

LECTURAS SOBRE LA RELACION TEORIA PRACTICA EN EDUCACION MATEMATICA

CAPITULO II. DISEÑO CURRICULAR EN EDUCACION MATEMATICA: UNA PERSPECTIVA CULTURAL.

0.- Propósito de este Capítulo.

Los fuertes cambios habidos en España en los últimos veinte años hunden sus raíces en movimientos políticos y sindicales, en un fuerte desarrollo de la economía, en una apertura a las costumbres y usos de los países de Europa occidental y también, de modo fundamental, en una profunda renovación y revisión de la filosofía y del sistema de la Educación. El cambio español es, en su sentido más profundo, un cambio propiciado y preparado por unos planteamientos educativos abiertos y progresistas, de talante democrático, que comenzaron a actuar con anterioridad a la transición política.

Mayo del 68 es una fecha de referencia en la renovación de la universidad europea, pero mucho antes había comenzado la protesta universitaria española que, cuestionaba el sistema político, además de plantear una recuperación de la calidad científica y docente. Colectivos de renovación pedagógica, como Rosa Sensat, tenían una actuación destacada y una incidencia palpable en los planteamientos educativos generales. La Ley General de Educación de 1970 vino a dar carta de naturaleza a muchas de las reivindicaciones planteadas y proporcionó un marco legal de desarrollo a las necesidades de educación y cultura de una sociedad cada vez más abierta y dinámica. A partir de esta fecha el profesional de la educación asiste a una modificación acelerada de su papel tradicional.

En tres aspectos se pone especialmente de manifiesto esta modificación: primero, en la relación del profesor con el conocimiento; segundo, en el papel del profesor en el aula; y, en tercer y último lugar, en el control sobre el alumnado.

En el primer aspecto hay que tener en cuenta que el profesor de comienzos de los 70 es un profesor especialista, su relación con el conocimiento se concreta en una disciplina - o varias, en el caso de los profesores de EGB - cuya maestría adquiere mediante una carrera universitaria especializada; todo el conocimiento necesario para su desempeño profesional se supone que es conocimiento científico de la materia correspondiente y que se adquiere, en su totalidad, a lo largo de los años de formación. Al concluir sus estudios deberá someterse a un control de homologación por parte de la Administración -la Oposición- que capacita de por vida para el ejercicio de la docencia. Una vez demostrado un nivel adecuado de dominio del conocimiento, puesto que éste está bien establecido dentro de cada ciencia y no va a modificarse sensiblemente en un espacio considerable de tiempo, el Profesor pasa a formar parte del cuerpo docente administrativo correspondiente, en el cual desempeñará sus tareas hasta el momento de la jubilación, sin necesidad de controlar la actualización de sus conocimientos.

El Profesor conserva, mantiene y transmite el saber institucionalizado en los manuales, donde aparece seleccionado y adecuadamente estructurado. El libro proporciona seguridad y continuidad en los puntos de vista, facilita la imagen de que el conocimiento es algo localizado, que se puede encontrar fácilmente y con respecto al cual el único trabajo posible consiste en su asimilación. Su determinación ya está hecha, y su base fundamentalmente es

Llinares, S. y Sánchez, V. (eds). Teoría y Práctica en Educación Matemática. (1990).
Sevilla: Editorial Alfar

Capítulo 1: Diseño Curricular en Educación matemática: Una perspectiva cultural.
Luis Rico Romero

"científica", apoyada por la tradición y la experiencia. Como el libro supone un gran esfuerzo de síntesis, planificación, estructuración y acomodación de contenidos, por encima de la capacidad del profesor medio, se considera el paradigma del conocimiento que hay que transmitir.

En segundo lugar, el papel del Profesor en el aula consiste en transmitir a sus alumnos aquella maestría en cuya posesión él se encuentra.

Hay un conocimiento establecido mediante unos programas y desarrollado mediante unos libros de texto. El Profesor tiene que facilitar a sus alumnos la tarea de asimilar el conocimiento que aparece en el libro de la materia correspondiente, ya que éste es el conocimiento oficialmente prescrito en un programa que se articula dentro de un plan de estudios, y que toma su coherencia como parte de un todo. El Profesor no tiene por qué cuestionar los conocimientos que debe transmitir, ya que no es asunto de su competencia la selección ni la graduación de los mismos; hay un programa que ejecutar y ésta es la función que debe realizar.

Tarea del Profesor es hacer la presentación suavizada de una parte o de la totalidad de la información del libro, justificando con ejemplos el tratamiento abstracto o bien el significado de los conceptos. Los ejercicios del libro de texto desarrollan los conceptos y refuerzan las destrezas. Los contenidos, dentro del mismo nivel, no varían de un curso para otro.

En tercer lugar, el Profesor debe clasificar a sus alumnos respecto del grado de maestría logrado en el dominio de la materia. Esta clasificación permitirá un control adecuado de las capacidades intelectuales de los alumnos y los irá encauzando hacia el mercado profesional más conveniente para cada uno. Este control se realiza verificando el grado de memorización de los conceptos y la habilidad en el empleo de las destrezas. Su forma usual es la prueba o examen convencional de papel y lápiz que, en el caso de las matemáticas, consta de preguntas o cuestiones teóricas y de ejercicios. Cada pregunta cubre un aspecto destacado del tema objeto de control y, con el conjunto de las cuestiones planteadas, se recorre el tema en su totalidad. Hay que conseguir que el alumno alcance el conocimiento establecido, pero todos los alumnos no están capacitados para ello. Por eso, una vez que el Profesor ha intentado facilitar al máximo las posibilidades de asimilación del alumno, debe seleccionar a aquéllos que superan las metas previstas y obligar a los demás a repetir materia. El alumno debe estudiar el libro y hacer los ejercicios; el trabajo es individual y la valoración de los resultados se hará también individualmente; periódicamente habrá que superar determinados filtros institucionales, establecidos por la comunidad de Profesores.

Muchos de los rasgos anteriormente descritos se mantienen en la actualidad, pero no cabe duda que se han producido algunos cambios significativos en los últimos años. En primer lugar, una modificación importante se produce con relación al conocimiento. La mayor autonomía y capacidad de reflexión lograda en el campo de las matemáticas llevan a admitir que el conocimiento no se encuentra secuenciado y predeterminado, sino que se pueden hacer muy diferentes organizaciones del mismo. Hay muchas fuentes dispersas que conviene emplear; los libros de texto son sólo una parte de esa información, a veces la menos interesante y más rutinaria. La determinación del conocimiento hay que hacerla teniendo en cuenta referencias muy variadas: culturales, sociales, técnicas y matemáticas. La utilidad de lo que se enseña y su coherencia interna determinan la selección del contenido. Por todo ello, los Profesores deben ensayar los mismos temas de diferentes formas, apreciar sus limitaciones y llegar a la

elaboración de propuestas diferentes. La composición de los temas puede ser muy variada, dependiendo de las fuentes de información.

Es característico del momento actual admitir que el conocimiento no se encuentra concentrado sino disperso en distintas fuentes de información; desde el punto de vista escolar, el conocimiento matemático consiste en la comprensión que los alumnos van realizando de los tópicos propuestos.

La comprensión supone capacidad de reconocer y hacer uso de cada concepto matemático en una gran variedad de contextos. Desde este punto de vista no tiene sentido hablar de conocimientos si no es con relación a los sujetos que lo van a asimilar, y por ello se admite que la determinación del conocimiento debe hacerse no sólo desde la propia materia - matemáticas en nuestro caso- sino también desde la psicología del alumno que aprende, desde los principios de solidaridad y cooperación que el sistema escolar debe inculcar para superar el individualismo, y desde una amplia base de fenómenos y experiencias que están relacionados con los conocimientos que quieren transmitirse. La utilidad de lo que se enseña es, junto con la coherencia interna, uno de los determinantes en la selección del contenido.

En segundo lugar hay que tener en cuenta que, consecuentemente, se ha producido una profunda modificación del papel del Profesor en el aula. La exposición por parte del Profesor no queda excluida, pero aparece como un elemento de un plan más general en el que se enfatizan el diálogo y el análisis y discusión del trabajo producido por los alumnos.

Esta discusión puede darse entre Profesor y alumnos o bien sólo entre los propios alumnos, en todo caso el objetivo está bien establecido: lograr claridad en la expresión del propio pensamiento y argumentar la validez de las propias conclusiones. El alumno necesita del lenguaje y de la comunicación entre iguales, sin menospreciar la imitación. Se admite que la comprensión es un estado mental al que cada alumno accede individualmente, y cuya observación no es fácil de realizar a veces de forma directa.

También la enseñanza de las matemáticas debe incluir trabajo práctico y práctica de destrezas y rutinas básicas; pero el trabajo en el aula debe abarcar un campo más amplio: búsqueda de información, manipulación de objetos e instrumentos, enunciado de relaciones y discusión de las mismas, elección y desarrollo de estrategias. Esta concepción del trabajo en el aula necesita de una labor de equipo y una actitud cooperativa de los alumnos.

Ya no se trata de que el Profesor ayude y facilite la comprensión de los conceptos más difíciles, debe ser el grupo el que vaya poniendo de manifiesto la construcción del conocimiento. Por este motivo los contenidos son más cortos mientras que los procesos son más largos y se dedica mayor tiempo a su desarrollo; no se trabaja menos, se trabaja más despacio puesto que hay que dedicar más tiempo a cada cosa.

El Profesor debe aumentar su comprensión de los procesos didácticos, poseer un fundamento y diseñar una estructura para la organización de aspectos concretos del currículo. Debe estar, igualmente, capacitado para realizar una reflexión crítica sobre las causas y consecuencias de sus acciones en el aula.

Y, en tercer lugar, con respecto a la valoración de los alumnos también se han producido cambios significativos.

Es comúnmente admitido que los sujetos aprenden según pautas distintas, y por ello hay grandes diferencias en los rendimientos de alumnos de la misma edad. "La matemática es una materia

difícil de enseñar y difícil de aprender" (Cockcroft), y por eso, obliga a trabajar y practicar mucho con independencia del nivel de conocimiento que se tenga. Por ello el Profesor no puede rechazar a aquellos alumnos que no siguen un determinado ritmo de asimilación, no puede imponer un reciclaje permanente a un grupo de alumnos, no al menos en los periodos obligatorios de la enseñanza.

Por una parte, las acusadas diferencias entre unos alumnos y otros respecto de sus ritmos de aprendizaje y de sus rendimientos dificulta el desarrollar una materia común. Pero, por otra parte, si cada alumno es autor de su propio aprendizaje, hay que ayudarle a que lo elabore y no se puede permitir que experimente una sensación de fracaso permanente. Por ello, no es suficiente con la invitación, propuesta o imposición que haga el Profesor, es necesario también interesar a los alumnos en aquello que están haciendo.

La evaluación no puede limitarse a constatar qué alumnos son los que han logrado una expresión adecuadamente formalizada de los conceptos matemáticos trabajados y son capaces de concluir un problema tipo. Esta evaluación enfatiza los resultados finales y no valora el proceso de adquisición del conocimiento matemático. Se hace necesaria una modificación profunda en los modos de evaluación, que tenga en cuenta el nivel de dominio de cada alumno respecto de las técnicas, los conceptos y las estrategias de resolución de problemas. También importa incluir en la evaluación los medios y recursos empleados, la metodología puesta en práctica y la actuación del Profesor. La enseñanza es un proceso interactivo y su valoración debe cubrir todos los elementos de ese proceso.

En conclusión: el trabajo del Profesor ha experimentado profundas modificaciones, en un lapso reciente relativamente corto, y todas ellas apuntan a una capacitación didáctica más completa. La formación "científica" no es suficiente hoy día para ser un buen educador, tampoco para ser un Profesor competente en cualquiera de los niveles docentes. La enseñanza es una actividad compleja.

La enseñanza de las matemáticas, por su gran peso en la cultura y en la técnica de nuestra época, reviste una especial dificultad que conviene tratar con el máximo interés y abordar con los instrumentos adecuados.

Los profesionales de la enseñanza de las matemáticas están capacitados "científicamente" y homologados institucionalmente para impartir clases, pero carecen de un instrumental conceptual de carácter pedagógico que les permita comprender con claridad la complejidad de tareas con las que tienen que enfrentarse casi a diario y abordar los múltiples problemas que plantea el ejercicio de la profesión.

Es responsabilidad de la Administración el no abordar la formación inicial y permanente del Profesorado teniendo en cuenta todos los instrumentos conceptuales necesarios. Mientras esta reforma no llega, el Profesor se encuentra desasistido. Su buen hacer profesional, la entrega a su trabajo y su propia capacidad intelectual le permiten resolver muchas de las cuestiones cotidianas, pero siempre cunde la intranquilidad de que quizás no se esté haciendo todo lo técnicamente posible, y es en estos casos en los que se echa en falta una mayor capacitación profesional. El acudir a manuales de pedagogía general o didáctica suele producir nuevas frustraciones porque, a las dificultades que supone el desconocimiento de la jerga pedagógica, se une el hecho de no encontrar contestación inmediata y automática a la dificultad particular que ha provocado la consulta al manual. Una formación más completa debe abarcar un instrumental pedagógico y didáctico, con fuertes conexiones con el conocimiento matemático.

Llinares, S. y Sánchez, V. (eds). Teoría y Práctica en Educación Matemática. (1990).
Sevilla: Editorial Alfar
Capítulo 1: Diseño Curricular en Educación matemática: Una perspectiva cultural.
Luis Rico Romero

A satisfacer una de estas necesidades va dirigido este capítulo. El concepto elegido es el de Currículo que se desarrolla desde su conexión con la Educación Matemática. Es un tema de estudio esencial para acercarse a un núcleo de problemas en la relación Teoría/Práctica dentro de la Didáctica de las Matemáticas.

1.-Matemáticas y Currículo: una primera aproximación.

1-i) Diversas nociones de currículo.

La noción de currículo trata de dar forma conceptual a los problemas que surgen desde el momento en que se quiere poner en marcha un plan de formación; resulta de una reflexión sobre la práctica y trata de delimitar los elementos fundamentales que intervienen -o deben de intervenir- en ésta.

Stenhouse (1984) comienza el primer capítulo de su obra "Investigación y desarrollo del Currículum" buscando la voz 'currículo' en el Oxford Dictionary, en donde aparece "Currículo: curso regular de estudios en una escuela o una universidad"; a continuación busca la voz 'regular', y encuentra "Regular: poseer una forma de estructura o una ordenación que obedezca o sea reducible a alguna norma o principio; caracterizado por la armonía o la adecuada correspondencia entre las diversas partes o elementos; marcado por la constancia o la uniformidad en cuanto a la acción, procedimiento o aparición; conforme a alguna regla o algún estándar aceptado o adaptado."

La distinta tradición cultural en nuestro país, y el menor desarrollo de las ciencias de la educación, hacen que al buscar estas mismas voces en el Diccionario de la Real Academia encontremos: "Currículo: plan de estudios. Conjunto de estudios y prácticas destinadas a que el alumno desarrolle plenamente sus posibilidades."

"Regular: ajustado y conforme a regla. Ajustado, medido, arreglado en las acciones y modo de vivir. Aplicase a las personas que viven bajo una regla o instituto religioso y a lo que pertenece a su estado. Ajustar, reglar o poner orden en una cosa."

La ausencia de una reflexión más elaborada sobre 'Currículo' la pone de manifiesto Gimeno (1984): "Entre nosotros no se ha generado un pensamiento curricular porque ni era necesario ni tampoco venía motivado por la práctica de decidir e implantar los planes de estudio en la realidad escolar." La tradición anglosajona, mucho más rica en este aspecto, queda resumida así por Stenhouse: "Hay dos puntos de vista respecto al currículo. Por una parte, se considera como una intención, un plan, o una prescripción, una idea acerca de lo que deseáramos que ocurriese en las escuelas. Por otra parte, se conceptúa como el estado de cosas que existen en ellas, lo que de hecho sucede en las mismas. El estudio del currículo se interesa por la relación entre sus dos acepciones: como intención y como realidad."

En los últimos años, las publicaciones y estudios realizados en nuestro país han puesto de manifiesto una mejora evidente en el campo de la reflexión didáctica y una mayor preocupación por conectar esta reflexión con lo que ocurre en realidad en las aulas escolares.

Este énfasis por la conexión entre teoría y práctica es el que pone de manifiesto Ibáñez-Martín (1987): "Se distingue entre proyecto curricular y programación curricular. El Proyecto trata de designar el conjunto de las metas, actividades y materias que definen las estructuras del sistema educativo de un país; cabe usarlo en un nivel más restringido para concretarnos a un cierto nivel de enseñanza, o incluso a una parte de él. La Programación curricular será el detalle de los

pasos que deben seguirse para tener una mayor eficacia en alcanzar las metas propuestas, habitualmente dentro de un curso determinado o de un área de conocimiento específica.

Las definiciones que se proponen para el currículo pueden reducirse a tres grupos distintos: en primer lugar, las que se caracterizan por hablar principalmente de los conocimientos a transmitir, de las nociones que se deben poseer; en segundo lugar, las que se refieren fundamentalmente a la cultura de una época, de la que el currículo hace su selección; en tercer lugar, los que enfatizan que el currículo expresa el conjunto de las actividades socialmente aprobadas e instauradas en los centros docentes para intentar conseguir el desarrollo de los jóvenes." (1987)

Son muchas las caracterizaciones que se pueden dar del currículo; en términos generales, se llama **currículo en educación al hecho de planificar una formación**.

Elementos permanentes a considerar en toda reflexión o estudio sobre currículo son:

i) el colectivo de personas que se va a formar, con sus características sociales más relevantes, edad y formación previa;

ii) el tipo de formación que se quiere proporcionar; conviene recordar que la formación puede consistir en la asimilación de normas y códigos, la aceptación de valores, la consecución de destrezas, el desarrollo de capacidades personales, el dominio de técnicas o la adquisición de conocimiento en un determinado campo;

iii) la institución social a través de la cual se lleva a cabo la formación. El modo mediante el cual esa institución va a desarrollar la formación que se le encomienda suele venir regulado mediante un plan que debe alcanzar cierto grado de detalle y minuciosidad. Un diseño curricular debe prever la asignación de medios, apoyos, recursos y personas a un determinado proyecto de formación;

iv) las necesidades a cubrir; toda formación trata de cubrir unas necesidades sociales, a veces de tipo general educativo y en otros casos las de un campo profesional específico;

v) el control al que va estar sometido. Todo plan de formación debe incorporar sus propios mecanismos de evaluación y autorregulación.

Unas veces de manera implícita y otras de forma explícita, todo currículo comprende estos cinco elementos. Lo que ocurre es que algunos de estos elementos suelen quedar fuera del control del Profesor; así sucede con el colectivo de personas a formar y la institución en la que se realiza. Para un Profesor de Primaria o Secundaria se trata de elementos dados y permanentes: los alumnos entre 6 y 12 años o bien entre 12 y 18, y los Centros son los correspondientes a estos ciclos.

Sólo en épocas de profundos cambios en la organización de las enseñanzas se pone de manifiesto que estos elementos también son variables.

El Profesor de Matemáticas suele considerar como elementos claves del currículo el tipo de formación y la evaluación; mucho más difícilmente admite que la formación matemática debe cubrir, en primer lugar, unas necesidades sociales. Pero, como se verá, las matemáticas son una actividad social compleja con cuya enseñanza se pretende cubrir múltiples necesidades.

1-ii) Diseño y desarrollo del currículo de matemáticas.

Howson, Keitel y Kilpatrick, en el ya clásico manual "Curriculum Development in Mathematics" (1982), dicen que "(en Matemáticas) currículo debe significar metas, contenidos, métodos y medios de valoración; no debe hablarse de un currículo nacional ya que el papel del profesor individual debe reconocerse."

Estos mismos autores resumen y clasifican los factores que impulsan el desarrollo curricular y aquellos otros que se le oponen.

Entre las presiones que han destacado para iniciar e impulsar el desarrollo curricular, cabe señalar las debidas a:

i) causas sociales y políticas, tales como los movimientos igualitarios -que han fundamentado las corrientes de las matemáticas para todos (mathematics for all)-; las demandas socio-profesionales, que han venido impulsadas por las reclamaciones del comercio y de la industria hacia una mayor cualificación profesional desde la educación obligatoria; el desarrollo económico y tecnológico con unas nuevas necesidades en el comercio, los transportes, los medios de comunicación, etc; y, finalmente, las motivadas por las propias autoridades educativas.

ii) las propias matemáticas; entre éstas se encuentran las provocadas por el crecimiento y aumento del conocimiento matemático y la aparición de nuevas ramas (teoría de grafos, sistemas dinámicos, cálculo numérico, etc); las que se originan por las nuevas aplicaciones del conocimiento matemático y por la matematización de nuevas ciencias; asimismo suelen influir en los cambios curriculares las modificaciones experimentadas en los planes de estudio universitarios.

iii) la Educación; entre estas causas se encuentran la aparición y desarrollo de nuevas teorías educativas; los resultados obtenidos mediante la investigación y los nuevos campos de estudio surgidos; también se consideran las nuevas tecnologías aplicadas a la educación.

iv) Los deseos de innovación constituyen un fuerte estímulo a los cambios en el currículo; estos deseos pueden deberse a la necesidad de abandonar aspectos rutinarios, a la competitividad entre grupos docentes, al planteamiento y superación de metas e, incluso, pueden ser debidos a presiones comerciales surgidas desde las empresas que se dedican a la producción de materiales escolares y libros de texto.

Con una fuerza semejante a las presiones que impulsan el cambio y desarrollo del currículo, aparecen las barreras que se oponen a este desarrollo. Entre las barreras más significativas, se encuentran las que se originan por razones de:

i) valoración; las diferentes ideologías e intereses pueden ser debidos a causas políticas, religiosas, educativas y sociales, todas ellas provocan distintas reacciones ante las innovaciones.

ii) poder; toda modificación implica un cambio en la balanza de poder que suele provocar rechazos.

iii) práctica; las dificultades que surgen del desconocimiento de los nuevos contenidos o de las nuevas técnicas producen recelos y, a veces, impedimentos considerables para la aceptación de los cambios; la carencia de materiales y libros de texto adecuados a los nuevos currículos son en ocasiones obstáculos insalvables; también ocurre que todo cambio implica el abandono de otros contenidos que resultaban útiles; todo ello hace que resulte complicado y difícil de articular el transmitir al profesorado la necesidad de los cambio propuestos.

iv) tipo psicológico; lo conocido proporciona seguridad y todas las innovaciones suponen un riesgo; no siempre es fácil superar errores previos o precedentes equivocados; por esto es conveniente incentivar al profesorado implicado en los cambios, para que encuentren ventajas en el mismo.

Los autores que venimos siguiendo distinguen tres tipos generales en el diseño y desarrollo del currículo:

i) Grandes proyectos emprendidos por organismos oficiales. En países en donde el sistema escolar está fuertemente centralizado, como ocurre en España, es el sistema usual de diseño y desarrollo curricular. Presentan problemas para que el Profesorado asuma las modificaciones, para su difusión y su ejecución.

ii) Proyectos locales, emprendidos por grupos de renovación pedagógica o agrupaciones y movimientos de Profesores. En este caso se encuentran, en nuestro país, el Proyecto "Granada-Mats" en la década de los 70 para las Matemáticas de la EGB, o el Proyecto "De 12 a 16" del año 84 para las Matemáticas en Secundaria. También caben bajo este apartado los proyectos elaborados por el Colectivo Rosa Sensat o, en otro orden de ideas, las propuestas realizadas por el Movimiento de Escuela Popular. Todos estos proyectos se caracterizan por haber implicado a un grupo de escuelas o centros que han actuado coordinadamente en una región y que han compartido un esquema de trabajo. En estos casos, se ha fomentado la creación y empleo de material propio.

iii) Proyectos individuales, de una sola escuela o individuo. En este caso se encuentra la labor de muchos seminarios o pequeños grupos de profesores que, sobre todo a partir del comienzo de la fase de experimentación de la Reforma del sistema educativo del año 83, iniciaron la exploración y experimentación de nuevas formas de trabajo en el área de matemáticas. Las Actas de los Congresos, Jornadas y Reuniones de Profesores de Matemáticas están llenas de las experiencias realizadas en el diseño y desarrollo de nuevos planteamientos curriculares.

Ha sido política de la Administración en la década de los 80 estimular este tipo de equipos y de trabajos mediante la convocatoria de diversos planes de ayuda a la investigación, que han permitido financiar algunos de los ensayos realizados en este terreno.

Si bien la planificación y seguimiento de los trabajos financiados ha dejado mucho que desear, no cabe duda que se ha estimulado la iniciativa individual y que se ha provocado una incipiente competencia entre el Profesorado para la innovación del currículo.

Estas consideraciones llevan a enumerar las estrategias que se pueden seguir para implantar modificaciones curriculares.

En primer lugar, hay estrategias de poder coercitivo; en ellas una autoridad hace uso de su poder para imponer cambios a sus subordinados; en otros casos no se emplea la autoridad sino la presión. Esta estrategia se emplea cuando el Profesor desempeña un papel de mero transmisor de las decisiones que se toman en otros ámbitos y de las cuales no conviene desviarse. Suelen ir relacionadas con una cualificación profesional muy pobre y un reconocimiento social y económico bajos; por otra parte, el propio Profesorado suele renunciar a asumir mayores responsabilidades. La situación anterior a la Ley General de Educación del año 70 puede considerarse que respondía a este tipo de estrategias.

En segundo lugar, se consideran las estrategias racionales mediante las que se muestra a los Profesores los beneficios objetivos que se obtienen con las innovaciones; entre estos beneficios

se encuentran mayores tasas de aprobados, salarios mas altos o mejor adecuación del sistema escolar a las necesidades económicas y sociales. La ley General de Educación se implantó combinando estrategias racionales que apelaban a la capacidad profesional del Profesorado junto con algunas estrategias de presión que mantenían la idea del profesor como semi autónomo y manipulable.

En tercer lugar, se dan las estrategias educativas que consisten en intentar modificar las actitudes, técnicas y valores del profesorado para llevarlos a las innovaciones. En este caso se considera al Profesor como un profesional con capacidad de decisión y comprometido socialmente con la mejora cultural del medio en el que trabaja. Puede decirse que, en el momento actual, hay una potenciación de las estrategias educativas si bien, a veces, con planteamientos algo ingenuos y abusivos por parte de la Administración, ya que no se proporcionan los medios necesarios para que el profesorado pueda asumir las obligaciones que suponen estos planteamientos mas ambiciosos.

En líneas generales, el papel del Profesor dentro del Sistema educativo no está definido claramente ni de un modo único; hay un margen de maniobra dentro del cual el Profesor define su propio papel y establece su relación con respecto a las innovaciones; del acierto de esta decisión dependerá que se consigan resultados reales en el cambio.

Para concluir este apartado conviene distinguir las Fases principales que recorre todo Diseño Curricular. Las innovaciones comienzan con la **identificación** de una necesidad; esta identificación puede referirse al sistema educativo, en general, o a una materia concreta. Suele ocurrir que las necesidades generales, una vez explicitadas, sirven para identificar las necesidades más puntuales de una disciplina específica.

A continuación de la identificación, aparece la fase de **formulación** de un curso de acción. En esta fase se elaboran y redactan documentos que se debaten extensamente. A veces la formulación necesita de un control experimental que sirva para contrastar diversos puntos de vista y seleccionar entre los más adecuados. La participación en la fase de formulación es lo que realmente compromete al Profesorado con el cambio curricular, de ahí la necesidad de articular un sistema que permita la mayor participación posible en esta fase. Los sucesivos documentos pueden dar idea de incoherencia o de ineficacia a los observadores externos, pero si el grupo que está realizando la innovación está realmente comprometido con ella apreciará la lógica interna de las diferentes aproximaciones a la formulación definitiva.

En tercer lugar, hay que persuadir a otros grupos para que acepten las innovaciones, surge así la fase de **negociación**. Las modificaciones del currículo afectan, en mayor o menor grado, a todos los sectores implicados en la educación; si se quiere que las innovaciones no queden reducidas a un pequeño grupo de iniciados debe negociarse su aceptación con esos sectores.

Cuando se acepta la innovación es necesario explicar sus metas y su esquema de trabajo a una audiencia más amplia; comienza así la fase de **difusión**. Se trata de un momento crucial en todo cambio del currículo, las ideas demostrarán su viabilidad cuando puedan ser desarrolladas eficazmente por Profesores distintos de los que las han concebido y elaborado. Sin fase de difusión no puede hablarse de desarrollo e innovación del currículo, sino, en todo caso, de un pequeño trabajo de estudio e investigación sobre la enseñanza. Finalmente, la innovación necesita sostenerse durante un periodo de tiempo; éste es el periodo de **ejecución** en el que habrá

que considerar y superar las barreras que se opongan al cambio. Para ello es conveniente realizar evaluaciones comparativas; de este modo se identifican nuevos problemas y se inician nuevas innovaciones.

1-iii) Cómo se entiende la enseñanza de las matemáticas.

Todo debate acerca de la enseñanza de las matemáticas lleva implícito una noción de lo que las matemáticas son, o de aquellos rasgos y características que deben destacarse, y esto también ocurre cuando la discusión se centra sobre las matemáticas escolares. Para muchos Profesores las matemáticas escolares son:

- un conjunto de técnicas cuyo dominio debe controlarse
- un cuerpo de conocimientos para aprender
- un lenguaje que utiliza una notación particular
- el estudio de la estructura lógica subyacente
- un juego particular y artificial que juegan los matemáticos
- la construcción de modelos útiles para la ciencia
- los procedimientos de cálculo necesarios en las aplicaciones prácticas, y así podríamos continuar.

Las matemáticas, ya se ha dicho, son una actividad social compleja, por lo cual su enseñanza lleva a cubrir múltiples necesidades: la utilidad práctica de los conocimientos matemáticos, las necesidades formativas y de desarrollo cognitivo del individuo, las necesidades culturales, de expresión y comunicación y, finalmente, el desarrollo y difusión de la propia materia.

La enseñanza de las matemáticas plantea problemas que no tienen una solución sencilla. Las diferentes suposiciones acerca de las matemáticas presuponen enfatizar diferentes puntos de vista, todos ellos igualmente válidos, pero que, a veces, parecen entrar en conflicto. Nuestra propia visión es que todas las consideraciones anteriores tienen un peso propio y no deben tomarse como excluyentes; no tiene sentido enfrentar los diferentes puntos de vista.

De todos modos es inevitable que a veces las innovaciones se planteen sobre la base de una dicotomía. Esto se pone de manifiesto en el siguiente texto del Colloquium de Utrecht del año 67: "El problema no es qué tipo de matemáticas sino cómo deben enseñarse las matemáticas. En sus comienzos las matemáticas significaban matematización de la realidad, y para gran parte de los usuarios éste es también el aspecto final de las matemáticas. Sistematización es una gran virtud de las matemáticas, y si es posible, el estudiante debe aprender también esta virtud. Pero esto significa la actividad de sistematizar no su resultado. Su resultado es un sistema, un maravilloso sistema cerrado, cerrado sin entrada ni salida. En su gran perfección puede incluso ser empleado por una máquina. Pero lo que puede ser realizado por máquinas no necesita seres humanos. Los seres humanos no deben aprender las matemáticas como un sistema cerrado, sino como una actividad, el proceso de matematizar la realidad y cuando sea posible, incluso matematizar las matemáticas". (E.S.M. Vol.1) Entre las disyuntivas más frecuentes sobre la enseñanza de las matemáticas se encuentran las siguientes:

Relacional/Instrumental. Si enfatizamos todos los intentos de descripción, clasificación y comprensión de relaciones se está generando pensamiento relacional. Ejemplos de esto son comprender cómo funciona un algoritmo, desarrollar modelos geométricos o combinatorios que sirvan para explicar fenómenos físicos o sociales, proporcionar modelos algebraicos y analíticos

para el científico profesional de otras áreas. Si se enfatizan los intentos relativos a cálculo, obtención de resultados y resolución de problemas estamos generando una comprensión instrumental. Ejemplos en este caso son utilizar los algoritmos, desarrollar notaciones y programas que simplifiquen los cálculos y hacer suposiciones correctas sobre las aplicaciones particulares.

Comprensión/Mecanización. Se trata de una oposición frecuente en la enseñanza que se refiere más a la forma de transmitir el conocimiento, a la forma de trabajar en el aula y al control que se va a hacer de lo aprendido. A veces suele identificarse esta dicotomía con la de Estrategia/Algoritmo, identificando la Comprensión con el razonamiento heurístico y la mecanización con los algoritmos, lo cual no es cierto. El uso y dominio de los algoritmos exige comprensión, la mecanización es una forma de utilización del conocimiento no reflexiva y que, por tanto, no controla su propio desarrollo. El hecho de que los algoritmos sean procedimientos establecidos con nitidez y con un número definido y permanente de pasos, no los excluye de la comprensión. Tanto los algoritmos como las estrategias están condenados al fracaso si enfatizan el aspecto mecánico sobre el significativo.

Contenido/Proceso. En este caso la distinción se refiere a la forma de concebir la enseñanza de las matemáticas en su globalidad. Se puede concebir que las matemáticas son un "producto manufacturado", ya elaborado, que se presenta en piezas ya establecidas, o bien se considera que son una "caja de bricolage" que permite hacer muchas cosas distintas y, sobre todo, cosas que no están en las instrucciones.

El contenido se identifica en matemáticas con las definiciones, propiedades, enunciados y demostraciones; durante muchos años la enseñanza se interpretó como la justificación de los argumentos lógicos con los que estas piezas de conocimiento quedaban enlazadas; la memorización mas o menos entendida del contenido es lo que se llamaba aprendizaje. Cuantas más piezas de conocimiento matemático dominara un individuo mayor se consideraba su conocimiento de las matemáticas.

La crítica al sistema de enseñanza en los últimos treinta años ha estado centrada en este aspecto: no importa tanto la cantidad de información matemática que una persona puede llegar a conocer sino en los diferentes usos que puede hacer de esa información. Entre la comunidad de matemáticos hay un proverbio muy significativo, que dice que un teorema no es realmente útil hasta que no se sabe aplicar. El Informe Cockroft señala como prioridad de la Educación Matemática: "Lo mas importante de todo es la necesidad de tener la suficiente seguridad como para hacer un uso efectivo de cualquier destreza y conocimiento matemático que se posea, ya sea poco o mucho."

Esto es lo que se quiere indicar cuando se habla de las matemáticas como proceso: se trata de saber utilizar los conocimientos matemáticos para dar solución a problemas y cuestiones.

1-iv) Necesidades de futuro

Todas estas consideraciones conducen a una reflexión importante: al a hacer un diseño curricular hay que elegir -destacar- una forma prioritaria de hacer/realizar/transmitir matemáticas en el aula. Hacer esta elección no es una cuestión trivial ni sencilla. No se puede hacer la elección simplificando la complejidad y riqueza de la comprensión matemática y rechazando todo aquello que no quepa dentro de un dogma estrecho.

Hay que tener un marco en el que los aspectos generales tengan cabida, y en el que se enfatizen y destaquen -se tomen como prioritarios- algunos de ellos.

Hay una serie de factores que han dificultado en nuestro país la elaboración de un buen currículo para la enseñanza de las matemáticas:

- el currículo lo determina la Administración (al menos hasta el momento presente), mediante un Programa que se aplica igualmente en todo el país; nace de arriba y los Profesores deben aceptarlo, sin ningún o con muy poco margen de maniobra.
- las matemáticas se consideran cuestión de especialistas; éstos suelen imponer sus puntos de vista a la Administración, atendiendo de modo destacado a sus propias necesidades. Cuando no consiguen imponer totalmente su visión, modifican aquellos aspectos que les interesan mediante los libros de texto.
- las deficiencias en la formación integral de los especialistas de matemáticas se transmiten a todo el sistema escolar. La influencia de los especialistas no sólo se manifiesta mediante los libros de texto, también ofrecen el modelo de Profesor más destacado para el futuro docente. Los valores propios del matemático profesional se transmiten de esta forma a todo el sistema educativo.
- la tradición cultural matemática es muy pobre en España; la aparición del matemático profesional, como colectivo, es un hecho muy reciente, todavía poco consolidado y cuyas referencias científicas suelen estar en el extranjero. Conviene señalar que no existe una publicación estable y prestigiosa que difunda en castellano los ya considerables resultados de nuestros investigadores; más del 90% de la producción científica de los matemáticos españoles se edita en inglés. Estudios sobre el contexto cultural hispano y las matemáticas de carácter social, histórico, filosófico o divulgativo, son prácticamente inexistentes y, cuando los hay, aparecen en publicaciones muy reducidas y minoritarias a las que no tiene acceso el profesor medio.
- no hay, apenas, tradición investigadora en el Área de Didáctica de las Matemáticas, que ofrezcan un apoyo científico adecuado a las propuestas de innovación que se planteen. La comunidad internacional de Educadores Matemáticos dispone -de nuevo en francés o inglés, principalmente- de unos fondos amplios y extensos de investigaciones y estudios desarrollados en este campo. Una política de fomento a la investigación, difusión de resultados y traducción de lo más importante que se publica, es imprescindible.
- los apoyos institucionales para elevar el nivel científico y profesional del Profesor de Matemáticas han sido escasos y descoordinados. La formación permanente no termina de abordarse con seriedad y coherencia, las dificultades propias de una formación inicial totalmente volcada en el contenido matemático no se intentan compensar con una cualificación en Didáctica de la Matemática que enfrente al Profesor con las dificultades inherentes a la transmisión y adquisición de tópicos matemáticos concretos. La ayuda institucional debe dirigirse también a fomentar el movimiento asociativo entre

Llinares, S. y Sánchez, V. (eds). Teoría y Práctica en Educación Matemática. (1990).
Sevilla: Editorial Alfar

Capítulo 1: Diseño Curricular en Educación matemática: Una perspectiva cultural.
Luis Rico Romero

Profesores de matemáticas, el trabajo en equipo, los grupos de investigación, la publicación de revistas, la edición de libros y la fabricación de materiales para el aula, la celebración de congresos y jornadas, el intercambio de experiencias didácticas y, sobre todo, prestar oído atento a las múltiples iniciativas que un colectivo tan preocupado por su desempeño profesional como el de los Educadores Matemáticos está planteando casi permanentemente.

Actuar sobre todos estos frentes simultáneamente es perentorio para lograr una acción eficaz y actualizada en el campo de la Educación Matemática. Todo currículo se sustenta sobre una comunidad profesional bien cualificada e incentivada. Las condiciones aquí descritas son básicas para lograr una cualificación adecuada, y, por tanto, para conseguir que las innovaciones en el currículo de las matemáticas obligatorias sean valiosas y estables.

2.- Matemáticas como elemento de cultura.

2-i) Papel de la Cultura en la Educación.

Una pregunta clave que todo Profesor se planteará antes o después es la que Stenhouse enuncia así: ¿Qué es lo que se hace en la Escuela?, a lo que él mismo responde: en la Escuela se transmite cultura. La Escuela, es decir todo Centro de enseñanza obligatoria, tiene por tarea poner a disposición de los alumnos una selección del capital' intelectual, emocional y técnico con el que cuenta la sociedad. Este capital, que puede designarse de muchas maneras, los antropólogos lo denominan cultura.

Los antropólogos tienen una visión diferente de lo que es la educación, como se pone de manifiesto en el siguiente texto de M. Mead. "Educación es ese proceso mediante el cual un individuo en formación es iniciado en la herencia cultural que le corresponde; tiene poco que ver con los procedimientos específicos que se utilizan para impartir el conocimiento de las complejas técnicas modernas a una cantidad de niños colocados en apretadas filas dentro del aula. El educador que espere que las capacidades potenciales de sus alumnos, que sean divergentes de la tradición adulta, pueden desarrollarse en un mundo extraño, realiza cálculos equivocados ya que no cuenta con el gran poder de la tradición. El niño recibirá el contenido general de la cultura en la que se desenvuelve, sea cual fuere el vehículo que se emplee para ello; lo absorberá de cualquier modo, pero dependerá irremediamente de la calidad de dicho contenido." (M. Mead)

El papel del Profesor debe centrarse en seleccionar parte de la cultura y ponerla a disposición de los alumnos, para introducirlos y guiarlos en la comunidad de conocimientos y capacidades. Este papel general del Profesor también lo es del Profesor de matemáticas. Por ello es conveniente hacer una reflexión sobre la noción de cultura que permita considerar con mayor amplitud las matemáticas y la planificación de su enseñanza.

Si la enseñanza de las matemáticas tiene, hoy día, una importancia real en la educación de las nuevas generaciones, es porque las matemáticas son una de las expresiones culturales básicas de nuestra actual sociedad.

Acostumbrados a objetivar nuestros conocimientos y darles una existencia independiente, creemos que las matemáticas están formadas por objetos independientes, con fuerza intrínseca, que se imponen en la sociedad por su propia potencia.

Esta visión falsea la realidad. Las matemáticas existen en un medio social y humano determinados. Constituyen una forma importante de relación y comunicación entre las personas, que impregna y da forma a múltiples actividades del hombre actual. Por ello las matemáticas son un elemento esencial de nuestra educación: porque son un ingrediente básico de nuestra cultura.

2-ii) Noción general de cultura.

El concepto de cultura aparece, fundamentalmente, en dos contextos: filosofía y antropología. (Ferrater Mora)

En filosofía el término cultura es un término genérico, que da lugar a la "filosofía de la cultura", y en este sentido se considera contrapuesto al término naturaleza. Al realizar esta distinción se pretende, por un lado, distinguir entre dos aspectos de la realidad: la no humana y la humana; por otra, parte distinguir entre dos aspectos del ser humano: el natural y el cultural o espiritual.

Otra distinción clásica es la que se refiere a cultura y civilización; en este caso se comparan las normas básicas de comportamiento de una sociedad agrícola con las que se dan en el medio ciudadano.

La visión antropológica es más completa, como podemos ver en los siguientes textos:

"Cultura es ese todo complejo que incluye conocimientos, creencias, arte, moral, leyes, costumbres y las demás capacidades y hábitos adquiridos por el hombre como miembro de la sociedad." (Tylor, 1871)

"Cultura son las pautas, explícitas e implícitas, de comportamiento adquiridas y transmitidas por medio de símbolos, y que constituyen el logro distintivo de los grupos humanos. El núcleo central de la cultura consta de ideas tradicionales y sobre todo de los valores que las sustentan. Los sistemas culturales se pueden considerar producto de la acción y, por otra parte, elementos condicionantes de la acción subsiguiente." (Kroeber y Kluckhohn, 1952)

"Cultura: nombre colectivo que designa todas las pautas de comportamiento adquiridas y transmitidas socialmente por medio de símbolos; nombre, por tanto, que abarca todos los logros de los grupos humanos, e incluye no sólo elementos como el lenguaje, la construcción de herramientas, la industria, el arte, la ciencia, la ley, el gobierno, la moral y la religión, sino también los instrumentos materiales o artefactos en los cuales los logros culturales se materializan y gracias a los cuales los componentes culturales intelectuales tienen efectos prácticos." "La parte esencial de la cultura la componen las pautas incorporadas en las tradiciones sociales del grupo, es decir, en los conocimientos, las ideas, las creencias, los valores, los estándares y los sentimientos predominantes en el grupo. La parte superficial de la cultura reside en el comportamiento del grupo, normalmente en sus usos, costumbres e instituciones. La parte esencial de la cultura parece ser una apreciación de los valores con respecto a las condiciones de vida." (Ellwood, 1944)

2-iii) Componentes de la cultura.

En la concepción clásica el fenómeno cultural se ha abordado teniendo en cuenta los factores biológicos, psicológicos y sociales de la vida del hombre y las relaciones entre ellos. Por ello el interés de los estudios e investigaciones, en este campo, se centró en localizar principios

universales y regularidades empíricas que apareciesen en todos los medios, y aproximadamente en forma similar ("familia", "religión", "economía", "educación") y, en segundo término, se intentó relacionar estos principios con las constantes de la biología humana, de la psicología y de la organización social.

Esta visión clásica ha sido sometida a profunda crítica y debate; algunos autores, como Geertz (1987), la centran en tres aspectos:

1. Los principios universales propuestos deben ser realmente universales, y no categorías vacías.
2. Esos principios deben estar fundamentados en procesos biológicos, psicológicos o sociológicos, y no vagamente asociados con realidades subyacentes.
3. Los principios han de poder defenderse como elementos centrales en una definición de humanidad, dentro de la cual las particularidades culturales sean secundarias.

Hay dos ideas que están en la base de esta crítica.

En primer lugar, la cultura se comprende mejor si en vez de tener en cuenta formas concretas de conducta: costumbres, usos, tradiciones, hábitos, se atiende a los mecanismos de control que gobiernan la conducta: planes, recetas, fórmulas, reglas, estrategias, procedimientos, instrucciones.

En segundo lugar hay que considerar que el ser humano es el animal que más depende de mecanismos de control exteriores a su organismo; los programas culturales le permiten ordenar su conducta, le permiten avanzar desde una indeterminación inicial hasta logros específicos y concretos.

Al considerar el pensamiento humano desde los mecanismos de cultura se observa que es esencialmente social y público, sus formas de expresión y desarrollo son la discusión y el debate, por ello, su lugar natural son el patio y la plaza. Pensar no es organizar sucesos en la cabeza, aunque sean necesarios sucesos en la cabeza (y en otras partes) para pensar. Pensar es un **tráfico de símbolos significativos**, palabras, gestos, ademanes, dibujos, sonidos, artificios y objetos, en general, cualquier cosa que sirva para imponer significación a la experiencia.

Entre los principios universales que se han localizado en todos los medios culturales aparecen las capacidades humanas de cuantificar, relacionar, encontrar patrones, hacer figuras de carácter más o menos abstracto, representar y expresar regularidades. Todas estas capacidades constituyen la médula del conocimiento matemático y su desarrollo sistemático y formalizado ha dado lugar a las matemáticas que hoy día conocemos.

Las capacidades anteriores aparecen en los datos prehistóricos más antiguos. Desde el momento que unos restos arqueológicos pueden calificarse de humanos, se reconoce en ellos alguna forma de simbolización. En realidad sucede a la inversa: uno de los criterios claves para valorar los restos encontrados en un asentamiento como humanos es que los materiales aparecidos incluyan la expresión de algún patrón o regularidad.

Si bien todas las culturas y grupos humanos no presentan el mismo grado de evolución en sus capacidades matemáticas, siendo en algunos casos bastante rudimentario, sí podemos afirmar que dichas capacidades son una constante de los grupos humanos organizados, cuyo estudio se ha realizado hasta el momento.

Creemos que los elementos matemáticos de la cultura superan fácilmente la crítica de Geertz.

En primer lugar, las matemáticas dan expresión a un mecanismo claro de control para el gobierno de la conducta, ya que atienden a planes, recetas, fórmulas, reglas, estrategias, procedimientos e instrucciones.

En segundo lugar, los elementos matemáticos permiten ordenar la conducta del hombre, ajustándola a pautas de racionalidad y contribuyendo decisivamente a la aparición y desarrollo del pensamiento científico.

En tercer lugar, es profundamente cierto que el pensar matemático es social y público; es, en el sentido más real del término, un tráfico de símbolos significativos; la objetividad de las matemáticas hunde sus raíces en la racionalización de formas básicas de expresión humana.

2-iv) El papel de los símbolos.

Siguiendo a Racionero (1987) podemos decir que símbolo es "todo aquello que posee un significado o valor que le ha sido asignado por quienes lo usan; la capacidad de los objetos para connotar, y no simplemente para indicar o denotar, es la fuente de su capacidad para simbolizar."

El símbolo está constituido pues por un objeto, un signo o una palabra y el significado que una comunidad le atribuye. Nuestra relación con los objetos y las palabras no es mecánica, cada objeto tiene un significado que le atribuimos y que establece nuestra forma de relacionarnos con él.

En el estudio de otras culturas podemos observar cómo un mismo objeto puede tener un significado religioso, mágico o sexual, según el medio y las personas; a veces nos produce estupor ver la riqueza de significados simbólicos que un mismo objeto puede tener para los miembros de un determinado período histórico y cultural.

Las personas asignan significados simbólicos a las cosas y crean un simbolismo personal propio con el fin de situarse en el medio en el que se encuentran. Nunca el significado simbólico es asignado individualmente, todos los símbolos son de procedencia social, pero su uso implica una determinación del significado que se atribuye al objeto o término en cuestión.

Cuando un significado simbólico es compartido por un grupo de personas se convierte en un símbolo cultural, y todas las personas que entienden y emplean el símbolo comparten esa cultura. Por ello cualquier movimiento social que quiere tener incidencia sobre el medio en el que va actuar comienza estableciendo un código simbólico propio; ese código le servirá para identificar al grupo social y para definir el tipo de acciones que se quieren desarrollar.

Asignar significados simbólicos compartidos es una de las actividades psicológicas más importantes del ser humano ya que crea sentido de pertenencia a un colectivo, y ello contribuye a la integración y desarrollo del individuo.

La cultura se compone de todo aquello que resulta de la experiencia simbólica compartida y que sirve para su mantenimiento y conservación. Participar en una cultura supone estar implicado en una estructura de símbolos, compartir unos códigos de significación y contribuir con nuevos matices o nuevos significados a la riqueza de relaciones entre los símbolos de esa cultura.

Las personas individuales encuentran la mayor parte de los símbolos en su medio social; esos símbolos los han recibido de sus mayores y los transmitirán a los que le sucedan. La cultura occidental actual lleva a atribuir significados simbólicos perecederos con un ritmo acelerado, a lo cual llamamos moda o publicidad; pero estos son símbolos a corto plazo, mientras que a nosotros nos interesan los de plazo más largo, los que tienen mayor estabilidad en una cultura.

Los símbolos fundamentales continúan existiendo durante periodos amplios de tiempo y su función es siempre la misma para el ser humano: disponer de una construcción que sirva para dar significado a los sucesos entre los que vive y que le permita tener una orientación para sus experiencias.

Si la conducta del hombre no estuviera dirigida por estructuras culturales - sistemas organizados de símbolos significativos- sería ingobernable. Se trataría de una masa de actos sin finalidad y emociones incontroladas, que producirían una experiencia amorfa. Por ello, la cultura -que es la totalidad acumulada de esos esquemas y estructuras- es mucho más que un adorno de la existencia humana, es la condición esencial de la misma.

El papel de los símbolos en el conocimiento matemático es esencial. Podemos afirmar que es uno de sus rasgos distintivos: todo pensamiento matemático se expresa simbólicamente.

Ahora bien, los símbolos por sí mismos no tienen virtualidad. Sirven para atribuir y compartir significados. Por ello, aunque la invención de un simbolismo matemático concreto se puede atribuir a una determinada persona, no cabe duda que las ideas que subyacen son de procedencia más general -al menos de un grupo de estudiosos-, y tampoco cabe duda de que la simbolización lograda sólo se consolida y mejora mediante su aceptación social. Hay multitud de ejemplos de notaciones simbólicas fallidas -algunas de ellas francamente buenas- por no haber conseguido una aceptación social.

Los símbolos matemáticos que expresan patrones más generales son símbolos culturales de uso común en nuestra sociedad. Esto ocurre con los signos numéricos, los signos de las operaciones aritméticas elementales, las figuras y cuerpos geométricos más sencillos, y algún otro simbolismo como gráficos, flechas y diagramas.

Por ello podemos afirmar que las matemáticas son parte esencial de nuestra cultura ya que, en su raíz, expresan simbólicamente una experiencia compartida; permiten participar de unos códigos de significación que dan expresión a las capacidades humanas de cuantificar, relacionar y representar.

2-v) Escuela y cultura.

Un concepto general de cultura comprende la estructura social del conocimiento, el desarrollo de capacidades humanas y la transmisión y mantenimiento de las costumbres y creencias de una sociedad; incluye también, por supuesto, la semilla del cambio.

Idea principal es que en la Escuela se transmite cultura, más aún, es uno de los medios institucionales para su transmisión. El profesorado constituye una comunidad cualificada para la enseñanza, por ello la tarea del Profesorado en la enseñanza obligatoria consiste en ayudar a sus alumnos a integrarse en una comunidad de valores, conocimientos, capacidades y destrezas que otros ya conocen; "la escuela tiene por misión poner a disposición del niño o del adolescente una selección del capital intelectual, emocional y técnico con el que cuenta la sociedad, este capital se denomina cultura" (Stenhouse).

Esquemáticamente: el Profesorado selecciona las partes relevantes del patrimonio cultural, que pone a disposición del alumnado.

Característico de los mecanismos de cultura, del tráfico de símbolos significativos antes señalado, es que éstos se **transmiten**, es decir la cultura constituye una herencia o tradición social; en segundo lugar, la cultura se **aprende**, no es una manifestación de la constitución genética del hombre; y, en tercer lugar, la cultura se **comparte**, participando en el sistema de comunicación de un grupo.

Llinares, S. y Sánchez, V. (eds). Teoría y Práctica en Educación Matemática. (1990).
Sevilla: Editorial Alfar

Capítulo 1: Diseño Curricular en Educación matemática: Una perspectiva cultural.
Luis Rico Romero

La interacción entre Escuela y cultura puede quedar resumida así:

i) La cultura proporciona el marco general para el contenido de la Educación, y por ello en la Escuela se pone a disposición de los alumnos la cultura mediante su participación en grupos de aprendizaje.

ii) La cultura se presenta como artículo de consumo intelectual, ello permite introducir a los sujetos en culturas que no les son propias, que entran frecuentemente en conflicto con la cultura del hogar o la del grupo de compañeros.

iii) Por último, hay que destacar que en las Escuelas se hace una selección de la cultura, ya que no es posible transmitir toda la cultura de una sociedad. Los grupos educativos presentan una cultura que tiene entidad fuera del propio sistema educativo y que no se ha originado en el mismo, pero al mismo tiempo se ha obtenido por elección de unos determinados elementos y la supresión de otros.

En la planificación de la formación del alumnado, que hace el sistema escolar, se destaca la enseñanza de conocimientos, artes, destrezas, lenguajes, convenciones y valores. Todos estos aspectos forman parte del currículo escolar y son elementos destacados dentro de la cultura en la que ese sistema escolar se desarrolla.

No es gratuito, por tanto, que el sistema escolar transmita conocimientos matemáticos. En realidad es insuficiente, ya que debiera transmitir también artes, destrezas, lenguajes, convenciones y valores matemáticos, al menos de forma tan sistemática como transmite los conocimientos.

Es un hecho real que las matemáticas son, en la actualidad, la única materia que entra a formar parte de la enseñanza obligatoria en todos los países del mundo. También es cierto que, con currículos muy similares, el desarrollo efectivo en el aula y su rendimiento posterior, es muy diferente de unos países a otros, e incluso dentro de un mismo país.

Esto nos reafirma en nuestra idea de que las matemáticas expresan necesidades culturales básicas, pero que no tienen igual intensidad ni idéntico desarrollo en comunidades diferentes.

Es conveniente reflexionar sobre el siguiente hecho: es muy posible que determinadas comunidades estén imponiendo su particular expresión de la cultura matemática, y sus propias prioridades, a otras comunidades cuyos intereses quedan sin desarrollar. Esta forma de colonialismo cultural escolar es particularmente preocupante porque mantiene el desinterés y el analfabetismo. Por ello, la escuela, además de transmitir matemáticas lo debe hacer a partir de los elementos culturales propios de la sociedad en la que se desenvuelve.

2-vi) Concepciones antropológicas en el pensamiento curricular.

Desarrollamos este apartado siguiendo el texto "Antropología del Currículum", de Escámez (1987).

Las teorías del currículum parten de tres supuestos fundamentales:

- * una determinada concepción del conocimiento científico
- * la especificación de las funciones que corresponden a la educación
- * la visión que se tenga del hombre y de la cultura

El pensamiento curricular surge desde las presiones que el positivismo científico ejerció sobre el pensamiento educativo. La educación progresista en Norteamérica planteó la necesidad de introducir los métodos experimentales en educación, y también hacer una clasificación de los propósitos que deben guiar la educación, cómo conseguirlos y qué instrumentos se deben utilizar

Llinares, S. y Sánchez, V. (eds). Teoría y Práctica en Educación Matemática. (1990).
Sevilla: Editorial Alfar
Capítulo 1: Diseño Curricular en Educación matemática: Una perspectiva cultural.
Luis Rico Romero

para valorar la eficacia del progreso conseguido. La educación progresista necesitaba claridad de propósitos, métodos bien articulados e instrumentos racionales para la evaluación. Se trataba de lograr que la actividad escolar fuese una empresa rigurosa, eficaz y rentable socialmente. En este marco se entendió que el currículo tenía que determinar las necesidades sociales y organizar la transmisión del conocimiento dentro de un esquema racional. Por ello el currículo ha de incluir un diagnóstico de necesidades, unos objetivos a lograr, unos conocimientos y experiencias para su logro y unos instrumentos de evaluación.

Claves en el estudio curricular son:

- i) la concepción científica subyacente, relativa al conocimiento organizado según estructuras lógicas y racionalmente identificadas;
- ii) el marco social y antropológico que se considera, es decir la consideración del hombre cuando se enfrenta con problemas en su medio social que debe resolver;
- iii) el sistema escolar, que debe transmitir conocimientos útiles y preparar a los jóvenes para desempeñar un papel social.

Actualmente hay tres líneas en los planteamientos sobre pensamiento curricular, y esas tres líneas pueden diferenciarse según las claves anteriores. Las tres corrientes indicadas son:

- i) Tradicionalista, preocupada por establecer los principios que han de guiar el currículo.
- ii) Concepto-empirista, que se interesa por dirigir la actuación práctica en el aula.
- iii) Reconceptualista, cuya tarea de teorización es más amplia y va dirigida a orientar el proceso de humanización y liberación del hombre y la sociedad.

Según la visión tradicional la primera característica del hombre es el pensamiento. El pensamiento se entiende como el proceso lógico que conduce la actividad humana con seguridad y eficacia hasta la obtención de resultados. El conocimiento que se obtiene tiene consistencia interna y proporciona por tanto seguridad científica. El pensamiento, al funcionar de acuerdo con las leyes de la lógica y con las reglas del método experimental, asegura respuestas útiles a los problemas que se plantean. Por esto, al entender que la estructura cognitiva del hombre funciona de acuerdo con las leyes de la lógica, se han elaborado diseños curriculares en los que se atiende a la secuenciación de los contenidos y a la consecución de aprendizajes instructivos.

La segunda característica antropológica es la consideración del hombre como un ser social. El conocimiento y la acción se dirigen a resolver problemas, pero en un medio social concreto. Por tanto los contenidos del currículo deben contemplar las soluciones adecuadas que se han dado con anterioridad a las necesidades sociales, los conocimientos necesarios para dar respuesta útiles a los problemas de actualidad y los conocimientos convenientes para prever soluciones a necesidades futuras. De aquí que un criterio de selección de contenidos sea su adecuación para la adaptación de los escolares a la sociedad en la que viven y para el avance de esa sociedad.

La tercera característica es la consideración del hombre como un ser práctico. El pensamiento no está separado de la acción sino que se manifiesta en la acción misma; el hombre se considera como un ser productivo. Modelo productivo y criterio de utilidad constituyen el esquema fundamental de referencia en el diseño del currículo.

Consecuencias de esta visión son:

- la adquisición y transmisión de conocimiento puede preverse rigurosamente, debido a las leyes lógicas del pensamiento.
- se pueden generar tecnologías que activen el proceso, la secuencialización de los pasos y el control del mismo.
- de este modo se justifican las relaciones entre la concepción intelectualista y la tecnología de la conducta que surge del conductismo.

En el otro extremo se encuentra la concepción antropológica reconceptualista para fundamentar el pensamiento y la reflexión sobre el currículo. Sus construcciones intelectuales se basan, en este caso, sobre los siguientes supuestos:

- i) la recuperación de la persona como totalidad
- ii) una nueva concepción del método científico.
- iii) la crítica neomarxista.

Estos planteamientos rebasan ampliamente los supuestos sobre los que se basa la concepción tradicional y establecen el campo de debate y reflexión sobre la significación del currículo en el momento educativo actual. Los supuestos anteriores han provocado las siguientes reflexiones:

- la realidad es pluridimensional, se puede acceder al conocimiento de la misma por otros modos y formas no necesariamente lógicos; no se pueden postergar las necesidades personales de los estudiantes en función de las necesidades sociales; hay que replantearse las cuestiones de valor, y no sólo las de eficacia y eficiencia.
- el proceso de enseñanza debe ser un diálogo crítico entre profesores y alumnos en el que la actividad escolar debe mejorar y enriquecer a unos y a otros en sus características personales.
- el currículo no debe imponer valores, sino posibilitar que los alumnos clarifiquen su propio sistema; no se acepta que haya unos valores universales para todos, ni que la escuela deba transmitir e inculcar esos valores.
- se reclama atención sobre los aspectos diferenciales, por ello no deben ser las necesidades sociales el centro del que surjan los objetivos; hay que situarse en las necesidades e intereses personales.
- también en las relaciones de intercomunicación se acentúa el aspecto interpersonal más que el social; los profesores deben enseñar lo que hacen y cómo lo hacen desde sus razones personales y prácticas.
- el lenguaje se convierte en fuente de contextos educativos; el lenguaje puede usarse de modos muy diversos: para describir, exponer, controlar, predecir, manipular, racionalizar, legitimar, etc., pero también para la construcción de un medio educativo cuando se usa en el proceso de autorreflexión, indagación crítica y análisis de contenidos
- se pone en tela de juicio que un mismo conocimiento sea accesible a gente con características muy diversas; se postula que sólo hay conocimiento personal cuando hay interpretación del significado; el conocimiento significativo supone un acto de comprensión que permite captar una globalidad de detalles en un significado de conjunto.
- en la elaboración de un currículo hay siempre implícita una valorización del mismo; considerarlo sólo como un conjunto estructurado de disciplinas es insuficiente.

Llinares, S. y Sánchez, V. (eds). Teoría y Práctica en Educación Matemática. (1990).
 Sevilla: Editorial Alfar
 Capítulo 1: Diseño Curricular en Educación matemática: Una perspectiva cultural.
 Luis Rico Romero

- la escuela debe desempeñar un papel importante para buscar y clarificar el sentido de la persona; el currículum debe organizarse sobre una ética de la humanización; es necesario centrar las actividades, esfuerzos y esperanzas sobre las ideas, valores, actitudes y moralidad de las personas en el contexto de su experiencia concreta, tal y como es vivida.
- por esto la escuela debe ser un lugar donde hay que estimular la crítica radical y generar esfuerzos para una nueva sociedad; se conseguirá así una nueva conciencia de la sociedad en la que se vive y de sus instituciones.
- la construcción del conocimiento científico se considera como un fenómeno humano, hecho por los hombres y, por tanto, relativo e histórico; la ciencia se construye por unos hombres en un contexto cultural determinado, con unos intereses definidos y con unos problemas concretos a los que contestar, su valor científico es relativo al poder de comprensión, explicación y respuesta que aporta al contexto en el que se construye.

2- vii) Matemáticas como elemento de cultura.

La reflexión a fondo sobre el sentido final de la educación nos ha llevado a analizar con detalle diversas significaciones de la cultura y cómo el sistema escolar transmite fundamentalmente el patrimonio cultural de una sociedad a las generaciones en formación.

También hemos analizado cómo la elaboración de un currículum está contaminada por la significación antropológica que se sostenga respecto de tres elementos claves: la concepción del conocimiento científico, las funciones que corresponden a la educación y la visión que se tenga del hombre y de la cultura. Esta reflexión es cierta en el caso del currículum de matemáticas para la enseñanza obligatoria.

La actual concepción predominante del currículum de matemáticas en nuestro país está asentada fuertemente en los planteamientos que hemos llamado tradicionalistas, que tienen, culturalmente, una coherencia y credibilidad muy fuertes entre los docentes.

En matemáticas es difícil cuestionar que el conocimiento está organizado según estructuras lógicas, racionalmente identificadas o identificables; que el conocimiento matemático debe servir para resolver todo tipo de problemas que se planteen en el medio social; y, por tanto, el sistema escolar debe transmitir un tipo de formación matemática intelectualmente útil al sujeto que se forma, coherente desde la propia lógica interna de este conocimiento y válida para la función social que cada sujeto va a desempeñar.

La posición crítica que surge de la visión antropológica reconceptualista sobre el currículum no tiene una aceptación tan fácil como fundamentación de los currículos de matemáticas. Los intentos realizados, sobre este extremo, en nuestro país han sido insuficientes, han estado descoordinados y no han tenido una difusión apreciable.

Sin embargo, hay elementos de esa concepción que podemos reconocer en muchos de los planteamientos más avanzados en el momento actual. La consideración de la cultura como un todo se pone de manifiesto en el campo de la Educación Matemática en reflexiones como las realizadas por la Etnomatemática, los estudios sobre Popularización de las Matemáticas, las investigaciones realizadas sobre la manifestación matemática de las diferentes culturas y, finalmente, en los múltiples estudios realizados sobre la participación y empleo de elementos matemáticos en multitud de manifestaciones culturales tales como la pintura, la arquitectura, la escultura, la fotografía, la literatura, la poesía, la filosofía, el deporte, la música, la prensa, la

publicidad y, en general, en toda forma de expresión y comunicación humanas. Todo esto supone un intento serio de revisión sobre la naturaleza del conocimiento matemático, procurando no reducirlo a la simple expresión lógica.

La consideración de las matemáticas como un elemento de la cultura de nuestra sociedad, importante, pero uno más, supone dejar de concebir las matemáticas como un objeto ya construido, que hay que dominar, y comenzar a considerarlas como una forma de pensamiento humano, con margen para la creatividad, cuya ejercitación hay que desarrollar, pero respetando cierta autonomía y distinto ritmo en cada persona. Esto impone una modificación profunda del papel atribuido a las matemáticas en el currículo escolar.

Por una parte, esto supone plantear el conocimiento matemático escolar más ligado con una amplia gama de expresiones culturales y, por tanto, poniendo menos énfasis en la propia coherencia interna de las matemáticas.

Por otra parte queda alterado el papel que se atribuye a las matemáticas como delimitadoras de los estudiantes con auténtica capacidad intelectual.

Sería una simpleza no reconocer que esta nueva visión plantea problemas conceptuales y metodológicos importantes, pero está claro que el diseño curricular de las matemáticas escolares obligatorias debe avanzar mucho más aún por esta línea de reflexión, ofreciendo una planificación de actividades y tareas que permitan verificar la viabilidad de los nuevos planteamientos.

3.- Posición de las Matemáticas en el Currículo Escolar.

3-i) Variables del Currículo de matemáticas.

En todo sistema educativo se suelen reconocer cuatro elementos fundamentales: el sujeto que hay que formar, el tipo de formación que se quiere transmitir, el medio en el que se va a realizar y la persona que la va a encauzar. Dicho en términos escolares tenemos: el alumno, la materia, la escuela y su contexto sociocultural, y el maestro. Entre estos cuatro elementos se dan una serie de interrelaciones que establecen la dinámica de funcionamiento de cada sistema escolar en concreto.

El papel del Profesor en el desarrollo efectivo del currículo se está poniendo de manifiesto recientemente con los estudios e investigaciones dedicados al pensamiento y las creencias del Profesor, al cual se le dedica el primer capítulo de esta obra; por tener ya un tratamiento detallado en este libro, no vamos a analizar el papel del Profesor y vamos a considerar sólo los tres primeros elementos.

La materia, en nuestro caso es el contenido o conocimiento matemático que se considera necesario para cada uno de los ciclos o períodos establecidos en el sistema escolar y el alumno es el niño o adolescente cuya escolarización está socialmente establecida.

Entre la materia y el alumno hay una serie de relaciones: por un lado, la materia ha de contribuir destacadamente a la educación del alumno, pero por otra parte la materia debe adaptarse a las capacidades cognitivas del alumno. Estas interrelaciones establecen una base común constituida por los conocimientos posibles y deseables que debe poseer un alumno cualquiera sobre matemáticas al concluir su formación y los que debe recibir en cada uno de los tramos del sistema escolar.

Entre el contexto socio-cultural y el conocimiento matemático también hay fuertes relaciones, que se han puesto de manifiesto en el apartado anterior, cuando se ha profundizado en la idea de que las matemáticas son un componente destacado de la cultura de una sociedad. Estas conexiones son muy variadas, y entre ellas cabe anotar las que se derivan de las necesidades sociales de utilización del conocimiento matemático, que a su vez revierte en una interpretación de los fenómenos sociales y culturales en términos cuantitativos, figurativos o relacionales. Finalmente, también hay unas relaciones complejas entre el alumno y el medio social al que pertenece, que terminan por concretarse en una elaboración y aceptación de normas y valores, que se expresan en el seguimiento de unos códigos de conducta. Esquemáticamente tenemos:

(figura 1)

3-ii) Concepciones generales del currículo

Jimeno y Pérez Gómez (1985) distinguen cinco enfoques diferentes a la hora de abordar los problemas que se plantean en la teoría curricular.

El primer enfoque es el que considera el currículo como **estructura organizada de conocimiento**; podemos afirmar que ésta es la forma natural de considerar el currículo por parte de los Profesores. Se da prioridad a la función transmisora que desempeña el Sistema Escolar. El Currículo de Matemáticas se identifica, de este modo, con una forma de organizar los conocimientos matemáticos para su transmisión sistemática.

Dentro de este enfoque se distinguen tres niveles diferentes:

i) **Esencialismo**, en este caso se considera que el currículo es un programa de conocimientos verdaderos y válidos, esenciales, que se transmite sistemáticamente en la escuela para desarrollar la mente y entrenar la inteligencia. En esta posición se sitúan los Profesores que están convencidos de la virtualidad automática que tienen los enunciados matemáticos: una vez que "la verdad" se enuncia debe comprenderse por su propio carácter de coherencia lógica; ahora bien, no todo el mundo tiene capacidad para comprender la belleza y claridad de los razonamientos matemáticos, ya que no todo el mundo es igualmente inteligente; luego aquellos que no capten la validez de las matemáticas a partir de sus "textos sagrados" demuestran su propia incapacidad para este tipo de razonamientos, y deben ser excluidos del medio en el que se practican y utilizan; el supuesto fundamental es que hay una verdad matemática que aprehender, y hay quien no está capacitado para ello.

El currículo se considera como un programa estable de contenidos, en donde destaca el valor intrínseco y perenne del conocimiento. La única variable que interviene en este caso es el conocimiento matemático que se encierra sobre sí mismo.

ii) **Estructura de la disciplina**. Según este enfoque, el conocimiento científico se parcela en disciplinas, cada una de las cuales se estructura lógicamente en cuerpos organizados de conceptos y principios, donde cada uno de ellos requiere para su desarrollo y crecimiento métodos propios de investigación y control. Esta posición es más abierta que la anterior, en ella se da por supuesto que el conocimiento se realiza y construye dentro de una comunidad que opera con unos métodos propios; cada disciplina queda definida no sólo por los objetos que

estudia sino también por los métodos que emplea; por ello, la escuela debe procurar que la adquisición de las matemáticas se realice atendiendo a la forma en que ésta se produce.

La falta de tradición investigadora en el campo de las matemáticas en nuestro país hace que no hayamos producido diseños curriculares matemáticos que atiendan a la estructura de la disciplina; cuando se incorpora en una lección alguna reflexión sobre la historia y evolución de los conceptos implicados o bien cuando se trabaja directamente sobre textos históricos, como cuando se estudian los Elementos de Euclides, se está enfatizando la propia estructura de la ciencia matemática.

Las verdades matemáticas no son aquí intemporales y eternas, sino más bien producto de una determinada forma de trabajo, y en este caso tan importante es adquirir un dominio sobre el método como el adquirirlo sobre los resultados finales. La tradición anglosajona ha desarrollado currículos en matemáticas que responden a este planteamiento.

iii) **Desarrollo de métodos de pensamiento.** En este caso, se concibe el currículo como un proyecto complejo, orientado a desarrollar formas de pensamiento reflexivas sobre la naturaleza y la experiencia del hombre. Los intentos que se están produciendo actualmente de elaboración de nuevos currículos en matemáticas siguen esta línea, tanto en nuestro país como en el Reino Unido y USA. En ellos, el valor cultural del pensamiento matemático toma fuerza, frente a la consideración tradicional de valorar sólo el dominio de los resultados.

El énfasis se pone en el proceso, en las estrategias y recursos que los alumnos ponen en acción cuando se enfrentan con tareas matemáticas. Se supone que el pensamiento reflexivo requiere la integración equilibrada de contenidos y procesos, de conceptos y métodos. Se considera que el currículo es algo más que la transmisión de información, que implica un proyecto para desarrollar modos peculiares y genuinos de pensamiento. El lema de este planteamiento viene dado por la frase de Dewey: "Aprender es aprender a pensar".

Hay que señalar que este enfoque curricular, intelectualmente atractivo, es difícil de llevar a la práctica. Los hábitos del Profesor, la forma de trabajo en el aula, la competitividad entre los alumnos, los materiales de trabajo, el sistema de evaluación y las expectativas de los padres, están amoldados a un diseño curricular en donde el conocimiento se considera concentrado en los hechos, destrezas y conceptos y en el que las estrategias y métodos caen fuera de la planificación, desarrollo y control de los aprendizajes.

No es fácil diseñar un currículo de matemáticas en el que el modo de pensamiento tome prioridad sobre la simple instrucción, aunque esa es una de las tareas importantes en las que todos los Profesores comprometidos con la renovación pedagógica se encuentran actualmente implicados. Los diseños curriculares que reclaman una didáctica activa en el aula y que la planifican, o los cursos elaborados sobre la base de la Resolución de Problemas, son los primeros intentos serios de elaborar un currículo en nuestro país que desarrolle prioritariamente modos de pensamiento.

El segundo enfoque es aquel que considera los currículos como un **Sistema tecnológico de producción**, y es la forma usual de entender e interpretar los temas escolares por parte de las fuerzas sociales y económicas. En esta concepción, el currículo se reduce a un documento donde se especifican los resultados que se pretenden conseguir mediante este sistema. La conocida metáfora de la Escuela como fábrica encuentra aquí su mejor expresión: el sistema educativo es una institución social que debe resultar rentable; para valorar la rentabilidad hay que planificar

los medios, lo cual permite conocer el costo, y prever los resultados para, una vez cuantificados, conocer el rendimiento; la razón entre los costes y los rendimientos permite evaluar la utilidad del sistema.

El currículo consiste aquí en una declaración estructurada de objetivos de aprendizaje. La eficacia de un sistema tecnológico obliga a que los objetivos que se plantean en el currículo se enuncien en

términos de comportamientos específicos. El Profesorado suele rechazar unos enunciados de objetivos excesivamente conductistas, pero no puede olvidar que la valoración social que se haga al concluir un proceso de formación se realizará en términos de comportamientos logrados por los alumnos; lo que el Profesorado no debe admitir es que esos comportamientos se simplifiquen en actuaciones mecánicas, rutinarias o de aceptación pasiva de órdenes y consignas. El rendimiento social del sistema educativo, en una sociedad democrática y técnicamente avanzada, es mucho más complejo que el que puede valorarse en términos exclusivamente de objetivos de instrucción.

Uno de los resultados importantes del sistema educativo es la preparación para realizar actividades profesionales o sociales. Como en cualquier sistema de producción, la eficacia va a requerir el análisis de tareas complejas mediante tareas específicas y competencias concretas que puedan ser producidas y controladas por el sistema. En este sentido el currículo ha de prescribir también los resultados de la instrucción, ha de hacer un diseño estructurado de los resultados pretendidos, definiendo comportamientos específicos.

Un tercer enfoque, que suele adoptar la Administración Educativa, consiste en considerar el currículo como un **Plan de Instrucción**. En este caso, el currículo es un documento que planifica el aprendizaje; se distingue entre currículo y los procesos de instrucción a través de los cuales ese plan se actualiza.

La visión de la Administración es la respuesta técnica a las necesidades puestas de manifiesto por las fuerzas sociales y políticas; el segundo y tercer enfoques suelen ir coordinados y se complementan mutuamente, sin embargo no enfatizan suficientemente el desarrollo de modos de pensamiento, quedándose la mayor parte de las veces en un simple plan de instrucción.

Como plan de instrucción, el currículo debe abarcar contenidos, objetivos, actividades y evaluación. No debe reducirse a una simple declaración de intenciones sino que debe incluir el diseño de elementos y relaciones que intervengan en la práctica escolar.

Por lo general supone la planificación racional de la intervención didáctica en todas sus dimensiones y suele tener cierto grado de abstracción y generalidad. Sin embargo, los documentos que elabora la Administración sobre diseño curricular no operan en el vacío sino que reafirman algunas de las actuaciones que de hecho se están llevando a la práctica, mientras que corrigen u ofrecen alternativas para algunas otras, pero difícilmente ponen en cuestión líneas claves de actuación dentro del sistema.

Por ello es utópico pretender una reforma profunda a partir solamente de las orientaciones de la Administración. El currículo en este caso puede establecer guías y líneas de intervención, la instrucción concreta en algunos casos singulares y las formas de evaluación más convenientes, ahora bien, si no hay establecidas unas prioridades educativas más profundas y si el Profesorado y la sociedad no las comparten mayoritariamente, la validez del currículo oficial se reduce a la de un manual o guía de instrucciones.

El cuarto enfoque posible es aquel que considera el currículo como **conjunto de experiencias de aprendizaje**, en este caso se trata del punto de vista que adoptan los psicólogos. El currículum es el conjunto de experiencias de aprendizaje que los alumnos llevan a cabo bajo la orientación de la Escuela, es el conjunto de experiencias planificadas que se ofrecen a los alumnos.

Desde este ángulo de reflexión se ha considerado que los Profesores enseñan más de lo que se proponen, y el alumno aprende otras cosas además de lo que se le enseña. Se considera que hay experiencias de aprendizaje no planificadas por la escuela, es así como se contempla el "currículum oculto"; de este modo se distinguen tres tipos de currículo: explícito, oculto, y ausente.

Bajo esta consideración un currículum adquiere sentido dentro de una teoría global del aprendizaje. Aunque las dificultades a la hora de poner en práctica esta consideración resultan muy grandes, también suponen un mecanismo de control sobre la coherencia entre los supuestos teóricos y su realización práctica. En matemáticas se ha intentado llevar a cabo innovaciones curriculares sobre supuestos generales de carácter constructivista, cuyo desarrollo real en la práctica era de tipo conductista. Los diseñadores del currículo de matemáticas deben esforzarse en lograr una mayor coherencia entre los supuestos teóricos a los que se acogen y las oportunidades reales que ofertan a los alumnos para recibir una educación que responda a esos supuestos. Un ejemplo claro lo tenemos en nuestro país con los Programas Renovados del año 82, en los que, bajo el supuesto de una teoría cognitiva basada en Piaget, se ofertaba un diseño curricular de corte conductista.

En términos generales, se considera aquí que el currículo de una escuela es el contenido y los procesos formales e informales mediante los cuales el alumno adquiere conocimientos y comprensión, desarrolla capacidades y modifica actitudes, apreciaciones y valores bajo la dirección de la escuela.

Una crítica radical a las deficiencias e insuficiencias de los planteamientos anteriores ha llevado a los teóricos del currículo comprometidos con la renovación de la escuela a plantear un quinto enfoque, con influencia real dentro los movimientos progresistas en educación. Se trata del enfoque denominado **Currículo como resolución de problemas**, entendiendo por problema no sólo los de carácter matemático, sino cualquier tarea para la cual, el sujeto que debe abordarla, no tiene soluciones previstas de antemano.

Se centra en el análisis de la práctica, considerando la singularidad de la práctica curricular y orientando la teoría a la resolución de problemas, de los problemas reales que se presentan en las aulas por una parte, pero al mismo tiempo incluyendo estos métodos en el proceso de formación de los alumnos, consiguiendo así que sean capaces de afrontar tareas no previstas y darles un respuesta válida.

Desde esta perspectiva, se conecta con la visión del Profesorado que hemos denominado "desarrollo de modos de pensamiento", enlazando con el planteamiento más avanzado en la consideración del currículo como estructura organizada de conocimientos, que ya hemos indicado es uno de los retos actuales que el Profesorado tiene planteados para conseguir algo más que una instrucción matemática superficial para las generaciones escolares.

Stenhouse es uno de los autores que más ha profundizado en esta línea, y en este sentido enfatiza el carácter artístico de la enseñanza, y la necesidad de integrar contenidos y métodos, procesos y productos, conocimientos y estrategias metodológicas, mediante un estudio unitario y flexible; el currículo debe ser un proyecto global, integrado y flexible.

Llinares, S. y Sánchez, V. (eds). Teoría y Práctica en Educación Matemática. (1990).
Sevilla: Editorial Alfar
Capítulo 1: Diseño Curricular en Educación matemática: Una perspectiva cultural.
Luis Rico Romero

El currículo debe proporcionar bases para planificar, evaluar y justificar el proyecto educativo; en especial debe ofrecer:

* en la planificación:

- principios para seleccionar el contenido
- principios para el desarrollo de los métodos
- principios para la planificación de las secuencias
- principios para diagnosticar las características de los estudiantes

* en la evaluación:

- principios para evaluar el progreso de los estudiantes
- principios para evaluar el progreso de los profesores
- orientaciones para adecuar el proyecto a las peculiaridades de cada contexto
- información sobre la variabilidad de efectos en diferentes medios y sobre las causas de tal variabilidad

* en la justificación:

- formulación de las intenciones y aspiraciones del currículo, accesibles a la crítica pública

Comparando el planteamiento abierto y ambicioso de Stenhouse, resumido en la lista anterior, con nuestra práctica docente y las bases teóricas sobre las que se sustenta podemos apreciar la gran distancia que aún nos queda por recorrer.

3-iii) Papel de las matemáticas en el sistema escolar.

Es un lugar común admitir que el sistema escolar aparece y se desarrolla inicialmente como un aparato del Estado, o de los grupos sociales dominantes, haciendo que la cultura de un grupo social determinado aparezca como cultura del conjunto de la sociedad.

Por otra parte, también se considera que el sistema escolar establece una legitimidad de la estructura social y las jerarquías establecidas al mantener que la posición que ocupan las personas en la sociedad es resultado de sus méritos y capacidades, puestas de manifiesto en el período de su formación.

El Sistema Escolar desempeña así un doble papel:

* unifica culturalmente la sociedad,

* individualiza a cada persona como responsable de su puesto en la sociedad;

mediante estas funciones se proporciona cohesión a la sociedad, desempeñando un lugar destacado dentro de la misma (Simposio de Valencia, 1987).

Las reflexiones anteriores tienen una lectura algo diferente en nuestro país. El Sistema Escolar español fue, hasta casi mediados del siglo pasado, un aparato eclesial. La unificación cultural de nuestra sociedad estuvo tradicionalmente en manos de la Iglesia; no se expresó mediante un sistema escolar organizado hasta fechas muy recientes. El rechazo a la unificación cultural controlada por un Estado laico ha tenido expresiones violentas en España, que toman mayor fuerza en algunas zonas en donde el integrismo y la defensa de valores tradicionales de carácter religioso llevó en el pasado a planteamientos de guerra civil. Por ello, la unificación cultural mediante la educación hecha desde el Estado, ha tenido en España unas connotaciones progresistas, puesto que suponía imbuir a la población de unos valores cívicos, de carácter laico, dotando a cada persona de una mayor capacidad de reflexión y autonomía para hacer sus propias

Llinares, S. y Sánchez, V. (eds). Teoría y Práctica en Educación Matemática. (1990).
Sevilla: Editorial Alfar

Capítulo 1: Diseño Curricular en Educación matemática: Una perspectiva cultural.
Luis Rico Romero

elecciones. En este contexto puede entenderse que el programa de Costa ("Escuela y despensa") tuviese una carga social tan fuerte.

También la individualización de la responsabilidad fue un factor de progreso en nuestra sociedad. La tradición señalaba que la posición de cada persona en la sociedad es de origen divino. Los autos sacramentales de Calderón expresan con claridad este punto de vista al mostrar un modelo social inamovible, ya que cada uno ha recibido su papel en la sociedad como un encargo directo de Dios, que no puede rechazarse, y en el que sólo cabe un desempeño eficaz. Por ello hay personas con capacidad de decisión sobre las acciones de los demás, y no cabe que cada uno busque su propio desarrollo mediante el ejercicio de sus capacidades personales.

Independientemente de las críticas que puedan hacerse al sistema escolar, hay que destacar el hecho de que, en la sociedad española del último siglo, ha sido un factor indudable de progreso, que ha permitido el asentamiento y consolidación de los valores democráticos actuales. Puede decirse que las deficiencias del Sistema Escolar en España han sido de un carácter social diferente, por no plantearse a fondo la necesidad de unas referencias culturales comunes y no hacer efectiva una valoración real de los méritos y capacidades de cada individuo como determinantes de su posición social.

Desde una perspectiva general, las matemáticas parecen ajustarse bien a las funciones señaladas para el Sistema Escolar. Keitel señala, refiriéndose a los matemáticos de prestigio en Europa, que los matemáticos han formado parte de una élite que no necesitaba trabajar para subsistir, por ello no utilizaban las matemáticas sino que las consideraban desde una perspectiva distinta de las necesidades de la vida cotidiana. Durante el siglo XVIII se realiza el estudio de las matemáticas como una actividad de ocio, como reflexión sobre el conocimiento como tal. En el siglo XIX se institucionalizan las matemáticas como profesión académica y se separan y jerarquizan las matemáticas en puras y aplicadas.

De nuevo la situación en España es algo diferente. Por razones suficientemente debatidas las élites intelectuales de nuestra sociedad no se preocuparon de estos conocimientos ni tuvieron una producción propia; sí hubo buenos ingenieros, arquitectos y navegantes, y por tanto se llegó a contar con un nivel respetable en el dominio de las matemáticas aplicadas. Pero no puede decirse que hubiese en España nada parecido al cultivo sistemático de los problemas formales y teóricos de nuestra materia.

En el momento de constitución del currículo escolar, en el siglo XIX, las matemáticas pasan a ser consideradas como disciplina mental.

Las matemáticas resultan, en ese momento, adecuadas para hacer la separación entre el trabajo manual y el intelectual, dando coherencia a las prácticas educativas que institucionalizan esta separación.

De nuevo hay que considerar que este planteamiento es muy tardío en nuestro país, y que no se consolida hasta ya avanzado el siglo XX. Las matemáticas no se consideran en un principio como disciplina mental, sino como una serie de destrezas de cálculo, lectura y escritura de números y sistemas de representación para la geometría; en el currículo escolar el énfasis se pone en "las cuatro reglas". La labor de control y demarcación entre el trabajo manual y el intelectual se asigna al latín, función que se mantiene hasta fechas muy recientes.

Sin embargo sí es cierto que, progresivamente, las matemáticas van tomando mayor peso en el currículo escolar y sirven para establecer la capacidad necesaria en el desempeño futuro de

determinadas profesiones. Aún así, el carácter que tienen las matemáticas en nuestros currículos es como conocimiento aplicado.

La aparición de las matemáticas como disciplina autónoma, con interés intrínseco y que cultiva valores propios, es tardía en nuestro país, y posterior a la Guerra Civil. Por ello es interesante tener en cuenta que, con una tradición considerable en este campo, se están produciendo en Europa revisiones en profundidad sobre el papel tradicional que han desempeñado las matemáticas en el Sistema escolar, papel que ha sido diferente en España, puesto que aquí no hubo una intelectualidad consolidada en este campo. Cuando nuestro país se incorpora a la tradición científica europea lo hace con todas sus ventajas e inconvenientes, pero en desde una situación cultural y social distinta.

"Las funciones que se han señalado en el Sistema Escolar encuentran una expresión adecuada en la formalización, jerarquización y división de las matemáticas. Al separar a los alumnos reproduce la separación social; al legitimar las diferencias entre alumnos legitima las jerarquías sociales; al diferenciar entre matemáticas puras y aplicadas se cualifican las distintas formas de trabajo" (Simposio de Valencia, 1987).

Esta imagen social de las matemáticas sirve de fundamento al Sistema Escolar, y no se ha puesto en cuestión hasta comienzos de la década de los setenta, siendo muy minoritarios los grupos que comparten esta crítica en nuestro país.

La cuestión planteada, y aún no resuelta, es la siguiente: las matemáticas no son propiedad ni prerrogativa o dominio exclusivo de un sector o grupo cultural, por ello la función tradicional asignada a las matemáticas en el Sistema Escolar debe discutirse y modificarse profundamente. Las cuestiones y planteamientos que pueden hacerse son muy variados, pero el papel tradicional está en retroceso y es rechazado por un sector considerable del Profesorado, que no acepta convertir la función formadora de las matemáticas en un filtro selectivo, legitimador del estatus social que se asienta sobre las diferencias económicas y la división entre el trabajo intelectual y el manual.

Es en este contexto en el que surgió el movimiento de "las matemáticas para todos", que intenta reivindicar el carácter de conocimiento básico compartido para las matemáticas escolares. Una de las ideas claves de este movimiento está en el siguiente principio: si un determinado conocimiento no tiene interés general debe excluirse del período de la educación básica obligatoria.

No es sencillo dar respuesta a las cuestiones que se plantean a partir de estos supuestos; entre las más significativas aparecen:

- ¿qué matemáticas pueden servir para todos ?
- las matemáticas que pueden ser para todos, ¿son verdaderas matemáticas?
- las matemáticas, ¿deben ser una asignatura obligatoria?
- ¿qué currículo de matemáticas debe considerarse en las distintas etapas de la educación?
- ¿qué tipo de actuaciones deben promoverse en el aula con la enseñanza de las matemáticas?
- ¿qué formación deben tener los Profesores encargados de educar en las etapas obligatorias?
- ¿cómo deben concebir las matemáticas?

Es tarea de la actual generación de Profesores, de los especialistas en educación y de los matemáticos profesionales, encontrar respuesta adecuada a estas preguntas, y a otras que puedan hacerse, en el convencimiento de que no es una tarea sencilla y que el acierto que se consiga va a tener una incidencia considerable en el futuro de nuestra sociedad.

Lo que ya no debe ocurrir es que aceptemos la reflexión que se produce fuera de nuestro país, desde una historia y una tradición diferentes, y nos limitemos a copiar las distintas modas que nos van llegando sobre Educación Matemática. El papanatismo tradicional en este aspecto, no tiene perdón en el momento actual. Los educadores matemáticos españoles deben participar activamente en la búsqueda del papel de las matemáticas hoy día en el Sistema Escolar.

3-iv) Papel del Profesor y organización del cambio.

Estamos, por tanto, en una época de cambios profundos en Educación Matemática, en la que se está produciendo una adaptación entre los fuertes principios democráticos, que deben impulsar toda la educación, y los no menos fuertes principios de rigor y exigencia en la conceptualización que han impregnado el conocimiento matemático. Por ello, es el diseño curricular de matemáticas uno de los campos de estudio en Educación Matemática en el que se plantean cuestiones que conectan fuertemente la teoría con la práctica.

En una época de cambios, como la actual, en la que algunas de las líneas de futuro están aún por definir, o al menos por ser aceptadas mayoritariamente por el Profesorado que las ha de poner en práctica, conviene reflexionar sobre el papel del Profesor en dicho cambio.

El Profesor es un elemento clave en el sistema educativo, cuyo papel está sometido a estudio y revisión en el momento actual. Desde el punto de vista de la teoría curricular, el Profesor es un intermediario entre el currículo y los alumnos, cuya función hay que tener en cuenta ante cualquier intento de modificar el currículo.

Los Profesores pueden verse implicados en los cambios de dos modos diferentes: como participantes en el proceso o como usuarios de un producto.

Los innovadores que creen a los Profesores incapaces de contribuir al proceso de desarrollo curricular suelen producir materiales que rodean o evitan al Profesor, reduciendo su papel al de un simple monitor. Los innovadores que consideran que el Profesorado es la clave del desarrollo curricular tienden a elevar el proceso por encima del producto; los materiales no son más que ejemplos o puntos de partida que requieren que el Profesor haga su propio desarrollo. Hay, por tanto, una cuestión de creencias respecto de lo que es posible y adecuado en el papel que desempeña el Profesor, que se pone de manifiesto en las opciones políticas que se toman.

Podemos decir que, en el sistema escolar español, el Profesor se ha considerado prioritariamente como un monitor carente de autonomía. Por lo que respecta a las matemáticas, este papel se ha acentuado debido a la dificultad y peculiaridad de la materia. En las matemáticas escolares el Profesor ha concentrado sus esfuerzos en hacer de puente entre el libro de texto y el alumno, poniendo a veces un énfasis excesivo en que el segundo se adapte al primero. Han sido los movimientos de renovación pedagógica -en general- los que en primer lugar intentaron adaptar el material de trabajo al alumno, lo cual, en segundo lugar, les obligó a abandonar el papel meramente pasivo de monitores.

Los Profesores encuentran su mayor satisfacción como profesionales cuando su acción es la que ayuda a los alumnos. Un Profesor se siente más recompensado cuando consigue que un alumno o grupo aprenda. Para ello las restricciones que se impongan al Profesor sobre empleo de materiales de trabajo, seguimiento de un cuestionario, o bien, posibilidad de alterar una

secuencia o, incluso, elaborar un programa alternativo, deben ser mínimas y estar sometidas sólo a controles generales que abarquen períodos largos de tiempo.

La cultura escolar de un país es bastante resistente al cambio introducido desde fuera de la escuela. Cuando se intentan cambios curriculares sin la cooperación y colaboración de los Profesores, estos cambios raramente funcionan bien y durante largo tiempo. Por esto, es función de la Administración Educativa impulsar las innovaciones, difundir los resultados y métodos de los diferentes grupos de trabajo, promover el intercambio y discusión entre los colectivos interesados, incentivar el trabajo de los Profesores comprometidos con el desarrollo del currículo y la búsqueda de nuevas vías y valorar la investigación cualificada en el campo de la educación.

Desde el interior del aula el Profesor ve el currículo de matemáticas sólo como una parte del proceso educativo. Cambiará su enseñanza más fácilmente si ve el cambio garantizado por unos objetivos más amplios, además de otros más específicos de la enseñanza de las matemáticas.

Un factor clave en toda innovación curricular es el trabajo en equipo. La acción del Profesor tiene un desempeño individual, cada uno trabaja usualmente sólo frente al grupo de alumnos que le corresponde. De ahí que haya un fuerte sentimiento de responsabilidad personal en el trabajo docente, que se agudiza en materias como las matemáticas en las que el Profesor tiene también que hacer elecciones durante el desarrollo de la clase. Sin embargo, a la hora de planificar un cambio, esta acción individual se puede convertir en un impedimento, y ello por varios motivos.

En primer lugar, el peso de la experiencia puede ser excesivo en un momento dado y dificultar la visión general del cambio.

En segundo lugar, las variables que hay que controlar para que un cambio responda a las expectativas planteadas pueden ser excesivas para la capacidad de una sola persona.

También hay que tener en cuenta que todo cambio necesita de un control externo para garantizar que no hay modificaciones innecesarias o reiteraciones sin sentido.

Finalmente, el Profesor necesita la garantía moral de que no está sometiendo a sus alumnos a un tratamiento caprichoso y arbitrario, que los resultados que obtiene no están falseados por sus propias expectativas.

Todas estas razones apuntan en una misma dirección: el trabajo de renovación del currículo es un trabajo de equipo, la labor del Profesor es una tarea social, y esto se pone una vez más de manifiesto cuando hay que emprender cualquier trabajo de innovación.

Una de las mayores contribuciones, en el campo del cambio curricular, que se han hecho en estos últimos tiempos es la **organización de proyectos**. Surgen como respuesta de la sociedad al problema de realizar un cambio cualitativo en el currículo escolar. Howson, Keitel y Kilpatrick (o.c.) mantienen que los primeros proyectos han copiado sus estrategias, conscientemente o no, de los procedimientos usados en la industria para la obtención de nuevos productos.

El modelo más usual que se ha seguido es el denominado I-D-D (Investigación, Desarrollo y Difusión), también conocido por sus siglas en inglés: R-D-D (Research, Development and Difusion). Las siglas enfatizan las tres fases fundamentales del modelo. Conviene destacar la tercera fase, que usualmente no se contempla en otros modelos: todo cambio curricular debe ser sometido a discusión y control externo; para ello, nada mejor que proponerse conscientemente su difusión en ambientes distintos de aquéllos en los que el proyecto se ha gestado y experimentado.

Una clave en la organización y vida de un proyecto es el director. La mayor parte de los proyectos han surgido por iniciativa de personas, que se han hecho responsables de ellos, "vendiendo la idea" a una institución que proporciona patrocinio y medios.

Conviene no olvidar que, en nuestro país, los grupos que actuaron durante la década de los 70 lo hicieron en torno a un proyecto, impulsados por alguien con mayor personalidad o más carácter, pero que, en todos los casos, fueron proyectos de grupo y que, difícilmente, recibieron ayuda institucional en sus comienzos; se sostuvieron por la certeza moral de que la tarea emprendida era importante o necesaria.

Es una tarea aún por realizar la de levantar el plano de los grupos que surgieron en esta época en el campo de la Educación Matemática, y nombrar a algunos supondría olvidar a la mayoría. Gran parte de ellos se deshicieron después de haber llevado adelante cierto trabajo, algunos desaparecieron en función de su integración en otros colectivos, algunos renacieron de sus cenizas, pero conviene dejar constancia de que la gran expansión que se está produciendo en los últimos años en el campo de la Educación Matemática no podría explicarse sin la labor previa, callada y sistemática, que comenzó a desarrollarse hace ya unos cuantos años con la aparición simultánea y no coordinada de multitud de grupos y equipos de trabajo.

Una labor inicial del equipo de innovación consiste en preparar un material con el que llevar hacia adelante ese cambio. En la preparación de ese material hay que tener en cuenta a diferentes especialistas; el material, que puede ser de muy diversos tipos, se ensaya y experimenta en centros pilotos. El material consiste, a veces, en una serie de objetos sobre los que hay que realizar determinadas acciones, ateniéndose a unas reglas, para llegar a unas conclusiones; el material puede ser, en otros casos, un material escrito que incorpora órdenes que el alumno debe seguir o actividades que debe realizar.

Los primeros se conocen con el nombre genérico de juegos o materiales didácticos, y los segundos suelen ser libros o fichas de trabajo. También hay otra gran familia de materiales que aparecen en el marco del software educativo, de gran desarrollo en la actualidad y con enormes perspectivas, no desarrolladas aún a fondo por ningún proyecto institucional. Finalmente, los medios audiovisuales constituyen una fuente de recursos para la innovación en el currículo de matemáticas. Más adelante se volverá sobre los medios en el aula de matemáticas.

Los centros pilotos se seleccionan rara vez al azar; suelen unirse al proyecto por amistad personal con los organizadores o por la reputación que puedan conseguir. En una primera fase del proyecto esto es inevitable, e incluso conveniente: el compromiso libremente asumido permite trabajar con mayor intensidad en los comienzos, participar con un espíritu más crítico en las primeras exploraciones, ensayar variantes o alternativas a las propuestas elaboradas y contribuir significativamente en el desarrollo y mejora del proyecto.

Ahora bien, en una fase posterior es imprescindible, si se quiere tener garantía de la viabilidad de la propuesta, que participen centros seleccionados con criterios más objetivos.

Los proyectos van a suponer, en la mayor parte de los casos, un enorme trabajo de coordinación. La cantidad y tipo de entrenamiento que un proyecto oferta a los Profesores depende simultáneamente de la justificación filosófica sobre la participación del profesorado en el cambio y del entrenamiento especial que el programa requiere.

En un sentido práctico real, cada proyecto debe "venderse" a sí mismo. La gente tiende a considerar el éxito de un proyecto por su habilidad para conseguir la aceptación de sus ideas. La administración y gestión de un proyecto de cambio curricular, tanto si se planifican formalmente sus actividades de difusión como sino, debe considerar seriamente cómo las ideas del proyecto se llevan a cabo en el aula.

El contexto social es la fuerza crítica exterior que da forma al cambio curricular. Sin las expectativas de cambio generadas en nuestro país por el Partido Socialista al acceder al poder, muchas de las innovaciones generadas en Educación Matemática no hubieran encontrado unos cauces de expresión tan fácilmente y, sobre todo, no hubieran contado con un medio social deseoso de nuevos planteamientos e innovaciones en educación. Por ello mismo, hay mucha mayor responsabilidad en la frustración que se está generando entre el profesorado, a la vista del incumplimiento de las promesas de una renovación en profundidad.

Pero la fuerza exterior no es suficiente, y nunca está sola. También hay una fuerza interior: el contenido de la innovación, las ideas que se difunden y la filosofía que las motiva. En último término, el determinante interno principal de la práctica y gestión del cambio curricular en las matemáticas escolares es la visión de innovación que se tenga sobre la propia matemática y del motivo para su enseñanza en la escuela.

El cambio curricular en matemáticas tiene pues un contexto y un contenido; ambos determinan su estructura, su operatividad y su perfeccionamiento.

CAPÍTULO III. DISEÑO CURRICULAR EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA: ELEMENTOS Y EVALUACIÓN.

4.- Elementos del diseño curricular

4-i) Las metas de la Educación Matemática.

Una reflexión previa a todo diseño del currículo de matemáticas debe considerar las dificultades que se derivan de la transmisión del conocimiento matemático mediante el Sistema Escolar.

La enseñanza de las matemáticas ha adquirido un dinamismo, en los últimos años, que dificulta conocer con claridad qué debe hacerse y cómo actuar en este campo. El Profesor se encuentra en un medio que le resulta familiar, en el que todos los elementos le son conocidos: son los objetos del conocimiento matemático, aquéllos que hay que lograr que nuestros alumnos dominen. Sin embargo, estos elementos se encuentran en un ambiente diferente, cuyo control se escapa, que propicia el establecimiento de nuevas relaciones entre esos elementos, la mayor parte de ellas desconocidas.

Nuestra profesión nos obliga a trabajar con estas nuevas relaciones, pero muchas veces se encuentran dificultades, que pueden parecer insuperables, para llevar a cabo esta tarea.

El tópico de la Aritmética y su desarrollo con la Calculadora es un ejemplo sencillo de lo que estamos diciendo; no se han modificado los elementos básicos de la Aritmética, pero el nuevo medio impone unas nuevas relaciones entre esos elementos que antes no se consideraban, y permite trabajar de un modo distinto a como antes se hacía.

Cuando no se conoce la mejor forma de desarrollar el trabajo numérico en este nuevo medio se puede llegar, y de hecho se llega, a un rechazo acrítico del mismo.

Igual ocurre en geometría, cuando se propone como medio de trabajo un geoplano 3×3 o 5×5 . Reemplazar el plano, con sus infinitos puntos teóricos, por 9 o 25 puntos puede resultar excesivo. Sin embargo, el hecho de tener un marco de referencia más reducido y estructurado lleva a plantear problemas mejor definidos e interesantes, para nuestros alumnos.

La pregunta que cualquier Profesor debe ya plantearse es la siguiente: ¿qué está ocurriendo en el campo de la enseñanza de las matemáticas?.

Las matemáticas son uno de los elementos esenciales de la cultura de nuestra época; las matemáticas son mucho más que una disciplina formal, constituyen una de las formas básicas de conocimiento que permiten comunicar, interpretar, predecir y conjeturar.

Las matemáticas aparecen en todas las formas de expresión humana; permiten codificar información y obtener una imagen del medio social y natural suficiente para actuar sobre ellos.

Al describir un fenómeno en términos de un modelo matemático se pueden inferir conclusiones lógicas sobre el modelo, que predicen el comportamiento futuro del fenómeno, y de ahí conjeturar los cambios que se van a producir o las regularidades que se van a mantener.

La potencialidad de las matemáticas en nuestra sociedad supone un fuerte reto para el sistema educativo, en particular a la hora de articular su enseñanza.

Hay un segundo factor clave, también comentado, en este análisis: las profundas modificaciones experimentadas por la educación, en especial a partir de la segunda guerra mundial.

La extensión a toda la población de la enseñanza obligatoria hasta los 14 o 16 años ha supuesto un factor de homogeneización social y un aumento del nivel cultural.

Un país puede tener minorías ilustradas tremendamente valiosas, calificadas e inteligentes, pero la sociedad puede estar tan divorciada de esas minorías, que éstas resulten algo artificial, llamado a desaparecer o a convertirse en una carga para los demás.

La inversión, no sólo económica, en educación general para toda la población resulta beneficiosa a la larga para todos, incluyendo el mantenimiento de esas minorías calificadas.

También la difusión de los valores democráticos ha modificado esencialmente el panorama de trabajo dentro del sistema escolar.

Por todo esto, los educadores nos enfrentamos hoy día con problemas de cuya complejidad no somos totalmente conscientes, y para cuya solución recibimos una ayuda siempre escasa.

Por otra parte, hay unas necesidades sociales y económicas que satisfacer: el mercado de trabajo demanda un tipo de preparación cada vez más cualificado y, al mismo tiempo, adaptable a las necesidades que plantea una sociedad tecnológica e informática en constante evolución.

De todo lo anterior se desprende que la formación matemática debe cubrir los siguientes "frentes":

i) desarrollar la capacidad de pensamiento del alumno, permitiéndole determinar hechos, establecer relaciones, deducir consecuencias, y, en definitiva, potenciar su razonamiento y su capacidad de acción.

ii) promover la expresión, elaboración y apreciación de patrones y regularidades, así como su combinación para obtener eficacia o belleza; las matemáticas han de promover el uso de esquemas, representaciones gráficas, y fomentar el diseño de formas artísticas y la apreciación y creación de belleza.

iii) lograr que cada alumno participe en la construcción de su conocimiento matemático; las matemáticas escolares han de ser asequibles, no pueden constituir un factor de discriminación.

iv) estimular el trabajo cooperativo, el ejercicio de la crítica, la participación y colaboración, la discusión y defensa de las propias ideas, y asumir la toma conjunta de decisiones.

v) desarrollar la capacidad para el trabajo científico y para la búsqueda, localización y resolución de problemas.

vi) permitir una incorporación eficaz al mercado de trabajo, contemplando las necesidades de adaptación a las evoluciones del mismo.

A todas estas condiciones, los Profesores solemos añadir una más:

vii) transmitir las matemáticas de forma que conserven una expresión formalizada.

Todas estas condiciones definen y establecen el marco en el que el Profesor desempeña su tarea. Muchas de estas metas suponen planteamientos y necesitan de medios y recursos que superan las posibilidades individuales de cada Profesor.

Corresponde a la Administración y a las fuerzas políticas y sociales proporcionar los medios y las condiciones necesarias para que la tarea docente pueda desarrollarse atendiendo a todas estas finalidades.

Sin embargo, el Profesor ha de intentar, en el ejercicio de su trabajo, que ninguna de las finalidades generales quede desatendida y ha de contemplar su actuación como parte de una

labor social, en la que todas y cada una de las metas señaladas tienen una importancia destacada, por lo que no debe primarse una de ellas sobre las demás.

4-ii) Los contenidos.

Es ya clásico admitir que se distinguen tres elementos fundamentales en la enseñanza de las matemáticas: "hechos y destrezas por un lado, estructuras conceptuales por otro y estrategias generales y apreciación, finalmente." (Cockroft, párrafo 240).

El contenido lo constituyen los hechos, las técnicas y destrezas, y las estructuras conceptuales, al menos en lo que se refiere a las matemáticas en Primaria y Secundaria.

4-ii).-1. Hechos

Los hechos son unidades de información; plantean problemas de memorización cuando aparecen de forma inconexa. Por mucho que se insista en la comprensión conceptual, siempre hay cosas que deben recordarse y cuya presentación puede resultar arbitraria.

Conviene tener en cuenta que, aisladamente, los hechos matemáticos carecen de significado. "Los objetos matemáticos extraen su significado de una estructura, y es en el seno de una estructura donde desempeñan su papel." (David y Hersh)

Se distinguen cuatro tipos de hechos: términos, notaciones, convenios y resultados.

Los **términos** son las denominaciones que asignamos a los conceptos o a las relaciones entre conceptos, si bien puede ocurrir que una determinada relación en un nivel pase a ser un concepto en el nivel siguiente. Así, en matemáticas de Primaria, línea recta es un concepto geométrico mientras que paralelismo es una relación entre rectas; en un nivel superior aparece la noción de dirección, como un nuevo concepto, lo cual se indica con ese nuevo término.

Algunos de los términos empleados en matemáticas son específicos, logaritmo, tangente, escaleno, por ejemplo; mientras que otros son palabras de uso corriente con un significado particular, función, estimación, equivalencia, entre otros muchos.

Respecto de los primeros, conviene cuidar que su carácter arbitrario no suponga una dificultad en el aprendizaje, mientras que con los segundos conviene fijar bien su campo semántico para no hacer extrapolaciones inadecuadas.

Las **notaciones** son los signos empleados en matemáticas para expresar una idea de modo breve y preciso. Aunque no solemos reflexionar sobre ello, asignamos a los símbolos un campo semántico más amplio del que suponemos. Así ocurre con los signos más comunes, como el de igualdad, "=", que unas veces se emplea como identidad: $7 = 7$; otras veces se emplea como operador: $3 + 4 = 7$; otras como una equivalencia: $3 + 4 = 5 + 2$, manteniendo una pluralidad de interpretaciones de las que, por estar familiarizados con ellas, no solemos ser conscientes.

La concisión de los símbolos es una de las mayores fuerzas de las matemáticas, puesto que permiten operar formalmente dentro de un campo conceptual, estableciendo nuevas relaciones entre conceptos, cuando tanto los conceptos como las relaciones vienen expresados simbólicamente.

Esta potencia de los símbolos es también una fuente de dificultad para su aprendizaje inicial, por ello no conviene comenzar el trabajo sobre un concepto presentando su notación simbólica, sino que debe dejarse ésta para una segunda fase, cuando el alumno tiene cierta noción de cuál es el tipo de objeto con el que está trabajando.

Los **convenios** son acuerdos para comunicar información sin ambigüedad, evitando largas explicaciones. La mayor parte de los convenios iniciales se aprenden por imitación, sin que sea necesario enunciarlos explícitamente. Esto ocurre con el convenio para escribir números; todos los niños saben, por ejemplo, que en la notación posicional, un convenio asigna el máximo valor relativo a la cifra que está más a la izquierda. Lo mismo ocurre con los convenios de representación usuales en geometría: el pequeño redondel o marca de lápiz para el punto; el trazado finito para la recta ilimitada en el que no se remarcan los extremos; el trazado finito con los extremos remarcados para el segmento, y así sucesivamente.

Con alumnos mayores conviene presentar explícitamente los convenios que se van a emplear, y hacer algunos ensayos con los mismos, presentando los casos más complicados.

A veces, se producen interferencias entre dos convenios, como ocurre con el convenio que dice que los ceros a la izquierda de las cifras significativas de un número no se escriben y el convenio para escribir números decimales, en donde los ceros a la izquierda sí tienen sentido.

Otras veces la confusión se produce entre dos empleos diferentes de un mismo convenio, como ocurre con la multiplicación: al multiplicar dos números el resultado es mayor que los factores, excepto cuando son números decimales, en donde el resultado es menor; estos casos especiales conviene estudiarlos aparte.

Algunos alumnos son aficionados a inventar y emplear sus propios convenios; muchos de ellos son francamente ingeniosos, mientras que otros ponen de manifiesto un nivel de comprensión de las matemáticas por encima de lo usual. En lugar de desanimar a estos alumnos, conviene poner de manifiestas limitaciones que implica el convenio elegido, si las hubiere.

Gran parte del trabajo del matemático profesional está basado en el dominio de convenios sobre la manipulación de símbolos y representaciones; por ello, a menos que los términos, notaciones y convenios sean entendidos, recordados y utilizados con frecuencia y consistentemente en cada contexto, los alumnos tendrán dificultades para interpretar, desarrollar y comunicar de forma efectiva información matemática.

Finalmente, hay que recordar los **resultados**. En matemáticas hay información que conviene memorizar y retener para poder continuar trabajando, y que, sin embargo, no es arbitraria. Nos referimos a los resultados de las operaciones o algunas propiedades inmediatas de la geometría del plano, como por ejemplo: $2 + 3 = 5$, $3 \times 7 = 21$, o "dos rectas paralelas a una tercera son paralelas entre sí".

Hechos o resultados como éstos constituyen una base necesaria para trabajar en matemáticas. No todos deben retenerse en la memoria, pero sí debe disponerse de una red de conceptos que permitan recuperar información como ésta cuando sea necesario.

Mientras que el alumno está en período de formación se puede poner el énfasis en la necesidad de que retenga una serie de resultados como éstos, aún a sabiendas de que la memorización es sólo un medio para trabajar sobre las relaciones entre diferentes conceptos, lógicos, numéricos o geométricos, auténtica sustancia del conocimiento matemático.

4-ii).-2. Técnicas y destrezas

Las técnicas y destrezas suponen el dominio de los hechos y de los procedimientos usuales de razonamiento, de cálculo o de deducción y, en general, de cualquier regla o algoritmo bien establecido que se pueda desarrollar de acuerdo con rutinas. Las destrezas deben tener un significado para aquel que las utiliza y estar ubicadas en una estructura conceptual. Durante el

período de su aprendizaje deben manejarse con soltura y lograr un rendimiento adecuado mediante la práctica regular.

Entre las técnicas y destrezas que mayor incidencia tienen en la enseñanza de las matemáticas en Primaria y Secundaria cabe señalar: el cálculo mecánico, el manejo de la calculadora y el ordenador, el reconocimiento de propiedades a partir de una representación gráfica, el trazado de gráficos, el uso de instrumentos de medida y la habilidad para expresar el propio razonamiento.

Cálculo mecánico

Desde que el niño comienza su aprendizaje escolar, el cálculo mecánico ocupa un lugar destacado en los programas de matemáticas: cálculo con números naturales y algoritmos -por lo general, de papel y lápiz- de las cuatro operaciones; cálculo con números decimales; con fracciones; con números enteros; factorización de enteros y cálculo con expresiones factorizadas; polinomios y operaciones con polinomios hasta llegar a la factorización; expresiones algebraicas y operaciones entre expresiones algebraicas; sucesiones y cálculo con sucesiones; funciones y cálculo con funciones; derivación de funciones y cálculo correspondiente; integración de funciones y cálculo de primitivas; sistemas y métodos de resolución de sistemas.

Así se podría ampliar la lista mucho más aún, puesto que todos los conceptos aritméticos, algebraicos y analíticos que un alumno debe aprender durante el largo período de su formación -obligatoria o postobligatoria- incluyen una componente importante de cálculo mecánico.

Descalificar globalmente el cálculo mecánico es relativamente sencillo puesto que, tradicionalmente, se han cometido muchos atropellos sobre los alumnos utilizando el cálculo como argumento.

Hay dos ideas claves sobre este gran apartado del currículo de matemáticas. La primera se puede simplificar diciendo que el cálculo constituye la sintaxis con la que se expresan muchos conceptos y propiedades matemáticas, sus reglas permiten obtener nuevas propiedades a partir de otras conocidas. Como tales reglas, deben conocerse y emplearse correctamente, y el alumno debe adquirir cierta maestría en el manejo de las mismas.

La segunda idea es complementaria de la anterior. Las reglas son válidas principalmente porque permiten sacar partido a un conocimiento o una propiedad, porque a partir de ellas se infieren nuevas propiedades y se expresan nuevas relaciones, o se mejora y simplifica la expresión de algunas propiedades ya conocidas. Siguiendo con la metáfora de la sintaxis, podemos decir que el cálculo mecánico es valioso porque mejora las posibilidades de una matemática asumida y comprendida; la sintaxis es conveniente porque es fundamento para las posibilidades semánticas, no porque las reemplace.

La conclusión de esta segunda reflexión es que hay que enseñar el cálculo mecánico, pero no cualquier cálculo y no de cualquier manera. Uno de los campos de investigación actuales en Educación Matemática va dirigido a precisar cuáles son las formas en que el alumno interpreta y emplea los cálculos que le enseñamos, qué utilidad real tienen y qué alternativas y modificaciones pueden proponerse para el trabajo usual en el aula.

Hay multitud de ejemplos sobre las consideraciones anteriores. En el caso del cálculo aritmético tradicional hay que señalar la importancia que se concede en la actualidad a los métodos personales de cálculo mental, y cómo se tiende a que en la enseñanza queden recogidos y considerados como válidos.

Otro ejemplo de un nivel diferente es el relativo a las técnicas para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Una vez que los alumnos disponen del aparato algebraico adecuado se les presenta la regla de Cramer como "el método" general que permite resolver cualquier tipo de sistema, lo cual, por otra parte resulta convincente. Pero de esta forma se excluyen métodos más naturales, como son el de triangularización o el de eliminación de incógnitas. De este modo, y delante de un sistema concreto, se pone al alumno en una situación en la que, o bien recuerda perfectamente el método de Cramer y el cálculo de determinantes, o queda incapacitado para resolver el sistema, puesto que ha olvidado algún paso esencial de "el método".

La mayor crítica que se puede hacer al cálculo mecánico es que se suele presentar con exclusión de otros métodos, debido a su aparente sencillez y eficacia; pero con ello se corre el peligro de anular la capacidad de razonamiento de los alumnos e impedirles utilizar todos los recursos para los que están capacitados.

Manejo de la calculadora y el ordenador

Se ha escrito mucho acerca de la conveniencia, e incluso de la necesidad, de una incorporación efectiva y sistemática de la calculadora y el ordenador al currículo de la enseñanza obligatoria. Los argumentos empleados en defender esta innovación son sólidos y están bien fundamentados. Por su contundencia tienen un peso especial los que insisten en la gran potencialidad que presentan ambas herramientas en cuanto a velocidad, precisión y posibilidades expresivas; también tienen un peso considerable aquéllos que destacan la presencia de ambos instrumentos en la mayor parte de los puestos de trabajo de la sociedad actual.

Frente a todas estas razones, avaladas por un cuerpo de investigación que describe las capacidades que se desarrollan en los alumnos cuando se trabaja con estos instrumentos, hay toda una gran inercia que se opone de forma efectiva a la incorporación de la calculadora y el ordenador en el aula.

Esta inercia está firmemente sostenida por la carencia de un desarrollo curricular que contemple sistemáticamente el tratamiento de los conceptos matemáticos y la adquisición de destrezas de cálculo empleando estos medios.

Basta con hacer un recorrido por los libros de matemáticas de Primaria, Secundaria y Bachillerato para observar que la presencia de la Calculadora en los mismos es prácticamente nula, y otro tanto ocurre con el Ordenador.

La literatura actual sobre el tema comienza a ofertar una gran variedad de ideas, pero aún no presenta propuestas sistemáticas, que son las que permiten al Profesor incorporar estos instrumentos como un elemento más del aprendizaje y la enseñanza escolares.

Es prácticamente imposible hacer un resumen de las posibilidades que presentan tanto la calculadora como el ordenador en el desarrollo de técnicas y destrezas; aunque sea una obviedad sí conviene destacar que la calculadora usual -barata- está limitada al cálculo mientras que el ordenador permite desarrollar destrezas geométricas, representativas y lógicas.

A título de ejemplo presentamos una actividad con la calculadora y otra con el ordenador, relativas a la adquisición de destrezas.

Con alumnos de ocho años se puede realizar la siguiente actividad, denominada aritmética de un sólo dígito. Se escribe un número de tres o cuatro cifras en la pantalla, p. ej.: 475, y se pide al alumno que haga las operaciones necesarias para que disminuya en 3 decenas, o bien que la cifra 7 se transforme en 4; suele ser un error usual que el alumno reste 3 directamente al número que tiene en pantalla, con lo cual se encuentra con una sorpresa inesperada, que pone de

manifiesto una falta de dominio de las destrezas de escritura del sistema decimal de numeración. Otro tipo de actividad interesante surge cuando se le propone al alumno que escriba el número 22 sin utilizar la tecla del 2, y por supuesto empleando cualquier otra.

Hay multitud de destrezas usuales cuyo tratamiento con la calculadora permite un trabajo más amplio, rico y variado.

Se puede elaborar un programa sencillo de ordenador para trabajar con sistemas de ecuaciones lineales, que consta de cuatro comandos:

* comando $M_{k,n}$, que consiste en multiplicar la fila k -ésima por el número n ,

* comando $D_{k,n}$, que consiste en dividir la fila k -ésima por el número n ,

* comando $S_{m,k}$, que consiste en sumar la fila m -ésima a la fila k -ésima,

* comando $R_{m,k}$, que consiste en restar la fila m -ésima a la fila k -ésima.

Propuesto un sistema al alumno, éste debe operar con los comandos hasta conseguir un sistema del cual pueda determinar directamente la solución.

Programas como éste pueden elaborarse sin dificultad, y de hecho hay libros especializados que ofertan programas para trabajar con determinados conceptos, y en los que el ordenador reemplaza las antiguas destrezas de cálculo o de representación por unas nuevas, que permiten un trabajo menos rutinario y más creativo.

Reconocimiento de propiedades a partir de representaciones gráficas

Cuando se habla de destrezas en matemáticas suele pensarse de inmediato en las destrezas de cálculo; más difícilmente se entra en la consideración de otros tipos de destrezas. Sin embargo, un elemento clave en las matemáticas de los períodos obligatorios es el uso sistemático de representaciones gráficas.

Las representaciones gráficas aparecen en el estudio de la geometría del plano, en la representación plana del espacio y en el estudio de las propiedades del espacio a partir de esas representaciones; también aparecen representaciones gráficas en el estudio de las funciones reales de variable real; igualmente, hay representaciones gráficas en los diagramas y pictogramas con los que se representan datos estadísticos; las representaciones gráficas intervienen también en los grafos y en la iniciación al razonamiento lógico; finalmente las representaciones gráficas sirven para presentar modelos de conceptos numéricos o algebraicos, sobre los que iniciar un razonamiento, visualizar una propiedad o resumir una relación.

Las matemáticas escolares hacen un uso considerable de las representaciones gráficas, pero, sin embargo, no hay nada parecido a un entrenamiento sistemático en las destrezas y técnicas necesarias para un aprovechamiento eficaz de estos recursos.

En la geometría del plano, una primera destreza consiste en apreciar qué elementos son los que aparecen en la representación que se considere: rectas, semirrectas o segmentos; polígonos, ángulos o regiones; cuadriláteros, paralelogramos, rectángulos, rombos o cuadrados; y así sucesivamente. Se trata de un primer nivel de relación con los objetos geométricos: reconocer por su apariencia de qué objeto se trata.

Una segunda destreza consiste en reconocer qué relaciones se dan entre esos elementos. Las relaciones más usuales son las de incidencia entre rectas o las de colinealidad entre puntos; las de perpendicularidad -o igualdad entre los ángulos de dos rectas-, y las de igualdad entre segmentos. En el caso de los polígonos se pueden establecer relaciones entre los elementos de un

mismo polígono o relaciones entre dos polígonos diferentes; también pueden considerarse relaciones de simetría en una misma figura o entre dos figuras distintas; igualmente tiene interés el reconocimiento de semejanzas entre figuras, o el de determinadas relaciones proyectivas o topológicas.

Todas las relaciones que se han enumerado tienen una expresión gráfica convencional en cuya apreciación conviene entrenar a nuestros alumnos, con el uso explícito de criterios de reconocimiento. El manejo de la regla y el compás, la escuadra y el cartabón, el semicírculo graduado y otros instrumentos de medida son necesarios como destrezas básicas para el reconocimiento y control de las relaciones entre objetos geométricos expresadas gráficamente.

El tercer tipo de destrezas supone un dominio de los conceptos geométricos básicos y una familiaridad con sus métodos de demostración; se trata del reconocimiento de propiedades que se deducen lógicamente de las relaciones entre los objetos geométricos, pero cuya expresión gráfica puede no ser clara.

En este caso podemos considerar la perpendicularidad entre la tangente a una circunferencia y el radio en el punto de tangencia: si la construcción no está bien hecha puede parecer que ambas líneas no son perpendiculares, pero una destreza adquirida nos hace considerar esa relación aunque no se aprecie visualmente. Lo mismo ocurre cuando se trazan las tres alturas de un triángulo, o las tres medianas: los fallos del dibujo no deben hacernos olvidar la relación entre los tres segmentos.

Hay una serie de propiedades importantes sobre las que el alumno debe tener un conocimiento que le permita reconocer determinados fallos en la representación gráfica de una relación entre objetos geométricos.

La representación de figuras espaciales en el plano está sometida a una serie de convenios, sobre los que es muy conveniente plantearse la adquisición de una serie de destrezas.

Sobre esta situación hay dos ideas básicas: dada una representación en el plano construir el cuerpo que se ha representado, y la recíproca, dado un cuerpo en el espacio hacer una representación en el plano. Existe un material muy adecuado formado por pequeños cubos, acoplables en las tres direcciones, que, junto con una trama triangular, permite trabajar en los dos sentidos: de la construcción al dibujo, y de éste, de nuevo, a la construcción. Esto da lugar a considerar que un mismo objeto admite representaciones distintas, lo cual lleva a determinar cuánta información es necesaria para tener bien caracterizado un cuerpo mediante su representación en el plano. E igualmente a la inversa: a partir de una representación cuántos objetos diferentes se pueden construir.

Otras destrezas respecto de la representación plana del espacio pueden ser las ya consideradas para las representaciones de la geometría del plano: reconocimiento de objetos, reconocimiento de relaciones y reconocimiento de propiedades.

Al tratarse de un sistema de representación mucho más sofisticado y que necesita de un mayor dominio de técnicas, las destrezas necesarias se hacen más complejas, pero también quedan más necesitadas de un desarrollo sistemático en el aula mediante una planificación cuidadosa del currículo.

Para concluir este breve repaso a las destrezas sobre representación plana del espacio conviene incluir también el reconocimiento de figuras imposibles. Hay determinadas representaciones, fáciles de dibujar en el plano, que no corresponden a ningún objeto del espacio, ya que el código con el que aparece su dibujo plano lleva datos incompatibles o contradictorios. Los dibujos del

genial pintor C.E. Escher están basados sobre la explotación de algunas de estas representaciones imposibles, dotándolas de una gran belleza plástica. Familiarizar a los alumnos con este tipo de representaciones constituye, en su fase inicial, una destreza conveniente.

Reconocer algunas propiedades generales de una función a partir de su representación gráfica es una destreza conveniente. El crecimiento y decrecimiento, el mayor o menor gradiente en el aumento o disminución, la concavidad, convexidad o inflexión, la continuidad, la derivabilidad e incluso algunos valores notables de la derivada, son propiedades que se pueden reconocer al hacer el estudio de la representación gráfica de una función.

Existe poca costumbre de hacer análisis de las propiedades de una función a partir de su representación gráfica, antes bien, se procede en orden inverso: conocida la ley de una función se pide directamente realizar su representación gráfica. Sin embargo es un ejercicio adecuado apreciar algunas propiedades directamente desde la representación, y también reconocer cuál es - entre varias posibles- la ley de una representación gráfica dada.

Los diagramas y pictogramas constituyen una forma cotidiana de transmitir información sobre datos estadísticos. Por la gran variedad de posibilidades gráficas e interpretativas que ofrecen constituyen un campo en el que la visualización puede ocultar información, algunas veces, mientras que otras favorece determinada interpretación de los datos representados.

Una destreza básica en este campo consiste en reconocer cuáles son los convenios empleados para representar determinada información, es decir, si se elige una representación acumulada o no, si las escalas elegidas favorecen una visión de crecimiento rápido o lento, si los tamaños de las representaciones corresponden realmente a las proporciones entre los datos o suponen alguna alteración mejor o peor justificada. Familiarizar a los alumnos con las posibles variantes que pueden darse a la representación de unos mismos datos constituye una destreza no sólo conveniente sino, además, de una clara utilidad social.

Los grafos y diagramas constituyen un tipo de representaciones en los que se enfatizan determinadas relaciones entre una serie de datos o elementos, y se prescinde de todas las demás. Estas representaciones gráficas están sometidas a una serie de convenios con los que se pretende poner de manifiesto o destacar algunas características de las relaciones con respecto a otras. Sólo una familiarización con estos convenios permitirá al alumno interpretar correctamente la información que reciba mediante un grafo o diagrama, y por tanto, trabajar sobre los mismos.

Cuando se comienza el grafo de una relación binaria, cada relación debe expresarse mediante una flecha diferente, ahora bien, cuando hay reflexividad en las relaciones la doble flecha se reemplaza por un flecha doble; igualmente, cuando se trabaja en el grafo de una relación de orden, la transitividad se da por supuesta y no tiene que aparecer explícita en la representación.

Hay multitud de pequeños convenios que sirven para dar coherencia a estas representaciones. Emplearlos correctamente y conocer el significado básico de cada uno de ellos es una destreza imprescindible para poderlos utilizar de forma adecuada en la enseñanza.

Los modelos son aquellas representaciones que utilizamos para disponer de una expresión intuitiva de un determinado concepto que, además, permiten realizar trabajo productivo sobre él. Un modelo debe ser una herramienta que, a la vez que visualiza de algún modo un concepto, proporciona una base para razonar con él.

Los conceptos aritméticos y algebraicos suelen iniciarse sobre la base de algún tipo de modelos. Así ocurre con las configuraciones puntuales que, como abstracción de cualquier cantidad discreta, sirven de modelo para los números naturales. Las figuras geométricas planas regulares:

triángulo equilátero, círculo, cuadrado, rectángulo, exágono, sirven para representar las fracciones más sencillas, ejemplificando la noción intuitiva de fracción como una relación parte-todo. Sobre el modelo lineal (puntos igualmente espaciados sobre una línea) los números enteros consiguen una representación consistente.

En general, podemos decir que los conceptos numéricos admiten modelos geométricos sencillos, sobre los que adquieren significado las operaciones numéricas correspondientes.

Así, el modelo cardinal de los números naturales permite presentar las cuatro operaciones básicas mediante las acciones de agregar, separar, reiterar y repartir colecciones finitas.

La relación parte-todo proporciona también un significado a la equivalencia de fracciones y al método de construcción de fracciones equivalentes; a la suma y resta de fracciones como el resultado de agregar o separar las partes físicas de dos figuras, cuando sobre cada una de ellas está representada una de las fracciones y en ambos casos los representantes elegidos tienen igual denominador. El producto de fracciones con este modelo se interpreta como una fracción de fracción.

Siguiendo a Fischbein, admitimos que "un sistema B representa un modelo del sistema A si, sobre la base de cierto isomorfismo, una descripción o una solución producida en términos de A puede reflejarse consistentemente en términos de B, y vice-versa."

El uso coherente de un modelo permite reconocer determinadas propiedades del concepto que se modeliza. Una destreza básica, cuando se trabaja un concepto sobre la base de un modelo, consistirá en expresar todas las relaciones posibles que se pueden considerar utilizando el modelo.

Continuando con el ejemplo de la representación cardinal de los números, tenemos que un mismo número admite distintas representaciones. Así, por ejemplo el número 6 se puede visualizar de todas estas formas:

```

* * *   * *       *           *
                                     *   *
* * *   * *       * *
                                     *   *
      * *   * * *           *

```

y de algunas otras más. En la primera queda clara una representación de 6 como $3 + 3$, o dos veces 3; en la segunda 6 es $2 + 2 + 2$, o bien 3 veces 2; en la tercera 6 se visualiza como $1 + 2 + 3$; y así sucesivamente.

Queda claro que la utilización del modelo cardinal, para números pequeños, permite expresar determinadas propiedades y relaciones entre números. Se trata igualmente de una destreza básica que se cultiva muy poco en el aula, ahorrándole al alumno la oportunidad de contemplar y trabajar sobre la red de relaciones numéricas que existen.

Trazado de gráficos

Casi en simultáneo con el reconocimiento de propiedades en las representaciones gráficas, se encuentran las técnicas y destrezas que el alumno debe conocer y dominar para hacer representaciones gráficas adecuadas, que expresen de forma apropiada los conceptos y relaciones que se quieren trabajar.

Los campos mas importantes de las matemáticas escolares sobre los que conviene trabajar estas destrezas son los mismos que ya se han considerado en el apartado anterior: geometría del plano, representación plana del espacio, estudio de funciones, diagramas y pictogramas, grafos y, finalmente, modelos numéricos o algebraicos.

Sobre cada uno de estos tópicos el alumno necesita no sólo reconocer la expresión gráfica de determinados conceptos y relaciones, sino también encontrar la mejor forma de dar una representación propia a los conceptos y relaciones que se le pidan.

En unos casos se tratará de emplear los procedimientos estándar establecidos de una forma ya convenida, en otros casos se tratará de elegir entre varias opciones dejando un margen de actuación a la creatividad personal.

Ejemplo de lo primero lo encontramos en la representación gráfica de una función, en este caso hay que seguir unas pautas establecidas, que van desde el trazado de los ejes cartesianos como dos líneas perpendiculares, pasan por la elección de la unidad en los ejes - que debe ser la misma para los dos, excepto convenio explícito en contra-, continúa por la determinación del campo de existencia de la función, puntos de discontinuidad, comportamiento en los extremos, asíntotas, crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, concavidad y convexidad, inflexiones, y - en su caso- alguna otra característica singular que se precise.

En todo este proceso hay una serie de destrezas y convenios que el alumno debe dominar si queremos que adquiera competencia en la representación gráfica de funciones. En este caso todas las destrezas que deben adquirirse están establecidas y reglamentadas, consistiendo el trabajo del Profesor en hacer una secuenciación adecuada, enfatizando en cada caso la nueva destreza que se incorpora.

En otras ocasiones las destrezas no están tan reglamentadas como en el caso anterior. Esto ocurre con los ejemplos de las representaciones cardinales de los números, ya que se trata de destrezas que incluyen aspectos de invención, de organización de los propios recursos, de ensayo de nuevos patrones, y no están totalmente sometidos a pautas previamente establecidas. Esto no impide que no se traten en el aula las destrezas correspondientes a las representaciones cardinales, si bien su desarrollo debe dejar unos márgenes amplios a la creatividad.

Uso de instrumentos de medida

Con excesiva frecuencia el estudio de las magnitudes fundamentales -longitud, superficie, volumen, amplitud, peso, capacidad- ha quedado reducido al estudio del sistema de unidades conocido como Sistema Métrico Decimal (S.M.D.), con la denominación y simbolización de las unidades y sus múltiplos y divisores, conversión de unas en otras, y el cálculo formal con las cantidades de cada una de estas magnitudes. Sin embargo, las cantidades empleadas no responden a ninguna experiencia del alumno, suelen estar totalmente descontextualizadas.

Más aún, un alumno puede hacer perfectamente conversiones entre distintas unidades de longitud, pasar cantidades complejas a una expresión incompleja, o a la inversa, y a pesar de ello ser incapaz de nombrar objetos que midan aproximadamente un metro, señalar partes de su cuerpo que midan un metro, o bien colocar dos objetos a una distancia aproximada de un metro.

Todo esto responde a una enseñanza de las magnitudes excesivamente centrada en los aspectos formales y operatorios, y despreocupada del significado de los conceptos básicos implicados. La búsqueda de referentes adecuados para cada una de las unidades más importantes, en todas y cada una de las magnitudes fundamentales, es un paso importante a la hora de dotar de significado real el trabajo con las mismas.

Otro paso importante en esta dirección consiste en el manejo y utilización de los instrumentos de medida. Cuando un alumno mide la longitud de su clase, el metro se convierte en un objeto tangible, sobre el cual realiza determinadas acciones, que le proporcionan una experiencia. Las informaciones que logra sobre el metro y sobre el significado de una cantidad de longitud expresada en metros, resultan mucho más enriquecedoras que una página completa de cuentas en las que haya que pasar cantidades en metros a cantidades en decímetros, o cualquier otra variante que se quiera.

Esto es lo que impedirá en un futuro que pequeños errores de cálculo lleven a dar respuestas absurdas a un problema o cuestión, que el alumno proporcionará sin ninguna conciencia de su irrazonabilidad, por no tener un sentido real de lo que una medida significa.

El uso correcto de los instrumentos de medida se convierte así en una destreza básica en la formación general. Las distintas variantes de los instrumentos suelen responder a diferentes necesidades de tipo práctico, por ejemplo cinta métrica, metro de carpintero, metro rígido, etc. Cuando se trate de instrumentos de uso corriente, aunque estén restringidos a determinadas profesiones, conviene enseñar su manejo en el aula, e incluso adquirir cierta destreza en su empleo.

No se tratará de lograr un uso experto desproporcionado, pero determinadas pautas generales de utilización deben estar asumidas. En este caso se encuentran: elegir un origen para ir reiterando la unidad sobre el objeto que se va a medir -dependiendo de la naturaleza de la medida-; no superponer unas unidades con otras; considerar las unidades completas, y no rebasarlas o no alcanzarlas; disponer de un sistema adecuado para valorar el sobrante que resta después de haber aplicado reiteradamente la unidad de medida. Estas y otras habilidades hay que practicarlas en clase de forma que el método que cada alumno termine por adquirir no tenga carencias graves.

Habilidad para expresar el propio razonamiento

La capacidad para comunicar las reflexiones que se realizan al resolver un problema, al hacer un cálculo, una representación gráfica, o, en general, cuando se trabaja sobre una cuestión matemática, es una habilidad cuya valoración no se había considerado hasta fechas recientes.

No se trata de que los alumnos enuncien correctamente definiciones, teoremas o propiedades, sino de que sean capaces de explicitar los motivos -sean del tipo que sean- por los que llegan a una determinada conclusión, valoran más un argumento que otro, o prefieren elegir unas operaciones en vez de otras para lograr un resultado.

Esta habilidad se ha demostrado útil porque, cuando un alumno expresa en voz alta el hilo de sus argumentos, es más capaz de apreciar los fallos en el razonamiento, completar algunos pasos, mejorar los supuestos iniciales y buscar motivos más convincentes para alcanzar la meta propuesta.

Por otra parte, si el razonamiento se hace en grupo, la discusión y el debate servirán para depurar rápidamente los argumentos de carácter personal, no fundamentados en razones objetivas. Convencer a los propios compañeros es una primera etapa de un razonamiento sólido. Además el trabajo en grupo necesita de un intercambio continuo de reflexiones y una capacidad para analizar críticamente los razonamientos propios y los de los demás. Las matemáticas son, entre otras muchas cosas, un lenguaje y un razonamiento que se comparten; por ello, la capacidad para expresar el propio pensamiento matemático es una habilidad importante cuyo dominio no resulta sencillo, pero que, en todo caso, es necesaria para una comprensión más profunda de las matemáticas.

La construcción de un conocimiento significativo es uno de los problemas cruciales de las matemáticas. Antes se ha comentado la pluralidad de sentidos que puede tener un mismo término matemático; pues bien, sólo un control externo es capaz de detectar si el sentido concreto con el que se está empleando un término es o no el correcto.

El Profesor tendrá acceso al razonamiento de sus alumnos cuando éstos se expresen de la forma más completa posible, intentando poner de manifiesto los motivos y causas por los que mantienen una conclusión determinada. Detectando las dificultades que surjan y los errores que se produzcan, el Profesor podrá ayudar a sus alumnos a superar unas y a abandonar los otros, en definitiva a construir un conocimiento más sólido y completo.

Favorecer este tipo de destrezas supone modificar sensiblemente los hábitos de trabajo en el aula. El Profesor no se convierte en el depositario y evocador de la verdad, el único autorizado a explicitar los argumentos correctos, sino que la validez de un argumento o de un razonamiento es algo que se construye entre todos, es susceptible de mejora, e incluso de versiones alternativas. Pero para ello es necesario admitir que el debate y discusión entre los alumnos ocupen cierto espacio del tiempo escolar, provocando a veces el conflicto, lo cual supone una alteración considerable de los roles tradicionales de alumno y profesor.

4-ii).-3. Conceptos y estructuras conceptuales

Las estructuras conceptuales son "conjuntos de conocimientos ampliamente interconectados, en los que se incluyen las rutinas necesarias para el ejercicio de las destrezas. Constituyen la parte sustancial de los conocimientos matemáticos almacenados en la memoria a largo plazo. Sostienen el ejercicio de las destrezas, y su presencia se delata por la capacidad para superar un fallo memorístico o para adaptar un procedimiento a una nueva situación" (Cockcroft). Las estructuras conceptuales se refieren a las relaciones que se pueden establecer entre una serie de conceptos básicos, que permiten establecer unas propiedades e inferir algunas conclusiones destacadas, a las que se llaman teoremas.

Por ejemplo, en la introducción al análisis hay una serie de conceptos de partida: concepto de función, operaciones entre funciones, límite de una función en un punto, función continua, etc; al operar con funciones continuas en un mismo intervalo se establece que el conjunto de esas funciones presenta una estructura determinada: espacio vectorial, o bien álgebra no conmutativa, según convenga; la relación entre el concepto de función y el concepto de límite dan lugar al concepto de derivada de una función en un punto, que permite pasar al de función derivada de otra, y de ahí al de operador derivada, que establece una relación entre funciones, a su vez con unas características, propiedades y teoremas.

Hay pues unos conceptos básicos: función, límite, continuidad; y unas estructuras conceptuales en las que esos conceptos llegan a constituir un cuerpo organizado de información útil.

Este conocimiento así estructurado se considera la expresión convencional del saber matemático. Los hechos y las técnicas y destrezas toman su sentido y significado dentro de una estructura conceptual, sea o no consciente de ello aquél que las utiliza. Por ello, y aunque a efectos metodológicos se han distinguido tres componentes, son los conceptos y las estructuras conceptuales los que constituyen la esencia del conocimiento matemático organizado, lo que en forma simplificada llamamos el contenido.

Vaya por delante nuestra convicción de que el saber matemático no está formado únicamente por el contenido, ya que también hay una serie de procedimientos y actitudes sin los cuales las matemáticas carecerían de sentido como actividad humana, y por tanto como materia de

enseñanza y aprendizaje. Ahora bien, los procedimientos y las actitudes se van a considerar más adelante, razón por la cual nos centramos ahora en una serie de consideraciones respecto del contenido en la enseñanza de las matemáticas. De hecho, en sus currículos las escuelas enseñan: conocimientos, artes, destrezas, lenguajes, procedimientos, convenciones y valores; de todos estos elementos participa la Educación Matemática.

Una primera reflexión va dirigida al origen de los temas escolares, y conviene destacar que los temas que se enseñan en el medio escolar proceden del exterior, tienen existencia independiente. La escuela transmite conocimientos que no construye. Para valorar qué es lo que se debe enseñar las referencias están fuera del sistema escolar.

Los contenidos proceden de grupos externos, que actúan como referencias y fuentes de normas. Estos grupos crean y mantienen conocimientos, destrezas y valores. Usualmente los conocimientos matemáticos que se enseñan en la escuela tienen un grupo de referencia principal y otro secundario.

El grupo de referencia principal en Educación Matemática lo constituyen la comunidad de profesores e investigadores que trabajan las matemáticas en la Universidad, o instituciones afines. Aunque no conozcan el medio escolar su influencia es primordial, ya que son ellos los que amplían las matemáticas con sus investigaciones, e influyen muy directamente en el sistema ya que están encargados de realizar la formación conceptual del Profesorado.

Dentro de esta comunidad se pueden considerar incluidos, en sentido amplio, todos aquellos profesores e investigadores universitarios que emplean las matemáticas de forma sistemática en sus trabajos, y que por ello pueden plantear sus expectativas al sistema escolar; piénsese en los físicos, químicos y científicos en general, en los ingenieros, arquitectos y otros especialistas técnicos, como elementos destacados en estos grupos de referencia.

En resumen, puede decirse con Stenhouse, que las disciplinas de conocimiento existen socialmente dentro de grupos de estudiosos que trabajan en las universidades, amplían sus disciplinas mediante investigación y las transmiten a los futuros profesores en su proceso de formación.

Un exceso de influencia en el currículo por parte de los estamentos universitarios puede conducir a la consideración de que la finalidad principal de la enseñanza de las matemáticas en los niveles anteriores al universitario consiste en preparar para la Universidad; este "finalismo universitario" ha sido uno de los vicios tradicionales de nuestro bachillerato.

Un segundo grupo de referencia, con menor peso intelectual pero de gran influencia, lo constituye lo que se denomina la tradición escolar, centrada en la comunidad de Educadores Matemáticos. Hasta el momento esta comunidad no ha tenido conciencia de su campo de trabajo, para cultivarlo y desarrollarlo como un campo propio, sistemáticamente; tampoco se ha considerado que tuviese tareas específicas, ni que la educación plantease problemas de investigación susceptibles de un estudio organizado, capaces de desarrollar un campo de investigación con métodos propios y un cuerpo conceptual estructurado.

De ahí que la determinación del currículo por parte de esta comunidad se ejecute más en los niveles prácticos que en los teóricos, y siempre subordinada a la opinión de los especialistas académicos.

Modificar esta situación es una tarea de futuro, que ha comenzado a desarrollarse ya, en la que nuestro país lleva aún un considerable retraso, y para cuya ejecución es necesario que los propios educadores asuman la especificidad de su trabajo.

Una segunda reflexión se refiere al conocimiento. Desde un punto de vista tradicional el conocimiento sirve para comprender el mundo, dotarlo de estructura y de sentido. El conocimiento tiene su origen en las tradiciones culturales, cuando se les imponen criterios de veracidad. El conocimiento se organiza en disciplinas, y son precisamente estas disciplinas las que determinan el currículo de la educación obligatoria. La situación de las matemáticas es, en este sentido, análoga a la de las demás disciplinas.

Sin embargo, la descontextualización que da lugar al conocimiento matemático organizado hace que el peso de las tradiciones públicas en nuestra materia quede oculto. Así, no suelen tenerse en cuenta las relaciones entre las matemáticas y la arquitectura, la música o la pintura; tampoco se tiene en cuenta el papel de las matemáticas en los medios de comunicación social como la prensa, la radio, la televisión, o uno de los más voraces consumidores de elementos matemáticos: la publicidad; no se destaca el empleo de herramientas matemáticas en las ciencias sociales y humanas; y, lo más peligroso de todo, no aparecen las matemáticas como un medio normal de comunicación y una herramienta cotidiana de trabajo.

Esta es la aportación que deben comenzar a realizar los educadores matemáticos en la determinación del currículo de nuestra materia. Hay que destacar que el conocimiento es provisional, que está en evolución aunque tenga rasgos permanentes, y que -también en matemáticas- la productividad es un criterio para valorar lo que se debe transmitir.

La matemática escolar, aquella que hay que enseñar en el período de la educación obligatoria, debe incluir como elementos propios, dentro de las estructuras conceptuales, datos culturales que están en el origen o son aplicación de los conceptos matemáticos, consiguiendo presentar las matemáticas no como un fenómeno intelectual aislado, sino como una forma específica de trabajo dentro de un medio cultural más amplio.

4-iii) Estrategias generales

Dos características importantes del conocimiento matemático interesa resaltar aquí.

En primer lugar, es un conocimiento dinámico, sirve para actuar, está diseñado para la acción; la definición de derivada de una función es, a la vez, un principio de acción, sirve para calcular y determinar las derivadas de funciones concretas y establecer métodos que faciliten su obtención.

En segundo lugar, hay que considerar que el conocimiento matemático no es de desarrollo mecánico. El trabajo de un matemático, una vez concluido, puede aparentar una coherencia lógica casi compulsiva, que haga creer en el carácter automático de los razonamientos desarrollados y de las conclusiones alcanzadas.

Nada menos cierto. Como todo razonamiento, el pensamiento matemático incluye grandes dosis de creatividad, de elección entre varias vías o de invención de otras nuevas.

Estas dos características son las que se quieren destacar cuando, en Educación Matemática, se habla de estrategias generales.

Conviene distinguir las estrategias del contenido, ya que las estrategias no pueden reducirse a unas pautas de actuación ya establecidas e invariables, ni tampoco quedan descritas por el esquema de definiciones, enunciados, propiedades, demostraciones y conclusiones.

Las estrategias "son los procedimientos que guían la elección de la destreza que debe emplearse o de los conocimientos a los que se debe recurrir en cada etapa de la resolución de un problema o del desarrollo de una investigación." (Cockcroft)

El estudio sistemático de las estrategias más usuales en el campo de las matemáticas escolares ha conducido a una primera tipificación. Las estrategias escolares en matemáticas pueden clasificarse en: habilidad para estimar; habilidad para aproximar; emplear métodos de ensayo y error; simplificar tareas difíciles; buscar patrones y modelos; razonar; conjeturar y comprobar hipótesis; y demostrar y refutar.

Cada una de estas clases, a su vez, abarca procesos muy variados y múltiples posibilidades de organizar esos procesos. Un estudio exhaustivo de cada una de las estrategias consideradas, y de los procesos que comprende, queda fuera de los propósitos de este libro.

Habilidad para estimar

Estimación es la acción o efecto de estimar. La estimación tiene las siguientes características:

- " 1.- Consiste en valorar una cantidad o el resultado de una operación.
- 2.-El sujeto que debe hacer la valoración tiene alguna información, referencia o experiencia sobre la situación que debe enjuiciar .
- 3.-La valoración se realiza por lo general de forma mental.
- 4.-Se hace con rapidez y empleando números lo más sencillos posibles.
- 5.- El valor asignado no tiene por qué ser exacto pero sí adecuado para tomar decisiones.
- 6.- El valor asignado admite distintas aproximaciones, dependiendo de quién realice la valoración." (Segovia y otros, 1989).

Las estrategias de estimación suponen el dominio de unas destrezas previas, que pueden resumirse en tres: interiorización, referentes y técnicas indirectas.

La interiorización consiste en "las referencias perceptivas que cada sujeto tiene respecto de las unidades principales de medida de las magnitudes básicas". Una unidad de medida estará interiorizada cuando el alumno sea capaz de reconocerla o construirla en su medio.

El conocimiento de referentes está relacionado con el dominio de cantidades que resultan próximas al alumno, como ocurre con el conocimiento de la longitud de algunas partes destacadas de nuestro cuerpo o de objetos frecuentes en el medio.

Las técnicas indirectas se refieren al uso de fórmulas o al empleo de algunas relaciones fundamentales, como son el Teorema de Pitágoras o el Teorema de Thales.

Sobre la base de estas destrezas previas aparecen las estrategias de estimación, que constan de dos procesos diferentes y complementarios entre sí: la comparación, por un lado, y la composición-recomposición, por otro.

Las diferentes combinaciones de estos dos tipos de procesos, eligiendo en cada paso el tipo de destreza más conveniente, constituyen las distintas estrategias de estimación en medida. Un conocimiento, por parte del Profesor, de las diferentes opciones que hay en este campo, permitirá desarrollar y dirigir de forma adecuada el trabajo de los alumnos.

Habilidad para aproximar

Aproximación es " la acción de sustituir un ente matemático -número, elemento de un espacio métrico, etc- por otro suficientemente 'próximo'; al segundo se le llama una aproximación del primero." (Bouvier)

Hay tres tipos de procesos que constituyen la base de cualquier estrategia de aproximación. Estos procesos se denominan: reformulación, traslación y compensación. (Segovia y otros).

Los procesos de reformulación abarcan todas las técnicas que permiten reemplazar los datos de un cálculo u operación por otros más manejables, sin alterar la estructura del cálculo.

Los procesos de traslación efectúan un cambio sobre las operaciones, lo que supone una modificación en la estructura del problema. El cambio va también dirigido a facilitar los cálculos sin que el resultado experimente una modificación considerable.

Finalmente, la compensación consiste en reducir el error producido en un sentido al aproximar uno o varios datos, equilibrándolo con un error en sentido contrario, actuando bien sobre datos diferentes, o bien sobre el resultado.

Las diferentes combinaciones de estos procesos dan lugar a las estrategias de aproximación, o de estimación en cálculo como también pueden llamarse.

Empleo de estrategias de ensayo y error

Los métodos de ensayo y error responden a un esquema general que consiste en adelantar una respuesta aproximada a un problema, evaluar el error cometido con ella y modificar la conjetura para adelantar una nueva respuesta. Estos métodos suponen una clarificación progresiva de la solución que se quiere alcanzar.

Los métodos para obtener sucesivas aproximaciones de la raíz de un polinomio, cuando se dispone de un intervalo en cuyos extremos la función toma valores con signos distintos, están basados en el ensayo y error. Los diferentes métodos sirven, fundamentalmente, porque permiten conseguir una mejor conjetura en el ensayo siguiente.

Los métodos constructivos para solucionar un problema hacen un uso frecuente del ensayo y error

Simplificar tareas difíciles

La simplificación de tareas difíciles puede ser debida a causas muy diferentes. Puede ocurrir que se disponga de mucha información, o bien que no esté controlada toda la información disponible. En estos casos se hace necesario organizar la información. Entre las formas usuales de organizar la información se encuentran: hacer una lista con todos los casos que se pueden considerar y hacer una tabla con los datos de los que se dispone. El trabajo en combinatoria suele emplear la elaboración de listas, mientras que la estadística emplea con carácter sistemático la elaboración de tablas.

La representación gráfica de una información es otro modo convencional de organizar esa información, que presenta sus propias peculiaridades.

Otras estrategias generales, dentro de las de simplificación, tienen como fundamento la descomposición de una tarea en pasos más pequeños, de forma progresiva. De este modo una tarea compleja se parcela en una serie de tareas más sencillas, cada una de las cuales puede a su vez ser parcelada de nuevo hasta resultar abordable por el sujeto que quiere darle solución.

Finalmente, hay dos formas convencionales de simplificar tareas difíciles, que hacen uso del mismo principio, pero en direcciones opuestas. Nos referimos a las estrategias que consisten en considerar caso particulares sencillos del problema que se plantea, y, en sentido contrario, considerar un caso más general del que se plantea y cuya solución sea más fácil.

Hay muchos ejemplos de problemas en los que se puede comprobar la validez de las estrategias señaladas. Al primer caso corresponde el conocido problema de establecer cuál es la relación que existe entre las raíces de dos polinomios, del mismo grado, que tienen los mismos coeficientes pero en orden inverso:

$$P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$$

y

$$Q(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0.$$

Comprobar casos particulares de primer y segundo grado orienta sobre la forma de resolver este problema(Schoenfeld).

En el otro extremo hay múltiples ejemplos en donde se pone de manifiesto la gran potencia que tienen los métodos de generalización; un ejemplo de carácter elemental, y también clásico, es la conocida demostración de que la sucesión de los números primos es ilimitada. En este caso el método constructivo, al ser un proceso infinito, se demuestra inviable.

Buscar patrones y modelos

La búsqueda de patrones y modelos es un tipo de estrategia bastante descuidado en la enseñanza de las matemáticas en sus niveles elementales, y de cuya importancia se va tomando conciencia progresiva.

Reconocer regularidades geométricas y numéricas que dependen, en principio, de un sólo criterio es una buena forma de comenzar la adquisición de habilidad en este terreno. Las regularidades geométricas y numéricas pueden ir complicando el criterio empleado, combinando dos o más variantes.

También es importante establecer relaciones entre las regularidades geométricas y las numéricas, como ocurre cuando se van haciendo recuentos sobre intersecciones entre n rectas no paralelas, o el número de regiones que sobre un círculo determinan n líneas, etc. Hay todo un campo de estudio, por desarrollar en las matemáticas escolares, que trabaje sobre las múltiples interrelaciones entre patrones numéricos y geométricos. En estos ejercicios aparecen muchos casos en los que, de forma ingénuo, se aplica la inducción y se tiende a generalizar según el patrón más sencillo; sirven para hacer comprender a los alumnos que dos o tres casos no permiten generalizar una regla.

También dentro de la búsqueda de patrones se encuentran aquellos ejercicios que se resuelven completando un esquema o gráfico, del cual, el problema que se plantea, puede considerarse sólo una parte.

Por ejemplo: sobre un cuadrado se dibujan cuatro triángulos rectángulos, tal y como indica la figura:

(Figura 2)

El problema planteado consiste en demostrar que los cuatro puntos que destacan están alineados:

(Figura 3)

La solución se consigue probar fácilmente al considerar que el dibujo presentado es parte de un esquema más amplio, tal y como se ve:

(Figura 4)

Completar el patrón sirve aquí para solucionar el problema más rápidamente.

Razonamiento

Las estrategias de razonamiento se refieren a la capacidad para seguir un razonamiento, capacidad para descubrir fallos en un argumento, y capacidad para establecer relaciones entre los diferentes pasos de una demostración; todas ellas son habilidades de los últimos cursos de la educación obligatoria.

Sin embargo, la capacidad para razonar no comienza instantáneamente; si no viene precedida de una cuidadosa preparación en el trabajo con inferencias e implicaciones que tengan un soporte intuitivo sencillo y asequible para los alumnos, se producirán dificultades reales en gran parte de los escolares para seguir y controlar razonamientos.

El razonamiento por analogía es otra habilidad que conviene estimular y desarrollar en las enseñanzas obligatoria y postobligatoria y sobre cuyo dominio conviene que cada alumno disponga de estrategias propias, que le permitan juzgar sobre la coherencia o incoherencia de este tipo de razonamientos en contextos concretos.

Conjeturar y controlar hipótesis

Es uno de los escalones más altos dentro de los procesos de razonamiento matemático. Los procesos de ensayo y error y las técnicas para controlar el error cometido al realizar una estimación en cálculo o en medida, entran de lleno en la capacidad para conjeturar y controlar hipótesis.

Específicamente, corresponde a esta clase de estrategias la capacidad para tomar decisiones y extraer consecuencias de las decisiones tomadas. Hay multitud de problemas de enunciado abierto en los que el resolutor debe decidir entre dos opciones diferentes para poder continuar su trabajo. Reconocer cuáles son las opciones que se presentan en cada una de estas situaciones abiertas es una primera destreza que se debe cultivar.

Así, ante el enunciado: "construir todas las figuras posibles con tres cuadrados", se plantean múltiples opciones: los cuadrados ¿han de ser del mismo tamaño?, ¿han de guardar alguna posición relativa determinada entre ellos?, ¿pueden superponerse?, etc.

Sobre un pequeño plano de Andalucía podemos plantear este otro problema: "Determinar el centro de Andalucía". De inmediato surgen nuevas cuestiones: ¿qué se entiende por centro?, ¿a qué centro se refiere la cuestión?, ¿vale una solución aproximada?, y muchas otras.

Acostumbrados nuestros alumnos a que todos los elementos de un problema han de estar bien definidos y delimitados, suelen rechazar en un principio este tipo de tareas en las que hay que tomar decisiones. Conforme se familiarizan con la toma de decisiones hay una segunda tarea: obtener el máximo partido posible de la opción elegida, incluyendo la eventual aparición de nuevas elecciones.

Cuando la decisión tomada alcanza su techo cabe plantearse una alternativa distinta en la opción inicial, lo cual puede permitir la resolución completa del problema, una vez agotadas todas las posibilidades.

Demostrar y refutar

La máxima capacidad que cabe desarrollar en nuestros alumnos es la capacidad para probar enunciados o demostrar que un enunciado es falso.

Hay una primera destreza en distinguir argumentos válidos de aquellos otros que no lo son. Para probar un enunciado hay que hacerlo siempre en términos generales, no basta con un ejemplo en el que se cumpla dicho enunciado; por el contrario, demostrar que un enunciado es falso se hace con un simple contraejemplo. Estas ideas deben estar claras para el alumno cuya capacidad de demostración quiere desarrollarse.

Una segunda destreza consiste en capacitar a los alumnos para que busquen argumentos que avalen la veracidad -o falsedad- de un enunciado. No se trata en este caso de que 'prueben' el enunciado, sino de que exploren argumentos que luego pueden utilizarse.

Entre las estrategias propias para hacer una demostración, una de las más frecuentes y de las que se obtiene mayor partido es aquella que supone conocida la respuesta y luego da marcha atrás, sacando consecuencias de esa respuesta, hasta establecer una conexión con los datos iniciales, dando así por concluida la demostración.

Es difícil lograr una buena capacidad para demostrar o refutar en la totalidad de los alumnos. Pero tampoco debe haber duda de que se trata de una clase de comportamientos que mejoran con el entrenamiento. Los alumnos deben ser capaces de argumentar a favor o en contra de un enunciado o de una conjetura. También deben ser capaces de establecer diferencias entre los distintos argumentos aportados: hay razonamientos más válidos que otros, más convincentes, que aportan mejores argumentos. Finalmente, deben ser capaces de distinguir entre una demostración y una conjetura bien presentada o una falacia.

Independientemente de que seamos o no profesores de matemáticas, enseñar a nuestros alumnos para que utilicen sus capacidades intelectuales en la elaboración de argumentos racionales, es una de las tareas más importantes a las que puede contribuir un profesor.

4-iv).- Los objetivos en las matemáticas escolares

La pregunta: ¿qué enseñar en las matemáticas escolares? no queda contestada mediante un simple listado de contenidos a transmitir. Con un mismo programa se pueden hacer diseños y desarrollos curriculares muy diferentes.

En el momento actual los Programas oficiales de matemáticas para el Tercer Ciclo de la EGB son del año 70, y los Cuestionarios Oficiales para el Bachillerato son del año 75, sin embargo no se puede considerar que las matemáticas que se enseñan en esos niveles sean las mismas que las de hace 15 o 20 años.

Hay un elemento clave en la determinación del conocimiento que se transmite en el aula, nos referimos a los objetivos de conducta que, en cada caso, pretenden lograrse. Cuando se hace una explicitación de los objetivos que quieren conseguirse sobre un determinado contenido, desglosado por preguntas o apartados, y se hace mención del tiempo que va a emplearse en su desarrollo, se habla de una programación. Las programaciones consisten en una descripción de los objetivos de conducta que se quieren lograr sobre un determinado contenido.

El modelo clásico de diseño de currículo está basado en los objetivos. La evolución de la teoría del currículo es uno de los temas más conocidos y estudiados por los especialistas. Dentro de la teoría del currículo, la pedagogía por objetivos ha sido uno de los temas más controvertidos.

Según un clásico del diseño curricular como Hilda Taba, el desarrollo sistemático del currículo supone analizar los fines generales para obtener objetivos conductuales más específicos. Los objetivos guían la toma de decisiones al delimitar qué incluir, qué destacar, qué contenidos seleccionar y qué aprendizaje reforzar.

Los objetivos también sirven para:

- * destacar las potencialidades mentales a desarrollar
- * establecer puntos de referencia comunes y consistentes
- * guiar la evaluación del rendimiento.

Desde una visión mucho más crítica, y después de haber sometido a juicio el sistema de aprendizaje conductista diseñado sobre el modelo de caja negra establecido a partir de los objetivos, Stenhouse realiza una valoración global del modelo de objetivos, que vamos a resumir.

En términos generales, el modelo de objetivos presenta como aspecto positivo el de permitir organizar el pensamiento sobre el currículo.

Al diagnosticar necesidades y enunciar fines se crea una base para considerar valores de alto nivel, analizar las exigencias de la sociedad sobre el sistema escolar y situar el conocimiento y la cultura.

El modelo de objetivos, entre otras muchas cosas, proporciona dos elementos clave:

- * una base sistemática para trabajar en las diversas ramas del estudio de la educación.
- * un patrón lógico de acción cooperativa y síntesis intelectual para los investigadores y especialistas en educación.

Un resultado importante ha sido la elaboración de una taxonomía de objetivos, que, en un primer intento, han pretendido clasificar los comportamientos de los estudiantes.

Entre las taxonomías de objetivos de conducta que más han influido en las programaciones escolares se encuentra la de Bloom, en la que establece dos grandes categorías de objetivos educativos: los relativos al conocimiento, y los relativos a la afectividad.

La influencia de la taxonomía de Bloom, aunque sometida a la fuerte crítica general que se realizó sobre el modelo general de objetivos, tuvo un peso considerable en educación, y en particular en Educación Matemática en nuestro país.

Una aportación, ya antigua, es la taxonomía específica de objetivos de conocimiento elaborada para las matemáticas, conocida como "Modelo NLSMA" (National Longitudinal Study of Mathematical Abilities), publicada en 1972.

Incluye las siguientes categorías:

A.0 Cálculo o computación, que abarca:

- A.1 Conocimiento de hechos específicos
- A.2 Conocimiento de terminología
- A.3 Aptitud para operar

B.0 Comprensión, que abarca:

- B.1 Conocimiento de conceptos
- B.2 Conocimiento de principios, reglas y generalizaciones
- B.3 Conocimiento de estructuras matemáticas

- B.4 Capacidad para traducir elementos problemáticos de un modo a otro
- B.5 Capacidad para seguir una demostración
- B.6 Capacidad para leer e interpretar un problema
- C.0 Aplicación, que comprende:
 - C.1 Capacidad para resolver problemas comunes
 - C.2 Capacidad para hacer comparaciones
 - C.3 Capacidad para analizar datos
 - C.4 Aptitud para reconocer relaciones
- D.0 Análisis, que se diversifica en:
 - D.1 Aptitud para resolver problemas poco usuales
 - D.2 Capacidad para descubrir relaciones
 - D.3 Capacidad para construir demostraciones
 - D.4 Capacidad para criticar demostraciones
 - D.5 Capacidad para formular y validar generalizaciones.

Este instrumento, aunque superado por planteamientos más ambiciosos, ha servido y sigue sirviendo para hacer el análisis de los comportamientos generales que se pueden estimular y desarrollar mediante el trabajo con las matemáticas. Se ha utilizado con frecuencia en investigaciones y estudios sobre el rendimiento escolar en matemáticas, para tipificar conductas e instrumentos de evaluación.

En el plano de la crítica al modelo de objetivos hay que comenzar señalando que el procedimiento por objetivos es un intento serio de mejorar la práctica aumentando la claridad sobre los fines, sin embargo, el modelo no ha conseguido esa meta.

Las objeciones a la aplicación universal del modelo de objetivos son, siguiendo de nuevo a Stenhouse, son:

Primero, que confunde la naturaleza del conocimiento, y

Segundo, que confunde la naturaleza del proceso por el que se perfecciona la práctica.

Para desarrollar su argumento, Stenhouse analiza las funciones principales que realiza la escuela, y llega a distinguir cuatro procesos distintos:

Entrenamiento: se ocupa de la adquisición de capacidades; una preparación con éxito da lugar a capacidad para rendimientos.

Instrucción: se ocupa del aprendizaje de información; una instrucción con éxito da lugar a retentiva.

Iniciación: se ocupa de familiarizar con valores y normas sociales; se capacita para interpretar el entorno social y anticipar la reacción a las propias acciones.

Inducción: supone la introducción en los sistemas de pensamiento de una cultura (conocimientos); proporciona capacidad para captar y establecer relaciones y juicios.

La iniciación puede expresar sus propósitos en términos de objetivos y también el entrenamiento se ajusta a este modelo, e igualmente ocurre con la instrucción, que puede resultar adecuada para el modelo de objetivos. Sin embargo este modelo plantea problemas al intentar aplicarlo al área de inducción: "comenzamos describiendo cómo queremos que sea una persona y luego intentamos manipularla para conseguir que se comporte tal y como deseamos."

Las críticas que se pueden realizar a partir de las consideraciones anteriores son las siguientes:

i) hay una crítica general de atentado a la libertad, ya que una educación demasiado vinculada a un esquema de objetivos puede resultar un encadenamiento; la educación tiene éxito en la medida que hace impredecibles los resultados de los estudiantes; el producto más importante de la educación es el ejercicio que hace el alumno cuando da testimonio de su esfuerzo, ahora bien, el ejercicio es individual y creativo, no debe estar sujeto a normas previas

ii) el profesor debe evaluar la calidad de los trabajos, además la calidad de un profesor depende de su capacidad de juicio sobre el trabajo de los estudiantes; el procedimiento por objetivos debilita los niveles de calidad ya que tiende a convertir el conocimiento en instrumental. Cuando se usan objetivos a gran escala se pone a prueba y se controla al Profesor; sin embargo, no hay desarrollo educativo sin desarrollo del Profesor, por ello es mejor criticar la práctica que clasificar fines.

iii) Una tercera crítica es la que se hace desde el propio conocimiento.

Interés fundamental de cualquier conocimiento es el desarrollo de la capacidad de síntesis, el procedimiento analítico del modelo de objetivos lleva a la trivialización.

Esto es muy preocupante ya que la potencialidad del aparato empleado puede llevar a confundir los medios con los fines. Entusiasmar al Profesorado haciéndoles creer que la enumeración y clasificación de unas tareas, en su mayor parte rutinarias, son una contribución esencial a la formación intelectual de sus alumnos, es un tipo de engaño al cual ha contribuido la programación por objetivos de conducta.

La polémica general sobre el modelo de objetivos ha sido bastante fructífera en la búsqueda de nuevos planteamientos educativos. No cabe duda que la descripción de los objetivos pretendidos mejora la planificación de la actuación del Profesor, pero contentarse con esta explicitación supone una visión muy elemental de lo que es la educación, cuáles son sus fines generales y cuántos elementos deben considerarse en una planificación previa, que ya es momento de comenzar a superar.

Los objetivos constituyen un elemento más de esta planificación, no el más importante ni el que debe determinar las líneas generales de la educación. Pero no cabe duda que se trata de un instrumento de análisis de cierta significación, que el Profesor no debe desconocer.

4-v) Métodos, medios, materiales y recursos.

Métodos

"Somos conscientes de la existencia de Profesores que desearían que se les señalase el método más idóneo para enseñar matemáticas; sin embargo, esto no es posible ni deseable." (Cockcroft)
El anterior párrafo señala la convicción, ampliamente compartida, de que no existe "el método" para enseñar matemáticas, pero que el Profesor en el aula debe seguir algún método. Esto quiere decir que cada Profesor debe disponer de un esquema global de cómo actuar en el aula, que describa las fases que deben cubrirse en la actuación, que señale el tipo de actividades que deben realizar los alumnos, con qué medios y recursos, y qué conductas se quieren estimular y conseguir.

El propio informe Cockcroft señala que "la enseñanza de las matemáticas, en todos los niveles, debe incluir:

- * exposición por parte del Profesor
- * discusión entre el Profesor y los alumnos, y entre estos últimos
- * trabajo práctico apropiado

Llinares, S. y Sánchez, V. (eds). Teoría y Práctica en Educación Matemática. (1990).
Sevilla: Editorial Alfar
Capítulo 1: Diseño Curricular en Educación matemática: Una perspectiva cultural.
Luis Rico Romero

- * consolidación y práctica de las destrezas y rutinas
- * resolución de problemas, incluyendo la aplicación de las matemáticas a situaciones de la vida cotidiana
- * realización de trabajos de investigación."

La exposición por parte del Profesor ha constituido el método principal en la enseñanza de las matemáticas, hasta épocas muy recientes. Esto ha convertido al método expositivo en el blanco de todas las críticas realizadas para lograr una innovación de los métodos escolares.

Pero no cabe duda que el papel especial que el Profesor desempeña en el proceso de la enseñanza le obliga a actuar en diferentes momentos, haciendo una exposición razonada del trabajo desarrollado o por desarrollar.

Sin embargo, la exposición no debe confundirse con un control absoluto del discurso por parte del Profesor, como si se tratase de un orador sagrado. El Profesor en su exposición da coherencia al trabajo realizado; la coherencia que aporta la tradición científica que él conoce y domina, y la coherencia que da la tradición escolar que él representa. Pero para ello debe hacerlo mediante diálogo y debate con los alumnos, buscando la mejor expresión de racionalidad que ellos aprecien.

Por tanto la exposición por parte del Profesor es complementaria y casi simultánea con la discusión entre el Profesor y los alumnos, y la discusión entre éstos.

Ya se ha enfatizado la capacidad para expresar el propio conocimiento matemático como una de las habilidades que conviene fomentar, y que más contribuyen a la adquisición de un buen razonamiento. Uno de los métodos adecuados para adquirir y mejorar esa capacidad es la discusión y contraste de las propias ideas y las de los compañeros. El papel del Profesor en este caso es el de moderar las diferentes intervenciones y también resumir, en el momento adecuado, lo esencial y relevante.

Por trabajo práctico adecuado se ha entendido usualmente, en matemáticas, la práctica de cálculos y destrezas rutinarias, y su aplicación a la resolución de problemas tipo.

Hoy día queda fuera de discusión que el trabajo en matemáticas comienza por la manipulación de objetos y la realización de acciones sobre los mismos. Cualquier concepto de la matemática elemental ha surgido mediante una consideración de las relaciones que surgen al realizar determinadas acciones, y por ello su adquisición inicial debe comenzar por la realización de dichas acciones.

Así, el trabajo en aritmética debe iniciarse con acciones sobre colecciones de objetos y sobre otros modelos, entre los que se encuentran modelos lineales, de medida -como las regletas Cuisenaire-, estructurados como los ábacos, y algún otro material, que sirven para iniciar y avanzar en la reflexión y construcción de experiencias numéricas.

También el trabajo en geometría debe incluir la manipulación de material; a veces el material será sencillo como una cuerda, cartulina, una caja o cualquier elemento del entorno escolar o familiar; otras veces se tratará de un material estructurado como un puzzle, papel pautado, mosaicos o modelos geométricos espaciales.

Pero en todos los casos el aprendizaje debe comenzar por la acción, mediante manipulación de objetos o bien actuaciones de los alumnos sobre el medio.

Una segunda fase en la estrategia de actuación en el aula pasa por la representación. Las acciones y manipulaciones sobre los objetos o sobre el medio deben expresarse mediante un

gráfico, un diagrama o cualquier modelo o esquema con el que se representen los datos y relaciones fundamentales entre ellos que interesa destacar y estudiar.

Una buena representación pone de manifiesto parte de la estructura conceptual que se quiere transmitir y ayuda a continuar estableciendo relaciones dentro de esa estructura. Permite avanzar en el trabajo con un determinado concepto, obtener diferentes representaciones del mismo, interpretar la información en términos de la representación, extraer propiedades de las relaciones que se establecen entre diferentes partes de una representación y establecer las condiciones en las que esas propiedades se verifican; una representación gráfica también permite inferir relaciones y generalizarlas mediante el empleo de modelos intuitivos muy simples, a los que conviene sacar el máximo partido.

Todo esto ya se ha comentado, a propósito de las destrezas en torno a las representaciones gráficas. Lo importante a destacar aquí es la conveniencia de contemplar una fase de representación gráfica en la adquisición de cualquier concepto. Una tercera y última fase consiste en la expresión simbólica de los conceptos trabajados. Con la notación simbólica las relaciones adquieren una expresión formalizada que permite operar de acuerdo con unas reglas establecidas. En esta fase las conjeturas antes intuitivas pueden ser probadas dentro de un esquema deductivo y los conceptos adquieren su máxima potencialidad. Sin embargo, muchos de los razonamientos formales que transmitimos a nuestros alumnos carecen de significado real para ellos, por no estar apoyados en experiencias de acción con objetos reales y su expresión gráfica correspondiente. Todos los investigadores o especialistas en educación, preocupados por dotar de racionalidad a la actuación del Profesor en el aula, han establecido unas determinadas fases que articulan un método de trabajo.

Así ocurre con la Teoría de las Situaciones Didácticas, del Prof. Brousseau, en la que trata de establecer las relaciones entre los diferentes componentes que están presentes en todo sistema educativo. Así distingue entre situaciones de Acción, de Formulación, de Validación y de Institucionalización (Brousseau,).

Las primeras ponen al alumno en contacto con una actividad o problema, cuya solución es precisamente el conocimiento que se quiere enseñar; el actuar sobre esta situación permite que el alumno reciba información sobre el resultado de su acción. Su objetivo básico es establecer interacciones entre el sujeto y el medio, pero no es necesaria la manipulación física de objetos.

Las situaciones de formulación obligan a que el alumno ponga de manifiesto sus modelos implícitos sobre determinados conceptos, construyendo una descripción o representación de los mismos, e incluyendo esta construcción dentro de una dialéctica en la que intervienen el emisor y el receptor.

Las situaciones de validación son aquellas que tienen por objetivo probar que lo que se dice es verdadero. Para ello hay que convencer a los demás de la coherencia y consistencia de unas afirmaciones. Esta es la fase más compleja en la Teoría de Situaciones, y en ella el Profesor debe intervenir para poner de manifiesto las contradicciones, pedir pruebas, mejorar los argumentos y acostumbrar a los alumnos a la necesidad de objetivar los motivos del propio razonamiento.

Finalmente, las situaciones de institucionalización sirven para fijar las convenciones y explicitar formalmente los conocimientos desarrollados.

El método es una de las claves de cualquier innovación didáctica, y es también uno de los aspectos menos sistematizados, quizás por que hasta ahora se ha considerado que constituía el margen de maniobra del Profesor.

Llinares, S. y Sánchez, V. (eds). Teoría y Práctica en Educación Matemática. (1990).
Sevilla: Editorial Alfar
Capítulo 1: Diseño Curricular en Educación matemática: Una perspectiva cultural.
Luis Rico Romero

Un peligro puede consistir en confundir el método con las situaciones concretas o los materiales y esquemas que lo ejemplifican. Los ejemplos tienen una determinada virtualidad, que pierden cuando se quieren convertir en estereotipos. Cualquier clase de actividades que se reiteran excesivamente envejecen a gran velocidad y pierden la frescura que las hizo útiles en un determinado momento. Por ello el método que se establezca no debe estar excesivamente ligado a unos determinados ejemplos, materiales o recursos, sino que debe integrar una amplia variedad de ellos. Otro peligro, mas grave aún, está en dejar esta parte del desarrollo curricular a la exclusiva responsabilidad de cada Profesor individual. Tanto en el caso del Profesor de Primaria, que tiene bajo su competencia varias materias, como en el caso del Profesor de Secundaria, que debe desarrollar una materia con un alto grado de especialización, la planificación y desarrollo de la formación matemática de los escolares durante un periodo de tiempo considerable, no es una tarea que se pueda abordar y decidir individualmente.

El Departamento de Matemáticas es una figura contemplada en todas las reformas a la que nunca se le ha dado contenido real. Por ello, aquellos Profesores que están convencidos de la necesidad de realizar su trabajo en equipo han tenido que coordinarse en Seminarios o Grupos de trabajo.

El Departamento o Seminario es un espacio para planificar la enseñanza a corto y medio plazo; diseñar el método, incluyendo las situaciones, ejemplos y secuencias de aprendizaje; y, finalmente, establecer los criterios de verificación y los mecanismos de control sobre la efectividad del aprendizaje realizado.

El trabajo en equipo no es una tarea trivial. Su coordinación, desarrollo y dirección requieren un esfuerzo continuado. Pero estamos convencidos que es la única manera de producir mejoras reales y efectivas en el aula, ya que es por este medio como el Profesor individual puede contrastar sus experiencias y compararlas con las de otros compañeros, corregir aquellos aspectos que no haya desarrollado adecuadamente, aceptar y compartir nuevas ideas y experiencias, poner en marcha de forma controlada nuevas secuencias de aprendizaje, acordar y discutir modificaciones en el tratamiento de un tópico concreto y, además, sentirse moralmente apoyado por un grupo con el que comparte la ilusión y la responsabilidad de una innovación determinada.

Al no disponer institucionalmente de un espacio en donde realizar todas estas tareas, dentro de su horario de trabajo, el Profesor normal no las suele realizar, al menos de forma sistemática. Por lo general, son los Profesores más comprometidos con la innovación y el cambio los que suelen trabajar en equipo, con dos serias limitaciones.

La primera limitación suele ser que el equipo no coincide con el Profesorado de un mismo centro, sino que está constituido usualmente por Profesores de distintos centros; esto lleva consigo que la repercusión del trabajo realizado sea muy pequeña en cada centro, ya que se limita a una o dos aulas. A esta falta de rendimiento se le debe añadir el rechazo que una innovación puede provocar en aquellos compañeros que no participan de la misma y que, por incomprensión u otras causas, personales a veces, suelen oponerse o actuar en contra de la misma.

La segunda dificultad es debida al carácter voluntario y personal que tienen estas actividades, fuera de toda promoción y orientación institucional. Esto les da un sentido fuertemente voluntarista, con todos los inconvenientes que ello trae. En primer lugar, las innovaciones no están sometidas a ningún plan coordinado, ni seguimiento, ni verificación. Suelen tener un

desarrollo irregular en el tiempo, a periodos de intensa actividad suelen seguir otros de abandono y dejadez. Es fácil que modifiquen sus planteamientos sobre la marcha, sin ser conscientes de ello la mayoría de las veces. La composición de los grupos suele ser abierta, y eso conlleva problemas de coherencia y de continuidad. Cerrar el grupo puede suponer un aislamiento y pérdida de contacto con las necesidades del profesor de a pie, pero por otro lado, mantener el grupo excesivamente abierto conduce a una revisión permanente de las bases y principios que lo informan, con la consiguiente esterilización del trabajo.

Es por esto que sólo algunos grupos, que han mantenido un grado de compromiso considerable con el medio escolar y una alta disciplina de trabajo, han conseguido una trayectoria productiva en el campo de la innovación metodológica y curricular de la Educación Matemática.

Ahora bien, suponer que esta tarea es exigible a cada claustro de Profesores, sin ninguna orientación ni ayuda de la Administración resulta excesivo.

La mayor deficiencia que se puede detectar en las Reformas actuales es esta falta de planificación real para poner en marcha e incentivar los Departamentos de las materias, de forma que tengan un compromiso fuerte con la planificación de la enseñanza y la elección del método.

Medios

El medio escolar prioritario en la enseñanza de las matemáticas ha sido y sigue siendo en aula.

Tradicionalmente, el aula de matemáticas es la que menos necesidades de infraestructura ha planteado, y éstas siempre han coincido con las comunes para cualquier otra materia: bancas, sillas, tiza y pizarra. Sin embargo, estas aulas responden a un tipo de enseñanza que, hoy día, puede considerarse superado.

La incorporación de trabajo manipulativo y el empleo de la gran variedad de materiales existentes, han planteado nuevas necesidades que modifican considerablemente el aula de matemáticas.

En primer término, el aula tradicional era un espacio rígido, con asientos individuales fijos y dirigidos hacia el Profesor. El aula actual es, o debe ser, un espacio móvil con posibilidad de diversas orientaciones y agrupamientos, e incluso con posibilidad de que las mesas tengan diversas funciones, no sólo escribir o dibujar, sino también construir, cortar, pegar, limar, lijar y otras actividades de taller impuestas por el tipo de acciones que los alumnos deban realizar.

Se plantean así dos tipos de aulas diferentes para matemáticas: el aula-taller y el aula-laboratorio. Aunque hay bastantes funciones comunes para ambos tipos de aulas, cabe distinguirlas.

En las primeras, el alumno debe realizar construcciones y elaborar un material propio, con el que ponga de manifiesto o desarrolle determinados conceptos o propiedades.

En las segundas, el alumno no debe construir físicamente ningún material sino investigar actuando sobre material ya existente y disponible en el aula, al que genéricamente se le llama equipo de matemáticas.

La idea subyacente en el primer caso es que los conceptos y nociones matemáticas surgen de la manipulación, de la acción física sobre los objetos, e incluso de la construcción de los propios objetos; esto permite ensayar distintas formas de expresar un concepto o relación y probar nuevas posibilidades. En el segundo caso, la actividad es más reflexiva, también hay que actuar pero según las normas que impone el propio material; las nociones no se construyen mediante la modificación de un material, ya que éste está elaborado; el material lo que permite es poner de manifiesto las relaciones, al ejecutar determinados pasos o seguir unas reglas.

Llinares, S. y Sánchez, V. (eds). Teoría y Práctica en Educación Matemática. (1990).
Sevilla: Editorial Alfar

Capítulo 1: Diseño Curricular en Educación matemática: Una perspectiva cultural.
Luis Rico Romero

Además del aula existen otros medios que tienen una importancia creciente y destacada en la Educación Matemática. Los más conocidos son los medios audiovisuales y el software educativo.

Entre los primeros destacan el uso de transparencias, que proporcionan nuevas potencialidades al trabajo en geometría; las diapositivas y diaquinas; el retroproyector; y, con un lugar destacado últimamente, tenemos los videos matemáticos.

Todos estos medios se encuentran en el mercado, incluyendo material específico para el desarrollo de conceptos matemáticos. Su utilidad es muy grande, y cada vez se tiende a obtener mayor partido de ellos en el aula, e incluso a elaborar materiales propios.

En el campo del software educativo se están dando los primeros pasos en la elaboración de materiales en nuestro país. Por problemas de compatibilidad, hay fondos documentales considerables de software en Educación Matemática que no nos resultan asequibles. El caso de los programas para el estudio de las funciones, elaborados por el Shell Centre for Mathematical Education, de la Universidad de Nottingham (U.K.), es uno de los más destacables. La gran potencialidad educativa que tiene este medio está aún por explorar, pero sí es cierto que su empleo sistemático en las aulas supondrá una nueva y profunda modificación de los hábitos escolares.

Materiales

Los materiales para el trabajo y estudio de los conceptos matemáticos constituyen un campo amplísimo, cuya descripción completa llenaría un volumen considerable.

Un listado de urgencia debiera abarcar el material didáctico fungible: hojas, tiras, cuerdas, cartón, plásticos, arcilla, plastilina, alambre, metacrilatos, panel, y una caja de herramientas sencilla para el trabajo con este material. Material estándar no fungible: materiales estructurados -como las regletas, material multibase, geoplanos, ábacos, bloques lógicos, mosaicos, pentóminos, cubos acoplables, etc.- ,diferentes versiones comerciales de modelos numéricos o geométricos, juegos de lógica, ingenio o bien utilización de juegos clásicos -como el dominó- para la presentación de conceptos matemáticos - fracciones o decimales, etc.-. Material para dibujar y representar: diversos tipos de papeles, maquetas, regla, cartabón, escuadra y compás; cuerpos geométricos sólidos o articulados. Instrumentos de medida de longitud, superficie, amplitud, capacidad, peso, volumen, monedas y billetes, relojes y cronómetros, almanaques y calendarios. Modelos físicos para determinados conceptos: juegos de espejos para las simetrías, superficies regladas, etc.

Toda esta lista, aparentemente larga y prolija, no deja de ser una simplificación de lo que presenta cualquier buen catálogo dedicado a material didáctico para la enseñanza de las matemáticas.

Las deficiencias que se aprecian en este inmenso campo del material didáctico son dos. En primer lugar la incomprensible ausencia en nuestro país de una empresa dedicada a la elaboración y promoción de material educativo, dentro de un proyecto de renovación didáctica. Las empresas que tenemos actualmente llenan un vacío, pero no cubren las necesidades del sistema escolar.

En segundo lugar hay que tener en cuenta que el material escolar, por si mismo, no tiene efectividad. El material es útil porque hay una secuencia de actividades con las que se logran determinadas ideas. Sin una buena colección de guías para el uso del material que acompañen

propuestas de actividades, no será posible integrar de manera efectiva todos estos elementos en la enseñanza.

Recursos

Por recursos entendemos todos aquellos elementos del medio extraescolar que pueden aprovecharse para la formación matemática de nuestros escolares.

Los recursos contribuyen a dar una imagen menos rígida de las matemáticas, ya que permiten establecer relaciones con elementos cotidianos del medio social y cultural en el que nuestros alumnos se desenvuelven.

Sin embargo su empleo en el aula es más esporádico y circunstancial que el de los medios y los materiales, principalmente porque su origen y finalidad no son educativos y su desarrollo y empleo no puede regularse desde el aula, si bien a veces puede mimetizarse.

Entre los recursos más importantes que se pueden emplear en el aprendizaje de las matemáticas se encuentran los relacionados con los medios de comunicación social: prensa, radio y televisión.

La prensa diaria utiliza una gran variedad de elementos matemáticos, tanto en su estructura como en su soporte. Hay multitud de nociones matemáticas que aparecen ejemplificadas diariamente en la prensa, y muchas otras cuya aparición puede considerarse sistemática. Recientemente han comenzado a aparecer secciones semanales específicas dedicadas a juegos y pasatiempos de carácter lógico, numérico o geométrico, en las que el uso de elementos matemáticos es explícito. Se trataría en este caso de hacer divulgación matemática mediante un soporte de prensa, y entonces estaríamos ante un material escolar o construible desde la escuela. Sin dejar de reconocer el interés didáctico que pueden tener estos pequeños periódicos, como lo puede tener el uso del cómic para ilustrar explicaciones o problemas, creemos que no se trata en este caso de un recurso, sino de una variante de material didáctico escolar, como puede ser un libro de texto o un cuaderno de ejercicios.

La prensa diaria, sin consideraciones escolares específicas, es un recurso importante para apreciar la utilidad y el valor de los conceptos y estructuras matemáticas.

También en televisión se pueden reconocer determinados elementos matemáticos: formas y cuerpos geométricos en anuncios y decorados, incluyendo los diseños para las entradas y salidas de los programas; representaciones gráficas en los programas informativos en donde aparecen tablas y diagramas u organigramas y diagramas de flujo, para esquematizar una relación o serie de relaciones; también hay elementos numéricos cuando la información se quiere sintetizar mediante medidas o cantidades.

La televisión tiene también un uso específico de las matemáticas, con carácter didáctico, en los programas infantiles en los que se presentan nociones aritméticas, lógicas o geométricas. Los juegos y concursos tienen un empleo de relaciones lógicas importantes, unas veces explícitas y otras no.

Finalmente, la televisión recoge de forma permanente los elementos matemáticos de uso cotidiano en nuestro medio social: números en diferentes contextos, formas y cuerpos, tablas, gráficos, y símbolos en general. Más difícil de delimitar son los elementos matemáticos en la radio, debido a su soporte exclusivamente auditivo. No cabe duda de que aparecen igualmente elementos matemáticos en las noticias e informaciones orales, ya que muchas de ellas se refieren a cantidades o se expresan numéricamente. Ahora bien, todos los elementos que se expresan

mediante modelos geométricos, gráficos o simbólicos, quedan excluidos por la propia naturaleza del medio. En este sentido la radio es un recurso más pobre para la clase de matemáticas. Sin embargo, la radio es un recurso muy potente a la hora de estimular el trabajo matemático extraescolar.

La fotografía también es un recurso interesante para la clase de matemáticas. La organización de actividades que incluyan la búsqueda de elementos matemáticos del entorno, su reproducción fotográfica y la explicitación de los elementos considerados mediante un lema o descripción, es una forma de acercamiento de las matemáticas a la realidad que, posteriormente, servirá de motivación en el aula (González, E. 1989)

Relacionado con los recursos anteriores, pero sin quedar agotado por ellos, tenemos un recurso fundamental. Nos referimos a la publicidad, elemento de comunicación destacado en nuestra sociedad actual. La publicidad es una gran consumidora de matemáticas debido a su necesidad de conjugar el máximo de información en un mínimo de espacio y con un mínimo también de elementos. Por ello necesita acudir a símbolos, esquemas, gráficos, modelos y abstracciones, todos ellos de procedencia matemática o fuertemente relacionados con las mismas. Las figuras geométricas y los números, la organización en tablas o diagramas son componentes inevitables de casi toda la publicidad.

Esto hace que con cualquier anuncio podamos tener un recurso seguro para una lección de matemáticas.

Otro recurso válido es la información procedente de las transacciones bancarias y comerciales. Una colección de hojas de liquidación de un banco es una buena fuente de información para iniciar el trabajo con números enteros o con porcentajes y para, más adelante, extraer enunciados significativos de problemas.

El recibo de la luz o el de la telefónica sirven para el estudio de las funciones afines, etc.

La Economía ha sido una materia que ha planteado cuestiones teóricas a las matemáticas, que se ha servido de sus modelos y que hace un gran consumo de notaciones y fórmulas. Todos los medios mediante los que circula información de carácter económico pueden emplearse como recursos en las clases de matemáticas, por supuesto no todos en todos los niveles, pero sí cada uno de ellos en el momento adecuado.

La consideración de los patrones geométricos o numéricos que aparecen en la naturaleza constituye otra gran fuente de recursos. El hecho de que las formas geométricas pentagonales aparezcan en la estructura de algunos seres vivos como la estrella de mar, los erizos o algunas flores, mientras que las formas hexagonales aparecen en los cristales de nieve, los panales de las abejas y otros cuerpos de la naturaleza inanimada, es toda una fuente de inspiración, que permite valorar los patrones geométricos como patrones útiles que describen el mundo real.

Las ciencias de la naturaleza son toda una fuente de recursos para el trabajo en matemáticas, ya que los patrones numéricos y geométricos más importantes encuentran al menos una expresión en algún fenómeno físico o natural. Suelen ser las limitaciones del Profesor las que impiden a los alumnos tomar conciencia de que, como decía Galileo, "el libro de la naturaleza está escrito con caracteres matemáticos".

Otro campo inmenso de recursos para la clase de matemáticas lo constituyen las artes plásticas, arquitectónicas y musicales. La reflexión procedente de estas áreas debe poner de manifiesto que los patrones matemáticos sirven para expresar belleza y armonía.

El mundo del diseño hace una explotación casi sistemática de elementos abstractos, de origen geométrico en su gran mayoría.

La cultura del Profesor se pone a prueba cuando es capaz de presentar a sus alumnos, mediante ejemplos concretos y sin grandes discursos, que las matemáticas forman parte de la cultura general del hombre, que mas que una disciplina formal, y por encima de ello, son una forma de pensamiento con la cual el hombre se comunica con el hombre, transmitiendo ideas, creatividad, belleza y comprensión del mundo que le rodea.

4-vi). Evaluación

Conclusión

Al comenzar este capítulo nos propusimos desmitificar la jerga pedagógica y establecer puentes con el desempeño cotidiano de la tarea docente del profesor de matemáticas.

El tema elegido para este objetivo ha sido el currículo, es decir, todo aquello relacionado con la planificación y puesta en práctica de la formación matemática en los periodos obligatorios de la enseñanza.

Resumir en unas páginas los aspectos mas importantes del diseño curricular nos ha resultado imposible. Hay muchos puntos que han quedado simplemente esbozados, y otros que no hemos desarrollado por no hacer excesivamente largas estas páginas o por no disponer de información relevante suficiente.

Entre las ausencias más evidentes se encuentra una reflexión sobre las distintas formas de organizar el cambio curricular, con una crítica explícita al proceso actual de la Reforma en nuestro país en comparación con lo que se hace en otros países europeos.

El papel de la investigación en el cambio curricular, la interpretación del trabajo del Profesor y el de el alumno como tareas de investigación y descubrimiento, todo ello hubiera necesitado de una reflexión extensa, que quedará para otra ocasión.

Sólo quiero dejar constancia de que todas estas reflexiones se deben abordar desde el area específica de la Educación Matemática. No es suficiente que los pedagogos y didactas generales teoricen. Nosotrosdebemos reflexionar sobre esa teoria, modificarla y aportar nuestro propio punto de vista sobre estas materias. Sólo así conoceremos y dominaremos nuestro campo de trabajo, formaremos una comunidad con un area problemática específica y estaremos en condiciones de desempeñar con competencia la tarea social que tenemos encomendada.