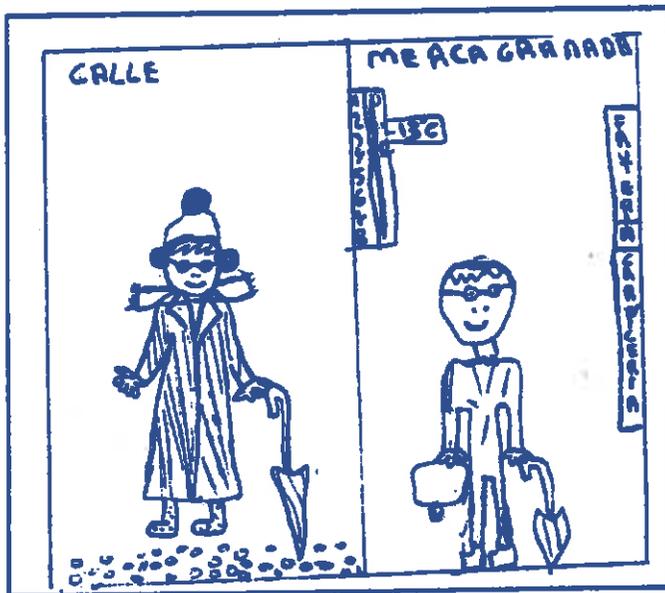


CONTEXTOS Y SITUACIONES COTIDIANAS EN EL ESTUDIO DE LAS FUNCIONES



González González, Evaristo
Gutiérrez Pérez, José
Rico Romero, Luis
Castro Martínez, Encarnación
Castro Martínez, Enrique
Fernández García, Francisco
Morcillo Delgado, Nicolás
Pérez Morales, Alvaro
Segovia Alex, Isidorò
Serrano García, Miguel
Tortosa López, Antonio
Valenzuela Herrerías, Julián
García Fernández, Antonio
Sevilla Sánchez, Francisco J.

CONTEXTOS Y SITUACIONES COTIDIANAS EN EL ESTUDIO DE LAS FUNCIONES

González González, Evaristo
Gutiérrez Pérez, José
Rico Romero, Luis
Castro Martínez, Encarnación
Castro Martínez, Enrique
Fernández García, Francisco
Morcillo Delgado, Nicolás
Pérez Morales, Alvaro
Segovia Alex, Isidoro
Serrano García, Miguel
Tortosa López, Antonio
Valenzuela Herrerías, Julián
García Fernández, Antonio
Sevilla Sánchez, Francisco J.

Seminario CIEM. Memoria curso 88-89.

**Departamento de Didáctica de la Matemática
Universidad de Granada**

Sociedad Andaluza de Educación Matemática "THALES". Granada

I.S.B.N: 84-920554-3-X

Depósito Legal: GR 95-701

Impreso en España - Printed in Spain

Imprime: Servicio de Reprografía de la Facultad de Ciencias.

Universidad de Granada, Avda. Fuentenueva s/n, 18071 - GRANADA

ÍNDICE

I Punto de partida	7
I.1 Antecedentes	
I.2 Contexto general de este estudio	
II La reflexión sobre la práctica como instrumento de formación y cambio educativo	11
II.1 La enseñanza usual del concepto de función	
II.2 Planteamiento global de nuestro trabajo	
II.3 La noción de variable	
II.4 Relación entre características variables	
II.5 Dificultad de la representación gráfica de relaciones entre variables	
III Análisis de documentos relacionados con el tópico de función	23
III.1 Cuadro de las tareas consideradas	
III.2 Estructura de las tareas y etapas	
IV Situaciones y tareas elaboradas por el seminario	29
IV.1 Trabajo con variables y su ordenación en la recta	30
IV.2 Interpretación de puntos en el cuadrante	40
IV.2.1 Contexto económico	
IV.2.2 Medio escolar	
IV.2.3 Medio social y natural	
IV.2.4 Medio deportivo	
IV.2.5 Medio familiar	
IV.3 Gráficos	74
IV.3.1 Los gráficos no son solamente dibujos	
IV.3.2 Dibujo de gráficos a partir de enunciados	
IV.3.3 Realización de gráficos a partir de dibujos	

IV.4 Estudio de gradientes	99
IV.5 Realización de gráficos a partir de tablas	105
V. Secuencia de trabajo desarrollada por los alumnos en la experiencia	107
V.1 Búsqueda de relaciones entre variables en un medio concreto ..	107
V.2 Búsqueda e interpretación de relaciones en la Prensa	114
V.3 Estudio del cuadrante a partir de puntos	130
V.4 Representación de relaciones entre variables utilizando sistemas creativos y convencionales	160
V.4.1 Situación "Visita a Mercagranada"	
V.4.2 Respuestas aportadas por los alumnos	
V.4.3 Conclusiones	
V.5 Interpretación de gráficos	209
V.5.1 Comentario a la situación	
V.5.2 Preguntas aportadas por los alumnos	
V.6 Estudio de los gradientes	226
V.6.1 Sesión de trabajo	
V.7 Enunciados verbales de situaciones representativas de función	232
VI. Conclusiones finales	237
Referencias	243

PRESENTACIÓN

En la memoria del Seminario CIEM del Curso 87-88 dejamos constancia de las limitaciones que habíamos encontrado al centrar nuestro trabajo de investigación dentro de un diseño cuasi-experimental. Los miembros del Seminario tomamos conciencia de la simplificación innecesaria de los problemas a estudiar, del empobrecimiento en la recogida y tratamiento de la información, de los análisis y reflexiones necesariamente limitadas que se derivaban del marco metodológico elegido. La composición del Seminario, la pluralidad de ambientes de trabajo y de dominios conceptuales de sus miembros eran escasamente rentabilizados cuando el núcleo de la investigación se centraba en el esquema proceso/producto, mediante el que nos proponíamos estudiar el efecto de un tratamiento muy local sobre concepciones matemáticas complejas.

La mejora de los diseños, la descripción minuciosa de las fases de planificación e implantación no permitían, por si solas, obtener un mejor conocimiento sobre los procesos implicados en la enseñanza/aprendizaje de las matemáticas escolares. Resultaba muy estéril centrar la observación y reflexión sobre la aplicación de un test de cuestiones y problemas convencionales y en el análisis estadístico de sus resultados. La comparación de grupos experimentales y de control no proporcionó información relevante, no permitían recoger información que diferenciase unos grupos de otros, ya que las cuestiones y problemas planteados eran de dominio común y los posibles efectos de una metodología activa no se apreciaban fácilmente en un plazo tan corto y con instrumentos tan comunes.

El Seminario se encontraba en esta época sorprendido por las limitaciones del paradigma positivista para estudiar la comprensión de los escolares en el Aula de Matemáticas. No negamos la virtualidad del método pero si señalamos su carácter inerte para llevar adelante un tipo de investigación que, inspirado por la mejora de la práctica escolar, permitiera rentabilizar el esfuerzo de un equipo humano de las características del Seminario CIEM durante el curso 88-89.

El marco global de la Investigación-Acción, el énfasis por comprender la complejidad de los fenómenos implicados en los procesos de enseñanza - aprendizaje y el interés por la innovación curricular, permitió ubicar la actividad del Seminario,

conjugando intereses didácticos e investigadores por el avance de nuestro conocimiento sobre la cognición y el currículo de matemáticas.

Durante este curso orientamos nuestra actividad en proponer a los escolares de 7º nivel de EGB una variedad de interrogantes, sobre la base de unas actividades abiertas y creativas. Nuestro interés estuvo centrado en provocar la mayor cantidad y variedad de respuestas de los escolares sobre las nociones básicas de funciones y su representación; tratamos de encauzar las intuiciones de los escolares hacia una mayor riqueza y profundidad de interpretaciones.

Nuestro marco teórico se basa en una triple consideración: enfatizar la variedad de fenómenos comprendidos bajo el concepto de función; analizar y desarrollar determinados componentes conceptuales de la noción de función y su representación; facilitar a los escolares el desarrollo de las capacidades cognitivas puestas en juego con las nociones básicas de las funciones.

En este curso hicimos una apuesta por modificar considerablemente nuestra línea de investigación predominante, que ya habíamos cuestionado el curso anterior.

Los resultados del estudio realizado se presentan en esta memoria; el lector puede apreciar la riqueza y pluralidad de respuestas y trabajos aportados por los escolares. La interpretación que hacemos de la información recogida se hace con la reflexión acumulada en estos años, por ello nos limitamos a sistematizar y organizar los datos y a realizar una valoración global de los mismos. La información que presentamos habla por si misma. Cuando se propone a los alumnos que piensen sin trabas y hagan su propia discusión y organización de los conceptos, la riqueza de usos e interpretaciones es abrumadora. Creemos que se trata de una línea de investigación productiva, en la que hemos continuado progresando con posterioridad y sobre la que esperamos obtener conocimiento científico fundado. Tenemos aún un reto pendiente: utilizar la potencialidad actual de los métodos de investigación en educación para rentabilizar la riqueza de datos e implicaciones de estudios como el que nos ocupa.

Agradecemos la inestimable colaboración prestada por los escolares de 7º curso de la promoción 88-89 del Colegio Público Sierra Nevada en cuyo esfuerzo nos apoyamos. Deseamos, finalmente, que esta memoria sea útil para la comunidad de educadores matemáticos, en la que nos ubicamos.

I.- PUNTO DE PARTIDA

I.1.- Antecedentes

El punto de partida de este trabajo se inscribe en un proceso de formación y trabajo en equipo iniciado el año 1984, cuando un grupo de profesores de E.G.B. y del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, coordinados por el Director del Departamento, emprenden un análisis sobre el Programa Educativo propuesto por la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía para el Área de Matemáticas en Educación General Básica.

El sistema de trabajo adoptado es el de un Seminario que se reúne Semanalmente en sesiones de 2 o 3 horas, durante las que se discuten ideas, se proponen trabajos, se marcan tareas, se presentan resultados, se valoran informaciones y se elaboran documentos. El equipo de trabajo se denomina Seminario de Currículo e Investigación en Educación Matemática: **Seminario CIEM.**

Tras un primer estudio de documentos y una discusión y revisión detallada sobre los objetivos propuestos para el Área de Matemáticas en el Tercer Ciclo de EGB (Revista Epsilon, nº2, 1984), el Equipo centra su atención en el ámbito de la Aritmética. La elección del Bloque Aritmético como campo de estudio preferente respondía a varios supuestos teóricos asumidos y planteados por el Seminario. Entre ellos destacan:

1.- Carácter práctico y predominio cultural de las nociones numéricas, operativas y de los problemas aritméticos en nuestra sociedad actual.

2.- Interés en caracterizar los errores y detectar causas de las dificultades usuales en el aprendizaje del conocimiento numérico, por parte de los escolares del segmento 6-14 años.

3.- Necesidad de diseñar tareas, problemas y secuencias didácticas para promover el aprendizaje activo, el uso de estrategias y la comprensión de las estructuras numéricas sobre supuestos constructivos.

4.- Interés por proporcionar pautas de actuación a alumnos y profesores para la comunicación y transmisión de conocimiento numérico, junto con la revalorización de las características propias del lenguaje numérico.

5.- Conveniencia de profundizar en los aspectos lúdicos y creativos de los sistemas numéricos con la recuperación de juegos, adivinanzas, acertijos y problemas.

Estas características se van explicitando en las diferentes publicaciones realizadas y en los planes de actuación en el aula emprendidos. Entre ellos destacan los siguientes:

Objetivos terminales para el Área de Matemáticas en el Ciclo Superior de la EGB: una alternativa. *Revista Epsilon* nº 2, (1984).

Estudio Metodológico del número fraccionario en el 6º de Nivel de EGB. *Revista Epsilon* nº 3, (1984).

Aritmética elemental para resolución de problemas en el Tercer Ciclo de EGB. *Revista Epsilon* nº 5, (1985) y nº 6/7 (1986).

Didáctica Activa para la Resolución de Problemas en el Tercer Ciclo de EGB. Curso 85-86. Departamento de Didáctica de la Matemática. U. de Granada.

Didáctica Activa para la Resolución de Problemas. 6º Nivel EGB. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Curso 86-87

Resolución de Problemas en el Tercer Ciclo de EGB. Curso 87-88. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

La subvención puntual de partes del trabajo y la participación activa en Congresos y Jornadas específicas de Didáctica de las Matemáticas celebradas en los últimos años, contribuyen a la consolidación de la estructura de trabajo en Equipo y al afianzamiento en nuestra filosofía sobre el aprendizaje numérico, la cual concede un marcado protagonismo a la participación de los alumnos en la construcción de sus aprendizajes.

1.2 Contexto general de este estudio

En el otoño de 1988, rebasamos el interés por lo estrictamente numérico y nos planteamos como centro de interés y tópico de estudio "el aprendizaje de las funciones". Un tópico con el que ninguno de los profesores del grupo estaba satisfecho, no sólo por el rendimiento de los alumnos sino, sobre todo, por las propuestas didácticas concretas con que se abordaba esta parte del programa.

Entendemos que el estudio de las funciones es una prolongación natural del conocimiento numérico en cuanto estudio de relaciones entre números. Ahora bien, el estudio de las funciones se sitúa en un campo más amplio que el estrictamente numérico ya que incorpora un amplio conocimiento algebraico y sistemas gráficos de representación.

Comienza así una etapa de "reflexión crítica sobre la práctica" (Carr y Kemmis, 1988), donde cada profesor somete a revisión del grupo la forma de llevar a cabo en su aula el aprendizaje de las funciones. El rendimiento de los alumnos no se contempla como un factor relevante sino como un indicador de que la práctica y el quehacer en el aula tenían ciertos desajustes.

Dos profesores del Seminario asumen el papel de investigadores en el aula, proponiéndose analizar más concienzudamente esta problemática. Para ello, cuentan con el apoyo permanente de un observador participante, miembro también del

seminario, y con el asesoramiento semanal del resto de los componentes del grupo con quienes comparten sus problemas, planifican sus intervenciones, diseñan los materiales y evalúan los procesos desencadenados. Unas veces se discute sobre una situación de trabajo, otras se revisa la actuación del profesor y la dinámica de aprendizaje generada en el aula. En otras ocasiones se hace uso de grabaciones en video obtenidas en el trabajo de campo, del cuaderno de notas diarias del profesor y de las observaciones del observador participante.

Paralelamente, el grupo emprende un proceso de búsqueda de información y documentación sobre aspectos relacionados con el estudio de las funciones. Las coordenadas del trabajo de este grupo las establece un documento elaborado por el profesor Alan Bell y colaboradores (1981). "El Lenguaje de las Funciones y la Gráficas". Este documento, afronta el estudio de las funciones de una forma novedosa, diferente al tratamiento convencional que se da en nuestras aulas, tratamiento estrictamente algebraico o basado en la teoría de conjuntos. Este documento tuvo mucha influencia en el trabajo de los profesores de secundaria en nuestro país y fue traducido al castellano posteriormente.

El documento, junto a las primeras actuaciones en el aula, suscita en el grupo interés por el tema y crea la necesidad de proceder a un análisis en profundidad del nuevo tópico.

Colectivamente, se discute el citado documento, atendiendo a los siguientes criterios:

i.- Analizar el aparato conceptual implícito en las diferentes actividades del documento y la organización particular de tópicos que propone.

ii.- Señalar los cambios significativos que aporta este material al trabajo del aula y explicitar la secuencia de actividades y tareas que desarrolla.

iii.- Detectar las posibles dificultades que pudiese plantear esta nueva dinámica de trabajo: en la selección de actividades, niveles de participación de los alumnos, tiempo a invertir, estrategias de evaluación y seguimiento de los alumnos.

En los análisis realizados se pone en evidencia que el documento no tiene en cuenta una fase de trabajo previa referida al concepto de variable y sus tipos, posibles relaciones entre ellas y los sistemas (convencionales o creativos) con los que se expresan dichas relaciones.

II.- LA REFLEXIÓN SOBRE LA PRÁCTICA COMO INSTRUMENTO DE FORMACIÓN Y CAMBIO EDUCATIVO

Con el propósito fundamental de "mejorar en la práctica el aprendizaje de las funciones", el Equipo de Trabajo se implica en un proceso de innovación y cambio metodológico que afecta directamente a la forma en que cada profesor procede en su aula; al tipo de materiales y recursos didácticos más frecuentemente utilizados por los alumnos; al grado de participación requerido por los alumnos en cada situación y tarea de aprendizaje; y, en definitiva, a la propia concepción que el profesor mantiene de su asignatura (Sevilla, J. y otros, 1987).

II.1.- La enseñanza usual del concepto de función

La puesta en común de las estrategias utilizadas por cada profesor para abordar el aprendizaje del concepto de función, permitió una revisión global del estado de la cuestión en nuestras aulas. Dicha revisión estaba documentada con ejemplos y anécdotas reales para ilustrar el acontecer cotidiano a que está sometido una parte del temario de matemáticas:

- PROFESOR 1.- *"Introduzco el concepto de función siguiendo las pautas generales del libro de texto, e incorporando algunos ejemplos prácticos inventados por mí o sugeridos por mis alumnos. Empezamos estableciendo aplicaciones numéricas entre dos conjuntos referidos a situaciones de la vida real, por ejemplo:*

** n° de objetos.....precio,*

** n° de días.....dinero,*

** velocidad.....kilómetros, etc.*

y, a continuación, buscamos la ley general que explica estas situaciones".

- PROFESOR 2.- *"Yo utilizo el libro de texto como elemento de organización de las discusiones iniciales. Partiendo de una ley general como puede ser $y = ax$, tratamos de buscar una situación real que la represente. Construimos su correspondiente tabla de valores y, a continuación, se procede a la representación gráfica de la función".*

(Febrero de 1989, sesión de trabajo en el Seminario de Profesores).

Cada profesor tiene estructurada su estrategia didáctica en torno a secuencias lógicas que, en unos casos, poseen un marcado carácter intuitivo (el Profesor 1 partiendo de situaciones reales construye posteriormente una ley) y, en otras, deductivo (a partir de una ley dada, se buscan ejemplos prácticos que la ilustren -Profesor 2-).

Las dos estrategias tienen a su vez aspectos comunes:

1. Están estructuradas en torno a una teoría o cuerpo de conocimiento matemático: una en torno a los conjuntos numéricos - Profesor 1- y otra en torno a las reglas del álgebra -Profesor 2- (aunque al final, en el desarrollo de las secuencias didácticas, se combinen estos planteamientos). En cada caso emplean un cuerpo formal de signos y relaciones, códigos de representación y reglas de funcionamiento propias de cada una de las

estructuras consideradas.

2. Las dos modalidades de trabajo poseen una proyección sobre la realidad, ya sea a la hora de ilustrar la ley algebraica o bien a la hora de construir una aplicación numérica. Y además, parece ser que es aquí donde los profesores confieren más protagonismo a la participación de los alumnos: buscando ejemplos prácticos, discutiendo su adecuación, etc.

3. En los dos casos se pretende impulsar la comprensión de los alumnos sobre los conceptos estudiados y se propone activar determinadas funciones cognitivas de los escolares, si bien este objetivo es muy genérico e impreciso.

En definitiva, detectamos que la forma en que los profesores introducimos a nuestros alumnos en el ámbito de las funciones sigue un esquema formal delimitado por los códigos y propiedades de aquella estructura matemática en la que nos apoyemos ya sea en los conjuntos numéricos o en el álgebra; se tienen en cuenta unas situaciones prácticas para aplicar los conocimientos introducidos y se pretende activar determinadas funciones intelectuales a los escolares.

Normalmente, se parte de un concepto inicial (en forma de aplicación numérica o de ley algebraica); más adelante dicho concepto se proyecta sobre la realidad, tratando de ejemplificarlo y darle sentido práctico. En algún momento del proceso se aborda la representación del concepto, siguiendo los esquemas propios y las pautas que marque la teoría en la que nos movemos (diagramas de Venn, tablas de doble entrada o diagramas cartesianos). Cada uno de estos modelos de representación responde a un sistema de codificación elaborado, que requiere un entrenamiento previo para su correcta interpretación. Gran parte de las estrategias didácticas utilizadas descuidan este entrenamiento, lo que repercute al final en una larga lista de errores y dificultades. No discutir con los alumnos los significados implicados en estos sistemas de representación y, especialmente, no promover su empleo e integración en las estructuras cognitivas de los escolares, contribuye a un dominio memorístico que decae con la falta de práctica.

Por otra parte, al proceder a la representación gráfica de las funciones en el cuadrante o diagrama cartesiano, se comienza con la ubicación de puntos o valores independientes y no relacionados, para pasar posteriormente a unirlos y dar sentido de continuidad a las funciones; sin tener en cuenta, que el sentido de continuidad de una función, no está en la recta o curva que se obtiene finalmente, sino en las características intrínsecas de las variables expresadas en cada uno de los ejes, así como en la relación de dependencia establecida entre estas variables (González, E. y otros, 1989).

II.2.- Planteamiento global de nuestro trabajo

Nuestra propuesta de trabajo consiste en incorporar al proceso didáctico un tratamiento intuitivo para iniciar el concepto de función. De esta manera nos proponemos dar mayor libertad a los estudiantes en la construcción de su conocimiento sobre funciones, de manera que cada alumno se enfrenta a sus errores e interpretaciones incorrectas durante el proceso de aprendizaje, trabajando sobre situaciones familiares y conocidas, alejadas del convencionalismo del lenguaje algebraico.

En nuestro caso, invertimos la secuencia tradicional, para ello tratamos de aprovechar conceptos familiares y próximos a los alumnos, y posteriormente organizarlos en estructuras y relaciones conceptuales más abstractas y complejas, tales como la noción de función, de ley algebraica, o de aplicación numéricas.

Para ello utilizamos como intermediario didáctico el concepto de variable que poseen los alumnos y las posibles relaciones que surgen entre los aspectos variables; con idea de agilizar el complejo proceso de abstracción hacia la iniciación algebraica de las funciones. Para esto, tenderemos un puente entre estas nociones intuitivas previas y una progresiva secuencia de generalizaciones, ya sean de orden gráfico, simbólico o, en última instancia, algebraico (Gutiérrez J. y otros, 1989).

Dos dimensiones primordiales se tienen en cuenta: una selección cuidada de fenómenos interpretables mediante la noción de función (dimensión fenomenológica) y el estímulo de actuaciones significativas de los escolares mediante el empleo de esta estructura conceptual (dimensión cognitiva).

Por estos motivos se elabora una secuencia de trabajo para el aula, a modo de estudio de casos, con los que introducir las nociones mencionadas; dicha secuencia se esquematiza en los apartados siguientes:

I.- Indagación y búsqueda por parte de los alumnos de contextos en los que tiene sentido establecer relaciones entre variables, junto con el enunciado de estas relaciones.

II.- Selección e interpretación de relaciones entre variables que se presentan en los medios de comunicación, en particular en el periódico.

III.- Estudio del cuadrante como esquema en el que representar relaciones conocidas entre variables.

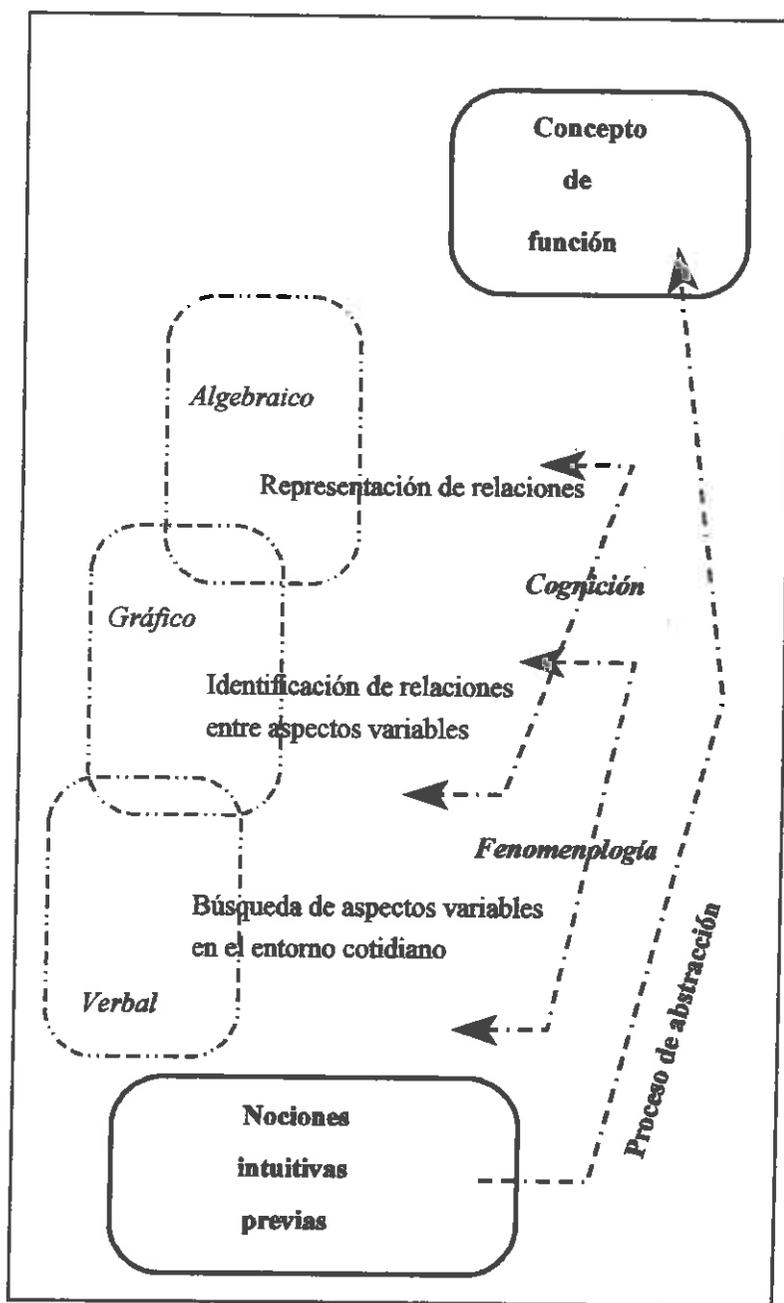
IV.- Expresión de relaciones entre variables cualitativas y cuantitativas, utilizando sistemas convencionales y creativos.

V.- Análisis de los conocimientos que los alumnos poseen a la hora de interpretar gráficas continuas; interpretaciones intuitivas.

VI.- Estudio del gradiente de una función.

VII.- Enunciados verbales de situaciones representativas de funciones.

VIII.- Concepto de función.



II.3.- La noción de variable

Definir con precisión el concepto de "variable" presenta dificultades en todas las áreas del saber científico. Especialmente conflictiva ha sido la conceptualización de este término en el ámbito estrictamente matemático, donde su amplitud semántica ha servido de comodín en diversos campos de conocimiento (Schoenfeld, Arcavi; 1988)

Sin entrar en los aspectos polémicos del término, optaremos por iniciar el trabajo con nuestros alumnos mediante una concepción básica y simple. En la línea de lo propuesto por la matemática elemental, lo *"variable"* se refiere a todas aquellas situaciones o fenómenos cuantitativos en los que una característica o varias se modifican y cambian, aumentan o disminuyen y, por consiguiente, permiten hacer comparaciones con una unidad o patrón tomada como referente. Distinguimos además de este tipo de "variables cuantificables" otra segunda clase, las "variables cualitativas", más intuitivas y perceptuales que las primeras, cargadas de subjetividad, y como mucho, restringidas a una comparación vaga e imprecisa en términos de "más que" o "menos que".

Más adelante destacaremos la idea de variable como herramienta para expresar generalizaciones matemáticas y, en última instancia, utilizaremos la noción de variable en su versión algebraica, en cuanto elemento cualquiera de un conjunto sometido a unas reglas .

Si consideramos el significado personal de un concepto matemático, en el medio escolar viene determinado por su contexto más que por las leyes formales que se le aplican. Así, la noción de lo variable en el niño está ligada a situaciones cotidianas, a fenómenos o acontecimientos concretos en los que puede apreciar algún cambio o modificación relevante en alguna característica. Lo variable adquiere cierta regularidad cuando periódicamente, en su actividad diaria, encuentra referentes que

le permiten establecer predicciones acerca de las dimensiones del cambio. Es así como esta noción se integra en las funciones cognitivas del sujeto y sus símbolos y notaciones comienzan a adquirir una entidad conceptual propia.

II.4.- Relaciones entre características variables

En este trabajo nos proponemos estudiar cómo los alumnos de 7º Nivel de EGB (12-13 años) trabajan las siguientes ideas-conceptos:

- 1.- Qué características consideran en una familia de objetos o sujetos tales que varíen entre unos y otros, es decir, que sean características variables; qué relaciones establecen entre dichas características.
- 2.- Mediante qué criterios explican o justifican tales relaciones.
- 3.- Mediante qué códigos expresan o representan tales relaciones.

No tratamos de establecer en este trabajo cómo los escolares explican el concepto de variable; antes de precisar la construcción formal de la noción de variable tratamos de delimitar cuáles son los contextos en los que dicha noción toma significado para los escolares y cuáles son los principales usos de esta noción.

Se considera como factor importante el contexto en el que vamos a proponer a los alumnos que reconozcan variables y enunciar relaciones entre ellas. Por ello trabajamos con contextos distintos para analizar y distinguir si las dificultades son debidas a la complejidad de los conceptos o a las características particulares de la familia de fenómenos considerada.

Para ello, consideraremos como factor determinante el contexto en el que el alumno trabaja para establecer las relaciones. Dependiendo del medio que

propongamos a los alumnos, el mayor o menor dominio del mismo, la proximidad o lejanía al mundo de la infancia, etc., tendremos en cuenta la interpretación y dominio alcanzado por los escolares y estudiaremos si son condicionantes importantes de los resultados obtenidos.

En cuanto a las relaciones que los alumnos son capaces de enunciar, distinguiremos, en principio, entre enunciados de tipo lógico y enunciados absurdos.

Son relaciones de tipo lógico aquellas que expresan una cierta estructura de dependencia, de mutua influencia y, por consiguiente, de interrelación en su variabilidad, bien fundamentada en una ley de carácter físico o bien en una regla o enunciado lógico; este tipo de relaciones expresan un conocimiento de carácter objetivo y científico.

Las relaciones absurdas conectan dos variables mediante un argumento carente de fundamento y motivo objetivo. No existe criterio racional explícito que justifique la conexión que se supone entre ambas variables.

II.5.- Dificultad de la representación gráfica de relaciones entre variables

Además de establecer relaciones verbales entre variables, los escolares son capaces de realizar representaciones de tales relaciones. En principio, estas representaciones son simplemente intuitivas pero también conocen y saben utilizar otro tipo de representaciones más estructuradas, en las que se emplean códigos formalizados como en las tablas y diagramas.

Tanto unas representaciones como otras presentan dificultades en el uso adecuado de signos y códigos correspondientes, en la coherencia de su uso y en la nitidez del mensaje que transmiten. Los sistemas gráficos para representar relaciones

entre variables son de una gran riqueza y versatilidad; por ello mismo necesitan de un tratamiento adecuado y detallado. La invención de códigos personales tiene interés en un primer momento pero, conforme se avanza en su empleo, tienen que negociar el significado que les atribuyen con el fin de comunicar adecuadamente y compartir la información con sus compañeros.

A) Los dibujos expresan relaciones

Cuando un niño dibuja, expresa relaciones entre una realidad ajena y una apreciación subjetiva de la misma. En las primeras edades el niño se expresa con el dibujo cargando de subjetividad sus trazos, establece relaciones entre la realidad y lo que él crea, pero dichas relaciones no consideran entre sus convenciones dimensiones de lo real.

A medida que va ampliando sus esquemas espaciales y temporales, se va ajustando con mas precisión a una realidad objetiva externa.

En el medio social, los dibujos y sistemas creativos para la representación de relaciones emplean esquemas rudimentarios algo defectuosos y no demasiado precisos. Sin embargo, sirven muy bien al propósito que persiguen: llamar la atención del espectador en los medios de comunicación de masas, vulgarizar aspectos demasiado formales y serios, o amenizar la tarea de decodificación de la información.

Para el caso del dibujo, la relación entre realidad y representación no sufre tantas transformaciones como cuando se trata de esquemas y gráficos. La representación se carga de simbolismos y decisiones convencionales que precisan de un adiestramiento previo para su interpretación y expresión.

B) Las tablas y diagramas simplifican las relaciones

Dentro de los sistemas convencionales de representación de las relaciones

entre variables más frecuentemente usados, podemos destacar las tablas y los diagramas. Cuando se pretende obtener una información puntual aislada y detallada la relación se expresa mediante un par de valores numéricos; sin embargo, cuando deseamos comparar varios valores, establecer jerarquías, clasificar varios grupos, utilizamos los diagramas o tablas. El diagrama cartesiano o cuadrante es una de las herramientas más usadas para expresar relaciones a nivel escolar y de los medios de comunicación. (En este documento y en las situaciones presentadas a los alumnos cuando hablamos de diagrama cartesiano o cuadrante nos referimos sólo al primer cuadrante).

Las ventajas con respecto a otros sistemas son:

- La globalidad en la percepción de la dependencia entre las variables implicadas.
- La flexibilidad para hacer interpretaciones cuantitativas y cualitativas, puntuales o globales, exactas o aproximadas.
- La posibilidad de precisar la relación entre valores concretos de las variables relacionadas.
- La simultaneidad en la expresión de la totalidad de los resultados.

Las tablas y diagramas simplifican, esquematizan y ordenan las relaciones entre variables. Para ello hacen uso de reglas y convenciones que es preciso adquirir antes de iniciar un trabajo sistemático con ellas. Queremos decir con esto que, tanto las tablas como el cuadrante y los diagramas, configuran sistemas de representación y lenguajes propios, que poseen una lógica particular para la codificación y decodificación de la información que nos ofrecen. Esta lógica previa con bastante frecuencia, es ignorada por el profesor, enfrentando al alumno directamente con estructuras gráfico-simbólicas que no le son familiares y le provocan errores y confusiones.

La disposición vertical u horizontal de las variables en una tabla, el sentido de aumento o disminución en el recorrido de los ejes de un cuadrante, el uso de una u otra escala, la elección de un origen de coordenadas, la distribución de puntos en el mismo..., son aspectos que necesitan un tratamiento específico en la programación del profesor, y que deben ser recogidos con anterioridad al uso continuado de estos códigos de representación de relaciones.

III.- ANÁLISIS DE DOCUMENTOS RELACIONADOS CON EL TÓPICO DE LAS FUNCIONES

Uno de los documentos más enriquecedores y novedosos en la forma de iniciar el trabajo con las funciones fue el cuaderno editado por la Universidad de Nottingham, en el Shell Center for Mathematical Education, traducido como "El lenguaje de las funciones y las gráficas", elaborado por el profesor Alan Bell y colaboradores.

La originalidad de este documento consiste en aproximar al alumno de forma lúdica y amena a la interpretación de puntos en el cuadrante, como estrategia de iniciación al concepto de función. Para ello, se utilizan situaciones sencillas y estructuradas en una secuencia de dificultad y abstracción progresiva.

A continuación presentamos las reflexiones realizadas por nuestro Seminario para analizar el documento "Las funciones y las gráficas" y conocer las distintas variables implicadas en las tareas y problemas que en el mismo se proponen.

III.1.- Cuadro de las tareas consideradas

El documento que se trabajó para la realización de este cuadro corresponde

al resumen del documento anteriormente reseñado, traducido por A. Gutiérrez y A. Jaime de la Universidad de Valencia.

El siguiente cuadro resume las tareas del cuaderno en función de las variables y relaciones establecidas en las diferentes situaciones:

EL LENGUAJE DE FUNCIONES Y GRÁFICAS	
SITUACIONES PROPUESTAS	VARIABLES UTILIZADAS
Interpretación de puntos	
Cola de parada de autobús	Edad - altura
Aviones	Precio- edad; Velocidad -tamaño Autonomía vuelo - capacidad
Llamadas telefónicas	Precio- duración de la llamada.
Deportes	Altura -peso; Peso lanzado- Peso lanzador Puntuación dardos- peso
Superficies.	Alto- ancho
Las gráficas.....dibujos	
Golf	Velocidad de la bola- tiempo desde que es golpeada
Montaña rusa	Velocidad - longitud recorrida
¿Qué deporte?	Velocidad - tiempo
Información escrita	
Recolección fresas	Tiempo empleado - personas que recolectan.
Dibujos	
Carrera de coches	Velocidad - longitud del recorrido.
La noria	Altura - tiempo
Órbitas	Distancia al satélite - tiempo
Gradientes	
Llenado de botellas	Altura - volumen
Tablas	
Globo	Distancia al horizonte- altura globo.
Café enfriándose	Tiempo- temperatura
Tiempo de cocción del pavo	Peso- tiempo
Crecimiento del bebé	Edad - longitud
Cerveza	Tiempo - alcohol en sangre
Expectativa de vida	Edad- nº de supervivientes
Situaciones generales.	
La conejera	Super. cerrada- longitud de la conejera.
Autocar (la salida)	Nº de personas - precio
Revelado de fotografías.	Nº de fotografías- costo
Exponenciales	
Fármacos hipnóticos	Tiempo- fármaco que queda en sangre.
Con varias variables	
Puentes	Peso - longitud de la tabla;/ Peso - espesor Peso - anchura;/ Peso - long./ Espesor- anchura.

En total se consideran 24 situaciones distintas y 23 variables diferentes; entre las variables consideradas: la longitud, el tiempo, el peso y la velocidad presentan las mayores frecuencias.

III.2.- Estructura de las tareas y etapas.

El Seminario trató de establecer a continuación las diferentes etapas desarrolladas mediante la secuencia de tareas anteriormente resumida, así como la estructura común de las tareas de cada etapa. Disponemos de cinco etapas distintas, cuyas características pasamos a mencionar, así como las características comunes de todas las tareas. El conocimiento de las etapas y su estructura eran de importancia especial para poder diseñar una secuencia de tareas propias y una estrategia didáctica autónoma.

Etapas 1ª.- Estructura de las tareas

Se dan varios objetos, representados gráficamente (en un dibujo). Dichos objetos poseen dos o más características reconocibles en el dibujo.

Los objetos se pueden comparar y ordenar respecto a cada una de las características. Las relaciones que se establecen se expresan con los comparativos "más...que", "menos...que", "tanto...como".

Se dan también dos ejes cartesianos, sobre cada uno de ellos se suponen ordenados los objetos respecto de una de las características. En el diagrama aparecen una serie de puntos, tantos como objetos hay en el dibujo; cada uno de estos puntos representa un objeto. Hay que localizar qué punto del diagrama corresponde a cada uno de los objetos según el orden relativo que ocupe en cada eje, es decir, respecto de cada característica.

Se trata de pasar una información dada por un diagrama simple "el dibujo" a otro diagrama más abstracto "el diagrama cartesiano".

Etapa 2ª.- Estructura de las tareas

Se eligen dos objetos que tengan una serie de características comunes. Cada dos características podrán ser emparejables.

El dibujo en este caso no produce información, sólo sirve para visualizar los objetos con los que se trabaja.

Se dan gráficos cartesianos que representan la posición relativa de los objetos respecto de la pareja de características que se considera en cada caso.

Se pide respuesta sobre la relación que existe entre los objetos a través de la comparación de características en un diagrama.

Otras preguntas irán dirigidas a relacionar los objetos a través de las características no emparejadas por representación en un mismo diagrama y, además, se pedirá representar dichos emparejamientos.

Etapa 3ª.- Estructura de las tareas.

Se da un grafo por medio de unos ejes cartesianos, en él está representada la relación que existe entre 5 o 6 objetos considerando dos características. Se comprueba si se entiende dicha información a través de preguntas cuyas respuestas hay que obtenerlas examinando el grafo.

Etapa 4ª.- Estructura de las tareas

Se da un conjunto hipotético (de 100 elementos aproximadamente) y se considera una característica predominante de sus elementos, también se consideran tres características más a emparejar, cada una de ellas, con la inicial.

Se pide que cada sujeto haga una conjetura sobre cada una de las relaciones y dé una interpretación de la misma a través de una representación en unos ejes cartesianos.

Etapa 5ª.- Estructura de las tareas

Se dan cuatro figuras de distinta forma pero de igual superficie. También se tiene un diagrama cuyos ejes representan el largo y el ancho de las figuras. En el diagrama aparecen cinco puntos.

Se pide identificar cada figura con un punto del grafo.

Para el quinto punto se pide que se dibuje una nueva forma (una figura nueva) de manera que se pueda representar también en el grafo.

CONCLUSIÓN

Todas las tareas tienen en común los tres aspectos siguientes:

- i.- Las características no están cuantificadas, se comparan entre sí los objetos por medio de las expresiones "más ...que" "menos ...que " "tanto...como ".
- ii.- En las representaciones siempre aparecen puntos con igual valor de la abscisa y otros con igual valor para la ordenada.
- iii.- Con las preguntas se trata siempre de desarrollar el pensamiento lógico y dotar de significado a las representaciones. Una misma pregunta puede admitir una o más de una respuesta diferente.

IV. SITUACIONES Y TAREAS ELABORADAS POR EL SEMINARIO

El Seminario, después del análisis anteriormente descrito, se propone diseñar una serie de tareas que respondan a la estructura detectada, con el fin de profundizar en las situaciones con las que se inicia el estudio de representación gráfica de las funciones, según los supuestos elaborados por el Shell Centre de la Universidad de Nottingham.

A continuación presentamos, clasificadas en apartados, las situaciones y tareas elaboradas por los miembros del Seminario.

IV.1.- Trabajo con variables y su ordenación en la recta.	(A)
IV.2.- Situaciones "Interpretación de puntos en el cuadrante"	
Medio económico	(B)
Medio escolar	(C)
Medio social y natural	(D)
Medio deportivo	(E)
Medio familiar	(F)
IV.3.- Situaciones "Gráficos":	
IV.3.1.- Situaciones "¿Son los gráficos solamente dibujos?".	(G)
IV.3.2.- Situaciones " Dibujo de gráficos a partir de palabras"	(H)
IV.3.3.- Situaciones " Dibujo de gráficos a partir de dibujos "	(I)
IV.4.- Situaciones " Estudio de gradientes"	(J)
IV.5.- Situaciones " Dibujo de gráficos a partir de tablas"	(K)

IV.1.- Trabajo con variables y su ordenación en la recta

Para introducir al alumno en el estudio del cuadrante a través de puntos nos proponemos seguir esta secuencia:

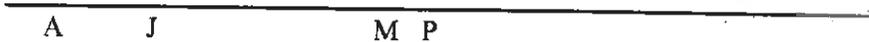
- Buscar características que tienen los objetos.
- Buscar variables que se puedan relacionar.
- Comparar y cuantificar características de los objetos, (más que, menos que).
- Relacionar varios elementos u objetos de un conjunto atendiendo a una característica común a todos ellos.
- Ordenar los elementos relacionados atendiendo a una característica.
- Ordenar en la recta horizontal.
- Ordenar en la recta vertical.
- Expresar la cuantificación de una característica en una recta.
- Trasladar la cuantificación de una característica de varios objetos a un cuadrante, expresada solamente con las relaciones: más que, menos que o tanto como.
- Representar esos elementos en una recta.
- Estudiar las posiciones en la recta.
- Utilizar las dos rectas.

Actividades diseñadas

A-1.- TRABAJO CON VARIABLES

Todas las personas se pueden comparar atendiendo a una cualidad como puede ser la edad.

En la siguiente recta aparece representada la familia de Juan (J) atendiendo a su edad.



(M) y (P) representan a sus padres, (A) a su hermano.

Comenta con tus compañeros qué información se puede sacar de ella:

.....

.....

.....

A-2.- TRABAJO CON VARIABLES

Los alumnos de tu clase se parecen en muchas cosas y en otras son muy diferentes.

1.- Escribe en tu cuaderno cualidades o acciones a través de las cuales se pueda comparar a tus compañeros:

.....

.....

.....

2.- Piensa en ti y en tres compañeros tuyos:

Elige una de las cualidades anteriores:.....

Representa la información en una recta atendiendo a la cualidad elegida.

A-3.- TRABAJAMOS CON LA RECTA HORIZONTAL

De los animales del dibujo podemos decir muchas características que son distintas en cada uno de ellos: Lo que comen, la agresividad que tienen, su peso, etc.

Con cada una de estas características podemos hacer una ordenación diferente de los animales.

OBSERVA.- la representación que hacemos en la recta de los animales atendiendo a su AGRESIVIDAD.

Comenta con tus compañeros si es correcta la ordenación.

pez oso panda caballo ratón tigre

AGRESIVIDAD

Se pueden ordenar varios objetos en una recta horizontal atendiendo a una característica

ACTÚA:

Escribe otras características de estos animales :

Comenta con tus compañeros qué características habéis elegido y con cuáles es posible ordenarlos.

Representa en la recta una ordenación utilizando otra característica.

Descubre qué letra corresponde a cada uno de los animales si el criterio para su representación ha sido su peso.

|—A—B— C—D— E—
PESO —

Piensa en otra característica.

A.- Haz la representación de los animales en la recta.

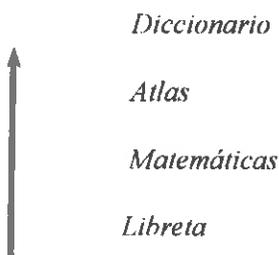
B.- ¿Adivinará tu compañero la característica que has utilizado en la ordenación?.

A-4.- TRABAJAMOS CON LA RECTA VERTICAL

Observa estos libros:

DICCIONARIO	ATLAS	LIBRETA	MATEMÁTICAS
Gordo	Gordo	Delgada	Medio gordo
Pequeño	Grande	Grande	Mediana
A=2400 pta.	B=980 pta	C=270 pta	D=1200 pta

Esta es la representación en la recta de los libros atendiendo a su grosor.



¿Estás de acuerdo con la ordenación?.

Aquí aparece otra ordenación de los libros.

Di cuál de las características siguientes hemos utilizado en la ordenación:

- Color de las pastas.
- Precio
- N° de páginas.



También se pueden ordenar varios objetos en la recta vertical atendiendo a una característica.

JUGAMOS.-

* Elegimos cuatro libros de la clase.

* Definimos varias características de ellos:

.....
.....

* Hacemos la representación en la recta atendiendo a cada una de las características.

* Comprobamos los resultados con nuestros compañeros.



A-5.- TRABAJAMOS CON LA RECTA HORIZONTAL Y VERTICAL

Para realizar esta actividad puedes consultar con tus padres o visitar un supermercado.

Vamos a trabajar con los siguientes frutos:

pero naranja melón nuez

Haz un dibujo según el tamaño de cada uno de ellos.

Ordénalas según el tamaño de cada uno de ellos.

.....

Representa en esta recta las frutas atendiendo a su tamaño:

Tamaño

Ordena estas frutas según el precio de un kilo de cada una de ellas.

.....

Representa en esta recta las frutas atendiendo a su coste.

Precio

En esta recta están representadas las cantidades de fruta que ha comprado Juanito de cada clase.

- * Nueces
- * Peros, Melones
- * Naranjas

¿De qué fruta ha comprado **más**?:

¿De qué fruta ha comprado **menos**?:

¿Ha comprado la misma cantidad de dos frutas distintas?:

.....

A-6.- DADA UNA REPRESENTACIÓN LINEAL Y VARIAS CARACTERÍSTICAS DELIMITAR QUE CARACTERÍSTICA CORRESPONDE A ESA SITUACIÓN

Observa esta ordenación en la recta.
(Dibújalos)



Tren
Avión
Autobús
Taxi

De las características siguientes.
¿cuál ha utilizado en la ordenación?
-Precio del billete
-Velocidad en el recorrido.
-Personas que pueden transportar.
-Nº de paradas que hacen en el recorrido.

Haz otra ordenación de estos medios de transporte:

.....

Enséñasela a tu compañero para que descubra cuál es la característica que has utilizado.

¿Puedes utilizar características diferentes a las anteriores?.

.....

JUGAMOS.-

Elige otro conjunto:

.....
.....

- Di cuatro características que ordenen sus elementos.

.....
.....

- Haz la ordenación atendiendo a una de las características.

1º..... 2º.....
3º..... 4º.....

- Muéstrasela a tu compañero para que adivine cuál es la característica que los ordena.

¿Ha acertado?:..... ¿Cuál ha dicho?:.....

- Comprobamos nuestras ordenaciones en la recta.

A-7.- UTILIZAMOS UNA MISMA SITUACIÓN PARA EXPRESAR UNA RELACIÓN EN LA RECTA Y EN EL CUADRANTE

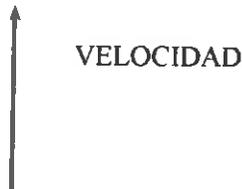
Aquí tienes algunas de las distancias de las principales carreras de atletismo: 100, 200, 400, 800, 1500. Representa en esta recta las distancias de cada una de ellas



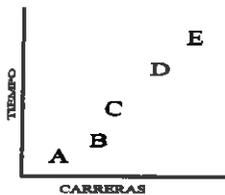
Representa en esta recta los tiempos que tu estimas que emplean en recorrer cada una de estas distancias.



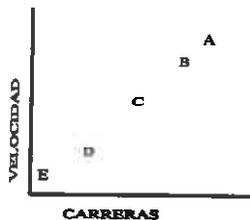
Representa en esta recta la velocidad media que tu estimas que llevan los atletas en cada una de las carreras.



Asocia en este cuadrante cada punto con una de las carreras.



Asocia cada punto que hay en este cuadrante con una de las carreras.



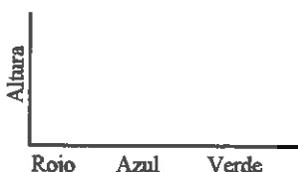
A-8.- TRASLADAMOS LA CUANTIFICACIÓN DE UNA CARACTERÍSTICA DE VARIOS OBJETOS A UN CUADRANTE

A-8-1.- Toma tres palillos. Corta cada uno con la longitud que quieras. Marca cada uno con uno de los colores siguientes: rojo, azul, verde.

Representa en la recta siguiente su longitud:



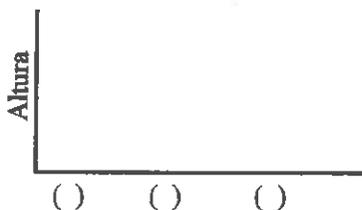
Representa en este cuadrante sus longitudes.



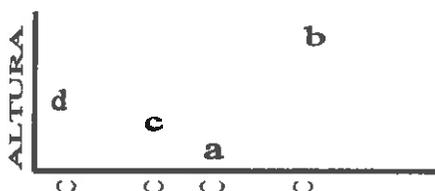
A-8-2.- Piensa en dos o tres compañeros que vivan en edificios diferentes al tuyo y que sepas si son más o menos altos que el tuyo.

Representa en una recta la altura de cada edificio.

Cada edificio lleva el nombre de tu compañero.



Representa en este CUADRANTE la altura de cada edificio.



En este gráfico están representadas las alturas que alcanzan diferentes plantas a su edad adulta, relaciona cada punto con el nombre de una de ellas. (Bonsai de pino, geranio, ficus, pensamiento.)

A-9.- REPRESENTAMOS EN EL CUADRANTE NUEVAS INFORMACIONES QUE APARECEN Y MODIFICAN LA SITUACIÓN INICIAL

En este gráfico aparecen representados Ana y su padre.

ANA (Dibujo)
Alta y Delgada

PADRE (Dibujo)
Bajo y Grueso.

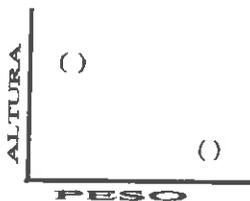
Representa a cada uno de ellos en esta recta atendiendo a su peso.

PESO.....

Representa a cada uno de ellos atendiendo a su altura.

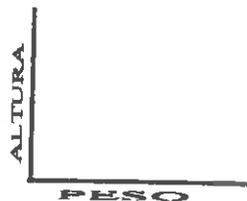
ALTURA

Los puntos del siguiente diagrama representan a Ana y a su padre. Pon las iniciales de cada uno de ellos en el punto que corresponda.



Un acontecimiento extraordinario ha sucedido en casa de Ana. Han traído un niño recién nacido y les ha visitado un gigante.

Representa a las cuatro personas que hay en la casa de Ana en el siguiente diagrama.



IV.2.- Interpretación de puntos en el cuadrante

Los ejemplos que se describen a continuación están clasificados atendiendo a los diferentes medios o contextos:

IV.2.1.- Contexto económico

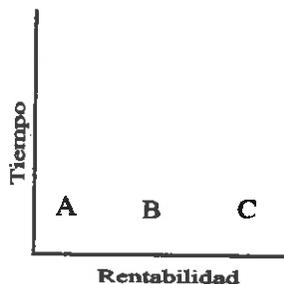
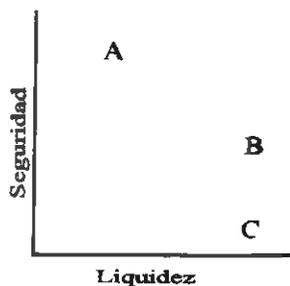
Entre las variables más significativas del medio económico aprovechables en el medio escolar podemos citar: el dinero que aparece en salarios, precios, rentabilidad, liquidez, ganancias, pérdidas, costo,... Además, todas las magnitudes intervienen en el medio económico.

Estas magnitudes son habituales en las relaciones entre obreros y empresarios y, en general, en todo tipo de operaciones tanto sociales como económicas. Cada día son más las revistas, los diarios, las noticias de carácter económico, y el lenguaje con estos conceptos va adquiriendo la categoría de habitual e imprescindible.

Las situaciones que aparecen a continuación son una muestra de las muchas que se pueden diseñar, con el fin de poner al alumno en contacto con el estudio del cuadrante a través de puntos.

B-1.- EL AHORRO

Los siguientes gráficos representan tres cantidades de dinero iguales.



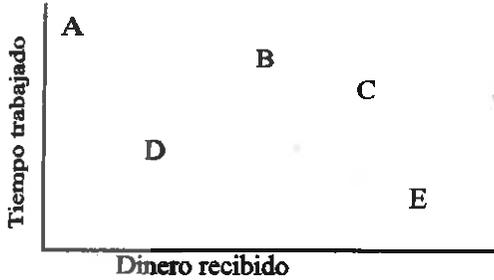
Contesta si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

- La forma de ahorro más rentable es también la más segura:.....
- Para obtener una rentabilidad es imprescindible mayor seguridad:.....
- A menor tiempo de inversión obtenemos mayor seguridad:.....
- Menor rentabilidad lleva consigo mayor liquidez:.....

B-2.-LAS PROFESIONES

¿Qué profesión representa cada uno de los puntos del diagrama siguiente?:

Dentista Ama de casa
 Albañil Dependiente
 Notario

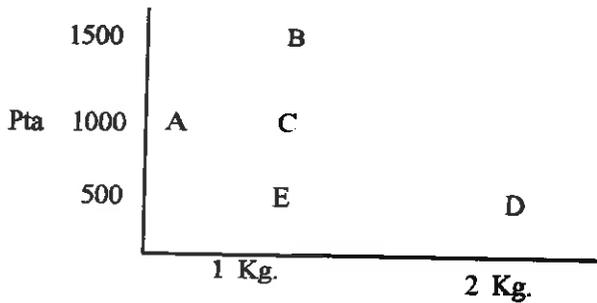


A: _____ B: _____
 C: _____ D: _____
 E: _____

B-3.- SUPERMERCADO

El gráfico representa la relación entre los productos siguientes y su precio:

café, jamón, arroz, patatas, boquerones.



Identifica:

- La letra (A) corresponde.....
- La letra (B) corresponde.....
- La letra (C) corresponde.....
- La letra (D) corresponde.....

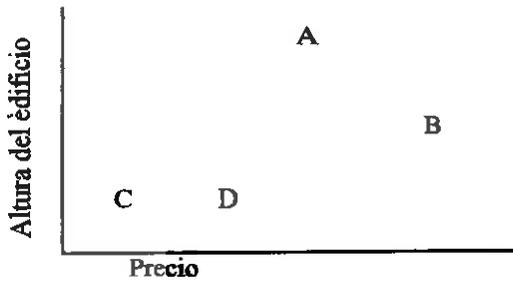
¿Qué precio tiene un Kg. de arroz y otro de boquerones?:

Boquerones: _____ pta. Arroz: _____ pta

B-4.- ALTURA DE UN BLOQUE Y SU PRECIO

Aquí tienes representados diferentes edificios y sus precios:

(Chalet, casa de pueblo, bloque de pisos, monumento).



¿Qué punto representa el monumento?..... ¿Y el chalet?.....

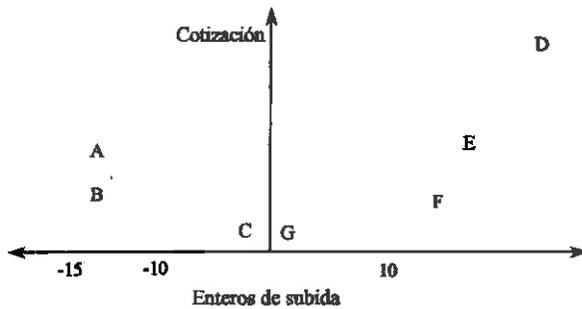
Di si son ciertas o falsas las siguientes afirmaciones:

- El edificio más alto es a la vez el más caro:.....
- Vivir en un bloque de pisos cuesta más que en un chalet:.....
- Donde más cuesta vivir es en un monumento:.....

B-5.- LA BOLSA

En el periódico Ideal del 5 de Noviembre, apartado bolsa, vemos elaborado el siguiente gráfico con información de las empresas:

A) BBV, B) Banco Andalucía, C) Banco Central, D) Endesa, E) Explosivos Río Tinto, F) Uniasa, G) Maffre.



¿Qué entidad subió más enteros?:.....

¿Que entidad ha perdido más enteros?:.....

Enumera las empresas con ganancias:.....

¿Cuáles han tenido pérdidas?:.....

¿Qué cotización tenía hoy el B.B.V?.....

¿qué cotización tendrá mañana?:.....

En términos absolutos, ¿quién ha subido más?:.....

IV.2.2.- Medio escolar

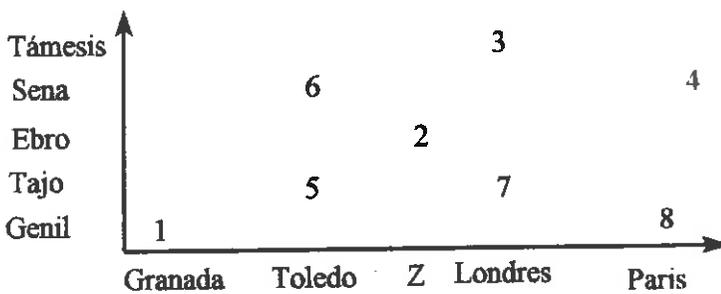
Otro de los medios que se pueden y deben utilizar a la hora de introducir a los alumnos en el estudio de relaciones entre variables es el escolar.

Son muchas la variables que pueden entrar en juego en este contexto, esto nos da la posibilidad de crear situaciones interdisciplinarias e interniveles y, de esta forma, a la vez que ponemos a los alumnos en contacto con conceptos propios de una materia, al no presentar dificultad el contenido, se centrará en el aspecto matemático recordando conocimientos adquiridos anteriormente en el medio escolar.

POSIBLES VARIABLES QUE SE PUEDEN RELACIONAR PARA CREAR SITUACIONES:	
Orden de llegada	Dorsal
Altura sobre el mar	Pueblo ciudad
Longitud del río	Caudal
Longitud del río	Nº de afluentes
Peso alumno	Altura alumno
Tiempo empleado	Trayecto a la casa
...	...

C.1.- RELACIONAMOS RÍOS Y CIUDADES

Este gráfico nos relaciona diferentes ciudades y ríos:



Algunas de las preguntas que nos podemos hacer:

- * ¿Qué números están mal colocados?.....
- * ¿Por qué ciudad pasa el Sena?.....
- * ¿Qué punto relaciona Z con su río?.....
- * ¿Qué ciudad es Z?.....
- * ¿Qué punto no debería haber puesto un granadino?.....

C.2.- ATENCIÓN DEL ALUMNO EN CLASE

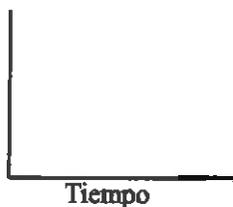
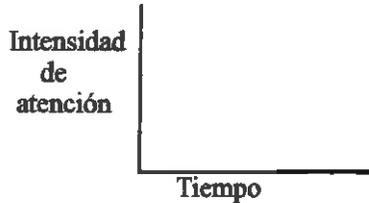
La atención que un alumno presta a un profesor a lo largo de una hora de clase no es siempre igual.

** Comenta con tu compañero la atención que prestáis en clase, para ello tener en cuenta la siguiente división del tiempo:*

- a) Primer cuarto de hora.
- b) Segundo cuarto de hora.
- c) Tercer cuarto de hora.
- d) Ultimo cuarto de hora.

** Sacad vuestras propias conclusiones.*

** Reflejarlas en estos gráficos:*



C3.- INTENSIDAD DEL ESFUERZO DEL ALUMNO DURANTE LAS DISTINTAS FASES DEL CURSO

Discutir el esfuerzo que el alumno desarrolla a lo largo del curso y confeccionar un gráfico:

Intensidad del
esfuerzo

1 2 3 4 5 6 7 8 9
Meses del curso

IV.2.3.- Medio social y natural.

Entre las variables más significativas del medio social y natural aprovechables para el estudio de las funciones, quizás la altura ocupe un lugar relevante.

La altura, en cuanto componente fundamental del medio que nos rodea, constituye una de las expresiones básicas de la magnitud longitud. se manifiesta en las dimensiones, distancias y trayectorias que definen el espacio vertical del entorno. Es también un concepto social, una convención universal y relativa que permite definir el espacio, caracterizarlo y limitarlo a través de puntos de referencia y comparación.

En una cultura como la nuestra, donde tanto los cambios de altura como sus transcripciones gráficas constituyen un elemento útil y necesario para la comunicación humana, no parece nada despreciable este aprendizaje.

En la vida real aparece la altura como un atributo directamente observable en los cambios de tamaño, estatura o altitud y en la variabilidad de distancias, dimensiones y trayectorias verticales que determinan los fenómenos y elementos del medio. Traducir al lenguaje gráfico la dimensión de verticalidad que caracteriza a los objetos en su espacio real resulta visualmente coherente.

En el diccionario de la Real Academia aparece definida la altura como "elevación de un cuerpo sobre la superficie de la tierra" y también como "la dimensión de un cuerpo en el sentido de su elevación vertical del plano que le sirve de base". La propia definición encierra cierto isomorfismo con la disposición cartesiana de los ejes convencionales.

La altura, a su vez, entra en relación con un amplio número de magnitudes de orden cualitativo y cuantitativo que permiten, por una parte, hacer previsiones bastante fiables acerca de fenómenos cuyos cambios son apreciables y, por otra, posibilita la comparación entre elementos invariantes del entorno.

VARIABLES Y RELACIONES SEGÚN CONTEXTO.

Según el referente de la realidad, los cambios y la variabilidad de la altura se pueden agrupar en varios tipos:

1.- Dimensiones, distancias y trayectorias en la vida social.

Variaciones de la altura en la actividad cotidiana del hombre.

Alturas significativas en las ciudades.

La altura como norma social y convención científica.

2- Cambios de altura en la naturaleza.

Dimensiones distancias y trayectorias verticales en los elementos del paisaje y del medio natural.

Variaciones de tamaño en los animales y plantas.

3.- Variaciones en la altura en la actividad cotidiana del hombre.

Relación entre la altura que se alcanza diariamente en una profesión y el sueldo que se gana: piloto, pescador, astronauta, carpintero, diputado, minero,...

Relación entre la altura que alcanza un determinado medio de locomoción y la velocidad media que suele llevar: Barco, locomotora, platillo volante, globo submarino, tren, coche, ...

Relación entre la altura con respecto al suelo en que se encuentran algunos de los lugares más frecuentados al cabo del día y tiempo de permanencia en ese lugar: la calle, la escuela, mi casa, la casa de mi amigo. (Variante: día de la semana y tiempo de permanencia en cada uno de esos lugares).

Relación entre la altura y la velocidad alcanzada en un determinado deporte: ciclismo, vela, esquí, alpinismo, natación, submarinismo...

4.- Alturas significativas en las ciudades.

Relación entre la altura de un edificio y su antigüedad.

Relación entre la altura de un edificio y su distancia al núcleo urbano antiguo.

Relación entre la altura de un edificio y el número de familias que viven en él.

Relación entre la altura de un edificio y la anchura de las calles que lo rodean en distintos barrios de la ciudad.

Relación entre la altura de un edificio y la longitud de la sombra que proyecta.

5.- También la altura aparece en normativas y convenciones.

Experimento de Torricelli.

Altura máxima permitida en la fabricación de vehículos, construcción de edificios...

6.- Cambios de altura en los elementos del paisaje y del medio natural.

Relación entre la altura de las montañas de los alrededores y el tiempo que se tarda en subir a la cima (según tenga carretera o no): Veleta, Mulhacén, Caballo, (puede resultar interesante con varios itinerarios donde además aparezcan pueblos o ciudades).

Relación entre la altura de las etapas o parte de un río y el tamaño de las piedras que arrastra: nacimiento, desembocadura, cauce medio, presa.

Relación entre la altura de las nubes y las probabilidades de lluvia.

Relación entre el cambio de altitud y la distancia a un río, según las distintas especies de árboles: álamos, nogales, encinas, pinos.

7.- Variaciones de altura en los animales y plantas.

Altura de una especie de árbol y sombra que proyecta.

Profundidad marina de una especie y peso: ballena, tiburón, chanquete...

Altura que alcanzan determinados animales y peso.

Altura de vuelo y longevidad.

Altura y número de crías.

A continuación aparecen dos situaciones abiertas, preparadas para que el alumno establezca relaciones y estudie el cuadrante utilizando información dada con puntos que expresan la relación entre un hecho y una/s variable/s.

Con la primera situación se pretende que el alumno estudie las relaciones que se establecen dentro de un cuadrante cuando la información viene expresada a través de puntos. Se pretende que el alumno centre su atención en el eje vertical (altura) y no se tiene en cuenta la variable en el eje horizontal.

Se toma y expresa gráficamente un valor constante de altura con el objetivo de que al alumno le sea más fácil relacionar cada uno de los puntos con esta variable.

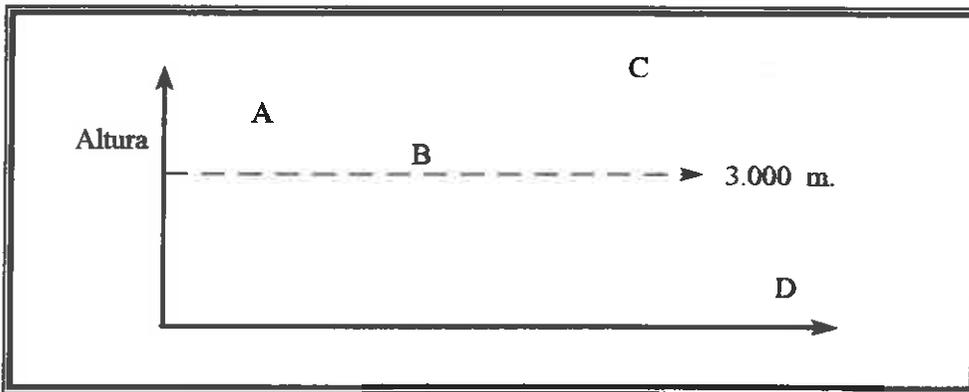
Otro aspecto interesante de la situación es que es abierta, ya que los alumnos pueden modificarla. También es interdisciplinar y obliga al alumno a buscar información y para ello podrá utilizar: Atlas, información oral, mapas, etc.

En la tercera subactividad se trabaja el eje vertical con la variable altura y en el eje horizontal aparece de una forma intuitiva la variable distancia entre dos o más puntos. Esta distancia se refiere a la que existe entre los diferentes picos en juego. También se complica la actividad al tener que pasar una información de un dibujo (obtenido por el alumno de un atlas), a un cuadrante y expresarla con un punto.

La realización de la subactividad cuatro da al alumno la posibilidad de utilizar estrategias creativas o convencionales.

D.1.- 1ª SITUACIÓN.- Reconocer cosas en Granada

1.- Los cuatro puntos del gráfico siguiente representan varias cosas de la provincia de Granada, con un poco de ingenio se podría poner nombre a todos los puntos . ¿ Serías capaz de escribir o dibujar al lado de cada punto algunas de las cosas que representan?.



A.- ¿Puede tener algún significado que haya unos puntos más arriba y otros más abajo?

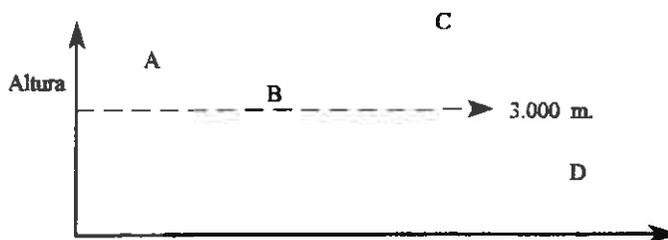
.....

B.- ¿Qué indica la línea horizontal con 3.000 m.?

.....

2.- Efectivamente alguno de los puntos puede ser uno de los tres picos más altos de Sierra Nevada, cuya altura es superior a los 3.000 m. Pero, ¿qué ocurre con los otros? ¿qué representan?.

El (B) y el (C) pueden ser una pareja de águilas reales que viven por allí, o dos alpinistas que se están tomando el bocadillo antes de alcanzar la cima, o un helicóptero de TV, que está rodando una competición de esquí. También el (D) podría representar a un gato que está tomando el sol en el tejado de la Alhambra.



a.- ¿Qué otra cosa podría representar el punto (D)?

.....

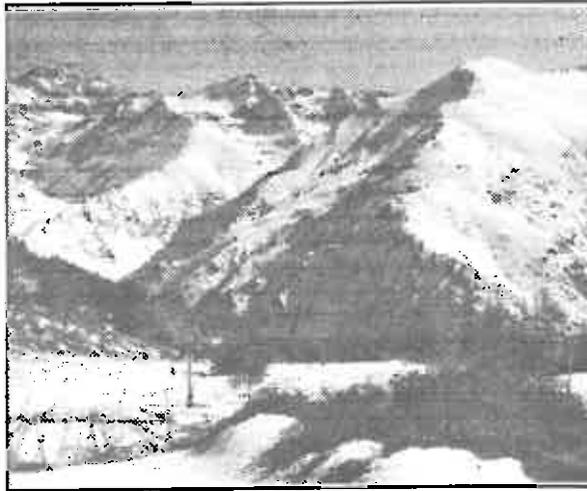
b.- ¿Por qué eso precisamente y no otra cosa?

.....

c.- ¿Qué hemos tenido en cuenta para decir que los puntos (A, B, C; D,) representan un alpinista, una montaña, un águila real o un gato?.

.....

d.- A continuación te presentamos una fotografía con algunos de los picos más importantes de Sierra Nevada.



Infórmate del nombre de los picos que se ven en esta fotografía. Busca información de las alturas que tienen cada uno.

Representa en este gráfico, utilizando puntos, las alturas de estos picos.



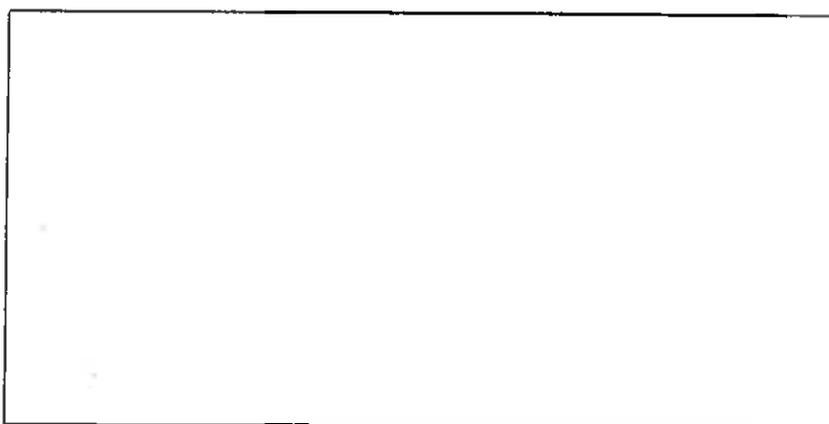
a.- ¿Por qué has representado el pico del Veleta en ese lugar?

.....
.....

b.- ¿Tiene algún significado que esté más cerca de un punto que de otro?.

.....
.....

4.- Construye tú mismo un nuevo gráfico y coloca varios puntos o dibujos que representen: A= Alpujarra; B= El pico más alto de Sierra Nevada; C= La ciudad de Motril; D= Algo que a ti se te ocurra.



a.- ¿Por qué unos están tan distanciados y otros tan cerca?

.....
.....

b.- Podrías inventar algún truco para que las distancias que separan los distintos puntos fuesen más o menos reales, de manera que una persona que quiere ir de Granada a Motril sepa si tiene que coger el coche o puede ir andando?. Explicalo y hazlo en otro gráfico.

.....
.....

D.2.- 2ª SITUACIÓN: " De excursión por las Alpujarras "

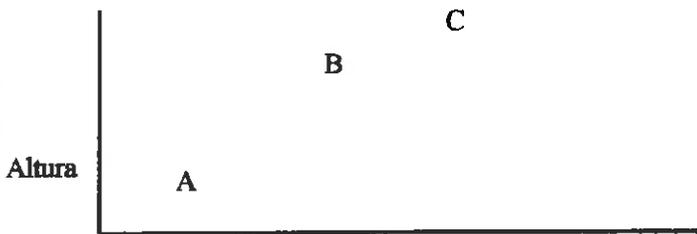
Con este material se puede establecer una discusión inicial entre alumnos a partir de sus invenciones gráficas en los itinerarios respectivos.

Para presentar los gráficos en clase se pueden utilizar transparencias o diapositivas elaboradas con papel vegetal a la hora de presentar los gráficos.

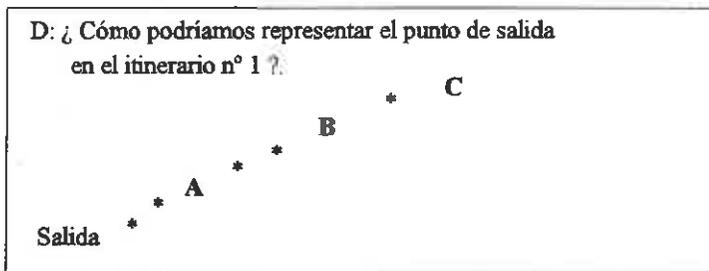
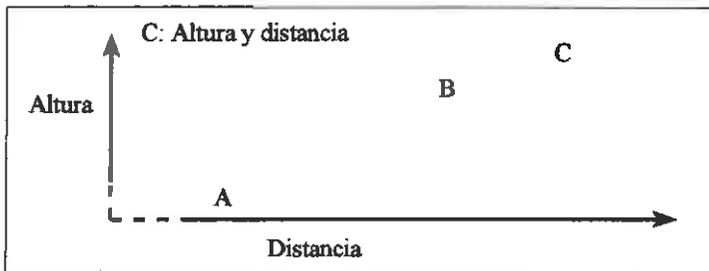
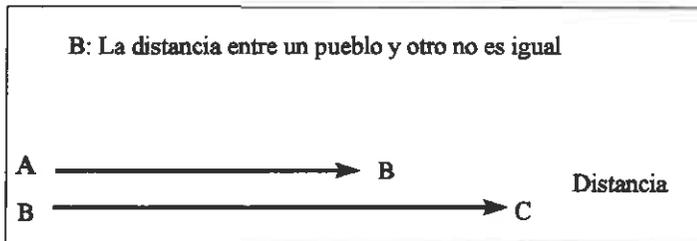
El profesor debe prever las posibles relaciones entre variables, e incluso motivar a cada grupo independientemente para que identifique posibles aspectos cambiantes que puedan representarse en un gráfico.

Itinerario nº 1.

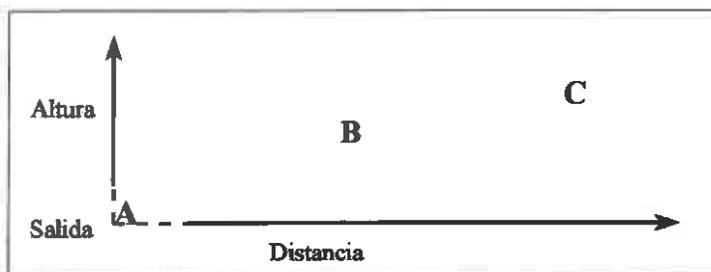
A: Hay cambio de altura desde el primer pueblo al segundo



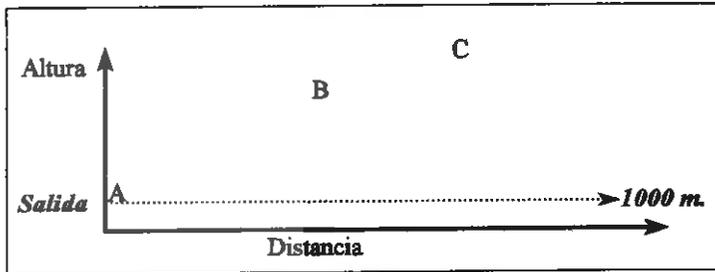
Altura:		
Pampaneira (A)	Bubión (B)	Capileira (C)
1.000 m	1.300 m	1.400 m



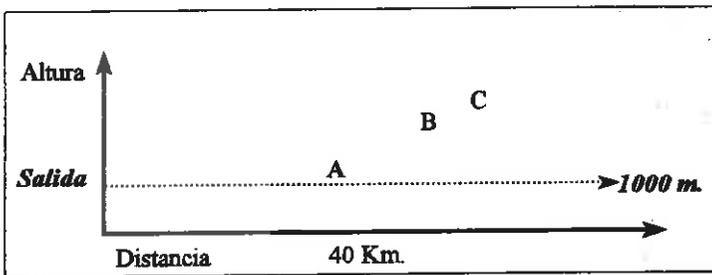
En un gráfico normal la salida podría coincidir con :



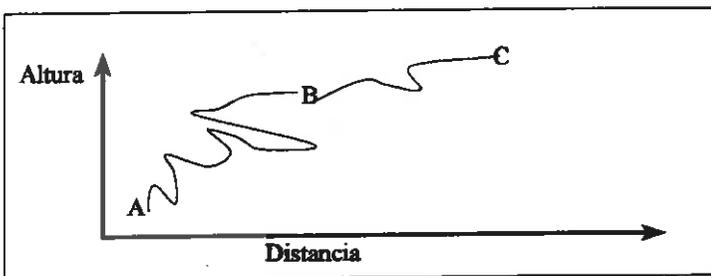
O también podría no coincidir:



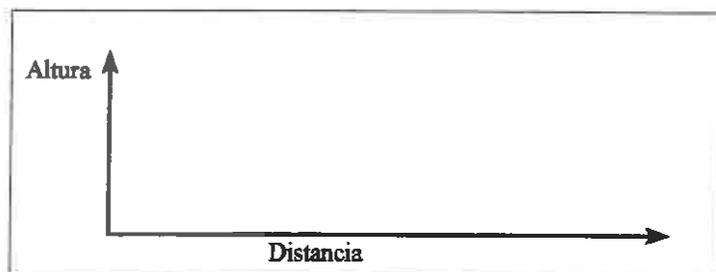
E.- También podríamos indicar el trayecto completo señalando la salida desde Granada.



Este dibujo de abajo representa el camino real recorrido, con curvas y todo. Descubre algún error en las distancias.



Inventa un esquema donde no aparezcan las curvas, pero que represente realmente la distancia recorrida.



El trabajo con esta situación puede continuar preparando más material relacionado con el listado de situaciones en el medio urbano (itinerario n° 1 realizado por los chicos) y con las del medio natural (itinerario n° 2 realizado por las chicas).

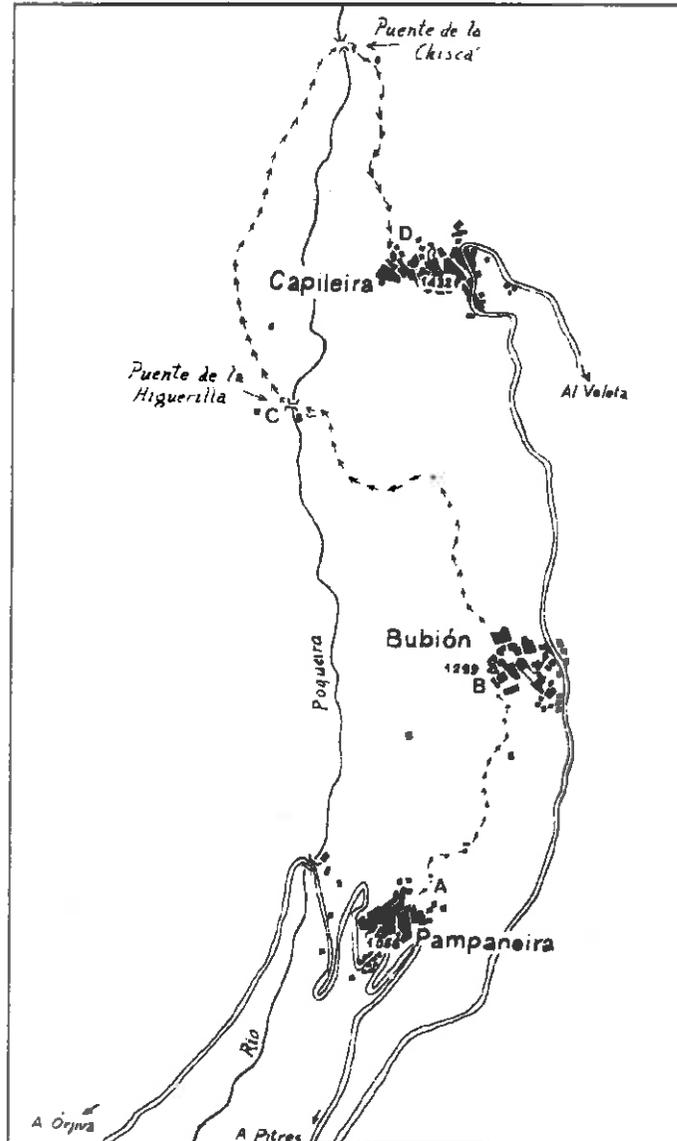
Material de la segunda situación destinado a los alumnos.-

A continuación se presentan dos itinerarios diferentes realizados por un grupo imaginario de jóvenes aventureros. El lugar elegido constituye una de las rutas más pintorescas de Andalucía, la Ruta de las Alpujarras; y sirve de escenario fantástico a la disputa enfurecida que se desencadena entre los chicos y chicas de un mismo curso, en su afán de demostrarse mutuamente su infinita superioridad, audacia y valentía ante cualquier tipo de hazaña:

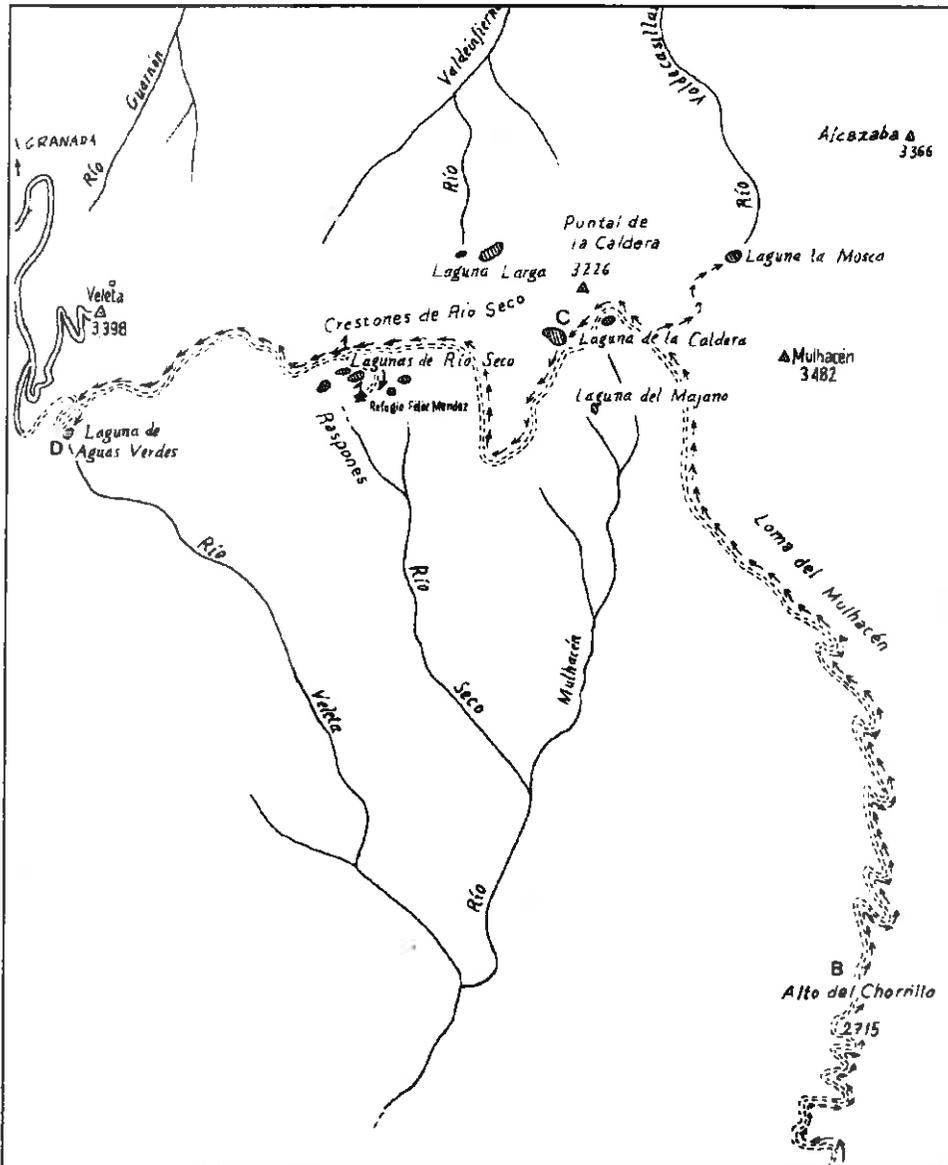
"Un grupo de chicos y chicas de E.G.B: acompañados por un profesor y una profesora de prácticas organizan una excursión por las Alpujarras granadinas con el propósito de pasar el domingo juntos, fuera de la ciudad, lejos de los ruidos y de la contaminación. Hasta aquí todo bien, pero a la hora de decidir el lugar exacto de acampada y el trayecto a realizar surgen conflictos: las chicas prefieren un lugar cercano, con agua potable, apacible, con pajarillos y flores; mientras que los chicos explotan de rebeldía defendiendo el riesgo, la aventura, y el peligro. El profesor, con el fin de ganarse la confianza de los alumnos, opta por apoyarlos. Los alumnos discuten y discuten hasta que optan por separarse. A la profesora se le ocurre como

estrategia de reencuentro la posibilidad de mantener en secreto, hasta el lunes, la ruta elegida por cada grupo, dejando en manos del destino la posibilidad de encontrarse en algún lugar perdido; también propone iniciar las actividades del lunes exponiendo mutuamente las aventuras vividas. Como única condición, se decide utilizar fotos, diapositivas, dibujos y gráficos que demuestren con datos reales todos los detalles del recorrido seguido por cada uno de los grupos.

El itinerario nº 1 corresponde a la opción realizada por los chicos y abarca un recorrido minucioso por los principales núcleos de población rural de la Alpujarra: Pampaneira, Bubión y Capileira.



El itinerario nº 2 representa una auténtica escalada por la ladera Sur-Oeste de Sierra Nevada, alcanzando en algunas cuotas hasta los 3.000 m. de altura y superando ampliamente los dos días de camino. Esta fue la opción elegida por las chicas de nuestra historia.



IV.2.4.- Medio deportivo.

Este es otro de los medios motivadores para el alumno ya que muchas de las veces está de actualidad, bien por una fecha concreta o bien por hazañas individuales de determinados deportistas en una prueba concreta.

También se pueden utilizar las vivencias deportivas que los alumnos tienen en el propio colegio, éstas pueden ser fuente de información para crear tablas y expresar relaciones .

Las actividades que podemos plantear a nuestros alumnos pueden girar:

Atendiendo a quién las realiza: Ellos mismos, por compañeros, por profesionales.

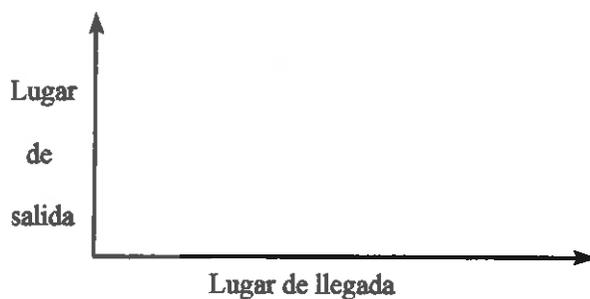
Atendiendo a donde se realizan: En el Centro Escolar, con motivo de una excursión, en otro cualquier sitio.

Atendiendo a como se obtenga la información: A través de sus propias vivencias, de revistas, diarios, TV, ...

Atendiendo al tiempo de duración del hecho: Período corto de tiempo (prueba de 100 m lisos en el colegio); período corto con mucha información (partido de baloncesto); durante un día (memorial de atletismo); durante una o dos semanas (vuelta ciclista a España); durante un año (Liga de fútbol).

E.1.- LA CARRERA DE 400 M. LISOS.

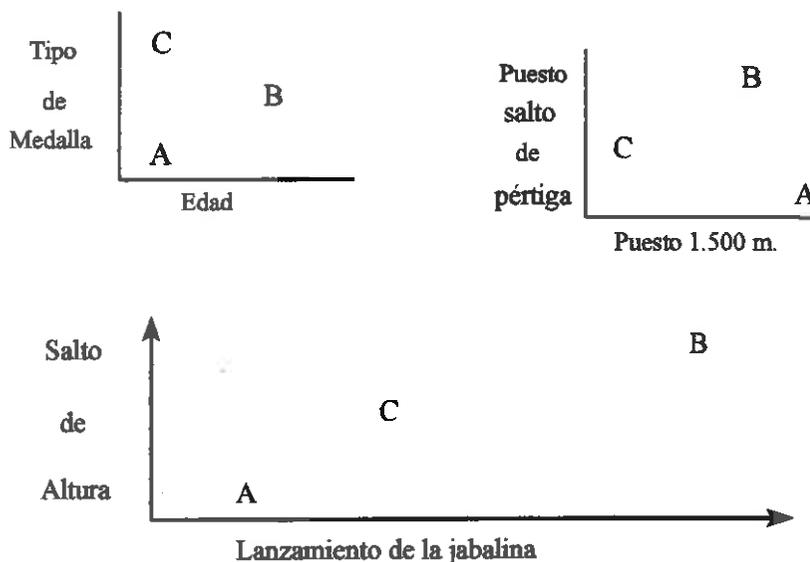
¿En qué puesto llegó cada corredor?



Clave			
<i>Posición de salida</i>	<i>Lugar de llegada</i>	<i>Posición de salida</i>	<i>Lugar de llegada</i>
1°	5°	4°	2°
2°	3°	5°	4°
3°	1°	6°	6°

E.2.- LOS TRES MEDALLISTAS DE DECATLON DE LAS OLIMPIADAS DE SEUL.

Los siguientes gráficos nos indican relaciones entre los tres atletas.

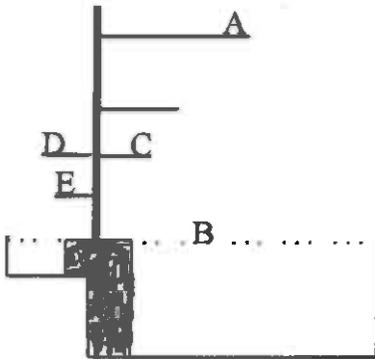


¿Qué medalla ha obtenido el de mayor edad?:.....

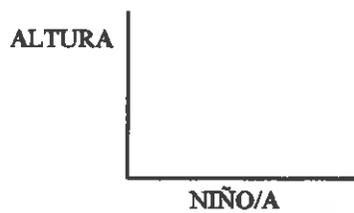
Completa esta tabla.

	1°	2°	3°
1.500 m.			
Salto de altura			
Lanzamiento de jabalina			

E.3.- LA PISCINA



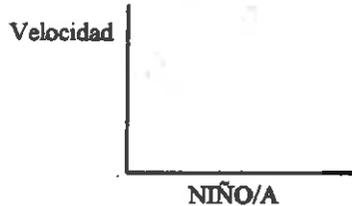
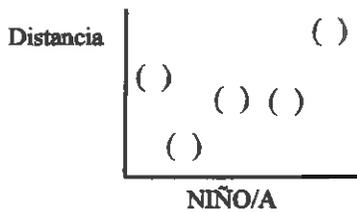
Representa en este diagrama la altura de cada uno de los niños/as en el trampolín.



Cada uno de los puntos representa a uno de los niños/as y la distancia que hay entre él y el globo.

Escribe al lado de cada uno de ellos la inicial del niño/a que represente.

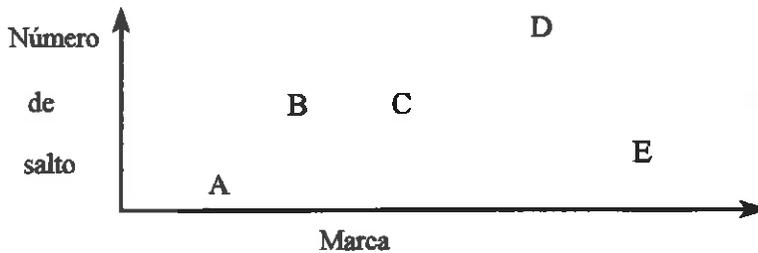
Representa en este diagrama la velocidad de llegada al agua de cada uno de los niños/as.



E.4.- EL SALTO DE LONGITUD

A la final de salto de longitud de los juegos de Seul pasaron doce atletas.

Los atletas que obtuvieron los cinco mejores puestos anotaron su mejor marca y el número de salto en el que la obtuvieron.



Aquí tienes las marcas que obtuvieron los cinco primeros atletas.

A.- Señala en el gráfico, con puntos, la marca y el número de salto en que la consiguieron los atletas: 6°, 7°, 8°.

B.- Comprueba con tu compañero si has coincidido en las marcas que tu crees que han obtenido los atletas anteriores.

C.- ¿Quién obtuvo la medalla de plata?.....

D.- ¿Qué atleta no pudo superar la marca de su primer salto?.....

E.- ¿Qué atleta obtuvo su marca en el último intento?.....

IV. 2.5.- Medio familiar

F.1.- " LA FAMILIA "

En estas dos ciudades viven muchas familias. Vamos a comparar dos familias, cada una de ellas pertenece a una de las ciudades que aparecen en los recuadros.

Solo sabemos que la familia (P) es la del Sr. Pérez y la familia (G) es la del Sr. González.

¿Dónde viven?, ¿Cómo son?, ¿Cuáles son sus aficiones?, etc. Estas preguntas no podemos contestarlas ahora mismo, tenemos que buscar documentación e información de algún sitio. Para contestar estas y otras preguntas te vamos a dar información sobre ellas.

Foto ciudad

Foto pueblo

Las gráficas que tienes a continuación nos dicen características de cada una de estas familias, analizarlas y contesta a las preguntas que tienes a continuación.

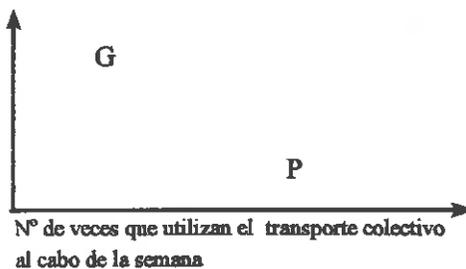


- a) ¿Qué familia vive en el pueblo?
- b) ¿Dónde vive la otra familia?. ¿Es la del Sr. González?
- c) ¿Es cierto que la familia Pérez tiene más hijos que la de González?
- d) ¿En qué son muy parecidas las dos familias?
- e) ¿Quién gastará mas dinero en prendas de vestir?
- f) ¿Cómo es la casa de cada una de estas familias?
- g)¿Qué grupo familiar tiene más miembros viviendo en la misma casa?

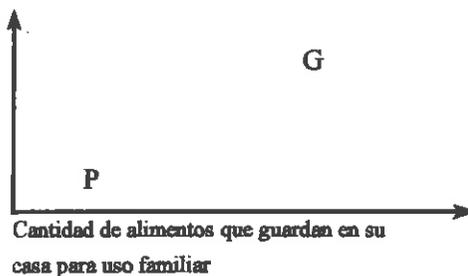
Con la información que has encontrado en la hoja anterior no habrás podido contestar a todas y cada una de las preguntas formuladas. A continuación te damos mas información, con ella podrás contestar a cada una de las preguntas anteriores y a otras que te vamos a hacer más tarde.

OTRAS COSAS QUE PASAN EN LAS FAMILIAS

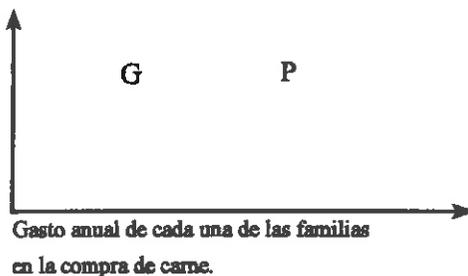
Nº de personas que viven en cada familia.



Gasto mensual en alimentos para dar de comer a los animales que poseen



Consumo mensual de carne de cada una de las familias

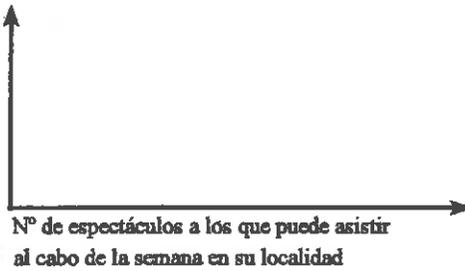


Con la información que te hemos dado seguro que has contestado las preguntas que te hicimos al principio. A continuación te presentamos otras preguntas intenta contestarlas con la información que ya posees.

- 1) ¿Dónde vive la familia que más dinero gasta en alimentar a sus animales?
- 2) ¿Tendrán las dos familias algún animal en casa? ¿En qué te basas para dar la contestación?
- 3) ¿Con cuál de las dos familias no viven los abuelos?
- 4) ¿Dónde viven los abuelos, en la ciudad o en el campo?
- 5) ¿Es cierto que la familia que guarda más alimentos en su casa recibe más contaminación que la otra? Razona la contestación que has dado.
- 6) ¿Podrán los abuelos disfrutar, todos los días, de los animales domésticos que tiene la familia que más gasta en comida para ellos?
- 7) ¿Qué familia gasta más en transporte colectivo?
- 8) Si te quedaras incomunicado con tu padre y no pudieras salir en una semana ¿En cuál de las dos viviendas que poseen las familias te gustaría que te sucediera? ¿Por qué?
- 9) ¿Quién consume mas carne?
- 10) ¿Cómo explicas que el gasto que realiza cada familia en carne sea tan diferente?
- 11) Suponiendo que todos los miembros de estas familias consumieran la misma cantidad de carne al cabo de un año y a ti te gustara mucho la carne. ¿Con qué familia te gustaría vivir?
- 12) Inventa un dibujo que sea representativo de la casa y del entorno donde viven las familias?

Con la información que has logrado encontrar de cada una de estas familias, sitúa su nombre donde creas que corresponde en cada uno de los gráficos que te presentamos a continuación.

Superficie que destina cada familia para tener los animales que posee



Nº de espectáculos a los que puede asistir al cabo de la semana en su localidad

Quioscos que puede encontrar un niño desde la puerta del colegio hasta que llega a su casa



Nº de colegios que disponen sus padres para hacer la matrícula

Personas que viven en cada una de las familias



Gasto mensual en carnicería

Alimentos que guarda cada familia en su casa para su uso familiar



Nº de veces que utilizan cada familia el transporte colectivo a la semana.

IV.3.- Gráficos

Una vez que los alumnos han avanzado en la interpretación de puntos en un cuadrante asociando cada punto a una pareja de valores de dos características diferentes, enunciando pares de características que proporcionen sentido a una colección de puntos o analizando e interpretando las diferencias que se producen al variar la colocación de los puntos en el cuadrante, pasamos a estudiar las relaciones entre variables que se expresan mediante un gráfico continuo.

Los gráficos continuos vienen dados por líneas de un solo trazo y se apoyan en el convenio intuitivo de que las variables que se relacionan mediante dicho gráfico son continuas, es decir, toman sus valores en intervalos reales. Sin embargo, en esta aproximación no se explicita la noción de variable continua, sino que se toman ejemplos en los que dichas variables se entienden de ese modo: Tiempo, espacio, velocidad. Tampoco se trabaja sobre leyes concretas sino que se trata de obtener información sobre la variación de una relación a partir de la forma de su gráfica.

Las actividades a desarrollar consisten en inventar situaciones que sean representativas de funciones y que su representación en el cuadrante sea una línea. Las gráficas no responden a una ley numérica concreta.

Las condiciones a tener en cuenta en la invención de situaciones son:

- No se detallan los valores en los ejes.
- La representación gráfica se considera aproximada.
- No existe una ley algebraica concreta.

IV.3.1.- Los gráficos no son solamente dibujos

A partir de la idea intuitiva de que un cuerpo en movimiento describe una trayectoria y que esa trayectoria se visualiza como una curva que es función del tiempo, se presentan los gráficos-continuos como una forma de representar la variación de un fenómeno que transcurre a lo largo del tiempo.

Desde el principio aparecen fenómenos continuos distintos de las trayectorias para no dar la falsa imagen de que todo gráfico se refiere a un movimiento. Especialmente importante son los gráficos de variación de la velocidad.

Se pide sistemáticamente trazar la gráfica de un fenómeno; determinar cuál es el fenómeno más adecuado para una gráfica (entre varios); e interpretar la variación de un fenómeno a partir de su gráfica. Para facilitar este tipo de actividades se parcela la descripción del fenómeno.

Aunque la idea básica es que los fenómenos transcurren en el tiempo, sin embargo el gráfico puede relacionar longitud con velocidad, u otras magnitudes, sin necesidad de que la variable sea el tiempo.

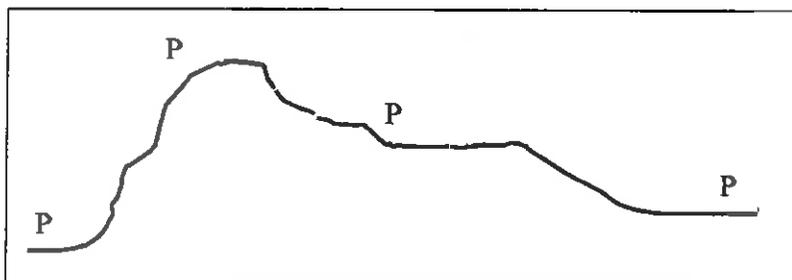
Idea clave de estas actividades es que el gráfico exprese la variación de una magnitud respecto a otra de referencia. Las variaciones claves son el aumento y la disminución, que ocurren por intervalos.

Un ejemplo típico con las características anteriores es el de la "montaña rusa", esta puede venir expresada a través de un dibujo y se pide que el alumno represente en un eje cartesiano la relación entre las variables velocidad que lleva el móvil en cada momento y la longitud o espacio recorrido.

A continuación aparecen otras situaciones representativas de "¿Son los gráficos solamente dibujos?". En esta situación la variación de una de las variables sólo se tiene en cuenta como medio para poder expresar las variaciones, incrementos positivos o negativos, que tienen lugar en la otra.

G.1.- EL VUELO DE LA PERDIZ

Este es el recorrido que sigue una perdiz en su vuelo cuando atraviesa una montaña.



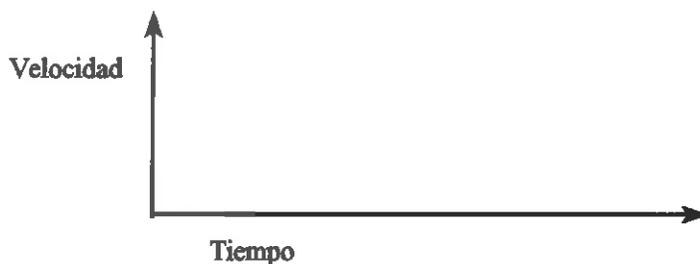
A) Se pedirá a los alumnos que observen el gráfico y saquen sus conclusiones.

B) Se planteará un debate con las conclusiones a que han llegado los alumnos.

C) En caso de que no surja espontáneamente se dirigirá el debate sobre cómo evoluciona la velocidad del vuelo a lo largo de su recorrido.

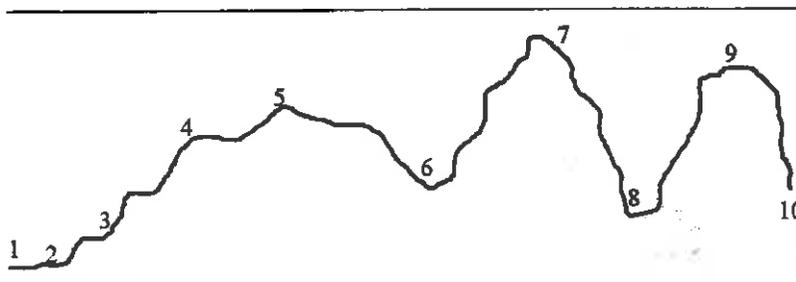
D) Pediremos que realicen la gráfica que represente el desplazamiento. Para ello tendrán que elegir las variables correctas.

La expresión del desplazamiento quedará recogida en la gráfica siguiente con las variables que aparecen.



G.2.- VUELTA CICLISTA A GRANADA

Perfil de una etapa de la vuelta ciclista a Granada.-



El dibujo muestra el perfil de una etapa de la vuelta ciclista a Granada:

1.- Granada; 2.- Pulianas; 3.- Fuente del Cerezo; 4.- Cogollos;
5.- Llanos del fraile; 6.- Fuente de la Teja; 7.- Fuente del Cerezo; 8.- Hueter Santillán; 9.- Puerto del Lobo; 10.- El Fargue.

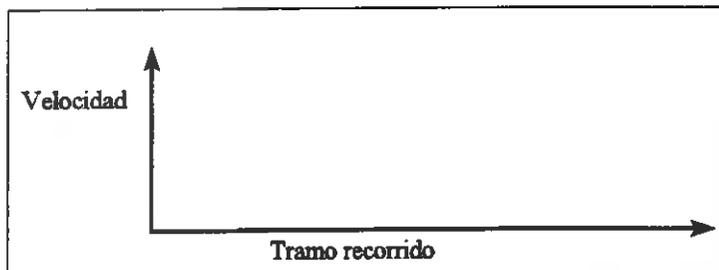
A) Analiza el gráfico expuesto.

B.- Coméntalo con tus compañeros.

C.- ¿Qué variables se pueden tener en cuenta?.

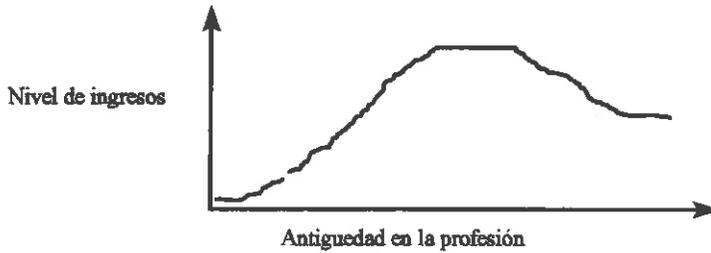
D.- Estudiar la variación de la velocidad en cada tramo

La gráfica que deben utilizar con las variables es la siguiente.



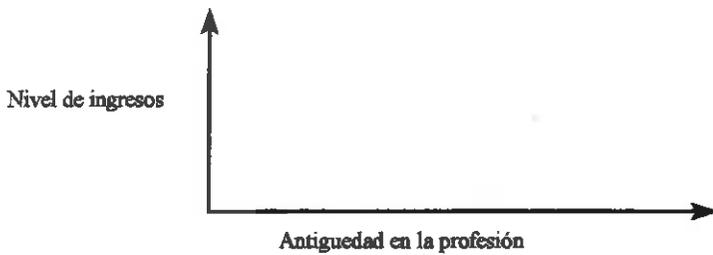
G.3.- INGRESOS PROFESIONALES DEL CABEZA DE FAMILIA

¿Qué profesión tiene el cabeza de familia si sus ingresos a lo largo de su vida corresponden con un gráfico como el que aparece a continuación?



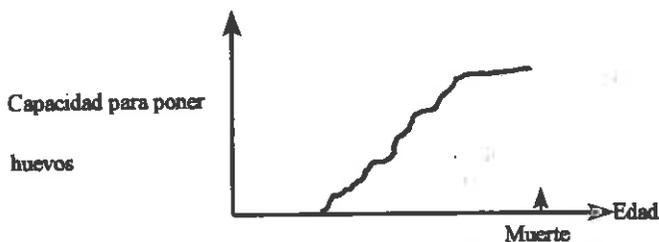
- Torero. .- Funcionario. .- Boxeador.
- Inversionista. .- Futbolista. .- Albañil. .- Astronauta.

Elige otras profesiones y representa en un gráfico sus ingresos teniendo en cuenta las mismas variables.



G.4.- CAPACIDAD PARA PONER HUEVOS.-

¿Qué animal se puede relacionar con el gráfico siguiente según la producción de huevos a lo largo de toda su vida?



.-Gallina. .- Pavo .- Gusano de seda .- Ganso .- Canario.

G.5.- CAPACIDAD DE ESFUERZO.-

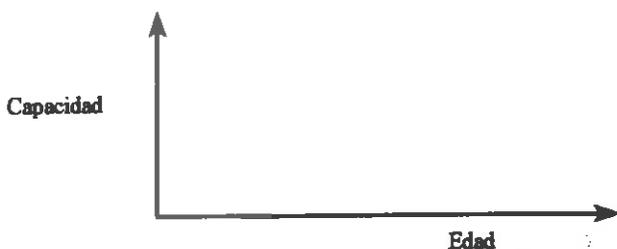
¿Cómo cambia la fuerza que tiene un miembro de la familia a lo largo de su vida?

Comenta con tus compañeros la pregunta.

¿A qué conclusiones habéis llegado?:

.....

Hacer una representación de esta situación.



IV.3.2.- Dibujo de gráficos a partir de enunciados.

La relación entre dos magnitudes puede venir establecida mediante un enunciado verbal de carácter general. La relación entre el aumento y disminución de ambas variables se visualiza claramente mediante un gráfico continuo, incluso en el caso de que una o las dos magnitudes sean discretas. Los gráficos continuos representan la relación global entre dos magnitudes.

En una segunda fase se asocian gráficos con relaciones entre magnitudes establecidas mediante una frase global. Hay que comenzar a distinguir entre diferentes tipos de crecimiento y decrecimiento: según que se hagan con razón constante o bien ésta vaya variando a lo largo del proceso.

Se trabaja la idea de que el aumento-disminución en la relación entre dos magnitudes ocurre con una tasa de variación -gradiente- que a su vez puede variar, y que esto se expresa por una variación en la pendiente del gráfico que representa la relación.

En todos los casos hay que localizar las variables que intervienen, es decir, las magnitudes que se relacionan.

Finalmente se pide dibujar el gráfico de una relación teniendo en cuenta las ideas anteriores.

A continuación aparecen algunos ejemplos que son significativos de este tipo de situaciones.

H.1.- Tomando el sol en la playa

El domingo pasado estaba en la playa tomando el sol, un amigo me preguntó cómo variaban los precios del alquiler de los apartamentos a lo largo del año, cogí un palo y le hice una gráfica en la arena. ¿Cómo sería esa gráfica?. Intenta tu repetirla.

H.2.- Tomando el sol en Sierra Nevada

En el mes de Enero me pasó lo mismo con otro amigo pero fue en la sierra y me preguntaba por los apartamentos que hay allí. ¿Cuál sería la gráfica correcta que representaría esta situación?.

H.3.- Comparando

Compara las dos situaciones anteriores y coméntalas con tus compañeros.

H.4.- Buscar los cuatro pies al puzzle

Cuando hago un puzzle, normalmente empleo la primera media hora aproximadamente seleccionando las piezas del borde. Cuando he reunido todas las que he podido encontrar, hago un borde siguiendo el de la mesa. Después comienzo a llenar lo de dentro con las piezas interiores. Al principio la cosa va muy despacio, pero cuanto mas piezas pongo, hay que seleccionar menos y corro más. ¿Sabrías representar gráficamente la relación entre el tiempo empleado y las piezas seleccionadas?.

H.4.- La llegada del verano

La semana pasada entramos en clase a las tres de la tarde, no había pasado ni media hora cuando el profesor tuvo que abrir las ventanas y la puerta de la clase, aquello cambió.

Comenta con tus compañeros la situación.

H.5.- Los niños también saltan a la comba

Ayer vi a Juanito saltando a la comba. Representa esa acción. piensa qué variables intervienen y coméntalas con tus compañeros.

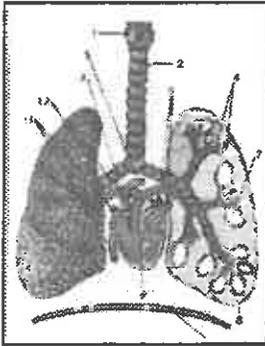
H.6.- Precios y tamaños

¿ Depende el precio de una bolsa de patatas de su tamaño?

H.7.- Matematizar la clase de matemáticas

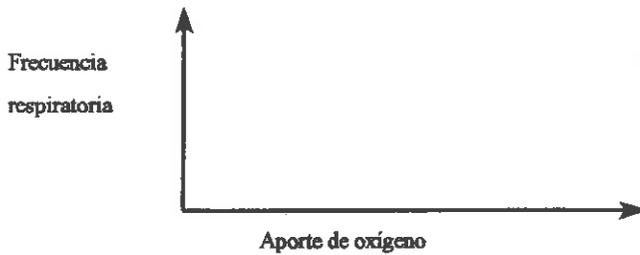
Estoy preocupado, dice un alumno, porque mi padre me ha dicho que le informe gráficamente y por escrito de cómo trabajamos en la clase de matemáticas.

H.8.- Respirar, "¡por un tubo!"



Quando hacemos un esfuerzo físico el corazón aumenta el ritmo de los latidos para llevar más oxígeno a los músculos.

Haz un gráfico que represente esta información utilizando los ejes que tienes a continuación.



- Responde a estas preguntas:

A.- ¿La gráfica debe ir hacia arriba o hacia abajo?. Explica tu respuesta.

B.- ¿Puede cortar el gráfico algún eje?. Explica por qué.

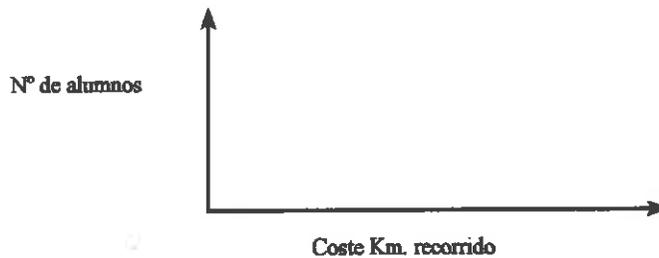
H.9.- En bicicleta por la sierra

Los ciclistas tienen que dar menos pedaladas si usan un piñón pequeño, en lugar de uno grande, para recorrer una distancia fija.



H.10.- Preparando el viaje de estudios del próximo año

"El autobús para el viaje de estudios nos sale más barato cada km. recorrido conforme aumenta el número de alumnos que van al viaje de estudios".



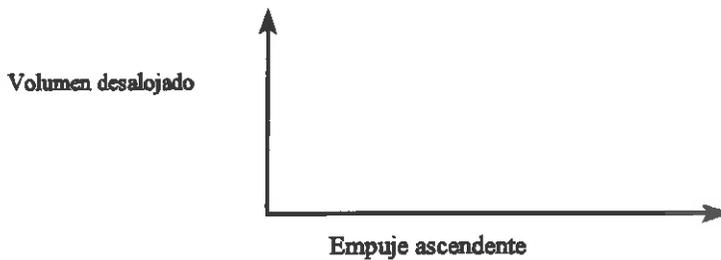
H.11.- Aviones sin bombas

" Un objeto arrojado desde un avión, aumenta cada vez más de velocidad conforme va cayendo ".



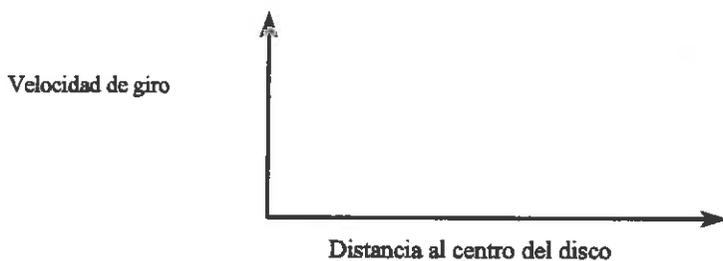
H.12.- La bañera de Arquímedes.

"Arquímedes descubrió que al sumergir un cuerpo en un líquido, recibe una fuerza hacia arriba igual que el peso del líquido desalojado".

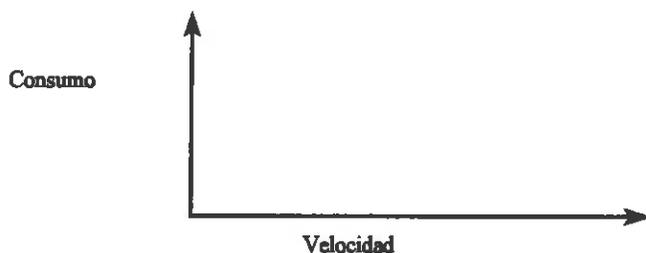


H.13.- Música, solo música

"Los discos de larga duración deben girar a 33.3 revoluciones /minuto mientras que la aguja recorre un surco espiral que se va haciendo más pequeño al acercarse al centro del disco".

**H.14.- Apto para motores**

"El consumo de los motores de gasolina aumenta a la vez que aumenta el número de revoluciones del motor. Con las velocidades de la caja de cambios de un coche conseguiremos circular cada vez más rápido, sin que por ello tenga que aumentar el número de revoluciones".



H.15.- El invento de la nevera

Con la invención de las neveras y de los frigoríficos se ha conseguido aumentar el tiempo de conservación de los alimentos ya que, a bajas temperaturas, las bacterias causantes de la putrefacción no pueden reproducirse. También se sabe que calentando los alimentos por encima de los 70°C se evitan muchas enfermedades y se conservan mejor algunos alimentos, porque se destruyen la mayoría de los microorganismos patógenos. Más recientemente se ha descubierto la existencia de bacterias resistentes a temperaturas superiores a los 70°C .

Haz una representación de la situación expresada anteriormente.



H.16.- Visita a Mercagranada

Eran las nueve de la mañana de un día frío del mes de Enero cuando Pepito entraba a Mercagranada con su padre. Iban a comprar productos para la tienda que el padre tiene en el barrio donde viven.

La mañana era fría, aunque Pepito iba bien abrigado. sus pies estaban helados de pisar la nieve del día anterior. Un cuarto de hora tardaron él y su padre en llegar del aparcamiento a la lonja del Sr. Juan, amigo de su padre, al que le compran la mayoría de los productos que necesitan.

Al verlos entrar, el Sr. Juan les dijo: "quitaros la bufanda y los guantes. ¡que no es para tanto;."

Pudieron comprobar que tenía razón su amigo al ver que el termómetro marcaba doce grados. En ese mismo instante un número le vino al padre de Pepito a la cabeza. El número es el que le gusta menos a los supersticiosos, y le vino a la cabeza al calcular la diferencia de temperatura que había dentro y fuera de la calle.

Media hora más tarde llegó otro amigo del padre, el tío Antonio, que es el dueño del almacén de plátanos. El padre se lo presentó a Pepito y le animó a que acompañara al tío Antonio al almacén de plátanos y eligiera los que más le gustaran para llevárselos a la tienda.

Pepito no había visto nunca una cámara de maduración de plátanos, en el momento de llegar unos empleados estaban terminando de llenar una de esas cámaras y pensó que sería el momento de conocer cómo era una cámara por dentro. Miró los mandos de la cámara y vio que no había ninguno con la luz roja. El reloj marcaba las diez y cuarto y el termómetro doce grados centígrados.

Pensó que no había peligro y se introdujo dentro de la cámara. En ese instante los empleados, que no se habían percatado de Pepito, cerraron la puerta y conectaron los mandos de la cámara.

La cámara es programable desde fuera. Un empleado le introdujo el siguiente programa:

- Primera media hora.-Subida de dos grados cada cinco minutos.
- Segunda media hora.-Bajada de un grado cada cinco minutos.
- Tercera media hora.-Subida de tres grados cada diez minutos.
- Cuarta media hora.-Bajada de un grado cada diez minutos.
- Esta secuencia se repite indefinidamente.

Después de buscar por todo Mercagranada un empleado abrió la cámara y se encontró a Pepito. Eran las trece horas.

¿Estaría helado?

¿Se habría achicharrado?

¿Estaría maduro?

¿Qué habría hecho con su **ropa**?

PARA CONTESTAR A ESTAS PREGUNTAS TE PROONGO UNA SERIE DE PASOS.

1) Teniendo en cuenta la hora que llegó Pepito a Mercagranada y que estudia E.G.B.

¿Serías capaz de adivinar qué día del mes de enero se trata?:.....

¿Por qué?

¿Podría ser algún otro día?

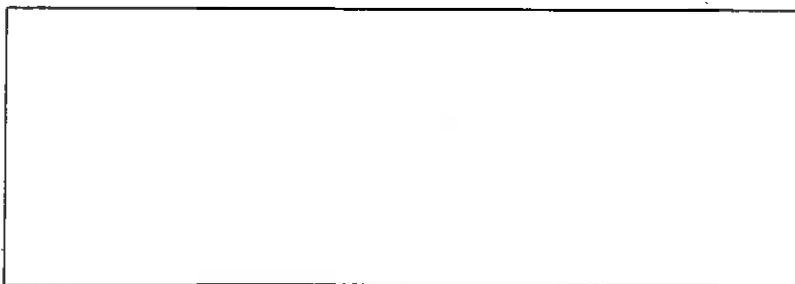
2) Inventa alguna forma a través de la cual se pueda relacionar los principales acontecimientos de la historia con la hora a la que ocurren.

3) Añade algún acontecimiento nuevo que se te ocurra y colócalo en el lugar que corresponda, según la hora.

Hora _____ Acontecimiento _____

Hora _____ Acontecimiento _____

4) En todos los lugares no hay la misma temperatura. Representa como quieras las distintas temperaturas que hay en la historieta, según el lugar en que está Pepito.

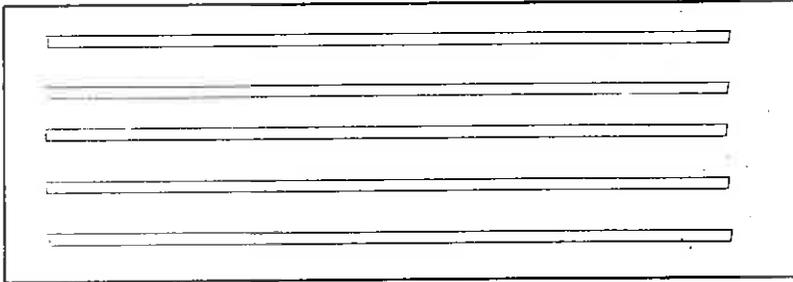


Podrías inventar alguna otra forma de representarlo?

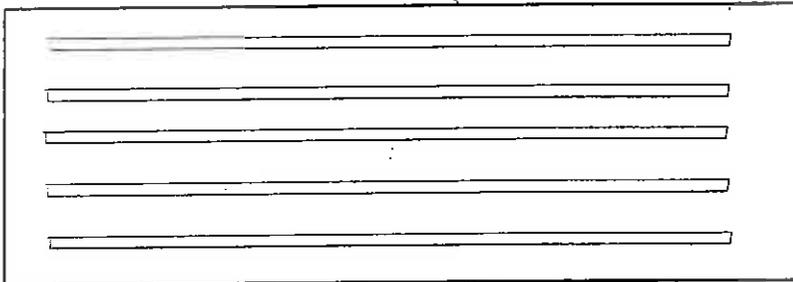
¿Serías capaz de hacerlo también con los acontecimientos y las horas del apartado 2º?



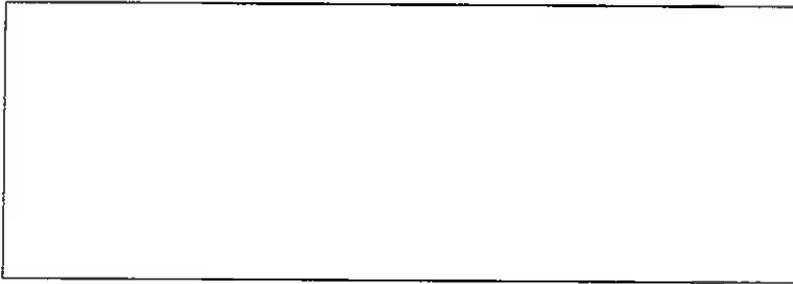
5) Cada casilla del folio es un termómetro, representa en ellos las distintas temperaturas de la actividad anterior.



6) Ahora, en lugar de un termómetro, cada casilla es un reloj, representa en ellos las distintas horas que aparecen en la historia.



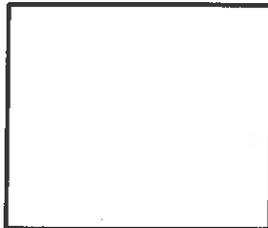
7) Abajo tienes un espacio para representar en una recta el momento en que haya ocurrido alguna cosa importante. Añade qué cosa ha ocurrido en cada momento.



8) Representa en una recta cada una de las temperaturas que hace según el lugar en el que esté Pepito. Para ello puedes elegir uno de estos dos recuadros.

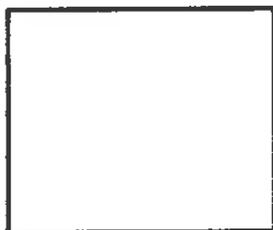


9) ¿Podrías hacer una representación donde aparezcan las temperaturas y las horas?

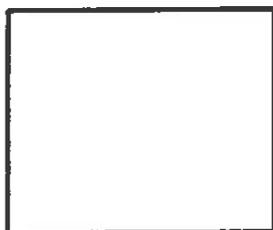


10) Al día siguiente Pepito también acompañó a su padre, pero en esta ocasión llegaron a las siete de la mañana a Mercagranada y en la calle hacía una temperatura de tres grados bajo cero.

¿Podrías representar estos datos suponiendo que se hubiera quedado encerrado de nuevo?



11) Representa de la forma mas sencilla posible las dos visitas que realizó Pepito a Mercagranada.



12) Inventa tres preguntas referidas a las gráficas que has hecho y entrégaselas a tu compañero para que las conteste.

A.- _____

B.- _____

C.- _____

IV.3.3.- Realización de gráficos a partir de dibujos.

En este apartado se trabaja con móviles que recorren una trayectoria.

Ejemplos tipo de estas situaciones son: Carreras de coches, norias y órbitas.

El primer ejemplo tipo corresponde a un móvil que debe seguir una trayectoria fijada de antemano a la que se denomina circuito. El móvil tiene libertad para modificar su velocidad a lo largo del recorrido, pero si se le impone la condición adicional de "que quiere ganar", entonces la velocidad se le supone la máxima posible en todo el trayecto y lo único que interesa son los cambios de velocidad debidos a las curvas del circuito. El circuito se representa por una curva cerrada en el plano. Las variaciones de velocidad se interpretan con relación a los cambios de dirección en el circuito (curvas).

La noria corresponde a un circuito fijo que sus distintos puntos recorren a velocidad constante. En este caso se pide el gráfico de la variación de la altura de un punto determinado a lo largo de una vuelta, lo que da una primera versión de la función seno.

Las órbitas corresponden a un tipo de trayectoria con referencia a un punto fijo, que tiene una importancia especial. Se pide construir el gráfico de la variación de la distancia al punto de referencia a lo largo de la trayectoria y recíprocamente.

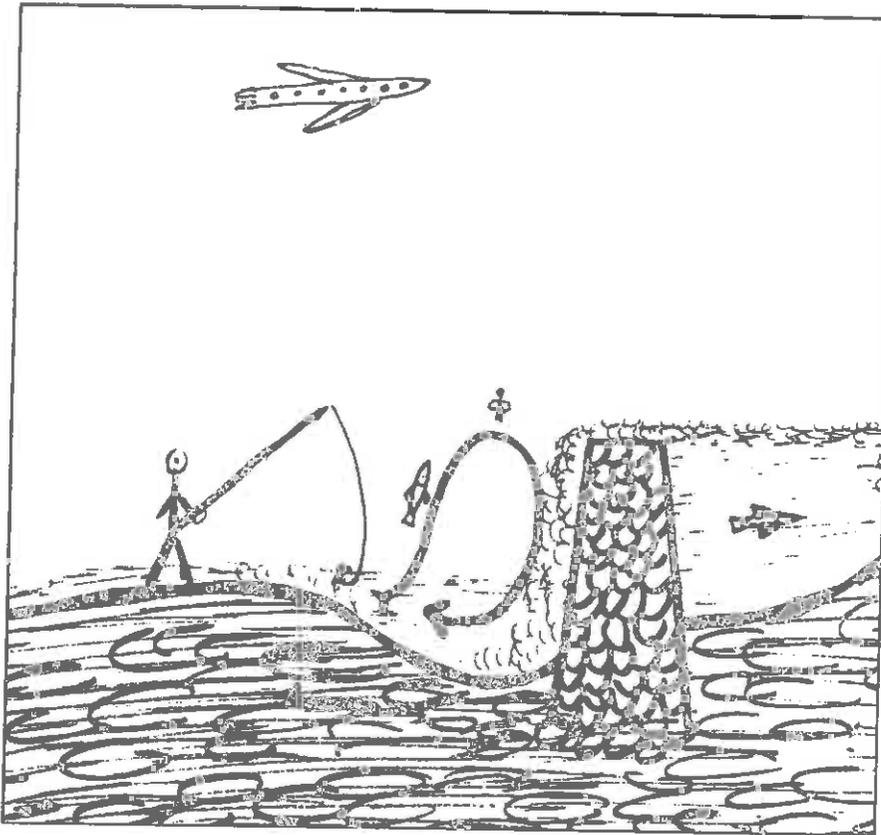
Acciones que se pueden llevar a cabo a partir de informaciones expresadas en dibujos:

- Dado un circuito simple pedir que hagan la representación gráfica.
- Hacer gráficos de circuitos mas complejos.
- Dado un gráfico comentar cómo sería el circuito.
-Dado un gráfico dibujar el circuito.
-Contestar a preguntas de un circuito utilizando el gráfico.
-Elegir entre varios gráficos cuál es el representativo de un circuito.
-Elegir entre varios circuitos cuál es representativo de un gráfico.
-Asociar cada circuito con su gráfico.

Ejemplos de situaciones que vienen expresadas a través de gráficos de la vida real:

I.1. De pesca por el río Genil.

Este gráfico representa una de las situaciones que vivió Pepito ayer, cuando estaba pescando en el río Genil.



Comenta esta situación con tus compañeros.

Actividades que se pueden realizar con la situación anterior

- a) Interpretar este gráfico oralmente.
- b) Elegir las variables que se pueden tener en cuenta en esta situación.
- c) Comentar las posibles relaciones que pueden existir entre ellas.
- d) Situar en un cuadrante aquellas que se puedan emparejar.
- e) Expresar de cualquier forma posible la relación que existe entre ellas.
- f) Introducir una modificación en el gráfico y hacer la representación gráfica en el eje cartesiano atendiendo a unas variables y teniendo en cuenta esta modificación.
- g) Proporcionar ejes cartesianos con las variables para que representen relaciones.
- h) Dar la representación gráfica de una situación para que hagan un gráfico de la realidad.
- i) Elegir entre varias representaciones gráficas la que es representativa de una situación concreta.
- j) Elegir entre varias situaciones la que es representativa de una gráfica en un eje cartesiano.
- k) Asociar varias representaciones a varias situaciones.

Variables que se pueden tener en cuenta en la situación

- Temperatura del medio.
- Velocidad de la trucha.
- Percepción del ruido del avión por la trucha o por el niño.
- Altura de la trucha con relación al suelo.
- Distintas presiones que experimenta la trucha en su recorrido.
- Altura del mosquito.
- Altura del avión.
- Tiempo que tarda la trucha en hacer el recorrido.

IV.4.- Estudio de gradientes

En los apartados anteriores han ido destacándose dos órdenes de ideas:

a.- A lo largo de un proceso la relación entre dos variables experimenta fases en las que el crecimiento de ambas tiene el mismo signo y otras en las que el crecimiento de ambas tiene distinto signo, estas fases se visualizan fácilmente en los gráficos y a partir de ellas se dice que el gráfico es creciente o decreciente.

b.- El crecimiento y el decrecimiento del gráfico se puede presentar con mayor o menor intensidad, esto se pone de manifiesto por el mayor o menor valor de la pendiente del gráfico o "gradiente".

El trabajo que sigue va dirigido a interpretar los distintos gradientes que pueden producirse mediante llenado de botellas de distinta forma y a reconocer la forma de la botella a partir del gráfico que representa la relación entre el tiempo de llenado y la altura alcanzada por el líquido en la botella.

El significado de gradiente según el diccionario es: pendiente o declive.

El término gradiente se usa en :

- Física: Relación entre diferencia de valores que una función escalar (temperatura, presión) tiene en dos puntos distintos, la distancia que los separa. Es una magnitud vectorial.

- Potencial eléctrico: variación del potencial eléctrico por unidad de longitud según la dirección del campo.

- Geología , geotérmico: La profundidad medida en metros que es necesaria

para que la temperatura aumente un grado. El gradiente geotérmico medio es de unos 30 grados.

También aparece el término gradiente en :

- Ciencias Naturales. Medida de la variación de un elemento meteorológico.
- Gradiente barométrico: Diferencia de presión en milibares entre dos puntos separados por un grado de meridiano, es decir unos 11 Km.
- Gradiente pluviométrico: diferencia en volumen de precipitaciones por cada metro de desnivel.
- Gradiente térmico: Diferencia de temperatura en el aire quieto por cada cien metros de altitud. Su promedio es de $0'55$ °C.

Los ejemplos de gradientes se pueden dar siempre mediante la relación entre dos magnitudes continuas.

En matemáticas la noción de gradiente en un intervalo expresa el cociente del incremento de la variable dependiente con el incremento de la variable independiente para ese intervalo.

Situaciones en los que aparecen gradientes, interpretación y representación en el cuadrante.

J.I.- El rally de Montecarlo.

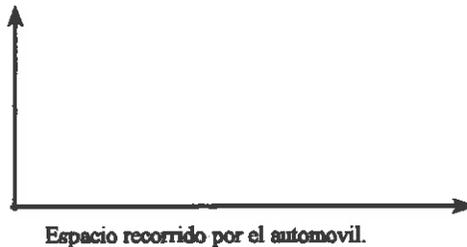
Aquí tienes el perfil de una etapa del rally de Montecarlo:

Altura sobre el nivel
del mar



Se le pedirá a los alumnos que represente de acuerdo con este dibujo el gráfico de cómo va disminuyendo el volumen (los litros de gasolina) del depósito a lo largo del trayecto.

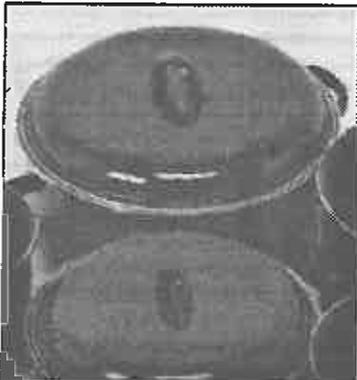
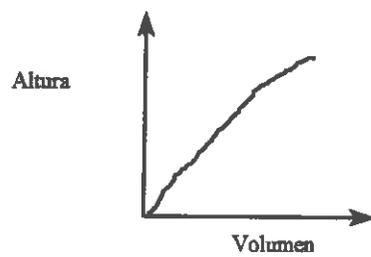
Volumen del depósito
de gasolina



Una vez trabajada la situación de forma individual se puede establecer un debate entre los alumnos para definir los criterios que se deben tener en cuenta a la hora de interpretar y representar esta situación.

J.2.- Llenado de vasijas

Una olla se llena de agua y el gráfico que expresa su llenado es el siguiente:



Analiza la situación anterior y representa el llenado de las siguientes objetos :

- Biberón
- Pila de lavar.

J.3.- Adivina el recipiente

Aquí tienes cuatro utensilios de casa y siete gráficos para que asocies un gráfico a cada uno de los utensilios.

- Porrón
- Bandeja de asado al horno
- Vaso de refresco
- Lavabo.

Se presentan los gráficos con gradientes diferentes, cuatro de ellos responden al llenado de cada uno de los recipientes.

J.4.- Las copas de mi abuela

Busca fotografías de copas que tengan diferentes formas.

Dibuja los gráficos que representan su llenado.

Para ello deberás definir las variables que intervienen.

J.5.- Buscando recipientes

Enumera una serie de objetos que sirvan para contener líquidos, dibújalos y haz una representación de su llenado teniendo en cuenta las mismas variables que en la actividad anterior.

Intercambiad los gráficos e intentad dibujar los utensilios.

¿Es posible dibujar dos utensilios de cocina diferentes que den el mismo gráfico al representar su llenado?.

J.6.- Otras situaciones para el estudio de gradientes.
Deportivo: Llenado de balones ...
Natural: Llenado de pantanos, piscinas, albercas, algibes, ...
Publicidad: Anuncio de Repsol, ...
Escolar: Utensilios de laboratorio, ...
Socio-económico: Camiones cisterna, hormigoneras, depósitos de gasolina de los vehículos, calderas de calefacción, peceras, ...

IV.5.- Realización de gráficos a partir de tablas.

Se intenta que, mediante la observación de valores dados a los elementos de dos conjuntos numéricos, se detecte la tendencia que va a seguir la gráfica.

Para ello se realizan tres tipos de ejercicios:

Se presentan tablas de valores y gráficas. El alumno tiene que relacionar los que correspondan

Se pide que construya una tabla de valores que corresponda a una gráfica que se le presente.

Se le pide que invente una tabla, no tiene que corresponder a una función concreta, y se pide que dibuje la gráfica correspondiente.

Con este tipo de ejercicios no se pretende que el alumno dibuje las gráficas señalando previamente los puntos sino dar una técnica para que el alumno descubra la tendencia que tiene el gráfico.

Esta técnica consiste en :

1.- El alumno tiene que plantearse las cuestiones siguientes:

a.- ¿Qué sucede con las cantidades de la segunda serie al aumentar las de la primera?

Respuestas:	
Aumentan según cantidades constantes.	La representación gráfica es una recta.
Aumentan según cantidades crecientes.	La representación gráfica es una curva cóncava
Aumentan según cantidades decrecientes.	La representación gráfica es una curva convexa

2.- ¿Todos los números de la segunda serie se ajustan a la tendencia detectada anteriormente?

Respuestas:	
Si	Dibuja la línea con esa tendencia
No	Dibuja cada tramo con la tendencia detectada

3.- ¿Cortará el gráfico a los ejes?.

Respuestas:	
No	Gráfica terminada
Si	¿Dónde?. (termina el dibujo llevando la línea hasta el eje)

V.- SECUENCIA DE TRABAJO DESARROLLADA POR LOS ALUMNOS EN LA EXPERIENCIA.

A continuación vamos a describir las situaciones propuestas a los alumnos de 7º de E.G.B. del colegio P. "Sierra Nevada" como recurso para introducirlos en el estudio de las funciones:

- 1.- "Relación entre variables"
- 2.- "Interpretación de relaciones en medios de comunicación"
- 3.- "Estudio del cuadrante a través de puntos",
- 4.- "Introducción al concepto de función".

Pasamos a presentar el desarrollo de cada una de las situaciones y las actividades realizadas en su transcurso.

V.1.- Búsqueda de relaciones entre variables en un medio concreto. (1ª sesión)

En primer lugar se pidió a los alumnos que eligieran varios medios y contextos en los cuales se pudieran establecer relaciones entre variables.

Son muchas las situaciones relevantes donde los alumnos pueden relacionar variables, entre ellas podemos citar su medio escolar, familiar social-natural, económico, deportivo.

En la experiencia fueron los medios enumerados anteriormente los que los alumnos eligieron como posibles a la hora de establecer relaciones entre variables que se podían dar en ellos. De éstos, seleccionaron el medio "escolar" para trabajarlo en clase.

Una vez seleccionado el medio, los alumnos tenían que elegir variables que se pudieran relacionar en dicho medio, bien tomando una familia o bien comparando varias familias entre si.

Durante media hora, siguiendo un orden en el enunciado de situaciones, los alumnos pudieron participar de forma libre, aportando variables que ellos creían que se podían relacionar en este medio.

El procedimiento seguido para llevar a cabo esta situación se resume así:

- a) Pedirles que enunciaran medios donde se pudieran establecer relaciones.
- b) Eligieran uno de los medios enunciados.
- c) Enunciaran las variables que se pueden relacionar en el medio familiar (en nuestro caso concreto).
- d) Cada uno debe decir una variable y dar paso a su compañero. Una vez que todos los alumnos que han encontrado una variable la han enunciado se pasa a una segunda ronda y así sucesivamente.
- e) Procurar no repetirse.
- f) El tiempo disponible no podía pasar de media hora. En la práctica fue el tiempo que duró la sesión.

Mediante esta situación los alumnos se ejercitaron proponiendo ejemplos sobre el concepto de variable, esto nos sirvió de puente para la próxima situación en la que los alumnos debían buscar situaciones en las que se establezcan relaciones, analizarlas y comentarlas, de forma oral o por escrito.

La noción intuitiva que se trabajó fue: variable es una característica de una familia, que cambia de unas familias a otras. Esta noción como se puede ver en los enunciados de los alumnos es muy amplia.

Todos los alumnos participaron en la actividad; al principio la secuencia en la aparición de las variables era lenta pero, una vez enunciadas las primeras, todos los alumnos participaron de forma interesada activa y con interés.

Surgieron 124 enunciados distintos que reflejan el medio social y cultural del alumno que las enuncia, así como sus vivencias personales, y mediante los que ejemplifican su noción de variable.

A continuación transcribimos la relación de variables enunciadas por los alumnos en el mismo orden en que fueron apareciendo en la clase. Cada variable enunciada va precedida de una letra que indica el tipo según la clasificación que determina el Equipo de Investigación.

VARIABLES ENUNCIADAS

B	Deporte que practican.
A	Color del pelo.
B	Emborracharse.
B	Fumar.
G	Riqueza.
C	Medios de locomoción propios.
E	Gasto en libros.
C	Tener reloj.
G	Trabajo, estudio.
E	Personas capacitadas para trabajar.
C	Disponer de casa propia.
C	Poseer más de una casa.
B	Comer dentro-fuera de la familia.
C	Medios de locomoción públicos que utilizan.
A	Peso.
A	Altura.
A	Sexo.
E	Natalidad-mortalidad.

- A Estado civil.
- B Hacer de comer en casa o no.
- A Ser ciego.
- B Afeitarse.
- B Utilizar: Bastón, corbata, gafas, mascota, calzado, pendientes.
- E Número de personas que constituye una familia.
- A Edad.
- E Número de viajes que hacen.
- B Afición a la lectura.
- C Tener habitación propia.
- A Capacidad de adaptación al clima.
- B Subir a la sierra.
- A Enfermedades psíquicas.
- E Hijos casados con familia numerosa.
- A Analfabetos.
- E Número de hermanos.
- E Presupuesto familiar.
- A Tener dientes suyos o postizos.
- B Ver la televisión.
- B Limpiarse los dientes.
- B Maquillarse.
- E Mayores de dieciocho años que estén en paro.
- C Tener ordenador.
- B Tipos de pañuelos que usan.
- B Preferir playa o campo.
- D Lugar de estudios.
- D Lugar donde se compran la ropa.
- E Personas que emigran para buscar trabajo.
- B Emisoras que escuchan.
- A Tener parientes en otras provincias.
- B Deportes que prefieren.
- A Nervioso-tranquilo.
- B Trasnochador o no.
- A Mentiroso- sincero.
- B Vegetariano- carnívoro.
- D Donde trabajan los padres.
- B Cristianos o no.
- B Idiomas que saben.
- B Asignaturas que no les gustan.
- B Gamberro o no.
- A Partirse una pierna.
- B Usar cartera.
- C Tener los padres divorciados.

- B Estar esperando sacar unas oposiciones.
- C Tener carnet de conducir.
- A Ser estéril.
- A Haber nacido en el extranjero.
- A Los que deciden por sí mismos o los que no.
- D Lugar de veraneo.
- B Veranear o no.
- B Ir o no ir a misa.
- E Tener más de dos hijos.
- B Los que usan ropa de su hermano o no.
- B Los que utilizan el supermercado para comprar.
- B Trabajar para el estado o no.
- B Gustarle Marta Sánchez o Sabrina.
- E Dinero que gasta toda la familia al cabo del mes.
- B Tipo de canciones que les gusta.
- A Amabilidad.
- D Vivir abuelos en su casa.
- A Grupo sanguíneo.
- B Votar.
- B Ser candidato.
- B Ser cartero.
- C Tener terreno para sembrar.
- B Ir a clase de baile.
- B Pintar en las mesas.
- B Salir a la pizarra.
- E Distribución de sus gastos según sus ingresos.
- B Los que odian a los profesores.
- B Partido político a que pertenecen.
- B Ser de derechas o de izquierdas.
- E Número de películas que ven al día.
- C Tener pasaporte.
- C Apuntados al paro.
- E Dinero que cobran mensualmente.
- A Número de pulsaciones
- B Leer a diario el periódico.
- B Salir o no salir los domingos.
- B Ser donante de sangre.
- B Tener horario de trabajo o no.
- B Matar por gusto o matar por necesidad.
- B Comprar el periódico.
- B Gustar el arte.
- B Tener trabajo fijo o eventual.
- A Personas incapacitadas por accidente o por enfermedad.

C	Electrodomésticos que poseen.
G	Lo han robado o no.
E	Veces que lo han robado.
B	Deporte que le gusta.
E	Miembros a favor de la democracia.
B	Ir al ejército o no.
B	Maridos que son fieles a sus esposas.
B	Modo de secar la ropa.
B	Tipo de pañuelos que usa y precio.
A	Tener imaginación.
C	Pintar la casa o contratar pintores.
B	Ir a comprar o no.
E	Número de personas que ingresan dinero en la familia.
A	Tener el sida.
A	Ser guapo o feo.
A	Ser homosexual o no.
A	Estar embarazada o no.
C	Tener criada.
B	Alimentos que les gustan.
B	Tener hijos adoptados.

A la vista del listado anterior observamos seis tipos diferentes de enunciados:

A) Enunciados que se refieren a características personales que varían; estas características son, en su mayor parte cualitativas (color del pelo, estado civil, nervioso o tranquilo, etc), aunque algunas de ellas son cuantitativas (peso, edad, altura); en total hay 27 enunciados de este tipo.

B) Un segundo tipo se refiere a actividades o aficiones personales; el sentido de variación consiste en constatar si se tienen o no una determinada costumbre o si se realiza o no una actividad determinada. los enunciados son todos ellos cualitativos y en total hay 56 de este tipo.

C) Un tercer tipo de enunciados hacen referencia a disponer de un determinado servicio o propiedad, sin especificar si el sujeto de tal propiedad es un individuo o una familia; se trata igualmente de enunciados cualitativos (comer o no en casa, disponer de casa propia, etc.).En total hay 14 enunciados de este tipo.

D) El cuarto tipo de enunciados hace referencia a uso de espacios o lugares utilizados (lugar de estudio, dónde trabajan los padres, lugar de veraneo, etc). Son también enunciados cualitativos en los que el sujeto que utiliza el lugar puede ser un individuo o una familia. Hay 16 enunciados de este tipo.

E) El quinto tipo de enunciados se refiere a características cuantificadas o cuantificables de una familia. Estos enunciados son los que mejor se ajustan a la noción de característica variable relativa a una familia. La mayor parte de ellas hacen referencia a número de personas afectadas por cuestiones laborales y a cantidades de dinero del presupuesto familiar. Hay 18 enunciados de este tipo.

G) Finalmente hay un sexto tipo de enunciados no incluidos en los casos anteriores, consiste en expresar una cualidad abstracta: riqueza, trabajo, estudio; cuyo sujeto es de nuevo la familia. En total hay 3 enunciados de este tipo.

En resumen, podemos señalar que los 124 enunciados hacen referencia todos ellos a algún rango o característica individual o familiar que varía de unos sujetos a otros. Solo 24 de estos enunciados se refieren a características cuantitativas, el resto (100) son enunciados cualitativos, aunque muchos de ellos pueden fácilmente cuantificarse. El sujeto sobre el que se considera la característica es un individuo en 67 de los casos, puede ser indistintamente un individuo o una familia en 33 casos y solo en 24 queda claro que está referido a una familia.

Los alumnos han ofrecido una reflexión rica y variada, han expresado la noción de variabilidad mediante múltiples alternativas que indican sus preocupaciones personales y sociales. La mayor desviación sobre la tarea propuesta se presenta en la identificación del sujeto en el que se considera la característica enunciada. Los enunciados responden a características cualitativas en el 81 % de los casos, lo cual no es extraño ya que no se indicó en la actividad que se tratase de variables cuantitativas.

V.2.- Búsqueda e interpretación de relaciones en la prensa. (Segunda sesión)

Las relaciones entre variables se encuentran no solo en el medio cercano al niño sino en cualquier otro, aún cuando éstos no sean tan familiares y las relaciones no sólo se expresen de forma oral sino también escrita o gráfica.

Para trabajar en otros contextos propusimos a los alumnos la siguiente actividad:

Durante el fin de semana debían elegir un periódico, bien nacional, regional o provincial, y en él buscar informaciones en las que se establecieran relaciones entre variables, decir cómo estaban establecidas, cuáles eran las variables que se relacionaban, en qué medio se establecían esas relaciones...

Esta actividad la realizaron los alumnos en su casa el fin de semana. El lunes presentaron un total de 109 gráficos, 54 comentados y 65 sin comentar, todos recopilados por ellos. Con este material se trabajó en clase durante la 2ª sesión; para ello se fueron eligiendo materiales que los alumnos presentaban sin seguir ningún criterio preestablecido con anterioridad por parte del profesor.

Los comentarios que los alumnos hicieron de los gráficos van desde los puramente descriptivos: analizar los ejes y enunciar las variables que intervienen hasta interpretar con más o menos detalle la información que la gráfica lleva implícita, tanto si ésta era lineal como si aparecían polígonos de frecuencias o diagramas de barras.

Esta sesión ayudó a establecer qué conceptos dominaban los alumnos y qué capacidades y destrezas utilizaban para interpretar cualquier información expresada gráficamente. Estos conocimientos no han sido adquiridos en clase de matemáticas sino en otras asignaturas, o bien a través de lecturas de diarios y otros medios de

comunicación en los que no se tiene en cuenta una secuencia de aprendizaje perfectamente graduada e, incluso, ni se incluye toda la información necesaria. Es el alumno, a través del ensayo-error o por intuición quien llega a crear sus propias reglas de interpretación.

También nos ayudó a detectar algunos de los errores más comunes de los alumnos al interpretar las gráficas y aquellos aspectos que no tienen claros la mayoría de ellos.

Analizados los trabajos presentados obtuvimos las siguientes conclusiones:

Un buen número de alumnos son capaces de interpretar, de forma global, la información que se da en una gráfica.
En aquellos casos en los que son capaces de interpretar de forma global la situación planteada, la discusión en clase sirve para adquirir destrezas necesarias para dicha interpretación.
Se explicaron y aclararon los conceptos, notaciones y convenios que son necesarios para interpretar este tipo de información, como son las nociones: Ejes, variables, incrementos, decrementos, etc.
Entre los aspectos que presentan mayor dificultad podemos destacar: <ul style="list-style-type: none">- La interpretación del punto de corte de los ejes.- Las funciones constantes.- Comprender que una variable está en relación con otra.

A continuación transcribimos una relación de las actuaciones realizadas por los alumnos y de los conceptos o descripciones, más importantes, realizadas por los alumnos a lo largo de la sesión:

- Son capaces de hacer una descripción detallada de cada uno de los apartados de una gráfica.
- Aprecien el crecimiento y decrecimiento en las gráficas.
- Reconocen el aumento o disminución del gradiente en una gráfica.
- Señalan la posición vertical de las barras en los diagramas, usualmente.
- Indican que la mayor o menor longitud de una barra y su posición se interpreta de acuerdo con los ejes.
- Aprecian las diferencias entre los valores que representan las barras.
- Reconocen que los valores representados pueden ir de mayor a menor, de menor a mayor o sin un orden.
- Reconocen que en general los valores representados no siguen un orden.
- Indican que el valor cero puede ocupar cualquier lugar del eje.
- Interpretan que los valores de las variables tienen un límite cero, en la mayor parte de los casos.
- Admiten la existencia de valores positivos y negativos en las ordenadas.
- Asumen la necesidad de los dos ejes.
- Admiten que se pueden representar distintas variables.
- Aceptan que la asignación de una variable a un eje determinado se hace por convenio.
- Introducen los valores de la función en el eje vertical, la mayoría de las veces.
- Reconocen que los valores de los ejes no es necesario que partan de cero.
- Reconocen que en los ejes vienen expresadas las variables.

A partir de gráficos comentados por los alumnos y entregados a final de clase surgen nuevas interpretaciones y aparecen otros conceptos. Enumeramos en la tabla las ideas propuestas:

- Interpretan mapas.
- Observan acciones favorables en una gráfica.
- Observan acciones variables en una gráfica.
- Observan acciones desfavorables en una gráfica.
- Aceptan la gráfica de barras con valores no continuos en uno de los ejes.
- Consideran que cada barra representa un valor para un aspecto concreto.
- Reconocen que las gráficas lineales, cuando utilizan más de una gráfica, son apropiadas para informar o comparar una misma situación en dos periodos de tiempo diferentes.
- Analizan la variable de cada uno de los ejes.

Clasificación de las gráficas presentadas por los alumnos en clase:

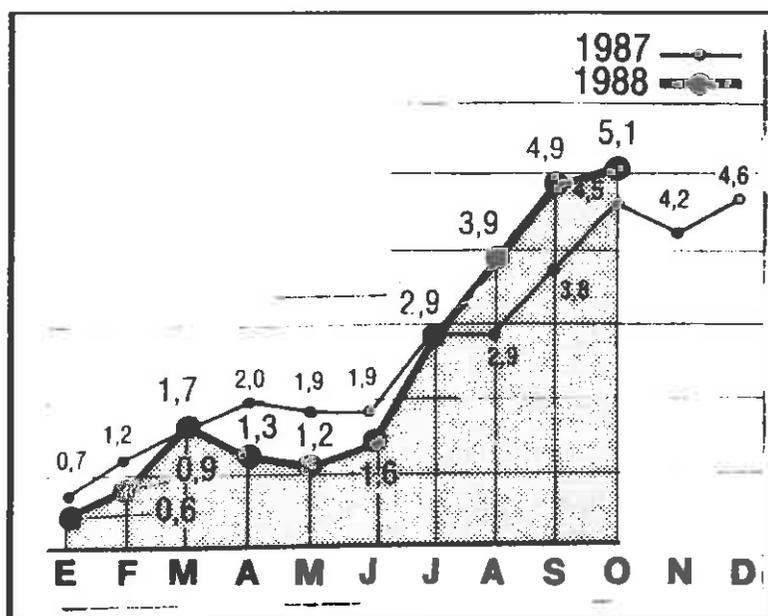
Modelo	Comentadas	Sin comentar
- Gráficas lineales.	21	4
- Gráficas de barras.	6	10
- Gráficas lineales múltiples	8	17
- Barras múltiples	6	10
- Información escrita.	3	1
- Pictogramas	3	1
- Gráficas sectores.	3	8
- Información mapas	1	11
- Encefalograma.	0	1
- Gráficas barras y líneas	3	2
Total	54	65

A continuación presentamos 22 de las 54 gráficas traídas por los alumnos en clase con el fin de ser analizadas por todos. Cada una de estas gráficas, que ejemplifican los enunciados anteriormente presentados, se acompaña del comentario que los alumnos habían incorporado a ella en su casa.

Hemos abreviado la presentación de los ejemplos aportados no comentando aquellos casos que se consideran repetidos.

El procedimiento seguido consistió en que el alumno presentaba la gráfica, exponía lo que tenía escrito y después, a consecuencia de la presentación de gráficas anteriores, modificaba o no lo dicho anteriormente. Por último, los demás alumnos de la clase hacían preguntas, incorporaban nuevos comentarios a raíz de los expresados anteriormente, o bien, planteaban nuevas ideas.

Gráficas presentadas en clase por los alumnos



Comentario aportado por el alumno:

"Veo unas paralelas horizontales, unas más altas que otras, también veo verticales. Puntos más gordos que otros, rayas más gruesas que otras. También veo las primeras letras de los meses y unos números más gruesos que otros."

Comentario aportado por el alumno:

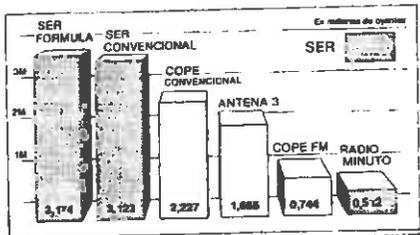
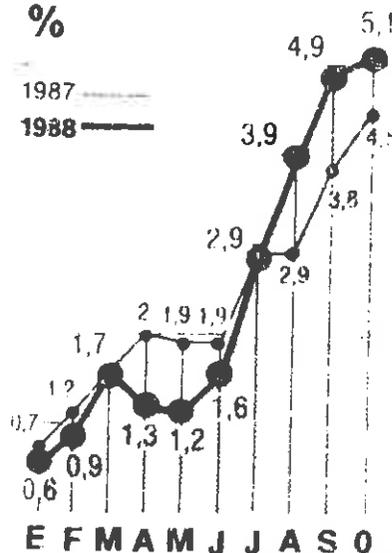
"Yo veo abscisas y ordenadas a la misma distancia, letras más gruesas que otras, números de distinto tamaño y las letras que van de Enero a Octubre."

ÍNDICE DE PRECIOS AL CONSUMO

%

1987

1988



ESTADO DE PÉRDIDAS Y GANANCIAS CONSOLIDADO AL 31-12-1987 (antes de aplicación de resultados)

	Miles de Ptas.
INGRESOS	
Publicidad	8.431.874
Realización de programas	211.262
Diversos	81.118
	8.724.254
GASTOS PROPORCIONALES	
GASTOS GENERALES	
Personal	(3.578.957)
Trabajos, suministros y servicios ext.	(1.486.208)
Publicidad y propaganda	(481.060)
Diversos	358.882
	(5.187.343)
RESULTADOS FINANCIEROS	
Ingresos financieros	114.836
Gastos financieros	(14.786)
	99.050
BENEFICIO ANTES DE DOTACIONES Y DE LA PARTICIPACION DE LOS ACCIONISTAS MINORITARIOS	1.508.888
DOTACIONES (*)	(1.287.389)
PARTICIPACION DE ACCIONISTAS MINORITARIOS	(28.889)
BENEFICIOS (PERDIDAS) EXTRAORDINARIOS	0.000
Beneficio del ejercicio, antes de la provision para el impuesto sobre Sociedades	248.487

Comentario aportado por el alumno:

"Trata sobre la subida y bajada del dinero."

Mercado de divisas

DIVISAS	Comprador	Vendedor
	Pesetas	Pesetas
1 ECU.....	137,048	137,392
1 Dólar USA.....	113,698	113,982
1 Dólar canadiense.....	93,103	93,337
1 Dólar australiano.....	92,035	92,265
1 Franco francés.....	19,519	19,567
1 Libra esterlina.....	207,281	207,799
1 Libra irlandesa.....	176,579	177,021
1 Franco suizo.....	78,801	78,999
100 Francos belgas.....	315,455	316,245
1 Marco alemán.....	65,968	66,134
100 Liras italianas.....	8,870	8,892
1 Florin holandés.....	58,757	58,905
1 Corona sueca.....	18,911	18,959
1 Corona danesa.....	17,348	17,392
1 Corona noruega.....	17,984	18,030
100 Chelines austríacos.....	937,926	940,274
100 Escudos portugueses.....	80,599	80,80
100 Yens japoneses.....	90,846	91,074

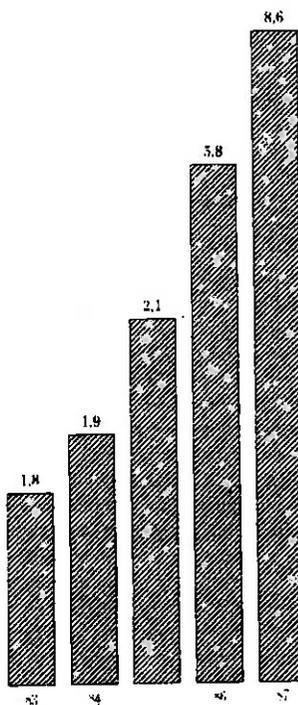
Comentario aportado por el alumno:

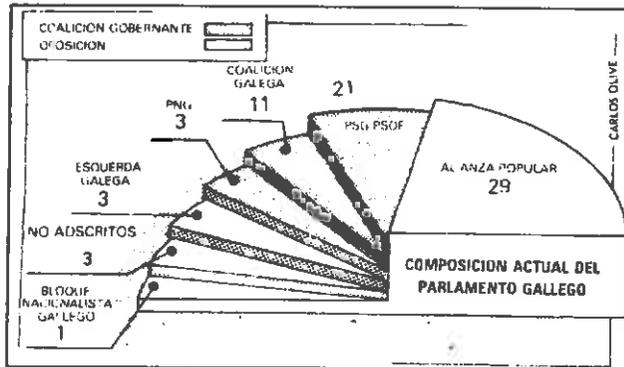
Nos habla de la subida y bajada del dinero

Comentario aportado por el alumno:

Se ve como va creciendo la explotación a lo largo de los años.

RESULTADOS EXPLOTACION
(en millones de pesetas)



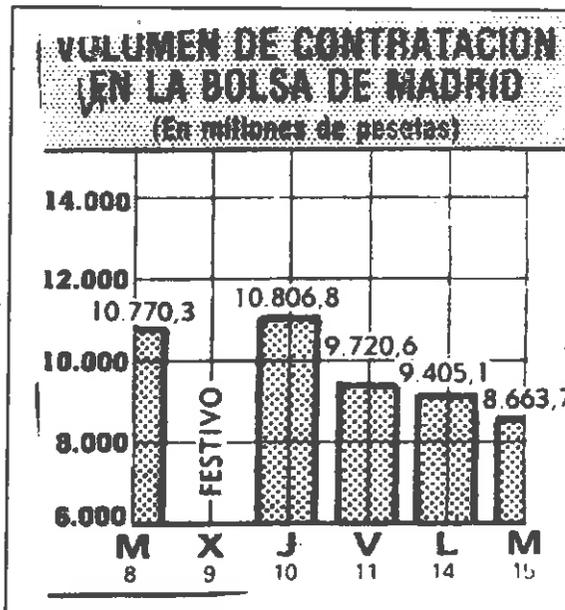


Comentario aportado por el alumno:

" Veo un semicírculo que baja como unas escaleras, el escalón de arriba es mayor. Cada escalón que baja es menor o igual que el de arriba."

Comentario aportado por el alumno:

"Veo unas barritas que suben verticalmente. Veo también que el miércoles día 9 fue festivo y por lo tanto no hay barra ya que no trabajaron."



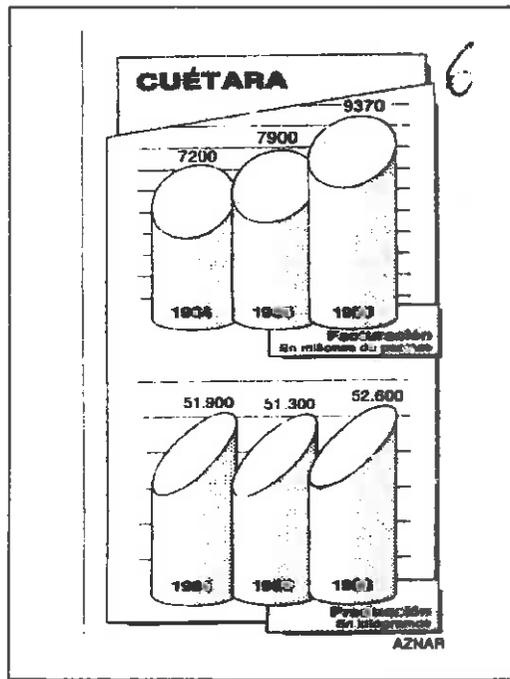
Comentario aportado por el alumno:

"El gráfico de arriba nos indica la facturación de la fábrica de galletas de Jaén.

El de abajo nos indica la producción de esta misma fábrica en el período 84-86.

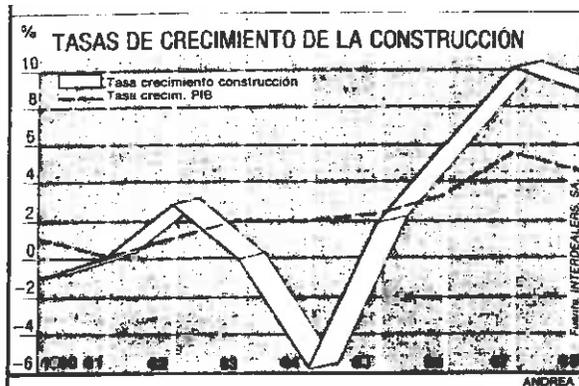
La mayor facturación y producción corresponde al año 1996.

La productividad de galletas va creciendo cada año."



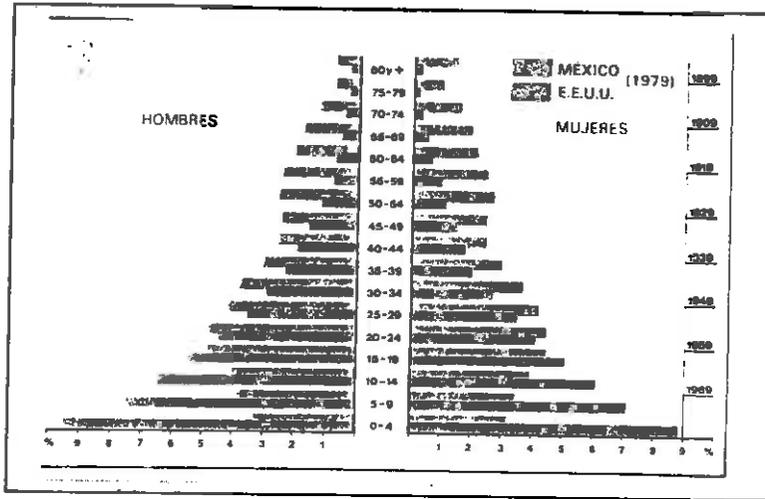
Comentario aportado por el alumno:

La banda blanca nos indica el año que creció menos la construcción y el año que creció más la construcción.



Comentario aportado por el alumno:

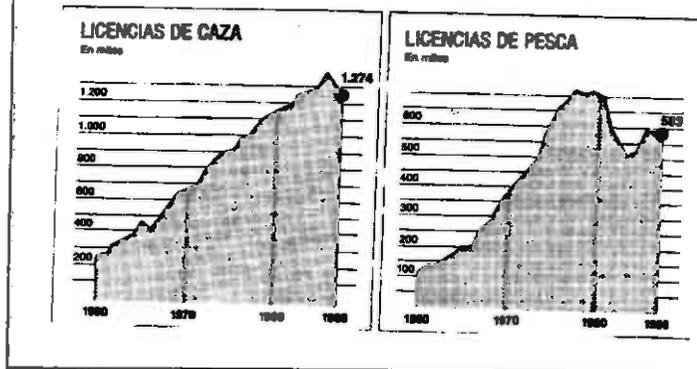
No se conserva

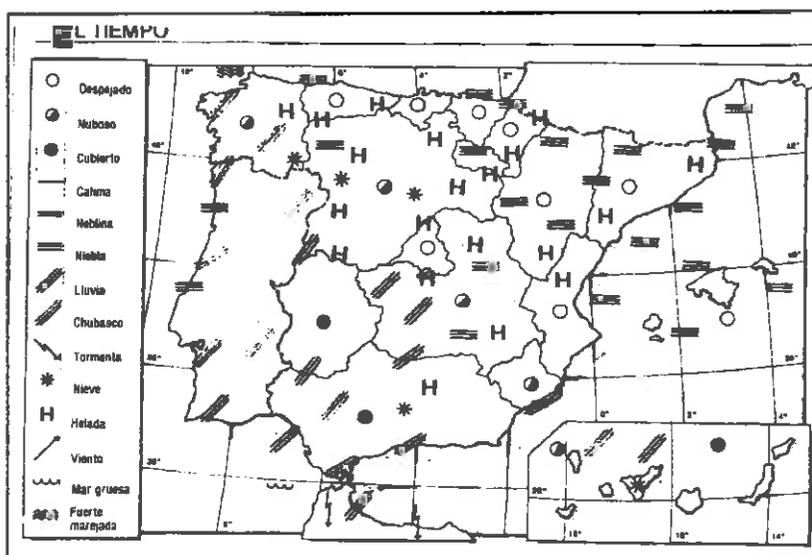


Comentario aportado por el alumno:

Que hay más cazadores que pescadores. Que casi siempre están creciendo los pescadores y cazadores.

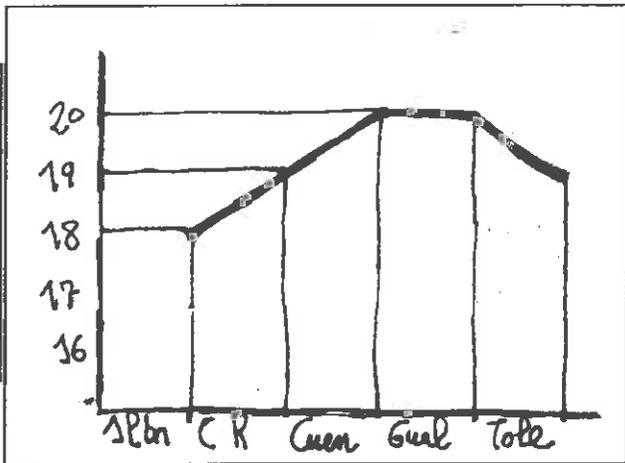
Las cifras de la escopeta y el anzuelo





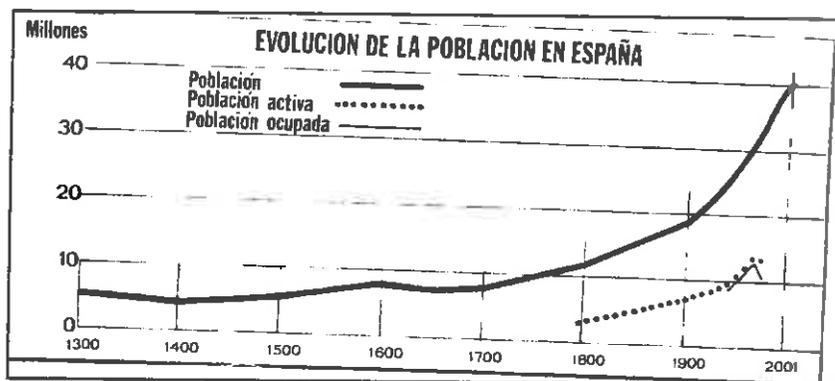
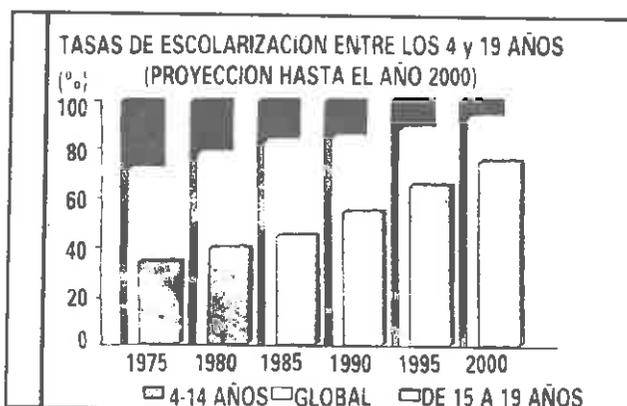
Comentario aportado por el alumno:
 En este climograma puedo distinguir el tiempo que hay en las diferentes comunidades autónomas.

Comentario aportado por el alumno:
 Con esta gráfica puedo decir la temperatura que hay en distintos lugares al mismo tiempo.



Comentario aportado por el alumno:

Las gráficas de barras representan valores que no son continuos sino a base de trozos aislados unos a otros. En este ejemplo cada barra representa un valor independiente en cada período de tiempo.



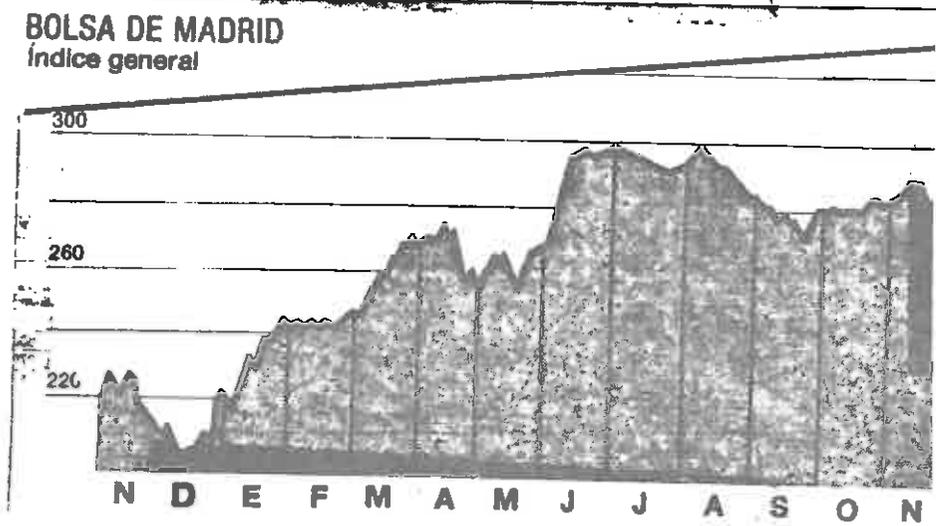
Comentario aportado por el alumno:

Las gráficas de líneas son aritméticas y relacionan distintos valores de las magnitudes representadas en cada uno de los ejes.

En este ejemplo podemos observar una serie temporal que relacionan los distintos valores de cada momento de la observación.

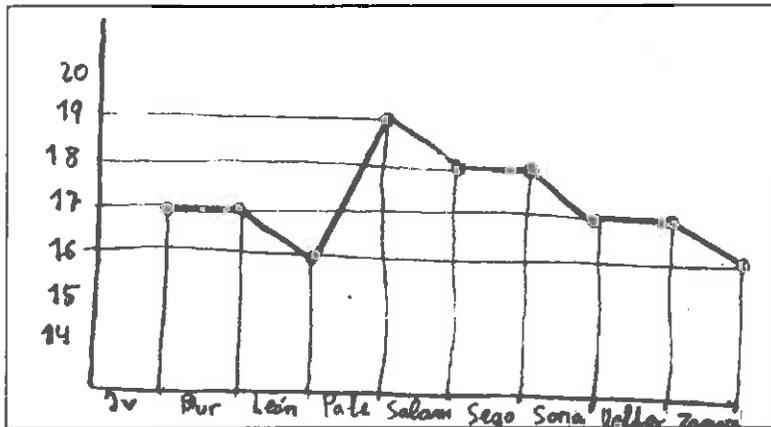
Comentario aportado por el alumno:

En este gráfico se pueden ver las diferentes subidas espectaculares que ha tenido la bolsa en los meses de Junio, Julio y Agosto.



ESPAÑA			EXTRAJEROS								
	MÁX.	MÍN.		MÁX.	MÍN.						
Alicante	D	18	4	Madrid	D	20	7	Amsterdam	D	10	3
Alicante	D	23	10	Madrid	D	18	11	Alema	f	9	8
Almería	D	24	13	Málaga	D	21	11	Berlín	f	8	8
Ávila	D	17	2	Málaga	D	20	16	Berlín	D	11	8
Badajoz	D	22	7	Murcia	D	21	10	Breslavia	D	11	8
Barcelona	T	17	13	Oviedo	D	18	7	Buenos Aires	D	28	18
Bilbao	D	23	5	Palencia	D	20	10	Caín, El	D	20	8
Burgos	D	17	1	Palencia	D	19	3	Caracas	D	28	18
Cáceres	D	21	9	Palma	A	21	9	Copenhague	f	6	4
Cádiz	D	23	15	Palmas, Las	A	23	17	Dublin	D	12	6
Castellón	D	20	11	Pamplona	T	13	1	Estocolmo	f	3	-4
Ciudad Real	T	19	17	Pontevedra	T	19	10	Franchfort	D	11	8
Ciudad Real	D	19	5	Salamanca	D	18	2	Ginebra	f	8	6
Córdoba	D	22	11	San Sebastián	D	17	8	Hamburgo	f	9	8
Coruña, La	T	19	12	S. C. Tenerife	c	24	17	Lisboa	D	21	12
Cuenca	D	20	3	Santander	D	18	8	Londres	D	12	3
Gerona	T	17	8	Santiago de C.	D	18	8	México	D	28	12
Gijón	D	19	8	Segovia	D	18	6	Miami	D	28	21
Granada	D	21	5	Sevilla	D	24	12	Moscú	N	-5	-8
Guadalajara	D	20	3	Soria	D	17	1	Múnich	f	7	8
Huelva	D	22	13	Tarragona	D	19	11	Nueva York	D	18	9
Huesca	f	10	2	Tarazona	T	14	1	Oslo	F	0	-1
Ibiza	D	22	12	Teruel	T	14	1	París	D	12	4
Jaca	D	20	11	Valencia	D	21	12	Reinot	D	22	12
Lanzarote	c	24	17	Valencia	D	17	2	R. d. Janeiro	D	31	18
León	f	18	4	Vigo	D	19	14	Roma	D	18	4
Lérida	T	14	8	Vitoria	D	17	1	Tokio	D	17	8
Logroño	T	10	2	Zamora	D	18	4	Viena	f	5	-1
Lugo	D	18	6	Zaragoza	T	12	5	Zúrich	f	8	8

Comentario aportado por el alumno:
 A continuación realizo unas gráficas de las temperaturas máximas y mínimas de las siguientes comunidades autónomas. Andalucía, Castilla la Mancha, Galicia, Castilla-León.



Comentario aportado por el alumno:
 ¿Quién tiene las máximas dentro de las máximas?
 ¿Quién tiene las mínimas dentro de las mínimas?

V.3.- Estudio del cuadrante a partir de puntos.-

Las dos situaciones ya presentadas sirvieron para introducir al alumno en la interpretación de gráficos, sin necesidad de tener en cuenta una relación cuantitativa explícita entre variables.

También sirvieron de motivación para introducir la nueva situación que tenía por objetivos:

- Estudio del cuadrante.
- Interpretación de relaciones cuya representación viene dada mediante un número finito de puntos sobre el cuadrante.
- Obención de información a partir de un cuadrante utilizando puntos.

Para ello, se presentó una situación abierta en la que los alumnos tenían que:

- Interpretar la información dada.
- Contrastar su interpretación con la de otros compañeros.
- Obtener nuevas relaciones a partir de las relaciones aportadas.

La situación concreta que se les presentó a los alumnos se denomina: "**Las familias**".

A partir de esta situación pretendemos:

- Que el alumno interprete puntos en una gráfica.
- Que analice relaciones entre variables representadas en un cuadrante, cuando no hay dependencia entre ellas.

- Interprete la mayor o menor proximidad de los puntos a los ejes.
- Interprete las similitudes o diferencias en la relación que expresan dos puntos distintos.
- Obtenga información sobre las relaciones que se derivan de un gráfico de puntos.
- Busque interpretaciones creativas y coherentes de un gráfico.
- Asocie los tres factores en juego en una representación: Espacio del cuadrante, variables, valores de las variables.
- Encadene la relación de variables en distintos gráficos, obteniendo relaciones derivadas por comparación.

Trabajamos interpretando puntos en el cuadrante

A continuación presentamos la transcripción de la sesión dedicada a la situación "La Familia".

Se desarrolló en el C.P. "Sierra Nevada" en una clase de 7º Nivel. Participaron 34 alumnos y dos profesores que formaban parte de Seminario CIEM, siendo uno de ellos el profesor de los alumnos que participan en la investigación. La duración de la sesión fue de una hora.

La situación se presenta estructurada en tres unidades, que son denominadas primera, segunda y tercera unidad. Cada unidad se articula mediante una secuencia de tareas que se proponen a los alumnos; la organización de cada tarea se concreta mediante informaciones, orientaciones y consignas para el trabajo del alumno, así como mediante preguntas explicativas.

La primera unidad, a su vez, consta de tres tareas: 1.1, 1.2, 1.3; estas tareas aparecen en la situación "La Familia" que se presenta en esta memoria (pág. 70)

La tarea 1.1 sirve de introducción y propone el repaso de los trabajos realizados anteriormente; no aparece en el guión de la pág. 70.

La tarea 1.2 presenta la situación a través de información general sobre las dos familias y plantea una serie de preguntas que sólo pueden contestarse de forma subjetiva, pero ayudan a conocer, a través de algunas características que las diferencian, a las dos familias sobre las que gira la situación.

En la tarea 1.3 se da la primera información que ayudará a contestar algunas de las cuestiones que quedaron pendientes en la tarea anterior; corresponde a la segunda mitad del cuadro de la pág. 70. Esta información viene expresada a través de un gráfico que trabaja con dos variables "contaminación del aire en el entorno en que viven" y "nº de hijos que tiene cada una de las familias"; la información viene

expresada por dos puntos que tienen igual valor respecto del eje de abscisas y distinto respecto al eje de ordenadas.

Las preguntas que se presentan a los alumnos responden a dos criterios diferentes: las que se pueden contestar a través de la información que se presenta en el gráfico (preguntas a, b, c, d) y las que no tienen una contestación precisa con la información presentada (preguntas e, f, g); con ellas se pretende que los alumnos introduzcan nuevas variables o utilicen otras estrategias para dar la contestación. También ayudan a presentar la unidad 2ª de esta situación.

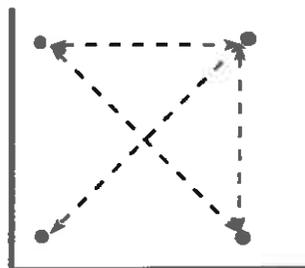
La segunda unidad costa de doce tareas, que enumeramos desde la 2.1 a 2.12; estas tareas se basan sobre tres informaciones gráficas diferentes. Cada gráfica se presenta mediante una representación que consta de dos variables y dos puntos que establecen una relación entre ellas.

Las variables de la primera gráfica son: "nº de personas que viven en cada familia" y "nº de veces que utilizan el transporte colectivo al cabo de la semana".

Las variables de la segunda gráfica son "gasto mensual en alimentos para dar de comer a los animales que poseen" y "cantidad de alimentos que guardan en su casa para uso familiar".

En la tercera gráfica se presentan las variables: "consumo mensual de carne de cada una de las familias" y "gasto anual de cada una de las familias en la compra de carne".

Estas tres relaciones junto a la presentada en la primera unidad, están pensadas para que los alumnos hagan un recorrido por cuatro puntos extremos entre los dos ejes a la vez que comparan dichos puntos con relación a dichos ejes. El esquema de las relaciones viene reflejado en este gráfico.



Con las doce tareas que se presentan en esta unidad se pretende que los alumnos relacionen por aproximación o intuitivamente con los comparativos "mayor que", "menor que" "igual a", las familias que se estudian con respecto a ambas variables. También pretendemos que los alumnos utilicen la información que se da en varios gráficos para contestar a las preguntas planteadas.

La tercera unidad consta de cuatro tareas 3.1, 3.2, 3.3, 3.4; los alumnos deben situar en cada gráfico dos puntos que representan, cada uno de ellos, la relación de variables que corresponde a cada familia.

Las gráficas están diseñadas para que los alumnos, atendiendo a la información que poseen, tengan que situar los puntos considerando los mismos criterios que han trabajado en la unidad anterior.

Tenemos así 19 tareas, en total, para el desarrollo de las tres unidades.

Análisis de las secuencias de interacciones en la situación "La Familia".

A continuación presentamos la transcripción de una sesión de clase dedicada a la situación "La Familia". Dicha transcripción se presenta teniendo en cuenta secuencias de interacciones, en las que se trabaja sobre una misma idea; estas secuencias las caracterizamos a continuación.

Tipos de actuaciones consideradas en el análisis del documento.

1.- **Presentación de tarea.** Se considera cada bloque de información que presenta el profesor a los alumnos; dicha información está sacada de una tarea de la situación. Dicha información no lleva incorporada ninguna pregunta aunque puede generar preguntas por el profesor o comentarios por parte de los alumnos. Se codifica con (1).

2.- **Planteamiento del problema.** Preguntas que presenta el profesor a los alumnos; dichas preguntas estaban previstas realizar en el diseño de la situación. Se codifica con (2).

3.- **Respuestas intuitivas.** Se consideran así los comentarios y propuestas de solución de los alumnos que no están basadas en un análisis de la información que se presenta o que se generan a través de la conversación. Responden a una primera apreciación de la cuestión planteada o a respuestas donde se utilizan variables subjetivas introducidas por los alumnos. Se codifica con (3).

4.- **Respuesta fundada.** Se consideran aquellas que se generan a través de un estudio, reflexión o análisis de las informaciones gráficas o verbales que se presentan a los alumnos. Se codifica con (4).

5.- **Cuestión.** Entendemos aquellas preguntas o cuestiones que se generan en el discurso de la situación y que no estaban previstas en la situación inicial. Dichas cuestiones o preguntas surgen a lo largo de la discusión y pueden ser planteadas por el profesor o por los propios alumnos. Muchas veces ayudan a reconducir la situación. Se codifica con (5).

6.- **Revisión de conceptos.** Consideramos así a todas aquellas contestaciones o argumentos que plantean los alumnos y que hacen un recorrido de los conceptos o cuestiones trabajadas anteriormente. Se codifica con (6).

Comentarios realizados por los alumnos en una sesión de clase.

1ª UNIDAD.	1ª Tarea
<p>Interacciones</p> <p>P.- Hoy vamos a hacer algo parecido Vamos a retomar las ideas que surgieron, cosas que se podían detectar en las gráficas:</p> <p>A.- Que había diferentes gráficas y diferentes formas de representarlo</p> <p>A.- Que tenían dos rectas que podían ser de tiempo, de edad, nombres, y que se podían poner diferentes cosas.</p> <p>A.- Los gráficos nos dan información y pueden ser de diferentes tipos: cuadrangular, rectángulos, barras, semicircular y de otros modelos.</p> <p>A.- Las gráficas también tenían una tabla de valores que eran para informarnos de lo que fuera.</p> <p>A.- Los gráficos pueden tener más de dos tonos de colores</p> <p>A.- Algunos gráficos no tenían ninguna tabla de valores</p> <p>P.- Aclara eso</p> <p>A.- Que las tablas de valores van así: (simula una representación de los dos ejes de un cuadrante), los de circulas no tienen tabla de valores.</p> <p>A.- Si la tienen, pero no la tienen señalada, se ve por el espacio que ocupa cada sector</p> <p>P.- Continuamos.</p> <p>A.- Esas tablas que ellos hablan, en los círculos, esas formas si tienen una tabla de valor; porque, por ejemplo: cada grado de esa tabla de valor, puede ser un uno por ciento.</p> <p>A.- Que también en las gráficas de líneas puede haber, dentro de una misma gráfica, puede haber dos o tres líneas, dos o tres gráficas.</p> <p>P.- ¿Para qué?</p> <p>A.- Para representar en una sola gráfica dos o tres o cuatro, las gráficas que sean.</p> <p>A.- Que las gráficas nos informan rápidamente del índice de valor de algo.</p> <p>P.- Marín, dime.</p> <p>A.- También hay muchos tipos de gráfica: lineales o de barras también.</p> <p>P.- Lo habían dicho.</p> <p>A.- Que las gráficas se encuentran en casi todos los sitios: colegios, hospitales, bolsa, empresas,</p> <p>A.- Que las gráficas no son solo para el índice de valor de algo, también pueden ser para decir el número de defunciones, de nacimientos.</p>	<p>Tipo de actuacion</p> <p>1</p> <p>6</p>

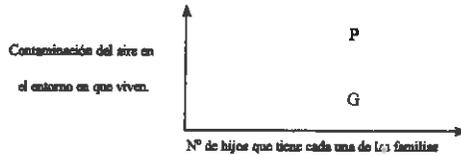
1ª UNIDAD.	2ª Tarea
<p>En estas dos ciudades viven muchas familias. Vamos a comparar dos familias, cada una de ellas habita en una de las ciudades que aparecen en los recuadros.</p>	
<p>Solo sabemos que la familia (P) es la del Sr. Pérez y la familia (G) es la del Sr. González.</p>	
<p>¿Dónde viven?, ¿Cómo son?, ¿Cuáles son sus aficiones? etc. Estas preguntas no podemos contestarlas ahora mismo, tenemos que buscar documentación e información. A continuación aparece más información sobre las familias.</p>	
Foto ciudad	Foto pueblo

Interacciones	Tipo de actuación
<p>P.-Hoy vamos a trabajar sobre algo que vimos anteriormente. Quién dijo por ahí que la mayoría de las gráficas tenían dos líneas y que sobre esas dos líneas se daba la información? ¿Fue Gregorio? Os voy a decir unas cosillas y vosotros vais a pensar sobre eso. (Toda la información se da verbal y escrita en la pizarra)</p> <p><i>En estas dos ciudades viven muchas familias. Vamos a comparar dos familias, cada una de ellas pertenece a una de las ciudades que aparecen en los recuadros.</i></p> <p><i>Solo sabemos que la familia (P) es la del Sr. Pérez y la familia (G) es la del Sr. Manuel.</i></p>	1
<p>P.- Donde viven?.</p>	2
<p>A.- Pérez en la ciudad</p>	
<p>P.- ¿por qué?</p>	3
<p>A.- Porque Manuel suena más a pueblo.</p>	
<p>A.- Manuel es más cateto.</p>	
<p>Muchos niños se hacen partícipes de esa información.</p>	
<p>P.- Sabría alguien decir de forma cierta donde vive cada uno:</p>	
<p>A.- Yo, en la ciudad se llama casi siempre de forma mas normal por el apellido y en los pueblos se llama por el nombre.</p>	
<p>P.-Independientemente de eso, si dejamos ese razonamiento, hay alguien que pueda decir cuál es de pueblo y cuál es de ciudad?</p>	
<p>A.- Sirven los dos para la ciudad.</p>	
<p>A.- Pueden ser los dos de pueblo o los dos de ciudad.</p>	4
<p>P.- Con la información que se ha dado hay alguien que pueda decir cuál pertenece al pueblo y cuál pertenece a la ciudad?, con la información dada.</p>	
<p>A.- No, pueden ser los dos del pueblo y los dos de la ciudad.</p>	

1ª UNIDAD.

3ª Tarea

Las gráficas que tienes a continuación nos dicen características de cada una de estas familias, analízalas y contesta a las preguntas que tienes a continuación.



- a) ¿Qué familia vive en el pueblo?
- b) ¿Dónde vive la otra familia?. Es la del Sr. González?
- c) ¿Es cierto que la familia Pérez tiene más hijos que la de González?
- d) ¿En qué son muy parecidas las dos familias?
- e) ¿Quién gastará más dinero en prendas de vestir?
- f) ¿Cómo es la casa de cada una de estas familias?
- g) ¿Qué grupo familiar tiene más miembros viviendo en la misma casa?

P.- Bien, ¿Dónde viven?, ¿Cómo son?, ¿Cuáles son sus aficiones?, etc. Estas preguntas no podemos contestarlas ahora mismo, Para ayudarte a contestar estas y otras preguntas te vamos a dar información sobre ellas.

1

Las gráficas que os voy a pintar a continuación nos dicen características de cada una de estas familias, analizarlas y contestad a las preguntas que os voy a proponer.



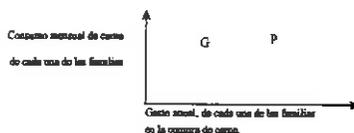
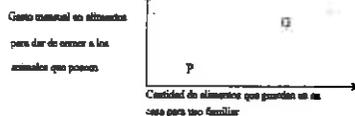
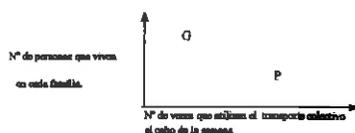
P.- Es la del Sr. Manuel?	2
A.- La de la ciudad es el Pérez.	4
P.- ¿Es cierto que la familia de Pérez tiene más hijos que la de Manuel?.	2
A.- (Dos o tres niños a la vez). No, tienen iguales.	4
P.- ¿En qué son muy parecidas las dos familias?	2
A.- (dos o tres niños a la vez). En los hijos.	4
P.- ¿Podían ser parecidas en otras cosas?.	5
A.- No creo.	
P.- ¿En qué no son parecidas?.	
A.- (Muchos a la vez). En la contaminación.	4
P.- ¿Quién gastará más dinero en prendas de vestir?.	2
A.- Manuel	
A:- Pérez	3
A.- (Varios niños). Iguales	
A:- Es verdad, iguales porque tienen los mismos hijos.	
A.- Bueno yo creo que Pérez puede gastar más, porque si estás en un pueblo aislado ¿quién te va a ver?, pero si estas en la ciudad y sales por ahí tienes que ir mejor vestido.	
P.- Otro razonamiento, hay más.	
A.- Yo creo que serán iguales.	4
P.- ¿Por qué?	
A.- Porque tienen los mismos niños.	
A.- Pero bueno, los de la ciudad salen por ahí y no creo que lleven todos los días la misma ropa.	3
A.- Yo creo que eso no está bien, todos deben ir bien vestidos.	
A.- Y si se ha muerto el padre, no va a comprar tanta.	
A.- Entonces estaría la gráfica mal.	
P.- ¿Cómo has dicho?	
A.- Si el padre se muere no sería así la gráfica, estaría más para abajo.	
A.- Habla del nº de hijos y no de personas.	
A.- No, me he equivocado.	
A.- Sobre lo que habíais dicho antes de que Manuel tiene que ser de pueblo y el otro de la ciudad, puede ser al revés porque la tabla de valores puede estar al revés, en vez de empezar de uno a diez puede ir al contrario.	4
P.- Creo que nos debemos poner de acuerdo para interpretar esto, ¿cómo van los valores?.	5
A.- De abajo para arriba irá incrementándose.	
A.- Pero en este caso el número de hijos está abajo, el nº de hijos se ha puesto que está abajo.	4

P.- El está hablando de que el incremento va hacia arriba	
A.- O puede ir hacia abajo, puede ir de izquierda a derecha o de derecha a izquierda, o puede ir al contrario.	
A.- Hacia abajo serían las pérdidas.	
(Señala el punto de unión de las dos ejes y comenta): Si esto fuera temperatura, este punto sería el cero.	
A.- Yo estoy diciendo que se podría numerarlo de lo alto para abajo.	
A.- No, yo creo que no.	
A.- Sería darle la vuelta.	
A.- Sale otro y numera la gráfica de abajo arriba incrementando el valor.	
A.- Otro dice que lo mismo pero al contrario.	
P.- Creo que debemos ponernos de acuerdo en cómo aumentan los valores, de arriba hacia abajo o de abajo hacia arriba, para interpretar la gráfica.	5
A.- Casi siempre se empieza de menor a mayor por la derecha.	
P.- ¿Cómo?. Señálalo.	
A.- El niño señala la izquierda, otro le comenta.	4
A.- Esa es la izquierda. Se empieza por la izquierda de menor a mayor.	
P.- ¿Quién cree este acuerdo más correcto que la otra posibilidad atendiendo a las gráficas que han visto?	5
A.- (Levantando la mano).	
A.- Yo lo que he dicho es que podía ser al revés, no que no esté de acuerdo como lo habéis puesto	
P.- ¿Estamos de acuerdo en seguir con esta norma en la interpretación de las gráficas?.	
A.- (Todos), si.	4
P.- Sentaros todos, otra pregunta: ¿Cómo es la casa de cada una de estas familias?.	2
A.- Puede ser un chalet.	3
P.- Voy a hacer otra pregunta más: ¿Que grupo familiar tiene más miembros viviendo en su casa?.	2
A.- En el pueblo, porque en la ciudad solo están los padres y los hijos. En el pueblo puede estar la tía, la abuela porque son de allí.	3
A.- Pueden estar los gatos.	
P.- ¿Los gatos son miembros familiares?.	
A.- (Todos), ja...	
A.- En la ciudad también puede vivir la abuela.	

A.- Yo digo que podría ser igual, porque en mi casa también vive mi tío.	
P.- ¿Se podría contestar con la información que hay ahí en la pizarra la pregunta?	5
A.- Todos comentan que no.	4

2ª UNIDAD.

Con la información que has encontrado en la hoja anterior no habrás podido contestar a todas y cada una de las preguntas formuladas. A continuación te damos mas información, con ella podrás contestar a cada una de las preguntas anteriores y a otras que te vamos a hacer mas tarde.

OTRAS COSAS QUE PASAN EN LAS FAMILIAS:

- 1) ¿Dónde vive la familia que más dinero gasta en alimentar a sus animales?
- 2) ¿Tendrán las dos familias algún animal en casa? ¿En qué te basas para dar la contestación?
- 3) ¿Con cuál de las dos familias no viven los abuelos?
- 4) ¿Dónde viven los abuelos, en la ciudad o en el campo?
- 5) ¿Es cierto que la familia que guarda más alimentos en su casa recibe más contaminación que la otra? Razona la contestación que has dado.
- 6) ¿Podrán los abuelos disfrutar, todos los días, de los animales domésticos que tiene la familia que más gasta en comida para ellos?
- 7) ¿Qué familia gasta más en transporte colectivo?
- 8) Si te quedaras incomunicado con tu padre y no pudieras salir en una semana. ¿En cuál de las dos viviendas que poseen las familias te gustaría que te sucediera? ¿Por qué?
- 9) ¿Quién consume mas carne?
- 10) ¿Cómo explicas que el gasto que realiza cada familia en carne sea tan diferente?
- 11) Suponiendo que todos los miembros de estas familias consumieran la misma cantidad de carne al cabo de un año y a ti te gustara mucho la carne. ¿Con qué familia te gustaría vivir?
- 12) Inventa un dibujo que sea representativo de la casa y del entorno donde viven las familias.

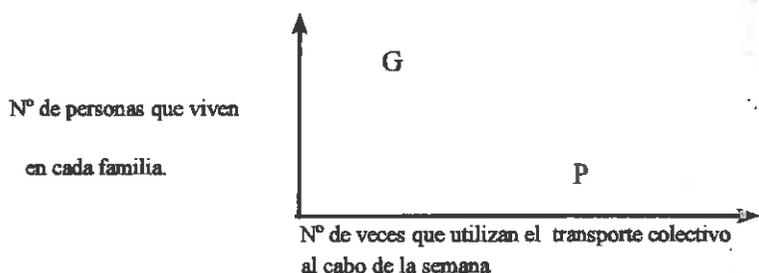
P.- Bueno, si no se puede contestar vamos a hacer otra cosa. Había escrito yo: "con la información que te hemos dado..."

Se presenta la siguiente información:

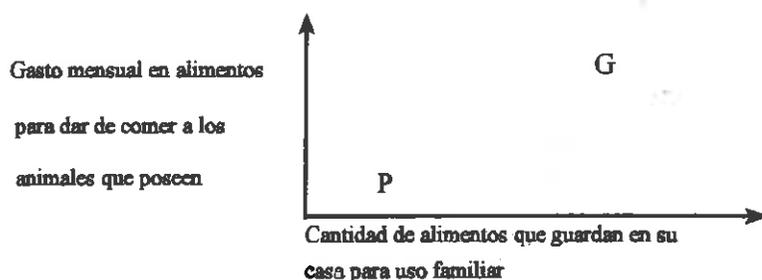
Con la información que has encontrado en la hoja anterior no habrás podido contestar a todas y cada una de las preguntas formuladas. A continuación te damos mas información, con ella podrás contestar a cada una de las preguntas anteriores y a otras que te vamos a hacer más tarde.

Otras cosas que pasan en las familias

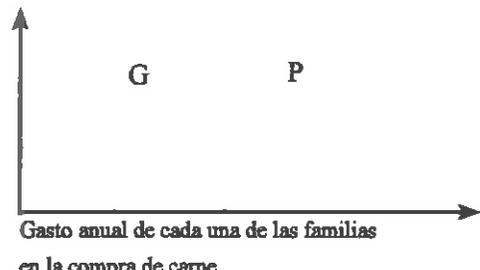
Se presenta la información leyendo de la pizarra las variables que intervienen en cada una de las gráficas.



A.- Cuando se va escribiendo en la pizarra la información de la gráfica y se ha puesto la variable (Nº de personas..), los alumnos empiezan a proponer, sin proponérselo el profesor, variables para el eje de abscisas: el teléfono, el bater,



A.- Al poner la información de esta gráfica y decir la variable, los alumnos empiezan a cuestionarse en voz alta: ¿y si no tienen animales?.

<p>P.-</p> <p>Consumo mensual de carne de cada una de las familias</p>  <p>Gasto anual de cada una de las familias en la compra de carne.</p> <p>Ahora os voy a dejar varios minutos para que analicéis la información. Yo os voy a hacer varias preguntas. Analizar la información de la pizarra.</p> <p>P.- Pregunta:</p> <p>A.- No es muy pronto, espera.</p> <p>A.- Bueno, yo os hago la pregunta y vosotros la vais pensando despacio.</p>	1
--	---

2ª UNIDAD. 1ª Tarea	
P.- ¿ Dónde vive la familia que gasta más dinero en alimentar a los animales?.	2
A.- En el pueblo.	3
P.- Las contestaciones deben ser razonadas y diciendo cuáles son las gráficas que habéis utilizado para ello.	
A.- Siguen diciendo todos en el pueblo o en el campo.	
P.- ¿Por qué Mamely?.	
A.- ¿salgo?.	
P.- Claro, ayúdate de los que quieras.	
A.- Si nosotros miramos y ponemos así, uno, dos, tres y cuatro, (esto lo hace en el eje de ordenadas, lo va dividiendo en trozos iguales hasta que llega a la altura del punto que marca a la familia González), yo creo que se junta en este punto ((igualta alturas del eje de ordenadas y punto "G".	4
P.- Bien, ¿donde viven?.	
A.- Yo creo que en campo.	
P.- Donde te he dado yo la información de que Manuel vive en el pueblo?.	
A.- Pues antes vimos que en el campo hay menos contaminación. Porque ya nos distes la información anteriormente de que la Manuel vivía en el pueblo porque tenía menos contaminación.	
P.- Alguno quiere decir otra cosa?.	
A.- Evaristo, la contaminación se refiere a la contaminación del medio ambiente por los coches y eso?.	

2ª UNIDAD. 2ª Tarea	
P.- Os voy a hacer otra pregunta.	
¿Tendrán las dos familias, por lo menos, algún animal en casa?.	2
A.- Si, si ,si claro	3
P.- Por qué?.	
Hablan todos.	
A.- La familia de Manuel ha gastado más en alimentos para los animales.	4
A.- Pero la familia Pérez tiene que tener algún animal aunque sea un pollo, pues no está pegando a la línea.	
Pero el que más tiene es Manuel.	

2ª UNIDAD.	3ª Tarea	
P.- Otra pregunta,		
¿Con cuál de las dos familias no viven los abuelos?.		2
A.- Con el Pérez, con Pérez, con la de Pérez.		3
Se establecen comentarios, en voz baja entre los alumnos.		
A.- Creo que con la de Pérez porque está mas abajo.		4
P.- Por eso tu crees que ...		
A.- También podría ser que con la familia de Manuel vivan otras personas como sus tíos y primos y que los abuelos vivan con la de Pérez.		
P.- Si la información que doy solo se refiere a los padres, hermanos y abuelos, ¿con quién vivirían los abuelos?. ¿Estáis de acuerdo con el razonamiento que ha hecho vuestro compañero?.		5
Todos comentan que los abuelos vivirían con la familia de Manuel		
A.- También podemos afirmarlo a partir del transporte colectivo. Los abuelos no van en coche por ahí.		3
Ja, ja, ja,...		
A.- Si pueden, si pueden		
A.- Yo el otro día vi a un viejo montado en un ferrari.		
Ja, ja, ja,...		
A.- Claro, yo conozco una familia de ingleses en la que el abuelo que tiene 60 años se va desde aquí a Inglaterra en el coche.		
P.- Independientemente de eso, cuando pase un rato a ver si alguien se acuerda de lo que hemos hablado y veremos si llevaba razón o no en el razonamiento que ha hecho. Ahora seguimos.		

2ª UNIDAD. 4ª Tarea	
P.- Otra pregunta: ¿Es cierto que la familia que guarda más alimentos en su casa recibe más contaminación que la otra?	2
A.- Si,	3
A.- No, no, no.	
A.- El si o el no , explicado en la pizarra.	
P.- ¿Quién cree que si?.	
A.- Yo.	
P.- Sal	
P.- ¿Quién cree que no?.	
A.- Yo, yo	
P.- ¿Quién no ha salido?	
A.- Yo .	
P.- Sal	
Salen a la pizarra a explicar por qué no:	
A.- Pérez, haciendo un gráfico así y empezando por uno, dos,... ¡No, me he equivocado, me he confundido con esto.	4
Sale otro niño a explicar lo contrario:	
A.- El que tiene menos contaminación es el que guarda menos alimentos en su casa.	
P.- ¿Qué dos gráficas debemos comparar?	5
A.- Esta, (señala la gráfica de: Gasto mensual en alimentos...) y la de la contaminación. (hace referencia a la gráfica nº1.	4

2ª UNIDAD. 5ª Tarea	
P.- Otra pregunta: ¿Qué familia gasta más en transporte colectivo?.	2
A.- Pérez, Pérez, Pérez, Pérez,	3
P.- ¿Quién dice que es Pérez?.	
Todos opinan que Pérez, menos dos.	
Este dice que es Manuel, sal y lo explicas.	
A.- Si es Manuel, claro	
P.- ¿Quién está de acuerdo con Pérez?.	
A.- Pérez, Pérez, Pérez, Pérez,	
La discusión, entre los mismos que dicen Pérez, se establece al comentar que los del pueblo, aunque utilizan más veces el transporte colectivo, al ser más lejos el viaje que hacen de vez en cuando, pueden gastar más.	3

2ª UNIDAD.	6ª Tarea	
<p>P.- Otra pregunta ¿Si te quedaras encerrado con tu padre y Los primeros comentarios se refieren a que sea con su padre. Parece ser que no les gusta mucho la idea. A.- Ja, ja, ja P.- y no pudieras salir en una semana A.- No, no, no... P.- ¡Que es con vuestro padre!, ¿no estáis a gusto con él? A.- (Murmullo). P.- ¿Se puede hacer la pregunta? A.- Si, si A.- Yo digo que para que va a estar una semana, podría estar menos, se tira por la ventana y ya está. A.- Ja, ja, ja... P.- ¿En cuál de las dos viviendas que poseen las familias te gustaría que te sucediera? A.- En la de Pérez, en la de Pérez. ... P.- Que levanten la mano los que dicen Pérez. (esta opción la eligen 10 alumnos) Salga señorita, dime por qué? Este dice que es la de Manuel, sal tu también. Por qué? A. El de Pérez, comenta: Yo creo que es él, porque está más tiempo en la casa. A.- Varios: No, no, .. A.- No, yo no estoy de acuerdo, (opina el de Manuel) A.- Yo creo que la de Manuel, porque los de pueblo están más tiempo en su casa que los de ciudad. A.- Eso sucede en los inviernos. A.- Quién da otro razonamiento? Yo creo que en la de Manuel, por si se tira por la ventana y solo me rompo una pierna P.- Quién da otro razonamiento? A.- Yo creo que en la de Manuel porque tiene más comida almacenada. P.- ¿Quién se apunta al razonamiento de más comida almacenada? A.- Yo, yo, yo, ... P.- ¿Podría ser un razonamiento?</p>		<p>2</p> <p>3</p> <p>2</p> <p>3</p> <p>3</p> <p>4</p>

<p>A.- Yo creo que en las dos, porque en la de Pérez, por estar en la ciudad tienen más medios de comunicación. Y en la de Manuel porque las casas no están tan altas y te puedes tirar.</p> <p>A.- Yo prefiero la de Manuel, porque las casas de pueblo son más bajas, sin embargo te vas a la de Pérez, es un rascacielos y no te puedes salir.</p> <p>A.- Yo creo que Manuel, tiene más comida.</p> <p>A.- Yo creo que en la de Pérez, tiene menos comida almacenada y luego gasta más en carne, en la otra gráfica.</p> <p>P.- ¿Cómo?</p> <p>A.- La familia de Pérez gasta más en carne que la de Manuel, aunque tiene menos animales guardados..</p> <p>A.- No, no, (la gran mayoría rechazan el razonamiento).</p> <p>P.- Ya que está hablando de carne, os voy a hacer otra pregunta</p>	4
---	---

2ª UNIDAD.	7ª Tarea	
P.- ¿Quién consume más carne?		2
A.- Pérez, Pérez, Pérez, Pérez, La mayoría comienza diciendo que la de Pérez.		3
P.- ¿Quien dice Pérez?		
A.- Yo.		
P.- Por qué?. Estoy diciendo consumo en carne		
A.- ¡Anda , no!, no, no, las dos iguales La mayoría: las dos iguales, las dos iguales, ...		
A.- Bueno, ¿qué es? : ¿Quién gasta o quien consume?		
A.- Quien consume, quien consume, ...		
A.- Entonces es Pérez		
A.- No, está a la misma altura,		
P.- Te vas a adelantar, bueno, dilo ya.		
A.- Como están a la misma altura , gastan lo mismo.		
A.- Los de los pueblos tienen animales en la casa que pueden matar. En la segunda gráfica vemos que gastan más alimentos en los animales?		4
A.- ¿Quién te ha dicho a ti eso?.		
A.- Hombre, eso lo sabe uno.		
P.- ¿Lo dice eso en la gráfica?.. ¿En qué gráfica dice eso?.		5
A.- Claro, en la tercera. (Se refiere a la de consumo mensual en carne, ...)		4
P.- Sal y nos dices en qué gráfica dice eso.		5
A.- Consumen los dos igual pero Pérez gasta más, por tanto Manuel tendrá que tener algo para no gastar y consumen los dos igual.		4
P.- Entonces, ese algo que tiene para no gastar qué es?.		

<p>A.- La carne, los cerdos, los animales. P.- ¿Dónde dice eso? A.- En el gasto mensual en comida para los animales, como gasta más en comida quiere decir que tiene más animales. A.- A lo mejor, el otro, el pájaro que tenga come más. A.- Ja, ja, ... P.- ¿Es correcto lo que ha dicho la compañera anterior? A.- Si, si, si</p>	4
<p>La mayoría apoyan esta explicación. A.- Quería decir otra cosa, lo que hemos dicho de gasto mensual en alimento de animales podría ser pesetas. Un canario puede gastar una peseta y el otro puede gastar cuatro, cada día, cada mes , cada año. P.- Entonces, habría que darle una solución al consumo de carne. A.- Tendrías que poner una escala de valores todos iguales y luego en esa escala de valor tendrías que poner un tiempo, no gasta lo mismo Pérez en un año que en un día . P.- En esta gráfica pone mensual, en esta también se suponía que era mensual.</p>	4
<p>A.- Yo, creo A.- Tu te refieres a valores que van de 1 pta. a 4 pta. Podría ser que los dos tuvieran un pájaro. Entonces, ¿cómo te explicarías tu que el consumo de carne fuera igual, si no gastan igual? A.- Por ejemplo, puede tener un frigorífico grande y almacenar ahí todos los cerdos que mata. A.- ja, ja, ja, A.- ¿Cómo tiene los cerdos? P.- Para matar el cerdo, se tendrán que dar dos condiciones, cuáles serían? A.- Ahí pone gasto en carne y no consumo de animales, puede comprar cerdos y matarlos. P.- ¿Dónde repercutiría? A.- En el gasto de cada familia en animales. A.- Yo pienso que si compras un perro no es como si compras un trozo de carne. A.- Ja, ja, ja A.- Yo creo que una persona no se va a gastar 200.000 pta en animales de compañía. A.- Yo creo que si compraras un perro A.- El perro no produce , el perro gasta y el cerdo produce carne, A.- Y la vaca</p>	3

<p>A.- Un cerdo lo echas pequeño a un prado y comiendo hierba se pone grande y se reproduce</p> <p>A.- Ja, ja ,ja...</p> <p>Se enredan en una discusión de 1, 2, varios cerdos...</p> <p>P.- Quién puede resumir por qué gasta uno más y otro menos, según las gráficas</p> <p>A.- Aquí lo que está diciendo es lo que gasta cada familia en comprar carne, aquí lo que dice es consumo de carne por familia, lo que consume cada familia, lo puede tener o lo puede estar comprando.</p> <p>Luego en el consumo de carne las dos familias consumen lo mismo, según la escala que hemos dicho antes</p> <p>A.- No, fuera, deja la escala</p> <p>P.- Dejarlo, el esta empeñado en esa justificación. ¿Quién da otra?</p> <p>A.- Dice que el gasto mensual es más grande y habéis dicho que si tiene un cerdo o una vaca lo hecha por ahí al campo y come el solo, no tendrá que comprarle la comida.</p> <p>P.- Supongamos que ese año no llueve, los prados están secos</p> <p>A.- Tendremos que comprarle a la vaca y al cerdo el pienso, entonces se gastaría más en animales.... pero gastaría menos en carne.</p>	<p>5</p> <p>6</p> <p>5</p> <p>3</p>
---	-------------------------------------

<p>2ª UNIDAD. 8ª Tarea</p>

<p>P.- Suponiendo que todos los miembros de una familia gastan la misma cantidad de carne al cabo de un año y a ti te gusta mucho la carne. ¿Qué familia elegirías para vivir?</p> <p>A.- ...</p> <p>P.- Suponiendo que las dos familias gastan la misma cantidad de carne.</p> <p>A.- Con Pérez</p> <p>P.- ¿Por qué?</p> <p>A.- Porque tiene más dinero.</p> <p>P.- Gastan la misma cantidad de carne, es decir, los dineros no van a influir. Mirar a la gráfica.</p> <p>A.- Si Pérez tiene una carne que no me gusta y Manuel si, yo me iría con Manuel.</p>	<p>2</p> <p>3</p>
---	-------------------

P.- Los dos tienen el mismo tipo de carne. Que salga el no ha salido	
A.- El número de hijos de Manuel es menor, luego yo creo	
A.- Son iguales, son iguales, ja, ja, ja	5
P.- Por el número de hijos tampoco, quien da otro razonamiento	
A.- Como no tienen las mismas personas pues uno gastará más.	3
P.- Si gastan los dos lo mismo	
A.- Con el que tenga menos personas.	
A.- Con Manuel	
A.- Con Pérez	
P.- Ya no nos hemos puesto de acuerdo	
A.- Con Pérez. Pérez, Pérez	
P.- ¿Por qué?	
A.- Aquí pone que Manuel tiene más número de personas, luego con Pérez te tocará más carne	4
P.- Luego, ¿con quién te irías?	
A.- Todos: con Pérez	4
A.- Había dicho Manuel	
P.- ¿Hay alguien que se quiera ir con Manuel?	
A.- No, no, no,	

2ª UNIDAD.	9ª Tarea
P.- ¿Con qué familia te gustaría vivir?.	2
A.- ...	
P.- Que levanten la mano los que quieran con Pérez.	
A.- Yo no, yo no, yo no,	3
A.- Dos, dicen que con Pérez	
P.- ¿Con Manuel?	
A.- La Mayoría	

La última parte de la situación no dio tiempo a desarrollarla en esta sesión.

Resumen de las interacciones por tareas.

Tarea	Secuencia de interacciones	Total interacciones
1.1	P A A A A A P A A P A A P A A P A P A A	21
1.2	P A P A A P A P A A P A	13
1.3	P P A P A A A P A A P A P A P A P A P A P A A A A A A P A P A A A P A P A P A P A A A A P A P A P A P A P A P A P A P A A A A A P A P A A A A A P A A A A P A A P A A A A A A A P A P A A A P A A P A P A P A A P A A A P A	107
2.1	P A P A P P A A P A P A P A P A P A P A P A	22
2.2	P A P A A	5
2.3	P A A P A P A A A A P	11
2.4	P A A A P A P P A P A P A A P A	16
2.5	P A P A P A	6
2.6	P A P A P A P A A A P A P A A A A A A A P A P A P A A A A P A A P	32
2.7	P A P A P A A A A A P A A A A A P A P A P A P A A A P A A P A P A A A A A P A P A A A A A A A A A P A A P A P A	55
2.8	P A P A P A P A P A A P A P A A A P A P A P A P A A P A	26
2.9	P A P A A P A	7
TOTAL		321

INTERACCIONES SEGÚN AGENTE			
Tarea	Profesor	Alumnos	Total
1.1	6	15	21
1.2	6	7	13
1.3	37	70	107
2.1	11	11	22
2.2	2	3	5
2.3	4	7	11
2.4	7	9	16
2.5	3	3	6
2.6	11	21	32
2.7	16	39	55
2.8	11	15	26
2.9	3	4	7
Total	117	204	321
Porcentaje	36.4 %	63.5 %	100%

Resumen de las actuaciones por tareas.

Tarea	Tipos actuaciones
1.1	1, 6
1.2	1, 2, 3, 4,
1.3	1, 2, 3, 4, 5, 3, 5, 4, 5, 3, 4, 5, 4, 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, 3, 4, 3, 4, 5, 4, 5, 4, 5, 4, 2, 3, 2, 3, 5
2.1	1, 3, 1, 3, 1, 2, 3, 4,
2.2	2, 3, 4,
2.3	2, 3, 4, 5, 3,

2.4	2, 3, 4, 5, 4,
2.5	2, 3, 3,
2.6	2, 3, 2, 3, 3, 4, 4,
2.7	2, 3, 4, 5, 4, 4, 4, 3, 5, 6, 5,
2.8	2, 3, 5, 3, 4, 4,
2.9	2, 3,

Cuadro resumen de frecuencias de tipos de actuaciones por tareas.

Tareas	Tipo de actuaciones						total
	1	2	3	4	5	6	
1.1	1					1	2
1.2	1	1	1	1			4
1.3	1	11	7	16	7		42
2.1	3	1	3	1			8
2.2		1	1	4			6
2.3		1	2	1	5		9
2.4		1	1	2	1		5
2.5		1	2				3
2.6		2	3	2			7
2.7		1	2	4	3	1	11
2.8		1	2	2	1		6
2.9		1	1				2
total	6	22	25	33	17	2	105
Porcentaje	5,7 %	21 %	23,8%	31,5 %	16,1 %	1,9 %	100 %

Globalmente se han producido 321 interacciones, que se han agrupado en 105 actuaciones distintas; corresponde un promedio de tres interacciones por actuación. Del total de interacciones, 204 corresponden a alumnos (64 %) y las 117 restantes al profesor (36 %). Estos porcentajes expresan un alto grado de participación de los alumnos en las actividades.

Según el tipo de actuación observamos que el planteamiento de problemas y las cuestiones que se generan en el discurso ocupan un 37 % de las actuaciones ocurridas, mientras que las respuestas, conjuntamente las intuitivas y las fundadas suponen el 55 % de las actuaciones. Hay una relación 3:2 entre respuestas y preguntas, en promedio.

En el cuadro resumen de las interacciones podemos observar que las secuencias de interacciones profesor alumnos cambian 109 veces; de las cuales, 68 la secuencia de interacción se produce siguiendo en patrón (P,A); 21 veces la interacción responde al patrón (P,A,A); En ocho de los casos los alumnos intervienen tres veces por una del profesor. Debemos destacar que en el 37,6 % de las veces los alumnos intervienen más de dos veces, llegando en ocasiones a producirse ocho interacciones de los alumnos continuadas por una del profesor.

En el cuadro resumen de las actuaciones por tareas se observa que las secuencias de actuaciones que se dan, en la mayoría de los casos aparecen siguiendo el orden 1-2-3-4. Esta secuencia nos muestra como los alumnos, una vez conocido el tema a trabajar y la pregunta a contestar, realizan una serie de aproximaciones de tipo intuitivo para posteriormente llegar a conclusiones o proposiciones que responden a criterios sacados de los gráficos o informaciones que se dan en la situación. En algunos casos, la creatividad de los alumnos genera la introducción de variables que no están contenidas en la información inicial y que dan lugar a propuestas de solución de tipo intuitivo o cualitativo.

En todos las tareas se presenta la secuencia 2-3-4 que va de la pregunta a las contestaciones cualitativas a las contestaciones basadas en criterios objetivos sacados de la información gráfica o escrita. Solo en dos tareas la 2.5 y 2.9 que responden a las

preguntas ¿Qué familia gasta más en transporte colectivo? y ¿Con qué familia te gustaría vivir?, no se presentan interacciones del tipo 4, se debe a que no existen criterios objetivos que se puedan sacar de los gráficos para llevar a cabo las conclusiones.

V.4.- Representación de relaciones entre variables utilizando sistemas creativos y convencionales

V.4.1 Situación " Visita a Mercagranada "

Con esta situación nos planteamos por una parte, analizar los conocimientos adquiridos por los alumnos a través de las situaciones propuestas anteriormente y, por otra, analizar los códigos no convencionales y creativos que los alumnos utilizan para interpretar o expresar las relaciones entre variables. Por último, se pretende que los alumnos expresen relaciones utilizando aproximaciones a los códigos convencionales.

El texto que presentamos a continuación es el que se preparó para esta situación. Cada una de las preguntas lleva incorporado el espacio en el cual tienen que contestarla, bien mediante un gráfico, dibujo, u otro cualquier sistema de representación. En algunos casos se solicitaba más de un sistema de representación para la situación descrita, con el fin de detectar cuáles representaciones son las más utilizadas por los alumnos.

VISITA A MERCAGRANADA

Eran las nueve de la mañana de un día frío del mes de Enero cuando Pepito entraba a Mercagranada con su padre. Iban a comprar productos para la tienda que el padre tiene en el barrio donde viven.

La mañana era fría, aunque Pepito iba bien abrigado, sus pies estaban helados de pisar la nieve del día anterior. Un cuarto de hora tardaron él y su padre en llegar del aparcamiento a la lonja de Sr. Juan, amigo de su padre, al que le compran la mayoría de los productos que necesitan.

Al verlos entrar, el Sr. Juan les dijo: "quitáros la bufanda y los guantes, ¡que no es para tanto!"

Pudieron comprobar que tenía razón su amigo al ver que el termómetro marcaba doce grados. En ese mismo instante un número le vino al padre de Pepito a la cabeza. El número es el que le gusta menos a los supersticiosos, y le vino a la cabeza al calcular la diferencia de temperatura que había dentro y fuera de la calle.

Media hora más tarde llegó otro amigo del padre, el tío Antonio, que es el dueño del almacén de plátanos. El padre se lo presentó a Pepito y le animó a que acompañara al tío Antonio al almacén de plátanos y eligiera los que más le gustaran para llevárselos a la tienda.

Pepito no había visto nunca una cámara de maduración de plátanos, en el momento de llegar unos empleados estaban terminando de llenar una de esas cámaras y pensó que sería el momento de conocer cómo era una cámara por dentro. Miró los mandos de la cámara y vio que no había ninguno con la luz roja. El reloj marcaba las diez y cuarto y el termómetro doce grados centígrados.

Pensó que no había peligro y se introdujo dentro de la cámara. En ese instante los empleados, que no se habían percatado de Pepito, cerraron la puerta y conectaron los mandos de la cámara.

La cámara es programable desde fuera. Un empleado le introdujo el siguiente programa:

- Primera media hora.-Subida de dos grados cada cinco minutos.
- Segunda media hora.-Bajada de un grado cada cinco minutos.
- Tercera media hora.-Subida de tres grados cada diez minutos.
- Cuarta media hora.-Bajada de un grado cada diez minutos.
- Esta secuencia se repite indefinidamente.

Después de buscar por todo Mercagranada un empleado abrió la cámara y se encontró a Pepito. Eran las trece horas.

¿Estaría helado?

¿Se habría achicharrado?

¿Estaría maduro?

¿Qué habría hecho con su ropa?

1) Teniendo en cuenta la hora que llegó Pepito a Mercagranada y que estudia E.G.B.

¿Serías capaz de adivinar que día del mes de Enero se trata?.....

¿Por qué?

¿Podría ser algún otro día?.....

2) Inventa alguna forma a través de la cual se pueda relacionar los principales acontecimientos de la historia con la hora a la que ocurren.

3) Añade tú algún acontecimiento nuevo que se te ocurra y colócalo en el lugar que corresponda, según la hora.

Hora _____ Acontecimiento _____
 Hora _____ Acontecimiento _____

4) En todos los lugares no hay la misma temperatura. Representa como tu quieras las distintas temperaturas que hay en la historieta, según el lugar en que está Pepito.

Podrías inventar alguna otra forma de representarlo?

¿Serías capaz de hacerlo también con los acontecimientos y las horas del apartado 2º?

5) Cada casilla del folio es un termómetro. Representa en ellos las distintas temperaturas de la actividad anterior.

6) Ahora, en lugar de un termómetro, cada casilla es un reloj, representa en ellos las distintas horas que aparecen en la historia.

7) Abajo tienes un espacio para representar en una recta el momento en que haya ocurrido alguna cosa importante. Añade que cosa ha ocurrido en cada momento.

8) Representa en una recta cada una de las temperaturas que hace según el lugar en el que esté Pepito. Para ello puedes elegir uno de estos dos recuadros.

9) ¿Podrías hacer una representación donde aparezcan las temperaturas y las horas?

10) Al día siguiente Pepito también acompañó a su padre, pero en esta ocasión llegaron a las siete de la mañana a Mercagranada y en la calle hacía una temperatura de tres grados bajo cero.

¿Podrías representar estos datos suponiendo que se hubiera quedado encerrado de nuevo?



11) Representa de la forma más sencilla posible las dos visitas que realizó Pepito a Mercagranada.



12) Inventa tres preguntas referidas a las gráficas que has hecho y entrégaselas a tu compañero para que las conteste.

A.- _____

B.- _____

C.- _____

V.4.2 Respuestas aportadas por los alumnos

"MERCAGRANADA"

PREGUNTA N° 1

1) Teniendo en cuenta la hora que llegó Pepito a Mercagranada y que estudia E.G.B.
 ¿Serías capaz de adivinar que día del mes de enero se trata?
 ¿Por qué?
 ¿Podría ser algún otro día?

Esta es una pregunta introductoria, encaminada a situar al alumno en el contexto de los acontecimientos de un modo directo, en cuanto sujetos protagonistas de una visita a Mercagranada condicionados por unas circunstancias muy similares a las de Pepito: Ser escolar, tener un horario y disfrute de vacaciones, etc.

El intervalo de respuestas posibles es amplio, y los límites que lo definen son: los días festivos del mes de Enero, los días de vacaciones, el horario de entrada a clase y en última instancia la temperatura de un grado bajo cero que pudo hacer ese día.

RESPUESTA	%	RAZONES
El 14 de Enero.	50	Por ser sábado y no tener colegio.
Un sábado cualquiera del mes de Enero.	25	Por no tener colegio y estar abierto Mercagranada.
Del 1 de Enero al 7 menos el día de reyes.	12,5	Porque no hay colegio.

<i>Desde el uno de Enero hasta antes de comenzar el colegio, y los sábados exceptuando festivos.</i>	12,5	<i>Por no tener colegio ni ser festivo.</i>
<i>El % mas elevado corresponde al sábado 14 de Enero, que fue el sábado mas próximo al día en que se realizó la prueba. Tan solo un 12% aproximadamente delimitan perfectamente desde un primer momento todo el intervalo de posibles soluciones.</i>		

Al preguntar qué otros días serían posibles distinguiremos tres tipos de respuestas:

- 1.- Los que cubren todo el intervalo de días posibles.
- 2.- Los que dejan algún día posible sin tenerlo en cuenta.
- 3.- Los que consideran la temperatura como factor determinante.

<i>OTROS DÍAS</i>	<i>%</i>
<i>Cubren todo el intervalo de soluciones</i>	16
<i>Dejan algún día sin considerar</i>	80
<i>Consideran la temperatura como factor determinante</i>	4

PREGUNTA N° 2

2) *Inventa alguna forma a través de la cual se pueda relacionar los principales acontecimientos de la historia con la hora a la que ocurren.*



El objeto de este ítem consiste en analizar las diferentes formas que se les ocurren a los alumnos para relacionar una variable de tipo cualitativo (los acontecimientos ocurridos) con otra variable de tipo cuantitativo (la hora a la que ocurren).

La cuestión se formula abiertamente, de manera que no se condicione de entrada al alumno para que utilice un código determinado (ya sean las tablas, el dibujo, o la escritura).

Las respuestas se dividen en dos bloques:

<i>RESPUESTAS</i>	<i>%</i>
<i>A.1 Completas: 1.- Con códigos usuales</i>	<i>42</i>
<i>2.- Con códigos creativos</i>	<i>16</i>
<i>A.2 Incompletas o incorrectas</i>	<i>42</i>

<i>A.1.1.- Respuestas completas con códigos usuales</i>	<i>%</i>
<i>Establece una secuencia completa de relaciones escritas:</i>	
<i>a.- Sin utilizar tabla..... (Gráfico 1)</i>	<i>25</i>
<i>b.- Utilizando tabla (Gráfico 2)</i>	<i>17</i>
<i>TOTAL</i>	<i>42</i>

(Gráfico 1)

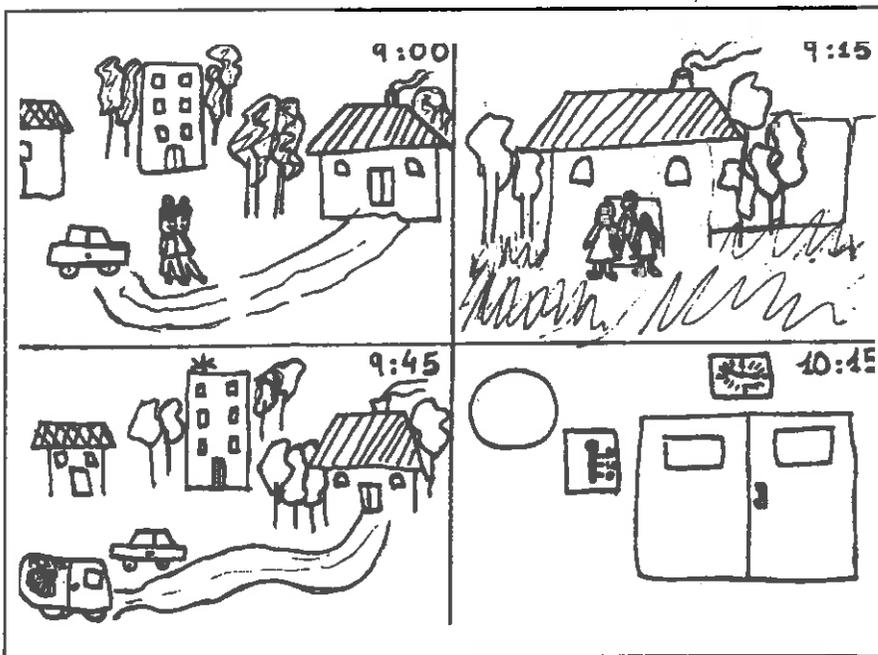
Pepito a las nueve entra a Mercaderada. A las 9:30 salieron hacia la lonja y llegaron a las 9:45.
 A las diez y cuarto se metió en la cámara.
 A las 11:15 estaba en la cámara con una temperatura de 6°.
 A las doce y cuarto, estaba en la cámara a una temperatura de 12°.
 A las 12:45 estaba a 24° en la cámara.
 A las 12:59 estaba a 21°.
 A las 13:00 le sacaron de la cámara.

(Gráfico 2)

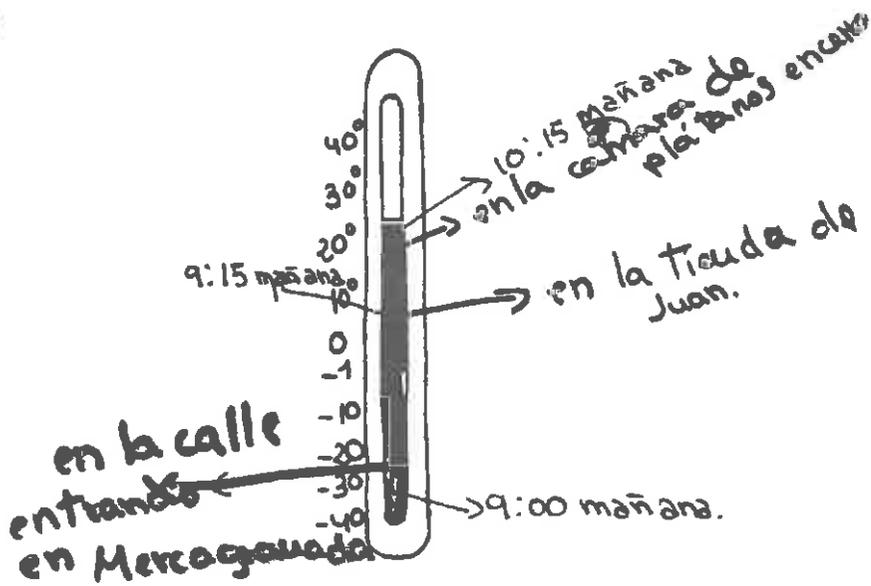
HORA	ACONTECIMIENTO
9:00	Pepito y su padre entran en Mercaderada
9:05	Llegan a la lonja del Sr. Juan
9:30	El padre piensa la diferencia de nº entre la calle
9:45	Llega el tío Juan y se lo presenta a Pepito
10:00	Llega a la cámara para observarla
10:05	Unos empleados acaban de llenar una cámara
10:15	Pepito queda encerrado en la cámara
13:00	Encuentran a pepito en la cámara
13:30	Pepito elige los plátanos
14:15	Descargan los plátanos en la tienda.

A.1.2.- Respuestas completas con códigos creativos	%
Representa varias viñetas de acontecimientos diferentes y a cada una le coloca un reloj con la hora. (Gráfico 3)	8,1
Señala en un termómetro los diferentes acontecimientos la hora a la que ocurren y la temperatura correspondiente. (Gráfico. 4)	4,1
Construye dos escalas numéricas perpendiculares sin ejes, una para la hora y otra para numerar los acontecimientos. (Gráfico 5)	4
TOTAL	16

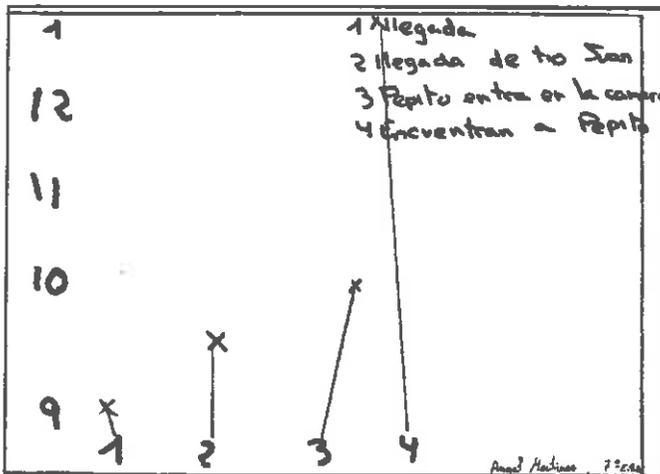
(Gráfico 3)



(Gráfico 4)

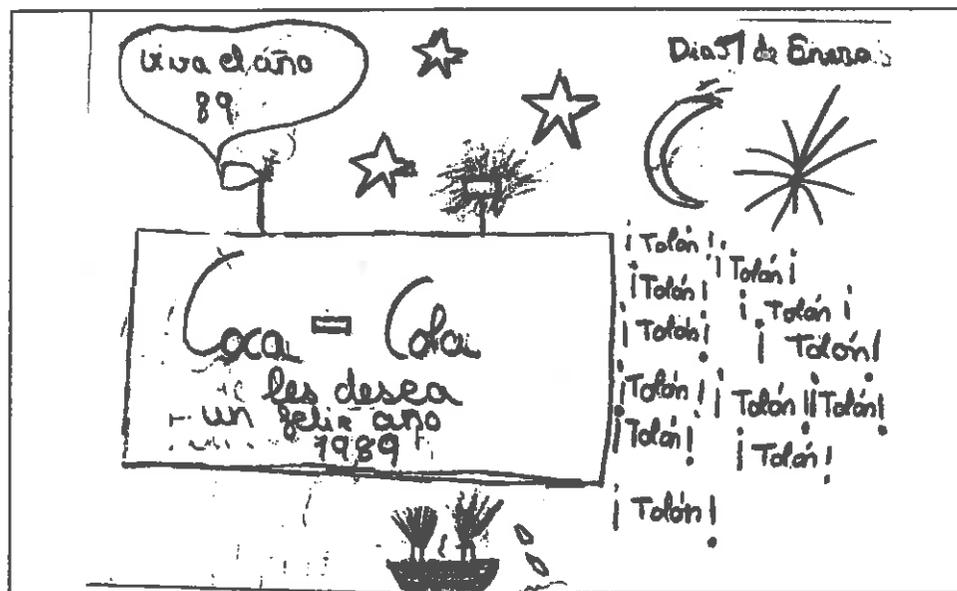


(Gráfico 5)



A.2.- RESPUESTAS INCOMPLETAS E INCORRECTAS	%
Realiza un dibujo sin que aparezca la relación que se pide. (Gra. 6)	21
Asocia solamente una hora al dibujo un único acontecimiento.	12,5
Respuestas incompletas o incorrectas.	
Asocia acontecimientos con temperaturas en el dibujo de un termómetro.	4,1
Utiliza los ejes de coordenadas de forma incorrecta.	4,1
TOTAL	41,1

(Gráfico-6)



Comentario a la pregunta nº 2

Predominan las descripciones escritas que encadenan las horas con los acontecimientos, ocupando el uso de tablas un porcentaje inferior a la simple descripción literal y muy similar al uso de representaciones creativas, que cubren un 16% de las respuestas.

Dentro del 42% de respuestas incompletas o incorrectas detectamos mayoritariamente despistes, lectura ligera o falta de entendimiento real de la información que se pide y sólo en muy pocos casos errores conceptuales. Como dato ilustrativo, un 12% establece la relación, pero de forma incompleta, representando uno solo de los acontecimientos.

Respecto al uso de sistemas de representación convencionales, cabe destacar que, espontáneamente, los alumnos de 7º no utilizan los ejes de coordenadas como posible sistema de representación, sino que utilizan esquemas mas primitivos e intuitivos. Tan solo un alumno intenta utilizarlos y lo hace de forma incorrecta.

PREGUNTA N°3

3) Añade tú algún acontecimiento nuevo que se te ocurra y colócalo en el lugar que corresponda, según la hora.

Hora	Acontecimiento
Hora	Acontecimiento

Esta es una pregunta de refuerzo a la anterior, encaminada a fomentar la inventiva de los alumnos en la interpretación de la historieta y la posible ocurrencia de otros acontecimientos. En general, son muchos los alumnos que responden acertadamente a esta pregunta, un 80 %, algunos sin embargo no acaban de comprender lo que se pide y se limitan a registrar acontecimientos de la historieta sin inventar nada, un 20%.

Cabe señalar la originalidad y sentido del humor de varias respuestas:

"Resbala en una cáscara de plátano y cae en el horno de hacer bollos".

"Desayuna en una cafetería mientras le preparan el desayuno"

"Se cuelga por la ventanilla del obrador de pasteles y bollos"

"Pepito vio una máquina de pelar patatas con una luz roja que en caso de encenderse explotaría el almacén"

PREGUNTA n° 4

4) *En todos los lugares no hay la misma temperatura. Representa como tu quieras las distintas temperaturas que hay en la historieta, según el lugar en que está Pepito.*

Podrías inventar alguna otra forma de representarlo?

¿Serías capaz de hacerlo también con los acontecimientos y las horas del apartado 2°?

Es del mismo tipo que la n° 2, solicita relacionar temperaturas con lugares (cualitativa- cuantitativa).

En comparación con los porcentajes obtenidos en la pregunta n°2 se observan algunas variaciones muy significativas:

<i>TIPO DE REPRESENTACIÓN</i>	<i>% Preg. n°4</i>	<i>% Preg. n°2</i>
<i>Uso de tablas.</i>	<i>4,2</i>	<i>17</i>
<i>Uso de ejes de coordenadas.</i>	<i>52,1</i>	<i>0</i>
<i>Uso de sistemas no convencionales.</i>	<i>35,4</i>	<i>16</i>
<i>Incorrectas, ininteligibles o en blanco</i>	<i>8,3</i>	<i>42</i>
<i>Uso de secuencias de relaciones escritas</i>	<i>0</i>	<i>25</i>

Se aprecia una disminución considerable en el uso de tablas, el uso de secuencias escritas y en el número de respuestas incorrectas o ininteligibles.

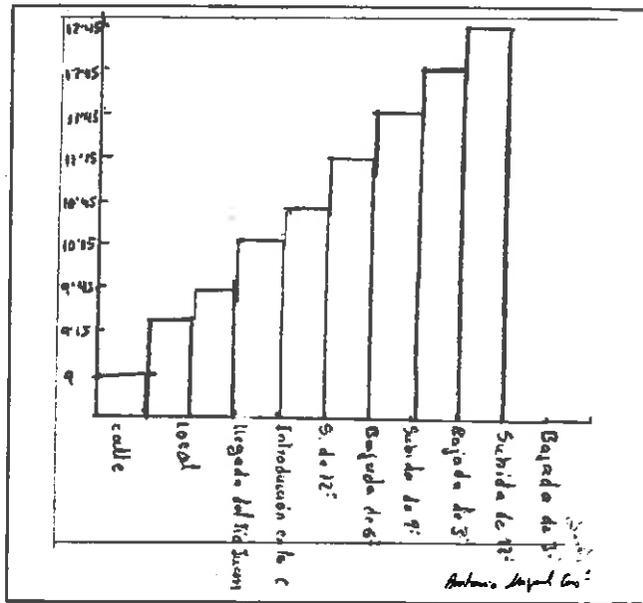
Se da un aumento considerable en la utilización de los ejes de coordenadas y en el uso de sistemas no convencionales.

Desglose más detallado de las respuestas a la pregunta n° 4

A.- Uso de sistemas convencionales.	%
Uso de tablas.	4,2
Uso de una escala numérica en uno de los ejes y una secuencia cualitativa en el otro:	
a) Utilizando gráfico de barras..... (Gráfico 7)	22,5
b) Utilizando gráfico lineal (Gráfico 8)	6,3
c) Mediante líneas perpendiculares a los ejes en los valores asignados en la escala o secuencia .. (Gráfico 9)	6,3
Utilizando dos escalas numéricas para relacionar dos aspectos cualitativos..... (Gráfico 10)	12,6
Uso de dos secuencias de cualidades o acontecimientos una para cada eje de ordenadas..... (Gráfico 11)	4,4
Uso de secuencias de relaciones escritas. (Gráfico 12-13)	
Incorrectas o ininteligibles.	8,3
TOTAL.....	64,6
B.- Sistemas no convencionales (Gráficos 14-15-16)	35,4

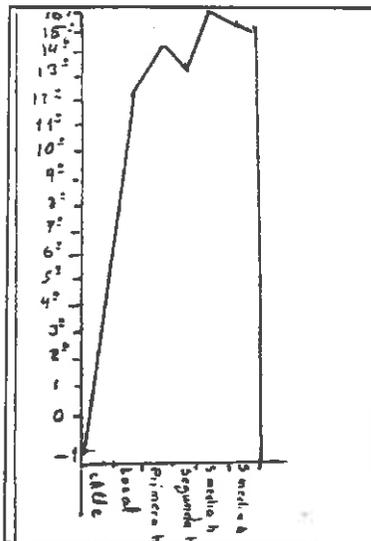
a) Utilizando gráficos de barras.

(Gráfico 7)

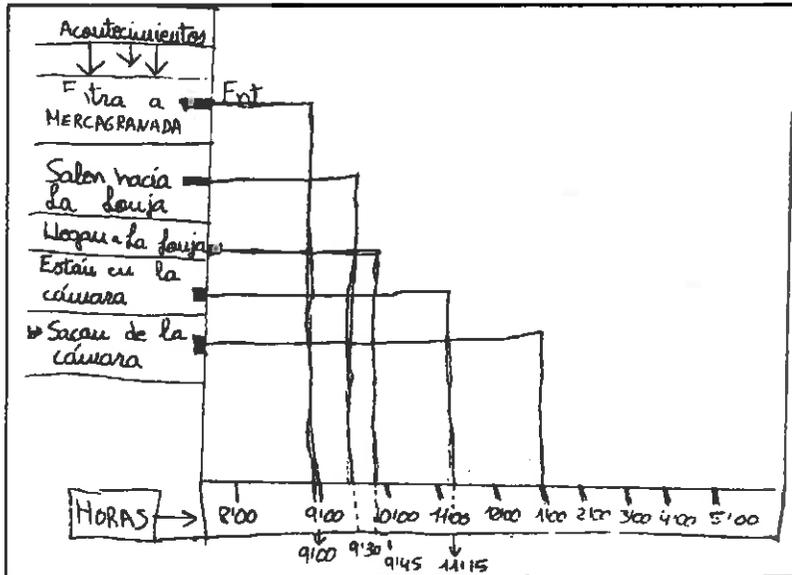


b) Utilizando gráfico lineal

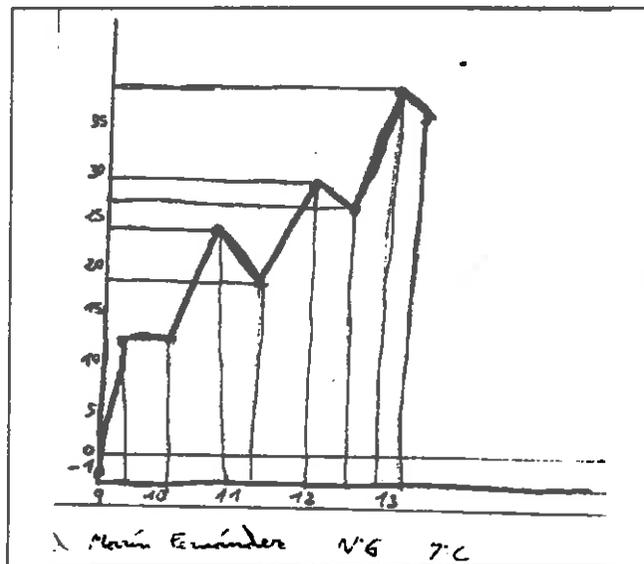
(Gráfico 8)



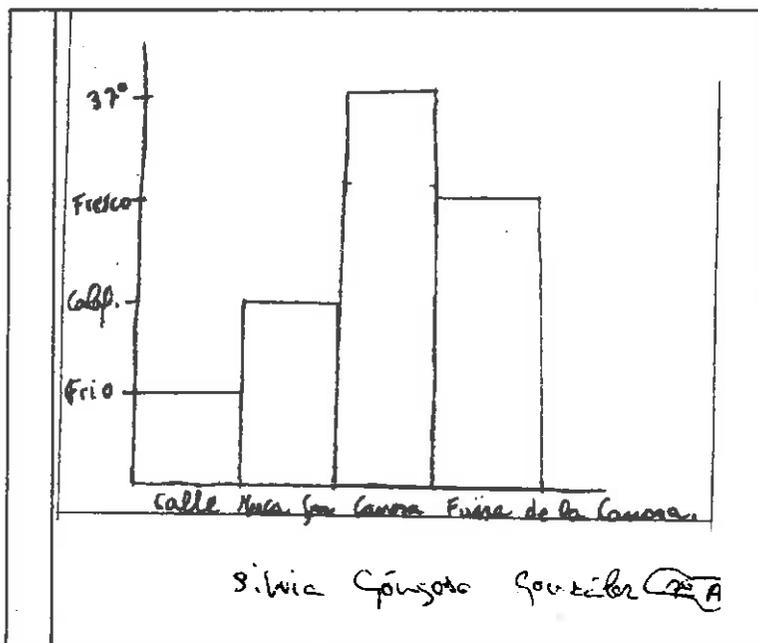
c) Marcando la ordenada y la abscisa de cada una de los puntos de la representación mediante líneas perpendiculares a los ejes en los valores asignados en la escala o secuencia. (Gráfico 9)



Utilizando dos escalas numéricas para relacionar dos aspectos cuantitativos. (Gráfico 10)

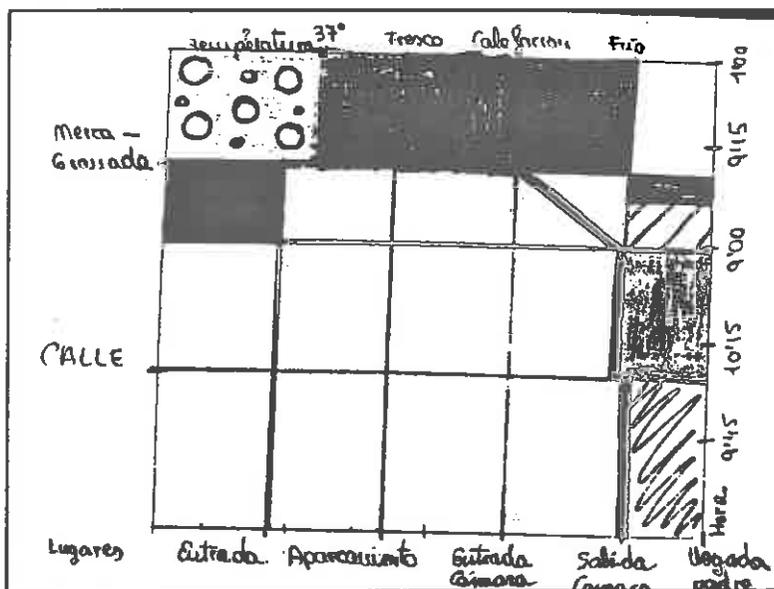


Uso de dos secuencias de acontecimientos una para cada eje de ordenadas.

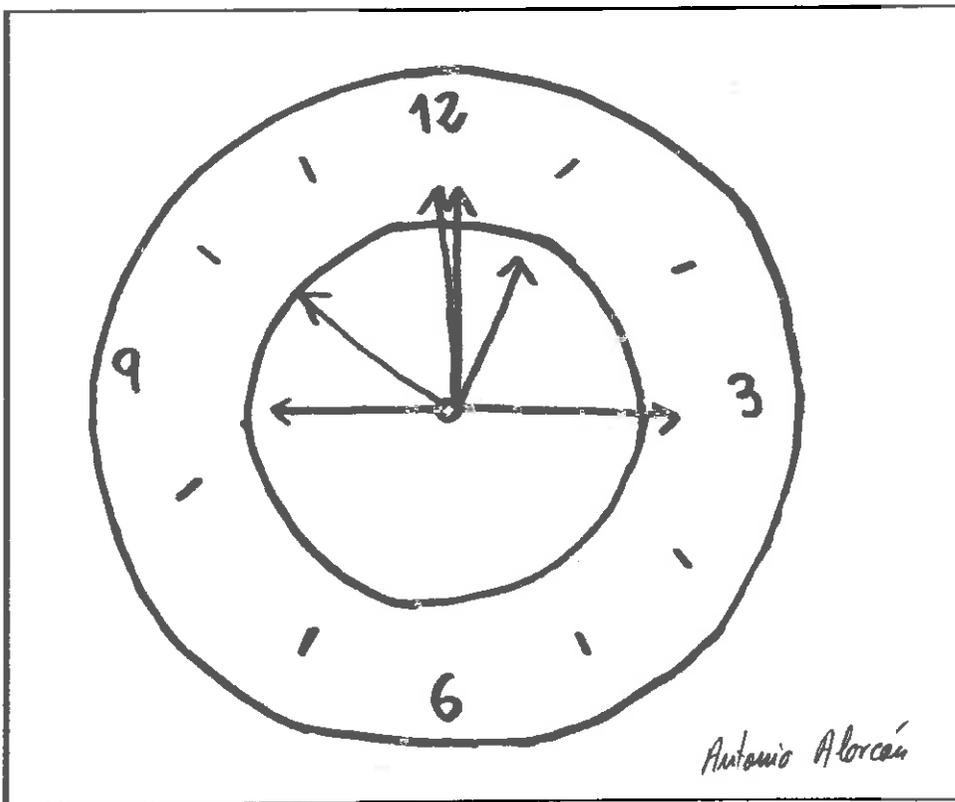


(Gráfico 11)

Uso de secuencias de relaciones escritas. (Gráficos 12-13)

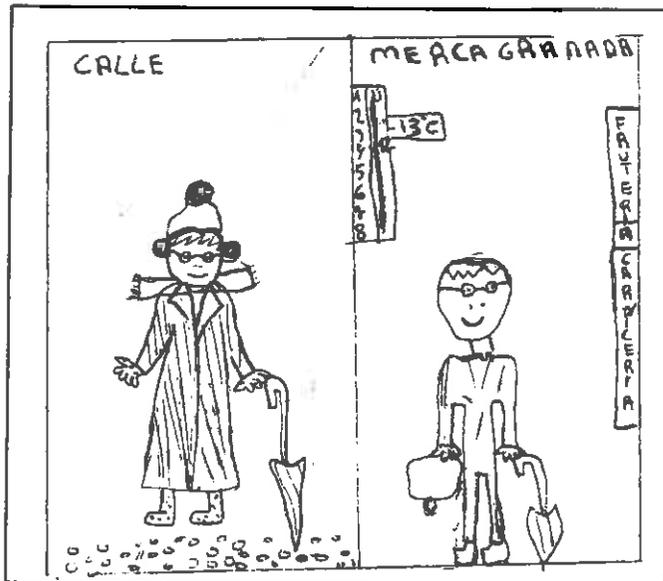


(Gráfico 13)

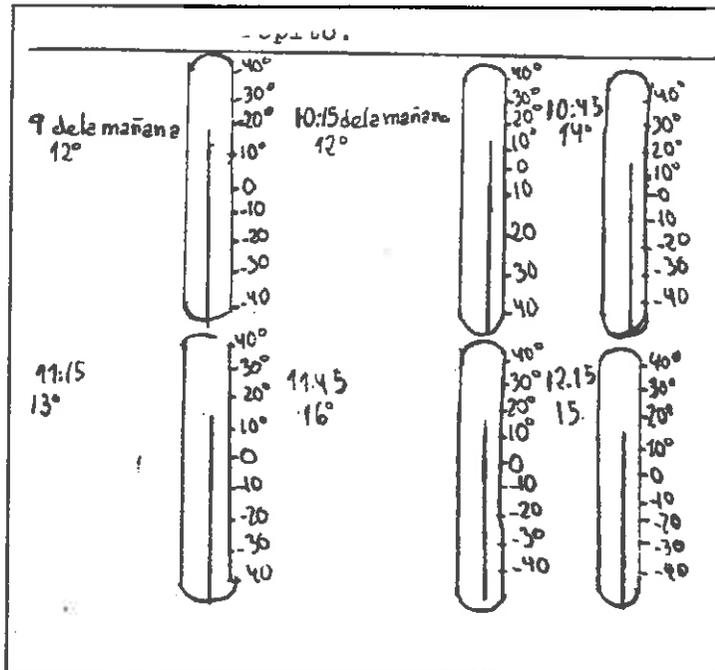


Sistemas no convencionales: (Gráficos-14,15,16)

(Gráfico 14)

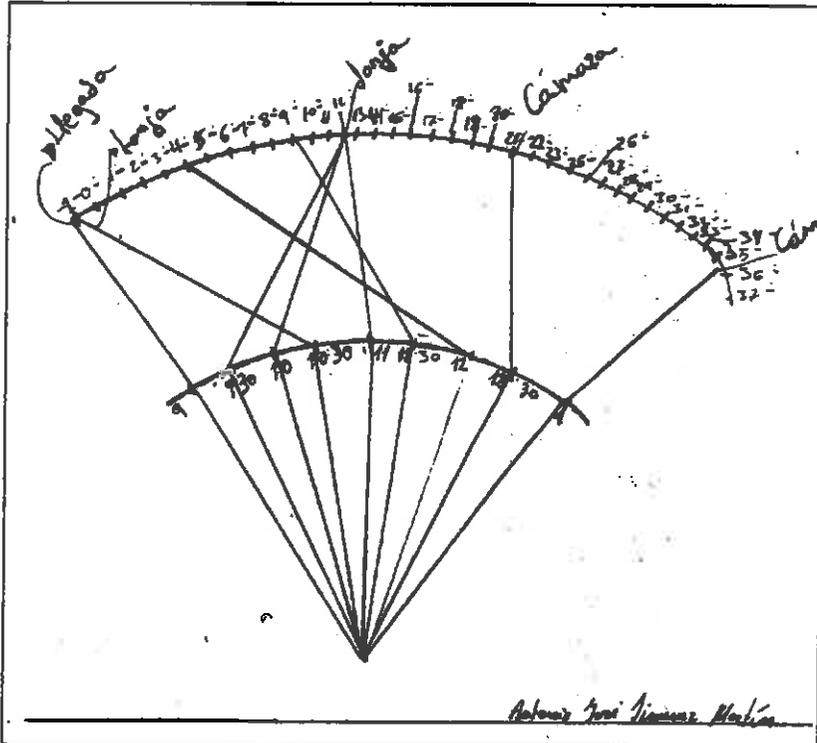


(Gráfico 15)



(Gráfico 16)

Asociando representaciones lineales.



Este gráfico es muy original, se trata de un diagrama de flechas entre una escala horaria, representado en un arco de circunferencia, y una escala de temperaturas, representada en otro arco de circunferencia concéntrico con el anterior. La relación viene expresada trazando un segmento desde cada punto horario significativo hasta la temperatura correspondiente. Es un ejemplo de diagrama en el que se asocian puntos sobre las representaciones curvilíneas paralelas.

PREGUNTA n° 5

5) Cada casilla del folio es un termómetro. Representa en ellos las distintas temperaturas de la actividad anterior.

a.- Con respecto a la disposición de los datos.-

A) Disposición horizontal:	%
Colocando la escala numérica completa con intervalos de 1 en 1 en todas las barras.	20
Colocando solo la temperatura final en referencia al origen.	4
Colocando la escala numérica completa con intervalos de 1 en 1 solo en el eje de referencia.	12
Colocando una escala numérica horizontal con intervalos de 10 en 10 solo en el eje de referencia.	4
Colocando una escala numérica horizontal con intervalos de 10 en 10 pero en todas las barras.	8
B) Disposición vertical:	
Colocando una escala numérica completa al lado de cada barrita con intervalos de 1 en 1.	12
Colocando una escala numérica completa al lado de cada barra con intervalos de 5 en 5.	16
Colocando una escala numérica vertical de 1 en 1 solo en el eje de referencia.	4
C) En blanco.	20

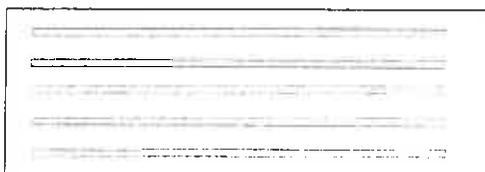
b.- Con respecto a la elección de un origen o punto de referencia.

	%
* Elige un punto de referencia común a todas las barritas, donde coloca el cero.	24
* Elige el comienzo de las barritas como origen de referencia, colocando unas veces el cero y otras como si fuese un termómetro que empieza por menos.	40
* Otros	36

El termómetro es un caso curioso para la elección de sistemas de referencia, puesto que su lectura práctica se hace tomando como patrón la distancia al cero por arriba o por abajo. Sin embargo, su lectura puede crear ciertas confusiones en cuanto que es el desplazamiento del mercurio el que se acerca o separa de cero, sin que el recorrido parta del punto de referencia implícito (el 0) sino desde el principio donde comienza el depósito de mercurio.

PREGUNTA Nº 6

6) Ahora, en lugar de un termómetro, cada casilla es un reloj, representa en ellos las distintas horas que aparecen en la historia.



A.- Todas las representaciones en disposición horizontal.

B.- Técnicas de representación:

Escala con una recta desde el origen.

Escala con superficie coloreada o rayada desde el origen

Escala donde se señalan intervalos.

C.- Sentido del origen

En el comienzo de la barra es donde todos sitúan el origen.

Todos comienzan a las 8 o las 9 horas.

- * Colocan la escala en un solo eje tomado como referencia.
- * Repiten la numeración de la escala en cada una de las barras.
- * Señalan al final de cada barra la unidad correspondiente, sin añadir más números ni medidas.

PREGUNTA N° 7

7) Abajo tienes un espacio para representar en una recta el momento en que haya ocurrido alguna cosa importante. Añade que cosa ha ocurrido en cada momento.

Disposición de la recta (tendencias utilizadas.)

- * Recta oblicua (Gráficas 17-18)
- * Recta horizontal (Gráficas 19-20)
- * Recta vertical (Gráfica 21)
- * Otros

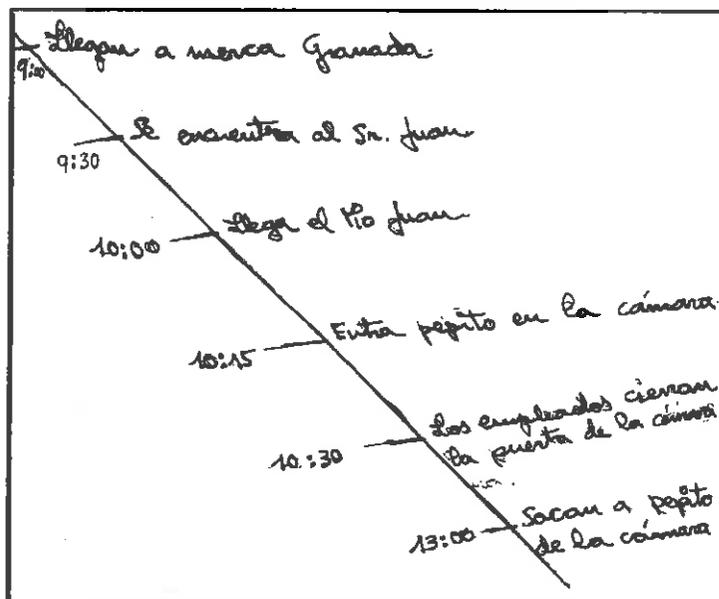
Sentido del origen

Las ocho o las nueve de la mañana, a partir de ahí se incrementan las horas.

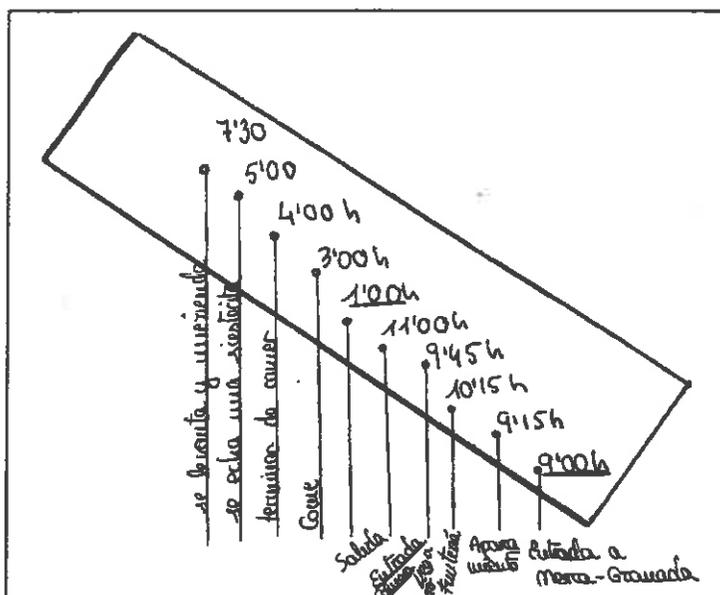
Ejemplos pregunta nº 7

* Recta oblicua (Gráficos 17-18)

(Gráfico 17)

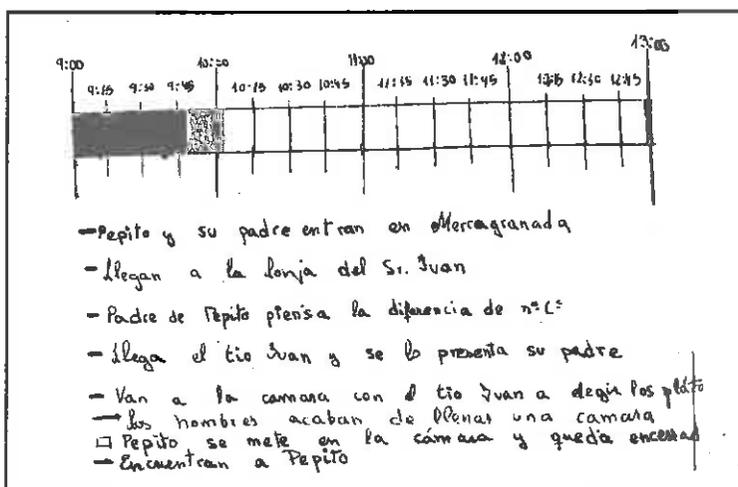


(Gráfico 18)

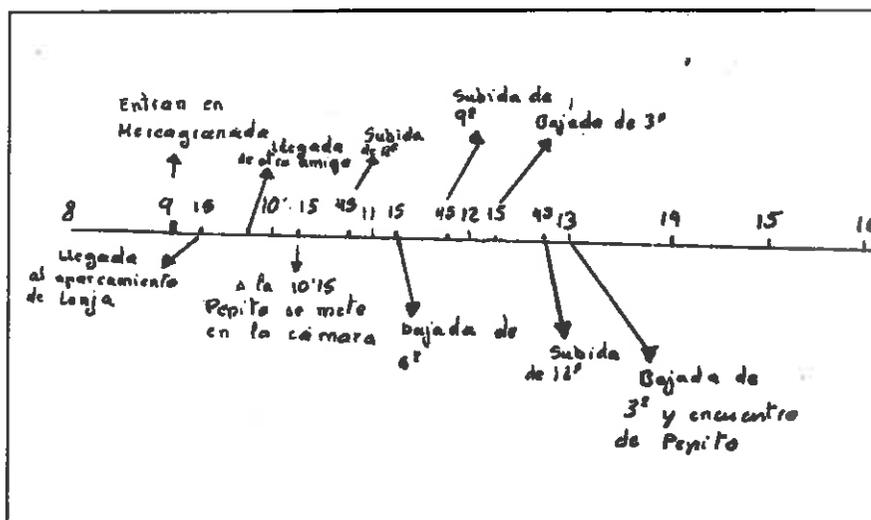


* Recta horizontal..... Gráficos (19-20)

(Gráfico 19)



(Gráfico 20)



PREGUNTA N° 8



8) Representa en una recta cada una de las temperaturas que hace según el lugar en el que esté Pepito. Para ello puedes elegir uno de estos dos recuadros.

Las estrategias utilizadas en la representación son muy parecidas a las utilizadas en la pregunta anterior cuando relacionan la hora y el acontecimiento, aparecen las siguientes variaciones.

Horizontal .
Vertical .
Horizontal.
Cuadrícula .
Oblicua .
Otros .

PREGUNTA N° 9 .-

9) ¿ Podrías hacer una representación donde aparezcan las temperaturas y las horas?

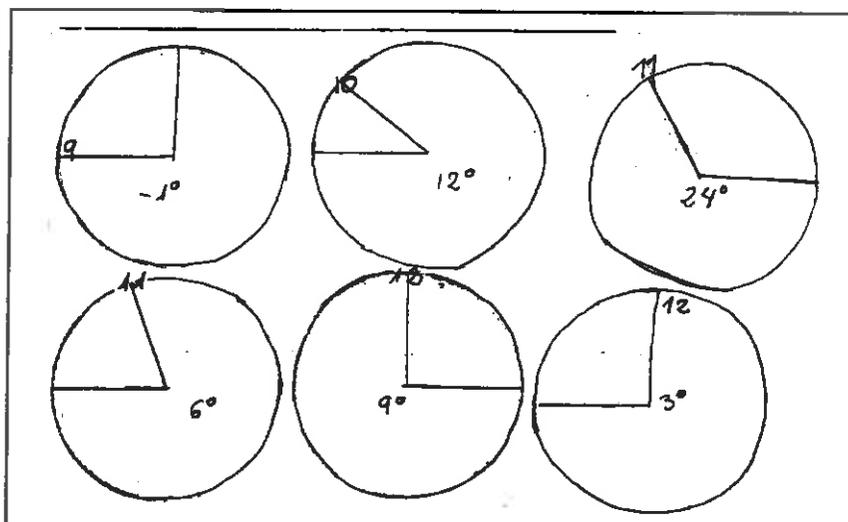


Estrategias utilizadas:

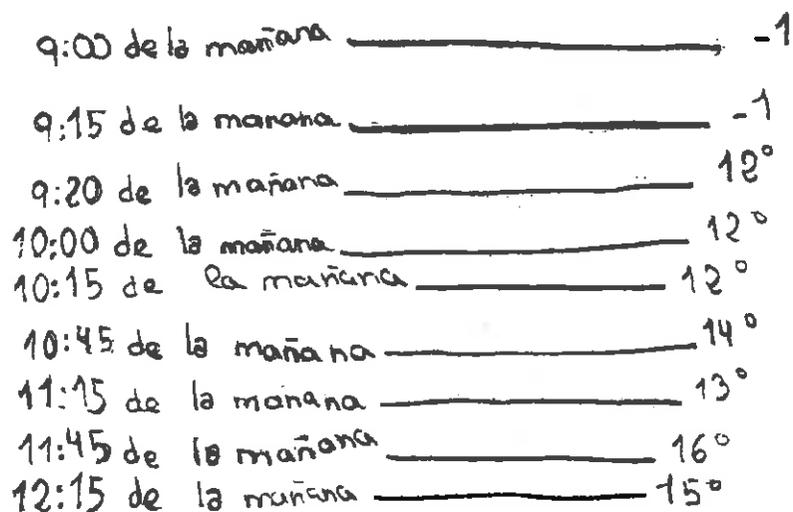
- Dibujos..... (Gráfico 22)
- Correspondencia (Gráfico 23)
- Cuadrante (Gráficos 24- 25- 26)
- Diagramas lineales (Gráfico 27)
- Tablas (Gráfico 28)

La mayoría de los alumnos también adjuntan una hoja cuadrículada con la representación en los ejes de ordenadas.

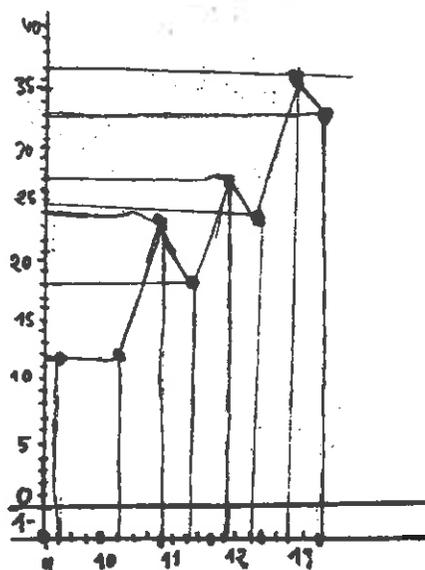
(Gráfico n° 22). Dibujos



(Gráfico 23). Correspondencia.

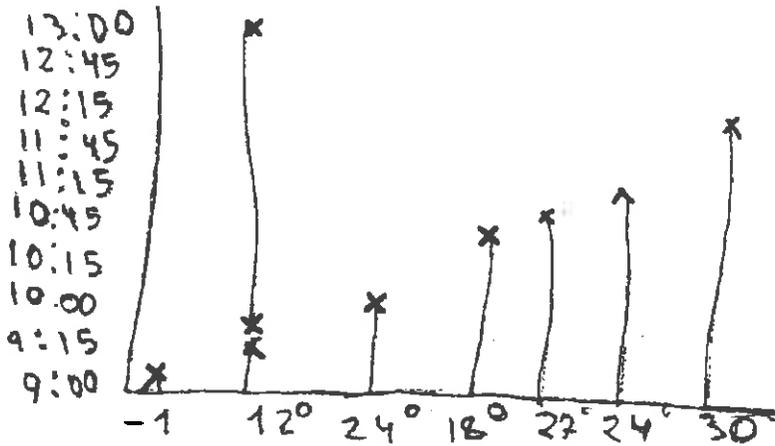


(Gráfico 24) Cuadrante.

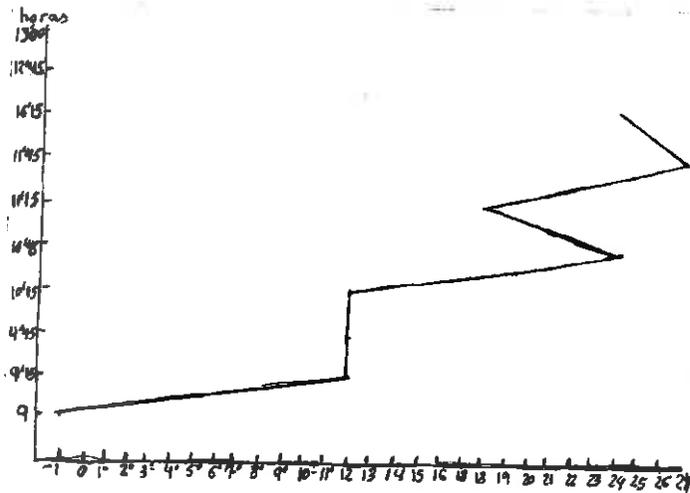


(Gráfico 25).

En este gráfico destaca la ventaja que presenta para asociar rápidamente todos los acontecimientos que tienen la misma temperatura.

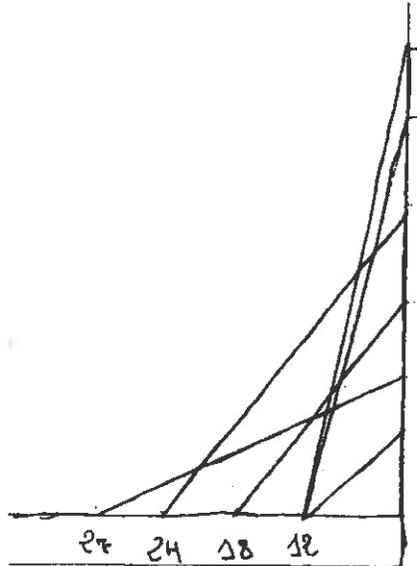


(Gráfico 26)



(Gráfico 27).

En este gráfico se establece una asociación mediante "flechas" (segmentos) de diagramas lineales.



(Gráfico 28). Tablas.

GRADOS	HORA
-1° C.	09 ^h 0' 0"
12° C.	09 ^h 15' 0"
12° C.	Dentro de la cámara a las 10 ^h 15' 0"
24° C.	Dentro cámara. 10 ^h 45' 0"
18° C.	Dentro cámara. 11 ^h 15' 0"
27° C.	Dentro cámara. 11 ^h 45' 0"

PREGUNTA Nº 10

10) Al día siguiente Pepito también acompañó a su padre, pero en esta ocasión llegaron a las siete de la mañana a Mercagranada y en la calle hacía una temperatura de tres grados bajo cero.

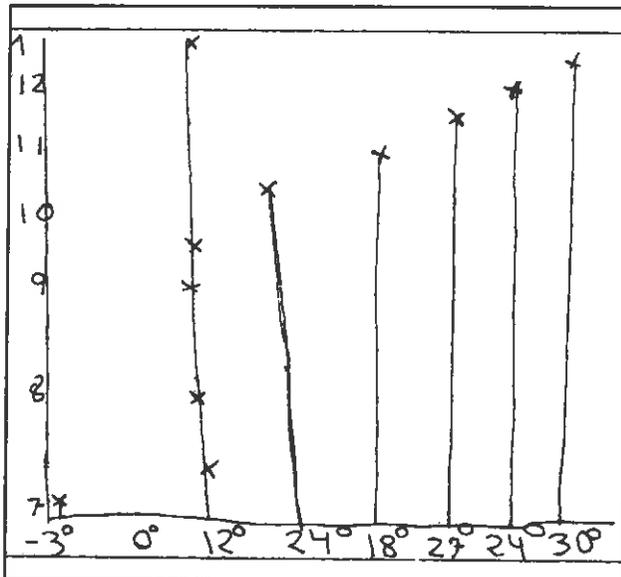
¿Podrías representar estos datos suponiendo que se hubiera quedado encerrado de nuevo?



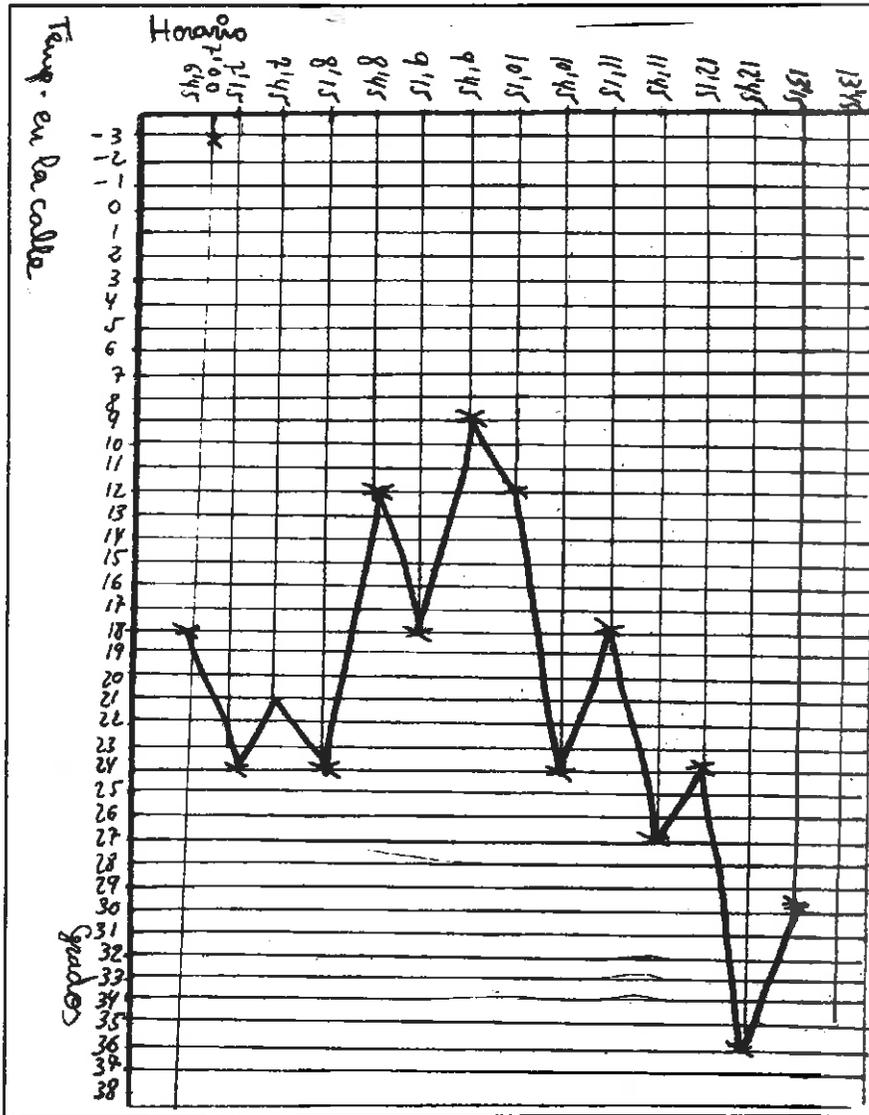
Estrategias utilizadas en la representación:

Dibujos, correspondencias
 Cuadrante..... (Gráfico 29-30)
 Recta, Blanco
 Sentido del origen -0° , -3° (Gráfico 30-31)

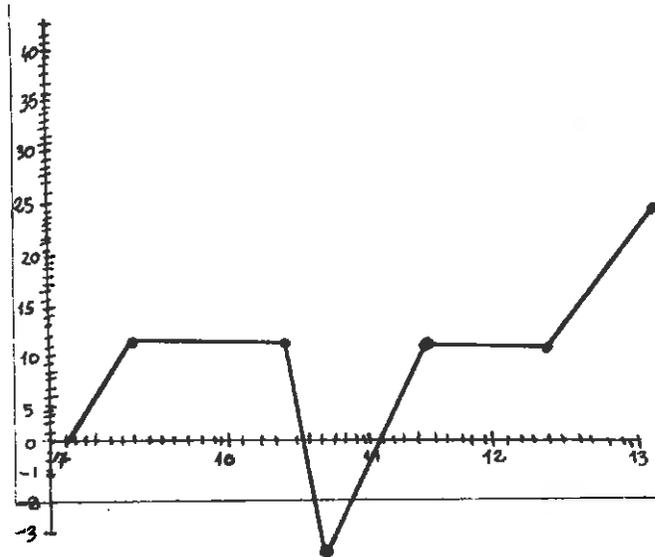
(Gráfico 29)



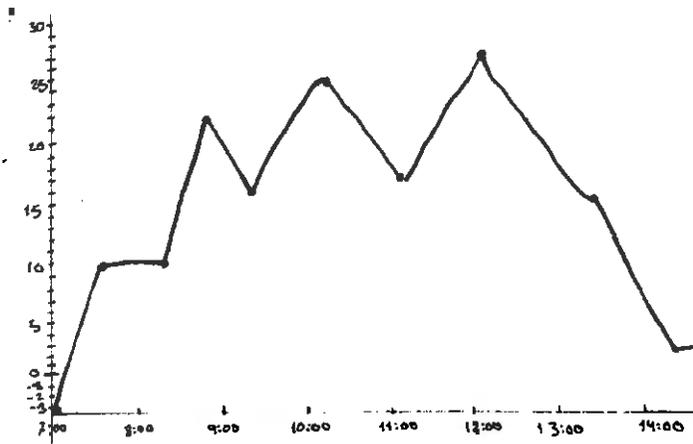
(Gráfico 30)



(Gráfico 31)



(Gráfico 32)



Al tomar como primera variable el tiempo, los puntos representados a partir de la información se unen mediante segmentos. De este modo se transmite una percepción de que el proceso descrito tiene continuidad temporal.

PREGUNTA 11.-

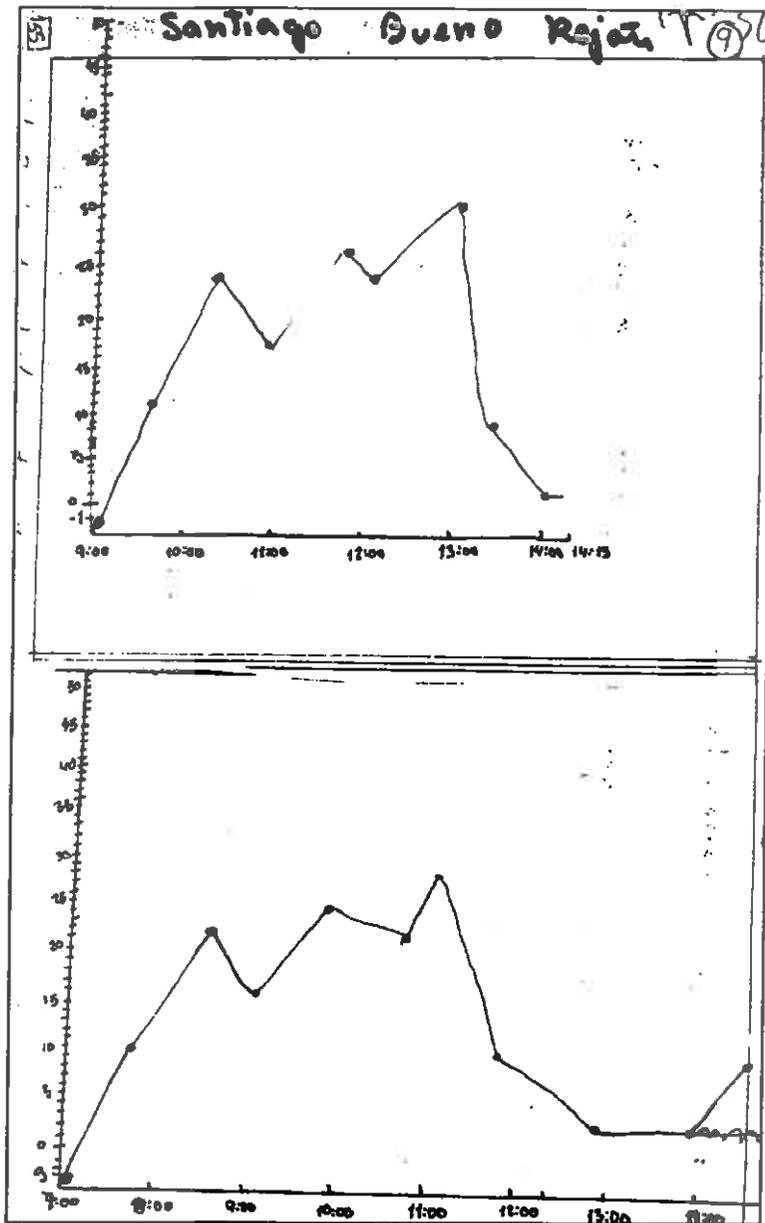
11) Representa de la forma más sencilla posible las dos visitas que realizó Pepito a Mercagranada.



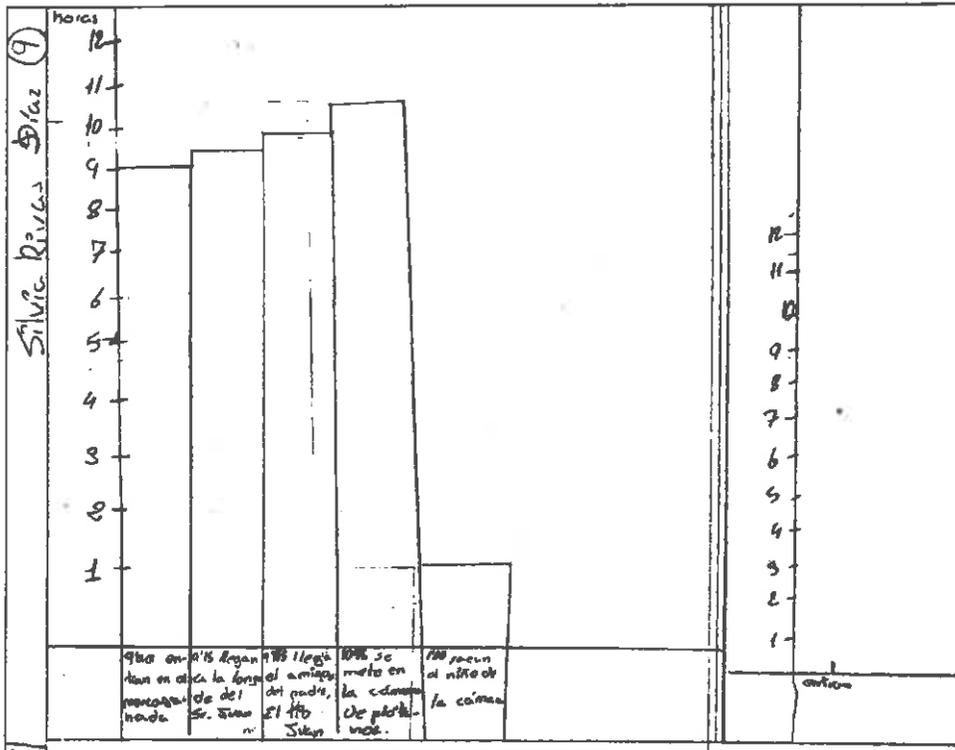
Aún cuando al alumno se le pedía textualmente que "dibujara" la forma más fácil de representar las dos visitas a Mercagranada, el porcentaje más elevado (> 70 %) utiliza ejes cartesianos. El resto de los alumnos utilizan : tablas, dibujos.

Ejemplos de ejes cartesianos:	
A mano alzada	(Gráfico 33)
Utiliza Barras	(Gráfico 34)
Realiza las dos situaciones en un mismo cuadrante.	(Gráfico 35)
Empieza con 9 horas en un gráfico y con 7 horas en el otro	
Empieza a las 7 horas en los dos gráficos .	(Gráfico 36)
Busca papel cuadriculado	(Gráfico 37)
Ejemplos, otras representaciones:	
Dibujos	(Gráficos 38-39)
Tablas	(Gráficos 40)

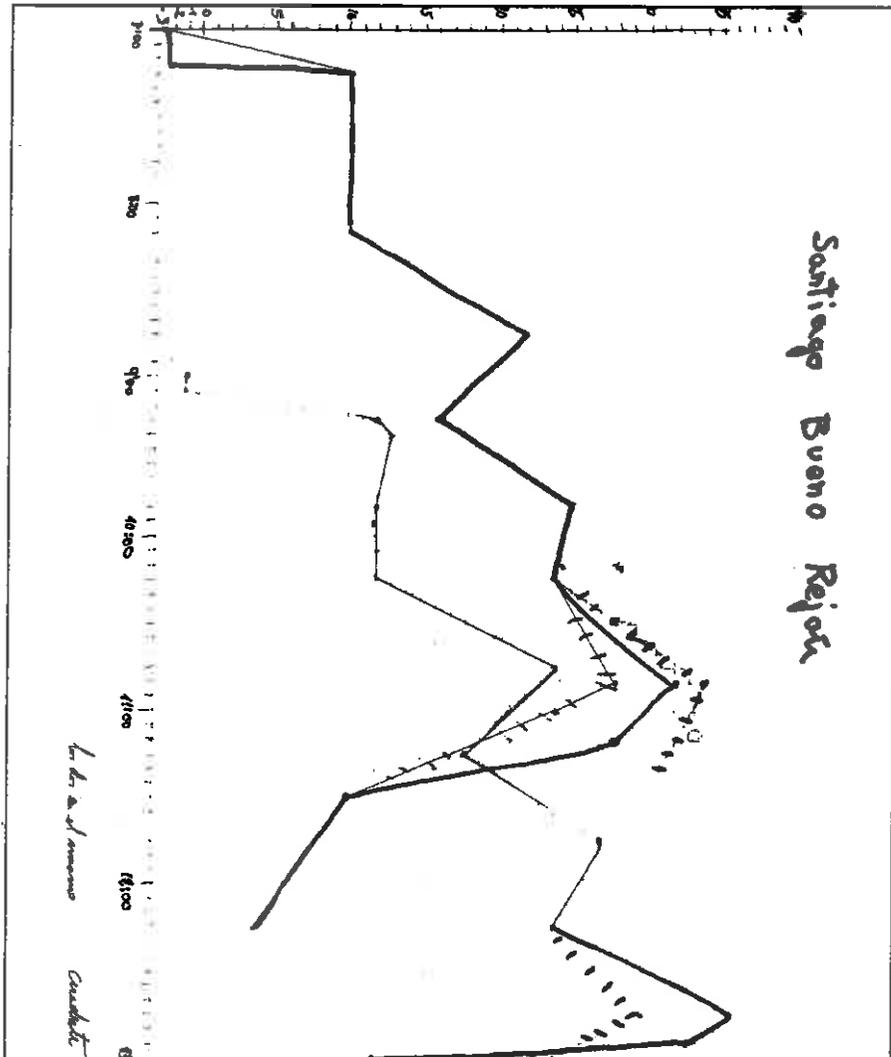
(Gráfico 33)



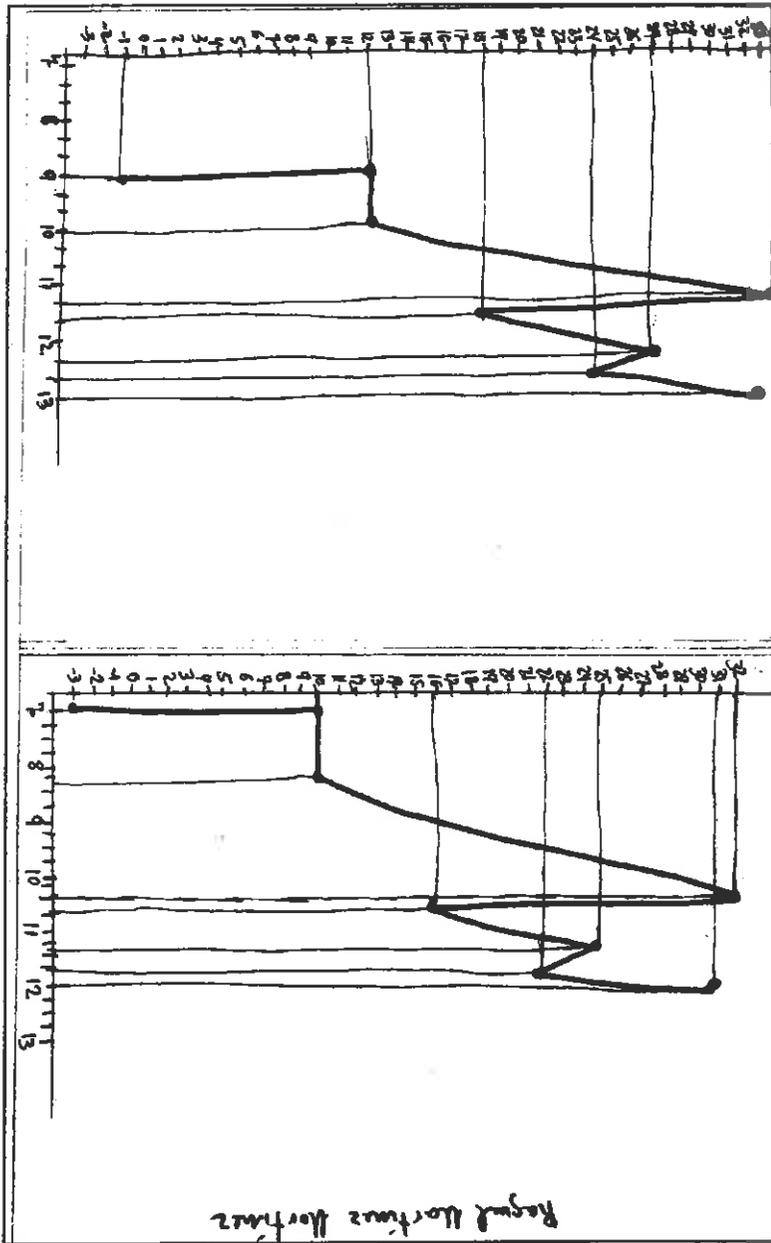
(Gráfico 34)



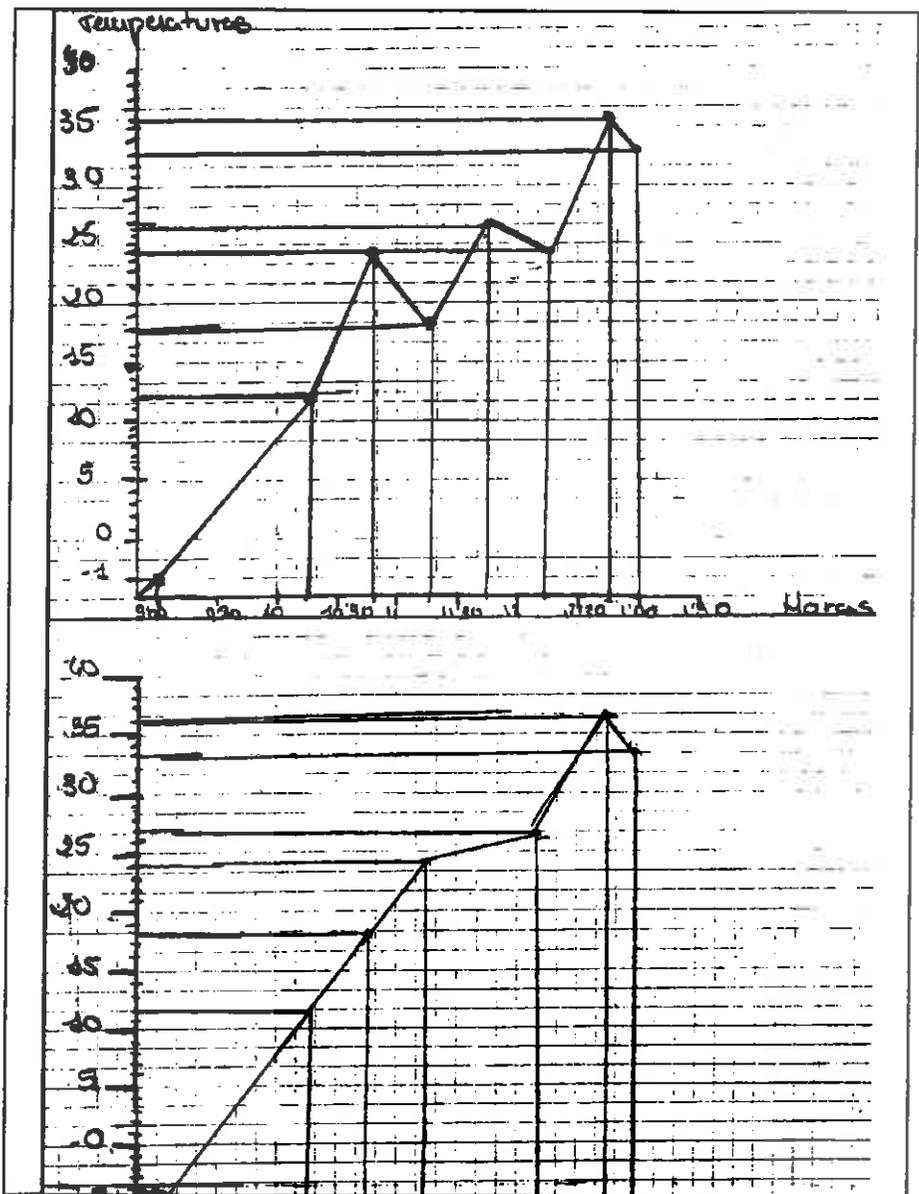
(Gráfico 35)



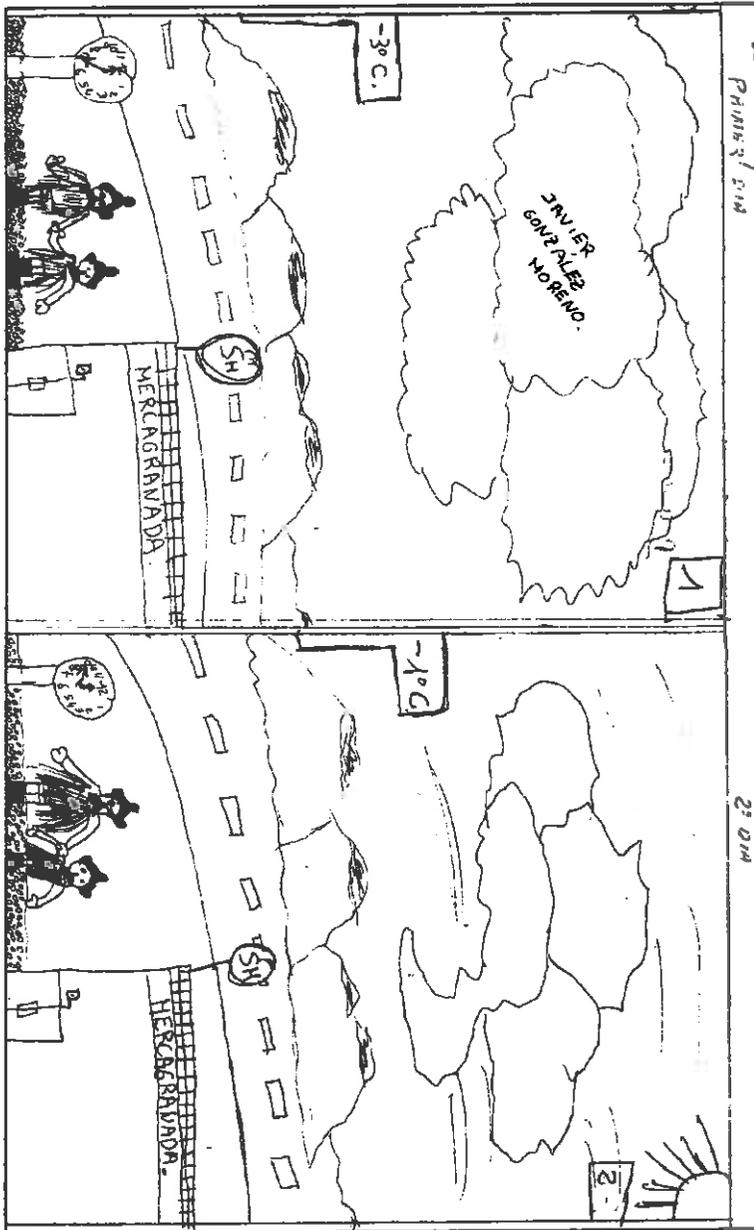
(Gráfico 36)



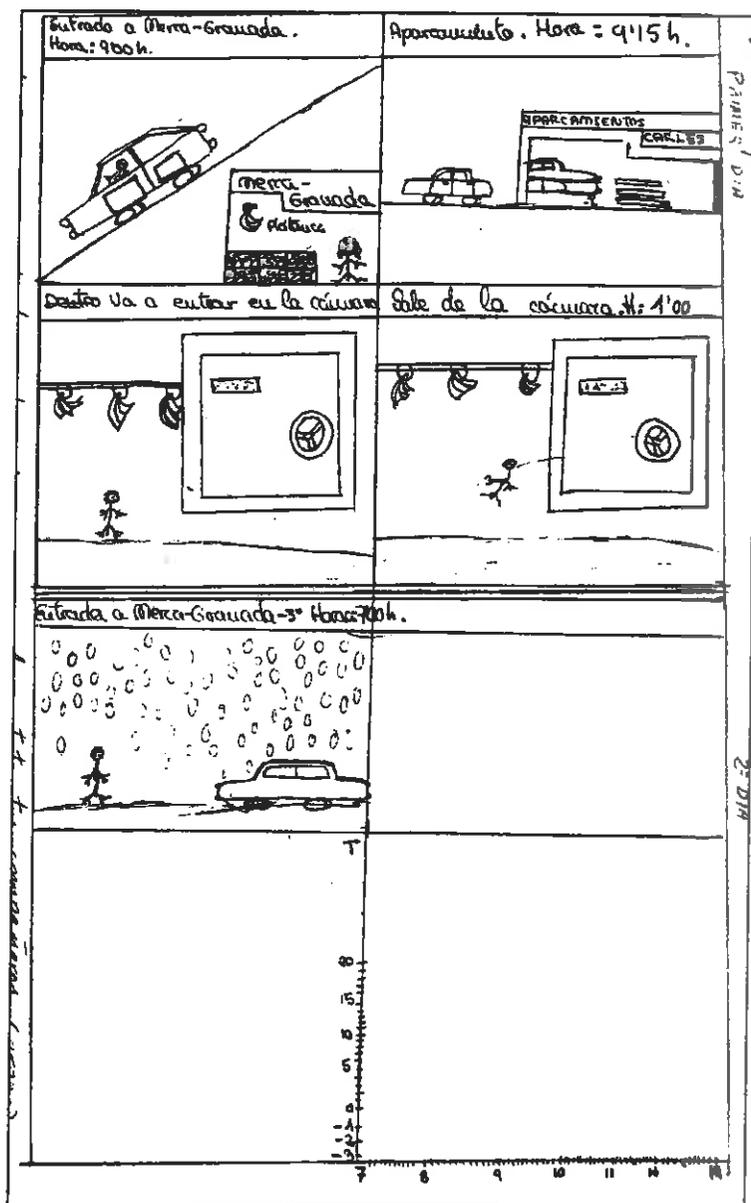
(Gráfico 37)



(Gráfico 38)



(Gráfico 39)



(Gráfico 40)

Punto 1	2
9:00 -1° Repito y su padre llegan a Mercogranada	7:00 -3° Repito y su padre llegan a Mercogranada
9:15 12° Repito y su padre entran en la lonja del Sr. Juan	7:15 12° Repito y su padre entran en la lonja del Sr. Juan
9:20 12° El padre piensa la diferencia en grados	7:20 10° El padre piensa la diferencia en grados
9:45 12° Llega el Sr. Juan a la lonja	9:45 10° Llega el Sr. Juan a la lonja
10:00 12° Repito observa la cámara de maduración	10:00 10° Repito observa la cámara de maduración
10:05 12° Repito ve como acaban de llenar la cámara	10:05 10° Repito ve como acaban de llenar la cámara
10:15 de 2° Repito está dentro de la cámara a 30°	10:15 de 10° Repito está dentro de la cámara a 20°
13:00 12° Encuentran a Repito en la cámara	13:00 10° Encuentran a Repito en la cámara.

PREGUNTA 12

12) Inventa tres preguntas referidas a las gráficas que has hecho y entrégaselas a tu compañero para que las conteste.

A.- _____

B.- _____

C.- _____

A continuación se presentan catorce preguntas propuestas por varios alumnos. Estas preguntas se clasifican atendiendo a:

A.- Preguntas cualitativas.

B.- Preguntas cuantitativas sin una respuesta definida que pueda calcularse con los datos que se dispone.

C.- Preguntas cuantitativas que pueden resolverse con una operación aritmética y permiten una representación gráfica que establece una relación cuantitativa entre dos variables.

Cada pregunta va precedida de una letra que define la clasificación propuesta.

- | | |
|---|---|
| C | ¿Cuántos grados de diferencia hay entre las dos visitas? |
| C | ¿Cuántas horas de diferencia hay entre las dos visitas? |
| C | ¿Si hubiese salido de la cámara a las dos, a qué temperatura estaría la cámara? |
| C | ¿Si hubiese entrado a las seis de la mañana qué temperatura hacía fuera? |
| B | ¿Cuántos minutos tardarán los plátanos en madurarse? |
| A | ¿Por qué la nieve es mas azul en un dibujo que en otro? |
| A | ¿Por qué están mas abrigados? |
| A | ¿Por qué nieva? |
| C | ¿Cuántas horas estuvo Pepito en la cámara? |
| C | ¿Cuánto tiempo se queda encerrado en la 2ª visita más que en la primera? |
| C | ¿Cuántos grados más sube la cámara en la segunda visita? |
| C | ¿Cuántos minutos estuvo Pepito en la cámara? |
| C | ¿Cuántos segundos? |
| A | ¿Qué amigos tiene su padre? |

V.4.3 Conclusiones

La estructura de la situación propuesta estaba preparada para que el alumno hiciese un recorrido progresivo sobre la expresión gráfica de las relaciones:

1.- Se pide establecer una correspondencia en la que se otorga un atributo temporal a los acontecimientos:

hora acontecimiento
9.....llegada al Merca.

2.- En el caso de la temperatura se pide una relación similar:

temperatura lugar
12 grados.....en la lonja.

3.- Se pide relacionar dos magnitudes cuantitativas.

En los dos casos anteriores se establecen relaciones entre variables de distinta índole, una cualitativa y otra cuantitativa. Esta etapa supone un paso intermedio a las relaciones puramente cuantitativas que pueden establecerse posteriormente entre temperatura y hora.

La siguiente tabla expresa la evolución de los alumnos con respecto a la expresión gráfica de las relaciones:

	Cuali-Cuant	Cuant-Cuali	Cuant-Cuant
SISTEMAS CREATIVOS			
Dibujo	16 %	35 %	10 %
SISTEMAS CONVENCIONALES			
Tablas y correspondencias	42 %	10 %	25 %
Cuadrantes	0 %	40 %	60 %
Incorrectas	42 %	15 %	5 %

En un primer momento, el porcentaje de alumnos que utilizan sistemas creativos para expresar las relaciones entre variables (cuali-cuanti) no es muy elevado (16%) en comparación con el uso de sistemas convencionales (42%).

Destacan las tablas o correspondencias por su familiaridad, siendo nulo el uso del cuadrante. El elevado porcentaje de las respuestas incorrectas (42%) habría que achacarlo mas bien a una lectura ligera que a un error real, ya que un 20% de esas respuestas se refieren a respuestas incompletas.

En un segundo momento, aumenta considerablemente el uso de sistemas convencionales siendo el cuadrante donde ese incremento es más relevante. El uso de tablas se ve notablemente reducido. parece ser que los alumnos han descubierto algunas de las ventajas del sistema de coordenadas.

El porcentaje de respuestas creativas se mantiene, en cierto modo, ya que el 35% equivale al 16% inicial mas el 20% de incompletas. Disminuyen considerablemente las incorrectas.

En un tercer momento se aprecia un desplazamiento de las respuestas hacia sistemas más convencionales, en concreto hacia la representación de las relaciones a través del cuadrante. Cuando se trata de relacionar variables cuantitativas el modelo mas apropiado es el cuadrante.

Cuando el profesor diseña sus propios materiales para que trabajen los alumnos en matemáticas los resultados son mayores a nivel de motivación, satisfacción personal y de aprendizaje en concreto, tanto para los alumnos como para los profesores.

V.5.- Interpretación de gráficas

Una vez que el alumno ha analizado la relación de un punto del cuadrante con cada uno de los eje y con los dos a la vez, aspectos que se trataron en la situación " LA FAMILIA " así como la representación de variables cualitativas y cuantitativas, en la situación de " Mercagranada". Se presentó a los alumnos una situación en la que la información venía dada por una gráfica lineal múltiple, la cual contenía mucha información; el objetivo era ver si los alumnos eran capaces de extraer preguntas concretas y significativas de ella y si las contestaban correctamente.

Se trata de una situación abierta en la que el niño debe identificar y definir la situación en primer lugar, buscar estrategias de resolución que le llevarán a actuar en la situación de una u otra forma; y por último, analizar los logros conseguidos.

V.5.1 Comentario a la situación

a) El primer paso fue elegir una gráfica que tuviera mucha información; una vez elegida se les presentó a los alumnos al final de una sesión de trabajo. Durante diez minutos la observaron y analizaron los aspectos a tratar en el trabajo.

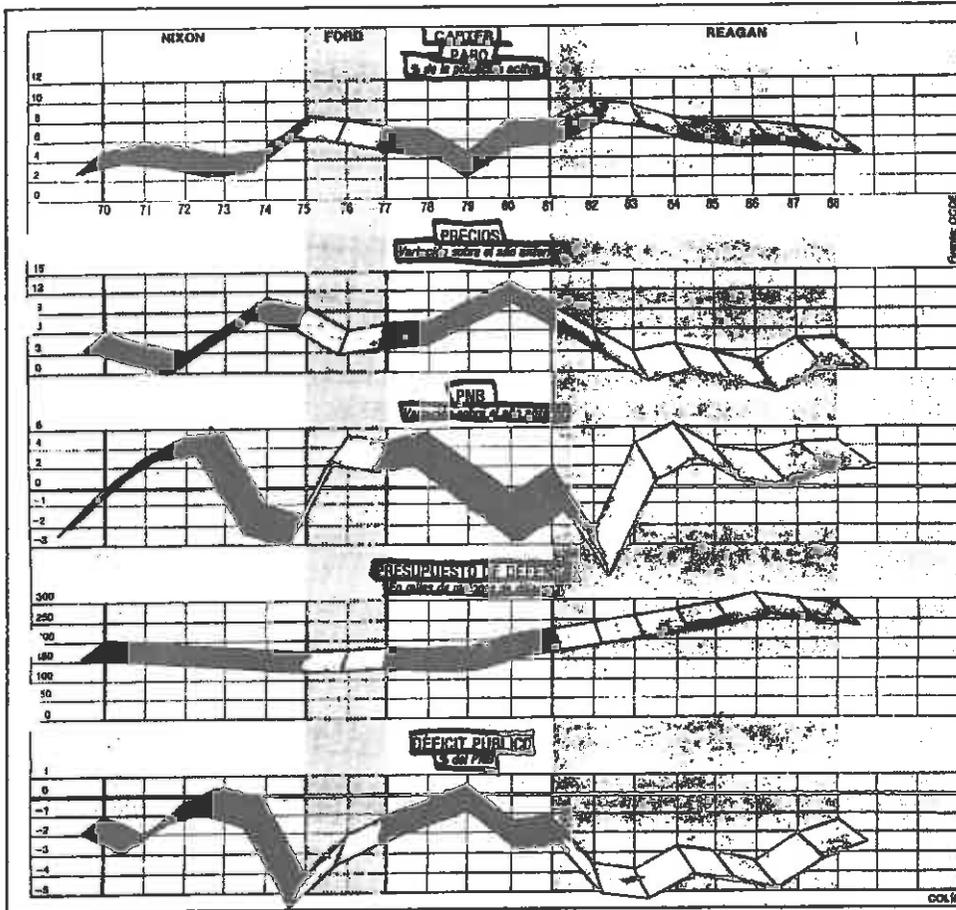
b) Como planteaban dificultad algunos de los conceptos que aparecían en la gráfica, se concretó que aquella tarde el profesor de Ciencias Sociales explicara los aspectos que no entendían. El profesor de Ciencias Sociales tomó como marco geográfico para explicarlo la nación Española, nunca hizo referencia a la gráfica en sí, ni a los Estados Unidos.

c) Se pidió a los alumnos que trajeran redactadas de su casa al día siguiente, todas las preguntas que quisieran hacerles a sus compañeros referentes a la información gráfica dada.

d) Tenían que entregar al profesor de Lengua y Literatura un artículo periodístico que fuera un análisis crítico de la información que aparecía en la gráfica.

Fue tal la cantidad de preguntas que los alumnos trajeron que resultó imposible trabajarlas todas en clase. Se siguió la estrategia de que cada uno hiciera una pregunta a sus compañeros de las que tenía escritas y estos la contestaran en común en clase. Una vez que todos habían hecho una se pasó a una segunda vuelta.

GRÁFICA DE TRABAJO PRESENTADA A LOS ALUMNOS/AS.



Información que acompañaba a la gráfica cuando se le entregó a los alumnos.

En este gráfico aparece información sobre EE UU y sus últimos presidentes.

1º propuesta de trabajo:

Escribe todas las preguntas que se te ocurran, para hacércelas a tus compañeros, relacionadas con esta información.

2º propuesta de trabajo:

Haz un artículo periodístico comentando, para los lectores del periódico, esta información.

V.5.2 Preguntas aportadas por los alumnos

Análisis de las preguntas que los alumnos trajeron a clase, para ello se han seleccionado siguiendo los siguientes criterios:

Preguntas relativas a la gráfica paro.	60
Preguntas relativas a paro por presidentes.	30
Preguntas generales.	34
Preguntas relativas a la gráfica precios.	47
Preguntas que relacionan presidentes y precios.	18
Preguntas relativas a la gráfica PNB.	44
Preguntas sobre presupuesto de defensa.	45
Preguntas relativas al déficit público.	36
TOTAL	314

1.- PREGUNTAS RELATIVAS A LA GRÁFICA PARO.-

- ¿Quién se encontró con más paro al entrar de presidente?
 - ¿Quién elevó más el paro con respecto a su comienzo?
 - ¿Quién se encontró con menos paro al entrar de presidente?
 - ¿Quién bajó más el paro con respecto a su comienzo?
 - ¿Cuál fue el presidente que tuvo una subida de paro más brusca?
 - ¿Hay algún presidente que durante su gobierno no haya subido el paro?
 - ¿Qué presidente ha tenido el bajón y el subidón más grande?
 - ¿Qué presidente después de tener un comienzo con mucho paro luego lo ha ido bajando poco a poco?
 - ¿Cuál tiene la media de paro más alta de los cuatro?
 - ¿Y la más baja?
- Averigua la media de paro de los cuatro presidentes durante los años 70 a los 88 sumando la media de los cuatro y dividiéndola entre cuatro.
- ¿Qué presidente bajó el paro?
- Los ciudadanos ¿con qué presidente estarían más contentos con relación al índice paro?
- ¿Qué razones explican el nivel elevado de paro?
 - ¿Por qué bajó el paro en el año 1989?
 - ¿Quién dejó la presidencia con más paro?
 - ¿Quién entró en la presidencia con más paro?
 - ¿Quién pasó de los ocho en paro?
 - ¿Quién dejó la presidencia con menos paro?
 - ¿Quién bajó de los cuatro en paro?
 - ¿En qué año se alcanzó más paro?
 - ¿Qué presidente dejó el paro en el mismo sitio que cuando entró?
 - ¿Algún presidente alcanzó el índice 10 en paro?
 - ¿Cuál es la media de paro entre 1970 y 1980?
 - ¿Qué presidente tuvo menos paro y en qué año?
 - ¿Por qué estos últimos años el paro, por parte de Reagan ha seguido en calma?
 - ¿Por qué en los dos años que estuvo Ford de presidente disminuyó la población y por tanto aumentó el paro?
 - ¿Por qué en el año 1979 disminuyó impresionantemente la población activa y a su vez el paro aumentó?
 - ¿A cuánto asciende el paro en el 82?
 - ¿Con qué presidente hubo más paro?
 - ¿Qué diferencia en paro hay entre los años 70 y 73?

¿ Qué % hay entre el 73 y 75?

¿ Qué nivel de paro hay en el año 76?

¿ Qué nivel de paro hay en el 77?

¿ Qué diferencia en paro hay entre los años 78 y 79?

¿ Qué diferencia en paro hay entre los años 79 y 80?

¿ Qué diferencia en paro hay entre los años 80 y 81?

En la primera gráfica podemos observar las bajadas y las subidas de los últimos presidentes respecto al paro y a la población activa, pero.. ¿ qué presidente ha sido el que ha tenido mayor índice de paro?.

Uno de los presidentes empezó con poco paro y terminó con mucho.¿Quién es?

¿Qué presidente bajó el paro lo mismo que otro?

¿ Con qué presidente hubo más paro?

¿ Con qué presidente hubo más plazas de trabajo?

¿ Alguna vez subió repentinamente el paro?

¿ Alguna vez se ha llegado al 12% de paro?

¿Cuál es la media de paro del 70 al 88?

¿ En qué años estuvo el paro igual?

A partir del 79 ¿Qué otro año volvió a bajar el paro?

¿ Qué presidente ha hecho mas subidas y bajadas?

¿ Hay algún presidente que empezó con el mismo paro que otro?

¿ Qué presidente tiene un equilibrio mayor en el paro?

¿ Quién produjo más paro, Nixon o Ford ?

¿ Quién produjo más paro, Carter o Reagan?

¿ Quién produjo más paro, Nixon o Carter?

¿ Quién produjo más paro, Ford o Reagan ?

¿ Quién produjo más paro, Ford o Carter?

¿ Quién produjo más paro, Nixon o Reagan?

¿ Qué % sube el paro de la población activa entre el año 79 y 80?.

¿ En qué año se llegó al 2 % de paro de la población activa?

¿Cuál de los dos presidentes está más tiempo en el paro ?

¿ Quién casi no ha trabajado?

2.- PREGUNTAS RELATIVAS AL PARO POR PRESIDENTES.

Si Ford hubiera seguido bajando el paro al mismo paso durante el tiempo de Reagan ¿dónde estaría ahora el índice de paro?

¿Cuál es la diferencia entre el % más alto y el % más bajo de paro de: Nixon, Ford, Carter, Reagan?

¿Cuál es la media de % de paro de Ford, Nixon, Reagan, Carter?

¿Cuál es el punto que alcanzó Reagan mayor con relación al paro?

¿En la gráfica de paro hasta qué punto bajó más Reagan?

¿Cuál es el punto medio de paro de Reagan?.

¿Cuál es el punto medio de paro de Carter?

¿Cuánto subió o bajó Nixon desde que cogió la presidencia hasta que la soltó?. Iden para Ford, Carter y Reagan.

¿Por qué razón el presidente Nixon el primer año de su mandato subió el paro y tres años después bajó precipitadamente?

¿A quién se le puede decir que no sirve para mantener el paro y por el contrario mantiene muy bien el déficit público?

¿Qué presidente tiene mas estacionado el % de la población activa durante la presidencia?

Desde el comienzo de la presidencia de Nixon hasta la de Reagan ¿ha aumentado o disminuido el paro?

¿Qué cambios en el paro experimenta Nixon en sus dos años de presidencia?

¿En qué años hay más cambios en el paro en la presidencia de Nixon?

¿En qué año de la presidencia de Carter hubo más paro?

¿En qué año de la presidencia de Carter hubo menos paro?.

¿En qué año de la presidencia de Reagan hubo menos paro?.

¿En qué año de la presidencia de Reagan el paro estaba estable?

¿Cuando Carter estaba de presidente , subió el paro más que el año anterior?

¿En qué año había más paro ?

¿Hubo mucho paro cuando estaba Carter de presidente?

¿Con qué presidentes estuvo el paro menos equilibrado?

3.- PREGUNTAS GENERALES.-

- ¿Cuántos años estuvo de presidente Carter?.
- ¿Cuántos años estuvo de presidente Nixon?.
- ¿Quién estuvo menos tiempo?.-
- ¿Quién estuvo más?.
- ¿Cuáles fueron los años de mandato de Ford?.
- ¿Quién es el que casi no ha trabajado?
- ¿Por qué Ford estuvo menos años de presidente que Carter?
- ¿Desde qué año empezó Reagan a ser presidente?
- ¿Las variaciones de Reagan fueron tan ajetreadas como las de Nixon?
- Suponiendo que a los presidentes se les pagara por lo que hacen, ¿ a quién se le pagaría más y a quién menos?
- ¿En qué año estarían las ciudades de América más protegidas?
- ¿Con qué presidente estarían los ciudadanos más contentos?
- ¿A quién prefieres de presidente teniendo en cuenta todo?
- ¿Ha habido alguna vez una subida y después una bajada con diferencia de tres?
- ¿Qué es la población activa?
- ¿Qué es el porcentaje?
- ¿Cuál es el presidente que se ha preocupado mas por EE UU?
- ¿Cuál de los presidentes tiene una subida más bestial?
- ¿Quien fue el presidente más rico?
- ¿Qué presidente no tiene casi variaciones en su estadística?
- ¿Quién prefieres como presidente a Reagan o a Ford, atendiendo al paro y al PNB?
- ¿Qué presidente ha tenido más años de mandato?
- ¿Quién es el que ha estado menos en la presidencia?
- ¿Ford era el mejor presidente de los EE UU ?

4.- PREGUNTAS RELATIVAS A LA GRÁFICA PRECIOS.

- ¿En qué año subieron los precios?
- ¿Con qué presidente?
- ¿En qué año bajaron los precios?
- ¿Con qué presidente?
- ¿A partir de que año empezaron a subir los precios?
- ¿En qué año llegaron los precios a su punto más alto?
- ¿En qué año llegaron los precios a su punto más bajo?
- ¿Entre qué años hubo más diferencia de precios?
- ¿Qué presidente entró con los precios más bajos?
- ¿Qué presidente entró con los precios más altos?
- ¿Qué presidente salió con los precios más bajos?
- ¿Qué presidente salió con los precios más altos?
- ¿Qué presidente subió más los precios con relación a cuando llegó?
- ¿Qué presidente bajó más los precios cuando se fue respecto a cuando llegó?
- ¿Qué presidente consiguió que no variaran los precios en su último año de mandato?
- ¿Qué año ha tenido la subida más grande de precios ?. ¿Con qué presidente?
- ¿Qué años ha tenido la bajada más grande de precios?. ¿Con qué presidente?
- ¿En qué año subieron los precios después de tres años de bajada?
- ¿Si en 1980 hubiera seguido subiendo los precios hasta el final de su presidencia, a dónde hubieran llegado éstos?
- ¿Qué presidente tuvo los precios más bajos?
- ¿A cuánto ascienden los precios en el año 1980?
- ¿Los precios de ahora son los mismos del año pasado?
- ¿En qué años estuvieron los precios más tiempo sin subir?
- ¿Ha habido épocas en la que los precios han estado sin subir?
- ¿Con quién de los últimos presidentes se mantienen los precios normales?
- ¿Qué pasaría si no subieran los precios todos los años?
- ¿Por qué suben los precios del mercado común?
- ¿Qué sucedería si los precios subieran todos los días?
- ¿Por qué no suben todos los días?
- ¿Si los precios subieran todos los días, habría más puestos de trabajo?
- ¿Y si bajarán?
- ¿Cómo cree Vd. que compra la gente:
 - Cuando una prenda de vestir vale 2000 pta.
 - Cuando la misma prenda vale 2500 pta.?

- ¿Llegará algún día que dejen de subir los precios?
- ¿Con qué presidente los precios se mantienen por debajo del índice seis?
- ¿Qué presidente mantuvo más los precios?
- ¿Quién impone los precios?
- ¿Hay algún presidente que empezara con el índice de precios igual a otro?
- ¿Que presidente tuvo, casi todos los años de su gobierno, los precios más bajos?
- ¿Cuánto subieron los precios en el año ochenta?
- ¿Qué diferencia hay entre los precios de Reagan y los de Carter?
- ¿Con qué presidente subieron y bajaron más los precios?
- ¿En el año ochenta y seis bajaron mucho los precios?
- ¿Cuál es la media de precios desde el 69 al 83?
- ¿Hubo gran variación de precios entre el año 87 y 88 ?
- ¿Cuál es la media de precios entre el 1970 y 1988?

5.- PREGUNTAS RELATIVAS A PRESIDENTES RESPECTO AL CONCEPTO PRECIOS.

¿Cuál es la media de precios durante el gobierno de Carter?

¿Cuál es la media de precios durante el gobierno de Ford?

Durante el gobierno de Ford. ¿Subieron mucho los precios?.¿En qué año aumentaron notablemente?

¿Cuál es el punto más bajo que ha alcanzado Reagan en los precios?

¿Cuál es la media de precios en el gobierno Reagan?

¿Cuál es el punto más alto que ha alcanzado Carter en los precios?

¿Cuál es el punto más bajo que ha alcanzado Carter en los precios?

¿Ha hecho Reagan bajar los precios?

¿En qué año empezó Carter a subir los precios?

Ordena los presidentes de mayor a menor según sus índices de precios.

Cuando Carter estaba de presidente, ¿subieron los precios más que el año anterior?

¿Cuál fue la mayor bajada en los precios en un año de Nixon?

¿Cuál fue la mayor bajada en los precios en un año de Ford?

¿Cuál fue la mayor bajada en los precios en un año de Carter?

¿Cuál fue la mayor bajada en los precios en un año de Reagan?

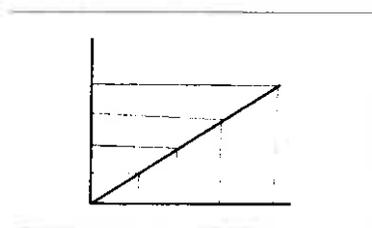
¿Cuál fue la mayor diferencia de precios en la presidencia de Carter?

¿En qué años de la presidencia de Reagan bajan los precios progresivamente?

6.- PREGUNTAS RELATIVAS A LA GRÁFICA P.N.B.

- ¿Quién pasó de 6 en PNB ?
 - ¿Quién bajó de -3 en PNB?
 - ¿Quién lo dejó en el mismo nivel que lo cogió ?
 - ¿En qué año se alcanzó más PNB?
 - ¿Y el año de menos?
 - ¿Quién lo dejó en más de dos puntos?
 - ¿Quién lo cogió con menos de cero en PNB?
 - ¿Quién lo dejó con menos de cero el PNB?
 - ¿En que año se igualó el PNB?
 - ¿Fue muy variable el PNB desde el 79 al 86?
 - ¿Y en la presidencia de Reagan?
 - ¿Cuál ha sido la diferencia mayor en un año en el PNB?
 - ¿Cual ha sido la diferencia menor en un año en el PNB?
 - ¿En qué años ha seguido la dirección del año anterior el PNB?
 - ¿Los dos primeros presidentes entraron con el PNB por debajo o sobre cero?
 - ¿Qué presidente entró con el PNB más bajo y salió con más diferencia?
 - ¿Hay algún presidente que consiguiera mantener el máximo de PNB un año durante su mandato?
 - ¿Cuál de todos consiguió la peor diferencia?
 - ¿Qué presidente consiguió, después de bajar el PNB hasta -2 en su primer año, subirlo a 4 ?
 - ¿Consiguió ese presidente mantener la subida durante un año?
 - ¿Ha tenido algo que ver la subida de paro con la bajada del PNB?
 - ¿Hay algún gráfico en el que se vea que la subida del paro produjo la bajada del en el PNB?
 - ¿En qué año fue?
 - ¿Es verdad que la subida y bajada de éstos fueron las máximas de todos los presidentes?
 - ¿Qué presidente terminó su candidatura con la subida de PNB?
 - ¿Qué se puede decir del PNB desde el 81 al 88 ?
- Podemos ver que todos los presidentes han tenido graves variaciones en su mandato, pero.. ¿Quién ha tenido más?
- ¿Quién de los cuatro presidentes después de una bestial bajada ha tenido una bestial subida?
 - ¿Cuál de los presidentes ha variado más respecto de PNB?
 - ¿En qué año descendió más Nixon en el PNB?
 - ¿En qué punto cogió Nixon el PNB?

- A continuación otro alumno sale a la pizarra y después de comunicar que el gráfico anterior está mal, ya que todo el tiempo la botella tiene la misma cantidad de litros hace el siguiente gráfico.



- Después de un período de reflexión hay opiniones variadas sobre el gráfico que acaban de realizar los dos últimos alumnos.

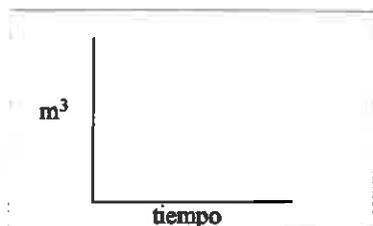
A) la botella está siempre llena hasta los dos litros y a partir de ahí ya no vuelve a llenarse mas.

B) El último gráfico es verdad pero no nos dice al jarro que corresponde. Sirve para todas las botellas. A todas les entra el mismo líquido.

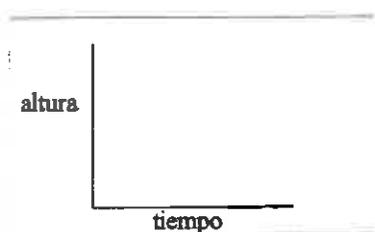
C) El tiempo de llenado es el mismo, para todas las botellas.

D) Esta gráfica no nos sirve para representar lo que pasa en las botellas porque todas las gráficas serían iguales.

-Otro alumno sale y dice que lo que han puesto en la pizarra no está bien, que las variables que hay que poner son: m^3 y tiempo.

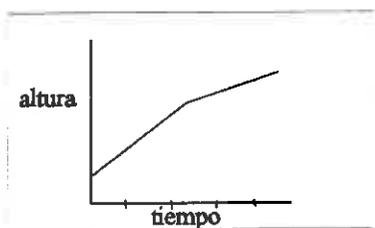


A continuación otro alumno expone: "Esto último tampoco es correcto, pues expresa lo mismo que el anterior ya que m^3 es lo mismo que capacidad". A continuación propone la siguiente gráfica en la que aparece la altura que van alcanzando la botella según se va llenando. Dibuja el siguiente cuadrante:



-Se comenta que si la botella es muy estrecha se va llenando muy rápidamente, lo expresa gráficamente poniendo una recta con mucha inclinación. Si la botella después se ensancha sube menos en un mismo tiempo. Lo expresa continuando con un gradiente menos inclinado.

Queda aproximadamente así:



Una vez concluida la justificación del alumno el profesor pregunta: ¿ Estáis todos de acuerdo?

Se produce una pausa ...

A continuación uno de los alumnos comenta:

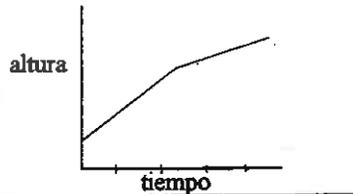
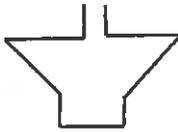
- No porque la recta debe empezar en el vértice. No hay ningún agua (altura) cuando empieza a llenarse la botella.

-Otro comenta que la gráfica está bien porque no debe empezar de cero, dado que cuando comienza a caer agua ya hay una altura, la correspondiente al fondo de la botella.

-Después de una pequeña discusión se llega a la norma de considerar la altura del agua y no la altura de la botella.

Se pone otro ejemplo de otra botella para que digan cuál sería la línea que expresa cómo se llena. La discusión se planteó en cómo tenía que ser el gradiente de la recta que representaba el llenado, unos creían que debía estar menos inclinado y otros más inclinado.

A continuación se expresa la gráfica y el dibujo de la botella:



TAREA.-

Para el día siguiente se pide que expresen gráficamente como se llenan cada una de las botellas. El que lo desee puede inventar otro tipo de botellas y expresar gráficamente su llenado.

V.7 Enunciados verbales de situaciones representativas del concepto de Función

La introducción a esta actividad se hizo leyendo a los alumnos el siguiente texto. Este texto ha sido sacado de la revista SUMA n°1.

¿Qué es eso de "en función de" ?

"Los matemáticos emplean a veces expresiones que nos parecen muy misteriosas y que en realidad, significan cosas muy sencillas. Por ejemplo.- Nosotros calculamos el n° de cubitos (cm^3) en función del n° de planchas, es decir conociendo el n° de planchas que hay en el dm^3 y los cm^3 que hay en una plancha."

(Esta presentación se acompaña del material gráfico necesario.)

Una vez leído el texto se le pide a los alumnos que:

" Digan expresiones en las que una cosa esté en función de la otra"

El tiempo dedicado a esta actividad fue de media hora.

A continuación enumeramos las situaciones inventadas por los alumnos en esta situación, la relación guarda el orden de aparición en clase:

El área del cono en función del cono.
Niños del colegio en función de las clases.
Las sillas que hay en función de los niños.
Cuadritos en función de las cartulinas.
Los redondeles en función de las perchas.
Los niños por las estufas.
Los días de clase en función de las semanas
Una plancha de 100 cm^3 en función de 1 cm^3 .
En función de una gráfica la tabla de valores.
Los agujeros que hay en todas las persianas en función de los que hay en una..
El radio en función de la longitud de la circunferencia.
La longitud de la circunferencia en función del radio.
Un lado en función del perímetro.
El diámetro en función del círculo.
Bombillas en función de una ...
Una fracción en función de una tarta.
Un número en función de una cuenta.
La raíz cuadrada en función de un número.
Coste de unidad en función de lo que vale un kg.
Un cuarto de naranja.
Un gajo de una naranja en función de la naranja.
Un medio de naranja en función de una naranja.
Un kg en función de una naranja.
Coste de una caja en función de un kg.
Cien en función de uno.
El lado en función del perímetro.

Análisis de las situaciones enunciadas por los alumnos:

-16 se pueden considerar como tales adecuadas para el concepto de función.

-7 son enunciados erróneos para el concepto de función.

- Los conceptos que se utilizaron en los enunciados de funciones fueron:

-Área, cono, cuadrados, unidades temporales, unidades de superficie, lado, longitud de la circunferencia, radio, perímetro, círculo, diámetro, raíz cuadrada, fracciones, peso.

Los marcos conceptuales en los que se establecen los enunciados de funciones fueron:

- generales. - 5
- aritméticos.-6
- geométricos.-7

Segunda parte de la sesión.-

Los alumnos habían enunciado una serie de situaciones que para ellos eran representativas de funciones.

De estas situaciones enunciadas por ellos se tomaron las siguientes, como motivación y ejemplo:

- Un lado en función del perímetro.
- El radio en función de la longitud de la circunferencia.
- La longitud de la circunferencia en función del radio.

Se comenta que existen otras superficies que ya han sido estudiadas, que intenten enunciar situaciones que sean representativas de funciones con estas superficies.

Aparecen:

-Para el Trapecio:

- La superficie en función de la base pequeña.
- La superficie en función de la base grande.
- La superficie en función de las dos bases.
- La superficie en función de la altura.

-Para el rombo.

- La superficie en función de la diagonal grande.
- La superficie en función de las diagonales.
- Las diagonales en función de la superficie.

-Para el cuadrado:

- El lado en función del área.
- El área en función del lado.

-Para el rectángulo:

- La superficie en función de la base.
- La superficie en función de la altura.
- La base en función de la superficie.

A continuación se pidieron enunciados de situaciones representativas de funciones que se dieran en un supermercado.

Comentario.

En un principio pensamos que los enunciados en este medio serían más fáciles de concretar para los alumnos. Tardaron mucho en llegar a hacer un enunciado que

fuera representativo de una función.

Aparecieron los siguientes enunciados:

- * ¿Cuánto vale el consumo de leche de una familia si la botella vale...?
- * Los siguientes enunciados fueron apareciendo con la misma estructura y tomando como referencia un producto del supermercado y el consumo en la casa.

Tercera parte.

Por último y retomando la primera función enunciada del supermercado se pidió a los alumnos que pensarán en las siguientes preguntas:

- *¿Qué permanece constante?
- *¿Qué cambia?
- *¿De qué depende el valor de la función?
- *¿Cuántas soluciones tiene una función?

La mayoría de los alumnos contestaron bien a estas preguntas tomando como ejemplo el del supermercado.

VI.- CONCLUSIONES FINALES.

Los conceptos matemáticos suponen la formalización y expresión simbólica de múltiples experiencias previas del alumno. La ventaja de los sistemas y códigos simbólicos de representación se pone de manifiesto cuando se conjugan medios muy simples con una organización de la información rápida, clara y precisa. Esto es lo que ocurre con los diagramas cartesianos en los que se representan relaciones entre variables.

Sin embargo, la matemática escolar no es un fin en sí misma sino, fundamentalmente, un poderoso medio de comunicación y una eficaz herramienta de trabajo. Para que esto sea realmente así, y no una simple declaración romántica, hay que lograr que las nociones matemáticas que se reciben en el proceso de enseñanza se empleen como organizadoras de los conocimientos y experiencias y se utilicen para transmitir y recibir información significativa para los propios alumnos.

El trabajo en la clase de matemáticas debe incorporar muchos otros elementos, además de los estrictamente conceptuales. Entre los más importantes para nosotros se encuentran:

- La búsqueda de información por parte de los alumnos, obtenida de su medio familiar y social.
- La diversificación fenomenológica de la información detectada, con la finalidad de captar todas las implicaciones y aplicaciones del concepto en estudio.
- El intercambio de la información obtenida con sus compañeros.
- El análisis de la información de acuerdo con algún criterio establecido.

- La organización de la información seleccionada, según diversas pautas.
- El uso de sistemas de representación para codificar aspectos relevantes de la información y expresar relaciones entre los mismos; la discusión sobre la eficacia del sistema elegido.
- La significatividad que adquiere la representación de relaciones y su utilización para extraer una nueva información; la discusión sobre las diversas interpretaciones que pueden hacerse de las relaciones.

Todo este trabajo supone un serio esfuerzo de racionalidad llevado a cabo por medio de la discusión en el aula de las diversas opciones e interpretaciones. Se favorece así la capacidad de los alumnos para elaborar y transmitir su propia información matemática, logrando, mediante un proceso constructivo, una mejora real en la obtención de un conocimiento significativo.

Con las situaciones que aquí hemos descrito pretendemos ejemplificar no solo los aspectos conceptuales sino también los metodológicos, en una presentación del concepto de función.

También pretendemos poner de manifiesto que el aprendizaje del cuadrante como modelo para expresar relaciones se hace viable y mejora cuando se diseña sobre información aportada por los propios alumnos y sobre experiencias de su vida cotidiana.

Los principales hallazgos obtenidos en este estudio se refieren a:

- 1.- El marco teórico general considerado que se sustenta en: el cuerpo de conocimientos contemplado, estructurado en conceptos y procedimientos y sustentado en varios sistemas simbólicos de representación; el campo de

capaz de suministrar herramientas de análisis global y a la vez pormenorizado de las relaciones entre variables, cuadrante y puntos; entre un punto con respecto a una o varias variables o a las relaciones que ese establecen entre las dos variables; posibilita la creatividad del alumno al no limitarse su interpretación a valoraciones estrictamente algebraicas.

5.- Del análisis de los trabajos realizados por los alumnos cuando trabajan con la situación "visita a Mercagranada" sacamos las siguientes conclusiones:

Plantear situaciones de textos amplios que van acompañados de actividades que ayudan a que los alumnos tengan que realizar un recorrido por toda la información dada, genera una respuesta positiva cuando trabajan con ellos.

Que existen situaciones no convencionales de representación apropiadas para sintetizar la información que se quiere transmitir, como lo ponen de manifiesto los alumnos a través de las propuestas realizadas en esta situación.

Que el alumno no tiene interiorizado el cuadrante como instrumento de información cuando quiere expresar relaciones entre variables.

Cuando trabajan con variables (cualitativas- cuantitativas), los alumnos utilizan como estrategias de representación las tablas y correspondencias, siendo nulo el uso que hacen del cuadrante.

El uso del cuadrante como instrumento trasmisor de información de las relaciones entre variables va incrementándose según se pasa de variables cualitativas a cuantitativas, llegando, en esta situación, a establecerse en un 60 % cuando las variables que se relacionan son (cuantitativas- cuantitativas).

Es de destacar el uso que los alumnos hacen de sistemas creativos de representación llegando en algunas de las tareas de la situación a ser del 35 %.

6.- Con relación a la situación (V.5) en la que se presenta una gráfica múltiple donde se relacionan varias variables para que los alumnos expresen verbalmente la información que existe en la gráfica a través de preguntas a sus compañeros, destaca la cantidad variedad y finura de las preguntas planteadas por los alumnos a través del análisis de la información.

Es conveniente pedir a los alumnos que generen preguntas verbales a partir de gráficos puramente cuantitativos, pues fomentan la transformación de información gráfica a verbal.

7.- Las propuestas de situaciones abiertas encaminadas a: generar información, fomentar estrategias de análisis y definir instrumentos de interpretación, llevan a los alumnos a sacar sus propias conclusiones y definir instrumentos apropiados para aplicar a cualquier situación del tipo analizada. Un ejemplo de este tipo de actividades es la situación (V 6).

8.- Por último, antes de pasar al estudio algebraico de las funciones, es conveniente que los alumnos enuncien situaciones reales, sacadas de la vida real, representativas de dicho concepto. Un ejemplo de este tipo de actividades lo trabajamos en la situación (V 6).

