

UNIVERSIDAD DE GRANADA

FACULTAD DE CIENCIAS



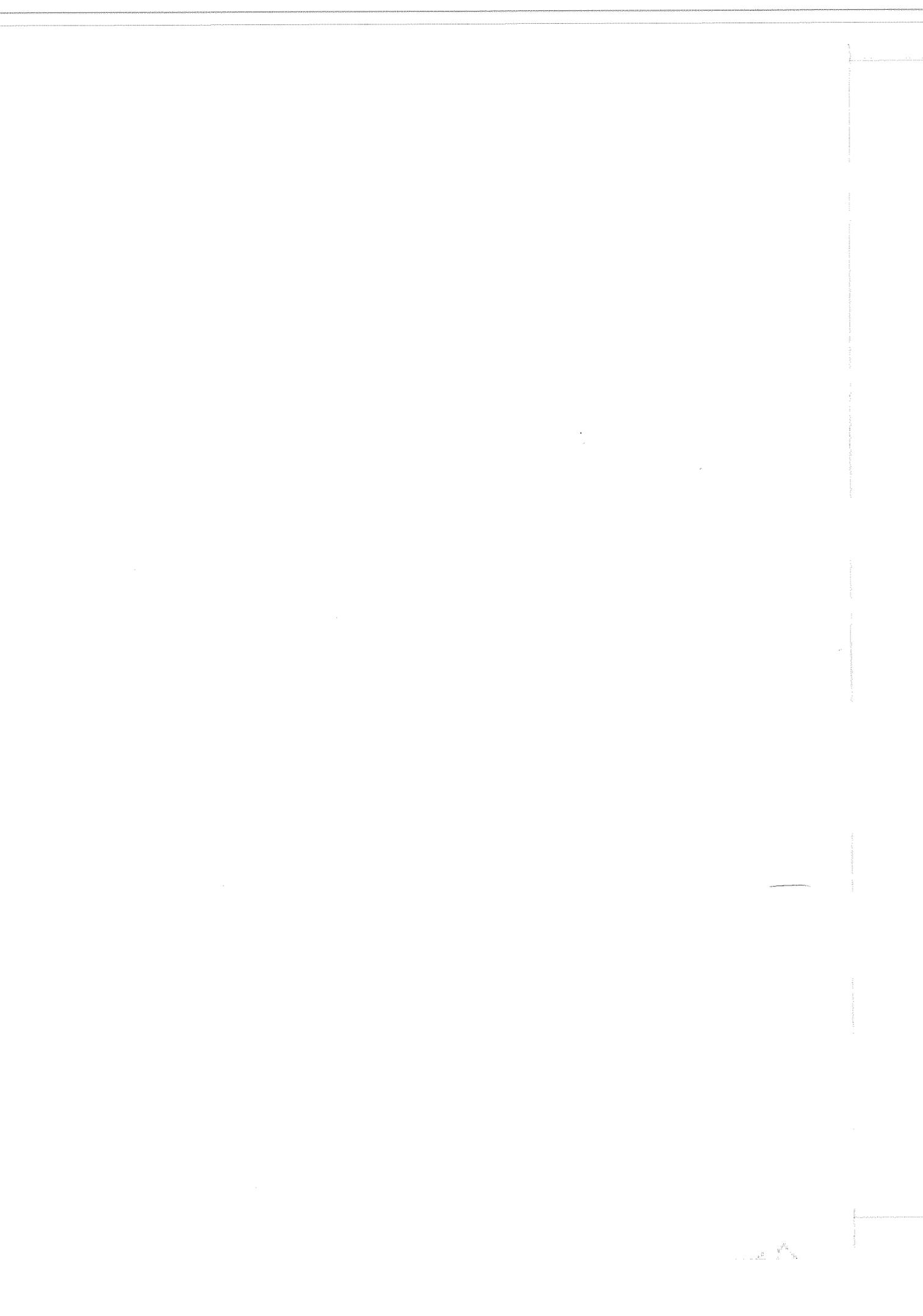
Departamento de Física Aplicada

**Contribución al Estudio del
Nudo Simétrico Condensado
en el Método Numérico TLM**

Jorge A. Portí Durán

TESIS DOCTORAL

Granada, 1993



D. Juan Antonio Morente Chiquero, Doctor en Ciencias Físicas y Profesor Titular del Departamento de Física Aplicada de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Granada y

Dña. M^a del Carmen Carrión Pérez, Doctora en Ciencias Físicas y Profesora Titular del Departamento de Física Aplicada de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Granada,

MANIFIESTAN:

Que la presente Memoria titulada "Contribución al Estudio del Nudo Simétrico Condensado en el Método Numérico TLM", presentada por Jorge Andrés Portí Durán para optar al Grado de Doctor en Ciencias Físicas, ha sido realizada bajo nuestra dirección en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Granada.

Con esta fecha autorizamos la presentación de la misma.

Granada, 8 de Febrero de 1993

Fdo: Juan A. Morente Chiquero

Fdo: M^a del Carmen Carrión Pérez

Memoria presentada por Jorge Andrés Portí Durán para optar al Grado de Doctor en Ciencias Físicas por la Universidad de Granada.

Fdo: Jorge A. Portí Durán



Quiero expresar mi agradecimiento a todas aquellas personas que han hecho posible la realización de esta memoria:

En primer lugar a los directores de la misma, Juan Antonio Morente Chiquero y M^a del Carmen Carrión Pérez. Su continua y eficaz ayuda han sido enormemente decisivas en el desarrollo de éste y, en general, todos los trabajos efectuados bajo su dirección.

A mis amigos y compañeros de grupo: Nino, Gonzalo, Mohsine, Abdellatif, Diego y José Ramón, por compartir los momentos felices y por su ayuda y comprensión en los menos felices.

En general a los compañeros de los Departamentos de Física por su interés y apoyo y en particular al director del Departamento de Física Aplicada, D. Gerardo Pardo, por su continuo apoyo, interés y confianza.

También quiero agradecer a mis padres, a mis hermanos, Silvia, Nuria, Alberto, Margarita, Luis, Xivi, Montse y Mariona, al resto de familiares, a Juan Pérez, a Juan Mira y a todos mis amigos, su ayuda, interés y apoyo moral.

A mis padres, a mis hermanos y a Safwan

INDICE



<i>INTRODUCCION</i>	1
<i>CAPITULO 1: ORIGEN Y DESARROLLO DEL TLM</i>	11
1.1.- INTRODUCCION	13
1.2.- EL METODO NUMERICO DE MODELADO POR LINEAS DE TRANSMISION	14
1.3.- NUDOS PARALELOS BIDIMENSIONALES	16
1.3.1.- EL NUDO PARALELO BIDIMENSIONAL	16
1.3.2.- EL NUDO PARALELO BIDIMENSIONAL CON SINTONIZADOR	21
1.3.3.- NUDO PARALELO CON PERDIDAS	25
1.4.- NUDOS SERIE BIDIMENSIONALES	27
1.4.1.- EL NUDO SERIE BIDIMENSIONAL	27
1.4.2.- EL NUDO SERIE BIDIMENSIONAL CON SINTONIZADOR	31
1.5.- EL PRIMER NUDO TRIDIMENSIONAL. EL NUDO TRIDIMENSIONAL EXPANDIDO	33
1.6.- OTROS NUDOS TRIDIMENSIONALES	38
1.6.1.- EL NUDO PUNTUAL	39
1.6.2.- NUDO ALTERNATIVO FORMADO POR NUDOS BIDIMENSIONALES ELECTRICOS Y MAGNETICOS	40
1.6.3.- EL NUDO TRIDIMENSIONAL ESCALAR	42
<i>CAPITULO 2: EL NUDO SIMETRICO CONDENSADO</i>	45
2.1.- INTRODUCCION	47
2.2.- EL NUDO SIMETRICO CONDENSADO SIN SINTONIZADORES	49
2.3.- LA MATRIZ DE DISPERSION	52
2.3.1.- FORMA INICIAL DE LA MATRIZ: ECUACIONES DE MAXWELL Y CONSERVACION DE LA ENERGIA	53

2.3.2.- LA CONSERVACION DE LA CARGA	55
2.3.3.- CONTINUIDAD DEL POTENCIAL	57
2.3.4.- SOLUCIONES DE LA MATRIZ DE DISPERSION	59
2.4.- EL MEDIO MODELADO CON EL NUDO SIMETRICO	
CONDENSADO SIN SINTONIZADORES	61
2.4.1.- SIMULACION CON NUDOS HOMOGENEOS	62
2.4.2.- SIMULACION CON NUDOS DE DIMENSIONES	
ARBITRARIAS	65
2.5.- EL NUDO SIMETRICO CONDENSADO CON	
SINTONIZADORES	68
2.6.- LA MATRIZ DE DISPERSION	70
2.7.- GRUPOS DE SOLUCIONES	77
2.8.- EL MEDIO MODELADO. VELOCIDAD DE LAS ONDAS	83
2.9.- DEFINICION DE LOS CAMPOS Y ALIMENTACION	86
<i>CAPITULO 3: PROPIEDADES DISPERSIVAS DEL NUDO SIMETRICO</i>	
<i>CONDENSADO</i>	<i>91</i>
3.1.- INTRODUCCION	93
3.2.- LA RELACION DE DISPERSION	95
3.3.- VELOCIDADES DE FASE Y DE GRUPO	100
3.4.- PROPAGACION DE UN PULSO. DISTORSION EN FRECUENCIAS	107
<i>CAPITULO 4: CONDICIONES DE CONTORNO ABSORBENTES</i>	<i>111</i>
4.1.- INTRODUCCION	113
4.2.- CONDICIONES DE CONTORNO ABSORBENTES	117
4.2.1.- ECUACIONES DE ONDA UNIDIRECCIONAL	117
4.2.2.- CONDICIONES DE CONTORNO DISCRETAS	121
4.2.3.- CONDICIONES DE ADAPTACION DE IMPEDANCIAS ..	126
4.2.4.- OTRAS CONDICIONES DE CONTORNO	129

4.3.- ESQUEMAS DISCRETOS	130
4.3.1.- ECUACIONES DE ONDA UNIDIRECCIONAL	132
4.3.2.- CONDICIONES DE CONTORNO DISCRETAS	133
4.3.3.- ADAPTACION DE IMPEDANCIAS DE LA RED	135
4.4.- APLICACION A PROBLEMAS BIDIMENSIONALES	135
4.5.- APLICACION A PROBLEMAS TRIDIMENSIONALES	144
4.6.- CONSIDERACIONES FINALES	147
CAPITULO 5: MODELADO DE HILOS Y CARGAS EN EL TLM	149
5.1.- INTRODUCCION	151
5.2.- PLANTEAMIENTOS INICIALES	152
5.3.- PRIMERAS ESTRUCTURAS ESPECIFICAS PARA HILOS	154
5.3.1.- EL PRIMER MODELO DE NUDO CON HILO	154
5.3.2.- NUDO DE HILO EN LA INTERFASE CON ENTRAMADO IRREGULAR	157
5.4.- NUEVOS NUDOS PARA EL TRATAMIENTO DE HILOS	163
5.4.1.- NUDO SIMETRICO CONDENSADO CON HILOS	163
5.4.2.- NUDO SEPARADO CON HILO	169
5.5.- COMPARACION NUMERICA DE MODELOS DE NUDO CON HILO	171
5.6.- UN NUDO PARA LA SIMULACION DE HILOS CARGADOS ..	176
5.7.- APLICACION NUMERICA DEL NUDO CON HILO CARGADO	182
5.7.1.- ANTENA CARGADA CON UNA RESISTENCIA	183
5.7.2.- ANTENA CARGADA CON UN CONDENSADOR	184
5.7.3.- ANTENA CON CARGA NO LINEAL	185
5.7.4.- ANTENA PROTEGIDA CON UN MATERIAL VARISTOR	186

INDICE

CONCLUSIONES	195
FUTURAS LINEAS DE INVESTIGACION	201
APENDICE A: TRATAMIENTO DE CARGAS NO LINEALES MEDIANTE EL METODO DE LOS MOMENTOS	205
A.1.- INTRODUCCION	207
A.2.- FORMULACION GENERAL	207
A.3.- TRATAMIENTO DE CARGAS SENCILLAS	211
A.3.1.- SIMULACION NUMERICA DE UN CONDENSADOR ...	212
A.3.2.- UN EJEMPLO SENCILLO DE RESISTENCIA NO LINEAL	214
A.4.- ANTENAS PROTEGIDAS CON MATERIALES VARISTORES ..	216
APENDICE B: PROGRAMAS	221
BIBLIOGRAFIA	279

INTRODUCCION

Como es conocido, los fenómenos electromagnéticos están gobernados por las ecuaciones de Maxwell; sin embargo, una proposición inversa, afirmando que el entendimiento de estas ecuaciones nos confiere el conocimiento de todos los fenómenos electromagnéticos, no es cierta. Hasta que las ecuaciones de Maxwell no son emplazadas en el contexto de algún proceso físico, permanecen abstractas y simbólicas. Científicos e ingenieros trabajando en campos tan diversos como propagación y radiación, superconductividad, microondas, aisladores eléctricos, materiales magnéticos, óptica o efectos biológicos de los campos electromagnéticos utilizan las mismas ecuaciones, pero su forma de aplicarlas y resolverlas es muy distinta [1]. Existe, por tanto, una tensión entre la universalidad del marco teórico y la especialidad de la aplicación.

Los métodos numéricos constituyen una forma de resolver las ecuaciones de Maxwell en un marco concreto de aplicación, que actualmente, con la existencia de grandes ordenadores, ha encontrado el ambiente propicio para su desarrollo. La tensión universalidad-especialidad también se ha posicionado entre los métodos de cálculo. Las mismas ecuaciones pueden ser resueltas por una amplia variedad de métodos y estos tienden a transformarse para poder simular el mayor número de situaciones posibles. La elección de un método u otro dependerá del problema concreto que se pretende abordar, de la adaptabilidad del método, de sus requerimientos computacionales y de otros méritos particulares que suelen estar ligados con las aplicaciones

particulares que sus inventores llevaban en mente en el inicio del desarrollo del método.

El método de simulación mediante líneas de transmisión TLM (Transmission-Line Modelling) es una posible alternativa para la simulación mediante ordenador de las ecuaciones de Maxwell. A este método numérico le dan vida dos fuentes diferentes. La primera es la simulación de problemas de campo electromagnético mediante redes eléctricas. Esta técnica fue utilizada en la primera mitad de nuestro siglo, antes de la llegada de los ordenadores digitales, para abordar sistemas con distribuciones de campo que, por su complejidad, desafiaban el tratamiento analítico [2]-[4]. La segunda fuente, más lejana en el tiempo, es el principio de Huygens, enunciado por este eminente científico holandés en su libro "*Traité de la Lumière*", escrito en Francia en el año 1.678, pero que no sería publicado hasta 1.690. Christiaan Huygens viajó a Inglaterra en 1.689 donde se relacionó con Isaac Newton, el cual pidió a Huygens que aceptara un puesto en la Universidad de Cambridge. Ambos científicos desarrollaron en el siglo XVII modelos diferentes para describir los fenómenos de la luz. El modelo corpuscular de Newton (*Opticks*, 1.704) y el ondulatorio de Huygens fueron considerados incompatibles desde su nacimiento hasta que el licenciado en Historia por la Universidad de París y premio Nobel de Física en 1929, Louis Victor príncipe de Broglie enuncia en su tesis doctoral (*Recherches sur la théorie des quanta*, 1.924) la hipótesis de dualidad onda-corpúsculo que será refrendada por posteriores trabajos en el campo de la Física Cuántica.

A la frecuencia de las microondas e inferiores, la naturaleza

corpúscular de la radiación electromagnética no es muy evidente, manifestándose sólo en ciertas interacciones con la materia, mientras que el aspecto ondulatorio predomina en todas las situaciones relacionadas con propagación y dispersión. Esto sugiere a Peter B. Johns y otros científicos [5]-[25] que el modelo propuesto por Huygens y más tarde mejorado por Fresnel, podría formar la base de un método numérico que simulase la propagación y dispersión de microondas y ondas de frecuencias inferiores.

De acuerdo con este principio, cualquier punto sobre la superficie de un frente de onda puede considerarse como un emisor secundario, la envolvente de las emisiones secundarias forma el siguiente frente de onda, que a su vez da lugar a una nueva generación de emisiones secundarias. Para implementar este modelo en un ordenador, debemos formularlo en forma discreta. La discretización del espacio que comprende el sistema físico en estudio, se lleva a cabo situando una nube de puntos en su interior, los cuales forman el conjunto finito de dispersores secundarios. Si unimos cada uno de estos puntos con sus vecinos más cercanos mediante líneas de transmisión, tendremos el entramado tridimensional de conductores que dan lugar al método numérico de simulación mediante líneas de transmisión (TLM). Una señal eléctrica podrá propagarse por una de estas líneas hasta alcanzar un nudo o punto de emisión secundaria en el que se dispersará por las líneas de transmisión que arrancan de este nudo, siguiendo las reglas de una matriz de dispersión construida de forma que contenga las ecuaciones de Maxwell. El método requiere sincronización para que todas las emisiones secundarias alcancen los nudos al mismo tiempo. Si los nudos se sitúan a intervalos regulares, la sincronización se consigue automáticamente, estando unidas las unidades

de muestreo espacial y temporal por la velocidad de propagación de una onda electromagnética en una de las líneas de transmisión del entramado. En el caso más general de entramados irregulares, la sincronización de los pulsos requiere un control más directo sobre los parámetros característicos de las líneas, o incluso la introducción de nuevos elementos en los nudos.

Frente a otros métodos numéricos, el TLM presenta las siguientes peculiaridades:

- a) Mientras la mayoría de los métodos numéricos son formas de resolver ecuaciones integrales o diferenciales de manera aproximada; es decir, son un modelo numérico del modelo analítico con el que representamos el sistema físico, el TLM es directamente un modelo computacional del sistema físico [26]-[28]. Con este método, el modelo puede ser exactamente resuelto por un ordenador, la aproximación se encuentra en el modelado y no en su solución.
- b) Por contener la matriz de dispersión los postulados de conservación de carga y energía, el método es esencialmente estable, no presentando soluciones espúreas en el rango de frecuencias en el que el TLM simula adecuadamente el sistema físico [24], [28].
- c) Diversos esfuerzos se han hecho para acercar el TLM al método de diferencias finitas en el dominio del tiempo [29]-[32]. Ambos métodos necesitan para su desarrollo una discretización del tiempo y el espacio ocupado por la señal electromagnética y, por tanto, ambos métodos poseen relaciones de dispersión similares, con periodicidades

controladas por los intervalos espacial y temporal. La distribución espacial de los puntos donde el método aporta el valor de los campos, es diferente en ambos; mientras en diferencias finitas el campo eléctrico y magnético se conoce en puntos e instantes diferentes, lo que dificulta la imposición de condiciones de frontera, el TLM suministra para el centro de cada nudo, las seis componentes del campo en el mismo instante de tiempo. Pero, frente a estas pequeñas similitudes o diferencias, lo que realmente los separa es la radical disparidad con que ambos métodos enfocan el sistema físico a simular: Diferencias finitas es una forma aproximada de resolver ecuaciones en derivadas parciales, por su parte, como comentamos anteriormente, el método TLM es una simulación del propio sistema. Por ejemplo, si se pretende estudiar un sistema inhomogéneo o la reacción de un conductor a una señal eléctrica con el TLM, debemos cargar apropiadamente los nudos de la red con sintonizadores (stubs), mientras que en diferencias finitas deberemos modificar las ecuaciones diferenciales y posteriormente resolverlas de forma aproximada, según indica el método.

- d) Frente a métodos basados en la resolución de ecuaciones integrales, como los conocidos por las siglas MoM (Moment Methods) o BEM (Boundary Element Method), el TLM es simple de programar y se adapta a la simulación de sistemas complejos. Para modelar diferentes clases de dispersores (scatterers), los métodos de ecuaciones integrales necesitan una completa reformulación del programa, mientras que un programa TLM necesitaría unas mínimas reformas. Por el contrario, un cambio en la excitación es más fácil de implementar en un método MoM o BEM [31]. En cuanto a almacenamiento en memoria y tiempo

de computación, el requerimiento de los métodos basados en la resolución numérica de ecuaciones integrales es menor que la del TLM si el sistema es simple, pero mayor para sistemas complejos [31],[34].

Como cualquier otro método desarrollado integralmente en el dominio del tiempo, el método de simulación mediante líneas de transmisión posee las siguientes ventajas:

- 1) Fenómenos transitorios y ondas no senoidales pueden ser estudiados directamente.
- 2) Propiedades del sistema en un amplio rango de frecuencia pueden ser obtenidas mediante el análisis de la respuesta a un pulso estrecho en el tiempo.
- 3) Facilidad en la modelación y estudio de dispositivos y sistemas no lineales.
- 4) La geometría, fronteras y propiedades electromagnéticas del sistema pueden ser cambiadas durante la simulación.

Por el contrario, el dominio del tiempo presenta el inconveniente de simular con cierta dificultad parámetros y medios dispersivos [35], y una alta sensibilidad de los resultados presentados en el dominio de la frecuencia a errores cometidos en el dominio del tiempo, como son los debidos a una simulación no muy precisa de condiciones de frontera [36].

Esta memoria se ha dividido en 5 capítulos. El primero se dedica a una revisión histórica del desarrollo del TLM, desde su aparición en versión bidimensional en 1.971 [5], hasta su última versión conectada a la aparición del nudo tridimensional simétrico condensado [22]-[25]. En el segundo capítulo, se estudia detallada y minuciosamente la síntesis y características del nudo tridimensional simétrico condensado. Como cualquier otro método que para su desarrollo necesite una discretización del espacio y el tiempo, el TLM tiene asociada una relación de dispersión con bandas prohibidas y bandas de soluciones no físicas; el capítulo 3 se dedicará a la búsqueda y análisis de esta relación de dispersión. Dado que los recursos computacionales suelen ser reducidos y siempre limitados, en problemas abiertos en los que el espacio de interés es ilimitado es necesario imponer una frontera arbitraria que acote el espacio; el capítulo 4 estudia diferentes tipos de condiciones de contorno absorbentes para reducir al mínimo las ondas reflejadas y carentes de sentido físico que se generan en estas fronteras. Finalmente, el capítulo 5 se dedica al estudio de la simulación de hilos conductores y dispositivos lineales y no lineales, mediante la carga adecuada en los nudos apropiados de sintonizadores que aporten la capacidad y autoinducción asociada al dispositivo simulado.



CAPITULO 1

ORIGEN Y DESARROLLO DEL TLM

1.1.- INTRODUCCION.

La resolución de ecuaciones diferenciales mediante el uso de redes eléctricas equivalentes no es un concepto nuevo. Ya en los años 40 Kron propuso la utilización de circuitos eléctricos para la resolución de las ecuaciones de Maxwell [2]-[4]. Esta técnica no se limita a la solución de problemas de carácter electromagnético sino que además es aplicable a otros tipos de problemas [26]. Inicialmente, el método de modelado por líneas de transmisión, TLM, utilizó la analogía existente entre las ecuaciones de Maxwell y las de propagación de tensión e intensidad en líneas de transmisión para sustituir un problema de propagación electromagnética por otro equivalente de reflexión y transmisión de tensiones a través de un entramado de líneas de transmisión.

En este capítulo presentaremos la forma en que se implementa esta analogía así como una descripción de los tipos de nudos más relevantes utilizados por el método a lo largo de su desarrollo. La topología de estos nudos ha evolucionado considerablemente desde los originales propuestos para problemas bidimensionales [5], [15], pasando por los nudos expandidos asimétricos y tridimensionales, formados por combinaciones de nudos bidimensionales, en los cuales las seis componentes del campo se definían en puntos diferentes [14], hasta las más recientes versiones en las que se consigue una topología simétrica para la cual todas las componentes del campo se definen en un mismo punto [24].

1.2.- EL METODO NUMERICO DE MODELADO POR LINEAS DE TRANSMISION.

En este método se sustituye el medio en cuestión por una nube de puntos o nudos que se interconectan entre sí mediante líneas de transmisión. El tiempo es también discretizado en intervalos finitos cuya duración viene definida por el tiempo que invierten los pulsos de tensión en propagarse de nudo en nudo a través de las líneas que los unen.

Para cada intervalo temporal existirá un conjunto de pulsos incidentes a cada nudo que agruparemos en el vector de tensiones \tilde{V}^i . Al incidir sobre el nudo, los pulsos se redistribuirán por las distintas ramas del mismo dando lugar a un conjunto de tensiones dispersadas, transmitidas y reflejadas, que denotaremos por \tilde{V}^r . Esta redistribución de los pulsos incidentes en las diferentes ramas vendrá determinada por la topología particular del nudo utilizado a través de una matriz \tilde{S} , llamada matriz de dispersión del nudo. Definida esta matriz, el proceso de dispersión se puede resumir en la siguiente ecuación matricial

$$\tilde{V}^r = \tilde{S} \tilde{V}^i . \quad (1.1)$$

Una vez obtenidas las tensiones reflejadas en todos los nudos de la red, éstas se propagan por las líneas individuales hacia los nudos adyacentes, convirtiéndose en los pulsos incidentes del siguiente intervalo temporal.

Finalizada la dispersión y transmisión de cada intervalo temporal, las tensiones y corrientes en cada nudo permiten obtener, deshaciendo adecuadamente la analogía, el campo electromagnético en cualquier instante temporal así como cualquier otra magnitud derivada del mismo.

El proceso de alimentación se realiza considerando en cada iteración que las tensiones en los nudos son resultado de superponer la tensión correspondiente a la excitación particular y la tensión procedente de la dispersión y transmisión de pulsos ya existentes en la red.

Para finalizar este apartado, destaquemos que la malla del TLM representa un medio isótropo en el que las ondas se propagan a la velocidad del medio original únicamente a bajas frecuencias. Esto es así porque las analogías que se presentarán a continuación se basan en una representación de parámetros localizados de las líneas de transmisión, que únicamente tienen validez a bajas frecuencias. Un análisis completo del método deberá pues incluir una relación de dispersión de cada nudo que establezca la dependencia de la velocidad de las ondas con la frecuencia y la dirección de propagación, con el objeto de establecer el rango de frecuencias validez del método.

1.3.- NUDOS PARALELOS BIDIMENSIONALES.

1.3.1.- EL NUDO PARALELO BIDIMENSIONAL.

El primer modelo de nudo lo introduce Johns en 1971 para el tratamiento de problemas bidimensionales. Este nudo, llamado nudo paralelo bidimensional, está formado por cuatro líneas de transmisión de impedancia característica $Z_0 = Y_0^{-1}$ conectadas en paralelo tal y como se indica en la figura 1.1a. A bajas frecuencias, el nudo puede representarse por el circuito de parámetros localizados de la figura 1.1b, en el cual L y C representan respectivamente la inducción y capacidad por unidad de longitud de las líneas y Δl es el tamaño del nudo en cada dirección. Es fácil demostrar que las ecuaciones de líneas de transmisión correspondientes a esta estructura son

$$-\frac{\partial}{\partial x}(I_{x1} - I_{x3}) - \frac{\partial}{\partial z}(I_{z2} - I_{z4}) = 2C \frac{\partial v_y}{\partial t}, \quad (1.2)$$

$$-\frac{\partial v_y}{\partial x} = L \frac{\partial}{\partial t}(I_{x1} - I_{x3}) = L \frac{\partial I_x}{\partial t} \quad (1.3)$$

y

$$-\frac{\partial v_y}{\partial z} = L \frac{\partial}{\partial t}(I_{z2} - I_{z4}) = L \frac{\partial I_z}{\partial t}. \quad (1.4)$$

Por otra parte, un modo transversal magnético bidireccional de componentes E_y , H_x y H_z , modo TM_y , viene descrito por las ecuaciones

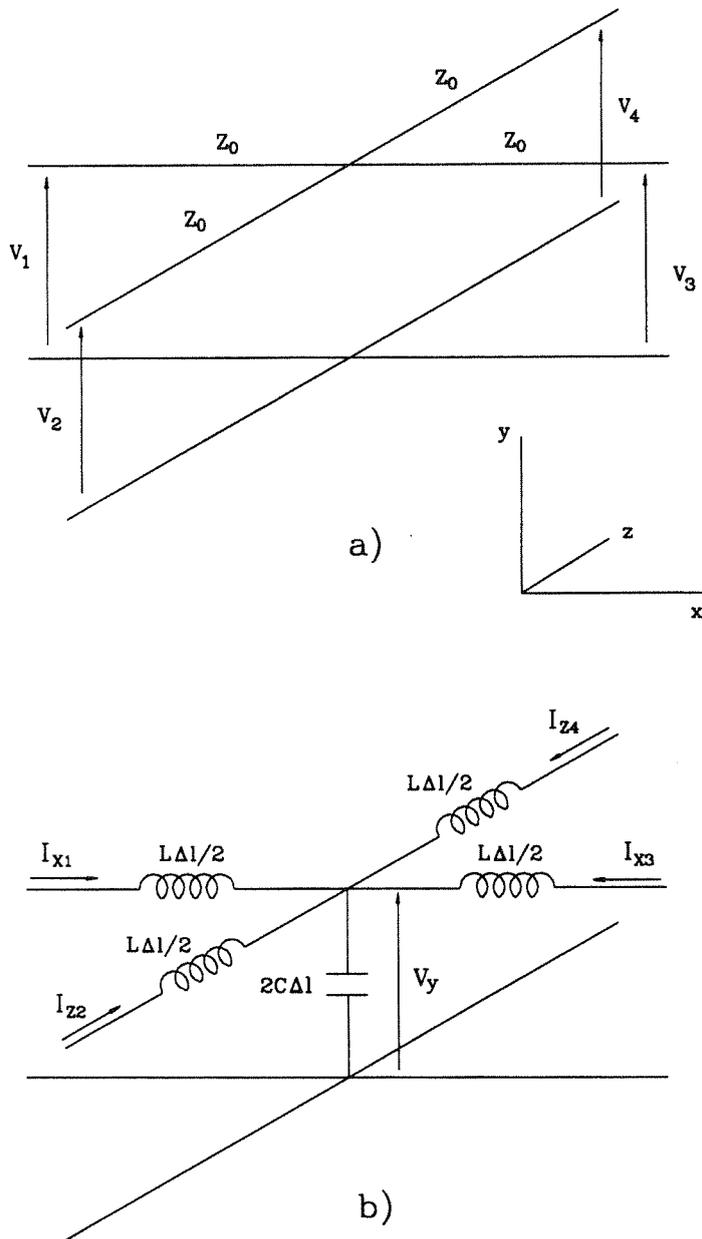


Fig. 1.1.- El nudo paralelo bidimensional: a) circuito de líneas de transmisión, b) circuito de parámetros localizados.

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = e \frac{\partial E_y}{\partial t} , \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = \mu \frac{\partial H_z}{\partial t} \quad (1.6)$$

y

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = \mu \frac{\partial H_x}{\partial t} . \quad (1.7)$$

De la comparación de ambos conjuntos de ecuaciones resulta la siguiente analogía entre magnitudes

$$\begin{aligned} E_y = V_y , \quad H_x = -I_z , \quad H_z = I_x , \quad (1.8) \\ \epsilon = 2C \quad y \quad \mu = L . \end{aligned}$$

Para un pulso viajando por cualquiera de las cuatro líneas, el nudo representa una interfase entre dos medios de impedancia Z_0 y $Z_0/3$; el coeficiente de reflexión vendrá dado por $\Gamma = -1/2$ y el de transmisión por $\tau = 1/2$. Por tanto, la relación entre los pulsos incidentes y reflejados viene determinada por la ecuación matricial

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{pmatrix}^r = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{pmatrix}^i \quad (1.9)$$

A bajas frecuencias, la velocidad de los pulsos en las líneas individuales v_1 y la velocidad v del medio vendrán relacionadas por

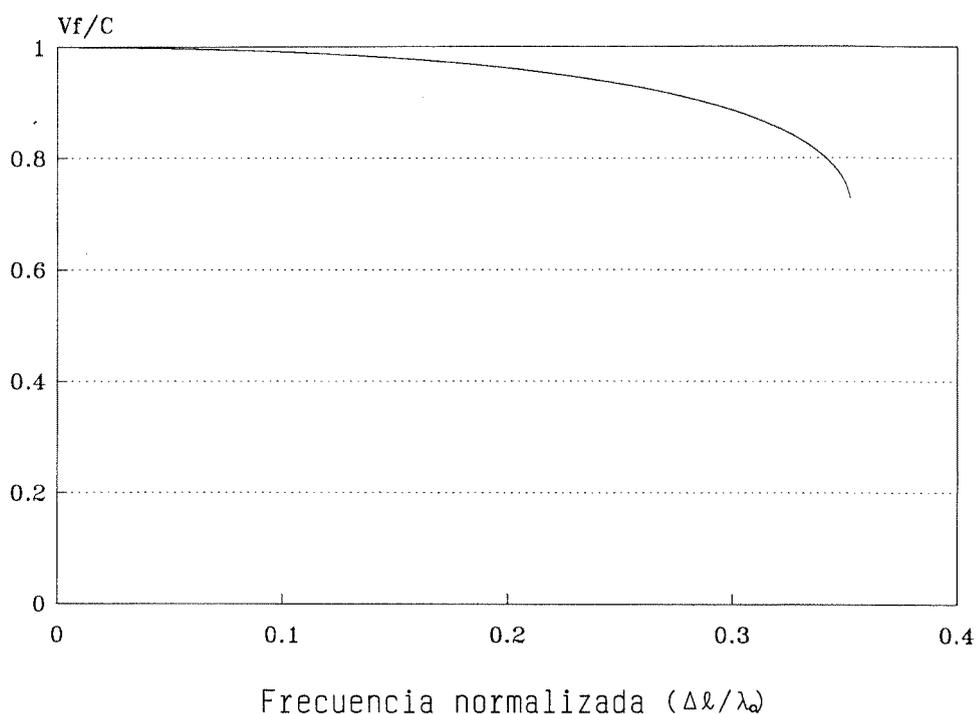
$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{L2C}} = \frac{v_1}{\sqrt{2}}. \quad (1.10)$$

Así, para modelar el vacío, será suficiente la elección de líneas de transmisión con velocidad $\sqrt{2}c$, siendo c la velocidad de la luz en el vacío. Esta relación se mantiene independiente de la frecuencia si la dirección de propagación es la bisectriz entre ambos ejes. Por el contrario, para propagación a lo largo de los ejes, la relación de dispersión viene dada por [5]

$$\frac{v}{c} = \frac{\omega}{kc} = \pi \frac{\Delta l}{\lambda_0} \frac{1}{\arcsen \left\{ \sqrt{2} \operatorname{sen} \left(\frac{\pi \Delta l}{\sqrt{2} \lambda_0} \right) \right\}}, \quad (1.11)$$

donde ω es la frecuencia de la onda, k el número de onda correspondiente a la red modelada, Δl el tamaño del nudo en la dirección de los ejes y λ_0 la longitud de la onda en el vacío. En la figura 1.2 se representa esta relación en la que se observa una zona de bajas frecuencias, aproximadamente para $\Delta l/\lambda_0 < 0.1$, por debajo de la cual las ondas viajan con velocidad cercana a la de la luz independientemente de la frecuencia, así como una frecuencia de corte por encima de la cual no existe propagación, $\Delta l/\lambda_0 > 0.25\sqrt{2}$.

Se concluye de (1.11) que un medio de constante dieléctrica ϵ y permeabilidad magnética μ puede ser modelado, para frecuencias normalizadas inferiores a 0.1, a través de una malla de nudos



**Fig. 1.2.- Relación de dispersión del nudo paralelo dimensional.
Propagación a lo largo de los ejes.**

bidimensionales paralelos en los cuales la capacidad e inducción por unidad de longitud de las líneas individuales debe ser $C=\epsilon/2$ y $L=\mu$ respectivamente. Modelado el medio, la propagación de un modo TM_y bidimensional a través del mismo se sustituye por la dispersión y propagación de tensiones y corrientes a lo largo de la malla en virtud de la analogía establecida en (1.8).

1.3.2.- EL NUDO PARALELO BIDIMENSIONAL CON SINTONIZADOR.

Este nuevo nudo consiste en un nudo paralelo bidimensional al que se le conecta en paralelo un stub o sintonizador abierto de longitud $\Delta l/2$ y admitancia característica $Y_1 Y_0$. Fijada esta admitancia, la imposición del sincronismo temporal establece los valores CY_1 y L/Y_1 para la capacidad e inducción por unidad de longitud del sintonizador. La figura 1.3 representa el nudo paralelo con sintonizador así como su circuito equivalente a bajas frecuencias. El entramado global del que sustituye al medio se construye mediante la interconexión de las líneas 1 a 4 de nudos contiguos [7].

La presencia del sintonizador añade una capacidad $CY_0 \Delta l/2$, con lo cual las ecuaciones de este nuevo nudo son

$$-\frac{\partial}{\partial x}(I_{x1} - I_{x3}) - \frac{\partial}{\partial z}(I_{z2} - I_{z4}) = 2C(1 + \frac{Y_1}{4}) \frac{\partial V_y}{\partial t}, \quad (1.12)$$

$$-\frac{\partial V_y}{\partial x} = L \frac{\partial}{\partial t}(I_{x1} - I_{x3}) = L \frac{\partial I_x}{\partial t} \quad (1.13)$$

y

$$-\frac{\partial V_y}{\partial z} = L \frac{\partial}{\partial t}(I_{z2} - I_{z4}) = L \frac{\partial I_z}{\partial t}, \quad (1.14)$$

y la correspondiente analogía con los modos TM_y bidimensionales viene expresada por

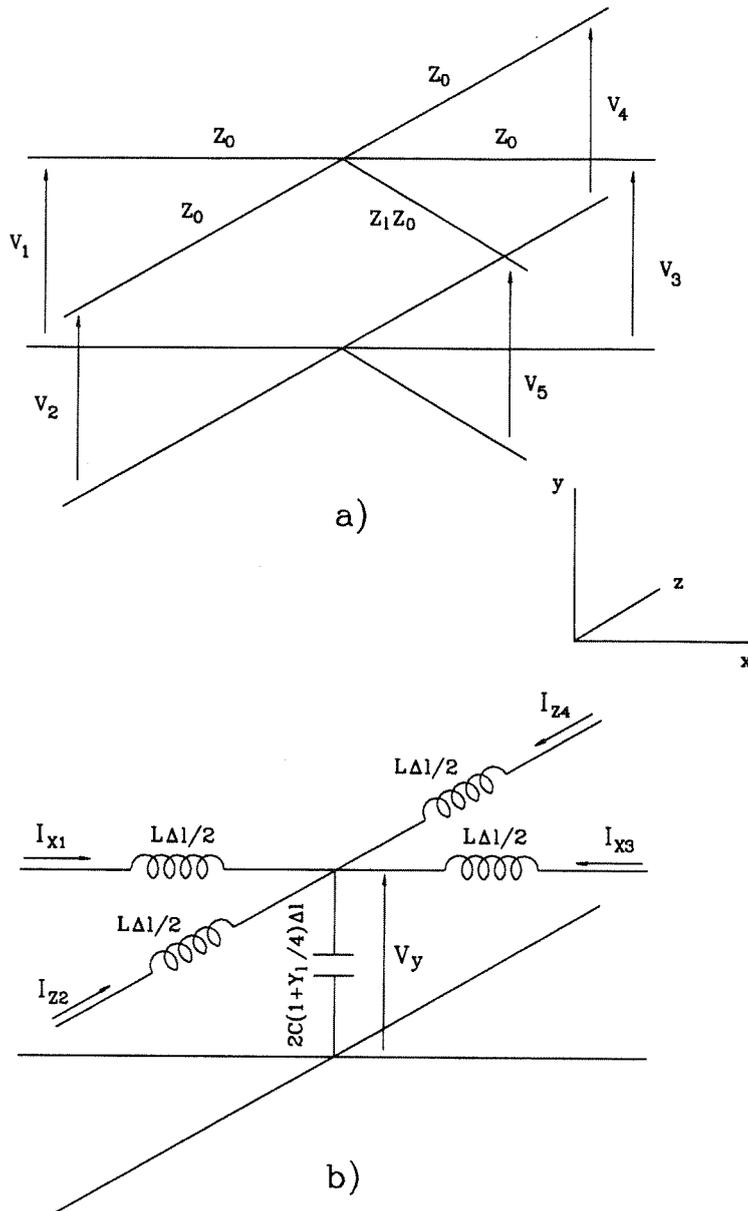


Fig. 1.3.- Nudo paralelo bidimensional con sintonizador: a) circuito de líneas de transmisión, b) circuito de parámetros localizados.

$$\begin{aligned} E_y = V_y, \quad H_x = -I_z, \quad H_z = I_x, \\ \epsilon = 2C\left(1 + \frac{Y_0}{4}\right) \quad y \quad \mu = L. \end{aligned} \quad (1.15)$$

En consecuencia, la elección de valores adecuados para los parámetros L , C e Y_0 , permite la simulación mediante esta red medios de diferente constante dieléctrica y magnética o incluso la introducción de no homogeneidades en el espacio.

La matriz de dispersión \tilde{S} del nudo con sintonizador viene definida por

$$\tilde{S} = \frac{1}{4 + Y_1} \begin{pmatrix} -2 - Y_1 & 2 & 2 & 2 & 2Y_1 \\ 2 & -2 - Y_1 & 2 & 2 & 2Y_1 \\ 2 & 2 & -2 - Y_1 & 2 & 2Y_1 \\ 2 & 2 & 2 & -2 - Y_1 & 2Y_1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & Y_1 - 4 \end{pmatrix} \quad (1.16)$$

Una vez obtenidos los pulsos reflejados, los correspondientes a las líneas 1 a 4 se transmiten a nudos vecinos incidiendo sobre los mismos en el siguiente intervalo temporal, mientras que el pulso transmitido al sintonizador se propaga a lo largo de éste, reflejándose en su extremo e incidiendo en el mismo nudo en el siguiente intervalo temporal.

De nuevo, la velocidad de las ondas en la malla depende de la frecuencia, siendo, en este caso, la relación de dispersión para propagación en los ejes de coordenadas [7]

$$\frac{v}{c} = \frac{w}{kc} = \pi \frac{\Delta l}{\lambda_0} \frac{1}{\arcsen \left\{ \sqrt{2(1 + Y_1/4)} \operatorname{sen} \left(\frac{\pi \Delta l}{\sqrt{2} \lambda_0} \right) \right\}}, \quad (1.17)$$

mientras que para propagación en la diagonal de ambos ejes se aplica

$$\frac{v}{c} = \frac{w}{kc} = \pi \frac{\Delta l}{\sqrt{2} \lambda_0} \frac{1}{\arcsen \left\{ \sqrt{(1 + Y_1/4)} \operatorname{sen} \left(\frac{\pi \Delta l}{\sqrt{2} \lambda_0} \right) \right\}} \quad (1.18)$$

La figuras 1.4 y 1.5 representan ambas relaciones para diferentes valores de la admitancia del sintonizador abierto. En todos los casos aparece una frecuencia de corte que define el límite entre la banda de propagación y la banda prohibida.

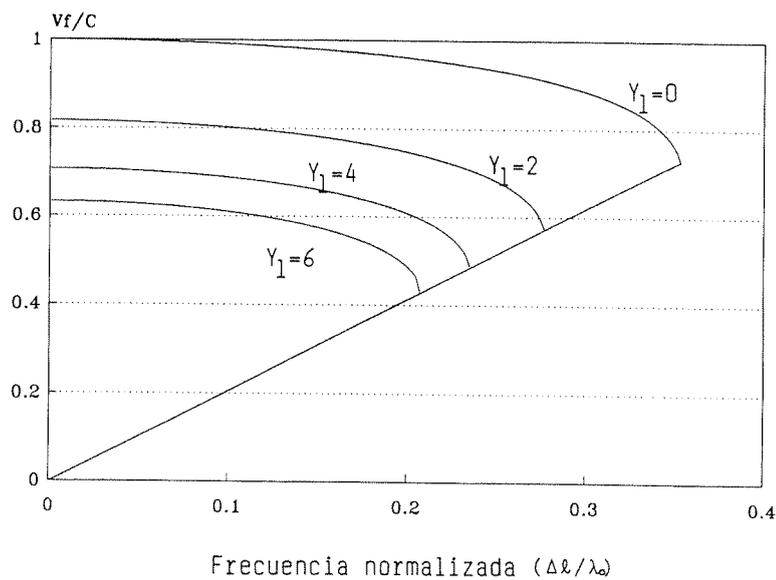


Fig 1.4.- Relación de dispersión para el nudo paralelo con sintonizador. Propagación en la dirección de los ejes.

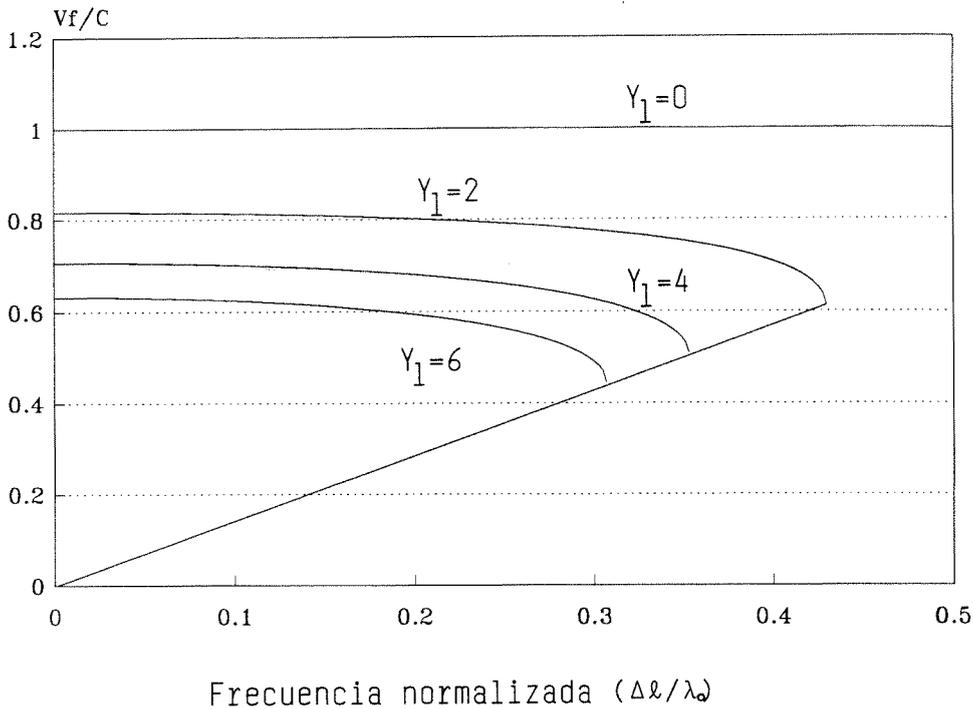


Fig 1.5.- Relación de dispersión para el nudo paralelo con sintonizador. Propagación a lo largo de la bisectriz de los ejes.

1.3.3.- NUDO PARALELO CON PERDIDAS.

La consideración de pérdidas por conducción se tiene en cuenta añadiendo al nudo anterior un sintonizador de longitud infinita conectado en paralelo al resto de las líneas [8]. Eligiendo el stub de pérdidas de una admitancia característica $G_1 Y_0$, el conjunto de ecuaciones del nudo viene dado por (1.3), (1.4) y

$$-\frac{\partial I_x}{\partial x} - \frac{\partial I_z}{\partial z} = 2C \left(1 + \frac{Y_1}{4} \right) \frac{\partial V_y}{\partial t} + V_y \frac{G_1 Y_0}{\Delta l} . \quad (1.19)$$

Por otro lado, las ecuaciones de Maxwell para un modo transversal magnético TM_y en un medio con pérdidas representadas por una conductividad σ son (1.6), (1.7) y

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \epsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} + \sigma E_y . \quad (1.20)$$

Por tanto, la analogía dada en (1.15) se completa con el término de pérdidas

$$G_1 = \frac{\sigma \Delta l}{Y_0} = \sigma \Delta l \sqrt{\frac{L}{C}} . \quad (1.21)$$

La correspondiente matriz \tilde{S} que controla la reflexión y transmisión de los pulsos incidentes viene dada por

$$\tilde{S} = \frac{1}{4 + Y_1 + G_1} \begin{pmatrix} -2 - Y_1 - G_1 & 2 & 2 & 2 & 2Y_1 \\ 2 & -2 - Y_1 - G_1 & 2 & 2 & 2Y_1 \\ 2 & 2 & -2 - Y_1 - G_1 & 2 & 2Y_1 \\ 2 & 2 & 2 & -2 - Y_1 - G_1 & 2Y_1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & Y_1 - 4 - G_1 \end{pmatrix} \quad (1.22)$$

en la cual no se incluye el pulso transmitido o incidente del sintonizador de pérdidas ya que la línea es infinita.

1.4.- NUDOS SERIE BIDIMENSIONALES.

1.4.1.- EL NUDO SERIE BIDIMENSIONAL.

Hasta el momento el modelado de modos transversales magnéticos bidimensionales se ha llevado a cabo estableciendo analogías entre tensiones y campos eléctricos, intensidades y campos magnéticos, capacidad y constante dieléctrica e inducción y permeabilidad magnética. La analogía se puede establecer de igual forma en sentido inverso, es decir, entre tensiones y campos magnéticos, intensidades y campos eléctricos, capacidad y permeabilidad magnética e inducción y constante dieléctrica respectivamente. La aplicación de esta nueva analogía permite el tratamiento de modos de propagación transversales eléctricos sin necesidad de utilizar un nuevo tipo de nudo.

Una alternativa más directa, y necesaria para definir estructuras válidas para tres dimensiones, la constituye el nudo serie que trataremos a continuación [15].

Como su propio nombre indica, el nudo serie bidimensional está formado por cuatro líneas de transmisión dispuestas en serie tal y como se indica en la figura 1.6a. A bajas frecuencias, la estructura equivalente de parámetros localizados es la representada en la figura 1.6b, donde L y C representan la inducción y capacidad por unidad de longitud de las líneas, Z_0 es su impedancia característica y Δl la longitud del nudo en cada dirección.

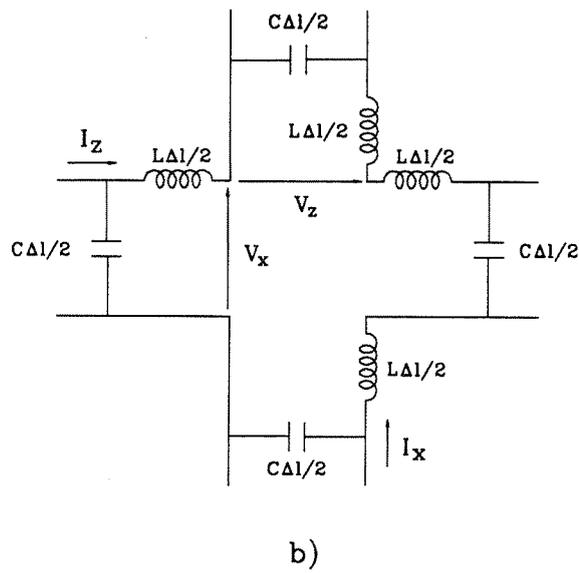
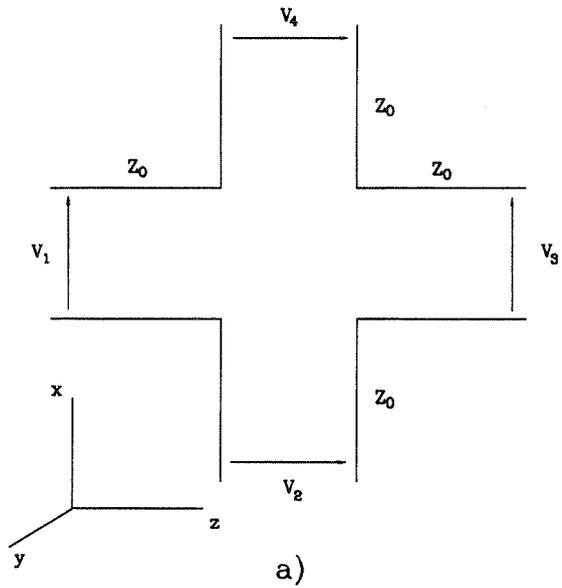


Fig. 1.6.- Nudo serie bidimensional: a) circuito de líneas de transmisión, b) circuito de parámetros localizados.

El conjunto de ecuaciones diferenciales para el circuito de parámetros localizados es

$$\frac{\partial I_z}{\partial x} = -C \frac{\partial V_x}{\partial t}, \quad (1.23)$$

$$\frac{\partial I_x}{\partial z} = -C \frac{\partial V_z}{\partial t} \quad (1.24)$$

y

$$\frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x} = -L \frac{\partial (I_z - I_x)}{\partial t}. \quad (1.25)$$

Dado que la corriente en el nudo es común, se cumple además

$$I = -I_x = I_z, \quad (1.26)$$

que sustituida en (1.23)-(1.25), conduce a

$$\frac{\partial I}{\partial x} = -C \frac{\partial V_x}{\partial t}, \quad (1.27)$$

$$-\frac{\partial I}{\partial z} = -C \frac{\partial V_z}{\partial t} \quad (1.28)$$

y

$$\frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x} = -2L \frac{\partial I}{\partial t}. \quad (1.29)$$

Por otra parte, un modo transversal eléctrico bidimensional TE_y

viene determinado por el siguiente conjunto de ecuaciones

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t}, \quad (1.30)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = \epsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} \quad (1.31)$$

y

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} = \epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t}. \quad (1.32)$$

La analogía entre ambos grupos de ecuaciones queda entonces establecida de la siguiente forma

$$\begin{aligned} E_x &= V_x, & E_z &= V_z, & H_y &= I, & (1.33) \\ \epsilon &= C & \text{y} & & \mu &= 2L. \end{aligned}$$

La matriz \tilde{S} que controla la dispersión de las tensiones incidentes es la siguiente

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{pmatrix}^r = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{pmatrix}^i \quad (1.34)$$

El carácter dual del campo electromagnético hace que las consideraciones sobre velocidad de propagación a bajas frecuencias, así

como las correspondientes propiedades dispersivas del entramado serie, sean totalmente equivalentes al caso del nudo paralelo sin sintonizador.

1.4.2.- EL NUDO SERIE BIDIMENSIONAL CON SINTONIZADOR.

Las propiedades del nudo serie bidimensional pueden modificarse siguiendo un proceso similar al presentado en el caso del nudo paralelo cargado con un sintonizador abierto. En esta ocasión se introduce un quinto sintonizador cortocircuitado de longitud $\Delta l/2$ con impedancia característica $Z_1 Z_0$ y capacidad e inducción por unidad de longitud C/Z_1 y LZ_1 respectivamente. Con esta elección de los parámetros la velocidad en las 5 líneas es común, asegurándose así el sincronismo de los pulsos en los sucesivos intervalos temporales del método. La topología del nodo y su circuito equivalente a bajas frecuencias se representa en la figura 1.7.

El sintonizador cortocircuitado añade al nudo una inducción $Z_1 L \Delta l/2$, de modo que las ecuaciones correspondientes al mismo son (1.27), (1.28) y

$$\frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x} = -2L(1 + Z_1/4) \frac{\partial I}{\partial t}, \quad (1.35)$$

con lo cual se mantiene la analogía representada por (1.32) salvo en el caso de la permeabilidad magnética que se convierte en

$$\mu = 2L(1 + Z_1/4). \quad (1.36)$$

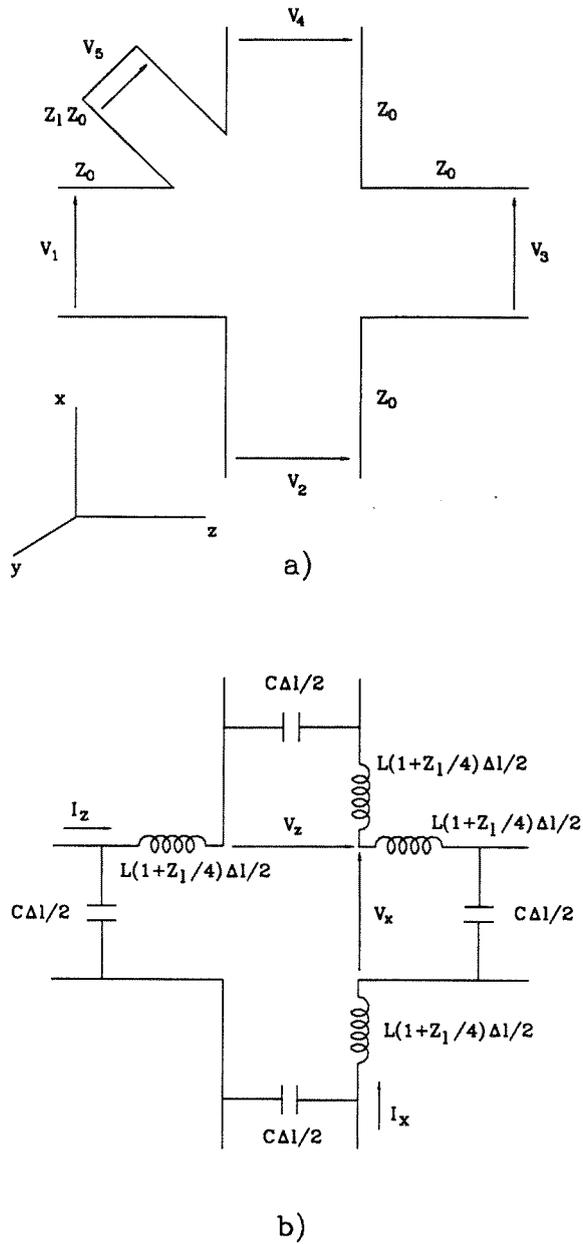


Fig. 1.7.- Nudo serie con sintonizador: a) circuito de líneas de transmisión, b) circuito de parámetros localizados.

La matriz de dispersión para el nudo de cinco líneas adquiere la forma siguiente

$$\tilde{S} = \frac{1}{4+Z_1} \begin{pmatrix} 2+Z_1 & 2 & 2 & -2 & -2 \\ 2 & 2+Z_1 & -2 & 2 & 2 \\ 2 & -2 & 2+Z_1 & 2 & 2 \\ -2 & 2 & 2 & 2+Z_1 & -2 \\ -2Z_1 & 2Z_1 & 2Z_1 & -2Z_1 & 4-Z_1 \end{pmatrix} \quad (1.37)$$

Finalmente, debido a la naturaleza dual del campo electromagnético, las ecuaciones que rigen la velocidad de fase en el medio modelado, para la dirección de los ejes y su bisectriz, son de nuevo las expresiones (1.17) y (1.18), correspondientes al nudo paralelo con sintonizador.

1.5.- EL PRIMER NUDO TRIDIMENSIONAL. EL NUDO TRIDIMENSIONAL EXPANDIDO.

El primer nudo específicamente diseñado para el tratamiento de problemas tridimensionales aparece a mediados de la década de los 70 [10], [13]-[14]. El nudo se forma a través de la interconexión de 6 nudos bidimensionales de longitud $\Delta l/2$, 3 paralelos y 3 serie, tal y como se indica en la figura 1.8.

En cada nudo paralelo se define una componente del campo eléctrico y los tres en conjunto modelan la ley de Ampere en medios de

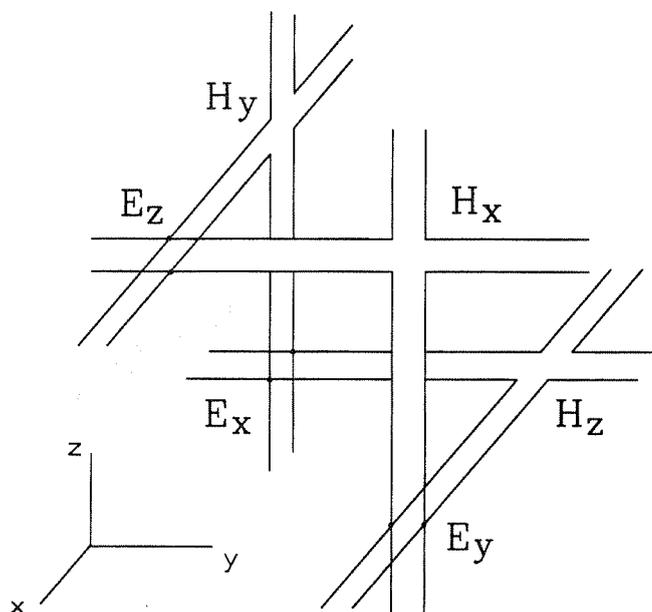


Fig 1.8.- El nudo tridimensional expandido.

conductividad nula, es decir,

$$\nabla \times \vec{H} = \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} , \quad (1.38)$$

mientras que cada nudo serie define una componente del campo magnético, siendo el conjunto formado por los tres nudos el circuito análogo a la ley de inducción de Faraday

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} . \quad (1.39)$$

El nudo completo, de dimensión Δl en cada dirección, se forma con nudos bidimensionales cuyos centros se encuentran separados de sus adyacentes una distancia $\Delta l/2$. Esto conlleva que las 6 componentes del campo se definan en puntos diferentes dentro del nudo, siendo esta la razón por la cual el nudo recibe el nombre de nudo tridimensional expandido.

La redistribución de los pulsos incidentes a lo largo de las líneas que conforman el nudo tridimensional expandido se lleva a cabo mediante sucesivas aplicaciones de las matrices bidimensionales paralelas y serie dadas en (1.9) y (1.34).

El entramado con líneas de transmisión en las cuales los pulsos eléctricos se propagaran con velocidad v_1 conduciría al modelado de un medio en el que la velocidad de fase a bajas frecuencias es

$$v = \frac{v_1}{2}, \quad (1.40)$$

lo que exige la elección de líneas de velocidad $2c$ para la simulación del vacío.

La dependencia de la velocidad de propagación para una dirección genérica determinada por los ángulos α , β y γ viene determinada en la siguiente relación de dispersión [37],[38]

$$\begin{aligned} \sin^2\left(\frac{k\Delta l \cos\alpha}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{k\Delta l \cos\beta}{2}\right) + \\ + \sin^2\left(\frac{k\Delta l \cos\gamma}{2}\right) = 4\sin^2\left(\frac{\omega \Delta t}{2}\right) \end{aligned} \quad (1.41)$$

donde k es el número de onda y ω la frecuencia de la onda.

Particularizando (1.41) para las direcciones $[1,0,0]$, $[1,1,0]$ y $[1,1,1]$, y expresando la frecuencia ω en función del tamaño de la malla y la longitud de onda en el vacío, se obtienen las tres expresiones siguientes para la velocidad de fase

$$\frac{v_f}{c} = \frac{\pi\left(\frac{\Delta l}{\lambda_0}\right)}{\arcsen\left[2\sen\left(\frac{\pi}{2}\frac{\Delta l}{\lambda_0}\right)\right]} \quad \text{para } [1,0,0], \quad (1.42)$$

$$\frac{v_f}{c} = \frac{\pi\left(\frac{\Delta l}{\lambda_0}\right)}{\sqrt{2}\arcsen\left[\sqrt{2}\sen\left(\frac{\pi}{2}\frac{\Delta l}{\lambda_0}\right)\right]} \quad \text{para } [1,1,0], \quad (1.43)$$

y

$$\frac{v_f}{c} = \frac{\pi\left(\frac{\Delta l}{\lambda_0}\right)}{\sqrt{3}\arcsen\left[\frac{2}{\sqrt{3}}\sen\left(\frac{\pi}{2}\frac{\Delta l}{\lambda_0}\right)\right]} \quad \text{para } [1,1,1], \quad (1.44)$$

expresiones que se representan en la figura 1.9.

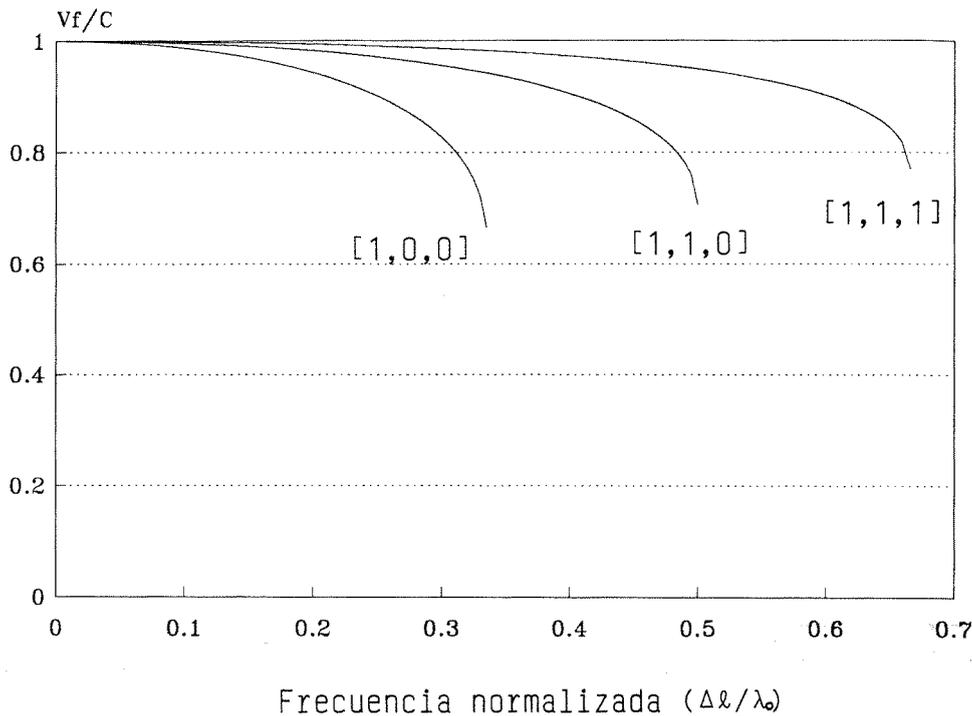


Fig. 1.9.- Relación de dispersión del nudo tridimensional expandido.

Este conjunto de expresiones coincide con el correspondiente al método de diferencias finitas en el dominio del tiempo cuando se elige en este método el parámetro $s=c\Delta t/\Delta l=1/2$. Este hecho no es más que una consecuencia de la relación existente entre ambos métodos bajo estas condiciones de trabajo, que ya ha sido ampliamente estudiada en la literatura [29], [38].

El nudo expandido descrito puede completarse, añadiendo mayor

versatilidad al mismo, mediante la introducción de sintonizadores abiertos conectados en paralelo a los nudos paralelos y de sintonizadores cortocircuitados conectados en serie a los nudos serie. Con los primeros se controla la constante dieléctrica del medio, mientras que los sintonizadores cortocircuitados permiten modificar la permeabilidad magnética. El proceso sería llevado a cabo siguiendo los pasos descritos en los nudos bidimensionales, sin más que sustituir las matrices y analogías bidimensionales de los nudos sin cargar por las correspondientes a los nudos bidimensionales con sintonizadores.

1.6.- OTROS NUDOS TRIDIMENSIONALES.

El nudo tridimensional expandido presenta dificultades importantes, principalmente causadas por la localización de cada componente del campo en un punto diferente. Si bien esto no plantea problemas graves en situaciones en las que el gradiente del campo no sea elevado, esta estructura proporciona resultados imprecisos en zonas tales como esquinas conductoras o discontinuidades, en las que el campo varía considerablemente en una pequeña región del espacio. Por otra parte, aunque el tratamiento de diferentes tipos de contorno se establecerá en un capítulo posterior, es importante destacar en este punto que el hecho de que cada componente se defina en un punto diferente dificulta sensiblemente el establecimiento preciso de cualquier tipo de frontera. Con objeto de evitar en la medida de lo posible todas estas dificultades, diferentes autores propusieron nuevas versiones de nudos tridimensionales, algunas de las cuales presentaremos a continuación.

1.6.1.- EL NUDO PUNTUAL.

La primera modificación se encaminó hacia la concentración de las componentes en un punto. Así, Saguet y Pic en 1982 proponen un nudo puntual a partir de una modificación que básicamente consiste en la sustitución de la representación clásica de una línea de transmisión (fig. 1.10a), en la que la simetría se consigue utilizando tres elementos localizados, por una nueva representación asimétrica formada únicamente por dos elementos (fig. 10b) [19], [20]. La principal ventaja de esta estructura reside en el hecho de que las conexiones entre los nudos bidimensionales pueden efectuarse en un mismo punto y, por tanto, todas las componentes del campo electromagnético coinciden espacialmente.

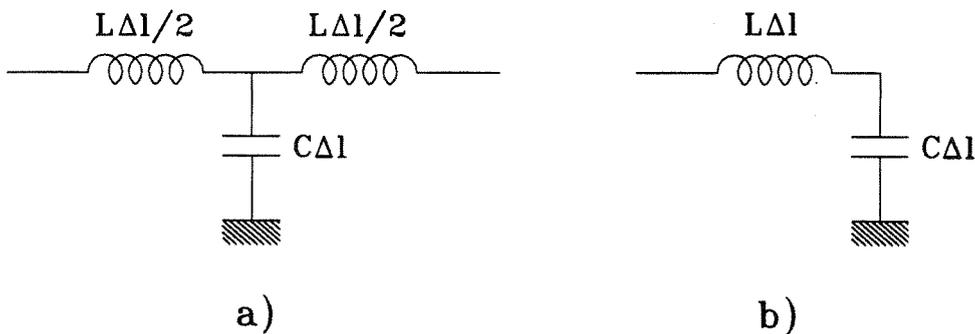


Fig. 1.10.- Representaciones de líneas de transmisión:
a) simétrica, b) asimétrica.

El nudo puntual básico es susceptible de ampliación mediante sintonizadores abiertos en paralelo que permitan la modificación de la constante dieléctrica del medio a modelar, resultando un nudo puntual con 15 puertos de entrada. La matriz de dispersión del nudo puntual se obtiene a partir de consideraciones de teoría de circuitos aplicadas al circuito de entrada equivalente desde cada uno de los 15 puertos.

La expresión de la matriz es realmente compleja [39], sin embargo, el mayor inconveniente de este nudo puntual reside en la asimetría del mismo: un pulso de tensión incide primero sobre un nudo serie o paralelo dependiendo de la dirección y sentido de propagación del mismo. El problema real no presenta tal asimetría y un nudo óptimamente diseñado debe contemplar este hecho.

1.6.2.- NUDO ALTERNATIVO FORMADO POR NUDOS BIDIMENSIONALES ELECTRICOS Y MAGNETICOS.

Una nueva alternativa al problema tridimensional la constituye un nudo propuesto por Yoshida, Fukai y Fukuoka [40]-[43]. La estructura, cuyo circuito equivalente se muestra en la figura 1.11, es semejante a la del nudo expandido con la salvedad de que los 6 nudos bidimensionales son de tipo paralelo. En tres de ellos se establece la analogía entre tensiones y campo eléctrico, son los denominados nudos eléctricos; mientras que en los otros tres se establece la analogía entre tensiones y campo magnético, nudos magnéticos. La adaptación entre los nudos eléctricos y magnéticos se lleva a cabo mediante la inserción de giradores entre los mismos.

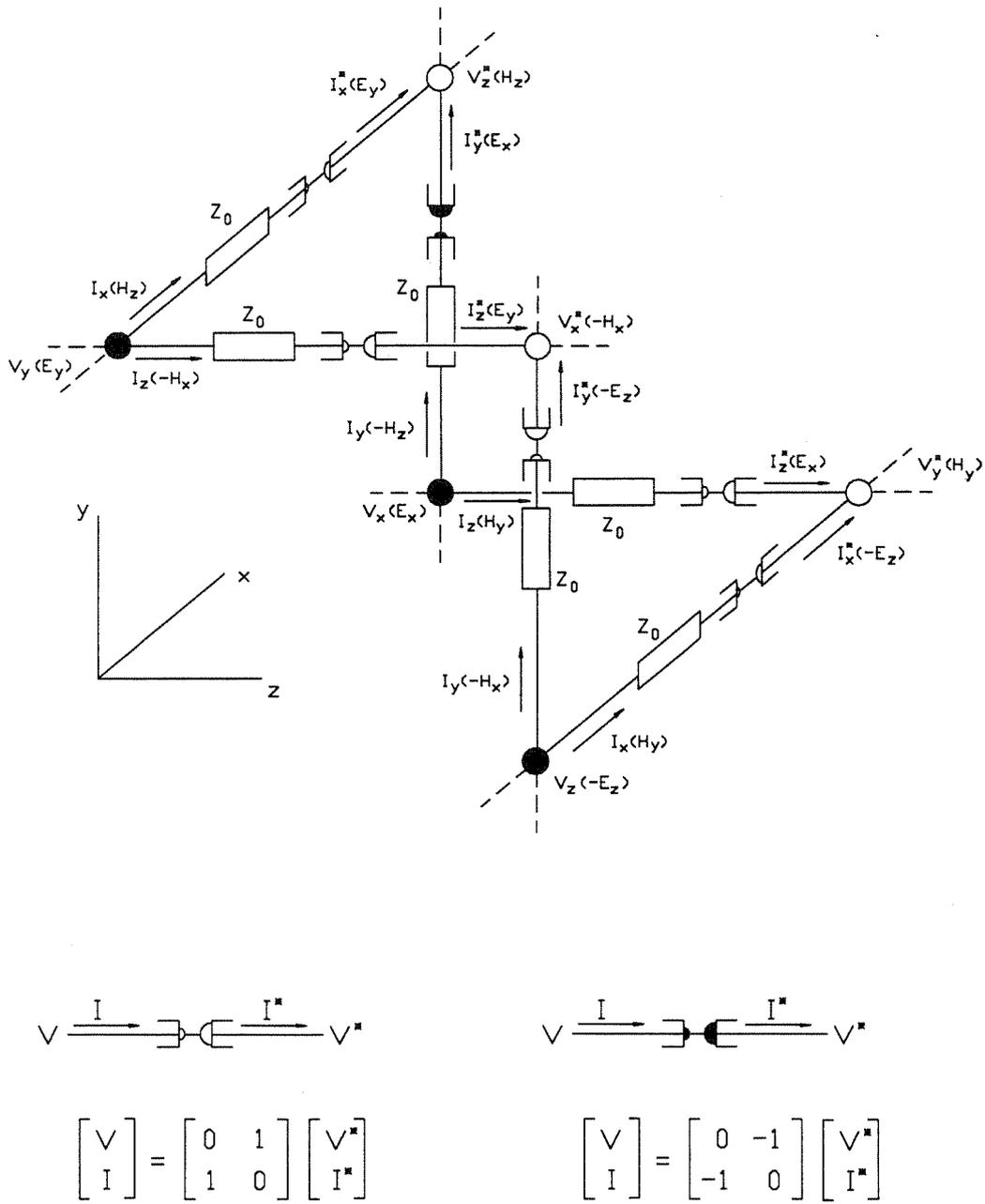


Fig. 1.11.- Nudo alternativo de Yoshida y Fukai: circuito equivalente y definición de los giradores.

Las características de propagación de la malla así formada son parecidas a las del nudo expandido presentando similares virtudes e inconvenientes.

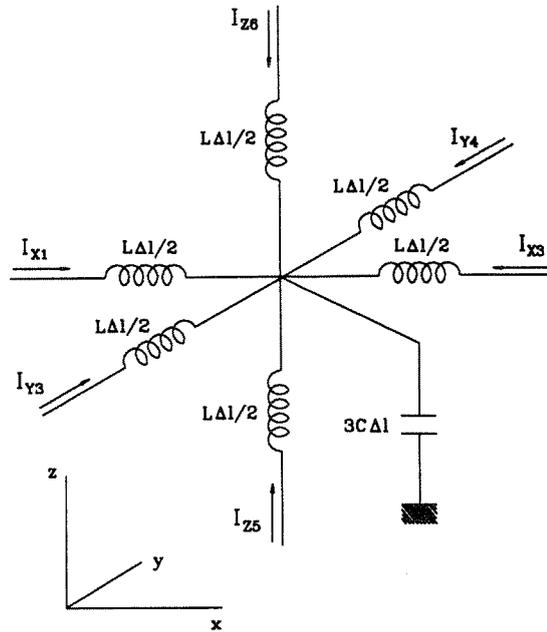


Fig 1.11.- El nudo escalar tridimensional.

1.6.3.- EL NUDO TRIDIMENSIONAL ESCALAR.

Ciertos problemas son susceptibles de descomposición en modos transversales eléctricos y magnéticos lo que conduce a la necesidad de resolver únicamente la ecuación de ondas escalar. Choi y Hoefler [44] han propuesto un nudo específico para la solución mediante el TLM de este tipo de problemas. La estructura del mismo presenta una satisfactoria

simetría y sencillez y consiste esencialmente en un nudo paralelo bidimensional al que se le añaden dos nuevas líneas que tienen en cuenta la propagación en la tercera dirección, fig. 1.12. La sencillez de la estructura permite obtener de forma simple la matriz de dispersión \tilde{S} , las propiedades dispersivas del medio modelado o la extensión del nudo mediante la conexión de stubs abiertos adicionales que contemplen los cambios en las propiedades del medio [44].



CAPITULO 2

EL NUDO SIMETRICO CONDENSADO

16

2.1.- INTRODUCCION.

Los nudos presentados hasta el momento, tanto bidimensionales como tridimensionales, presentan la característica común de ser físicamente implementables mediante la interconexión adecuada de líneas de transmisión. Esto facilita la obtención de las matrices de dispersión a la vez que suministra una clara visualización de la analogía. En contrapartida, la condición de implementación física impone severas restricciones que dificultan enormemente la obtención de una estructura simétrica [45], [46].

El nudo que describiremos a continuación fue propuesto por Johns en 1986 y supone un cambio sustancial en el propio planteamiento de la analogía [22]-[25]. El proceso no requiere un circuito equivalente para su desarrollo sino que directamente aborda el problema de la implementación del principio de Huygens. Así, se supone que un frente de onda está formado por focos secundarios de radiación que se localizan en dicho frente. La interferencia de estos focos secundarios origina un nuevo frente de onda, reproduciéndose con esta sistemática el fenómeno de la propagación de ondas. Por supuesto, el entramado de nudos formado con cualquiera de las versiones anteriores responde al principio de Huygens, sin embargo, a diferencia del caso que vamos a presentar a continuación, la obtención de la analogía en los mismos se lleva a cabo aplicando teoría de circuitos al circuito equivalente de cada nudo.

El nudo conseguido mediante este nuevo planteamiento presenta una estructura totalmente simétrica a la vez que define las seis componentes del campo en un mismo punto, razón por la que recibe el nombre de nudo simétrico condensado. En cuanto al comportamiento en frecuencia, en el capítulo 3 se llevará a cabo un estudio detallado del mismo que demostrará que el entramado del TLM formado con este tipo de nudos reduce la dispersión de las ondas respecto de versiones tridimensionales anteriores. Todas estas características convierten al nudo en el más adecuado hasta el momento para el tratamiento de fenómenos electromagnéticos, especialmente para fenómenos tridimensionales.

Por la simetría y simplicidad que este nudo introduce en el método, el nudo simétrico condensado ha adquirido una gran difusión entre los diferentes autores desde su aparición, tanto para su aplicación directa en la resolución directa de diversos problemas como para ser utilizado como punto de partida en el desarrollo de otros nudos más complejos [78], [79], [87], [88]. Por todos estos motivos este será el nudo utilizado en las aplicaciones concretas presentadas en esta memoria y, por tanto, resulta conveniente dedicar este capítulo al estudio separado y detallado del nudo simétrico condensado, así como al establecimiento de la analogía entre las tensiones en los nudos y las componentes del campo electromagnético.

2.2.- EL NUDO SIMETRICO CONDENSADO SIN SINTONIZADORES.

El nudo simétrico condensado sin sintonizadores está formado por doce líneas, que llamaremos líneas principales o líneas de enlace, cuya impedancia característica es $Z_0=Y_0^{-1}$ y que se disponen de forma simétrica tal y como se muestra en la figura 2.1. Asociadas a cada una de las 12 puertas del nudo se encuentra una componente del campo eléctrico y otra del campo magnético propagándose en una dirección determinada tal y como se resume en la tabla 2.1.

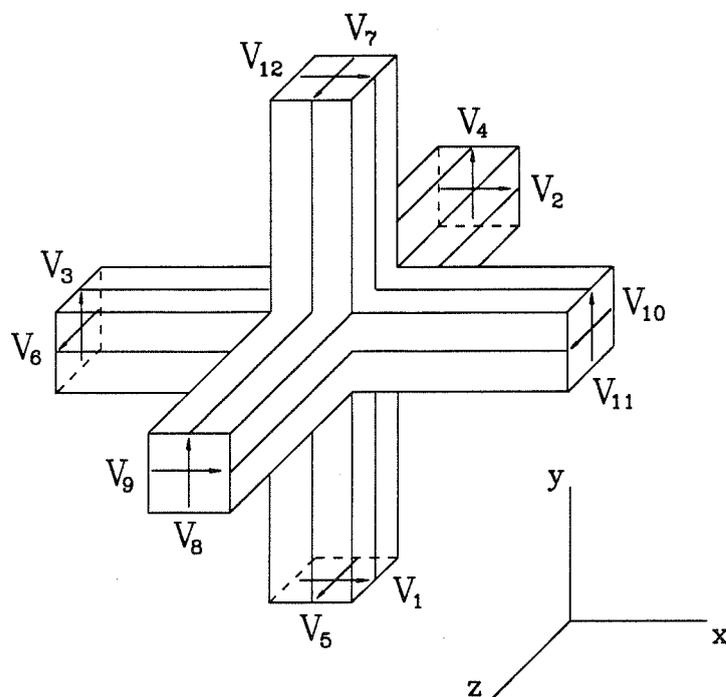


Fig 2.1.- El nudo simétrico condensado sin sintonizadores.

TABLA 2.1.- MAGNITUDES ASOCIADAS A LAS LINEAS.

Línea	Campo Eléctrico	Campo Magnético	Dirección de Propagación
1	$E_x=V_1/u$	$H_z=-I_1/w$	y
2	$E_x=V_2/u$	$H_y=I_3/v$	z
3	$E_y=V_3/v$	$H_z=I_3/w$	x
4	$E_y=V_4/v$	$H_x=-I_4/u$	z
5	$E_z=V_5/w$	$H_x=I_5/u$	y
6	$E_z=V_6/w$	$H_y=-I_6/v$	x
7	$E_z=V_7/w$	$H_x=-I_7/u$	y
8	$E_y=V_8/v$	$H_x=I_8/u$	z
9	$E_x=V_9/u$	$H_y=-I_9/v$	z
10	$E_z=V_{10}/w$	$H_y=V_{10}/v$	x
11	$E_y=V_{11}/v$	$H_z=-I_{11}/w$	x
12	$E_x=V_{12}/u$	$H_z=I_{12}/w$	y

En la tabla anterior, u, v y w son las dimensiones del nudo en las direcciones de los 3 ejes cartesianos y se considera el criterio de signos según el cual son positivas las intensidades entrantes al nudo. El criterio de signos que liga el campo eléctrico con la tensión y el campo magnético con la intensidad de corriente podría haber sido contrario al que se utiliza en la tabla 2.1, pero se ha querido respetar el originalmente propuesto por P.B. Johns [22]-[24] y que hoy en día utilizan la mayoría de los autores.

En cada intervalo temporal, el conjunto de pulsos incidentes entrará a cada nudo dispersándose según la ya conocida relación matricial

$$\tilde{\mathbf{V}}^r = \tilde{\mathbf{S}} \tilde{\mathbf{V}}^i . \quad (2.1)$$

Una vez dispersados, los pulsos se propagarán a través de la red para convertirse en pulso incidentes de nudos adyacentes.

El buen funcionamiento del proceso temporal requiere que todos los pulsos en la malla incidan de forma síncrona en todos los nudos de la red. Esto significa que la velocidad en las líneas debe ser proporcional a la longitud de las mismas. De este modo, si una línea tiene capacidad e inducción por unidad de longitud C y L respectivamente, y una segunda línea de la misma impedancia característica tiene una longitud n veces mayor que ésta, el sincronismo temporal implica que su capacidad e inducción por unidad de longitud, L' y C' , cumplan las relaciones

$$\frac{1}{\sqrt{L'C'}} = \frac{n}{\sqrt{LC}} \quad \text{y} \quad \sqrt{\frac{L'}{C'}} = \sqrt{\frac{L}{C}} . \quad (2.2)$$

El resultado es que la línea más larga debe tener una capacidad e inducción por unidad de longitud dadas por

$$C' = \frac{C}{n} \quad \text{y} \quad L' = \frac{L}{n} . \quad (2.3)$$

La capacidad e inducción total que introduce en el nudo una línea de parámetros C' y L' , cuya longitud $\Delta l'/2$ se elige de forma que los

pulsos la recorran en un tiempo $\Delta t/2$, vendrá dada por

$$C_T = \frac{C' \Delta l'}{2} = \frac{C'}{2} \frac{\Delta t}{\sqrt{C' L'}} = \frac{Y_0 \Delta t}{2}, \quad (2.4)$$

$$L_T = \frac{L' \Delta l'}{2} = \frac{L'}{2} \frac{\Delta t}{\sqrt{C' L'}} = \frac{Z_0 \Delta t}{2},$$

respectivamente. Ya que todas las líneas del nudo tienen la misma impedancia característica y, por razones de sincronismo, son recorridas por los pulsos en un tiempo $\Delta t/2$ común a todas ellas, se desprende de (2.4) que la capacidad e inducción total introducida por las doce líneas principales es idéntica, no siendo en general preciso el manejo de doce valores de C' y L' .

2.3.- LA MATRIZ DE DISPERSION.

Establecidos los conceptos iniciales, determinemos a continuación los elementos de la matriz de dispersión \tilde{S} . Su derivación se llevará a cabo en varias fases. En la primera la aplicación de las ecuaciones de Maxwell permitirá obtener una forma inicial para la misma en función de parámetros desconocidos. La determinación de estos parámetros se llevará a cabo mediante el establecimiento de condiciones de continuidad del potencial y condiciones que aseguren la conservación de la energía y la carga en los nudos.

2.3.1.- FORMA INICIAL DE LA MATRIZ: ECUACIONES DE MAXWELL Y CONSERVACION DE LA ENERGIA.

Consideremos un pulso unitario V_1^i incidente al nudo a través de la puerta 1. A este pulso se le asocian las magnitudes E_x y H_z propagándose en la dirección y . Dos ecuaciones de Maxwell acoplan estas tres magnitudes. La primera de ellas es

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t}, \quad (2.5)$$

que también relaciona estas magnitudes con la componente H_y del campo magnético propagándose en la dirección z . De ello se deduce que la línea 1 se acoplará con las líneas 2, 9 y 12 que definen las componentes y y direcciones de la ecuación (2.5). Por consiguiente, un pulso unitario incidente por la puerta 1 originará un pulso reflejado por la misma línea y sendos pulsos transmitidos a las puertas 2, 9 y 12. Supondremos que dichas amplitudes son a y b para las puertas 1 y 12 y, en virtud de la simetría impuesta, c para las líneas 2 y 9.

La otra ecuación de Maxwell que incluye las componentes E_x y H_z propagándose en la dirección x es

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t}, \quad (2.6)$$

que también incluye las componentes E_y y H_z viajando en la dirección x . Según (2.6), la línea 1 se acopla también con las líneas 3 y 11, por lo cual el pulso unitario incidente V_1^i genera además un pulso transmitido a la línea 3 de amplitud d y otro a la línea 11 de amplitud $-d$.

Las mismas consideraciones aplicadas a las otras cuatro ecuaciones de Maxwell completarían la matriz cuya forma inicial sería la siguiente

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	a	b	d						b		-d	c
2	b	a				d			c	-d		b
3	d		a	b				b			c	-d
4			b	a	d		-d	c			b	
5				d	a	b	c	-d		b		
6		d			b	a	b		-d	c		
7				-d	c	b	a	d		b		
8			b	c	-d		d	a			b	
9	b	c				-d			a	d		b
10		-d			b	c	b		d	a		
11	-d		c	b				b			a	d
12	c	b	-d						b		d	a

(2.7)

La obtención de los valores concretos de los elementos de la matriz de dispersión se lleva a cabo imponiendo tres condiciones: la condición de conservación de la energía, la de conservación de carga y la de continuidad del potencial.

El establecimiento de la conservación de la energía en el nudo es una condición independiente del método numérico. En efecto, es posible demostrar que para una unión formada por N líneas, cuya transformación entre tensiones incidentes y reflejadas se rige por una matriz de dispersión \tilde{S} de la forma

$$\tilde{\mathbf{V}}^r = \tilde{\mathbf{S}} \tilde{\mathbf{V}}^i , \quad (2.8)$$

la condición de conservación de la energía viene dada por la expresión matricial

$$\tilde{\mathbf{S}}^t \tilde{\mathbf{Y}} \tilde{\mathbf{S}} = \tilde{\mathbf{Y}} , \quad (2.9)$$

donde $\tilde{\mathbf{Y}}$ es la matriz diagonal cuyo elemento $Y_{i,i}$ es la admitancia de la rama i -ésima de la unión [47], [48].

En cuanto a las condiciones de conservación de carga y continuidad del potencial, éstas dependen de la estructura particular del nudo y por ello las consideraremos separadamente en los siguientes apartados.

2.3.2.- LA CONSERVACION DE LA CARGA.

Con el objeto de establecer una ley que dé cuenta de la necesaria conservación de la carga en los nudos, consideremos la ley circuital de Ampere en un medio de conductividad nula

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} , \quad (2.10)$$

Su expresión en diferencias finitas viene dada por

$$\frac{H_z(y + \Delta y) - H_z(y)}{\Delta y} - \frac{H_y(z + \Delta z) - H_y(z)}{\Delta z} = \epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} , \quad (2.11)$$

correspondiendo las coordenadas y, z a una cara del nudo e $(y+\Delta y)$ y $(z+\Delta z)$ a la cara opuesta. Identificando los campos con su análogo según

la tabla 2.1 y sustituyendo los incrementos por sus valores correspondientes, se obtiene

$$\frac{\frac{I_{12}}{w} - \frac{-I_1}{w}}{v} - \frac{\frac{-I_9}{v} - \frac{I_2}{v}}{w} = \epsilon \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{V_x}{u} \right) . \quad (2.12)$$

La ecuación anterior puede simplificarse en la forma

$$I_{12} + I_1 + I_9 + I_2 = C_x \frac{\partial V_x}{\partial t} , \quad (2.13)$$

donde se ha definido el término capacitivo C_x mediante la expresión

$$C_x = \epsilon \frac{vw}{u} , \quad (2.14)$$

Este término representa la capacidad total, asociada con la componente x del campo eléctrico, de un bloque de dimensiones (u,v,w) y constante dieléctrica ϵ .

La ecuación (2.13) es la ecuación de conservación de la carga en cualquier nudo de la red. Al no existir elementos en el nudo que almacenen carga, y teniendo en cuenta tensiones incidentes y reflejadas, se cumplirá que un pulso incidiendo por la línea 1 genera nuevos pulsos cuyas amplitudes cumplen la relación

$$\frac{1 - a - c - b - b}{Z_0} = 0 , \quad (2.15)$$

lo que lleva a la expresión final de conservación

$$1 - a - c - 2b = 0 . \quad (2.16)$$

Razonamientos totalmente análogos conducen a la obtención de leyes de conservación de la carga que incluyen a las otras líneas. De este desarrollo se obtienen además las correspondientes capacidades C_y y C_z , asociadas a las componentes E_y y E_z , que vienen definidas por

$$C_y = \epsilon \frac{uw}{v} \quad \text{y} \quad C_z = \epsilon \frac{uv}{w} . \quad (2.17)$$

2.3.3.- CONTINUIDAD DEL POTENCIAL.

Para que la analogía esté correctamente formulada, los parámetros desconocidos de la matriz de dispersión deben también forzar la continuidad del potencial. La condición se obtiene a partir de la ley de inducción de Faraday

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} . \quad (2.18)$$

Su correspondiente expresión en diferencias finitas es

$$\frac{E_y(x + \Delta x) - E_y(x)}{\Delta x} - \frac{E_x(y + \Delta y) - E_x(y)}{\Delta y} = -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} . \quad (2.19)$$

Identificando los campos en cada posición con su magnitud análoga e introduciendo las dimensiones del nudo, se obtiene la condición siguiente

$$\frac{\frac{V_{11}}{v} - \frac{V_3}{v}}{u} - \frac{\frac{V_{12}}{u} - \frac{V_1}{u}}{v} = -\frac{\mu}{w} \frac{\partial}{\partial t} (H_z w) . \quad (2.20)$$

La expresión anterior se puede simplificar. Para ello definamos una corriente común $I_z = H_z w$, asociada a las cuatro líneas que definen H_z , y una inducción total L_z , asociada a la componente H_z . Esta inducción L_z , que representa un medio de permeabilidad μ y dimensiones (u, v, w) , viene dada por

$$L_z = \mu \frac{uv}{w} . \quad (2.21)$$

Con estos dos nuevos términos, (2.20) se reduce a

$$V_{11} - V_3 - V_{12} + V_1 = L_z \frac{\partial I_z}{\partial t} = \frac{\partial \Phi_z}{\partial t} , \quad (2.22)$$

donde Φ_z es el flujo magnético, asociado con H_z , que atraviesa el plano x-y del nudo.

La ecuación (2.22) es la expresión cuantitativa de la discontinuidad de potencial existente en el nudo debida a la presencia de inducciones. En el nudo simétrico condensado no existen elementos que introduzcan tales inducciones y, por tanto, la condición de continuidad del potencial para un pulso unitario incidiendo por la puerta 1 es

$$1 + a - c - 2d = 0 . \quad (2.23)$$

La consideración de las componentes H_x y H_y conduce a expresiones

análogas, idénticas en realidad dada la simetría del nudo, y a la definición de las inducciones totales

$$L_x = \mu \frac{vw}{u} \quad y \quad L_y = \mu \frac{uw}{v} . \quad (2.24)$$

2.3.4.- SOLUCIONES DE LA MATRIZ DE DISPERSION.

La condición de conservación de energía (2.9) aplicada al nudo simétrico condensado conduce al siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} a^2 + 2b^2 c^2 + 2d^2 &= 1 , \\ 2b + 2bc &= 0 , \\ 2ad - 2cd &= 0 , \\ 2ac + 2b^2 - 2d^2 &= 0 , \end{aligned} \quad (2.25)$$

que junto a las condiciones de conservación de carga y continuidad del potencial,

$$1 - a - 2b - c = 0 , \quad (2.26)$$

$$1 + a - c - 2d = 0 ,$$

completan el sistema de ecuaciones que determinan los parámetros de la matriz de dispersión.

Es interesante destacar que la solución del anterior sistema de

ecuaciones no es única, sino que es posible encontrar cuatro soluciones distintas, todas ellas con significado físico [49].

La primera de las soluciones corresponde al caso $a=b=d=0$, $c=1$. Es fácil comprobar que el nudo así formado describe un modo de propagación unidimensional.

El segundo grupo de soluciones viene determinado por los valores $a=-1/2$, $b=c=1/2$ y $d=0$, que corresponde al modelado de los modos bidimensionales transversales magnéticos mediante nudos paralelos. En realidad, el nudo se comporta como tres nudos bidimensionales paralelos que no interaccionan entre sí.

El caso $a=c=d=1/2$ y $d=0$ también es solución del sistema y corresponde de nuevo a un problema bidimensional, pero esta vez se trata del modo transversal eléctrico descrito por el nudo serie bidimensional.

Nótese que en los tres casos anteriores coexisten tres modos de propagación de forma simultánea e independiente. En el primer caso, por ejemplo, un único nudo modela la propagación unidimensional en cada dirección sin que éstas interfieran entre sí.

El último grupo de soluciones es precisamente el que centrará nuestro interés por considerar la propagación global en las tres dimensiones espaciales. Este grupo corresponde a los valores $a=0$, $b=1/2$, $c=0$ y $d=1/2$. La matriz de dispersión del nudo simétrico tridimensional adquiere entonces la siguiente forma sencilla

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1		0.5	0.5						0.5		-0.5	
2	0.5					0.5				-0.5		0.5
3	0.5			0.5				0.5				-0.5
4			0.5		0.5		-0.5				0.5	
5				0.5		0.5		-0.5		0.5		
6		0.5			0.5		0.5		-0.5			
7				-0.5		0.5		0.5		0.5		
8			0.5		-0.5		0.5				0.5	
9	0.5					-0.5				0.5		0.5
10		-0.5			0.5		0.5		0.5			
11	-0.5			0.5				0.5				0.5
12		0.5	-0.5						0.5		0.5	

(2.27)

2.4.- EL MEDIO MODELADO CON EL NUDO SIMETRICO CONDENSADO SIN SINTONIZADORES.

Al llegar a este punto ya se han introducido prácticamente todos los términos que definen la analogía buscada, sin embargo, aún no se han determinado los parámetros de las líneas de transmisión necesarios para el modelado de un medio de constante dieléctrica ϵ y permeabilidad magnética μ .

El estudio lo llevaremos a cabo en dos partes. En primer lugar consideraremos el caso sencillo en el cual el nudo simétrico tiene idénticas

dimensiones en las tres direcciones, dejando para un apartado posterior el caso general de longitudes arbitrarias. Veremos que la separación no sólo responde a razones de sencillez, sino que además el tratamiento para dimensiones arbitrarias requiere nuevos elementos que añadan capacidad y/o inducción al nudo, lo que nos llevará a una nueva y última versión de nudo tridimensional simétrico condensado.

2.4.1. SIMULACION CON NUDOS HOMOGENEOS.

Consideremos un nudo de dimensiones $u=v=w=\Delta l$. Supongamos que las líneas de transmisión tienen una capacidad e inducción por unidad de longitud C y L , común a las doce líneas pues tienen idéntica longitud. La impedancia característica Z_0 de las mismas y la velocidad v_1 de los pulsos de tensión y corriente por las líneas individuales vendrán dadas por

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad y \quad v_1 = \frac{1}{\sqrt{LC}} . \quad (2.28)$$

Las capacidades e inducciones totales del medio no dependen en este caso de la dirección y vienen expresadas por

$$C_x = C_y = C_z = \epsilon \Delta l , \quad (2.29)$$

$$L_x = L_y = L_z = \mu \Delta l .$$

Por otro lado, la capacidad total C_x asociada con E_x , debida únicamente a las líneas 1, 2, 9 y 12 de longitud $\Delta l/2$, es

$$C_x = 2C\Delta l . \quad (2.30)$$

Las capacidades totales C_y y C_z tienen idéntico valor, pues también son originadas por la contribución de otras cuatro líneas de longitud $\Delta l/2$ e idéntica capacidad por unidad de longitud C .

En cuanto a las inducciones totales, cada una de ellas es originada por cuatro de líneas de transmisión de longitud $\Delta l/2$ e inducción por unidad de longitud L , con lo cual se cumplirá

$$L_x = L_y = L_z = 2L\Delta l . \quad (2.31)$$

De la comparación directa entre las ecuaciones (2.29), (2.30) y (2.31) se deduce la relación entre los parámetros de las líneas y el medio modelado, obteniéndose las identidades

$$\epsilon = 2C \quad \text{y} \quad \mu = 2L . \quad (2.32)$$

Finalmente, de (2.32) se deduce que la velocidad v de las ondas en el medio modelado es

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{2C2L}} = \frac{v_1}{2} . \quad (2.33)$$

El muestreo espacial y temporal introduce por supuesto una dependencia de la velocidad con la frecuencia que hace válida la relación

anterior solamente a bajas frecuencias. El estudio de la relación de dispersión que establezca esta dependencia es complejo y por ello se deja su desarrollo y análisis para el capítulo siguiente.

La ecuación (2.33) establece que la velocidad de los pulsos en las líneas individuales duplica a la del medio. La simulación del vacío implica entonces la elección de líneas de velocidad $2c$. La comprobación de esta relación para propagación a lo largo de una dirección es sencilla como se demuestra a continuación.

Supongamos una onda plana polarizada según la dirección y que se propaga en el sentido positivo del eje x . El problema corresponde a un plano $x=x_0$, para cuyos nudos se tiene un único pulso incidente por la puerta 3 de amplitud arbitraria V , constante en todo el plano. Es decir, en el plano $x=x_0$ se cumple

$$\begin{aligned} V_3^i &= V \\ V_n^i &= 0 \quad \forall n \neq 3 . \end{aligned} \tag{2.34}$$

Los pulsos reflejados en cada nudo del plano son

$$\begin{aligned} V_1^r &= V_4^r = V_8^r = -V_{12}^r = \frac{V}{2} \\ V_n^r &= 0 \quad n \neq 1, 4, 8, 12 . \end{aligned} \tag{2.35}$$

En el siguiente intervalo temporal éstos se convierten en pulsos incidentes

a los nudos adyacentes. Teniendo en cuenta la simetría impuesta por la condición de onda plana, los pulsos incidentes correspondientes son

$$-V_1^i = V_4^i = V_8^i = -V_{12}^i = \frac{V}{2} \quad (2.36)$$

$$V_n^i = 0 \quad n \neq 1, 4, 8, 12.$$

La dispersión de estos pulsos produce un único pulso de amplitud V transmitido a la puerta 11. Este se propaga en el segundo intervalo temporal hasta llegar al plano $x=x_0+\Delta l$, convirtiéndose en un único pulso incidente por la puerta 3. En definitiva, la situación original en la que pulsos de amplitud V incidían por la línea 3 del plano $x=x_0$, se ha propagado una distancia Δl invirtiendo en ello un tiempo $2\Delta t$. La velocidad de la onda es por tanto

$$v = \frac{\Delta l}{2\Delta t} = \frac{v_1}{2}, \quad (2.37)$$

tal y como era de esperar de (2.33)

2.4.2.- SIMULACION CON NUDOS DE DIMENSIONES ARBITRARIAS.

Aunque hasta el momento se ha mantenido en las ecuaciones la diferencia entre las dimensiones en cada dirección fundamental, veamos a continuación que la actual versión del nudo requiere que estas dimensiones sean iguales.

Supongamos que las características de un cierto problema permiten

suponer que la elección de una malla menos densa en una dirección, supongamos la dirección y , no afectará sensiblemente al resultado, proporcionando al mismo tiempo ventajas computacionales de memoria y tiempo de cálculo. Elijamos pues un nudo cuyas dimensiones sean

$$u = w = \Delta l \quad \text{y} \quad v = n\Delta l . \quad (2.38)$$

donde n es mayor que 1. El sincronismo entre los pulsos a través de las doce líneas de igual impedancia Z_0 requiere que se cumpla

$$C_1 = C_5 = C_7 = C_{12} = \frac{C}{n} , \quad (2.39)$$

$$L_1 = L_5 = L_7 = L_{12} = \frac{L}{n} ,$$

donde C y L son la capacidad e inducción por unidad de longitud de las líneas restantes.

Las capacidades e inducciones totales debidas a las doce líneas son

$$C_x = C_y = C_z = 2C\Delta l , \quad (2.40)$$

$$L_x = L_y = L_z = 2L\Delta l .$$

Por otra parte, un medio isótropo de constante dieléctrica ϵ y permeabilidad magnética μ , se modelará numéricamente de forma adecuada si se consiguen las siguientes capacidades e inducciones totales

$$\begin{aligned}
C_x &= \epsilon \frac{vw}{u} = n\epsilon \Delta l , & L_x &= \mu \frac{vw}{u} = n\mu \Delta l , \\
C_y &= \epsilon \frac{uw}{v} = \frac{\epsilon \Delta l}{n} , & L_y &= \mu \frac{uw}{v} = \frac{\mu \Delta l}{n} , \\
C_z &= \epsilon \frac{uv}{w} = n\epsilon \Delta l , & L_z &= \mu \frac{uv}{w} = n\mu \Delta l . \quad (2.41)
\end{aligned}$$

De la igualación de (2.40) y (2.41) deberían obtenerse los parámetros desconocidos L y C. Evidentemente esto no es posible. Si se eligen C y L de forma que modelen el medio en la dirección y, se obtienen los siguientes valores

$$C = \frac{\epsilon}{2n} , \quad L = \frac{\mu}{2n} , \quad (2.42)$$

con lo cual la capacidad y la inducción modeladas por el nudo en la direcciones x y z, por tanto las constantes ϵ y μ del medio, serían inferiores al valor requerido por (2.41). Si, por el contrario, se eligen L y C para que modelen las capacidades e inducciones en las direcciones x, z, en la dirección y aparece un exceso tanto de capacidad como de inducción.

El propio desarrollo seguido para plantear la dificultad inherente al nudo simétrico condensado con dimensiones arbitrarias sugiere la solución: basta añadir nuevos elementos al nudo que incluyan el defecto de capacidad y/o inducción provocados por la asimetría. El resultado de esta generalización da lugar al nudo simétrico condensado con sintonizadores que se describe a continuación.

2.5.- EL NUDO SIMETRICO CONDENSADO CON SINTONIZADORES.

El nudo de dimensiones (u,v,w) está formado por las doce líneas principales o de enlace del nudo anterior, que se conectan con el mismo tipo de líneas de nudos adyacentes para formar la malla del TLM, más seis sintonizadores, líneas 13 a 18, que se acoplan a los campos E_x, E_y, E_z, H_x, H_y y H_z , respectivamente. Los tres primeros son sintonizadores abiertos que añaden capacidad al nudo, mientras que los tres últimos se encuentran cortocircuitados de modo que añaden inducción al nudo.

La capacidad e inducción de las líneas de enlace se elige de forma que los pulsos inviertan un tiempo común $\Delta t/2$ en recorrerlas y además se impone como condición que las doce líneas tengan idéntica impedancia característica $Z_0 = Y_0^{-1}$. La admitancia, normalizada a Y_0 , de los sintonizadores abiertos 13, 14 y 15 es Y_x, Y_y e Y_z , respectivamente, mientras que la impedancia, normalizada a Z_0 , de los sintonizadores cortocircuitados 16, 17 y 18 es Z_x, Z_y y Z_z . La capacidad e inducción por unidad de longitud de las nuevas líneas y su longitud, se eligen de forma que los pulsos de tensión y corriente los recorran en el tiempo $\Delta t/2$, con lo que se asegura el sincronismo. La capacidad total introducida por cada sintonizador abierto, o la inducción de cada sintonizador cortocircuitado, se obtiene sustituyendo en (2.4) los valores de Y_0 , ó Z_0 , por la correspondiente admitancia o impedancia característica de la línea considerada. La tabla 2.2 resume el resultado global de la capacidad e inducción introducida por cada línea del nudo.

TABLA 2.2.- CAPACIDAD E INDUCCION DE LAS LINEAS.

Línea	Tipo	Inducción	Capacidad
1-12	Principal	$Z_0\Delta t/2$	$Y_0\Delta t/2$
13	Sint. E_x		$Y_0Y_x\Delta t/2$
14	Sint. E_y		$Y_0Y_y\Delta t/2$
15	Sint. E_z		$Y_0Y_z\Delta t/2$
16	Sint. H_x	$Z_0Z_x\Delta t/2$	
17	Sint. H_y	$Z_0Z_y\Delta t/2$	
18	Sint. H_z	$Z_0Z_z\Delta t/2$	

Además de añadir capacidad o inducción, cada sintonizador introducido define una componente del campo electromagnético. La tabla 2.3 muestra las expresiones que relacionan las tensiones y corrientes en estas líneas con sus correspondientes magnitudes electromagnéticas.

TABLA 2.3.- COMPONENTES DEL CAMPO EN LOS SINTONIZADORES

Línea	Tipo	Campo Eléctrico	Campo Magnético
13	Sint. E_x	$E_x=V_{13}/u$	$H_x=0$
14	Sint. E_y	$E_y=V_{14}/v$	$H_y=0$
15	Sint. E_z	$E_z=V_{15}/w$	$H_z=0$
16	Sint. H_x	$E_x=0$	$H_x=I_{16}/u$
17	Sint. H_y	$E_y=0$	$H_y=I_{17}/v$
18	Sint. H_z	$E_z=0$	$H_z=I_{18}/w$

2.6.- LA MATRIZ DE DISPERSION.

La matriz de dispersión \tilde{S} tiene ahora dimensiones 18x18, con nuevos elementos que calcularemos a continuación siguiendo pasos semejantes a los descritos para el nudo sin sintonizadores.

Supongamos un pulso unitario incidente por la línea 1 del nudo con sintonizadores. Ya vimos anteriormente que una de las ecuaciones de Maxwell que relacionan este pulso con otras ramas del nudo es

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} . \quad (2.43)$$

Con esta ecuación se establece que el pulso incidente producirá un pulso reflejado por la línea 1 de amplitud a_{xz} , al mismo tiempo que se transmitirá un pulso de amplitud b_x por las líneas 2 y 9 y otro de amplitud c_{xz} por la línea 12. El segundo miembro contempla la posibilidad almacenamientos de carga en el nudo, carga que se asocia a la componente E_x . Esto implica que debe añadirse a la matriz de dispersión un nuevo pulso transmitido a la línea 13, de amplitud e_x todavía desconocida. Los subíndices x, z indican dependencia con E_x y H_z respectivamente. El motivo por el que los parámetros a y c se denotan con dos subíndices es porque éstos relacionan magnitudes que se encuentran en dos ecuaciones de Maxwell, la anterior y la componente z de la ley de inducción de Faraday. Por el contrario, los parámetros b y e relacionan magnitudes que aparecen únicamente en la componente x de la ley de Ampere y, por

tanto, requieren un solo subíndice para su identificación.

Considerando ahora un pulso unitario incidiendo por la línea 13, éste originará un pulso reflejado de amplitud h_x y sendos pulsos transmitidos a las líneas 1, 2, 9 y 12 de idéntica amplitud g_x .

Recordemos la condición de conservación de la carga en el nudo

$$I_{12} + I_1 + I_9 + I_2 = C_x \frac{\partial V_x}{\partial t} = \frac{\partial Q_x}{\partial t} . \quad (2.44)$$

Esta ecuación establece la pérdida de corriente en las líneas 1, 2, 9 y 12, líneas asociadas con E_x , es decir, pérdida debida a la acumulación de carga Q_x en el nudo, siendo ahora posible esta acumulación precisamente por la presencia del nuevo sintonizador E_x , línea 13, no conectado con líneas de nudos adyacentes.

Para el cálculo de esta variación cuando un pulso unitario incide por la línea 1 del nudo, basta considerar que en un tiempo $\Delta t/2$ el sintonizador ha pasado de estar descargado a tener una carga

$$Q_x = Y_0 Y_x \frac{\Delta t}{2} e_x . \quad (2.45)$$

Suponiendo que el proceso de carga del sintonizador se ha producido de forma lineal, la variación temporal de carga será precisamente

$$\frac{\partial Q_x}{\partial t} = Y_0 Y_x e_x = - I_{13} . \quad (2.46)$$

Por tanto, la ecuación de continuidad de la carga para un pulso incidiendo por la línea 1 del nudo con sintonizadores es

$$I_1 + I_2 + I_9 + I_{12} + I_{13} = 1 - a_{xz} - 2b_x - c_{xz} - e_x = 0 . \quad (2.47)$$

La simetría del nudo implica que la condición anterior es también válida para las puertas 2, 9 y 12.

En cuanto a la condición para un pulso unitario incidiendo por la puerta 13, la variación por unidad de tiempo de la carga en el sintonizador será función de la diferencia entre dos términos. El primero representa la carga introducida por el pulso incidente, $Y_x Y_0$, y el segundo es la carga final del sintonizador originada por la reflexión en el mismo, $Y_x Y_0 h_x$. En definitiva, el cambio de carga por unidad de tiempo es

$$\frac{\partial Q_x}{\partial t} = Y_x Y_0 (h_x - 1) = -I_{13} , \quad (2.48)$$

y la condición de conservación de la carga para la línea 13 queda de la forma siguiente

$$I_1 + I_2 + I_9 + I_{12} + I_{13} = (1 - h_x) Y_0 Y_x - 4g_x Y_0 = 0 . \quad (2.49)$$

La distribución de pulsos entre las líneas 1, 2, 9, 12 y 13 y la ley de conservación de la carga asociada se ha obtenido únicamente a partir de la componente x de la ecuación circuital de Ampere y de consideraciones de simetría. Los resultados obtenidos, así como la experiencia obtenida de los nudos bidimensionales, sugieren una visualización alternativa de la interacción incluida en la ley de Ampere. Esta consiste en considerar que

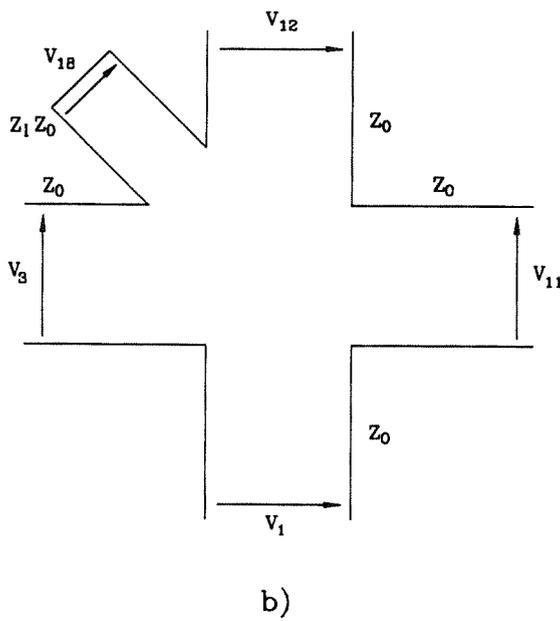
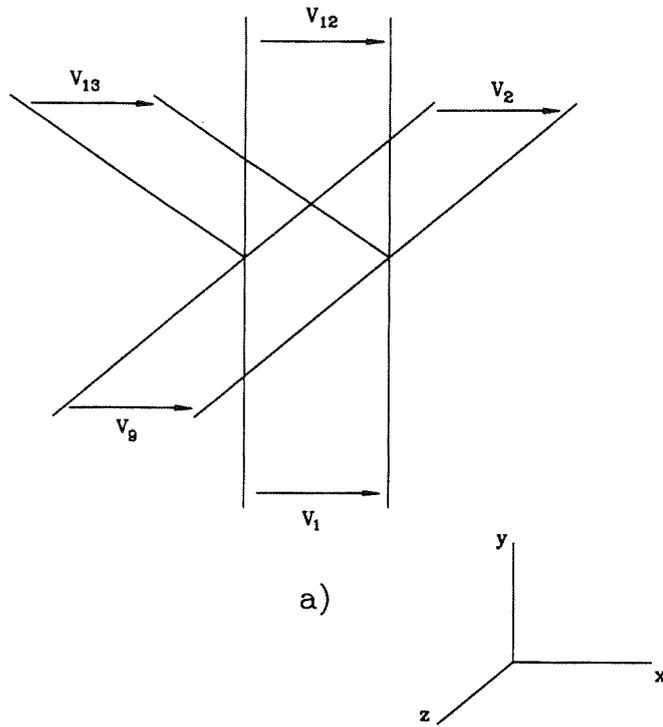


Fig. 2.2.- Circuitos paralelo y serie equivalentes .

la componente x de la ley de Ampere está representada por un circuito equivalente formado por la conexión en paralelo de las 5 líneas implicadas, figura 2.2.a. Efectivamente, la conservación de carga se explica inmediatamente de este modo, al igual que, como podrá comprobarse una vez calculados, fácilmente se obtienen los factores b_x , e_x , g_x y h_x , relacionados con las líneas 2, 9 y 13. La información obtenida para los factores a_{xz} y c_{xz} es únicamente cualitativa debido a que corresponden a términos que también aparecen en la ley de inducción de Faraday que trataremos a continuación.

La segunda ecuación que incluye al pulso incidiendo por la línea 1 es la componente z de la ley de inducción de Faraday, es decir,

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} . \quad (2.51)$$

En la ecuación anterior se relacionan los pulsos incidentes por las ramas 1, 3, 11, 12 y por el nuevo sintonizador 18 que, por definición, se acopla únicamente con H_z manteniendo $E_z=0$. La situación puede nuevamente ser visualizada como un circuito bidimensional, esta vez un circuito serie con un sintonizador cortocircuitado como el descrito en la figura 2.2.b.

Los nuevos elementos de la matriz de dispersión son fácilmente obtenidos. Así, un pulso unitario incidente por la línea 1 produce pulsos transmitidos de amplitud d_z y $-d_z$ a las líneas 3 y 11 respectivamente, y un nuevo pulso de amplitud f_z al sintonizador H_z . Si el pulso incide por la línea 18, éste se refleja parcialmente con amplitud j_z y el resto se transmite a las otras cuatro líneas con amplitud i_z para las líneas 1 y 11,

y $-i_z$ para las líneas 3 y 12.

Para obtener las nuevas condiciones de continuidad del potencial recordemos la expresión obtenida en el apartado 2.3.3,

$$V_1 - V_3 + V_{11} - V_{12} = -\frac{\partial \phi_z}{\partial t} . \quad (2.51)$$

El segundo miembro de (2.51) cuantifica la discontinuidad en el potencial debida a la presencia de términos inductivos, es decir, a la presencia del sintonizador H_z .

Estudiemos en primer lugar la condición de continuidad del potencial para un pulso unitario incidiendo por la línea 1. El pulso reflejado en un cierto instante recorre la longitud total del sintonizador en un tiempo $\Delta t/2$. En este tiempo, el flujo del sintonizador ha pasado de un valor inicial nulo a un valor

$$\phi_z = Z_0 Z_z \frac{\Delta t}{2} \left(-\frac{f_z}{Z_0 Z_z} \right) = -f_z \frac{\Delta t}{2} . \quad (2.52)$$

El signo negativo en (2.52) se debe a que la corriente reflejada es saliente al nudo y por tanto, según el criterio propuesto inicialmente, de valor negativo. La variación temporal, suponiendo comportamiento lineal, será entonces

$$\frac{\partial \phi_z}{\partial t} = -f_z = -V_{18}^r = -V_{18} . \quad (2.53)$$

La condición de continuidad de potencial para un pulso incidente por la línea 1 quedará entonces de la forma

$$V_1 - V_3 + V_{11} - V_{12} - V_{18} = 1 + a_{xz} - c_{xz} - f_z = 0 . \quad (2.54)$$

Para deducir la condición cuando el pulso unitario incide por la línea 18, tengamos en cuenta que el flujo en un tiempo $\Delta t/2$ pasa de un valor inicial $\Delta t/2$ a un valor final $-j\Delta t/2$. La variación temporal de flujo en el nudo es por tanto $-(j+1)=-V_{18}$, con lo cual la ecuación de continuidad del potencial es ahora

$$V_1 - V_3 + V_{11} - V_{12} - V_{18} = 4i_z - (1+j_z) = 0 . \quad (2.55)$$

Destaquemos de nuevo que la consideración de la ley de inducción de Faraday en el circuito serie de la figura 2.2.b permite la fácil obtención, no sólo de las ecuaciones de continuidad, sino también de los parámetros d_z, f_z, i_z y j_z .

Razonamientos análogos, teniendo en cuenta la totalidad de las líneas que forman el nudo, permiten establecer una matriz de dispersión cuyos elementos distintos de cero son los siguientes

Línea:		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
E:		x	x	y	y	z	z	z	y	x	z	y	x	x	y	z				
H:		z	y	z	x	x	y	x	x	y	y	z	z					x	y	z
1	x z	a	b	d						b	-d	c	g							i
2	x y	b	a			d				c	-d	b	g							-i
3	y z	d		a	b				b			c	-d	g						-i
4	y x			b	a			-d	c			b		g						i
5	z x			d	a	b	c	-d		b						g	-i			
6	z y		d		b	a	b		-d	c						g				i
7	z x			-d	c	b	a	d		b						g				i
8	y x			b	c	-d		d	a		b			g						-i
9	x y	b	c				-d			a	d	b	g							i
10	z y		-d		b	c	b			d	a					g				-i
11	y z	-d		c	b				b			a	d	g						i
12	x z	c	b	-d						b		d	a	g						-i
13	x	e	e							e		e	h							
14	y		e	e				e			e			h						
15	z				e	e	e			e						h				
16	x			f	-f		f	-f												j
17	y		-f			f			f	-f										j
18	z	f		-f							f	-f								j
L	E H																			
í																				
n																				
e																				
a																				

(2.56)

Con el objetivo de simplificar la notación, en la matriz anterior se han obviado los subíndices de los diferentes parámetros que la componen. En su defecto se han incluido explícitamente las componentes del campo asociadas con cada línea. Los subíndices correspondientes a cada parámetro de la matriz se deducen fácilmente de las componentes del

campo comunes a la fila y la columna a la que pertenece el parámetro. Así por ejemplo, para los tres primeros elementos de la primera columna, la dependencia completa sería

$$S_{11} = a_{xz}, \quad S_{21} = b_x \quad y \quad S_{31} = d_z. \quad (2.57)$$

2.7.- GRUPOS DE SOLUCIONES.

Obtenida la expresión genérica de la matriz de dispersión, resta la determinación de los parámetros de la misma. El conjunto de condiciones a imponer que permitirán este cálculo son de nuevo las de conservación de carga y continuidad de potencial descritas anteriormente, además de la ya conocida condición de conservación de la energía en el nudo definida por

$$\tilde{S}^t \tilde{Y} \tilde{S} = \tilde{Y}. \quad (2.58)$$

La imposición de las condiciones anteriores para la determinación de los parámetros a_{xz} , b_x , d_z , e_x , f_z , g_x , h_x , i_z y j_z , conduce al sistema de ecuaciones que se presenta a continuación.

Condiciones de conservación de la energía	Columnas implicadas
$a_{xz}^2 + 2b_x^2 + 2d_z^2 + c_{xz}^2 + e_x^2 Y_x + f_z^2 / Z_z = 1$	(1,1), (12,12)
$2a_{xz} c_{xz} + 2b_x^2 - 2d_z^2 + e_x^2 Y_x - f_z^2 / Z_z = 0$	(1,12)

Condiciones de

conservación de la energía

Columnas implicadas

$$a_{xz} g_x + 2b_x g_x + c_{xz} g_x + e_x h_x Y_x = 0 \quad (1,13), (12,13)$$

$$a_{xz} i_z - 2d_z i_z - c_{xz} i_z + f_z j_z / Z_z = 0 \quad (1,18), (12,18)$$

$$4g_x^2 + h_x^2 Y_x = Y_x \quad (13,13)$$

$$4i_z^2 + j_z / Z_z = 1 / Z_z \quad (18,18)$$

Condiciones de conservación de carga

$$1 - a_{xz} - c_{xz} - 2b_x - e_x Y_x = 0$$

$$(1 - h_x) Y_x - 4g_x = 0$$

Condiciones de continuidad de potencial

$$1 + a_{xz} - c_{xz} - 2d_z - f_z = 0$$

$$4i_z - (1 + j_z) = 0 \quad (2.59)$$

La solución de otros grupos de parámetros asociados a otras componentes se plantea de forma similar obteniéndose sistemas análogos que además son independientes entre sí. Por este motivo, en lo sucesivo omitiremos los subíndices que indican la dependencia con las componentes, pudiendo deducirse éstos fácilmente teniendo en cuenta las líneas consideradas.

Tal y como sucedía en ausencia de sintonizadores, las soluciones obtenidas se agrupan en cuatro grandes grupos aunque el sentido físico de los mismos limita algunas de las soluciones.

Todas las soluciones comparten los siguientes parámetros

$$\begin{aligned} i &= \frac{2}{Z+4}, & j &= \frac{4-Z}{4+Z}, \\ g &= \frac{2Y}{Y+4}, & h &= \frac{Y-4}{Y+4}. \end{aligned} \tag{2.60}$$

En cuanto al resto de parámetros, el primero de los grupos corresponde a los valores

$$\begin{aligned} a &= \frac{-2}{4+Z} + \frac{2}{4+Y}, & b &= \frac{-Y}{2(4+Y)}, \\ c &= \frac{2}{4+Z} + \frac{2}{4+Y}, & d &= \frac{-Z}{2(4+Z)}. \end{aligned} \tag{2.61}$$

Recordemos el hecho de que una onda que atraviesa una discontinuidad produce una onda transmitida que siempre está en fase con ella. Los factores b y d anteriores representan precisamente coeficientes de transmisión de una onda, se requiere entonces que éstos sean positivos o cero para que la solución tenga sentido físico. En definitiva, este grupo solamente es válido si Z e Y son nulos, en cuyo caso nos encontramos ante la solución monodimensional del nudo sin sintonizadores, $a=b=d=0$ y $c=1$.

El segundo de los grupos se asocia al siguiente conjunto de parámetros

$$\begin{aligned}
 \mathbf{a} &= \frac{-2}{4+Z} + \frac{-Y}{2(4+Y)}, & \mathbf{b} &= \frac{2}{4+Y}, \\
 \mathbf{c} &= \frac{2}{4+Z} + \frac{-Y}{2(4+Y)}, & \mathbf{d} &= \frac{-Z}{2(4+Z)}.
 \end{aligned}
 \tag{2.62}$$

La imposición sobre la fase de la onda transmitida implica que el factor d sea cero, es decir, $Z=0$. El conjunto así descrito se reduce entonces al nudo paralelo bidimensional con sintonizadores y el modo de propagación simulado es el modo transversal magnético. La imposición $Z=0$ no es más que una consecuencia directa de que para describir este tipo de modos se requería un término que añadiese únicamente capacidad al medio.

El tercer grupo está formado por las soluciones

$$\begin{aligned}
 \mathbf{a} &= \frac{Z}{2(4+Z)} + \frac{2}{4+Y}, & \mathbf{b} &= \frac{-Y}{2(4+Y)}, \\
 \mathbf{c} &= \frac{-Z}{2(4+Z)} + \frac{2}{4+Y}, & \mathbf{d} &= \frac{2}{4+Z}.
 \end{aligned}
 \tag{2.63}$$

El sentido físico de la solución precisa que b sea cero. En este caso $Y=0$ y la matriz representa un modo transversal eléctrico como los descritos por los nudos bisimensionales serie. De nuevo, los sintonizadores paralelos desaparecen pues ahora se requieren elementos que suministren no capacidad, sino inducción al nudo.

Como sucedía en el nudo sin sintonizadores, en cada uno de los tres casos anteriores hay tres soluciones representadas por el nudo pero éstas

no interfieren entre sí. Por ejemplo, en el segundo grupo de soluciones, el nudo representa tres modos transversales magnéticos bidimensionales que se propagan en la red de manera independiente.

El último grupo será el que centrará nuestra atención ya que es el que contempla la propagación en tres dimensiones. La solución completa de este modo corresponde a los siguientes valores

$$\begin{aligned} a &= \frac{Z}{2(4+Z)} + \frac{-Y}{2(4+Y)}, & b &= \frac{2}{4+Y}, \\ c &= \frac{-Z}{2(4+Z)} + \frac{-Y}{2(4+Y)}, & d &= \frac{2}{4+Z}, \\ e &= \frac{2}{4+Y}, & f &= \frac{2Z}{4+Z}, \\ g &= \frac{2Y}{4+Y}, & h &= \frac{Y-4}{Y+4}, \\ i &= \frac{2}{4+Z}, & j &= \frac{4-Z}{4+Z}. \end{aligned} \tag{2.64}$$

De nuevo, los subíndices han sido omitidos obteniéndose los elementos de la matriz de dispersión tridimensional a partir de (2.64), particularizando para las componentes del campo asociadas a las líneas. Así, dado que las líneas 2 y 9 se asocian con los campos E_x y H_y , el elemento $S_{2,9}$ de la

matríz vendrá dado por

$$S_{2,9} = c = \frac{-Y_x}{2(4+Y_x)} + \frac{-Z_y}{2(4+Z_y)} . \quad (2.65)$$

2.8.- EL MEDIO MODELADO. VELOCIDAD DE LAS ONDAS.

Disponemos ya de un nudo con los suficientes elementos como para la consideración del caso general de entramado tridimensional con diferentes longitudes (u,v,w) . Determinemos pues los parámetros necesarios para el modelado de un medio isótropo de constante dieléctrica ϵ y permeabilidad magnética μ .

La simulación del medio requiere que el nudo presente las siguientes capacidades e inducciones en cada dirección

$$\begin{aligned} C_x &= \epsilon \frac{vw}{u} , & C_y &= \epsilon \frac{uw}{v} , & C_z &= \epsilon \frac{uv}{w} , \\ L_x &= \mu \frac{vw}{u} , & L_y &= \mu \frac{uw}{v} , & L_z &= \mu \frac{uv}{w} . \end{aligned} \quad (2.66)$$

Supongamos fijado el intervalo temporal Δt y la impedancia característica de las líneas principales Z_0 . La capacidad C_x asociada con las líneas 1, 2, 9, 12 y 13, viene dada por

$$C_x = 4 \frac{Y_0 \Delta t}{2} + Y_0 Y_x \frac{\Delta t}{2}, \quad (2.67)$$

donde $Y_x Y_0$ es la admitancia característica de la línea 13. De las dos ecuaciones anteriores se obtiene que la admitancia desconocida debe ser

$$Y_x = 2 \left\{ \frac{\epsilon v w}{Y_0 u \Delta t} - 2 \right\}. \quad (2.68)$$

Si las líneas principales se eligen de forma que su admitancia sea la del vacío, la ecuación anterior se puede expresar en la forma

$$Y_x = 2 \left\{ \frac{\epsilon_r v w}{u c \Delta t} - 2 \right\}, \quad (2.69)$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío y ϵ_r la constante dieléctrica relativa del medio.

Para modelar la permeabilidad magnética del medio $\mu = \mu_r \mu_0$, las líneas 4, 5, 7 y 8, de impedancia característica Z_0 , y la línea 16, de impedancia $Z_x Z_0$, deben ser tales que

$$L_x = \mu \frac{v w}{u} = 4 \frac{Z_0 \Delta t}{2} + Z_0 Z_x \frac{\Delta t}{2}, \quad (2.70)$$

con lo cual, si se elige Z_0 igual a la impedancia del vacío, la impedancia del sintonizador H_x debe ser

$$Z_x = 2 \left\{ \frac{\mu_r v w}{u c \Delta t} - 2 \right\}. \quad (2.71)$$

El resto de sintonizadores abiertos y cortocircuitados se determinan de igual manera, llegándose al resultado siguiente

$$\begin{aligned}
 Y_y &= 2 \left\{ \frac{\epsilon_r u w}{v c \Delta t} - 2 \right\}, \\
 Y_z &= 2 \left\{ \frac{\epsilon_r u v}{w c \Delta t} - 2 \right\}, \\
 Z_y &= 2 \left\{ \frac{\mu_r u w}{v c \Delta t} - 2 \right\}, \\
 Z_z &= 2 \left\{ \frac{\mu_r u v}{w c \Delta t} - 2 \right\},
 \end{aligned}
 \tag{2.72}$$

donde se ha supuesto que las líneas de enlace tienen una impedancia igual a la del vacío.

Nótese que si el medio en cuestión es el vacío, si además se cumple $u=v=w=\Delta l$ y, por último, se elige $\Delta t=\Delta l/(2c)$, es decir, líneas en las que la velocidad es $2c$, todas las admitancias de los sintonizadores abiertos e impedancias de los sintonizadores cortocircuitados se anulan como era de esperar de lo deducido para el nudo simétrico condensado sin sintonizadores.

2.9.- DEFINICION DE LOS CAMPOS Y ALIMENTACION.

Cada componente del campo se asocia con cinco de las doce líneas de transmisión, el valor de dicha componente será función de tensiones o intensidades en cinco líneas. El objetivo de este apartado es la obtención estas expresiones. Finalmente, en base a este conjunto de relaciones se definirá un nuevo conjunto de ecuaciones que simulen de forma separada la excitación de las diferentes componentes del campo.

Para la definición de E_x consideremos las líneas asociadas con esta componente, líneas 1, 2, 9, 12 y 13. La capacidad representada por cada una de ellas y las tensiones incidentes determinan la carga inyectada al nudo en la primera mitad del intervalo temporal. La expresión de esta carga es

$$Q = \frac{Y_0 \Delta t}{2} (V_1^i + V_2^i + V_9^i + V_{12}^i + Y_x V_{13}^i). \quad (2.73)$$

La conservación de la carga impone que la carga que abandona el nudo en la segunda mitad del intervalo temporal coincida con la que se inyecta en la primera mitad, es decir, con (2.73). Por consiguiente, la carga localizada en el nudo durante el intervalo temporal completo será

$$Q_T = Y_0 \Delta t (V_1^i + V_2^i + V_9^i + V_{12}^i + Y_x V_{13}^i). \quad (2.74)$$

Dado que la capacidad total introducida por las cinco líneas es

$$C_x = \frac{Y_0 \Delta t}{2} (4 + Y_x), \quad (2.75)$$

el campo total E_x existente en el nudo vendrá dado por

$$E_x = \frac{Q_T}{uC_x} = 2 \frac{(V_1^i + V_2^i + V_9^i + V_{12}^i + Y_x V_{13}^i)}{u(4 + Y_x)}. \quad (2.76)$$

Siguiendo razonamientos análogos que tengan en cuenta las demás líneas se definen las siguientes expresiones para las otras componentes del campo eléctrico

$$E_y = 2 \frac{(V_3^i + V_4^i + V_8^i + V_{11}^i + Y_y V_{14}^i)}{v(4 + Y_y)}, \quad (2.77)$$

$$E_z = 2 \frac{(V_5^i + V_6^i + V_7^i + V_{10}^i + Y_z V_{15}^i)}{w(4 + Y_z)}. \quad (2.78)$$

La función que determina H_x se deriva considerando el flujo magnético asociado a esta componente y de su relación con la inducción introducida por las líneas individuales.

La inducción total de las líneas que definen el campo H_x es

$$L_x = \frac{Z_0 \Delta t}{2} (4 + Z_x). \quad (2.79)$$

El flujo magnético que atraviesa el plano $x=\text{cte}$, asociado con H_x , durante la primera mitad del intervalo viene dado por

$$\phi_x = \frac{Z_0 \Delta t}{2} \left(-I_4^i + I_5^i - I_7^i + I_8^i + Z_x I_{16}^i \right). \quad (2.80)$$

Expresando las intensidades en función de las tensiones y la impedancia característica, y teniendo en cuenta la condición de continuidad del potencial, el flujo que atraviesa el nudo en el intervalo completo Δt es

$$\phi_T = \Delta t \left(-V_4^i + V_5^i - V_7^i + V_8^i + V_{16}^i \right). \quad (2.81)$$

Finalmente, el campo H_x vendrá dado por la expresión

$$H_x = \frac{\phi_T}{uL_x} = 2 \frac{\left(-V_4^i + V_5^i - V_7^i + V_8^i + V_{16}^i \right)}{u Z_0 (4 + Z_x)}. \quad (2.82)$$

De forma análoga se obtienen las expresiones para H_y y H_z que se incluyen a continuación

$$H_y = 2 \frac{\left(V_2^i - V_6^i - V_9^i + V_{10}^i + V_{17}^i \right)}{v Z_0 (4 + Z_y)}, \quad (2.83)$$

$$H_z = 2 \frac{(-V_1^i + V_3^i - V_{11}^i + V_{12}^i + V_{18}^i)}{w Z_0 (4 + Z_z)} . \quad (2.84)$$

El conjunto anterior de ecuaciones permite la obtención de las componentes del campo a partir de las tensiones existentes en la red, así como la resolución del problema inverso, es decir, el problema de la determinación de las tensiones necesarias para la excitación de las diferentes componentes del campo. Para obtener estas relaciones basta despejar cada una de las 18 tensiones que forman el nudo en función de los parámetros del nudo y de las componentes de campo. El resultado de esta operación conduce al resultado

$$V_1^i = (uE_x - wZ_0H_z)/2 ,$$

$$V_2^i = (uE_x + vZ_0H_y)/2 ,$$

$$V_3^i = (vE_y + wZ_0H_z)/2 ,$$

$$V_4^i = (vE_y - uZ_0H_x)/2 ,$$

$$V_5^i = (wE_z + uZ_0H_x)/2 ,$$

$$V_6^i = (wE_z - vZ_0H_y)/2 ,$$

$$V_7^i = (wE_z - uZ_0H_x)/2 ,$$

$$V_8^i = (vE_y + uZ_0H_x)/2 ,$$

$$V_9^i = (uE_x - vZ_0H_y)/2 ,$$

$$V_{10}^i = (wE_z + vZ_0H_y)/2 ,$$

$$V_{11}^i = (vE_y - wZ_0H_z)/2 ,$$

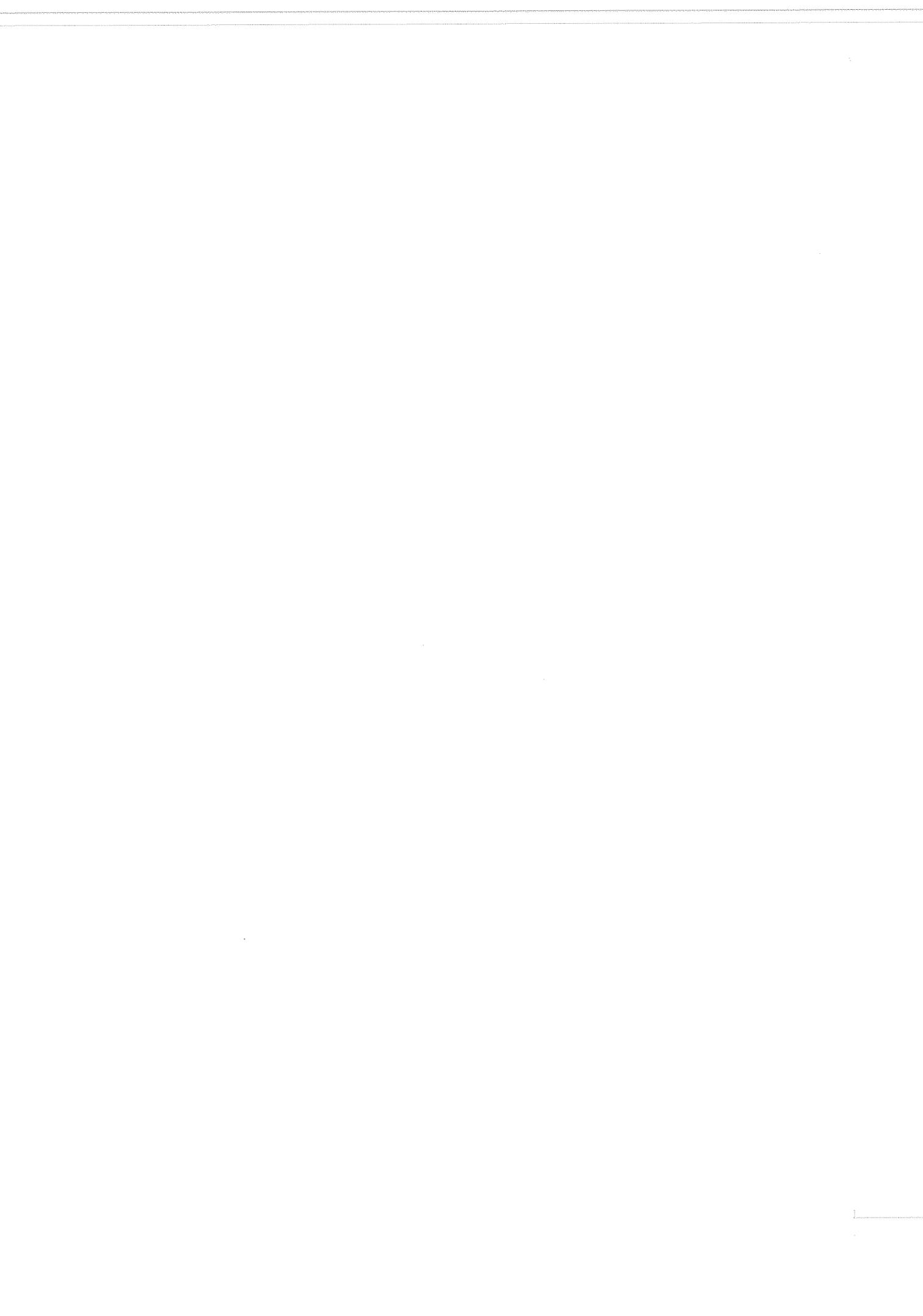
$$\begin{aligned}V_{12}^i &= (uE_x + wZ_0H_z)/2 , \\V_{13}^i &= uE_x/2 , \\V_{14}^i &= vE_y/2 , \\V_{15}^i &= wE_z/2 , \\V_{16}^i &= Z_xZ_0uH_x/2 , \\V_{17}^i &= Z_yZ_0vH_y/2 , \\V_{18}^i &= Z_zZ_0wH_z/2 .\end{aligned}\tag{2.85}$$

Para cada alimentación concreta se obtendrán mediante (2.85) el conjunto de 18 tensiones incidentes que deberán superponerse a las ya existentes en la malla, dispersadas y propagadas en tiempos anteriores.

Con este apartado se finaliza el estudio de todos los elementos que definen el nudo simétrico condensado con sintonizadores. La independencia entre magnitudes en las tres direcciones, introducida por la inclusión de las nuevas líneas 13 a 18, permite la utilización de este nudo para la simulación de problemas electromagnéticos mediante un entramado de dimensiones arbitrarias en cada dirección. Asimismo, dado que cada punto del espacio se sustituye por un nudo independiente de los restantes, la utilización nudos con parámetros diferentes en cada punto, cada dirección o cada instante, permite una fácil simulación numérica de medios no homogéneos, anisótropos, no lineales o incluso sistemas en movimiento.

CAPITULO 3

PROPIEDADES DISPERSIVAS DEL NUDO SIMETRICO CONDENSADO



3.1.- INTRODUCCION.

El método de simulación mediante líneas de transmisión TLM, como cualquier método que para su desarrollo necesite una discretización del espacio y el tiempo, lleva asociado una relación de dispersión que restringe el rango de aplicabilidad del método. Esta dispersión determina la dependencia de la velocidad de fase y grupo con la frecuencia y la dirección de propagación de la onda aun en el caso en que se simule un medio no dispersivo.

Para longitudes de onda mucho mayores que una celda unidad, se puede asumir que una onda se propaga con la misma velocidad en todas direcciones de la red de líneas de transmisión, pero cuando la frecuencia aumenta, la red se presenta como un medio anisótropo. El error resultante puede ser reducido eligiendo una malla con nudos de menores dimensiones, pero serán necesarios mayores recursos computacionales. Por tanto, el TLM debe ser calificado como un método para bajas frecuencias; es decir, para longitudes de onda mayores que la dimensión típica de una celda unidad.

Además de la dependencia de las velocidades de fase y grupo con la frecuencia, la relación de dispersión presenta, con periodicidad controlada por las unidades de muestreo espacial y temporal, una serie de bandas de frecuencia prohibidas, en las que cualquier señal excitada en

esta banda es rápidamente atenuada. Las bandas prohibidas van acompañadas por otras bandas permitidas que contienen soluciones no físicas. Para algunas direcciones, las soluciones no físicas se encuentran a frecuencias inferiores a la máxima permitida por el teorema de Shannon o del muestreo, formando los llamados modos espúreos. Afortunadamente en el TLM, los modos espúreos están separados de la rama de soluciones físicas mediante una banda prohibida y poseen frecuencias muy superiores a la máxima frecuencia válida que aconseja el muestreo espacial.

Debido al muestreo espacial y temporal que necesitan tanto el método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo (FD-TD) como el TLM, diversos trabajos han intentado establecer equivalencias entre ambos métodos [29]-[33] y sus relaciones de dispersión han sido frecuentemente comparadas [28], [38], [50], [51]. Los estudios parciales realizados en los trabajos anteriormente citados, llegan a la conclusión de que el TLM siempre presenta mejores características dispersivas que el método de diferencias finitas, pero como comprobaremos en este capítulo, las relaciones de dispersión de ambos métodos son similares cuando el factor de estabilidad de diferencias finitas, $s=v\Delta t/\Delta l$, toma su valor máximo $1/\sqrt{3}$ y algo a favor del TLM si al parámetro s se le asigna el valor $1/2$, generalmente utilizado en la práctica.

Las aplicaciones del método que presentaremos en capítulos posteriores se centran en estructuras conductoras sencillas y estructuras de hilos, con o sin cargas. Para las primeras, el nudo simétrico condensado sin sintonizadores proporciona resultados altamente satisfactorios mientras que para las segundas desarrollaremos nuevas estructuras a partir de este

mismo nudo. Es por este motivo que en lo sucesivo limitaremos el estudio al nudo simétrico condensado sin sintonizadores con igual dimensión en las tres direcciones fundamentales.

3.2.- LA RELACION DE DISPERSION.

Para encontrar la relación de dispersión del método TLM, vamos a seguir un procedimiento matricial similar al descrito en [37], [50] y [51]. Consideremos el estudio del vacío mediante un entramado de nudos del TLM, formado por puntos equiespaciados una distancia Δl a lo largo de los tres ejes cartesianos. La velocidad de los pulsos individuales en las líneas de transmisión es $2c$, con lo cual la velocidad de propagación en el medio a bajas frecuencias es la velocidad de la luz.

Supongamos que a través de la red se propaga una onda plana monocromática de frecuencia ω y vector de onda $\vec{k}=k_x\hat{x}+k_y\hat{y}+k_z\hat{z}$, cuya dependencia con la frecuencia queremos determinar.

Para la derivación de la relación de dispersión, consideraremos relaciones entre las tensiones en nudos adyacentes. Se requerirán dos nudos: el primero de ellos será un nudo simétrico condensado usual que denominaremos nudo c . El segundo consistirá en un nudo especial, formado por las doce líneas de los seis nudos adyacentes al c que interaccionan con éste.

Definamos al matriz \tilde{V}_c de dimensiones (12×1) , cuya componente i -

ésima es la tensión en la línea i-ésima del nudo "c" y la matriz $\tilde{V}_t^\#$, también de dimensiones (12x1), cuyas componentes son las tensiones en el nudo adyacente. El superíndice # se introduce con el objeto de resaltar que las doce tensiones de este nudo se disponen en el siguiente orden: 12, 9, 11, 8, 7, 10, 5, 4, 2, 6, 3 y 1.

Los matrices de tensiones totales \tilde{V}_c y $\tilde{V}_t^\#$ en ambos nudos se dividirán a su vez en una parte incidente y otra reflejada al nudo. De esta forma

$$\tilde{V}_c = \tilde{V}_c^i + \tilde{V}_c^r, \quad (3.1)$$

$$\tilde{V}_t^\# = \tilde{V}_t^{\#i} + \tilde{V}_t^{\#r}.$$

La relación entre los pulsos incidentes y transmitidos del nudo c se obtiene a partir de la matriz de dispersión \tilde{S} del nudo simétrico condensado mediante

$$\tilde{V}_c^r = \tilde{S} \tilde{V}_c^i. \quad (3.2)$$

El vector de onda de los pulsos a través de las líneas es $k_0/2$, siendo $k_0 = \omega/c$ el número de onda correspondiente al vacío. Una vez reflejados, los pulsos del vector \tilde{V}_c se propagan por las líneas hasta incidir en el nudo t. Entre ambos conjuntos de tensiones existirá un desfase expresado por el término

$$\frac{k_0 \Delta l}{2} = \omega \Delta t , \quad (3.3)$$

donde Δt es el intervalo temporal utilizado. Así, se cumplirá la siguiente relación matricial entre tensiones

$$\tilde{V}_c^i = \tilde{T} \tilde{V}_t^{\#r} , \quad (3.4)$$

siendo \tilde{T} una matriz de dimensiones 12×12 definida de la forma

$$\tilde{T} = e^{-jk_0 \Delta l / 2} \tilde{I} , \quad (3.5)$$

donde \tilde{I} es la matriz identidad de las mismas dimensiones.

Por otra parte, la aplicación del teorema de Floquet a una malla tridimensional indefinida de nudos simétricos condensados, nos dice que si una onda plana y monocromática se propaga por la malla, los valores de tensión en los puntos descritos por los vectores de posición \vec{r} y $\vec{r} + \Delta \vec{r}$ vendrán dados respectivamente por

$$V(\vec{r}, t) = V_0 e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} , \quad (3.6)$$

$$V(\vec{r} + \Delta \vec{r}, t) = V_0 e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot (\vec{r} + \Delta \vec{r}))} .$$

Si asociamos el vector \vec{r} con el nudo c y el vector $\vec{r} + \Delta \vec{r}$ con el nudo t , la tensión en ambos viene relacionada por la ecuación

$$V_t(t) = V_c(t) e^{-j\vec{k} \cdot \Delta \vec{r}} . \quad (3.7)$$

El desarrollo de esta expresión para cada una de las tensiones del nudo nos lleva a las ecuaciones siguientes

$$V_{t12} = V_{c12} e^{jk_y \Delta l} ,$$

$$V_{t9} = V_{c9} e^{jk_x \Delta l} ,$$

$$V_{t11} = V_{c11} e^{jk_x \Delta l} ,$$

$$V_{t8} = V_{c8} e^{jk_z \Delta l} ,$$

$$V_{t7} = V_{c7} e^{jk_y \Delta l} ,$$

$$V_{t10} = V_{c10} e^{jk_x \Delta l} ,$$

$$V_{t5} = V_{c5} e^{-jk_y \Delta l} ,$$

$$V_{t4} = V_{c4} e^{-jk_z \Delta l} ,$$

$$V_{t2} = V_{c2} e^{-jk_z \Delta l} ,$$

$$V_{t6} = V_{c6} e^{-jk_x \Delta l} ,$$

$$V_{t3} = V_{c3} e^{-jk_z \Delta l} ,$$

$$V_{t1} = V_{c1} e^{-jk_y \Delta l} . \tag{3.8}$$

El conjunto de expresiones anteriores se puede condensar en la relación matricial siguiente

$$\tilde{V}_t^{\#} = \tilde{P} \tilde{V}_c, \quad (3.9)$$

a través de la definición de la matriz \tilde{P} cuyos elementos distintos de cero son:

$$\begin{aligned} P_{1,12}=P_{5,7}= e^{jK_y \Delta l}, \quad P_{2,9}=P_{4,8}= e^{jK_z \Delta l}, \quad P_{3,11}=P_{6,10}= e^{jK_x \Delta l}, \\ P_{7,5}=P_{12,1}= e^{-jK_y \Delta l}, \quad P_{8,4}=P_{9,2}= e^{-jK_z \Delta l} \text{ y } P_{10,6}=P_{11,3}= e^{-jK_x \Delta l}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

La ecuación (3.9) también se aplica para las componentes incidentes y reflejadas por separado, es decir, se cumple

$$V_t^{\#i} = \tilde{P} V_c^i, \quad (3.11)$$

$$V_t^{\#r} = \tilde{P} V_c^r.$$

Como consecuencia de la aplicación sucesiva de (3.4), (3.11) y (3.2), se cumplirá

$$V_c^i = \tilde{T} V_t^{\#r} = \tilde{T} \tilde{P} V_c^r = \tilde{T} \tilde{P} \tilde{S} V_c^i. \quad (3.12)$$

La existencia de una solución de (3.12) diferente de la trivial conduce a la siguiente ecuación de autovalores

$$\det [\tilde{I} - \tilde{T} \tilde{P} \tilde{S}] = 0. \quad (3.13)$$

Esta ecuación consituye la relación de dispersión buscada ya que es una función implícita del vector de onda \vec{k} y $k_0=\omega/c$, cuya solución proporciona la relación entre ambas magnitudes y, por tanto, la dependencia de las velocidad de fase con la frecuencia.

3.3.- VELOCIDADES DE FASE Y DE GRUPO.

En este apartado presentaremos la velocidad de fase en función de la frecuencia en la malla del TLM para las tres direcciones principales. De los resultados obtenidos será posible determinar el rango de bajas frecuencias para el cual las ondas se propagan en ausencia de dispersión. Para obtener estas velocidades se ha resuelto numéricamente la ecuación (3.13) para cada dirección, con lo que se obtiene la relación buscada entre el número de onda y la frecuencia [52].

Tratemos en primer lugar la propagación a lo largo de los ejes. La simetría del nudo hace que las tres direcciones marcadas por los ejes cartesianos sean equivalentes, por lo que nos restringiremos al estudio de la propagación a lo largo del eje x , dirección $[1,0,0]$. En esta dirección, la solución de (3.13) denota ausencia de dispersión, ya que la velocidad de fase de las ondas es igual a la velocidad de la luz independientemente de la frecuencia de las mismas.

La solución numérica obtenida para la dirección $[1,1,0]$ conduce a la función representada en la figura 3.1. En ésta se muestra la velocidad de fase v_f , normalizada a la de la luz, frente a la frecuencia normalizada $\Delta l/\lambda_0$, siendo λ_0 la longitud de onda en el vacío, longitud asociada con el número de onda k_0 .

En primer lugar, se aprecia en la figura una frecuencia normalizada de corte de valor 0.5, por debajo de la cual se encuentra una banda de

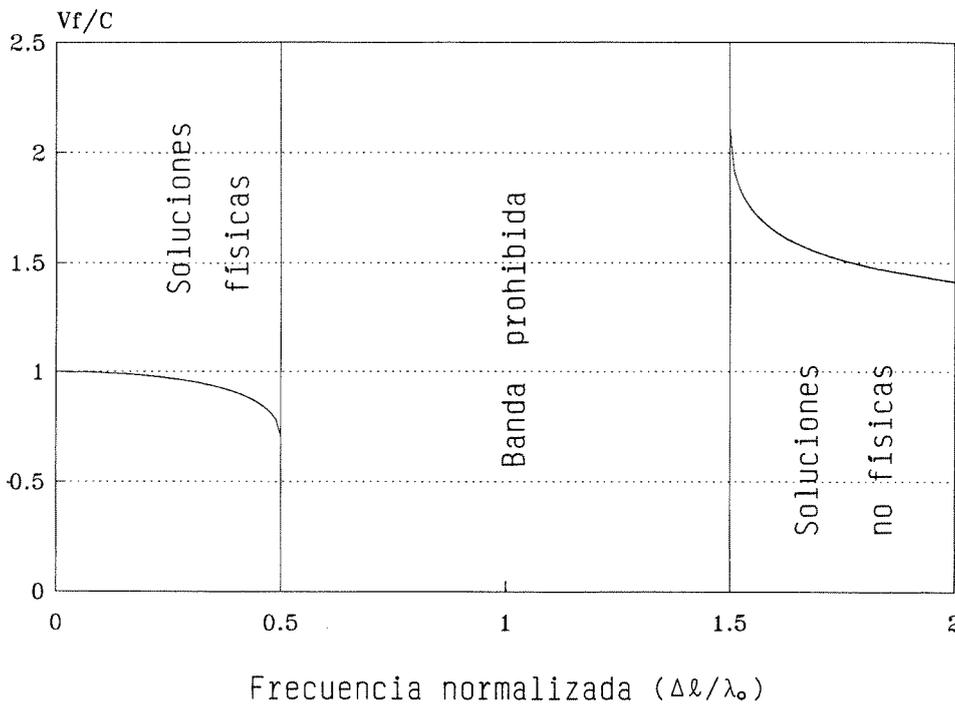


Figura 3.1.- Relación de dispersión para la dirección [1,1,0].

soluciones físicas. Esta zona corresponde a las frecuencias con número de onda real puro y velocidad inferior o igual a la de la luz. La velocidad de fase en esta banda puede ser considerada constante e igual a c para frecuencias por debajo de un valor cercano a 0.1, como es usual en la mayoría de los métodos numéricos. Por encima de esta frecuencia normalizada, la dispersión se hace cada vez más evidente, lo que se traduce en una disminución la velocidad de fase, tanto mayor cuanto más cerca nos encontremos de la frecuencia de corte.

Para frecuencias superiores a la de corte, se encuentra una nueva zona en la cual el vector de onda se hace complejo. El término imaginario produce una rápida disminución de la amplitud de las ondas en el medio por lo que esta región corresponde a una banda prohibida.

El aumento de la frecuencia de las ondas por encima de la frecuencia normalizada 1.5, genera nuevas zonas de bandas prohibidas que se alternan con regiones en las cuales el vector de onda es real y la velocidad de fase superior a la de la luz. Todas estas regiones corresponden a soluciones no físicas que surgen como resultado de la periodicidad de la función $e^{-jk_0\Delta l/2}$ que aparece en la matriz de transmisión \tilde{T} definida anteriormente.

Es interesante hacer notar que el teorema de Shannon limita las frecuencias válidas a valores inferiores a $\Delta l/\lambda_0=1$. Para obtener este valor máximo debe tenerse en cuenta que la onda en el entramado de líneas se propaga a una velocidad mitad a la de las líneas individuales, por lo cual la relación entre los intervalos espacial y temporal es $\Delta l=2c\Delta t$.

La función obtenida numéricamente y representada en la figura 3.1 corresponde exactamente a la expresión analítica

$$\frac{v_f}{c} = \frac{\pi (\Delta l/\lambda_0)}{\sqrt{2} \arccos \left[\sqrt{2} \cos \left(\frac{\pi \Delta l}{2 \lambda_0} \right) \right]} \quad (3.14)$$

La ecuación (3.14) coincide con la relación que expresa la

dispersión del método FD-TD en esta misma dirección cuando el parámetro de estabilidad $s=c\Delta t/1$ es igual a $1/2$ [38].

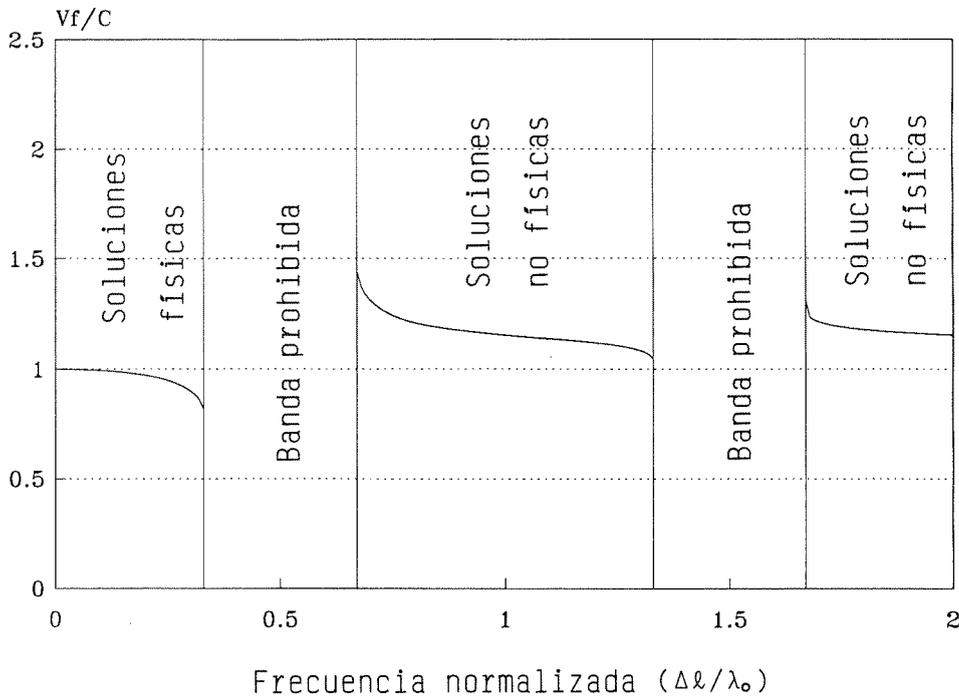


Figura 3.2.- Relación de dispersión para la dirección [1,1,1].

La figura 3.2 muestra la velocidad de fase en función de la frecuencia normalizada para la dirección [1,1,1]. La rama de modos físicos en esta dirección aparece para frecuencias inferiores a $\Delta l/\lambda_0=1/3$. Por encima de esta región se intercalan zonas prohibidas y zonas de soluciones no físicas donde la propagación tendría lugar a velocidad superior a la de la luz. La segunda banda proporciona soluciones no físicas en la región de

frecuencias permitida por el muestreo temporal o el teorema de Shannon, por lo que esta banda concreta contiene modos espúreos. Afortunadamente, como comentamos en la introducción a este capítulo, la banda de modos espúreos es fácilmente eliminable de la solución final ya que está separada de ésta por una zona prohibida y, además, se encuentra muy alejada de la frecuencia normalizada, $\Delta l/\lambda_0=1$, sobre la que podemos situar la máxima frecuencia válida recomendada por el muestreo espacial [53].

Para esta dirección, la dispersión obtenida numéricamente viene representada exactamente por la función analítica siguiente

$$\frac{v_f}{c} = \frac{\pi (\Delta l/\lambda_0)}{\frac{\sqrt{3}}{2} \arcsen \left[\frac{2}{\sqrt{3}} \sen \left(\pi \frac{\Delta l}{\lambda_0} \right) \right]}, \quad (3.15)$$

que nos permitirá la obtención de la velocidad de grupo por simple derivación.

En la figura 3.3 se muestra la relación de dispersión de los métodos TLM y FD-TD para las tres direcciones principales. Se ha utilizado el valor máximo para el factor de estabilidad del método de diferencias finitas en tres dimensiones, es decir, $s=1/\sqrt{3}$. En la figura se observa que ambos métodos presentan ausencia de dispersión para una dirección, [1,0,0] en el TLM y [1,1,1] en FD-TD. La comparación de las direcciones [1,1,1] y [1,1,0] en ambos métodos pone de manifiesto las mejores características dispersivas del método de líneas de transmisión. La ausencia de resultados previos acerca de la dispersión del TLM para la dirección [1,1,1] ha hecho

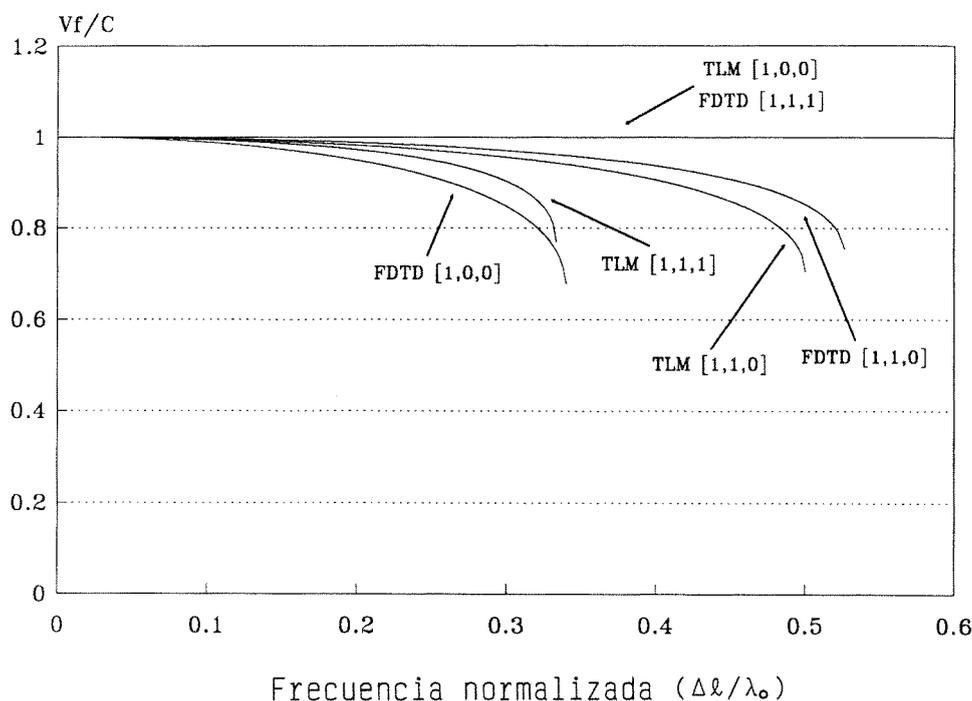


Figura 3.3.- Velocidad de fase en las tres direcciones fundamentales para los métodos TLM y FD-TD.

que algunos autores extrapolaran este comportamiento a todas las direcciones y asignaran un comportamiento global más satisfactorio al TLM, en cuanto a la dispersión de ondas se refiere. La solución numérica de (3.13) para esta dirección, ya mostrada en la figura 3.2, muestra sin embargo que en esta dirección el TLM presenta una dispersión mayor e incluso una frecuencia de corte inferior a FD-TD. La comparación global descrita por la figura 3.3 define pues una dispersión similar para ambos métodos en contra de lo establecido en diversos artículos [28], [38], [50], [51]. A medida que el factor s en el método de diferencias finitas se separa

de su valor máximo, la dispersión en todas direcciones se hace mayor; para el valor $s=1/2$, frecuentemente utilizado en aplicaciones prácticas [38], las características dispersivas del TLM son ligeramente superiores a las del método FD-TD.

La velocidad de grupo de las ondas para estas direcciones se obtiene fácilmente por derivación de las expresiones analíticas de la velocidad de fase (3.14) y (3.15),

$$\frac{v_g}{c} = \frac{\left\{ 1 - 2 \operatorname{sen}^2 \left(\frac{\pi}{2} \frac{\Delta l}{\lambda_0} \right) \right\}^{1/2}}{\cos \left[\frac{\pi}{2} \frac{\Delta l}{\lambda_0} \right]} \quad \text{para } [1,1,0], \quad (3.16)$$

$$\frac{v_g}{c} = \frac{\left\{ 1 - \frac{4}{3} \operatorname{sen}^2 \left(\pi \frac{\Delta l}{\lambda_0} \right) \right\}^{1/2}}{\cos \left[\pi \frac{\Delta l}{\lambda_0} \right]} \quad \text{para } [1,1,1], \quad (3.17)$$

$$\frac{v_g}{c} = 1 \quad \text{para } [1,0,0]. \quad (3.18)$$

Estas velocidades y las del método de diferencias finitas para $s=1/\sqrt{3}$ se muestran en la figura 3.4.

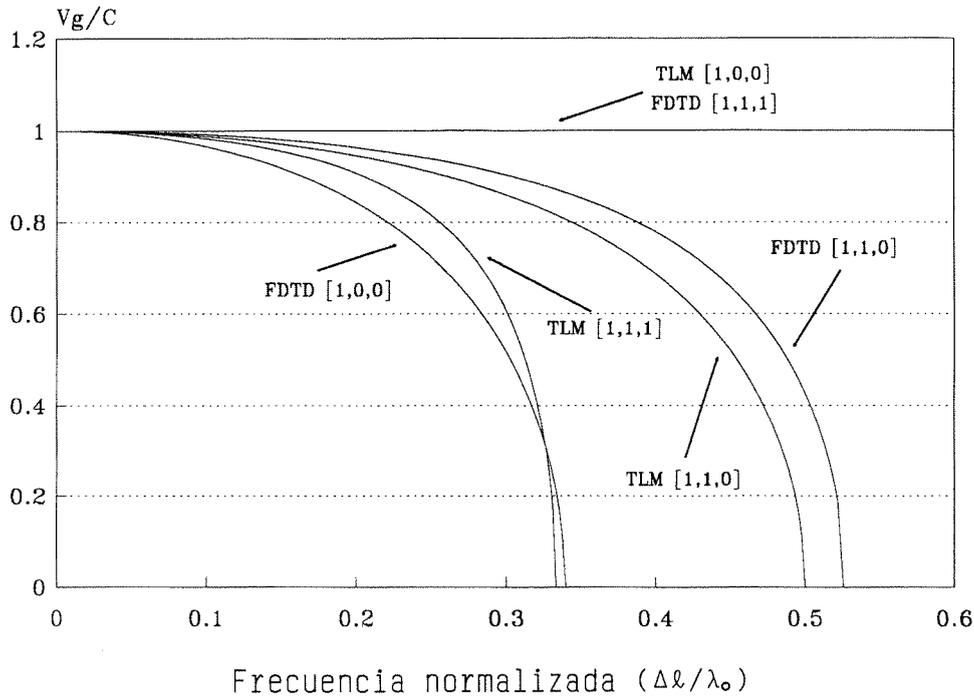


Figura 3.4.- Velocidad de grupo en las tres direcciones fundamentales para los métodos TLM y FD-TD.

3.4.- PROPAGACION DE UN PULSO. DISTORSION EN FRECUENCIAS.

En esta sección verificaremos la dependencia de la velocidad de fase con la frecuencia en cada una de las direcciones. Para ello se formará una red del TLM y se simulará la propagación de un pulso con un alto

contenido espectral a través de la misma. El espectro del pulso inicial se comparará con el espectro del pulso una vez éste haya recorrido una cierta distancia y se analizarán los resultados que confirmarán las relaciones de dispersión anteriormente obtenidas.

Las red que sustituye al medio está formada por 50 nudos simétricos condensados en cada dirección, siendo idénticas las dimensiones del nudo en las tres direcciones cartesianas. El campo incidente es un pulso Gaussiano de amplio contenido en frecuencias, cuya amplitud viene dada por

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-g^2 t^2}, \quad (3.19)$$

donde $E_0=1$ V/m, $g=36$ ns⁻¹ y la polarización depende de la dirección considerada.

La propagación a lo largo de un eje, en este caso [1,0,0], se ha simulado excitando la puerta 6 de todos los nudos en el plano $x=3$, obteniéndose la salida en el punto (10,10,10), ambos en unidades Δl . La dirección diagonal [1,1,0] se ha obtenido excitando las líneas 5 y 6 de los nudos situados en el plano $x+y=6$, perpendicular a [1,1,0]. Concretamente, en este plano se encuentran los puntos (5,1,z), (4,2,z), (3,3,z), (2,4,z) y (1,5,z), con z variando desde 1 a 50. Por último, la propagación a lo largo de la diagonal [1,1,1] es obtenida a través de la adecuada excitación de las líneas 2, 4, 5 y 6 de los 10 nudos incluidos en el plano perpendicular a dicha dirección, definido por la ecuación $x+y+z=6$. Los nudos mencionados son: (1,1,4), (1,2,3), (1,3,2), (1,4,1), (2,1,3), (2,2,2), (2,3,1), (3,1,2), (3,2,1) y (4,1,1).

Los resultados obtenidos se han representado en la figura 3.5. En esta se incluye la transformada de Fourier del pulso de salida para las tres propagaciones tratadas.

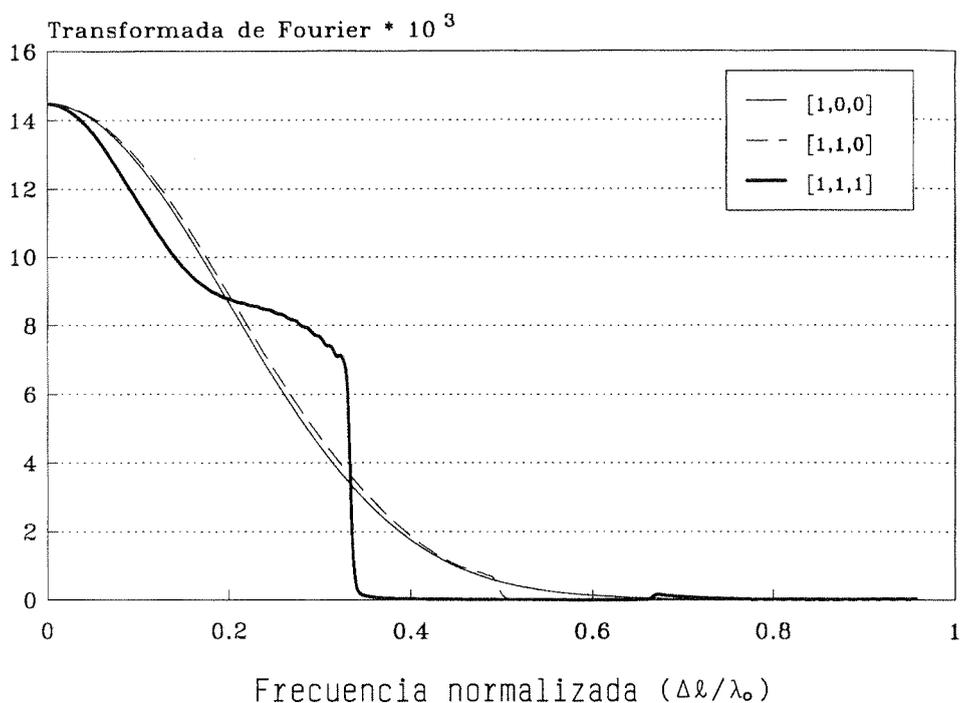


Figura 3.5.- Transformada de Fourier de una onda plana Gaussiana propagándose en las tres direcciones fundamentales.

El primer caso, correspondiente a la dirección $[1,0,0]$, coincide con la transformada del pulso incidente, lo que corrobora la ausencia de dispersión.

El resultado obtenido para la dirección $[1,1,0]$ muestra de forma

clara la existencia de la frecuencia de corte en $\Delta l/\lambda_0 = 0.5$ predicha en la sección anterior. También se observa una distorsión de la señal pero de pequeña amplitud debido a que el pulso incidente concentra buena parte de su energía a frecuencias mas bajas que la de corte.

Finalmente, la figura 3.5 muestra también el espectro de frecuencias del pulso propagándose en la dirección diagonal [1,1,1]. La mayor dispersión así como la frecuencia de corte son evidentes. En la banda prohibida, definida por las frecuencias normalizadas comprendidas entre $1/3$ y $2/3$, la amplitud de la señal es nula, habiéndose redistribuido la mayor parte de la energía incidente a frecuencias inferiores a la de corte. Asimismo, para frecuencias superiores a $\Delta l/\lambda_0 = 2/3$, la amplitud de la señal aumenta por encima de la amplitud incidente indicando el comienzo de la región de modos espúreos.

CAPITULO 4

CONDICIONES DE CONTORNO ABSORBENTES



4.1.- INTRODUCCION.

El método de modelado por líneas de transmisión es aplicable a multitud de problemas, siendo gran parte de ellos problemas de carácter electromagnético. A pesar de ello, la mayoría de las aplicaciones iniciales del TLM se centraron en el estudio de guías de ondas y otros dispositivos cerrados de microondas. El motivo reside en que el método simula con extrema sencillez la presencia tanto de paredes eléctricas como magnéticas, lo que convierte al TLM en una herramienta muy adecuada en el campo de las microondas.

La presencia de una superficie conductora eléctrica perfecta es simulada imponiendo que la componente tangencial a la superficie del campo eléctrico debe ser nula. Para ello, basta hacer coincidir el extremo de un nudo con la posición de la superficie y cortocircuitar los extremos de las líneas correspondientes. El proceso para una pared magnética, componente tangencial del campo magnético cero, se consigue dejando en circuito abierto las líneas correspondientes a dicha pared.

El tratamiento de fenómenos de radiación requiere el modelado de un espacio de dimensiones infinitas. Esto representa una clara limitación no sólo para el TLM, sino también para otros métodos basados en discretización del espacio simulado como son FD-TD y Elementos Finitos. Efectivamente, la representación de la totalidad del medio precisaría de un

almacenamiento en memoria de una cantidad infinita de variables. El espacio modelado debe ser entonces artificialmente truncado de acuerdo con los recursos de memoria y tiempo de cálculo disponibles. En general, este truncamiento artificial lleva asociado la aparición de ondas reflejadas que carecen de todo sentido físico, inexistentes en el problema real de dimensiones infinitas. Por tanto, el tratamiento de problemas de radiación conlleva el establecimiento de condiciones de contorno apropiadas que absorban, en la medida de lo posible, las reflexiones no físicas debidas al truncamiento de la red.

A pesar de que el TLM se aplicó en sus primeros años a algunos problemas en el espacio libre [54], pocas son las referencias en la literatura dedicadas al establecimiento de condiciones de contorno absorbentes. No es hasta finales de la década de los 80 en que aparecen los primeros trabajos que, bien incluyen apartados concretos relativos al modelado de espacios abiertos [55], o bien centran por completo su atención sobre las condiciones absorbentes [56]. Para la derivación de las condiciones utilizadas en estos trabajos, se mantenía la analogía inherente al método y se establecían coeficientes de reflexión para las tensiones incidentes a la frontera artificial, que se definían en base a teoría de líneas de transmisión. A estas condiciones, basadas en la sustitución del medio ausente por una impedancia equivalente de carga, las denominaremos condiciones de adaptación de impedancias.

Como hemos mencionado anteriormente, la necesidad de las condiciones de frontera es una característica común a diversos métodos numéricos. Esto ha originado un amplio estudio de condiciones derivadas

de forma independiente a los métodos numéricos y, por tanto, aplicables a todos y cada uno de ellos mediante una particularización adecuada a los mismos [57]-[69]. En este capítulo llevaremos a cabo un estudio del comportamiento de gran parte de estas condiciones generales cuando se aplican al método TLM y las compararemos con el grupo de condiciones de adaptación de impedancias, ya conocidas, con el objeto de determinar unas condiciones óptimas para el tratamiento de problemas de radiación electromagnética mediante el TLM. Las nuevas condiciones que estudiaremos a continuación presentan unas ciertas características en común, lo que sugiere su agrupación en dos tipos diferentes.

El primer grupo consiste en un conjunto de condiciones de contorno analíticas derivadas para la forma analítica de la ecuación de ondas, que permiten la propagación en una única dirección, la dirigida al exterior del dominio espacial. A este grupo lo denominaremos familia de ecuaciones de ondas unidireccional. Por supuesto, la aplicación de la familia de ecuaciones anteriores al método numérico requiere una discretización espacio-temporal de la ecuación analítica de acuerdo con las características propias del TLM.

El segundo grupo es esencialmente diferente al anterior en el sentido de que forman un conjunto de condiciones de contorno discretas, por tanto directamente aplicables numéricamente, obtenidas para la forma discreta de la ecuación de ondas. Por esta razón, a este grupo de soluciones las denominaremos familia de condiciones de contorno discretas.

Finalmente, es destacable el hecho de que la mayor parte de los trabajos existentes, relativos y no relativos a condiciones de contorno aplicadas al TLM, se limitan al estudio de problemas bidimensionales. Las conclusiones obtenidas son entonces extrapoladas al caso tridimensional, con lo que se da por finalizado el análisis. Esta forma de proceder parece razonable, pero en realidad no es posible asegurar la estabilidad numérica de una cierta condición, ni mucho menos que el comportamiento en lo que se refiere a estabilidad no dependa del orden de la ecuación.

Por otro lado, mucho más sorprendente es el hecho de que el principio de Huygens se cumple únicamente para órdenes impares de la ecuación de ondas. En efecto, supongamos un pulso de anchura temporal Δt propagándose en el espacio libre. Si el frente de este pulso alcanza un cierto observador en un instante t_1 , el efecto del pulso se dejaría notar para un tiempo tal que $t_1 \leq t \leq t_1 + \Delta t$ si el espacio R^n tiene dimensión n impar. Este es precisamente el principio de Huygens. Si, por el contrario, la señal se propaga en un espacio de dimensión par, los efectos del pulso persisten para todo tiempo superior a la llegada del frente del mismo, es decir, para $t \geq t_1$, con lo cual no se cumple el principio de Huygens [70], [71].

Por los motivos descritos anteriormente, el estudio de las condiciones de contorno se llevará a cabo de forma explícita para problemas en dos y tres dimensiones. Del mismo se confirmará el diferente comportamiento de la ecuación de ondas para distinto orden de la ecuación y se establecerán, de forma independiente, condiciones óptimas para el método numérico en dos y tres dimensiones [72].

4.2.- CONDICIONES DE CONTORNO ABSORBENTES.

En esta sección presentaremos una breve descripción de las condiciones de contorno estudiadas en esta memoria. Las condiciones se han agrupado en tres grandes grupos que se tratarán de forma separada, atendiendo a características comunes contenidas en su propio desarrollo.

4.2.1.- ECUACIONES DE ONDA UNIDIRECCIONAL.

Los primeros trabajos encaminados a la resolución de problemas de contorno se centraron en la obtención de ecuaciones analíticas obtenidas para la forma analítica de la ecuación de ondas [57], [60]-[64]. Posteriormente, su aplicación numérica imponía la discretización espacio-temporal tanto de la ecuación de ondas como de las propias condiciones de frontera. Por cuestiones de simplicidad, presentaremos a continuación el desarrollo de este tipo de condiciones únicamente para el caso bidimensional.

Consideremos la ecuación de ondas bidimensional

$$D_x^2 U + D_y^2 U - \frac{1}{c^2} D_t^2 U = 0 , \quad (4.1)$$

donde D_x , D_y , D_t denotan derivada parcial respecto de x , y , t , respectivamente. Definiendo el operador diferencial L de la forma

$$L \equiv D_x^2 + D_y^2 - \frac{1}{c^2} D_t^2, \quad (4.2)$$

la ecuación de ondas adquiere la siguiente forma sencilla

$$L U = 0. \quad (4.3)$$

La definición de los operadores diferenciales L^+ y L^- dados por

$$L^+ \equiv D_x + \frac{D_t}{c} \sqrt{1-s^2}, \quad (4.4)$$

$$L^- \equiv D_x - \frac{D_t}{c} \sqrt{1-s^2}, \quad (4.5)$$

donde

$$s = c \frac{D_y}{D_t}, \quad (4.6)$$

permite expresar formalmente la ecuación de ondas como

$$L U = L^+ L^- U = 0. \quad (4.7)$$

La factorización anterior es especialmente útil. En efecto, se puede comprobar que una onda plana $U(x,y,t)$ propagándose en el sentido negativo del eje x e incidiendo sobre el contorno $x=0$ bajo cualquier ángulo, cumple

$$L^-U = 0 . \quad (4.8)$$

Por tanto, (4.8) puede considerarse como una condición analítica que permite la propagación en una dirección y sentido, prohibiéndola en el sentido opuesto, el sentido entrante, razón por la cual recibe el nombre de condición de contorno de onda unidireccional.

La imposición de (4.8) elimina las reflexiones no físicas originadas en $x=0$ por la presencia de una frontera artificial. La condición de contorno para el plano $x=x_{\max}$ se obtiene de igual forma sin más que sustituir el operador L^- por el operador L^+ .

Desafortunadamente, la presencia del radical en (4.5) convierte al operador L^- en un operador pseudodiferencial pues éste es no local ni en el espacio ni en el tiempo. Esto significa que cualquier implementación numérica de la condición de contorno debe incluir una aproximación algebraica del radical que convierta al pseudooperador en local. De esta forma, la condición anterior tan solo absorberá perfectamente ondas planas incidiendo según un determinado número de ángulos, siendo éste número igual al orden de la aproximación [57].

Una aproximación genérica del radical en el intervalo $[-1,1]$ es propuesta por Trefethen en forma de cociente de polinomios en s [64]. Así, una aproximación denominada de tipo (m,n) vendrá dada por

$$\sqrt{1 - s^2} = \frac{p_m(s)}{q_m(s)}, \quad (4.9)$$

donde p_m y q_n son polinomios de orden n y m respectivamente.

La aproximación genérica de tipo (2,0)

$$\sqrt{1 - s^2} = p_0 + p_2 s^2, \quad (4.10)$$

donde p_0 y p_2 son constantes, conduce a la siguiente condición de segundo orden

$$D_{xx} - \frac{p_0}{c} D_{tt} - c p_2 D_{yy} = 0. \quad (4.11)$$

La elección de los coeficientes p_0 y p_2 depende del método de aproximación considerado y produce absorción perfecta para dos ángulos concretos.

La consideración de aproximaciones más complejas permite la definición de condiciones de contorno de órdenes superiores que produce absorción perfecta para un mayor número de ángulos de incidencia. En particular, la aproximación de tipo (2,2) define condiciones de contorno de orden 3, con absorción perfecta para tres ángulos de incidencia, cuyo valor depende de la elección concreta de los polinomios p_m y q_n [57].

Finalmente, la generalización al problema tridimensional se reduce a la sustitución del factor s en (4.6) por el siguiente término que incluye la dependencia en la coordenada z ,

$$s = c \sqrt{\frac{D_y^2 + D_z^2}{D_t^2}}, \quad (4.12)$$

con lo cual la condición de contorno de onda u para problemas tridimensionales en $x=0$ es

$$D_{xt} - \frac{p_0}{c} D_{tt} - c p_2 D_{yy} - c p_2 D_{zz} = 0. \quad (4.13)$$

4.2.2.- CONDICIONES DE CONTORNO DISCRETAS.

Las condiciones de contorno consideradas en el apartado anterior son ecuaciones analíticas que se derivan para la forma analítica de la ecuación de ondas. Por tanto, la resolución numérica del problema de propagación requiere la discretización tanto de la ecuación de ondas como de la correspondiente condición de frontera.

La característica más destacada del TLM es que no considera la resolución de las ecuaciones diferenciales de Maxwell, sino que directamente sustituye el problema original por uno análogo formado por un entramado de líneas de transmisión, cuya solución requiere simples multiplicaciones matriciales. Esta misma idea fue utilizada por Higdon que propuso un conjunto de condiciones discretas obtenidas directamente para la forma discreta de la ecuación de ondas [58]. De esta forma se elimina un paso en la resolución del problema, del mismo modo que el TLM elimina la necesidad de las ecuaciones diferenciales que modelan el

fenómeno de propagación electromagnética en cuestión.

Describamos brevemente el proceso seguido por Higdon en [58] y [65] para la obtención de este grupo de ecuaciones. De nuevo por sencillez nos limitaremos al caso bidimensional.

Consideremos una onda monocromática bidimensional

$$U(x,y,t) = e^{j\sigma x} e^{j\xi y} e^{j\omega t} . \quad (4.14)$$

Para un modelo discreto de puntos (i,l,n) , correspondientes a posiciones espaciales $(i\Delta x, l\Delta y)$ y tiempo $n\Delta t$, y definiendo los términos

$$k = e^{j\sigma\Delta x} \quad y \quad z = e^{j\omega\Delta t} , \quad (4.15)$$

la onda en este dominio espacio-temporal discreto puede representarse por

$$u_{il}^n = k^i e^{j\xi y} z^n . \quad (4.16)$$

Definamos asimismo los operadores de cambio espacial K y temporal Z mediante las expresiones

$$K u_{i,l}^n = u_{i+1,l}^n \quad y \quad Z u_{i,l}^n = u_{i,l}^{n+1} . \quad (4.17)$$

Las condiciones de contorno buscadas en el punto $(0,l,n+1)$ pueden expresarse mediante operadores polinómicos B en K y Z^{-1} que relacionan valores en la frontera $x=0$ y tiempo actual $n+1$, aún desconocidos, con valores interiores y/o previos en el tiempo, ya conocidos. De este modo, la condición de contorno buscada en $x=0$ puede escribirse en la forma

$$B(K, Z^{-1}) u_{0,l}^{n+1} = 0 \quad (4.18)$$

Con el objeto de definir un coeficiente de reflexión que nos permita establecer la bondad de las condiciones, consideremos la onda monocromática

$$u_{i,1}^n = c_1 k_1^i (e^{j\xi\Delta y})^i z^n + c_2 k_2^i (e^{j\xi\Delta y})^i z^n, \quad (4.19)$$

donde $k_1 = \exp(j\sigma_1\Delta x)$ y $k_2 = \exp(j\sigma_2\Delta x)$ son los términos correspondientes a ondas monocromáticas entrantes y salientes al medio respectivamente. La aplicación del operador B a la onda completa dada en (4.19) conduce a

$$c_1 \mathbf{B}(k_1, z^{-1}) + c_2 \mathbf{B}(k_2, z^{-1}) = 0, \quad (4.20)$$

lo que permite la obtención del coeficiente de reflexión

$$\mathbf{R}(\xi, z) = \frac{c_1}{c_2} = - \frac{\mathbf{B}(k_2, z^{-1})}{\mathbf{B}(k_1, z^{-1})}. \quad (4.21)$$

El problema se reduce pues a dos puntos básicos:

i) En primer lugar, se debe elegir el conjunto de operadores B de modo que minimicen, en la medida de lo posible, el coeficiente de reflexión (4.21). Idealmente deberá satisfacerse

$$\mathbf{B}(k_2, z^{-1}) = 0 \quad \forall z, \quad \forall k_2. \quad (4.22)$$

De esta forma, las ondas salientes al medio cumplirían la condición de contorno y no se originaría ninguna onda reflejada como consecuencia del truncamiento artificial del medio.

ii) La segunda restricción al operador B tiene que ver con la estabilidad de las condiciones. El criterio de estabilidad propuesto establece que, si $ke^{i\epsilon y}z^n$ es solución de la ecuación de ondas discreta, entonces B debe ser tal que

$$B(k, z^{-1}) \neq 0 \quad \text{para} \quad |z| \geq 1, \quad |k| \leq 1. \quad (4.23)$$

Ahora los números k y z son cualquier número complejo posible en la resolución numérica y constituyen una extensión de los factores espacial y temporal definidos en (4.15).

La aplicación de este criterio de estabilidad asegura la eliminación de ciertas soluciones no deseadas de la ecuación de ondas discreta. Las funciones filtradas por (4.23) se pueden agrupar en los dos tipos siguientes:

a) Soluciones con $|z| > 1$ y $|k| < 1$. Estas corresponden a funciones con un crecimiento exponencial con respecto al tiempo, evidentemente inestables.

b) Modos puramente oscilatorios correspondientes a $|z|=1$ y $|k|=1$. Es posible demostrar que este caso corresponde a una onda entrando al medio [66] y, por tanto, la condición asegura que las ondas entrantes no satisfacen la condición de contorno, siendo entonces eliminadas de la solución. Este caso no cubre la posibilidad de aparición de modos evanescentes, $|z|=1$ y $|k| < 1$, lo cual, por otra parte, no es necesario pues su decrecimiento exponencial en x asegura el confinamiento de la reflexión no física en un entorno de la frontera en $x=0$.

Es interesante destacar que las condiciones (4.22) y (4.23) son contradictorias para frecuencia cero. En efecto, a frecuencia ω , la relación entre ésta y las partes espaciales, σ y ξ , viene expresada por

$$\xi^2 = \sigma^2 + \omega^2 . \quad (4.24)$$

La forma cuadrática de (4.24) permite en general dos soluciones. Cuando la frecuencia ω es distinta de cero, una de las soluciones corresponde a la onda entrante al medio mientras que la segunda representa la onda saliente. Sin embargo, a frecuencia cero ambas soluciones coinciden, lo que conduce a la contradicción siguiente: si se anula la reflexión, se eliminan modos salientes pero también ondas entrantes, es decir, se viola la estabilidad; por contra, si se fuerza la estabilidad, el coeficiente de reflexión tendrá módulo 1, incumpléndose entonces la primera condición. Este hecho predice la posibilidad de inestabilidades a bajas frecuencias cuya existencia real comprobaremos en secciones posteriores.

Higdon propuso dos tipos de operadores de contorno de orden p dados por

i) Método promediado.

$$\mathbf{B}(\mathbf{K}, \mathbf{Z}^{-1}) = \left[\mathbf{I} - \left(\frac{\mathbf{I} + \mathbf{Z}^{-1}}{2} \right) \left(\frac{\mathbf{I} + \mathbf{K}}{2} \right) \right]^p . \quad (4.25)$$

ii) Método de extrapolación espacio-temporal

$$\mathbf{B}(\mathbf{K}, \mathbf{Z}^{-1}) = (\mathbf{I} - \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{K})^p . \quad (4.26)$$

Se puede demostrar que estas condiciones satisfacen el criterio de estabilidad en las frecuencias de interés, así como también definen un coeficiente de reflexión $R_p(\omega, z)$ que tiende a cero a medida que el orden de la aproximación p tiende a infinito [58], [65].

Sería deseable la utilización de operadores de orden tan grande como fuese manejable numéricamente, con el objeto de anular el coeficiente de reflexión. No obstante, la presencia de la inestabilidad a bajas frecuencias predicha anteriormente limita dicho orden a un valor máximo que depende del método. Veremos en secciones posteriores que el máximo orden aceptado por el TLM es dos en problemas bidimensionales y uno en problemas tridimensionales.

Como se verá en la sección siguiente, las condiciones discretas definidas por (4.25) y (4.26) resultan especialmente interesantes porque únicamente requieren datos interiores en la dirección perpendicular al plano $x=0$, aun cuando su aplicación reduce reflexiones para multitud de ángulos de incidencia. Esta dependencia unidireccional presenta además la ventaja de hacer iguales las expresiones de las condiciones en dos y tres dimensiones.

4.2.3.- CONDICIONES DE ADAPTACION DE IMPEDANCIAS.

Este grupo de condiciones ha sido derivado de forma expresa para el método TLM basándose únicamente en teoría de líneas de transmisión [55], [56]. Estas constituyen una extensión de las ya conocidas y

mencionadas condiciones utilizadas por el TLM en la simulación de paredes eléctricas y magnéticas mediante coeficientes de reflexión $R=-1$ y $R=1$ respectivamente.

Consideremos la obtención del coeficiente de reflexión requerido para un pulso de tensión incidiendo sobre el plano $x=0$, es decir, un pulso en las líneas 3 ó 6 de los nudos que limitan con el plano $x=0$. El coeficiente de reflexión de estos pulsos debe establecerse de modo que no se originen ondas reflejadas carentes de sentido físico. La situación es la correspondiente a una línea de transmisión individual de impedancia característica $Z_0=(\mu_0/\epsilon_0)^{1/2}$, conectada a un espacio infinito de impedancia $Z_m=(\mu_r/\epsilon_r)^{1/2}Z_0$. El coeficiente de reflexión buscado será entonces

$$\rho = \frac{\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r} - 1}}{\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r} + 1}} \quad (4.27)$$

Como ya vimos en el capítulo 2, el uso del nudo simétrico tridimensional condensado con sintonizadores de dimensiones diferentes en las tres direcciones cartesianas introduce una cierta anisotropía en el espacio simulado. Este hecho obliga a la elección de diferentes impedancias Z_x, Z_y, Z_z de los sintonizadores serie y admitancias Y_x, Y_y, Y_z de los sintonizadores paralelo, siendo entonces necesario el tratamiento separado de las condiciones de contorno para cada dirección de propagación.

Obtengamos por ejemplo el coeficiente correspondiente a un pulso V_3 propagándose por la línea 3 de los nudos situados en el plano $x=0$. Las componentes del campo asociadas a V_3 son E_x y H_z y los parámetros asociados a éstas son

$$Y_x = 2 \left[\frac{v w}{u} \frac{\epsilon_r}{c \Delta t} - 2 \right], \quad (4.28)$$

$$Z_z = 2 \left[\frac{u v}{w} \frac{\mu_r}{c \Delta t} - 2 \right].$$

Las constantes relativas del material para este pulso vienen dadas por

$$\epsilon'_{rx} = (Y_x + 4) \frac{c \Delta t}{2}, \quad (4.29)$$

$$\mu'_{rz} = (Z_z + 4) \frac{c \Delta t}{2}.$$

El coeficiente de reflexión para V_3 se obtiene de forma inmediata por simple sustitución de (4.29) en (4.27); concretamente

$$\rho_3 = \frac{\sqrt{\frac{\mu'_{rz}}{\epsilon'_{rx}} - 1}}{\sqrt{\frac{\mu'_{rz}}{\epsilon'_{rx}} + 1}}. \quad (4.30)$$

De forma similar se obtienen los coeficientes para el resto de pulsos del nudo, sin más que tener en cuenta las componentes del campo electromagnético correspondientes a la tensión considerada.

Tanto las condiciones de adaptación de impedancias, como los dos grupos anteriormente descritos se compararán sobre el nudo simétrico sin sintonizadores con dimensiones $u=v=w=\Delta l$. Para este caso particular, la constante dieléctrica y la permeabilidad magnética relativa es 1 para las tres componentes del campo eléctrico y magnético, lo que implica la anulación de los doce coeficientes de reflexión necesarios.

4.2.4.- OTRAS CONDICIONES DE CONTORNO.

En los apartados precedentes se han presentado los aspectos básicos de las condiciones de contorno que aplicaremos al método de modelado por líneas de transmisión. El abanico de posibilidades cubierto en este estudio numérico es considerablemente amplio. En efecto, éste abarca condiciones analíticas, condiciones discretas y ecuaciones derivadas específicamente para el método TLM. Sin embargo, es importante destacar que existen otras posibilidades que es conveniente mencionar en este apartado.

Una de las posibilidades no consideradas la constituyen las llamadas condiciones de radiación. Fundamentalmente, se trata de condiciones que utilizan un desarrollo asintótico de los campos en potencias de $1/r$ y que conducen a nuevas condiciones analíticas para la forma analítica de la

ecuación de ondas [61], [62]. Este grupo presenta grandes puntos en común con el conjunto de ecuaciones de onda unidireccionales, por lo que no se ha considerado explícitamente su aplicación al TLM.

Otra nueva posibilidad se desarrolla en [67] y representa una diferencia esencial con métodos previos. Este esquema utiliza el teorema de equivalencia para calcular los campos en la superficie externa a partir de los campos conocidos en el dominio interior. De esta forma, el esquema representa una formulación que calcula de forma exacta, salvo errores numéricos, los campos desconocidos en la frontera. Esta exactitud tiene como contrapartida un considerable aumento de cálculo para la determinación de los campos en la frontera.

4.3.- ESQUEMAS DISCRETOS.

En esta sección se presentan aproximaciones discretas de cada una de las condiciones de contorno descritas en los apartados anteriores para el plano $x=0$. Por la complejidad creciente de las expresiones con el orden de las aproximaciones, se muestran únicamente las condiciones que originan resultados estables en la solución numérica.

En las ecuaciones siguientes, $U^n(i,l,m)$ indica cada uno de los doce pulsos de tensión dispersados en el punto espacial $(i\Delta x, l\Delta y, m\Delta z)$ y en el instante $n\Delta t$. Es necesario, pues, el cálculo de forma paralela de los pulsos de tensión en presencia y ausencia de dispersor. Los primeros corresponden al campo total mientras que los segundos representan el

campo incidente. El campo dispersado se obtiene sustrayendo la componente incidente al campo total, siendo a esta componente dispersada a la que se le aplican las condiciones de contorno absorbentes.

En cuanto al campo incidente, simples consideraciones de simetría, derivadas de la condición de onda plana, permiten el establecimiento de condiciones de contorno adecuadas.

Es importante destacar que en las condiciones siguientes se relaciona el campo en el intervalo temporal actual, $n+1$, con valores del mismo uno y dos intervalos anteriores, es decir, en los intervalos n y $n-1$. Del estudio de las propiedades de propagación del nudo simétrico sin sintonizadores [24] se desprende que una onda plana invierte dos intervalos temporales en alcanzar un plano situado a una distancia de un intervalo espacial. Este y otros resultados observados sugieren que en el seno de la malla se propagan de forma casi independiente dos ondas muy similares, una en los intervalos pares y otra en los impares. En el vacío ambas ondas se propagarían sin interferencia mutua y sería la presencia de dispersores o elementos no lineales la razón por la cual ambas ondas interaccionarían. Así, las condiciones siguientes deberán aplicarse sustituyendo el tiempo actual y los dos anteriores, $n+1$, n y $n-1$, por los correspondientes al TLM, $n+2$, n y $n-2$. No obstante, se ha mantenido la notación con un solo intervalo de diferencia para identificar de forma directa las condiciones con las de los métodos más usualmente conocidos como son diferencias y elementos finitos.

4.3.1.- ECUACIONES DE ONDA UNIDIRECCIONAL.

La discretización de las ecuaciones analíticas de onda unidireccional de orden 2 dadas en (4.13) conduce a

$$U^{n+1}(0,1,m) = \frac{1}{p_0 + 1} \Lambda_1 - \frac{p_0}{p_0 + 1} \Lambda_2 - \frac{p_2}{p_0 + 2} (\Lambda_3 + \Lambda_4), \quad (4.31)$$

donde se han definido los términos

$$\begin{aligned} \Lambda_1 &= U^{n+1}(1,1,m) - U^{n-1}(1,1,m) + U^{n-1}(0,1,m), \\ \Lambda_2 &= U^{n+1}(1,1,m) - 2 U^n(1,1,m) - 2 U^n(0,1,m) \\ &\quad + U^{n-1}(1,1,m) + U^{n-1}(0,1,m), \\ \Lambda_3 &= U^n(1,1+1,m) - 2 U^n(1,1,m) + U^n(1,1-1,m) \\ &\quad + U^n(0,1+1,m) - 2 U^n(0,1,m) + U^n(0,1-1,m), \\ \Lambda_4 &= U^n(1,1,m+1) - 2 U^n(1,1,m) + U^n(1,1,m-1) \\ &\quad + U^n(0,1,m+1) - 2 U^n(0,1,m) + U^n(0,1,m-1). \end{aligned} \quad (4.32)$$

Para problemas bidimensionales, el término Λ_4 en (4.31) y (4.32) se anula.

Como ya se mencionó con anterioridad, la elección de diferentes valores para p_0 y p_2 establece dos ángulos para los cuales la absorción es perfecta. En [57] se presentan diversos conjuntos de parámetros con sus correspondientes ángulos de absorción perfecta. Un estudio numérico de estos conjuntos revela un comportamiento similar, por lo cual únicamente se incluirán resultados numéricos para un caso de orden dos y otro de primer orden. En lo que respecta a la aproximación de segundo orden, se han elegido los valores $p_0 = 1$ y $p_2 = -0.5$, aproximación de Padé, correspondientes a la condición de segundo orden propuesta por Engquist y Majda en [60]. En cuanto a la aproximación de primer orden, se presentará el caso $p_0 = 1$ y $p_2 = 0$ que equivale a la derivación con respecto del tiempo de la condición de contorno unidireccional de primer orden

$$\frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} = 0 . \quad (4.33)$$

Es posible la obtención de condiciones de tercer orden; sin embargo, su aplicación numérica al TLM conduce a la aparición de inestabilidades que no han podido ser salvadas siguiendo los procedimientos usuales.

4.3.2.- CONDICIONES DE CONTORNO DISCRETAS.

A continuación se incluye la forma explícita de las condiciones de contorno discretas determinadas por (4.25) y (4.26). Como se predecía en

la sección anterior, la incompatibilidad de las condiciones del operador de contorno a bajas frecuencias origina inestabilidades que, en el caso del método TLM, aparecen para órdenes superiores al segundo, motivo por el cual se presenta forma discreta de las condiciones únicamente hasta segundo orden.

EXTRAPOLACION ESPACIO-TEMPORAL.

$$p = 1 : \quad U^{n+1}(0,1,m) = U^n(1,1,m) , \quad (4.34)$$

$$p = 2 : \quad U^{n+1}(0,1,m) = 2 U^n(1,1,m) - U^{n-1}(2,1,m) .$$

METODO PROMEDIADO.

$$p = 1 : \quad U^{n+1}(0,1,m) = \frac{1}{3} [U^{n+1}(1,1,m) + \\ U^n(0,1,m) + U^n(1,1,m)] ,$$

$$p = 2 : \quad U^{n+1}(0,1,m) = \frac{1}{9} [6 U^{n+1}(1,1,m) - U^{n+1}(2,1,m) \\ + 6 U^n(0,1,m) + 4 U^n(1,1,m) - 2 U^n(2,1,m) \\ - U^{n-1}(0,1,m) - 2 U^{n-1}(1,1,m) - U^{n-1}(2,1,m)] . \quad (4.35)$$

Es importante destacar que las condiciones discretas anteriores requieren únicamente el conocimiento de las componentes del campo, en el TLM las tensiones individuales, en posiciones interiores localizadas perpendicularmente a la frontera. Este hecho es fundamental en la sencillez de las mismas ya que permite un tratamiento equivalente de puntos conflictivos en otros tipos de condiciones como son típicamente las esquinas.

4.3.3.- ADAPTACION DE LA IMPEDANCIA DE LA RED.

La condición de adaptación para nudo simétrico condensado sin sintonizadores y dimensiones $u=v=w=\Delta l$ se reduce a

$$U^{n+1}(0,1,m) = 0 , \quad (4.36)$$

4.4.- APLICACION A PROBLEMAS BIDIMENSIONALES.

Establecidas las condiciones de contorno, procedamos al estudio de su comportamiento una vez aplicadas al TLM. La comparación en problemas bidimensionales se llevará a cabo mediante la geometría descrita en la figura 4.1. La situación estudiada corresponde a un pulso Gaussiano definido por

$$\vec{E} = E_0 e^{-g^2 t^2} \hat{z} , \quad (4.37)$$

con $E_0=1$ (V/m) y $g=3$ ns⁻¹, viajando en la dirección $x+$ que incide sobre un

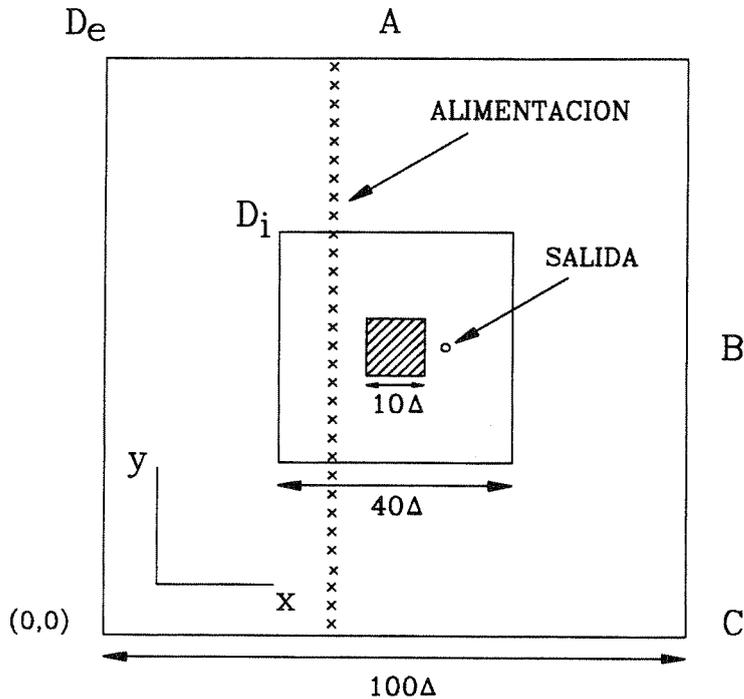


Fig. 4.1.- Geometría del problema bidimensional.

prisma infinito con sección cuadrada de lado 10Δ , siendo $\Delta l=0.05\text{m}$ y $\Delta t=\Delta l/c=0.17\text{ns}$. El espacio modelado se ha dividido en dos dominios: el primero de ellos un dominio interior D_i , formado por una malla cuadrada de lado 40Δ , y el segundo un dominio extendido D_e , también cuadrado de lado 100Δ . La solución obtenida para el dominio extendido proporcionará una solución de referencia de cuya comparación con la solución obtenida en el dominio interior podrá establecerse la bondad de las diferentes condiciones de contorno.

Como señal de salida a comparar con la de referencia, se ha elegido

la componente E_z del campo en un punto situado en la región de sombra, por ser ésta una zona en la que el campo toma valores relativamente bajos, haciéndose entonces más patente cualquier variación debida a reflexiones no físicas. En concreto, el punto de salida elegido mostrado en la figura 4.1 viene determinado por las coordenadas (59,50). La comparación cuantitativa de las condiciones se llevará a cabo evaluando para cada intervalo temporal n el siguiente error cuadrático medio

$$\epsilon_{\text{RMS}}^n = \sqrt{\sum_{r=1}^n (\text{OUT}_i^r - \text{OUT}_e^r)^2}, \quad (4.38)$$

donde OUT_i^r y OUT_e^r son las señales de salida en el intervalo temporal r evaluadas para el dominio interior y extendido respectivamente.

La geometría del problema asegura valores exactos de la solución de referencia hasta el intervalo temporal 160 aproximadamente, tiempo en que la señal reflejada en el punto A de la figura alcanza el punto de salida. Por supuesto, se entiende por señal exacta la proporcionada por el método numérico y que no incluye, por razones de retraso temporal, posibles reflexiones originadas en la frontera. Las correspondientes reflexiones originadas en los puntos B y C de la figura se esperan en tiempos aproximados posteriores a $230\Delta t$ y $290\Delta t$ respectivamente. En realidad se observa que las reflexiones de los puntos A son prácticamente despreciables y se podrá considerar que la solución de referencia es correcta para tiempos inferiores a $230\Delta t$.

En la figura 4.2 se representa el parámetro de error en función del

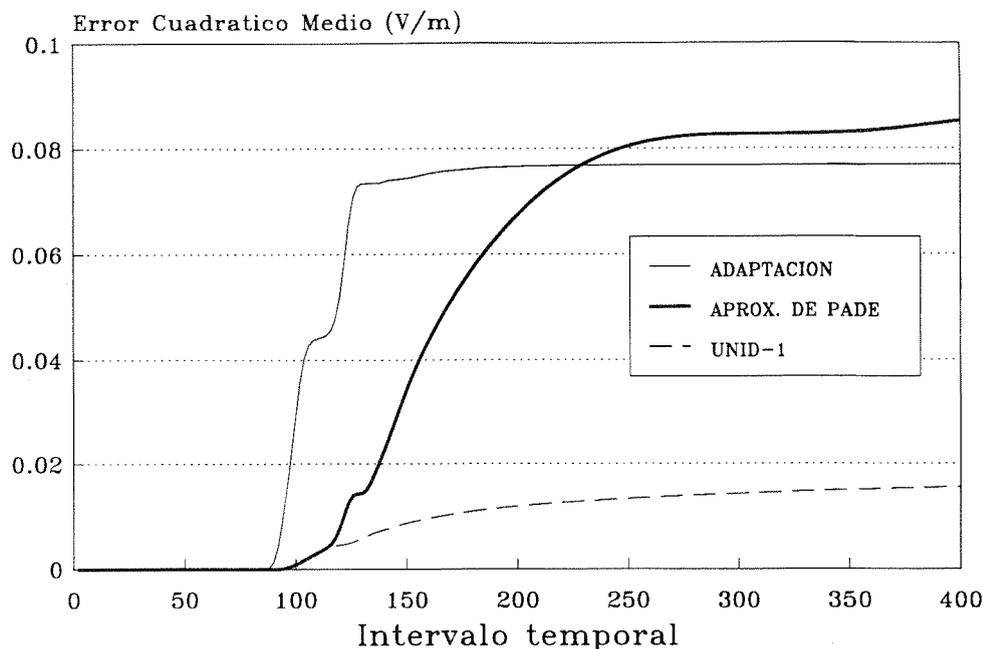


Fig. 4.2.- Comparación de las condiciones de onda unidireccional y de adaptación de impedancias.

tiempo, obtenido para las condiciones del grupo de onda unidireccional, comparadas con la condición de adaptación de impedancias propia del TLM. Se muestran resultados de onda unidireccional para la aproximación de Padé de segundo orden, y para el caso $p_0=1$ y $p_2=0$, UNID-1 en la figura, que corresponde a una condición de primer orden derivada con respecto al tiempo. Se observa en la figura que la condición de adaptación, clásica en el TLM, muestra un comportamiento similar a la condición unidireccional de orden 2, clásica en diferencias finitas. Se aprecia sin embargo una mejora sustancial cuando se utiliza la condición

unidireccional de orden uno derivada con respecto al tiempo.

En las figuras 4.3 y 4.4 se incluyen los resultados obtenidos para las condiciones de contorno discretas, también comparados con la condición de adaptación de impedancias. En la figura 4.3 se muestran las soluciones discretas obtenidas mediante el método promediado junto a la solución de adaptación de impedancias. La mejoría introducida por las condiciones discretas es considerable, aumentando ésta con el orden de la aproximación. La figura 4.4 compara las soluciones obtenidas mediante extrapolación espacio-temporal con la solución de adaptación de impedancias. De nuevo las soluciones discretas proporcionan resultados notablemente más precisos.

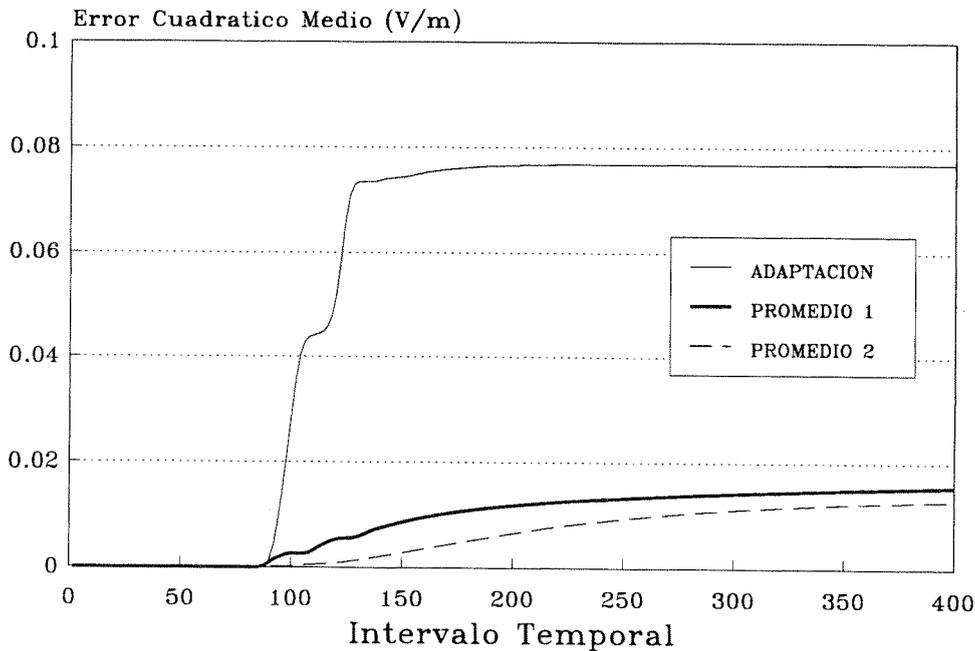


Fig. 4.3.- Comparación de las condiciones discretas promediadas y de adaptación de impedancias.

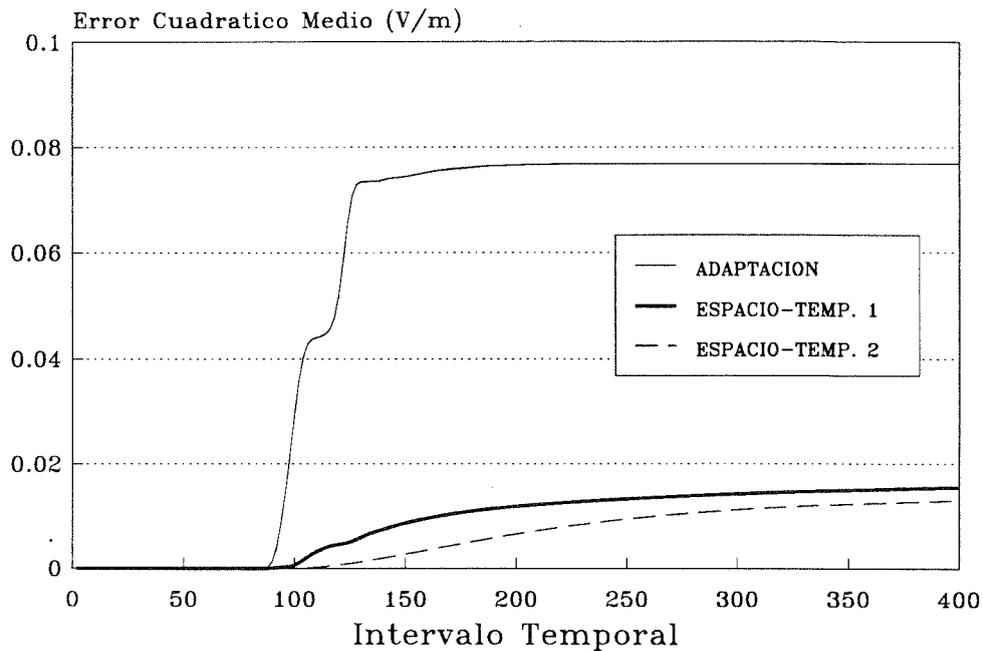


Fig. 4.4.- Comparación de las condiciones discretas de extrapolación espacio-temporal y de adaptación de impedancias.

La consideración de condiciones discretas de tercer orden conduce a parámetros de error inicialmente más ajustados a la solución de referencia, pero que en determinado instante se hacen inestables, debido al contradictorio comportamiento predicho a frecuencia cero.

El funcionamiento conjunto de todas las condiciones de contorno estables obtenidas se muestra en la figura 4.5. En ésta se observa el ya mencionado mejor comportamiento de las condiciones de contorno discretas. Dentro de éstas últimas, los resultados son paralelos para el método promediado y el de extrapolación espacio-temporal, dependiendo

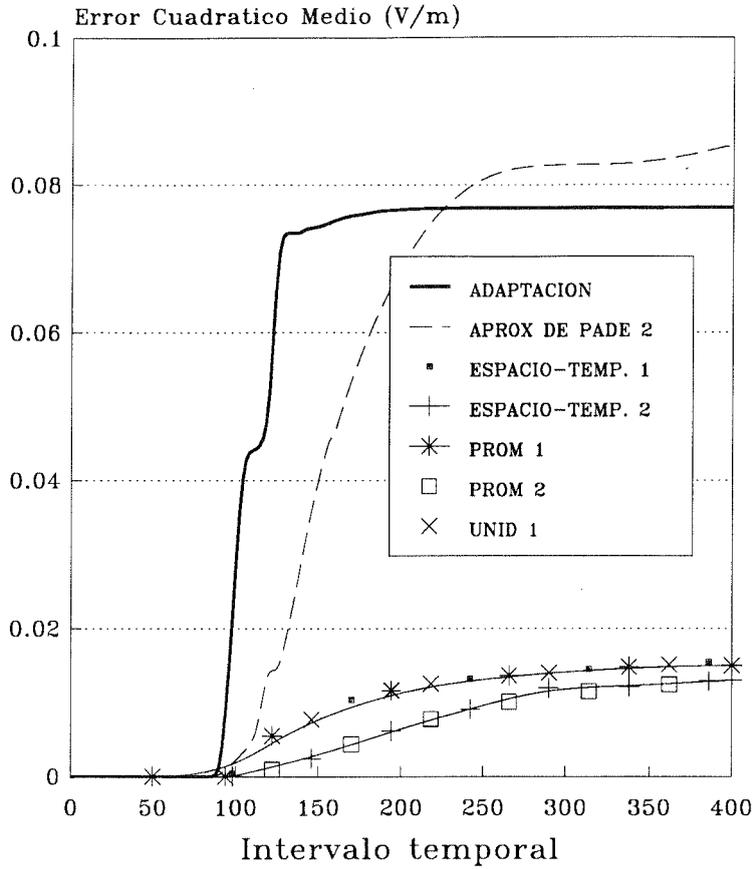


Fig. 4.5.- Comparación de condiciones de contorno en problemas bidimensionales.

la bondad de la condición del orden de la misma más que de la aproximación utilizada.

Con objeto de visualizar la aparición de reflexiones no físicas cuando no se establecen condiciones de contorno adecuadas, en la figura 4.6 se muestra el campo en el punto de salida para la solución de

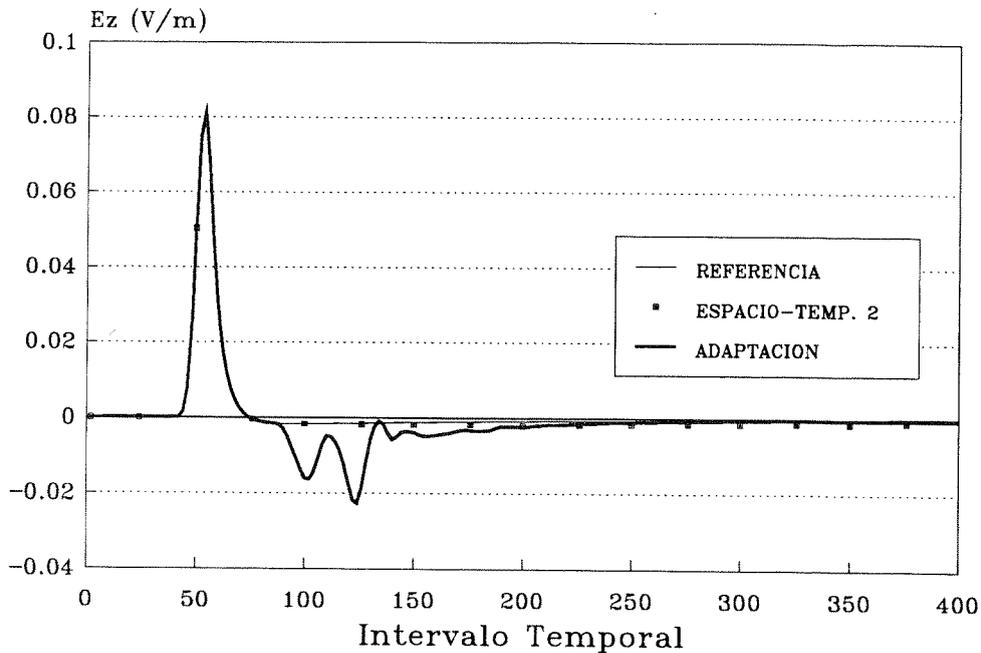


Fig. 4.6.- Campo eléctrico en el punto de salida. Solución de referencia y dos condiciones de contorno.

referencia, la condición de extrapolación espacio-temporal de orden 2 y la de adaptación de impedancias. La presencia de reflexiones sin significado físico es patente en la solución clásica en el método, reflexiones que son efectivamente eliminadas mediante las condiciones discretas. En la figura anterior se ha mostrado el campo calculado en el dominio interior D_i . Las reducidas dimensiones del mismo causan una superposición de las reflexiones procedentes de los diferentes puntos A, B y C de la figura 4.1. En la figura 4.7 aparece la misma señal de salida, pero esta vez calculada directamente utilizando el dominio extendido D_e y las condiciones de contorno de adaptación de impedancias. Como consecuencia del aumento de la distancia del blanco a la frontera, las reflexiones anteriores se han

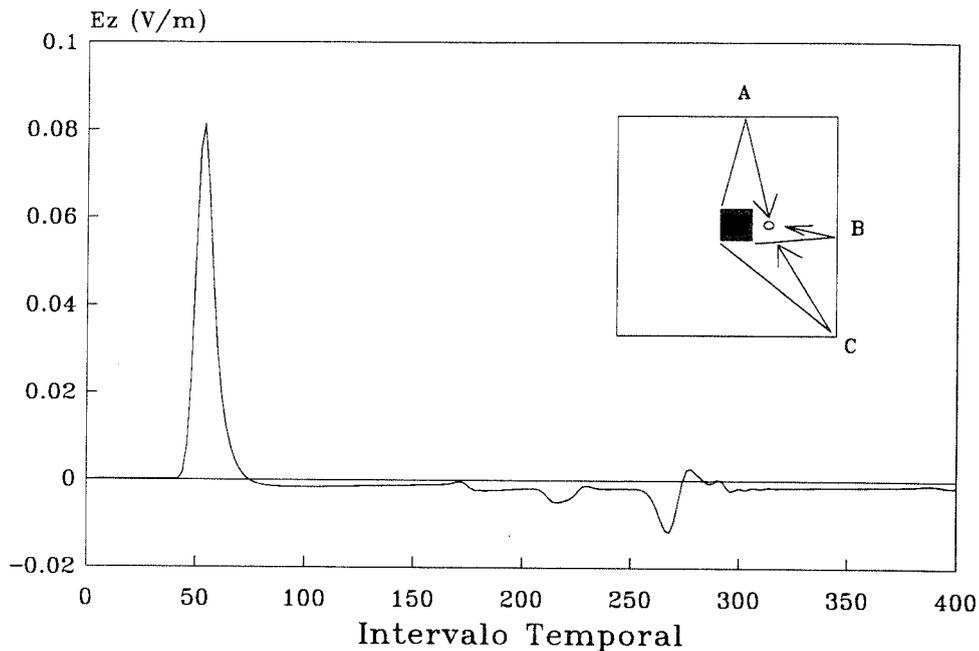


Fig. 4.7.- Campo eléctrico en el punto de salida utilizando el dominio extendido y condición de adaptación de impedancias.

separado en el tiempo y su posición temporal permite identificarlas con cierta claridad como procedentes de los puntos A, B y C. Resulta curioso comprobar que para las condiciones de Padé de segundo orden, la reflexión procedente del punto B desaparece. Esto es debido a que esta aproximación del radical inicial es exacta para dirección normal, por lo que produce reflexión exacta para incidencia normal.

Como conclusiones derivadas del estudio previo, resulta claro que las condiciones propias del método son ampliamente mejoradas por las condiciones discretas directamente derivadas para la forma discreta de la ecuación de ondas. Por otra parte, la inestabilidad presente en las

condiciones a frecuencias bajas limita las aproximaciones estables al segundo orden cuando se aplican al TLM. Finalmente, la simple observación de las ecuaciones (4.34) y (4.35) denota una mayor simplicidad en las condiciones de segundo orden espacio-temporales frente a las promediadas. Como consecuencia de todas estas consideraciones, es posible identificar a las condiciones de extrapolación espacio-temporal de orden dos como las condiciones de contorno mas adecuadas para el tratamiento de problemas de radiación bidimensionales.

4.5.- APLICACION A PROBLEMAS TRIDIMENSIONALES.

En el problema tridimensional se utilizará el mismo pulso Gaussiano definido en (4.37), esta vez incidiendo sobre un cubo conductor de lado $10\Delta l$. Análogamente al caso bidimensional, el problema se resuelve en un dominio interior D_i , cúbico de dimensiones $40\Delta l \times 40\Delta l \times 40\Delta l$, y la solución de referencia se calcula evaluando el campo dispersado utilizando un dominio extendido, también cúbico ahora de dimensiones $100\Delta l \times 100\Delta l \times 100\Delta l$. La comparación cuantitativa entre ambas señales de salida se lleva a cabo en cada instante a través del error cuadrático medio definido en (4.38) y el punto de salida se encuentra en la región de sombra por los mismos motivos de baja amplitud mencionados en el problema bidimensional. En cuanto a la bondad de la solución de referencia, las reflexiones no físicas procedentes de los puntos A, B y C de nuevo se esperan en los tiempos $160\Delta t$, $230\Delta t$ y $290\Delta t$, aunque podrá considerarse que la solución es válida para intervalos temporales inferiores a 230, pues se comprueba que la amplitud de la reflexión originada en A es

despreciable frente a las originadas en B y C.

La primera diferencia notable frente al caso bidimensional lo constituye el hecho de que la mayor parte de las condiciones de segundo orden producen resultados inestables. Estas inestabilidades son únicamente debidas a la imposición de condiciones de contorno inadecuadas, presumiblemente en las bajas frecuencias, ya que la estabilidad del método originada por su propia formulación ya ha sido bien establecida por Johns [73]. La única condición de segundo orden que genera resultados estables es la aproximación de Padé de las ecuaciones de onda unidireccional. De nuevo, este comportamiento entra en clara contradicción con el caso bidimensional en el que esta aproximación conduce a los resultados menos satisfactorios.

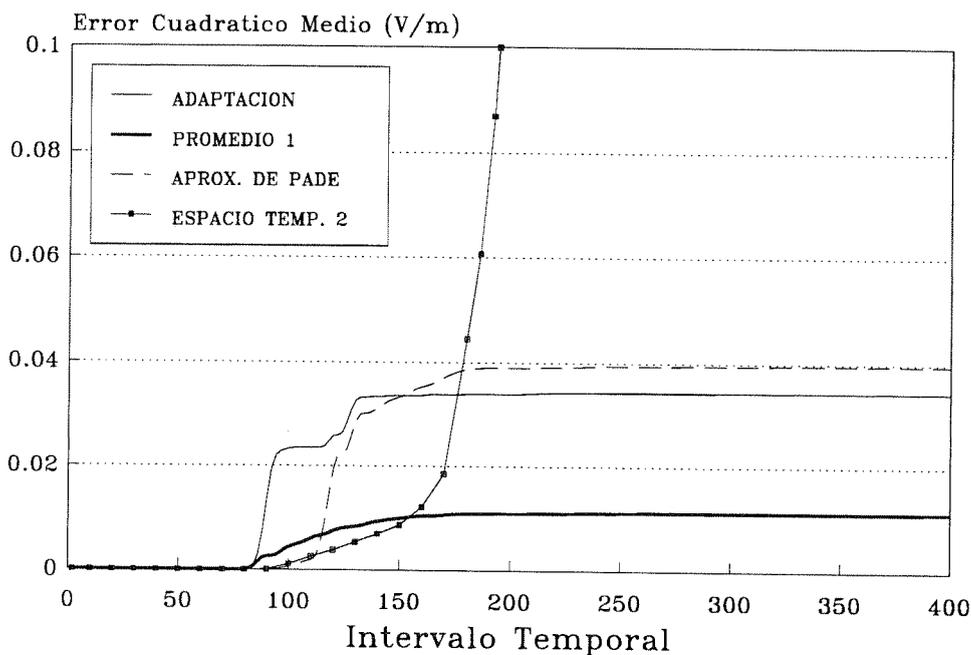


Fig. 4.8.- Condiciones de contorno en problemas tridimensionales.

En la figura 4.8 se muestra el error cuadrático medio en función del tiempo para las soluciones estables encontradas. También se incluyen en la figura los resultados obtenidos para la condición de extrapolación espacio-temporal de segundo orden, por ser ésta la que conduce a mejores resultados en dos dimensiones. En este caso las condiciones de contorno más adecuadas, tanto por su sencillez como por la precisión de sus resultados, son las condiciones discretas correspondientes al método promediado de primer orden. La figura 4.9 muestra las diferencias, en el dominio del tiempo, existentes entre la solución de referencia, la de adaptación de impedancias y las condiciones promediadas de orden 1.

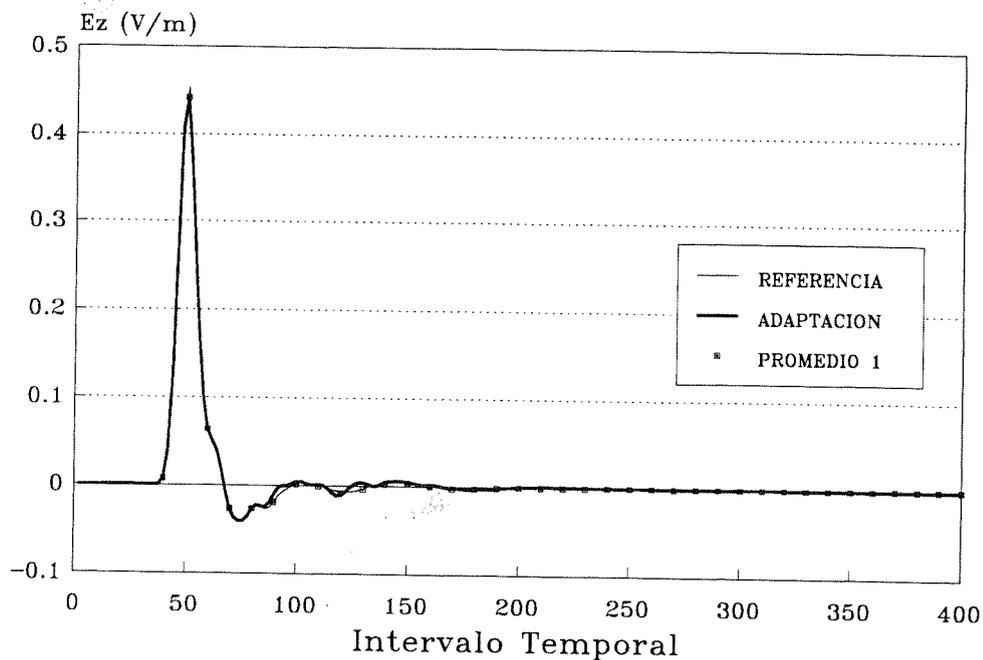


Fig. 4.9.- Campo eléctrico obtenido utilizando diferentes condiciones de contorno.

4.6.- CONSIDERACIONES FINALES.

Para finalizar este capítulo, creemos importante destacar la confirmación del diferente comportamiento de la ecuación de ondas para el caso bidimensional y tridimensional. Como consecuencia, queda también establecida la imposibilidad de la extrapolación a casos tridimensionales de los resultados obtenidos para problemas bidimensionales. Los motivos obedecen no sólo razones de estabilidad numérica, sino también a que analíticamente la ecuación de ondas presenta un comportamiento que depende del orden del mismo, siendo el ejemplo más claro del mismo el mencionado en la introducción acerca del principio de Huygens.



CAPITULO 5

MODELADO DE HILOS Y CARGAS EN EL TLM

5.1.- INTRODUCCION.

El método de modelado por líneas de transmisión es un algoritmo desarrollado en el dominio del tiempo aplicable a la resolución de una gran variedad de fenómenos de propagación de ondas. Un importante grupo de estas aplicaciones lo constituyen los problemas de compatibilidad electromagnética, en los que suele ser necesario el cálculo del acoplamiento entre el campo incidente, los sistemas radiantes o receptores y las estructuras eléctricas anexas.

La simulación de paredes eléctricas y magnéticas, así como de medios de extensión infinita, es fácilmente conseguida en el TLM mediante los procedimientos descritos en capítulos anteriores. La solución del modelado de antenas y en general de estructuras de hilos conductores mediante el TLM, es menos directa y su tratamiento en la literatura ha sido relativamente escaso a pesar de la importancia del mismo [74]-[79].

En este capítulo se establecerán los pasos necesarios para el modelado de estructuras de hilos conductores mediante el TLM, dividiendo el análisis en dos partes. En primer lugar se tratarán hilos descargados estudiando las distintas posibilidades existentes hasta el momento y posteriormente se introducirán nuevas estructuras de nudos para el TLM, estructuras que incluyen en su propia geometría los efectos del hilo. Finalmente, se establecerán nuevos nudos tridimensionales

modificados que permitirán la simulación hilos con cargas. Puesto que el TLM es un proceso escalonado en el tiempo, los parámetros característicos de estas cargas son susceptibles de cambios a lo largo del proceso, lo que permitirá, de forma casi directa, la simulación no sólo de elementos puramente resistivos, sino también de cargas reactivas e incluso no lineales.

Los resultados obtenidos se validarán por comparación con soluciones obtenidas mediante el método de los momentos en el dominio del tiempo, por ser éste un método cuyos resultados han sido suficientemente contrastados en multitud de fenómenos de propagación electromagnética, especialmente para estructuras de hilos [80]-[82].

5.2.- PLANTEAMIENTOS INICIALES.

Los primeros intentos de modelado de hilos encontraron su aplicación en el tratamiento de hilos delgados. En estas condiciones se puede suponer que los modos TEM soportados por los hilos son de amplitud despreciable y, por tanto, éstos no irradian el campo inducido previamente en los mismos. De esta manera, los hilos no originan efectos apreciables sobre el campo incidente y el problema se considera entonces separable en dos partes. En la primera se obtiene el acoplamiento del campo incidente y la estructura libre de hilos, mientras que en la segunda las corrientes inducidas en los hilos, debidas al campo incidente calculado anteriormente, se calculan aplicando el método TLM únicamente a los hilos, sin tener en cuenta el resto del problema. Esta técnica, desarrollada

con detalle en [75], recibe el nombre de procedimiento de solución separada.

Un punto de vista alternativo considera a los hilos como elementos en los cuales los pulsos incidentes de tensión se reflejan como si de simples superficies conductoras se tratara. Esta solución resuelve de forma conjunta las estructuras de hilo y su entorno por lo que recibe el nombre de solución integrada [75]. Esta aproximación presenta una limitación fundamental: el modelado de una estructura de hilo delgada requiere un entramado excesivamente fino, al menos en la región próxima al hilo. Evidentemente, la obtención de una solución aceptable utilizando este método requiere enormes recursos de memoria así como una elevado tiempo de cálculo.

El desarrollo de la técnica denominada "diakoptics" resuelve el problema de memoria causado por el entramado excesivamente denso [83]-[85]. La aplicación del "diakoptics" permite la solución del problema del hilo en una subestructura y la del resto del problema en otra subestructura independiente. Finalmente, ambos resultados se acoplan para la obtención de la solución del problema total. De esta manera, la densidad del entramado afecta tan sólo a una pequeña parte del problema, reduciéndose así de forma considerable las necesidades de memoria y de tiempo de cálculo.

5.3.- PRIMERAS ESTRUCTURAS ESPECIFICAS PARA HILOS.

Las tres aproximaciones descritas en el apartado anterior presentan ciertas limitaciones que deben ser eliminadas. La solución separada no considera el efecto del campo rerradiado por el hilo, que será tanto más apreciable cuanto mayor sea la energía captada y ésta, a su vez, es proporcional al radio del hilo. La solución integrada tiene en cuenta esta influencia pero requiere un tamaño de nudo demasiado pequeño para la obtención de buenos resultados. En cuanto al método Diakoptics, su aplicación representa una considerable dificultad añadida que sería deseable obviar.

5.3.1.- EL PRIMER MODELO DE NUDO CON HILO.

Un nuevo concepto que constituye un cambio sustancial en el tratamiento de hilos delgados es el desarrollo de nudos tridimensionales modificados que incluyen los efectos introducidos por la presencia de un hilo. Esta nueva e ingeniosa forma de considerar la presencia de elementos añadidos al medio es propuesta por primera vez en 1990 por Naylor y Christopoulos en [78] y representa un paso importante en el método, ya que esta idea es susceptible de ser extendida para el tratamiento de otros tipos de estructuras más complejas. Además, esta aproximación conlleva enormes ventajas computacionales cuando los hilos son delgados, pues permite su simulación mediante nudos de dimensiones mucho mayores que el radio, con el consiguiente ahorro de memoria y tiempo de cálculo.

El modelo considera al hilo a través de un circuito equivalente que se añade al nudo y que se acopla únicamente con la componente tangencial al hilo del campo eléctrico. En este sentido, el hilo se comporta de forma similar a los sintonizadores de campo eléctrico introducidos en el nudo simétrico condensado para la simulación de cambios en la constante dieléctrica. En concreto, si suponemos que el hilo se orienta según la dirección z , éste es modelado mediante dos sintonizadores E_z , nuevas líneas 13 y 14, que se acoplan con las líneas 5, 6, 7 y 10 del nudo simétrico sin sintonizadores. Las dos nuevas líneas propagan la energía recogida a lo largo de la dirección z hacia líneas análogas correspondientes a nudos adyacentes. El resultado final es el nudo con hilo formado por catorce líneas de transmisión presentado en la figura 5.1. Las 12 primeras líneas tienen admitancia Y_0 y simulan el medio, mientras que las líneas 13 y 14, de admitancia Y_1 , introducen la admitancia $Y_h=2Y_1$ debida a la presencia del hilo.

La determinación de Y_h se lleva a cabo considerando que la situación es semejante a la de un hilo de radio r en el interior de una cavidad cuadrada de lado Δl mayor que el radio, es decir,

$$Y_h = \frac{1}{60 \ln(0.54 \Delta l/r)} \sqrt{\frac{\epsilon_r}{\mu_r}} \quad (5.1)$$

El proceso completo descrito en [78] requiere el cálculo de la matriz de dispersión mediante la aplicación de las ecuaciones de Maxwell y la

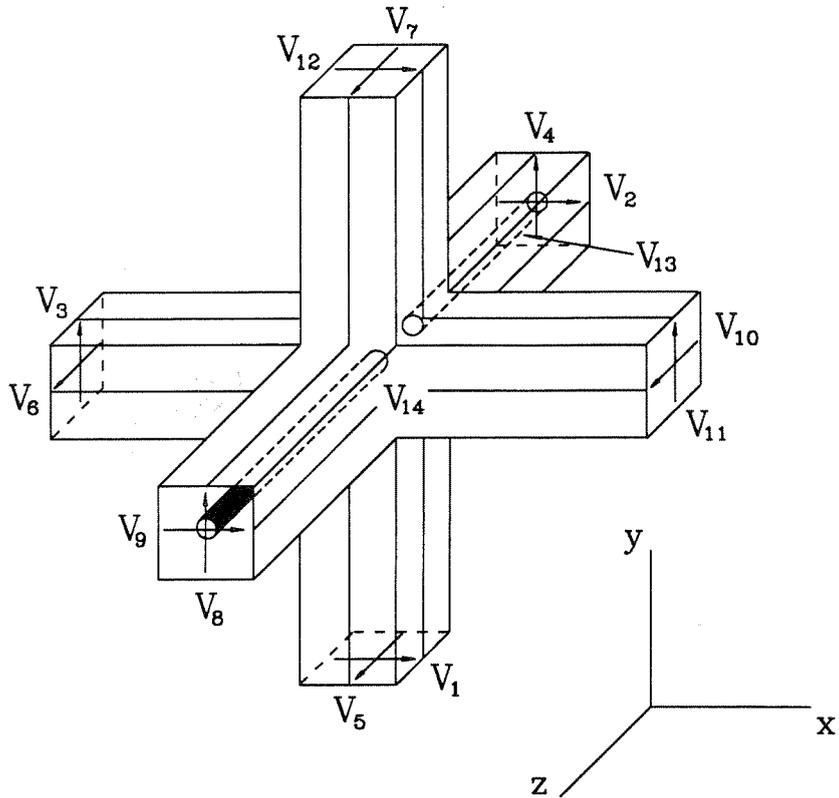


Fig. 5.1.- Esquema de nudo con hilo en la dirección z.

posterior imposición de condiciones de conservación de carga y energía, así como de continuidad del potencial. De este cálculo se obtiene la siguiente matriz que determina la dispersión de los pulsos incidentes al nudo

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1		c	c						c		-c			
2	c					c				-c		c		
3	c			c				c				-c		
4			c		c		-c				c			
5				c	-a	b	-a	-c		b			Yb	Yb
6		c			b	-a	b		-c	-a			Yb	Yb
7				-c	-a	b	-a	c		b			Yb	Yb
8			c		-c		c				c			
9	c					-c				c		c		
10		-c			b	-a	b		c	-a			Yb	Yb
11	-c			c				c				c		
12		c	-c						c		c			
13					b	b	b			b			-2b	Yb
14					b	b	b			b			Yb	-2b

(5.2)

donde

$$a = \frac{Y_1}{2(Y_1+2)}, \quad b = \frac{1}{Y_1+2}, \quad c = \frac{1}{2}. \quad (5.3)$$

5.3.2.- NUDO DE HILO EN LA INTERFASE CON ENTRAMADO IRREGULAR.

La aproximación propuesta por Naylor y Chistopoulos fue completada por Wlodarczyk y D.P. Johns en 1992 [79]. En efecto, el nudo descrito en la sección anterior modela la impedancia introducida por el hilo delgado, es decir, el cociente entre la capacidad y la inducción, mientras que la nueva versión simula de forma separada la capacidad y la inducción. Esta independencia entre ambas magnitudes permite un control más directo no sólo de la impedancia, sino también de la velocidad de las ondas en el medio, lo que conduce a la obtención de resultados más satisfactorios.

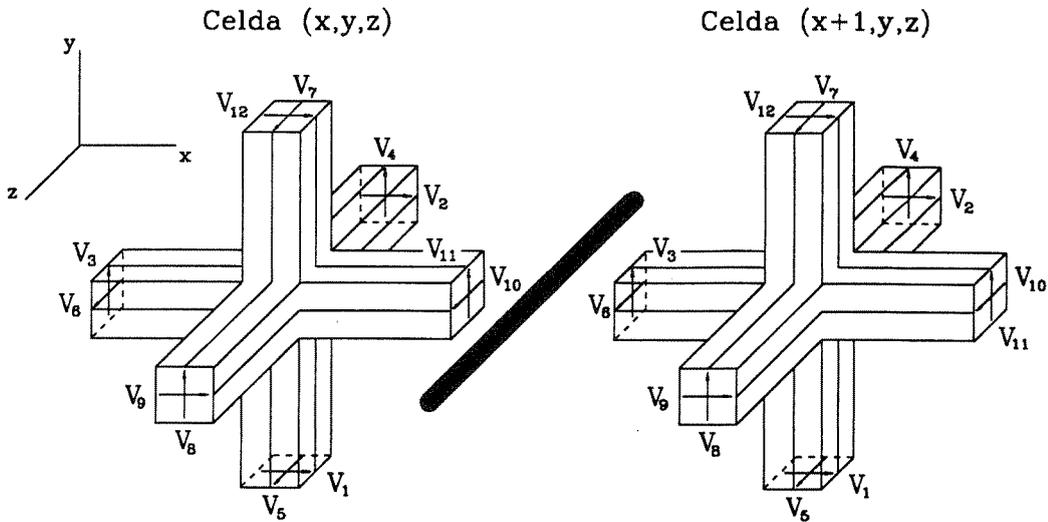


Fig. 5.2.- Hilo en la interfase entre dos nudos.

El nuevo esquema modela el hilo incluyendo sus efectos no en los nudos sino en la interfase entre los mismos. En consecuencia, los nudos que simulan el medio no se ven afectados por la presencia del hilo y, por tanto, los desarrollos son igualmente válidos para entramados uniformes y no uniformes, basta con utilizar nudos simétricos sin sintonizadores para mallas uniformes o con sintonizadores para el caso no uniforme. Por estos motivos, el nuevo esquema recibe el nombre de nudo de hilo en la interfase con entramado irregular. Nos centraremos en el caso mostrado en la figura 5.2 que representa un segmento de hilo delgado orientado según la dirección z entre las celdas x y $x+1$.

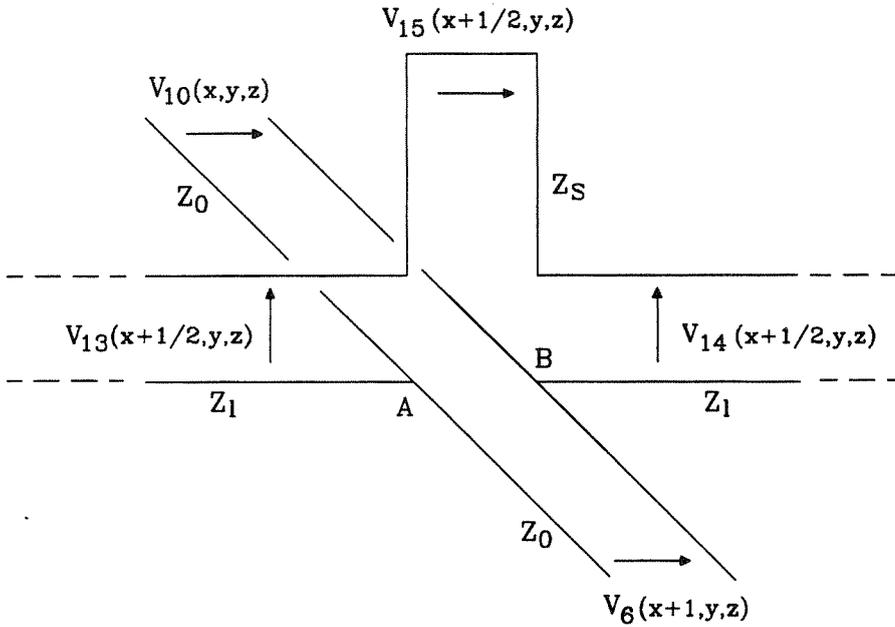


Fig. 5.3.- Esquema de hilo mediante líneas de transmisión.

En esta aproximación, el segmento de hilo se sustituye por el circuito de líneas de transmisión de la figura 5.3. Esta estructura está formada por dos líneas de impedancia característica Z_1 , que añaden capacidad e inducción al medio, líneas 13 y 14, y una última línea cortocircuitada de impedancia característica Z_s , línea 15, que únicamente añade inducción. Como ya se ha mencionado, el circuito se sitúa en la interfase entre nudos y se acopla a la componente tangencial del campo existente en el medio a través de los puntos A y B de la figura. Por tanto, un hilo orientado según la dirección z situado entre las celdas (x,y,z) y $(x+1,y,z)$ se conectaría con las líneas 10 de la celda (x,y,z) y 6 de la celda $(x+1,y,z)$, también incluidas en la figura anterior.

En el proceso escalonado en el tiempo, los pulsos incidentes a las líneas 1 a 12 se dispersan en los nudos tridimensionales, transmitiéndose a nudos adyacentes en la forma usual salvo para las líneas 6 y 10 de la interfase correspondiente al hilo. En estos casos, se tiene un conjunto de cinco pulsos de tensión incidentes sobre la estructura de 5 líneas de la figura 5.3. La relación entre los pulsos reflejados y los incidentes viene dada por la matriz de dispersión

	6	10	13	14	15	
6	-a	b	2a	-2a	2a	(5.4)
10	b	-a	2a	-2a	2a	
13	c	c	e	2c	-2c	
14	-c	-c	2c	e	2c	
15	d	d	-2d	2d	f	

donde

$$\begin{aligned}
 Z_t &= (2Z_1 + Z_s + Z_0/2), & a &= \frac{Z_0}{2Z_t}, \\
 b &= \frac{2Z_1 + Z_s}{Z_t}, & c &= \frac{Z_1}{Z_t}, \\
 d &= \frac{Z_s}{Z_t}, & e &= \frac{Z_0/2 + Z_s}{Z_t}, \\
 f &= \frac{2Z_1 + Z_s - Z_0/2}{Z_t}.
 \end{aligned}
 \tag{5.5}$$

Calculados los pulsos transmitidos, éstos se propagan a los nudos tridimensionales y a los segmentos de hilo contiguos, convirtiéndose en los pulsos incidentes del siguiente instante, con lo que se finaliza el proceso en el instante temporal en cuestión.

El esquema se completa determinando las impedancias características Z_s y Z_1 , así como la ecuación que relaciona las tensiones en las líneas 13 a 15 con la intensidad del hilo.

Para el establecimiento de las impedancias, se considera de nuevo que la situación es similar a la de un hilo de radio r en el interior de una cavidad coaxial rectangular de lado $\Delta l = (u \cdot v)^{1/2}$. Por tanto, la capacidad e inducción por unidad de longitud pueden entonces evaluarse mediante las expresiones

$$C_d = \frac{2\pi\epsilon}{\ln\left(\frac{\alpha\Delta l}{r}\right)} \quad \text{y} \quad L_d = \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{\beta\Delta l}{r}\right), \quad (5.6)$$

donde α y β son parámetros que deben ajustarse numéricamente. Los valores obtenidos tras llevar a cabo este ajuste son 0.4 y 0.15, respectivamente [79].

La capacidad total del segmento de longitud w debe modelarse por las líneas 13 y 14, es decir, Z_1 se elegirá de modo que se satisfaga

$$C_d w = 2 \frac{1}{Z_1} \frac{\Delta t}{2}. \quad (5.7)$$

Por tanto, la impedancia característica Z_1 que introduce la capacidad C_d es

$$Z_1 = \frac{\Delta t}{C_d W} . \quad (5.8)$$

En cuanto a la inducción del segmento de hilo, ésta vendrá modelada por las tres líneas con lo cual deberá cumplirse

$$L_d W = 2Z_1 \frac{\Delta t}{2} + Z_s \frac{\Delta t}{2} , \quad (5.9)$$

que, combinada con (5.8), nos proporciona la impedancia Z_s requerida

$$Z_s = 2 \left(\frac{L_d W}{\Delta t} - \frac{\Delta t}{C_d W} \right) . \quad (5.10)$$

Las expresiones anteriores para Z_1 y Z_s limitan el radio a un valor máximo por encima del cual Z_s se hace negativa lo que conduciría a la aparición de inestabilidades. Esto, sin embargo, no constituye un problema en el método ya que lo que se pretende es precisamente el modelado de hilos cuyo radio sea mucho menor que las dimensiones del nudo utilizado.

Para obtener la expresión que determina la intensidad en el hilo, deberá tenerse en cuenta tanto la tensión incidente como la reflejada en las líneas que forman el hilo. Teniendo en cuenta la estructura de líneas mostrada en la figura 5.3, se deriva la siguiente expresión para la intensidad

$$I = \frac{V_{15}^i - V_{15}^r}{Z_s} . \quad (5.11)$$

5.4.- NUEVOS NUDOS PARA EL TRATAMIENTO DE HILOS.

Es un hecho bien conocido que la aplicación de un método numérico determinado a ecuaciones analíticas equivalentes no siempre conduce al mismo resultado final [86]. Esto es debido a la diferente influencia mostrada por la aproximación siempre inherente a cualquier método numérico sobre la ecuación analítica en particular. El modelado de hilos anteriormente descrito constituye una aproximación no a una ecuación analítica pero sí a un problema real. En este sentido, resulta interesante proceder al análisis de estructuras formalmente equivalentes que, al ser aplicadas numéricamente, puedan proporcionar resultados más precisos, máxime cuando éstas se podrán utilizar como base en desarrollos posteriores que contemplen la presencia de cargas en los hilos.

A continuación presentaremos dos nuevas alternativas a los modelos anteriores que conducen a la obtención de resultados más precisos. Ambas constituyen una modificación formalmente equivalente al modelo presentado en [79], pero sus resultados, sobre todo en la segunda estructura, mejoran los obtenidos por los modelos existentes hasta el momento [87].

5.4.1.- NUDO SIMETRICO CONDENSADO CON HILO.

El primer nudo que proponemos también sustituye al hilo por la estructura formada por las tres líneas de transmisión de la figura 5.3, pero

ahora la estructura se sitúa no en la interfase entre dos nudos sino en el interior del mismo. Las componentes del campo en el medio y el hilo se definen en un mismo punto, razón por la que se denomina nudo condensado con hilo. Si seguimos considerando el hilo orientado en la dirección z , las nuevas líneas 13 a 15 se acoplan con las que soportan el campo E_z , es decir, las líneas 5, 6, 7 y 10. Lógicamente, la ausencia de otros sintonizadores serie y/o paralelo presupone que las dimensiones del nudo son idénticas en las tres direcciones cartesianas.

La aplicación de las leyes de Maxwell al nudo permite obtener la matriz de dispersión para el nudo, en función de amplitudes aún desconocidas, mediante un proceso análogo al utilizado en el desarrollo del nudo simétrico condensado. En cuanto a los parámetros desconocidos de la matriz, su valor se determina posteriormente a partir de la imposición de condiciones de conservación de carga y energía, así como condiciones de continuidad del potencial.

La matriz de dispersión para el nudo condensado con hilo viene determinada por la expresión que se muestra a continuación, en la que se incluyen únicamente los elementos no nulos de la misma.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1		k	k						k		-k				
2	k					k				-k		k			
3	k			k				k				-k			
4			k		k		-k				k				
5				k	a	c	b	-k		c			i	-i	i
6		k			c	a	c		-k	b			i	-i	i
7				-k	b	c	a	k		c			i	-i	i
8			k		-k		k				k				
9	k					-k				k		k			
10		-k			c	b	c		k	a			i	-i	i
11	-k			k				k				k			
12		k	-k						k		k				
13					d	d	d			d			f	h	-h
14					-d	-d	-d			-d			h	f	h
15					e	e	e			e			-g	g	j

(5.12)

donde en la expresión anterior $k=1/2$.

La condición de conservación de la energía es independiente del método y se resume en la ya conocida ecuación matricial

$$\tilde{S}^t \tilde{Y} \tilde{S} = \tilde{Y} . \tag{5.13}$$

El conjunto de ecuaciones obtenidas de (5.13) no es suficiente para la determinación unívoca de los parámetros de la matriz y se requiere la imposición de la conservación de la carga y de la continuidad del potencial en el nudo. Siguiendo razonamientos análogos a los descritos en el capítulo 2, se obtiene el conjunto necesario de condiciones para el nuevo nudo. Estas ecuaciones coinciden con las condiciones del nudo simétrico condensado sin sintonizadores, con la única excepción de la ley de

conservación de la carga asociada con E_z . Esto es debido a que la presencia del hilo sólo introduce nuevos elementos que se acoplan con E_z , con lo cual únicamente se modificará la componente z de la ley circuital de Ampere y, por tanto, sólo es necesaria la modificación de la conservación de la carga Q_z , que implica a las líneas de transmisión 5, 6, 7, 10, 13, 14 y 15.

Al igual que sucedía con el nudo simétrico, es posible establecer la condición de conservación de Q_z con independencia de la implementación circuital del nudo, sin más que considerar la ley circuital de Ampere. Sin embargo, un procedimiento mucho más simple e intuitivo consiste en representar la componente z de la ley de Ampere mediante un circuito paralelo equivalente, que incluye todas las líneas que definen el campo E_z . La figura 5.4 muestra el circuito mencionado. Con esta estructura se pueden obtener fácilmente las condiciones de conservación de la carga, pero además, también es posible la obtención de un modo mucho más directo de prácticamente todos los parámetros desconocidos de la matriz de dispersión. Los únicos parámetros implicados con las líneas que definen E_z y que no son determinados de esta manera, son el parámetro a y el b , ya que éstos también deben calcularse teniendo en cuenta la ley de inducción de Faraday. La aplicación de la ecuación (5.13) permite el establecimiento de un sistema formado únicamente por dos ecuaciones con dos incógnitas de los cuales se obtienen los parámetros desconocidos a y b , en lugar del complejo sistema obtenido considerando directamente la aplicación de las condiciones a la matriz (5.12).

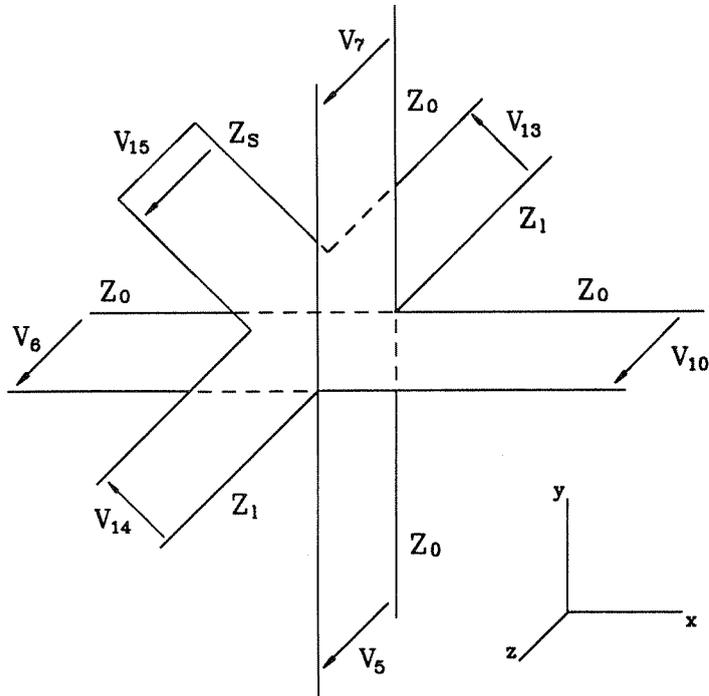


Fig. 5.4.- Circuito paralelo equivalente.

La consideración de la ley de Ampere al circuito de la figura 5.4 conduce a la siguiente condición

$$I_5 + I_6 + I_7 + I_{10} + I_{13} = 0 , \quad (5.14)$$

que, aplicada sucesivamente a pulsos unitarios incidiendo por las líneas 5, 13 y 15, establece las siguientes cuatro condiciones independientes de conservación de carga

$$\begin{aligned}
 1 &= a + 2c + b + d \frac{Z_0}{Z_1}, \\
 1 &= f + 4i \frac{Z_0}{Z_1}, \\
 1 &= f + g \frac{Z_1}{Z_1}, \\
 1 &= j + h \frac{Z_s}{Z_1}.
 \end{aligned} \tag{5.15}$$

El resultado de aplicar las condiciones anteriormente mencionadas es el siguiente conjunto de parámetros:

$$\begin{aligned}
 a = b &= -\frac{Z_0}{8Z_t}, & c &= \frac{2Z_1 + Z_s}{2Z_t}, \\
 d &= \frac{Z_1}{2Z_t}, & e &= \frac{Z_s}{2Z_t}, \\
 f &= \frac{Z_s + Z_0/4}{Z_t}, & g &= \frac{2Z_s}{Z_t}, \\
 h &= \frac{2Z_1}{Z_t}, & i &= \frac{Z_0}{2Z_t}, \\
 j &= \frac{2Z_1 - Z_s + Z_0/4}{Z_t},
 \end{aligned} \tag{5.16}$$

donde el término Z_t se define mediante la expresión

$$Z_t = 2Z_1 + Z_s + \frac{Z_0}{4} . \quad (5.17)$$

Las impedancias características para modelado del hilo vienen determinadas por las ecuaciones (5.8) y (5.10) y la intensidad de corriente por la ecuación (5.11). Para finalizar este desarrollo, los parámetros α y β determinantes de la capacidad e inducción definidas en (5.6) deben ser recalculados numéricamente. Por comparación con resultados independientes obtenidos con el método de los momentos, se concluye que el valor de estos parámetros es $\alpha=0.6$ y $\beta=0.31$.

5.4.2.- NUDO SEPARADO CON HILO.

El modelo anterior se denomina nudo condensado porque tiene todas sus componentes definidas en el mismo punto espacial. Esto implica que todos los pulsos inciden a un mismo tiempo sobre las 15 líneas que forman el nudo, después de lo cual se propagan hacia nudos adyacentes, de nuevo todos de forma síncrona. El nuevo nudo que presentaremos a continuación constituye una modificación que implica un proceso escalonado en el tiempo separado en dos pasos. Esta separación es debida al hecho de que una de las líneas del nudo se encuentra separada espacialmente de las catorce restantes. Por esta razón, esta estructura recibe el nombre de nudo separado.

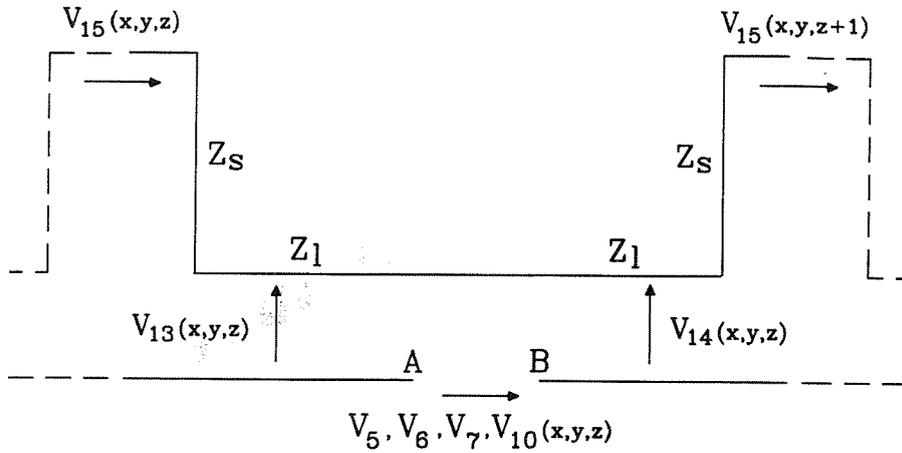


Fig. 5.5.- Estructura de líneas de transmisión para el nudo separado con hilo.

El nudo separado sustituye al hilo orientado en la dirección z por el circuito de líneas de transmisión presentado en la figura 5.5 con línea continua. Este circuito se acopla, a través de los puntos A y B, con las líneas 5, 6, 7 y 10 del nudo simétrico condensado sin sintonizadores. Con esta estructura, el proceso numérico se separa en dos partes. En la primera, los pulsos de tensión incidente sobre un nudo formado por las líneas 1 a 14, según la matriz de dispersión resultante de tomar $Z_s = 0$ y eliminar la fila y columna 15 en la matriz definida por (5.12). El segundo paso conecta pulsos de la línea 15 con los de las líneas adyacentes mediante la siguiente expresión matricial

$$\begin{pmatrix} V_{14}(x,y,z) \\ V_{13}(x,y,z+1) \\ V_{15}(x,y,z+1) \end{pmatrix}^r = \frac{1}{2Z_1 + Z_s} \begin{pmatrix} Z_s & 2Z_1 & -2Z_1 \\ 2Z_1 & Z_s & 2Z_1 \\ -2Z_s & 2Z_s & 2Z_1 - Z_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{14}(x,y,z) \\ V_{13}(x,y,z+1) \\ V_{15}(x,y,z+1) \end{pmatrix}^i \quad (5.18)$$

La relación es aplicable a todos los segmentos del hilo salvo en los segmentos de ambos extremos, en los cuales la existencia de un circuito abierto hace que los pulsos dispersados se reflejen manteniendo la amplitud y el signo y convirtiéndose en los próximos pulsos incidentes sobre los mismos segmentos.

Para finalizar la descripción del nudo destaquemos que los parámetros α y β , las impedancias Z_1 y Z_s y la expresión de la corriente son idénticos al caso anterior pues la estructura de líneas es análoga.

5.5.- COMPARACION NUMERICA DE MODELOS DE NUDO CON HILO.

En esta sección compararemos los resultados numéricos obtenidos utilizando los nuevos nudos presentados en la sección 5.4 con los del nudo en la interfase presentado en la sección 5.3.2, por ser éste el más reciente y completo existente hasta el momento. De esta comparación se

determinará la estructura de nudo con hilo que proporciona los mejores resultados. El nudo obtenido será utilizado como punto de partida, en el siguiente apartado, para el desarrollo de una nueva estructura capaz de simular la presencia de cargas.

El estudio considera la respuesta de una antena de hilo recto de longitud 1m y radio 5mm, orientada según la dirección z. Sobre la antena incide un pulso Gaussiano polarizado en la dirección z que se propaga en la dirección positiva del eje x. El pulso en cuestión viene definido por la expresión

$$\vec{E}^i = E_0 e^{-g^2 t^2} \hat{z}, \quad (5.19)$$

donde $E_0=1$ V/m y $g=3$ ns⁻¹.

La simulación mediante el TLM del hilo y el espacio libre que lo rodea se lleva a cabo mediante una red regular de nudos tridimensionales de longitud 50mm en cada dirección y las soluciones obtenidas se comparan con la obtenida mediante el método de los momentos en el dominio del tiempo. La magnitud elegida para el estudio es la componente del campo eléctrico normal al hilo, E_n , a una distancia de 0.2m del mismo y 25mm por encima de su punto medio. La razón de esta elección es que en este punto dicha magnitud alcanza valores de baja amplitud, con lo cual cualquier desviación respecto del valor de referencia se manifiesta de una forma más evidente.

En la figura 5.6 se compara el campo eléctrico E_n obtenido con el método de los momentos, el modelo de nudo en la interfase (sección 5.3.2)

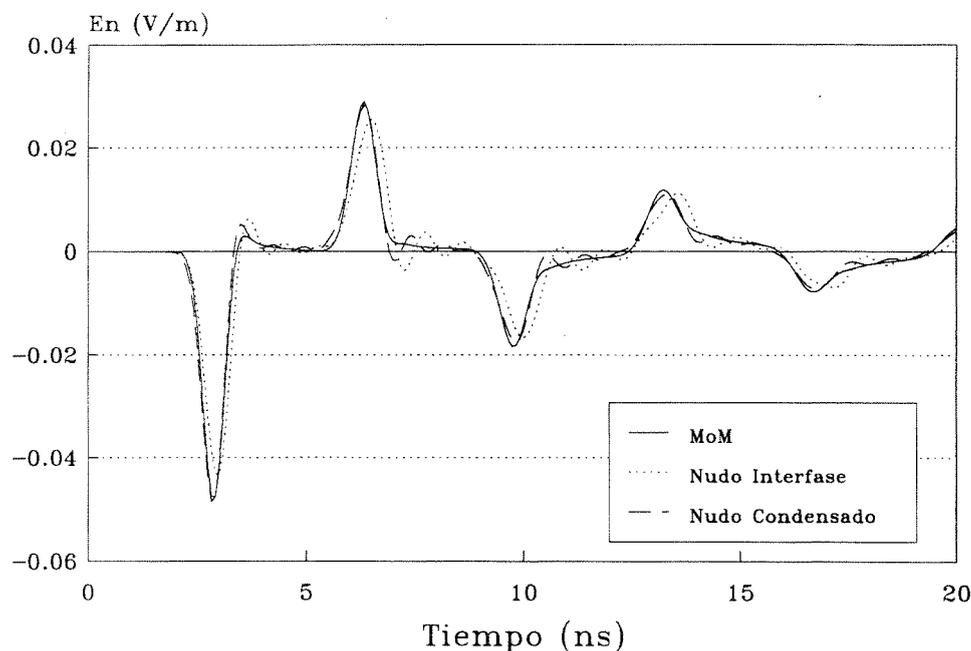


Fig. 5.6.- Campo E_n obtenido mediante el MoM, el nudo en la interfase y el nudo condensado con hilo.

y el nudo condensado con hilo (sección 5.4.1). En la figura se observa la mejoría introducida por el nuevo nudo en los resultados obtenidos. En la figura 5.7 se muestra de nuevo la solución de referencia, pero esta vez comparada con la del nudo separado (sección 5.4.2). Aun cuando las tres aproximaciones conducen a resultados muy parecidos al de referencia, se concluye claramente de las figuras que la estructura más apropiada para el tratamiento de nudos corresponde al nudo separado presentado en la sección 5.4.2. La comparación en el dominio de la frecuencia se ilustra en la figura 5.8, que incluye resultados del método de los momentos, del

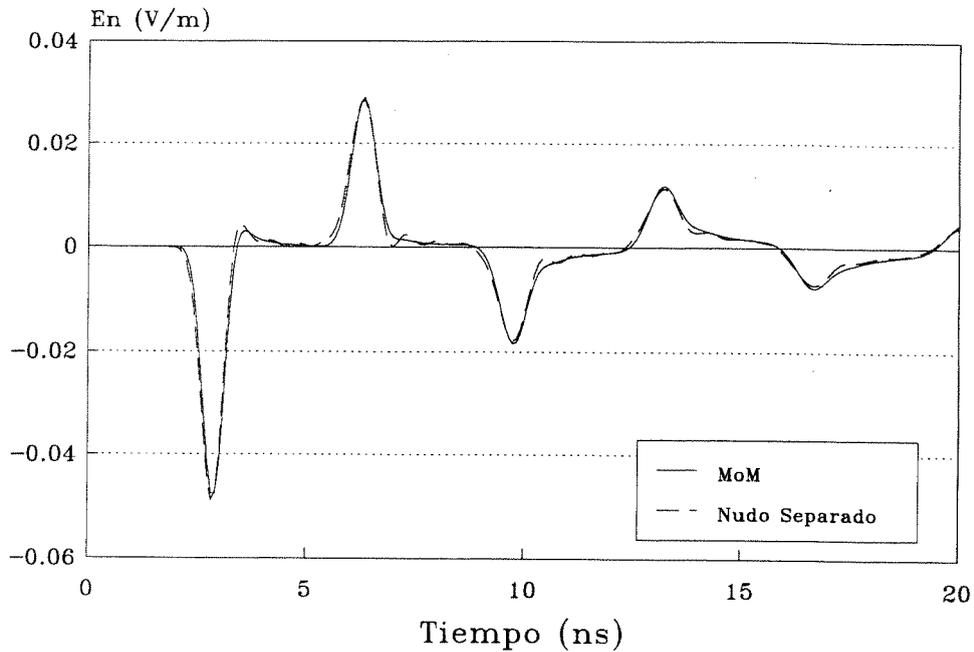


Fig. 5.7.- Campo E_n obtenido mediante el MoM y el nudo separado con hilo.

nudo en la interfase y del nudo separado. De nuevo, la mayor exactitud de la última aproximación es patente sobre todo a altas frecuencias.

Para finalizar el estudio de hilos descargados, las figuras 5.9 y 5.10 ilustran la componente tangencial del campo eléctrico en el punto anterior, E_t , y la corriente en el centro del hilo calculados con el método de los momentos y el nudo separado. En ambas figuras se aprecia un acuerdo notable entre ambas soluciones independientes.

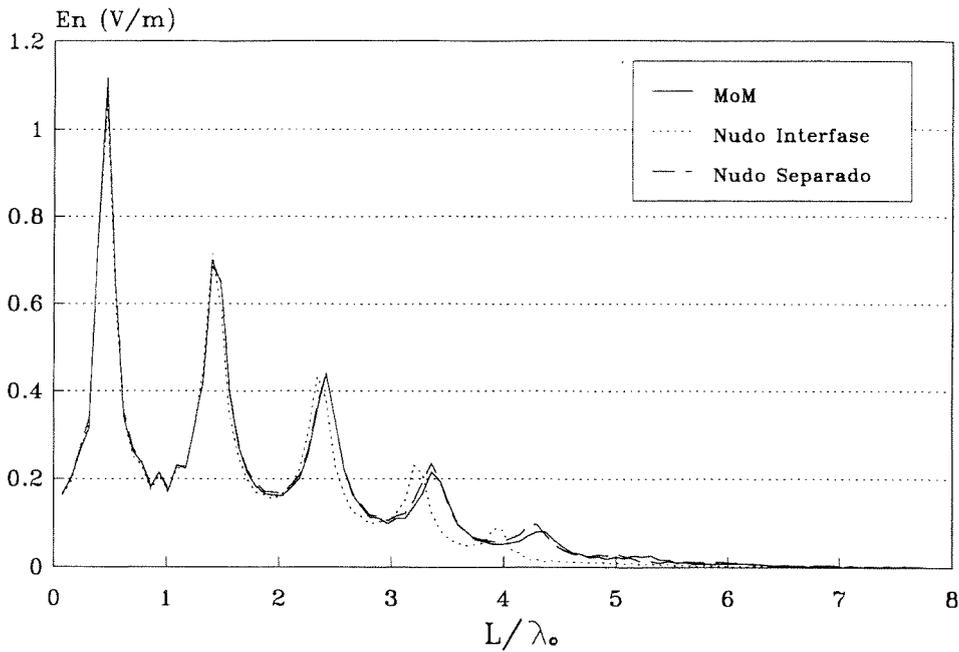


Fig. 5.8.- Campo normal al hilo obtenido mediante el MoM, el nudo en la interfase y el nudo separado con hilo.

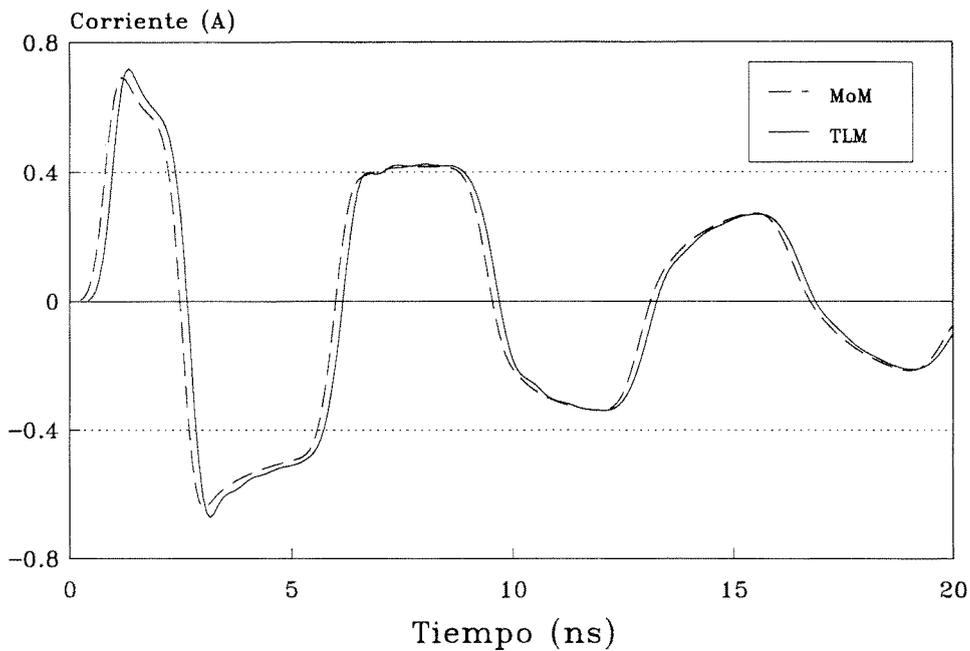


Fig. 5.9.- Corriente en el centro del hilo obtenida mediante el MoM y el nudo separado.

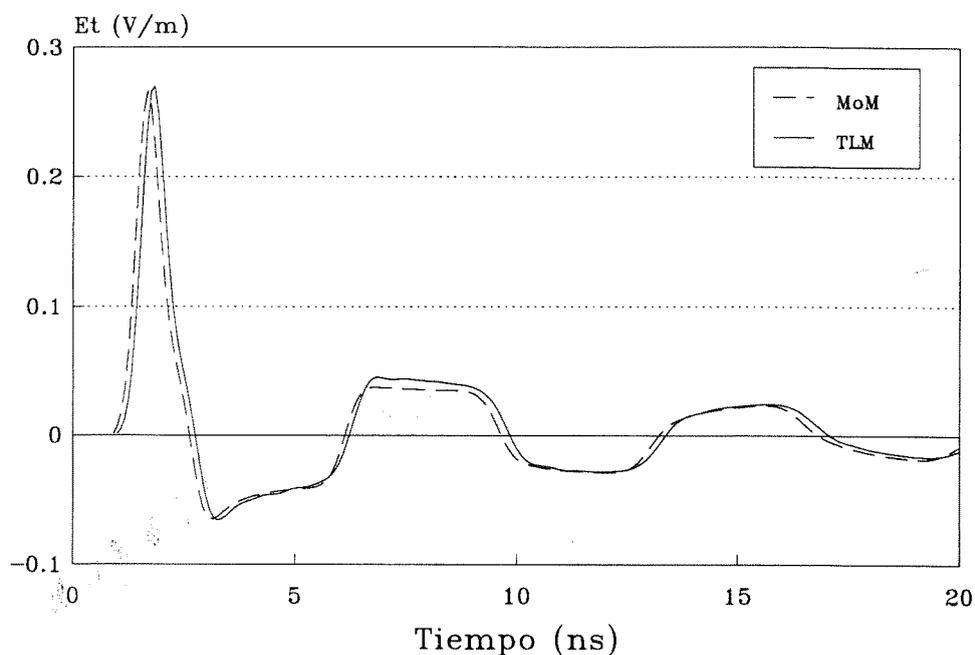


Fig. 5.10.- Campo tangencial al hilo obtenido mediante el MoM y el nudo separado.

5.6.- UN NUDO PARA LA SIMULACION DE HILOS CARGADOS.

En general, las antenas incluyen cargas que modifican su respuesta a los campos externos. La presencia de las cargas responde a diferentes motivos: equipos conectados a las antenas, elementos protectores frente a descargas, etc. Por tanto, el estudio de la simulación de cargas en hilos constituye un problema importante en todo método numérico de cuyo tratamiento nos ocuparemos a continuación.

La simulación de hilos cargados mediante el TLM se lleva a cabo extendiendo los conceptos introducidos para el tratamiento de hilos descargados descritos en las secciones anteriores. Efectivamente, basta añadir al nudo separado con hilo nuevas líneas de transmisión que den cuenta de la presencia de las cargas [88].

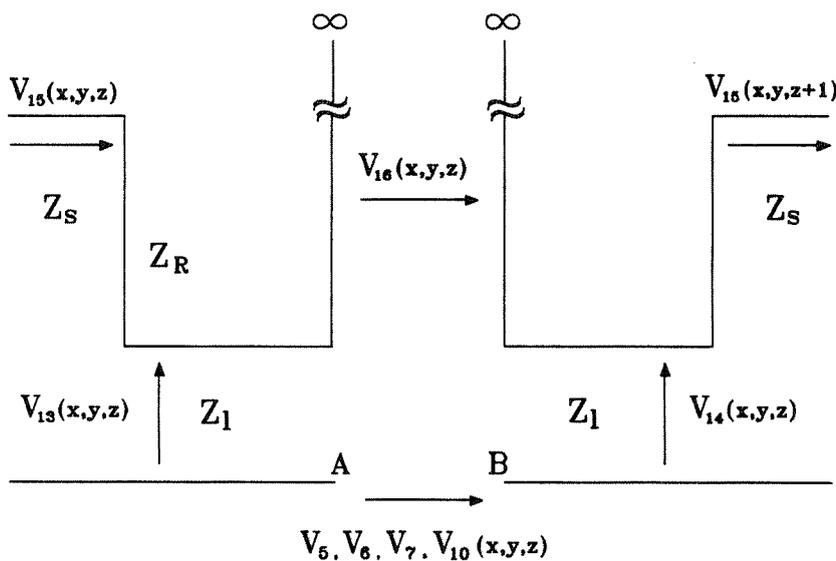


Fig. 5.11.- Estructura de líneas de transmisión para el nudo de hilo con carga.

La simulación de una carga resistiva de valor R se lleva a cabo añadiendo al hilo una línea de transmisión en serie de longitud infinita e impedancia característica $Z_R = R$, tal y como muestra la figura 5.11. Los pulsos derivados hacia la nueva línea, procedentes del resto de líneas, no retornan al medio pues la línea es de longitud infinita y representan la

energía perdida en la carga por efecto Joule.

La presencia de una carga capacitiva de capacidad C se tiene en cuenta añadiendo en serie una línea de longitud finita e impedancia característica Z_C . El sincronismo requiere que la longitud de la línea sea tal que los pulsos de tensión inviertan un tiempo $\Delta t/2$ en recorrerla desde su origen hasta su extremo.

A bajas frecuencias, la capacidad total introducida por la nueva línea es

$$\frac{1}{Z_C} \frac{\Delta t}{2} . \quad (5.20)$$

Igualando ésta a la capacidad requerida, se obtiene que la impedancia característica necesaria para modelar un condensador de capacidad C es

$$Z_C = \frac{\Delta t}{2C} . \quad (5.21)$$

Si la carga es inductiva, el proceso es análogo al caso anterior con la única salvedad de que el extremo de la nueva línea, ahora de impedancia característica Z_L , se encuentra cortocircuitado. Considerando la inducción generada por la nueva línea, se obtiene fácilmente que la simulación de una inducción de valor L implica que su impedancia característica venga determinada por

$$Z_L = \frac{2L}{\Delta t} . \quad (5.22)$$

Los elementos fundamentales para el tratamiento de cargas resistivas y reactivas ya han sido introducidos, el resultado es un nudo con una nueva línea, cuya longitud e impedancia depende del valor concreto de la carga. Es interesante destacar que los modelos son aplicables también a cargas no lineales. Para ello, basta con llevar a cabo en cada intervalo temporal una modificación del valor de la impedancia de la línea correspondiente de acuerdo con el nuevo valor de la carga no lineal.

El modelo de hilo con carga quedará completado una vez se haya calculado la matriz de dispersión de la nueva estructura. Con objeto de dar más flexibilidad al nudo, realizaremos este cálculo para un hilo con dos cargas conectadas en paralelo. Consideraremos como siempre un hilo orientado según la dirección z . La nueva estructura que se acopla con el campo E_z se muestra en la figura 5.12, para el caso en que una de las cargas es capacitiva y la otra es resistiva, correspondiendo éstas con las líneas 15 y 16, de impedancia Z_C y Z_R respectivamente. Modificando la longitud de las líneas y controlando sus extremos, abiertos o cortocircuitados, se obtiene un nudo válido para otras situaciones ya que la matriz de dispersión no depende de estos factores.

El nuevo nudo está formado por 17 líneas, pero la matriz de dispersión tan sólo tiene en cuenta la redistribución de los pulsos en las dieciséis primeras líneas. La matriz se calcula siguiendo los procedimientos descritos para los nudos anteriores, obteniéndose el siguiente resultado

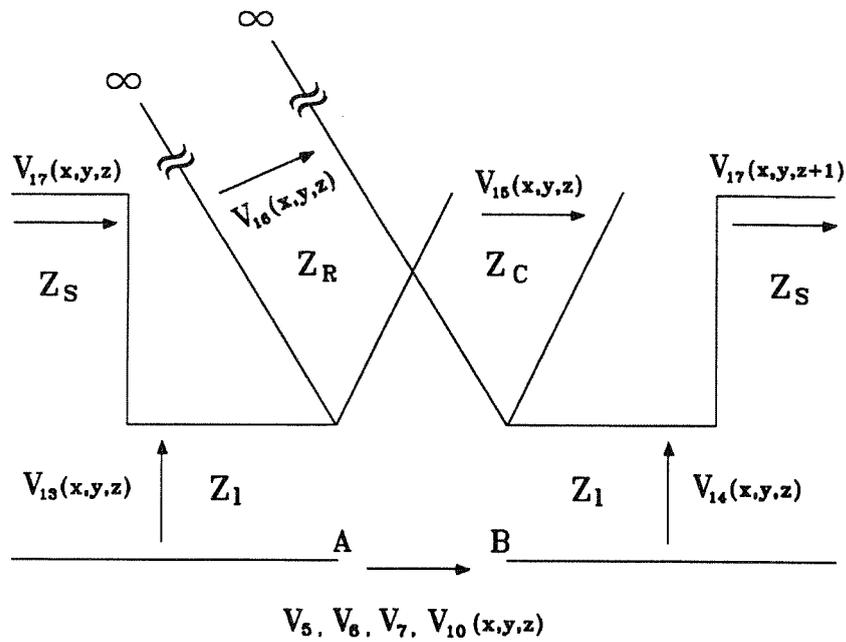


Fig. 5.12.- Estructura de líneas de transmisión para el nudo simétrico de hilo con dos cargas en paralelo.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1		s	s						s		-s					
2	s					s				-s		s				
3	s			s			s						-s			
4			s		s		-s				s					
5				s	a	c	b	-s		c			i	-i	m	l
6		s			c	a	c		-s	b			i	-i	m	l
7				-s	b	c	a	s		c			i	-i	m	l
8			s		-s		s				s					
9	s					-s				s		s				
10		-s			c	b	c		s	a			i	-i	m	l
11	-s			s				s				s				
12		s	-s						s		s					
13					d	d	d			d			f	h	-k	-n
14					-d	-d	-d			-d			h	f	k	n
15					e	e	e			e			-g	g	j	p+1
16					e	e	e			e			-g	g	j+1	p

(5.23)

donde los coeficientes desconocidos vienen dados por

$$Z_1 = \frac{Z_R Z_C}{Z_R + Z_C},$$

$$\frac{1}{Z_2} = \frac{3}{Z_0} + \frac{1}{2Z_L + Z_1},$$

$$\frac{1}{Z_3} = \frac{1}{Z_R} + \frac{1}{2Z_L + Z_0/4},$$

$$\frac{1}{Z_4} = \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{2Z_L + Z_0/4},$$

$$c = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_0},$$

$$d = c \frac{Z_L}{2Z_L + Z_1},$$

$$e = c \frac{Z_L}{2Z_L + 1},$$

$$i = \frac{Z_0}{2(2Z_L + Z_0 + Z_1)},$$

$$h = 4i \frac{Z_L}{Z_0},$$

$$g = 4i \frac{Z_1}{Z_0},$$

$$f = \frac{i+g}{2},$$

$$m = \frac{Z_3 Z_0}{2(Z_3 + Z_C)(2Z_L + Z_0/4)},$$

$$k = 4m \frac{Z_L}{Z_0},$$

$$j = \frac{Z_3 - Z_C}{Z_3 + Z_C},$$

$$l = \frac{Z_4 Z_0}{2(Z_4 + Z_R)(2Z_L + Z_0/4)},$$

$$n = 4l \frac{Z_L}{Z_0},$$

$$\mathbf{p} = \frac{Z_4 - Z_R}{Z_4 + Z_R}, \quad \mathbf{s} = \frac{1}{2}, \quad (5.24)$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{b} = - \left(\frac{2d^2}{Z_L} + \frac{e^2}{Z_1} \right) \frac{Z_0}{4c}.$$

Nótese que en este ejemplo particular la columna 16 no es necesaria ya que para una línea infinita no hay pulso incidente.

El proceso queda finalizado en un segundo paso en el cual los pulsos de las líneas 17, 13 y 14 en cada punto espacial se redistribuyen de acuerdo con una expresión análoga a (5.18).

Las nuevas expresiones que determinan la corriente en la capacidad y la resistencia vienen dadas por

$$I_C = \frac{V_{15}^i - V_{15}^r}{Z_C} \quad ; \quad I_R = \frac{-V_{16}^r}{Z_R} \quad (5.25)$$

5.7.- APLICACION NUMERICA DEL NUDO CON HILO CARGADO.

En este apartado se presentarán resultados numéricos de aplicación del nudo anterior al cálculo de la corriente inducida por un campo externo

sobre un hilo delgado con cargas. Este análisis comienza con el tratamiento de elementos resistivos y reactivos y finaliza con ejemplos de cargas no lineales, el último de ellos utilizado para la protección frente a pulsos nucleares.

Un cálculo numérico independiente mediante el método de los momentos servirá para contrastar los resultados obtenidos en cada caso. En el apéndice A se presenta una breve descripción de las modificaciones necesarias en el método de los momentos para el tratamiento de cargas lineales y no lineales.

5.7.1.- ANTENA CARGADA CON UNA RESISTENCIA.

En este primer ejemplo se considera una antena de 1m de longitud y 5 mm de radio orientada en la dirección z y que está cargada con una resistencia de 75Ω en su punto medio. Sobre la antena incide un pulso nuclear electromagnético polarizado en la dirección z determinado por la expresión

$$\vec{E}^i = E_0 (e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}) \hat{z}, \quad (5.26)$$

donde $E_0=5.2 \cdot 10^4$ V/m, $\alpha=4 \cdot 10^4$ s⁻¹ y $\beta=5 \cdot 10^8$ s⁻¹.

La antena se divide en 21 segmentos espaciales por lo que la longitud de los nudos en las tres direcciones cartesianas es $\Delta l=47.6$ mm, siendo el intervalo temporal elegido $\Delta t=\Delta l/2c$, donde c es la velocidad de la luz en el vacío. Las impedancias características de las líneas 15 y 16 son

$Z_C=\infty$ y $Z_R=75\Omega$ respectivamente. La corriente obtenida en la carga con el TLM y el método de los momentos se muestra en la figura 5.13 en la que se aprecia la similitud entre ambas soluciones.

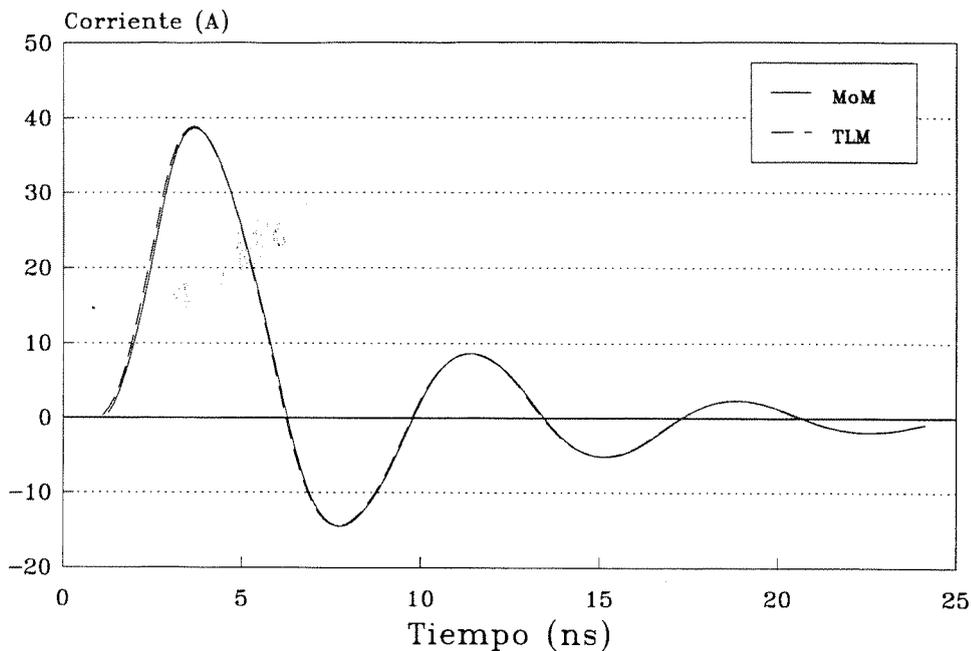


Fig. 5.13.- Corriente en una antena cargada con una resistencia.

5.7.2.- ANTENA CARGADA CON UN CONDENSADOR.

Como ejemplo simulación de carga reactiva se muestra el mismo campo incidente y la misma antena del caso anterior en la que se sustituye la resistencia por un condensador de capacidad $C=1\text{pF}$. Ahora, las impedancias de las líneas 15 y 16 son $Z_C=\Delta t/2C$ y $Z_R=\infty$ y la corriente obtenida con ambos métodos se muestra en la figura 5.14.

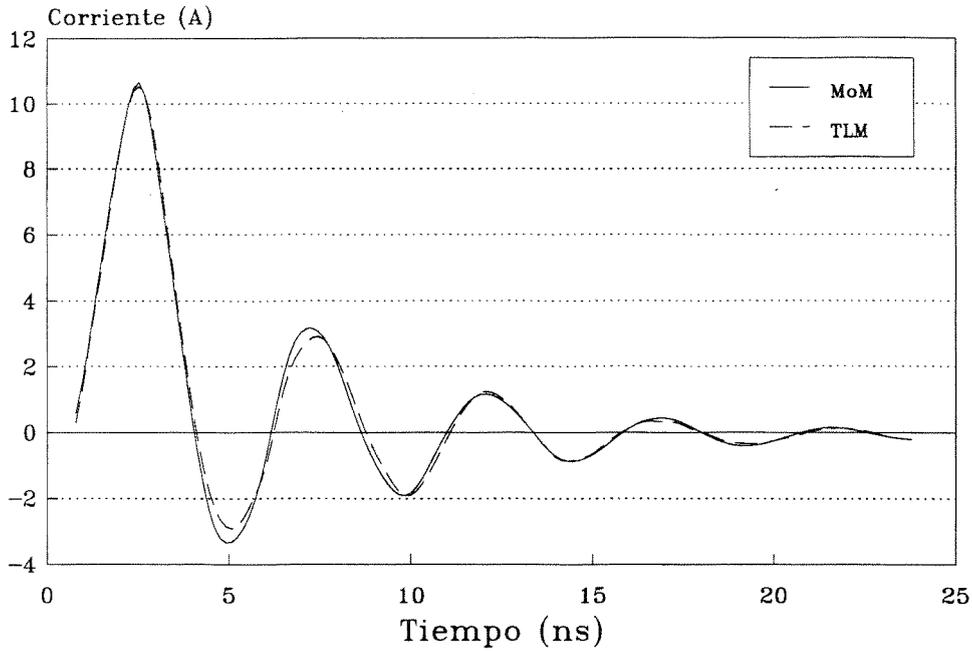


Fig. 5.14.- Corriente en una antena cargada con un condensador.

5.7.3.- ANTENA CON CARGA NO LINEAL.

Como ilustración del tratamiento de cargas no lineales consideremos un ejemplo sencillo de elemento resistivo cuya relación tensión intensidad viene dada por

$$\begin{cases} I = \gamma E^2 & \text{si } E > 0, \\ I = -\gamma E^2 & \text{si } E < 0. \end{cases} \quad (5.27)$$

La consideración mediante el TLM de este elemento implica la elección de las impedancias

$$Z_R = \frac{\Delta l}{\gamma |E|} \quad \text{y} \quad Z_C = \infty . \quad (5.28)$$

El valor de Z_R en cada instante depende del módulo del campo eléctrico, pero éste sólo se obtiene una vez conocido el valor de Z_R . El problema se resuelve mediante un sencillo proceso iterativo en el cual se parte de la impedancia Z_R correspondiente a la iteración previa. Con este valor de Z_R se obtiene la dispersión de los pulsos incidentes con los cuales se evalúa una estimación del campo eléctrico actual que, a su vez, permite un nuevo cálculo de Z_R . Si éste valor no coincide con el valor inicialmente supuesto, se recalcula el campo con esta nueva impedancia. El proceso termina cuando la impedancia supuesta antes y después de la dispersión de los pulsos coincide dentro de un margen de precisión preestablecido.

La aplicación del proceso a un diodo de sección igual a la del hilo de ejemplos anteriores y que presenta una densidad de corriente de 10^3 A/m^2 cuando se le aplica un campo eléctrico de 10^3 V/m , conduce a la intensidad en la carga que se muestra en la figura 5.15 en la que también se incluye la corriente evaluada mediante el método de los momentos.

Antes de tratar el último ejemplo, resulta interesante destacar que el proceso descrito anteriormente para el TLM es altamente independiente de la forma particular de la relación tensión-intensidad, mostrando además una rápida convergencia, salvo para problemas de muy marcado carácter alineal. No ocurre así en el cálculo mediante el método de los momentos

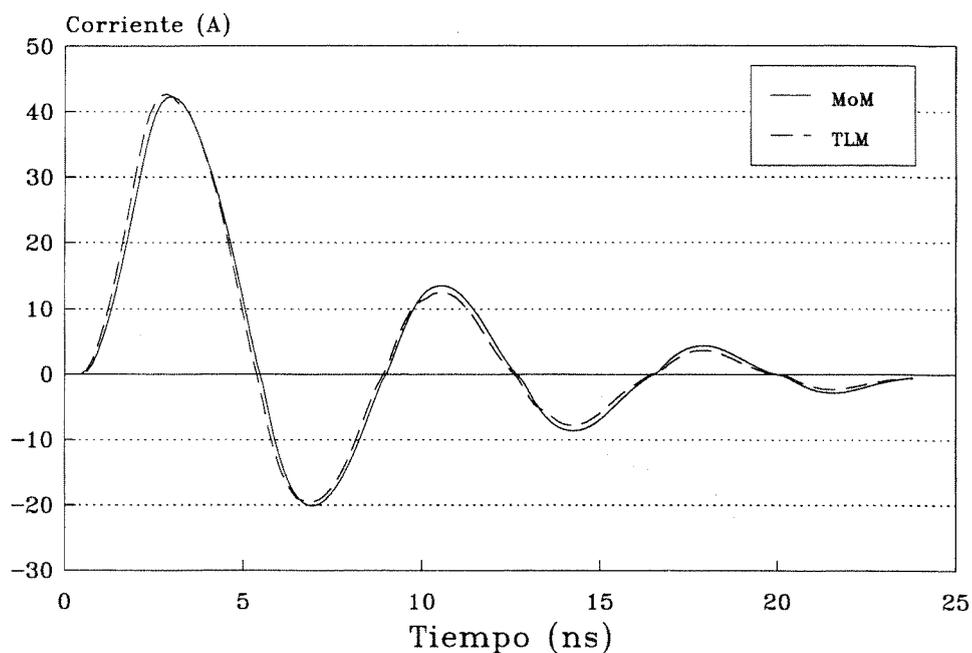


Fig. 5.15.- Corriente en una antena cargada con una resistencia no lineal.

en el que la ecuación a resolver es diferente para cada tipo de material. Dicha ecuación es además de mayor orden de complejidad que la correspondiente al TLM, lo que dificulta su solución de forma iterativa debido a la aparición de problemas de convergencia. No obstante, el caso sencillo de relación cuadrática elegido en este ejemplo conduce a una ecuación de segundo grado de fácil solución (ver apéndice A).

5.7.4.- ANTENA PROTEGIDA CON UN MATERIAL VARISTOR.

Para finalizar el estudio numérico de nudos con cargas, consideremos el tratamiento de elementos altamente alineales utilizados

en la protección de equipos como es el caso de los materiales varistores [89], [90].

A diferencia de otros materiales limitadores de tensión, los materiales varistores presentan una dependencia no lineal con la tensión no sólo de la intensidad de conducción, sino también de la capacidad. Para campos eléctricos inferiores a un cierto valor umbral, el material presenta una alta impedancia así como una baja capacidad. Por el contrario, para campos aplicados superiores al valor umbral, la conductividad y la constante dieléctrica del material aumentan drásticamente. De esta manera, un material varistor conectado en paralelo con un circuito que se desea proteger no afecta al mismo en funcionamiento normal ya que presenta una alta impedancia. Por el contrario, si el campo eléctrico supera el valor umbral, la corriente inducida deriva hacia el varistor que ahora presenta una baja impedancia y alta capacidad, reduciendo así la corriente en el circuito. El efecto no lineal combinado resistivo y capacitivo, permite al varistor almacenar energía capacitivamente en los instantes iniciales para disiparla en instantes posteriores, de forma mucho más lenta.

Las dependencia de la densidad de corriente de conducción, J_R , y de la constante dieléctrica relativa frente al campo eléctrico aplicado vienen dadas por [89]

$$J_R(E) = BE^\alpha \quad \text{y} \quad \epsilon_r(E) = \sum_{n=0}^{\alpha-1} a_n E^n, \quad (5.29)$$

donde B , α y los coeficientes a_n son constantes características del material.

Como ejemplo concreto consideremos la antena anterior de longitud 1m y radio $r=5\text{mm}$ orientada en la dirección z . En su centro se conecta una carga resistiva de $R_e = 75\Omega$ que simula la presencia de los equipos conectados a la antena. Un material varistor se conecta en paralelo a esta resistencia con el objeto de proteger a los mismos frente al pulso nuclear incidente definido en (5.26). La corriente inducida en la resistencia R_e en ausencia de elemento protector es del orden de 40A, ejemplo 5.4.1, y se pretende el cálculo numérico de esta corriente cuando el material varistor protege los equipos.

En lo que respecta al método de los momentos, no es posible el tratamiento de estas cargas utilizando un sencillo método iterativo como el descrito en el ejemplo anterior sino que se requiere la resolución de una ecuación polinómica de orden 2α [87]. El proceso necesario se desarrolla brevemente en el apéndice A. En los materiales típicos, el coeficiente α es 5 por lo que se obtienen diez soluciones posibles de las cuales debe determinarse la única correcta, lo que no siempre es un problema trivial.

La simulación mediante el TLM es considerablemente más directa. El material varistor es equivalente a una resistencia no lineal, R_v , conectada en paralelo con un condensador también no lineal, C_v . Considerando nudos uniformes de longitud Δl y las relaciones no lineales características del varistor dadas en (5.29), se obtienen para R_v y C_v las siguientes expresiones

$$R_v = \frac{\Delta l}{\pi r^2 B} E^{-\alpha+1}, \quad C_v = \frac{\pi r^2}{\Delta l} \sum_{n=0}^{\alpha-1} a_n E^n. \quad (5.30)$$

El problema se resuelve de forma sencilla considerando el nudo descrito en la sección 5.6 y eligiendo las impedancias Z_R y Z_C de las líneas 15 y 16 de la forma

$$Z_R = \frac{R_e R_v}{R_e + R_v}, \quad Z_C = \frac{\Delta t}{2C_v}. \quad (5.31)$$

que dependen del campo eléctrico aún desconocido.

A pesar de que el ejemplo es altamente no lineal, el proceso iterativo del ejemplo anterior resuelve este problema salvo en un número limitado de puntos en los que el proceso no converge, por lo que es necesario introducir una pequeña modificación.

En los casos en los que no hay convergencia, una simple extrapolación de los valores de la corriente en tiempos anteriores permite estimar una corriente esperada en el varistor, I_{esp} . Por otra parte, la corriente en el varistor puede obtenerse en cada intervalo temporal a partir de la tensión incidente por la línea 15, ya conocida, y las tensiones reflejadas por las líneas 15 y 16 mediante la expresión

$$I = \frac{V_{15}^i - V_{15}^r}{Z_c} + \frac{-V_{16}^r}{R_v}. \quad (5.32)$$

Igualando esta intensidad al valor I_{esp} y teniendo en cuenta la siguiente relación entre el campo eléctrico en la carga y las tensiones

$$E = \frac{V_{15}^i + V_{15}^r}{\Delta l} = \frac{V_{16}^r}{\Delta l}, \quad (5.33)$$

se puede deducir la siguiente ecuación que permite obtener un valor estimado del campo

$$E_{\text{esp}} = \frac{R_v Z_C}{\Delta l (R_v + Z_C)} \left(\frac{2V_{15}^i}{Z_C} - I_{\text{esp}} \right). \quad (5.34)$$

Finalmente, con este valor del campo eléctrico, se calculan las impedancias mediante las ecuaciones (5.30) y (5.31), con lo que se determina la matriz de dispersión del nudo en el intervalo temporal en cuestión.

La aplicación de estas técnicas permite la obtención de la figura 5.16 en la que se muestra la corriente en la carga R_e y en un material varistor cuyo campo eléctrico umbral se encuentra en torno a los 40kV/m. Como en ejemplos anteriores, se muestran las soluciones obtenidas mediante el TLM comparadas con la solución de referencia correspondiente al método de los momentos. La figura 5.17 presenta los mismos resultados para la misma antena pero ahora el varistor tiene el campo umbral a 4kV/m. Los parámetros característicos de ambos materiales cuando el campo eléctrico se mide en V/m y la densidad de corriente en A/m², se resumen en la tabla 5.1 [89], [90]. El efecto limitador es apreciable en ambas situaciones, la corriente en los equipos es reducida de un valor máximo aproximado de 40A a unos 25A y 4A en cada caso.

TABLA 5.1.- PARAMETROS CARACTERISTICOS DEL MATERIAL VARISTOR.

Campo umbral	40 kV/m	4 kV/m
B	$7.8 \cdot 10^{-20}$	$7.8 \cdot 10^{-15}$
α	5	5
a_0	20.0	20.0
a_1	$12.1 \cdot 10^{-3}$	$12.1 \cdot 10^{-2}$
a_2	$-6.1 \cdot 10^{-7}$	$-6.1 \cdot 10^{-5}$
a_3	$7.4 \cdot 10^{-12}$	$7.4 \cdot 10^{-9}$
a_4	$4.0 \cdot 10^{-16}$	$4.0 \cdot 10^{-12}$

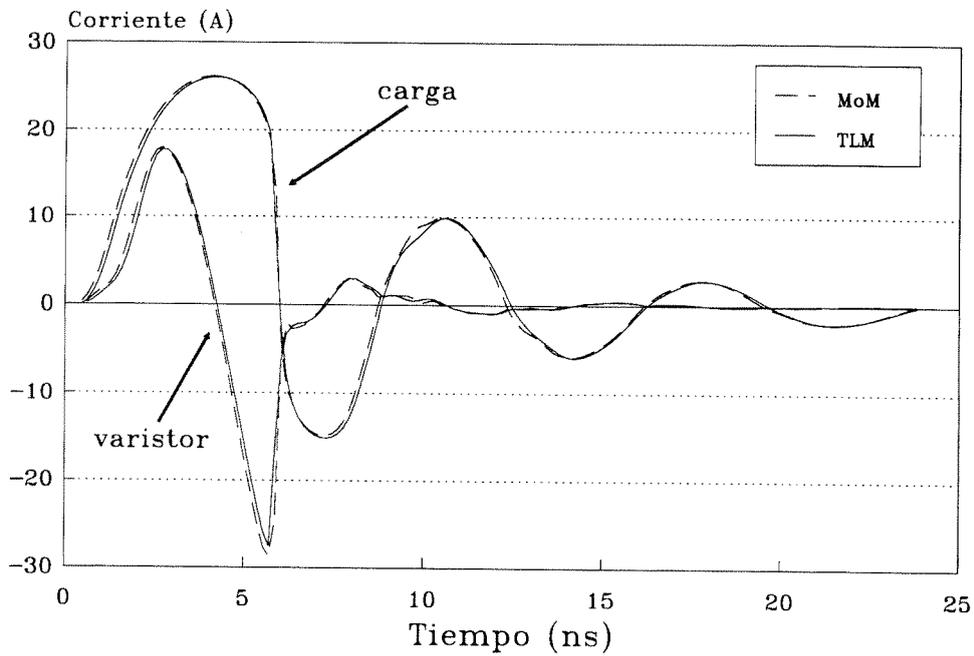


Fig. 5.16.- Antena protegida con un material varistor de tensión umbral 40kV/m.

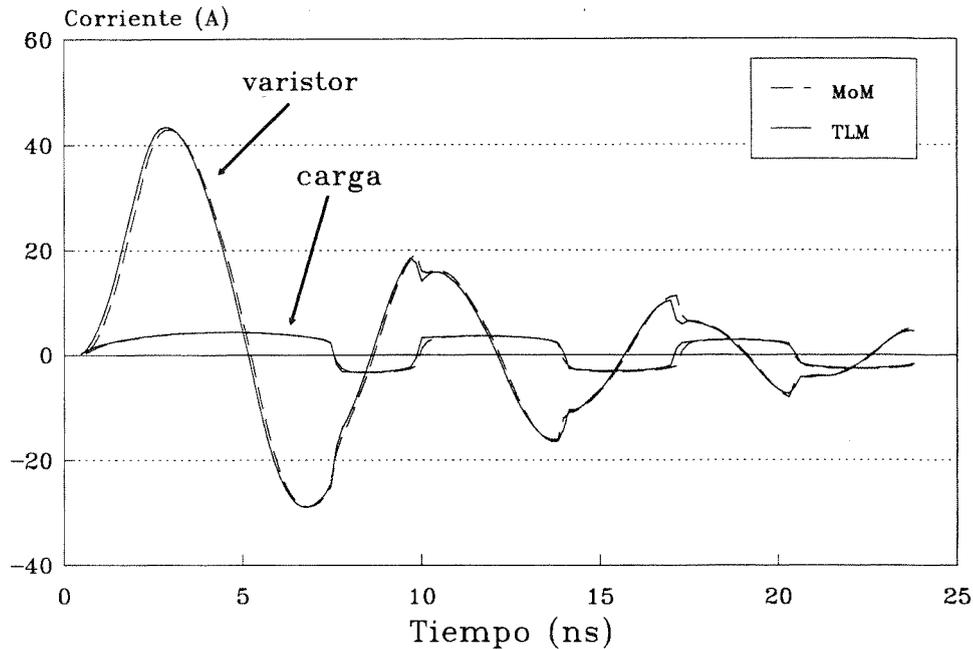


Fig. 5.17.- Antena protegida con un material varistor de tensión umbral 4kV/m.

Para finalizar, destaquemos el hecho de que el cálculo mediante el método de líneas de transmisión en los complejos materiales anteriores, tan sólo ha requerido la solución alternativa al método iterativo para un número muy reducido de puntos del segundo varistor, siendo estos puntos los correspondientes a los instantes en los que el campo eléctrico cambia su signo. El motivo de esta dificultad reside en que en estos instantes, el campo eléctrico presenta una alta variación con respecto al tiempo que el método iterativo no es capaz de resolver con el procedimiento directo. Afortunadamente, la elevada capacidad del

material implica almacenamiento capacitivo de carga, lo que reduce considerablemente la variación temporal de la intensidad en el varistor, justificándose de este modo la alternativa propuesta, basada en la extrapolación de esta corriente.

CONCLUSIONES





El método de simulación mediante líneas de transmisión, TLM, se ha mostrado desde su creación como un procedimiento muy eficaz para la resolución numérica de problemas relacionados con la propagación de ondas electromagnéticas. Desde su nacimiento bidimensional, basado en los nudos paralelo y serie, hasta lo que parece ser su forma definitiva en tres dimensiones, fundamentada en el nudo simétrico condensado, el método ha ido evolucionando y consiguiendo mayores cotas de síntesis y eficacia.

Esta memoria se ha centrado en el estudio de este último nudo tridimensional de líneas de transmisión, conocido a través de los calificativos simétrico y condensado que definen sus características. Como principales aportaciones de este trabajo se pueden destacar las siguientes:

a) Se ha realizado un análisis de las características de dispersión de una malla tridimensional de nudos simétricos condensados encontrándose que:

a.1) Sólo existe ausencia de dispersión para ondas propagándose en direcciones paralelas a los ejes del nudo. La dependencia de las velocidades de fase y grupo con la frecuencia y dirección de propagación se acentúa a medida que nos acercamos a la dirección $[1,1,1]$. Contrariamente a lo afirmado por algunos autores, la fuerte dispersión de la malla tridimensional de nudos simétricos condensados en esta dirección

hace que las propiedades dispersivas del TLM sean idénticas a las del método de diferencias finitas en el dominio del tiempo.

a.2) Para la dirección [1,1,1] y direcciones cercanas a ella, aparecen modos espúreos o soluciones no físicas por debajo de la frecuencia máxima permitida por el teorema de Shannon. Afortunadamente, los modos espúreos son fácilmente eliminables, ya que se encuentran separados de la rama de soluciones físicas a través de una banda prohibida.

a.3) La discretización espacial reduce la máxima frecuencia permitida por el muestreo temporal. Como se desprende de la relación de dispersión, para que la velocidad de una onda en la malla tridimensional de nudos sea aproximadamente igual a la del medio simulado, la longitud de onda mínima debe tener un valor aproximado a diez veces la dimensión de una celda unidad .

b) Se ha llevado a cabo un estudio de las condiciones de contorno absorbentes necesarias para el tratamiento de problemas abiertos mediante el TLM. Las características propias de las condiciones han permitido su agrupación en tres grandes tipos: condiciones de adaptación de impedancias, condiciones de onda unidireccional y condiciones de contorno discretas. De la aplicación de condiciones de órdenes diferentes para cada uno de estos grupos, se ha obtenido que:

b.1) Las condiciones de adaptación de impedancias, clásicamente utilizadas en el TLM, conducen a resultados semejantes a los obtenidos

mediante las condiciones de onda unidireccional, ampliamente utilizadas en el método de diferencias finitas.

b.2) La familia de condiciones de contorno discretas, directamente derivadas para la forma discreta de la ecuación de ondas, disminuye notablemente la aparición de reflexiones no físicas originadas por el truncamiento artificial del entramado de nudos.

b.3) En problemas bidimensionales, los mejores resultados se han obtenido mediante la aplicación de condiciones discretas de segundo orden de extrapolación espacio-temporal, apareciendo inestabilidades en la solución para condiciones de orden superior a dos.

b.4) Las condiciones discretas más apropiadas en problemas bidimensionales conducen a resultados inestables en su aplicación a casos tridimensionales. Para estos últimos, las condiciones óptimas resultan ser las condiciones discretas promediadas de primer orden.

c) Se ha efectuado un estudio del tratamiento de hilos conductores definiéndose dos nuevas estructuras. De la comparación de las diferentes alternativas presentadas se desprende que:

c.1) La forma más adecuada para la simulación de un hilo conductor consiste en la sustitución del hilo por una estructura formada por líneas de transmisión capaz de simular de forma independiente la capacidad e inducción añadidas al medio por la presencia del hilo.

c.2) Hasta el momento existía un único nudo que cumplía los requisitos anteriores modelando el hilo en la interfase entre nudos adyacentes [79]. De las dos nuevas estructuras que se proponen, la primera concentra la totalidad del hilo en el interior del nudo (nudo condensado con hilo), mientras que la segunda es un híbrido entre las dos anteriores (nudo separado con hilo). Aunque las tres estructuras constituyen una buena aproximación del problema, los resultados numéricos obtenidos muestran al nudo separado con hilo, desarrollado en esta memoria, como la estructura más eficaz para el tratamiento de hilos.

d) Por último, se ha considerado la simulación de cargas localizadas. Se han presentado las modificaciones necesarias en el nudo separado con hilo para la definición de una nueva estructura capaz de modelar un hilo conductor cargado con diferentes tipos de impedancias e incluso agrupaciones de las mismas. Se han mostrado ejemplos que corroboran la versatilidad y eficacia de este nuevo nudo del TLM para la simulación de cargas resistivas, reactivas e incluso no lineales.

FUTURAS LINEAS DE INVESTIGACION



El presente trabajo deja abiertas varias líneas de investigación que de manera natural, surgen del desarrollo y aplicación del método TLM o bien son propias del estado actual del análisis numérico. A continuación planteamos brevemente algunas de ellas.

a) Acompañando a la discretización que un modelo numérico realiza de un sistema físico, existe una aproximación que lleva asociada un error. A través de relaciones de dispersión, o por simple comparación con modelos analíticos, es posible conocer de forma aproximada los límites de aplicación de un método numérico, pero no existe un procedimiento general que suministre unas cotas de error a las cantidades generadas por un método numérico.

b) La eliminación de reflexiones no físicas originadas en la frontera artificial de los problemas abiertos ha sido tratada extensamente en esta memoria. A pesar de que se han logrado establecer condiciones absorbentes altamente satisfactorias, la definición de nuevas condiciones más precisas podría permitir el uso de entramados de dimensiones todavía inferiores a los necesarios en la actualidad. A priori, el estudio se dirigiría principalmente hacia la aplicación de algoritmos correctores que permitan soluciones estables de tercer o mayor orden o, de forma alternativa, hacia la determinación del ángulo de incidencia de la onda saliente sobre el contorno artificial y al posterior establecimiento de condiciones de onda unidireccional perfectamente absorbentes para este ángulo concreto.

c) El método TLM implementa el principio de Huygens, llevando en la matriz de dispersión la información contenida en las ecuaciones de Maxwell. El método podría adaptarse para la simulación de cualquier tipo de onda no electromagnética mediante la generación de un nudo que responda a las ecuaciones del proceso a simular.

d) El TLM promete ser un buen método numérico para la propagación de ondas electromagnéticas en medios anisótropos e inhomogéneos, ya que en una red tridimensional de nudos simétricos condensados, cada celda unidad puede tener unas características diferentes a las restantes.

e) Por su desarrollo en coordenadas cartesianas, el TLM encuentra dificultades para adaptarse a superficies redondeadas o cuñas. Una medida posible, pero impracticable por los grandes requerimientos de memoria que exigiría, sería la elección de una malla muy fina en la simulación del medio. Una alternativa más adecuada consiste en adaptar el TLM a otros tipos de coordenadas y a redes de tamaño variable que se acoplen con este tipo de geometrías. Aunque algunos pasos se han dado en este sentido [59], la mayor parte del trabajo queda aún por realizar.

f) Por ser la forma de cálculo del TLM un proceso escalonado en el tiempo, es posible realizar el proceso de síntesis que ayude, por ejemplo, a la localización de los centros de eco, sin más que llevar a cabo una inversión en el tiempo de la secuencia numérica directa.

APENDICE A

TRATAMIENTO DE CARGAS NO LINEALES MEDIANTE EL METODO DE LOS MOMENTOS

A.1.- INTRODUCCION.

En esta memoria se han presentado diversos ejemplos numéricos de simulación de antenas de hilo mediante nuevos nudos del TLM. Una solución paralela e independiente de estos problemas mediante el método de los momentos ha permitido llevar a cabo la validación necesaria de los resultados obtenidos. Si bien la aplicación del método de los momentos a este tipo de estructuras es suficientemente conocida [80]-[82], hemos considerado oportuno mostrar de forma explícita en este apéndice las modificaciones necesarias para el modelado numérico de hilos cargados con elementos no lineales.

A.2.- FORMULACION GENERAL.

Consideremos en primer lugar una estructura simple de hilo delgado conductor sobre la que incide un campo \vec{E}^{inc} . La distribución de carga y corriente inducidas por el campo satisfacen la siguiente ecuación integral [80]

$$\hat{\mathbf{s}} \cdot \vec{\mathbf{E}}^{inc}(\vec{\mathbf{r}}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{C(\vec{\mathbf{r}})} \left[\frac{\hat{\mathbf{s}} \cdot \hat{\mathbf{s}}'}{\mathbf{R}} \frac{\partial}{\partial t'} I(s', t') + \right. \\ \left. + c \frac{\hat{\mathbf{s}} \cdot \vec{\mathbf{R}}}{\mathbf{R}^2} \cdot \frac{\partial}{\partial s'} I(s', t') - c^2 \frac{\hat{\mathbf{s}} \cdot \vec{\mathbf{R}}}{\mathbf{R}^3} q(s', t') \right] ds' , \quad (\text{A.1})$$

donde $\vec{\mathbf{r}}$ y $\vec{\mathbf{r}}'$ son el punto campo y punto fuente respectivamente, $\vec{\mathbf{R}} = \vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}'$, t es el tiempo actual, t' el tiempo retardado, C el contorno del hilo, $\vec{\mathbf{s}}$ y $\vec{\mathbf{s}}'$ vectores unitarios tangentes a C en $\vec{\mathbf{r}}$ y $\vec{\mathbf{r}}'$, μ_0 la permeabilidad del vacío, c la velocidad de la luz en el vacío y, finalmente, $I(\vec{\mathbf{r}}', t')$ y $q(\vec{\mathbf{r}}', t')$ son las distribuciones de carga y corriente inducidas en el hilo.

La solución numérica de (A.1) mediante el método de los momentos en el dominio del tiempo considera al hilo dividido en N_s segmentos espaciales y al tiempo en N_t intervalos temporales. La aplicación de una interpolación Lagrangiana de segundo orden en el espacio y en el tiempo permite reducir la ecuación integral anterior a la siguiente ecuación matricial en el instante t_j definido por el intervalo temporal j

$$\vec{\mathbf{E}}_j^{sca} + \vec{\mathbf{E}}_j^{inc} = \vec{\mathbf{Z}} \vec{\mathbf{I}}_j , \quad \forall j = 1, \dots, N_t . \quad (\text{A.2})$$

En la ecuación anterior $\vec{\mathbf{E}}_j^{inc}$ es una matriz de dimensiones $N_s \times 1$ que representa la componente tangencial del campo incidente en t_j y en los puntos de observación $\vec{\mathbf{r}}_i$ ($i=1, \dots, N_s$) sobre la superficie del hilo y en el centro de cada segmento espacial. La magnitud $\vec{\mathbf{E}}_j^{sca}$ es una matriz columna cuyos elementos dan cuenta del campo dispersado en los puntos de

observación \vec{r}_i y que ha sido originado por la corriente en otros puntos de la antena en tiempos anteriores. Finalmente, \tilde{Z} es una matriz cuadrada de dimensiones $N_s \times N_s$ independiente del tiempo, únicamente depende de la geometría particular del hilo, que relaciona el campo total dispersado en la superficie de la antena con las corrientes actuales aún desconocidas [80].

Por analogía con teoría de circuitos, \tilde{Z} se denomina matriz impedancia del hilo siendo su inversa la matriz admitancia del hilo. El tratamiento de hilos con cargas se lleva a cabo de forma inmediata introduciendo el valor de la carga por unidad de longitud, R , en una matriz diagonal \tilde{Z}_j^L de modo que la ecuación (A.2) se transforma en

$$\vec{E}_j^{sca} + \vec{E}_j^{inc} = (\tilde{Z} + \tilde{Z}_j^L) \vec{I}_j, \quad \forall j=1, \dots, N_t. \quad (A.3)$$

La aplicación de los pasos descritos previamente ha permitido la sustitución de la compleja ecuación integral (A.1) por una ecuación matricial (A.3) mucho más sencilla. Así, cuando se consideran estructuras de hilo que contienen cargas lineales, la matriz \tilde{Z}_j^L no depende del intervalo temporal j , y una simple inversión matricial conduce a la obtención de la matriz admitancia y de la corriente en el hilo.

El problema se complica cuando las cargas son de carácter no lineal. En estos casos la matriz impedancia depende del valor actual del campo eléctrico lo que impide su cálculo de forma inmediata. Generalmente, el proceso más directo para este tipo de situaciones consiste en la aplicación

de un proceso iterativo a (A.3) que permita la obtención de la solución buscada. Este clase de procesos aplicados a una ecuación matricial como la anterior presentan el inconveniente de considerar el manejo de gran cantidad de variables, lo que conlleva un considerable tiempo de cálculo. En esta memoria se ha utilizado sin embargo un proceso alternativo que elimina la necesidad del tratamiento iterativo de la ecuación matricial completa que presentamos a continuación [82].

Si denotamos por $\tilde{Y}=\tilde{Z}^{-1}$ a la matriz admitancia del hilo descargado y multiplicamos ambos miembros de (A.3) por esta matriz, se obtiene

$$\tilde{Y}(\tilde{E}_j^{sca} + \tilde{E}_j^{inc}) = \tilde{I}_j + \tilde{Y} \tilde{Z}_j^L \tilde{I}_j . \quad (A.4)$$

Definamos además la carga \tilde{I}_j^u en el intervalo temporal actual j suponiendo que se ha eliminado la carga justo en este mismo instante. Esta nueva corriente se deriva a partir de la expresión

$$\tilde{I}_j^u = \tilde{Y}(\tilde{E}_j^{sca} + \tilde{E}_j^{inc}) \quad (A.5)$$

que, teniendo en cuenta (A.4), conduce a

$$\tilde{I}_j^u = \tilde{I}_j + \tilde{Y} \tilde{Z}_j^L \tilde{I}_j . \quad (A.6)$$

Consideremos el ejemplo particular en el que la estructura de hilo contiene una única carga por unidad de longitud R localizada en el segmento espacial k . En este caso, la corriente en el intervalo cargado se obtiene a través de

$$I_{kj} = \frac{I_{kj}^u}{1 + Y_{kk} R}, \quad (A.7)$$

mientras que la corriente en el resto de segmentos espaciales se obtiene de

$$I_{ij} = I_{ij}^u - \frac{Y_{ik} R I_{kj}^u}{1 + R Y_{kk}}, \quad (A.8)$$

donde Y_{ik} e Y_{kk} son elementos de la matriz \tilde{Y} e I_{ij}^u es la corriente en el segmento espacial i -ésimo y en el instante actual j -ésimo cuando la carga es nula.

Salvo en casos sencillos, la solución de (A.7) requiere un proceso iterativo ya que R depende del campo eléctrico, es decir, de la intensidad desconocida I_{kj} . El proceso sin embargo es mucho más sencillo y rápido que el inicialmente propuesto para la ecuación matricial. Finalmente, la solución de (A.7) permite el cálculo de R y, por tanto, del resto de la distribución por simple aplicación de (A.8).

A.3.- TRATAMIENTO DE CARGAS SENCILLAS.

En la sección anterior se ha presentado una técnica que permite un tratamiento rápido de cargas no lineales mediante el método de los momentos. Aunque el caso general requiere la aplicación de un proceso iterativo, ciertos tipos de cargas no lineales permiten, por la sencillez de

sus propiedades, o bien exigen, por la complejidad de las mismas, la solución de (A.7) mediante otro tipo de planteamiento. En esta sección consideraremos ejemplos de cada una de estas opciones que, por otra parte, han sido utilizadas como ejemplos en el capítulo 5 de esta memoria.

A.3.1.- SIMULACION NUMERICA DE UN CONDENSADOR.

Consideremos la simulación de un condensador de capacidad C mediante el método de los momentos. Supongamos que todos los segmentos espaciales del hilo son de longitud Δl y que el condensador se encuentra localizado en el segmento espacial k . La corriente a través del mismo en el instante temporal j viene determinada por

$$I_{kj} = C \Delta l \frac{\partial E_k^j}{\partial t}, \quad (\text{A.9})$$

donde E_k^j es el campo eléctrico en el condensador. El cálculo de la derivada temporal se puede efectuar mediante una extrapolación temporal que relacione la corriente actual con la corriente en tiempos anteriores. Eligiendo una extrapolación Lagrangiana de segundo orden, se llega fácilmente a la siguiente expresión aproximada para la corriente en la carga

$$I_{kj} = \frac{C \Delta l}{\Delta t} \left(\frac{3}{2} E_{kj} - 2 E_{kj-1} + \frac{1}{2} E_{kj-2} \right). \quad (\text{A.10})$$

La ecuación (A.10) puede simplificarse en la forma

$$I_{kj} = AE_{kj} + B_{kj}, \quad (A.11)$$

donde se han definido los siguientes términos

$$A = \frac{3}{2} \frac{C \Delta l}{\Delta t}, \quad B_{kj} = \frac{C \Delta l}{\Delta t} \left(-2E_{kj-1} + \frac{1}{2}E_{kj-2} \right). \quad (A.12)$$

Conocida la relación entre el campo eléctrico y la intensidad en el condensador, su cociente define la carga por unidad de longitud R introducida por el condensador. La sustitución de ésta en la ecuación (A.7) conduce a

$$I_{kj} = \frac{I_{kj}^u}{1 + Y_{kk} \frac{E_{kj}}{I_{kj}}}, \quad (A.13)$$

de la que se obtiene la siguiente expresión

$$I_{kj} + Y_{kk} E_{kj} = I_{kj}^u. \quad (A.14)$$

Sustituyendo (A.10) en (A.14) y reagrupando términos, se deriva de forma inmediata la ecuación para el campo eléctrico en el condensador

$$E_{kj} = \frac{I_{kj}^u - B_{kj}}{A + Y_{kk}}. \quad (A.15)$$

Obtenido el campo eléctrico, la carga por unidad de longitud R se calcula mediante

$$R = \frac{E_{kj}}{A E_{kj} + B_{kj}}, \quad (\text{A.16})$$

expresión que sustituida en (A.7) y (A.8) proporciona la distribución de corriente en el intervalo temporal j.

A.3.2.- UN EJEMPLO SENCILLO DE RESISTENCIA NO LINEAL.

Uno de los ejemplos de resistencia no lineal tratado en el capítulo 5 considera un elemento cuya relación campo eléctrico intensidad de corriente viene dada por

$$\begin{cases} I = \alpha E^2 & \text{si } E > 0, \\ I = -\alpha E^2 & \text{si } E < 0. \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

La correspondiente carga por unidad de longitud R necesaria en (A.7) y (A.8) es

$$\left. \begin{aligned} R &= \frac{1}{\alpha E} & \text{si } E > 0 \\ R &= -\frac{1}{\alpha E} & \text{si } E < 0 \end{aligned} \right\} R = \frac{1}{\alpha |E|}. \quad (\text{A.18})$$

Con objeto de evitar el manejo de módulos en las ecuaciones que derivaremos a continuación, consideremos separadamente el caso $E > 0$ y

el caso $E < 0$.

Si el módulo del campo eléctrico es positivo, la sustitución de la resistencia por unidad de longitud en (A.7) conduce a la siguiente ecuación para el tiempo t_j e intervalo espacial k

$$I_{kj} = \alpha E_{kj}^2 = \frac{I_{kj}^u}{1 + Y_{kk} \frac{1}{\alpha E_{kj}}}, \quad (\text{A.19})$$

que puede expresarse en la forma

$$\alpha E_{kj}^2 + Y_{kk} E_{kj} - I_{kj}^u = 0. \quad (\text{A.20})$$

De (A.20) se obtienen las dos soluciones siguientes para el campo eléctrico

$$E_{kj} = -\frac{Y_{kk}}{2\alpha} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Y_{kk}^2}{\alpha^2} + \frac{4I_{kj}^u}{\alpha}}. \quad (\text{A.21})$$

De la imposición inicial $E > 0$ se deduce que de las dos soluciones anteriores sólo es válida la que contiene el signo positivo.

El caso $E < 0$ se lleva a cabo de forma análoga y conduce a una sola solución cuya expresión es

$$E_{kj} = \frac{Y_{kk}}{2\alpha} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Y_{kk}^2}{\alpha^2} - \frac{4I_{kj}^u}{\alpha}}. \quad (\text{A.22})$$

El proceso temporal se lleva a cabo evaluando la corriente en ausencia de carga y calculando el campo eléctrico mediante (A.21) y (A.22). En general, ambas ecuaciones proporcionan un solo valor real puro con lo que se elimina la posible ambigüedad que, en caso de aparecer, se resuelve por simple comparación con un valor extrapolado del campo eléctrico a partir de sus valores previos.

A.4.- ANTENAS PROTEGIDAS CON MATERIALES VARISTORES.

Tratemos finalmente el caso de una antena lineal protegida con un material varistor. Las características no lineales de estos materiales, así como su utilidad en protección de circuitos ya han sido mostradas en el capítulo 5 [89]-[94]. La marcada no linealidad del elemento impide la aplicación con éxito de métodos iterativos para la resolución de (A.7). Presentemos a continuación las modificaciones llevadas a cabo en el método de los momentos para la obtención de los resultados incluidos en esta memoria [90].

El ejemplo considera una antena lineal como primera etapa de un equipo receptor. En el método la antena se divide en segmentos de igual longitud Δl y la presencia de equipos se implementa numéricamente con una impedancia por unidad de longitud equivalente Z_e . En paralelo con ésta se conecta un material varistor, representado por la impedancia por unidad de longitud Z_v , de forma que la impedancia total por unidad de longitud que carga a la antena es

$$Z_T = \frac{Z_e Z_v}{Z_e + Z_v} \quad (\text{A.23})$$

En funcionamiento normal, la impedancia Z_v es muy elevada y la presencia del varistor no afecta a las corrientes inducidas. Para campos eléctricos elevados o altamente variables con el tiempo, Z_v disminuye drásticamente protegiendo a los equipos.

Expresando Z_v en función del campo eléctrico E_{kj} en el segmento cargado k e intervalo temporal j y utilizando (A.7), la corriente total I_{kj} en dicho segmento puede expresarse mediante

$$I_{kj} = I_{vj} + \frac{E_{kj}}{Z_T} = \frac{I_{kj}^u}{1 + \frac{Y_{kk} Z_e \frac{E_{kj}}{I_{vj}}}{Z_e + \frac{E_{kj}}{I_{vj}}}}, \quad (\text{A.24})$$

donde I_{vj} y E_{kj}/Z_e son las corrientes en el material varistor y en los equipos respectivamente.

Para obtener la solución de (A.24) debemos antes expresar la corriente I_{vj} en función del campo eléctrico aplicado. Recordemos las expresiones que determinan la densidad de corriente de conducción J_R y la constante dieléctrica del material en función del campo eléctrico [90]

$$J_R = B E^\alpha, \quad \epsilon_T = \sum_{n=0}^{\alpha-1} a_n E^n. \quad (\text{A.25})$$

Por tanto, la densidad total de corriente en un material varistor sobre el que se aplica un campo eléctrico de amplitud E puede expresarse entonces como la suma de una corriente de conducción y una de desplazamiento mediante

$$J_T = J_R + J_D = B E^\alpha + \epsilon_0 \sum_{n=0}^{\alpha-1} a_n \frac{\partial}{\partial t} E^{n+1}. \quad (\text{A.26})$$

La derivada temporal puede evitarse mediante el uso de una interpolación Lagrangiana de segundo orden. Esta interpolación, junto a la definición de un conjunto de nuevos parámetros b_n , permite expresar la corriente total en el varistor en la forma

$$I_V(E) = \sum_{n=0}^{\alpha} b_n E^n. \quad (\text{A.27})$$

Particularizando (A.27) para el campo E_{kj} , sustituyéndola en (A.24), reagrupando términos y definiendo nuevos coeficientes c_n , se obtiene la siguiente ecuación polinómica para el campo eléctrico

$$\sum_{n=0}^{2\alpha} c_n E_j^n = 0. \quad (\text{A.28})$$

La resolución de (A.28) proporciona 2α soluciones posibles para el campo eléctrico buscado. Una posibilidad utilizada con éxito para la determinación del valor correcto consiste en efectuar una evaluación de la

corriente I_v en el varistor para todas las soluciones reales de (A.28). De forma independiente, se utilizan los valores previos de la corriente en el varistor para obtener un valor esperado I_{esp} mediante extrapolación temporal. Finalmente, el campo eléctrico solución de (A.28) que conduce al valor de I_v mas próximo a I_{esp} es considerado como la solución buscada.

Es interesante destacar que la extrapolación no de la corriente, sino del campo eléctrico conduce a la aparición de inestabilidades en el método. El motivo ya se ha comentado al tratar estos materiales con el TLM: el campo eléctrico aplicado es en este ejemplo una magnitud altamente variable con el tiempo, mientras que la elevada constante dieléctrica del material implica una variación mucho más lenta de la corriente debido a la aparición de efectos capacitivos.

Una vez evaluado el campo eléctrico E_{kj} , el cálculo de la corriente total mediante (A.27) permite la obtención de la corriente en el mismo y, por tanto, de su impedancia equivalente Z_v que, sustituida en (A.23) y (A.8), proporciona la distribución de corriente en la antena.



APENDICE B

PROGRAMAS

En este apéndice se incluyen dos ejemplos de programas utilizados en la obtención de los resultados presentados en esta memoria.

El primer programa, TLM-HILO, implementa el algoritmo numérico TLM para la simulación de la respuesta de hilos a una determinada excitación electromagnética. El programa principal incluye las distintas secciones necesarias en el cálculo tales como: entrada de datos, definición de contornos internos y externos, excitación, dispersión y transmisión de pulsos en los nudos, aplicación de condiciones de contorno y definición de salidas.

El segundo programa, VARIS, permite el cálculo mediante el Método de los Momentos de la respuesta de una antena de hilo cargada con un material varistor, siguiendo el proceso descrito en [86] con las modificaciones mencionadas en el apéndice A. Los diferentes bloques funcionales del programa se dividen en las subrutinas: RESIST, FUNFG, FUNINT, ESTRUCTU, INVERSION Y NEMP, cuyo contenido se describe brevemente mediante comentarios incluidos en los propios listados.



```

C *****
C
C          PROGRAMA TLM-HILO
C *****
C          PROGRAMA PARA LA SIMULACION DE LA RESPUESTA DE UN
C          HILO CON CARGAS A DIFERENTES CAMPOS INCIDENTES.
C *****

C *****
C          DEFINICION DE VARIABLES
C *****

          INTEGER BOUNDARY, DIR, NITSMAX, NSEPOUTS, LIMITPRINT,
          XNODEMAX, YNODEMAX, ZNODEMAX, NOUTSMAX
          INTEGER XH, YH, ZH1, ZH2
          REAL LINE1, LINE2, LINE3, LINE4, LINE5, LINE6
          REAL LINE7, LINE8, LINE9, LINE10, LINE11, LINE12,
          REAL LINE13, LINE14, LINE15, MU0

          CHARACTER*80 DATATYPE
          real rkan
          PARAMETER (BOUNDARY=1, C=2.99793E8, DIR=15,
# E0=8.854185E-12, LIMITPRINT=400, MU0=1.256637061E-6,
# NITSMAX=5001, NOUTSMAX=6, NSEPOUTS=1, XNODEMAX=51,
# YNODEMAX=51, ZNODEMAX=50, Z0=376.7303, Z02=2./Z0,
# TWOZ0=2.*Z0)

          INTEGER XPOSN (BOUNDARY), XY1 (BOUNDARY), XY2 (BOUNDARY)
#           , XZ1 (BOUNDARY), XZ2 (BOUNDARY)
          INTEGER YPOSN (BOUNDARY), YX1 (BOUNDARY), YX2 (BOUNDARY)
#           , YZ1 (BOUNDARY), YZ2 (BOUNDARY)
          INTEGER ZPOSN (BOUNDARY), ZY1 (BOUNDARY), ZY2 (BOUNDARY)
#           , ZX1 (BOUNDARY), ZX2 (BOUNDARY),

```

```

# XOUT1 (NOUTSMAX) ,
# YOUT1 (NOUTSMAX) ,
# ZOUT1 (NOUTSMAX)
  REAL V1 (XNODEMAX, 2, ZNODEMAX, 2) ,
# V5 (XNODEMAX, 2, ZNODEMAX, 2) , V7 (XNODEMAX, 2, ZNODEMAX, 2) ,
# V12 (XNODEMAX, 2, ZNODEMAX, 2) , V3 (2, YNODEMAX, ZNODEMAX, 2) ,
# V6 (2, YNODEMAX, ZNODEMAX, 2) , V10 (2, YNODEMAX, ZNODEMAX, 2) ,
# V11 (2, YNODEMAX, ZNODEMAX, 2) , V2 (XNODEMAX, YNODEMAX, 2, 2) ,
# V4 (XNODEMAX, YNODEMAX, 2, 2) , V8 (XNODEMAX, YNODEMAX, 2, 2) ,
# V9 (XNODEMAX, YNODEMAX, 2, 2)
  REAL V (DIR, XNODEMAX, YNODEMAX, ZNODEMAX)
  REAL W (DIR, XNODEMAX)
  REAL RHOX12 (BOUNDARY) , TORX12 (BOUNDARY) ,
# RHOY12 (BOUNDARY) , TORY12 (BOUNDARY) ,
# RHOZ12 (BOUNDARY) , TORZ12 (BOUNDARY) ,
# RHOX21 (BOUNDARY) , TORX21 (BOUNDARY) ,
# RHOY21 (BOUNDARY) , TORY21 (BOUNDARY) ,
# RHOZ21 (BOUNDARY) , TORZ21 (BOUNDARY) ,
# OUTVECTOR (NOUTSMAX) , DIVISOR (NOUTSMAX)
  real curx, curz, cury, CORR, IS, iz, LD, CD, ZL, ZS, ZTOTAL
  real facta, factb
  REAL R, UR, uv, ue
  INTEGER ZCARGA
  REAL Ibe5, COA (0:4) , JB, currv, cond, zr, z3, ze, zc

  CHARACTER*2 IDNAME (NOUTSMAX)
  CHARACTER*2 ID
  INTEGER P1, P2, P3, P4
  INTEGER D, X, XMAX, Y, YMAX, Z, ZMAX, X1, Y1, Z1

  COMMON /EXCITACION/DL

```

```

C      *****
C      DEFINICION DE FUNCIONES IMPLICITAS
C      *****

      EX(P1,P2,P3)=(V(1,P1,P2,P3)+V(2,P1,P2,P3)
#      +V(9,P1,P2,P3)+V(12,P1,P2,P3))*TWODL
      EY(P1,P2,P3)=(V(3,P1,P2,P3)+V(4,P1,P2,P3)
#      +V(8,P1,P2,P3)+V(11,P1,P2,P3))*TWODL
      EZ(P1,P2,P3)=(V(5,P1,P2,P3)+V(6,P1,P2,P3)
#      +V(7,P1,P2,P3)+V(10,P1,P2,P3))*TWODL
      CURX(P1,P2,P3)=(V(1,P1,P2,P3)+V(2,P1,P2,P3)
#      +V(9,P1,P2,P3)+V(12,P1,P2,P3))*Z02
      CURY(P1,P2,P3)=(V(3,P1,P2,P3)+V(4,P1,P2,P3)
#      +V(8,P1,P2,P3)+V(11,P1,P2,P3))*Z02
      CURZ(P1,P2,P3)=(V(5,P1,P2,P3)+V(6,P1,P2,P3)
#      +V(7,P1,P2,P3)+V(10,P1,P2,P3))*Z02
      HX(P1,P2,P3)=-(-V(4,P1,P2,P3)+V(5,P1,P2,P3)
#      -V(7,P1,P2,P3)+V(8,P1,P2,P3))*TWOZDL
      HY(P1,P2,P3)=-(-V(6,P1,P2,P3)+V(2,P1,P2,P3)
#      -V(9,P1,P2,P3)+V(10,P1,P2,P3))*TWOZDL
      HZ(P1,P2,P3)=-(-V(1,P1,P2,P3)+V(3,P1,P2,P3)
#      -V(11,P1,P2,P3)+V(12,P1,P2,P3))*TWOZDL
      VS(P1,P2,P3,P4)=v(P1,P2,P3,P4)-w(P1,p2)
C      *****
C      FIN DE LA DECLARACION DE VARIABLES
C      *****

C      *****
C      ENTRADA DE DATOS E
C      INICIALIZACION DE VARIABLES
C      *****

      OPEN(1,FILE='DATOSTLM',status='OLD')

```

```

open(27,file='icarga.dat',status='OLD')
G=3.E9
G2=G**2
TMAX=2.145/G
PI=ACOS(-1.)
print*,'Resistencia='
read*,zr
print*,'Capacidad='
read*,capacidad
PRINT*,'Posición de la carga='
read*,imedio

WRITE(*,*) 'LECTURA DE DATOS'
READ(1,1000) DATATYPE
WRITE(*,*) 'TIPO DE DATOS=',DATATYPE
READ(1,1001) NITS
WRITE(*,*) 'NUMERO DE ITERACIONES ',NITS
READ(1,1002) DL
write(*,*) 'DL=',DL
READ(1,1001) XMAX
READ(1,1001) YMAX
READ(1,1001) ZMAX
WRITE(*,*) 'XMAX=',XMAX
WRITE(*,*) 'YMAX=',YMAX
WRITE(*,*) 'ZMAX=',ZMAX
DT=DL/C*.5
TWODL=.5/DL
TWOZDL=1./(TWOZ0*DL)

DO 199 D=1,DIR
DO 199 X=1,XMAX
W(D,X)=0.
DO 199 Y=1,YMAX

```

```

DO 199 Z=1, ZMAX
199 V(D, X, Y, Z)=0.

```

```

DO 195 N=1, 2
DO 196 X=1, 2
DO 196 Y=1, YMAX
DO 196 Z=1, ZMAX

```

```

V3(X, Y, Z, N)=0.0
V6(X, Y, Z, N)=0.0
V10(X, Y, Z, N)=0.0
V11(X, Y, Z, N)=0.0
196 CONTINUE

```

```

DO 197 Y=1, 2
DO 197 X=1, XMAX
DO 197 Z=1, ZMAX
V1(X, Y, Z, N)=0.0
V5(X, Y, Z, N)=0.0
V7(X, Y, Z, N)=0.0
V12(X, Y, Z, N)=0.0
197 CONTINUE

```

```

DO 198 Z=1, 2
DO 198 X=1, XMAX
DO 198 Y=1, YMAX
V2(X, Y, Z, N)=0.0
V4(X, Y, Z, N)=0.0
V8(X, Y, Z, N)=0.0
V9(X, Y, Z, N)=0.0
198 CONTINUE

```

```

195 CONTINUE

```

```

C      *****
C      COEFICIENTES DE REFLEXION EXTERNOS
C      NECESARIOS PARA LA ONDA INCIDENTE
C      *****

      READ(1,1002) EXTRHOX1
      READ(1,1002) EXTRHOX2
      READ(1,1002) EXTRHOY1
      READ(1,1002) EXTRHOY2
      READ(1,1002) EXTRHOZ1
      READ(1,1002) EXTRHOZ2
      WRITE(*,*) 'REFLEXION EXTREMO X1=',EXTRHOX1
      WRITE(*,*) 'REFLEXION EXTREMO X2=',EXTRHOX2
      WRITE(*,*) 'REFLEXION EXTREMO Y1=',EXTRHOY1
      WRITE(*,*) 'REFLEXION EXTREMO Y2=',EXTRHOY2
      WRITE(*,*) 'REFLEXION EXTREMO Z1=',EXTRHOZ1
      WRITE(*,*) 'REFLEXION EXTREMO Z2=',EXTRHOZ2

C      *****
C      CONTORNOS INTERNOS
C      *****

C      PLANO-X
      WRITE(*,*) 'PLANO X'
      READ(1,1001) NXDIR
      WRITE(*,*) 'NUMERO DE CONTORNOS=',NXDIR
      DO 1199 X=1,NXDIR
      READ(1,1001) XPOSN(X)
      WRITE(*,*) 'PLANO XCONTORNO ',X,

```

```

# 'POSICION X=',XPOSN(X)
  READ(1,1001) XY1(X)
  READ(1,1001) XY2(X)
  READ(1,1001) XZ1(X)
  READ(1,1001) XZ2(X)
  WRITE (*,*) 'Y1=',XY1(X)
  WRITE (*,*) 'Y2=',XY2(X)
  WRITE (*,*) 'Z1=',XZ1(X)
  WRITE (*,*) 'Z2=',XZ2(X)
  READ(1,1002) RHOX12(X)
  READ(1,1002) RHOX21(X)
  READ(1,1002) TORX12(X)
  READ(1,1002) TORX21(X)
  WRITE(*,*) 'COEFICIENTE DE REFLEXION 12=',RHOX12(X)
  WRITE(*,*) 'COEFICIENTE DE TRANSMISION 12=',TORX12(X)
  WRITE(*,*) 'COEFICIENTE DE REFLEXION 21=',RHOX21(X)
  WRITE(*,*) 'COEFICIENTE DE TRANSMISION 21=',TORX21(X)

```

1199 CONTINUE

```

C PLANO-Y
  WRITE(*,*) 'PLANO Y'
  READ(1,1001) NYDIR
  WRITE(*,*) 'NUMERO DE CONTORNOS=',NYDIR
  DO 1299 Y=1,NYDIR
  READ(1,1001) YPOSN(Y)
  WRITE(*,*) 'PLANO YCONTORNO ',Y,
# 'POSICION Y=',YPOSN(Y)
  READ(1,1001) YX1(Y)
  READ(1,1001) YX2(Y)
  READ(1,1001) YZ1(Y)
  READ(1,1001) YZ2(Y)
  WRITE (*,*) 'X1=',YX1(Y)

```

```

WRITE (*,*) 'X2=',YX2(Y)
WRITE (*,*) 'Z1=',YZ1(Y)
WRITE (*,*) 'Z2=',YZ2(Y)
READ(1,1002) RHOY12(Y)
READ(1,1002) RHOY21(Y)
READ(1,1002) TORY12(Y)
READ(1,1002) TORY21(Y)
WRITE(*,*) 'COEFICIENTE DE REFLEXION 12=',RHOY12(Y)
WRITE(*,*) 'COEFICIENTE DE TRANSMISION 12=',TORY12(Y)
WRITE(*,*) 'COEFICIENTE DE REFLEXION 21=',RHOY21(Y)
WRITE(*,*) 'COEFICIENTE DE TRANSMISION 21=',TORY21(Y)

```

1299 CONTINUE

C

PLANO-Z

```

WRITE(*,*) 'PLANO Z'
READ(1,1001) NZDIR
WRITE(*,*) 'NUMERO DE CONTORNOS=',NZDIR
DO 1399 Z=1,NZDIR
READ(1,1001) ZPOSN(Z)
WRITE(*,*) 'PLANO ZCONTORNO ',Z,
# 'POSICION Z=',ZPOSN(Z)
READ(1,1001) ZX1(Z)
READ(1,1001) ZX2(Z)
READ(1,1001) ZY1(Z)
READ(1,1001) ZY2(Z)
WRITE (*,*) 'X1=',ZX1(Z)
WRITE (*,*) 'X2=',ZX2(Z)
WRITE (*,*) 'Y1=',ZY1(Z)
WRITE (*,*) 'Y2=',ZY2(Z)
READ(1,1002) RHOZ12(Z)
READ(1,1002) RHOZ21(Z)
READ(1,1002) TORZ12(Z)

```

```

READ(1,1002) TORZ21(Z)
WRITE(*,*) 'COEFICIENTE DE REFLEXION 12=',RHOZ12(Z)
WRITE(*,*) 'COEFICIENTE DE TRANSMISION 12=',TORZ12(Z)
WRITE(*,*) 'COEFICIENTE DE REFLEXION 21=',RHOZ21(Z)
WRITE(*,*) 'COEFICIENTE DE TRANSMISION 21=',TORZ21(Z)

```

1399 CONTINUE

```

C *****
C FIN DE CONTORNOS INTERNOS
C *****

```

```

C *****
C LECTURA DE POSICIONES Y TIPOS DE SALIDAS
C *****

```

```

WRITE(*,*) 'DEFINICION DE DATOS DE SALIDA'
READ(1,1001) NOUTS
WRITE(*,*) 'NUMERO DE SALIDAS=',NOUTS
DO 1809 NO1=1,NOUTS
READ(1,1000) IDNAME(NO1)
WRITE(*,*) 'SALIDA ',NO1,'
# IDENTIFICADOR=',IDNAME(NO1)
READ(1,1001) XOUT1(NO1)
READ(1,1001) YOUT1(NO1)
READ(1,1001) ZOUT1(NO1)
WRITE(*,*) 'X=',XOUT1(NO1)
WRITE(*,*) 'Y=',YOUT1(NO1)
WRITE(*,*) 'Z=',ZOUT1(NO1)
READ(1,1002) DIVISOR(NO1)
WRITE(*,*) 'DIVISOR=',DIVISOR(NO1)

```

1809 CONTINUE

```

C      *****
C      PLANO DE ALIMENTACION, NODO A ALIMENTAR
C      DATOS DEL HILO Y LA MATRIZ DEL HILO
C      *****

      READ (1, 657) IXAL
      READ (1, 657) INOD
      READ (1, 657) XH
      READ (1, 657) YH
      READ (1, 657) ZH1
      READ (1, 657) ZH2
      read(1,1002) ra
      WRITE (*, *) 'POSICION DEL HILO:?'
      WRITE (*, *) '      X= ', XH
      WRITE (*, *) '      Y= ', YH
      WRITE (*, *) '      Z= ', ZH1, ' a ', ZH2
      write(*,*) 'RADIO DEL HILO ', RA, 'm'
      CLOSE(1)
      facta=0.6
      factb=.31
      dlc=sqrt(dl*dl/pi)
      print*, 'radio efectivo', dlc/dl
      CD=2.*PI*E0/(LOG(DL*facta/RA))
      LD=MU0/(2.*PI)*LOG(DL*factb/RA)
      PRINT*, ' CD=', CD, ' LD=', LD
      ZL=DT/(CD*DL)
      ZS=2.*(LD*DL/DT-DT/(CD*DL))
      ZTOTAL=0.25*Z0+2.*ZL
      CA=-Z0/(8.*ZTOTAL)
      CB=CA
      CC=(2.*ZL)/(2.*ZTOTAL)

```

```

CD=ZL/(2.*ZTOTAL)
CF=(Z0/4.)/ZTOTAL
CH=2.*ZL/ZTOTAL
CI=Z0/(2.*ZTOTAL)

PRINT*,' R, 0.108DL, ZLINE, ZSTUB, ZTOTAL'
PRINT*,RA,0.108*DL,ZL,ZS,ZTOTAL
IF (ZS.GE.0.) THEN
  PRINT*,' CORRECTO'
ELSE
  PRINT*,' INCORRECTO'
END IF

C *****
C INICIO DE LAS ITERACIONES
C *****

C *****
C PRESENTACION EN PANTALLA
C *****

WRITE(*,*) 'INICIO DE LAS ITERACIONES...'
NITSP=MIN(NITS,LIMITPRINT)
OPEN(20,FILE='SALTLM',STATUS='NEW')

PRINT*,'ALIMENTACION EN X=',IXAL
PRINT*,'NODO=',INOD
WRITE(*,*) 'DATOS DE SALIDA'
WRITE(*,2) VERSION,DATATYPE
WRITE(*,3) DL,DT,Z0,NITS
I2=4
IF (4.GT.NOUTS) I2=NOUTS
I1=1

```

```

WRITE (*, 4) (IDNAME (NO), NO=I1, I2)
WRITE (*, 5) (XOUT1 (NO), YOUT1 (NO), ZOUT1 (NO), NO=I1, I2)
WRITE (*, 6)
777 CONTINUE

```

```

C *****
C COMIENZO DE LAS ITERACIONES
C *****

```

```
DO 99999 N=1, NITS
```

```

C *****
C SE GUARDAN LAS DATOS CORRESPONDIENTES AL CAMPO
C DISPERSADO DE IN INTERVALOS TEMPORALES
C ANTERIORES EN EL CONTORNO ARTIFICIAL.
C EXCITACION DEL PULSO GAUSSIANO EN EL PLANO X=?
C PROPAGACION EN LA DIRECCION +X
C *****

```

```

DO 435 X=1, 2
DO 435 Y=1, YMAX
DO 435 Z=1, ZMAX
in=2
V3 (X, Y, Z, in)=V3 (X, Y, Z, in-1)
V6 (X, Y, Z, in)=V6 (X, Y, Z, in-1)
V10 (X, Y, Z, IN)=V10 (X, Y, Z, IN-1)
V11 (X, Y, Z, IN)=V11 (X, Y, Z, IN-1)
V3 (X, Y, Z, 1)=VS (3, X, Y, Z)
V6 (X, Y, Z, 1)=VS (6, X, Y, Z)
V10 (X, Y, Z, 1)=VS (10, XMAX-X+1, Y, Z)
V11 (X, Y, Z, 1)=VS (11, XMAX-X+1, Y, Z)

```

```
435 CONTINUE
```

```

DO 436 Y=1,2
DO 436 X=1,XMAX
DO 436 Z=1,ZMAX
IN=2
V1(X,Y,Z,IN)=V1(X,Y,Z,IN-1)
V5(X,Y,Z,IN)=V5(X,Y,Z,IN-1)
V7(X,Y,Z,IN)=V7(X,Y,Z,IN-1)
V12(X,Y,Z,IN)=V12(X,Y,Z,IN-1)
V1(X,Y,Z,1)=VS(1,X,Y,Z)
V5(X,Y,Z,1)=VS(5,X,Y,Z)
V7(X,Y,Z,1)=VS(7,X,YMAX-Y+1,Z)
V12(X,Y,Z,1)=VS(12,X,YMAX-Y+1,Z)
436 CONTINUE
DO 437 Z=1,2
DO 437 X=1,XMAX
DO 437 Y=1,YMAX
IN=2
V2(X,Y,Z,IN)=V2(X,Y,Z,IN-1)
V4(X,Y,Z,IN)=V4(X,Y,Z,IN-1)
V8(X,Y,Z,IN)=V8(X,Y,Z,IN-1)
V9(X,Y,Z,IN)=V9(X,Y,Z,IN-1)
V2(X,Y,Z,1)=VS(2,X,Y,Z)
V4(X,Y,Z,1)=VS(4,X,Y,Z)
V8(X,Y,Z,1)=VS(8,X,Y,ZMAX-Z+1)
V9(X,Y,Z,1)=VS(9,X,Y,ZMAX-Z+1)
437 CONTINUE

```

```

C *****
C           EXCITACIONES
C *****

```

```

C      PULSO GAUSSIANO
      T=(DT*N-TMAX)
      T2=T*T
      EXC=d1*EXP(-G2*T2)
      IF (ABS(EXC).LT.1E-20) EXC=0.0
      IF (T.GT.8) EXC=0.0

C      PULSO NUCLEAR
      t=dt*n
      exc=5.25e4*d1*(exp(-4.e6*t)-exp(-4.76e8*t))
      X=IXAL
      W(6,X)=EXC+W(6,X)

      DO 78 Z=1,ZMAX
      DO 78 Y=1,YMAX
      V(6,X,Y,Z)=EXC+V(6,X,Y,Z)
78    CONTINUE

C      *****
C      CALCULO DE LAS SALIDAS
C      *****

      DO 7199 NO1=1,NOUITS
      ID=IDNAME(NO1)
      Z=ZOUT1(NO1)
      Y=YOUT1(NO1)
      X=XOUT1(NO1)
      IF (ID.EQ.'EX') OUTVECTOR(NO1)=EX(X,Y,Z)
      IF (ID.EQ.'EY') OUTVECTOR(NO1)=EY(X,Y,Z)
      IF (ID.EQ.'EZ') OUTVECTOR(NO1)=EZ(X,Y,Z)
      IF (ID.EQ.'HX') OUTVECTOR(NO1)=HX(X,Y,Z)
      IF (ID.EQ.'HY') OUTVECTOR(NO1)=HY(X,Y,Z)
      IF (ID.EQ.'HZ') OUTVECTOR(NO1)=HZ(X,Y,Z)

```

7199 CONTINUE

I2=4

IF (4.GT.NOUTS) I2=NOUTS

I1=1

WRITE(*,7) N, (OUTVECTOR(NO),NO=I1,I2)

WRITE(20,1661) N, (OUTVECTOR(NO), NO=1,NOUTS)

C *****
 C CALCULO DEL PLANO DE TENSIONES W EN AUSENCIA
 C DE DISPERSOR.
 C *****

DO 965 X=1,XMAX

LINE1=W(1,X)*.5

LINE2=W(2,X)*.5

LINE3=W(3,X)*.5

LINE4=W(4,X)*.5

LINE5=W(5,X)*.5

LINE6=W(6,X)*.5

LINE7=W(7,X)*.5

LINE8=W(8,X)*.5

LINE9=W(9,X)*.5

LINE10=W(10,X)*.5

LINE11=W(11,X)*.5

LINE12=W(12,X)*.5

W(1,X)=LINE2+LINE3+LINE9-LINE11

W(2,X)=LINE1+LINE6-LINE10+LINE12

W(3,X)=LINE1+LINE4+LINE8-LINE12

W(4,X)=LINE3+LINE5-LINE7+LINE11

```

W(5,X)=LINE4+LINE6-LINE8+LINE10
W(6,X)=LINE2+LINE5+LINE7-LINE9
W(7,X)=-LINE4+LINE6+LINE8+LINE10
W(8,X)=LINE3-LINE5+LINE7+LINE11
W(9,X)=LINE1-LINE6+LINE10+LINE12
W(10,X)=-LINE2+LINE5+LINE7+LINE9
W(11,X)=-LINE1+LINE4+LINE8+LINE12
W(12,X)=LINE2-LINE3+LINE9+LINE11

```

965 CONTINUE

```

C *****
C CONEXIONES CON NODOS ADYACENTES
C *****

```

```

DO 14199 X=1,XMAX-1

```

```

X1=X+1

```

```

TEMP1=W(11,X)

```

```

TEMP2=W(10,X)

```

```

W(11,X)=W(3,X1)

```

```

W(10,X)=W(6,X1)

```

```

W(3,X1)=TEMP1

```

```

W(6,X1)=TEMP2

```

14199 CONTINUE

```

C CONDICIONES PARA UNA ONDA VIAJANDO

```

```

C EN EL EJE X

```

```

W(3,1)=0.

```

```

W(6,1)=0.

```

```

W(11,XMAX)=0.

```

```

W(10,XMAX)=0.

```

```

DO 11299 X=1,XMAX

```

```

TEMP1=W(1,X)
W(1,X)=W(12,X)
W(12,X)=TEMP1
TEMP1=W(5,X)
W(5,X)=W(7,X)
W(7,X)=TEMP1
TEMP1=W(2,X)
W(2,X)=W(9,X)
W(9,X)=TEMP1
TEMP1=W(8,X)
W(8,X)=W(4,X)
W(4,X)=TEMP1
11299 CONTINUE

```

```

C *****
C DISPERSION DE LOS PULSOS EN PRESENCIA DE DISPERSOR
C *****

```

```

DO 3199 Z=1,ZMAX
DO 3199 Y=1,YMAX
DO 3199 X=1,XMAX

```

```

LINE1=V(1,X,Y,Z)
LINE2=V(2,X,Y,Z)
LINE3=V(3,X,Y,Z)
LINE4=V(4,X,Y,Z)
LINE5=V(5,X,Y,Z)
LINE6=V(6,X,Y,Z)
LINE7=V(7,X,Y,Z)
LINE8=V(8,X,Y,Z)
LINE9=V(9,X,Y,Z)
LINE10=V(10,X,Y,Z)

```

```

LINE11=V(11,X,Y,Z)
LINE12=V(12,X,Y,Z)
LINE13=V(13,X,Y,Z)
LINE14=V(14,X,Y,Z)
LINE15=V(15,X,Y,Z)

IF (X.NE.XH.OR.Y.NE.YH.OR.Z.LT.ZH1.OR.Z.GT.ZH2) THEN
C  NUDO SIN HILO
V(1,X,Y,Z)=.5*(LINE2+LINE3+LINE9-LINE11)
V(2,X,Y,Z)=.5*(LINE1+LINE6-LINE10+LINE12)
V(3,X,Y,Z)=.5*(LINE1+LINE4+LINE8-LINE12)
V(4,X,Y,Z)=.5*(LINE3+LINE5-LINE7+LINE11)
V(5,X,Y,Z)=.5*(LINE4-LINE8+LINE6+LINE10)
V(6,X,Y,Z)=.5*(LINE2-LINE9+LINE5+LINE7)
V(7,X,Y,Z)=.5*(LINE8-LINE4+LINE6+LINE10)
V(8,X,Y,Z)=.5*(LINE3-LINE5+LINE7+LINE11)
V(9,X,Y,Z)=.5*(LINE1-LINE6+LINE10+LINE12)
V(10,X,Y,Z)=.5*(LINE9-LINE2+LINE5+LINE7)
V(11,X,Y,Z)=.5*(-LINE1+LINE4+LINE8+LINE12)
V(12,X,Y,Z)=.5*(LINE2-LINE3+LINE9+LINE11)

ELSE if (z.ne.imedio) then
c  NUDO DE HILO SIN CARGA
V(1,X,Y,Z)=.5*(LINE2+LINE3+LINE9-LINE11)
V(2,X,Y,Z)=.5*(LINE1+LINE6-LINE10+LINE12)
V(3,X,Y,Z)=.5*(LINE1+LINE4+LINE8-LINE12)
V(4,X,Y,Z)=.5*(LINE3+LINE5-LINE7+LINE11)
V(5,X,Y,Z)=.5*(LINE4-LINE8)+CA*(LINE5+LINE7)
#   +CC*(LINE6+LINE10)+CI*(-LINE13+LINE14)
V(6,X,Y,Z)=.5*(LINE2-LINE9)+CA*(LINE6+LINE10)
#   +CC*(LINE5+LINE7)+CI*(-LINE13+LINE14)
V(7,X,Y,Z)=.5*(LINE8-LINE4)+CA*(LINE5+LINE7)
#   +CC*(LINE6+LINE10)+CI*(-LINE13+LINE14)

```

```

V(8,X,Y,Z)=.5*(LINE3-LINE5+LINE7+LINE11)
V(9,X,Y,Z)=.5*(LINE1-LINE6+LINE10+LINE12)
V(10,X,Y,Z)=.5*(LINE9-LINE2)+CA*(LINE6+LINE10)
#   +CC*(LINE5+LINE7)+CI*(-LINE13+LINE14)
V(11,X,Y,Z)=.5*(-LINE1+LINE4+LINE8+LINE12)
V(12,X,Y,Z)=.5*(LINE2-LINE3+LINE9+LINE11)
V(13,X,Y,Z)=-CD*(LINE5+LINE6+LINE7+LINE10)+CF*LINE13
#   +CH*LINE14
V(14,X,Y,Z)=CD*(LINE5+LINE6+LINE7+LINE10)+CH*LINE13
#   +CF*LINE14
END IF
3199 CONTINUE

```

```

C *****
C SEGMENTO CON RESISTENCIA Y CAPACIDAD
C EN PARALELO, Z=IMEDIO
C *****

```

```

x=xh
y=yh
z=imedio
ucapi=ucap
t1=V(1,X,Y,Z)
t2=V(2,X,Y,Z)
t3=V(3,X,Y,Z)
t4=V(4,X,Y,Z)
t5=V(5,X,Y,Z)
t6=V(6,X,Y,Z)
t7=V(7,X,Y,Z)
t8=V(8,X,Y,Z)
t9=V(9,X,Y,Z)
t10=V(10,X,Y,Z)
t11=V(11,X,Y,Z)

```

```
t12=V(12,X,Y,Z)
t13=V(13,X,Y,Z)
t14=V(14,X,Y,Z)
```

C PARAMETROS DE LA MATRIZ DE HILO Y CARGA

```
Ze=DT/(2.*capacidad)
zre=zr*ze/(zr+ze)
y5=3/z0+1/(2*z1+zre)
z5=1/y5
z14=zre+z1+z0/4
yec=1/zr+1/(2*z1+z0/4)
zec=1/yec
sc=2*z5/(z5+z0)
sd=2*z5*z1/((z5+z0)*(2*z1+zre))
se=2*z5*zre/((z5+z0)*(2*z1+zre))
si=z0/(2*(2*z1+z0/4+zre))
sf=(zre+z0/4)/(2*z1+z0/4+zre)
sh=2*z1/(2*z1+z0/4+zre)
sg=2*zre/(2*z1+z0/4+zre)
sm=(zec*z0/2)/((zec+ze)*(2*z1+z0/4))
sk=2*zec*z1/((zec+ze)*(2*z1+z0/4))
sj=(zec-ze)/(zec+ze)
sl=2*zec/(zec+ze)
sa=-z0/(4*sc)*(2*(sd**2)/z1+(se**2)/zre)
sb=sa
```

```
V(1,X,Y,Z)=.5*(t2+t3+t9-t11)
V(2,X,Y,Z)=.5*(t1+t6-t10+t12)
V(3,X,Y,Z)=.5*(t1+t4+t8-t12)
V(4,X,Y,Z)=.5*(t3+t5-t7+t11)
V(5,X,Y,Z)=.5*(t4-t8)+sa*(t5+t7)+sc*(t6+t10)+
#          si*(t14-t13)+sm*ucapi
V(6,X,Y,Z)=.5*(t2-t9)+sa*(t6+t10)+sc*(t5+t7)+
```

```

#           si*(t14-t13)+sm*ucapi
V(7,X,Y,Z)=.5*(t8-t4)+sa*(t5+t7)+sc*(t6+t10)+
#           si*(t14-t13)+sm*ucapi
V(8,X,Y,Z)=.5*(t3-t5+t7+t11)
V(9,X,Y,Z)=.5*(t1-t6+t10+t12)
V(10,X,Y,Z)=.5*(-t2+t9)+sa*(t6+t10)+sc*(t5+t7)+
#           si*(t14-t13)+sm*ucapi
V(11,X,Y,Z)=.5*(-t1+t4+t8+t12)
V(12,X,Y,Z)=.5*(t2-t3+t9+t11)
V(13,X,Y,Z)=-sd*(t5+t6+t7+t10)+sf*t13+sh*t14+sk*ucapi
v(14,x,y,z)=sd*(t5+t6+t7+t10)+sh*t13+sf*t14-sk*ucapi
ucap=se*(t5+t6+t7+t10)+sg*(t13-t14)+sj*ucapi
ur=se*(t5+t6+t7+t10)+sg*(t13-t14)+sl*ucapi

C      UCOAX=TENSION EN LA PARTE RESISTIVA
C      UCAP=TENSION EN LA PARTE CAPACITIVA
      UCOAX=UR
      ucapr=ucap
      utot=(ucapi+ucapr)
      uenuevo=utot/dl
      corcap=- (ucapi-ucapr) /zE
      CORres=UCOAX/Zr

      print*,n,corcap,CORres
      write(27,27) n,corcap,CORres

C      *****
C      CONEXION DE PULSOS CON NODOS ADYACENTES
C      *****

      DO 4199 Z=1,ZMAX
      Z1=Z+1
      DO 4199 Y=1,YMAX

```

```

Y1=Y+1
DO 4199 X=1,XMAX
X1=X+1

IF (X.LT.XMAX) THEN

    TEMP1=V(11,X,Y,Z)
    TEMP2=V(10,X,Y,Z)
    V(11,X,Y,Z)=V(3,X1,Y,Z)
    V(3,X1,Y,Z)=TEMP1
    V(10,X,Y,Z)=V(6,X1,Y,Z)
    V(6,X1,Y,Z)=TEMP2

END IF

IF (Y.LT.YMAX) THEN

    TEMP1=V(12,X,Y,Z)
    TEMP2=V(7,X,Y,Z)
    V(12,X,Y,Z)=V(1,X,Y1,Z)
    V(7,X,Y,Z)=V(5,X,Y1,Z)
    V(1,X,Y1,Z)=TEMP1
    V(5,X,Y1,Z)=TEMP2

END IF

IF (Z.LT.ZMAX) THEN

    TEMP1=V(8,X,Y,Z)
    TEMP2=V(9,X,Y,Z)
    V(8,X,Y,Z)=V(4,X,Y,Z1)
    V(9,X,Y,Z)=V(2,X,Y,Z1)
    V(4,X,Y,Z1)=TEMP1

```

V(2,X,Y,Z1)=TEMP2

END IF

4199 CONTINUE

C *****
 C CONEXION ENTRE SEGMENTOS DEL
 C HILO TWO-PORT SCATTERER
 C *****

X=XH

Y=YH

DO Z=ZH1,ZH2-1

u13=V(13,X,Y,Z)

u14=v(14,x,y,z+1)

u15=v(15,x,y,z)

V(13,X,Y,Z)=(zs*u13+2.*z1*u14+2.*z1*u15)/(2.*z1+zs)

V(14,X,Y,Z+1)=(2.*z1*u13+zs*u14-2.*z1*u15)/(2.*z1+zs)

v(15,x,y,z)=(2.*zs*(u13-u14)+(2.*z1-zs)*u15)

/ (2.*z1+zs)

v(15,x,y,z)=-v(15,x,y,z)

END DO

C *****
 C CORRECCION POR CONTORNOS INTERNOS
 C *****

C CONTORNOS EN EL PLANO X

DO 5199 I=1,NXDIR

X=XPOSN(I)

```

X1=X-1
REF12=RHOX12(I)
TRA12=TORX12(I)
REF21=RHOX21(I)
TRA21=TORX21(I)
DO 5199 Z=XZ1(I),XZ2(I)
DO 5199 Y=XY1(I),XY2(I)
TEMP1=V(3,X,Y,Z)
TEMP2=V(6,X,Y,Z)
TEMP3=V(11,X1,Y,Z)
TEMP4=V(10,X1,Y,Z)
V(3,X,Y,Z)=TEMP3*REF21+TEMP1*TRA12
V(6,X,Y,Z)=TEMP4*REF21+TEMP2*TRA12
V(11,X1,Y,Z)=TEMP1*REF12+TEMP3*TRA21
V(10,X1,Y,Z)=TEMP2*REF12+TEMP4*TRA21
5199 CONTINUE

```

C CONTORNOS EN EL PLANO Y

```

DO 5299 I=1,NYDIR
Y=YPOSN(I)
Y1=Y-1
REF12=RHOY12(I)
TRA12=TORY12(I)
REF21=RHOY21(I)
TRA21=TORY21(I)
DO 5299 Z=YZ1(I),YZ2(I)
DO 5299 X=YX1(I),YX2(I)
TEMP1=V(1,X,Y,Z)
TEMP2=V(5,X,Y,Z)
TEMP3=V(12,X,Y1,Z)
TEMP4=V(7,X,Y1,Z)
V(1,X,Y,Z)=TEMP3*REF21+TEMP1*TRA12

```

```
V(5,X,Y,Z)=TEMP4*REF21+TEMP2*TRA12
V(12,X,Y1,Z)=TEMP1*REF12+TEMP3*TRA21
V(7,X,Y1,Z)=TEMP2*REF12+TEMP4*TRA21
```

5299 CONTINUE

C CONTORNOS EN EL PLANO Z

```
DO 5399 I=1,NZDIR
Z=ZPOSN(I)
Z1=Z-1
REF12=RHOZ12(I)
TRA12=TORZ12(I)
REF21=RHOZ21(I)
TRA21=TORZ21(I)
DO 5399 Y=ZY1(I),ZY2(I)
DO 5399 X ZX1(I),ZX2(I)
TEMP1=V(2,X,Y,Z)
TEMP2=V(4,X,Y,Z)
TEMP3=V(9,X,Y,Z1)
TEMP4=V(8,X,Y,Z1)
V(2,X,Y,Z)=TEMP3*REF21+TEMP1*TRA12
V(4,X,Y,Z)=TEMP4*REF21+TEMP2*TRA12
V(9,X,Y,Z1)=TEMP1*REF12+TEMP3*TRA21
V(8,X,Y,Z1)=TEMP2*REF12+TEMP4*TRA21
```

5399 CONTINUE

```
C *****
C CORRECCION DE CONTORNOS EXTERNOS 1
C CONDICIONES DE CONTORNO
C *****
```

XC=XMAX/2

```

ZC=YMAX/2
ZC=ZMAX/2

DO Z=1, ZMAX
DO Y=1, YMAX
acon=(xc-1)/xc
V(3,1,Y,Z)=acon*1./3.*(VS(3,2,Y,Z)+V3(1,Y,Z,2)
# +V3(2,Y,Z,2))+W(3,1)
V(6,1,Y,Z)=acon*1./3.*(VS(6,2,Y,Z)+V6(1,Y,Z,2)
# +V6(2,Y,Z,2))+W(6,1)
V(10,XMAX,Y,Z)=acon*1./3.*(VS(10,XMAX-1,Y,Z)
# +V10(2,Y,Z,2)+V10(1,Y,Z,2))+W(10,XMAX)
V(11,XMAX,Y,Z)=acon*1./3.*(VS(11,XMAX-1,Y,Z)
+V11(2,Y,Z,2)+V11(1,Y,Z,2))+W(11,XMAX)
END DO
END DO

DO Z=1, ZMAX
DO X=1, XMAX
acon=(yc-1)/yc
V(1,X,1,Z)=acon*1./3.*(VS(1,X,2,Z)+V1(X,1,Z,2)+
# V1(X,2,Z,2))+W(1,X)
V(5,X,1,Z)=acon*1./3.*(VS(5,X,2,Z)+V5(X,1,Z,2)+
# V5(X,2,Z,2))+W(5,X)
V(7,X,YMAX,Z)=acon*1./3.*(VS(7,X,YMAX-1,Z)
# +V7(X,1,Z,2)+V7(X,2,Z,2))+W(7,X)
V(12,X,YMAX,Z)=acon*1./3.*(VS(12,X,YMAX-1,Z)
# +V12(X,1,Z,2)+V12(X,2,Z,2))+W(12,X)
END DO
END DO

DO X=1, XMAX
DO Y=1, YMAX

```

```

    acon=(zc-1)/zc
    V(2,X,Y,1)=acon*1./3.*(VS(2,X,Y,2)+V2(X,Y,1,2)+
# V2(X,Y,2,2))+W(2,X)
    V(4,X,Y,1)=acon*1./3.*(VS(4,X,Y,2)+V4(X,Y,1,2)+
# V4(X,Y,2,2))+W(4,X)

C      CONDICIONES DE SIMETRIA
C      v(8,x,y,zmax)=-v(8,x,y,zmax)
C      v(9,x,y,zmax)=-v(9,x,y,zmax)
    V(8,X,Y,ZMAX)=acon*1./3.*(VS(8,X,Y,ZMAX-1)+
# V8(X,Y,1,2)+V8(X,Y,2,2))+W(8,X)
    V(9,X,Y,ZMAX)=acon*1./3.*(VS(9,X,Y,ZMAX-1)
# +V9(X,Y,1,2)+V9(X,Y,2,2))+W(9,X)
    END DO
    END DO

99999  CONTINUE

C      *****
C      FIN DE LA ITERACION
C      *****

    CLOSE(UNIT=20)

C      *****
C      FORMATOS
C      *****

1      FORMAT(A)
2      FORMAT('PROGRAMA TLM EN TRES DIMENSIONES.
# SALIDAS E Y H' /
# /'VERSION =' ,A, /' TIPO DE DATOS=' ,A80)
3      FORMAT(1X,1P, /' DL= ' ,E12.5, ' METROS' /' DT= '

```

```

# ,E12.5,' SEGUNDOS'
# /' Z0= ',E12.5,' OHMIOS',/,0P,' ITERACIONES= ',I10)
4   FORMAT(/5X,' TIME' ,8(8X,A5:))
5   FORMAT(14X,8((3X,' (' ,2(I2,',') ,I2,')') :))
6   FORMAT(1X,77('='))
7   FORMAT(1X,I3,1P,9(1X,E12.5:))
10  FORMAT(1X,I6,' : ITERACION.../
#   CALCULO DE SALIDAS...')
12  FORMAT(A80)
13  FORMAT(3(E12.5),2(I4))
14  FORMAT((A2,I5,I5,I5))
15  FORMAT(E12.5)
27  FORMAT(1X,I5,1X,E15.9,1X,E15.9,1X,E15.9)
33  FORMAT(1X,' NUMERO DE SALIDAS=',I2)
166 FORMAT(1X,I3,1X,I3,1X,E15.9)
657 FORMAT(1X,I2)
781 FORMAT(1X,E15.9)
1000 FORMAT(1X,A)
1001 FORMAT(1X,I5)
1002 FORMAT(1X,E12.5)
1661 FORMAT(1X,I4,' ',9(E12.5,' ' :))
1662 FORMAT(1X,E15.9)
1663 FORMAT(1X,E15.9)
END

```

```

C *****
C
C          PROGRAMA VARIS
C *****
C          PROGRAMA PARA LA SIMULACION MEDIANTE EL
C          METODO DE LOS MOMENTOS DE LA RESPUESTA A
C          UN CAMPO EXTERNO DE UNA ANTENA LINEAL CARGADA
C          CON UN MATERIAL VARISTOR.
C *****
C *****
C          SUBROUTINAS REQUERIDAS:
C          RESIST, FUNFG, FUNINT, ESTRUCTU, INVERSION, NEMP
C *****
C *****
C          DEFINICION DE VARIABLES
C *****

PARAMETER (NANT=1)
PARAMETER (NESP=21)
PARAMETER (NTEM=300)
REAL*8 EACT, E1, E2, E3
REAL*8 CORRN, YKK, CORAN, RLIM, ENU, ZC, IEXTR
REAL*8 DT, DS, C, RA, LONG, DIST, GE
REAL*8 T, Q, E, TC
REAL*8 F(0:3,0:3), CAR(0:3,0:3), INT(0:4,0:5)
REAL*8 MY(NESP,NESP,NANT), MY1(NESP,NESP), BB(NESP)
REAL*8 WK(NESP,NESP), BA(NESP)
REAL*8 CUR(NESP,-NESP:-1,NANT)
REAL*8 FM(NESP,NESP,-1:1,-2:1,NANT,NANT)
REAL*8 CM(NESP,NESP,-1:1,-2:1,NANT,NANT)
REAL*8 YCAR(NESP,-NESP:-1,NANT), BZ(NESP), R
REAL*8 X(NESP,NANT), Y(NESP,NANT), Z(NESP,NANT)
REAL*8 VX(NESP,NANT), VY(NESP,NANT), VZ(NESP,NANT)

```

```

        INTEGER UU,U,P,A,B,RIU,VV,V,H,HH,NS(NANT),NC
        COMMON /A1/NS/A2/LONG/A3/DT/A4/DS/A5/C/NC/NC
C      DEFINIMOS LA FUNCION R QUE NOS DETERMINA
C      EL VALOR DE RIU.

C      *****
C      INICIALIZACION DE VARIABLES
C      *****

        OPEN(2,FILE='DATOS')
        OPEN(1,FILE='MATRIZ')
        OPEN(30,FILE='CAMPO.MAT')
        OPEN(31,FILE='CORRVAR.MAT')
        OPEN(32,FILE='CORRLI.MAT')
        open(57,file='potencia.mat')
        EACT=0.D0
        E1=0.D0
        E2=0.D0
        E3=0.D0
        LONG=1.D0
        RA=0.005d0
        GE=3.0D9
        C=2.99793D8
        NS(1)=NESP
        ZC=75.D0*FLOAT(NS(1))/LONG
        NA=NANT
        NSS=NS(1)
        NC=IDINT(NSS/2)
        IF (NC*2.NE.NSS) NC=NC+1
        PRINT*,NC
        NT=ANINT(512./48.*NS(1))+4
        NT=NTEM
    
```

```

DIST=RA
DS=LONG/FLOAT(NS(1))
DT=DS/C
NS2=NC
CALL ESTRUCTURA(X,Y,Z,VX,VY,VZ,NS(1))

C *****
C CALCULO DE FACTORES DE ESTRUCTURA Y
C TERMINO DISTANCIA.
C *****
DO 100 KK=1,NA
K=KK
DO 100 HH=1,NA
H=HH
DO 100 UU=1,NS(K)
U=UU
PRINT*,'U=',U
DO 100 II=1,NS(H)
I=II

R=SQRT((X(I,H)-X(U,K))**2
# +(Y(I,H)-Y(U,K))**2+(Z(I,H)-Z(U,K))**2+RA**2)
RIU=IDNINT(R/DS)
CALL FUNINT(INT,U,I,K,H,R,NSS,NA,X,Y,Z,VX,VY,VZ)
DO 100 LL=-1,1
L=LL
DO 100 MM=-2,1
M=MM
T=0.0D0
TC=0.0D0
CALL FUNFG(F,CAR,I,U,L,M,H,K,RIU,NSS,
# NA,X,Y,Z,VX,VY,VZ)
DO 110 B=0,3

```

```

                DO 110 A=0,3
                T=T+F(A,B)*INT(A,B)
                TC=TC+CAR(A,B)*INT(A,B)
110             CONTINUE
                FM(I,U,L,M,H,K)=T
                CM(I,U,L,M,H,K)=TC
100             CONTINUE
                PRINT*,'TERMINADO EL CALCULO DE ESTRUCTURA.'

C              *****
C              CALCULO DE LA MATRIZ Z
C              *****

                DO 200 K=1,NA
                DO 10 U=1,NS(K)
                DO 20 I=1,NS(K)
                T=0.0D0
                DO 30 L=-1,1
                IC=I-L
                IF(IC.GE.1.AND.IC.LE.NS(k)) THEN
                R=DSQRT((X(IC,K)-X(U,K))**2
$  +(Y(IC,K)-Y(U,K))**2+(Z(IC,K)-Z(U,K))**2+RA**2)
                RIU=IDNINT(R/DS)
                    DO 35 P=0,1
                    IF(P.NE.RIU) GOTO 35
                    T=T+FM(IC,U,L,P,K,K)
35             CONTINUE
                END IF
30             CONTINUE
                BZ(I)=T
                WRITE(1,900) U,I,BZ(I)
20             CONTINUE
                DO 15 I=1,NS(K)

```

```

        WK (U, I) =BZ (I)
15      CONTINUE
10      CONTINUE
        CLOSE (1)
        CALL LIBRO (WK, BB, MY1, NS (K) , NS (K) )
        DO 1000 U=1, NS (K)
        DO 1000 I=1, NS (K)
        MY (U, I, K) =MY1 (U, I)
1000    CONTINUE
200     CONTINUE

        PRINT*, 'TERMINADO EL CALCULO DE LA MATRIZ Z.'

C      *****
C      CALCULO DEL TERMINO DE VOLTAJES
C      INICIO DE LAS ITERACIONES
C      *****

        DO 1 VV=1, NT
        V=VV
        DO 1 KK=1, NA
        K=KK
        DO 11 UU=1, NS (K)
        U=UU
        TC=0.0D0
        DO 12 HH=1, NA
        H=HH
        T=0.0D0
        Q=0.0D0
        DO 50 I=1, NS (H)
        R=SQRT ( (X (I, H) -X (U, K) ) **2
#      + (Y (I, H) -Y (U, K) ) **2+ (Z (I, H) -Z (U, K) ) **2+RA**2)

```

```

RIU=IDNINT(R/DS)
IF(RIU.EQ.0) THEN
    N=-2
ELSE
    N=-1
END IF
DO 50 L=-1,1
IC=I+L
IF(IC.GE.1.AND.IC.LE.NS(H)) THEN
    DO 45 M=N,N+2
    ICO=V-RIU+M
    IF(M.NE.RIU.AND.ICO.GE.1) THEN
        T=T+FM(I,U,L,M,H,K)*CUR(IC,-RIU+M,H)
    END IF
    IF(V-RIU-1.GE.1) THEN
        ICOP=V-RIU+M-1
        IF(ICOP.GE.1) THEN
            Q=Q+YCAR(IC,-RIU+M-1,H)*CM(I,U,L,M,H,K)
        END IF
    END IF
45     CONTINUE
END IF
50     CONTINUE
TC=TC-T-Q
12     CONTINUE
BB(U)=TC+E(U,V)
11     CONTINUE

DO 300 U=1,NS(K)
TC=0.0D0
DO 210 I=1,NS(K)
TC=TC+MY(U,I,K)*BB(I)
210    CONTINUE

```

```

BA(U)=TC
300 CONTINUE

C *****
C CALCULO DE LAS CORRIENTES CON VARISTOR
C *****

YKK=MY(NC,NC,K)
CORRN=BA(NC)
RLIM=0.D0
CORAN=BA(NC)
E3=E2
E2=E1
E1=EACT
IEXTR=CUR(NC,-3,K)-3.D0*CUR(NC,-2,K)
# +3.D0*CUR(NC,-1,K)
IF (V.EQ.1) IEXTR=e(nc,1)/zc
CALL RESIST(EACT,E1,E2,E3,CORRN,YKK,ZC,RLIM,RA,IEXTR)
ENU=EACT
DO 31 I=1,NS(K)
IF (I.NE.NC) THEN
BA(I)=BA(I)-MY(I,NC,K)*RLIM*BA(NC)/
# (1+RLIM*MY(NC,NC,K))
ENDIF
31 CONTINUE
BA(NC)=CORRN
PRINT*,'E,I',V,ENU,BA(NC)
potencia=enu*ba(nc)
WRITE(30,191) V*DT,ENU

DO 13 I=1,NS(K)
DO 202 II=NS(K),2,-1

```

```

202      YCAR(I,-II,K)=YCAR(I,-II+1,K)
        YCAR(I,-1,K)=YCAR(I,-1,K)+BA(I)
        DO 203 II=NS(K),2,-1
203      CUR(I,-II,K)=CUR(I,-II+1,K)
        CUR(I,-1,K)=BA(I)
        WRITE(2,810) I,K,V,BA(I)
13      CONTINUE
1       CONTINUE

C      *****
C      FIN DE LA ITERACION
C      *****

        CLOSE(30)

C      *****
C      SENTENCIAS DE FORMATO
C      *****

191     FORMAT(1X,G15.9,1X,G15.9)
888     FORMAT(1X,I3,1X,G10.2,1X,E15.3,1X,E15.3)
800     FORMAT(I2,1X,I2,1X,D8.2)
810     FORMAT(14X,'CUR(',I2,',',I2,',',I3,')=',D15.9)
900     FORMAT(I2,',',I2,'***',D11.5)
898     FORMAT(29x,e15.9)
9000    FORMAT(1X,E15.3)

        END

```

```

C      *****
C      SUBROUTINA RESIST
C      *****
C      SUBROUTINA DE CALCULO DE LA
C      IMPEDANCIA DEL VARISTOR
C      *****

C      *****
C      DEFINICION DE VARIABLES
C      *****
SUBROUTINE RESIST(E,E1,E2,E3,CUR,Y,ZC,R,RA,IEXTR)
PARAMETER (N=5)
CHARACTER*1 RESP
REAL*8 E,CUR,CURRV,Y,R,DS,DT,RA,EPS0,SECC_DT
REAL*8 A(0:N),B(0:N),C(0:2*N),D(0:2*N),CI(0:2*N)
REAL*8 ZC,EEXTR,IEXTR,E1,E2,E3,EDIF
REAL*8 J0,E0,IOE5,PI,FACTOR
REAL*8 ICAP,ICOND
REAL*8 DISTANCIA,DISTMINI,EPOSIBLE,curant,IPOSIBLE,IP
REAL*8 ILEXTR,IVEXTR
COMPLEX*16 CEROS(2*N)
INTEGER GRADO,IERR,IT,JJ,NCUENTA,nvar,N2
COMMON /A4/DS/A3/DT

C      *****
C      PARAMETROS DEL VARISTOR
C      *****
nvar=1
N2=NVAR*NVAR
FACTOR=2.5D-2/1.D2
J0=5.D0/(2.5D-2**2)
E0=10./FACTOR
EPS0=8.8542D-12

```

```

PI=3.141592D0
SECC_DT=PI*(RA**2)/DT
I0E5=J0/(E0**5)*PI*(RA**2)
EEXTR=E3-3.D0*E2+3.D0*E1
ILEXTR=EEXTR/ZC
IVEXTR=IEXTR-ILEXTR
NCUENTA=1
DISTMINI=1.D40

1    EDIF=E2/2.D0-2.D0*E1
      IT=1
      A(0)=20.D0*EPS0
      A(1)=48.5268D0*EPS0*FACTOR
      A(2)=-9.7636D0*EPS0*FACTOR**2
      A(3)=0.473D0*EPS0*FACTOR**3
      A(4)=0.1D0*EPS0*FACTOR**4

C    *****
C    COEFICIENTES DE (A.27) y (A.28)
C    *****

2001 B(0)=SECC_DT*A(0)*EDIF
      B(1)=SECC_DT*(EDIF*2.D0*A(1)+1.5D0*A(0))
      B(2)=SECC_DT*(EDIF*3.D0*A(2)+1.5D0*A(1)*2.D0)
      B(3)=SECC_DT*(EDIF*4.D0*A(3)+1.5D0*A(2)*3.D0)
      B(4)=SECC_DT*(EDIF*5.D0*A(4)+1.5D0*A(3)*4.D0)
      B(5)=SECC_DT*5.D0*A(4)*1.5D0+I0E5

      D(0)=B(0)*B(0)
      D(1)=2.D0*B(1)*B(0)
      D(2)=2.D0*B(2)*B(0)+B(1)**2
      D(3)=2.D0*B(3)*B(0)+2.D0*B(1)*B(2)
      D(4)=2.D0*B(4)*B(0)+2.D0*B(3)*B(1)+B(2)*B(2)

```

```

D(5)=2.D0*B(5)*B(0)+2.D0*B(4)*B(1)+2.D0*B(3)*B(2)
D(6)=2.D0*B(5)*B(1)+2.D0*B(4)*B(2)+B(3)*B(3)
D(7)=2.D0*B(5)*B(2)+2.D0*B(4)*B(3)
D(8)=2.D0*B(5)*B(3)+B(4)*B(4)
D(9)=2.D0*B(5)*B(4)
D(10)=B(5)*B(5)

```

```

C(0)=N2*ZC*D(0)-NVAR*CUR*ZC*B(0)
C(1)=N2*ZC*D(1)+NVAR*(2+Y*ZC)*B(0)
# -NVAR*CUR*ZC*B(1)-CUR
C(2)=N2*ZC*D(2)+NVAR*(2+Y*ZC)*B(1)
# -NVAR*CUR*ZC*B(2)+1/ZC+Y
C(3)=N2*ZC*D(3)+NVAR*(2+Y*ZC)*B(2)-NVAR*CUR*ZC*B(3)
C(4)=N2*ZC*D(4)+NVAR*(2+Y*ZC)*B(3)-NVAR*CUR*ZC*B(4)
C(5)=N2*ZC*D(5)+NVAR*(2+Y*ZC)*B(4)-NVAR*CUR*ZC*B(5)
C(6)=N2*ZC*D(6)+NVAR*(2+Y*ZC)*B(5)
C(7)=N2*ZC*D(7)
C(8)=N2*ZC*D(8)
C(9)=N2*ZC*D(9)
C(10)=N2*ZC*D(10)
GRADO=10

```

```

89 IF (C(0).EQ.0.D0) THEN
      DO 90 I=0,9
90   C(I)=C(I+1)
      C(10)=0.D0
      GRADO=GRADO-1
      IF (C(0).EQ.0.D0) GOTO 89
ENDIF

```

```

DO 34 I=0,GRADO
34  CI(I)=C (GRADO-I)

```

```

C      *****
C      CALCULO DE LOS VALORES POSIBLES DEL CAMPO
C      RESOLUCION DE (A.28)
C      *****
      CALL ZRPOLY(CI,GRADO,CEROS,IERR)

C      *****
C      DETERMINACION DE LA VERDADERA SOLUCION
C      *****
      if (ncuenta.eq.1) WRITE(*,63) EEXTR,IEXTR

      J=-1
      DO 201 I=1,GRADO
      IF (DIMAG(CEROS(I)).EQ.0D0) THEN
          CURRV=0.D0
          EPOSIBLE=DREAL(CEROS(I))
          DO 301 K=0,5
301      CURRV=CURRV+B(K)*(EPOSIBLE**K)
          IPOSIBLE=NVAR*CURRV+EPOSIBLE/ZC
          if (ncuenta.eq.1.and.eposible.ge.0.d0.or.
$           ncuenta.eq.2.and.eposible.lt.0.d0) then
          DISTANCIA=DABS(IPOSIBLE-IEXTR)
          IF (DISTANCIA.LT.DISTMINI) then
C      $           .and. DABS(IPOSIBLE/IEXTR).GT.1.D-3) THEN
          WRITE(*,62) I,EPOSIBLE,IPOSIBLE
          E=EPOSIBLE
          IP=IPOSIBLE
          J=1
          DISTMINI=DISTANCIA
          ENDIF
          ENDIF
      ENDIF
201      CONTINUE

```

```

IF (JJ.EQ.-1) THEN
    PRINT*,CHAR(7),'NINGUN CERO DE POLINOMIO ES
REAL'
ENDIF
c    PRINT*,'RESULTADO=',E,IP

IF (IEXTR.EQ.1.D40) THEN
PRINT*,"ELIJA EL VALOR "
87  FORMAT(A)
READ(*,87) RESP
IF (RESP.NE.' ') THEN
    JJ=ICHAR(RESP)-48
    IF (JJ.EQ.0) JJ=10
    E=DREAL(CEROS(JJ))
    END IF
ENDIF

NCUENTA=NCUENTA+1
IF (NCUENTA.EQ.2) then
    A(1)=-A(1)
    A(3)=-A(3)
    goto 2001
endif
IF (E.ge.0.D0) THEN
    A(1)=-A(1)
    A(3)=-A(3)
    B(0)=SECC_DT*A(0)*EDIF
    B(1)=SECC_DT*(EDIF*2.D0*A(1)+1.5D0*A(0))
    B(2)=SECC_DT*(EDIF*3.D0*A(2)+1.5D0*A(1)*2.D0)
    B(3)=SECC_DT*(EDIF*4.D0*A(3)+1.5D0*A(2)*3.D0)
    B(4)=SECC_DT*(EDIF*5.D0*A(4)+1.5D0*A(3)*4.D0)
    B(5)=SECC_DT*5.D0*A(4)*1.5D0+I0E5
ENDIF

```

```

        CURRV=0.D0
        DO 101 I=0,5
101     CURRV=CURRV+B(I)*(E**I)
        ICOND=I0E5*(E**5)
        ICAP=CURRV-ICOND
        potvar=currv*e
        potlin=e*e/zc
        rvar=1e24
        if (e.ne.0.) rvar=e*ds/currv
        WRITE(31,191) ICOND,ICAP,rvar
        write(57,191) potvar,potlin
        R=ZC*E/(NVAR*CURRV*ZC+E)
        curant=cur/(1+y*r)
        CUR=NVAR*CURRV+E/ZC
        write(32,191) e/zc

63     FORMAT(1X,' Extr=' E15.9,1X,E15.9,1X,E15.9,1X,E15.9)
62     FORMAT(1X,I2,1X,E15.9,1X,E15.9,1X,E15.9,1X,E15.9)
191    FORMAT(1X,G15.9,1X,G15.9,1X,e15.9)

        RETURN
        END

```

```

C *****
C
C          SUBROUTINA FUNFG
C *****
C          CALCULO DE TERMINOS DE ESTRUCTURA DEL HILO,
C          FUNCIONES F y G DE [86]
C *****

SUBROUTINE FUNFG (F, CAR, I, U, L, M, H, K, MRIU,
# NS, NA, X, Y, Z, VX, VY, VZ)

INTEGER A, B, ERIU, L, M, I, U, N, MRIU, NSS (1), H
REAL*8 RIU, DILM, DILMS, DILMT, PPIL, SPIL, PQM, SQM
REAL*8 DT, DS, C, DIST, PIEP, AIUM, BIUM, TN, EIUM, HIUM
REAL*8 F (0:3, 0:3), CAR (0:3, 0:3)
COMMON /A1/NSS/A3/DT/A4/DS/A5/C/NC/NC
REAL*8 SURIU, SIRIU, SIU, RA
REAL*8 X (NS, NA), Y (NS, NA), Z (NS, NA),
# VX (NS, NA), VY (NS, NA), VZ (NS, NA)
RA=DIST
PIEP=1.1126D-10*C
SURIU=(X(U,K)-X(I,H))*VX(U,K)
$ +(Y(U,K)-Y(I,H))*VY(U,K)+(Z(U,K)-Z(I,H))*VZ(U,K)
SIRIU=(X(U,K)-X(I,H))*VX(I,H)
$ +(Y(U,K)-Y(I,H))*VY(I,H)+(Z(U,K)-Z(I,H))*VZ(I,H)
SIU=VX(I,H)*VX(U,K)+VY(I,H)*VY(U,K)+VZ(I,H)*VZ(U,K)
IF (MRIU.EQ.0) THEN
    N=-2
    DILMT=DT**2*(3D0*M**2+6D0*M+2D0)
    SQM=-DT*(M+3D0)
    PQM=2D0*DT**2*DINT((2D0-IABS(M))/2D0)
ELSE
    N=-1
    DILMT=DT**2*(3D0*M**2-1D0)

```

```

        SQM=-DT*M
        PQM=-DT**2*DINT((2D0-IABS(M))/2D0)
    END IF
    IF (I.EQ.1) THEN
        SPIL=((L**2)-.5D0)*DS
    ELSE IF (I.EQ.NSS(H)) THEN
        SPIL=-((L**2)-.5D0)*DS
    END IF
    IF (I.NE.1.AND.I.NE.NSS(H)) THEN
        SPIL=L*DS
        PPIL=-DS**2*DINT((2D0-IABS(L))/2D0)
        DILMS=(3D0*L**2-1D0)*DS**2
    END IF
    IF (I.EQ.1.OR.I.EQ.NSS(H)) THEN
        PPIL=-DS**2*DINT((2D0-IABS(L))/2D0)/2D0
        DILMS=(2D0*L**2-.5D0)*DS**2
    END IF
    DILM=DILMS*DILMT*PIEP
    BIUM=SQM-DT*2D0*MRIU
    AIUM=DT**2*MRIU**2-SQM*DT*MRIU+PQM
    TN=SQM*DT**2/8D0+PQM*DT/2D0
    EIUM=-DT**2*MRIU**2*C*SQM/2D0+DT*MRIU*PQM*C+C*TN
    HIUM=PQM-DT*MRIU*SQM
    DO 1 J=0,3
    F(3,J)=0.D0
1    CONTINUE

    DO 2 J=0,3
    DO 3 JJ=0,3
    CAR(J,JJ)=0.D0
3    CONTINUE
2    CONTINUE
    F(0,0)=(SPIL*SURIU-2D0*PPIL*SIU)/(C**2*DILM)

```

```

F(0,1)=(BIUM*(SPIL*SURIU-PPIL*SIU)
# -.5D0*SURIU*SPIL*SQM)/(C*DILM)
F(0,2)=(AIUM*SPIL*SURIU-HIUM*SURIU*SPIL)/DILM
F(0,3)=SURIU*SPIL*EIUM/DILM
F(1,0)=(2D0*SURIU-3D0*SPIL*SIU)/(C**2*DILM)
F(1,1)=(2D0*BIUM*(SURIU-SPIL*SIU)
# -SQM/2*(2D0*SURIU-SPIL*SIU))/(C*DILM)
F(1,2)=(AIUM*(2D0*SURIU-SPIL*SIU)
# -HIUM*(2D0*SURIU-SPIL*SIU))
F(1,2)=F(1,2)/DILM
F(1,3)=EIUM*(2D0*SURIU-SPIL*SIU)/DILM
F(2,0)=-4D0*SIU/(C**2*DILM)
F(2,1)=(-3D0*BIUM*SIU+SQM*SIU)/(C*DILM)
F(2,2)=(-2D0*AIUM*SIU+2D0*HIUM*SIU)/DILM
F(2,3)=-2D0*EIUM*SIU/DILM
CAR(0,3)=DT*PQM*SPIL*SURIU*C/DILM
CAR(1,3)=DT*PQM*(2D0*SURIU-SPIL*SIU)*C/DILM
CAR(2,3)=DT*PQM*(-2D0*SIU)*C/DILM
RETURN
END

```

```

C      *****
C      SUBROUTINA FUNFG
C      *****
C      CALCULO DE INTEGRALES DE ESTRUCTURA DEL HILO,
C      FUNCIONES INT DE [86]
C      *****

      SUBROUTINE FUNINT (INT, U, I, K, H, RIU, NS,
#     NA, X, Y, Z, VX, VY, VZ)
      REAL*8 X (NS, NA) , Y (NS, NA) , Z (NS, NA) ,
#     VX (NS, NA) , VY (NS, NA) , VZ (NS, NA)
      REAL*8 INT (0:4, 0:5)
      INTEGER U, I, K, H
      REAL*8 DT, DS, C, DIST, SIRIU
      COMMON /A4/DS
      REAL*8 RIU, CI, BI, RP, RN, RE, I0, I1, I2, I3, X0, X1, X2, X3
      SIRIU= (X (U, K) -X (I, H) ) *VX (I, H) +
$     (Y (U, K) -Y (I, H) ) *VY (I, H) + (Z (U, K) -Z (I, H) ) *VZ (I, H)

      CI= (RIU**2)
      BI=-2D0*SIRIU
      RP=DSQRT ( (DS**2) /4D0+BI*DS/2D0+CI)
      RN=DSQRT ( (DS**2) /4D0-BI*DS/2D0+CI)
      RE=DSQRT (CI- (BI/2D0) **2)

      INT (0, 0) =DS
      INT (1, 0) =0D0
      INT (2, 0) = (DS**3) /12D0
      INT (3, 0) =0D0
      INT (4, 0) = (DS**5) /80D0

      I0=DLOG (DABS ( (2D0*RP+DS+BI) / (2D0*RN-DS+BI) ) )
      I2= (DS-3D0*BI) *RP* (1D0/4D0) + (DS+3D0*BI) *RN* (1D0/4D0)

```

```

# +(1D0/8D0) * (3D0 * (BI**2) - 4D0 * CI) * I0
X1=(DS**2) * (1D0/12D0) + (5D0/8D0) * (BI**2) - (2D0/3D0) * CI
I3=(X1 - (5D0/24D0) * BI * DS) * RP - (X1 + (5D0/24D0) * BI * DS) * RN-
# ((5D0/16D0) * (BI**3) - (3D0/4D0) * BI * CI) * I0

INT(0,1)=I0
INT(1,1)=RP-RN- (BI/2D0) * I0
INT(2,1)=I2
INT(3,1)=I3
INT(4,1)=(DS**3) * (1D0/32D0) * (RP+RN) -
# (7D0/8D0) * BI * I3 - (3D0/4D0) * CI * I2

I0=(1D0/RE) * (DATAN((BI+DS)/(2D0*RE))
# -DATAN((BI-DS)/(2D0*RE)))
I1=DLOG(RP/RN) - 0.5D0 * BI * I0
I2=DS+BI * DLOG(RN/RP) + 0.5D0 * ((BI**2) - 2D0 * CI) * I0
I3=-CI * I1 - BI * I2

INT(0,2)=I0
INT(1,2)=I1
INT(2,2)=I2
INT(3,2)=I3
INT(4,2)=(DS**3) * (1D0/12D0) - BI * I3 - CI * I2

I0=2D0 * (1D0 / ((2D0 * RE) ** 2)) * ((DS+BI) / RP + (DS-BI) / RN)
I1=(1D0 / ((2D0 * RE) ** 2)) * ((4D0 * CI - BI * DS) / RN)
# - ((4D0 * CI + BI * DS) / RP)
X1=DLOG(DABS((2D0 * RP + DS + BI) / (2D0 * RN - DS + BI)))
X2=RP-RN-0.5D0*BI*X1
I2=X1-BI*I1-CI*I0
I3=X2-BI*I2-CI*I1

INT(0,3)=I0

```

```

INT (1, 3) = I1
INT (2, 3) = I2
INT (3, 3) = I3
INT (4, 3) = (1D0/16D0) * (DS**3) * ((1D0/RP) + (1D0/RN))
# - (5D0/4D0) * BI * I3 - 1.5D0 * CI * I2
X1 = (1D0/RE) * (DATAN ((BI+DS) / (2D0*RE)))
# - DATAN ((BI-DS) / (2D0*RE)))
X2 = DLOG (RP/RN) - 0.5D0 * BI * X1

I0 = (1D0 / ((2D0*RE)**2)) * ((DS+BI) / (RP**2)
# + (DS-BI) / (RN**2) + 2D0*X1)
I1 = (1D0 / (8D0 * (RE**2))) * ((4D0*CI-BI*DS) / (RN**2) -
# (4D0*CI+BI*DS) / (RP**2) - 2D0*BI*X1)
I2 = -0.5D0*DS * (1D0 / (RP**2) + 1D0 / (RN**2)) + CI*I0
I3 = X2 - CI*I1 - BI*I2

INT (0, 4) = I0
INT (1, 4) = I1
INT (2, 4) = I2
INT (3, 4) = I3
INT (4, 4) = (1D0/8D0) * (DS**3) * (1D0 / (RP**2) + 1D0 /
# (RN**2)) - 2D0*BI*I3 - 3D0*CI*I2

X0 = DLOG (DABS ((2D0*RP+DS+BI) / (2D0*RN-DS+BI)))
X1 = 2D0 * (1D0 / ((2D0*RE)**2)) * ((DS+BI) / RP + (DS-BI) / RN)
X2 = X0 - BI * (1D0 / ((2D0*RE)**2)) * ((4D0*CI-BI*DS) / RN)
# - ((4D0*CI+BI*DS) / RP) - CI*X1

I0 = (1D0/6D0) * (1D0 / (RE**2)) * ((DS+BI) / (RP**3) + (DS-BI) /
# (RN**3) + 4D0*X1)
I1 = (1D0/3D0) * ((1D0 / (RN**3)) - (1D0 / (RP**3)))
# - 0.5D0*BI*I0
I2 = -0.25D0*DS * ((1D0 / (RP**3)) + (1D0 / (RN**3)))

```

```

# -0.25D0*BI*I1+CI*I0*0.5D0
  I3=0.25D0*(DS**2)*((1D0/(RN**3))-(1D0/(RP**3)))
# +0.5D0*BI*I2+2D0*CI*I1

  INT(0,5)=I0
  INT(1,5)=I1
  INT(2,5)=I2
  INT(3,5)=I3
  INT(4,5)=(-1D0/24D0)*(DS**3)*((1D0/(RN**3))+
# (1D0/(RP**3)))-0.5D0*BI*I3+X2

  RETURN
  END

```

```

C      *****
C      SUBROUTINA ESTRUCTU
C      *****
C      ESTRUCTURA DE UN HILO RECTO
C      *****

SUBROUTINE ESTRUCTURA (X, Y, Z, VX, VY, VZ, NS)
PARAMETER (NA=1)
REAL*8 X (NS, NA) , Y (NS, NA) , Z (NS, NA)
# , VX (NS, NA) , VY (NS, NA) , VZ (NS, NA)
INTEGER NES (NA) , U
REAL*8 LONG (NA) , DS, RNS
COMMON /A1/NES/A2/LONG/A4/DS

NC=IDINT (NS/2)
IF (NC*2.NE.NS) NC=NC+1
NS2=NC
DO 1 II=1, NA
I=II
NES (I) =NS
1 CONTINUE
RNS=NES (1)
DS=LONG (1) /RNS
DO 6 U=1, NA
DO 6 I=1, NES (U)
X (I, U) =0.D0
Z (I, U) =-long (U) /2.d0+.5D0*DS+ (I-1) *DS
VX (I, U) =0.D0
VY (I, U) =0.D0
VZ (I, U) =1.D0
6 CONTINUE

DO 7 I=1, NES (U)

```

```
7      Y(I,1)=0.D0  
      CONTINUE  
      RETURN  
      END
```

```

C      *****
C      SUBROUTINA INVERSION
C      *****
C      SUBROUTINA DE INVERSION MATRICIAL
C      *****

SUBROUTINE LIBRO (A, B, C, NN, M)
REAL*8 A (M, M) , B (M) , C (M, M) , T, R, DET

N=NN
DO 2 J=1, N
DO 2 I=1, N
C (I, J)=A (I, J)
2 CONTINUE

DET=1.D0
NSIGNO=0
9 DO 1 KK=1, N
K=KK

DO 13 I=1, N
IF (I.EQ.K) GOTO 13
R=C (I, K) /C (K, K)
DO 14 J=1, N
C (I, J)=C (I, J) -R*C (K, J)
14 CONTINUE

B (I)=B (I) -R*B (K)
C (I, K)=-R
13 CONTINUE

R=C (K, K)
C (K, K)=1.D0

```

```

IF (DABS (DET) .LE.1.0D50) THEN
    DET=DET*R
    KPRIMA=K
    INDICADOR=0
    PRINT *, 'K=' ,K, 'DET=' ,DET
ELSE
    INDICADOR=1
END IF

DO 12 J=1,N
C (K, J)=C (K, J) /R
12 CONTINUE
B (K)=B (K) /R

1 CONTINUE

IF (INDICADOR.EQ.1) PRINT *, 'DETENIDO EL
# CALCULO DEL DETERMINANTE EN LA LINEA ',KPRIMA, '***'
DET=DET*((-1)**NSIGNO)
PRINT *, 'NSIGNO=' ,NSIGNO
RETURN
END

```

```

C      *****
C      SUBROUTINA NEMP
C      *****
C      DEFINICION DE LA FUNCION DE EXCITACION
C      PULSO NUCLEAR ELECTROMAGNETICO
C      *****

      REAL*8 FUNCTION E(U,V)
      PARAMETER (NANT=1)
      INTEGER U,V,NS(NANT),NS2,NA
      REAL*8 T,DT,DS,ALFA,BETA,E0
      COMMON /A1/NS/A3/DT/A4/DS

      E0=5.25D4
      ALFA=4.0D6
      BETA=4.76D8
      T=DFLOAT(V)*DT
      E=E0*(DEXP(-ALFA*T)-DEXP(-BETA*T))
      IF (DABS(E).LT.1D-40) E=0.D0
      RETURN
      END

```

BIBLIOGRAFIA



- [1] P. Hammond, *Energy methods in electromagnetism*. Oxford: Clarendon Press, 1981.
- [2] G. Kron "Equivalent circuit of the field equations of Maxwell-Part I," *Proc. IRE*, vol. 32, pp. 289-299, May 1944.
- [3] J.R. Whinnery and S. Ramo, "A new approach to the solution of high-frequency field problems," *Proc. IRE*, vol. 32, pp. 284-288, May 1944.
- [4] J.R. Whinnery, C. Concordia, W. Ridgway and G. Kron, "Network analyzer studios of electromagnetic cavity resonators," *Proc. IRE*, vol. 32, pp. 360-367, June 1944.
- [5] P.B. Johns and R.L. Beurle, "Numerical solution of 2-dimensional scattering problems using a transmission-line matrix," *Proc. Inst. Elec. Eng.*, vol 118, no. 9, pp. 1203-1208, Sept. 1971.
- [6] P.B. Johns, "Application of the transmission-line matrix method to homogeneous waveguides of arbitrary cross-section," *Proc. Inst. Elec. Eng.*, vol 119, no. 8, pp. 1086-1091, Aug. 1972.
- [7] P.B. Johns, "The solution of inhomogeneous waveguide problems using a transmission-line matrix," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol MTT-22, pp. 209-215, Mar. 1974.

- [8] S. Akhtarzad and P.B. Johns, "Numerical solutions of lossy waveguides: T.L.M. computer program," *Electron. Lett.*, vol. 10, no. 15, pp. 309-311, July, 1974.
- [9] P.B. Johns, "A new mathematical model to describe the physics of propagation," *Radio Electron. Eng.*, no. 12 pp. 657-666, Dec. 1974.
- [10] S. Akhtarzad and P.B. Johns, "Solutions of 6-component electromagnetic fields in three space dimensions and time by the T.L.M. method," *Electron. Lett.*, vol. 10, no. 25, pp. 535-537, Dec., 1974.
- [11] S. Akhtarzad and P.B. Johns, "T.L.M. analysis of the dispersion characteristics of microstrip lines on magnetic substrates using 3-dimensional resonators," *Electron. Lett.*, vol. 11, no. 6, pp. 130-131, Mar., 1975.
- [12] S. Akhtarzad and P.B. Johns, "Dispersion characteristics of a microstrip line with a step discontinuity," *Electron. Lett.*, vol. 11, no. 14, pp. 310-311, July, 1975.
- [13] S. Akhtarzad and P.B. Johns, "Three-dimensional transmission-line matrix computer analysis of microstrip resonators," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol MTT-23, pp. 990-997, Dec. 1975.
- [14] S. Akhtarzad and P.B. Johns, "Solution of Maxwell's equations in three space dimensions and time by the T.L.M. method of analysis,"

Proc. Inst. Elec. Eng., vol 122, no. 12, pp. 1344-1348, Dec. 1975.

- [15] S. Akhtarzad and P.B. Johns, "Generalized elements for T.L.M. method of numerical analysis," *Proc. Inst. Elec. Eng.*, vol 122, no. 12, pp. 1349-1352, Dec. 1975.
- [16] P. Saguet and E. Pic, "An improvement for the TLM method," *Electron. Lett.*, vol. 16, no. 7, pp. 247-248, Mar. 1980.
- [17] Y.C. Shih and W.J.R. Hofer, "Dominant and second-order mode cutoff frequencies in fin lines calculated with a two-dimensional TLM program," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-28, pp. 1443-1448, Dec. 1980.
- [18] P. Saguet and E. Pic, "Le maillage rectangulaire et le changement de maille dans la méthode TLM en deux dimensions," *Electron. Lett.*, vol. 17, no. 7, pp. 277-278, Apr. 1981.
- [19] P. Saguet and E. Pic, "Utilisation d'un nouveau type de noeud dans la méthode TLM en 3 dimensions," *Electron. Lett.*, vol. 18, no. 11, pp. 478-480, May 1982.
- [20] P. Saguet, "Le maillage parallelepédique et le changement de maille dans la méthode TLM en trois dimensions," *Electron. Lett.*, vol. 20, no. 5, pp. 222-224, Mar. 1984.
- [21] W.J.R. Hofer, "The transmission-line matrix method- Theory and

- applications," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-33, no. 10, pp. 882-893, Oct. 1985.
- [22] P.B. Johns, "New symmetrical condensed node for three-dimensional solution of electromagnetic wave problems by TLM," *Electron. Lett.*, vol. 22, no. 3, pp. 162-164, Jan. 1986.
- [23] P.B. Johns, "Use of condensed and symmetrical TLM nodes in computer-aided electromagnetic design," *Proc. Inst. Elec. Eng.*, vol. 133, pt. H, no. 5, pp. 368-374, Oct. 1986.
- [24] P.B. Johns, "A symmetrical condensed node for the TLM method," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol MTT-35, no. 4, pp. 370-377, Apr. 1987.
- [25] R. Allen, A. Mallik and P.B. Johns, "Numerical results for the symmetrical condensed TLM node," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol MTT-35, no. 4, pp. 378-382, Apr. 1987.
- [26] P.B. Johns, "The art of modeling," *IEE Trans. Electron. Power*, vol. 25, no. 8, pp. 565-569, Aug. 1979.
- [27] W.J.R. Hofer, "Huygens and the computer- A powerful alliance in numerical electromagnetics," *Proc. IEEE*, vol. 79, no. 11, pp. 1459-1471, Oct. 1991.
- [28] W.J.R. Hofer, "Time domain electromagnetic simulation for

- microwave CAD applications," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-40, no. 7, pp. 1517-1527, July 1992.
- [29] P.B. Johns, "On the relationship between TLM and finite-difference methods for Maxwell's equations," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol MTT-35, no. 1, pp. 60-61, Jan. 1987.
- [30] W.K. Gwarek and P.B. Johns, "Comments on "On the relationship between TLM and finite-difference methods for Maxwell's equations"," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol MTT-35, no. 9, pp. 60-61, Sept. 1987.
- [31] N.R.S. Simons, "*Applications of the transmission-line matrix method to open region field problems*," M.Sc. thesis, University of Manitoba, 1989.
- [32] N.R.S. Simons and E. Bridges, "Equivalence of propagation characteristics for the transmission-line matrix and finite-difference time-domain methods in two dimensions," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol MTT-39, no. 2, pp. 354-357, Feb. 1991.
- [33] Z. Chen, M.M. Ney and W.J.R. Hoefer, "A new finite-difference time-domain formulation and its equivalence with the TLM symmetrical condensed node," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol MTT-39, no. 12, pp. 2160-2169, Dec. 1991.
- [34] A. Taflove and K. Umashankar, "Radar cross section of general three dimensional scatterers," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol EMC-

- 25, no. 4, pp. 433-440, Nov. 1983.
- [35] F. Gardiol, "Comments about time domain techniques in electromagnetics," *IEEE Antennas Propagat. Society Newsletter*, vol. 31, no. 4, pp. 36-37, Aug. 1989.
- [36] X. Zhang, J. Fang, K.K. Mei and Y. Liu, "Calculations of the dispersive characteristics of microstrips by the time-domain finite difference method," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol MTT-36, no. 2, pp. 263-267, Feb. 1988.
- [37] C.R. Brewitt-Taylor and P.B. John, "On the construction and numerical solution of transmission-line and lumped network models of Maxwell's equations," *Int. J. Num. Meth. Eng.*, vol. 15, pp. 13-30, 1980.
- [38] D.H. Choi "A comparison of the dispersion characteristics associated with the TLM and FD-TD methods," *Int. J. Num. Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields*, vol. 2, pp. 203-214, 1989.
- [39] P. Saguet and S. Tedjini, "Méthode des lignes de transmission en trois dimensions: modification du processus de simulation," *Ann. Telecommun.*, vol.40, nos. 3-4, pp.145-152, 1985.
- [40] N. Yoshida, I. Fukai and J. Fukuoka, "Transient analysis of two-dimensional Maxwell's equations by Bergeron's method", *Trans. IECE Japan*, vol. J62B, pp. 511-518, June 1979.

- [41] N. Yoshida, I. Fukai and J. Fukuoka, "Transient analysis of three-dimensional electromagnetic fields by nodal equations", *Trans. IECE Japan*, vol. J63B, pp. 876-883, Sept. 1979.
- [42] N. Yoshida, I. Fukai and J. Fukuoka, "Application of Bergeron's method to anisotropic media," *Trans. IECE Japan*, vol. J64B, pp. 1242-1249, Nov. 1981.
- [43] N. Yoshida and I. Fukai, "Transient analysis of a stripline having a corner in three-dimensional space," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-32, pp. 491-498, May 1984.
- [44] D.H. Choi and W.J.R. Hofer, "The simulation of three-dimensional wave propagation by a scalar TLM model," in *IEEE MTT Int. Microwave Symp. Dig.* (San Francisco), May 1984.
- [45] J. Mlakar, "Lumped circuit symmetrical TLM node," *Electron. Lett.*, vol. 28, no. 5, pp. 497-498, Feb. 1992.
- [46] A.J. Wlodarczyk, "Representation of symmetrical condensed TLM node," *Electron. Lett.*, vol. 28, no. 18, pp. 1686-1687, Aug. 1992.
- [47] J. Helszajn, *Passive and Active Microwave Circuits*. New York: John Wiley, 1978.
- [48] R.E. Collin, *Foundations for Microwave Engineering*. New York: McGraw Hill, 1966.

- [49] P.B. Johns, "Simulations of electromagnetic wave interactions by transmission-line modelling (TLM)," *Wave Motion*, vol. 10, pp. 597-610, 1988.
- [50] J. Nielsen and W.J.R. Hoefer, "A complete dispersion analysis of the condensed node TLM mesh," *4th Biennial IEEE Conf. Electromagnetic Field Computation Dig.*, Toronto, ON., Oct. 22-24, 1990.
- [51] J. Nielsen, "Spurious modes of the TLM-condensed node formulation," *IEEE Microwave and Guided Wave Lett.*, vol. 1 no. 8, pp. 201-203, Aug. 1991.
- [52] J.A. Morente, G. Giménez, J. Portí and M. Khalladi, "Group and phase velocities in the TLM-symmetrical-condensed node mesh," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, enviado para su publicación.
- [53] M. Khalladi, J.A. Morente, J. Portí and G. Giménez, "Two near- to far-zone approaches for scattering problems using the TLM method," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, aceptado para su publicación.
- [54] P.B. Johns and A. Mallik, "EMP response of aircraft structures using transmission-line modelling," *EMC Conference Proceedings*, Zurich, Switzerland, pp. 387-389, March 1985.
- [55] F.J. German, G.K. Gothard, L.S. Riggs and P.M. Goggans, "The calculation of radar cross-section (RCS) using the TLM method," *Int.*

- J. Numerical Modelling*, vol. 2, pp. 267-278, 1989.
- [56] N.R.S. Simons and E. Bridges, "Method for modelling free space boundaries in TLM situations," *Electron. Lett.*, vol 26, no. 7, pp. 453-454, Mar. 1990.
- [57] J.G. Blaschak, "A comparative study of absorbing boundary conditions," *J. Comput. Phys.*, vol. 77, pp. 109-139, 1988.
- [58] R.L. Higdon, "Absorbing boundary conditions for difference approximations of the multi-dimensional wave equation," *Math. Comp.*, vol. 47, pp. 437-459, Oct. 1986.
- [59] D.A. Al-Mukhtar and J.E. Stich, "Transmission-line matrix with irregularly graded space," *Proc. Inst. Elec. Eng.*, vol. 128, pt. H, no. 6, pp. 299-305, Dec. 1981.
- [60] B. Engquist and A. Majda, "Absorbing boundary conditions for the numerical simulation of waves," *Math. Comp.*, vol. 31, pp. 629-651, July 1977.
- [61] B. Engquist and A. Majda, "Radiation boundary conditions for acoustic and elastic wave calculations," *Commun. Pure Appl. Math.*, vol. 32, pp. 313-357, 1979.
- [62] A. Reynolds, "Boundary Conditions for the numerical solution of wave propagation problems," *Geophysics*, vol. 43, no.6, pp. 1099-

1110, Oct. 1978.

- [63] A. Bayliss and E. Turkel, "Radiation boundary conditions for wave-like equations," *Commun. Pure Applied Math.* vol. 33, pp. 707-725, 1980.
- [64] L. N. Trefethen and L. Halpern, "Well-posedness of one-way equations and absorbing boundary conditions," *Math. Comp.*, vol. 47, no. 176, pp. 421-435, Oct. 1986.
- [65] Higdon, R. L., "Numerical absorbing boundary conditions for the wave equation," *Math. Comp.*, vol.49, no. 179, pp. 65-90, July, 1987
- [66] L.N. Trefethen, "Group velocity in finite difference schemes," *Siam Rev.*, vol. 24, pp.113-136, 1982.
- [67] R. W. Ziolkowski, N.K. Madsen and R.C. Carpenter, "Three-dimensional computer modeling of electromagnetic fields: A global loopback lattice truncation scheme," *J. Comput. Phys.*, vol. 50, pp. 360-408, 1983.
- [68] E.L. Lindman, " 'Free-space' conditions for the time dependent wave equation," *J. Comput. Phys.*, vol. 18, pp. 66-78, 1975.
- [69] D. Gottlieb, "Boundary conditions for multistep finite-difference methods for time-dependent equations," *J. Comput. Phys.*, vol. 26, pp.

181-196, 1978.

- [70] R. Courant and D. Hilbert, *Methods of Mathematical Physics*, vol. 1. New York: John Wiley, 1953.
- [71] H. Brézis, *Análisis Funcional. Teoría y Aplicaciones*, Madrid: Alianza Editorial, 1984.
- [72] J.A. Morente, J.A. Portí and M. Khalladi, "Absorbing boundary conditions for the TLM method," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-40, pp. 2095-2099, Nov. 1984.
- [73] P.B. Johns, "A simple explicit and unconditionally stable numerical routine for the solution of the diffusion equation," *Int. J. Num. Meth. Eng.*, vol. 11, pp. 1307-1328, 1977.
- [74] A.R. Djordjevic, T.P. Sarkar and R.F. Harrington, "Time-domain response of multiconductor transmission lines," *Proc. IEEE*, vol. 75, no. 6, pp. 743-764, 1987.
- [75] P. Naylor, C. Christopoulos and P.B. Johns, "Coupling between electromagnetic fields and wires using transmission-line modelling," *Proc. Inst. Elec. Eng.*, vol. 134, Pt. A, no. 8, pp. 679-686, 1987.
- [76] C. Christopoulos and P. Naylor, "Coupling between electromagnetic fields and multiconductor transmission systems using TLM," *Int. J. Num. Modelling*, vol.1, no.1, pp. 31-43, 1988.

- [77] P. Naylor and C. Christopoulos, "Coupling between electromagnetic fields and multimode transmission systems using TLM," *Int. J. Num. Modelling*, vol.2, no.4, pp. 227-240, 1989.
- [78] P. Naylor and C. Christopoulos, "A new wire node for modeling thin wires in electromagnetic field problems solved by transmission line modeling", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-38, no.3, pp. 328-330, Mar. 1990.
- [79] A.J. Wlodarczyk and D.P. Johns, "New wire interface for graded 3-D TLM," *Electron. Lett.*, vol.28, no.8, pp. 728-729, Apr. 1992.
- [80] E.K. Miller, A.J. Poggio and G.J. Burke, "An integro-differential equation technique for the time-domain analysis of thin wire structures: Part I. The numerical method," *J. Comput. Physics*, vol. 12, pp. 24-48, May 1973.
- [81] E.K. Miller, A.J. Poggio and G.J. Burke, "An integro-differential equation technique for the time-domain analysis of thin wire structures: Part II. Numerical results", *J. Comput. Physics*, vol. 12, pp. 211-233, June 1973.
- [82] J. A. Landt, E. K. Miller and F.J. Deadrick, "Time domain modeling of nonlinear loads," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-31, no. 1, pp. 121-125, Jan. 1983.
- [83] P.B. Johns and K. Akhtarzad, "The use of time domain diakoptics in

- time discrete models of fields," *Int. J. Num. Meth. Eng.*, vol.17, pp. 1-14, 1981.
- [84] P.B. Johns, K. Akhtarzad, and Y. Rahhal, "Time domain approximations in the solution of fields by time domain diakoptics," *Int. J. Num. Meth. Eng.*, vol.18, pp. 1361-1373, 1982.
- [85] P.B. Johns and Y. Rahhal, "The use of diakoptics for the numerical simulation of the penetration of time domain fields in aircraft," *Int. Conf. Electromagnetic Compatibility (University of Surrey)*, IERE Publication no. 56, Sept. 21-23, 1982.
- [86] J. Portí, *Estudio Comparativo de Diferentes Ecuaciones Integrales para el Campo Eléctrico en el Dominio del Tiempo. Aplicación al Cálculo del Campo de Cercanías*. Memoria de Licenciatura, Univ. de Granada, 1988.
- [87] J.A. Portí, J.A. Morente, M. Khalladi and A. Gallego, "Comparison of thin-wire models for TLM method," *Electron. Lett.*, vol. 28, no. 20, pp. 1910-1911, Sep. 1992.
- [88] J.A. Morente, J.A. Portí, G. Giménez and A. Gallego, "Loaded-wire node for TLM method," *Electron. Lett.*, vol. 29, no. 2, pp. 182-184, Jan. 1993.
- [89] P. J. Malinaric, "Transient suppressor design with varistor composite materials," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. EMC-27, no. 4, pp.

- 191-200, Nov. 1985.
- [90] J.A. Portí and J.A. Morente, "A numerical analysis of wire antennas loaded with varistor-composite materials," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, enviado para su publicación.
- [91] B. Keiser, *Principles of Electromagnetic Compatibility*. Norwood: Artech House, 1987.
- [92] P. J. Malinaric, "The use of varistor composite materials as an additional level of clamping for ESD-sensitive devices," *J. Electrostatics*, vol. 24, no. 2, pp. 149-154, Feb. 1990.
- [93] R. Einzinger, "Metal oxide varistors," *Ann. Rev. Mater. Sci.*, vol. 17, pp. 299-321, 1987.
- [94] M. Mardiguan, *Electromagnetic Control in Components and Devices*. A Handbook Series on Electromagnetic Interference and Compatibility, Volume 5, Interference Control Technologies, Inc. , Gainesville, Virginia, 1989.



