 1 con una distribución de f sobre su superficie caracterizada por $\langle f \rangle = 0.9$, $\sigma = 0.2$ y $\Gamma = 15^\circ$ y la producción del mismo objeto cuando $f = 0.9$ en todo el núcleo. La curva verde muestra lo mismo pero para el objeto esférico. El gráfico de la derecha corresponde a la orientación $I = 45^\circ$, $\Phi = 60^\circ$. La curva negra muestra lo mismo que en el gráfico de la izquierda. La curva roja representa el cociente entre la producción del objeto irregular 1 con una distribución de f sobre su superficie caracterizada por $\langle f \rangle = 0.4$, $\sigma = 0.2$ y $\Gamma = 15^\circ$ y la producción del mismo objeto cuando $f = 0.4$ en todo el núcleo.



sin polvo sea mayor que en el caso anterior. Estas dos circunstancias hacen que, en este caso y con la parametrización utilizada para caracterizar la inercia térmica en función del polvo, la producción del núcleo con polvo en su superficie sea incluso mayor que la del cuerpo constituido únicamente por hielo durante una gran parte de su recorrido orbital, relativamente alejada del perihelio. Tanto en este caso como en el anterior, y como en el del rotador rápido, se ha visto que en el perihelio, cuando la sublimación controla la temperatura del cuerpo, la producción resulta prácticamente independiente de la fracción de área ocupada por hielo.

Hay que tener en cuenta que este resultado es una consecuencia directa de asumir que el polvo y el hielo están acoplados térmicamente. Suposición cuya validez sería necesario comprobar con experimentos de laboratorio. También habría que tener en cuenta que este resultado, cuantitativamente, depende del valor absoluto de la inercia térmica. Otros valores de la inercia, modificados por el parámetro de Hertz o bien por adoptar otra parametrización del efecto del polvo, darían lugar a otros resultados que serían cuantitativamente diferentes, pero que se explicarían de manera similar. Se han hecho pruebas con un factor de Hertz dos ordenes de magnitud inferior al considerado para obtener los resultados mostrados, es decir, $h=0.0018$. Para la orientación perpendicular al plano de rotación se obtiene que la producción del objeto con $f=0.9$ es un 10 % mayor que la del cuerpo con $f=1.0$ en el afelio. A distancias menores que 2 UA, ambas producciones son similares.

4.3.1 Efecto de las distribuciones de fracción de área ocupada por hielo

La figura 4.22 muestra el efecto que provocan en la producción de agua distintas distribuciones de fracción de área de hielo en la superficie del cometa. En el gráfico de la izquierda se muestra los cocientes del objeto irregular y de la esfera cuando f está dado por una distribución multi-

variada log-normal caracterizada por $\langle f \rangle = 0.9$, $\sigma = 0.2$ y $\Gamma = 15^\circ$ y la tasa de producción del mismo objeto cuando f es igual a 0.9 en todo el núcleo. En ese gráfico la orientación del eje es perpendicular al plano orbital. En el gráfico de la derecha se muestra, de manera similar, los cocientes entre la tasa de producción del objeto 1 cuando f viene dado por $\langle f \rangle = 0.9$, $\sigma = 0.2$ y $\Gamma = 15^\circ$ y por $\langle f \rangle = 0.4$, $\sigma = 0.2$ y $\Gamma = 15^\circ$ y la tasa de producción del objeto 1 cuando f es uniforme con valor 0.9 y 0.4, respectivamente. En este caso, la orientación es $I=45^\circ$.

Se puede ver que las distribuciones de fracción de área de hielo en la superficie producen efectos similares, ligeramente inferiores, a los de las distribuciones de albedo. Como principal resultado se obtiene que la tasa de producción media de un objeto con una distribución log-normal de f en su superficie es igual a la tasa de producción de un objeto con f uniforme e igual al valor medio de la distribución. Se puede ver también que las distribuciones de f producen sólo una ligera oscilación. Considerando el caso de la esfera, que no está afectado por el desfase entre la variación de la sección transversal vista desde el Sol y la variabilidad de la producción, se ve que la amplitud máxima está por debajo del 5 % de la producción media, inferior a las variaciones que inducen las distribuciones de albedo y muy inferiores a la variabilidad producida por la forma geométrica.

4.3.2 Comparación de los resultados con los obtenidos mediante aproximaciones "clásicas"

Desde un punto de vista práctico, es interesante comparar la producción de gas de los objetos irregulares con la obtenida mediante las aproximaciones utilizadas más habitualmente en la literatura especializada. En esta sección se compara la producción de los objetos irregulares con la producción obtenida mediante las aproximaciones *del rotador rápido* y la aproximación *del punto subsolar*.

Como ya se ha mencionado, la aproximación del rotador rápido considera que el núcleo es esférico e isotermo con una temperatura que, cuando el cometa está constituido únicamente por hielo, viene dada por la ecuación de balance

$$\frac{S_o(1 - A_v)}{4 r_h^2} = \epsilon \sigma T_s^4 + H Z_{s, \text{rottrap}}(T_s) + \kappa(T) \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_s \quad (4.2)$$

cuando existe inercia térmica. Si no se tiene en cuenta la difusión térmica, el último término del segundo miembro no debe incluirse. En esa ecuación todos los términos y símbolos ya han sido mencionados en el capítulo 3. El factor 1/4 que aparece en el primer miembro representa el promedio del coseno del ángulo cenital, o equivalentemente, que el área efectiva que recibe luz solar es πR^2 (la sección transversal), mientras que el área en la que se distribuye la energía es $4 \pi R^2$ (toda la superficie de la esfera) en las que R es el radio del núcleo. Como son previsibles grandes diferencias en la producción, en vez de comparar directamente las producciones comparamos el tamaño del rotador rápido que daría la misma producción que los objetos irregulares. El radio equivalente del rotador rápido que da lugar a la misma producción que los objetos considerados en este estudio se puede calcular resolviendo la ecuación anterior,

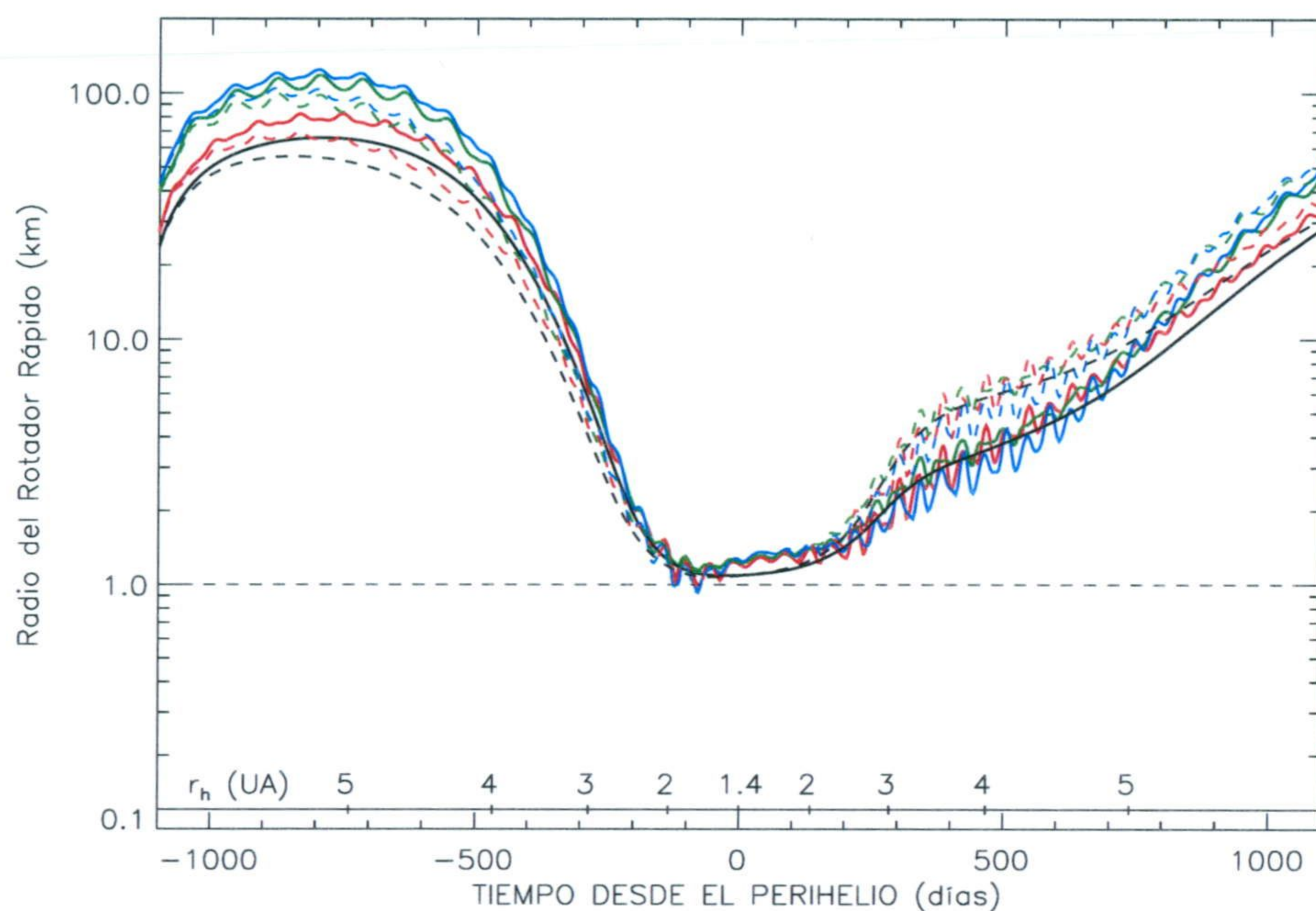


Fig. 4.23 Radio del núcleo estimado mediante la aproximación del rotador rápido a partir de la producción de agua total de los distintos cuerpos. La curva roja corresponde a la estimación del radio a partir de la producción del objeto 1, la verde a partir de la del objeto 2, la azul a partir de la del 3 y la negra a partir de la producción de la esfera. La orientación del eje de rotación es $I=45^\circ$ y $\Phi=60^\circ$.

obteniendo la producción por unidad de área, $Z_{s,rotrap}$, y resolviendo

$$R_{equ} = \sqrt{\frac{Q_{objirre}}{4\pi Z_{s,rotrap}}} \quad (4.3)$$

donde $Q_{objirre}$ es la producción total del objeto irregular.

Las figuras 4.23, 4.24 muestran el radio equivalente del rotador rápido, calculado mediante la expresión anterior, para las orientaciones $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$ e $I=0^\circ$, $\Phi=90^\circ$, respectivamente. Considerando las dos figuras y todos los objetos, se puede ver que, la aproximación del rotador rápido subestima la producción de gas comparado con un núcleo tridimensional del mismo radio. Es decir, es necesario, en todos los casos, un radio del rotador rápido mayor para obtener la producción *real*. Existen grandes diferencias con la distancia heliocéntrica. A grandes distancias heliocéntricas, el rotador rápido constituye una aproximación muy pobre y no puede utilizarse para estimar el radio del núcleo uniformemente activo ni para estimar la producción. Para la orientación $I=45^\circ$, el rotador rápido subestima la producción de un objeto irregular uniformemente activo en más de 2 órdenes de magnitud hasta 3.5 UA. El radio del rotador rápido equivalente a los objetos irregulares de 1 km, depende, de manera lógica, de la orientación del eje

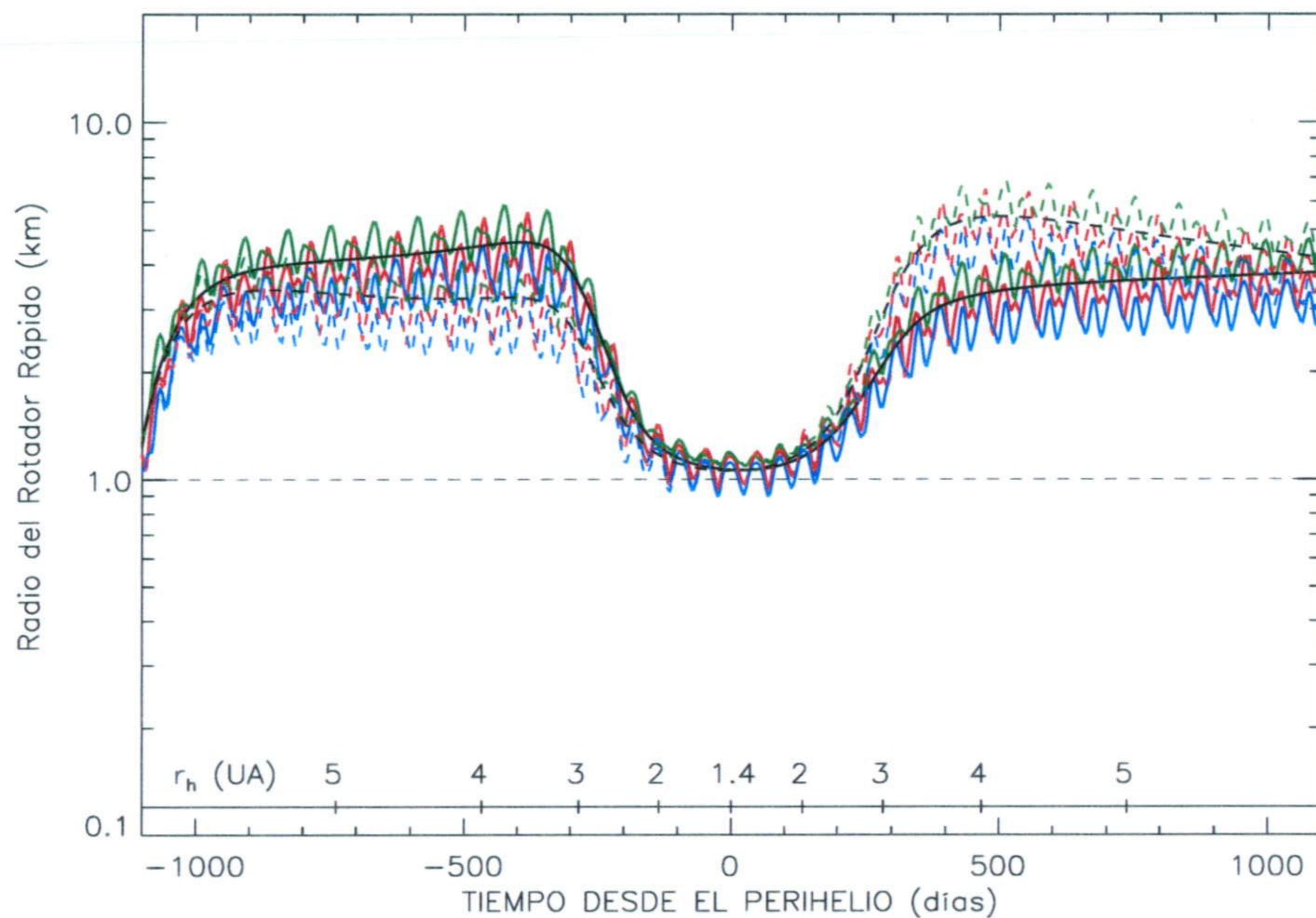


Fig. 4.24 Radio del núcleo estimado mediante la aproximación del rotador rápido a partir de la producción de agua total de los distintos cuerpos. La curva roja corresponde a la estimación del radio a partir de la producción del objeto 1, la verde a partir de la del objeto 2, la azul a partir de la del 3 y la negra a partir de la producción de la esfera. La orientación del eje de rotación es $I=0^\circ$ y $\Phi=90^\circ$.

de rotación. Para los casos considerados, varía entre 2 y, aproximadamente, 100 km. También se observa que el hecho de incluir difusión térmica o no en la aproximación del rotador rápido da lugar, para la órbita considerada y el valor de inercia térmica utilizado, a grandes diferencias en el radio equivalente. Aún con este estudio limitado, y restringiéndonos a lo que sería una órbita típica no a una órbita concreta, se puede concluir que a grandes distancias heliocéntricas no es posible estimar la producción del núcleo, ni siquiera de manera aproximada, con la aproximación del rotador rápido. No ocurre lo mismo cerca del perihelio. Se puede ver que en la región donde la sublimación es significativa desde un punto de vista energético ($r_h < 2$ UA.) el radio equivalente del rotador rápido es similar para las dos orientaciones del eje de rotación y todas las forma geométricas. Para la órbita considerada, el error, o la diferencia, entre el radio estimado con la aproximación del rotador rápido a partir de la producción en el perihelio y el radio real del núcleo está sólo entre el 10 y el 30 % del radio real (este resultado se ha comprobado para las otras orientaciones del eje de rotación). Teniendo en cuenta esto, aunque sería necesario comprobarlo para una distribución entera de órbitas y de orientaciones del eje de rotación, los resultados sugieren que el rotador rápido constituye una buena aproximación, sin necesidad de incluir difusión térmica, para estimar el orden de magnitud de la producción en el perihelio.

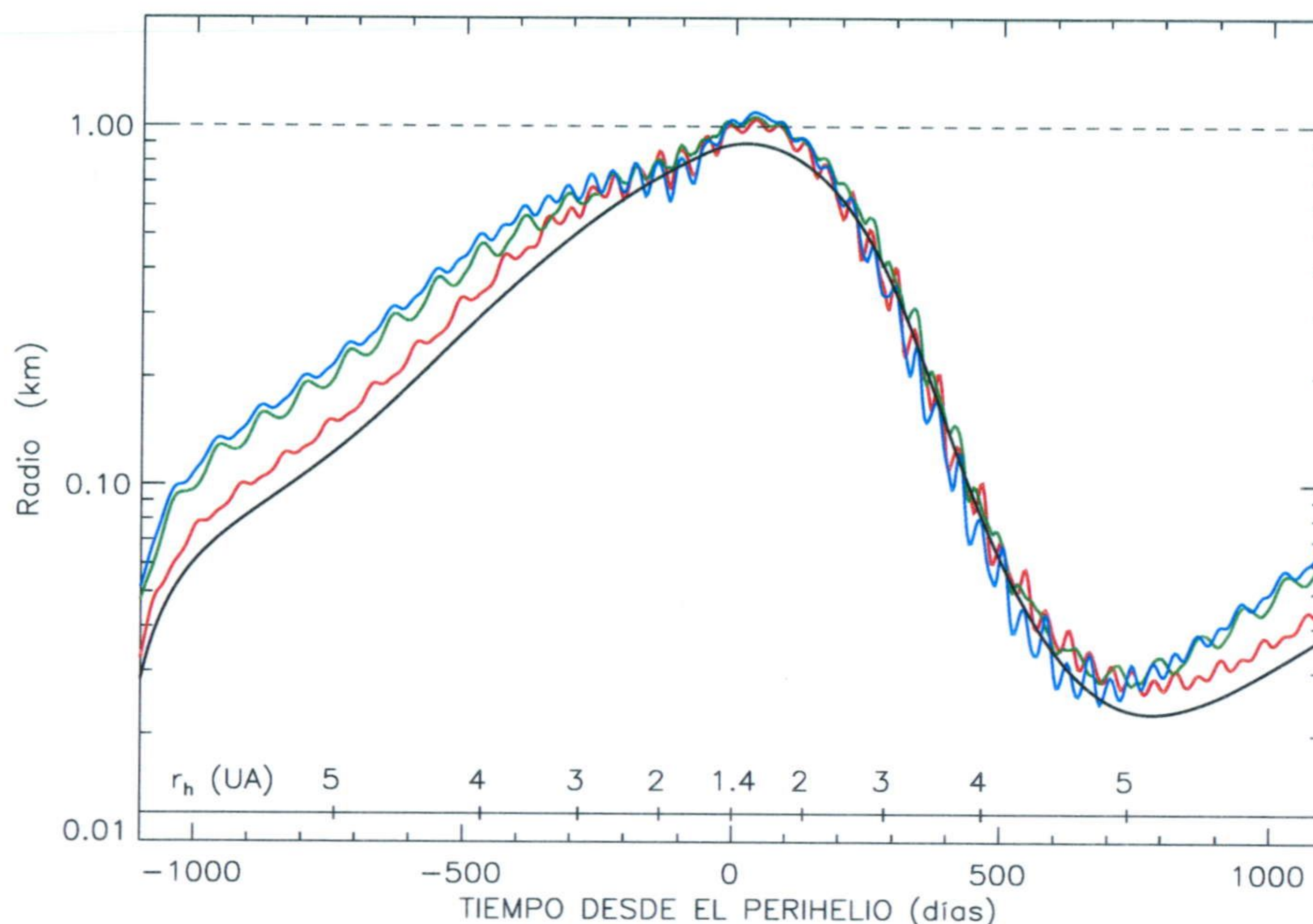


Fig. 4.25 Radio del núcleo estimado mediante la aproximación del *punto subsolar* a partir de la producción de agua total de los distintos cuerpos. La curva roja corresponde a la estimación del radio a partir de la producción del objeto 1, la verde a partir de la del objeto 2, la azul a partir de la del 3 y la negra a partir de la producción de la esfera. La orientación del eje de rotación es $I=45^\circ$ y $\Phi=60^\circ$.

Otra aproximación utilizada para estimar la producción del núcleo es la del *punto subsolar*. La producción del punto subsolar, $Z_{s,subsolar}$, viene dada por la ecuación

$$\frac{S_o(1 - A_v)}{r_h^2} = \epsilon\sigma T_s^4 + H Z_{s,subsolar}(T_s) \quad (4.4)$$

donde todos los términos son conocidos. En esta expresión se ha prescindido del efecto de la difusión térmica, como se hace habitualmente. Esta expresión es igual a la ecuación del rotador rápido sin difusión pero prescindiendo del promedio del coseno (factor 1/4 en el primer miembro). El radio equivalente se estimaría asumiendo que la producción total es igual a la producción del punto subsolar por la sección transversal de la esfera.

En las figuras 4.25 y 4.26 se muestran los resultados de la estimación del radio mediante la aproximación del punto subsolar para las dos orientaciones consideradas anteriormente. Se puede ver que, al contrario que en el caso del rotador rápido, la aproximación del punto subsolar sobreestima la producción considerablemente a grandes distancias heliocéntricas. Sin embargo, cerca del perihelio, esta aproximación, igual que la anterior, también nos permite estimar el radio medio de los núcleos uniformemente activos. Se ha comprobado que, para todas las orientaciones consideradas el error máximo en el radio estimado a partir de la producción media

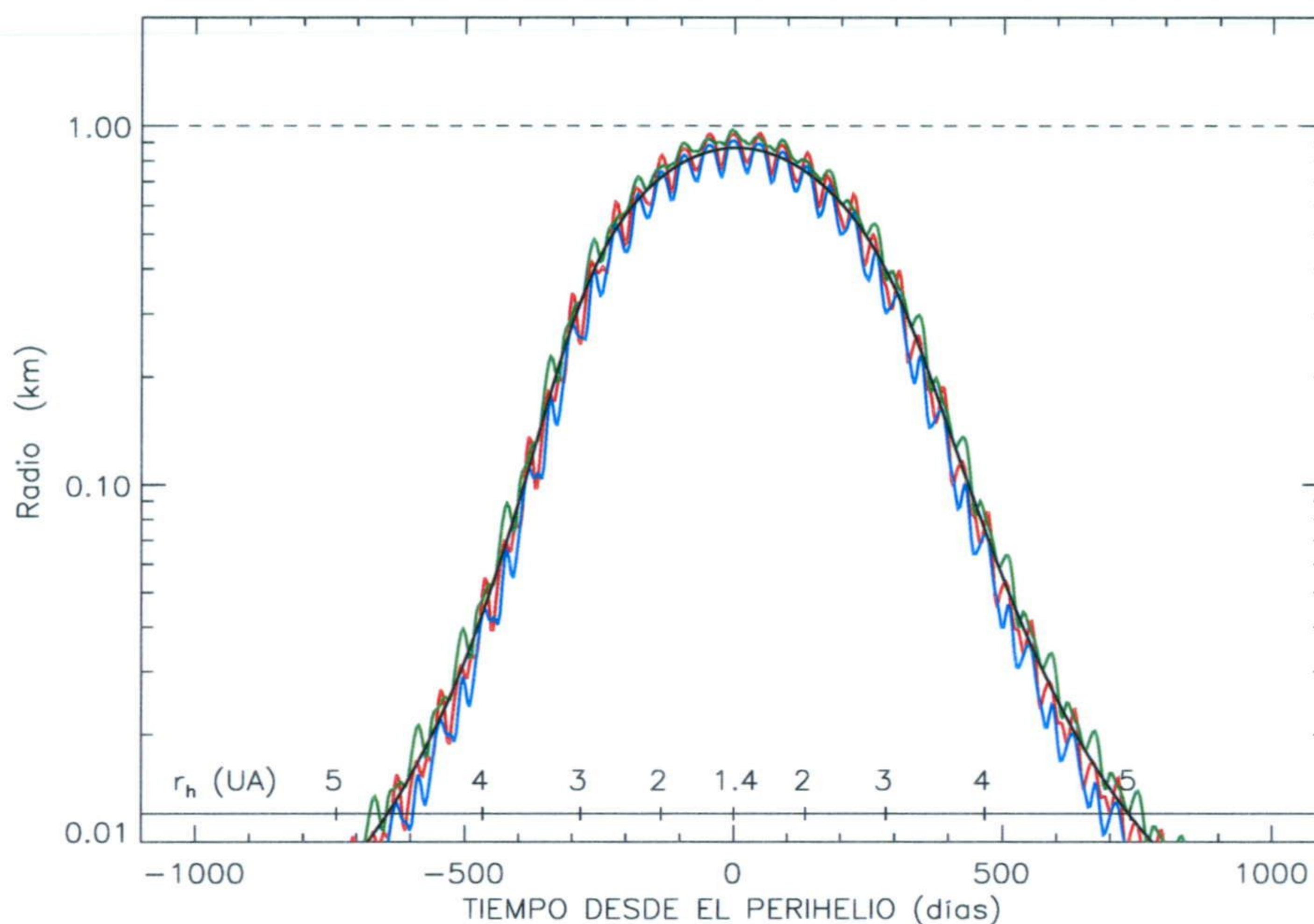
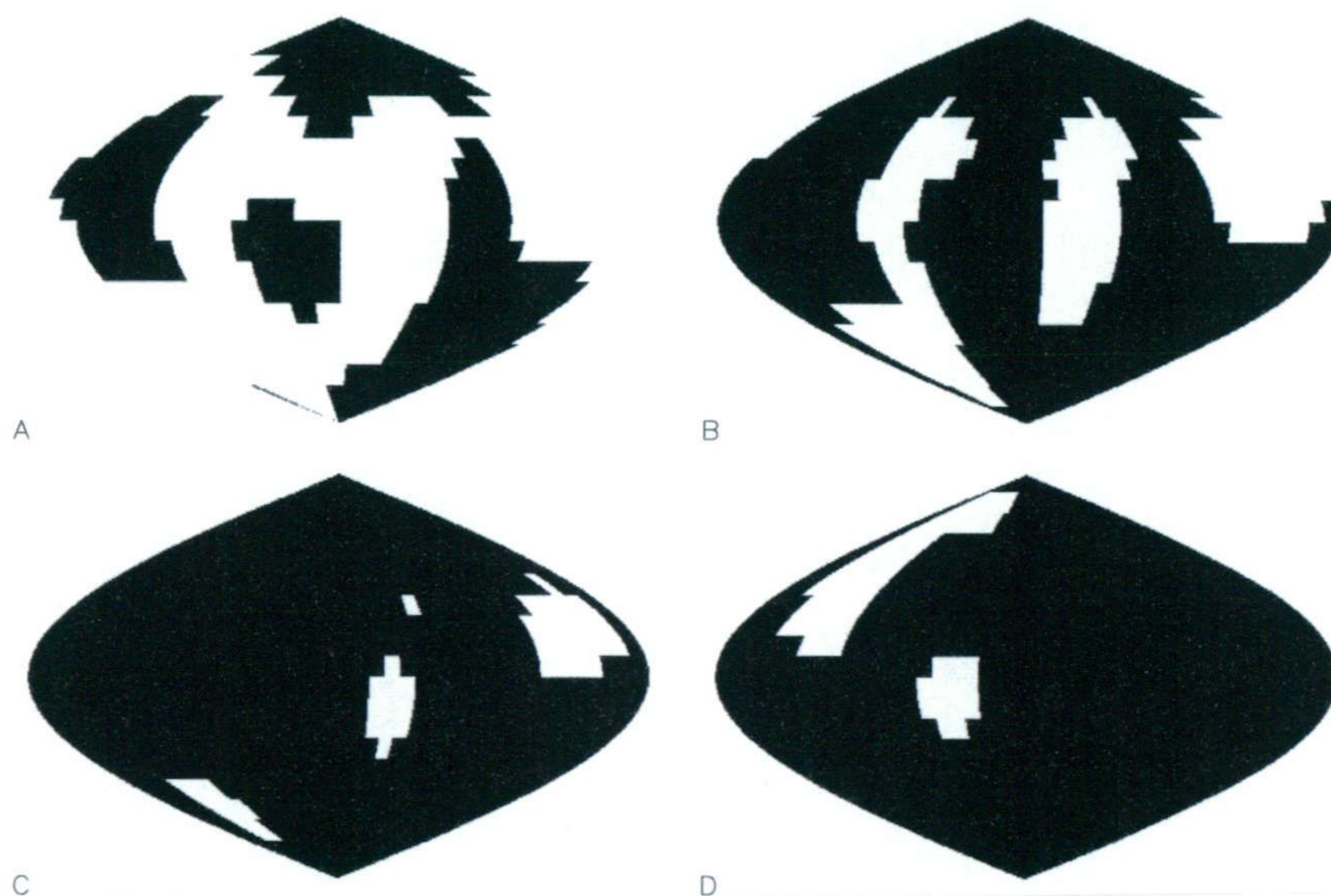


Fig. 4.26 Radio del núcleo estimado mediante la aproximación del *punto subsolar* a partir de la producción de agua total de los distintos cuerpos. La curva roja corresponde a la estimación del radio a partir de la producción del objeto 1, la verde a partir de la del objeto 2, la azul a partir de la del 3 y la negra a partir de la producción de la esfera. La orientación del eje de rotación es $I=0^\circ$ y $\Phi=90^\circ$.

justamente en el perihelio es menor del 20 % el valor real, incluyendo cuando la orientación es perpendicular al plano orbital.

Teniendo en cuenta estos resultados, cualquiera de las dos aproximaciones nos permite estimar la producción del núcleo sólo cerca del perihelio y siempre que el cuerpo esté bien representado por un radio medio. Aproximadamente, la producción de un objeto tridimensional uniformemente activo es, en el perihelio, un 30 % mayor que la estimada mediante la aproximación del rotador rápido. Mediante la aproximación del *punto subsolar* el radio real es, en media y aproximadamente, un 10 % mayor que el valor del radio estimado a partir de la producción de un objeto tridimensional uniformemente activo en el perihelio. Esto significa que la producción de un objeto tridimensional en el perihelio es, en media y aproximadamente, un 20 % menor que la estimada mediante la aproximación del punto subsolar conociendo el radio medio y el albedo.

Fig. 4.27 Zonas activas (en blanco) utilizadas en este estudio. La distribución *A* tiene, aproximadamente, el 60 % de la superficie constituido por hielo, la distribución *B*, aproximadamente, el 30 % y las *C* y *D* un 10 %, aproximadamente.

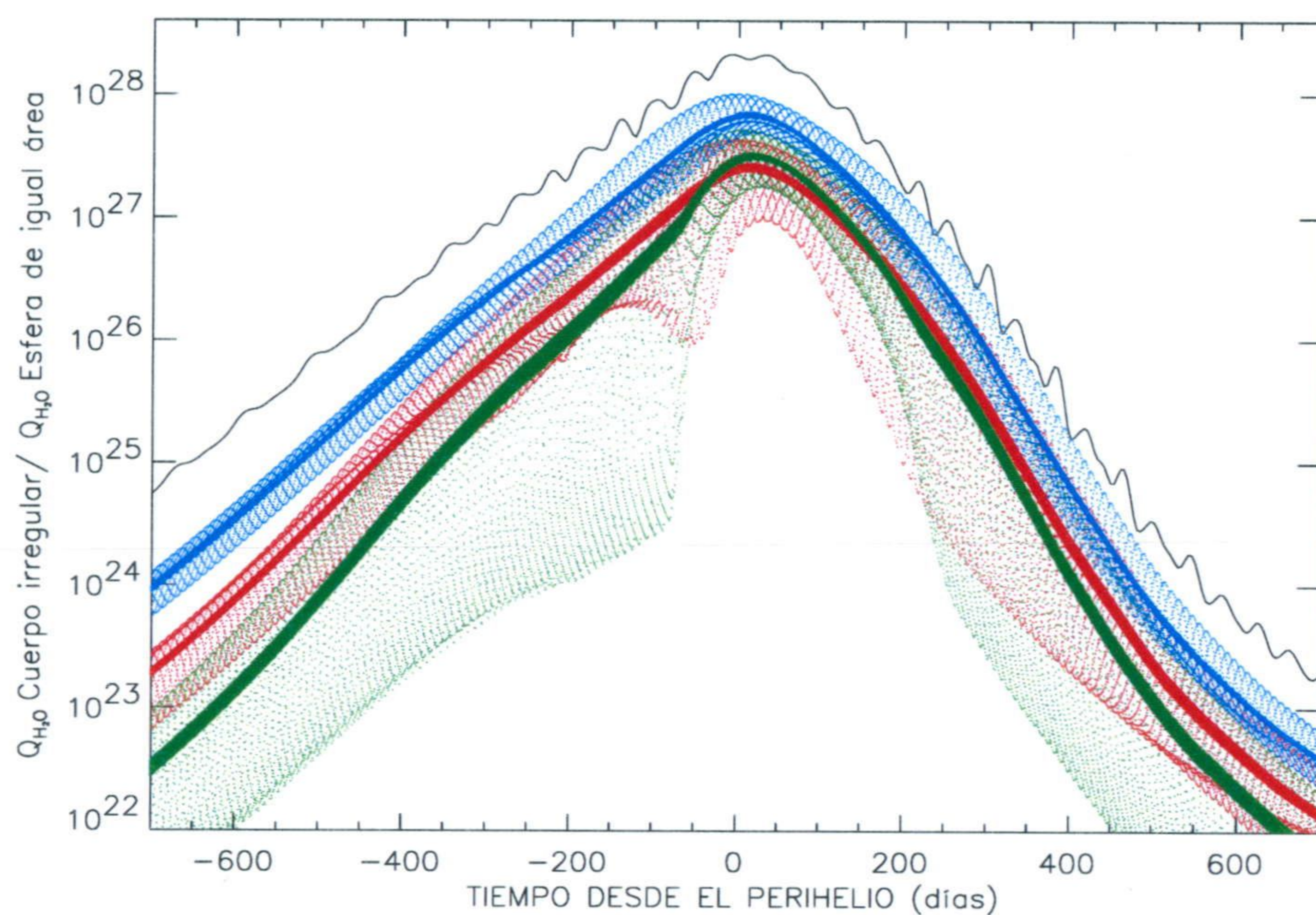


4.4 Zonas activas.

Se ha estudiado cómo influye en la producción el hecho de que la superficie del núcleo tenga zonas constituidas sólo por polvo (i.e. $f=0$) y zonas constituidas sólo por hielo (i.e. $f=1$). Es decir, se ha simulado la presencia de áreas activas en la superficie. Las distribuciones de áreas activas se han generado a partir de las distribuciones de albedo eligiendo un valor de albedo de referencia. Todas las celdas de la superficie con albedo mayor que ese valor de referencia están constituidas sólo por hielo. Por contra, todas las celdas superficiales con albedo inferior a ese valor de referencia están constituidas únicamente por polvo. Los valores de referencia se han elegido de acuerdo a la fracción de área, g , que se quería activa. La figura 4.27 muestra 4 distribuciones de áreas activas generadas de la manera descrita.

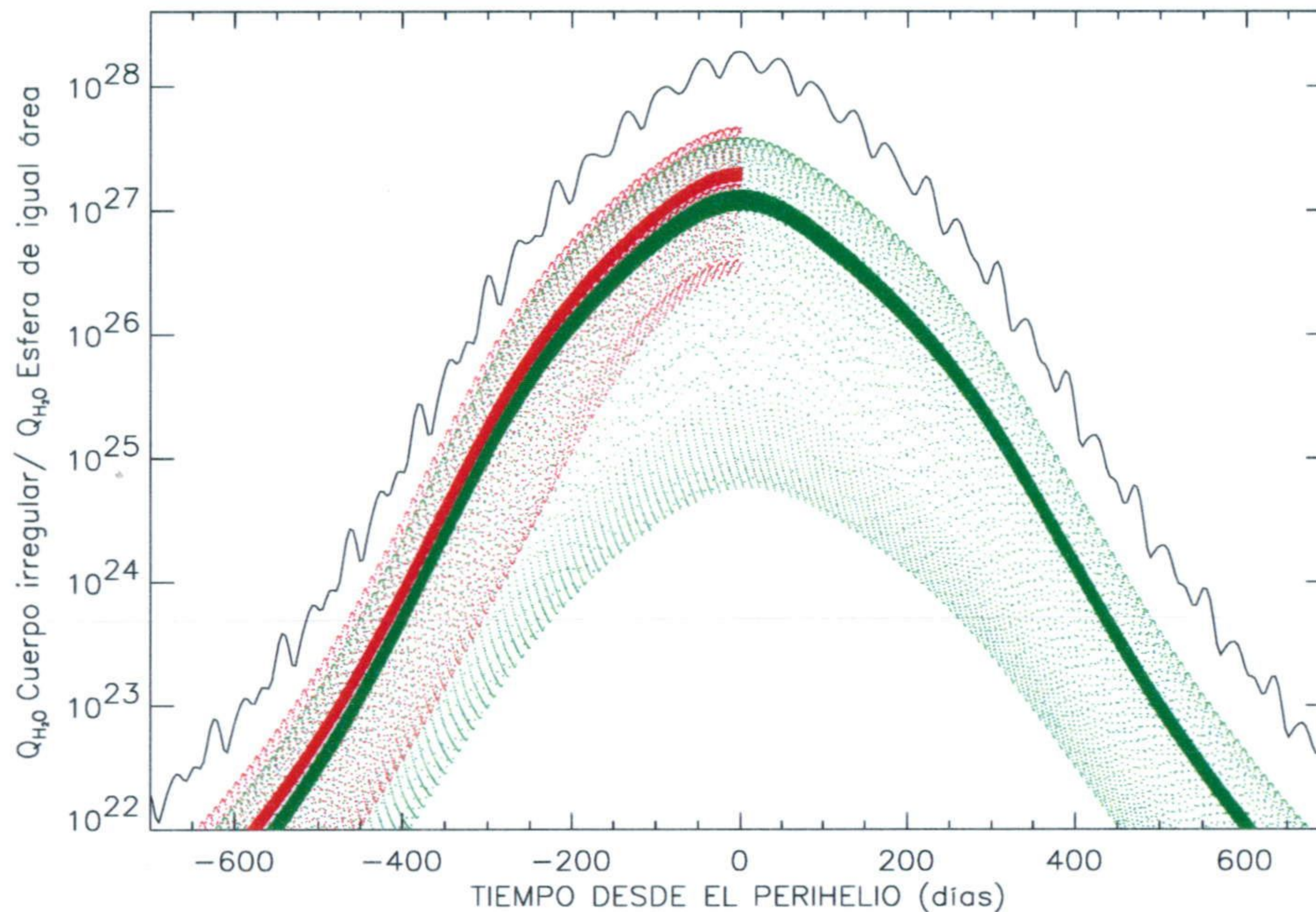
En las figuras 4.28 y 4.29 se ha representado la producción instantánea del objeto 1 cuando su superficie tiene diferentes distribuciones de áreas activas. En la figura 4.28 la orientación del eje es $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$ y se han utilizado las distribuciones *B*, *C* y *D* de la figura 4.27. En la figura 4.29 se muestra la producción del Objeto 1 con las distribuciones *C* y *D* cuando la orientación es $I=0^\circ$, $\Phi=90^\circ$. Para ese objeto, las fracciones de área total ocupada por hielo o fracción de área activa, g , cuando las zonas activas vienen dadas por las distribuciones *B*, *C* y *D* son el 31.6 %, el 11 % y el 9.1 % del área total, respectivamente. En esas dos figuras se puede ver que uno de los principales efectos de las zonas activas es, lógicamente, aumentar la amplitud de las oscilaciones en la curva de luz. En realidad, cuando se realizan observaciones

Fig. 4.28 Producción del Objeto 1 con cuatro distribuciones de zonas activas en su superficie. La orientación del eje de rotación es $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$. La línea en negro representa la producción instantánea cuando el núcleo es uniformemente activo. Los puntos azules representan la producción instantánea cuando la distribución de zonas activas es la figura *B* de 4.27. Para esta distribución sólo el 30 % del área tiene hielo que puede sublimar libremente. Los puntos rojos muestran la producción instantánea cuando la distribución de zonas activas es la *C*, con una superficie de hielo de sólo el 11 % del área total. Los puntos verdes representan la producción instantánea cuando la distribución de zonas activas es la *D*, con una superficie de hielo de sólo el 9 % del área total. Los puntos de producción instantánea tienen un muestreo de 0.2 días. Las líneas gruesas representan un promedio de la producción considerando 12 puntos por período de rotación.



de la curva de luz real de un cometa lo que se observa no es la producción instantánea. Al realizar las observaciones a través de un diafragma (o realizar fotometría de apertura a partir de una imagen CCD) se está considerando el brillo de todas las moléculas que están dentro del diafragma, es decir, no sólo las que se han producido en un tiempo t , sino también las que se han producido en un tiempo anterior siempre que sea menor que el tamaño proyectado en cielo del diafragma utilizado dividido por la velocidad de las moléculas. En consecuencia, al estimar la producción a partir del brillo medido a través de un diafragma lo que se está estimando es un promedio del gas producido durante el tiempo de cruce de las moléculas por el diafragma. Estrictamente, a partir de los resultados del modelo no se puede obtener el promedio que se observaría porque éste depende de los procesos fotoquímicos que sufren las moléculas en la coma. Sería necesario acoplar el presente modelo con uno fotoquímico, como el de Haser (1957) o el de Festou (1981), para establecer cuál sería el promedio observable. En cualquier caso,

Fig. 4.29 Producción con áreas activas. La orientación del eje de rotación es $I=0^\circ$, $\Phi=90^\circ$. La línea en negro representa la producción instantánea cuando el núcleo es uniformemente activo. Los puntos rojos muestran la producción instantánea cuando la distribución de zonas activas es la C , con una superficie de hielo de sólo el 11 % del área total. Sólo se muestra la curva hasta el perihelio. La rama post-perihelio es simétrica. Los puntos verdes representan la producción instantánea cuando la distribución de zonas activas es la D , con una superficie de hielo de sólo el 9 % del área total. Los puntos de producción instantánea tienen un muestreo de 0.2 días. Las líneas gruesas representan un promedio de la producción considerando 12 puntos por período de rotación.

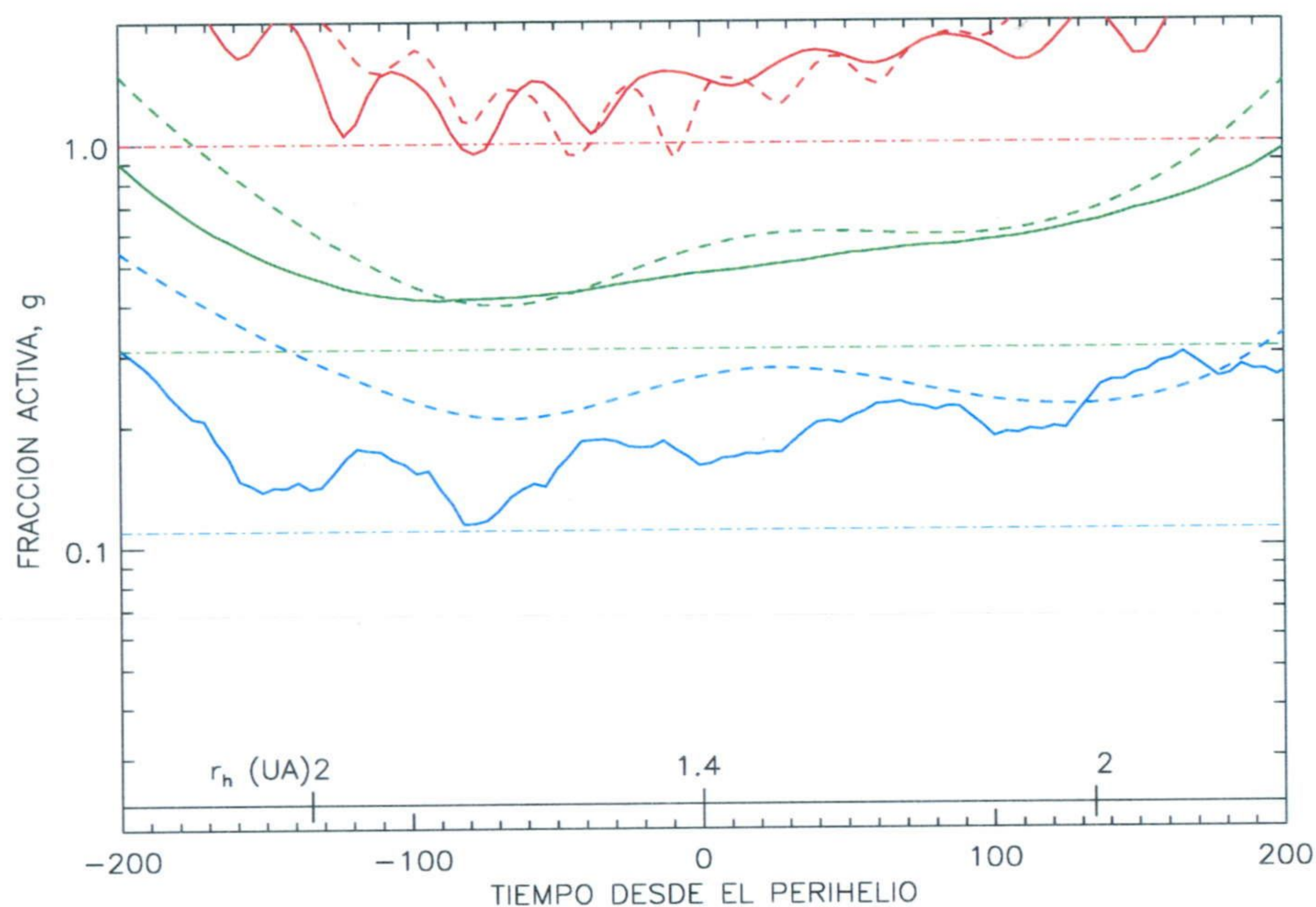


viendo las figuras de producción de zonas activas, y más concretamente la curva de producción originada por la distribución D , se puede ver que una de las consecuencias de la presencia de zonas activas es el posible aumento de la amplitud de oscilación.

Otro de los resultados que se observa es que la producción de un núcleo con una fracción activa, g , no es g veces la producción del objeto uniformemente activo, especialmente a grandes distancias heliocéntricas. Cerca del perihelio, para la orientación $I=45^\circ$, se puede ver que la distribución D , con un área total de hielo sólo ligeramente inferior a la C , tiene una producción mayor que ésta. La producción depende fuertemente de la localización de las zonas activas sobre la superficie y de la orientación del eje de rotación.

Con respecto a la asimetría, se ha estimado el parámetro, E , de las curvas de luz obtenidas promediando la producción durante medio período de rotación. Para la orientación $I=45^\circ$ se ha obtenido que la curva de luz producida por la distribución B tiene una asimetría de 0.095, ligeramente superior a la del cuerpo uniformemente activo. La curva de producción originada por la distribución C tiene una asimetría de 0.11 y la originada por la distribución

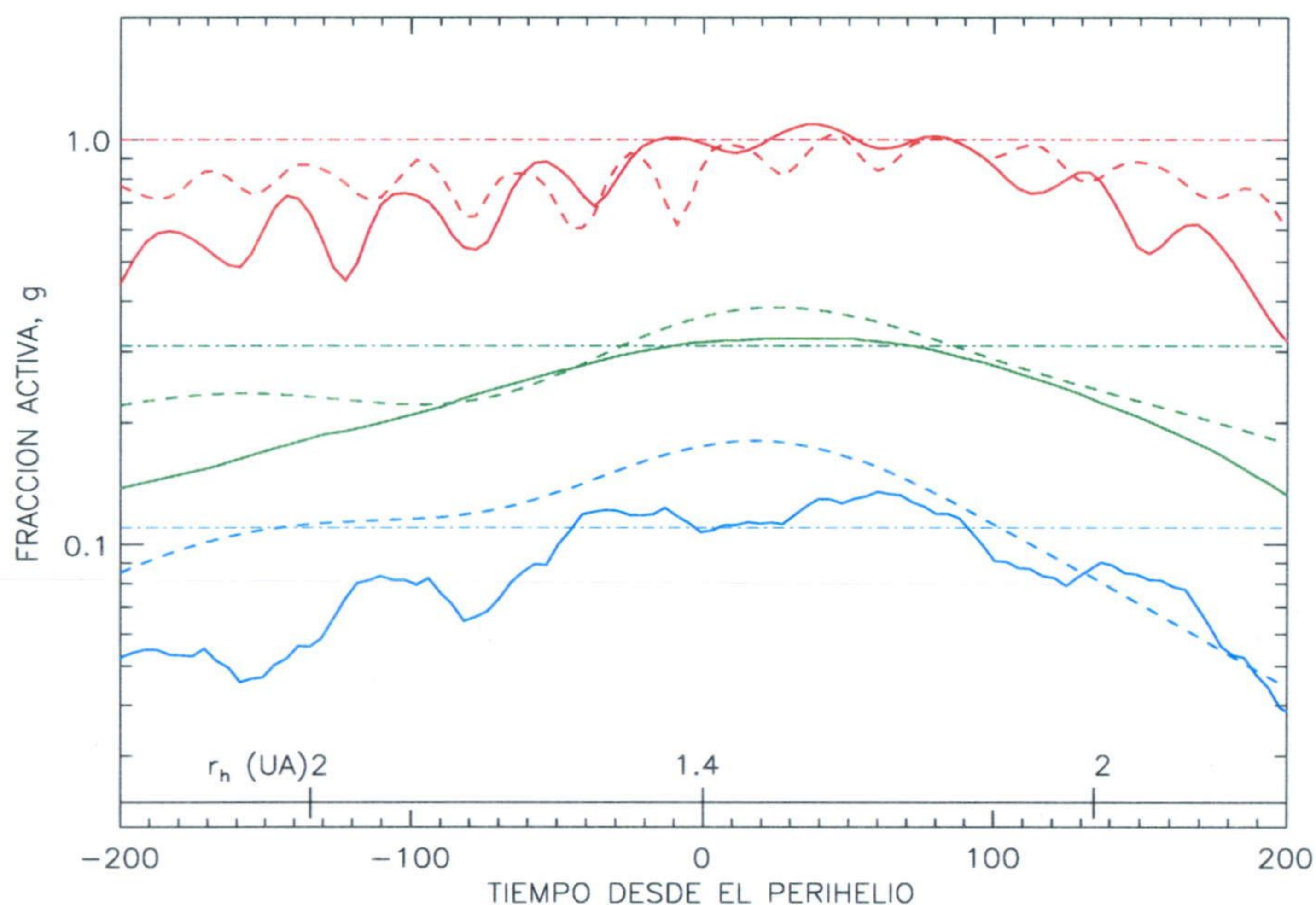
Fig. 4.30 Fracción de área activa, g , estimada haciendo uso de la aproximación del rotador rápido. El objeto irregular considerado es el objeto 1 y se muestran los resultados para dos orientaciones $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$, líneas continuas, e $I=135^\circ$, $\Phi=200^\circ$, representada con las líneas de trazos. Cada color representa a las distintas distribuciones de áreas activas. El rojo representa al núcleo uniformemente activo. En verde se representa la fracción de área activa estimada cuando la superficie tiene la distribución de áreas activas B de la figura 4.27 y en azul cuando la distribución es la C . Las líneas punto-raya representan la fracción de área real correspondiente a cada una de esas distribuciones para el objeto 1.



D , 0.23, considerablemente mayor que la del objeto uniforme. Según esto las zonas activas aumentan la dispersión de la asimetría. Esto está de acuerdo con las conclusiones de Sekanina (1991b) y Colwell (1997), entre otros. Además, estos autores también afirman que, en un principio, es posible simular cualquier curva de luz eligiendo adecuadamente la posición de la zona activa y la orientación del eje de rotación. A partir de nuestros resultados se puede concluir lo mismo. Se puede ver que, para la orientación $I=45^\circ$, distribuciones aleatorias con área total de hielo muy similar, la C y la D , dan lugar a curvas bastante diferentes con pendientes con respecto a la distancia heliocéntrica distintas. Por ejemplo, para la orientación $I=45^\circ$, la pendiente media del logaritmo de la producción con respecto a la distancia heliocéntrica a 2 UA es, aproximadamente, -1 cuando la distribución de zonas activas es la C y -1.9 cuando la distribución es la D .

Nuestro interés en esta parte del trabajo se centra en establecer la validez de la aproximación del rotador rápido sin difusión térmica y la aproximación del *punto subsolar* para estimar la fracción de área activa de un núcleo cometario del que se conocen su radio y su albedo. La

Fig. 4.31 Fracción de área activa, g , estimada suponiendo que la producción total es un factor g la producción del punto subsolar por la sección transversal media. El objeto irregular considerado es el objeto 1 y se muestran los resultados para dos orientaciones $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$, líneas continuas, e $I=135^\circ$, $\Phi=200^\circ$, representada con las líneas de trazos. Cada color representa a las distintas distribuciones de áreas activas. El rojo representa al núcleo uniformemente activo. En verde se representa la fracción de área activa estimada cuando la superficie tiene la distribución de áreas activas B de la figura 4.27 y en azul cuando la distribución es la C . Las líneas punto-rama representan la fracción de área real correspondiente a cada una de esas distribuciones para el objeto 1.



fracción de área activa del rotador rápido, g , conociendo el radio y el albedo del núcleo, es la fracción de la superficie que nos da la producción total. Es decir,

$$g_{rotap} = \frac{Q_{objirre}}{4 \pi R^2 Z_{s,rotap}} \quad (4.5)$$

Se ha estimado esta fracción, g , para las distribuciones de áreas activas simuladas. Para obtener g , o al menos su tendencia media, se ha promediado la producción instantánea durante medio período de rotación. Dado que existe una gran amplitud en el valor de la producción, el número de puntos incluidos en el promedio, prácticamente, no afecta al valor promedio (aunque sí a la amplitud de las oscilaciones). Los resultados del valor de g estimado mediante la aproximación del rotador rápido para las distribuciones B y C sobre el objeto irregular 1 para las dos orientaciones del eje de rotación intermedias ($I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$ e $I=135^\circ$, $\Phi=200^\circ$) se muestran en la figura 4.30. En esa figura también se han dibujado, como referencia, las fracciones reales de área activa o área constituida sólo por hielo correspondientes a las distribuciones B y C, es decir,

0.31 y 0.11, respectivamente. Se puede ver que la aproximación del rotador rápido siempre sobrestima la fracción de área activa. Este resultado es lógico puesto que anteriormente se vio que la aproximación del rotador rápido subestimaba la producción, por lo que era necesario un radio del núcleo mayor para compensar la diferencia. Para este reducido grupo de simulaciones, se ha obtenido que la aproximación del rotador rápido sobrestima la fracción de área activa en el perihelio hasta en un factor 2. Un caso particular lo constituye la distribución D (no mostrada en la figura 4.31) que cuando la orientación es $I=0^\circ$ apenas hay sobrestimación y cuando la orientación es $I=45^\circ$ la fracción estimada es un factor 2 la real.

También se ha calculado qué fracción de área activa se estimaría con la aproximación del *punto subsolar*. Con esta aproximación, la fracción de área activa, g , se estima asumiendo que la producción de un núcleo es un factor g la producción $Z_{s,subsolar}$ por la sección transversal de una esfera de radio y albedo conocido, es decir,

$$g_{subsolar} = \frac{Q_{objirre}}{\pi R^2 Z_{s,subsolar}} \quad (4.6)$$

Igual que antes, se ha comparado el factor g estimado mediante la aproximación del punto subsolar, cuando $Q_{objirre}$ es la producción del objeto irregular 1 con distintas distribuciones de zonas activas en su superficie. Los resultados se muestran en la figura 4.31 en la que también se han dibujado las fracciones reales de área activa. En ese gráfico se puede ver que, en general, la aproximación del *punto subsolar* tiende a subestimar la fracción de área activa presente. Mirando la figura y comparándola con la anterior, parece que, en el perihelio, la fracción de área activa estimada mediante la aproximación del punto subsolar es ligeramente mejor que la estimación mediante la aproximación del rotador rápido, especialmente cuando el área activa ocupa un porcentaje relativamente alto de la superficie. Se ha comprobado que cuando la orientación del eje de rotación es perpendicular al plano de rotación, el error en la estimación de la fracción activa es sensiblemente mayor que para las otras orientaciones. Aún así, el error medio para esta orientación, considerando todas las distribuciones de áreas activas, es similar al obtenido con la aproximación del rotador rápido.

Resumiendo, los resultados obtenidos parecen sugerir que la aproximación del *punto subsolar* permite estimar con algo más de confianza que la aproximación del rotador rápido la fracción de área activa a partir de la producción total en el perihelio si se conocen el radio medio, el albedo y la emisividad de la superficie. Aún así, y para los casos considerados, la fracción activa real está entre el 20 % y el 50 % del valor estimado (no pudiéndose asegurar que en el perihelio ocurra sobreestimación o subestimación de la fracción activa. Para ello serían necesarias un mayor número de simulaciones). Para la orientación perpendicular (no mostrada en la figura) el error es mayor. Teniendo en cuenta los resultados de ambas aproximaciones para estimar la producción de núcleos uniformemente activos y de la fracción de área activa en núcleos parcialmente activos, es más recomendable utilizar la aproximación del *punto subsolar*, aún para orientaciones perpendiculares al eje de rotación.

Rickman y Jorda (1998) utilizaron la aproximación del punto subsolar para estimar la fracción de área activa del Wirtanen. Estos autores encontraron que, para valores plausibles del albedo y de la sección transversal, el cometa Wirtanen era un cometa muy activo pudiendo ser,

posiblemente, uniformemente activo. Los autores discutieron ampliamente sobre las distintas posibilidades para explicar el alto nivel de actividad, incluyendo las limitaciones del modelo de sublimación (aproximación del punto subsolar) para estimar la tasa de producción. Los resultados obtenidos en el presente trabajo sugieren que las estimaciones realizadas por Rickman y Jorda (1998) son correctas y que, por tanto, el Wirtanen posiblemente sea un cometa con una gran parte de su superficie, o la totalidad, activa.

Capítulo 5

Efectos no-gravitacionales en el movimiento de rotación de los núcleos cometarios

5.1 Introducción

Las magnitudes fundamentales que nos permiten describir la evolución del estado rotacional de un cuerpo son la energía rotacional y el momento angular.

La energía rotacional, E_{rot} , expresada en función de los momentos principales de inercia, I_i , y de las componentes de la velocidad angular, Ω_i , en las direcciones que definen los momentos de inercia principales, tiene la expresión

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} (I_x \Omega_x^2 + I_y \Omega_y^2 + I_z \Omega_z^2) \quad (5.1)$$

Por otro lado, el módulo del momento angular, L , expresado en términos de las mismas cantidades que se expresó anteriormente la energía rotacional, viene dado por

$$L^2 = L_x^2 + L_y^2 + L_z^2 = I_x^2 \Omega_x^2 + I_y^2 \Omega_y^2 + I_z^2 \Omega_z^2 \quad (5.2)$$

por lo que se puede ver que la relación entre la energía y las componentes del momento angular en el sistema de referencia fijo en el cuerpo es

$$E_{\text{rot}} = \frac{L_x^2}{2I_x} + \frac{L_y^2}{2I_y} + \frac{L_z^2}{2I_z} \Leftrightarrow \frac{L_x^2}{2E_{\text{rot}}I_x} + \frac{L_y^2}{2E_{\text{rot}}I_y} + \frac{L_z^2}{2E_{\text{rot}}I_z} = 1 \quad (5.3)$$

En la descripción que se realiza en este capítulo, y como ya se mencionó anteriormente, el eje X del sistema fijo en el cuerpo viene dado por la dirección definida por el momento de inercia menor, es decir, la dirección definida por el eje largo del cuerpo, y el eje Z por el autovector correspondiente al momento de inercia mayor, es decir, la dirección definida por el eje corto del cuerpo. Por tanto, en nuestra descripción se verifica siempre que $I_x < I_y < I_z$. Las expresiones que se dan en adelante son válidas siempre que se dé esa relación entre los momentos de inercia.

Se puede ver fácilmente que un cuerpo cuyos momentos principales de inercia verifican $I_x < I_y < I_z$ y que está rotando con un momento angular cuyo módulo es L , su energía rotacional, E_{rot} , verifica

$$E_{\text{min}} = \frac{L^2}{2I_z} \leq E_{\text{rot}} \leq \frac{L^2}{2I_x} = E_{\text{max}} \quad (5.4)$$

Cuando $E_{\text{rot}} = E_{\text{min}}$ se dice que el cuerpo está rotando en su estado de mínima energía (para el valor del módulo del momento angular L). En ese caso el cuerpo está rotando alrededor del eje de máximo momento de inercia, es decir, el eje principal del cuerpo más corto. Cuando la energía $E_{\text{rot}} > E_{\text{min}}$ se dice que el cuerpo está rotando en un estado excitado. En general, que el cuerpo esté rotando en un estado excitado implica que se encuentra en un modo complejo de rotación, es decir, el vector momento angular y el vector velocidad de rotación no tienen la misma dirección, lo que provoca que el vector velocidad de rotación (su dirección) cambie con el tiempo, aún con momento nulo. Hay que decir que, para un valor del momento angular, L , existen dos energías, $E_{\text{rot}} = L^2/2I_y$ y $E_{\text{rot}} = E_{\text{max}}$ en las que el cuerpo está en un estado excitado pero su rotación es simple. En el primer caso, el cuerpo está rotando alrededor del eje de momento de inercia intermedio, el cual es metaestable (ver e.g. Landau y Lifshitz, 1976). En el segundo caso, cuando el cuerpo está en estado de máxima excitación rotacional para el valor de L , $E_{\text{rot}} = E_{\text{max}}$, el cuerpo está rotando alrededor del eje más largo del cuerpo, coincidiendo las direcciones del eje principal más largo, la del eje de rotación y la del momento angular.

Como expresan las ecuaciones de Euler, si un sistema se encuentra bajo la acción de un momento de fuerzas no nulo, su momento angular cambiará con el tiempo. Dependiendo del momento de la resultante de las fuerzas, el momento angular puede cambiar en módulo, en dirección o en ambas cosas. En favor de la claridad, también es necesario decir que un cambio en la energía rotacional debido a un momento externo al cuerpo no implica, necesariamente, que el cuerpo cambie su modo de rotación. Si el cuerpo se encuentra rotando en modo simple y el momento angular cambia únicamente en módulo, la energía rotacional aumentará o disminuirá pero seguirá rotando en modo simple. Tampoco se puede confundir ese aumento de la energía rotacional con el hecho de que el cuerpo empiece a rotar en un estado excitado. En el caso descrito, el cuerpo seguirá rotando en el estado fundamental o de mínima energía para el nuevo valor del módulo del momento angular L .

A partir de las relaciones anteriores y si los momentos de inercia verifican que $I_x < I_y < I_z$ se puede ver que

$$\begin{aligned} 2E_{\text{rot}}I_x &= I_x^2\Omega_x^2 + I_xI_y\Omega_y^2 + I_xI_z\Omega_z^2 \leq \\ &\leq I_x^2\Omega_x^2 + I_y^2\Omega_y^2 + I_z^2\Omega_z^2 = L^2 \leq \\ &\leq I_z^2\Omega_x^2 + I_z^2\Omega_y^2 + I_z^2\Omega_z^2 = 2E_{\text{rot}}I_z \end{aligned} \quad (5.5)$$

Es decir, sea cual sea la energía rotacional (o el momento angular) siempre se verifica que

$$I_x \leq \frac{L^2}{2E_{\text{rot}}} \leq I_z \quad (5.6)$$

Al verificarse siempre la expresión anterior, aunque cambie el momento angular o la energía, la cantidad $L^2/2E_{\text{rot}}$, con unidades de momento de inercia, es una magnitud adecuada para describir la evolución del estado y el modo de rotación del los cometas bajo la acción de un momento no nulo. Un cambio en $L^2/2E_{\text{rot}}$ representa un cambio en el modo de rotación y, también, una excitación o desexcitación del estado rotacional.

La expresión anterior (ecuación 5.6) nos permite distinguir dos modos de rotación. Si la cantidad $L^2/2E_{\text{rot}}$ es menor que el momento de inercia intermedio, es decir, la energía rotacional es menor que $L^2/2I_y$, se dice que el cuerpo rota en modo de eje largo o modo LAM (acrónimo de la expresión en inglés *long-axis mode*). Por contra, si la energía es mayor que $L^2/2I_y$ se dice que el cuerpo rota en modo de eje corto o modo SAM (acrónimo del inglés *short-axis mode*). Es decir,

$$I_x \leq \overbrace{\frac{L^2}{2E_{\text{rotLAM}}}}^{\text{modo LAM}} \leq I_y \leq \overbrace{\frac{L^2}{2E_{\text{rotSAM}}}}^{\text{modo SAM}} \leq I_z \quad (5.7)$$

En ambos modos, el vector velocidad angular se mueve alrededor del vector del momento angular, frecuentemente, siguiendo caminos complejos, es decir, ambos modos incluyen oscilaciones y rotaciones de los ángulos de Euler. La diferencia esencial entre un modo y otro (ver por ejemplo Belton, 1991 y, también, Samarasinha y A'Hearn, 1991 para una descripción detallada de las diferencias entre los dos movimientos), es que en el modo LAM, el cuerpo rota completamente alrededor el eje largo (además de rotar y oscilar en torno a los otros ejes), es decir, la componente del vector velocidad de rotación en la dirección del eje X, Ω_x , aunque tiene un valor variable, no llega a cambiar de signo. Además de rotar alrededor del eje largo, el cuerpo precesa alrededor del momento angular y también el ángulo que forma el eje largo con el momento angular oscila, es decir, se produce nutación. En el modo SAM, Ω_x no permite completar una revolución del cuerpo alrededor del eje largo y cambia de signo, es decir, se produce una oscilación.

5.2 Datos sobre Wirtanen

Actualmente, y como consecuencia de ser designado objetivo de la misión Rosetta, el cometa Wirtanen está siendo estudiado de forma sistemática tanto teórica como observacionalmente. En los trabajos de Jorda y Rickman (1995) y Rickman y Jorda(1998) se resume gran parte del conocimiento que actualmente tenemos sobre el cometa Wirtanen. El actual cometa Wirtanen es hijo de uno que se fragmentó a 9 UA del Sol en 1954. Las causas que pudieron provocar la fragmentación del antiguo Wirtanen son todavía desconocidas. Los tres últimos pasos por el perihelio ocurrieron en 1986, 1991 y 1997. Entre las apariciones de 1986 y de 1991, su distancia al perihelio, como consecuencia de la perturbación gravitacional de Júpiter, cambió de 1.26 a 1.08 UA. Su magnitud heliocéntrica total está alrededor de 9 en el perihelio, con un índice de variación con la distancia heliocéntrica de 7.2. El punto de máximo brillo ocurre, aproximadamente, 1 semana después del perihelio. Jorda y Rickman (1995), estimaron la tasa de producción a partir de la magnitud visual, obteniendo que, en el perihelio, la producción de agua era $4 \cdot 10^{28}$ molec s⁻¹. A'Hearn et al. (1995) observaron el cometa durante el paso de 1991, y a partir de la estimación de la producción de OH utilizando el modelo de fotodisociación de Haser (1957), obtuvieron que la producción a 1.118 UA, cerca del perihelio, era $1.2 \cdot 10^{28}$ molec s⁻¹. Estos autores también estimaron la producción de otros compuestos con emisión

en el ultravioleta cercano y en el visible, como el NH, C₂, C₃ y CN. A'Hearn et al. (1995) obtuvieron que las producciones de estos compuestos eran el 0.3 %, 0.3 %, 0.027 % y 0.74% de la del agua, respectivamente. Rickman y Jorda (1998) estimaron la producción de agua a partir de las medidas de la producción de OH de A'Hearn et al. pero utilizando el modelo de fotodisociación de Combi y Delsemme (1980). Teniendo en cuenta la incertidumbre en la velocidad de expansión de las moléculas de agua, Rickman y Jorda obtuvieron que la tasa de producción del Wirtanen cerca del perihelio estaba entre 1.3 y $2.5 \cdot 10^{28}$ molec s⁻¹.

Durante el último paso por el perihelio, el cometa Wirtanen fue seguido por varios observadores. Stern et al. (1998), a partir de observaciones realizadas entre 2.7 y 1.3 UA, estimaron que la producción en el perihelio era, aproximadamente, de $1.4 \cdot 10^{28}$ molec s⁻¹. Por otro lado, Fink et al. (1998) obtuvieron que la producción promedio cerca del perihelio era de $2.7 \cdot 10^{28}$ molec s⁻¹.

Boehnhardt et al. (1997) estimaron que el núcleo, si el albedo es 0.04, debía tener un radio aproximado de 690 m, como máximo de 800 m. Lamy et al. (1998), a partir de observaciones realizadas con el HST, asumiendo que el núcleo es un cuerpo esférico con albedo geométrico 0.04, estimaron que el radio era 0.60 ± 0.02 km.

Utilizando este valor del radio, Fink et al. (1998) y Rickman y Jorda (1998) han estimado la fracción de área activa. En ambos trabajos se concluye que el Wirtanen es un cometa que tiene, prácticamente, toda su superficie activa.

Con respecto a la rotación, Meech et al. (1997) detectaron un posible período de rotación de 7.6 h. La amplitud de la variación del brillo era de 0.09 mag. Lamy et al. (1997) pudieron separar la señal procedente del núcleo directamente de la de la coma, obteniendo que el período de rotación era 6 ± 0.3 h. La amplitud de la variación detectada por estos autores era de 0.22 mag lo que se traduce en una razón de ejes de 1.22.

5.3 Descripción de las simulaciones realizadas

El objetivo principal de esta parte es estudiar cómo cambia el estado rotacional de los cometas de corto período bajo la acción del momento producido por la sublimación del hielo. Dada la importancia que tiene la evaluación del estado rotacional del cometa Wirtanen, en esta parte del trabajo, las simulaciones se realizan para la órbita de ese cometa. Los elementos orbitales del Wirtanen, tomados de la versión electrónica del *Catalog of Cometary Orbits* (Marsden y Williams, 1999) son: elipticidad, $e=0.658$; distancia de perihelio, $q=1.059$ UA; $\Omega=356.38^\circ$; $\omega=82.18^\circ$; $i=11.74^\circ$ y tiempo de paso por el perihelio, 2002/08/26.9517. Como ya se mencionó en el capítulo 2, Samarasinha et al. (1996) estudiaron la evolución rotacional simulando al núcleo de cometa Wirtanen. Las principales características del modelo utilizado por estos autores fueron descritas en el capítulo 2 y se resumen en la tabla 5.1. Samarasinha et al. (1996) concluyeron que es muy probable que el cometa esté en un estado excitado de rotación esperándose cambios rápidos en su estado rotacional a cada paso por el perihelio. El presente trabajo es una continuación del de Samarasinha et al. (1996) considerando que el núcleo es un cuerpo irregular con sus tres momentos principales de inercia diferentes e incluyendo el modelo térmico descrito en el capítulo 3 para calcular, de manera consistente, el momento de la fuerza

Tabla 5.1 Principales hipótesis del modelo utilizado por Samarasinha et al. (1996) para estudiar la evolución rotacional de un núcleo en la órbita de Wirtanen. En la columna de la derecha se resumen las principales hipótesis del modelo que se utiliza en este trabajo.

Característica	Samarasinha et al.(1996)	Modelo IAA
Orbita	Wirtanen	Igual
Forma del Núcleo	Elipsoide biaxial. 5.7:2.85:2.85 km	Varias formas irregulares y Elipsoides. Radio medio 1 km
Densidad del núcleo	400 kg m ⁻³	500 kg m ⁻³
Momento	Dependencia del rotador rápido+ + velocidad de Delsemme (1982)+ + flujo totalmente colimado (coeficiente de colimación $\eta = 1.0$)	Modelo térmico (coeficiente de colimación $\eta = 1.0, 0.5$)
Actividad	25 % del área con las zonas activas localizadas igual que en Samarasinha y Belton (1995)	Uniforme, 60 %, 30% y 10 % distribuidas aleatoriamente.
Condiciones iniciales	Dos períodos de rotacion: 10 días y 48 h.	Orientación inicial $I=45^\circ$, $\Phi = 60^\circ$, y períodos iniciales de rotacion: 6h, 48h y 10 días

producida por la sublimación.

Los parámetros del modelo térmico utilizados en estas simulaciones, salvo el albedo y el coeficiente de condensación, son los dados en la tabla 4.1 del capítulo anterior. Se ha supuesto que el albedo es 0.04 y que el coeficiente α es 0.25. La fracción de área ocupada por hielo, f se ha supuesto igual a 0.9. En estas simulaciones no se ha tenido en cuenta el efecto de la inercia térmica. La justificación, a priori, de esta simplificación es que la difusión térmica influye, principalmente, a grandes distancias heliocéntricas, donde la producción es varios ordenes de magnitud inferior a la producción en el perihelio. Debido a la gran diferencia entre la producción en el afelio y en el perihelio, es de esperar que los cambios producidos en el estado rotacional por la sublimación a grandes distancias heliocéntricas sean pequeños comparados con los que se produzcan cerca del perihelio.

En este trabajo se ha comparado la evolución del estado rotacional durante un período orbital de los tres cuerpos irregulares utilizados en el capítulo anterior con el de tres elipsoides con los mismos momentos de inercia. Los momentos de inercia de los objetos irregulares están dados en la tabla 3.2. Las razones de ejes de los elipsoides con los mismos momentos de inercia

que los objetos irregulares 1, 2 y 3 son, respectivamente: elipsoide 1, 1.46:0.97:0.82; elipsoide 2, 1.32:1.09:0.9 y elipsoide 3, 1.61:1.05:0.73. También se ha estudiado la evolución del estado rotacional cuando el núcleo no es uniformemente activo. Para ello se ha simulado la presencia de áreas activas sobre la superficie del núcleo de la misma manera que en el capítulo anterior. Las distribuciones de áreas activas utilizadas son las dadas en la figura 4.27 del capítulo 4. En las simulaciones cuyos resultados se muestran en la primera parte de este capítulo, el período inicial de rotación es 6 h, que es el período de rotación del Wirtanen estimado por Lamy et al. (1998). Siempre se ha partido del estado de mínima energía, considerando tres orientaciones del eje de rotación: 1.-) $I=45^\circ$, $\Phi = 60^\circ$, 2.-) $I=0^\circ$, $\Phi = 90^\circ$ y 3.-) $I=90^\circ$, $\Phi = 90^\circ$. Para la discusión siguiente consideramos que el *caso nominal* es el que parte del afelio con la orientación 1 rotando en estado de mínima energía con un período de 6 h.

En una segunda parte del capítulo se muestra la evolución del estado rotacional de los cuerpos irregulares, tanto uniformemente activos como con distribuciones de zonas activas, durante 10 órbitas. En estas simulaciones, la orientación inicial del eje de rotación siempre es $I=45^\circ$, $\Phi = 60^\circ$. Puesto que, como se vio en la sección 2.6.1 del capítulo 2, el tiempo característico de excitación depende como el inverso del período de rotación, se ha estudiado qué diferencias aparecen en la evolución del estado de rotación considerando diferentes períodos de rotación iniciales. Los períodos de rotación iniciales utilizados son, 6 h, 48 h y 10 días (estos dos últimos fueron los utilizados por Samaransinha et al. (1996)). En todas las simulaciones se parte del estado de mínima energía.

Finalmente, se muestra la evolución del estado rotacional considerando que el coeficiente de colimación, η , del gas sublimado es 1, que no existe condensación ($\alpha = 0$) y que la fracción de área ocupada por hielo es $f = 1.0$. Este conjunto de parámetros nos proporciona el máximo momento posible para un cuerpo dado y una orientación del eje de rotación. También se muestran algunas de las simulaciones realizadas considerando que el núcleo tiene una inercia térmica caracterizada por los factores de Hertz $h=0.18$ y $h=0.0018$.

En todas estas simulaciones se utilizan los mismos parámetros numéricos que en las simulaciones mostradas en el capítulo 4 (ver tabla 4.1), salvo el incremento de paso temporal. En estas simulaciones, el incremento de paso temporal se va adaptando según cambia el período de rotación siendo $\Delta t = \max\{P_{\text{rot}}(s)/100, 175s\}$, donde $P_{\text{rot}}(s)$ es el período de rotación en segundos.

5.4 Evolución durante un período orbital

5.4.1 Núcleos uniformemente activos

En la figura 5.1 se muestran, como ejemplo, los cocientes entre las componentes del momento de la fuerza que actúa sobre el cuerpo 1 uniformemente activo y los respectivos momentos principales de inercia durante un período orbital, es decir, las cantidades N_i/I_i . La orientación inicial del eje de rotación es $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$ y el núcleo parte del afelio rotando inicialmente en su estado de mínima energía con un período de 6 h. La cantidad mostrada aparece en el segundo miembro de las ecuaciones de Euler (en su forma 3.44) y es el término que controla

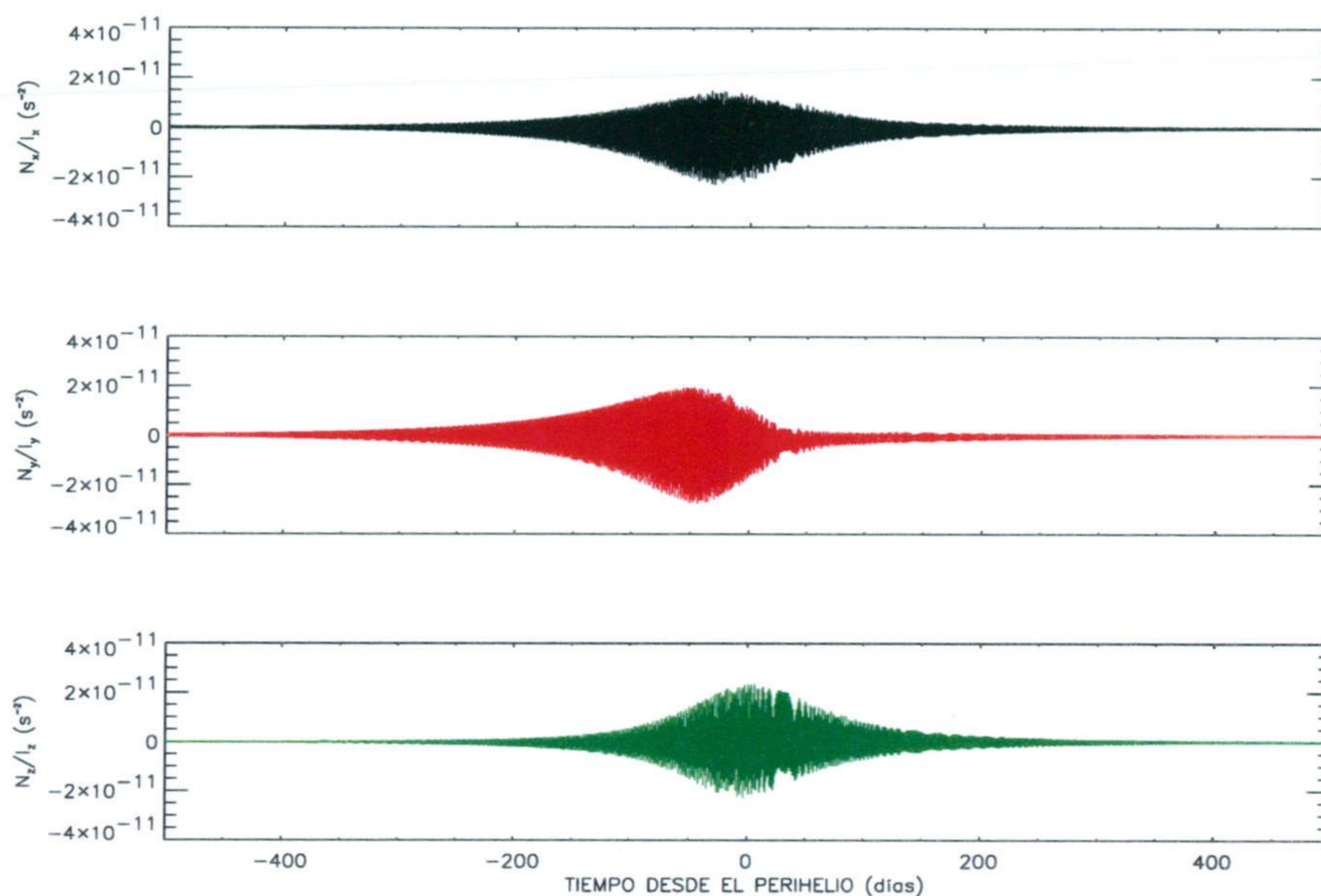


Fig. 5.1 Razón entre las componentes del momento de la fuerza resultante y los respectivos momentos de inercia (N_x/I_x en negro, N_y/I_y en rojo y N_z/I_z en verde) para el objeto 1 uniformemente activo cuando su período de rotación inicial es 6h y la orientación inicial $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$.

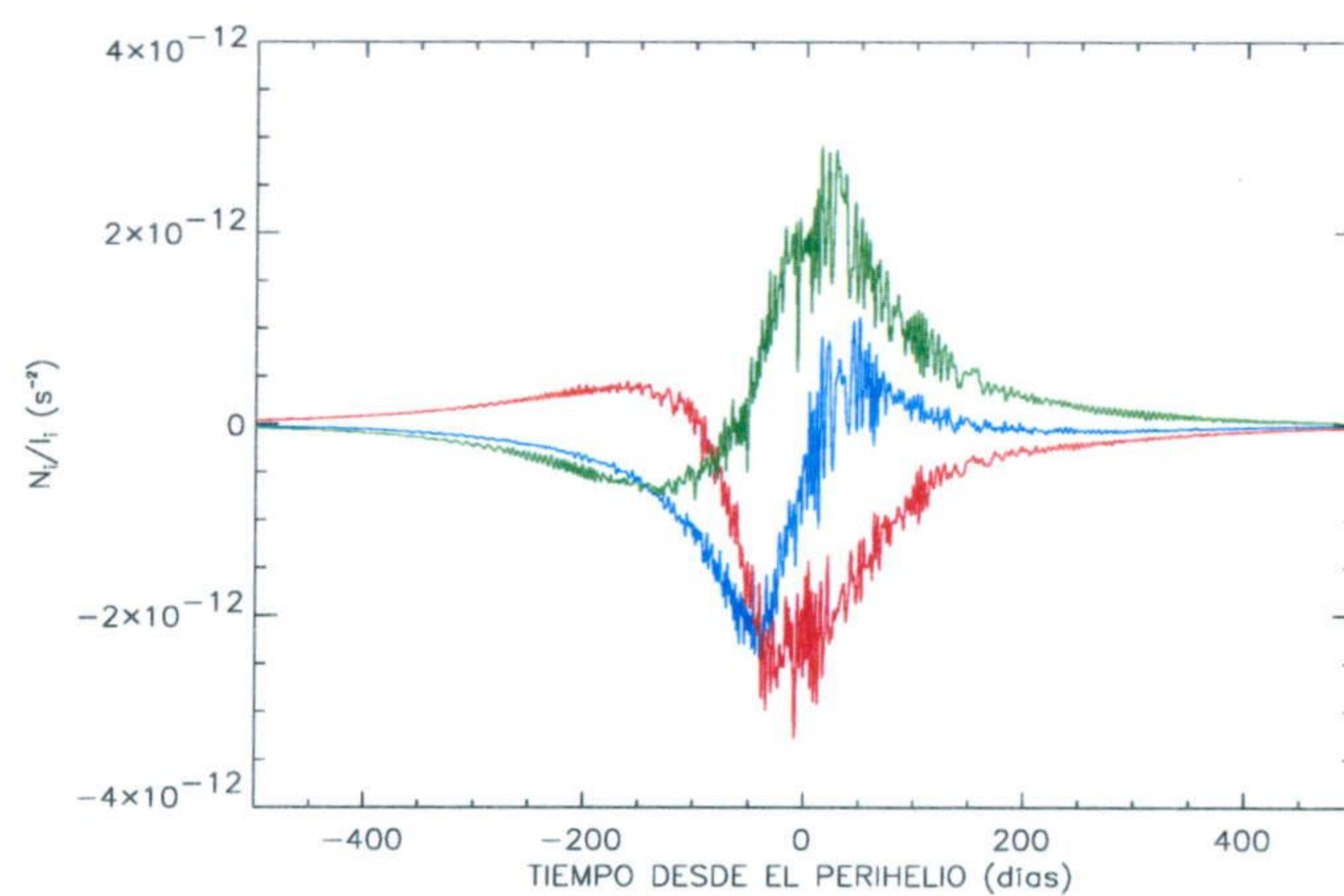


Fig. 5.2 En esta figura se representa lo mismo que en la anterior pero los cocientes han sido procesados con un filtro paso-baja para eliminar la componente oscilatoria y mostrar la tendencia media. En azul se representa la tendencia de N_x/I_x , en rojo la de N_y/I_y y en verde N_z/I_z .

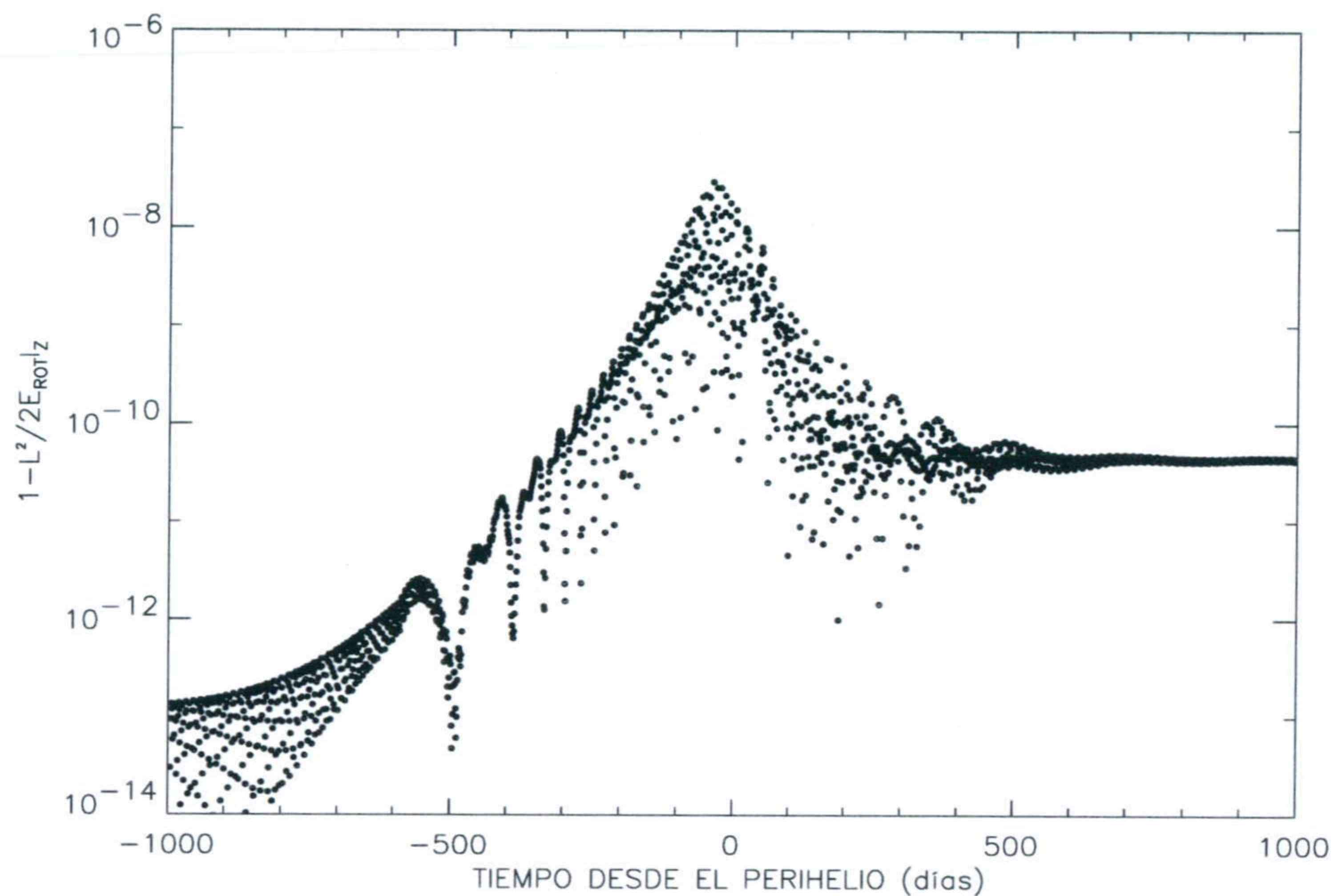


Fig. 5.3 Cambio en la excitación rotacional del objeto 1 uniformemente activo cuando su período de rotación inicial es 6h y la orientación inicial $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$. El momento que actúa sobre el cuerpo se ha representado en la figura 5.1. En esta figura se ha representado la cantidad $1-L^2/(2E_{rot}I_z)$ que varía entre 0, cuando el eje de rotación y el eje corto del cuerpo coinciden y $1-I_x/I_z$, cuando el cuerpo se encuentra rotando alrededor del eje largo.

la evolución de las componentes del vector velocidad de rotación (puesto que los momentos de inercia permanecen constantes). En esas figuras se puede ver que los tres cocientes N_i/I_i oscilan fuertemente con una amplitud creciente hacia el perihelio, donde es del orden de 10^{-11} s^{-2} . En la figura 5.2 se muestran los cocientes N_i/I_i de la figura anterior pero a los que se le ha pasado un filtro paso-baja para eliminar la componente oscilatoria y mostrar la tendencia del valor medio. Comparando ambas figuras se puede ver que la amplitud de las oscilaciones es muy superior al valor medio. En el perihelio, el valor medio de las componentes N_i/I_i está, en valor absoluto, en torno a $2 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-2}$. Este valor es del mismo orden al obtenido por Szegő et al. (2001) en sus simulaciones del estado rotacional del Halley. Estos autores obtuvieron que la razón N_i/I_i , modulada por la posición del punto subsolar, era del orden de $5 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-2}$. El comportamiento mostrado en las dos figuras anteriores es cualitativamente similar para todos los objetos irregulares y todas las orientaciones. Es decir, en todos los casos el momento oscila fuertemente, con una amplitud que es creciente hacia el perihelio y mucho mayor que el valor medio. La tendencia media es muy asimétrica alrededor del perihelio, produciéndose cambios de signo en las tres componentes.

En la figura 5.3 se muestra el cambio en la excitación rotacional del objeto 1 que produce el

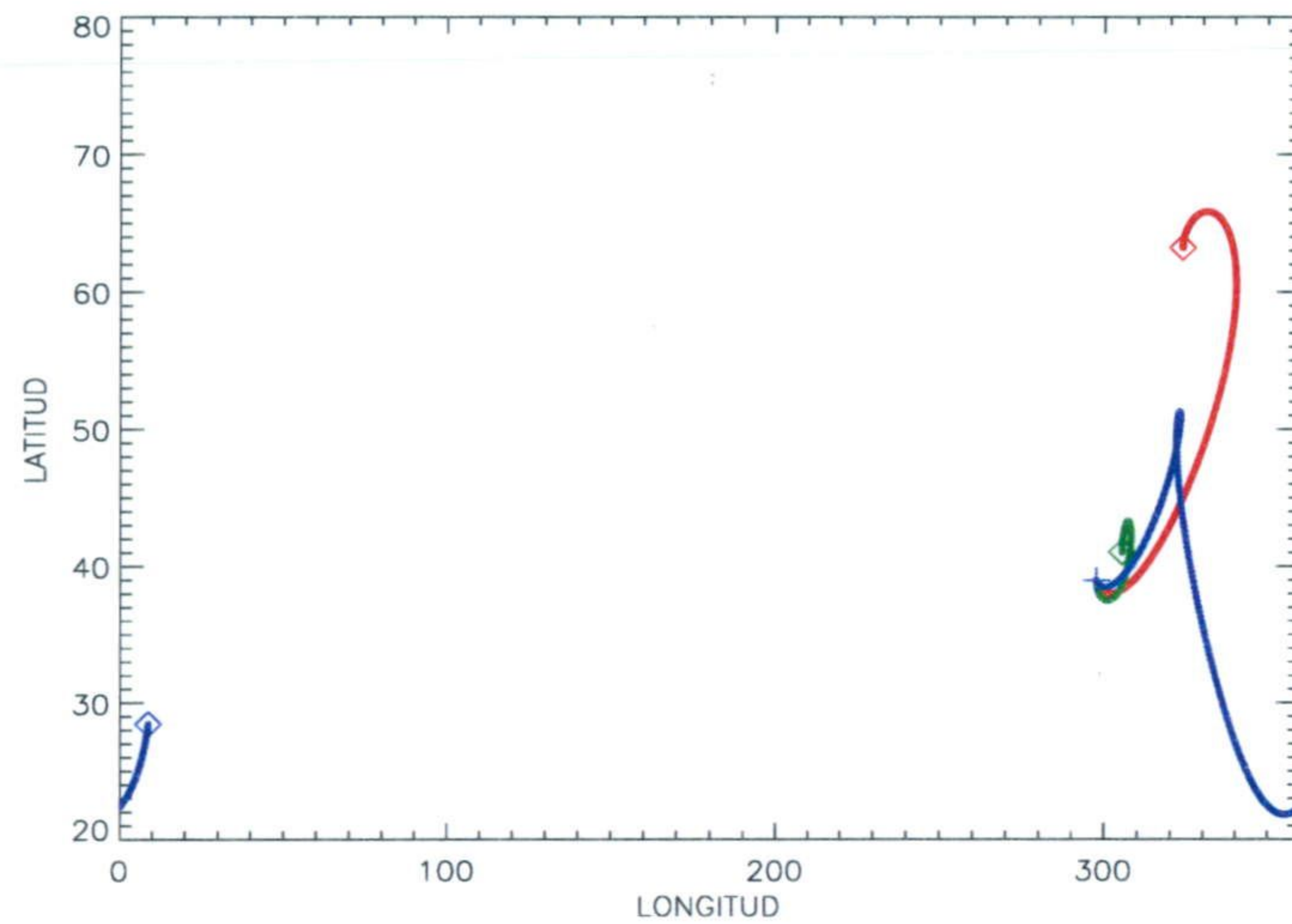


Fig. 5.4 Coordenadas eclípticas del eje de rotación de los objetos 1 (rojo), 2 (verde) y 3 (azul) suponiendo que son uniformemente activos y que su período de rotación inicial es 6h. La orientación inicial $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$. El momento que actúa sobre el cuerpo 1 se ha representado en la figura 5.1. El símbolo + marca la orientación inicial y el \diamond la final.

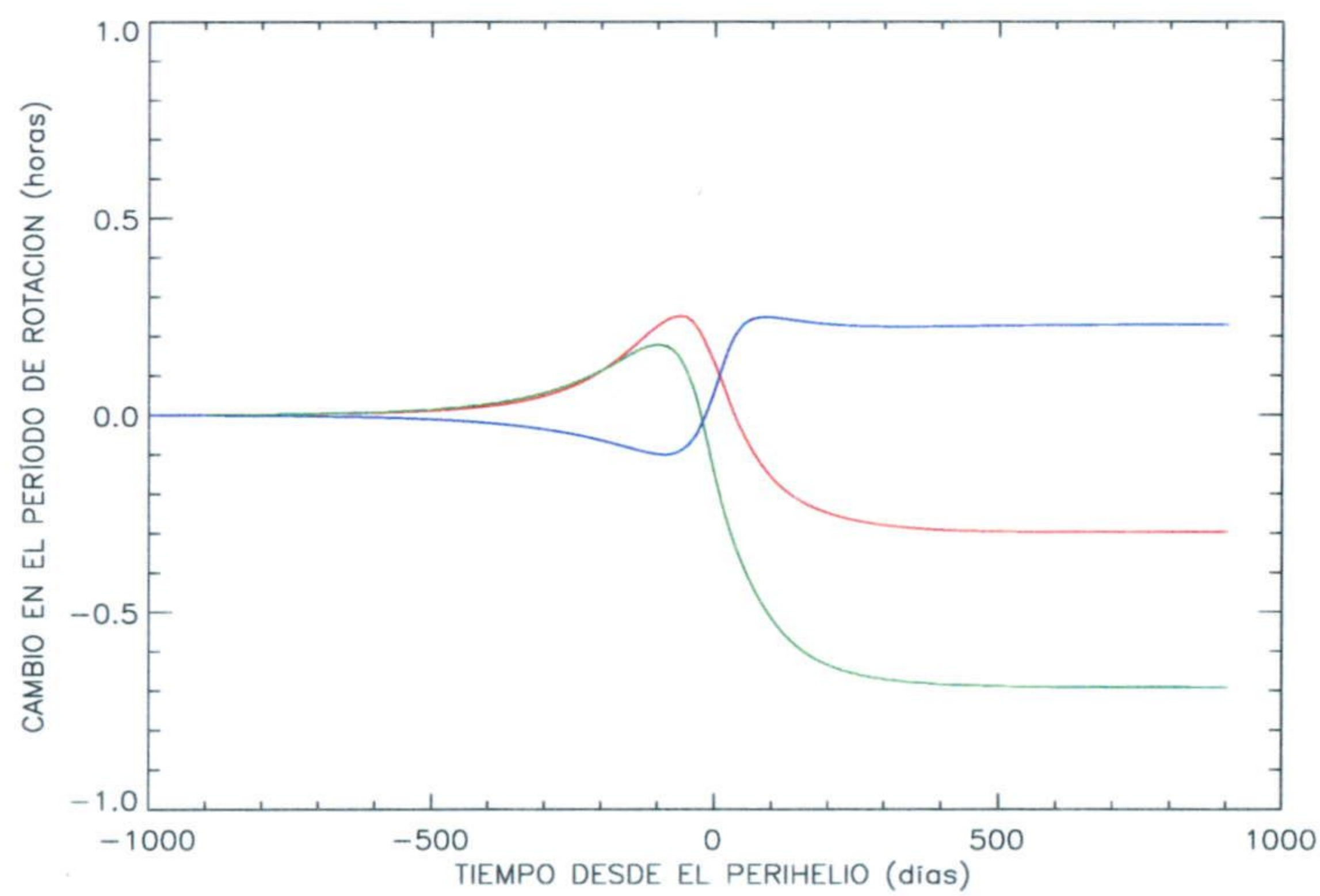


Fig. 5.5 Cambio en el período de rotación de los objetos 1 (rojo), 2 (verde) y 3 (azul) suponiendo que son uniformemente activos y su período de rotación inicial es 6h. La orientación inicial $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$. El momento que actúa sobre el cuerpo 1 se ha representado en la figura 5.1.

momento representado en las figuras anteriores (Figs. 5.1 y 5.2). En esa figura se ha representado la cantidad $1-L^2/(2E_{\text{rot}}I_z)$. Teniendo en cuenta la discusión realizada en la introducción de este capítulo, esa cantidad vale 0 cuando el cuerpo se encuentra rotando alrededor del eje Z del cuerpo, es decir, el eje corto o eje de mayor momento de inercia (siempre que $I_x < I_y < I_z$). Igualmente, si $1-L^2/(2E_{\text{rot}}I_z)$ tiene el valor $1 - I_y/I_z=0.08$ (para el cuerpo 1), el cuerpo está rotando en modo simple alrededor el eje intermedio. Ese valor representa la transición entre modos SAM y modos LAM. Si $1-L^2/(2E_{\text{rot}}I_z)$ tiene el valor máximo $1 - I_x/I_z= 0.475$ (para el objeto 1) el cuerpo está en su estado de máxima energía rotando alrededor del eje más largo o eje de menor momento de inercia. Para valores intermedios el cuerpo está en estado de rotación complejo, con movimiento del eje de rotación en el sistema fijo en el cuerpo. En la figura 5.3 se puede ver que el objeto 1, uniformemente activo y para las condiciones iniciales mencionadas, se excita muy ligeramente en el perihelio, quedando un ligero remanente de excitación después del paso. Los objetos 2 y 3 muestran evoluciones muy similares. El nivel de excitación alcanzado es mucho más pequeño que el límite de transición entre modos SAM y LAM y, por tanto, se puede considerar que el cuerpo está rotando, desde un punto de vista práctico, en modo simple alrededor del eje de mayor momento de inercia, casi en su estado de mínima energía. Sin embargo y aunque la excitación del estado rotacional ha sido muy pequeña, es suficientemente significativa para producir varios fenómenos observables. Aunque, desde un punto de vista práctico y para el caso mostrado, se pueda considerar que el vector velocidad de rotación tiene la dirección del eje Z del sistema fijo en el cuerpo, las componentes del vector velocidad en torno a los otros ejes de sistema fijo adquieren un valor suficientemente grande como para producir un cambio en la orientación del cuerpo en el espacio. Esto se puede ver en la figura 5.4, en la que se muestra la evolución de la latitud y la longitud eclípticas del eje de rotación durante el paso orbital de los objetos irregulares 1, 2 y 3 suponiendo que son uniformemente activos y con las condiciones iniciales ya mencionadas. En esa figura se puede ver que las coordenadas eclípticas del eje de rotación de todos los objetos, especialmente el 1 y el 3, cambian significativamente durante el paso orbital. Puesto que finalmente el cuerpo vuelve a rotar, prácticamente, alrededor del eje de mayor momento de inercia, el eje Z del sistema fijo en el cuerpo, (como se puede ver por la caída en la rama post-perihelio del nivel de excitación en la figura 5.3), ese cambio de la orientación del eje de rotación se traduce, prácticamente, en una reorientación del cuerpo en el espacio.

Otro efecto observable es que se produce un cambio en el período de rotación. Esto se muestra en la figura 5.5. En esa figura se representa el período de rotación en horas menos el período inicial de rotación (6 h) para los tres objetos irregulares. Se puede ver que los tres objetos experimentan cambios significativos en el período de rotación en un solo paso orbital por el perihelio. Para el caso considerado, el período de rotación de los objetos 1 y 2 disminuye considerablemente. Por contra, el objeto 3 sufre una importante disminución de su velocidad de rotación. Hay que decir que a pesar del gran cambio en el período de rotación, el del objeto 1 está dentro del error con el que se conoce el período de rotación del Wirtanen (± 0.3 h).

Para estos casos concretos es posible encontrar una interpretación fácil. Nos centramos en la interpretación de los resultados para el objeto 1. Los otros dos se pueden interpretar de manera similar. Teniendo en cuenta el grado de excitación rotacional del objeto 1, mostrado

en la figura 5.3, se puede concluir que las componentes del vector velocidad de rotación Ω_x y Ω_y que aparecen en las ecuaciones de Euler (Ec. 3.38) son mucho menores que la componente Ω_z . Se ha comprobado que el valor absoluto de Ω_x y Ω_y , para el objeto 1 y con las condiciones iniciales consideradas, es siempre menor que $10^{-4} \Omega_z$. Es decir, durante todo el recorrido orbital se verifica que $\Omega_x \Omega_y < 10^{-8} \Omega_z^2$. Puesto que Ω_z tiene un valor en torno a 0.00029 s^{-1} (período de 6 h), durante todo el recorrido orbital se verifica que $\Omega_x \Omega_y < 10^{-8} \Omega_z^2 \approx 10^{-15} \text{ s}^{-2}$, valor que incluso en el perihelio es 3 órdenes de magnitud inferior al valor medio de las componentes del momento de la fuerza divididas por el momento de inercia (como se puede ver en la figura 5.2). Es decir, durante todo el período orbital se verifica que $\Omega_x \Omega_y < 0.001 N_z / I_z \text{ s}^{-2}$. En realidad, esa condición es el límite superior en el perihelio. Fuera del perihelio, el producto $\Omega_x \Omega_y$ es mucho menor que 3 órdenes de magnitud el cociente N_z / I_z . Como el producto $\Omega_x \Omega_y$ es varios órdenes de magnitud inferior al cociente N_z / I_z , es posible desacoplar la ecuación de Euler de la componente Z del sistema de ecuaciones (sistema 3.38) y escribirla, sin cometer un gran error, como

$$\frac{d\Omega_z}{dt} = \frac{N_z}{I_z} \quad (5.8)$$

Es decir, la evolución de la componente principal de la velocidad de rotación depende directamente del valor del cociente N_z / I_z . Considerando las figuras en las que se muestran las componentes N_i / I_i (figuras 5.1 y 5.2), se puede ver que esas componentes siguen una ley del tipo

$$\frac{N_i}{I_i} = \mathcal{A}(t) \cos(\omega(t)t + \phi) + \mathcal{B}(t) \quad (5.9)$$

Si nos centramos en una región suficientemente pequeña, es posible representar, en primer orden de aproximación, los términos $\mathcal{A}(t)$ y $\mathcal{B}(t)$ mediante relaciones lineales, es decir, $\mathcal{A}(t) = \mathcal{A}_0 + \mathcal{A}_1 t$ y $\mathcal{B}(t) = \mathcal{B}_0 + \mathcal{B}_1 t$. Con estas aproximaciones, la ecuación de Euler de la componente Z de la velocidad de rotación queda

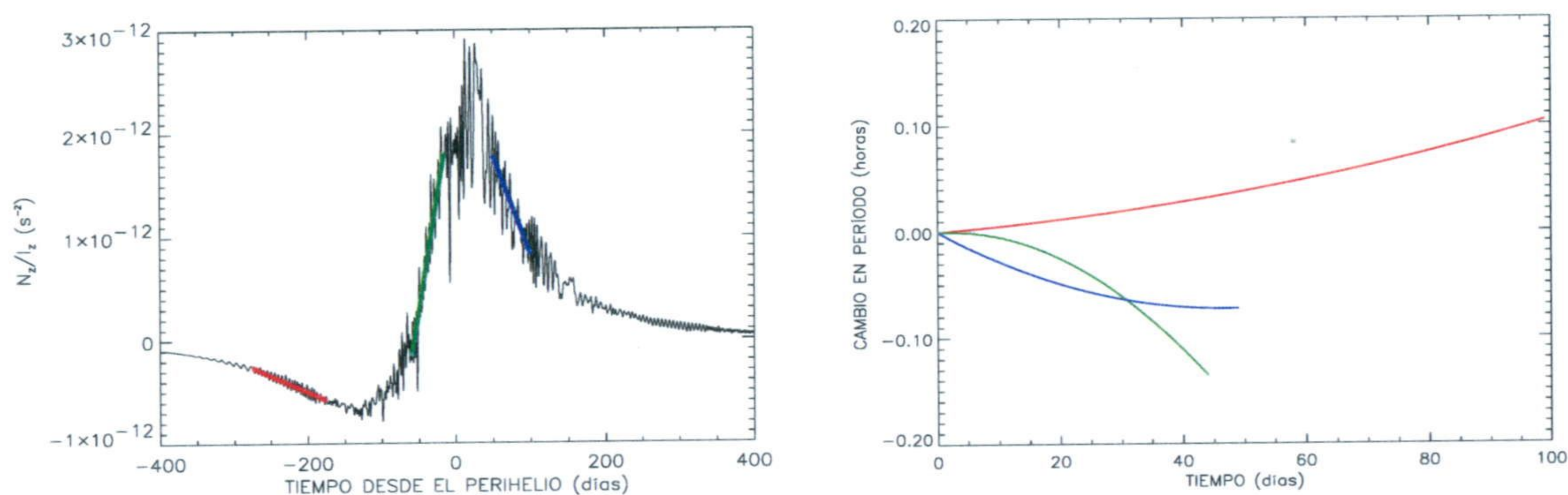
$$\frac{d\Omega_z}{dt} = (\mathcal{A}_0 + \mathcal{A}_1 t) \cos(\omega(t)t + \phi) + \mathcal{B}_0 + \mathcal{B}_1 t \quad (5.10)$$

Se ha comprobado, mediante un análisis de Fourier en distintos intervalos de distancias heliocéntricas que las componentes N_i / I_i oscilan con la frecuencia de rotación, es decir, $\omega(t) = \Omega_z(t)$. Esto implica que, aún con las aproximaciones que se están utilizando, resolver la ecuación diferencial anterior analíticamente es complicado. Para estimar cuál es el cambio que produce en el período de rotación el momento lineal que estamos utilizando, suponemos que en el intervalo de tiempo que estamos considerando, la frecuencia de oscilación del momento de la fuerza está bien representada por una constante ω_0 . En ese caso es posible encontrar una solución de la ecuación diferencial anterior fácilmente, obteniéndose

$$\Omega_z = \Omega_{z,0} + \mathcal{B}_0 t + \mathcal{B}_1 t^2 + \frac{\mathcal{A}_0}{\omega_0} \text{sen}(\omega_0 t + \phi) + \frac{\mathcal{A}_1 t}{\omega_0} \text{sen}(\omega_0 t + \phi) - \frac{\mathcal{A}_1 t}{\omega_0} \text{sen}(\phi) - \frac{\mathcal{A}_0}{\omega_0} \text{sen}(\phi) \quad (5.11)$$

si $t_0 = 0$. Con las aproximaciones de primer orden se puede ver que la velocidad de rotación adquiere una componente oscilatoria, es decir, una variación periódica y un cambio del valor

Fig. 5.6 Izquierda: Ampliación de la componente media de N_z/I_z mostrada en la figura 5.2. En rojo se muestra un ajuste lineal del valor medio de N_z/I_z para la región comprendida entre -275 y -175 días medidos desde el perihelio. En verde se muestra otro ajuste lineal correspondiente al intervalo entre -60 y -15 días medidos desde el perihelio. En azul se muestra el ajuste lineal del valor medio de N_z/I_z para el intervalo comprendido entre los 50 y los 100 días después del perihelio. Las constantes correspondientes a cada ajuste lineal están dadas en la tabla 5.2. Derecha: Cambio en el período de rotación producido en cada uno de los tramos donde se ha realizado el ajuste lineal en la gráfica de la derecha asumiendo que N_z/I_z viene dado por la relación lineal resultante del ajuste. Es decir, se ha representado la cantidad $2\pi/\Omega_z - 2\pi/\Omega_{z,0}$, donde Ω_z es la solución de la ecuación 5.11 (sin considerar la parte oscilante) utilizando las constantes obtenidas en el ajuste lineal de los tres tramos (tabla 5.2). En todos los tramos se ha asumido que $\Omega_{z,0}$ vale 0.0002909 s^{-1} (frecuencia correspondiente a un período de 6 h).



medio. Teniendo en cuenta los valores que se muestran en las gráficas de las componentes de los momentos (figuras 5.1 y 5.2), y aún suponiendo que la componente oscilatoria de N_z/I_z es constante durante todo el recorrido orbital e igual al valor máximo, es decir, $\mathcal{A}_0 \approx 2 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-2}$ y $\mathcal{A}_1 = 0$, la amplitud de la variación periódica de la velocidad de rotación sería, aproximadamente, $7 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1}$. Esta oscilación es inapreciable y por ello, en la figura en la que se muestra la evolución del período de rotación del objeto 1 (figura 5.5) no aparecen oscilaciones. Para que en la evolución del período apareciesen oscilaciones del orden del 1 % del valor inicial del período, es decir, oscilaciones en el período de rotación con una amplitud de 0.06 horas, \mathcal{A} tendría que valer alrededor de $8 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-2}$.

Algo muy diferente ocurre para la variación del valor medio de la velocidad de rotación. En la figura 5.6 (gráfico de la izquierda) se ha representado una ampliación de la componente N_z/I_z representada en la figura 5.2, es decir, de la componente Z del momento procesada con un filtro paso-baja para mostrar la tendencia del valor medio. En esa figura se han representado también 3 ajustes lineales en tres regiones distintas. Esos ajustes nos permiten obtener las constantes \mathcal{B}_0 y \mathcal{B}_1 del valor medio de la componente N_z/I_z . Las constantes que representan el ajuste lineal en cada tramo se dan en la tabla 5.2.

En el gráfico de la derecha de la figura 5.6 se muestra el cambio en el período que producen los tres ajustes lineales durante los correspondientes tramos asumiendo que $\Omega_{z,0}$ vale 0.0002909 s^{-1} (frecuencia correspondiente a un período de 6 h). Es decir, en ese gráfico se ha representado la cantidad $2\pi/\Omega_z - 6\text{h}$ siendo $\Omega_z = 0.0002909 \text{ s}^{-1} + \mathcal{B}_0 t + \mathcal{B}_1 t^2$, donde las constantes \mathcal{B} son las obtenidas mediante el ajuste lineal en los distintos tramos (dadas en la tabla 5.2) y t es el

Tabla 5.2 Valores de las constantes \mathcal{B}_0 y \mathcal{B}_1 de tres ajustes lineales de la componente N_z/I_z mostrada en la figura 5.6 (izquierda) realizados en tres tramos diferentes del recorrido orbital. En las columnas 2 y 3 se dan los tiempos inicial y final, medidos desde el perihelio, que corresponden a cada ajuste. En el gráfico de la izquierda de la figura 5.6, además del valor "real" de la componente N_z/I_z , también están representados estos ajustes.

Tramo	t_0 (días)	t_f (días)	$\mathcal{B}_0(\text{s}^{-2})$	$\mathcal{B}_1(\text{s}^{-3})$
rojo	-275	-175	$-2.61 \cdot 10^{-13}$	$-3.68 \cdot 10^{-20}$
verde	-60	-15	$-1.55 \cdot 10^{-13}$	$5.06 \cdot 10^{-19}$
azul	50	100	$1.78 \cdot 10^{-12}$	$-2.22 \cdot 10^{-19}$

incremento de tiempo considerado en cada tramo.

En gráfico de la derecha de la figura 5.6 se puede ver que en el primer tramo (color rojo) el momento lineal aumenta el período de rotación. Este hecho es porque las dos constantes que definen la dependencia lineal de la componente media de N_z/I_z son negativas, lo que da lugar, según la solución analítica 5.11, a una reducción de la velocidad de rotación alrededor del eje Z del sistema fijo en el cuerpo. Este hecho es lo que explica que el período de rotación del objeto 1 aumente hasta que el cuerpo se encuentra a, aproximadamente, 50 días antes del perihelio, como se puede ver en la figura 5.5 (línea roja). En el segundo tramo, que comprende desde -60 a -15 días desde el perihelio, la ordenada en el origen del ajuste lineal es negativa, lo que produciría una reducción de la frecuencia. Sin embargo, la pendiente es positiva y produce un aumento de la velocidad de rotación que depende con el cuadrado del tiempo. En este caso, el cambio producido por el término \mathcal{B}_1 es mayor que el cambio producido por \mathcal{B}_0 y se traduce en un aumento de la velocidad de rotación y, por tanto, en una disminución del período de rotación, como se puede ver en el gráfico de la derecha de la figura 5.6. Esto explica porqué el período de rotación del objeto 1 empieza a disminuir cuando quedan 50 días para el perihelio. En el tercer tramo mostrado en la figura 5.6 (tramo azul) también se produce una reducción del período (aumento de la velocidad de rotación). Este tramo tiene un ajuste cuya ordenada, \mathcal{B}_0 , es positiva y cuya pendiente, \mathcal{B}_1 , es negativa. El primer término produce un aumento de la velocidad de rotación y el segundo una disminución. En este caso, el término de \mathcal{B}_0 , que es un orden de magnitud mayor que el correspondiente en el tramo anterior, tiene una influencia mayor y, por tanto, es necesario un tiempo mayor para que la contribución del término \mathcal{B}_1 sea significativa. En el intervalo de ajuste de este tercer tramo se puede ver (en el gráfico de la derecha de la figura 5.6) que, conforme aumenta el tiempo, el período disminuye cada vez menos. Esto es consecuencia del aumento progresivo de la contribución del término de \mathcal{B}_1 conforme aumenta el tiempo. Si la relación lineal del tercer tramo fuese válida durante mucho más tiempo, el efecto en la velocidad de rotación se invertiría y el período empezaría a aumentar.

Se ha comprobado que los cambios en los períodos de rotación de los otros objetos se explican de manera similar. Considerando que siempre es posible representar linealmente el valor medio

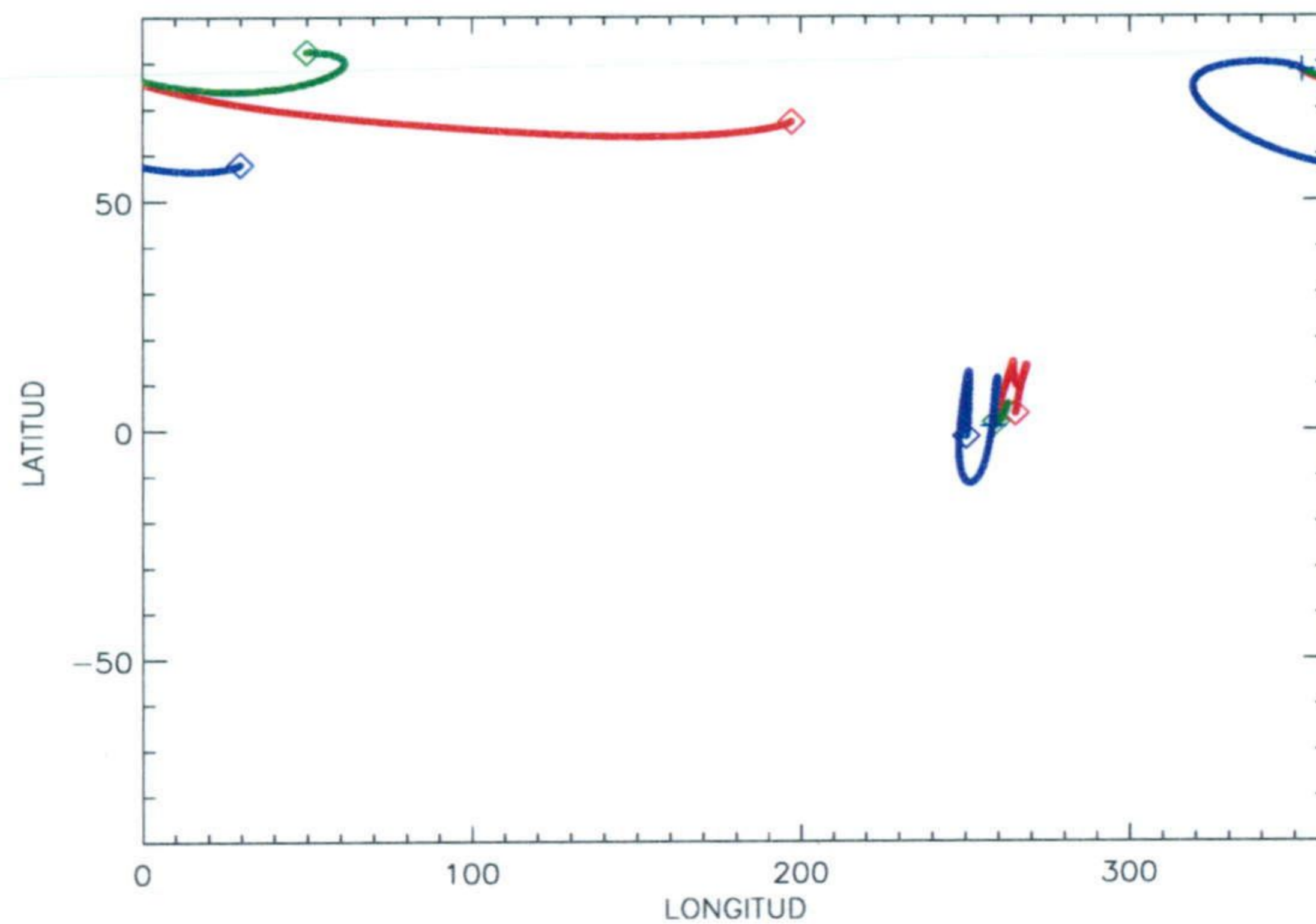


Fig. 5.7 Coordenadas eclípticas del eje de rotación de los objetos 1 (rojo), 2 (verde) y 3 (azul) suponiendo que son uniformemente activos y que su período de rotación inicial es 6h. El símbolo + marca la orientación inicial y el \diamond la final. Las líneas superiores representan la evolución del eje de rotación cuando la orientación inicial es $I=0^\circ$, $\Phi=90^\circ$ y las inferiores (en torno a latitud cero), cuando la orientación inicial es $I=90^\circ$, $\Phi=90^\circ$.

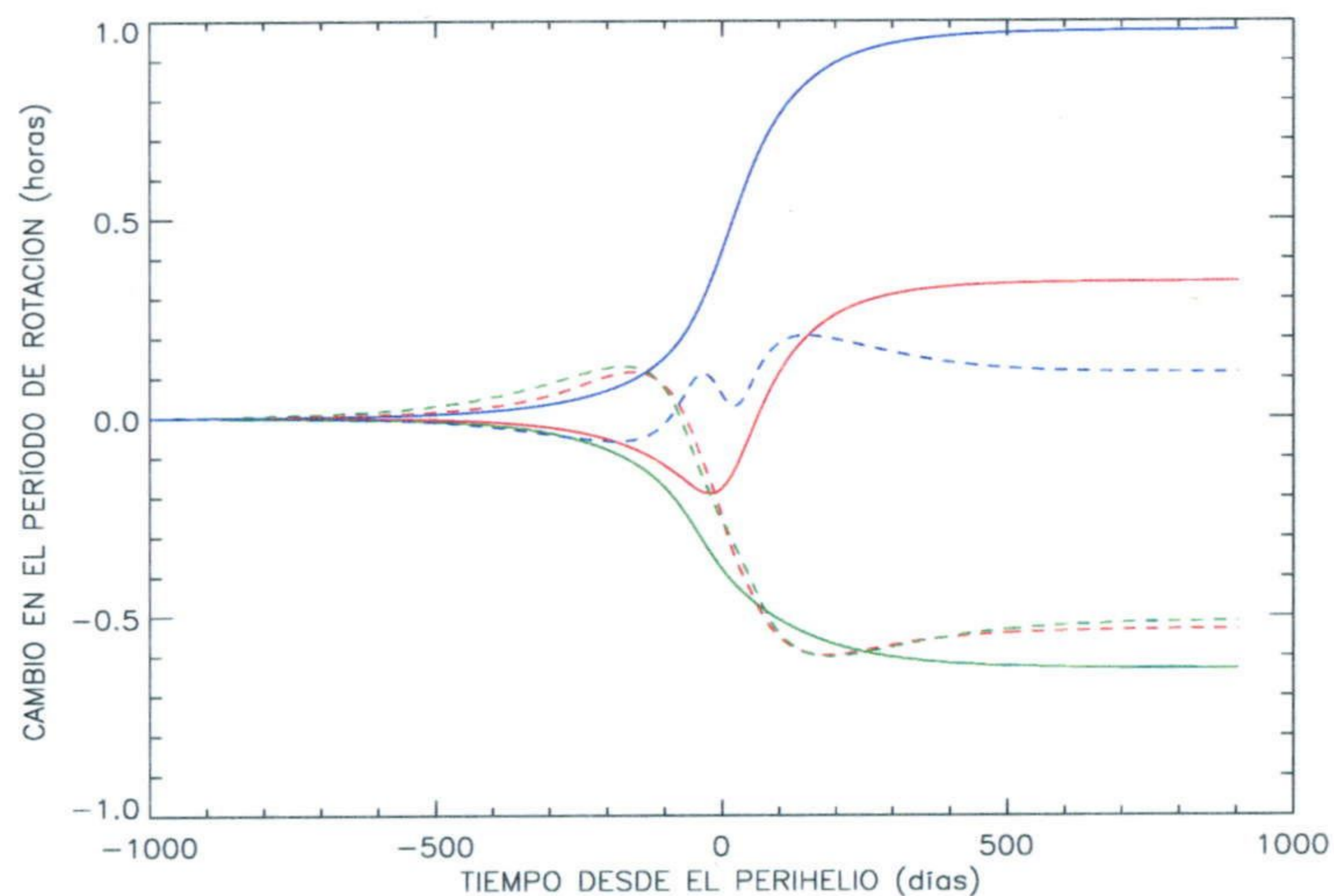


Fig. 5.8 Cambio en el período de rotación del objeto 1 (rojo), 2 (verde) y 3 (azul) suponiendo que son uniformemente activos y su período de rotación inicial es 6h. Las líneas continuas representan el cambio en el período cuando la orientación inicial es $I=0^\circ$, $\Phi=90^\circ$ y las líneas a trazos el cambio cuando la orientación inicial es $I=90^\circ$, $\Phi=90^\circ$.

de la N_z/I_z durante un tramo del recorrido orbital concreto, cuando las constantes \mathcal{B}_0 y \mathcal{B}_1 del ajuste tienen signo negativo se produce, lógicamente, un aumento de la velocidad de rotación y, por tanto, una disminución del período de rotación. Por contra, y también de manera lógica, si ambas constantes tienen signo negativo se produce una reducción de la velocidad de rotación. En el caso de que las constantes tengan signos diferentes, el resultado final, es decir, si el período aumenta o disminuye, depende del valor absoluto de las constantes y del tiempo de validez del ajuste lineal.

En las figuras 5.7 y 5.8 se muestran los efectos en la orientación del eje de rotación y en el período orbital, respectivamente, para los tres objetos irregulares, rotando inicialmente con un período de 6 h en su estado de mínima energía con dos orientaciones iniciales del eje de rotación iniciales diferentes: $I=0^\circ$, $\Phi=90^\circ$ y $I=90^\circ$, $\Phi=90^\circ$. En todos los casos mostrados en esas figuras, el nivel de excitación es similar al mostrado para el objeto 1 cuando la orientación es $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$, mostrado en la figura 5.3. Es decir, los objetos rotan, prácticamente, en su estado de mínima energía, sin producirse una excitación significativa.

En la figura 5.7 se puede ver que, en todos los casos, se producen desplazamientos significativos del eje de rotación (y del momento angular), más pronunciados cuando el eje es perpendicular al plano orbital ($I=0^\circ$) que cuando está contenido en la órbita ($I=90^\circ$). Éste puede ser un resultado particular que no puede ser generalizado sin considerar más casos. Con respecto a la evolución del período de rotación para estas orientaciones iniciales (figura 5.8), se puede ver que, como cuando la inclinación era 45° , también se producen cambios muy significativos en la velocidad de rotación. De los 9 casos mostrados en total, (3 en la figura 5.5 y 6 en la figura 5.8), se obtienen 4 aumentos del período y 5 reducciones. Este resultado parece sugerir que la reducción y el aumento del período de rotación, en un paso orbital, son igualmente probables.

5.4.1.1 Efecto sobre elipsoides

En este apartado se muestran algunos de los resultados obtenidos en las simulaciones realizadas suponiendo que los núcleos son elipsoides con los mismos momentos de inercia que los cuerpos irregulares utilizados en las simulaciones anteriores.

En la figura 5.9, como en la figura 5.1 correspondiente al objeto irregular 1, se muestran los cocientes entre las componentes del momento de la fuerza que actúa sobre el elipsoide 1 (que tiene los mismos momentos de inercia que el objeto irregular 1) y los respectivos momentos principales de inercia, es decir, N_i/I_i . El caso representado es el nominal, es decir, el núcleo es uniformemente activo y parte del afelio rotando en su estado de mínima energía con un período de 6 h y una orientación del eje de rotación $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$. En la figura 5.10 se muestra, igual que en la correspondiente al objeto irregular 1 (figura 5.2), los cocientes N_i/I_i procesados mediante un filtro paso-baja para mostrar la tendencia del valor medio de las componentes del momento de la fuerza que actúa sobre el elipsoide 1.

Comparando la figura 5.2 del objeto irregular 1 con la figura 5.10 del elipsoide 1 se puede apreciar la primera diferencia. El elipsoide tiene un valor medio de las componentes del momento bastante más pequeña que la del objeto irregular. Si se aumentase la escala se podría ver que, aunque la tendencia de la componente Z del momento es la misma que la del objeto irregular,

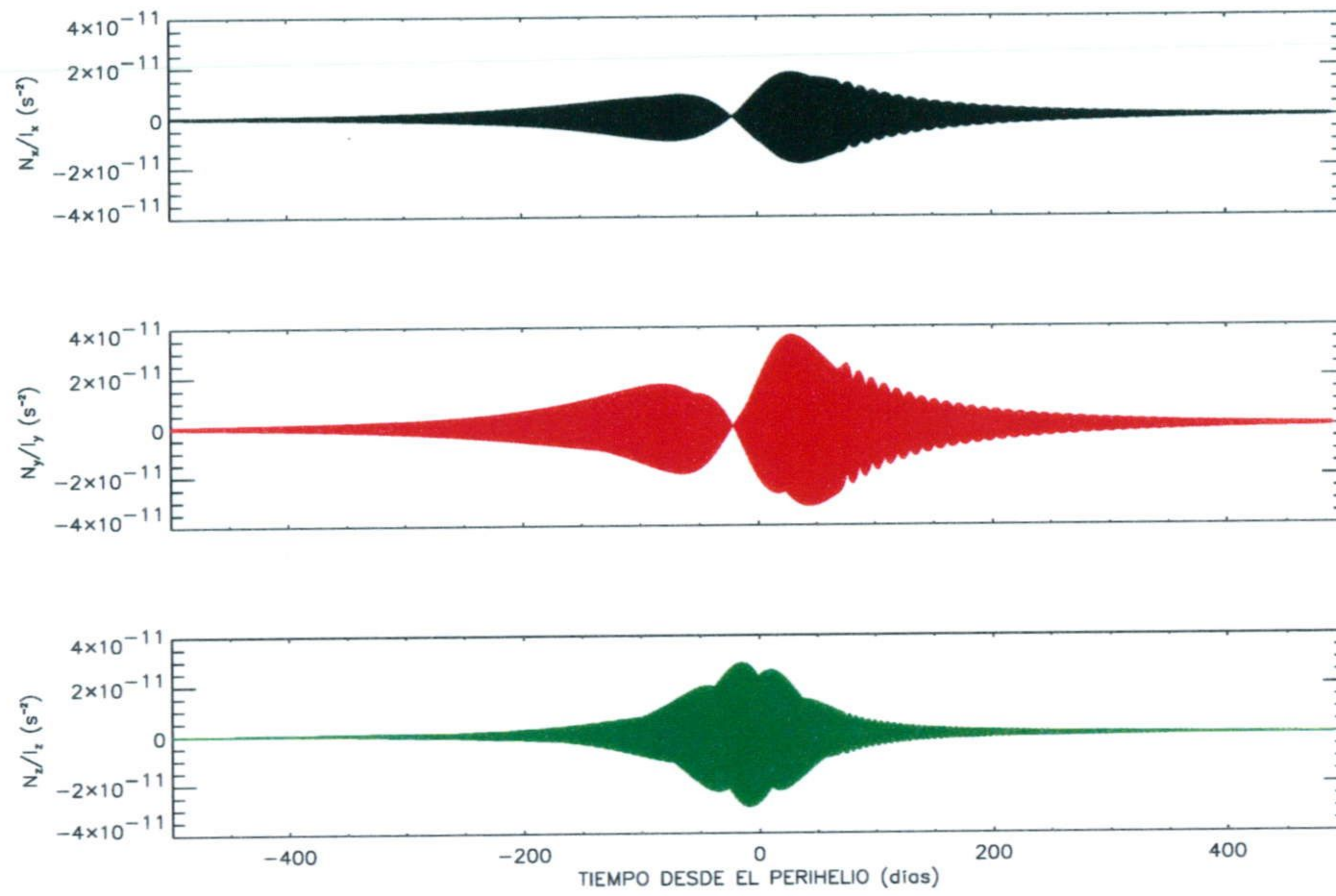


Fig. 5.9 Razón entre las componentes del momento de la fuerza resultante y los respectivos momentos de inercia (N_x/I_x en negro, N_y/I_y en rojo y N_z/I_z en verde) para el elipsoide 1 uniformemente activo cuando su período de rotación inicial es 6h y la orientación inicial $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$.

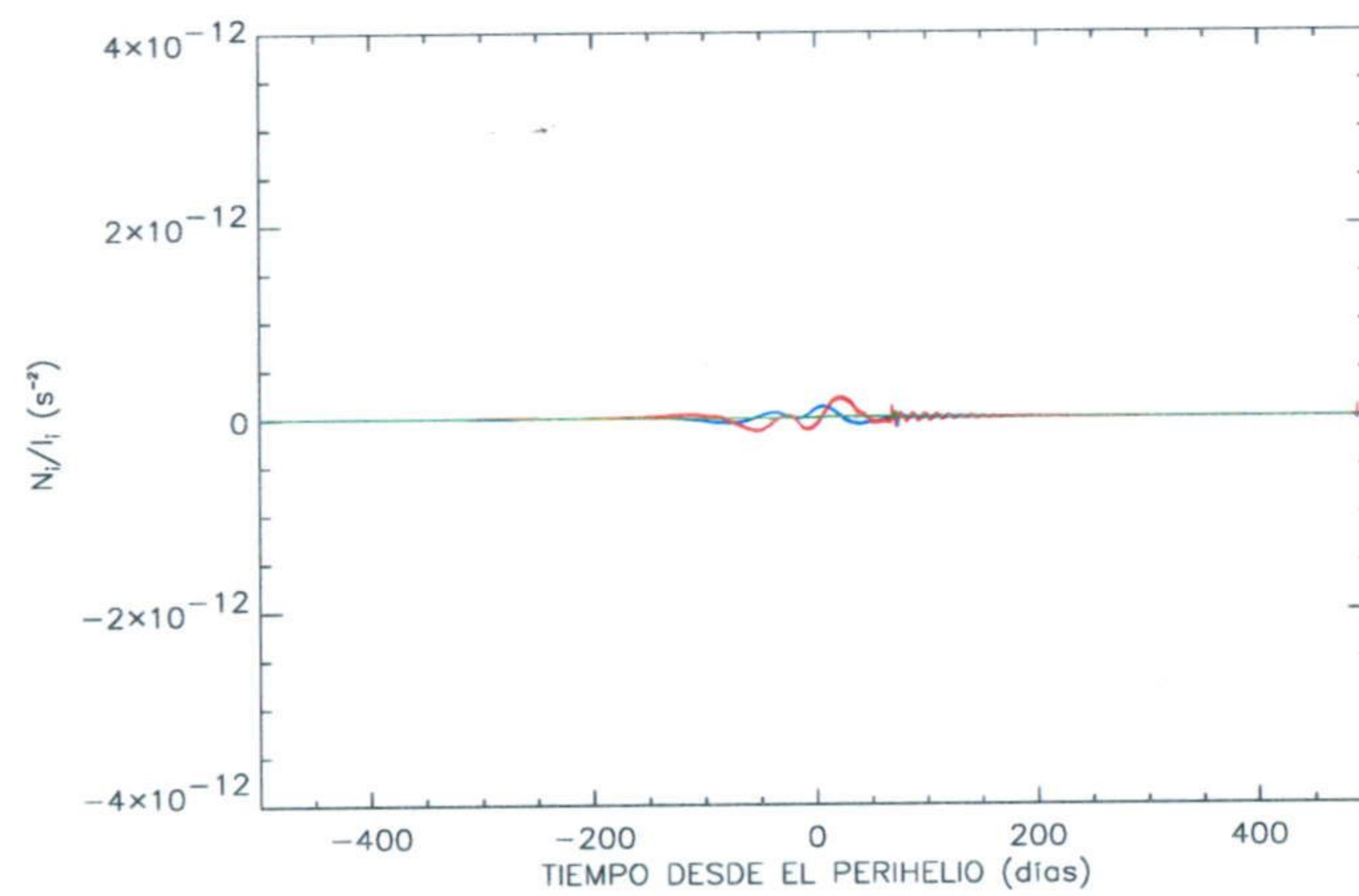


Fig. 5.10 En esta figura se representa lo mismo que en la anterior pero los cocientes han sido procesados con un filtro paso-baja para eliminar la componente oscilatoria y mostrar la tendencia media. En azul se representa la tendencia de N_x/I_x , en rojo la de N_y/I_y y en verde N_z/I_z .

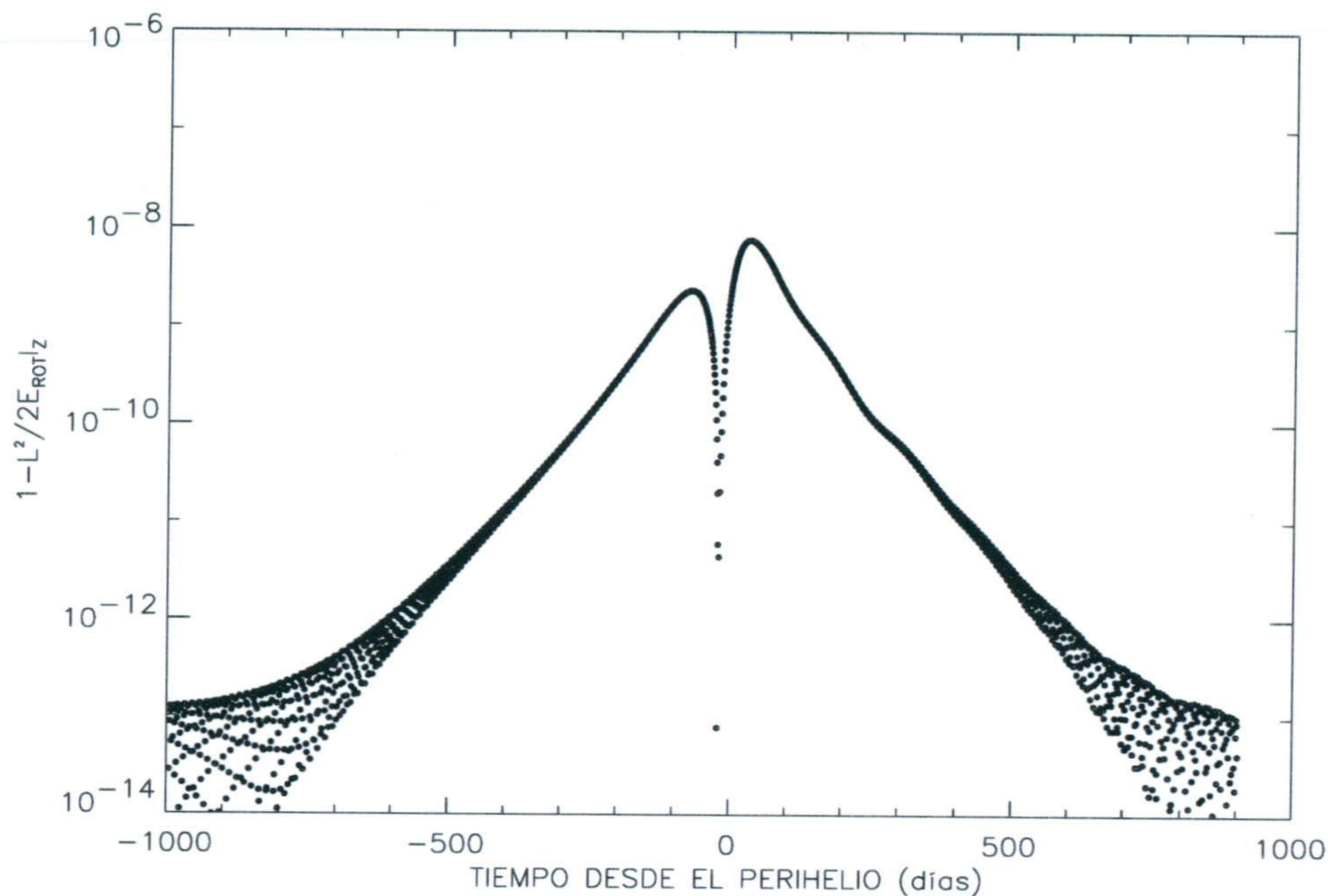


Fig. 5.11 Cambio en la excitación rotacional del elipsoide 1 uniformemente activo cuando su período de rotación inicial es 6h y la orientación inicial $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$. El momento que actúa sobre el cuerpo se ha representado en la figura 5.9. En esta figura se ha representado la cantidad $1-L^2/(2E_{rot}I_z)$ que varía entre 0, cuando el eje de rotación y el eje corto del cuerpo coinciden y $1-I_x/I_z$, cuando el cuerpo se encuentra rotando alrededor del eje largo.

su valor es 2 órdenes de magnitud inferior. Este mismo comportamiento se ha observado en todos los elipsoides. Este hecho significa que el momento de la fuerza es prácticamente simétrico durante una rotación del cuerpo.

En la figura 5.11 se muestra, como en la figura 5.3 correspondiente al objeto irregular 1, el nivel de excitación del elipsoide 1 para el caso nominal. En esa figura se puede ver que el elipsoide 1 también permanece, prácticamente, en su nivel de mínima energía alcanzando sólo una pequeña excitación alrededor del perihelio. En la rama post-perihelio el nivel de excitación cae totalmente lo que es otra diferencia con respecto al caso del cuerpo irregular. En el cuerpo irregular quedaba un pequeño remanente que para el elipsoide no queda.

En la figura 5.12 se muestra el cambio en el período de rotación que se produce en los tres elipsoides para el caso nominal. Se puede ver que el cambio es muchísimo menor que el que se produce en los objetos irregulares. En los elipsoides el cambio es del orden de los segundos mientras que en los cuerpos irregulares se producen cambios que son fracciones de horas. Este resultado es esperable ya que, como se ha visto, el valor medio de la componente Z del momento de la fuerza que actúa sobre los elipsoides es muy inferior al valor medio del momento que actúa sobre los cuerpos irregulares. Este resultado sirve también para demostrar que el efecto en el

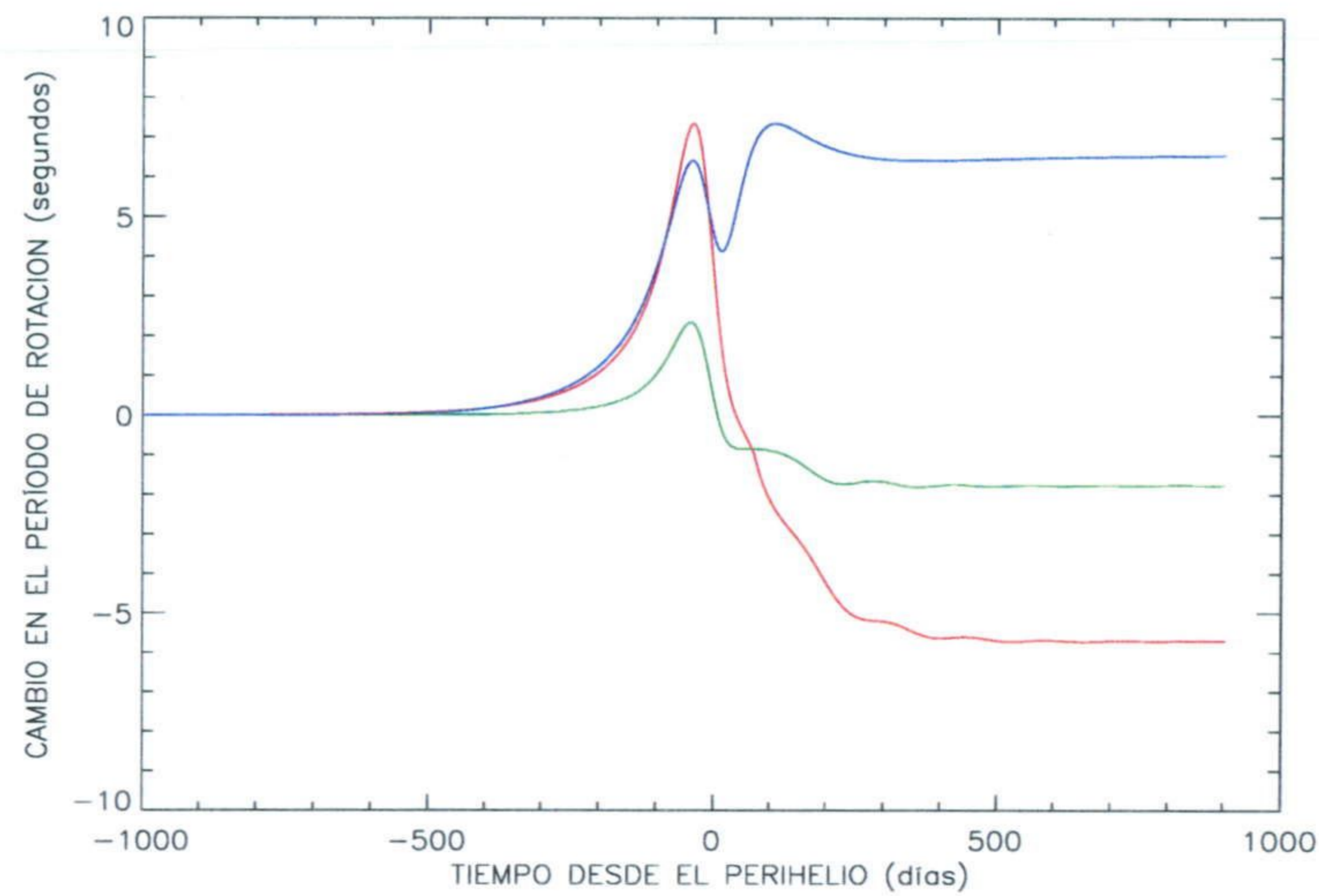


Fig. 5.12 Cambio en el período de rotación de los elipsoides 1 (rojo), 2 (verde) y 3 (azul) suponiendo que son uniformemente activos y su período de rotación inicial es 6h. La orientación inicial $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$. El momento que actúa sobre el cuerpo 1 se ha representado en la figura 5.9.

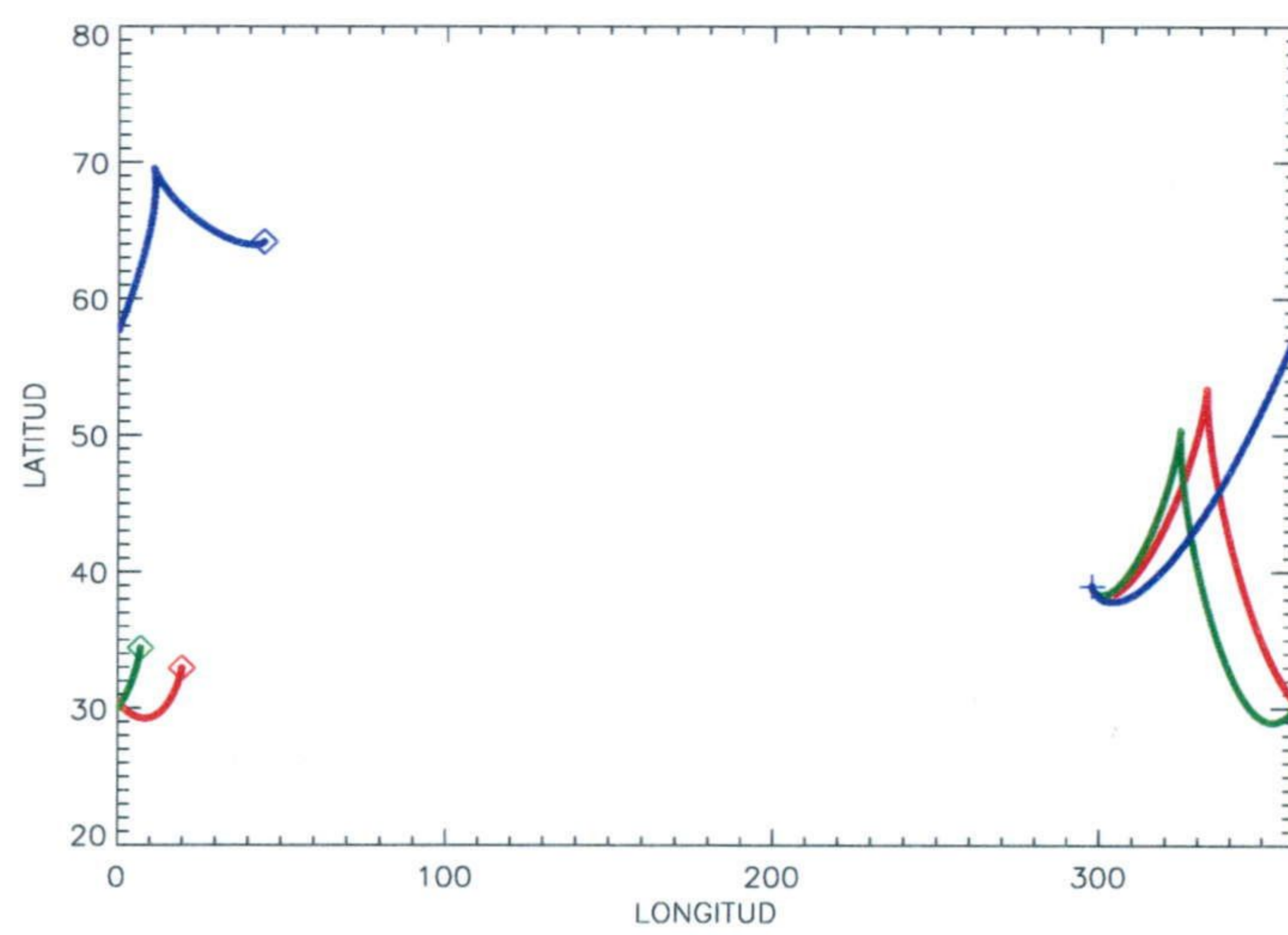


Fig. 5.13 Coordenadas eclípticas del eje de rotación de los elipsoides 1 (rojo), 2 (verde) y 3 (azul) suponiendo que son uniformemente activos y que su período de rotación inicial es 6h. La orientación inicial $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$. El momento que actúa sobre el cuerpo 1 se ha representado en la figura 5.9. El símbolo + marca la orientación inicial y el \diamond la final.

período de rotación no se debe a la amplitud de las oscilaciones del momento que actúa sobre el cuerpo sino el valor medio del momento y a su evolución en el tiempo. Comparando las figuras de las componentes Z del momento para el objeto 1 y para el elipsoide 1 (figuras 5.1 y 5.9, respectivamente), la amplitud de la oscilación del momento es bastante similar en ambos casos, incluso mayor en el elipsoide que en el objeto irregular. La “simetría” del momento en los elipsoides uniformemente activos provoca una evolución del período de rotación mucho más lenta que la que se produce en los objetos irregulares uniformemente activos.

En la figura 5.13 se muestra el cambio en la orientación del eje de rotación durante el recorrido orbital para los tres elipsoides. En esa figura se puede ver que, aunque el cambio en el período de rotación no es significativo, sí se producen grandes cambios en la orientación del eje de rotación y del cuerpo (ya que, como se ha visto en la figura 5.11 el cuerpo, finalmente, rota alrededor del eje de mayor momento de inercia). En general, el cambio en la orientación del eje de rotación depende de la evolución de las componentes X e Y de la velocidad de rotación. El establecer cómo evolucionarán estas componentes a partir de la simple inspección de las componentes del momento es considerablemente más difícil que establecer la evolución de la componente Z. Ello es porque, como se puede ver en las ecuaciones de Euler (sistema 3.38), las componentes X y Y no se pueden desacoplar al depender de la componente Z. Por otro lado, al ser muy pequeñas, estas componentes son sensibles a las oscilaciones del momento de la fuerza.

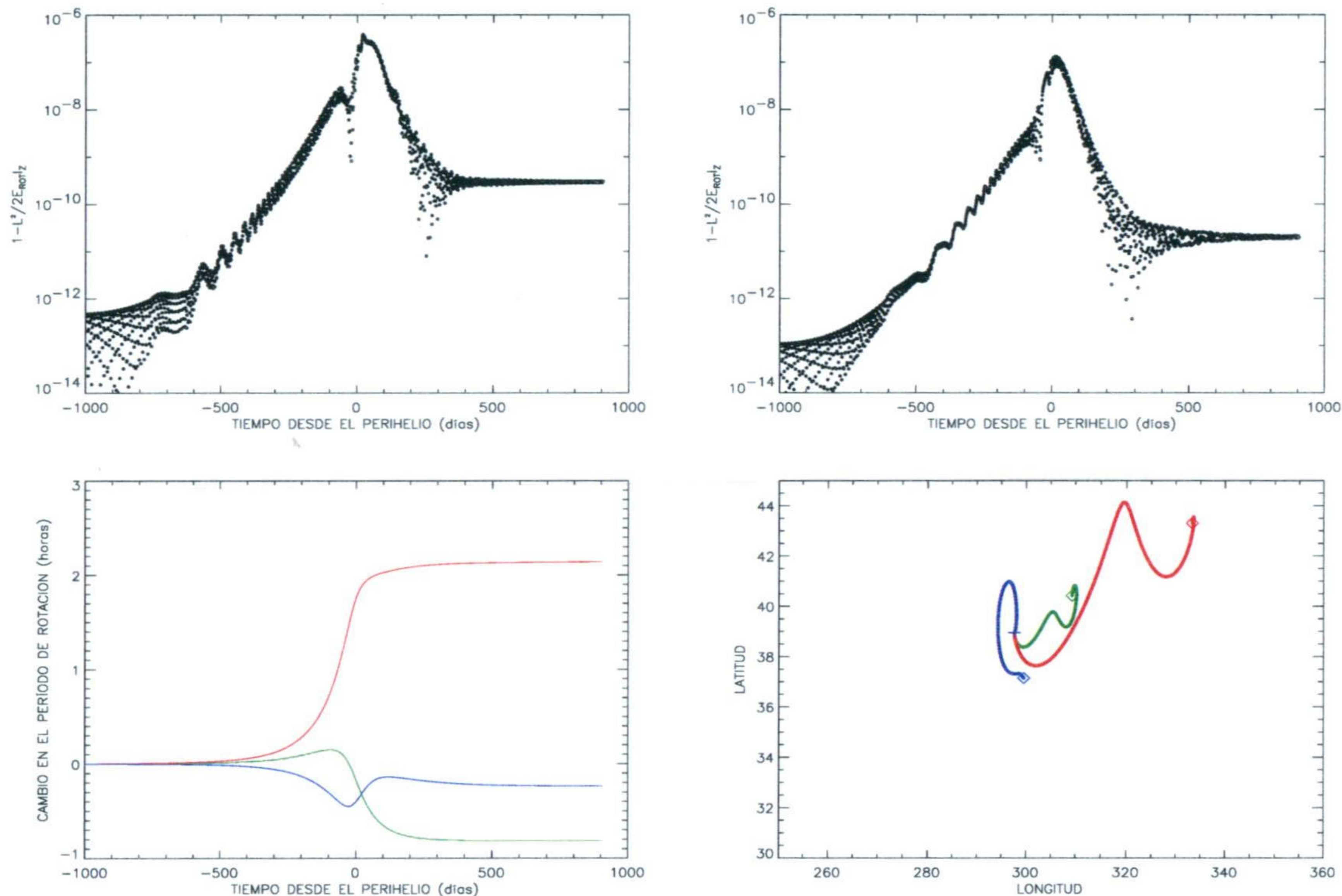
5.4.2 Núcleos con zonas discretas de actividad

En esta sección se muestran algunos de los resultados de las simulaciones realizadas considerando que el núcleo presenta zonas constituidas únicamente por hielo ($f=1$) y zonas constituidas sólo por polvo ($f=0$), es decir, lo que hemos denominado una superficie con zonas activas. Como en el capítulo anterior, las simulaciones se han realizado con las distribuciones de zonas activas *B*, *C* y *D* dadas en la figura 4.27.

En la figura 5.14 se muestran algunos de los resultados para el objeto 1 y para las tres distribuciones de zonas activas, partiendo del afelio con un período de rotación de 6 h en estado de mínima energía. La orientación utilizada es $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$. En el gráfico superior izquierdo y en el superior derecho se muestran los niveles de excitación, es decir, la cantidad $1-L^2/(2E_{\text{rot}}I_z)$, cuando las distribuciones de zonas activas son la *B* y la *C*, respectivamente. El nivel de excitación de la distribución *D* es similar. En ambos gráficos se puede ver que las dos distribuciones de zonas activas tampoco producen un alto grado de excitación. Como en el caso de los núcleos uniformemente activos, la rotación de los núcleos con zonas activas se excita ligeramente al acercarse al perihelio quedando sólo un pequeño remanente en la rama post-perihelio.

En el gráfico inferior-izquierdo de la figura 5.14 se muestra el cambio en el período que experimenta el núcleo irregular 1 con las tres distribuciones de zonas activas *B*, *C* y *D* para el caso nominal. En ese gráfico se puede ver que las tres zonas producen un efecto del mismo orden que el mostrado cuando el objeto era uniformemente activo, es decir, cambios muy significativos en el período de rotación. Se puede ver (mirando las curvas verde y azul que representan el cambio cuando las distribuciones son la *C* y la *D*, respectivamente) que, aunque ambos núcleos

Fig. 5.14 Evolución del estado de rotación cuando existen zonas activas en la superficie del objeto 1. En el gráfico superior-izquierdo se representa la evolución de la magnitud $1-L^2/(2E_{rot}I_z)$ para el objeto 1 cuando la distribución de área activas viene dada por la distribución *B* de la figura 4.27. Con esta distribución, aproximadamente, sólo el 30 % de la superficie puede sublimar libremente. El período inicial es 6 h y la orientación inicial $I=45^\circ$, $\Phi = 60^\circ$. En el gráfico superior-derecho se muestra lo mismo que en el de la izquierda pero cuando la distribución de zonas activas es la *C*. Con esa distribución sólo el 10 % de la superficie puede sublimar libremente. En el gráfico inferior-izquierdo se muestra el cambio en el período de rotación del objeto 1 cuando las zonas activas vienen dadas por las distribuciones *B* (en rojo), *C* (en verde) y *D* (en azul). El período de rotación y la inclinación inicial son los habituales. En el gráfico inferior-derecho se muestra el cambio en la orientación del eje de rotación del objeto 1 con las tres distribuciones de zonas activas anteriores.

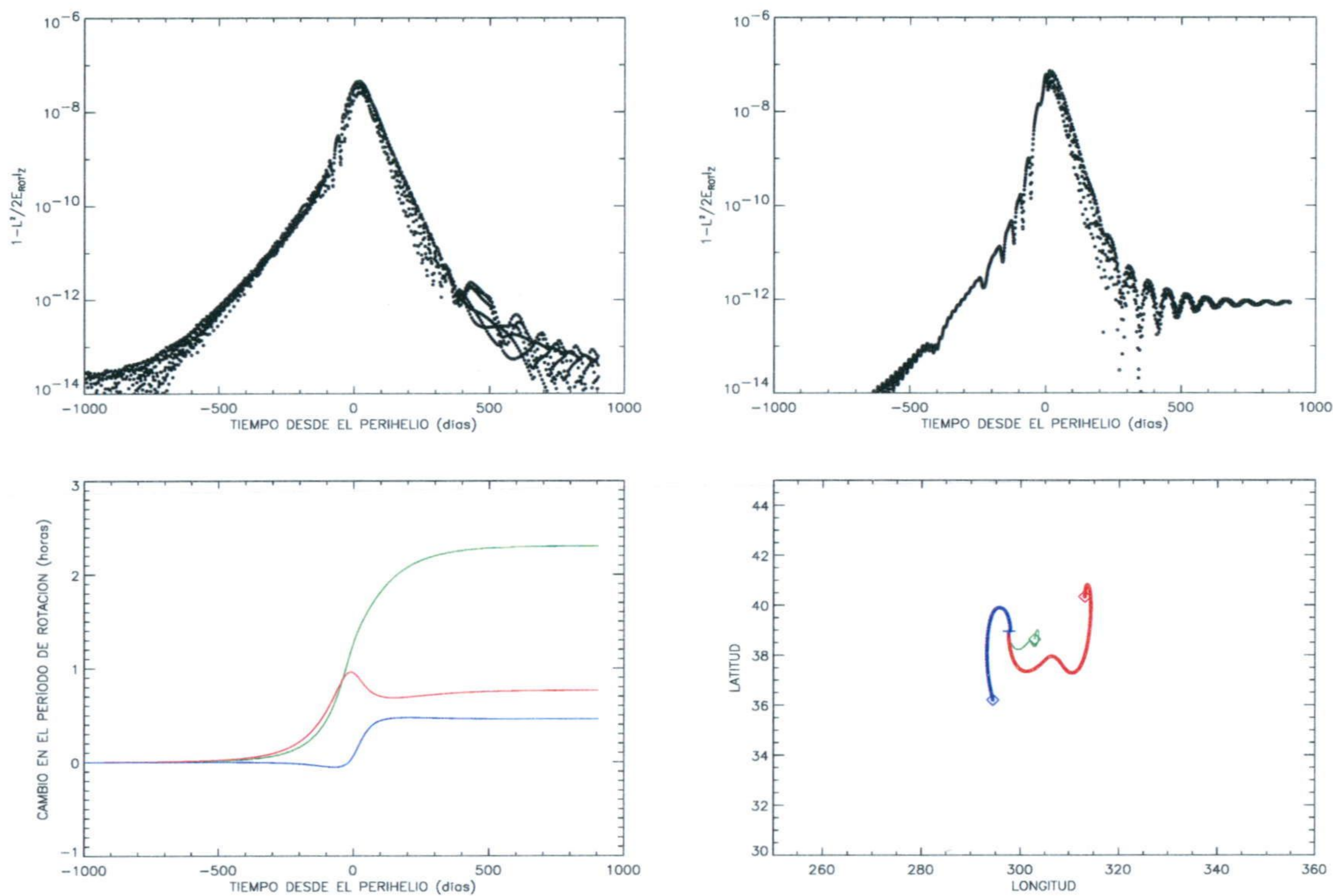


tienen, aproximadamente, la misma fracción de área activa, el cambio en el período es bastante diferente. Incluso, el cambio que se produce con la distribución *C*, que sólo cubre un 10 % de la superficie, es mayor que el cambio que se produce cuando el núcleo es uniformemente activo. También se puede ver que las distribuciones *C* y *D* producen un aumento de la velocidad de rotación y, por contra, la distribución *B* produce una disminución, aumentando el período de rotación considerablemente.

En el gráfico inferior-derecho de la misma figura se muestra la evolución de la orientación del eje de rotación durante el paso orbital. En ese gráfico se puede ver que, con las distribuciones de zonas activas, también se producen cambios significativos en la orientación del eje de rotación.

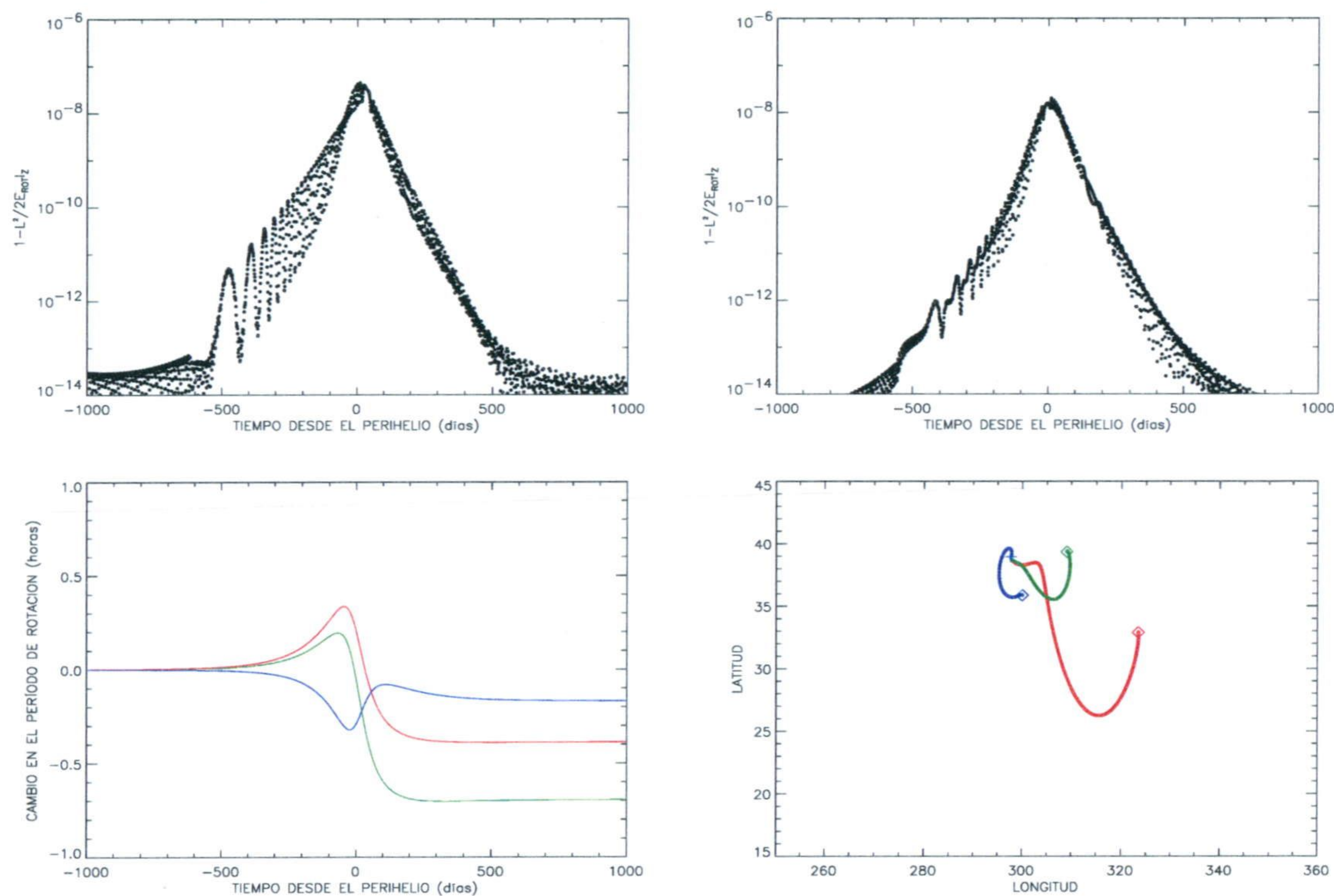
Se han obtenido resultados similares para todos los objetos, incluyendo los elipsoides, con

Fig. 5.15 Evolución del estado de rotación cuando existen zonas activas en la superficie del objeto 2. En el gráfico superior-izquierdo se representa la evolución de la magnitud $1-L^2/(2E_{rot}I_z)$ para el objeto 2 cuando la distribución de área activas viene dada por la distribución *B* de la figura 4.27. Con esta distribución, aproximadamente, sólo el 60 % de la superficie puede sublimar libremente. El período inicial es 6 h y la orientación inicial $I=45^\circ$, $\Phi = 60^\circ$. En el gráfico superior-derecho se muestra lo mismo que en el de la izquierda pero cuando la distribución de zonas activas es la *D*. Con esa distribución sólo el 10 % de la superficie puede sublimar libremente. En el gráfico inferior-izquierdo se muestra el cambio en el período de rotación del objeto 2 cuando las zonas activas vienen dadas por las distribuciones *B* (en rojo), *C* (en verde) y *D* (en azul). El período de rotación y la inclinación inicial son los habituales. En el gráfico inferior-derecho se muestra el cambio en la orientación del eje de rotación del objeto 2 con las tres distribuciones de zonas activas anteriores.



zonas activas para las condiciones del caso nominal. En la figura 5.15 se muestran los resultados para el objeto 2 con las distribuciones *B*, *C* y *D* y en la figura 5.16 los resultados para el elipsoide 1 con las mismas distribuciones de zonas activas. Se puede ver que en todos los casos se obtienen resultados similares a los obtenidos con el objeto 1. Es decir, el nivel de excitación en un solo paso por el perihelio es muy pequeño, pudiéndose considerar, desde un punto de vista práctico, que el cuerpo rota en su estado de mínima energía. Sin embargo, sí se producen cambios significativos en el período de rotación y en la orientación del eje de rotación. Todos estos resultados sugieren que las zonas activas producen cambios cualitativa y cuantitativamente similares a los observados en núcleos irregulares uniformemente activos. La única diferencia aparece en los elipsoides. Se puede observar que los elipsoides con zonas activas, al contrario

Fig. 5.16 Evolución del estado de rotación cuando existen zonas activas en la superficie del elipsoide 1. En el gráfico superior-izquierdo se representa la evolución de la magnitud $1-L^2/(2E_{\text{rot}}I_z)$ para el elipsoide 1 cuando la distribución de área activas viene dada por la distribución *B* de la figura 4.27. Con esta distribución, aproximadamente, sólo el 30 % de la superficie puede sublimar libremente. El período inicial es 6 h y la orientación inicial $I=45^\circ$, $\Phi = 60^\circ$. En el gráfico superior-derecho se muestra lo mismo que en el de la izquierda pero cuando la distribución de zonas activas es la *C*. Con esa distribución sólo el 10 % de la superficie puede sublimar libremente. En el gráfico inferior-izquierdo se muestra el cambio en el período de rotación del elipsoide 1 cuando las zonas activas vienen dadas por las distribuciones *B* (en rojo), *C* (en verde) y *D* (en azul). El período de rotación y la inclinación inicial son los habituales. En el gráfico inferior-derecho se muestra el cambio en la orientación del eje de rotación del elipsoide 2 con las tres distribuciones de zonas activas anteriores.



que los uniformemente activos, sí presentan cambios significativos en el período de rotación. Ello es porque la presencia de zonas activas rompe la simetría del momento durante una rotación dando lugar a un valor medio significativo.

5.5 Evolución durante 10 órbitas. Efecto del período de rotación inicial

Algunas de las simulaciones mostradas en las secciones anteriores, las que corresponden al caso nominal, se han dejado evolucionar hasta completar 10 órbitas para estudiar, en primera aproximación, cuál podría ser la evolución a largo término del estado rotacional, asumiendo que se mantiene la validez de la hipótesis de que los cuerpos son sólidos rígidos. Adicionalmente, se

Fig. 5.17 Resumen de los resultados de las simulaciones de largo término. En las primeras 4 columnas se indican las condiciones iniciales. En las 6 columnas restantes se muestra un resumen de los resultados. En las columnas 5,6 y 7 se indica el estado rotacional después de 4 órbitas y en las 8, 9 y 10 el estado rotacional después de 10 órbitas. En las columnas 6 y 9 se muestra la cantidad $2\pi/\sqrt{(\Omega_x^2 + \Omega_y^2 + \Omega_z^2)}$. En las columnas 7 y 10 se muestra $\arccos(\hat{Z} \cdot \hat{L})$ si el modo es SAM y $\arccos(\hat{X} \cdot \hat{L})$ si el modo es LAM. En ambas expresiones \hat{L} representa el vector unitario en la dirección del momento angular.

Sim.	Objeto	Distribución de zonas actinas	Período de rotación inicial	Estado de rotación 4 órbitas	Período rotación 4 órbitas	Ángulo Precesión	Estado de rotación 10 órbitas	Período rotación 10 órbitas	Ángulo Precesión
#1	1	Unif	6 h	E_{min}	5.3 h	0°	E_{min}	3.5 h	0°
#2	1	Unif	48h	SAM	103.8 h	8-23°	SAM	24.4	4-13°
#3	1	Unif	10 días	LAM	99 h	48-52°	LAM	167.8 h.	64-72°
#4	1	B	6 h	LAM	21 h	22-23.5°	$\rightarrow E_{max}$	4.95 h	6-6.4°
#5	1	B	10 días	SAM	6.1 h	178-179.5	$\rightarrow E_{min}$	2.74h	179-179.7°
#6	1	C	6 h	E_{min}	3.9	0°	E_{min}	3.3h	0°
#7	1	C	10 días	LAM	6 h	2.3-2.4°	$\rightarrow E_{max}$	2 h	~ 0.55°
#8	1	D	6 h	E_{min}	5.2 h	0°	E_{min}	4.3h	0°
#9	1	D	10 días	LAM	4.8h	~175°	$\rightarrow E_{max}$	1.9	~178°
#10	2	Unif	6h	E_{min}	4 h	0	E_{min}	2.9 h	0°
#11	2	Unif	48h	LAM	67.9h	107-128°	LAM	16 h	106-1271°
#12	2	Unif	10 días	LAM	19 h	132-142°	LAM	65 h	120-134°
#13	2	B	6h	E_{min}	29.h	0°	$\rightarrow E_{max}$	1.6 h	~0.5°
#14	2	B	10 días	$\rightarrow E_{max}$	2.3 h	~0.15°	E_{max}	0.8 h	0°
#15	2	C	6h	SAM	103.9 h	1149-163°	$\rightarrow E_{min}$	3.8h	178-179°
#16	2	C	10 días	$\rightarrow E_{min}$	7.5 h	178-179°	$\rightarrow E_{min}$	2.8h	~179.5°
#17	2	D	6 h	E_{min}	8.9 h	0°	LAM	155 h	149-154°
#18	2	D	10 días	$\rightarrow E_{max}$	12 h	170.5-172.5°	$\rightarrow E_{max}$	4.8 h	176-176.6°
#19	3	Unif	6 h	E_{min}	4.7 h	0°	E_{min}	5.0 h	0°
#20	3	Unif	48 h	SAM	67.7 h	140-165°	SAM	16.4 h	107-158°
#21	3	Unif	10 días	SAM	61.8 h	113-159°	SAM	44.2 h	163-173°

han realizado simulaciones de largo término con un período de rotación inicial de 48 h y 10 días para comparar los resultados obtenidos con este modelo con los obtenidos por Samarasinha et al. (1996). En todas las simulaciones de largo término, incluidas estas últimas, se parte del estado de mínima energía con una orientación inicial del eje de rotación de $I=45^\circ$, $\Phi = 60^\circ$. En la figura 5.17 se resumen las simulaciones de largo término realizadas, sus condiciones iniciales y los principales resultados. En la primera columna de la tabla de esa figura se indica el número de la simulación, en la segunda columna el objeto irregular y en la tercera la distribución de áreas activas que se han utilizado en la correspondiente simulación. El período de rotación inicial se muestra en la cuarta columna. En las columnas 5, 6 y 7 se muestran algunos de los resultados obtenidos tras 4 órbitas y en las columnas 8, 9 y 10 los mismos resultados después de 10 órbitas. En las columnas 5 y 8 se indica el estado de rotación. En esas columnas, el símbolo \rightarrow indica que el cuerpo tiende a rotar muy claramente en el estado indicado. En las columnas 6 y 9 se muestra el período correspondiente al módulo de la velocidad de rotación total, no una de las componentes. Como ya se ha mencionado, tanto en modos SAM como en modos LAM, es posible identificar los movimientos típicos de rotación, precesión y nutación del cuerpo. Hay que decir que, puesto que en estados excitados de rotación, las componentes de la velocidad tienen un comportamiento oscilatorio, las velocidades de los movimientos de rotación, precesión y nutación tienen que definirse en términos de valores promedios (ver por ejemplo Samarasinha y A'Hearn, 1991). El proporcionar esos valores promedios no tiene mayor relevancia en el estudio que estamos abordando. Por esto sólo se muestra como resultado el período correspondiente al módulo de la velocidad de rotación total, lo que identificamos como *período de rotación* en las columnas 6 y 9. Insistimos en que, estrictamente, esa identificación sólo tiene sentido cuando el cuerpo se encuentra en modo simple de rotación. En las columnas 7 y 10, nombradas como *ángulo de precesión*, se indica el ángulo que forma el eje corto o de mayor momento de inercia, en nuestro caso el eje Z del sistema fijo en el cuerpo, con el vector momento angular si el modo de rotación es SAM. Si el modo de rotación es LAM, se muestra el ángulo que forma el eje largo o de menor momento de inercia, en nuestro caso el eje X del sistema fijo en el cuerpo, con el vector momento angular. Estrictamente el ángulo mencionado sólo representa el ángulo precesional en modos LAM, pero se ha generalizado esa definición para modos SAM para ver, de manera clara, cuánto se desvía el estado final de rotación de un modo simple.

Como resultado general es posible decir que todos los núcleos estudiados tienen una velocidad de rotación mayor que la inicial después de 10 órbitas. Se ha observado que algunos núcleos sufren un frenado importante en las primeras órbitas lo que provoca que pasen a un estado excitado de rotación. Esos núcleos, una vez alcanzado un valor mínimo de la velocidad de rotación, empiezan a adquirir energía progresivamente de tal forma que su velocidad final, en todos los casos, es mayor que la inicial.

En la tabla resumen (figura 5.17) se puede ver que de las 21 simulaciones realizadas, sólo 8 de los núcleos considerados están en el estado de mínima energía, o próximo a él, después de 10 órbitas. 6 de los núcleos estudiados alcanzan el estado de máxima energía, o están muy próximos a él, al finalizar las simulaciones y 7 se encuentran en un estado complejo de rotación. Se puede ver que de todas las simulaciones en las que el período inicial era 6 h (9 en total), sólo

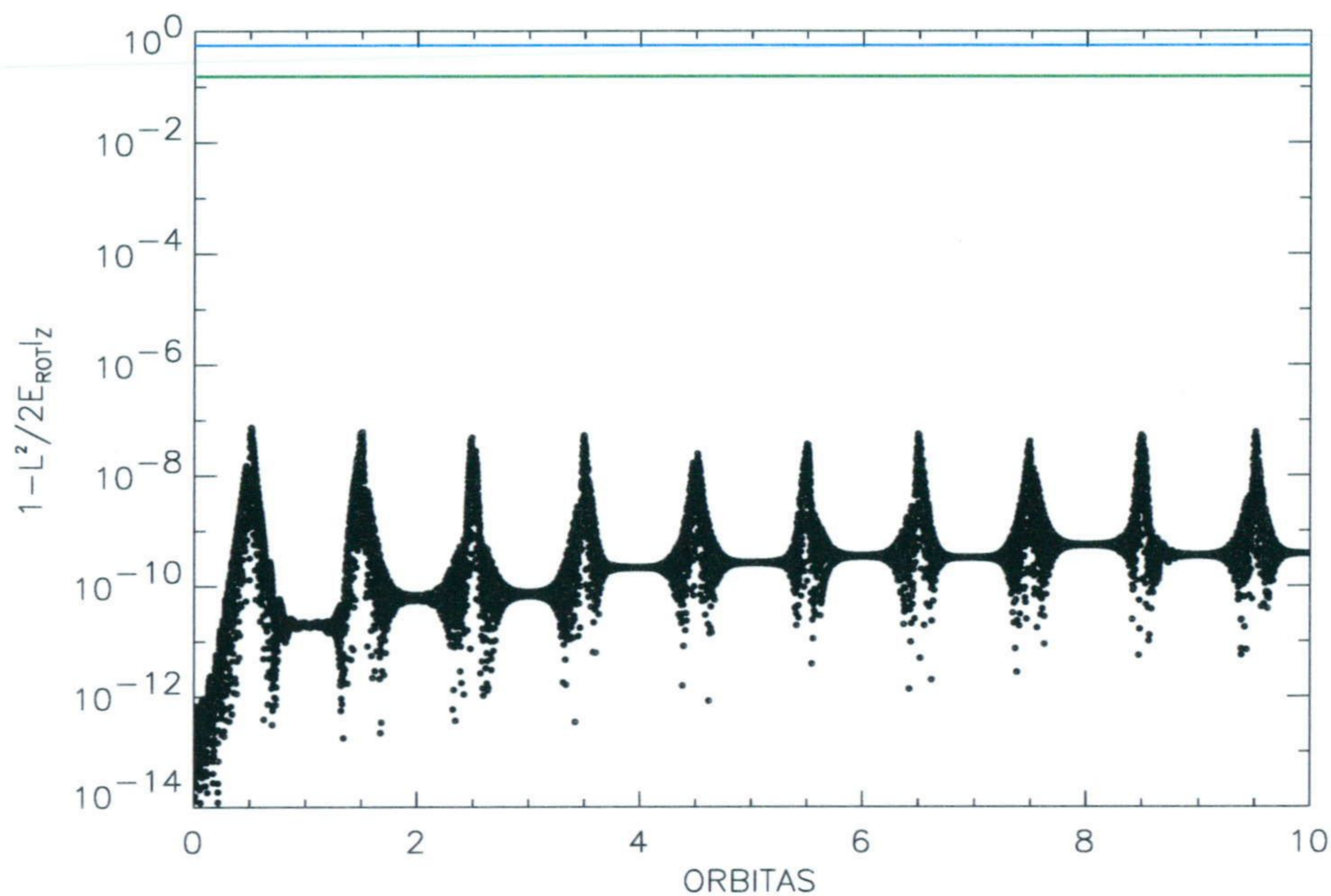


Fig. 5.18 Evolución de la excitación rotacional del objeto 3 uniformemente activo durante 10 órbitas. El período de rotación inicial es 6 h, rotando en su estado de mínima energía. La orientación inicial es $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$. La línea verde representa la cantidad $1-I_y/I_z$, que es la transición entre modo SAM y modo LAM. La línea azul representa la cantidad $1-I_x/I_z$, es decir, cuando el cuerpo está rotando alrededor del eje más largo.

una, la #17, tiene un estado complejo de rotación después de 10 órbitas. En esta simulación, el núcleo finaliza rotando en modo LAM con una velocidad muy baja. Posiblemente, la aceleración que sufrirá el cuerpo en órbitas posteriores hará evolucionar el estado de rotación hacia el de máxima energía. Las demás simulaciones que se inician con el período de rotación de 6 h o se mantienen en su estado de mínima energía durante todo el período de estudio (simulaciones #1, #6, #8, #10 #16 y #19) o se produce una excitación muy rápidamente, alcanzando en pocas órbitas el estado de máxima energía (simulaciones #4 y #13).

Como ejemplo de los resultados de un objeto que se mantiene en su estado de mínima energía durante las 10 órbitas (simulaciones #1, #6, #8, #10 #16 y #19) se muestran las figuras 5.18, 5.19 y 5.20, que corresponden a la simulación #19, es decir, el objeto irregular 3 uniformemente activo rotando con un período inicial de 6 h. En la figura 5.18 se ha representado la evolución del grado de excitación, es decir, la cantidad $1-L^2/(2E_{rot} I_z)$. En ese gráfico también se han dibujado las cantidades $1-I_y/I_z$, que representa la transición de modo SAM a modo LAM y $1-I_x/I_z$ que corresponde al estado de rotación en el que el cuerpo gira alrededor del eje X del sistema fijo en el cuerpo, el eje más largo. En esa figura se puede ver que durante toda la simulación el cuerpo se mantiene rotando, prácticamente, en su estado de mínima energía, es decir, girando alrededor del eje Z del sistema en el cuerpo. Sólo se alcanza una ligera excitación

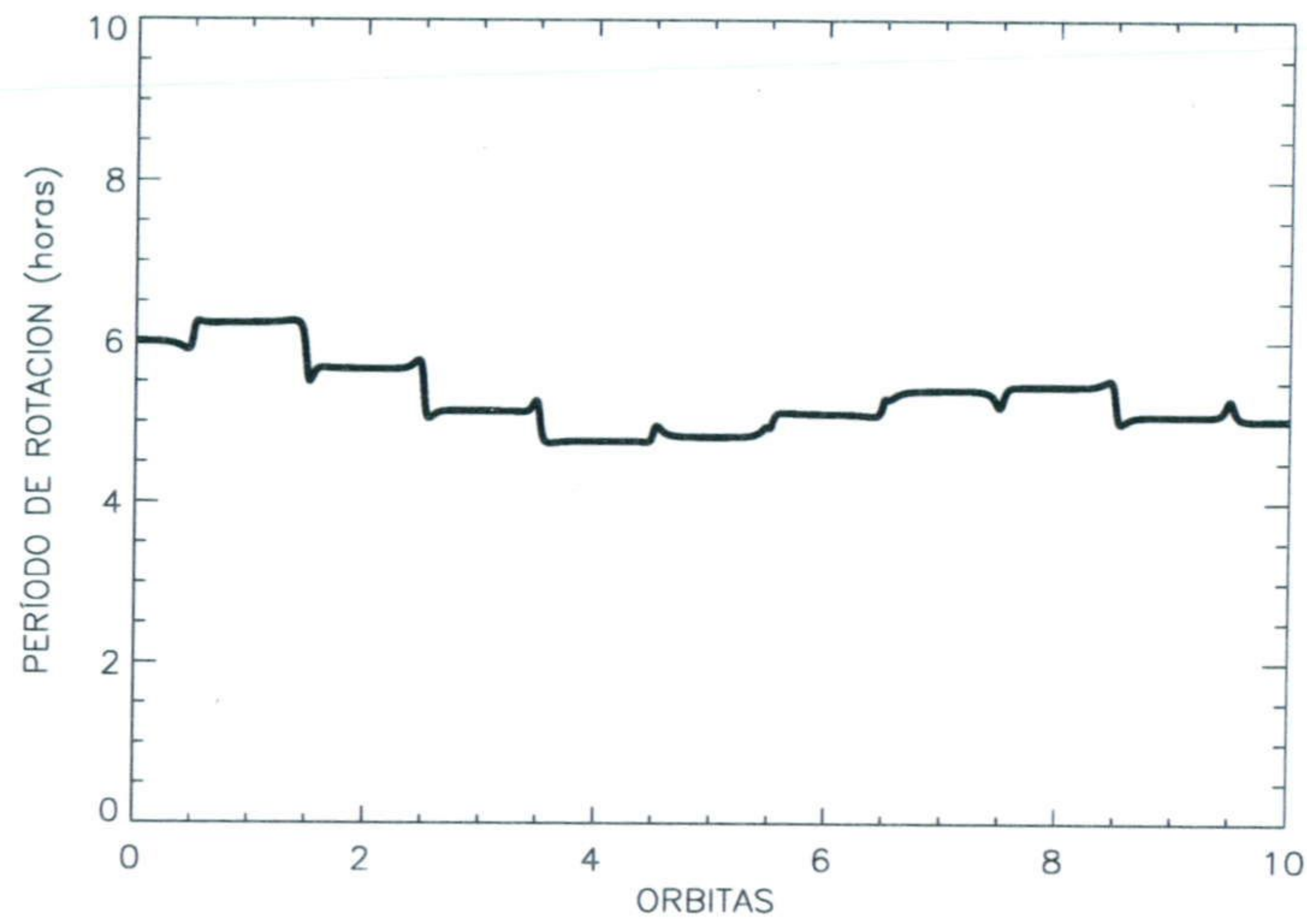


Fig. 5.19 Evolución del período de rotación durante 10 órbitas para el cuerpo irregular 3 uniformemente activo. El núcleo parte del estado de mínima energía, rotando con un período de 6 h. La orientación inicial del eje de rotación es $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$.

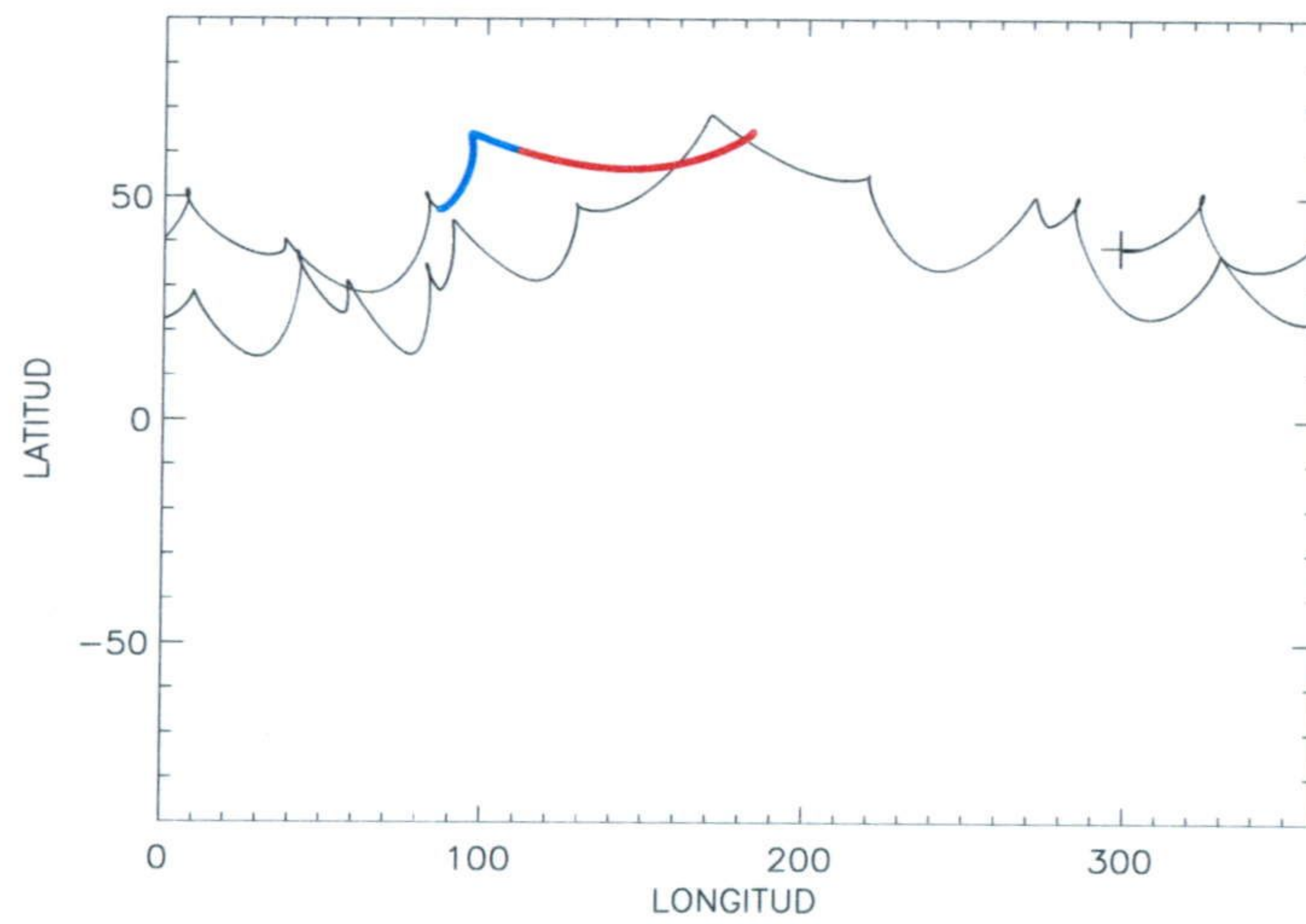


Fig. 5.20 Evolución de la orientación del eje de rotación durante 10 órbitas para el cuerpo irregular 3 uniformemente activo. El núcleo parte del estado de mínima energía, rotando con un período de 6 h. La orientación inicial del eje de rotación es $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$. El símbolo + representa la orientación inicial. Los puntos azules la orientación pre-perihelio y los rojos la post-perihelio de la última órbita.

que va aumentando muy lentamente con el tiempo. Para este cuerpo, el tiempo característico de excitación es muchísimo mayor que el sugerido por la expresión 2.17 dada en la sección 2.6.1 del capítulo 2. Este mismo resultado se obtiene para las simulaciones #1, #6, #8, #10 y #16 en las que se incluyen simulaciones con el núcleo uniformemente activo y con distribuciones de zonas activas. En la última de estas simulaciones, la #16, se ha observado que en el cuarto paso orbital se produce una excitación que rápidamente decae al estado de mínima energía.

En la figura 5.19 se muestra el cambio en el período de rotación en la simulación #19. Se puede ver que, aunque sufre varias aceleraciones y frenados, el núcleo finalmente gira con una velocidad angular ligeramente mayor que la inicial. En realidad este caso parece ser un caso particular. En las demás simulaciones de este grupo (#1, #6, #8, #10 y #16), el período aumenta prácticamente en todos los pasos orbitales, sin apenas producirse frenados. En la #16 se produce un frenado en las primeras órbitas para después empezar a aumentar de manera continua.

En la figura 5.20 se muestra la evolución del eje de rotación durante las 10 órbitas en la simulación #19. Se puede ver, como ya se vio en los casos de un solo recorrido orbital, que aunque el cuerpo permanezca muy cerca del estado rotacional de mínima energía, la orientación del eje de rotación cambia con el tiempo. Este resultado es similar en todas las simulaciones de este grupo.

Como ya se ha mencionado, de las demás simulaciones cuyo período inicial de rotación es 6 h (simulaciones #4, #13 y #17), las simulaciones #4 y #13 adquieren rápidamente un estado próximo al de máxima energía. Esto se puede ver en la figura 5.21, en la que se muestra, como ejemplo, el grado de excitación durante la simulación #4. En esa gráfica se puede ver que, en el paso por el perihelio de la tercera órbita, el cuerpo pasa a girar en modo LAM. Después, en los siguientes pasos orbitales, el nivel de excitación aumenta progresivamente hasta alcanzar, finalmente, el estado de máxima energía correspondiente a su momento angular. Esto mismo ocurre en la simulación #13. Como ya se ha mencionado, en la simulación #17 se alcanza el modo LAM en los últimos pasos orbitales. Los resultados anteriores parecen sugerir que finalmente, ese estado LAM evolucionará hacia el estado de máxima energía.

En estos tres casos, los cuales corresponden a núcleos con distribuciones de zonas activas, lo que ocurre en las primeras órbitas es que la energía de rotación, y por tanto la velocidad de rotación, disminuyen considerablemente. Al disminuir la velocidad de rotación, que inicialmente es la velocidad de rotación alrededor del eje Z del sistema fijo en el cuerpo, se favorece la excitación ya que las tres componentes de la velocidad de rotación se hacen comparables y, en consecuencia, las tres ecuaciones de Euler, para cuerpos con tres momentos de inercia diferentes, están totalmente acopladas. La evolución del período de rotación, entendido como $2\pi/\sqrt{\Omega_x^2 + \Omega_y^2 + \Omega_z^2}$, durante la simulación #4 se muestra en la figura 5.22. En esa gráfica se puede ver que, como se ha dicho, inicialmente el cuerpo experimenta un frenado que lo lleva a alcanzar un modo de rotación LAM. Posteriormente, la velocidad de rotación empieza a aumentar progresivamente y el cuerpo acaba rotando, prácticamente, alrededor del eje de menor momento de inercia. La evolución del período de rotación en la simulación #13 es totalmente similar a la mostrada en la figura 5.22 y en la simulación #17 se ha observado que la reducción inicial de la velocidad de rotación ocurre mucho más lentamente. Como se ha dicho, en todas

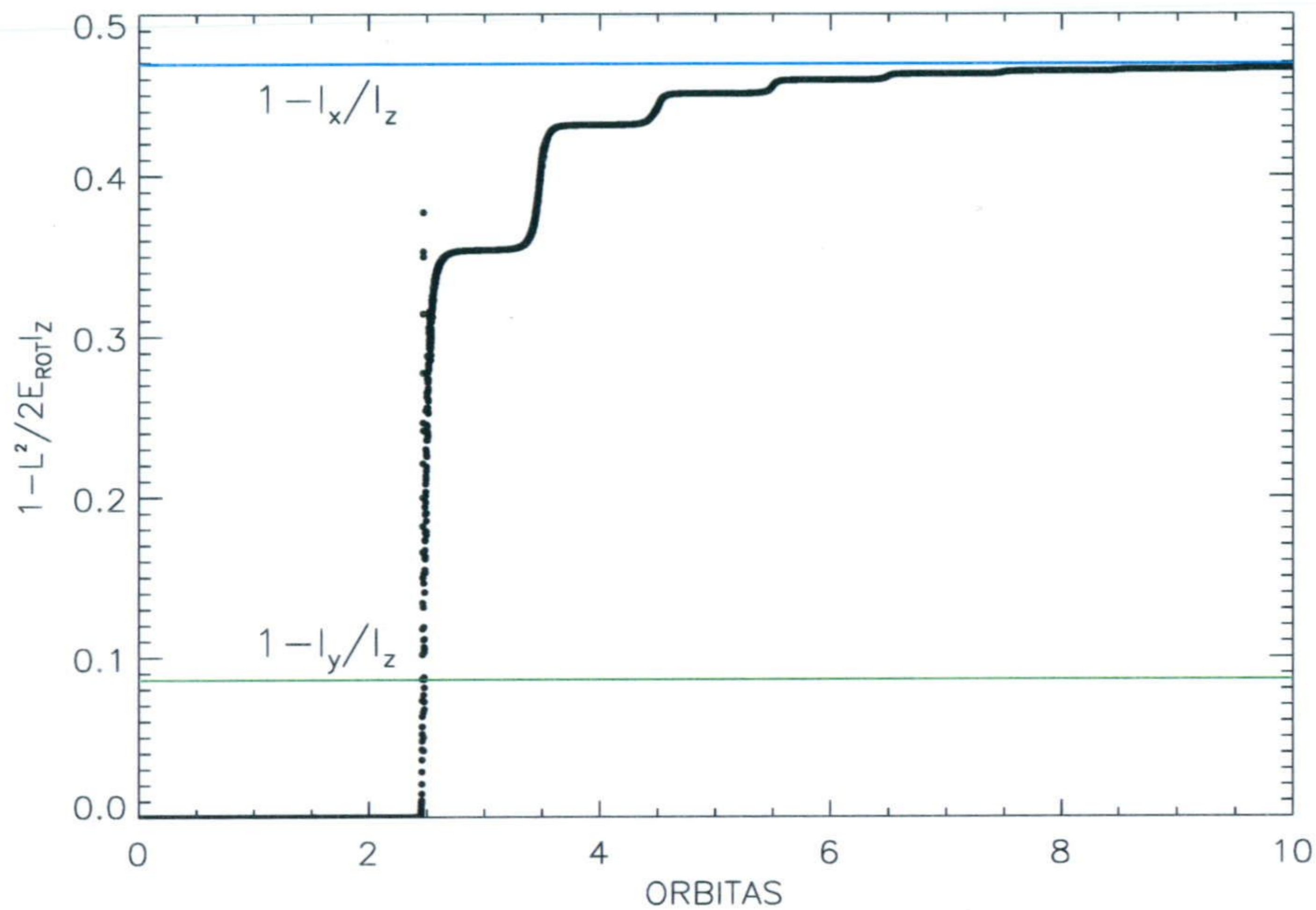


Fig. 5.21 Evolución de la excitación rotacional del objeto 1 con la distribución de áreas activas B durante 10 órbitas. El período de rotación inicial es 6 h, rotando en su estado de mínima energía. La orientación inicial es $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$. La línea verde representa la cantidad $1-I_y/I_z$, que es la transición entre modo SAM y modo LAM. La línea azul representa la cantidad $1-I_x/I_z$, es decir, cuando el cuerpo está rotando alrededor del eje más largo.

estas simulaciones de largo término la orientación inicial era $I=45^\circ$, $\Phi = 60^\circ$. En la figura 5.5 de la sección 5.4.1 se puede ver que de los tres objetos irregulares sólo uno disminuía el período de rotación en el primer paso orbital, es decir, $1/3$. Justamente la misma proporción de núcleos que evolucionan hacia el estado de máxima de energía. Sin embargo, cuando se mostraron los resultados de otras orientaciones, estos sugerían que era igualmente probable que se produjese una aceleración o un frenado tras el primer paso orbital. Este resultado sugiere que, de los núcleos con período inicial de 6 h rotando inicialmente en su estado de mínima energía, aproximadamente la mitad permanecen en ese estado y la otra mitad evoluciona hacia el estado de máxima energía para el momento angular adquirido, rotando alrededor del eje de mínimo momento de inercia.

En la figura 5.23 se muestra la evolución de la orientación del eje de rotación durante el último período orbital. En esa gráfica se puede ver que el eje de rotación tiene el movimiento típico de precesión, indicando que todavía no se ha alcanzado totalmente el estado de máxima energía correspondiente a su momento angular. Las otras dos simulaciones (#13 y #17) muestran un comportamiento similar.

En el resto de las simulaciones (12 en total), el núcleo comienza rotando, en su estado de

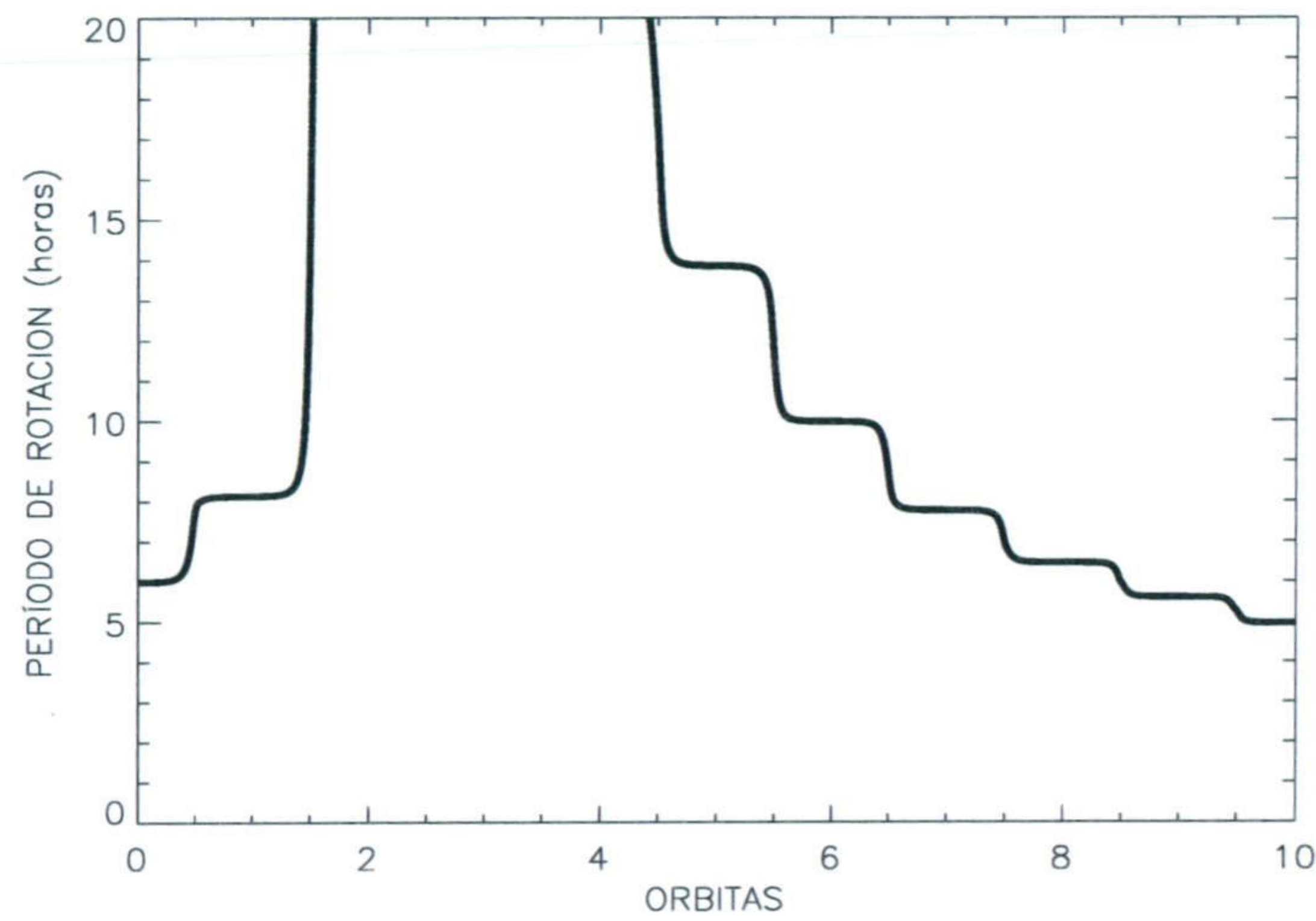


Fig. 5.22 Evolución del período de rotación del objeto 1 con la distribución de áreas activas B durante 10 órbitas. El período de rotación inicial es 6 h, rotando en su estado de mínima energía. La orientación inicial es $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$.

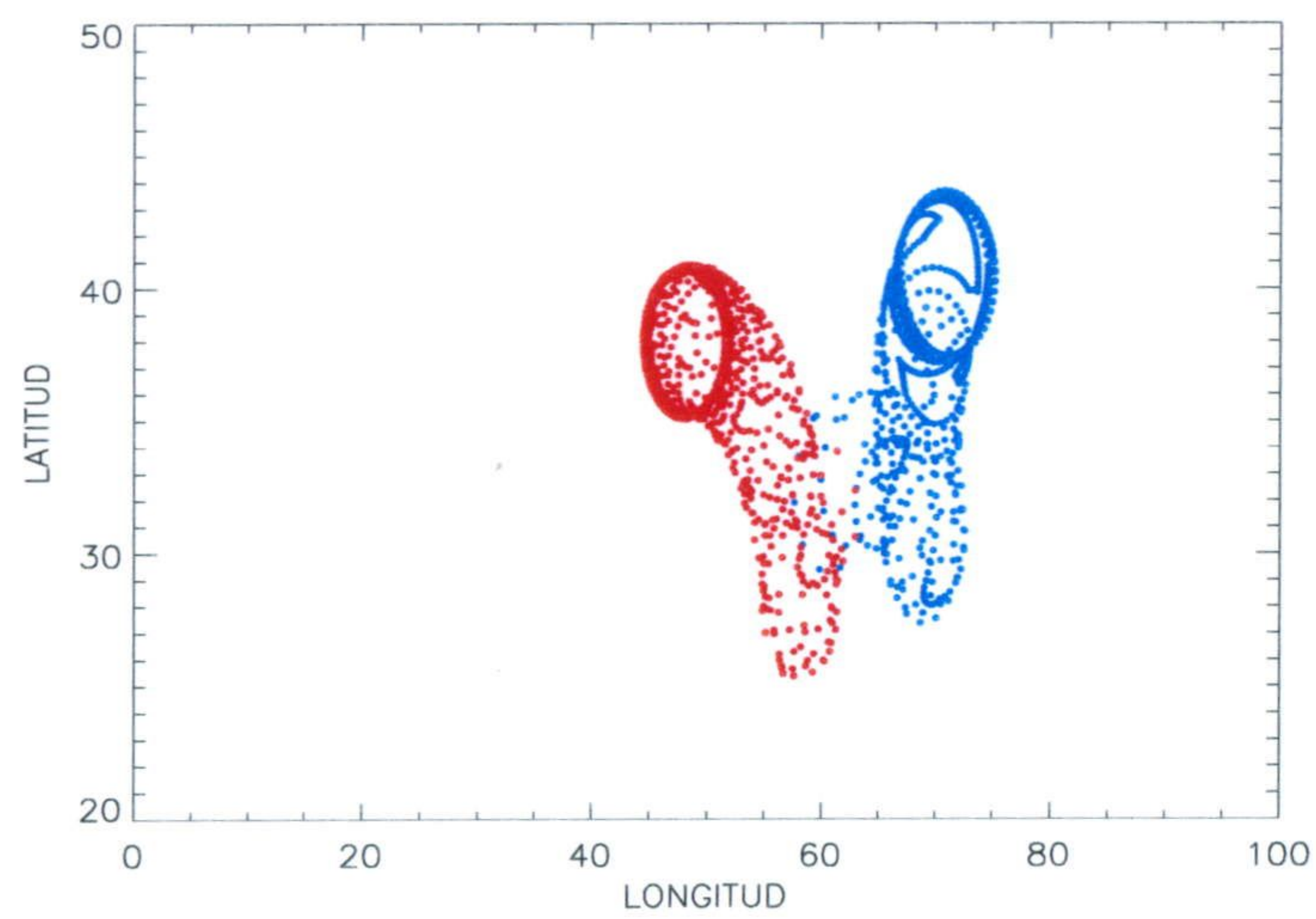


Fig. 5.23 Evolución de la orientación del eje de rotación del cuerpo irregular 1 con la distribución de áreas activas B después de 10 órbitas. El núcleo parte del estado de mínima energía, rotando con un período de 6 h. La orientación inicial del eje de rotación es $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$. Los puntos azules representan la orientación pre-perihelio y los rojos la post-perihelio.

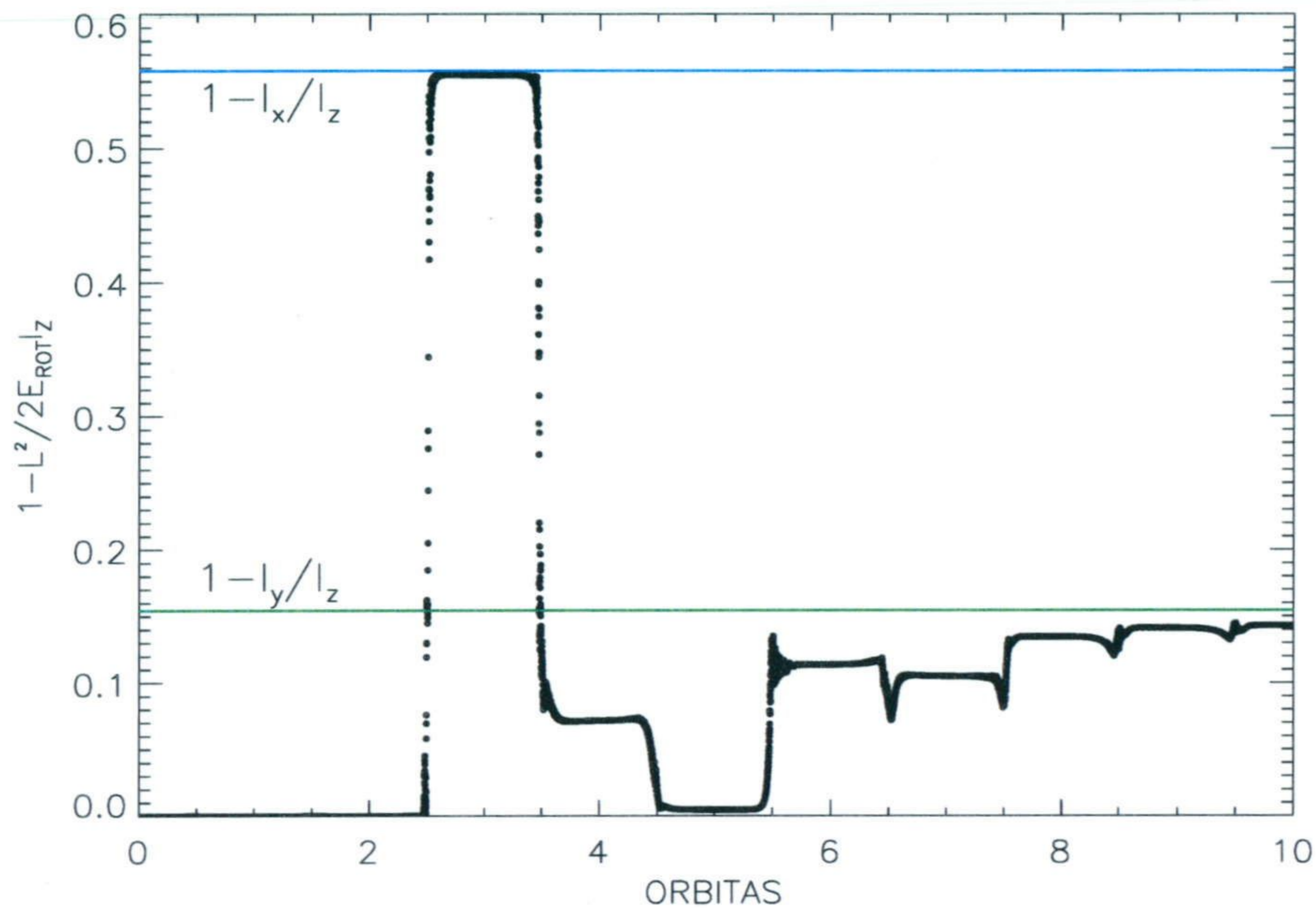


Fig. 5.24 Evolución de la excitación rotacional del objeto 3 uniformemente activo durante 10 órbitas. El período de rotación inicial es 48 h, rotando en su estado de mínima energía. La orientación inicial $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$. La línea verde representa la cantidad $1-I_y/I_z$, que es la transición entre modo SAM y modo LAM. La línea azul representa la cantidad $1-I_x/I_z$, es decir, cuando el cuerpo está rotando alrededor del eje más largo.

mínima energía, con un período de 48 h o de 10 días. De todas esas simulaciones, 6 acaban el período de simulación con un estado de rotación complejo, 3 cuerpos rotan en modo LAM (simulaciones #3, #11 y #12) y otros 3 en modo SAM (simulaciones #2, #20 y #21). De las otras 6 simulaciones que comienzan con un período distinto de 6 h, 2 terminan rotando alrededor del eje de mayor momento de inercia, es decir, en estado de mínima energía para su momento angular (simulaciones #5 y #16) y las otras 4 finalizan rotando, prácticamente, alrededor del eje de menor momento de inercia (simulaciones #7, #9, #14 y #18), es decir, prácticamente, en el estado de máxima energía para su momento angular.

Como ejemplo de las simulaciones en las que se alcanza un estado complejo de rotación se muestran las figuras 5.24, 5.25 y 5.26. Estas figuras corresponden a la simulación #20, en la que el cuerpo acaba rotando en modo SAM. En la figura 5.24 se muestra la cantidad $1-L^2/(2E_{rot}I_z)$ y se puede ver que el cuerpo en el tercer paso orbital pasa a rotar en modo LAM como consecuencia de que su velocidad de rotación disminuye mucho en la segunda y tercera órbitas, como se puede ver en la figura 5.25. Posteriormente, el cuerpo vuelve a un estado SAM y evoluciona de manera algo más estable, produciéndose un aumento progresivo de la velocidad de rotación. En la figura 5.26 se muestra la evolución de la orientación del eje de rotación durante el último período orbital. En esa figura se puede ver que el movimiento

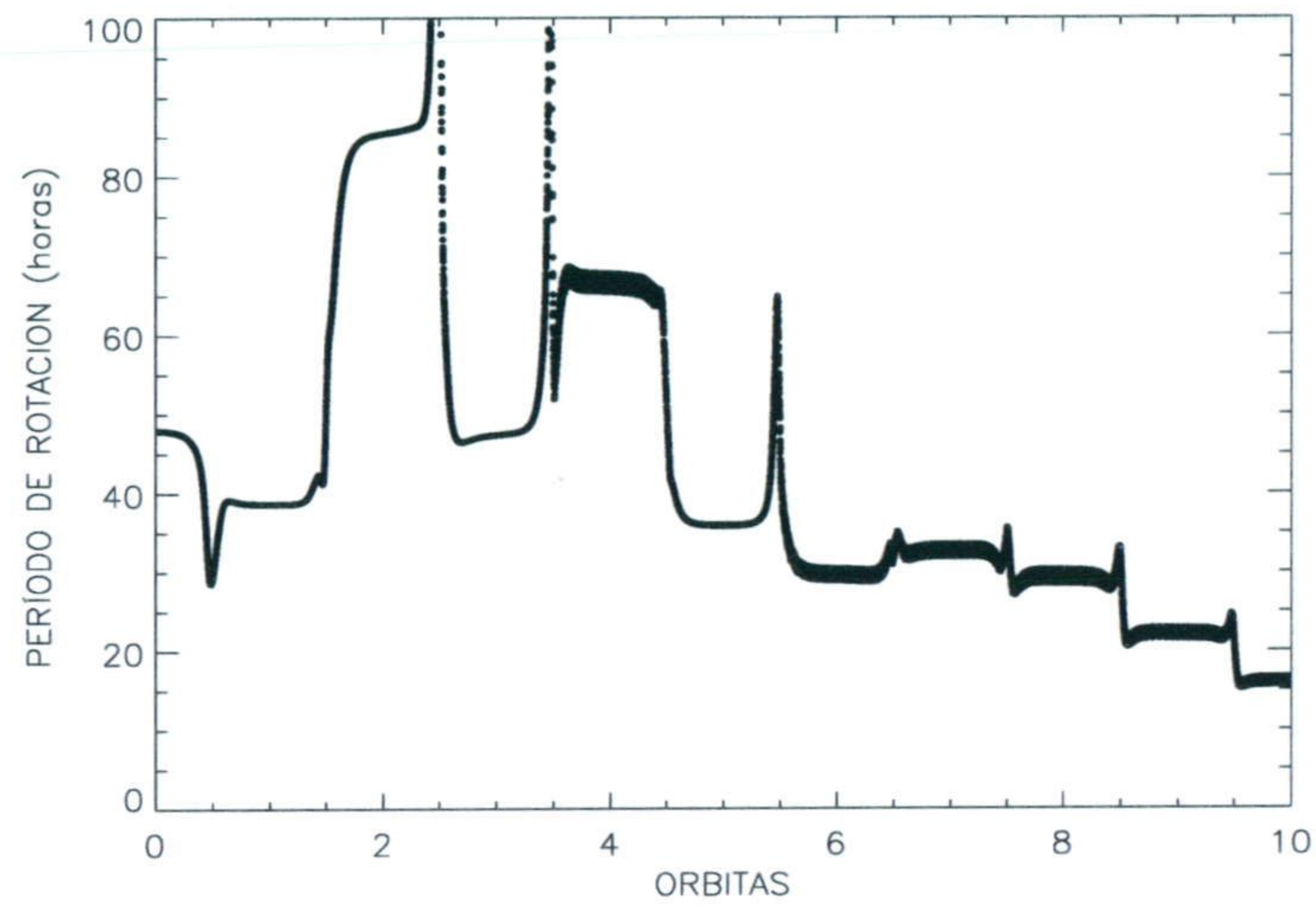


Fig. 5.25 Evolución del período de rotación del cuerpo irregular 3 uniformemente activo durante 10 órbitas. El núcleo parte del estado de mínima energía, rotando con un período inicial de 48 h. La orientación inicial del eje de rotación es $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$.

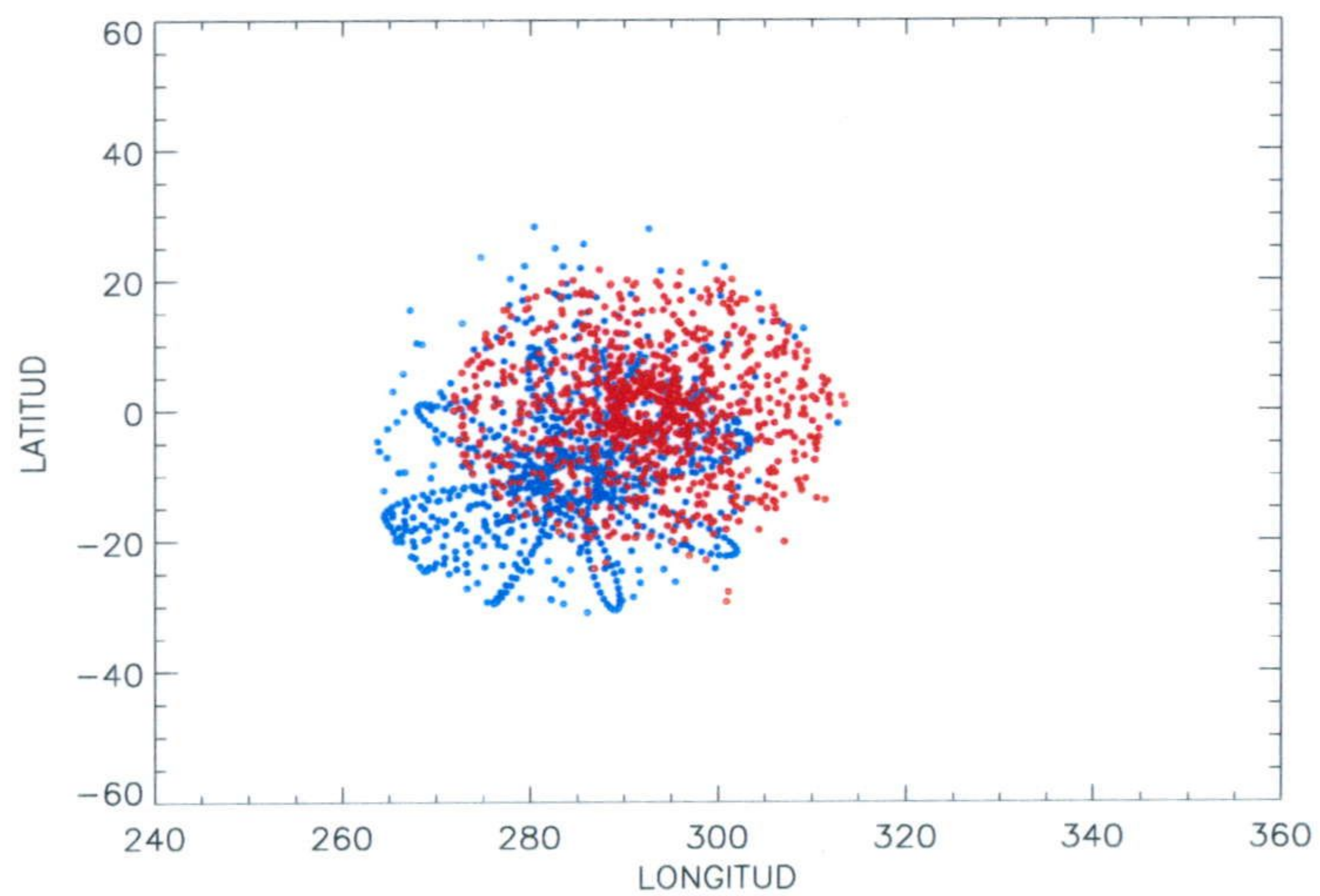
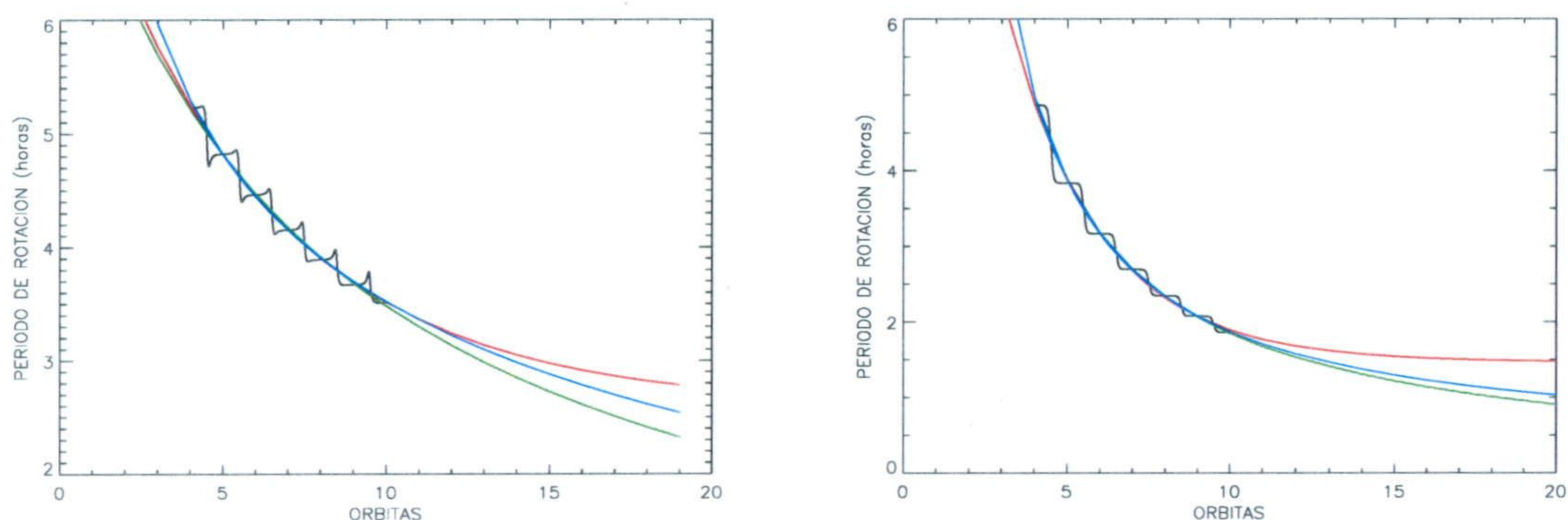


Fig. 5.26 Evolución de la orientación del eje de rotación del cuerpo irregular 3 uniformemente activo después de 10 órbitas. El núcleo parte del estado de mínima energía, rotando con un período de 48 h. La orientación inicial del eje de rotación es $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$. Los puntos azules representan la orientación pre-perihelio y los rojos la post-perihelio.

Fig. 5.27 Evolución del período de rotación en las simulaciones #1 (izquierda) y #9 (derecha). En ambos gráficos se muestran los ajustes mediante las funciones exponencial (rojo), geométrica (verde) e hiperbólica (azul)



es realmente complejo. En el resto de las simulaciones que finalizan en un estado complejo de rotación ocurre algo similar. En ninguna de las simulaciones se ha obtenido un estado de rotación complejo estable y perdurable durante muchos períodos de rotación. En todos los casos se obtienen cambios del estado rotacional importantes en cada paso orbital.

Como ya se ha mencionado, en los últimos períodos orbitales de todas las simulaciones siempre se produce una aceleración de la rotación (el único caso atípico es el de la simulación #3), sobre todo si el cuerpo tiende a rotar alrededor del eje de menor momento de inercia.

Se ha observado que, de manera general, la velocidad de rotación aumenta cada vez menos, es decir, conforme la energía rotacional aumenta, el cambio en la velocidad de rotación es más pequeño. Se han realizado ajustes del cambio en el período de rotación de los núcleos que estaban rotando cerca del estado de mínima o de máxima energía con funciones con distinta dependencia con el tiempo. Las funciones de ajuste utilizadas son la exponencial, que tiene la forma $F_e = a \exp(-bt) + c$; la geométrica, con la forma $F_g = 1/(a * t^b + c)$ y la hiperbólica, que tiene la forma $F_h = 1/(a + bt)$. En esas expresiones a , b y c son constantes y t es el tiempo. Para ajustar la evolución del período sólo se han considerado las 6 últimas órbitas. En la figura 5.27 se muestran dos ajustes, el de la simulación #1 y el de la #9. En esa figura se puede ver que todas las funciones ajustan razonablemente bien la evolución del período de rotación de objetos rotando en modo simple o tendiendo a rotar en un estado simple. Sin embargo, aunque el ajuste en la región utilizada es razonablemente bueno, se puede ver que las distintas funciones producen grandes diferencias cuando el número de pasos orbitales aumenta. En la tabla 5.3 se dan los valores de la chi-cuadrado como medida de la diferencia entre el ajuste mediante las distintas funciones y los datos obtenidos en la simulaciones. En esa tabla también se muestra los períodos que predice, para 20 y 50 pasos orbitales, la función que mejor ajusta los resultados numéricos. Los resultados mostrados en la tabla anterior parecen sugerir que, aunque las tres funciones ajustan razonablemente bien los 11 casos mostrados, el mejor ajuste, en general y para este reducido grupo de simulaciones, es el hiperbólico. Hay que decir que puesto que las tres funciones divergen fuertemente cuando el número de pasos orbitales es muy

Tabla 5.3 Chi-cuadrado de los distintos ajustes utilizados

Simulación	$\chi^2 \cdot 10^3$			Mejor ajuste	Período después de 20 órbitas (horas)	Período después de 50 órbitas (horas)
	F_e	F_g	F_h			
#1	2.10	2.15	2.10	EXP-HIP	2.75-2.47	2.60-1.37
#4	4.58	4.20	4.19	HIPER	3.51	3.23
#5	3.61	3.47	3.38	HIPER	1.53	0.89
#6	0.50	1.07	0.70	EXPON	3.20	3.18
#7	1.12	1.08	1.05	HIPER	1.28	1.02
#8	0.84	0.85	0.94	EXPON	3.40	2.63
#9	4.58	4.27	4.25	HIPER	1.03	0.61
#10	0.72	0.82	0.71	HIPER	2.17	1.38
#14	2.67	2.70	2.62	HIPER	0.35	0.11
#16	7.94	7.50	7.42	HIPER	1.52	0.91
#18	9.50	8.87	8.77	HIPER	2.65	1.53

grande, sería necesario un gran número de simulaciones y un gran número de pasos orbitales para establecer definitivamente cuál es realmente la función que mejor ajusta la aceleración del período de rotación de los núcleos simulados.

En la columna 6 de la tabla 5.3 se puede ver que algunos núcleos alcanzan velocidades muy altas. Esto concuerda con la hipótesis de Whipple (1950) y los resultados de Samarasinha y Belton (1995) según la cual el momento no-gravitacional producido por la sublimación del hielo provocaría un aumento de la velocidad de rotación que podría provocar la ruptura del núcleo. Davidsson (2001) estimó cuál es el período crítico de ruptura de núcleos esféricos y elipsoidales con distintas razones de ejes. Para una densidad de 300 kg/m^{-3} y una tensión estructural interna de 260 Pa, Davidsson obtuvo que para distintas formas geométricas el período crítico de ruptura de un núcleo con radio medio 1 km estaba entre 1 y 2 h. Considerando los resultados obtenidos en estas simulaciones y mostrados en la tabla 5.3, sólo 5 alcanzan un período inferior a 2 horas tras 20 pasos orbitales. Estableciendo ese valor de 2 h como período crítico de ruptura, teniendo en cuenta que 20 órbitas del Wirtanen equivalen, aproximadamente, a 1 siglo y aún restringiéndonos a las 11 simulaciones de la tabla 5.3, se obtiene que la frecuencia de ruptura de los núcleos de 1 km es, aproximadamente, 0.0041 año^{-1} . Este valor es muy inferior al estimado por Chen y Jewitt (1994) quienes, basándose en resultados observacionales, estimaron que la tasa de ruptura de los cometas era 0.01 año^{-1} . Si consideramos un período de 50 órbitas, aproximadamente 273 años, la tasa se reduce tomando el valor de 0.0027 año^{-1} . La relación entre la densidad, ρ , la tensión interna, T , y el período de rotación crítico de objetos prolato, los que pueden sufrir ruptura más fácilmente, obtenida por Davidsson (2001) es

$$P_{\text{crit,prolato}} = \frac{\pi}{\sqrt{0.25G\rho\epsilon + T/(\rho R_p^2 f^2)}} \quad (5.12)$$

donde G es la constante universal de la gravitación, $R_p = R/f^{1/3}$ donde R es el radio del objeto

y f es la razón del eje largo con respecto a los ejes cortos del objeto prolato. ϵ viene dado por la expresión

$$\epsilon = \frac{2\pi f}{(f^2 - 1)^{3/2}} \ln \left(\frac{f + \sqrt{f^2 + 1}}{f - \sqrt{f^2 - 1}} \right) - \frac{4\pi}{f^2 - 1} \quad (5.13)$$

Las expresiones anteriores se pueden utilizar para estimar el límite superior de la tensión interna que permitiría que todos los núcleos utilizados en las simulaciones de la tabla 5.3 se fracturasen después de 20 órbitas, es decir, lo que sería una tasa similar a la de Chen y Jewitt (1994). Si el período crítico es el valor máximo de los mostrados en la tabla 5.3 para un período de 20 órbitas, la densidad es 500 kg/m^3 y suponemos, como caso extremo, que el objeto tiene una razón de ejes 2:1:1, se obtiene como límite superior de la tensión interna un valor, considerablemente bajo, de 55 Pa. Esta tensión interna es menor que la que estimaron, con argumentos razonables, Greenberg et al. (1995). Estos autores estimaron que la tensión interna en un núcleo cometario formado por el acrecimiento de partículas de polvo con un manto de hielo era, aproximadamente, 270 N/m^2 , valor deducido a partir de la expresión teórica

$$T = 6.1 \cdot 10^{-12} \left(\frac{\rho \beta}{\rho_{\text{sólido}} \alpha^2} \right) \quad (5.14)$$

donde $\rho_{\text{sólido}}$ es la densidad de la matriz sólida, β es el número de puntos de contacto por grano en el cometa y α el radio medio de los granos. Utilizando los mismos valores que consideraron Greenberg et al. para α y β , es decir, 5 y $0.15 \mu\text{m}$, respectivamente, considerando una densidad media de la matriz de 2000 kg/m^3 y la densidad nominal del núcleo, 500 kg/m^3 , se obtiene una tensión interna de 308 Pa, algo mayor que la anterior. Todos estos resultados parecen sugerir que la densidad media del núcleo es menor de la considerada en este estudio y que 500 kg/m^3 es, en realidad, un límite superior, más que el valor medio. Si la densidad del núcleo es menor, no sólo la tensión es menor, sino que, además, los momentos de inercia son menores y, por tanto, la razón N_i/I_i mayor y el efecto no gravitacional mayor. Ambas circunstancias aumentarían la tasa de ruptura obtenida en este estudio simplificado. Esta discusión es altamente especulativa, sobre todo por la incertidumbre en los parámetros utilizados en la expresión anterior de la tensión y por el reducido número de simulaciones. Con respecto a los parámetros, como se puede ver, la tensión depende como el inverso del cuadrado del radio medio de las partículas. En consecuencia, un radio mayor daría lugar a una tensión bastante más baja. Hay que tener en cuenta que ese radio es el de las partículas que por acrecimiento dan lugar al núcleo, no el radio de los agregados que se pueden formar en el proceso de acrecimiento o después de éste. El radio utilizado aquí es el argumentado de manera consistente por Greenberg et al. (1995) quienes, considerando la posibilidad de que los granos tuviesen una distribución razonable, concluyeron que $\alpha=0.15 \mu\text{m}$ representa razonablemente bien el tamaño medio. Por otro lado y con respecto al número de casos representados en las simulaciones, otros tamaños de núcleos podrían dar lugar a otras tasas de fractura. Esto es algo que sería necesario estudiar. El momento de inercia de un cuerpo crece con el radio del núcleo a la quinta potencia. Por otro lado, la sublimación y, por tanto, la fuerza no gravitacional crecen con el cuadrado del radio. Por ello y aunque el brazo de momento crezca con el radio, en un principio, es razonable pensar que el efecto

no-gravitacional en el movimiento de rotación de los núcleos cometarios es menor cuanto mayor es el radio, es decir, los núcleos más grandes se acelerarían menos que los más pequeños y sus velocidades de rotación evolucionarían más lentamente. Por otro lado, el radio crítico de ruptura crece como la raíz cuadrada del radio, por lo que sería necesario tener en cuenta cuáles son los períodos típicos de los núcleos con radios mayores para establecer cuál sería, de manera aproximada, la fracción de núcleos susceptibles de fracturarse. Este resultado favorece también el modelo de *rubble pile*. Según este modelo los núcleos estarían constituidos por bloques, más o menos grandes y más o menos compactos, débilmente ligados unos con otros. Estos núcleos, aunque los bloques internos tengan una alta tensión interna, se fracturarían más que los cuerpos homogéneos. Hay que decir que en estas simulaciones, no se ha incluido la fuerza de marea ejercida por el Sol y por los planetas cuando el núcleo pasa relativamente cerca de ellos. Como ya estableció Whipple (1950), esta fuerza de marea produciría tensiones que favorecerían la ruptura del núcleo.

5.5.1 Modos de rotación del Wirtanen

Como ya se ha repetido en varias ocasiones, Samarasinha et al. (1996) estudiaron la evolución del estado rotacional de un núcleo en la órbita del cometa Wirtanen. Las principales hipótesis del modelo utilizado por estos autores se describieron en el capítulo 2 y están resumidas en la tabla 5.1. A partir de sus simulaciones, estos autores concluyeron que es muy probable que el Wirtanen esté en un estado excitado y complejo de rotación que puede sufrir grandes cambios en cada paso orbital. A partir de nuestras simulaciones se puede concluir lo mismo sólo si el período inicial de rotación es el utilizado por Samarasinha et al. (1996) o valores suficientemente grandes. Si el período inicial es del orden de horas, es decir, el cuerpo rota con una velocidad relativamente grande y del orden del período determinado observacionalmente, las simulaciones realizadas muestran dos posibles casos. En el primer caso, el núcleo permanece rotando en modo simple alrededor del eje de mayor momento de inercia, aumentando su nivel de excitación en una escala de tiempo mucho mayor que la dada por la expresión del tiempo característico (ecuación 2.17 de la sección 2.6.1). Esto ocurre cuando la velocidad de rotación aumenta en los primeros pasos orbitales, lo que dificulta, lógicamente, la excitación. En el segundo caso, el cuerpo es frenado en los primeros pasos orbitales. Cuando ocurre esto el núcleo evoluciona muy rápidamente hacia su estado de máxima energía, alcanzado un modo LAM casi puro en pocos pasos orbitales. Es decir, ciertamente tiende a estar en el estado de máxima excitación para su momento angular pero su modo de rotación tiende a ser simple. En el estado de máxima energía, o cercano a él, lo que sí se obtienen son aceleraciones significativas de la velocidad de rotación en cada paso orbital, es decir, aumentos de la energía rotacional así como cambios en la orientación del eje de rotación. En el estado de mínima energía, aunque la tendencia general es disminuir el período de rotación, en determinados pasos orbitales, se pueden observar aumentos del período. Como se ha dicho, todas las simulaciones realizadas en este trabajo parten del estado de mínima energía. Los resultados de las simulaciones, teniendo en cuenta tanto las de una única órbita (en las que se tratan distintas orientaciones del eje de rotación) como las de largo término, muestran que partiendo del estado de mínima energía, la

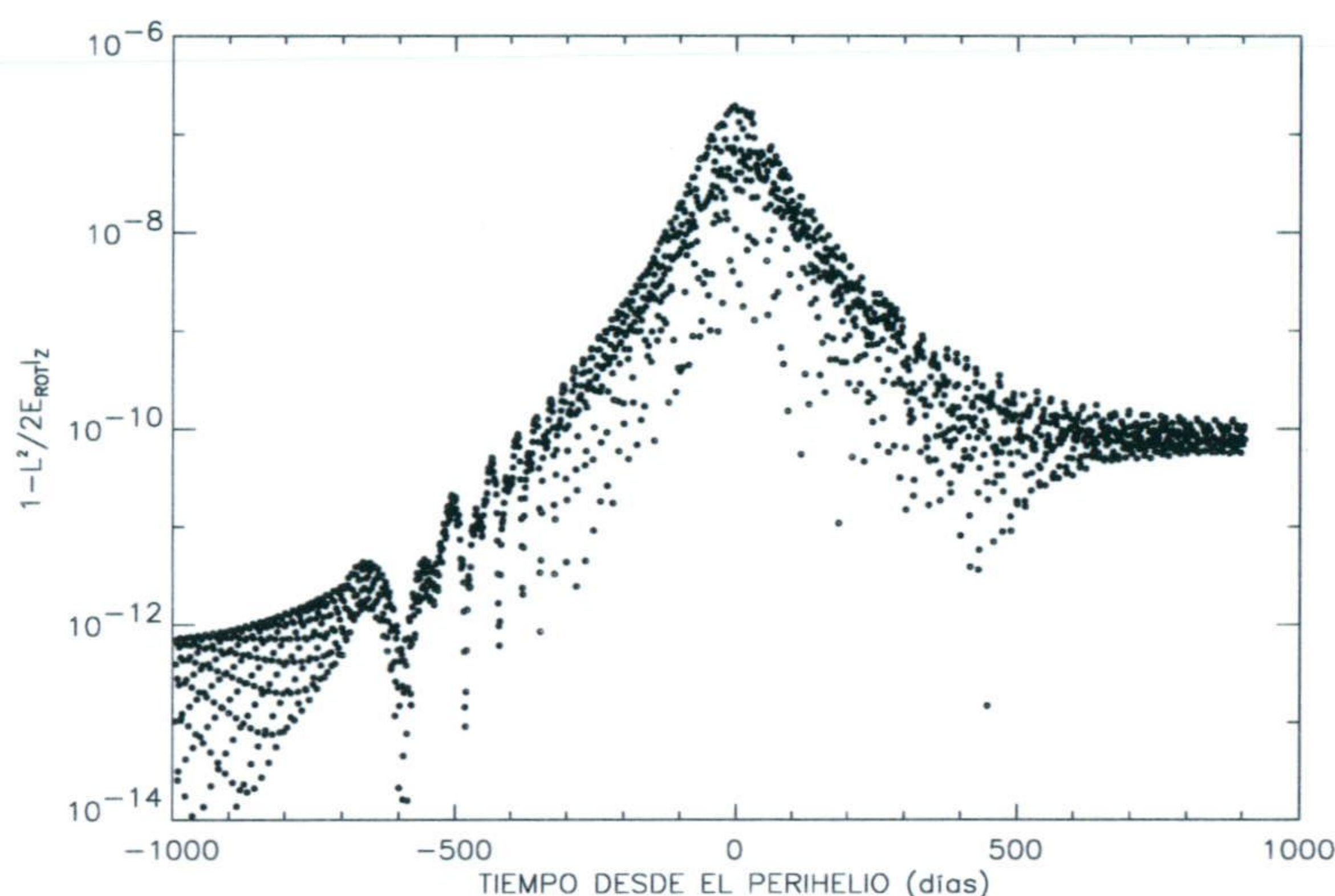


Fig. 5.28 Cambio en la excitación rotacional del objeto 1 uniformemente activo cuando $f=1.0$, $\alpha = 0$ y $\eta=1.0$. El período de rotación inicial es 6h. La orientación inicial $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$.

mitad de los núcleos, aproximadamente, evolucionan hacia el estado de máxima energía. Por otro lado, no se ha obtenido ningún caso en el que los núcleos que empiezan a rotar alrededor del eje de menor momento de inercia cambien su estado al de mínima energía para su momento angular. Este resultado sugiere que el estado más probable de rotación del Wirtanen es el de rotación simple, o muy cercano a la simple, alrededor del eje de menor momento de inercia en estado de máxima energía para su momento angular. Son de esperar cambios significativos del período de rotación y de la orientación del eje de rotación en cada paso orbital. Otra posibilidad, algo menos probable a partir de nuestras simulaciones, es que el núcleo esté rotando en modo simple en su estado de mínima energía. La rotación compleja, con grandes movimientos de precesión y nutación, aparece con muy poca probabilidad y, en cualquier caso, es una etapa de tránsito hacia el estado de máxima energía. Teniendo en cuenta lo anterior, es necesario observar sistemáticamente el cometa Wirtanen en los próximos pasos orbitales, desde distancias muy grandes tanto pre como post-perihelio para poder establecer, con certeza, cuál es su estado realmente y su evolución más probable.

5.6 Estudio de sensibilidad: efecto de distintos conjuntos de parámetros, de la difusión térmica y del tamaño del núcleo

Se han hecho simulaciones adicionales para establecer cuál es la validez de algunas de las aproximaciones utilizadas para obtener los resultados mostrados en las secciones anteriores. Adicionalmente, se han realizado otras simulaciones para ver el efecto del tamaño del núcleo en la evolución del estado rotacional. Los resultados de estas simulaciones adicionales se muestran

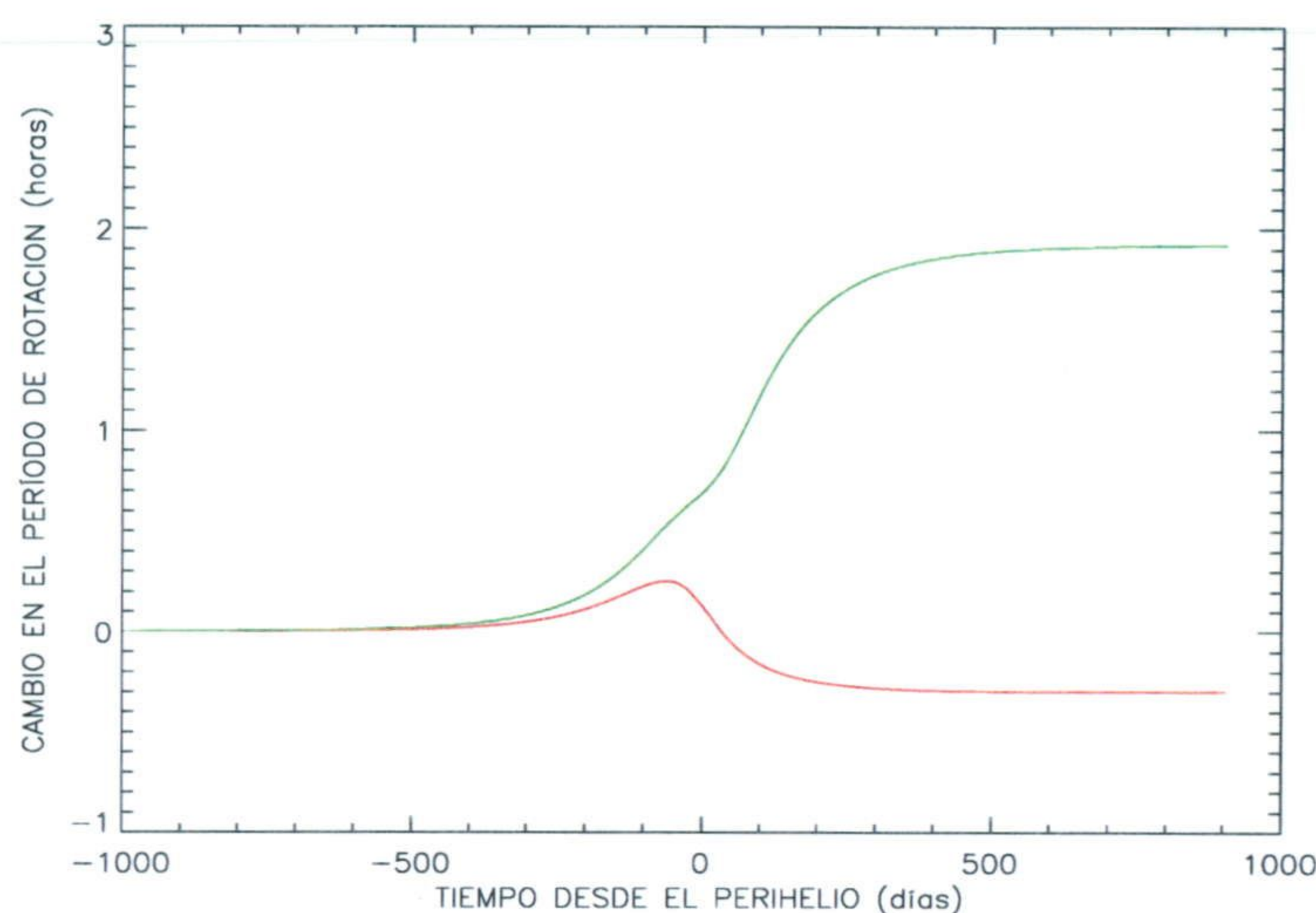


Fig. 5.29 Cambio en el período de rotación del objeto 1 uniformemente activo para dos conjuntos de parámetros involucrados en la ecuación de balance energético. La línea roja corresponde a $f=0.9$, $\alpha = 0.25$ y $\eta=0.5$. La línea verde a $f=1.0$, $\alpha = 0$ y $\eta=1.0$. El período de rotación inicial es 6h. La orientación inicial $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$.

en esta sección.

En primer lugar se ha estudiado la evolución durante un paso orbital considerando que el gas sale totalmente colimado, es decir, $\eta=1$, no se produce condensación, $\alpha=0$, y está constituido por hielo puro, $f = 1$. Esto produciría el momento máximo de la fuerza no-gravitacional cerca del perihelio. En un principio, y teniendo en cuenta los resultados obtenidos en el capítulo anterior, es de esperar que las diferencias se deban, esencialmente, al factor de colimación. En el capítulo anterior se vio que, con la condición de acoplamiento térmico total entre el polvo y el hielo, los factores que multiplican a la producción, prácticamente, no afectan el valor de ésta en el perihelio (donde se producen los cambios del estado de rotación más grandes), aunque sí cambian la temperatura de la superficie.

En la figura 5.28 se muestra el nivel de excitación, es decir, la cantidad $1-L^2/(2E_{rot}I_z)$, para el objeto irregular 1, uniformemente activo con $\eta=1$, $\alpha=0$ y $f = 1$, cuando su período de rotación inicial es 6 h y su orientación inicial es $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$. Esta figura es equivalente, para el nuevo conjunto de parámetros, a la figura 5.3. Se puede ver que, con el nuevo conjunto de parámetros y tras un paso orbital, el cuerpo permanece rotando, prácticamente, en su estado de mínima energía, como en el caso con el conjunto de parámetros nominal. Sin embargo aparece una diferencia importantísima. El período de rotación para el nuevo conjunto de parámetros aumenta en vez de disminuir como ocurría en el caso nominal. Esto se puede ver en la figura 5.29. Este objeto, en el caso nominal, permanecía durante las 10 órbitas de las simulaciones largas rotando alrededor del eje de mayor momento de inercia. La disminución del período que se produce para el nuevo conjunto de parámetros sugiere que, en estas circunstancias, este cuerpo evolucionaría rápidamente hacia el estado de máxima energía. Es decir, parece ser que

si el momento es mayor del simulado, la probabilidad de estar rotando alrededor del eje de mínimo momento de inercia es mayor. De manera similar, si el momento es menor, parece lógico pensar que lo que aumenta es la probabilidad de que el cuerpo permanezca en su estado de mínima energía si partió de él. Con la condición de que el polvo y el hielo estén acoplados térmicamente, la única posibilidad de que el núcleo esté sometido a un momento menor es que se produzca una gran condensación de las moléculas ya sublimadas sobre la superficie del núcleo. Esto produciría un valor efectivo del momento transferido algo menor que el 0.5 del flujo no colimado.

Como ejemplo del efecto de la inercia térmica se muestran las figuras 5.30 y 5.31. En la figura 5.30 se muestra el cambio en el período de rotación del objeto 1 uniformemente activo y cuando tiene la distribución de áreas activas B para dos valores del factor de Hertz, $h=0.18$ y $h=0.0018$. Los demás parámetros y condiciones iniciales son los del caso nominal. En la figura 5.31 se muestra la evolución del eje de rotación para los mismos casos anteriores. En esas gráficas se puede ver que el efecto de la inercia térmica en un paso orbital es significativo. Sin embargo, comparando con las figuras de la primera sección de este capítulo, es indistinguible del efecto que puede producir la forma geométrica o la orientación del eje de rotación. En consecuencia es lógico pensar que el haber incluido la inercia térmica en las simulaciones anteriores no cambiaría los resultados generales.

Con respecto al efecto del tamaño se muestran las figuras 5.32 y 5.33. En la primera de ellas se muestra el cambio en el período de rotación de tres núcleos uniformemente activos con radios de 1 km, 5 km y 10 km, para las condiciones del caso nominal. En la segunda figura (fig. 5.33) se muestra el cambio en la orientación del eje de rotación que sufren esos tres núcleos. En ambas figuras se puede ver que cuanto más grande es el núcleo menor es el efecto del momento no-gravitacional en la rotación. Este resultado sugiere que, sea cual sea el estado rotacional del núcleo, éste se mantiene durante mucho más tiempo cuanto más grande es el núcleo.

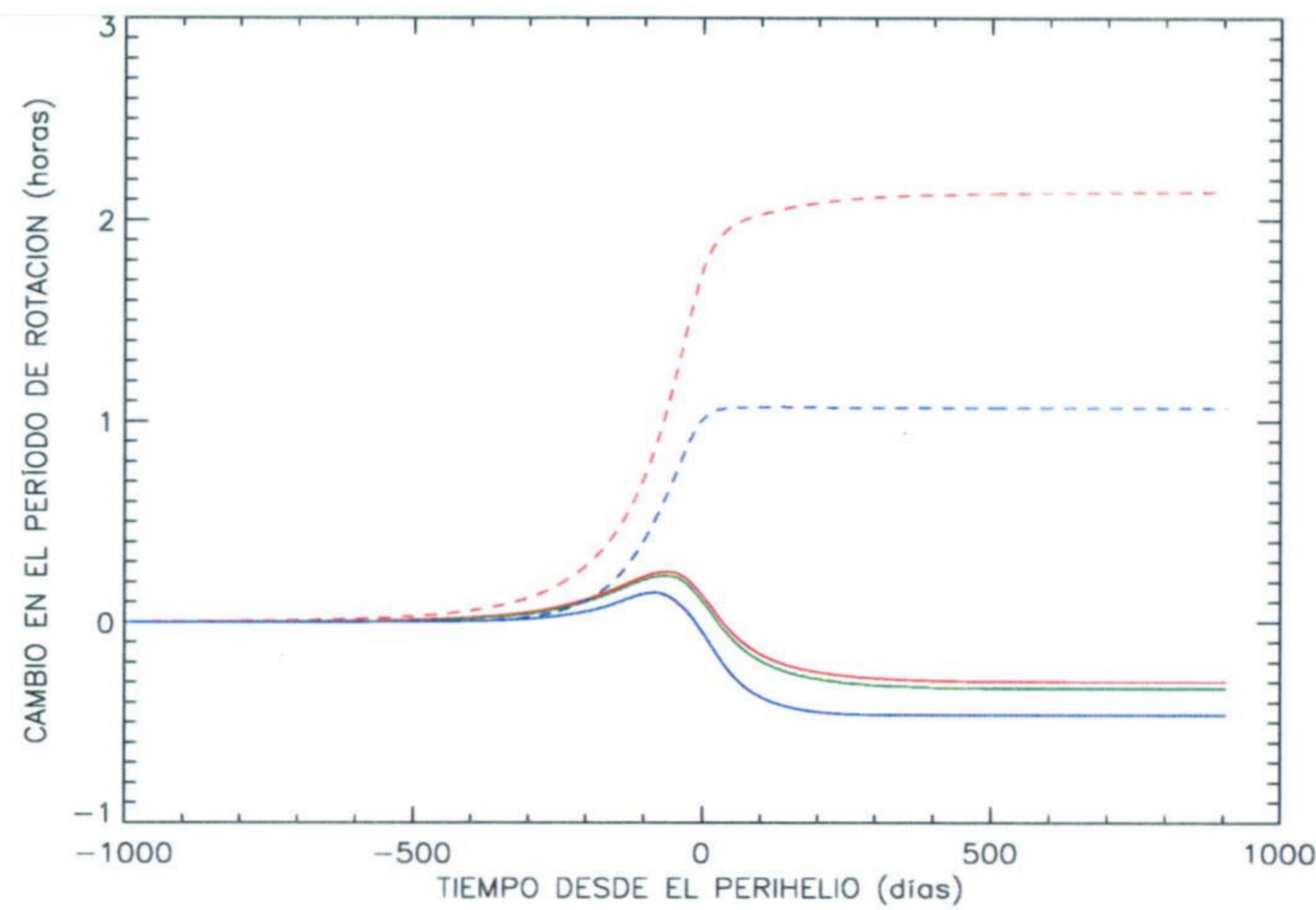


Fig. 5.30 Efecto de la inercia térmica en el período de rotación. En la figura se muestra el cambio en el período de rotación del objeto 1 uniformemente activo (líneas continuas) y con la distribución de áreas activas B (líneas discontinuas) cuando su período de rotación inicial es 6h y la orientación inicial $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$. La línea roja muestra el cambio en el período cuando el cuerpo no tiene inercia térmica, la línea verde cuando la inercia está caracterizada por un factor de Hertz de 0.0018 y la azul cuando el factor de Hertz es 0.18.

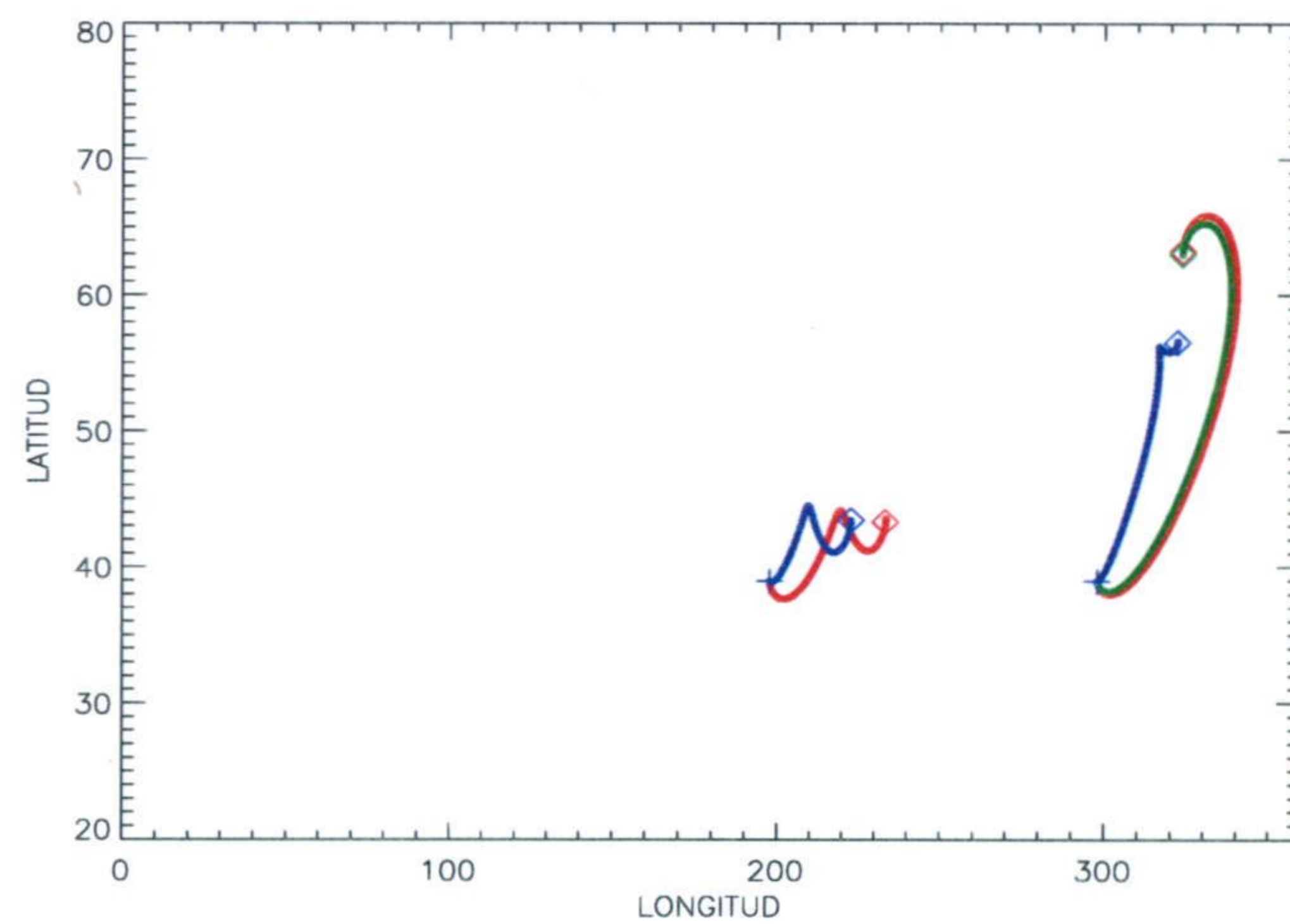


Fig. 5.31 Efecto de la inercia térmica en la orientación del eje de rotación. En la figura se representa la evolución de la orientación del eje de rotación del objeto 1 uniformemente activo (líneas de la derecha) y con la distribución de áreas activas B (líneas de la izquierda. Estas líneas están desplazadas 100° en longitud hacia la izquierda) cuando su período de rotación inicial es 6h y la orientación inicial $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$. La línea roja muestra la evolución del eje cuando el cuerpo no tiene inercia térmica, la línea verde cuando la inercia está caracterizada por un factor de Hertz de 0.0018 y la azul cuando el factor de Hertz es 0.18. El símbolo $+$ marca la orientación inicial y el \diamond la final.

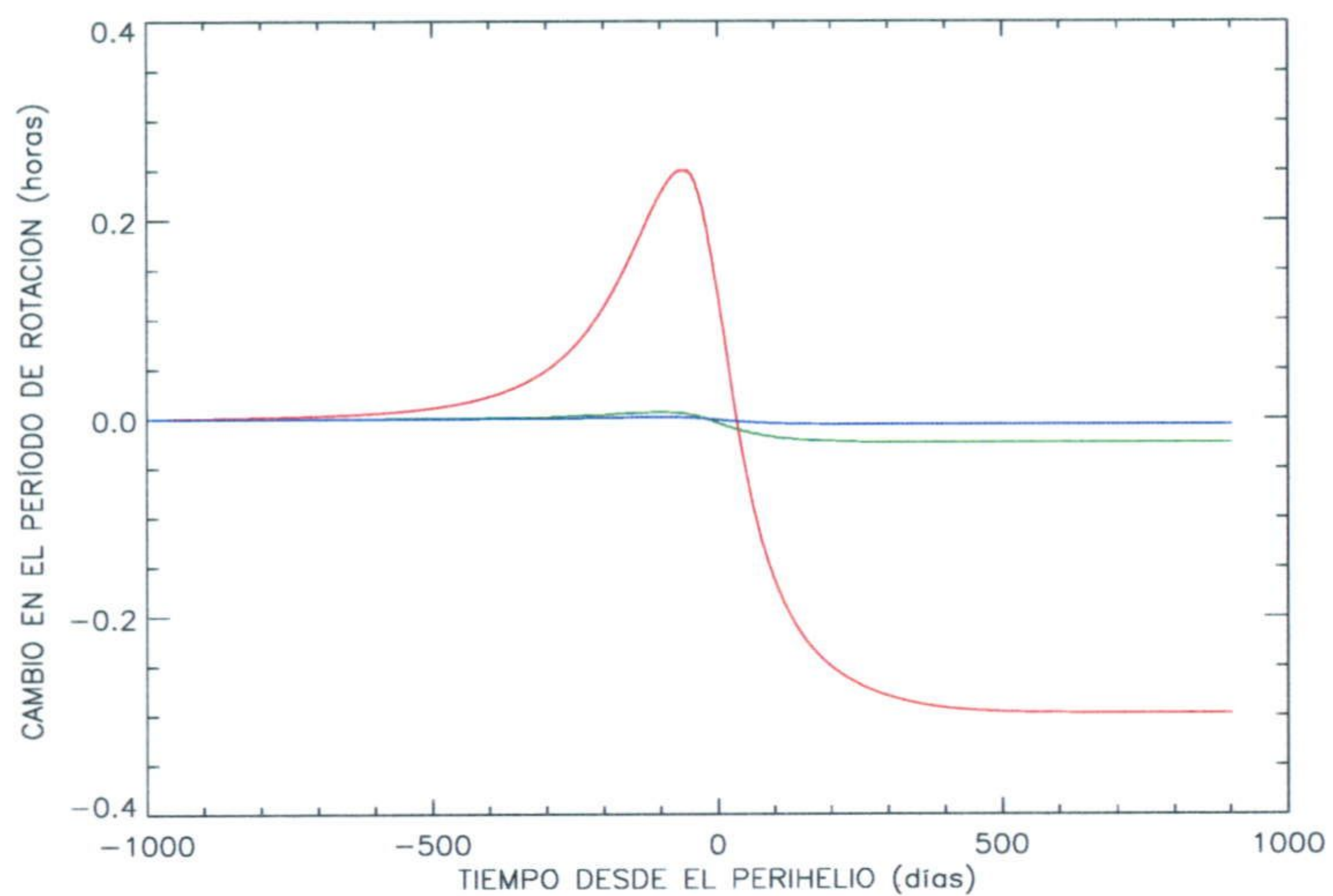


Fig. 5.32 Cambio en el período de rotación del objeto 1 uniformemente activo con tres radios diferentes. La línea roja corresponde a un radio de 1 km, la línea verde a un radio de 5 km y la línea azul a un radio de 10 km. El período de rotación inicial es 6h. La orientación inicial $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$.

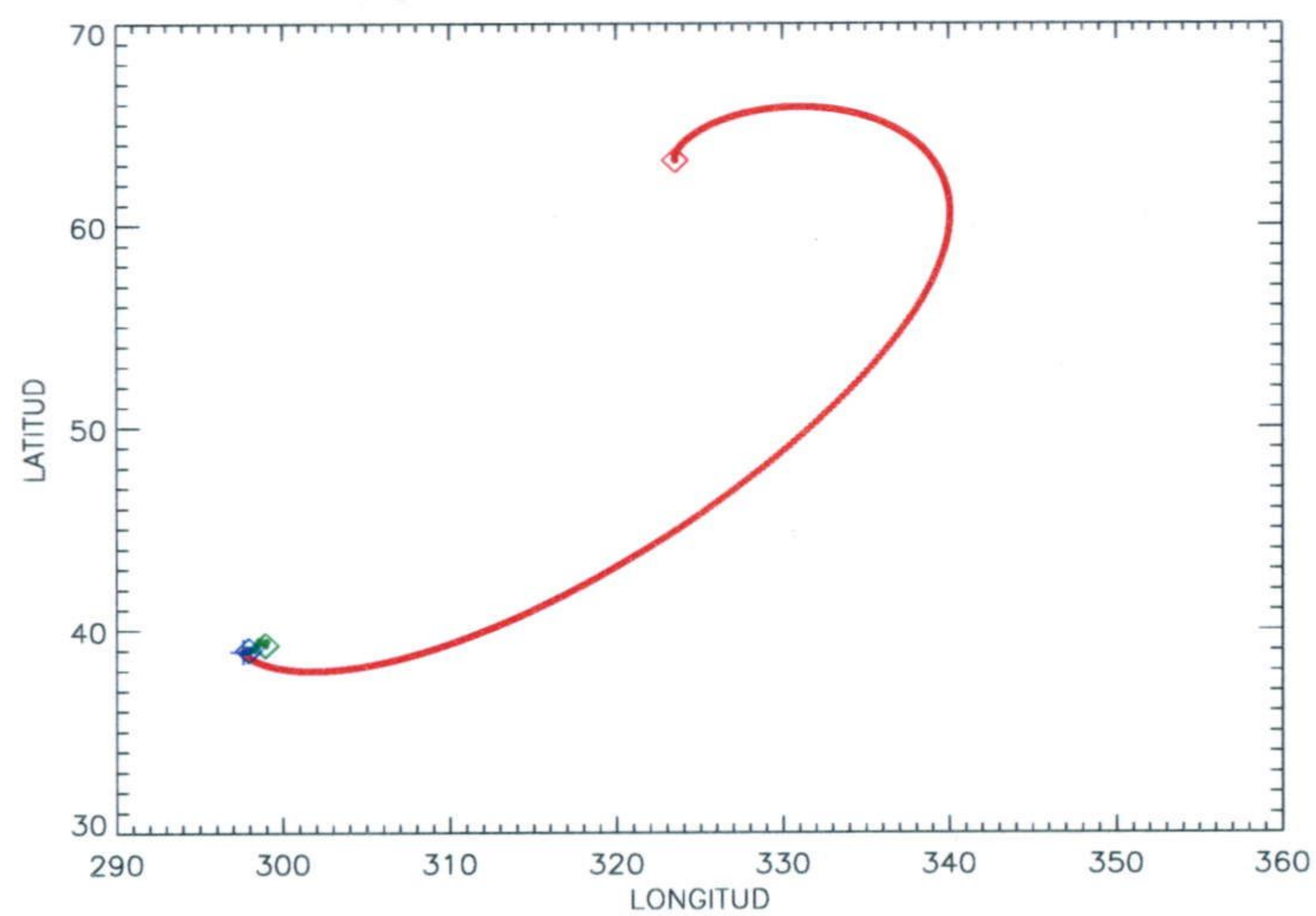


Fig. 5.33 Cambio en la orientación del eje de rotación del objeto 1 uniformemente activo con tres radios diferentes. La línea roja corresponde a un radio de 1 km, la línea verde a un radio de 5 km y la línea azul a un radio de 10 km. El período de rotación inicial es 6h. La orientación inicial $I=45^\circ$, $\Phi=60^\circ$.

Capítulo 6

Efectos no-gravitacionales en la dinámica orbital. Sugerencias para trabajos futuros.

6.1 Efectos no-gravitacionales en la dinámica orbital

Según la idea original de Bessel, el efecto de *retroceso* producido por la sublimación de los hielos podría ser la causa de los cambios en el período orbital que se observaban en, prácticamente, todos los cometas. Esta hipótesis se comprobó en el trabajo original de Whipple (1950). En este primer estudio, la inercia térmica y la rotación del núcleo fueron los dos elementos necesarios para explicar los cambios orbitales observados. Uno de los resultados de ese estudio es la correlación entre el sentido de giro del núcleo y el cambio en el período orbital. Si la rotación era directa, y como consecuencia de la inercia térmica, el período orbital aumenta. Si la rotación es inversa, el período orbital disminuye. El estudio teórico de Whipple ha tenido su continuación en varios trabajos, como los de Sekanina (por ejemplo 1979, etc.) y los de Rickman y Froeschlé (por ejemplo 1986, etc.). En todos los trabajos teóricos, se ha mostrado que la inercia térmica puede jugar un papel importante y, en consecuencia, el estudio del efecto de las fuerzas no-gravitacionales en la dinámica orbital debe incluir la difusión térmica en el balance energético en la superficie. Por otro lado, Samarasinha et al. (1996) mostraron, analíticamente, que la topografía rompe la correlación entre el sentido de rotación y el cambio en el período orbital. Este resultado también se puede obtener a partir de modelo de Sekanina. En el mismo sentido y como se vio en el capítulo 2, la forma irregular, o más concretamente, la topografía, puede enmascarar el efecto de la difusión térmica. Por un lado la topografía, o mejor dicho la pendiente local, puede dar lugar a que, incluso, la fuerza en el “punto subsolar” tenga una componente transversal, efecto que no sucede en un cuerpo esférico. Por otro lado, la topografía puede provocar que el desfase entre la dirección radial y la región de máxima sublimación cambie con la rotación del núcleo, lo que provocaría que las razones entre las componentes de la fuerza de retroceso sean fuertemente oscilantes.

Teniendo en cuenta lo anterior, una continuación del trabajo presentado en esta memoria sería comparar los efectos no-gravitacionales en el movimiento orbital que se producen cuando el cuerpo no tiene difusión térmica con los resultados que se obtendrían para distintos valores de la inercia térmica. Esto ya fue realizado por Rickman y Froeschlé (1983) para el caso de cuerpo esférico. La generalización que aquí se propone es utilizar cuerpos irregulares, con distintos tamaños y distintas distribuciones de zonas activas. Se podría así establecer el efecto real de

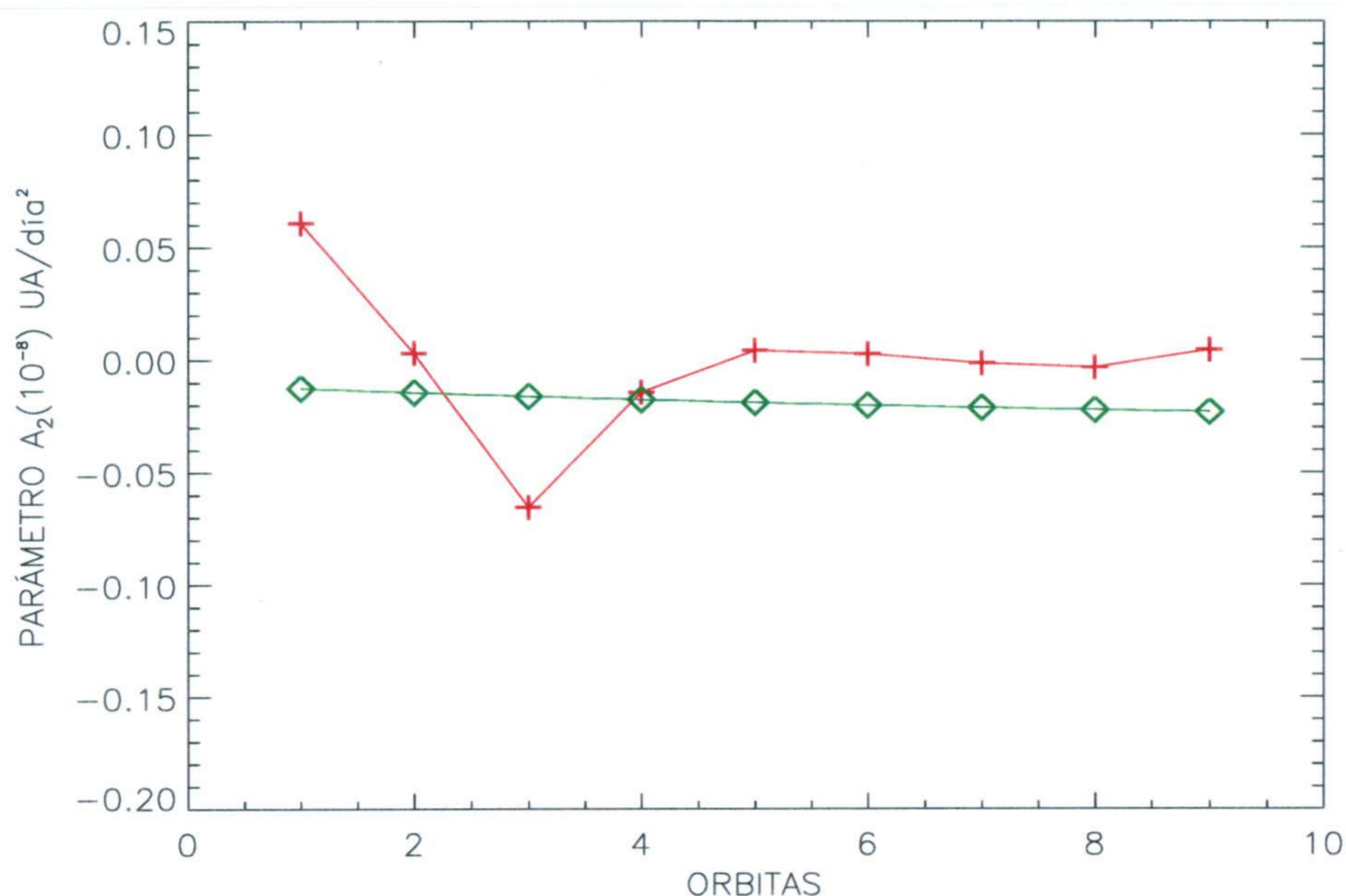


Fig. 6.1 Variaciones orbitales del parámetro gravitacional A_2 para 2 núcleos diferentes. La línea y símbolos rojos corresponden a la simulación #1 del capítulo anterior en la que el núcleo es el cuerpo irregular 1 y el período de rotación inicial es 6h. La línea y símbolos verdes corresponden a la simulación #9 que corresponde al objeto irregular 1 con la distribución de zonas activas D de la figura 4.27. El período inicial, igual que en el caso anterior, es 6 h.

la inercia térmica en la dinámica orbital y, sobre todo, en las asimetrías. En las simulaciones realizadas para obtener los resultados mostrados en el capítulo anterior no se incluyó el efecto de la inercia térmica, por lo que las conclusiones que se podrían obtener sobre el efecto de la forma irregular en, por ejemplo, la relación que existe entre la asimetría y los parámetros no gravitacionales podrían estar condicionadas. Esto se hace evidente si comparamos la asimetría medida en las curvas de luz de los núcleos simulados en el capítulo anterior con las asimetrías mostradas en el trabajo de Festou et al. (1990). Se ha comprobado que las curvas de luz correspondientes a las simulaciones del capítulo anterior, sin incluir inercia térmica, tienen una asimetría, E , con una distribución muy centrada en el cero y con valores absolutos menores que los mostrados en Festou et al. (1990) (dados en la figura 2.2). Esto nos impide utilizar los resultados obtenidos en las simulaciones del capítulo anterior para establecer conclusiones fiables, al menos en lo que respecta a la asimetría de la curva de luz y a su relación con los parámetros no-gravitacionales. Dentro de esta línea de trabajo sería interesante estudiar bajo qué condiciones se da la relación lineal entre el parámetro de asimetría y el cambio normalizado en el período orbital y si, efectivamente, la pendiente de la relación es proporcional a la fracción de área activa del núcleo (ver Rickman et al. (1991)).

Lo que sí se ha hecho con los resultados del capítulo anterior, como comprobación del orden de magnitud del efecto no-gravitacional, es ver, aún sin incluir difusión térmica, si los parámetros no-gravitacionales que se derivan del cambio en el período orbital son del mismo orden que los mostrados en el trabajo de Marsden et al. (1973) y en el de Sekanina (1993). Como la ley de fuerzas de Marsden (ecuación 2.11) es simétrica alrededor del perihelio, se puede ver, considerando la ecuación (2.2), que el cambio en el período orbital, ΔP , verifica

$$\Delta P = A_2 6\pi \sqrt{1 - e^2} n^{-2} \int_0^P \frac{g(r)}{r} dt \quad (6.1)$$

donde e es la excentricidad de la órbita, n es el movimiento medio, P es el período orbital, g es la función de fuerza del modelo estándar (ecuación 2.11) y r es la distancia heliocéntrica. Para calcular el parámetro gravitacional estándar A_2 que se estimaría a partir de los resultados de las simulaciones del capítulo anterior, se ha calculado el cambio en el período orbital, ΔP , que se produce en cada recorrido orbital de la simulación. Con ese ΔP y la ecuación anterior se ha obtenido el parámetro A_2 . En la figura 6.1 se muestra la evolución con los pasos orbitales para dos de las simulaciones, la #1 y la #9. Esta figura puede compararse con la figura 2.1 del capítulo 2 y se puede ver que los valores del parámetro A_2 obtenidos en las simulaciones son razonables y están dentro de los determinados observacionalmente. El parámetro A_2 obtenido en las otras simulaciones también está dentro del intervalo $[-0.1, 0.1] \cdot 10^{-8}$ UA/día². En la figura 2.1 del capítulo 2 se puede ver que algunos de los cometas, como el Giacobini-Zinner, el Finlay y el Kopf, muestran lo que se ha llamado un comportamiento anómalo. El parámetro estándar de Marsden A_2 de estos cometas presenta fuertes variaciones en cada paso orbital. Por contra, otros cometas presentan un comportamiento suave, con una variación lenta del parámetro A_2 . Según Sekanina (1993) estos cambios se deben a una redistribución del momento transferido como consecuencia de la activación de nuevas zonas de emisión, es decir, a la aparición o iluminación de nuevas zonas activas. Froeschlé y Rickman (1986) argumentaron que algunos de los cambios bruscos en el parámetro A_2 podrían deberse a cambios que se produjesen en la distancia al perihelio ya que ese parámetro era muy sensible al valor de esa distancia. En la figura correspondiente a nuestras simulaciones (figura 6.1) se muestran dos comportamientos diferentes. Uno con cambios relativamente grandes en los primeros pasos orbitales, lo que podría identificarse con un comportamiento anómalo, y otro con una progresión suave. Ambos son ejemplos de los parámetros obtenidos en las demás simulaciones. La mayoría de las simulaciones muestran un comportamiento suave y sólo algunas muestran un comportamiento anómalo. Hay que tener en cuenta que en las simulaciones realizadas la activación-desactivación de las zonas activas se produce únicamente por el recorrido del punto subsolar pero no se incluyen fenómenos de cambio de las propiedades superficiales. Por otro lado, en todas las simulaciones, la distancia al perihelio cambia muy poco, menos de 10^{-5} UA. De manera sorprendente, lo que se ha observado es que ninguna de las simulaciones realizadas con *zonas activas* muestra el llamado comportamiento anómalo. Todas las simulaciones con zonas activas, aunque cambien las condiciones de iluminación, tienen un comportamiento suave. Los cambios bruscos del parámetro A_2 sólo aparecen en algunas simulaciones en las que el núcleo es uniformemente activo. Esto no quiere decir que el comportamiento anómalo se debe a que los núcleos que

lo presentan son uniformemente activos. Estos resultados preliminares parecen sugerir que el comportamiento anómalo aparece como algo normal en núcleos uniformemente activos o con una alta fracción de área activa. Sería necesario comprobar este resultado extendiendo el número de simulaciones y de condiciones iniciales.

6.2 Otros trabajos futuros

Además del estudio mencionado anteriormente, con el modelo descrito en esta memoria se pueden abordar otros estudios.

En primer lugar hay que mencionar que sería necesario mejorar el estudio en el que se ha comprobado la validez de la aproximación del punto subsolar para estimar la fracción de área activa. Sería necesario realizar un mayor número de simulaciones, considerando una distribución de orientaciones del eje de rotación y de períodos de rotación para confirmar los resultados obtenidos.

En relación a las fuerzas no-gravitacionales y la dinámica orbital, se puede utilizar el código desarrollado para estudiar la fiabilidad del modelo de Marsden para estimar la densidad de los núcleos cometarios. De la misma manera se pueden comparar los resultados con los obtenidos mediante el modelo asimétrico de Yeomans y Chodas (1989) para establecer qué modelo no-gravitacional permite estimar con mayor fiabilidad las propiedades del núcleo. Relacionado también con las fuerzas no-gravitacionales sería necesario evaluar la influencia del efecto Yarkovsky, es decir, la fuerza neta derivada de las diferencias de temperatura en la superficie, en el movimiento orbital. Los estudios realizados hasta la fecha encuentran que este efecto es significativo en cuerpos con un tamaño del orden de los metros y en un principio es de esperar que este efecto sea muy pequeño en cuerpos con un tamaño del orden de los kilómetros. Sin embargo, en el cálculo de la temperatura superficial se ha visto que puede existir una gran diferencia de temperatura entre los hemisferios de invierno y de verano. Esta diferencia de temperatura puede dar lugar a efectos no-gravitacionales significativos en escalas de tiempo muy grandes.

Desde un punto de vista práctico sería interesante utilizar el código desarrollado, acoplado con un modelo fotoquímico de la coma, para estudiar la detectabilidad de estados excitados de rotación. Como ya se ha mencionado, no existe ningún cometa, salvo el caso del Halley, para el que existan evidencias claras de que su rotación es compleja. Muchos autores, como se describió en el capítulo 2, afirman que esto puede deberse a la calidad de las observaciones. El estudio que aquí se propone es realizar un conjunto de simulaciones con distintos estados iniciales de rotación compleja (distintos niveles de la cantidad $1-L^2/(2E_{\text{rot}}I_z)$), distintos núcleos y distintas distribuciones de zonas activas, para generar las respectivas curvas de luz, teniendo en cuenta los procesos fotoquímicos y el tamaño finito del diafragma usado en fotometría. Con las curvas de luz generadas y utilizando distintos procedimientos para analizar la frecuencia de oscilación de la curva de luz (Fourier, Lomb y los descritos en Belton, 1991), se puede establecer qué frecuencia o frecuencias se detectarían observacionalmente, cuál es la relación de estas frecuencias con el estado de rotación del núcleo y cuáles deberían ser las condiciones de observación (razón señal/ruido, muestreo de la curva de luz, etc.) para detectar estados de

rotación complejos.

Otro estudio, lo que sería una ampliación del estudio realizado en el capítulo 5, sería incluir la posibilidad de que la superficie del núcleo se erosione con la sublimación, como fue incluido, por ejemplo, en Enzian et al.(1997). Además de establecer de manera mucho más fiable la posible evolución del estado rotacional de los núcleos cometarios, realizando simulaciones de largo término, y partiendo de distintas formas geométricas iniciales, se podría establecer si existe una distribución de las formas finales del núcleo. Como han señalado Jewitt y Luu (1989), parece ser que la forma de los núcleos es elongada (prolata) con una razón de ejes muy grande. Sería interesante establecer si esta forma elongada es *original* o es consecuencia de la evolución de los núcleos.

Por otro lado, pero relacionado con la rotación, también sería interesante estudiar la evolución de núcleos estructuralmente diferentes. Es decir, simulando la evolución de núcleos que representasen los distintos modelos nucleares descritos en el capítulo 1, se podrían establecer límites a la tasa de ruptura debida a la rotación y una posible relación límite entre la densidad y la tensión interna del núcleo, para cada uno de los modelos.

En otro orden de cosas, sería necesario incluir la presencia de distintos volátiles en el núcleo y ver cómo evoluciona, durante varios períodos orbitales, el frente de sublimación de estos volátiles en cuerpos irregulares. Este estudio permitiría establecer si las diferencias en la pendiente de los distintos compuestos se debe a su distribución en el propio núcleo o se debe a procesos físico-químicos en la coma.

Por lo que respecta a los procesos físicos incluidos en el balance energético de la superficie, sería necesario acoplar el presente modelo con un modelo hidrodinámico de la coma (como el de Crifó y Rodionov, 1999) y con un modelo de dispersión múltiple de la luz en la coma (como el de Salo, 1988). Con los resultados obtenidos se podrían generar imágenes sintéticas CCD realistas que podrían compararse con las observaciones. Esto nos permitiría establecer qué fenómenos observados (chorros, abanicos, etc.) se deben a la heterogeneidad superficial (zonas activas) y cuáles a la topografía y a la geometría de la observación. En el mismo orden, si en el modelo hidrodinámico se incluyen reacciones químicas y fotoquímicas, el código desarrollado se podría utilizar para extraer información de imágenes CCD de alta resolución y de mapas interferométricos.

En otros campos de estudio, el modelo desarrollado puede utilizarse para realizar estudios tanto sistemáticos como concretos sobre asteroides en el intervalo de frecuencias del visible. Desde un punto de vista práctico, y según el modelo utilizado, un asteroide sería un cometa con la fracción de área de hielo $f=0$ en toda la superficie. Incluyendo una función de reflectancia bidireccional realista dependiente de las características superficiales del cuerpo, como la Lumme y Bowell (1981), el modelo desarrollado se puede utilizar para extraer información a partir de observaciones de asteroides.

Capítulo 7

Resumen de los resultados y conclusiones.

Con el modelo presentado en esta memoria se puede calcular la tasa de producción de agua y la temperatura superficial de núcleos cometarios irregulares con una superficie heterogénea para cualquier conjunto de parámetros orbitales y de rotación. En el modelo desarrollado también se incluyen los efectos no-gravitacionales producidos por la sublimación del hielo. Este hecho permite estudiar la evolución rotacional y orbital de los núcleos debida a la fuerza de retroceso producida por la sublimación. Las principales hipótesis del modelo propuesto se presentaron en el capítulo 3. Puesto que el código desarrollado puede trabajar con formas totalmente irregulares, el presente modelo constituye una nueva herramienta para analizar los datos obtenidos con los instrumentos de las misiones espaciales futuras.

En esta memoria, el modelo se ha utilizado para estudiar el efecto de la forma geométrica, de las zonas activas y de las distribuciones de albedo y de fracción local de hielo en la tasa de producción de agua. Para ello se han utilizado distintas formas irregulares y distintas distribuciones de zonas activas, de albedo y de fracción local de área ocupada por hielo, generadas aleatoriamente utilizando como base matemática las formas gaussianas aleatorias. Los resultados se han mostrado en el capítulo 4. También se ha estudiado el efecto de la fuerza de reacción producida por la sublimación en el movimiento de rotación de cuerpos pequeños irregulares, con radio medio 1 km, con el objetivo de establecer cuál es el estado de rotación más probable del cometa Wirtanen, objetivo principal de la misión espacial Rosetta. Los principales resultados de este estudio se han presentado en el capítulo 5 de esta memoria.

Las simulaciones que se centraron en estimar la tasa de producción de agua de distintos cuerpos irregulares y compararla con la tasa de producción de la esfera, nos permiten concluir que, en general, los cuerpos irregulares producen más cantidad de agua que la esfera de igual radio y también que la esfera de igual área durante la mayor parte del recorrido orbital. En nuestras simulaciones se han obtenido aumentos de la producción de hasta un factor 2 y 3 para algunas circunstancias concretas. Hay que decir que algunos cuerpos irregulares, para algunas orientaciones del eje de rotación o en algunas regiones de su recorrido orbital pueden tener una producción de agua menor que la de la esfera de igual área y, por tanto, que la de igual radio. Las principales diferencias en la producción entre los cuerpos irregulares y los cuerpos esféricos aparecen entre 2.5 y 5 UA. A partir de las simulaciones realizadas se puede concluir que las diferencias en el área total no son el factor dominante para explicar las diferencias

en la producción. Por un lado, todos los objetos irregulares tiene un área similar y producen cantidades de agua muy diferentes. Por otro, las curvas de producción por unidad de área muestran diferencias muy similares a las curvas de producción total. En general, se ha obtenido que cerca del perihelio es la sección transversal la que controla la producción total del cuerpo. A grandes distancias heliocéntricas, y para las simulaciones realizadas, la producción total es controlada por la fracción de área iluminada perpendicularmente (lo que se puede representar por el cociente entre la sección transversal y el área iluminada) y por el área de la región que es iluminada de forma permanente de acuerdo a la orientación del eje de rotación. En las simulaciones realizadas, el autocalentamiento juega sólo un papel pequeño comparado con los otros dos factores.

Con respecto al área en la que se produce la sublimación, se ha obtenido que en los cuerpos irregulares, aún en el caso más desfavorable, es decir, orientación del eje de rotación perpendicular al plano orbital y una alta inercia térmica, la producción de gas siempre procede del lado iluminado. En general, y considerando todas las orientaciones del eje del rotación, se ha obtenido que, a grandes distancias heliocéntricas, el 90% de la producción procede de un área inferior al 20 % de la superficie total del cuerpo. En el perihelio, el 90 % de la producción procede de un área que cubre alrededor del 30% de la superficie total. Estos resultados sugieren que es necesario estimar de manera muy precisa la producción total para poder estimar la fracción de área de la que procede el gas sublimado. Por otro lado, los patrones de producción y de temperatura obtenidos en las simulaciones muestran la presencia de zonas fuertemente localizadas y aisladas de las que procede un alto porcentaje de la producción. Estas zonas de producción, debidas a la topografía de los objetos irregulares, pueden desempeñar un papel similar al de las "zonas activas", las cuales se cree que se deben a heterogeneidades superficiales.

Se ha obtenido que la forma irregular a gran escala (esencialmente la elongación del objeto) puede dar lugar a que la curva de luz sea asimétrica alrededor del perihelio. Esta asimetría se origina por el cambio en la sección transversal que se produce en objetos elongados rotando alrededor de un eje principal de inercia que tiene cierta inclinación hacia el plano orbital. Como tendencia general se ha observado que cuanto más asimétrico y más grande es el cambio en la sección transversal alrededor del perihelio, mayor es la asimetría en la curva de luz. Por otro lado, las irregularidades de pequeña escala, actúan en el sentido contrario: la topografía tiende a disminuir la asimetría de la curva de luz alrededor del perihelio.

Con respecto a los efectos en la producción cuando la superficie es heterogénea, pero uniformemente activa, las distribuciones de albedo y fracción de área activa consideradas en este estudio producen efectos similares independientemente de la forma geométrica. Como es de esperar, la tasa de producción de agua de un núcleo con distribuciones de albedo y de fracción local de área ocupada por hielo es igual a la tasa de producción de un núcleo homogéneo con el albedo medio o la fracción local de hielo media que caracterizan las distribuciones. A partir de las simulaciones de núcleos con polvo en la superficie, $f \neq 1$, se ha encontrado que un núcleo con polvo produce una cantidad de gas similar al núcleo sin polvo en el perihelio. A grandes distancias heliocéntricas la producción del núcleo con polvo, para algunas orientaciones, puede ser mayor que la del núcleo de hielo si en el núcleo con polvo, los dos componentes, hielo y polvo, están acoplados térmicamente. La razón es que el polvo produce que la inercia térmica

del núcleo heterogéneo sea menor que la del núcleo de hielo puro. Este cambio, junto con el acoplamiento térmico de los dos componentes, produce que la temperatura del núcleo heterogéneo sea mayor que la del núcleo de hielo puro. Esta diferencia de temperatura da lugar a que en el perihelio ambos núcleos produzcan cantidades similares y que a grandes distancias heliocéntricas, para los casos en los que la inercia térmica tiene una gran influencia, el núcleo heterogéneo pueda ser más productivo que el puro. Hay que decir que los resultados obtenidos dependen de la parametrización utilizada para describir la inercia térmica en función de las cantidades de hielo y polvo. Sería necesario investigar en el laboratorio la validez de la hipótesis de acoplamiento térmico entre los dos componentes y cuál es la representación más adecuada de la inercia térmica de una mezcla de hielo y polvo para poder mejorar los modelos termofísicos cometarios. En cualquier caso, y como consecuencia de que, según este modelo, núcleos con propiedades superficiales diferentes producen la misma cantidad de gas en el perihelio se hace evidente que la producción de agua no es un identificador unívoco de las características superficiales del núcleo. En este sentido, es mucho mejor identificador la temperatura.

Se ha comparado la producción de los distintos cuerpos tridimensionales con dos de las aproximaciones más utilizadas en la literatura especializada: la llamada aproximación *del rotador rápido* y la que hemos definido como *del punto subsolar*. La primera de ellas subestima la producción, en algunos casos, entre 3 y 4 órdenes de magnitud a grandes distancias heliocéntricas. La segunda aproximación, por contra, sobreestima la producción a grandes distancias heliocéntricas en una cantidad variable, pudiendo ser 2 órdenes de magnitud superior a la real para inclinaciones intermedias del eje de rotación. Cerca del perihelio, ambas aproximaciones son razonables para estimar la tasa de producción de objetos uniformemente activos, estando el error entre el 20 % y el 30 % de la producción real.

A partir de las simulaciones considerando la presencia de "zonas activas" en la superficie, se ha comprobado que la aproximación del rotador rápido tiende a sobrestimar considerablemente la fracción de área activa presente en el núcleo. Por contra, la aproximación del punto subsolar tiende a subestimar la fracción de área activa salvo en la región cerca del perihelio. En esta zona orbital, en todas las simulaciones realizadas, la aproximación del punto subsolar tiende a sobrestimar ligeramente la fracción activa. Hay que decir que este resultado no se puede generalizar totalmente. Sería necesario un mayor número de simulaciones para confirmar este último resultado. Los resultados obtenidos sugieren que la fracción de área activa de un núcleo cometario se puede estimar de forma aproximada a partir de la producción en el perihelio utilizando la aproximación del punto subsolar. En las simulaciones realizadas se ha visto que, lógicamente, el error en la fracción activa estimada a partir de la producción en el perihelio es menor cuanto mayor es la fracción de área activa. Hay que decir que siempre puede haber casos particulares que no permiten estimar la fracción activa mediante ninguna aproximación.

Como ya se ha mencionado, en el capítulo 5 se ha estudiado el efecto del momento de la fuerza de reacción debida a la sublimación del hielo en el movimiento de rotación de cuerpos irregulares pequeños. Las simulaciones realizadas muestran que en cada paso orbital, el momento de la fuerza produce un cambio importante en el período de rotación y en la orientación del eje de rotación. Si el estado de rotación inicial es el de mínima energía y el período de rotación es del orden de las horas, se pueden producir tanto aceleraciones como frenados. En las simulaciones

realizadas, la aceleración y el frenado han resultado ser igualmente probables. Generalmente, el frenado del cuerpo favorece la excitación del estado rotacional. Si el cuerpo es frenado en sucesivos pasos orbitales, en un principio pasa a rotar en un estado excitado y finalmente rota alrededor del eje de mínimo momento de inercia, en estado de máxima energía para su momento angular. Por contra, si lo que se producen son aceleraciones, el cuerpo permanece rotando en su estado de mínima energía durante muchos pasos orbitales, con pequeñas excitaciones en cada paso orbital. Esto implica que la escala de tiempo para que el cuerpo pasase a rotar en estado complejo puede ser mucho mayor que la estimada con la expresión simple $\tau = \frac{\omega}{\dot{\omega}} \sim \frac{L}{dL/dt}$ vista en el capítulo 2. Estos resultados se obtienen independientemente de la heterogeneidad superficial del núcleo, es decir, independientemente de la localización del área activa y de la fracción de área activa. En todas las simulaciones en las que se ha alcanzado el estado de máxima energía, ninguno de los núcleos ha sufrido una desaceleración que lo pudiese llevar a otro estado energético.

Se ha comprobado que el período de rotación de los cuerpos pequeños, rotando en modo simple o cercano al simple, aumenta con el tiempo, t , siguiendo una ley hiperbólica del tipo, $1/(a+bt)$, siempre y cuando se pueda mantener la aproximación de sólido rígido para representar el núcleo. Haciendo uso de las funciones de ajuste del período de rotación para cada simulación realizada, se ha encontrado que la tasa de fractura de los núcleos pequeños es mucho menor que la determinada observacionalmente. Se ha comprobado que el efecto no-gravitacional en el movimiento de rotación es mucho menor cuanto mayor es el tamaño del cuerpo. Esto implica que el hecho de incluir en el estudio objetos de tamaño mayor produciría un aumento de las diferencias entre la tasa estimada y la determinada observacionalmente. Este resultado sugiere que si el núcleo, considerado como cuerpo compacto más o menos homogéneo, se ha formado por acrecimiento de partículas de tamaño submicrométrico, el valor de 500 kg/m^3 puede ser un límite superior para la densidad. Este resultado también favorece el modelo de *rubble-pile*, según el cual el núcleo estaría constituido por grandes bloques con cierta compactación interna pero débilmente ligados unos con otros. Estos núcleos, aunque podrían tener una alta densidad media y, por tanto, una alta tensión interna media, se fracturarían más que los sólidos rígidos compactos. Hay que decir que en las simulaciones no se ha incluido el efecto de las fuerzas de marea de los planetas y del Sol. Este efecto aumentaría la tasa de fractura estimada teóricamente.

Por otro lado, teniendo en cuenta las simulaciones que comenzaban con un período de rotación del orden de días, se ha obtenido que los cuerpos pequeños rotando muy lentamente evolucionan rápidamente hacia un estado complejo de rotación. Este estado de rotación se puede mantener durante bastantes pasos orbitales, aunque se producen cambios significativos en cada paso orbital.

Los resultados obtenidos en las simulaciones de la rotación sugieren que el modo más probable de rotación de un cometa como el Wirtanen, que es un cuerpo pequeño totalmente activo o muy activo y rotando con un período del orden de horas, es el de rotación simple, o muy cercana a la simple, en modo de máxima energía para su momento angular. Dada su alta velocidad de rotación actual resulta poco probable que el Wirtanen se encuentre en estado complejo de rotación.

Apéndice A

Ecuaciones de Euler en el convenio ZXY.

Como ya se mencionó en el capítulo 3, las ecuaciones de Euler en función de los ángulos del convenio ZXZ, es decir, las ecuaciones 3.44, presentan una singularidad para $\sin(\theta) = 0$. Esta discontinuidad constituye un problema a la hora de resolver las ecuaciones de Euler de manera continua durante un gran número de rotaciones en las que los ángulos de Euler pueden cambiar. Para solventar este problema, como ya se ha mencionado, el código desarrollado comprueba si el ángulo θ de Euler en el convenio ZXZ se encuentra cerca de su discontinuidad. Si eso ocurre, el código transforma los valores de las velocidades y de los ángulos en el convenio ZXZ a otro convenio que no presenta singularidad cerca del valor de esos ángulos originales de Euler. El nuevo convenio elegido es el que hemos llamado ZXY. Este convenio no presenta singularidad para $\sin(\theta) = 0$, pero su solución es divergente para $\cos(\theta) = 0$. Cuando la solución en el nuevo convenio se acerca a su singularidad, el código vuelve a resolver las ecuaciones en el convenio ZXZ.

En este apéndice se dan las ecuaciones de Euler en el convenio ZXY, en total equivalencia a las ecuaciones de Euler 3.44, y las ecuaciones de transformación entre los ángulos y velocidades de los dos convenios.

Como se mencionó en el capítulo 3, los ángulos de Euler en el convenio ZXY vienen definidos por tres rotaciones de las cuales las dos primeras son idénticas a las del convenio ZXZ. Es decir, la primera rotación que define el nuevo convenio es un ángulo ϕ_y en sentido antihorario alrededor del eje Z del sistema fijo en el espacio (el subíndice y señala que el ángulo es en el convenio ZXY). Esta rotación nos define un sistema intermedio $\xi\eta\zeta$. En la segunda rotación, como en el convenio ZXZ, se hace rotar el sistema $\xi\eta\zeta$ un ángulo θ_y en sentido antihorario alrededor del eje ξ , lo que da lugar a otro sistema intermedio $\xi'\eta'\zeta'$. El tercer movimiento, en este nuevo convenio, es una rotación del sistema $\xi'\eta'\zeta'$ un ángulo ψ_y alrededor del eje η' en vez de alrededor del eje ζ' como ocurría en el convenio ZXZ. Estos tres ángulos nos definen la orientación del sistema fijo en el cuerpo X'Y'Z' con respecto al sistema XYZ del espacio en el nuevo convenio. Cada una de estas rotaciones tiene asociada una velocidad que notamos como $\dot{\phi}_y$, $\dot{\theta}_y$ y $\dot{\psi}_y$, respectivamente.

Se puede comprobar, de la misma manera que se hizo con el convenio ZXZ, que la matriz de transformación, $\tilde{\mathbf{A}}_y$, entre el sistema fijo en el cuerpo X'Y'Z' y el sistema del espacio en

términos de los nuevos ángulos de Euler y sus velocidades tiene la expresión

$$\tilde{\mathbf{A}}_y = \begin{pmatrix} \cos \psi_y \cos \phi_y - \sin \psi_y \sin \phi_y \sin \theta_y & \cos \psi_y \sin \phi_y + \sin \theta_y \cos \phi_y \sin \psi_y & -\sin \psi_y \cos \theta_y \\ -\sin \phi_y \cos \theta_y & \cos \theta_y \cos \phi_y & \sin \theta_y \\ \sin \psi_y \cos \phi_y + \cos \psi_y \sin \theta_y \sin \phi_y & \sin \psi_y \sin \phi_y - \cos \psi_y \sin \theta_y \cos \phi_y & \cos \psi_y \cos \theta_y \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

en equivalencia a la matriz (3.35) del capítulo 3. De la misma manera, se puede comprobar que las componentes de la velocidad de rotación en el sistema fijo en el cuerpo en términos de los nuevos ángulos de Euler verifican la expresión (equivalente a la expresión 3.42 del capítulo 3)

$$(\boldsymbol{\Omega})_{X'Y'Z'} = (\dot{\theta}_y \cos \psi_y - \dot{\phi}_y \cos \theta_y \sin \psi_y, \dot{\psi}_y + \dot{\phi}_y \sin \theta_y, \dot{\phi}_y \cos \theta_y \cos \psi_y + \dot{\theta}_y \sin \psi_y) \quad (\text{A.2})$$

Sustituyendo esa expresión de la velocidad de rotación en las ecuaciones de Euler (ecuaciones 3.38) se obtienen las ecuaciones diferenciales de rotación en el convenio ZXY,

$$\begin{aligned} \ddot{\phi}_y &= \frac{1}{\cos \theta_y} (f_3 \cos \psi_y - f_1 \sin \psi_y) \\ \ddot{\theta}_y &= f_1 \cos \psi_y + f_3 \sin \psi_y \\ \ddot{\psi}_y &= f_2 + \frac{1}{\cos \theta_y} (f_1 \sin \theta_y \sin \psi_y - f_3 \sin \theta_y \cos \psi_y) \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

siendo

$$\begin{aligned} f_1 &= h_1 + \frac{I_2 - I_3}{I_1} g_1 + \frac{N_1}{I_1} \\ f_2 &= h_2 + \frac{I_3 - I_1}{I_2} g_2 + \frac{N_2}{I_2} \\ f_3 &= h_3 + \frac{I_1 - I_2}{I_3} g_3 + \frac{N_3}{I_3} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

en las que N_i son las componentes del momento de las fuerzas en la dirección i , I_i es el momento de principal de inercia asociado al eje i y donde

$$\begin{aligned} h_1 &= \dot{\phi}_y \dot{\psi}_y \cos \theta_y \cos \psi_y - \dot{\phi}_y \dot{\theta}_y \sin \psi_y \sin \theta_y + \dot{\theta}_y \dot{\psi}_y \sin \psi_y \\ h_2 &= -\dot{\phi}_y \dot{\theta}_y \cos \theta_y \\ h_3 &= \dot{\phi}_y \dot{\psi}_y \sin \psi_y \cos \theta_y + \dot{\phi}_y \dot{\theta}_y \cos \psi_y \sin \theta_y - \dot{\theta}_y \dot{\psi}_y \cos \psi_y \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Para encontrar las relaciones entre los ángulos de los dos convenios se puede hacer uso de que las componentes de la velocidad de rotación, tanto en el sistema fijo en el cuerpo como en el sistema fijo en el espacio, deben ser iguales e independientes del convenio angular que se utilice para describir la orientación de un sistema de referencia con respecto a otro. Teniendo en cuenta esto se puede ver que

$$\phi_y = \arctan \left(\frac{\sin \psi \cos \phi + \cos \theta \sin \phi \cos \psi}{-\sin \psi \sin \phi + \cos \theta \cos \phi \cos \psi} \right) \quad (\text{A.6})$$

$$\theta_y = \arcsen (\cos \psi \sin \theta) \quad (\text{A.7})$$

$$\psi_y = -\arctan \left(\frac{\text{sen } \psi \text{sen } \theta}{\cos \theta} \right) \quad (\text{A.8})$$

$$\dot{\phi}_y = \dot{\phi} + \dot{\psi} \cos \theta - \dot{\psi}_y \text{sen } \theta_y \quad (\text{A.9})$$

$$\dot{\theta}_y = \left(\dot{\psi} \text{sen } \theta \text{sen } \phi + \dot{\theta} \cos \phi \right) \cos \phi_y + \left(\dot{\theta} \text{sen } \phi - \dot{\psi} \text{sen } \theta \cos \phi \right) \text{sen } \phi_y \quad (\text{A.10})$$

$$\dot{\psi}_y = \frac{1}{\cos \theta_y} \left[\left(\dot{\theta} \text{sen } \phi - \dot{\psi} \text{sen } \theta \cos \phi \right) \cos \phi_y - \left(\dot{\psi} \text{sen } \theta \text{sen } \phi + \dot{\theta} \cos \phi \right) \text{sen } \phi_y \right] \quad (\text{A.11})$$

$$\phi = \arctan \left(\frac{\text{sen } \psi_y \cos \phi_y + \cos \psi_y \text{sen } \theta_y \text{sen } \phi_y}{-\text{sen } \psi_y \text{sen } \phi_y + \cos \psi_y \text{sen } \theta_y \cos \phi_y} \right) \quad (\text{A.12})$$

$$\theta = \arccos (\cos \psi_y \cos \theta_y) \quad (\text{A.13})$$

$$\psi = \arctan \left(\frac{-\text{sen } \psi_y \cos \theta_y}{\text{sen } \theta_y} \right) \quad (\text{A.14})$$

$$\dot{\phi} = \dot{\phi}_y + \dot{\psi}_y \text{sen } \theta_y - \dot{\psi} \cos \theta \quad (\text{A.15})$$

$$\dot{\theta} = \left(\dot{\theta}_y \cos \phi_y - \dot{\psi}_y \text{sen } \phi_y \cos \theta_y \right) \cos \phi + \left(\dot{\theta}_y \text{sen } \phi_y + \dot{\psi}_y \cos \phi_y \cos \theta_y \right) \text{sen } \phi \quad (\text{A.16})$$

$$\dot{\psi} = \frac{1}{\text{sen } \theta} \left[\left(\dot{\theta}_y \cos \phi_y - \dot{\psi}_y \text{sen } \phi_y \cos \theta_y \right) \text{sen } \phi \right. \quad (\text{A.17})$$

$$\left. - \left(\dot{\theta}_y \text{sen } \phi_y + \dot{\psi}_y \cos \phi_y \cos \theta_y \right) \cos \phi \right] \quad (\text{A.18})$$

donde las variables con subíndice y representan los ángulos y velocidades de Euler en el convenio ZXY y las variables sin subíndice, los ángulos y velocidades en el convenio ZXZ.

Apéndice B

Elementos orbitales. Relación con la posición y la velocidad.

Las ecuaciones que se dan en este apéndice se pueden encontrar en un gran número de publicaciones relacionadas con la dinámica orbital y el movimiento planetario. En cualquiera de esos libros se puede encontrar la demostración de las fórmulas. Aquí sólo se resumen esas fórmulas y se define la notación comúnmente utilizada.

Es conocido que una órbita queda totalmente caracterizada por 5 parámetros o "elementos". Tres de ellos se utilizan para definir la orientación de la órbita con respecto a un sistema de ejes y los otros 2 definen el tamaño y la forma de la órbita. En el caso de un planeta o un cometa, con una órbita elíptica alrededor del Sol, los 5 elementos suelen definirse con respecto a una esfera celeste centrada en el Sol, el plano de la eclíptica y el punto Aries, Υ . La línea de intersección entre el plano de la órbita y la eclíptica recibe el nombre de línea de nodos. El nodo ascendente es el punto de esa intersección por el que el cuerpo pasa viniendo desde debajo del plano de la eclíptica. Uno de los elementos que caracteriza la órbita es la *longitud del nodo ascendente*, Ω , que se define como el ángulo desde el punto Aries al nodo ascendente medido a lo largo de la eclíptica. El segundo elemento que define la órbita es la *inclinación*, i , que es el ángulo entre el plano orbital y el plano de la eclíptica. El tercer elemento hace uso de la simetría de la órbita. La línea de ápsides es la línea que une el perihelio, el punto más cercano al Sol, con el afelio, el punto de la órbita más alejado del Sol. Esta línea pasa por el Sol y determina la orientación de la órbita. La distancia angular entre el perihelio y el nodo ascendente medida sobre la intersección de la órbita con la esfera celeste es el tercer elemento y recibe el nombre de *argumento del perihelio*, ω . La cantidad $\Omega + \omega$ recibe el nombre de *longitud del perihelio*. En la figura B.1 se muestran los elementos orbitales descritos.

Los otros dos elementos dependen de la naturaleza de la órbita. Para una elipse, que es el caso que estamos tratando, los elementos utilizados son el *semieje mayor*, a , de la elipse (o la distancia, q , desde el Sol, foco de la elipse, al perihelio) y la *excentricidad*, e , que es una medida de la desviación de la órbita con respecto al caso circular.

Estos 5 elementos definen totalmente el camino orbital de un cometa alrededor del Sol. Los tres primeros dependen del sistema de referencia elegido y los otros dos son independientes. Un sexto elemento, como el *tiempo de paso por el perihelio*, τ , nos permite determinar la posición y velocidad del objeto para un tiempo t cualquiera. Adicionalmente, en el trabajo con órbitas se suele utilizar el ángulo llamado *anomalía verdadera*, v , que es el ángulo entre la línea que une

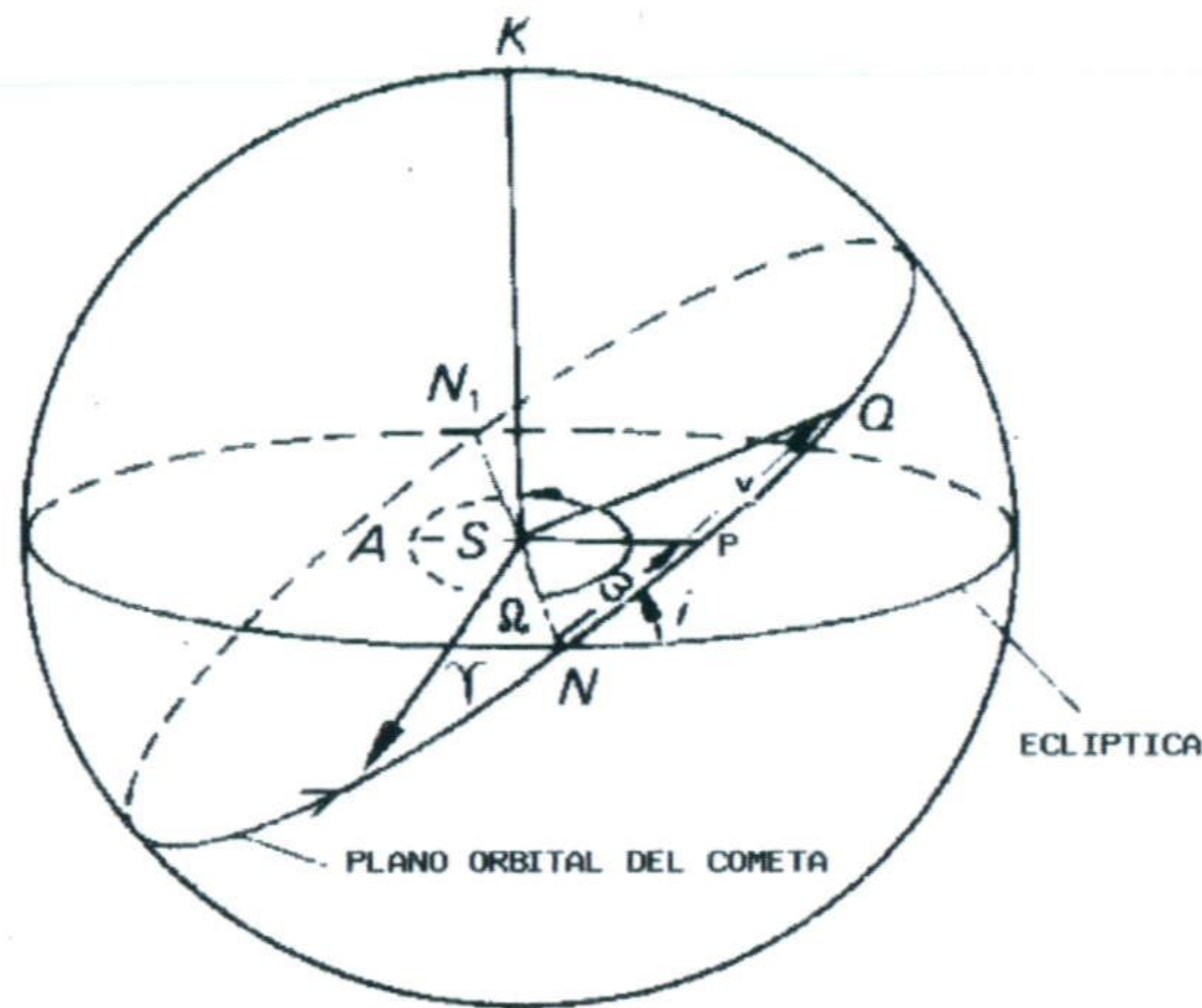


Fig. B.1 Figura mostrando algunos de los elementos orbitales descritos en el texto.

el foco de la elipse (el Sol) con el perihelio y la posición del cuerpo en un instante dado medido sobre la órbita.

Resolviendo el problema de los dos cuerpos moviéndose bajo el efecto gravitatorio mutuo se puede ver que la relación entre el tiempo, t , y una variable auxiliar que recibe el nombre de *anomalía excéntrica*, ψ , viene dada por la expresión conocida como ecuación de Kepler

$$t - \tau = \sqrt{\frac{a^3}{G(M_{sol} + m_{obj})}} (\psi - e \cdot \text{sen } \psi) \quad (\text{B.1})$$

donde G es la constante de la Gravitación Universal, M_{sol} es la masa del Sol, m_{obj} es la masa del objeto (núcleo cometario), a es el semieje mayor de la elipse, que se relaciona con la distancia al perihelio q con la expresión $q = a(1 - e)$ y e es la excentricidad de la órbita. La anomalía excéntrica se relaciona con la anomalía verdadera, v , mediante la expresión

$$1 + e \cdot \cos v = \frac{1 - e^2}{1 - e \cdot \cos \psi} \quad (\text{B.2})$$

Una vez conocida la anomalía verdadera o la excéntrica para un tiempo t dado, se puede conocer la distancia entre el objeto y el Sol, distancia heliocéntrica, r , para ese instante haciendo uso de cualquiera de siguientes expresiones

$$\begin{aligned} r &= \frac{a \cdot (1 - e^2)}{1 + e \cdot \cos v} \\ r &= a(1 - e \cdot \cos \psi) \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

En el sistema de referencia orbital, que es un sistema cartesiano ortogonal con su vector \hat{x} en la dirección Sol-perihelio y el vector \hat{z} con la dirección del momento angular orbital, las

coordenadas de la posición y la velocidad vienen dadas por las expresiones

$$\begin{aligned}(x_{orb}, y_{orb}, z_{orb}) &= (r \cdot \cos v, r \cdot \sin v, 0) = (a \cdot (\cos \psi - e), a(1 - e^2)^{1/2} \sin \psi, 0) \quad (\text{B.4}) \\ (\dot{x}_{orb}, \dot{y}_{orb}, \dot{z}_{orb}) &= (-n \cdot a / \sqrt{1 - e^2} \sin v, n \cdot a / \sqrt{1 - e^2} \cdot (e + \cos v), 0)\end{aligned}$$

donde n es el llamado movimiento medio, $n = 2\pi/T$, siendo $T = 2\pi \cdot \sqrt{a^3/G(M_{sol} + m_{obj})}$ el período orbital.

Como ya se ha mencionado, el código desarrollado trabaja en coordenadas eclípticas. El sistema eclíptico es un sistema cartesiano ortogonal con el eje x dirigido hacia el punto Aries, Υ , y el eje z hacia el polo norte eclíptico, es decir, perpendicular al plano de la eclíptica. Las coordenadas de un vector en el sistema orbital se pueden transformar al sistema eclíptico mediante la ecuación

$$(x_{ecl}, y_{ecl}, z_{ecl}) = \widetilde{\mathbf{M}}(x_{orb}, y_{orb}, z_{orb})^T \quad (\text{B.5})$$

donde el superíndice T indica transpuesto y la matriz $\widetilde{\mathbf{M}}$ es

$$\widetilde{\mathbf{M}} = \begin{pmatrix} \cos \omega \cos \Omega - \sin \omega \cos i \sin \Omega & -\sin \omega \cos \Omega - \cos \omega \cos i \sin \Omega & \sin i \sin \Omega \\ \cos \omega \sin \Omega + \sin \omega \cos i \cos \Omega & \cos \omega \cos i \cos \Omega - \sin \omega \sin \Omega & -\sin i \cos \Omega \\ \sin \omega \sin i & \cos \omega \sin i & \cos i \end{pmatrix} \quad (\text{B.6})$$

La ecuación B.5 nos permite obtener la posición y velocidad del cuerpo en el sistema eclíptico.

También existen expresiones sencillas para obtener los elementos orbitales a partir de la posición $(x_{ecl}, y_{ecl}, z_{ecl})$ y la velocidad $(\dot{x}_{ecl}, \dot{y}_{ecl}, \dot{z}_{ecl})$. Sabiendo que la velocidad verifica que

$$v^2 = \dot{x}_{ecl}^2 + \dot{y}_{ecl}^2 + \dot{z}_{ecl}^2 = G(M_{sol} + m_{obj}) \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \quad (\text{B.7})$$

se puede obtener el semieje mayor. La elipticidad se puede obtener a partir del momento angular, \mathbf{h} , cuyas componentes vienen dadas por

$$\begin{aligned}h_x &= x_{ecl} \dot{y}_{ecl} - y_{ecl} \dot{x}_{ecl} \\ h_y &= y_{ecl} \dot{z}_{ecl} - z_{ecl} \dot{y}_{ecl} \\ h_z &= z_{ecl} \dot{x}_{ecl} - x_{ecl} \dot{z}_{ecl}\end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

haciendo uso de la expresión

$$h^2 = h_x^2 + h_y^2 + h_z^2 = a \cdot (1 - e^2) \quad (\text{B.9})$$

Se puede comprobar, proyectando el momento angular, sobre los planos XY , YZ y ZX que la inclinación y la longitud del nodo ascendente verifican

$$\begin{aligned}h \cos i &= h_z \\ h \sin i \sin \Omega &= \pm h_x \\ h \sin i \cos \Omega &= \mp h_y\end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

lo que nos da

$$\begin{aligned}\tan \Omega &= -h_x/h_y \\ \cos i &= h_z/h\end{aligned}\tag{B.11}$$

La cantidad $(\omega + v)$ puede determinarse unívocamente a partir de

$$\begin{aligned}\operatorname{sen}(\omega + v) &= \frac{z}{r} \operatorname{cosec} i \\ \cos(\omega + v) &= \frac{1}{r}(x \cos \Omega + y \operatorname{sen} \Omega)\end{aligned}\tag{B.12}$$

si la inclinación $i \neq 0$. Si $i = 0$ se pueden utilizar las expresiones

$$\begin{aligned}\operatorname{sen}(\omega + v) &= \frac{1}{r}(y \cos \Omega - x \operatorname{sen} \Omega) \\ \cos(\omega + v) &= \frac{1}{r}(x \cos \Omega + y \operatorname{sen} \Omega)\end{aligned}\tag{B.13}$$

Una vez obtenido $(\omega + v)$, se puede utilizar la expresión B.3 para obtener v y así obtener ω .

Bibliografía

- A'Hearn M.F., Campins H., Schleicher D.G., et al., 1989. The nucleus of comet P/Tempel 2. *Astrophys. Journal*, **347**, 1155.
- A'Hearn M.F., Millis R.L., Schleicher D.G., et al., 1995. The Ensemble Properties of Comets: Result from Narrowband Photometry of 85 Comets, 1976-1992. *Icarus*, **118**, 223.
- Alfvén H., 1957. On the theory of comet tails. *Tellus*, **9**, 92.
- Bailey M.E., 1986. The near-parabolic flux and the origin of short-period comets *Nature*, **324**, 350.
- Bailey M.E., Clube S.V.M. y Napier W.M., 1990. The origin of comets. *Pergamon Press*. Oxford.
- Beisser K., Boehnhardt H., 1987. Dust tail streamers and Halley's nucleus rotation. In *Symposium on the Diversity and Similarity of Comets*. **ESA SP-278**, 665.
- Belton M.J.S., 1991. Characterization of the Rotation of Cometary Nuclei. In *Comets in the Post-Halley era*, Eds. R.L. Newburn Jr, M. Newgebauer, J. Rahe Kluber Academic Press. Dordrecht. The Netherlands. p 691.
- Belton M.J.S., Julian W., Anderson A. et al., 1991. The Spin State and Homogeneity of Comet Halley's Nucleus. *Icarus*, **56**, 519.
- Belton M.J.S., 2000. The Excited Rotation State of 2/P Encke. *BAAS*, **32**, 36.12
- Benkhoff J., Huebner W.F., 1996. Modeling the gas flux from a Jupiter-family comet nucleus. *Planet. Space Sci.*, **44**, 1005.
- Benkhoff J., 1999. Energy balance and the gas flux from the surface of comet 46P/Wirtanen. *Planet. Space Sci.*, **47**, 735.
- Bertaux J.L., Blamont J.E., Festou M.C., 1973 Interpretation of hydrogen Lyman-alpha observations of Comets Bennett and Encke. *Astron. Astrophys.*, **25**, 415.
- Biermann L., 1951. Kometenschweife und solare Korpuskularstrahlung. *Z. Astrophys.*, **29**, 274.
- Biermann L., 1978. Dense interestelar clouds and comets. In *Astronomical Papers Dedicated to Bengt Strömgren*. Eds. A. Reiz and T. Anderson. Copenhagen Obs. p 327.
- Biraud F., Bourgois G., Crovisier J. et al. OH observation of comet Kohoutek (1973f) at 19 cm wavelength. *Astron. Astrophys.*, **34**, 163.
- Boehnhardt H., Babion J., West R.M., 1997. An optimized detection technique for faint moving objects on a star-rich background. A search for the nucleus of comet 46P/Wirtanen. *Astron. Astrophys.*, **320**, 642.
- Boehnhardt H., Beisser K., Vanysek V., 1990 Direct Imaging and Spectrophotometry of Comet P/Tempel 2. *Icarus*, **86**, 58.
- Bokelée-Morvan D., Crovisier J., 1987. The role of water in the thermal balance of the coma. In *Symposium on the Diversity and Similarity of Comets*. ESA SP-278, 235.
- Brandt J.C. y Chapman R.D., 1981. Introduction to comets. *Cambridge University Press*. Cambridge (UK).

- Brin G.D., Mendis D.A., 1979. Dust release and mantle development in comets. *Astron. J.*, **229**, 402.
- Burns J.A., Safronov V.S., 1973. Asteroid nutation angles. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **165**, 403.
- Bussoletti E., Colangeli L., Lopez Moreno J. J., et al., 1999. The GIADA Experiment for Rosetta Mission to Comet 46P/Wirtanen: Design and Performances *Advances in Space Research*, **24**, 1149
- Byl J., 1983. Galactic perturbations on nearly parabolic cometary orbits. *Moon and Planets*, **29**, 121.
- Campbell D.B., Harmon J.K., Shapiro I.I., 1989. Radar observations of comet Halley. *Astrophys. Journal*, **338**, 1094.
- Campins H., A'Hearn M.F., McFadden L.A., 1987. The bare nucleus of comet Neujmin 1. *Astrophys. Journal*, **316**, 847.
- Campins H., Schleicher D.G., 1995 Comet d'Arrest: A Small and Rapidly Rotating Nucleus? *Bull. Amer. Astron. Soc.*, **27**, 1113
- Castro-Marín J.M., Brown V.J.G., López-Jiménez A.C., et al., 2001. Mechanism controller system for the Osiris instrument on board the Rosetta space mission. *Review of Scientific Instruments*, **72**, 2423.
- Chen J., Jewitt D., 1994. On the rate at which comets split. *Icarus*, **108**, 265.
- Colangeli L. et al., 2001. The Giada experiment for the Rosetta Mission to comet 46P/Wirtanen *European Space Agency. Scient. Publ.*, en prensa.
- Colwell J.A., Jakosky B.M., 1987. The evolution of Topography on a comet. *Icarus*, **72**, 128.
- Colwell J.A., 1997. Comet lightcurves: Effects of Active Regions and Topography. *Icarus*, **125**, 406.
- Combi M.R., Delsemme A.H., 1980 Neutral cometary atmospheres. I - an average random walk model for photodissociation in comets *Astrophys. Journal*, **237**, 633.
- Cowan J.J., A'Hearn M.F., 1979. Vaporization of comet nuclei: lightcurves and life times. *The Moon and the Planets*, **21**, 155.
- Crifo J.F., 1987. Improved gas-kinetic treatment of cometary water sublimation and recondensation: application to comet P/Halley. *Astron. Astrophys.*, **187**, 438.
- Crifo J.F., 1997 The correct evaluation of the Sublimation Rate of Dusty Ices under Solar Illumination, and its Implications on the Properties of P/Halley Nucleus. *Icarus*, **130**, 549
- Crifo J.F., Rodionov A.V., 1997. The Dependence of the Circumnuclear coma Structure on the Properties of the Nucleus. *Icarus*, **129**, 72.
- Crifo J.F., Rodionov A.V., 1999. Modelling the circumnuclear coma of comets: objectives, methods and recent result. *Planet. Space Sci.*, **47**, 797.
- Crovisier J. y Encrenaz T., 2000. Comet Science. The study of remnants from the birth of the Solar System. *Cambridge University Press*. Cambridge (UK).
- Davidsson B.J.R., 2001. Tidal Splitting and Rotational Breakup of Solid Biaxial Ellipsoids. *Icarus*, **149**, 375.
- Davidsson B.J.R., Skorov Y.V., 2001. On the Light-Absorbing Surface Layer of Cometary Nuclei. I. Radiative Transfer. *Icarus*. In Press.
- Delsemme A.H., Swings, P., 1952. Hydrates de gaz dans les noyaux cométaires et les grains interstellaires. *Ann. d'Astrophys.*, **15**, 1.
- Delsemme A.H., 1966. Vers un modèle physico-chimique du noyau cométaire. *Mem. Soc. R. Sci. Liège*, **12**, 77.
- Delsemme A.H., Miller D.C., 1971. Physico-chemical phenomena in comets-III. The continuum of comet Burham (1960 II). *Planet. Space Sci.*, **19**, 1229.
- Delsemme A.H., 1972. Vaporization theory and non-gravitational forces in comets. *In Origin of the Solar System*, ed. H Reeves. Paris. p 305.
- Delsemme A.H., 1982. Chemical Composition of cometary Nuclei. *In Comets*, Ed. L.L. Wilkening University of Arizona Press. Tucson. p 85
- De Sanctis M.C., Capaccioni F, Capria M.T., et al., 1999. Models of P/Wirtanen nucleus: active regions versus non-active regions. *Planet. Space Sci.*, **47**, 855

- Dobrovolskij O.V., Markovich M.Z., 1972. On Nongravitational Effects in Two Classes of Models for Cometary Nuclei *In The Motion, Evolution of Orbits, and Origin of Comets. Proc. IAU Symp.*, **45**, Eds G.A. Chebotarev, E.I. Kazimirchak-Blonskaya, B.G. Marsden, 287.
- Don B, 1963. The origin and structure of icy cometary nuclei. *Icarus*, **2**, 396.
- Don B, 1991. The accumulation and structure of comets. *In Comets in the Post-Halley era, Eds. R.L. Newburn Jr, M. Newgebauer, J. Rahe* Kluwer Academic Press. Dordrecht. The Netherlands. p 335.
- Drury M.J., Allen V.S., Jessop A.M., 1984. *Tectonophysics*, **103**, 321.
- Duncan M, Quinn T, Tremaine S., 1987. The formation and extent of the solar system comet cloud. *Astron. J.*, **94**, 1330.
- Duncan M, Quinn T, Tremaine S., 1988. The origin of short-period comets. *Astrophys. Journal*, **328**, L69.
- Duxbury T.C., 1989. The figure of Phobos. *Icarus*, **78**, 169.
- Edgeworth K.E., 1949. The origin and evolution of the Solar System. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **109**, 600.
- Ellsworth K., Schubert G., 1983. Saturn Icy satellites: Thermal and structural models. *Icarus*, **54**, 490.
- Enzian A, Cabot H., Klinger J., 1997. A 2 1/2 D thermodynamic model of cometary nuclei. I. Application to the activity of comet 29P/Schwassmann-Wachmann 1. *Astron. Astrophys.*, **319**, 995.
- Enzian A, Klinger J., Schwehn G, et al., 1999. Temperature and Gas Production Distributions on the Surface of a Spherical Model Comet Nucleus in the Orbit of 46P/Wirtanen. *Icarus*, **138**, 74.
- Emerith C., Lammare J.M., Moroz V.I, et al. Temperature and size of the nucleus of comet P/Halley deduced from IKS infrared Vega 1 measurements. *Astron. Astrophys.*, **187**, 839
- Espinasse S., Klinger J., Ritz C., et al., 1989. A method of estimating temperature profiles and differentiation in the near surface layers of porous comet nuclei - first results for comet P/Churyumov-Gerasimenko. *Proc. of an International Workshop on Physics and Mechanics of Cometary Materials, ESA-SP 302*, 185.
- Espinasse S., Klinger J., Ritz C., et al., 1991. Modelling of the thermal Behavior and of the Chemical Differentiation of Cometary Nuclei *Icarus*, **92**, 350.
- Everhart E., 1972. The origin of short-period comets *Ap. Letters*, **10**, 131.
- Fanale F.P., Salvail J.R., 1984. An Idealized Short-Period Comet Model: Surface Insolation, H₂O flux, Dust flux and Mantle Evolution. *Icarus*, **60**, 476.
- Fay T.D, Wisniewski W., 1976. The lightcurve of the nucleus of comet D'Arrest. *Icarus*, **34**, 1.
- Feldman P.D., Brune W.H., 1977. Carbon production in comet West 1975n. *Astrophys. JournalLett.*, **209**, L45.
- Fernández J.A., 1980. On the existence of a comet belt beyond Neptune *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **192**, 481.
- Fernández Y.R., Lisse C.M., Käufel H.U. et al., 2000. Physical Properties of the Nucleus of Comet 2P/Encke. *Icarus*, **147**, 145.
- Festou M.C., 1981. The density distribution of neutral compounds in cometary atmospheres. I. Models and equations. *Astron. Astrophys.*, **95**, 69.
- Festou M., Rickman H., Kamél L., 1990. Using comet light-curve asymmetries to predict comet returns. *Nature*, **345**, 235.
- Festou M.C., Rickman H., West R.M., 1993. Comets I. Concepts and Observations. *The Astron. Astrophys Rev.*, **4**, 363.
- Fink U., Hicks M.D., Fevig R.A., et al., 1998 Spectroscopy of 46 P/Wirtanen during its 1997 apparition *Astron. Astrophys.*, **335**, L37
- Finson M.L. and Probst R.F. A theory of dust comets. I. Models and equations. *Astrophys. Journal*, **154**, 327.

- Fresenkov V.G., 1963. On the nature and origin of comets. *Sov. Astron. A. J.*, 459.
- Froeschlé C., Rickman H., 1986 Model calculations of nongravitational forces on short period comets. I. Low-obliquity case *Astron. Astrophys.*, **170**, 145.
- Fulle M., Cremonese G., Böhm C., 1988. The Preperihelion Dust Environment of C/1995 O1 Hale-Bopp from 13 to 4 AU *Astron. J.*, **116**, 1470.
- Fulle M., Lévassieur-Regourd A. C., McBride N. et al., 2000. In Situ Dust Measurements From within the Coma of 1P/Halley: First-Order Approximation with a Dust Dynamical Model *Astron. J.*, **119**, 1968.
- Goldstein H., 1988. Mecánica clásica. Ed. Reverté
- Goldstein R.M., Jurgens R.F., Sekanina Z., 1984. A radar study of comet IRAS-Araki-Alcock. *Astron. J.*, **89**, 1745.
- Gombosi T.I., Houppis H.L.F., 1986. An Icy-Glue Model of Cometary Nuclei. *Nature*, **324**, 43.
- Greenberg J.M., Mizutani H., Yamamoto T., 1995. A new derivation of the tensile strength of cometary nuclei: Application to comet Shoemaker-Levy 9. *Astron. Astrophys.*, **295**, L35.
- Grün E., Kocham H., Seidensticker K., 1991. Laboratory simulation, a tool for comet research. *Geophys. Res. Lett.*, **18**, 245.
- Grün E., Benkhoff J., Gebhard J., 1992. Past, present and future KOSI comet simulation experiments. *Ann. Geophysicae*, **10**, 190.
- Gutiérrez P.J., Ortiz J.L, Rodrigo R., López-Moreno J.J, 2000. A study of water production and temperatures of rotating irregularly shaped cometary nuclei. *Astron. Astrophys.* **355**, 809.
- Gutiérrez P.J., Ortiz J.L, Rodrigo R., López-Moreno J.J, 2001. Effects of irregular shape and topography in thermophysical models of heterogeneous cometary nuclei. *Astron. Astrophys.* **374**, 326.
- Gutiérrez P.J., Ortiz J.L, Rodrigo R., López-Moreno J.J, 2001. Modelling asteroids brightness variations. Amplitude-Phase curve. *En preparación.*
- Hapke B., 1984. Bidirectional reflectance spectroscopy. III: Correction for macroscopic roughness. *Icarus*, **59**, 41.
- Harris A.W., 1994. Tumbling Asteroids. *Icarus*, **107**, 209.
- Haser L., 1957. Distribution d'intensité dans la tête d'une comète. *Bull. Acad. Roy. Belgique, Classes des Sciences*, **43**, 740.
- Helmich R., The influence of the radiation transfer in cometary dust halos on the production rates of gas and dust. *Astron. Astrophys.*, **93**, 341.
- Herman G., Podolak M., 1985. Numerical Simulation of comet nuclei. I. Water-ice comets. *Icarus*, **61**, 1985.
- Herman G., Weissman P.R., 1987. Numerical simulation of cometary nuclei III. Internal temperatures of cometary nuclei. *Icarus*, **69**, 314.
- Horanyi M., Gombosi T.I., Cravens T.E., et al. The friable sponge model of a cometary nucleus. *Astron. J.*, **278**, 449
- Huebner W. F., Snyder L.E., Buhl D., 1974. HCN radio emission from comet Kohoutek (1973f). *Icarus*, **23**, 580.
- Huebner W.F., Benkhoff J, Capria M.T., et al., 1999. Results from the Comet Nucleus Model Team at the International Space Science Institute, Bern, Switzerland. *Adv. Space Res.*, **23**, 1283.
- Jewitt D., Luu J., 1989 A CCD portrait of comet P/Temple 2. *Astron. J.*, **97**, 1766.
- Jewitt D., 1992. Physical properties of cometary nuclei. *Proceedings of the 30th Liège International Colloquium*, 85.
- Jewitt D, Luu J., 1993. Discovery of the candidate Kuiper belt object 1992 QB₁. *Nature*, **362**, 730.
- Jewitt D., 1997. Cometary Rotation: An Overview. *Earth, Moon, and Planets*, **79**, 35.
- Jorda L., 1995. Atmosphères cométaires: interprétation des observations dans le visible et comparaison avec les observations radio. *Tesis Doctoral*
- Jorda L., Rickman H., 1995. P/Wirtanen, Summary of Observational Data *Planet. Space Sci.*, **43**,

575.

- Joss P.C., 1973. On the Origin of Short-period Comets *Astron. Astrophys.*, **25**, 271.
- Julian W.H., 1987 Free precession of Halley comet nucleus. *Nature*, **326**, 57.
- Julian W., Samarasinha N.H., Belton M.J.S., 2000. Thermal Structure of Cometary Active Regions: Comet 1P/Halley. *Icarus*, **144**, 160.
- Kamél L., 1992. The comet light curve atlas. (The cometa light curve catalogue/atlas. III. The atlas. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, **92**, 85.
- Kamoun P.G., Campbell D.B., Ostro S.J. et al., 1982. Comet Encke: Radar detection of nucleus. *Science*, **216**, 239.
- Keller H.U., Arpigny C., Barbieri C., et al. First Halley Multicolour Camera imaging results from Giotto. *Nature*, **321**, 320.
- Keller H.U., Delamere W.A., Huebner W.F. et al., 1987. Comet P/Halley's nucleus and its activity. *Astron. Astrophys.*, **187**, 807.
- Keller H.U. et al., 2001. The Osiris experiment for the Rosetta Mission to comet 46P/Wirtanen. *European Space Agency. Scient. Publ.*, en prensa.
- Klinger J., 1981 Some Consequences of a Phase Transition of Water Ice on the Heat Balance of Comet Nuclei. *Icarus*, **47**, 320.
- Klinger J., Levasseur-Regourd A., Bouziani N, et al. Towards a model of cometary nuclei for engineering studies for future space missions to comets. *Planet. Space Sci.*, **44**, 637.
- Kömle N.I., Dettleff G., Dankert C., 1990. Thermal behaviour of pure and dusty ices on comets and icy satellites. *Astron. Astrophys.*, **227**, 246.
- Kossacki K.J., Szutowicz S., Leliwa-Kopystynski J., 1999. Comet 46P/Wirtanen: Evolution of the Subsurface Layer. *Icarus*, **142**, 202.
- Kuiper G.P., 1951. Origin of the Solar System. in *Astrophysics*. Ed. J.A. Hynek, McGraw Hill Book Co. New York.
- Kührt E., 1984. Temperature Profiles and Thermal Stresses in Cometary Nuclei. *Icarus*, **60**, 512.
- Kührt E, Keller H.U., 1994 The Formation of Cometary Surface Crust. *Icarus*, **109**, 121.
- Lagerros J.S.V., 1997. Thermal physics of asteroids. III. *Astron. Astrophys.*, **325**, 1226.
- Lamberg L., Muinonen K., Lumme K., y col., 1997. Annals of Institute of Statistical Mathematics.
- Lamy P.L., Burns J.A., 1972. Geometrical Approach to Torque Free Motion of a Rigid Body Having Internal Energy Dissipation. *American Journal of Physics*, **40**, 441.
- Lamy P.L., Toth I., Jorda L., et al., 1998 The nucleus and inner coma of Comet 46P/Wirtanen *Astron. Astrophys.*, **335**, L25
- Landau L.D. y Lifshitz E.M., 1976. Mechanics. Ed. Pergamon Press
- Levin B.J., 1943a. Gas evolution from the nucleus of a comet as related to the variations in its absolute brightness. *Doklady Acad. Nauk USSR*, **38**, 82.
- Levin B.J., 1943b. The emission of gases by the nucleus of a comet and the variation of its absolute brightness. *Astron. Zh.*, **20**, 37.
- Levison H.F., Dones L, Duncan M.J., 2001. The origin of Halley-Type comets: probing the inner oort cloud. *Astron. J.*, **121**, 2253.
- Licandro J., Tancredi G., Lindgren M., et al., 2000. CCD Photometry of Cometary Nuclei, I: Observations from 1990-1995. *Icarus*, **147**, 161-179.
- Littleton R.A., 1953. The comets and their origin. *Cambridge University Press*. Cambridge (UK).
- Lumme K., and Bowell E., 1981. Radiative transfer in the surfaces of atmosphereless bodies. I. Theory. *Astron. J.*, **86**, 1964.
- Luu J., Jewitt D., 1990. Nucleus of comet P/Encke. *Icarus*, **86**, 69
- Majolet S., Cabot H., Enzian A., Klinger J., 1994 3-D modelling of the surface activity of a comet nucleus. *19th EGS General Assembly*, Grenoble, 25-29 April.
- Marchis F., Boehnhardt H., Hainaut O. R., et al., 1999 Adaptive optics observations of the innermost coma of C/1995 O1. Are there a "Hale" and a "Bopp" in comet Hale-Bopp? *Astron. Astrophys.*,

- 349, 985.
- Marcus J.N., Olsen M.A., 1991. Biological implications of organics compounds in comets. *In Comets in the Post-Halley era*, Eds. R.L. Newburn Jr, M. Newgebauer, J. Rahe Kluber Academic Press. Dordrecht. The Netherlands. p 439
- Marsden B.G., 1968. Comets and Nongravitational Forces. *Astron. J.*, **73**, 367.
- Marsden B.G., 1969. Comets and Nongravitational Forces. II *Astron. J.*, **74**, 720.
- Marsden B.G., Sekanina Z., Yeomans D.K., 1973. Comets and Nongravitational Forces. V *Astron. J.*, **78**, 211.
- Marsden B.G., Sekanina Z., Everhart E., 1978. New osculating orbits for 110 comets and the analysis of the original orbits of 200 comets. *Astron. J.*, **83**, 64
- Marsden B.G., Williams G.V., 1999. Catalogue of Cometary Orbits. 13th ed. *IAU Minor Planet Center*, Smithsonian Astrophysical Observatory, Cambridge.
- Meech K., 1991. Physical Aging in Comets. *In Comets in the Post-Halley era*, Eds. R.L. Newburn Jr, M. Newgebauer, J. Rahe Kluber Academic Press. Dordrecht. The Netherlands. p 629
- Meech K.J., Bauer J.M., Hainaut O.R., 1997. Rotation of comet 46P/Wirtanen. *Astron. Astrophys.*, **326**, 1268.
- Meisel D.D., Morris C.S., 1982. Comet head photometry: past, present, and future. *In Comets*, Ed. L.L. Wilkening University of Arizona Press. Tucson. p 413.
- Mendis D.A., Brin G.D., 1978. On the monochromatic brightness variations of comets *Moon Planets*, **18**, 77.
- Merenyi E., Foldy L., Sregó K., y col., 1990. The landscape of Comet Halley. *Icarus*, **86**, 9.
- Millis R.L. y Schleicher D.G., 1986 Rotational period of comet Halley. *Nature*, **324**, 18.
- Millis R.L., A'Hearn M.F., Campins H., 1988. An investigation of the nucleus and coma of P/Arend-Rigaux. *Astrophys. Journal*, **324**, 1194.
- Morrison D., Lebofsky L., 1979. Radiometry of asteroids. *in Asteroids*, ed. T. Gehrels. University of Arizona Press. Tucson. p 184.
- Mueller B.E.A., Ferrin I., 1996. Change in the rotational period of comet P/Tempel2 between the 1988 and 1994 apparition. *Icarus*, **123**, 463.
- Muinsonen K., 1998. Introducing the gaussian shape hypothesis for asteroids and comets. *Astron. Astrophys.*, **332**, 1087.
- Muinsonen K., and Lagerros J.V.S., 1998. Inversion of shape statistics for small solar system bodies. *Astron. Astrophys.*, **333**, 753.
- Mumma M.J., Weaver H.A., Larson H.P., et al., 1986. Detection of water vapor in Halley's comet. *Science*, **232**, 1523.
- Oort J.H., 1950. The structure of the cloud of comets surrounding the solar system and a hypothesis concerning its origin. *Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands*, **408**, 91
- Oort J.H., 1951. Origin and development of comets. *The observatory*, **71**, 129.
- Oró J., 1961. Comets and the formation of biochemical compounds on the primitive earth. *Nature*, **190**, 389.
- Orosei R., Capaccioni F., Capria M.T., et al., 1995. Gas and dust emission from a dusty porous comet. *Astron. Astrophys.*, **301**, 613.
- Orosei R., Capaccioni F., Capria M.T., et al., 1999. Numerical improved thermochemical evolution models of comet nuclei *Planet. Space Sci.*, **47**, 839
- Ortiz J.L., Rodriguez E., 1997 The Rotation Of Comet C/1995 O1 Hale-Bopp From Inner Coma Photometry *Earth, Moon, and Planets*, **77**, 207.
- Ostro S.J., Hudson R.S., Jurgens R.F., y col., 1995. Radar Images of Asteroid 4179 Toutatis. *Science*, **270**, 80.
- Peale S.J., Lissauer J.L., 1989 *Icarus*, **79**, 396.
- Peltonieni J.I., Lummne K., Muinsonen K. et al., 1989. Scattering of light by stochastically rough particles. *Appl. Opt.* **28**, 4088

- Pravec P., Sarounová L., Rabinowitz D. et al., 2000. Two-period lightcurves of 1996FG₃, 1998 PG, y (5407) 1992AX: One probable and two possible binary asteroids. *Icarus*, **146**, 190.
- Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T. et al., 1992. Numerical recipes in fortran. The art of Scientific Computing. 2 Ed. *Cambridge University Press*
- Prialnik D., Bar-Nun A., 1990. Gas Release in comet Nuclei. *Astrophys. Journal*, **363**, 274.
- Probstein R.F., 1969. The dusty gasdynamics of comet heads. *In Probles of hydrodynamics and continuum mechanics. Ed. M.A. Lavrentiev. SIAM, Philadelphia*, 655.
- Quinn T., Tremaine S., Duncan M., 1990. Planetary perturbations and the origins of short-period comets *Astrophys. Journal*, **335**, 667
- Rickman H., Froeschlé C., 1983. Thermal models for the nucleus of comet P/Halley. *In Cometary exploration I*, Ed. T.I. Gombosi. Hungarian Acad. Sci., p 75
- Rickman H., 1986 Masses and Densities of comets Halley and Kopff. *in The Comet Nucleus Sample Return Mission Proc. Workshop ESA SP-249*, p 195.
- Rickman H., Froeschlé C., 1986 Model calculations of nongravitational forces on short period comets. II. High-obliquity case *Astron. Astrophys.*, **170**, 161.
- Rickman H., Kamél L, Festou M.C. et al., 1987. Estimates of masses, volumes and densities of short-period comet nuclei. *In Symposium on the Diversity and Similarity of Comets. ESA SP-278*, 471.
- Rickman H., 1989. The Nucleus of comet Halley: Surface Structure, Mean Density, Gas and Dust production. *Adv. Space Res.*, **9**, 59.
- Rickman H., Jorda L., 1998 Comet 46P/Wirtanen, the target of the Rosetta mission. *Adv. Space Res.*, **21**, 1491.
- Rickman H, Fernández J.A., Gustafson B.A., 1990 Formation of Stable Dust Mantles on Shor Period Comet Nuclei *Astron. Ap.*, **237**, 524.
- Rickman H., Huebner W.F., 1990b. Comet formation and evolution. *In Physics and Chemistry of comets. Ed. W.F. Huebner. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.*, p. 245.
- Rickman H., Froeschlé C., Kamél L., et al., 1991 Nongravitational effects and the aging of periodic comets. *Astron. J.*, **102**, 1446.
- Rickman H., 1992. Cometary nuclei - recent gas flux modelling and applications. *Annales Geophysicae*, **10**, 157.
- Russell J.N., 1906. On the light-variatiuous of asteroids and satellites. *Astrophys. J.*, **24**, 1.
- Sagdeev R.Z., Avanesov G.A., Ziman Y.L., et al., 1986. TV experiment in Vega mission: image processing techniqe and some results. *In 20th ESLAB Symp. on the Exploration of Halley's comet, Eds B. Battrick, E.J. Rolfe, R. Reinhard.*, **ESA-SP 250 II**, 295.
- Sagdeev R.Z., Szabo F., Avanesov G.A., et al., 1986b. Television observations of comet Halley from VEGA spacecraft. *Nature*, **321**, 262.
- Sagdeev R.Z., Elyasberg P.E., Moroz V.I., 1988. Is the nucleus of Comet Halley a Low Density Body?. *Nature*, **331**, 240.
- Salo H., 1988. Monte Carlo Modeling of the Net Effects of Coma Scattering and Thermal Reradiation on the Energy Input to Cometary Nucleus. *Icarus*, **76**, 253.
- Samarasinha N.H., Klinglesmith D.A., 1986. CN jets of comet P/Halley - Rotational properties. *In 20th ESLAB Symp. on the Exploration of Halley's comet, Eds B. Battrick, E.J. Rolfe, R. Reinhard.*, **ESA-SP 250 I**, 487.
- Samarasinha N. H., A'Hearn M.F., 1991. Observational and dynamical constraints on the rotation of Comet P/Halley *Icarus*, **93**, 194.
- Samarasinha N.H., Belton M.J.S., 1995. Long-Term Evolution of Rotational States and Nongravitational Effects for Halley-like Cometary Nuclei. *Icarus*, **116**, 340.
- Samarasinha N.H, Mueller B.E.A., Belton M.J.S., 1996. Comments on the rotational state and non-gravitational forces of comet 46P/Wirtanen. *Planet. Space Sci.*, **44**, 275.
- Sanzobo G.C., Singh P.D., Huebner W.F., 1996. Dust colors, dust release rates, and dust-to-gas ratios

- in the comae of six comets. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, **120**, 301.
- Schutz B.E., 1981. The mutual potential and gravitational torques of two bodies to fourth order. *Celestial Mechanics*, **24**, 173.
- Seiferlin K., Komle N.I., Kargl G., 1996. Line heat-source measurements of the thermal conductivity of porous H₂O ice, CO₂ ice and mineral powders under space conditions. *Planet. Space Sci.*, **44**, 691.
- Seiferlin K., Spohn T., Hagermann A., 1999. Pore Size Effects on Heat Transport in Comets *Bull. Amer. Astron. Soc.* **31**, 1609.
- Sekanina Z., 1979. Fan-shaped coma, orientation of rotation axis, and surface structure of a cometary nucleus. I - Test of a model on four comets *Icarus*, **37**, 420.
- Sekanina Z., 1981. Distribution and activity of discrete emission areas on the nucleus of periodic comet Swift-Tuttle. *Astron. J.*, **86**, 1741.
- Sekanina Z., 1981. Rotation and precession of cometary nuclei *Ann. Rev. Earth Planet Sci.*, **9**, 113
- Sekanina Z., 1984. Precession model for the nucleus of periodic comet Kopff. *Astron. J.*, **89**, 1573.
- Sekanina Z., 1985. Nucleus precesión of periodic comet Solá. *Astron. J.*, **90**, 1370.
- Sekanina Z., 1991. Comprehensive Model for the Nucleus of Periodic Comet Tempel 2 and its Activity. *Astron. J.*, **102**, 350.
- Sekanina Z., 1991b. Cometary Activity, Discrete Outgassing Areas, and Dust-Jet Formation. *In Comets in the Post-Halley era*, Eds. R.L. Newburn Jr, M. Newgebauer, J. Rahe Kluber Academic Press. Dordrecht. The Netherlans. p 769.
- Sekanina Z., 1993. Effects of discrete-source outgasing on motions of periodic comets and discontinuous orbital anomalies. *Astron. J.*, **105**, 702.
- Séneca L.A., 63-65 Cuestiones Naturales. En el libro: *Lucio Anneo Séneca. Obras completas*. Trad de Lorenzo Ribier. Ed. Aguilar. 1961.
- Shoemaker E.M., Wolfe R.F., 1984. Evolution of the Uranus-Neptune planetesimals swarm. *Lunar Planet Sci. Conf.*, **XV** 780.
- Singh P.D., de Almeida A.A., Huebner W.F., 1992. Dust release rates and dust-to-gas mass ratios of eight comets. *Astron. J.*, **104**, 848.
- Sitarski G., 1990 Determination of Angular Parameters of a Rotating Cometary Nucleus Basing on Positional Observations of the comet. *Acta Astronomica*, **40**, 405.
- Smolouchowski R., 1981. Heat Content and Evolution of cometary Nuclei. *Icarus*, **47**, 312
- Spohn T., Benkhoff J., 1990. Thermal history models for KOSI sublimation experiments. *Icarus*, **87**, 422.
- Squires R.E., Beard D.B., 1961. Physical and orbital behavior of comets. *Astrophys. Journal*, **113**, 657.
- Stephenson F.R. y Walker C.B.F., 1985. Halleys comet in history. *British Museum Publications Ltd.*, London.
- Stern S.A., Parker J.W., Festou M.C., et al., 1998. HST mid-ultraviolet spectroscopy of comet 46P/Wirtanen during its approach to perihelion in 1996-1997 *Astron. Astrophys.*, **335**, L30
- Shul'man L.M., 1972. The Evolution of Cometary Nuclei *In The motion, Evolution of Orbits, and Origin of Comets. Proc. IAU Symp.*, **45**, Eds G.A. Chebotarev, E.I. Kazimirchak-Blonskaya, B.G. Marsden, 271
- Steiner G., Komle N.I., 1993. Evolution of a porous H₂O-CO₂-ice sample in response to irradiation. *J. Geophys. Res.*, **98**, 9065.
- Swings P., Elvey C.T. y Babcock H.W., 1941. The spectrum of comet Cunningham, 1940c. *Astrophys. Journal*, **94**, 320.
- Szegö K., Crifo J. F., Földy L., et al., 2001. Dynamical effects of comet P/Halley gas production *Astron. Astrophys.*, **370**, L35.
- Tancredi G., Rickman H., Greenberg J.M., 1994. Thermochemistry of cometary nuclei. I. The Jupiter family case. *Astron. Astrophys.*, **286**, 659.

- Tancredi G, Fernández J.A., Rickman H, Licandro J., 2000. A catalog of observed nuclear magnitudes of Jupiter family comets. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, **146**, 73.
- Thomas N., Keller H. U., 1991 Comet P/Halley's dust production rate at Giotto encounter derived from Halley Multicolour Camera observations *Astron. Astrophys.*, **249**, 258.
- Thomas N., Keller H.U., Arijs E., et al., 1998. OSIRIS-the optical, spectroscopic and infrared remote imaging system for the Rosetta Orbiter *Advances in Space Research*, **21**, 1505.
- Turner B.E., 1974. Detection of OH at 18-centimeter wavelength in comet Kohoutek (1973f) *Astrophys. Journal*, **189**, L137.
- van Woerkom, 1948. On the origin of comets. *Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands*, **399**, 445.
- Wallis M.K., 1984. Rotation of cometary nuclei. *Phil. Trans. R. Soc. London. A* **313**, 165.
- Washburn E.W., 1928. in *International Critical Tables*, **V**, p. 138.
- Watanabe J-I., 1992 Ice-Skater Model for the Nucleus of Comet Levy 1990c: Spin-up by a Shrinking Nucleus. *Publ. Astron. Soc. Japan.*, **44**, 163.
- Watson K., Murray B.C., Brown H., 1963. The Stability of Volatiles in the Solar System. *Icarus*, **1**, 317.
- Weissman P.R., Kieffer H.H., 1981. Thermal modelling of cometary nuclei. *Icarus*, **47**, 302.
- Weissman P.R., 1986. Are cometary nuclei primordial rubble piles?. *Nature*, **320**, 242.
- West R.M., 1990. Post-perihelion observations of comet P/Halley. *Astron. Astrophys.*, **228**, 531.
- Whipple F.L., 1950. A comet model I. The acceleration of comet Encke. *Astrophys. Journal*, **111**, 375.
- Whipple F.L., 1951. A comet model II. Physical relations for comets and meteors. *Astrophys. Journal*, **113**, 464.
- Whipple F.L., Sekanina Z., 1979. Comet Encke: Precession of the Spin Axis, Nongravitational Motion, and Sublimation. *Astron. J.*, **84**, 1894.
- Whipple F.L., 1982. The rotation of comet nuclei. In *Comets*, Ed. L.L. Wilkening University of Arizona Press. Tucson. p 227.
- Whipple F.L., 1984 Cometary Nucleus and active regions. In *NASA. Washington Repts. of Planetary Geol. Program* p 51
- Wilhelm K., 1987 Rotation and Precession of comet Halley. *Nature*, **327**, 27.
- Wisniewski W., 1990 Rotation of comet P/Tempel 2 from CCD and Photoelectric Photometry. *Icarus*, **86**, 52.
- Wurm K., 1934. Beitrag zur Deutung der Vorgänge in Kometen. I. *Z. Astrophys.*, **8**, 281.
- Yeomans D.K., 19867. Physical interpretations from the motions of comets Halley and Giacobini-Zinner. In *20th ESLAB Symp. on the Exploration of Halley's comet*, Eds B. Battrock, E.J. Rolfe, R. Reinhard., **ESA-SP 250 II**, 419.
- Yeomans D.K., Chodas P.W., 1989 An asymmetric outgassing model for cometary nongravitational accelerations. *Astron. J.*, **98**, 1083.
- Yeomans D.K., 1991. Cometary orbital dynamics and astrometry. In *Comets in the Post-Halley era*, Eds. R.L. Newburn Jr, M. Newgebauer, J. Rahe Kluber Academic Press. Dordrecht. The Netherlands. p 3.