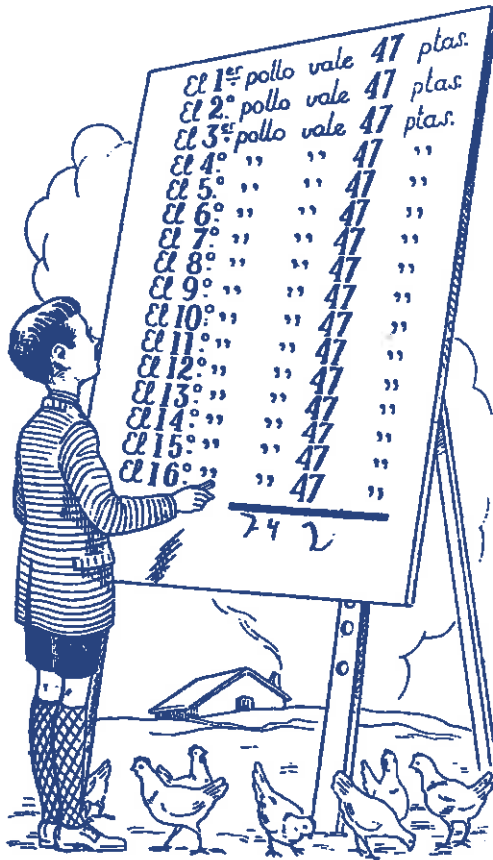


RESOLUCION DE PROBLEMAS EN EL TERCER CICLO DE E.G.B.

Seminario C.I.E.M. Memoria 88-89



Encarnación Castro

Enrique Castro

Luis Rico

Julián Valenzuela

Antonio García

Alvaro Pérez

Miguel Serrano

Evaristo González

Jesús Sevilla

José Gutiérrez

Blas Ibáñez

Antonio Miñán

Nicolás Morcillo

Isidoro Segovia

Antonio Tortosa

Francisco Fernández

Rosario Tamayo

Concepción Torres

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL TERCER CICLO DE E.G.B.

Encarnación Castro

Enrique Castro

Luis Rico

Julián Valenzuela

Antonio García

Alvaro Pérez

Jesús Sevilla

Miguel Serrano

Francisco Fernández

Evaristo González

José Gutiérrez

Blas Ibáñez

Antonio Miñán

Nicolás Morcillo

Isidoro Segovia

Antonio Tortosa

Rosario Tamayo

Concepción Torres

Seminario C.I.E.M. Memoria curso 87-88

Departamento de Didáctica de la Matemática.

Universidad de Granada

Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES.

Granada

I.S.B.N:84-920554-2-1
Depósito Legal GR-566-95
Impreso en España-Printed in Spain
Servicio de Reprografía de la Facultad de Ciencias
Universidad de Granada, Av. Fuente Nueva s/n, 18071- GRANADA

ÍNDICE

Presentación	5
I. INTRODUCCIÓN	7
I.1. Objetivos del Seminario C.I.E.M.	7
I.2. Pautas a seguir	9
II. CONSIDERACIONES SOBRE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	13
II.1. Informe Cockcroft	14
II.2. Método IDEAL	16
II.3. Identificación y definición de problemas	18
II.3.1. Estudio de los datos	18
II.3.2. Comprensión y análisis de los enunciados verbales	20
II.4. Formulación de preguntas y resolución de problemas	22
II.4.1. Situación 1: Noticia del diario "Ideal" de Granada	23
II.4.2. Situación 2: Texto incompleto	24
II.4.3. Situación 3: Adquisición de una vivienda	26
II.5. Estrategias de Resolución de Problemas	28
II.5.1. Selección de estrategias	29
II.5.2. Estrategia I: Conjeturar y controlar	29
II.5.3. Estrategia II: Hacer una tabla	30
II.6. Conclusiones	39
III. MATERIALES PARA EL AULA Y SECUENCIAS DE TRABAJO	41
III.1. Tema: PORCENTAJES	42
III.1.1. Situación 4: Las Rebajas	42
III.1.2. Situación 5: El paro en Granada	57
III.1.3. Situación 6: Presupuestos de la Junta de Andalucía	63
III.2. ESTADÍSTICA	68
III.2.1. Situación 7: Los medios de comunicación	68
III.3. LOS NUMEROS ENTEROS	73
III.3.1. Situación 8: La isla de Tenerife	73
III.3.2. Situación 9: Acampada de fin de curso	78
III.3.3. Situación 10: Juegos con valores enteros	80
III.3.4. Situación 11: Operación bancaria	86
III.3.5. Otras situaciones para Números Enteros	92
III.4. Resumen de las situaciones elaboradas	94
IV. EXPERIENCIA EN EL AULA	97
IV.1. Trabajo sobre Porcentajes	98

IV.1.1. Primera sesión	99
IV.1.2. Segunda sesión	101
IV.1.3. Tercera sesión	104
IV.1.4. Evaluación	106
IV.1.5. Reflexiones sobre el trabajo en el aula	107
IV.2. Trabajo sobre enunciados abiertos e invención de preguntas	108
IV.2.1. Situación propuesta	108
IV.2.2. Respuesta a la pregunta nº 1	109
IV.2.3. Respuesta a la pregunta nº 2	111
IV.2.4. Respuesta a la pregunta nº 3	112
IV.2.5. Respuesta a la pregunta nº 4	113
IV.2.6. Respuesta a las preguntas nº 5 y 6	113
IV.3. Evaluación	117
IV.3.1. Información general	117
IV.3.2. Prueba de comprensión e interpretación de enunciados	119
IV.3.3. Prueba de operaciones	125
IV.3.4. Prueba de actitud	130
IV.4. Conclusiones	132
V. ESTUDIO DE CASOS	137
V.1. Estadística	138
V.2. Las Rebajas	149
V.3. Movimientos en una cuenta bancaria	158
V.4. Procesos de enseñanza-aprendizaje en el estudio de casos	162
V.4.1. Primera situación problemática: "Los programas de T.V."	162
V.4.2. Segunda situación problemática: "Las Rebajas"	168
V.4.3. Tercera situación problemática: "Cuenta bancaria"	173
V.5. Conclusiones del estudio de casos	174
VI. CONCLUSIONES FINALES	177
REFERENCIAS	181

Presentación

El trabajo que se presenta es la Memoria de las actividades realizadas por el Seminario Currículo e Investigación en Educación Matemática C.I.E.M. del Curso 1987-88.

El Seminario ha venido trabajando desde el curso 1984-85 en una línea constante de indagación sistemática, cuyos descriptores principales son: Innovación Curricular, Pensamiento Numérico, Resolución de Problemas, Errores y dificultades de los escolares, Aprendizaje significativo. El Seminario ha centrado sus trabajos con los escolares del Tercer Ciclo de E.G.B., actual Primer Ciclo de Enseñanza Secundaria Obligatoria.

El Seminario se ubica en el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, que proporciona soporte material y moral para el desarrollo de sus actividades. El seminario, constituido por socios de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales", se configura como grupo de trabajo dentro de dicha sociedad y difunde sus trabajos prioritariamente en los encuentros y órganos de expresión que dicha sociedad sostiene.

El Seminario C.I.E.M. se ha mantenido como espacio de reflexión e indagación estable para un grupo de profesores preocupados por los problemas de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en los niveles de la Educación Obligatoria. Esta preocupación ha venido integrando durante más de diez años a un colectivo de educadores matemáticos procedentes de la Educación General Básica y del Área de Didáctica de la Matemática. Este grupo ha oscilado entre 25 y 12 miembros, manteniendo sesiones de trabajo semanales durante todo este tiempo. En las reuniones de trabajo se han elaborado materiales, redactado informes, discutido documentos, analizado opciones didácticas, estudiado datos, revisado críticamente las opciones elegidas y reflexionado en profundidad sobre las mejores opciones para mejorar la práctica docente.

Desde la Memoria del Curso 1986-87, editada en 1988, el Seminario no había publicado las Memorias de trabajo de cursos posteriores. El material se fue acumulado en nuestros archivos y sólo tuvo difusión, parcialmente, en las comunicaciones presentadas en distintas Jornadas de Profesores de Matemáticas. A comienzos del Curso 1994-95 el Seminario toma la decisión de editar las Memorias de los cursos anteriores y, fruto de ello, es el trabajo que aquí se presenta, siete años después de realizado.

Para llevar a cabo esta edición tuvimos que tomar varias decisiones. En primer lugar, incluir sólo la información conservada, sin hacer extrapolaciones indebidas. Hemos intentado no ser reiterativos en la información y, en algunos casos, hemos reducido su volumen. Sin embargo, aunque ha transcurrido un tiempo considerable, hemos contado con tres tipos de documentos que han permitido conservar partes importantes del trabajo realizado: los guiones de las situaciones trabajadas en el Seminario, los cuadernos de campo con las observaciones de dos miembros del grupo de investigación y las grabaciones de

las sesiones del estudio de casos. Aún así, hay información que no hemos conservado y cuya desaparición lamentamos; en particular los resultados de una de las pruebas pasadas a los alumnos. Hemos procedido a un proceso de recopilación y hemos encontrado material suficiente para este trabajo.

La segunda decisión se refiere al marco teórico mediante el que presentar la información conservada. Nuestra intención ha sido no desbordar el nivel de conocimientos alcanzados en el curso 1987-88. Para ello nos hemos ceñido a trabajar con dos marcos teóricos concretos: el denominado Método Ideal para la resolución de problemas, que hemos utilizado para organizar las secuencias de actuaciones en el aula y analizar las interacciones, y la Investigación-Acción como filosofía y método de trabajo del Seminario, para organizar y presentar el estudio general y sus distintas componentes.

No hemos incorporado referencias posteriores a la fecha de realización del trabajo, aún cuando hubiera sido adecuado en muchos casos, por no modificar las condiciones en las que tuvo lugar nuestro estudio.

La tercera decisión se refiere a la interpretación de la información recogida y al enunciado de logros y hallazgos. En este caso no resulta posible afirmar que la reflexión aportada en esta Memoria coincide con la que se hubiera hecho, caso de haberse escrito en 1989. Los miembros del Seminario han madurado y sus intereses en relación con la resolución de problemas y el pensamiento numérico han cambiado, resultando que hoy en día disponen de una visión más profunda y completa. Por ello, las conclusiones hay que entenderlas como la reflexión que, en el momento de edición de la Memoria tienen los Miembros del Seminario sobre los problemas trabajados hace siete años.

El interés que nos parece que tienen tanto los datos conservados como el marco teórico en el que se elaboraron y su interpretación actual, nos han movido a realizar el esfuerzo que supone la edición de este documento y que esperamos sea de utilidad para la comunidad de profesores de matemáticas interesados en considerar su práctica docente como un proceso de indagación sistemática y en conectar la teoría con la práctica en la investigación sobre educación matemática.

Finalmente, queremos agradecer la colaboración prestada por los Profesores y los alumnos de los Centros que participaron en el trabajo de campo durante el curso 1987-88, que aparecen mencionados explícitamente en la Memoria; en particular a las seis alumnas del estudio de casos, hoy día estudiantes universitarias, gracias a cuyo entusiasmo e interés pudimos profundizar en la complejidad de problemas que presenta la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Capítulo I

INTRODUCCIÓN

La presente memoria recoge el trabajo realizado por el Seminario de Currículo e Investigación en Educación Matemática (CIEM) durante el curso 87-88.

Este trabajo supone la continuación del presentado en la memoria "Didáctica activa para la resolución de problemas. 6º nivel de E.G.B.", que tuvo lugar durante el curso 86-87, así como del trabajo más general de investigación sobre Resolución de Problemas iniciado en el curso 84-85.

Con esta memoria se amplía un período de cuatro cursos académicos dedicados a diseñar tareas y actividades para el aula de matemáticas del Tercer Ciclo de E.G.B. (12-14 años) mediante las que elaborar e implementar un currículo de la materia.

Nos proponemos investigar a pequeña escala el funcionamiento de un aula real y realizar un examen de los efectos de tal intervención, cuando el currículo se organiza tomando como hilo conductor la Resolución de Problemas. Se trata de un trabajo de investigación-acción (Taylor, 1986) cuya orientación principal viene marcada por la reflexión disciplinada sobre la práctica.

El Seminario ha estado constituido durante este curso por 18 profesores, que se han reunido cada martes, de 18 a 21 horas, y han dedicado su tiempo a la preparación de materiales, diseño, planificación y puesta en práctica de tareas, presentación de datos y documentos, análisis e interpretación de resultados y crítica y revisión del proyecto general.

Pasamos a detallar los datos básicos del trabajo del Seminario en este curso.

I.1. Objetivos del Seminario CIEM

Los miembros del Seminario se han propuesto los siguientes objetivos:

1.- Mejorar la formación e información de sus miembros, de manera que les permita un mejor desarrollo de su tarea profesional. Para ello se consideran fundamentales las siguientes tareas:

- * Intercambio de experiencias docentes entre los miembros del grupo.
- * Realización de materiales curriculares para el área de Matemáticas.
- * Participación activa en la investigación en educación matemática, objeto del seminario.
- * Revisión bibliográfica sobre los tópicos que se pretenden trabajar.
- * Intercambio de puntos de vista con miembros de otros seminarios, grupos de investigación y expertos.

2.- Consolidar un grupo de trabajo que contribuya al avance en el Currículo y la Investigación en Educación Matemática.

- * Mediante la experimentación en el aula con unos materiales y propuestas innovadoras de aprendizaje de las matemáticas.
- * Con el diseño de secuencias de trabajo que den participación activa a los alumnos.
- * Elaborando estrategias de evaluación sistemáticas para el seguimiento y valoración de los nuevos materiales y procesos.
- * Reflexionando sobre la propia práctica y discutiendo en grupo: a) las ventajas e inconvenientes de cada nuevo material, y b) los errores y dificultades más relevantes del proceso.

3. - Obtener información fundada sobre las dificultades y errores

de los alumnos en resolución de problemas aritméticos que se derivan de un plan de trabajo explícito. Las etapas de este estudio se articulan en

* Planificación en el Seminario mediante la revisión exhaustiva de documentos generales y materiales específicos relativos a la resolución de problemas. En una segunda fase se planificarán detalladamente situaciones para trabajar en el aula según una secuencia metodológica específica.

* Acción en una serie de aulas en las que llevar a cabo el plan de trabajo elaborado. La experiencia de aula tendrá unas referencias y controles comunes que permitirán recoger información sobre su realización.

* Observación cuidadosa de los datos e informaciones recogidas, que serán analizadas mediante criterios comunes con los que se compararán las diferencias entre lo previsto y lo actuado; también serán objeto de análisis los errores y deficiencias detectados en los alumnos.

* Reflexión que permite evaluar los logros alcanzados mediante el plan de actuación puesto en práctica y las principales carencias detectadas. Los hallazgos obtenidos deben permitir proponer un plan de investigación mejor fundado con el que profundizar sobre las capacidades de los escolares de 13 años en la resolución de problemas aritméticos escolares y las actuaciones necesarias para mejorar las competencias de estos alumnos en el campo mencionado.

I.2. Pautas a seguir

Para lograr estos objetivos los profesores del seminario CIEM consideran necesario, en primer lugar, realizar el análisis didáctico de conceptos, recursos y tópicos de las matemáticas escolares con los que se desea trabajar y, posteriormente, planificar una actuación que lleve a la práctica del aula el análisis teórico realizado. Con tal fin se fijan las pautas a seguir:

- * Decidir el nivel en el cual se va a trabajar.
- * Concretar los tópicos o temas sobre los que se quiere investigar.
- * Delimitar la población, la muestra y el diseño de investigación a utilizar.
- * Definir la metodología a seguir durante el trabajo en el aula.
- * Elaborar los materiales a utilizar de acuerdo con la metodología.
- * Llevar a la práctica el plan diseñado
- * Realizar observaciones sistemáticas y analizar los datos y resultados obtenidos.
- * Mejorar e implementar las propuestas iniciales a la luz de los errores y dificultades encontrados en el proceso de experimentación e innovación curricular.

Teniendo presentes las anteriores consideraciones y que nos proponemos continuar la investigación "Didáctica activa para la resolución de problemas en sexto nivel de E.G.B.", se establecen unos primeros acuerdos:

- i. El nivel elegido es el curso 7º de E.G.B.
- ii. Los tópicos matemáticos elegidos se concretan en tres: Porcentajes, Estadística y Números Enteros.
- iii. Hay que precisar los reajustes y caracterizaciones necesarias para trabajar en el 7º nivel mediante una didáctica activa sobre Resolución de Problemas.
- iv. El plan de investigación para el 7º Nivel se diseña en base a dos ideas fundamentales:

* Describir la organización de la experiencia, sus elementos, fases y componentes.

* Elaborar una secuencia de actuación ordenada, discutida por todo el colectivo y estructurada en una serie de etapas de trabajo.

El plan se concreta en tres fases:

Primera Fase.- Análisis didáctico de cada uno de los tópicos elegidos.

Segunda Fase.- Elaboración de distintos materiales (mayoritariamente escritos) para su aplicación en el aula:

-Pruebas previas (Pre-test)

-Juegos y tareas matemáticas.

-Material para el trabajo en la clase.

Estas dos primeras fases corresponden a la etapa de Planificación en nuestro esquema de investigación-acción.

Tercera Fase.- Aplicación en clase del material elaborado y en el ámbito de un grupo reducido, diseñado para un estudio de casos.

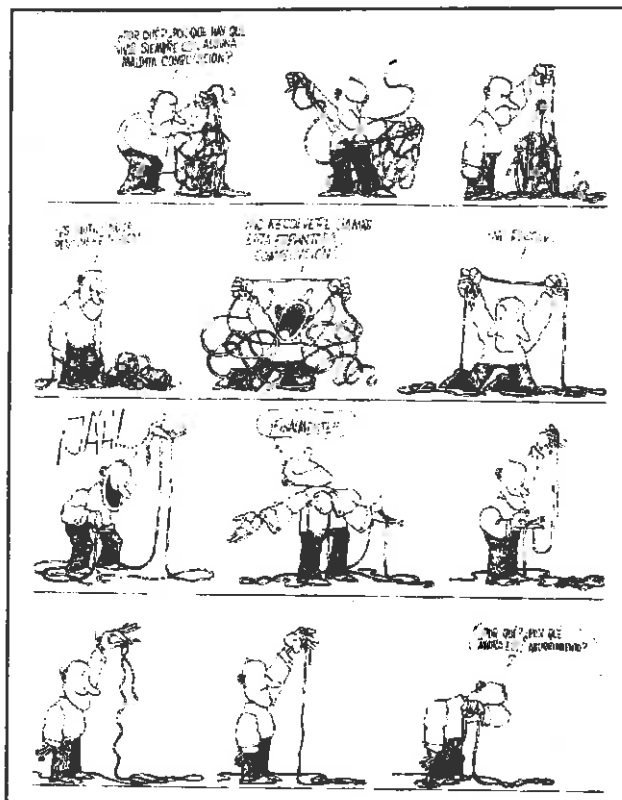
Esta tercera fase corresponde a la etapa de Acción en nuestro esquema de investigación.

Cuarta Fase.- Evaluación de la validez y adecuación del material en el nivel elegido y reflexión sobre las secuencias de intervención didáctica, tanto en un grupo natural como en el grupo de estudio de casos. Esta cuarta fase es la que concreta las etapas de Observación y Reflexión, como se verá en el transcurso de esta memoria.

Capítulo II

CONSIDERACIONES SOBRE RESOLUCION DE PROBLEMAS

Dado el interés del grupo por continuar la línea de investigación "Didáctica activa para la resolución de problemas" se hace necesaria una reflexión inicial sobre la consideración actual que la resolución de problemas tiene en la enseñanza de las matemáticas. En un primer momento los Profesores del Seminario consideran necesario hacer una revisión de los documentos relativos a la Resolución de Problemas en el Aula de Matemáticas. Casi todos estos documentos ya se consideraron durante el trabajo realizado el curso pasado; incluimos aquí algunos resúmenes y observaciones que completan las reflexiones que se presentaron en la memoria del curso 86-87.



La ilustración expresa la resolución de un problema, enfatizando las etapas que vamos a considerar.

II.1. Informe Cockcroft

Para llevar a cabo la reflexión mencionada se buscan documentos que proporcionen información. Un primer documento considerado es el Informe Cockcroft (1985) del que se consideran los siguientes párrafos para su reflexión y discusión.

(243) "La enseñanza de las matemáticas en todos los niveles debe incluir:

- exposición por parte del profesor;
- discusión entre el profesor y los alumnos, y entre estos últimos;
- trabajo práctico apropiado;
- consolidación y práctica de las destrezas y rutinas básicas;
- resolución de problemas, incluyendo la aplicación de las matemáticas a las situaciones de la vida cotidiana;
- realización de trabajos de investigación". (pág. 88).

(249) "La resolución de problemas es consustancial a las matemáticas. Las matemáticas sólo son «útiles» en la medida en que puedan aplicarse a una situación concreta; precisamente la aplicación a las diversas situaciones posibles es lo que se denomina «resolución de problemas». En todo caso, antes de resolver estos problemas, es preciso traducirlos a los términos matemáticos apropiados. Este paso, primero y esencial, plantea serias dificultades a numerosos alumnos, hecho que con frecuencia se pasa por alto. El profesor ha de ayudar a los alumnos a entender, en cada etapa del curso, cómo deben aplicar los conceptos y destrezas que estén aprendiendo y cómo han de hacer uso de los mismos en la resolución de problemas. Estos problemas, por su parte, han de guardar relación con la aplicación de las matemáticas a las situaciones cotidianas de la experiencia de los alumnos y a otras situaciones menos familiares. Muchos alumnos necesitarán mucho tiempo de discusión y trabajo oral, antes de poder abordar por escrito los problemas más sencillos". (pág. 90).

(321) "Todos los alumnos han de adquirir cierta experiencia en la aplicación de las matemáticas aprendidas en las situaciones cotidianas a la resolución de problemas que no constituyan exactamente repeticiones de los ejercicios ya practicados. Al principio de la escolaridad, las matemáticas las aprenden «haciendo cosas». Exploran las situaciones matemáticas con que se encuentran (por ejemplo, clasifican objetos en diversas categorías o hacen encajar formas) y llegan a sus propias conclusiones. En esta etapa, su pensamiento matemático puede alcanzar un alto grado de independencia, que ha de desarrollarse a medida que crecen. En ningún caso debe permitirse un método de aprendizaje que se base exclusivamente en la asimilación de conocimientos recibidos y cuyo criterio de verdad sea «así me dijeron que debía hacerse". (pág. 116).

(322): "Las investigaciones y explicaciones matemáticas resultan valiosas aún cuando no se dirijan específicamente al aprendizaje de conceptos nuevos. Por tanto, deberá animarse a los alumnos a que, por ejemplo, determinen cuál es la mejor disposición de los asientos para el concierto que vaya a celebrarse en la escuela, o a que comparen los costes de los diversos paquetes o marcas de la comida de la mascota de la clase. Y estarán en mejores o peores condiciones de trabajar de esta forma según el grado en que el profesor tome conciencia de las diversas formas de empleo de las matemáticas en el aula y fuera de ella". (pág. 116).

(323): "El desarrollo de estrategias generales dirigidas a la resolución de problemas y a la investigación puede iniciarse ya en los años de primaria. Por consiguiente, hay que dar a los alumnos la oportunidad de familiarizarse con los procesos que cabe emplear en este tipo de trabajo. Uno de ellos consiste en hacer una representación gráfica o diagramática de la situación que se investiga; por ejemplo, si se tiran dos dados, puede registrarse gráficamente la puntuación obtenida. Tal vez se detecte una pauta en los resultados obtenidos, que conduzca a la formulación de una conjetura para predecir resultados posteriores; así, dos puntos en un círculo pueden unirse mediante una línea, tres puntos pueden agruparse por pares mediante tres líneas, cuatro puntos mediante seis líneas, y así sucesivamente. Entonces, se procurará descubrir si la conjetura es o no correcta y explicar por qué. A veces resulta conveniente realizar un experimento, como determinar

la longitud de un péndulo de segundos, o utilizar la estrategia de contemplar un problema análogo más sencillo: como el número de cuadrados de un tablero grande de ajedrez resulta elevado para contarlos, puede recurrirse a un tablero 2×2 y otro 3×3 , más manejables, y que hacen surgir una pauta. Es imprescindible desarrollar la capacidad de persistir en la exploración de un problema (por ejemplo, cuántas formas diferentes pueden conseguirse a partir de determinado número de cuadrados del mismo tamaño) y, asimismo, la de registrar las posibilidades tanteadas. Por último, es importante desarrollar la capacidad para el trabajo en equipo en la discusión de los planteamientos, y la de transmitir los progresos efectuados por medio de palabras, diagramas y símbolos". (pág. 117).

(324) "No se conoce bien el modo como se desarrollan estos procesos, y tampoco existen materiales adecuados a disposición de los profesores. Es evidente la necesidad de estudiar más a fondo las actividades espontáneas de resolución de problemas por parte de los niños y la posibilidad de enseñar estrategias y procesos conducentes a dicho fin. Parece comprobado que, si no se les permite abordar problemas de un nivel adecuado a sus conocimientos, de modo que un esfuerzo concentrado se vea coronado por el éxito, sus capacidades de resolución de problemas no se desarrollan de forma satisfactoria". (pág. 117).

Las reflexiones procedentes del análisis del documento mencionado dan lugar a una toma de posturas sobre cómo actuar en esta investigación, que consideramos continuación de la llevada a cabo el curso anterior aunque con algunas variaciones.

II.2. Método Ideal

La investigación realizada en 6º nivel estuvo basada en el método **IDEAL** de Bransford y Stein (1986). En la memoria "Didáctica Activa para la Resolución de Problemas" (1988, págs. 28-30) presentamos el marco general utilizado.

En la primera fase del trabajo en 6º nivel, éste se ha desarrollado

mediante la presentación de una situación real, con objetos manipulables y con obligación por parte del alumno de llevar a cabo alguna acción, a partir de la cual:

- a) Investiga los datos relativos a la situación, participando en su obtención.
- b) Con los datos obtenidos se planteaban preguntas.
- c) Las estrategias a seguir podían ser manipulativas, gráficas o numéricas.

Con este esquema el alumno siempre se mueve dentro de una situación concreta que comprende y, normalmente, domina ya que está en su campo de experiencias y por tanto no le resulta extraña.

Esta fase, en la que la comprensión del problema viene garantizada porque el alumno ha sido el constructor de la pregunta a contestar con los datos que ha obtenido de la realidad, debe dar paso a otra en la que el alumno trabaje prioritariamente sobre información verbal que se le proporcione.

En esta segunda fase de aplicación del método IDEAL se considerará cada problema como una globalidad en donde se destacan:

- * datos numéricos, que pueden ser estados u operadores.
- * relaciones entre los datos, que pueden ser estáticas o dinámicas.
- * datos o relaciones desconocidos: constituyen el resultado.

Es por esto por lo que, en séptimo nivel, el método lo queremos desarrollar a partir de un estudio exhaustivo de información verbal obtenida de:

- noticias periodísticas
- anuncios publicitarios

- historias o descripciones de hechos reales
- historias o descripciones de hechos inventados

trabajando con ella sobre tres aspectos:

- a. Estudio de los datos
- b. Comprensión y análisis de los enunciados verbales
- c. Preguntas a las que se puede dar respuesta con los datos y la información conocida.

A partir de la información que proporcionamos al alumno, se desarrollarán una serie de actividades relacionadas con los tres aspectos anteriores para el estudio de las distintas fases del método.

II.3. Identificación y definición de problemas

El seminario trabajó sobre algunas de las consideraciones teóricas elaboradas.

II.3.1. Estudio de los datos

Dentro de los distintos aspectos que se pueden estudiar sobre los datos podemos destacar para esta segunda fase del método los siguientes:

- a) Comprobar la posibilidad de que los datos sean o no ciertos.

Ejemplos:

"Arquímedes nació en el año 212 antes de Cristo y murió en el 287 antes de Cristo"

Los datos son falsos ya que -212 es mayor que -287.

"Al comprar un abrigo de 7200 PTA me rebajaron el 115%"

La rebaja del 115% no existe.

"Este traje se ha marcado al 225% de su precio de compra"

Dato normal.

b) Comprobar la posibilidad de que los datos sean o no reales.

Ejemplos:

"En la etapa ciclista Dúrcal-Motril la velocidad media del vencedor fue de 67,7 km/h"

El dato no es real.

"Las dimensiones de un dormitorio son 3 m. de largo, 2,75 m. de ancho y 1,35 m. de alto".

El último dato no es real.

c) Reconocer si las cantidades que determinan los datos están expresadas en las unidades que usualmente se utilizan en la realidad.

Ejemplos:

"El buzo estaba situado a 12750 mm. bajo el nivel del mar".

El dato utilizado en realidad es 12,75 m.

"La capacidad de una botella es de 0,0075 hl."

El dato utilizado en realidad es $\frac{3}{4}$ de l. 6 75 cl.

d) Investigar datos en la realidad y verificarlos.

"La cantidad de lluvia caída esta semana en Granada por m^2 es de 10 litros"

Se puede verificar en la prensa, a través del pluviómetro del colegio, llamando por teléfono al servicio de meteorología o analizando un recipiente que hubiera quedado en la terraza.

II.3.2. Comprensión y análisis de los enunciados verbales

El estudio sobre la información va a ir dirigido a los siguientes aspectos:

a) Completar los datos que faltan para que las relaciones presentadas sean ciertas.

Ejemplo:

"La temperatura mínima es de ___ y la máxima es de ___ en un día del mes de mayo en Granada".

b) Reconocer entre varias relaciones la más adecuada para conectar varios datos o informaciones.

Ejemplo:

"Al principio de mes la cuenta del banco de Mari es de 35000 PTA. Al final de mes su saldo era de -12000 PTA. ¿Qué hizo Mari ese mes en su cuenta bancaria?:

-Gastar mucho dinero

-Ingresar 23000 PTA

-Dar un cheque de 47000 PTA

-Pedir prestado 12000 PTA.

c) Localizar la información que no es necesaria para dar respuesta a la pregunta planteada.

Ejemplo:

"El 16 de agosto compré un vestido que marcaba 15000 PTA y me rebajaron el 25%.
¿Cuánto pagué por el vestido?"

d) Buscar las relaciones que faltan en una información verbal para que se cumplan las premisas propuestas.

Ejemplo:

"El radio del bidón de Alfredo mide 25 cm.
Al bidón no le caben 200 litros. ¿Qué información utilizó Alfredo para saber que no le caben 200 litros de aceite a su bidón?"

e) Determinar toda la información necesaria para dar respuesta a una pregunta planteada.

Ejemplo:

"¿Cuánto costará un traje en las rebajas?
Di qué información necesitas para dar respuesta a esta pregunta".

"¿Cuál es el volumen de este bidón?
¿Qué medidas necesitas para poder calcular el volumen del bidón?"

f) Completar la información que se necesita para resolver un problema.

Ejemplos:

"Un submarinista está a -70 m. respecto del nivel del mar

.....

¿Cuánto tiempo tarda en subir a la superficie?"

"El largo de una habitación es de 4,75 m

.....

¿Cuál es la medida del largo de esa habitación en el plano?"

h) Completar la información para obtener una solución determinada.

Ejemplos:

"Completar la información que falta en el ejercicio del submarinista para que la solución sea 35 minutos".

"Completa la información que falta en el problema del plano para que el resultado sea 2375 cm".

i) Esquematisar la información destacando los datos y relaciones básicas.

II. 4. Formulación de preguntas y resolución de problemas

Este apartado ha sido el más trabajado en sexto nivel y al que hemos dedicado más tiempo. El curso pasado nos dedicamos preferentemente a la invención de preguntas que se resolvían con una o dos operaciones determinadas, en este curso nos proponemos ampliar con el estudio de los datos y la comprensión del texto.

En esta etapa sobre invención de preguntas a partir de

información verbal hay que actuar con gran precaución para que, sin perder la creatividad, el alumno no lleve la formulación de preguntas a la pura fantasía y para que en todas las preguntas que redacte conozca un método para darle respuesta o sienta un gran interés por el conocimiento de la respuesta. Para evitar que los alumnos dispersen mucho la invención de preguntas, éstas deben ser pocas y redactadas con uno de estos dos criterios:

a) Formular preguntas en las que los datos necesarios para su contestación estén en la información presentada o la haya incluido el alumno al formular la pregunta.

b) Formular preguntas en las que, con los datos conocidos, no sea posible dar una respuesta y sea necesario localizar información adicional para ello.

Cada uno de estos dos criterios puede ir combinándose con exigencias al alumno de:

* preguntas que se resuelvan mediante unas operaciones determinadas.

* preguntas que se resuelvan con una técnica determinada (regla de tres, fórmulas, ecuaciones)

Veamos algunos ejemplos de situaciones mediante las que formular preguntas en base a las cuales se proponen y resuelven problemas. Con estos ejemplos avanzamos en la Planificación de nuestra investigación sobre resolución de problemas, según las fases del método elegido para su enseñanza y aprendizaje.

II.4.1. Situación 1: Noticia del diario "Ideal" de Granada

(fecha, 21-VIII-87)

"El sarampión fue la enfermedad que experimentó un mayor incremento en el volumen de casos declarados durante 1986 en el conjunto de las enfermedades de declaración obligada. El incremento de casos de sarampión con respecto a 1985 fue del 172,88% según datos del

Boletín Epidemiológico Semanal editado por el Ministerio de Sanidad. El total de casos de sarampión declarados en 1986 fue de 220109."

Preguntas posibles:

a) ¿Qué número de casos de sarampión hubo en 1985?

Pregunta en la que los datos necesarios están en la información presentada.

b) ¿Cuántos casos debió haber en Granada en 1985 si en 1986 hubo 3700?

Pregunta en la que los datos de la información han sido ampliados por los alumnos en su pregunta.

c) ¿Qué porcentaje de casos de sarampión se ha producido en España en 1987?

Pregunta en la que es necesario un nuevo dato para poder dar la respuesta.

II.4.2. Situación 2(a): Texto incompleto

Los cuadros ____ (1) ____ la pared. El peso ____ (2) ____ excesivo y podían ____ (3) ____ fácilmente. Cuando Juan los ____ (4) ____ no suponía que su ____ (5) ____ fuese tan grande. Entre el cuadro mayor y menor tendrían un ____ (5) ____ de 50 ____ (6) ____ como máximo. ¿Cómo podría Juan ____ (7) ____ sin dificultades?

-Tenemos un texto incompleto en el que falta información.

-En la información faltan datos y relaciones.

-Lee despacio el texto y piensa una palabra para cada hueco que proporcione sentido al texto. Escríbelas aparte.

-En la página siguiente hay columnas de palabras numeradas. Tacha en cada columna las palabras que resulten absurdas al colocarlas

en el espacio con el mismo número del texto.

-Elige una palabra de cada columna que permita formar el enunciado de un texto con sentido.

-Redacta el texto de modo que tenga sentido.

-Enuncia un problema a partir del texto.

1	2	3	4	5	6	7
Estaban vueltos para	Era	Dormirse	Vio	Peso	Flores	Pagarlos
Se apoyaban en	Llovía	Caerse	Masticó	Altura	Kilos	Romperlos
Colgaban de	No parecía	Partirse	Perdió	Tamaño	Dólares	Transportarlos
Floreaban en	No era	Cogerse	Compró	Mucosidad	Botellas	Dormirlos
Caían por	Resultaba	Transportarse	Cogió	Precio	Metros cuadrados	Enmarcarlos

Situación 2(b): Elaboración del enunciado

DATOS	RELACIONES
50 ladrillos	Contar
50 pesetas	Medir
5 metros	Rodear
1 valla	Construir
2 albañiles	Necesitar
3 sacos de cemento	Transportar
1 árbol	Sobrar

-Tienes una columna de datos y otra columna con verbos que establecen relaciones entre los datos.

-Escribe 3 enunciados de problemas de forma que en cada caso se empleen sólo 2 datos y una relación; tú debes añadir la pregunta.

-Si no te es posible añade los datos y relaciones que te parezcan convenientes, pero justifica por qué has tenido que añadirlos.

-Toma un solo dato y 3 relaciones. Inventa otro enunciado.

Completa lo que necesites; puedes utilizar la columna o añadir nueva información.

-Con tres datos y tres relaciones inventa varios enunciados distintos. Di cual de los enunciados inventados es el más correcto.

-Inventa un enunciado en el que intervenga toda la información.

II.4.3. Situación 3: Adquisición de una vivienda

1ª sesión. Motivación

Puntos a desarrollar:

-Necesidad de tener una vivienda.

-Tipos de vivienda que podemos adquirir.

-Debate sobre los precios que los alumnos creen que tienen los distintos tipos de viviendas.

-Debate sobre las formas de financiación que los alumnos conocen.

-Aclaración y discusión de todas las dudas que se vayan planteando.

-Como tarea, se les entregará un texto incompleto para que lo completen y, de esta manera, podremos saber si han entendido la información del texto, son capaces de completar datos y establecer relaciones que faltan en ese texto.

2ª sesión. Trabajo con tablas

Puntos a desarrollar:

-Confeccionar una tabla haciendo variar el coste de la vivienda.

-Confeccionar una tabla haciendo variar el tiempo de mantenimiento.

-Confeccionar una tabla variando las cuotas mensuales.

-Confeccionar una tabla variando el coste de la vivienda, el tiempo de mantenimiento y las cuotas mensuales.

Al confeccionar las tablas se comenzará pidiendo a los alumnos que hagan conjeturas sobre los datos que van a resultar en cada caso, después se calcularán los datos reales y se compararán.

3ª sesión. Invención de preguntas

Puntos a desarrollar:

-Invención de preguntas que interesen a los alumnos. Se trabaja y se discute por equipos.

-Selección y discusión con todos los alumnos de la clase de las preguntas aportadas por los equipos.

-Resolución de algunas de las preguntas seleccionadas siguiendo las siguientes pautas:

1. Se hacen conjeturas sobre los posibles resultados
2. Se discuten las posibles estrategias de resolución
3. Se van resolviendo las preguntas mediante cada una de las estrategias propuestas.
4. Se comprueba si obtenemos los mismos resultados con todas las estrategias válidas y también cómo las estrategias propuestas, que no eran válidas para obtener el resultado, conducen a resultados erróneos o sin sentido.

-Las restantes preguntas seleccionadas se escriben en la pizarra

y se mandan como tarea a realizar de forma individual en casa. Se pedirá a los alumnos que las resuelvan con más de una estrategia.

4ª Sesión. Resolución de problemas

-Se pone en común el trabajo realizado en casa, usando todas las estrategias que se les hayan ocurrido a los alumnos y poniendo de manifiesto cuáles son válidas y cuáles no.

II.5. Estrategias de Resolución de Problemas

Trabajar sólo con una estrategia de resolución proporciona al estudiante la falsa impresión de que cada problema tiene una única estrategia con la que puede ser resuelto. Esto añade una dificultad especial en la resolución de problemas, puesto que condiciona a los alumnos a equiparar el aprender matemáticas con el memorizar procedimientos específicos para aplicar a situaciones particulares. De este modo los estudiantes esperan memorizar un algoritmo que puedan aplicar en cualquier problema. Enseñar una única estrategia de resolución conlleva una consecuencia para los alumnos: "Si no se puede resolver el problema escribiendo una ecuación es porque el problema no puede resolverse".

Cuando los alumnos parecen incapaces de resolver un problema, suelen creer a menudo que la única forma de ayudarlos consiste precisamente en que el profesor resuelva el problema por ellos. Esto es debido a que, en la mayor parte de los casos, no se desarrolla un lenguaje que pueda emplearse para sugerir una aproximación al problema o proporcionar sugerencias sobre cómo llegar a la solución. En el aprendizaje de Estrategias es muy importante que el profesor discuta el procedimiento empleado para la resolución del problema. Haciendo esto, los estudiantes pueden hablar acerca del proceso de resolución más que preguntar la respuesta. Cuando un alumno pide ayuda después de haber tratado las estrategias de resolución, se puede sugerir simplemente: "intenta una tabla", o "busca un patrón" más que proporcionar la solución al problema.

II.5.1. Selección de estrategias

Las estrategias que se van a trabajar en este curso con el método IDEAL son:

- Conjeturar y controlar.
- Hacer tablas.
- Buscar patrones y regularidades.
- Construir un modelo. Dentro de esta estrategia se incorporan las expresiones algebraicas como uno de los modelos posibles, que sirve para expresar relaciones numéricas.
- Eliminación.
- Simplificación.

II. 5.2. Estrategia I: Conjeturar y controlar

Es probablemente la más sencilla y natural de todas las estrategias para resolver problemas. Sin embargo muchos alumnos son reacios a hacer una conjetura sobre la solución de un problema. Por ello, al comenzar a trabajar sobre esta estrategia es conveniente animar a los estudiantes a hacer conjeturas.

Pasos a seguir con esta estrategia:

- 1.- Realizar una conjetura razonada respecto de la solución.
- 2.- Comprobar la conjetura sobre las condiciones del problema.
- 3.- Utilizar la información obtenida al hacer la primera verificación para realizar una nueva conjetura.
- 4.- Continuar el procedimiento hasta obtener una respuesta correcta.

Actividades tipo:

1.- Tantear la respuesta: Consiste en preguntas tales como cuánto o cuántas unidades mide una determinada cantidad.

2.- Razonar con los alumnos los tanteos hechos en la actividad anterior, justificando la mayor o menor sensatez de las respuestas.

3.- Adivinar el número que otro piensa, respondiendo a la conjetura sólo con las respuestas "es mayor" o "es menor".

Los ensayos se van recogiendo en una tabla de la forma:

El número pensado es	
mayor que	menor que

4.- Adivinar el número mediante 10 preguntas, a las que sólo se responde con SI o NO, y en las que se puede preguntar sobre cualquier característica: ¿es impar?, ¿está en la 2ª decena?, etc

5.- Probable o improbable: Trabajar sobre enunciados que llevan una información numérica -verdadera o falsa- y conjeturar si es probable o no.

6.- Conjeturar razonablemente. Enfatizar la importancia de hacer buenas conjeturas; por tanto, pensar cuidadosamente antes de avanzar una respuesta.

II.5.3. Estrategia II: Hacer una tabla

Esta estrategia se presenta como una alternativa que permite realizar ensayos poco sofisticados para resolver problemas, lo cual puede permitir alcanzar la solución.

Se distinguen dos niveles:

- hacer una lista, y
- hacer una tabla.

Hacer una lista es el procedimiento que se sigue para tener organizadas todas las posibilidades que surgen de una situación dada; se introducen los conceptos fundamentales de permutación y combinación. El procedimiento de listado resulta especialmente importante al utilizar el proceso de eliminación, ya que deben determinarse todas las posibilidades antes de excluir casos específicos.

En la parte correspondiente a hacer una tabla se desarrollan métodos para elaborar una tabla sobre un problema y para utilizar las entradas de la tabla en la resolución de un problema. Las tablas también se emplean como un organizador cuando se utiliza la estrategia de Conjeturar y Controlar.

Actividades tipo: Hacer una lista

1.- La introducción a la estrategia "Hacer una lista", puede hacerse fácilmente jugando al "Juego del listado", que es sencillo de realizar y que consigue:

- * Reforzar la idea de soluciones múltiples a un problema.
- * Contribuir a iniciar los conceptos de Combinación y Permutación.
- * Facilitar el desarrollo de un procedimiento para un listado exhaustivo.

Al juego del listado se juega como sigue:

Se divide la clase en dos grupos iguales, que se sientan en sitios opuestos en la habitación.

A continuación, cada grupo escoge a un equipo de tres que los representen.

Cada equipo de tres se sienta en fila, enfrente del otro equipo tal como se muestra. Cada miembro se identifica mediante una letra impresa en cartulina



A una orden del profesor, cada equipo debe realizar un cambio, de forma que consiga un orden diferente. A una segunda orden, cada equipo debe de hacer un nuevo cambio, pero buscando un orden diferente de los utilizados previamente.

Ejemplo:	Equipo A	A B C	Equipo B	D E F
	Cambio 1º	C A B	Cambio 1º	F D E
	Cambio 2º	B A C	Cambio 2º	E F D

El juego continúa hasta que un equipo repita un orden utilizado previamente. Los estudiantes que observan deben anotar las ordenaciones del equipo opuesto y actuar como jueces.

Cuando uno de los equipos repite ordenación, ambos equipos deben retirarse, y se eligen nuevos equipos para representar a los grupos.

Cada equipo recibe un punto por cada orden diferente que obtenga. El orden inicial no se cuenta.

Cuando se incorporan nuevos equipos, comienzan desde el principio, es decir, pueden repetir las ordenaciones empleadas por los equipos anteriores.

Si el procedimiento resulta muy sencillo con equipos de tres, o cuando los participantes hayan localizado las seis ordenaciones, se puede trabajar con equipos de cuatro o cinco.

2.- Se puede presentar un método para hacer una lista exhaustiva, en la que aparezcan todas las posibilidades, por ejemplo:

Completar las listas escribiendo todos los números de 3 cifras que se pueden hacer empleando los dígitos 4, 5 y 6.

4 5 6 5 _ _ _ _ _ _
4 _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

3.- En el Hipermercado hacen una oferta: "Por más de 5000 PTA de compra puede llevarse Gratis 3 de nuestros productos de Promoción."

¿Cuántas posibilidades diferentes de "productos de promoción regalo" hay?

Organiza tu lista y no olvides ninguna posibilidad.

Productos de promoción
Tomate "Rotondo"
Queso "Plastoso"
Espárragos "Mixta"
Miel "San Agapito"
Galletas "Redonda"

4.- En el nuevo restaurante "Comer Bien" ofrecen en su menú las siguientes posibilidades:

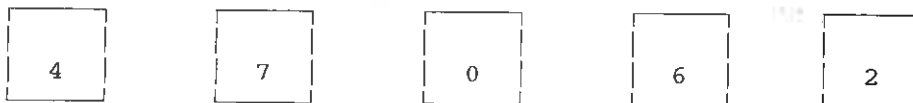
<u>CARNES</u>	<u>ENSALADAS</u>	<u>PESCADOS</u>	<u>POSTRES</u>
---------------	------------------	-----------------	----------------

Chuletas	Lechuga	Boquerones	Pastel
Filete	Frutas	Calamares	Helado
Pollo			

Si elegimos un plato de cada clase para nuestra comida, ¿cuántos días podemos estar comiendo en "Comer Bien" antes de que tengamos que repetir la misma comida?

5.- Un grupo de amigos se reúnen para merendar. Cada bocadillo cuesta 80 PTA. y cada refresco 40 PTA. Tienen 1000 PTA. para gastar. Tienen que comprar al menos 5 bocadillos y 5 refrescos. ¿Cuántas compras distintas pueden hacerse de forma que se gasten exactamente las 1000 PTA? Haz una lista con todas las posibilidades.

6.- Las 5 fichas de abajo se introducen en una bolsa y se sacan 3 a la vez. Si una puntuación es la suma de los números dibujados sobre las fichas. ¿Cuántas puntuaciones diferentes son posibles?



7.- Empleamos monedas de 1 PTA, 5 PTA, 10 PTA, 25 PTA. ¿De cuántas formas posibles podemos reunir 37 PTA?

Para resolver los problemas 4, 5 y 6 hay que ordenar los datos insistiendo en la importancia de llevar un orden para no olvidar ningún caso. Conviene usar casilleros, por ejemplo:

Bocadillos	5	6	
Refrescos	15	13	

Tarjeta 1	7	7	
Tarjeta 2	4	4	
Tarjeta 3	0	6	
Puntuación	11	17	

Hacer una tabla y buscar regularidades

Se trata de que los alumnos adquieran el hábito de:

i) Realizar una tabla para identificar las incógnitas de un problema, etiquetando la tabla correctamente y dando entradas para las incógnitas.

ii) Elaborar una sentencia o enunciado numérico para la tabla.

Para ello seguiremos estas instrucciones:

Primer paso. Presentar a los alumnos, en una hoja, los 5 primeros ejercicios para que los completen. La ayuda debe de ser mínima. Simplemente se puede explicar qué términos pueden usarse para las incógnitas en la regla, pero las operaciones deben indicarse mediante símbolos, como en el primer ejercicio. Si se ha presentado ya el uso de variables, su utilización debe ser enfatizada. Sin embargo, cualquier regla que describa correctamente la situación debe aceptarse, ya incluya términos verbales o símbolos. Pueden emplearse cualesquiera números para completar las tablas, en tanto que satisfagan la situación.

Segundo paso. Los alumnos completarán rápidamente sus tablas. La discusión posterior es importante y debe dirigirse a algunos puntos en particular:

a) La identificación adecuada de las incógnitas en la tabla es esencial.

b) Los alumnos deben controlar cada pareja de cuadros para ver

si satisfacen la situación dada.

c) La regla para cada problema puede deducirse, respondiendo a una de estas cuestiones:

-¿Pueden multiplicarse los cuadros en una fila de la tabla por una constante para obtener el cuadro correspondiente de la otra fila?

-¿Tienen las parejas de cuadros una suma constante?

-¿Tienen las parejas de cuadros una diferencia constante?

Ejercicios

Los ejercicios del 1 al 5 se trabajaron en grupo en la clase como presentación de la estrategia.

1.- Un mecánico cobra 1250 PTA por hora.

Horas de trabajo	1	2				
Cantidad cobrada	1250	2500				

Regla: Sueldo = 1250 x horas de trabajo

2.- Hay que atar juntas 2 cuerdas para obtener una cuerda de 35 m

Cuerda 1	15 m					
Cuerda 2						

Regla: _____

3.- Se alinean las 80 sillas del auditorio con igual número de sillas por fila:

Filas						
Número de sillas						

Regla: _____

4.- Juan es siete años mayor que María.

Edad de Juan						
Edad de María						

Regla: _____

5.- La rueda pequeña de un triciclo da 3 vueltas cuando la grande da 2.

vueltas rueda pequeña						
vueltas rueda grande						

Regla: _____

Después de hacer la discusión en clase de los ejercicios anteriores, se les propuso realizar los siguientes actividades:

1.- La madre de Ana es 27 años mayor que Ana

Edad de Ana						
Edad de la madre						

Regla: _____

2.- Cada año de vida de un perro es equivalente a siete años de vida humana.

Edad del hombre	7			21	35	63
Edad del perro	1	4	15			

Regla: _____

3.- Los cursos de 7º y 8º han vendido un total de 127 entradas para el teatro:

Entradas vendidas en 7º	57	42		65	21	
Entradas vendidas en 8º	70		96	80		33

Regla: _____

4.- Las instrucciones del sobre de refresco dicen "Mezclar 16 gramos de refresco con un litro de agua fría y agitar, después servir".

Refresco	16g	8g		48g		160g	
Agua	1l		4l		250ml		1000ml

Regla: _____

5.- Por cada 100 PTA que gana Antonio ahorra 30 PTA.

Pesetas ganadas	100	300		500		850	
Pesetas ahorradas	30		15		240		360

Regla: _____

II.6. Conclusiones

Los ejemplos y situaciones presentadas son una selección del trabajo realizado por el Seminario en la Planificación de actividades para el aula. Esta planificación estaba estructurada según el esquema de trabajo derivado del método IDEAL y de las estrategias mencionadas. La planificación tuvo en cuenta un marco temporal y unos grupos escolares concretos en los que poner en práctica las actuaciones diseñadas. El siguiente capítulo concluye la planificación de situaciones para el aula. En los capítulos IV y V se presentan núcleos de información correspondientes a las siguientes etapas de nuestra investigación-acción.

También hemos considerado la Planificación desde la perspectiva del propio trabajo del Seminario. Hemos tratado de poner de manifiesto cómo un grupo de profesores, preocupados por la mejora de la calidad de su práctica docente, se planteaba llevar a cabo un estudio mediante el que, esforzándose en perfeccionar la acción del momento, obtienen información relevante sobre errores y dificultades de los escolares y evalúan secuencias concretas de actuación con el fin de proponer modificaciones en su diseño. Esta otra planificación irá siendo revisada por el seminario a lo largo de la memoria; las reflexiones finales de cada capítulo muestran la valoración hecha y los acuerdos alcanzados por el grupo de investigación en cada caso.

Capítulo III

MATERIALES PARA EL AULA Y SECUENCIAS DE TRABAJO

Este capítulo está dedicado a presentar el material elaborado por los Profesores del Seminario y discutido en las sesiones de trabajo. El material se presenta articulado en torno a una situación mediante la que se desarrolla uno de los tres tópicos elegidos para trabajar en este curso. Como ya hemos mencionado, estos tópicos son: Porcentajes, Iniciación a la Estadística y Números Enteros. Los profesores del Seminario propusieron once situaciones diferentes para trabajar estos tópicos en el aula: tres situaciones para Porcentajes, una situación para Estadística y seis situaciones para Números Enteros.

El material presentado para cada situación se organizó según cinco apartados distintos: Objetivos, Planificación, Actividades, Material de trabajo para los alumnos y Observaciones, sin que sea necesario que cada situación contemple explícitamente todos los apartados o que los considere sólo una vez, ya que en unos casos el material es más extenso y se subdivide en apartados mientras que en otros casos se propone un guión general de trabajo.

Cuadro 3.1. Organización de las situaciones presentadas

apartados situaciones	objetivos	planificación	actuación	material de trabajo	observaciones	total
4	2	1	3	3	1	10
5	-	-	-	2	-	2
6	1	1	2	1	2	7
7	-	1	1	1	2	5
8	-	1	1	1	-	3
9	-	-	-	1	-	1
10	-	-	-	5	-	5
11	-	-	-	1	-	1
12	-	-	-	1	-	1
13	-	-	-	1	-	1
14	-	-	-	1	-	1
total	3	4	7	18	5	37

Por continuidad con las situaciones presentadas en el capítulo anterior hemos numerado estas situaciones desde 4 a 14. La organización de cada una de ellas se resume en el cuadro 3.1

Las once situaciones que se presentaron en el seminario fueron discutidas extensamente y, finalmente, quedaron tal y como aparecen a continuación. Como veremos no todas las situaciones fueron llevadas al aula; el trabajo que aquí se presenta son los guiones elaborados como resultado de diseñar situaciones para el aula después del debate ocurrido en el Seminario y teniendo en cuenta las reflexiones anteriores sobre resolución de problemas.

III.1. Tema: PORCENTAJES

Conceptos previos: Se supone que los niños conocen nociones básicas sobre los conceptos de:

Razón y proporción.

Magnitudes directamente proporcionales.

Regla de tres simple directa.

Situaciones a desarrollar: Para este tema se han previsto situaciones que incluyen información escrita, relacionada con el comercio y la población andaluza.

III.1.1. Situación 4: Las Rebajas

Al comenzar el trabajo en esta situación se hará hincapié en las siguientes consideraciones:

-Diferencias iguales en situaciones de cambio, en este caso descuentos y rebajas, no implican proporcionalidad directa. La proporcionalidad necesita que las razones sean iguales.

-Proporción con relación a la cantidad 100.

La finalidad de la primera actividad es realizar una exploración de tanto por ciento. Al alumno se le entrega información sobre precios iniciales de diversos artículos y los correspondientes tras las rebajas. Basándose en esa información deberá completar tres fichas de trabajo,

para lo cual tendrá que recurrir a las siguientes estrategias:

- Aproximación y redondeo.
- Elaborar tablas.
- Detectar información errónea.

El alumno, tras familiarizarse con la información presentada, podrá descubrir que:

* La comparación de cambios no es significativa si únicamente comparamos las diferencias, ya que un mismo cambio sobre cantidades iniciales distintas produce resultados diferentes.

* Para poder comparar cambios ha de hacerse sobre razones.

* Un convenio usual es establecer la tasa de cambio respecto de la cantidad 100.

Objetivos de la actividad

Con este trabajo pretendemos que el alumno supere los siguientes objetivos:

- Comparar situaciones de cambio:
 - a) con igual cantidad inicial
 - b) con igual cantidad de cambio
 - c) con igual cantidad final

y justificar en cada caso por qué son diferentes.

-Enunciar situaciones de cambio equivalentes a otra dada inicialmente.

-Expresar una situación de cambio en su equivalencia de tanto

por ciento. (Sin empleo de nomenclatura específica de %).

-Inventar enunciados sobre la información, distinguiendo si necesitan o no nueva información.

Conceptos:

Con el desarrollo de este trabajo pretendemos situar al alumno en disposición para adquirir la noción de porcentaje.

A partir de este momento desarrollamos los siguientes aspectos teóricos:

-Tanto por ciento: razón respecto cantidad 100.

-Notación "%", "... por ciento", "por 100".

-Casos de tanto por ciento:

a) Calcular % de cantidad a

b) Qué % de a es b

c) b es un % de a. ¿Cuánto es a?

Conviene trabajar, además del caso general en el que un porcentaje es una cantidad inferior a la dada, los casos especiales de porcentajes mayores o iguales a 100 y el complementario de un tanto por ciento.

No debemos olvidar el tratamiento gráfico de porcentajes en pendientes y sectores, como tampoco la notación decimal o fraccionaria del tanto por ciento ($.05=5\% = 5/100$).

Material de trabajo

Debemos intentar que los ejercicios que se realicen para afianzar los conceptos matemáticos que acabamos de desarrollar, se hagan a

partir de preguntas formuladas por los propios alumnos, teniendo como marco de referencia una hoja informativa sobre las "Rebajas" y utilizando las estrategias que hemos introducido este curso en la aplicación del método IDEAL: conjeturar y controlar, redondeo, confección de tablas, no olvidando el cálculo aritmético. Cada uno de los alumnos dispone de una copia de la hoja de información sobre rebajas de un comercio local, sobre la que se van a continuar realizando actividades.

Consideraciones: Los alumnos han de expresar en voz alta sus opiniones durante el proceso que siguen en la resolución de los problemas.

Objetivos:

1.- Observar una información y reconocer características que se destacan en ella.

2.- Buscar regularidades y diferencias destacadas en la información presentada.

3.- Localizar la opción más favorable en una situación de compra-venta y discutir criterios para esa mejor o peor opción de compra.

Planificación

Primera sesión

1ª Iniciación y motivación

"Las rebajas de Galerías"

2ª Observación y descripción:

Se le presenta a los alumnos las "hojas de las rebajas", uno de ellos informa a los demás. Se les invita a que observen y comenten los aspectos que destacan en esta información. Se deberá procurar que salgan preguntas del tipo:

- ¿Qué nos quiere decir esta publicidad?
- ¿Existen más tipos de hojas publicitarias?, enumerarlas.
- ¿Qué información nos quieren transmitir?
- ¿Tiene sentido gastarse tanto dinero en publicidad?
- ¿Cómo transmite información una hoja publicitaria?

En estos primeros meses del año las rebajas son usuales y los comercios invierten gran cantidad de dinero en propaganda.

Aquí tienes el anuncio puesto por unos grandes almacenes en la prensa local.

Material de trabajo para el alumno

Mejor que nunca

SEÑORAS		NIÑAS	
Abolitos en algodón para los días más cálidos	2.995 9.995	Blusas en algodón para niñas	2.995 4.995
Vestidos en algodón y algodón adaptados a niñas o niñas	2.995 4.995	Blusas en algodón para niñas no labradas	2.995 4.995
Blusas en algodón y algodón para niñas	2.995 2.995	JOVENES	
Camisetas en algodón y algodón para niñas	2.995 1.295	Camisetas en algodón para jóvenes	2.995 6.995
Camisetas en algodón y algodón para niñas	2.995 2.495	Camisetas con cuello para niñas	2.995 3.695
CABALLEROS		Camisetas con cuello para niñas	2.995 2.995
Camisetas en algodón para caballeros	2.995 16.995	NIÑOS	
Camisetas en algodón para niños	2.995 16.995	Camisetas en algodón para niños	2.995 8.995
Camisetas en algodón para niños	2.995 16.995	Camisetas en algodón para niños	2.995 1.995

Corre... que vuelan!

Si no queda comentario lo devolvemos al instante. ABRIMOS HASTA LAS 9 DE LA NOCHE

LAS REBAJAS de GALERIAS

a) Piensa en los artículos (prendas de vestir) que os habéis comprado en vuestra casa durante las rebajas y escribe los que coinciden con los de este anuncio.

b) Escribe el nombre de los tres artículos cuyo precio inicial (antes de las rebajas) es más alto.

c) Escribe el nombre de los artículos cuyo precio inicial es menor de 5000 PTA.

d) Escribe las parejas o tríos de artículos que tienen el mismo precio de venta en rebajas.

e) ¿Hay artículos con el mismo precio inicial?

f) Explica las características comunes que observas en los precios de venta en rebajas.

g) Completa la Tabla 1

Tabla 1

PRENDA	PRECIO INICIAL	PRECIO REBAJADO	DESCUENTO O REBAJA

Si al confeccionar la tabla observas algunas anomalías o posibles errores los escribes y pones al lado las razones por las que creas que están mal.

Procura dar respuestas a las siguientes preguntas: ¿Qué artículos te has comprado recientemente? ¿Los artículos son baratos o caros? ¿Qué te gustaría comprarte y qué no?

¿Qué otras cosas se te ocurren a propósito de esta información?

Busca regularidades; elige la compra más favorable

Esquema de trabajo

- a) Se intentará cubrir los apartados b, c, d, e y f.
- b) Se plantearán a discusión las preguntas siguientes: ¿Cuál es la compra más ventajosa? ¿Cuál la menos? ¿Por qué? .
- c) Cada alumno/a deberá elegir de cada uno de los grupos establecidos de prendas el más ventajoso, indicando las ventajas o inconvenientes que tiene su compra. Razonando el por qué se ha elegido esa y no otra prenda y que método se ha seguido para establecerlo.

Planificación

Segunda sesión

1.- Haced una lista de artículos que os gustaría compraros, para ello vais a utilizar la ficha en la que aparece la tabla 2. Después vamos a hacer un sorteo y os vamos a dar un cheque para que con ello compréis, ajustando la compra ya que el cheque no va a exceder de 40000 PTA.

2.- Se hace el sorteo de los cheques y se le entrega el mismo en un sobre.

3.- Ajustar la compra al valor del cheque recibido y justificar la opción de compra que se hace, desde distintos puntos de vista.

Material de trabajo para el alumno

Tabla 2

S E Ñ O R A S	Prendas									
	Abrigos									
	Vestidos									
	Faldas									
	Chinelas									
	Zapatos									
C A B L L E R O S	Trajes									
	Abrigos									
	Cazadoras									
	Pantalones									
	Zapatos									
J O V E N	Cazadora									
	Suéter									
	Jerseys									
N I Ñ O	Cazadora									
	Jerseys									

a) Fíjate en la columna 4ª de la Tabla 1 y ordena las cantidades rebajadas de mayor a menor.

¿Qué prenda de vestir tiene mayor rebaja? ¿Y menor rebaja?

¿Hay algunas prendas con la misma rebaja ¿cuáles son?

b) Fijándote en las columnas 2ª y 4ª de la Tabla 1 piensa alguna razón que justifique que en estos anuncios las rebajas no son proporcionales a los precios iniciales.

c) Calcula el precio-rebaja y el descuento de las prendas que tienes en la Tabla 3, si estos fueran proporcionales a los de los abrigos de señora. Con los datos obtenidos completa la tabla.

Tabla 3.

prenda	precio inicial	precio rebajado	descuento
abrigo Señora	15 975	9 995	5 980
vestido Señora	10 975		
abrigo Caballero	28 975		
jersey Niño	2 695		

d) Para que el descuento fuese proporcional al precio inicial nos deberían descontar lo mismo por cada peseta de precio inicial.

Calcula el descuento por cada peseta de precio inicial. Aproxima el resultado hasta las centésimas.

Di qué artículos tienen descuentos proporcionales.

e) Calcula el descuento por cada 100 PTA del precio inicial.

Quando un comercio quiere que todas las prendas rebajadas sean proporcionales al precio inicial lo refiere a la cantidad 100.

Has visto que había dos errores en el precio de rebajas de las cazadoras de caballero y niño. Anula esos datos de tu tabla.

Toma de nuevo el folleto donde se anuncian la rebajas y completa estas líneas de puntos.

¿Qué puedo comprar con...?

Cantidad de dinero	Prendas
5000 PTA:
12000 PTA:
18000 PTA:
35000 PTA:

He entrado a estos grandes almacenes con 20000 PTA, al salir no tenía ni para el autobús. ¿Cuál de estos casos me ha podido ocurrir?

- Comprar dos artículos
- Perder la cartera
- Comprar cuatro artículos
- Comprar tres artículos

Si hubiese comprado dos prendas de vestir con las 20000 PTA y no me quedase ni para el autobús. ¿Podrían ser las dos prendas diferentes? ¿Cuáles serían?

Haz grupos de cuatro artículos que se pueden comprar con las 20000 PTA y que sobre menos de 40 PTA.

¿Qué tres artículos puedes comprar con 20000 PTA?

Una forma fácil de saber en qué prendas han descontado un porcentaje mayor es redondear los precios.

Completa la Tabla 4 poniendo los valores ya redondeados

Tabla 4

Señora	Valor de temporada	Valor rebajado	% rebajado	
			+ de 50 %	- de 50 %
Abrigo	16000 PTA	10000 PTA		
Vestido				
Falda				
Chinelas				
Zapatos				

Fijándote en la tabla anterior y observando cómo lo hemos hecho en el caso del abrigo, completa las demás prendas hasta llegar a averiguar el porcentaje de rebaja en cada caso, para ello ayúdate de estas tablas.

abrigo	
Valor Temporada	Cantidad rebajada
16000	6000
8000	3000
4000	1000
2000	750
1000	375
100	37,5

Vestido	
Valor temporada	Cantidad rebajada
100	

Falda	
Valor temporada	Cantidad rebajada
100	

Realiza un esquema similar para calcular el porcentaje de descuento en chinelas y zapatos.

La confección de tablas también te puede ayudar a calcular cuánto te tienen que descontar de un precio si conoces el porcentaje de rebaja que te van a hacer.

Ejemplo: Si sabes que el precio inicial era de 1800 PTA y que te hacen el 20% de descuento haz la siguiente tabla

Precio Inicial	Descuento
100	20
200	40
300	60
400	80
800	160
$1000=800+200$	$160+40=200$
$1800=1000+800$	$200+160=360$

Observando lo que has hecho en la tabla anterior, completa las siguientes para calcular cuánto te tienen que descontar del precio inicial, en cada caso.

"Precio inicial 4900 PTA descuento 30%"	
Precio Inicial	Descuento
100	30
4900	-----

"Precio inicial 1450 Ptas descuento 17%"	
precio inicial	Descuento
100	20
1450	----

Repetir estas tablas para los siguientes casos

precio inicial	descuento
7400	12%
830	17%
641	37%
2830	28%

La confección de tablas también la podemos usar para resolver situaciones como esta:

"En una compra nos han descontado 900 PTA. Haciéndonos el 40% de descuento, ¿cuál era el precio inicial?"

La tabla podría ser la siguiente:

Precio Inicial	Descuento
100	40
200	80
400	160
800	320
1600	640
50	20
25	10
1000	400
2000	800
$200+50=250$	$80+20=100$
$2000+250=2250$	$800+100=900$

Observando lo que hemos hecho en la tabla anterior completa estas tablas para averiguar el precio inicial en cada caso:

"Cantidad descontada 240 PTA descuento 30%"	
Precio inicial	descuento
100	30
x	240

Hacer una tabla similar a la anterior para cada una de las siguientes situaciones.

cantidad descontada	descuento
1170	15%
420	14%
990	22%
845	65%
525	35%

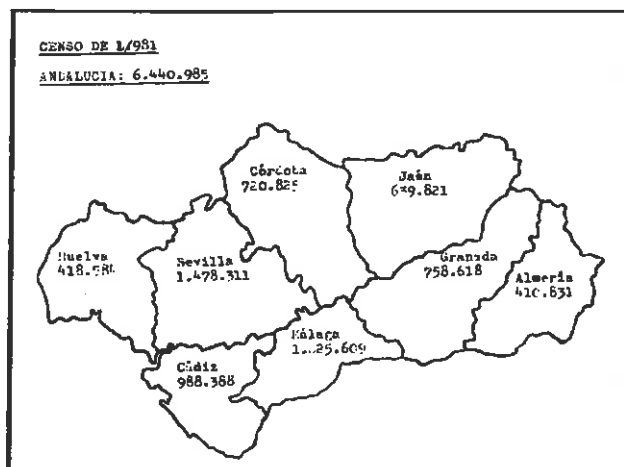
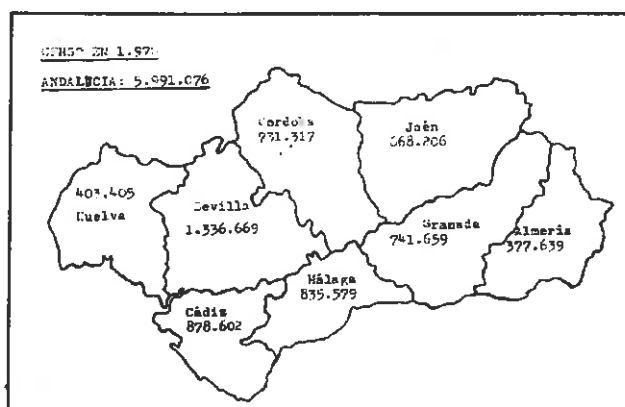
III.1.2. Situación 5: El paro en Granada

Temporalización: 2 Sesiones de trabajo

Material: Documentos gráficos que sirven de ilustración al tópico

1ª Actividad

Material de trabajo para el alumno



En los dos mapas que figuran en la página anterior, aparecen las poblaciones de las diferentes provincias andaluzas, con referencia a los años 1970 y 1981.

Obsérvalo y contesta las siguientes cuestiones:

a) Escribe el nombre de la provincia que tenía mayor número de habitantes en el año 1981.

b) Escribe el nombre de la provincia que tenía menor número de habitantes en el año 1981.

c) Completa en la Tabla 4 las columnas 1, 2 y 3.

Tabla 4

	población 1970	población 1981	incremento de pobla- ción	Orden columna 3	Estimación	Porcentajes
Almería						
Cádiz						
Córdoba						
Granada						
Huelva						
Jaén						
Málaga						
Sevilla						
Andalucía						

d) Completa:

-Provincias con aumento de población:

-Provincias con disminución de población:

e) En qué provincia el incremento de población ha sido mayor.

f) Anota en la cuarta columna de la tabla anterior, el orden que ocupa cada provincia según su incremento de población.

g) Observa detenidamente los datos de las provincias de Granada y Huelva. Granada ha crecido en número de habitantes más que Huelva.

Piensa y contesta:

Si cada provincia tuviera solamente 100 habitantes ¿habría pasado igual?.

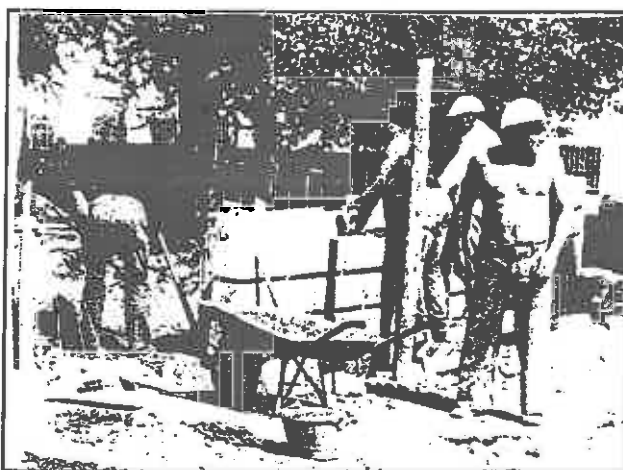
¿Qué provincia habrá crecido más realmente?.

h) Ordena en la columna cinco de la tabla sin hacer operaciones, el lugar de cada provincia según creas tu que ha sido su crecimiento real.

i) Ordena las provincias en la columna seis según su crecimiento real. Utiliza las operaciones que creas necesario.

2ª Actividad

Material para el alumno



Noticia: "35 de cada 100 trabajadores granadinos está en paro

El paro es una lacra social que se ha adueñado ya de 35 de cada cien granadinos en edad de trabajar. Es significativo el aumento del paro en el sector de la construcción.

Actualmente existen en Granada más de 81.000 parados, lo que supone un aumento de más de 5000 con respecto al año 1986".

a) Lee con atención la noticia de prensa que te hemos presentado y señala con V (si es verdadero) o con F (si es falso).

De cada 100 personas 35 no trabajan ____

De cada 100 personas que trabajan 35 no trabajan ____

Por cada 65 personas que trabajan hay 100 personas en Granada ____

De cada 65 personas que trabajan hay 35 que no trabajan ____

De cada 100 trabajadores posibles sólo trabajan 65 ____

b) Escribe la información de otra manera para que se entienda mejor:

c) Rodea la expresión verdadera:

-El paro en Granada es... pequeño/normal/grande

-El paro en Granada es... más de la mitad/menos de la mitad

-El paro en Granada es... más de un tercio/menos de un tercio

-El paro en Granada es... más de un cuarto/menos de un cuarto

-El paro en Granada es... más de tres cuartas partes/menos de las tres cuartas partes

d) Subraya todos los intervalos que sean ciertos:

El paro en Granada está entre...

$1/2$ y $1/3$ $1/2$ y $3/4$ $1/2$ y $1/4$ $1/4$ y $1/3$

de la población total.

Explica las razones que has tenido para subrayar una de estas expresiones:

Explica las razones que has tenido para NO subrayar otra de esas expresiones:

Esta relación entre trabajadores y trabajadores en paro ¿es directamente proporcional?

Realiza las siguientes actividades a partir de la información inicial.

a) Completa esta tabla

Trabajadores	En paro	con trabajo
400
700
80
5000
.....	70
.....	175
.....	260
.....	286

b) La población de Granada-Capital es de 250000 personas.
¿Cuántas hay en paro?

c) La población de la Provincia de Granada es 780000 personas.
¿Cuántas están en paro?

d) En la Provincia de Granada hay 81000 personas en paro.
¿Cuántos trabajadores hay en la provincia? ¿Cuántas personas trabajan?

e) En Motril hay 17500 trabajadores. ¿Cuántos hay en paro?
¿Cuántos con trabajo?

f) Comprueba si en estos pueblos la proporción de paro es mayor o menor que la provincial.

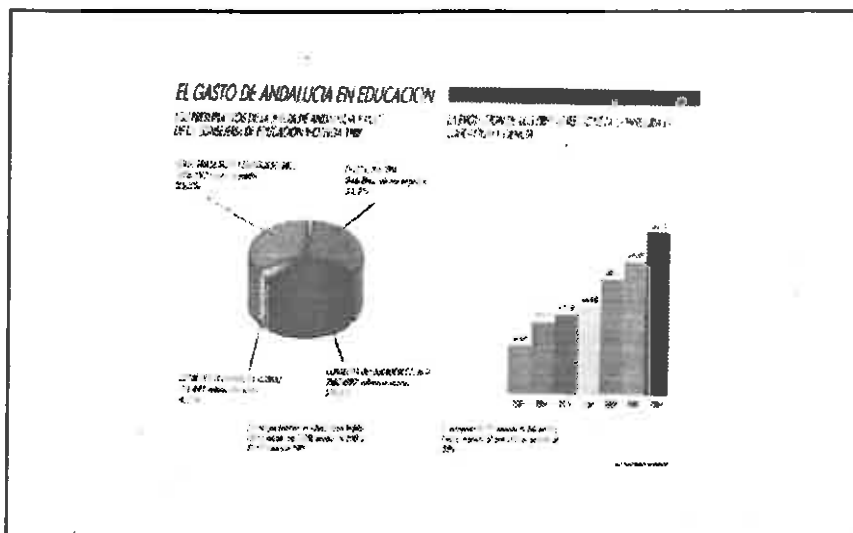
PUEBLO	TRABAJAN	EN PARO	% EN PARO
Almuñécar	1870	315	
Loja	2315	502	
Diezma	620	130	
Huétor-Tajar	750	140	

III.1.3. Situación 6. Presupuestos de la Junta de Andalucía

Contenido: Estudio de los datos que intervienen en la situación.

Material para el alumno

Presupuestos /89 de la Junta de Andalucía y dentro de ellos las páginas correspondientes a la Consejería de Educación y Ciencia.



Objetivos

Respecto al estudio de los datos que proporciona cualquier situación queremos incidir en cuatro aspectos que permiten llegar a su comprensión y llevar a cabo la definición de problemas a partir de ellos. Estos aspectos son:

- Comprobar la posibilidad de que los datos sean o no ciertos.
- Comprobar la posibilidad de que los datos sean o no reales.
- Reconocer si las cantidades que determinan los datos están expresadas en las unidades que usualmente se utilizan en la realidad.

d) Investigar datos en la realidad y verificarlos.

Actividades

Calcula la superficie del rectángulo gris en la representación gráfica.

Calcula las superficies de los rectángulos de las distintas tramas.

Suma los porcentajes correspondientes a las distintas tramas y comprueba si obtienes el 100%

Suma el presupuesto de los distintos sectores y comprueba si obtienes 266697 millones, que es el presupuesto de la Consejería de Educación y Ciencia.

El presupuesto de E.G.B. es de 124064000 billetes de mil pesetas.

Para E.E. M.M. la Consejería ha presupuestado para 1989: 83683000 billetes de mil pesetas.

Investiga lo que cuesta el funcionamiento por unidad de un Centro de E.G.B. y comprueba si el presupuesto total destinado a este sector coincide con el número total de unidades que funcionan en Andalucía.

Observaciones

Estos cuatro apartados no son inamovibles, ni siquiera es necesario desarrollarlos todos, sino que pueden ser cambiados por otros ya que lo fundamental de esta fase es que los alumnos tengan una visión interiorizada y comprensible de la realidad y bondad de los datos.

Planificación y Análisis de las relaciones existentes entre los datos

La planificación de esta segunda parte va dirigida a los siguientes aspectos:

- * Completar los datos que faltan para que las relaciones

presentadas sean ciertas.

* Reconocer entre varias relaciones la más adecuada para conectar otras varias.

* Localizar la información que no es necesaria para dar respuesta a la pregunta planteada.

* Buscar las relaciones que faltan en una información verbal para que se cumplan las premisas propuestas.

* Determinar toda la información necesaria para dar respuesta a una pregunta planteada.

* Completar la información que se necesita para resolver un problema.

* Completar la información para obtener una solución determinada.

* Esquematizar la información destacando los datos y relaciones básicas.

Actividades

Actividades relativas a la situación que estamos ejemplarizando:

- Si el presupuesto de E.G.B. asciende al ____% del total y el de E.E. M.M. al ____%, ¿qué porcentaje dedica la Consejería para el resto de los sectores que de ella dependen?

- Si el presupuesto de E.E. M.M. es de 83683 millones y el de Universidades e Investigación es de 35128 millones. Subraya la respuesta correcta:

El primero es doble que el segundo

El primero es triple que el segundo

El primero es aproximadamente 2,5 veces el segundo

El primero es aproximadamente 2,3 veces el segundo

- El consejero de Educación de la Junta de Andalucía, ha presupuestado 17787 millones de pesetas para Educación Especial, Educación de Adultos y Educación Compensatoria. Si se reparten este presupuesto a partes iguales, ¿cuánto corresponde a cada uno de estos sectores de enseñanza?

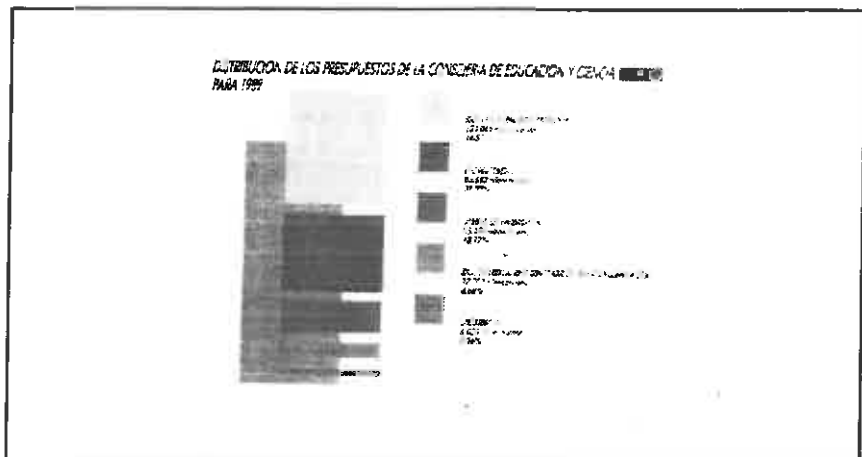
- El presupuesto de Universidades e Investigación es de 35128 millones, si esto supone el 13,17% del presupuesto de la Consejería, ¿a cuánto asciende el presupuesto total de la misma?

- Enumera los datos que necesitas para averiguar lo que cuesta cada alumno de E.G.B. en Andalucía.

- Un profesor de E.E. M.M. gana en Andalucía dos millones y medio al año. ¿Cuánto costarán las nóminas de los profesores de E.E. M.M. en el año 1989?

- ¿Qué información haría falta en el ejercicio anterior para que la respuesta fuera 62032 millones?

- Completa el cuadro siguiente teniendo en cuenta la información:



Los rectángulos son una representación gráfica de la distribución de los presupuestos de la Consejería de Educación y Ciencia.

Rectángulo Medida	Gris	Amarillo	Azul	Rosa	Verde	Marrón
Base						
Altura						
Superficie						
Cantidad re- presentada						
% representado						

Observaciones

Una vez realizadas estas actividades los alumnos propondrán preguntas que ellos se plantean sobre los presupuestos de la Junta, y que, en este caso concreto, se usarán para desarrollar los aspectos más difíciles del tema de porcentajes.

III.2. ESTADISTICA

III.2.1. Situación 7: Los medios de comunicación

Plan de trabajo

Primera sesión: Motivación y elaboración de encuestas.

Puntos a desarrollar:

* Medios de comunicación social:

Prensa

Radio

Televisión

* Importancia de los medios de comunicación en la sociedad actual. Razones de su importancia y usos principales.

* Importancia relativa de los distintos medios; la T.V. como medio de mayor difusión.

* La matemática como instrumento para transmitir información.

* Información de T.V. con contenido matemático.

* Preparación y elaboración de encuestas sobre "Tiempo que se dedica a ver T.V."

Segunda sesión: Resultado de la Encuesta y trabajo con tablas.

Puntos a desarrollar:

* "Muchos datos se organizan mejor mediante una tabla".

- * Trabajo con tablas.

Tercera sesión: Representación de datos.

Puntos a desarrollar:

- * Recogida de los datos de la encuesta.
- * Elaboración de una tabla con los datos obtenidos.
- * Representación de los datos mediante diagrama de barras y de sectores.
- * Discusión de las representaciones.
- * Invención de preguntas a partir de las representaciones.
- * Enunciados de problemas.

Cuarta sesión: Planteamiento de una cuestión abierta que permita un tratamiento estadístico completo.

Guión de actuaciones para cada sesión

Desarrollo de la Primera Sesión.

Dar razones de por qué son importantes los distintos medios de comunicación y describir sus usos principales.

Hacer hincapié en la idea de que las matemáticas son importantes en el medio social debido a que "proporcionan un medio de comunicación poderoso, conciso y sin ambigüedades".

Al transmitir información se utilizan las matemáticas. Ejemplos en Prensa, en carteles de la escuela, en anuncios, en publicidad, en planos, en tablas de precios, horarios de trenes, etc.

Como en el resto de los medios, también se emplean matemáticas en T.V. Ejemplos:

Programas infantiles, canciones, juegos, etc.

Programas especiales (Debate) o concursos.

Telediarios e Informativos.

Anuncios.

En este momento se pide a los alumnos que elaboren una lista de, al menos, cinco situaciones de T.V. en que se haga uso de las matemáticas (tanto en números como en formas).

También se puede emplear la matemática para ordenar y valorar información sobre T.V.; por ejemplo, se valoran los programas de mayor y menor audiencia: ¿cómo se hace eso?, ¿qué es una encuesta? Cada programa tiene su duración y un momento de emisión, es decir, ocupa una posición y un espacio en la programación.

Vosotros (cada alumno) empleáis un tiempo diario en ver T.V., y en particular en ver algunos programas. ¿Cómo podemos saber el tiempo empleado y los programas que se ven?

Tarea a realizar por los alumnos: elaborar una encuesta que dé respuesta a las cuestiones: "Tiempo que se dedica a ver T.V." (por los alumnos de la clase) y "Programas que se ven con asiduidad". La encuesta tendrá un máximo de 4 preguntas.

Observaciones

Pautas para el desarrollo de los apartados anteriores.

El punto primero lo prepara y expone un alumno en clase. Esta exposición es seguida de un pequeño debate con el resto de los alumnos para completar información.

El segundo y tercer punto los prepara y expone también en clase

otro alumno distinto, con debate final y petición de la primera tarea.

El cuarto punto lo desarrolla el Profesor.

A los alumnos que deben preparar las exposiciones se les da un guión para que orienten la intervención, y se comenta previamente con ellos. Una opción posible es que presenten su tema mediante un mural.

Segunda sesión

Puesta en común para recoger las respuestas que los alumnos han dado a la pregunta de la encuesta. Se razona que con estas respuestas además se pueden contestar otras cosas, se pide que elaboren preguntas que se puedan contestar con estos datos. Se pide también que cada alumno piense una pregunta que se pueda contestar a partir de los datos obtenidos. Debe procurar el profesor que aparezcan las siguientes:

- 1) Tiempo de visión (Media)
- 2) ¿Cuánto tiempo suelen emplear, el mayor número de alumnos, en ver la T.V.? (Moda)
- 3) ¿Cuánto tiempo ven, los que menos ven, la televisión? (Margen inferior del recorrido)
- 4) ¿Cuánto tiempo ven, los que más ven, la televisión? (Margen superior del recorrido)
- 5) ¿El tiempo de visión está concentrado alrededor de la media? (Localización visual de la dispersión de los datos)

Observaciones

Tenemos que llevar a los alumnos a ver que con una o varias preguntas, y tabulando posteriormente los datos, obtenemos las respuestas a los puntos anteriores. Además, hay que hacerles comprender que éste es el mejor camino, el más corto, pues:

Otros métodos son más caros

Necesitan mucho tiempo

Necesitan mucho esfuerzo

Necesitan muchas personas

Elaboramos una tabla con las respuestas a la pregunta: ¿Cuál es el programa que más te gusta de T.V.?

Cada grupo elabora una encuesta. La pregunta que debe salir de los grupos será: ¿Cuánto tiempo ves la televisión?

Es posible que estemos interesados en cuestiones relacionadas con el tiempo que emplean los niños de 7º de E.G.B. en ver televisión en un día de clase. Por ejemplo:

¿Cuánto tiempo, por término medio, suele ver un alumno de 7º la televisión?

¿Cuánto tiempo suelen emplear la mayor parte de los alumnos en ver T.V.?

Habrán alumnos que vean menos que los demás la T.V. ¿Cuánto tiempo será?

Por lo general, ¿todos los alumnos de 7º, ven el mismo tiempo, más o menos, la T.V.?

Para responder a estas preguntas necesitamos las respuestas de algunos niños.

¿Qué preguntas tenemos que hacer?

¿A cuántos niños tenemos que preguntar para que tengamos respuestas bastante fiables?

III.3. LOS NUMEROS ENTEROS

III.3.1. Situación 8: "La isla de Tenerife"

Plan de trabajo y gui3n de actuaciones

Texto A

"En la isla de Tenerife de 2057 Km², distante 300 Km de las costas de Africa, podemos encontrar grandes contrastes, desde tener la posibilidad de ascender hasta alturas de 3718 m (Teide) y 3136 m (Chaborra) o, por el contrario, la de descender a profundidades de 1460 m en los fondos marinos cercanos al Puerto de la Cruz, o los 1620 m en las cercanías del Puerto de Santiago.

Tambi3n podemos medir grandes contrastes en las temperaturas, pues mientras que en poblaciones del interior como Arico se han llegado a medir temperaturas de 45° y en Chierche 43°, en las cimas del Teide las temperaturas descienden hasta 15 o 20 grados bajo cero".

Primera sesi3n

a) Trabajo en equipo (Duraci3n 30 minutos)

-En primer lugar se procede a leer el texto por todos los alumnos en grupos y despu3s pasan a investigar y discutir:

- * La posibilidad de certeza o no de los datos
- * La posibilidad de que los datos se ajusten o no a la realidad.
- * Contrastar si los datos vienen expresados en las unidades que habitualmente se usan.

b) Trabajo individual (Duraci3n 30 minutos)

-Se les entrega a los alumnos un folio en el que se le plantean las siguientes cuestiones:

* Completa este texto para que la información se ajuste a los datos del texto y a la realidad:

"Las temperaturas de ___ y ___ de Arico y Chirches respectivamente se midieron en la época más calurosa del ___.

Mientras que las temperaturas de ___ grados y ___ de las cimas del ___ se midieron en lo más crudo del ___.

Coincidiendo con la época en que más cuesta hacer la travesía de ___ Km a las cercanas costas de Africa debido a los temporales que sacuden el Océano _____ en esa época del año."

* Lee la siguiente información, haz las operaciones que consideres necesarias con números enteros y contesta señalando con una cruz (X) la respuesta correcta:

"Un aventurero partiendo del nivel del mar, se propone subir a la cumbre del Teide, descender posteriormente a los fondos marinos del Puerto de la Cruz y volver de nuevo al nivel del mar. ¿A qué altura se encontrará cuando haya recorrido la mitad de su camino total?

___ a + 5170 m

___ a - 5.70 m

___ a + 2250 m

___ a - 2250 m

___ a + 10340 m

___ a - 10340 m

___ a + 1250 m

___ a - 1250 m

Escribe tu solución si no estás de acuerdo con ninguna de las anteriores.

* De todos los datos que te da el texto inicial, escribe a continuación los que NO tienes que usar para contestar la pregunta anterior:

* Enumera los datos que necesitarías para dar respuesta a esta pregunta: ¿Cuánto tiempo tardará en hacer todo el recorrido?

* Completa la información del problema del aventurero para que la solución a la pregunta anterior sea 12 horas.

Segunda sesión

a) Trabajo en gran grupo (30 minutos)

-Se procede a contrastar, poner en común y discutir las respuestas dadas a las preguntas planteadas en la sesión anterior que fueron resueltas de forma individual por los alumnos.

b) Trabajo individual (30 minutos)

-Cada alumno ha de inventar dos preguntas relacionadas con el texto y que reúnan las siguientes condiciones:

La primera utilizando sólo los datos del texto y que para resolverla tenga que usar dos operaciones con enteros una suma y una resta.

La segunda pidiendo al alumno que añada la información que le falte y tal que para resolverla sea necesario hacer dos operaciones con enteros, una suma y un producto.

-Al final de la sesión se reúnen los equipos durante 10 minutos y seleccionan dos o tres de las preguntas formuladas por sus miembros. Las preguntas formuladas serán recogidas por el profesor para hacer un listado de preguntas con las que se trabajará en la próxima sesión.

Tercera sesión

a) Trabajo en equipo (30 minutos)

- A cada equipo se le entrega el listado de preguntas seleccionadas para que resuelvan las cuatro primeras siguiendo las instrucciones:

1º.- Ensayar un resultado a tanteo.

2º.- Contestarlas utilizando diversas estrategias.

b) Trabajo en gran grupo (30 minutos)

- Puesta en común de las cuatro cuestiones resueltas por todos los equipos, en ella se utilizarán todas las técnicas que los alumnos hayan usado.

- Al final de la sesión se les propone a los alumnos que las restantes preguntas del listado las resuelvan en casa, de forma individual.

Cuarta sesión

a) Trabajo en gran grupo (60 minutos)

- Puesta en común de las cuestiones resueltas por los alumnos de forma individual y discusión de las técnicas de resolución y de comprobación de los resultados.

Texto B

A continuación te presentamos un texto sobre la isla de Tenerife, el cual deberás leer detenidamente. Contesta las preguntas que te proponemos a continuación.

No te conformes, para contestar, con la información que aquí te damos, busca más información y comprueba si la dada es correcta.

"En la isla de Tenerife de 2057 Km², distante 300 Km de las costas de Africa, podemos encontrar grandes contrastes, desde tener la posibilidad de ascender hasta alturas de 3718 m (Teide) y 3136 m (Chaborra), o por el contrario la de descender a profundidades de 1460 m en los fondos marinos cercanos al Puerto de la Cruz, o los 1620 m en las cercanías del Puerto de Santiago.

Subiendo al Teide se pueden alcanzar velocidades de 130 Km.

La distancia del Puerto de la Cruz al pico del Teide es de 95 Km y en cambio la del Puerto de Santa Cruz de Tenerife al Chaborro es de 115 Km.

También podemos medir grandes contrastes en las temperaturas, pues mientras que en poblaciones del interior como Arico, se han llegado a medir temperaturas de 45° y en Chierche 43°, en las cimas del Teide las temperaturas descienden hasta 15 o 20 grados bajo cero".

1º. Comprueba si todos los datos del texto son ciertos, en caso contrario rectifica los que no lo sean. Anota el camino seguido para saberlo y cómo lo has comprobado.

DATOS ERRONEOS DATOS RECTIFICADOS FUENTES COMPROBACION

2º. Qué datos de la información no son reales. En qué te basas para decirlo.

DATOS REALES ME BASO EN...

3º. Qué datos de la información no están expresados en la unidad correcta o siendo correcta no es la unidad usual para expresarlo. Haz la corrección posible.

UNIDAD NO USUAL CONVERSION EN UNIDADES USUALES

III.3.2. Situación 9: "Acampada de fin de curso"

Material de trabajo para el alumno

Vamos a programar una acampada para final de curso como celebración y despedida de los compañeros. Nos gustaría conocer tus gustos y opiniones sobre la misma. Por ello te contamos el proyecto que hemos redactado y que tu puedes modificar.

PROYECTO

"En la 2ª quincena de junio vamos a acampar en la Laguna de la Caldera (Sierra Nevada) que se encuentra a 3050 m. de altitud. La distancia de Granada a los albergues es de 27,5 Km y de los albergues a la Laguna es, aproximadamente, de 6,35 Km que realizaremos a pie.

La duración será de 4 días.

Las temperaturas usuales en esta época oscilan entre los 30 grados al mediodía y 3 grados bajo cero de noche.

Para cubrir los gastos de desplazamiento debes efectuar un ingreso de 1250 PTA en la cuenta número: 1088/221 de la Caja".

Antes de modificar este proyecto realiza las siguientes actividades:

-Haz una relación de la ropa que crees vas a necesitar en la acampada.

-Confecciona una lista de alimentos, especificando su peso en gramos, que creas vas a necesitar.

Escribe a continuación las modificaciones que creas debe tener este proyecto.

Una vez que hayas modificado el texto, si lo has creído oportuno, formula preguntas que cumplan estas condiciones:

- 1.- Utilizando la información del texto se resuelvan con una suma y una multiplicación.
- 2.- Se utilicen números positivos y negativos.
- 3.- Que la solución sea un número negativo.
- 4.- Que los datos que intervengan sean los relacionados con las prendas de vestir que tendrías que comprarte.
- 5.- Que se utilicen unidades de longitud.
- 6.- Relacionadas con la temperatura.
- 7.- Que intervengan unidades de tiempo y dinero y el resultado sea negativo.
- 8.- Que te hagan falta datos que no estén en la información inicial.
- 9.- Que aparezcan los precios de los víveres y la información del texto.

Para que tengas idea aquí tienes algunas preguntas que te damos como ejemplo.

Tipo de preguntas:

- 1.- ¿Cuántos metros hay de Granada al albergue?
- 2.- ¿Cuál es la temperatura media?
- 3.- ¿Cuántos grados tendrá que bajar la temperatura por la noche para que la temperatura media sea de 0° C?
- 4.- Si en la cartilla tenía sólo 750 PTA y saqué 1250 PTA, ¿cuánto dinero me quedó?

III.3.3. Situación 10: "Juegos con valores enteros"**Primer juego****Material:**

-1 dado

-1 moneda con el signo "+" en una cara y el signo "-" en la otra.

Número de jugadores: 2, 3 ó 4.

Reglas de juego:

- * sale un jugador cualquiera
- * cada jugador ha de tirar, alternándose con los demás, el dado y la moneda conjuntamente hasta 10 veces.
- * se anotan los puntos obtenidos afectados del signo que salga en el lanzamiento de la moneda. Todos los jugadores anotan los puntos obtenidos en cada jugada de dados.
- * al acabar las diez tiradas se realiza el cálculo del resultado de cada jugador
- * gana el jugador que tenga más puntos positivos.

Segundo juego (Variante del anterior)**Reglas de juego:**

- * comienza el juego el jugador que obtenga más puntos en una tirada.
- * número indeterminado de jugadas
- * acaba el juego cuando uno de los jugadores llega a cero, que es el que gana.

Tercer juego

Material:

- * dos dados de diferente color (puntos positivos y negativos)

Número de jugadores:

- * De dos en adelante

Reglas de juego:

- * a diez tiradas
- * se lanzan los dos dados y se anota el resultado de la suma
- * gana el que más puntos positivos tenga.

Cuarto juego (variante del anterior)

Reglas de juego:

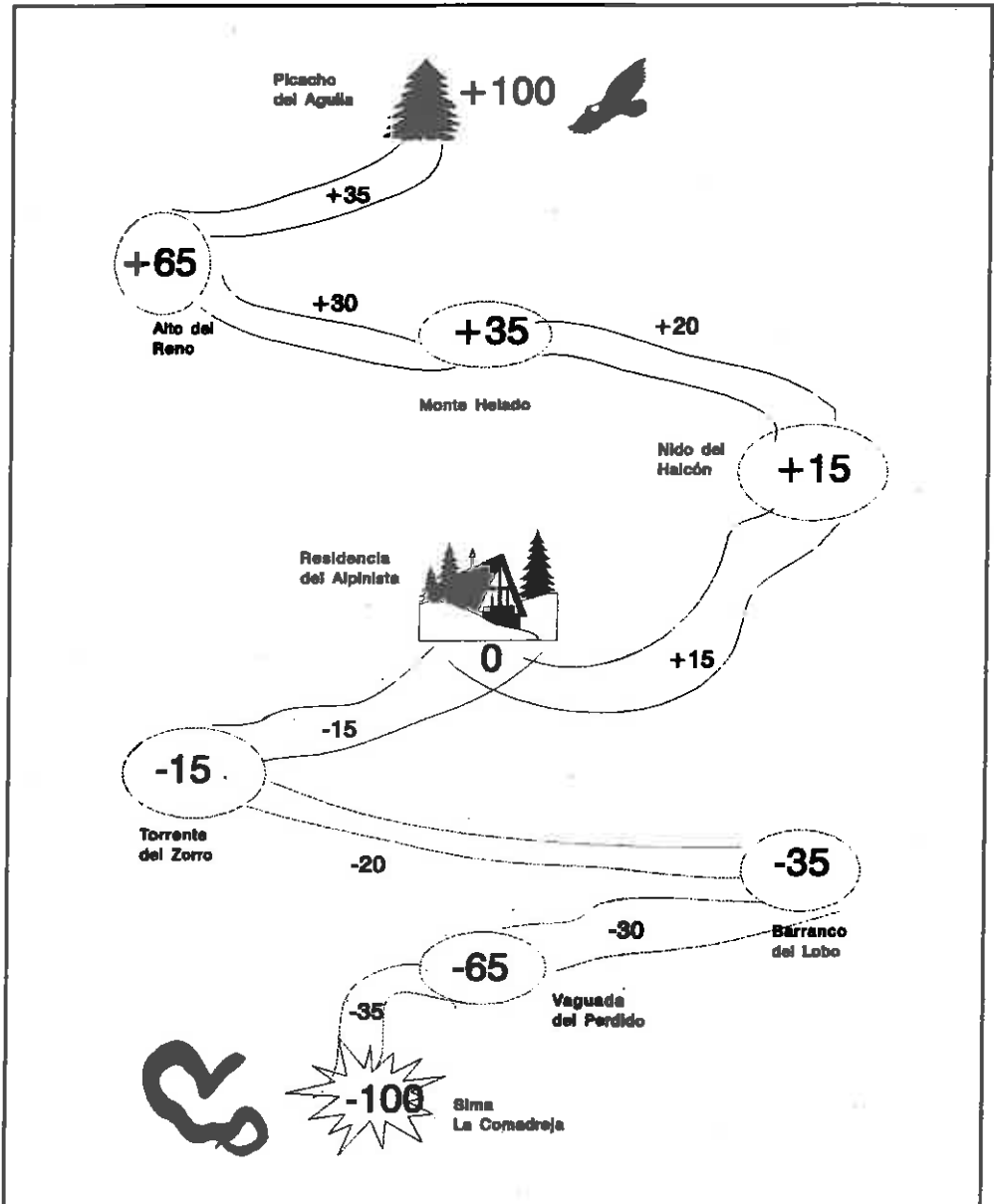
- *gana el que primero llegue a sumar cero puntos.

Quinto juego: COMPETICION DE ALPINISMO

Finalidad del juego:

Los jugadores simulan ser alpinistas que tratan de alcanzar la famosa cima "Picacho de las águilas". En cada jornada su rumbo estará marcado por dos factores: la decisión que se ha tomado de ascender o de descender, y las condiciones exteriores favorables o adversas a la primera decisión y que les hará mantener o cambiar el rumbo. En el trayecto hay una serie de refugios de montaña en los que se pernocta y por los que tendrá que pasar el jugador en su ascenso o en su descenso. Para poder llegar a uno de estos refugios desde una posición determinada hay que disponer de los puntos positivos o negativos que

marcan la separación. Si tras una jugada no se dispone de los puntos necesarios el jugador permanece en la misma posición en la que estaba antes de esa jugada, y retiene los puntos obtenidos para acumularlos con los de la jugada siguiente.



Reglas de juego:

1.- Se juega con un dado normal y con una moneda. En una primera fase la moneda puede tener pegado el signo + por un lado y el signo - por otro. En una segunda fase pueden asociar la cara con el más y la cruz con el menos.

2.- En cada tirada se lanzan a la vez el dado y la moneda juntos. Saldrá un número en el dado y un signo en la moneda.

3.- En cada jugada hay que hacer dos lanzamientos del dado y la moneda.

4.- El primer lanzamiento decide si lo que ha de hacer el alpinista es subir o bajar durante una jornada y cuánto tiene que ascender o descender.

5.- El segundo lanzamiento representa las condiciones ambientales favorables o adversas a la decisión que se tomó en el primer lanzamiento y que hará que se mantenga la decisión que se tomó o que se cambie de rumbo.

6.- Gana el que antes llegue a la cima "Picacho del Aguila", o fijando un número de tiradas el que más alto llegue.

7.- El jugador que caiga en la sima de "La Comadreja" está muerto por despeñamiento y no continúa el juego.

8.- Cada jugador tendrá una hoja de papel donde llevará el control de su puntuación. Por ejemplo, una hoja con una tabla como la siguiente:

lanzamiento 1º	lanzamiento 2º	signo del producto de los dos lanza- mientos	resultado más retén	puntos gastados	retén

El retén se suma con el resultado de la jugada siguiente.

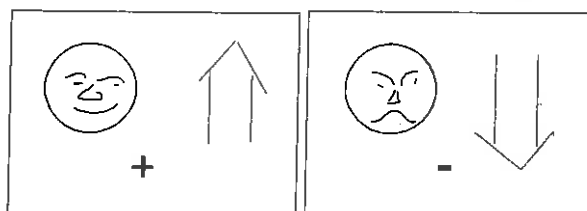
9.- Cuando se hayan alcanzado los puntos suficientes en un lanzamiento para poder gastarlos en ascender o descender se han de canjear al máximo posible dentro de los puntos que disponga después de sumar el retén con los puntos de la jugada.

10.- El juego comienza con todos los jugadores en la Residencia de alpinistas.

11.- Habrá una ficha de cartón rectangular con los signos "+" y "-" dibujos en las dos caras. Parecida a la siguiente

Cara de la ficha

Anverso de la ficha



12.- Al empezar cada jugada (cada jornada) esta tarjeta está con la cara del más hacia arriba. Si en el primer lanzamiento sale el signo *más* se deja como está, y, si sale *menos* se le da la vuelta. Manteniendo la posición que resulta del primer lanzamiento se deja como está o se le da la vuelta según que salga + ó - en el segundo lanzamiento. El signo final obtenido por este procedimiento nos da el signo del producto en cada jugada.

13.- Cuando se automatice la regla de los signos se puede suprimir esta tarjeta y hacerlo mentalmente.

III.3.4. Situación 11: "Operación Bancaria"

Material de trabajo para el alumno

Entidad: BANCO DEL CREDITO URBANO S.A. Sucursal nº 7

GRANADA

Fecha 15 - 10 - 87 hoja nº 5

Muy Sr(s) nuestro(s):

Participamos a Vd(s) que su estimada cuenta núm. 1088271 ha registrado, en las fechas que se indican, las operaciones especificadas a continuación, de las que, en su caso, por correo separado recibirá(n) comprobantes.

Sr(s): Pro-viaje de Estudios

Colegio Nuestra Señora del Rocío. 18002 GRANADA.

Fecha Día Mes		OPERACION	IMPORTE	Signo	Valor Día Mes	
14	9	Saldo	570	H		
...	12700	H
...	9800	D
...	...	Transferencia	49800
...	34760	H
...	...	Gastos	230	
		Saldo final	120290	H	14	10

Actividades

1.- En este banco se utiliza H para las cantidades ingresadas en una cuenta corriente (positivas) y D para las cantidades pagadas (negativas). Completa la columna de signos con H o D.

2.- Completa la columna FECHA con las que consideres posibles.

3.- El banco considera el valor de la operación con el siguiente criterio:

Para las cantidades positivas un día después de la fecha.

Para las cantidades negativas tres días antes de la fecha.

Completa la columna VALOR

4.- En esta información mensual que recibimos de BACUR S.A., tres conceptos de la operación son los siguientes:

-INGRESO VENTANILLA

-CHEQUE COMPENSADO (Pagado)

-SUBVENCION DIPUTACION

Coloca cada concepto con su importe correspondiente.

Escribe tres datos que NO hayas necesitado para colocar cada concepto con su importe.

5.- En este mes hay una operación tapada. ¿Cuál de las siguientes es?

a) Ingresar por ventanilla 12470 pesetas

b) Recibir una notificación del Colegio por valor de 132050 pesetas

- c) Ingresar en el banco 32530 pesetas
- d) Pagar un cheque de 60000 pesetas
- e) No hay tapada ninguna operación.

- 6.- ¿Cuál sería el nuevo saldo si la operación a) fuese cierta?
- 7.- ¿Cuál sería el nuevo saldo si la operación b) fuese cierta?
- 8.- ¿Cuál sería el nuevo saldo si la operación c) fuese cierta?
- 9.- ¿Cuál sería el nuevo saldo si la operación d) fuese cierta?
- 10.- ¿Cuál sería el saldo si no hubiese ninguna operación tapada?

Actividades adicionales

Escribe la información que necesitas para calcular el nuevo saldo al 14 de noviembre.

En este mes se han efectuado tres operaciones. Inventa estas tres operaciones bancarias y calcula el nuevo saldo.

Calcula el nuevo saldo si las tres operaciones han sido de cantidades pagadas por el banco.

Realmente de las tres operaciones bancarias dos han sido por cheques compensados y una por ingreso a cuenta y el nuevo saldo asciende a 17500 pesetas.

El cheque pagado el día 17 de octubre fue de 80000 pesetas para pagar la lotería de Navidad. El día 4 de noviembre ingresamos la aportación mensual ordinaria de 12700 pesetas.

¿De cuánto fue el cheque que pagamos el 11 de noviembre?

Completa con los datos reales la carta informativa que nos envió el banco.

BANCO DEL CREDITO URBANO S.A. Sucursal nº 7

GRANADA

Fecha 15 - 11 - 87 hoja nº 6

Muy Sr(s) nuestro(s):

Participamos a Vd(s) que su estimada cuenta núm. 1088271 ha registrado, en las fechas que se indican, las operaciones especificadas a continuación, de las que, en su caso, por correo separado recibirá(n) comprobantes.

Sr(s): Pro-viaje de Estudios

Colegio Nuestra Señora del Rocío. 18002 GRANADA.

Fecha Día Mes		OPERACION	IMPORTE	Signo	Valor Día Mes	
14	9	Saldo	12 290	H		
		Saldo final				

BANCO DEL CREDITO URBANO S.A. Sucursal nº 7

GRANADA

Fecha 15 - 12 - 87 hoja nº 7

Muy Sr(s) nuestro(s):

Participamos a Vd(s) que su estimada cuenta núm. 1088271 ha registrado, en las fechas que se indican, las operaciones especificadas a continuación, de las que, en su caso, por correo separado recibirá(n) comprobantes.

Sr(s): Pro-viaje de Estudios

Colegio Nuestra Señora del Rocío. 18002 GRANADA.

Fecha Día Mes		OPERACION	IMPORTE	Signo	Valor Día Mes	
14	11	Saldo	17500	D		
17	11	Subvención	450	H	18	11
4	12	Ingreso ordinario	1270000	H	5	12
5	12	Lotería	75000	H	6	12
11	12	Pago informática	975000	D	8	12
14	12	Pago A. Viajes	110000	D	11	12
		Saldo final	242555	H	14	12

Actividades

Comprueba si con los datos proporcionados por el banco el nuevo saldo es o no correcto.

Al recibir las variaciones registradas en la cuenta corriente al 15 de diciembre el Director del colegio ha detectado varios errores. Haz una lista con los errores que tú crees que existen.

Pídele a tu Profesor la carta de rectificación que ha mandado el banco y rehaces la hoja de información bancaria. No olvides calcular el saldo real al 14 de diciembre.

Con la mitad del saldo al 14 de diciembre quieren comprar pequeños objetos de cerámica granadina para su reventa. Investiga el precio de objetos de cerámica y haces un proyecto de presupuesto para proponerlo a la clase.

BANCO DEL CREDITO URBANO S.A. Sucursal nº 7

GRANADA

Fecha 16 - 12 - 87

Muy Sr(s) nuestro(s):

Rogamos perdonen los fallos que, motivos ajenos a nuestra voluntad, han hecho que el resumen de su estimada cuenta núm. 1088271 se han producido.

Para su conocimiento los fallos detectados han sido:

-El saldo anterior al 14-11-87 es de 17500 PTA

-El cheque para el pago informático no corresponde a Vd(s) sino a Productos Agrarios S.A.

-La subvención del Colegio es de 55000 PTA

-El ingreso por la aportación mensual ordinaria fue sólo de 12700 pesetas como es habitual.

Le saludamos atentamente.

III.3.5 Otras situaciones para Números Enteros

Situación 12: LA BOLSA

Material para el alumno: RECORTE DE PERIODICO

Juan tiene 300 acciones de Bankinter, 200 de Sevillana, 500 de Iberduero y 500 de Telefónica. Fecsa no ha cotizado en bolsa. Unión Fenosa ha bajado 6 enteros.

- a.- Calcula las ganancias o pérdidas de Juan en cada grupo de acciones.
- b.- Calcula las ganancias totales.
- c.- ¿Qué información es falsa?
- d.- ¿Qué información no es necesaria para responder a las cuestiones planteadas?
- e.- Plantea tú una pregunta que se pueda responder observando los movimientos de la bolsa.
- f.- Resuelve la cuestión planteada en compañía de algún compañero, haciendo un cálculo aproximado previamente.

Situación 13: La Banca

Material de trabajo

Juan ha abierto una cuenta en el banco más próximo a su casa, el primer día ingresó 100000 pesetas, al mes siguiente ingresó 200000 pero tuvo que sacar 50000 para pagar un T.V. que había comprado en las rebajas. A su mujer no le gustó la T.V. por lo que a la semana siguiente sólo ingresó 23 pesetas.

- a.- ¿Cuánto dinero tiene Juan en la cuenta?
- b.- ¿Hay en este párrafo alguna información que no sea real?
- c.- ¿Encuentras en este párrafo alguna información poco lógica?
- d.- ¿Qué información es superflua?
- d.- ¿Plantea algún problema en relación con este párrafo
- e.- Resuelve el problema que has planteado de varias maneras.

Situación 14: El Batiscafo

Material de trabajo

En 1954 un batiscafo de construcción francesa, con científicos a bordo se sumergió a 4050 m de profundidad en las costas africanas de Dakar y en 1959 se alcanzaron los 10910 m de profundidad en la fosa de las Marianas en el Pacífico. Con estos laboratorios se ha llegado a conocer hasta la vida en el Everet que alcanza una altitud de 8882 m. Los científicos de la NASA esperan que para el año 2000 los hombres puedan sumengirse hasta unas profundidades de 30 m.

- a.- ¿Cuántos metros separan a dos científicos uno en las fosa de Marianas y otro en el monte Everest?
- b.- ¿Qué información del párrafo anterior consideras falsa?

- c.- Plantea un problema en relación con la información anterior
- d.- Resuelve el problema planteado de varias formas.

III.-4.- Resumen de las situaciones elaboradas.

Para la puesta en práctica en el aula del método IDEAL sobre resolución de problemas y la iniciación a los alumnos en las estrategias específicas establecidas, el Seminario trabajó y elaboró una serie de materiales que se han concretado en las situaciones presentadas. Procede realizar una valoración sobre estos guiones de trabajo, que concreta nuestra investigación en su fase de planificación orientada al trabajo en el aula.

Si atendemos al número de aspectos considerados en la planificación hay dos grupos de situaciones claramente diferenciadas: por un lado, las situaciones 4, 6, y 7 y, por otro, las ocho restantes.

Las situaciones del primer grupo están planificadas con mayor detalle, en ellas se consideran una variedad de aspectos y no sólo el material diseñado para el trabajo con los alumnos. Fue la situación nº 4 a la que el Seminario dedico mayor tiempo de reflexión. El objetivo de esta situación está en presentar el concepto de tanto por ciento y poner de manifiesto su interés como instrumento para analizar relaciones numéricas dentro del contexto familiar para los alumnos. Se elige una situación establecida por una información económica conocida: la oferta de rebajas de un centro local. La situación se diseña cuidadosamente, estableciendo una serie de escalones que permitan poner de manifiesto la utilidad de los conceptos implicados y, al mismo tiempo, poner en práctica el esquema metodológico que desarrolla el método IDEAL. La importancia e interés de esta situación quedan explícitos viendo el mayor número de apartados que la estructuran, la extensión que ocupa el material elaborado y el énfasis puesto en la identificación de problemas, a partir de una situación, y la definición de problemas, sobre la base de una información de referencia.

Las situaciones 6 y 7 no están desarrolladas con la misma extensión pero se han estructurado de acuerdo con los diferentes apartados considerados. Ambos incluyen orientaciones para el profesor y directrices para llevar adelante la planificación pero, de nuevo, su

mayor interés está en articular una serie de cuestiones incisivas para los escolares, que les obliguen a reflexionar sobre el sentido de unos datos numéricos, el análisis de relaciones entre los datos y la formulación de preguntas con interés.

El segundo grupo de situaciones están centradas prioritariamente en la preparación y diseño del material de trabajo para los alumnos; también en este grupo podemos encontrar ciertas diferencias. Así, las situaciones 5, 8 y 11 organizan el trabajo en varias sesiones y con materiales que van, progresivamente, modificando y profundizando la situación de partida. Estas situaciones podrían venir fácilmente acompañadas de una planificación explícita, objetivos y observaciones. Sin embargo se centran en articular una propuesta de trabajo para los alumnos en base a un material informativo y un escalonamiento de preguntas y consignas de trabajo. Con este material se destacan las fases de Identificar y Definir problemas. El Seminario tiene su interés puesto en la resolución de problemas y elabora diversas propuestas mediante las que impulsar el análisis de los datos y relaciones que configuran una información y la identificación y formulación de preguntas significativas. Estas tres situaciones tienen un diseño muy elaborado para el material del alumno.

Las situaciones 9, 12, 13, y 14 describen un contexto sobre el que enunciar y plantear problemas y proponen algunas cuestiones para analizar el texto propuesto; las situaciones no están desarrolladas y sólo hacen una propuesta de partida. La situación nº 10 propone diversas variantes de un mismo juego.

En conclusión: las situaciones del primer grupo están cuidadosamente diseñadas y marcan criterios para orientar adecuadamente el material de los alumnos con el material preparado; las situaciones del segundo grupo son ejemplos más o menos completos de cómo trabajar en la misma línea, organizando de manera práctica el trabajo de los escolares. En todos los casos se concede importancia especial a las fases de Identificar y Definir un problema; estas fases se concretan, como se indicó en el capítulo II en el estudio de valoración de los datos, análisis de relaciones entre los datos e invención de preguntas.

Capítulo IV

EXPERIENCIA EN EL AULA

Las tareas de diseño de materiales y secuencias de trabajo para el aula se completan con su puesta en práctica en las clases y centros que desarrollan el trabajo experimental. Durante el presente año académico, 87-88, son tres los Centros que han realizado el seguimiento del trabajo realizado en el Seminario, mediante el desarrollo planificado de los tres temas seleccionados para estudiar en este curso. Estos centros son el Colegio Nacional "Cristo de la Fe" de Diezma, Colegio Nacional de Prácticas Femenino de Granada y el Colegio Concertado "Virgen de las Angustias" de Granada.

Los tres centros coinciden en trabajar con alumnos de 7º nivel de E.G.B. (13-14 años) sobre los guiones preparados por el Seminario. La temporalización seguida, en términos generales, lleva a trabajar sobre el tema de Porcentajes a finales del primer trimestre, sobre Números Enteros durante el segundo trimestre y en Estadística durante el tercer trimestre. Utilizan como referencia para el desarrollo de los tópicos mencionados los guiones de trabajo y los materiales presentados en el capítulo anterior, siguiendo el planteamiento general explicado al comienzo de esta memoria sobre Didáctica Activa y Resolución de Problemas. Estos tres Centros actúan como centros experimentales en nuestro estudio.

A continuación se presenta una descripción abreviada de algunas sesiones de trabajo recogidas del cuaderno de observaciones de uno de los miembros del equipo de investigación, que intervino como observador no participante en las correspondientes sesiones de trabajo. Las primeras sesiones describen el desarrollo del tópico Porcentajes y tuvieron lugar en el Colegio Virgen de las Angustias. Una segunda observación hace referencia al análisis de un enunciado abierto e invención de preguntas, que tuvo lugar en un grupo más reducido de alumnas. Finalmente, se presentan tres de las pruebas terminales que se aplicaron al concluir nuestro trabajo en este curso, así como los resultados obtenidos en dos de ellas.

IV.1. Trabajo sobre Porcentajes

Presentamos una descripción resumida de unas sesiones de trabajo en el aula con un grupo de 42 niños de séptimo de E.G.B.. Con ello hemos querido poner en práctica nuestro esquema de trabajo y sacar conclusiones para avalar o rectificar nuestros planteamientos teóricos.

No pretendemos generalizar esta experiencia de trabajo en el aula a otras situaciones, sino presentarla para la reflexión y crítica del profesional de la enseñanza.

Incluimos una prueba que se pasó a los alumnos al finalizar las sesiones de trabajo a la que respondieron individualmente:

- a) mediante tanteo, construyendo un gráfico
- b) mediante una tabla de valores

En ella los tres ejercicios propuestos corresponden a las tres variedades de problemas que consideramos fundamentales para el tópico de los porcentajes.

Presentación

Iniciamos el tema con la presentación de una situación real, próxima y familiar a nuestros alumnos mostrándoles el folleto de un anuncio publicitario de un comercio local, ya incluido en el material para los alumnos de la situación nº 4.

Con ello queremos responder, con una propuesta metodológica concreta, a las orientaciones que se proponen en el objetivo Terminal número 9 del documento de Objetivos Terminales para el Área de Matemáticas en el Ciclo Superior de la E.G.B. elaborados por el M.E.C.

"Resolver situaciones problemáticas de la vida real, porcentajes, descuentos, etc",

y, al mismo tiempo, seguir una de las recomendaciones didácticas

tradicionales, que es, motivar el inicio de una lección.

Junto a la hoja de publicidad acompañamos unas fichas de trabajo, que tienen por finalidad que los alumnos se adentren en la situación, detecten errores, puedan plantearse cuestiones y, en resumen, hagan suya la situación.

IV.1.1. Primera Sesión.

Duración 30 minutos.

El día anterior habíamos repartido las hojas y dividido la clase para la sesión de trabajo en tres grupos:

a.- En el primer grupo estaban los alumnos encargados de presentar la hoja como si ellos fueran los agentes de publicidad elaboradores de la misma; debían decirnos el esquema seguido en la confección de su trabajo.

b.- El segundo grupo lo componían aquellos alumnos responsables de la publicación, desde la óptica de dueños del comercio.

c.- Los componentes del último grupo actuaban como consumidores.

Los objetivos de esta sesión fueron dos:

1.- Despertar interés por la situación planteada.

2.- Provocar una discusión que llevara a la necesidad de una expresión, distinta a la diferencia entre precio inicial y final, para indicar cuál es, entre varias, la compra más ventajosa de un determinado producto. Tratamos que surja la necesidad de considerar el tanto por ciento.

Observaciones

En una valoración subjetiva de esta sesión podemos decir que

respondió a los planteamientos iniciales propuestos, que el objetivo primero se cubrió, que los alumnos descubrieron los errores rápidamente y expresaron con reiteración la necesidad de que la propaganda se hiciera en color y propusieron que las letras fueran más grandes. Se discutió sobre los pros y los contras de las rebajas hasta la intervención del profesor preguntando qué compra era la más ventajosa. Aquí surgió una discusión intensa entre dos grupos de niños, unos que consideran que a igual diferencia igual ventaja y otros que dicen que no; aunque no ha aparecido el tanto por ciento, sí están pensando en él. Al final de esta sesión pusimos un ejemplo para inclinar la balanza hacia nuestro objetivo.

Ejemplo: "He comprado unos zapatos que valían 10000 PTA por 5000 PTA, y un coche que valía 1500000 por 1495000 PTA. ¿Qué compra ha sido más ventajosa?"

Terminada la clase los niños seguían discutiendo sobre la situación planteada.

La segunda parte de nuestra propuesta metodológica consiste en proponer y utilizar diversas estrategias para la resolución de problemas.

Para la resolución de problemas de descuento y porcentajes hemos querido emplear la representación gráfica como instrumento de aproximación.

Según los planteamientos evolutivos de Piaget, la edad de 10-11-12 años corresponde a la etapa de las operaciones concretas y, a partir de ahí, se desarrolla el pensamiento formal. Esta hipótesis teórica puede conducir a un planteamiento metodológico inadecuado, que consiste en diseñar la metodología para 7º y 8º de E.G.B. al margen de la manipulación y la representación gráfica, sin tener en cuenta que estos recursos se hacen necesarios no sólo por la edad de los alumnos sino porque son modos usuales de representar estos conceptos.

En esta ocasión la representación será un elemento de apoyo a una segunda estrategia: *conjeturar y comprobar*, que es probablemente la más sencilla y natural de todas las estrategias para resolver problemas;

utilizamos para ello la construcción de tablas.

El redondeo de cantidades es otra estrategia que hemos ensayado en el desarrollo de las secuencias de aprendizaje.

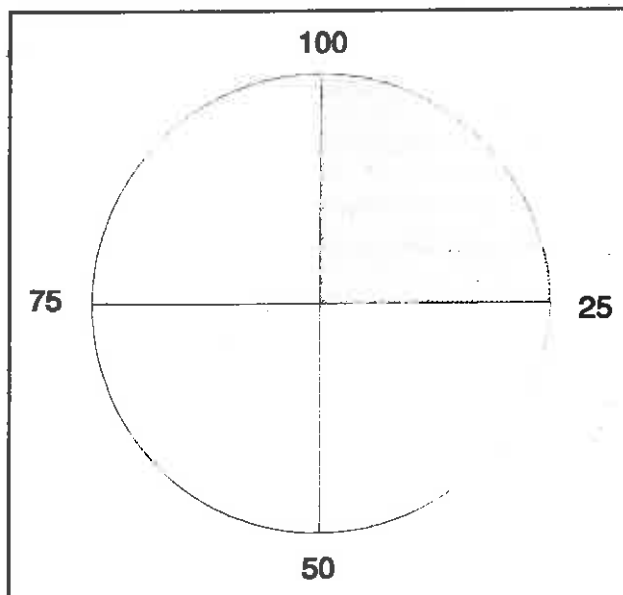
El desarrollo práctico de esas técnicas de actuación en la resolución de problemas lo exponemos en las explicaciones de las distintas sesiones de clase en las que hemos centrado este tema.

IV.1.2. Segunda Sesión.

Duración 20 minutos

En esta sesión, hemos explicado en la pizarra el manejo del círculo como instrumento de representación gráfica que nos va a permitir estimar un resultado con cierta aproximación.

Presentamos un círculo



Explicamos que si rayamos un cuadrante del círculo estamos rayando 25 de 100 partes, es decir, un 25 por ciento de ese círculo. Si lo

hacemos con medio círculo hemos rayado un 50 por ciento.

Seguidamente en su cuaderno los alumnos rayan un 30 por ciento, luego un 70 por ciento.

Con estos ejercicios hemos querido que se familiaricen con el uso de resultados aproximados.

Más que la precisión nos interesa que conozcan entre qué márgenes está la solución. También en estos primeros ejercicios los alumnos deben ver que un $25\% = 1/4$, $50\% = 1/2$, $75\% = 3/4$ y 100% el total.

Tras esta primera exposición una niña, a invitación del profesor, expone el precio de un artículo, que ella ha comprado o piensa comprar, indicando su valor antes y después de las rebajas.

Ejemplo: Un pantalón antes de las rebajas costaba 3700 PTA, después 3000 PTA.

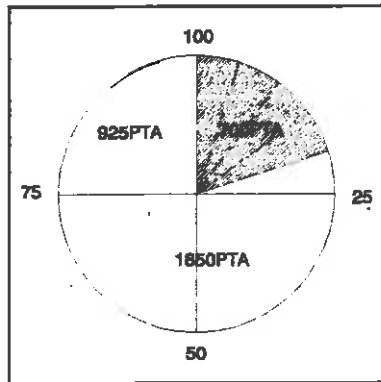
El objetivo de este ejercicio no es que el alumno calcule el porcentaje de rebaja que lleva el artículo sino que, con el gráfico como soporte, formule una conjetura sobre el resultado dentro de los márgenes que le permite una construcción bien hecha y después, mediante la construcción de un tabla, compruebe su conjetura, para corregirla y volver a comprobarla. Por tanto, lo que se pretende trabajar consiste en:

- Conjeturar objetivamente
- Comprobar con tablas
- Corregir
- Comprobar.

Su realización tuvo lugar en el encerado, se acordó con los alumnos que el círculo representaba las 3700 PTA del precio bruto y en él íbamos a rayar la parte rebajada es decir 700 PTA. Tanteamos la parte de círculo que corresponde a 700 PTA. y llegamos a rayarla. Observamos, en una construcción semejante a la de la figura, que la

parte rayada representa aproximadamente un 20%.

Seguidamente comprobamos si el 20% de 3700 PTA son las 700 PTA rebajadas. Para ello construimos esta tabla:



Cantidad	Dto.	Pago
100	20	80
1000	200	800
3000	600	2400
700	140	560
3700	740	2960

Llegamos a la conclusión de que el porcentaje fue inferior al 20%.

Ensayamos al 19% y volvemos a comprobar:

Cantidad	Dto.	Pago
100	19	81
700	133	568
1000	190	810
3000	570	2430
3700	(570+133)=703	3000

IV.1.3. Tercera Sesión

Duración 30 minutos.

Hicimos este planteamiento: María va a comprar una camisa en las rebajas. En el escaparate ve una que le gusta y que tiene marcado 7000 PTA y junto a ella un descuento del 20%; quiere comprarla, pero llega Raquel y le muestra otra camisa, también muy bonita, por la que ha pagado 6300 PTA después de haberle hecho un descuento del 30%

María no sabe cuál va a comprar y para decidirse quiere saber:

- a) ¿Cuánto tendrá que pagar por la primera camisa?
- b) ¿Qué le hubiera costado la camisa a Raquel si no le hacen descuento?
- c) ¿Cuánto se ahorrará en la primera camisa?
- d) ¿Cuánto se ahorró Raquel en la segunda?

El análisis de cada una de las operaciones de compra debe hacerse mediante:

1.- Representación gráfica en un círculo

2.- Tabla de tanteo.

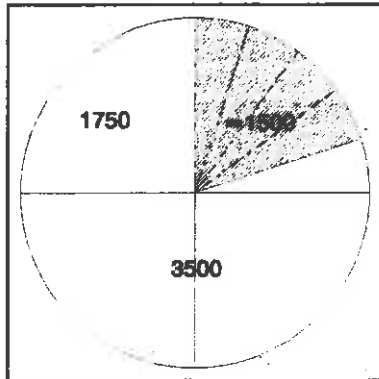
Los alumnos trabajaron individualmente el planteamiento y se les permitió consultar a los compañeros más próximos. Tras un tiempo de unos 15 o 20 minutos, hemos tenido una puesta en común y el profesor ha realizado las representaciones gráficas y la tabla en la pizarra, con el objeto de ayudar a aquellos alumnos que aún no saben manejar las estrategias.

Compra 1

Al estudiar el gráfico observamos que si todo el círculo tiene un

valor de 7000 PTA, la parte descontada valdrá *aproximadamente* poco menos que un cuadrante es decir algo menos de 1750 PTA, luego pagará más de 5250 PTA (hipótesis).

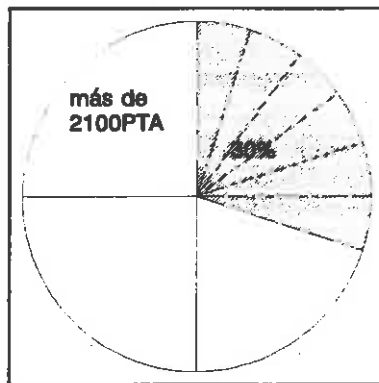
Esta estimación la realizamos con el gráfico como soporte. Luego comprobamos con la tabla.



Cantidad	Dto	Pago
100	20	80
1000	200	800
7000	1400	5600

Compra 2

La parte no rayada es la que pagó Raquel es decir 6300 PTA. Un cuadrante vale más de 2100 PTA. La camisa valdría más de 8400 PTA (Hipótesis)



Cantidad	Dto	Pago
100	30	70
1000	300	700
9000	2700	6300

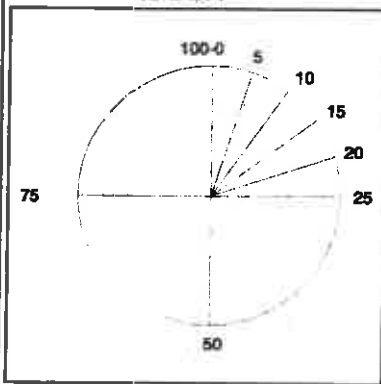
IV.1.4. Evaluación

Finalmente los alumnos realizan la siguiente prueba.

ApellidosNombre..... Nº.....

Las zapatillas deportivas en una tienda de mi barrio le han costado a un amigo 4990 PTA. Estas zapatillas sin descuento valían 5990 PTA. ¿Qué tanto por ciento de descuento le han hecho a mi amigo?

GRÁFICA

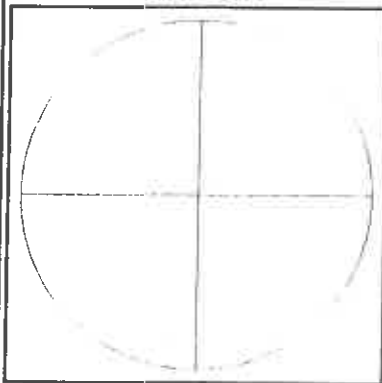


TABLA

Aproximación..... Solución.....

He comprado un disco que valía 1500 PTA. Me han hecho un descuento del 20%. ¿Cuánto he tenido que pagar por el disco?

GRÁFICA

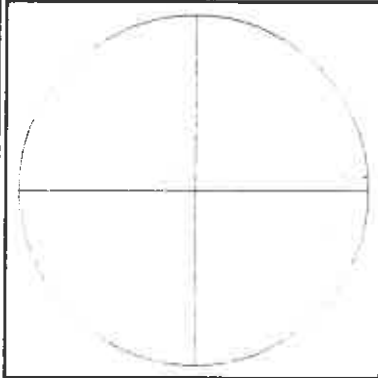


TABLA

Aproximación..... Solución.....

Pepe ha comprado un jersey que le ha costado 9000 PTA después de hacerle un 20% de descuento ¿Cuánto le habría costado el jersey de no hacerle ningún descuento?

GRÁFICA



TABLA

Aproximación..... Solución.....

IV.1.5. Reflexión sobre el trabajo en el aula

De la descripción resumida de las tres sesiones dedicadas al trabajo con Porcentajes obtenemos las siguientes reflexiones. En primer término constatamos la utilidad del uso de representaciones gráficas para interpretar datos numéricos y relaciones entre los mismos. El empleo del diagrama de sectores es aceptado e interpretado por los alumnos de este curso sin especial dificultad. En segundo lugar se pone de manifiesto de inmediato el carácter aproximado de la representación gráfica. En tercer lugar se observa que el trabajo con valores aproximados es útil y puede ser objeto de mayor precisión una vez que se ha constatado la mayor o menor precisión de los resultados obtenidos. En cuarto lugar los alumnos han aceptado que se pueda trabajar con distintos grados de precisión obteniendo respuestas aproximadas diferentes, pero válidas para el tipo de problemas planteados. Finalmente, la representación gráfica y la organización de los datos en una tabla facilitan la interpretación y solución adecuada a cada una de las variantes de problemas de porcentajes usuales.

IV.2. Trabajo sobre enunciados abiertos e invención de preguntas

Esta situación se trabaja en el grupo de cinco alumnas también de 7º nivel de E.G.B. con las que se lleva a cabo el estudio de casos.

IV.2.1. Situación propuesta

Información dada

Enrique ha vendido su piso por 3000000 de pesetas. Su mujer le dice que lo ha dejado barato y su amigo Pepe que la venta ha estado bien.

Preguntas:

1. De estos datos, señala cuales tienen relación con la cuestión anterior y explica por qué.

Datos

*Enrique tiene 40 años, lleva 12 años casado, gana 120000 PTA al mes,
el piso tiene 90 metros cuadrados y plaza de garaje,
el coche le costó 100 000 pesetas,
tiene 3 hijos,
los libros del colegio para sus hijos costaron 200000 PTA*

2. Para dar respuesta exacta a la pregunta de la discusión entre Enrique, su mujer y su amigo ¿Cuántos datos más necesitas? Escribe todos los que consideres convenientes.

3. ¿Cuál es el dato menos relacionado con la cuestión anterior?

4. Explica el camino que seguirías para contestar a la discusión entre Enrique y su mujer.

5. Con los datos que no has utilizado inventa un problema que se resuelva con operaciones aritméticas.

6. Resuelve de dos formas distintas el problema anterior.

IV.2.2. Respuestas a la pregunta nº 1

dato considerado	frecuencia
gana 120000 pesetas al mes	5
el piso tiene 90 metros cuadrados y garaje.....	5
los libros le costaron 200000 pesetas.....	2
tiene 40 años	1
tiene tres hijos	1

Se constata que:

Las cinco niñas consideran como datos relacionados con la discusión.

Gana 120000 pesetas al mes

El piso tiene 90 metros cuadrados y plaza de garaje.

Dos de ellas consideran las 200000 pesetas de los libros.

Sólo una de ellas relaciona las edades de padre e hijo.

Justificaciones dadas:

"Lo que gana al mes está regular"

"El sueldo es bajo"

"El sueldo que tiene es poco y ha puesto el piso muy barato sabiendo que tiene plaza de garaje"

"Gana poco para haber tenido que pagar esa cantidad por los libros del colegio de sus hijos"

"No es igual ganar poco que ganar mucho, si gana poco el piso

le parecerá caro y viceversa"

"El piso teniendo 90 metros cuadrados y plaza de garaje es barato, lo debería de vender más caro ya que el dinero que paga por los libros es mucho.

"Influye cómo sea el piso de grande, porque si es pequeño parecerá caro y viceversa"

"Los años, porque a lo mejor ya es viejo y sólo vale lo que ha pedido por él.

Observaciones

Las alumnas confían plenamente en la información dada, no se plantean que pueda haber algún dato erróneo o falso. En ningún momento se enfrentan a los enunciados con una actitud crítica; el profesor y el libro de texto siempre tienen razón, nunca se equivocan. Cuando el profesor presenta una información verbal presuponen que las relaciones lógicas que existen entre los datos son totalmente verdaderas.

Entre las estrategias utilizadas para el entrenamiento de los alumnos en la resolución de problemas debemos potenciar el desarrollo de actitudes críticas para el análisis de enunciado y datos.

Los resultados de esta sesión demuestran el bajo nivel de crítica que poseen las cinco alumnas. Los criterios de validez de un dato de los que se ofrecen en la información están referidos a la propia información, en ningún momento existe un criterio ajeno que critique o cuestione alguno de los datos, valorando su grado de realidad o su nivel de exageración. Aceptan como válidos todos los datos que se les ofrecen e inventan justificaciones de lo más ingeniosas para validarlas, ello les obliga a establecer relaciones lógicas un tanto falsas o de baja calidad.

En el enunciado existen datos verdaderos, erróneos y exagerados, pero la discusión entre el matrimonio y el amigo no se puede clarificar sin otros datos de tipo cualitativo o cuantitativo que no aparecen en la información dada, tales como: el precio del metro cuadrado, el estado de deterioro en que se encuentre el piso, el número de servicios de que dispone, la situación geográfica en la que se encuentra. Por todo ello, el precio de venta aparece como un hecho absoluto que los alumnos deben

de relativizar, pero lo hacen dentro del margen de los datos que se ofrecen en la información; en ningún momento son capaces de descontextualizar la información e incorporar datos verdaderamente clarificadores. Los alumnos establecen entre los distintos datos relaciones lógicas, puramente verbales, que no tienen ningún referente sobre la realidad.

* "como gana poco debería de vender el piso más caro"

* "como los libros valen muy caros debe vender el piso más caro"

* "gana muy poco para haber tenido que pagar eso por los libros de sus hijos"

Cada uno de los datos elegidos aisladamente, por sí solo, no presenta una justificación independiente, sino que se enmarca en un entramado de relaciones lógicas interdependientes. El hábito para lograr obtener una solución los induce a formular y establecer relaciones lógicas donde no las hay.

Existe una cierta reticencia a la comprensión, análisis y síntesis de la información; por encima de todo, se busca una solución viable y rápida al conflicto:

* "gana poco...los libros valen caros...deberían haber vendido el piso por 6 millones"

I.V.2.3. Respuestas a la pregunta número 2:

Para dar respuesta a esta pregunta las alumnas proponen únicamente criterios de tipo cualitativo referidos a la situación geográfica (tipo de barrio en que se encuentra, proximidad al centro de la ciudad, etc.), al tipo de servicio que posee (calefacción, luz, agua caliente, teléfono, etc) y el estado de conservación o deterioro en que se encuentre el piso. Son criterios de sentido común pero se presentan desorganizados y de modo confuso.

En esta ocasión se descontextualiza totalmente el problema, desde un punto de vista matemático y operatorio llegando a considerar respuestas típicamente evasivas:

- * "Sería conveniente conocer los argumentos del amigo"
- * "Es necesario saber si es un verdadero amigo".

Observaciones

En la pregunta se pedía a las alumnas que enumeraran los datos necesarios para la respuesta exacta, sin embargo en ningún momento se enumeran datos concretos. El afán resolutor de la primera pregunta se convierte en esta ocasión en una respuesta vaga y general. Podría haber sido interesante reorientar las respuestas de las alumnas y traducirlas a un lenguaje algo más matemático.

IV.2.4. Respuestas a la pregunta nº 3:

dato no relacionado	frecuencia
lleva casado 12 años	3
el coche la costó 100000 pesetas.....	2
los libros le costaron 200000 pesetas	1
tiene 40 años	1
tiene 3 hijos	1
se llama Enrique	1

Observaciones

Las justificaciones que se ofrecen en este apartado son bastante escuetas y no añaden nada nuevo que no sea redundar en el dato o decir lo que sí tendría relación:

- "no tiene nada que ver con lo de la casa"
- "No nos interesa nada que tenga tres hijos, si nos interesaría la extensión"
- "Da lo mismo que el marido se llame Enrique, Carlos o Mauricio".

IV.2.5. Respuestas a la pregunta n° 4:

Tan sólo una alumna propone una serie de consideraciones:

- "Ver cuánto costó primeramente el piso"
- "Si alrededor del piso hay zonas ajardinadas, comercios etc."
- "Si el garaje es seguro"
- "Si tiene buenas vistas"
- "Si es un 1º; un 2º..."

Las demás alumnas afrontan esta cuestión de forma parcial y consideran únicamente algún aspecto relevante o superfluo:

- "Discutir y discutir hasta llegar a un acuerdo"
- "Ver el estado de la casa. Si está nueva iría de parte de la mujer; si está vieja iría de parte del marido"
- "Pediría a la mujer que me diese una explicación"

IV.2.6. Respuesta a las preguntas n° 5 y 6:

Problema n° 1º

Si el coche costó 100000 PTA y Enrique lo quería pagar a plazos en tres meses. ¿Cuántas PTA le quedarían de su sueldo?

Explicación

"He enunciado así el problema, porque he pensado que sería mejor pagarlo en el plazo de tres meses que de un golpe.

Resolución 1ª

$100000 : 3 = 33333$ PTA que tendría que pagar al mes.

$120000 - 33\ 333 = 86667$ PTA le quedan para todo el mes.

He dividido 100000 entre 3 porque 100000 es el coste del coche y se quiere pagar en tres meses, después lo resto para saber cuanto dinero le queda al mes.

Resolución 2ª

$120000 - 100000 = 20000$ le quedaría si lo pagase de golpe en un sólo mes.

Problema nº 2

Calculando que el piso le hubiera costado 24 meses de sueldo, es decir 2880000 PTA que ya es poco (aclaramos que el dato que se da es que el piso se ha vendido en 3 millones)

$$40 - 12 = 28 \text{ años lleva casado}$$

Explicación

Si hubiera estado trabajando desde los 23 años, pagando siempre lo mismo, gastando para él sólo un máximo de noventa mil pesetas y ahorrando el resto:

$$120000 - 90\ 000 = 30\ 000$$

30000 pesetas le sobrarían cada mes que multiplicado por los meses que estuvo soltero trabajando veremos cuanto tuvo que pagar después de casado.

Solución 1ª

Cinco años soltero y trabajando son 60 meses. Cada mes ahorra 30000 pesetas, por tanto:

$2880000 - 1800000 = 1080000$ pesetas tuvo que pagar del piso después de casado.

Solución 2ª

$30000 \times 12 = 360000$ pesetas le sobran todos los años
 $360000 \times 5 = 1800000$ le sobran después de 5 años
(suponiendo que lo haya puesto 120000 pesetas más barato)

$2880000 - 1800000 = 1080000$ pesetas ha tenido que pagar después de casado.

Problema nº 3

Enrique lleva casado 12 años y tiene tres hijos. En este curso los libros de estudio de sus hijos le cuestan 200000 pesetas todos. ¿Cuánto costarán los libros de cada uno?

Explicación

Que lleva 12 años casados es para explicar que tiene niños. Las 200000 pesetas para saber cuánto cuestan los libros y hacer la pregunta.

Resolución

$200000 : 3 = 66666$ pesetas que le cuestan los libros de cada uno de los hijos.

Problema nº 4

Enrique lleva 12 años casado, tiene tres hijos y su sueldo es de 200000 pesetas. De este sueldo coge 100000 pesetas y las reparte en partes iguales entre sus tres hijos para que ellos se administren su dinero ¿A cuánto toca cada hijo?

Explicación

Para que Enrique reparta la mitad de su dinero a partes iguales entre sus tres hijos tendrá que dividir 100000 pesetas entre tres y tendrá la cantidad que debe de dar a cada uno. El dato de que lleva 12 años casado no sirve para nada. He tomado algunos datos que no tienen nada que ver con la discusión y otros que si tienen que ver como el sueldo de Enrique.

Resolución 1ª

Enrique toma 100000 pesetas y las reparte entre sus tres hijos

$$100000 : 3 = 33\ 333$$

Resolución 2ª

200000 : 2 = 100000 va a repartir entre sus hijos

100000 : 3 = 33333 da a cada uno de sus hijos

Problema nº 5

Enrique tiene 40 años y su mujer 4 años menos. El hijo mayor nació cuando Enrique tenía 30 años. ¿Cuántos años tenía su mujer? ¿Cuántos años tiene el hijo mayor ahora? ¿Cuántos años tiene la hija menor si nació cinco años después del mayor? ¿Qué edad tenía Enrique cuando nació la menor?

Explicación: No hay

Sólo se puede resolver de una sola manera.

Observaciones

Cada uno de los alumnos ha enunciado un problema distinto y ha intentado resolverlo por dos vías diferentes, excepto las alumnas nº 3 y 5; la segunda afirma que no hay más que una vía de solución.

Las alumnas 3 y 4 proponen el enunciado más sencillo, en ambos casos se trata de un problema de reparto e incluye el dato de la edad, que es innecesario. La alumna nº 4 obtiene la cantidad a repartir de una división previa que incluye en el enunciado; cuando se le propone un segundo método repite el mismo proceso pero incorporando la división inicial.

La alumna nº 1 plantea un enunciado más complejo ya que pregunta qué sueldo mensual le resta si se paga una cantidad en tres meses. La solución viene dada por una división y una resta: Cuando se pide el segundo método resuelve un problema distinto del primero.

La alumna nº 2 es la que construye un enunciado más elaborado,

pero el proceso que sigue consiste en ir resolviendo pasos parciales o completando la información y a partir de los nuevos datos obtenidos va planteando preguntas más complejas. El segundo método empleado es una abreviación del primero. El problema lo resuelve con restas y productos.

La quinta alumna se plantea una serie de preguntas relativas a edades para las que necesita añadir nuevos datos. Todas las preguntas planteadas se resuelven con restas, aunque no da las soluciones.

El proceso de invención es simple o muy simple en las alumnas 1, 3 y 4. La alumna nº 2 plantea la cuestión más compleja pero apoyándose en respuestas previas más simples. La alumna nº 5 plantea preguntas muy similares de modo complejo. Ninguna de las alumnas es capaz de obtener un segundo método de resolución alternativo.

IV. 3. Evaluación

IV.3.1. Información general

De acuerdo con los objetivos marcados por el Seminario, puestos de manifiesto al principio de esta memoria, abordamos la evaluación del trabajo realizado. Un aspecto importante de esta evaluación se refiere a las actitudes y conocimientos de los alumnos que han intervenido en la experiencia. Se pretende reflexionar sobre un modo diferente de trabajar en clase de matemáticas que implica un acercamiento a los problemas de la vida cotidiana; sostenemos que una participación del niño en el desarrollo de la clase distinto al tradicional, una intervención orientada a facilitar al alumno la construcción de su propio conocimiento y una forma más creativa y vinculada con el entorno de desarrollar la clase inciden positivamente en los resultados de evaluación con una prueba de lápiz y papel. Con este fin se han elaborado tres pruebas escritas, una para evaluación de actitudes, otra sobre comprensión de enunciados y una tercera sobre operaciones tipo que intervienen en la resolución de un problema. Estas pruebas están pensadas para los escolares de 7º Nivel de E.G.B., con los que hemos trabajado este Curso.

La prueba de actitudes la realizarán los niños que han intervenido en la experiencia (Grupo Experimental) y las dos restantes estos mismos

niños y un grupo de niños similar en tamaño y características escolares, que no han realizado el seguimiento de la experiencia (Grupo de Control).

Incluimos a continuación los datos generales de los 6 grupos en los que se realizaron la prueba de comprensión y la prueba de operaciones; 3 grupos son experimentales con 120 alumnos y los otros 3 son de control con 145 alumnos. Esta muestra está formada por unidades escolares de Centros en los que trabajan Profesores del Seminario, y han formado parte de la muestra utilizada en el estudio del curso anterior. La muestra es, por tanto, intencional y el criterio para su selección ha venido determinado por la conexión de los Centros escolares correspondientes con los Profesores del Seminario. Nuestra hipótesis general es que los Grupos Experimentales deben presentar diferencias significativas de rendimiento en las Pruebas de Comprensión y Operaciones respecto a los Grupos de Control.

RESULTADOS DE LA PRUEBA	
CENTROS EXPERIMENTALES	CENTROS DE CONTROL
CRISTO DE LA FE (DIEZMA) 30 alumnos media = 11 varianza = 9.33 desviación típica = 3.06	SANTA MARTA 45 alumnos media = 12.12 varianza = 6.29 desviación típica = 2.51
ANEJA FEMENINO 45 alumnos media = 12 varianza = 0.95 desviación típica = 0.97	JUAN XXIII (ZAIDIN) 50 alumnos media = 13.02 varianza = 6.82 desviación típica = 2.61
VIRGEN DE LAS ANGUSTIAS 45 alumnos media = 11.63 varianza = 5.85 desviación típica = 2.42	JUAN XXIII (CHANA) 50 alumnos media = 13.03 varianza = 15.64 desviación típica = 3.95

Los datos que se presentan hacen referencia a un total de 19 ítems; 9 corresponden a la prueba de Comprensión y 10 a la de Operaciones. Los resultados de los grupos de control son ligeramente mejores que los de los grupos experimentales. Por esto, hemos sometido los grupos a un test de homogeneidad, con el fin de comprobar si podemos considerar los resultados de los distintos grupos como muestra de una misma población o, por el contrario, proceden de poblaciones distintas.

Realizadas comparaciones múltiples, a posteriori, entre los seis colegios por el método de Scheffé al nivel de significación del 5%, hemos obtenido que no hay dos colegios que sean significativamente diferentes.

Este estudio se ha realizado con el paquete estadístico SPSS/PC+, que incluye el método mencionado en el procedimiento Oneway.

Por tanto, por lo que se refiere al resultado de estas dos pruebas, consideramos a todos los alumnos provenientes de una población homogénea. La hipótesis general antes enunciada queda contradicha por los datos obtenidos: no hay diferencias significativas entre los Grupos Experimental y Control. Pasamos a describir las pruebas y a estudiar los rendimientos obtenidos por el total de la muestra.

IV.3.2. Prueba de Comprensión e Interpretación de Enunciados

Descripción y Objetivos

Con esta prueba se trata de determinar y evaluar las diferentes técnicas y estrategias adquiridas por el alumno de 7º nivel y que emplea cuando se enfrenta al enunciado de un problema verbal, en el que se presentan unos datos y unas relaciones que deben respetar una estructura lógica e, igualmente, responder a una situación familiar y cotidiana. Tratamos de determinar qué sentido tiene un problema cuando se considera como algo más que una propuesta para hacer determinados cálculos.

La prueba consta de nueve ítems con los que se evalúa:

- a) Nivel de conocimiento de datos de la vida diaria (ítems 1 y 2)
- b) Identificación de datos incorrectos en la redacción de un problema (ítems 3 y 4).
- c) Tipos de estrategias empleadas en la resolución de un problema (ítem 5).
- d) Capacidad de revisión de la resolución de un problema y detección de errores (ítem 6).
- e) Empleo de la aproximación como modo de resolver problemas (ítem 7).
- f) Identificación de datos necesarios para la resolución de un problema (ítem 8).
- g) Capacidad de definición de un problema ante una situación problemática planteada (ítem 9).

Prueba de Comprensión e Interpretación de Enunciados

APELLIDOS.....NOMBRE.....

COLEGIO.....FECHA.....

1.- Se han comprado 300 gramos de jamón a ---- el kilo. Rodea el dato que falta en esta información

- a) 75 PTA
- b) 370 PTA
- c) 1200 PTA
- d) 7500 PTA
- e) Vale cualquier dato

2.- Las dimensiones de un dormitorio son ---- de largo y ---- de ancho. Rodea las dos dimensiones que creas correctas.

- | | |
|----------------|----------------|
| a) 17 metros | b) 4,25 metros |
| c) 1,65 metros | d) 9,07 metros |
| e) 0,95 metros | f) 3,75 metros |

3.- ANUNCIO

Se vende un apartamento de 15 metros cuadrados de superficie a 37000 PTA el metro cuadrado. El apartamento se encuentra a 100 metros de la playa.

En este anuncio hay un dato erróneo. Indica cuál es.

4.- Una piscina tiene 10 metros de larga y 5 metros de ancha. ¿Cuál es la medida de la piscina?

- a) 50 metros
- b) No se puede calcular
- c) No sé lo que tengo que calcular
- d) 50 metros cuadrados
- e) Cualquier respuesta es buena.

5.- Un kilo de carne de ternera vale 980 PTA. ¿Cuánto costará $\frac{3}{4}$ de kilo?

Este problema se puede resolver de varias formas. RESUÉLVELO DE DOS FORMAS DISTINTAS Y EXPLICA COMO LO HACES.

6.- Lee con atención: Medio metro de tela vale 75 PTA. ¿Cuánto costará $\frac{3}{4}$ de metro de la misma tela?

Un alumno ha dado la siguiente solución a este problema:

"tres cuartos de metro valen 70 PTA"

Explica por qué esta solución es falsa.

7.- Con una pieza de tela de --- metros se han hecho 8 trozos de 0,62 metros. La pieza de tela mide aproximadamente:

- a) 4 m, b) 5 m, c) 6 m, d) 7 m, e) 8 m.

8.- Enrique ha vendido su piso por 3000000 de PTA. Su mujer le dice que lo ha vendido barato y su amigo Pepe que ha sido buena venta. ¿Qué datos necesitas para saber quien lleva razón.

9.- Juan ha ido al banco a comprar liras ya que tiene que hacer un viaje a Italia. Escribe dos problemas que se le pueden plantear a Juan dentro del banco.

Resultados

Los resultados obtenidos por los 265 alumnos en esta prueba quedan reflejados en la tabla siguiente:

Ítem	Índice de discriminación	Índice de dificultad
1	0.16	0.52
2	0.05	0.75
3	0.21	0.35
4	0.01	0.07
5	0.29	0.36
6	0.23	0.64
7	0.33	0.60
8	0.24	0.65
9	0.33	0.55

En este caso el ítem 4 sugiere una modificación por su discriminación y dificultad.

Logro de Objetivos

A la vista de los resultados obtenidos, y en relación con los objetivos propuestos, tenemos que:

a) El nivel de conocimiento de datos de la vida diaria es bajo por lo que se refiere al precio de un artículo usual de alimentación y aceptable en lo relativo a las dimensiones usuales de un dormitorio. Aun cuando la magnitud más utilizada en los problemas aritméticos es el dinero, sin embargo, los datos que aparecen en los enunciados se consideran valores convencionales, cuyo ajuste con los valores reales del mercado no hay que tener en cuenta especialmente. Esta carencia explicará que los alumnos no consideren el ajuste con la realidad como criterio de control para aceptar o rechazar determinados datos o soluciones en los problemas que deben de resolver usualmente. En cierto modo, los problemas aritméticos ocurren en un mundo semejante pero distinto del mundo real; el criterio de justeza para valorar los datos en un contexto real no parece importar en el dominio de los relatos que denominamos problemas aritméticos verbales.

b) La identificación de datos incorrectos en la redacción de un problema proporciona los resultados más bajos de toda la prueba. Solamente un 35% reconoce cuál de los tres datos que aparecen en el anuncio (ítem 3) es erróneo; se produce una elección mayoritaria en el precio, que parece excesivo, respecto de la superficie. Los alumnos no parecen conocer dos cosas: la superficie mínima aceptable de una vivienda, ni la extensión aproximada de 15 m²; tampoco tienen referencias sobre el precio medio del m² de construcción. En este caso ocurre algo similar que con los ítems 1 y 2: al alumno le faltan referencias sobre precios usuales del mercado y sobre dimensiones de superficies de viviendas.

El ítem 4 presenta la siguiente peculiaridad: la pregunta que plantea está mal enunciada por imprecisa, "¿A cuál de las medidas posibles de la piscina se refiere?" La mayoría de los alumnos pasan por

encima este matiz y completan el enunciado impreciso que se les propone; puesto que en el enunciado se dan las longitudes, la respuesta elegida por casi todos es la respuesta d), que satisface a la pregunta lógica que se haría en una prueba convencional. Sólo un 7% de los alumnos responden c) o d). Está claro para la mayoría de los alumnos que con el enunciado de un problema se pide un resultado final no una crítica a la corrección o precisión del mismo. Nuestros alumnos no están acostumbrados a criticar enunciados y, en todos los casos, esa crítica queda fuera de las respuestas aceptadas. Por ello mismo deben de completar las respuestas imprecisas, lo cuál hacen en la dirección adecuada. Nuestros datos dejan constancia de esta ausencia de análisis crítico por parte de los alumnos.

c) La posibilidad de abordar la solución de un mismo problema desde dos vías alternativas sólo es adecuadamente satisfecho por el 36% de los alumnos. No se trata de que no sepan resolver el problema sino que, una vez resuelto, no ven la necesidad de volverlo a resolver.

d) La detección de errores en la solución de un problema es realizada por un porcentaje bastante elevado de alumnos, desde luego muy superior al de los que detectan un dato incorrecto en el enunciado o una pregunta incorrecta. Aún así cabría esperar que fueran muchos más los alumnos que encontrasen un argumento aceptable para rechazar la respuesta inadecuada que se presenta.

e) El uso de la aproximación no está tampoco consolidado como técnica para la resolución de problemas. Al incluir el término "aproximación" hay algunos que consideran válida cualquier respuesta y no se esfuerzan por ajustar los datos a una solución coherente. Aun cuando el 60% de los alumnos acierten no consideramos que este rendimiento sea el adecuado para este nivel y esta cuestión.

f) Completar datos para obtener la respuesta a un problema es una de las cuestiones trabajadas en nuestro estudio. En este caso las posibilidades de interpretación son varias y los resultados indican que hay un porcentaje aceptable de alumnos que tienen capacidad para completar información necesaria que permite responder a una determinada cuestión. El rendimiento nos parece, en este caso, aceptable.

g) La situación que se plantea parece lejos de la experiencia usual de los alumnos; son pocos, proporcionalmente, los alumnos capaces de enunciar dos problemas distintos para la situación propuesta.

Valoración global

De los siete aspectos considerados para la comprensión e interpretación de enunciados de problemas aritméticos encontramos que dos de ellos tiene rendimientos francamente preocupantes. Se trata de la identificación de datos incorrectos en la redacción de un problema y del empleo de más de una vía para solucionar un mismo problema. El resto de los aspectos tienen rendimientos más elevados pero indican aún la posibilidad de mejora.

IV.3.3. Prueba de Operaciones

Descripción y Objetivos

Con esta prueba se pretende medir la capacidad de los niños de resolver una batería de problemas escolares propios de su nivel escolar, que incluyen:

a) El uso de las cuatro operaciones con números naturales mediante diferentes estructuras operatorias

$(a+b)+c$; $a+b$; $a-b$; $(a \cdot b) : c$; $a:b$; $a-(b+c)$; $(a+b)-(c+d)$;
 $c-(a \cdot b)$; $(a+b+c):d$; $(a-b):c$

b) Empleo de unidades de diferentes magnitudes, medida y cambio de unidades.

- magnitudes discretas: dinero, globos, lápices

- magnitudes continuas: longitud, capacidad, tiempo, peso

c) Diferentes estructuras semánticas:

comparación aditiva, razón y cambio.

Los ítems de la prueba se ajustan a la descripción siguiente:

ítem	estructura operatoria	magnitud	estructura semántica	unidades	números
1	$(a+b)+c$	longitud	igualación	iguales	decimal
2	$a+b$	capacidad	comparación	iguales	decimal
3	$a-b$	longitud	igualación	distintas	natural
4	$(a \cdot b) \cdot c$	capacidad	razón	distintas	natural
5	$a:b$	tiempo	razón	distintas	fracción
6	$a-(b+c)$	capacidad	comparación	iguales	natural
7	$(a+b)-(c+d)$	dinero	comparación	iguales	natural
8	$c-(a \cdot b)$	peso	cambio	iguales	natural
9	$(a+b+c):d$	discreta	razón	iguales	natural
10	$(a-b):c$	dinero	razón	iguales	natural

Prueba de Operaciones

APELLIDOS.....NOMBRE.....

COLEGIO.....FECHA.....

1.- Para recorrer un circuito de pruebas físicas Andrés anda 935,7 m, después corre 573,8 m y le faltan para terminar 275,82 m. ¿Cuántos metros tiene el circuito?

2.- A un bidón le caben 35,75 l y otro bidón tiene 7,35 l más que el primero. ¿Cuántos litros le caben al segundo bidón?

3.- En la prueba de 10 km marcha la atleta española Emilia Cano desfalleció cuando llevaba recorridos 7360 m ¿Cuántos km le quedaban por recorrer?

4.- En cada caja de refrescos hay 35 botellas de $\frac{1}{5}$ de litro cada una. ¿Cuántos litros de refresco hay en 7 cajas?

5.- El verano ha durado 91 días. ¿Cuántas semanas de verano hay?

6.- De una garrafa de 27 litros se venden 4 litros a Rogelio y 12 litros a Enrique. Calcula y señala con una cruz qué parte es menor:

- la vendida
- la que queda
- la de Enrique
- No se puede calcular

7.- El precio de dos quinielas fue de 450 PTA la primera y de 150 la segunda. Si con la primera ganó 275 PTA y con la segunda obtuvo un premio de 7598 PTA. ¿Cuántas PTA se han recibido más que se han pagado?

8.- La producción de patatas ha sido de 1370 kilos. En un viaje se han llevado 18 sacos de 45 kilos cada uno. ¿Cuántos kilos quedan en el campo?

9.- Enrique, Pedro y Miguel llevan a una fiesta 45, 36 y 79 globos. En la fiesta hay 32 amigos. Se reparten los globos entre todos los amigos. ¿A cuántos tocan cada uno?

10.- Para comprar 75 lápices entregué un billete de 2000 PTA y me devolvieron 275 PTA. ¿Cuánto me costó cada lápiz?

Resultados

Los resultados globales obtenidos por los 265 alumnos aparecen en la siguiente tabla:

ítem	índice disc.	índice dif.
1	0.09	0.91
2	0.10	0.90
3	0.23	0.65
4	0.21	0.42
5	0.07	0.89
6	0.16	0.69
7	0.23	0.71
8	0.21	0.78
9	0.12	0.90
10	0.23	0.81

Los ítems 1, 2, 5, y 9 tiene un bajo índice de discriminación y son muy sencillos, lo que sugiere una modificación de los mismos para una posterior aplicación.

Logro de Objetivos

Los ítems 1 y 2 son problemas de estructura aditiva, de igualación y comparación respectivamente, que no presentan cambio de unidad. Los rendimientos de ambos problemas son muy altos, e indican que se trata de un tipo de ejercicios bien dominado.

El ítem 3 también es un problema de estructura aditiva de igualación; su dificultad radica en que se trabaja con dos unidades diferentes: metros y kilómetros.

El ítem 4 resulta el más difícil de esta prueba; dos son los motivos que encontramos para ello. Por un lado se trabaja con tres tipos de unidades diferentes: litros, botellas y cajas; por otra parte es el único problema en el que intervienen fracciones. Aún así entendemos que el rendimiento obtenido es bajo si lo comparamos con los datos que obtuvimos en la prueba fracciones correspondiente al curso 86-87 (Rico y otros, pp. 135-139).

El ítem 5 plantea una conversión de días a semanas; el rendimiento muestra que se trata de una cuestión sencilla.

Los ítems 6 y 7 son de estructura aditiva y ambos de comparación, con la peculiaridad que la cantidad menor se obtiene mediante una suma previa en los dos casos. El rendimiento está en el límite de idoneidad aceptable. Se pone de manifiesto que las relaciones de comparación no están aún consolidadas ya que, al introducir cierta complejidad en las relaciones, la dificultad aumenta.

El ítem 8 es un problema de cambio con un rendimiento aceptable.

Los ítems 9 y 10 son problemas de razón que se resuelven en los dos casos mediante una división, cuyo dividendo se obtiene mediante una operación aditiva; los resultados en ambos casos indican que se trata de cuestiones sencillas para el nivel de los alumnos.

Valoración Global

El aspecto más complejo parece ser el uso de diferentes unidades, ya que los resultados más bajos se obtienen en este caso; en segundo término de dificultad se encuentran los problemas de comparación en el caso en que las cantidades a comparar se obtienen por agregación de cantidades previas. El resto de los problemas propuestos alcanza resultados idóneos o fáciles.

IV.3.4. Prueba de actitud**Descripción y Objetivos**

Con esta prueba se pretende determinar si el método de trabajo seguido en el aula produce una actitud favorable hacia la matemática, así como el trabajo en clase de matemáticas. La prueba consta de nueve ítems entre los que se incluyen:

a) Ítems que miden la aceptación por el niño de la metodología seguida, intervención del profesor, participación del alumno y trabajo cooperativo (ítems 1, 2, 3 y 4)

b) Ítems que miden la actitud del niño hacia la utilidad de lo aprendido (ítems 5, 6 y 7)

c) Ítems sobre la actitud en general del niño hacia la matemática en el contexto escolar (ítems 8 y 9).

Prueba de Actitud

Lee con atención estas preguntas y todas las respuestas que a ellas se dan y después elige UNA SOLA, la que creas más acertada y le pones una cruz (x).

APELLIDOS.....NOMBRE.....

COLEGIO.....FECHA.....

1.- ¿Qué tipo de problemas te gusta resolver?

- Los propuestos por el profesor.
- Los que vienen en el libro.
- Los que me proponen mis compañeros.
- Los que yo me invento.

2.- ¿Cómo te gusta que se desarrollen las clases de matemáticas?

- Mediante una explicación del profesor.
- Mediante el estudio personal en el libro.

- Partiendo de situaciones como las trabajadas en el curso pasado. (Tableta de chocolate etc...).
 - Trabajando en equipo.
- 3.- ¿Cómo te gusta resolver los problemas?
- Trabajando juntos, dos o tres compañeros.
 - Trabajando solo.
 - Trabajando toda la clase al mismo tiempo.
 - En mi casa, con ayuda de algún familiar.
- 4.- ¿Cómo crees que aprendes mejor a resolver problemas?
- Trabajando juntos, dos o tres compañeros.
 - Trabajando tu sólo.
 - Trabajando toda la clase al mismo tiempo.
 - En mi casa, con la ayuda de mi familia.
- 5.- Resolver problemas me sirve para:
- Sacar buena nota
 - No sé exactamente para qué
 - Aplicar en la calle lo que aprendo.
 - Calentarme la cabeza.
 - Adquirir habilidad en el cálculo.
 - Relacionar diversas cosas aprendidas.
- 6.- Los datos necesarios para resolver un problema ¿Cómo te gusta conocerlos?
- De la información que me da el profesor
 - Leyendo en los libros de texto.
 - Preguntando a mis compañeros.
 - Averiguando los datos de la realidad.
- 7.- Cuando crees que faltan datos en un problema ¿Qué haces?
- Dejarlo sin resolver.
 - Preguntar al profesor los datos que faltan.
 - Pregunto fuera de la escuela.
 - Los pongo a ojo.

8.- Las clases de Matemáticas me gustan:

- Mucho.
- Regular.
- Poco.
- Nada.

9.- Numera de 1 a 5 las siguientes materias, ordenándolas desde la que más te gusta a la que menos te gusta.

- Lengua
- Idioma
- Matemáticas
- Naturales
- Sociales.

Resultados

No conservamos información sobre los resultados de esta prueba, razón por la que no incluimos ningún comentario sobre ella.

IV.4. Conclusiones

La presentación del trabajo desarrollado en el aula se ha estructurado en base a tres informaciones distintas. Con estas tres informaciones ejemplificamos tres momentos de nuestro trabajo de investigación durante este curso, centrados en la acción en el aula y las observaciones subsiguientes. Denominamos a estos trabajos "experiencias en el aula" y, aún cuando los hemos presentado separados de la planificación, que hemos detallado en el capítulo anterior, hay una continuidad entre la planificación, la acción y la observación de las situaciones recogidas. Concluimos aquí una primera reflexión, analizando las cuestiones más relevantes surgidas del proceso de investigación-acción llevado a cabo por nuestro seminario.

La primera información presentada en este capítulo es el resultado de una observación no participante, realizada por un miembro del seminario, durante una sesión de trabajo en uno de los grupos experimentales, en la que se presentó a los escolares una de las situaciones diseñadas para que trabajaran sobre la noción de porcentaje.

La segunda información presenta la discusión y el trabajo realizado por un grupo reducido de alumnas con un enunciado abierto sobre el que se planteaban una serie de cuestiones relativas a la identificación, definición y realización de problemas. La tercera información presenta los resultados obtenidos en una prueba de evaluación elaborada para valorar distintas competencias de los escolares de 7º nivel de E.G.B. sobre resolución de problemas aritméticos, aplicada a 265 alumnos.

Estas tres informaciones son una muestra de la actividad desarrollada por el seminario en nuestro estudio sobre aprendizaje y estrategias para la resolución de problemas con escolares de 7º de E.G.B. Los datos e informaciones presentadas recogen lo esencial de la fase de acción de nuestra investigación, en cada una de los escenarios mencionados, junto con la observación realizada en las sesiones del seminario. Analizando la primera información, encontramos las siguientes reflexiones:

1.- El tratamiento elegido permite abordar una de las dificultades más conocidas de los escolares con la noción de porcentaje; la conveniencia de analizar las relaciones entre datos numéricos en base a un esquema aditivo o multiplicativo. La discusión se plantea en términos de cual es el criterio más adecuado para valorar una relación numérica, que se ejemplifica mediante la discusión de que esquema permite reconocer mejor el carácter más o menos ventajoso de un descuento.

No todos los alumnos aceptan la relación multiplicativa como la más adecuada, hay muchos que mantienen un esquema aditivo para interpretar la relación.

2.- El profesor introduce dos modelos: tablas y gráficas, que ayudan a representar relaciones numéricas. También se rompe un prejuicio, falsamente basado en Piaget, que sostiene la conveniencia de que los razonamientos de los escolares de 13 años tengan que ser formales, sin ayudas gráficas.

Al introducir los modelos mencionados se produce una integración entre el enunciado verbal, la organización de una gráfica y la expresión gráfica de una relación entre cantidades.

El ejemplo que se describe muestra la adecuación de abordar un problema con una primera estrategia: obtener otras representaciones del mismo problema.

Una segunda estrategia es el trabajo con aproximaciones, mostrando el modo de mejorar las estimaciones parciales hasta llegar al resultado exacto. El profesor pone en práctica la planificación realizada

en el seminario y consigue una dinámica fluida de trabajo que proporciona la participación de los escolares.

El observador no transmite los resultados de la evaluación realizada al concluir este trabajo, solo nos muestra la prueba; no tenemos constancia de los errores y dificultades detectadas al concluir este estudio.

La segunda información presenta un debate en grupo reducido dedicado a las fases de Identificar y Definir en el proceso de resolución de problemas. En concreto, se trata de señalar la información relevante para poder responder a una cuestión planteada de forma abierta.

Pese al interés mostrado por los alumnos, es evidente la falta de criterios para abordar las tareas que se proponen y el desconocimiento sobre la finalidad de las mismas. La situación presentada pide una valoración sobre una actuación comercial de una persona de la que se aportan una serie de datos. Se detecta un bajo nivel de crítica sobre los datos aportados; cuando una información aparece en un enunciado se presupone que guarda alguna relación lógica con los demás datos, si se pide completar información, los alumnos elaboran argumentos más o menos forzados que asocian a los datos. En muy pocas ocasiones superan la información proporcionada e incorporan nuevos datos para clarificar la cuestión propuesta. Discriminan aceptablemente entre información relacionada y no relacionada con la pregunta planteada. Cuando se pide explícitamente nueva información critican algunos de los datos propuestos. A la petición de un camino para responder a la cuestión planteada, sólo una alumna indica nuevos datos significativos que conviene conocer. Nuestro análisis detecta una carencia muy acusada de recursos por parte de estos alumnos para abordar la fase de Identificación.

A la petición de elaborar el enunciado de un problema a partir de los datos, las alumnas tienen dos tipos diferentes de actuaciones: la mayoría elaboran un enunciado correctamente articulado pero muy simple, de una o dos operaciones; sólo una alumna consigue construir un problema complejo, pero no es capaz de articular su enunciado. La fase de definición de problemas se domina mediante destrezas simples, que no llegan a coordinarse en una competencia más compleja.

En último término, tampoco son capaces de seguir más de un camino para resolver un mismo problema; con más precisión, parecen no entender el sentido de abordar una segunda vez un problema ya resuelto.

La conclusión del análisis de esta segunda información hace evidentes las rutinas sistemáticas que distancian a los alumnos de este nivel de la Identificación y Definición de problemas. Estas carencias son efecto del modo usual de enseñar matemáticas en nuestro sistema educativo, y ponen de manifiesto un sistema muy elaborado de ideas en torno a la resolución de problemas, que presentan una fuerte resistencia a la modificación cuando se plantea un tratamiento alternativo.

Para estos alumnos resolver un problema es atender a una situación explícita que se contesta realizando una secuencia prescrita de operaciones aritméticas; cualquier otro planteamiento, que incluya las variantes de Identificar datos y relaciones y Definir problemas, supera las capacidades matemáticas del alumno medio.

La tercera información, centrada en los resultados de las dos pruebas de evaluación aplicadas, ponen de manifiesto la inexistencia de diferencias, en cuanto a comprensión e interpretación de enunciados y obtención de la solución en problemas con distinta estructura semántica y operatoria, entre alumnos que han trabajado siguiendo una planificación explícita en resolución de problemas que tiene en cuenta las cinco fases del método IDEAL y algunas estrategias específicas. Las deficiencias y errores son idénticas en los alumnos de los grupos experimentales y los alumnos de los grupos de control; igualmente, los éxitos y resultados correctos coinciden en ambos grupos. Nuestra conclusión provisional conjetura que en el sistema educativo hay establecidos unos prototipos de problemas, cuestiones y métodos para la resolución de problemas que da homogeneidad a los alumnos de un mismo nivel, por encima de orientaciones metodológicas particulares. Para superar el modo estándar de resolución de problemas no es suficiente un modelo complementario, introducido aisladamente en un curso y una asignatura. Los alumnos carecen de formación para identificar si un dato que aparece en un enunciado coincide con valores reales, del contexto familiar y social; tampoco son capaces de identificar datos incorrectos en la redacción de un problema o mejorar enunciados de manera imprecisa. Enunciar problemas, completar la información necesaria para responder a una pregunta, abordar la respuesta a una cuestión mediante dos o más conceptos son destrezas ajenas a la formación de nuestros escolares en 7º nivel de E.G.B. En este caso, y con los datos de que disponemos, está claro que no ha sido suficiente el plan de trabajo elaborado para superar la formación del alumno medio en resolución de problemas. Nuestra conclusión provisional señala que

una formación en profundidad sobre resolución de problemas debe incentivar más activamente las fases de Identificación y Definición y el uso de estrategias combinadas en la obtención de la solución. Los datos obtenidos en esta experiencia de aula han puesto de manifiesto una serie de deficiencias de los escolares en sus actuaciones sobre tareas conectadas con dichas fases; se necesita aún más trabajo de campo para explicitar los núcleos de dificultad y la carencia de formación que sustentan los errores de los alumnos.

Capítulo V

Estudio de Casos

Con el estudio de casos aplicamos a un escenario distinto nuestro método de investigación-acción en sus etapas de Acción, Observación y Reflexión. Se obtiene así, desde un nuevo ámbito, una perspectiva complementaria con la que hemos presentado en el capítulo anterior. En este caso la información está mejor documentada y se puede profundizar en su análisis.

En la memoria de Seminario del Curso 86-87 (Rico y otros, 1988, pp.154-235), expusimos las finalidades, metodología, técnicas de análisis e interpretación de resultados seguidos en el trabajo de estudio de casos, a la cual nos remitimos. Allí avanzamos algunos resultados obtenidos con algunas situaciones problemáticas, además de la conexión de este estudio con el realizado por el grupo general, las secuencias metodológicas y materiales que usamos.

En esta memoria exponemos algunas consideraciones sobre otras situaciones problemáticas diseñadas para el aprendizaje de conceptos de estadística, de porcentajes y de contabilidad. Las situaciones fueron, concretamente: la encuesta sobre los programas de televisión, las rebajas y los movimientos de una cuenta bancaria, descritas en el capítulo III de esta memoria.

Las sesiones de trabajo se celebraban los sábados en el Seminario del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, durante el segundo trimestre del Curso 87-88. El grupo de alumnas estaba formado por 6 alumnas de 7º nivel de E.G.B. del Colegio Concertado Sagrada Familia de Granada. El grupo de investigación estaba constituido por 5 profesores del Seminario C.I.E.M..

Sería imposible explicar detalladamente la riqueza de aprendizajes que todos los implicados en estas sesiones de estudio de casos, obtuvimos sábado a sábado, tanto alumnas como profesores. Sin embargo, puede ser útil observar las transcripciones resumidas y el análisis de esta información desde otro punto de vista. El lector puede descubrir con ambos un modelo de trabajo para el aula motivador y activo, que pretende, como ya explicamos en el trabajo del curso anterior, enseñar a resolver problemas sin dar prioridad a las técnicas de cálculo en la consecución del resultado.

Analizar las transcripciones utilizando como categorías las propias fases del Método de resolución de problemas que utilizamos en el diseño de las sesiones, ha llevado a descubrir entre otras cosas, en qué medida se ponen en funcionamiento unos procesos cognitivos en detrimento de otros.

En primer lugar, exponemos el desarrollo de las sesiones de cada situación y después las valoramos, desde un punto de vista didáctico. Han sido 7 las sesiones realizadas, que presentamos agrupadas según el tópico de referencia.

V.1. Estadística

Desarrollo de las sesiones con las alumnas del grupo de estudio de casos.

Primera sesión

Alumnas: Pilar, Leticia, Estefanía, Marta y Cinta

Van a unir los datos de las encuestas que cada una ha realizado sobre el tiempo empleado en ver la T.V. y los programas que más gustan.

Estefanía en la pizarra anota sus datos, las demás compañeras le van dictando los suyos. El primer punto corresponde a la edad de las personas encuestadas.

Alumna	Datos				
Estefanía	11,	14,	41,	42	
Pilar	12,	22,	32,	13,	13
Leticia	12,	11,	5,	14,	12
Marta	12,	11,	5,	37,	43, 53
Cinta	21,	20,	18,	15,	12

P.- ¿Qué podemos hacer con estos datos?

A.- Podemos ver cuántas personas de 12 años han sido preguntadas,

también podemos ver de la edad que más hay y de la que menos hay.
 P.- Como hemos preguntado por la edad, queremos saber algo sobre la edad de las personas.

A.- Todos los de doce los podemos agrupar, los de trece también y así.

P.- Hay muchos números y vemos que hay algunos que se repiten, ¿qué podemos hacer?.

A.- Podemos poner de 10 a 15 tantos y así.

P.- Podemos ordenarlos.

A.- Podemos empezar por los más pequeños.

P.- Si, y lo vamos a hacer en dos columnas una que diga "con edad" y la otra que diga "hay"

Estefanía escribe en la pizarra

Con edad	Hay
5	2
11	3
12	5
13	2
14	2
15	1
18	1
20	1
21	1
22	1
32	1
37	1
41	1
42	1
43	1
53	1

P.- ¿Cuántas personas hay en total?

A.- Sumando todos los que hay de cada edad, son 25.

P.- Si queremos organizar mejor los datos ¿qué haremos?

A.- Sumamos todos los datos y los dividimos por 25.

P.- ¿Para qué nos sirve eso?

A.- Para nada.

P.- Todavía tenemos 16 datos de los 25 que teníamos al principio,

podemos reducir más.

A.- Mayores de 15 y menores de 18.

A.- Podemos agrupar de 5 a 11.

P.- Podemos hacerlo de 5 a 10.

A.- Es que de 10 no hay ninguno

P.- Podemos organizarlos de 5 en 5. Así de 5 a 9

A.- ¿Es que de 5 a 9 van 5?

P. - Cuenta con los dedos así: 5, 6, 7, 8, 9.

Estefanía escribe, las demás van dictando

Entre	Hay
5-9	2
10-14	12
15-19	2
20-24	3
25-29	0
30-34	1
35-39	1
40-44	3
44-53	1

P.- ¿Cuántos datos tenemos ahora?

A.- Diez.

P.- Vamos a pensar sobre lo que hemos hecho: teníamos unos datos que eran todas las respuestas que os han dado; los hemos escrito de forma ordenada, viendo las personas que había de una misma edad; después hemos agrupado en intervalos de cinco, ¿qué podemos decir viendo la tabla?

A.- Más de la mitad son menores de 20 años, hemos preguntado a gente joven sobre todo.

P.- Hay dos intervalos donde no hay nada.

A.- Personas mayores hay muy pocas.

P - Vamos a hacer una línea y seguir con la segunda pregunta que dice ¿Qué programa de T.V. gusta más?

Cinta escribe en la pizarra sus resultados, empieza con informativos.

A.- Podemos ver qué programa les gusta más a los de los intervalos de los años.

P.- ¿Por edades?

A.- Es que si empezamos como antes tenemos que hacerlo todo otra

vez.

A.- Podemos poner informativo y cada vez que salga le ponemos una cruz como se hace en las votaciones para delegada.

Cinta escribe:

Informativo + + +

Se discute si documentos T.V. es, o no, informativo

Documentos T.V. + +

Película +

Metrópolis +

Se discute si se ponen nombres de programas o tipos y así el programa A Tope queda registrado como musical.

Musicales +

La hora de Bill Cosbi + + + + + +

Barrio Sésamo +

Deportivos +

Se discute sobre que si se ha puesto deportivos también se puede poner de humor.

Dibujos animados +

Número Uno +

Un, dos, tres +

Harrison +

Debate +

P.- Los podemos agrupar pero antes ¿los convertimos en número como hemos hecho antes?.

A.- Regular porque aquí no hay edades.

P.- ¿Cómo sería ahora?

A.- Podemos decir de 5-9 tales edades.

A.- No, porque no hemos puesto edades.

P.- Podemos agrupar más.

A.- Si agrupando por temas.

P.- A ver cuántos bloques nos salen.

Después de la discusión se agrupa de la siguiente forma:

Informativos	7
Deportivos	1
Infantiles	2
Películas y series	3
Concursos y humor	9
Musicales	7

P.- ¿Cuántas respuestas tenemos en total?

A.- 29

P.- Vistos por grupos ¿cuáles son los programas más interesantes para las personas que hemos encuestado?

A.- Primero el humor, después los informativos y los musicales

P.- Son gente joven, deportiva, marchosa y con buen humor.

Se hace más rápidamente una agrupación similar con los programas que menos gustan a los encuestados.

P.- Pasamos a la siguiente pregunta. ¿Quién sale a la pizarra?

A.- Ahora salgo yo.

P.- ¿Qué agrupaciones podemos hacer?

A.- Podemos ver los que más gustan y los que menos gustan.

Recoge en una lista las frecuencias de los programas que más gustan y los que menos gustan y encabeza las listas con los signos + y -.

+		-	
Informativos	7	Informativos	8
Deportivos	1	Infantiles	4
Películas	3	Películas	2
Humor	9	Concursos	7
Musical	7	musicales	4

P.- Cada una va a pensar una cosa que se le ocurra al comparar las listas de + y -.

A.- Pues que a las personas mayores les gustan más los informativos y a la gente pequeña no, y a la gente pequeña le gusta Barrio Sésamo y a la gente mayor no.

P.- Eso no lo podemos saber de los datos que tenemos aquí, nos lo podemos imaginar.

A.- Los deportivos están en los que más y no en los que menos, aunque en los que más está solo una vez.

P.- Parece que los deportivos son unos programas que "ni fu ni fa".

A.- Parece que los de humor son programas que les gusta a la gente y no le disgusta a nadie.

P.- Pensad en tres preguntas que se puedan contestar con la información obtenida y que no se han realizado en la encuesta.

Las alumnas se quèdan unos momentos en silencio, pensando y ordenadamente van dando sus respuestas.

A.- A qué número de encuestados no les gustan los informativos. Cuál es la clase de programa que más gusta.

A.- Yo me he equivocado. He puesto preguntas que se pueden hacer en una encuesta. ¿Te gustan los informativos? ¿Te gustan los programas?

A.- Yo he pensado en aquellos programas que gustan a unos y disgustan a otros.

A.- ¿A qué se debe que los que más salgan sean los de humor y los informativos?.

P.- Yo pedía por preguntas que se pueden responder con los resultados que tenemos de la encuesta y que no se han preguntado directamente en la misma. Cuando hacemos una encuesta obtenemos una información que da respuesta a preguntas que no han aparecido en la encuesta.

La pregunta siguiente es *días que se dedican a ver la T.V.* Sale Pilar a la pizarra, escribe los datos ya agrupados.

Lu	1
Ma	
Mi	
Ju	
Vi	4
Sa	13
Do	3

La discusión sobre el por qué de estos resultados les lleva a la creencia de que dependen de la gente a la que han preguntado.

P. - Una información es que el ver T.V. se concentra en el fin de

semana y hemos dado tres motivos para ello:

- la edad de las personas
- los fines de semana hay mejor programación
- hay más tiempo libre

P. - La última pregunta se refiere a *las horas de T.V que ve la gente*, Leticia sale a la pizarra y va escribiendo los resultados ya agrupados.

4h	4
1/2h	3
3h	7
8h	1
2h	3
1h y 1/2h	2
5h	4
6h	1

P. - Vamos a ordenar los datos.

Leticia escribe los datos ordenados de menor a mayor

tiempo en horas	personas
1/2	3
1 y 1/2	3
2	3
3	7
4	4
5	4
6	1
8	1

P.-¿La cosa que más se lleva cómo se llama?

A.- La más importante

La más general

Lo mejor

P.- La moda, la moda de ver la tele son tres horas, la moda de edad es 10-14, la moda de ver programa es el de humor, el día de moda el

sábado.

A.- Entonces: la gente de 10-14 años suele ver los programas de humor en sábado 3 horas.

P.- Eso es el dato de moda, pero también hay otros datos importantes.

A.- Es una burrada ver la tele 8 horas.

P.- ¿El que menos ve?

A.- 1/2 hora

P.- ¿El que más ve?

A.- 8 horas

P.- ¿Entonces la gente ve?

A.- Entre 1/2 hora y 8 horas.

P.- ¿El extremo inferior es?

A.- 1/2 hora

P.- ¿Y el superior?

A.- 8 horas

P.- La diferencia entre 8 horas y 1/2 hora que es de 7 horas y media es el recorrido.

P.- ¿Cuál es el dato de en medio?

A.- 3, 5, 6 los días, las horas.

P.- Si los ordenamos de menor a mayor cuál estaría en el lugar de en medio? El profesor repite varias veces la misma idea. ¿Cuántas respuestas hay?

A.- 25

P.- El dato que está en el lugar central, ¿cuál es?

A.- 12,5

P.- Eso es la mitad de 25 pero el valor que está en la mitad es el que ocupa el lugar 13 ya que tiene 12 delante y 12 detrás.

A.- Entonces ha de ser impar.

P.- Vamos a ir contando para ver cuál es el valor central. A 13 el valor que le corresponden es 3 horas.

Veamos para los años cuál es el valor central.

Repite de nuevo la misma idea. Se hace una recopilación de lo visto hasta ahora: moda, valor central.

P.- Todavía no sabemos, por término medio, cuanta T.V. ve la gente.

A.- ¿Qué es eso del término medio?

P.- A ver, suponemos que Cinta ve la televisión cinco horas y Leticia la ve una hora y media decimos que por término medio han visto la televisión seis horas y media dividido entre 2.

A.- Entonces, ocho horas y media entre dos es el término medio en nuestra encuesta.

P.- Pero sólo estás considerando el que más y el que menos ve televisión, pero hay otros además de esos.

A.- Sumamos todas las horas de toda la gente.

A.- Sumamos todas las horas de toda la gente y lo dividimos entre toda la gente.

P.- Vais a tomar nota y a hacer las operaciones correspondientes.

A.- Tres horas y media.

P.- Ese no es el resultado, no está bien hecha la división, no se pueden sacar decimales hay que tener en cuenta que lo que queda en el resto son horas y las tenéis que pasar a minutos.

P.- Tareas para el próxima día son:

- Toda esta información que hemos sacado hacéis un resumen.

- Formuláis tres preguntas que se puedan responder con la información que tenemos y otras que no se puedan responder con dicha información.

- Hacéis una representación gráfica o un gráfico que represente los datos recogidos en cada uno de los apartados anteriores.

2ª sesión.

Asistentes: Pilar, Leticia, Marta y Cinta.

Las alumnas traen sus representaciones.

P. - Nos interesaba, conocer el tiempo que la gente emplea en ver la T.V. y cuáles son los programas más vistos, para ello hicimos

A.- Una encuesta.

P. - Después de esto ordenamos la información, pero nos queda hacer una tarea, ¿que era?

A. - Representar en gráficos, hacer un resumen y hacer preguntas.

P. - ¿Cuántos tipos de dibujos habéis hecho?

A. - Todo gráficos.

P. - ¿Por qué habéis hecho gráficos?

A. - Porque era más fácil.

P. - ¿Dónde habíais visto antes esos gráficos?

A. - En la asignatura de Sociales.

P. - ¿Para qué sirven esos gráficos?

A. - Para ver lo que tiene más.

P. - ¿Alguna de vosotras ha hecho para la primera pregunta algo distinto de las gráficas?

A.- Yo había pensado cabecitas.

P. - A ver.

Marta dibuja como respuesta a la pregunta de la edad la frecuencia con cabezas una por unidad de frecuencia. Se establece una discusión sobre la bondad de poner doce cabecitas en lugar del número 12 y una cabecita, la ventaja en este último caso es que no hay que contar.

Se procede a pintar en la pizarra los gráficos realizados y explicando su significado.

Marta hace un gráfico en el que sitúa la edad de las personas en el eje de ordenadas y el número de personas de esa edad en el de abscisas.

Leticia ha realizado el mismo tipo de gráfico ordenando en el eje horizontal la frecuencia de mayor a menor.

P.- ¿Cuál os parece mejor?

A.- El de Marta pues en él se ven las edades que no se han encuestado

A sugerencias del profesor, las alumnas ven que la diferencia entre los dos gráficos está en el orden considerado.

Se procede a la representación de la segunda cuestión

A.- He hecho una representación de los programas que más gustan, tachando los programas que nadie veía e indicando con si los que más gustan.

El profesor intenta que explique el procedimiento seguido y le hace ver que con ese procedimiento no quedan reflejados los datos

numéricos.

Marta hace un diagrama de barras con los programas que más se ven.

Leticia hace un diagrama con los menos vistos, de nuevo ordenado en orden decreciente, también de colores.

P.- ¿Hay alguna diferencia entre esta y la representación anterior?

A.- No aquí no importa el orden en que se coloquen las barras.

A.- Yo he hecho un dibujo en un gráfico y además como un diario poniendo en cada día de la semana lo que se ve en la T.V.

A.- Eso no indica las personas que ven la tele cada día.

P.- ¿Se os ocurre alguna otra forma de representar?

A.- Por cabecillas.

P.- Pueden ser muñecos.

A.- Pones Lunes y tantas cabecillas...

P.- También podemos poner relojes en vez de cabezas.

A.- Eso sería mejor para las horas.

P.- Veamos la pregunta de las horas.

A.- Yo he hecho un dibujo de la situación. Es una familia. El padre dice: deja ya de ver televisión y haz algo útil que después vienen los cates. La madre: no sé como este chico aguanta. Y el sillón: ya no aguanto más, lleva ocho horas sentado.

P.- Hoy tocaba trabajar sobre representaciones. Hay una forma usual de hacer las representaciones que es la de los gráficos ¿sabéis por qué?

A.- Por que es mejor y se ve a simple vista.

P.- La información que nos da Cinta es la que se ocurre cuando no se conocen los gráficos, ¿qué ventaja tiene la información que da Cinta?

A.- Es mejor para las personas que no entiendan los gráficos.

A.- Pero en ella no se ve el tiempo que dedica cada persona a ver la televisión.

A.- En el gráfico se ve más exacta la información.

P.- Vamos a hacer un resumen de lo que hemos hecho hasta ahora:

1º queríamos conocer una información

2º elaboramos una encuesta

3º aplicamos la encuesta

Con los datos hemos hecho cuatro cosas que pasamos a repasar:

A.- Poner los datos, ordenarlos, hacer medias, modas y representarlos.

P.- Haced un dibujo donde expreséis todo lo que hemos hecho y que sea un resumen de toda la experiencia.

Las alumnas expresan mediante dibujos aquellos momentos y situaciones que más les han llamado la atención durante la experiencia.

V.2. Las Rebajas

1ª Sesión: Las rebajas

Niñas: Cinta, Pilar, Estefanía y Leticia.

Esta primera sesión se centra en la lectura y discusión de un folleto publicitario donde se anuncian rebajas y en la búsqueda de regularidades del mismo.

El profesor da un folleto publicitario, sobre las rebajas de unos grandes almacenes a las alumnas, presentado en la página 46 de esta memoria, y les pide que lo lean y den algunas opiniones sobre el mismo.

Las alumnas comentan el ahorro que supone comprar en las rebajas así como las cantidades rebajadas en las distintas secciones.

Cinta interpretando el papel de locutora, anuncia las rebajas de unos grandes almacenes.

A continuación, el profesor propone la búsqueda de regularidades en la información dada.

El profesor pide a las niñas que supongan varias posibilidades:

- a) **ser** la dueña de la tienda
- b) **ser** un ama de casa
- c) **ser** dueña de una agencia de publicidad

e inventen 6 frases para cada una de estas situaciones.

Estefanía supone que es una locutora de radio que anuncia las rebajas.

Pilar hace hincapié en lo rebajado que está toda la ropa de los niños.

Leticia hace un listado de lo que vale cada prenda

Estefanía hace una lista de los precios de las distintas prendas.

Pilar se centra en la ropa de las señoras indicando cuál es la rebaja de cada una de las prendas (indica precio inicial-precio final) a la vez que alaba cada una de las mismas.

Leticia señala los precios finales de cada una de las prendas.

Cinta da el precio final de las prendas rebajadas.

2º Sesión: Porcentajes

P.- Vamos a recordar el trabajo que hicimos el último día.

A.- Hicimos como si estuviésemos en la rebajas de Galerías

P.- Pero en medio hubo ciertas cosas

A.- Que yo me encontraba un papel donde se explicaba eso.

A.- Es decir se nos presentó una hoja informativa que era sobre las rebajas en Galerías; actuamos como si fuésemos tres personas distintas:

1º como si fuésemos la directora de la agencia de publicidad

2º como si fuésemos la dueña de la tienda y

3º como si fuésemos un ama de casa.

También vimos la necesidad de las rebajas y por qué íbamos a las rebajas.

P.- Como tarea nos quedó organizar esa información y destacar lo mas importante y esto era confeccionar una tabla. Por ejemplo, ¿tú que has puesto?

A.- Precio inicial, precio rebajado, diferencia, tanto por ciento, si la rebaja es grande y también si hay alguna equivocación en las cuentas.

P.- Todas coincidís en eso?

A.- Los seis primeros apartados eran iguales.

A.- Yo he puesto si hay alguna equivocación y en vez de estar rebajados están subidos.

A.- Yo he puesto eso en diferencia menos 7020.

A.- Yo lo mismo.

A.- Yo lo he cambiado.

P.- Vimos otras formas de expresar el descuento.

A.- El tanto por ciento.

P.- ¿Cómo se hace?

A.- No lo sabemos.

P.- ¿No tenéis ninguna idea?

A.- Dividir entre 100.

A.- Por la regla de tres.

P.- ¿Lo intentamos con un ejemplo? Poner vosotros el ejemplo; que lo haga una sola y lo corregimos los demás.

A.- Una señora llega a la tienda y se encuentra que el precio de un jersey es 6975 y el rebajado es 2400.

P.- ¿Qué tanto por ciento le han hecho en la rebaja

P.- ¿Cómo lo calculamos?

A.- Con una regla de tres, pero no sé hacerlo

P.- ¿Alguien sabe?

A.- Si 6975 pesetas se me quedan en 2400 pesetas, entonces 100 pesetas se quedarán en x pesetas.

$$\begin{array}{r} 6975\text{-----}2400 \\ 100\text{-----}x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6975 \quad 2400 \\ \text{-----} = \text{-----} \\ 100 \quad x \end{array}$$

P.- Eso, ¿qué te da?

A.- Lo que le hemos quitado a 100; hay que quitarle a 100 lo que te dé.

P.- Ver en cuanto se me ha quedado 100 PTA. Por ejemplo, cuánto me quitan después de restarle a 100 lo que me dan.

A.- Aquí me da 82 por ejemplo y digo $100 - 82 = 18$

P.- ¿Sería 82?

A.- Si 6975 se me quedan en 2400; entonces 100 pesetas se me quedan en x pesetas.

A.- Pues ya está, pero no tienes por qué restar; de cada 100 pesetas te ha rebajado eso.

A.- No me han rebajado esto, si fuera el 82% se me quedaría en 500 pesetas como mucho.

P.- ¿Por qué no haces la operación? ¿Ese 35, qué es?

A.- En lo que se nos queda 100 pesetas al hacer la rebaja.

P.- ¿Seguro?

A.- Pero es 82.

A.- Pero eso da suprimiendo

P.- El precio inicial es 6975 y de esa cantidad yo tengo que pagar 2400, si fuesen 100, ¿cuánto tendría que pagar?

A.- Pagaremos x, tenemos que saber el descuento

P.- Entonces el porcentaje ¿qué información me da?

A.- Lo que tenemos que pagar

P.- Podemos hacer una tabla donde se recoja, precio inicial, precio rebajado. Si no organizamos los datos, hablamos de todos ellos a la vez y nos confundimos.

Tabla en la pizarra:

precio inicial	precio rebajado	rebaja	
6975	2400	4575	cantidad
100	35	65	porcentaje

P.- Esa es la rebaja y es grande, vamos a hacerlo ahora relativo al tanto por ciento. ¿Cuál sería el precio inicial?. ¿Pensando en porcentaje cuál es el precio inicial?.

A.- Cien.

P.- Claro, porque, ¿qué quiere decir el porcentaje?

A.- Que todo lo referimos a 100.

P.- Entonces el precio rebajado es 35, 35 por ciento; y la rebaja cuál es?.

A.- 65.

P.- ¿De acuerdo?. ¿Cuántos porcentajes hay?, pon en la fila derecha los precios reales y en la de los porcentajes. Explícalo tú Leticia.

A.- El precio inicial es éste y el rebajado éste y la diferencia ésta. (Va señalando las cantidades en la primera fila de la tabla). Nosotros queremos hallar el tanto por ciento. El 100 sería el precio inicial, el precio rebajado sería 35 por ciento y la rebaja es lo que sale de restarle a 100, 35.

A.- Ah, si. El precio inicial sería lo que cuesta siempre y el rebajado sería a lo que lo han rebajado y 4575 la diferencia entre los dos y luego ... si lo referimos a 100 ...

P.- Habrá situaciones en las que sabemos el precio rebajado y otras en las que nos den el porcentaje de descuento; por ejemplo, si en un comercio pone rebajas el 20%; ¿Qué ocurre?

A.- Pues que de cada 100 pesetas nos quitan 20.

P.- Entonces, ¿qué tengo que pagar por esa prenda?

A.- 80.

A.- Pero, el 80 ¿qué es, lo segundo o lo tercero?. No veo bien la diferencia entre el precio rebajado y la rebaja.

A.- El rebajado es lo que tú pagas de cada 100 pesetas y lo rebajado es lo que tú no pagas. ¿Te da lo mismo pagar 100 pesetas que 75?.

A.- No.

A.- Pues entonces.

P.- Tú ¿qué es lo que no entiendes?

A.- No se que es lo queremos saber.

P.- Imagina que te vas a comprar una libreta que vale 100 PTA y hay un descuento del 20%. ¿Qué pagas?

A.- 80

P.- ¿Y eso es?

A.- El precio rebajado.

P.- Pues ya está. La rebaja es 20. Poned un ejemplo distinto para ver si lo habéis entendido.

A.- El precio rebajado sería en lo que se queda, y se queda en 40 y entonces la rebaja que me han hecho es 60.

A.- Compró una cosa que vale 20 duros y me dicen que me rebajan el 60 por ciento, entonces 60 es lo que no tengo que pagar y tengo que pagar 40.

P.- Pongo en la tabla. Si nos dicen que es el 70 % ¿Sabemos la

rebaja?

A.- Si, sería 30.

P.- Y si nos dicen la rebaja, por ejemplo el 40 por ciento, sabemos el precio rebajado.

A.- Si 60.

P.- ¿Necesito que me digan las dos cosas?.

A.- No.

P.- Tengo que saber cual de las dos es la que me dicen para saber la otra. Si me dicen que el precio rebajado es 2 400 ¿Sabemos la rebaja?.

A.- No.

P.- Si nos dicen que las rebajas es 5 000 pesetas yo se el precio rebajado?.

A.- No

P.- ¿Por qué no?

A.- Por que para las 100 siempre es 100 pero el precio de una cosa tú no lo vas a saber siempre. Para hallar el tanto por ciento se supone que el precio verdadero es 100 .

P.- Verdadero no, el de referencia.

A.- Si, pero si te lo dicen sin porcentajes no sabes el precio de esa cosa.

P.- ¿Qué ventajas tiene el porcentaje entonces?

A.- Puedes saber cuanto te rebajan, y lo demás, el precio rebajado.

P.- Si me dicen la cantidad total de rebaja, ¿qué necesito saber también para conocer la rebaja?

A.- El precio inicial

P.- Si me dicen el precio rebajado, tampoco sé la rebaja. Luego, ¿es importante el tanto por ciento?

A.- Si

P.- ¿Por qué? Pensar cada una la razón más importante de la utilidad del tanto por ciento y la decís.

A.- Para saber lo que te han rebajado, pero no la sabes de manera exacta. Por ejemplo tú tienes el 40% de las rebajas pero no puedes saber el número exacto.

A.- Por pequeñas cantidades (refiriéndose a la expresión del porcentaje) sabes lo que te ha rebajado. Es más corto.

A.- Con el porcentaje y con una sola cantidad sabes las dos cosas.

P.- ¿De cuántas formas podemos expresar o representar el porcentaje?

A.- Por mil en lugar de por ciento.

P.- Y gráficamente?

A.- (Pone diferentes productos con rebajas diferentes)

P.- Pero eso es cuando cada artículo tiene un porcentaje diferente, tenéis que pensarlo.

3ª sesión: Cheques

P.- Ahora vamos a sortear unos cheques en unos sobres y tenéis que ajustar vuestra compra a vuestro dinero

A.- 18000 pesetas.

A.- 12000 pesetas.

A.- 20000 pesetas

A.- Lo podemos cobrar?

P.- No, hay que comprar.

.....
A.- 59000 pesetas

A.- 68000 pesetas

Las alumnas trabajan durante un tiempo, después van pasando a la pizarra lo que tienen en sus cuadernos.

A.- Zapatos..... 2495

cazadora..... 8995

jersey liso..... 3695

3 jerseys..... 5985

21170

-18000

3170

A.- Mi cheque es de 18000. Le he quitado a 18000 a ver lo que podía quitar no he pensado en operaciones; he quitado un jersey y ya está. No se. Me interesaba más.

P.- No puedes.

A.- Entonces quitaría esto.

P.- ¿Con qué criterio? Que te salga bien la operación. ¿No has pensado en llevarte en vez de 2 jersey otra cosa?

A.- Me he gastado 3170 más. Quitaría 3695 que es lo que más se aproxima a esa cantidad

P.- ¿Qué otra cosa puedes quitar?, por ejemplo los zapatos ¿tengo bastante?

A.- Quitaría 2 jerseys o los zapatos y los jerseys.

4ª sesión: Porcentajes

En primer lugar se intenta que las alumnas resuman lo que hacen todos los sábados en las sesiones de estudios de casos, con la intención de que tomen constancia de que lo más importante no es resolver problemas sino saber cómo se resuelven.

P.- ¿Qué hacemos aquí los sábados?

A.- Resolvemos problemas

P.- ¿Sólo eso?

A.- Vemos las distintas maneras de hacer un problema.

P.- Y qué es lo más importante, resolverlos o ver cómo se resuelven

A.- Saber cómo los resolvemos.

P.- Y lo que estamos haciendo ahora con este caso ¿qué es?

A.- Plantear problemas con tantos por ciento.

A.- Nos interesa saber como los resolvemos por si un día vamos a las rebajas.

P.- ¿Alguna otra respuesta?

A.- Porque nos interesa saberlo ya que te sale por todos lados.

A.- Para el día de mañana

Previamente a comenzar la sesión se estuvo visionando lo más importante de lo ocurrido en la sesión anterior. De esta manera se retomaba que hoy cada una tenía que seleccionar tres problemas se dio lectura a cada uno de ellos y se seleccionaron dos y se pasaron a resolverlo de esta manera:

¿Cuánto costará un abrigo que tiene el 11% de rebaja y cuesta 9995?

P.- ¿De cuántas maneras se os ocurre que se puede resolver?

A.- Con una proporción

A.- Con una división y una multiplicación.

A.- Yendo a la tienda.

P.- Empezamos por lo de la proporción, tú que lo has dicho explícalo.

(escribe en la pizarra)

100	11
9995	x

P.- ¿Otra forma?

A.- Como es 89 de cada 100

P.- Aquí tiene monedas, ¿cómo lo harías?

A.- Estas son 100 PTA, como es el 11%, estos son 11 PTA, entonces del precio inicial, 9995 le quitaríamos 11 de cada 100.

A.- Eso esta mal.

A.- Nosotros tenemos que pagar 89 de cada 100

P.- Entonces, ¿cuántas veces tiene 9995 a 100 PTA?.

A.- Si 1000 pesetas tiene 10 veces a 100 ... déjame un papel
tiene casi 100 pues 1000 pesetas tiene 10 veces y como hay casi
10000 pesetas serán casi 100 veces; si le ponemos un duro a las 9995 ya
tenemos 10000 PTA.

P.- ¿Cuántas veces hay 100 PTA.

A.- Casi 100

P.- Si ya le has puesto el duro

A.- Pues 100

P.- Puedes hacerlo con monedas, lo haces y vas apuntando, de cada 100
PTA nosotros tenemos que pagar 89 PTA.

A.- Yo creo que sería 9 995 menos 89.

P.- Estáis de acuerdo?

A.- En una columna voy a poner lo que debemos pagar.

P.- ¿Cómo lo obtendrías?

A.- Restando 100 pesetas hasta acabar las 9995. Después sumaríamos 89
y 89 etc. y nos daría las 8 900 pesetas que tenemos que pagar.

P.- ¿Cuántos 89 serían?

A.- Muchos.

A.- Creo que sería más fácil si le añadimos un duro sale 10000 y es lo
que hay que restar.

A.- Ya sale.

P.- ¿Alguna forma más?. Resume tú lo que hemos hecho.

A.- Queríamos comprar un abrigo que tenía un 11 por ciento de rebaja
y para saber lo que tenemos que pagar hemos empleado dinero; a cada
100 le hemos quitado 11 y nos da 89 y si sumamos todo lo que tenemos

que pagar de cada 100 PTA nos daría 8900; es decir si sumamos todos los 89.

A.- Otra forma más corta es que al 89 por ciento lo hemos multiplicado por 10000.

P.- ¿Alguna otra manera más fácil o más corta? Por ejemplo, tú vas a la tienda y quieres comprar un abrigo que pone 9995 ¿qué harías?. En números redondos lo que nos quitan es 10 de cada 100 y sabemos que hay 100 veces 100 en el precio y por tanto son 1000 lo que nos quitan y como le hemos quitado 1 por 100 son 100 o sea 1100 lo que nos quitan.

A.- Yo no entiendo eso.

P.- Te lo explicaré. En números redondos 11 es igual a 10 (pizarra) y 9 995 es 10 000. Entonces si en 10 000 hay 100 veces 100, multiplicamos por 10 y nos da 1 000 pesetas y como al 10 le hemos quitado 1, pues 1 por 100 es 100 por lo que 1100 es lo que le rebajan, que se lo resto a 10000.

V.3. Movimientos en una cuenta bancaria

1ª sesión

Se trata de ver el movimiento realizado en una cuenta a partir de los datos reflejados en un impreso de la entidad bancaria, ya presentado en esta Memoria.

P.- En este mes se han realizado tres operaciones, inventar cuáles han sido esas operaciones y calcular el nuevo saldo.

A.- ¿Nos inventamos el nuevo saldo?

A.- ¿Pero, nos tiene que dar siempre el mismo saldo?

P.- Hacedlo, pues lo que estáis preguntando forma parte del problema.

Las alumnas se ponen a trabajar.

P.- Tenéis que tener en cuenta si es para debe o para haber y cómo hay que realizarlo en cada caso. Si no recordáis algún concepto ponéis otro que conozcáis mejor.

Surgen dudas sobre si poner, o no, las operaciones a realizar.

P.-Vamos a hacer un repaso con lo que tengáis hecho cada una.

A.- Parto de que tengo un saldo de 132287

he hecho un ingreso de H 14-X-87

después he sacado 20000 D 15-X-87

he quitado 2870 D 13-X-87

y lo que me ha quedado es el saldo

A.- Saldo anterior 120000

ingreso en ventanilla 36500 H 17-X-87

cheque compensado 25000 D 19-X-87

cheque en ventanilla

comisión y gastos 361000

P.- De acuerdo con los datos ¿podemos pensar que es correcto lo que ha aparecido finalmente?

A.- Yo creo que no, pues hay que restar las 25000 pesetas

A.- Lo que ocurre es que lo he puesto en una columna incorrecta, pero está bien.

P.- Suma $300+120+30=450$ quita 25 y nos queda 425, luego el banco me da un resultado incorrecto del saldo que tengo. Es conveniente hacer un tanteo para ver si es, o no, correcto lo que me están anotando. Vamos a hacer ahora otro apartado del problema.

El apartado 3 dice: Si las tres operaciones han sido cantidades que el banco ha pagado, calcular el saldo. Tenéis que inventar tres datos que sean de deber.

Las alumnas se ponen a trabajar en silencio y de forma individualizada. El profesor aprovecha para recordar la relación de cosas que se pueden pagar a través del banco.

Una vez concluida la tarea las alumnas exponen en la pizarra sus respuestas.

A.-	saldo anterior	120290	H
	pago de cheque	120290	D 23-X-87
	comisión y gastos	36500	D 26-X-87
	cheque compensado	15000	D 28-X-87

El saldo final lo hallo sumando todo los D y le resto el saldo que tenía y me ha quedado-----

P.- ¿Qué pregunta tenéis que hacerle a Estefanía?

A.- Que ha sacado mucho dinero.

P.- ¿Cómo es el resultado?

A.- Es negativo

P.- ¿Cómo llaman los bancos a esas situaciones?

A.- Números rojos

P.- ¿Qué otra cosa no está correcta? Yo veo que hay dos formas distintas de indicar que se ha pagado un cheque y eso los bancos no suelen hacerlo, si no que tienen un lenguaje común.

A.-

cheque compensado	20170	D	19-X-87
comisión y gastos	10050	D	23-X-87
cheque compensado			
Me queda			

A 120290 le he ido restando cada una de las cantidades.

P.- ¿Qué diferencia hay entre estos dos procedimientos?

A.- Leti dice que a 120290 le ha ido restando cada una de las cantidades, también podía haber sumado todas y después restarle todo a 120290. Creo que es más cómodo.

A.- Si pero el banco no va a esperar a hacer toda la cuenta final.

P.- Lo que dice Leti es la forma de llevar la cuenta y lo que dice Pilar es la forma de dar el último resultado.

A.- Pero lo que dice Leti es mejor para saber lo que puedes ir gastando.

P.- Pasamos al problema 4º en las que tres operaciones bancarias han sido: dos por cheque compensado y una por ingreso a cuenta y el nuevo saldo es de 17500. Tenéis que inventar las operaciones bancarias que den estos resultados.

A.-

Saldo anterior	120290	H	
cheque compensado	24500	D	17-X-87
cheque compensado	90000	D	23-X-87
ingreso a cuenta	12210	H	3-XI-87
saldo final	5290		

Sumo todo lo de debe y me da 115000 se resta de 120290 y me

queda 5290 se suma a 12210 y me da lo que se pide en el resultado.

P.- ¿Y por qué sabías que eran 5290 lo que tenías que poner?

A.- Pilar: Porque la diferencia era esa.

P.- Fijaros en los dos procedimientos y encontrar los parecidos y las diferencias que hay en estos procedimientos. Un parecido es que los dos están bien hechos. La diferencia es que los resultados son distintos. Otro parecido es que a las dos les gustan los números redondos, Pilar los redondea desde las centenas y Cinta lo redondea todo desde el principio ¿creéis que en la vida diaria se redondea siempre?

A.- Si una persona tiene 1500 PTA en el banco y compra un ordenador que le cuesta 97000 pts no saca 97000 si no que saca 100000.

P.- Depende, porque si lo paga con un cheque, paga exacto lo que vale y nada más.

Las alumnas trabajan en la tarea, cuando pasa un poco de tiempo el profesor pide a Cinta que salga a la pizarra a exponer sus resultados.

A.- Es un problema de dos deberes y un haber.

por cheque compensado	29290	D	20-X-87
por cheque compensado	100000	D	27-X-87
ingreso	17500	H	31-X-87
nuevo saldo	17500		

P.- ¿Qué truco ha empleado para resolver el problema?

A.- Tenía 129290 y le ha quitado 29290 le quedan 100000, quita las 100000 y pone las 17500 por que ya no le queda nada.

P.- Ha sido una manera cómoda, primero quita el pico de 29290 y después 100000 y como no queda nada ha tenido que ingresar las 17500 PTA.

V.4. Procesos de enseñanza-aprendizaje en el estudio de casos

V.4.1. Primera situación problemática: "Los programas de T.V."

La intervención del profesor en estas sesiones puede definirse fundamentalmente como de director de los debates, que promueve los procesos de programación en los alumnos "¿qué vamos a hacer ahora?", los procesos de metacognición, "resume lo que hemos hecho" y los procesos de transferencia o generalización, proponiendo reflexiones sobre la tarea en situaciones cotidianas ¿qué ocurriría si te encontraras en tal situación?.

El profesor, en el estudio de casos había asimilado perfectamente la metodología diseñada inicialmente IDEAL-R: Identificación, Definición, Elaboración de estrategias, Actuación, Logros y Recorrido global del proceso. Por ello, se favorecen los procesos cognitivos mencionados en los alumnos, sobre todo el de metacognición y el de transferencia.

Esto puede comprobarse al encontrar secuencias del método en las transcripciones.

Primera sesión. Análisis de interacciones

En la primera sesión, referida a la encuesta sobre programas de T.V. encontramos que el profesor y las alumnas intervienen el mismo número de veces aproximadamente 50. En ellas discuten profesor y alumnos, en voz alta, las distintas estrategias que pueden usarse, conceptos previos y todos los procesos cognitivos que se ponen en juego, mencionados anteriormente. Sin embargo hemos podido contabilizar hasta 5 situaciones de debate entre las propias alumnas y 2 de reflexión individual en silencio. Este tipo de situaciones compartidas entre alumnas se referían sobre todo al sentido de los avances conseguidos, formas de escribir lo que se va consiguiendo, o sobre la interpretación de resultados, todo ello hacía que la motivación intrínseca fuese alta en el grupo.

Los momentos en que profesor y alumnos interactúan en relación con las fases de la Metodología pueden verse en la siguiente tabla:

INTERACCIONES	FASES DE LA METODOLOGIA
Estefanía anota en la pizarra, P,A	I+D
P,A,P,A,P,A,P	E
Estefanía escribe en la pizarra	E
P,A	L
P,A,P,A	D
P,A,A,P,A,P,A,P	E
Estefanía escribe lo que le dictan	A
P,A,P,A,P,A	L
P,A,P,A,A	I+D
A	E
A	A
A	E
A	A
A	E
A	A
P,A,P,A,A,P,A,P	E
A	A
P,A,P,A,P	L
P,A,P,A	E
A	A
P	D
A	A

P,A,P,A	L
P	D
A,A,A,A	A
P	D
A	A
A	L
P	R
P	D
A	A
P	D
A	A
P	D
A	A
P	D
A,P,A,P,A,P,A,P,A,P, A,P,P,A,P,A,P,A,P,A,P,A, P,A,A	L
P	D
A	A
P	D
P	D

Las interacciones se encuentran en la tabla de manera ordenada, por lo que puede seguirse en el texto la relación existente.

A la vista de la tabla vemos que:

1. Cuando se trata de comprobar los resultados obtenidos y

encontrar sentido (L), la mayor participación es de los alumnos, lo que muestra que ellos también han asumido la metodología y conocen la importancia de estos procesos de autocontrol de los aprendizajes o de los avances.

2. Cuando identifican y definen el problema también tienen una alta participación, lo que muestra su importante papel en la invención de problemas, aclarar el estado actual del problema y, en definitiva, establecer las bases para seguir avanzando; aunque en los repasos globales del problema y en las definiciones o nuevas estructuraciones, el profesor es el que más interviene, orientando el proceso de resolución.

3. Observamos seis cadenas EA. Esto quiere decir que en clase se dedica bastante tiempo a elaborar estrategias y actuar. También hay 4 cadenas de AL, lo que indica que, en ocasiones, la actuación A va seguida de L, valoración de los logros obtenidos. Sólo encontramos una cadena EAL y otra DEAL.

4. Observamos también una cadena entre la Definición, en la que predomina el profesor y la actuación, que lógicamente realiza el alumno. Sería deseable una mayor participación del alumno a la hora de definir el problema. Sin embargo, si pensamos en una sesión de clase normal, esto se producirá cuando el profesor va cediendo el protagonismo a los alumnos, dejándolos trabajar solos en pequeño grupo, estableciendo responsabilidades. Los propios alumnos, a medida que rutinizasen la Metodología de clase asumirían cada vez mayor participación. De cualquier forma, en este estudio de casos, el papel del profesor ha sido muy importante y positivo pues guiaba los procesos de pensamiento convenientes en cada momento.

Segunda sesión. Análisis de interacciones

INTERACCIONES	FASES DE LA METODOLOGIA
P,A,P,A,P,A,P,A,P,A,P,A,P	D
A	A
P,A,A	L
A	A
A	D
P	D
A	A
A,A	A
P,A,P,A,P,A,P,A,P,A	L
P	D
A	A
P,A,P,A,A,A	L
P,A,P,A	R

Observamos cómo cuando se desarrolla la fase de Logros sigue habiendo mayor intervención de los alumnos. Sigue siendo la fase donde más interacción profesor-alumno hay.

La fase de definición sigue siendo dominada por el profesor que realiza una importante misión de:

- anticipar lo que hay que hacer (Programación).
- repasar lo hecho (metacognición).
- relacionarlo con conceptos previos y con situaciones de la vida cotidiana (aprendizaje significativo).

Aquí se aprecia con mayor claridad la fase de Repaso Global, al final de la sesión, mientras que en la sesión anterior, ésta se intercaló en

medio de la sesión.

No encontramos ninguna secuencia EA; sí aparece, sin embargo, tres veces la secuencia DA; es que en esta sesión se trabajaba con representaciones gráficas ya realizadas, que interesaba conocer y contrastar.

En este caso, la fase de búsqueda que ya traían hecha, consistía en confeccionar representaciones del día anterior.

En esta sesión el profesor interviene 20 veces y los alumnos 27. Encontrando además 1 situación de debate y 1 situación de reflexión individual en silencio.

Las alumnas, a medida que avanzan las sesiones intervienen más, en voz alta, con el profesor y sus compañeras.

Sin embargo, las situaciones de debate entre alumnas y de reflexión individual ocurren menos a medida que avanzan las sesiones.

Observaciones

La primera sesión está dedicada a la organización de los datos obtenidos en las distintas preguntas de la encuesta, construcción de una tabla e invención de preguntas a partir de los datos ya organizados. Se construyen un total de cinco tablas diferentes a partir de las respuestas a la encuesta. Con la primera tabla se plantea la pregunta clave: ¿qué podemos decir viendo la tabla?; las respuestas que proporcionan las alumnas son comentarios obvios que no profundizan en el análisis. El proceso se reitera con la segunda tabla. Cuando se pide qué nueva información se obtiene a partir de los datos organizados de la tercera tabla las alumnas desvían la reflexión y contestan cuestiones ya conocidas. Sólo en la cuarta tabla resumen los datos presentados con mayor precisión. Finalmente, la quinta tabla se utiliza sólo para presentarles los estadísticos centrales. La segunda sesión está dedicada a la representación gráfica de los datos de la encuesta y, de nuevo, a la elaboración de preguntas a partir de tales representaciones. Aunque muestran creatividad en la invención de representaciones no avanzan en la invención de preguntas. Se detecta una gran dificultad en saltar por

encima de la información presente y plantear nuevas relaciones entre los datos.

V.4.2. Segunda situación problemática: "Las Rebajas"

Primera sesión

Es una sesión de introducción, a partir de un folleto publicitario. En ella los alumnos participan, por indicación del profesor en 1 reflexión individual, 1 debate colectivo y 5 simulaciones (una por niña), interpretando distintos papeles. Se trata de una sesión muy amena y motivante para los alumnos en la interpretación de roles.

Segunda sesión. Análisis de interacciones

La dinámica de esta sesión puede verse esquematizada en la siguiente tabla:

INTERACCIONES	FASES DE LA METODOLOGIA
P,A,P,A,A,P,A,P,A,A,A,A,A, P,A,P,A,P,A,A,P,P	I+D
A (lee un problema)	A
P,A,P	E
A,P,A,P,A,P,A,A,A,A,P,A,P, A,A,P,A,P,A	A
P	D
A	A
P	L+D
A,P,A,P,A,P	L
P	D
A	A+L

P,A,P,A,A,P,A,P,A,P,A,P,A ,A,P,A,P,A,P,A,P,A,P,A,P,A, P,A,P,A,P,A,P,A	D+L
P	D
A,A,A,	A
P	D
P	D
A	A
P	D
A	A
P	L+D

En total, el profesor ha intervenido 45 veces y los alumnos 55. Se trata de una sesión en la que se profundiza en el concepto de porcentaje, es una sesión más académica, menos lúdica. El que haya más intervenciones de los alumnos que del profesor se explica porque a veces una alumna le explica a otra su pensamiento, con el propósito de tomar seguridad sobre él, la otra le replica, y también ocurre a veces que 3 alumnas explican sus respectivos pensamientos a petición del profesor. Pero esto sucede poco, ya se ve la escasa diferencia (sólo 10 veces). Podemos identificar esta clase como de interacción casi regular de P-A.

En esta segunda sesión llama la atención el poco tiempo, la poca interacción existente cuando se trata de elaborar distintas estrategias, sólo se expone una y a continuación se desarrolla, se actúa a partir de ella, habiendo mucha interacción sobre la operación en sí.

También destacamos una categoría D+L (Definición+Logros), en la que hay una gran interacción y en la que el profesor invita a los alumnos a encontrar otros ejemplos de la vida cotidiana similares a los que están estudiando, por lo que la función de transferencia se pone en juego. Y a partir de esta comprobación de resultados, encontrándole el sentido con otros ejemplos, en que hay mucha interacción alumno-alumno, se van poniendo las bases para definir nuevos avances en la

resolución del problema.

En realidad es una categoría de Logros, sin embargo, en ella se van dando pequeños pasos en los que el profesor propone pequeñas reflexiones, pequeñas preguntas o ejemplos, es decir, invita a la actuación o, como ocurre mayormente, en este caso a la reflexión. Este parece ser el papel de la definición: invitar a la actuación.

En esta sesión no hay situaciones de debate colectivo entre alumnos, el cálculo del porcentaje y la reflexión sobre él exige mayor interacción con el profesor. Sin embargo si aparece 1 situación de reflexión individual y otra para pensarlo en casa, al final.

Tercera sesión. Análisis de las interacciones

Volvemos a una situación lúdica donde las alumnas programan su compra con unos cheques simulados. Ajustan su compra y bromean. Evidentemente trabajan solas mucho tiempo, sólo al final hay interacciones del tipo P-A, donde se trata de revisar brevemente sus compras planificadas.

INTERACCIONES	FASES DE LA METODOLOGÍA
P,A,A,A,A,P,A,A	I+D
A,A	A
P,A	L
P,A	E
P,A	E

Cuarta sesión. Análisis de las interacciones

Observemos aquí la relación entre las interacciones y las categorías fijadas.

INTERACCIONES	FASES DE LA METODOLOGIA
P,A,P,A,P,A,P,A,A,P,A,A	R
P	D
A,A,A,A	E
P	D
A	A
P	D
A	A
P	D
A,A,P,A,P,A,P,A,P,A,A,P,A, P,A,P,A,A,A	A
P,A,A,P,A,P	R

Como venimos observando, a medida que avanzan las sesiones se manifiesta, por parte de los alumnos, una mayor asimilación de la Metodología. Así, ante la invitación del profesor de que estudien distintas estrategias, ya aparecen cuatro intervenciones de los alumnos, discutiendo distintas alternativas.

Esta es una sesión bastante completa en la que aparecen la mayor parte de las fases de la Metodología, con la importante función del repaso, tanto al inicio, como al final. El repaso que tiene lugar al final cumple también la misión de comprobar resultados y de intentarlo mediante otras vías. Es la interacción más importante para la metacognición, como ya hemos explicado antes.

En total ha participado el profesor 19 veces y el alumno 28. La evolución de esta situación problemática, en cuanto al número de veces que participan profesor y alumnos puede verse gráficamente, observando la primera y la última sesión:

Observaciones

En la primera sesión las alumnas asumen los papeles que se les han asignado sin ningún problema; la sesión resulta muy motivadora. La segunda sesión aborda el concepto de tanto por ciento; se comienza identificándolo con una regla de tres, pasando a continuación a organizar mediante una tabla las cantidades y las relaciones entre esas cantidades. Se puede pasar así a analizar las diferentes cantidades que se relacionan utilizando la tabla como organizador. Los alumnos valoran las ventajas del porcentaje y no hay apenas consideración sobre distintas estrategias para la resolución de problemas de porcentajes. La tercera sesión está dedicada a estudiar cómo se aproxima una cantidad, sin pasarse, mediante sumas parciales. Este problema es mucho más sencillo y los alumnos exploran distintas opciones. La cuarta sesión vuelve al estudio de los porcentajes con la propuesta de resolver un problema por distintas vías; no se alcanza un planteamiento claro y la sesión concluye con una explicación compleja.

Son pocas las actuaciones relativas a Identificar y Definir problemas; en este sentido se reiteran variaciones de unos mismos problemas básicos. La mayor aportación es el uso de una tabla de cantidades para analizar las relaciones que se presentan en los porcentajes.

V.4.3. Tercera situación problemática: "Movimientos de una cuenta bancaria"

Sesión única. Análisis de Interacciones

Elaboramos en primer lugar la tabla de interacciones, que nos permita detectar algunos aspectos de interés de esta situación.

INTERACCIONES	FASES DE LA METODOLOGIA
P,A,A,P	D
P	A
P,A,A	R
P,A,A,P	L
P	D
A	A
P,A,P,A,P,A,P,A,P,A,A,P,A	L
P	D
A	A
A,A	L
P	R
A	D
P	D
A	A
P,A,P	L

Esta sesión transcurre con grandes momentos de trabajo individual en silencio (4 momentos), una vez definida la tarea inicialmente por parte del profesor; a continuación se ponen en común,

habiendo intervenido el profesor durante los momentos de trabajo individual, para aclarar alguna cuestión a tener en cuenta durante el tiempo de actuación individual.

Encontramos aquí nuevamente cómo, cuando se trata de comprobar los resultados (Logros) en la puesta en común, hay un gran intercambio de información entre profesor-alumnas y alumnas-alumnas. Durante esta tarea también se detectan y subsanan errores, se busca el sentido a lo hecho y se analiza qué procedimiento es mejor para resolver. La sesión se puede resumir diciendo que hay 4 veces donde se pone en funcionamiento la categoría Logros. Encontrando la regularidad: DAL,DAL,DAL,DAL, aunque a veces se añade la función de repaso.

Echamos de menos la elaboración de estrategias, y es que al ser una tarea más específica y difícil, todas se concentran en hacerla bien, en lugar de abordar distintas formas de conseguirlo.

En total aparecen 18 intervenciones del profesor frente a 20 del alumno.

Observaciones

Los alumnos trabajan sobre la situación del movimiento de una cuenta bancaria, cuyo diseño se presenta en el capítulo 3, apartado 3.4. Se trabaja en operaciones con números relativos y el objetivo consiste en controlar el balance final de una serie de cantidades positivas y negativas que se cargan en una misma cuenta bancaria. Se fomenta el uso de distintos procedimientos de solución; estos procedimientos surgen de manera natural al tratarse de un problema abierto. La comparación entre los distintos procedimientos seguidos aporta información útil.

V.5. Conclusiones del estudio de casos

Las intervenciones realizadas por el profesor y los alumnos en las 6 sesiones transcritas quedan resumidas en la tabla:

situación	sesión	intervención profesor	intervención alumno	totales
I	1ª	53	61	114
I	2ª	20	27	47
II	2ª	45	55	100
II	3ª	5	11	16
II	4ª	19	28	47
III	1ª	18	20	38
totales	6	160	202	362

En la primera sesión de la Situación II no quedan recogidas las intervenciones sino sólo un resumen de su contenido, por ello no aparecen datos en la tabla anterior.

Del total de 362 intervenciones el 44% (160) corresponden al profesor y el 56% (202) a las alumnas. La participación global está equilibrada; en cada sesión aumenta la frecuencia de intervenciones de las alumnas conforme avanza el proceso de trabajo.

Hemos utilizado el método IDEAL para analizar las interacciones ocurridas durante las sesiones del estudio de casos. Los resultados correspondientes a las seis sesiones quedan recogidos en la tabla siguiente:

etapas sesión	I	D	E	A	L	R	totales
I-1ª	2	13	8	13	6	1	43
I-2ª	0	4	0	5	3	1	13
II-2ª	1	10	1	7	5	0	24
II-3ª	1	1	2	1	1	0	6
II-4ª	0	4	1	3	0	2	10
II-1ª	0	5	0	4	4	2	15
totales	4	37	12	33	19	6	112

Si consideramos las frecuencias relativas globales para cada una de las etapas en relación con el total contabilizado, medidas en porcentajes, tenemos ordenados de mayor a menor:

Definición del problema.....	33%
Actuación de acuerdo con una estrategia.....	30%
Logros (evaluar los resultados).....	17%
Elaboración de estrategias.....	11%
Recorrer globalmente el proceso.....	5%
Identificar el problema.....	4%

Estos datos ponen de manifiesto, en términos de porcentajes, los pesos relativos que han tenido cada una de las etapas del método IDEAL en las sesiones de trabajo que hemos dedicado al estudio de casos. Estos datos hay que completarlos con la información relativa a la primera Sesión de la Situación II; esta sesión estuvo dedicada en su casi totalidad a identificar problemas a partir de la información que proporcionaba el anuncio publicitario.

El trabajo realizado en las sesiones de estudio de casos ha sido coherente con las consideraciones propuestas en el Informe Cockroft, entre ellas destacamos la discusión entre profesor y alumnos y entre estos últimos, la aplicación de las matemáticas a situaciones de la vida cotidiana y la de transmitir los progresos efectuados por medio de palabras, diagramas y símbolos.

Por lo que se refiere a las fases de Identificación y Definición de Problemas seguimos encontrando dificultades considerables en alumnos debidas, principalmente, a la falta de hábitos explícitos de destrezas sobre este tipo de análisis. No obstante, el ambiente de trabajo en el grupo, la mayor experiencia de estas alumnas con el método IDEAL para la resolución de problemas y la mayor interacción en las sesiones permiten apreciar una mejor comprensión de los alumnos sobre las fases y estrategias planificadas que la observada en los grupos experimentales.

Capítulo VI

Conclusiones finales

Al comenzar el curso 87-88 nos propusimos realizar un estudio de innovación curricular en el Área de Matemáticas con escolares de Educación Obligatoria de 7º Nivel de E.G.B. (13 años); para ello nos centramos en profundizar sobre la Resolución de Problemas Aritméticos según el método IDEAL, propugnado por Bransford y Stein (1986). El Equipo de investigación se organizó mediante el Seminario C.I.E.M., constituido en el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada y como grupo organizado de la SAEM "Thales" de Granada.

Nuestro propósito central se dirigió a explorar la viabilidad de una innovación curricular centrada en los procedimientos y estrategias sobre resolución de problemas, sin propugnar cambios conceptuales en los contenidos. Para llevar a efecto este estudio trabajamos en un marco de Investigación-Acción, articulado en cuatro etapas: Planificación, Acción, Observación y Reflexión.

El estudio se llevó a cabo en tres escenarios diferentes: sesiones semanales del Seminario, sesiones de trabajo en el aula con los grupos experimentales y de control durante el segundo mes de cada uno de los trimestres escolares y trabajo en el grupo de estudio de casos durante las mañanas de los sábados del segundo trimestre del curso. La información más relevante del trabajo del Seminario está recogida en los capítulos de esta memoria, la información sobre el trabajo en el aula se presenta en el capítulo IV y la información relativa al estudio de casos se encuentra en el capítulo V.

El interés por la resolución de problemas en el Tercer Ciclo de la E.G.B. ha ocupado la actividad del Seminario desde el curso 84-85, fecha de su constitución, hasta el momento actual. Durante este tiempo el foco de investigación se ha ido desplazando de un interés por las dificultades sobre resolución de problemas que utilizan contenidos específicos, pasando por un análisis de errores de los escolares en función de las variables estructurales de la tarea propuesta, hasta llegar a centrarse sobre las fases generales de una metodología basada en competencias metacognitivas. De este modo, el método propuesto por Bransford y Stein se nos presentó como un plan de trabajo adecuado para conseguir una profundización de los escolares en el dominio de las estrategias generales sobre resolución de problemas, que permitiría una mejora apreciable en el rendimiento alcanzado sobre distintas

competencias en este campo.

El estudio realizado durante el curso 86-87, puso de manifiesto algunas carencias no previstas en la planificación, que tuvieron su reflejo en la confirmación de la hipótesis nula correspondiente: no existen diferencias significativas entre el rendimiento de una muestra de escolares que había trabajado siguiendo el método IDEAL y el rendimiento de una muestra de escolares que no había recibido instrucción explícita con dicho método, cuando se sometía a ambas muestras a una serie de pruebas convencionales sobre resolución de problemas aritméticos. Sin embargo el estudio cualitativo realizado con un grupo reducido de alumnos y que se presentó como estudio de casos, puso de manifiesto una mejora considerable en competencias enunciadas en las fases del método IDEAL; en concreto, se apreció una evolución considerable en las capacidades de los alumnos en la elaboración de enunciados de problemas, así como en el interés puesto en el empleo de distintos métodos para alcanzar un resultado.

El Seminario se planteó continuar profundizando en este campo un curso más, pasando a trabajar con alumnos de 7^a nivel de E.G.B.. Dos decisiones importantes se tomaron: en primer lugar, centrarse en las fases de Identificación y Definición de problemas del método IDEAL y delimitar una serie de estrategias básicas para abordar la fase de Elaboración de un Plan. En segundo lugar abandonar el diseño cuasi-experimental utilizado el curso anterior en nuestro trabajo y centrarse en un estudio prioritariamente cualitativo que permitiese poner de manifiesto las carencias y dificultades de comprensión puestas de manifiesto con el estudio estadístico pero ilocalizables hasta el momento.

Por este motivo elegimos trabajar con un paradigma heurístico interpretativo para conseguir una comprensión global de las situaciones y relaciones establecidas entre los agentes implicados en este trabajo y dar respuesta a los interrogantes de cómo se perciben e interpretan los hechos de la actividad matemática considerada. La estrategia seguida viene orientada por la Investigación-Acción "emprendida con objeto de mejorar la racionalidad y la justicia de las prácticas educativas, así como la comprensión de estas prácticas y de las situaciones en que estas tienen lugar" (Kemmis y McTaggart, 1988).

De este marco destacamos nuestra preocupación temática: mejorar las capacidades sobre resolución de problemas mediante un método específico y los cuatro momentos o etapas que entran en juego para abordar la preocupación temática que son: Planificación, Acción,

Observación y Reflexión.

Destacamos los hallazgos principales sobre la preocupación temática planteada en cada una de estas etapas.

En la etapa de Planificación distinguimos dos aportaciones: la primera aportación consiste en el trabajo de revisión bibliográfica y documentación que contiene las actuaciones de los cursos anteriores. Esta revisión no se limita a aumentar la lista de documentos consultados sino que se ofrecen materiales para el debate y la discusión en las sesiones de trabajo del Seminario. En el capítulo II aparecen algunos resúmenes y comentarios de documentos estudiados. La segunda aportación consiste en el diseño detallado de situaciones de trabajo para los alumnos, acompañadas de observaciones e indicaciones para el profesor. Estas situaciones proponen respuestas concretas a cuestiones planteadas con carácter general por el modelo teórico elegido. Los niveles de concreción de las situaciones diseñadas son diferentes según se quieran hacer más o menos explícitas para el profesor las condiciones y secuencias de su puesta en práctica. Este trabajo de planificación no ha resultado sencillo y en su elaboración los miembros del Seminario han invertido un tiempo considerable. En el capítulo III aparece una selección de situaciones cuidadosamente elaboradas, acompañadas de una valoración crítica exhaustiva.

Aún cuando el Seminario trabajó en tareas de Planificación durante todo el curso, las situaciones elaboradas en primer lugar fueron aplicadas en el aula, dando lugar a una serie de observaciones y valoraciones posteriores. La fase de Acción fue llevada a cabo en dos escenarios: grupos naturales de escolares de 7º nivel de E.G.B. pertenecientes a Colegios Públicos o Concertados y un pequeño grupo que permitía la modalidad de estudio de casos. Las actuaciones en ambos escenarios han sido ejemplificadas detalladamente en los capítulos IV y V. Las observaciones realizadas sobre la acción ocurrida al poner en práctica el método IDEAL para la resolución de problemas, han puesto de manifiesto una serie de carencias de comprensión por parte de los escolares, que han derivado en dificultades considerables en la ejecución de las tareas propuestas. Hemos detectado un bloqueo permanente en la capacidad de valorar la certeza o realidad de los datos que aparecen en un enunciado, la capacidad de encontrar relaciones que conecten varios datos o informaciones, la capacidad para localizar la información que no es necesaria y completar la información que se necesita para resolver un problema. Todas las capacidades mencionadas

configuran una competencia general que hemos denominado Identificación de los datos y relaciones necesarias para delimitar un problema. Los alumnos también han mostrado poca profundidad cuando se les pide proponer enunciados de problemas a partir de una determinada información oscilando entre preguntas complejas pero no estructuradas y preguntas estructuradas pero muy sencillas. Hay, igualmente, una capacidad de bajo nivel en lo relativo a la Definición de problemas.

El empleo de estrategias alternativas para resolver problemas presenta también un perfil de bajo desarrollo. En un contexto concreto los alumnos asumen estrategias puntuales sin especial dificultad; esto es lo que ocurre con la organización de los datos mediante una tabla en los problemas de porcentaje. Cuando pasamos a otro tipo de problemas los alumnos olvidan el carácter estructurador de las tablas y abandonan esta estrategia.

Por lo que se refiere a abordar un mismo problema por más de un método los alumnos simplemente parecen no entender el sentido de la propuesta, ante lo cual reaccionan de dos maneras: proponiendo un problema parecido pero distinto al resuelto en primer lugar y resolviendolo o, alternativamente, agrupando parcialmente parte de las operaciones utilizadas en la primera resolución.

Todos estos hallazgos configuran uno de los logros obtenidos en esta investigación: poner de manifiesto que las capacidades consideradas quedan fuera de la instrucción estándar sobre resolución de problemas aritméticos escolares. Las cuestiones planteadas quedan fuera de las prioridades de la aritmética escolar y no son entendidas o interpretadas adecuadamente por los escolares. Hay unos estereotipos sobre problemas aritméticos que impiden planteamientos más críticos y globales. El segundo hallazgo ha consistido en obtener evidencias suficientes de que, con esfuerzo y planificación, es posible descubrir a los escolares el interés que presenta una visión más global y estructurada sobre resolución de problemas aritméticos, destacando el desarrollo de competencias metacognitivas. Dejamos constancia de estas trazas. Una continuación de este estudio debe tener en cuenta estos datos. Mantener un estudio comparativo entre grupos experimentales y controles sólo ha puesto de manifiesto la fuerte inercia del sistema escolar en materia de resolución de problemas. La línea cualitativa de investigación presenta unos ejes de avance más prometedores y una primera valoración de logros que deben ser analizados con mayor profundidad y detalle.

Referencias

- Rico, L.; Almendros, A.; Cobo, F.; Casares, M.; Casares, A.; Castro, E.; Castro, E.; Fernández, E.; García, A.; González, E.; Gutiérrez, J.; Ibáñez, B.; Linares, J.; Miñán, A. Moreno, A.; Morcillo, N.; Pérez, A., Roa, R.; Segovia, I.; Sevilla, J.; Tamayo, R.; Torres, C.; Tortosa, A.; Urbano, M.; Valenzuela, J.; Vico, A. (1988). *Didáctica activa para la resolución de problemas. 6º Nivel E.G.B.. Curso 86-87*. Granada: Universidad de Granada.
- Taylor, S.; Bogdan, R. (1986). *Introducción a los métodos cualitativos*. Barcelona. Paidós.
- Cockcroft, W (1.985). *Las Matemáticas si cuentan. Informe Cockcroft*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Bransford, J.D.; Stein, B.S. (1986). *Solución IDEAL de problemas*. Barcelona: Labor.
- Dolan, D; Williamson, J (1983). *Teaching problem-solving strategies*. Menlo Park, California: Addison-Werley Publishing comp.
- Rico, L. (coord.). *Objetivos terminales para el área de matemáticas en el Ciclo Superior de la E.G.B.: una alternativa. Epsilon nº 2*
- Kemmis, S; Mc Taggart, R. (1988). *Cómo planificar la investigación-acción*. Barcelona: Laertes.

