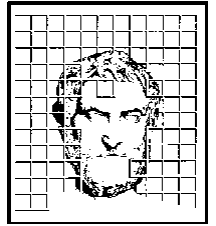




XVI CEAM  
JEREZ



SOCIEDAD ANDALUZA DE  
EDUCACIÓN MATEMÁTICA  
THALES

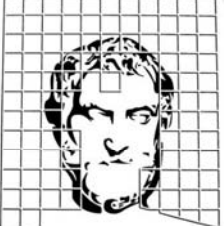
**XVI**  
CONGRESO DE  
ENSEÑANZA Y  
APRENDIZAJE  
DE LAS  
MATEMÁTICAS



MATEMÁTICAS,  
NI MÁS NI  
MENOS

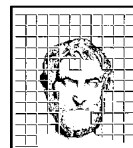
**ACTAS**



Sociedad Andaluza de  
Educación Matemática  
  
THALES

JEREZ DE LA FRONTERA,  
DEL 4 AL 6 DE JULIO DE 2016

ISBN: 978-84-15641-11-7



# ACTAS

DEL XVI CONGRESO DE ENSEÑANZA Y  
APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS.

MATEMÁTICAS,  
NI MÁS NI MENOS.

Sociedad Andaluza de Educación Matemática  
THALES



Jerez de la frontera, del 4 al 6 de julio de 2016  
ISBN: 978-84-15641-11-7

© Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES  
<http://thales.cica.es/xviceam/actas/>

# APRENDER MATEMÁTICAS REALIZANDO ACTIVIDADES MANUALES

**Veronica Albanese**, *Universidad de Granada*

**Natividad Adamuz-Povedano**, *Universidad de Córdoba*

**Rafael Bracho-López**, *Universidad de Córdoba*

## RESUMEN.

En este documento se presenta una experiencia innovadora para trabajar el concepto de grafo y algunas de sus propiedades en Educación Secundaria a partir de la actividad manual de trenzar propia de unos artesanos argentinos. La experiencia propone la construcción del concepto de grafos para representar la elaboración de trenzas. Después se propone inventar trenzas de 16 hilos a partir de la observación de grafos para trenzas de 8 hilos. Las producciones analizadas evidencian que la conexión con el trabajo manual facilita la comprensión de los conceptos y propicia la creatividad.

**Nivel educativo:** Educación Secundaria Obligatoria.

## 1. INTRODUCCIÓN.

Presentamos una experiencia innovadora sobre la construcción del concepto de grafo a partir de una actividad manual: realizar trenzas.

El diseño de la experiencia se basa en una investigación etnomatemática realizada en Argentina cuyos sorprendentes resultados fueron que algunos artesanos del Norte del país utilizaban esquemas muy parecidos a los grafos como representaciones gráficas para guiar el proceso de trenzado (Albanese, Perales y Oliveras, 2014).

### 1.1. IMPORTANCIA DE LOS GRAFOS PARA LA MATEMÁTICA DE LA ESO.

Los educadores matemáticos suelen indicar los grafos como un tema con grandes potencialidades para el desarrollo de diversas competencias principalmente en relación con la organización de la información, la modelización y la resolución de problemas (Albanese, 2015). Algunos autores aconsejan trabajar con grafos desde una edad temprana ya que algunas investigaciones de Piaget sugieren que la primera intuición espacial que surge es la topológica, independiente de forma y tamaño.

En el currículo Base de la LOMCE (MEC, 2015), la ley de Educación española, no hay referencias directas al contenido de grafos, pero diversos bloques de contenidos se beneficiarían sin duda tras una introducción de los mismos, partiendo del bloque de "Procesos, métodos y actitudes en matemáticas".

## 2. DISEÑO DE LA EXPERIENCIA.

En este apartado describimos primero como los artesanos realizan los trenzados valiéndose de una herramienta especial para ello y cómo representan el proceso.

En un segundo momento detallamos el diseño de la experiencia innovadora.

### 2.1. LOS GRAFOS REPRESENTAN TRENZADOS.

Para realizar las trenzas objeto de esta innovación se emplea una herramienta denominada la Carta (Figura 1). Esta consiste en un cuadrado originariamente de madera (en el aula utilizamos cartón-vidrio) que tiene ranuras en los lados – estas pueden ser 1, 2 o 4 por cada lado- para que se puedan fijar ahí los hilos que se están trenzando.

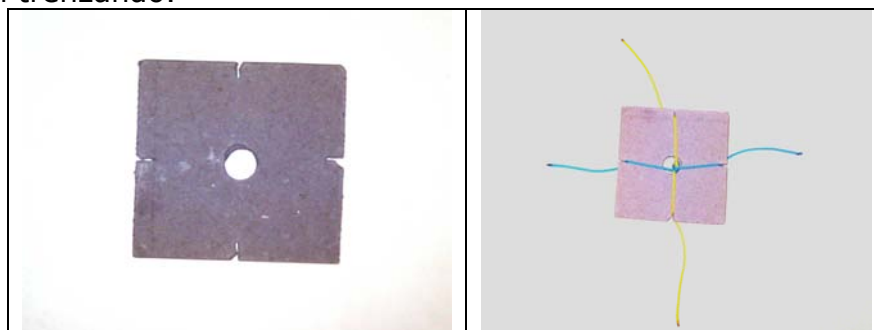


Figura 1. La Carta, herramienta para realizar el trenzado, versión para el aula.

Para realizar por ejemplo una trenza de 4, una vez posicionados los hilos como en la Figura 1, se procede a intercambiar las posiciones de los hilos según algunos esquemas que se asemejan a los grafos (Figura 2).

Entonces los vértices del grafo representan las posiciones de los hilos, que corresponden a las ranuras de la Carta, la herramienta necesaria para trenzar. Las aristas representan los movimientos de los hilos que se intercambian de posición para formar el trenzado.

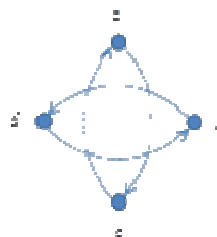


Figura 2. Grafo de la trenza simple de 4 hilos (Albanese, Oliveras y Perales, 2012).

### 2.2. ACTIVIDADES PROPUESTAS.

La experiencia se desarrolla en dos grandes bloques:

- Fase 1: en la primera fase se expone brevemente el uso de la carta para el trenzado de 4 (Figura 1) y se propone la construcción consensuada de una representación del proceso de trenzar, primero individualmente y después en pareja. Esta fase, oportunamente guiada por unas fichas de trabajo, permite

a los participantes llegar a una representación del trenzado que -en la mayoría de las experiencias que realizamos- se parece mucho a un grafo.

Para concluir esta fase se ponen en común las representaciones de todos los participantes y se institucionaliza el concepto de grafo.

- Fase 2: en la segunda fase de la actividad se fomenta el reconocimiento de los patrones que debe cumplir un grafo para ser representación de un trenzado. En particular se observan los grafos que representan los trenzados de ocho hilos (Figura 2).

Estos cumplen con los siguientes patrones: a) no hay vértices sueltos; b) los caminos que componen los grafos son cerrados, entonces son circuitos; c) todos los circuitos tienen el mismo número de vértices; d) los grafos son invariante según rotación de  $90^\circ$ .

Este paso previo sirve para después inventar trenzados de 16 hilos.

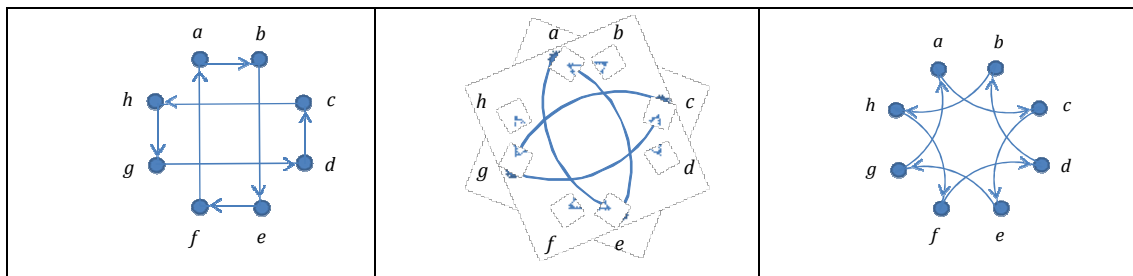


Figura 3. Grafos de las trenzas de 8 hilos de la Tarea 2 (Albanese, 2015).

### 3. ALGUNOS RESULTADOS DE UNA EXPERIENCIA.

En el 2013 desarrollamos diversos seminarios donde realizamos la actividad descrita en el apartado anterior, uno de ellos se relata en Albanese (2015).

En este documento presentamos la experiencia que involucró un grupo de estudiantes y profesores de la Carrera de Educación Matemática de la Universidad Nacional del Chaco Austral (UNCAUS), situada en la ciudad de Presidencia Roque Sáenz Peña en el Norte de Argentina. Esta es la formación para ser docente de Educación Secundaria en Argentina.

Debido a la naturaleza abierta del seminario la participación fue bastante discontinua, ya que estaba dirigido a una variedad de figuras profesionales lo que implicaba, para muchos, incompatibilidades de horarios con otros compromisos académicos. Por tanto solo comentaremos algunas de las producciones de aquellos participantes que entregaron las fichas completas. Se trata de seis casos, entre la docena de fichas que recolectamos.

Mostramos a continuación las producciones de los participantes sobre la última actividad que consistía en inventar grafos para trenzas de 16 hilos.

#### 3.1. ANALIZANDO LOS CASOS.

Describimos de manera conjunta las producciones de los tres primeros participantes: DG, CD, LS, respectivamente (Figura 4). Cada una de ellas presenta un solo grafo que respeta los patrones para que resulte ser representación de una trenza de 16 hilos. Destacamos que solo en el segundo grafo (CD, Figura 4) la posición de los vértices respeta la distribución de las

ranuras en la Carta (4 por cada lado del cuadrado), mientras en el primer caso (DG, Figura 4) están posicionados 5 en los lados horizontales y 3 en los verticales; y en el tercer caso (LS, Figura 4.) están distribuidos sobre una circunferencia. Este último presenta la peculiaridad que es el único participante que hace uso de letras para indicar los vértices. Finalmente cabe mencionar que cada uno de estos grafos presenta un número diferente de circuitos que componen el grafo, caracterizados por un número de vértices diferentes (respectivamente 2, 4, 8).

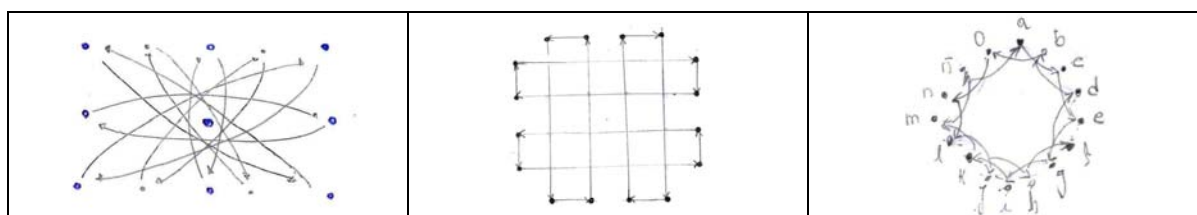


Figura 4. Producciones de los participantes DG, CD y LS respectivamente: trenzas de 16 hilos.

El cuarto participante CC razona de forma sistemática para determinar todas las posibilidades de circuitos (de 2, 4, y 8 vértices), hecho que se evidencia en su producción (Figura 5). Pero él tampoco ubica los vértices de manera ordenada según los lados de un cuadrado, con lo cual se confunde en la realización del primer grafo (circuitos de 5 vértices). Su segundo grafo, si bien cumple con la simetría, no presenta circuitos de igual número de vértices (no respeta el patrón c). Finalmente su último grafo sí representa un trenzado de 16.

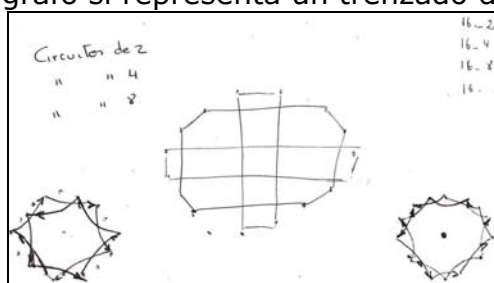


Figura 5. Producción del participante CC: inventar trenzas de 16 hilos.

El quinto participante, G (Figura 6), presenta dos grafos, ambos representan un trenzado. La disposición de los vértices, que respeta la de las ranuras en la carta, parece haberle ayudado en la elaboración de los grafos.

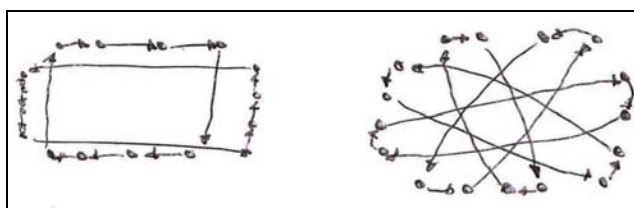


Figura 6. Producción del participante G: inventar trenzas de 16 hilos.

Finalmente el sexto participante, TV, presenta la respuesta más completa del grupo (Figura 7). Sus anotaciones nos proporcionan evidencias de un recuento

sistemático de las soluciones con respecto al número posible de vértices para los circuitos. En efecto, los tres grafos que propone son ejemplos cada uno de una posibilidad (circuitos de 4, de 8 y de 2 respectivamente, si bien no concuerdan con la notación del participante). De nuevo observamos una buena disposición de los vértices, 4 por cada lado de la Carta, que probablemente ha sido condición favorable para la resolución de la actividad.

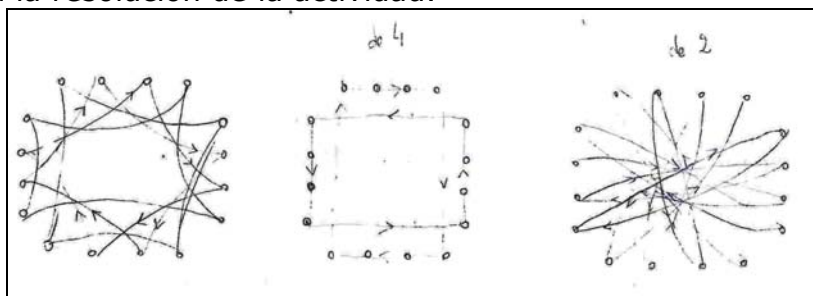


Figura 7. Producción del participante TV: inventar trenzas de 16 hilos.

#### 4. REFLEXIONES FINALES.

La descripción de las producciones de los participantes nos hace afirmar que la actividad permite incorporar el concepto de grafo y trabajar algunas propiedades de estos.

Cabe destacar que de las 6 producciones analizadas, solo en un caso hay evidencias de que el participante no haya incorporado el manejo del concepto, ya que no aplica los patrones que hacen de un grafo una representación de un trenzado, primero confundiendo los vértices y después no respetando uno de los patrones.

Observamos, además, que una buena comprensión de la relación entre la representación con grafos y el trabajo manual facilita la realización de las actividades, esto se evidencia por ejemplo en la disposición de los vértices como las ranuras de la Carta.

Asimismo, ponemos de manifiesto el nivel de creatividad que desencadena el trabajo manual ya que en la mayoría de los casos los trenzados inventados por los participantes son diferentes.

#### REFERENCIAS.

ALBANESE, V. (2015). *Aprender Grafos Haciendo Trenzas. Una Innovación Educativa en Combinatoria*. Granada: La Autora.

ALBANESE, V., OLIVERAS, M. L., Y PERALES, F. J. (2014). Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado: Aplicación de un Modelo Metodológico elaborado. *Bolema - Boletim de Educação Matemática*, 28(48), 1-20.

ALBANESE, V., OLIVERAS, M. L., Y PERALES F. J. (2012). Modelización matemática del trenzado artesanal. *Revista Epsilon*, 29(2), 53-62.

MEC (2015). *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*. Madrid.



# APRENDER MATEMÁTICAS REALIZANDO ACTIVIDADES MANUALES



Veronica Albanese<sup>1</sup>, Natividad Adamuz-Povedano<sup>2</sup>, Rafael Bracho-López<sup>3</sup>

## Introducción

El programa de investigación en Etnomatemática estudia las relaciones entre las Matemáticas y la cultura y su implicación en la Educación Matemática.

En este marco desarrollamos una experiencia innovadora para trabajar el concepto de grafo y algunas de sus propiedades en Educación Secundaria a partir de la actividad manual de trenzar propia de unos artesanos argentinos



Figura 1. La Carta, herramienta para realizar el trenzado, versión para el aula

## Diseño de la experiencia

Para realizar las trenzas objeto de esta innovación se emplea una herramienta denominada la Carta (Figura 1). Esta consiste en un cuadrado originariamente de madera, en el aula utilizamos cartón-vidrio, que tiene ranuras en los lados para que se puedan fijar ahí los hilos que se están trenzando.

Para realizar por ejemplo una trenza de 4, una vez posicionados los hilos como en la Figura 1, se procede a intercambiar las posiciones de los hilos según algunos esquemas que se asemejan a los grafos (Figura 2).

La experiencia se desarrolla en dos grandes bloques:

- Fase 1: Se muestra el uso de la carta y se propone la construcción consensuada de una representación del proceso de trenzar.
- Fase 2: Se fomenta el reconocimiento de los patrones que debe seguir un grafo para ser representación de un trenzado.

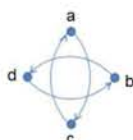


Figura 2. Grafo de la trenza simple de 4 hilos

## Resultados

Presentamos algunos resultados de las primeras tres participantes, respectivamente DG, CD, LS (Figura 4). Cada uno de ellas presenta un solo grafo que respeta los patrones para que resulte representación de una trenza de 16 hilos.

Destacamos que solo en el segundo grafo (CD) la posición de los vértices respeta la distribución de las ranuras en la Carta (4 por cada lado del cuadrado), mientras en el primer caso (DG) están posicionados 5 en los lados horizontales y 3 en los verticales; y en el tercer caso (LS) están distribuidos sobre una circunferencia.

Este último presenta la peculiaridad que es el único participante que hace uso de letras para indicar los vértices.

Finalmente cabe mencionar que cada uno de estos grafos presenta un número diferente de circuitos que componen el grafo, caracterizados por un número de vértices diferente (respectivamente 2, 4, 8).

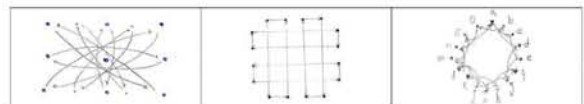


Figura 4. Producciones de las participantes DG, CD y LS respectivamente

## Conclusiones

La descripción de las producciones de los participantes nos hace afirmar que la actividad permite incorporar el concepto de grafo y trabajar algunas propiedades de estos.

Cabe destacar que de las 6 producciones analizadas, solo en un caso hay evidencias de que la participante no haya incorporado el manejo del concepto, ya que no aplica los patrones que hacen de un grafo una representación de un trenzado, primero confundiendo los vértices y después no respetando uno de los patrones.

Observamos además que una buena comprensión de la relación entre la representación con grafos y el trabajo manual, que se evidencia por ejemplo en la disposición de los vértices como las ranuras de la Carta, facilita la realización de las actividades.

<sup>1</sup>Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. vealbanese@ugr.es

<sup>2</sup>Área de Didáctica de la Matemática. Universidad de Córdoba. nadamuz@uco.es

<sup>3</sup>Área de Didáctica de la Matemática. Universidad de Córdoba. rbracho@uco.es