



Universidad de Granada

Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial

**DESARROLLO DE MODELOS  
DIFUSOS PARA REPRESENTAR  
LA SEMÁNTICA DEL COLOR**

**TESIS DOCTORAL**

JOSÉ MANUEL SOTO HIDALGO

Diciembre 2014

Editor: Universidad de Granada. Tesis Doctorales

Autor: José Manuel Soto Hidalgo

ISBN: 978-84-9125-017-3

URI: <http://hdl.handle.net/10481/47228>





# Desarrollo de Modelos Difusos para Representar la Semántica del Color

*Programa de Doctorado*  
**Tecnologías Multimedia**

*Memoria que presenta*  
**José Manuel Soto Hidalgo**

*Para optar al título de*  
**Doctor en Informática**

*Dirigida por*  
**Dr. Jesús Chamorro Martínez**  
*y*  
**Dr. Daniel Sánchez Fernández**

Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial

Diciembre 2014



## VISTO BUENO

---

El Prof. Dr. **Jesús Chamorro Martínez** y el Prof. Dr. **Daniel Sánchez Fernández**, Profesores Titulares de Universidad del Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial de la Universidad de Granada,

INFORMAN:

Que la memoria titulada:

*“Desarrollo de Modelos Difusos para Representar la Semántica del Color”*

ha sido realizada por **D. José Manuel Soto Hidalgo** bajo nuestra dirección en el Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial de la Universidad de Granada para optar al título de **Doctor en Informática**.

En Granada, a 12 de Diciembre 2014.

Los directores:

Fdo. Jesús Chamorro Martínez

Fdo. Daniel Sánchez Fernández



## COMPROMISO DERECHOS DE AUTOR

---

El doctorando y los directores de la Tesis “*Desarrollo de Modelos Difusos para Representar la Semántica del Color*”, garantizamos, al firmar esta Tesis doctoral, que el trabajo ha sido realizado por el doctorando bajo la dirección de los directores de la Tesis y hasta donde nuestro conocimiento alcanza, en la realización del trabajo, se han respetado los derechos de otros autores a ser citados, cuando se han utilizado sus resultados o publicaciones.

*Granada, Diciembre 2014*

Los directores:

Fdo. Jesús Chamorro Martínez      Fdo. Daniel Sánchez Fernández

El doctorando:

Fdo. José Manuel Soto Hidalgo



*La paciencia es una actitud  
que no se aprende, sino que  
simplemente se tiene.*





## AGRADECIMIENTOS

---

Aunque estas palabras sean de las primeras que aparecen en esta memoria, representan las últimas sensaciones del desarrollo de esta Tesis, la cual recoge un trabajo largo, duro, a veces insostenible, interminable, que te llega incluso a cambiar la forma de ser, y del cual me es imposible contar las horas dedicadas. Por eso, una vez finalizado, me genera una sensación que no puedo ni contar ni describir a nadie, pero sí que puedo agradecer a todas esas personas que de una forma u otra han hecho posible llegar a escribir estas palabras.

En primer lugar quisiera agradecer el apoyo incondicional recibido durante estos años a dos personas que, quizás, sean las que menos entiendan el valor técnico de esta memoria, pero estoy seguro que son las que más entienden el valor personal que esta memoria supone en mi vida: mis padres. Gracias y mil gracias por el esfuerzo infinito que habéis hecho para que sea quien soy hoy en día y por hacer que me sienta orgulloso de los padres que tengo.

También quiero agradecer a otras dos personas que, en este caso, son las que más entienden el valor técnico de esta memoria: mis directores. Gracias por la confianza depositada en mí, la calidad científica y personal que me habéis aportado durante todos estos años y, gracias por vuestras constantes indicaciones para llegar a buen puerto, porque como dijo Arthur Schopenhauer, no hay ningún viento favorable para el que no sabe a que puerto dirigirse.

Asimismo, el desarrollo de este trabajo ha estado ligado en paralelo a mi trayectoria universitaria como docente, la cual está vinculada a la Universidad de Córdoba y al departamento de Arquitectura de Computadores, Electrónica y Tecnología Electrónica (ACEyTE), concretamente al área de Arquitectura y Tecnología de Computadores (ATC). Por un lado, quiero dar las gracias a mi Universidad y a todos los compañeros del área por la cálida acogida que recibí hace ya más de 7 años, aquella que recuerdo como si fuera ayer. En especial a Palomares, Olivares, Juan, Jose María, Fernando, María y Andrés, por llenarme de tantas experiencias enriquecedoras a lo largo de estos años, y como no, a Juan Carlos, que más que un compañero es un hermano para mí. ¡Gracias por acogerme tantas y tantas veces y hacerme sentir como en casa!. También quiero agradecer a Amelia y Eva, así como a Manu, Carlos, Enrique, Rafa, JR, Natalia y Jose Miguel por ese compañerismo que me demostráis cada vez que coincidimos por nuestra Universidad.

Por otro lado, quiero expresar mi gratitud a la Universidad de Granada, a los miembros del departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial (DECSAI) y “afiliados”, así como a los grupos de investigación de Procesamiento de Información Visual (VIP) y Bases de Datos y Sistemas de Información Inteligentes (IdBIS) por darme tantas facilidades y permitirme desarrollar esta Tesis satisfactoriamente. Especialmente a las personas con las que quizás haya pasado más tiempo en estos últimos años de trabajo y se sienten orgullosas de mi: gracias Raúl, Nacho, Óscar, Miguel, Belén, Carlos Molina, Menchu, Luis Castillo, Faro, Jesús Alcalá, Carlos Porcel, Héctor, Alberto Guillén, Armando, Marta, Carlos Cano, entre muchos otros y, por supuesto, a Perico, mi gran compañero en este viaje desde hace años. Gracias y gracias por hacer grandes todas las pequeñas cosas que me aportáis, tanto científicas como personales.

Y como no, a la persona con la que he compartido tanto y tanto estos últimos años: María. Gracias por entenderme en momentos no entendibles, darme fuerza moral en los momentos que más necesitaba y sobre todo porque sin ti, este momento en mi vida simplemente no hubiese sido una realidad. ¡Mil gracias!

Wassily Kandinsky dijo, *“el color es un poder con influencia directa en el alma”*, y cuanta razón tenía:

¡¡GRACIAS A TODOS POR SER MI COLOR!!

## RESUMEN

---

El color es una de las características fundamentales en el procesamiento y análisis de imágenes. Por ello, el modelado del color es un problema importante a la vez que complejo debido, entre otros motivos, a que el color es, en general, impreciso (no es posible establecer una frontera clara que delimite unos colores de otros), subjetivo (no todas las personas distinguen o nombran de la misma forma los colores) y dependiente del contexto (un mismo color puede tener distintos significados en distintos ámbitos). En esta Tesis se proponen, con carácter general, modelos formales que permiten representar la semántica del color en imágenes (abordando los problemas de imprecisión, subjetividad y dependencia de contexto), así como operaciones basadas en dichas representaciones (relaciones entre colores, histogramas, etc.).

Para ello, en la primera parte de la Tesis se introducen definiciones formales de los conceptos de “color difuso” y “espacio de color difuso”, así como propiedades de éstos, los cuales permiten abordar la imprecisión y subjetividad en el modelado de términos de color. Además, se propone una metodología de construcción de espacios de color difuso acorde al paradigma de espacios conceptuales. Esta metodología se ilustra mediante el diseño de diversos espacios de color difuso a partir de sistemas existentes de nombrado de color (en inglés “color naming”) y a partir de datos proporcionados por usuarios.

Asimismo, se proponen medidas de correspondencia entre informaciones de color, expresadas mediante colores precisos y difusos, haciendo uso de la Lógica Difusa y la Teoría de la Posibilidad, considerando imprecisión, incertidumbre o ambos. Concretamente se muestran relaciones de semejanza, compatibilidad, posibilidad y necesidad, entre otras, necesarias para analizar diferentes semánticas del uso de los colores difusos.

También, en esta Tesis, se definen distintas nociones de histogramas sobre espacios de color difuso, permitiendo representar el número o porcentaje de píxeles de una imagen teniendo en cuenta la imprecisión existente tanto en el conteo como en el color propiamente dicho. Para ello, por un lado, se realiza un análisis de los métodos más utilizados para abordar el problema del cardinal en conjuntos difusos y, por

otro, con el fin de proporcionar información entendible al usuario, se propone una novedosa definición de histograma lingüístico basada en la compatibilidad entre medidas de cardinal y etiquetas lingüísticas mediante técnicas de cuantificación difusas.

Por último, se propone un descriptor difuso de color basado en el concepto de dominancia, así como varias medidas difusas de comparación de descriptores. El descriptor propuesto permite afrontar la problemática de la imprecisión en la descripción del color con términos lingüísticos, así como en la dominancia. Adicionalmente, se ilustra el descriptor difuso y las medidas de comparación mediante varios ejemplos de recuperación de imágenes basada en la dominancia de color.

## ÍNDICE DE CONTENIDOS

---

1	INTRODUCCIÓN	1
1.1	Objetivos . . . . .	5
1.2	Estructura de la Tesis . . . . .	6
2	ANTECEDENTES Y PRELIMINARES	9
2.1	El color y los espacios de color . . . . .	10
2.1.1	Fundamentos del Color . . . . .	10
2.1.2	Representación del Color: Espacios vectoriales . . . . .	12
2.2	Modelos computacionales de representación del color . . . . .	22
2.2.1	Enfoques basados en una cuantización precisa del espacio . . . . .	24
2.2.2	Enfoques probabilísticos . . . . .	26
2.2.3	Enfoques difusos . . . . .	27
2.2.3.1	Modelos basados en experimentos perceptuales . . . . .	27
2.2.3.2	Modelos no basados en experimentos perceptuales . . . . .	31
2.2.4	Discusión . . . . .	34
2.3	Modelos de comparación de colores . . . . .	35
2.4	Histogramas de color . . . . .	37
2.5	Descriptores de Color . . . . .	40
3	ESPACIO DE COLOR DIFUSO	43
3.1	Introducción . . . . .	44
3.2	Formalización . . . . .	45
3.2.1	Color Difuso . . . . .	45
3.2.2	Espacio de Color Difuso . . . . .	46
3.3	Aprendizaje de Espacios de Color Difuso . . . . .	48
3.3.1	Espacios conceptuales . . . . .	48
3.3.2	Metodología para obtener espacios de color difuso	50
3.3.2.1	Prototipos positivos y negativos . . . . .	51
3.3.2.2	Obteniendo el 0.5-corte de un color difuso $\tilde{C}_i$ . . . . .	55
3.3.2.3	Obteniendo el núcleo y el soporte de $\tilde{C}_i$ . . . . .	55
3.3.2.4	Obteniendo cualquier $\alpha$ -corte de $\tilde{C}_i$ . . . . .	57
3.3.2.5	Obteniendo $\tilde{C}_i$ mediante interpolación lineal . . . . .	57
3.4	Relación entre parámetros y propiedades . . . . .	60
3.5	Resultados . . . . .	61
3.5.1	Espacios de color partición . . . . .	61
3.5.1.1	Ejemplo 1. Espacios de color difuso basados en el sistema ISCC-NBS . . . . .	61

3.5.1.2	Ejemplo 2. Espacio de color difuso de dominio específico. Frutas . . . . .	70
3.5.2	Espacios de color disjuntos y sin cubrimiento . . . . .	75
3.5.2.1	Ejemplo de espacio disjunto sin cubrimiento. $\tilde{F}_{Frutas}^2$ . . . . .	77
3.5.3	Espacios de color no disjuntos . . . . .	80
3.5.3.1	Ejemplo de construcción de un espacio específico no disjunto para un usuario . . . . .	82
3.5.4	Validación con usuarios y comparativa con otros modelos . . . . .	86
3.5.4.1	Metodología para analizar la bondad de espacios de color difuso . . . . .	88
3.5.4.2	Análisis de nuestros espacios de color . . . . .	90
3.5.4.3	Comparativa con modelos no difusos . . . . .	91
3.5.4.4	Comparativa con modelos basados en particionamientos difusos . . . . .	91
3.5.4.5	Comparativa con modelos basados en clustering . . . . .	92
3.6	Conclusiones . . . . .	98
4	RELACIONES DIFUSAS DE COLOR . . . . .	99
4.1	Introducción . . . . .	100
4.2	Relaciones entre Informaciones de Color . . . . .	103
4.2.1	Relaciones entre dos colores precisos . . . . .	106
4.2.1.1	Semejanza entre colores precisos inducida por un color difuso . . . . .	106
4.2.1.2	Semejanza entre colores precisos inducida por un espacio de color difuso . . . . .	111
4.2.2	Relaciones entre un color preciso y un color difuso . . . . .	112
4.2.2.1	Compatibilidad entre un color preciso y un color difuso de uso conjuntivo . . . . .	112
4.2.2.2	Posibilidad y necesidad de un color preciso compatible con un color difuso de uso disyuntivo . . . . .	113
4.2.3	Relaciones entre dos colores difusos . . . . .	114
4.2.3.1	Compatibilidad entre dos colores difusos de uso conjuntivo . . . . .	115
4.2.3.2	Posibilidad y necesidad de un color difuso de uso conjuntivo compatible con un color difuso de uso disyuntivo . . . . .	116
4.2.3.3	Posibilidad y necesidad de un color difuso de uso disyuntivo compatible con un color difuso de uso disyuntivo . . . . .	116
4.2.3.4	Inclusión de un color difuso en otro . . . . .	117
4.2.3.5	Similitud entre dos colores difusos . . . . .	123

4.3	Conclusiones . . . . .	126
5	HISTOGRAMAS DE COLORES DIFUSOS . . . . .	127
5.1	Introducción . . . . .	128
5.2	Cardinal de Conjuntos Difusos . . . . .	129
5.2.1	Cardinales Escalares . . . . .	129
5.2.2	Cardinales Difusos . . . . .	131
5.2.3	Cardinales basados en Números Graduales . . . . .	133
5.2.4	Discusión . . . . .	135
5.3	Cuantificación Difusa . . . . .	136
5.3.1	Evaluación basada en <i>Sigma-Count</i> . . . . .	137
5.3.2	Evaluación basada en cardinales difusos . . . . .	138
5.3.3	Evaluación basada en números graduales . . . . .	139
5.4	Histogramas sobre Espacios de Color Difuso . . . . .	140
5.4.1	Histograma basado en el cardinal <i>Sigma-Count</i> . . . . .	140
5.4.2	Histograma basado en cardinales difusos . . . . .	141
5.4.3	Histograma basado en números graduales . . . . .	141
5.4.4	Histograma lingüístico . . . . .	142
5.4.5	Discusión . . . . .	143
5.5	Ejemplos . . . . .	145
5.5.1	Histogramas basados en distintos cardinales sobre imágenes reales . . . . .	146
5.5.2	Histogramas lingüísticos sobre imágenes reales . . . . .	151
5.6	Conclusiones . . . . .	158
6	DESCRIPTOR DIFUSO Y SU APLICACIÓN A RECUPERACIÓN DE IMÁGENES BASADA EN COLORES DOMINANTES . . . . .	159
6.1	Introducción . . . . .	160
6.2	Descriptor Difuso . . . . .	161
6.2.1	Definición . . . . .	162
6.2.2	Medidas de comparación entre descriptores difusos . . . . .	162
6.2.2.1	Inclusión entre dos descriptores difusos . . . . .	162
6.2.2.2	Semejanza entre dos descriptores difusos . . . . .	163
6.2.2.3	Inclusión ponderada entre conjuntos de descriptores difusos . . . . .	164
6.2.2.4	Semejanza ponderada entre varios descriptores difusos . . . . .	164
6.3	Descriptor Difuso de Color Dominante . . . . .	165
6.4	Ejemplos de recuperación basada en colores dominantes . . . . .	167
6.4.1	Recuperación de imágenes basada en colores dominantes. Imagen como consulta . . . . .	169
6.4.1.1	Recuperación de imágenes basada en colores dominantes. Imagen como consulta usando medida de similitud . . . . .	169

6.4.1.2	Recuperación de imágenes basada en colores dominantes. Imagen como consulta usando medida de inclusión . . . . .	170
6.4.2	Recuperación de imágenes basada en colores dominantes. Etiquetas lingüísticas como consulta . . . . .	179
6.4.3	Recuperación de imágenes combinando información de color y textura . . . . .	184
6.4.3.1	Recuperación de imágenes en términos de colores y texturas dominantes usando etiquetas lingüísticas como consulta . . . . .	185
6.4.3.2	Recuperación de imágenes en términos de colores y texturas dominantes usando una imagen como consulta . . . . .	189
6.5	Conclusiones . . . . .	193
7	CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS . . . . .	195
7.1	Conclusiones . . . . .	195
7.2	Trabajos Futuros . . . . .	199
7.3	Publicaciones científicas . . . . .	201
<b>Apéndices</b> . . . . .		205
A	EL SISTEMA ISCC-NBS. ETIQUETAS Y COLORES . . . . .	207
B	ESPACIO DE COLOR DIFUSO ASOCIADO A FRUTAS. EXPERIMENTACIÓN . . . . .	221
B.1	Colección de imágenes de Frutas . . . . .	222
B.2	Obtención del conjunto de prototipos positivos $R^+$ . . . . .	232
B.3	Obtención del conjunto de prototipos negativos $R^-$ . . . . .	243
B.4	Obtención de valoraciones difusas de usuarios . . . . .	245
C	JFCS TOOL. SOFTWARE DE DISEÑO DE ESPACIOS DE COLOR DIFUSO Y RECUPERACIÓN DE IMÁGENES . . . . .	249
C.1	Módulo Administrador de Imágenes . . . . .	249
C.2	Módulo Administrador de Espacio de Color Difuso . . . . .	250
C.3	Módulo Visualización de información de Espacio de Color . . . . .	252
C.4	Módulo Interacción de usuario . . . . .	254
C.5	Módulo Correspondencia de píxeles . . . . .	254
C.6	Módulo Histogramas Difusos . . . . .	257
C.7	Módulo Recuperación de Imágenes . . . . .	260
D	CONJUNTOS DIFUSOS, LÓGICA DIFUSA Y TEORÍA DE LA POSIBILIDAD . . . . .	265
D.1	Concepto de conjunto difuso . . . . .	265
D.2	Operaciones básicas con conjuntos difusos . . . . .	267
D.2.1	Operadores de intersección: t-normas . . . . .	267
D.2.2	Operadores de unión: t-conormas . . . . .	268



D.2.3	Operadores de complemento: negaciones . . . . .	268
D.3	Representación de conjuntos difusos . . . . .	269
D.4	Lógica difusa . . . . .	270
D.4.1	Variables lingüísticas . . . . .	271
D.5	Relaciones difusas . . . . .	272
D.6	Teoría de la Posibilidad . . . . .	273
D.6.1	Posibilidad . . . . .	274
D.6.2	Necesidad . . . . .	275
D.6.3	Interpretación . . . . .	275

**BIBLIOGRAFÍA**

277

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

Figura 1	Imágenes compuestas por tres colores con degradados entre ellos . . . . .	2
Figura 2	Imagen de un degradado entre dos colores . . . . .	3
Figura 3	Valores representativos del color “rojo” aportados por distintos usuarios. . . . .	3
Figura 4	Esquema de la estructura de la Tesis. . . . .	8
Figura 5	(a) Valores tri-estímulo. (b) Funciones de correspondencia $x_\lambda$ , $y_\lambda$ y $z_\lambda$ propuestas por la CIE . . . . .	13
Figura 6	Representaciones gráficas de espacios de color. <b>(a):</b> espacio <i>RGB</i> . <b>(b):</b> espacio <i>YUV</i> . <b>(c):</b> espacio <i>YIQ</i> . <b>(d):</b> espacio <i>CIE XYZ</i> . <b>(e):</b> espacio <i>CIE Lab</i> . <b>(f):</b> espacio <i>CIE Luv</i> . . . . .	14
Figura 7	Representaciones gráficas de espacios de color. <b>(a):</b> espacio <i>HSI</i> . <b>(b):</b> espacio <i>HSL</i> . <b>(c):</b> espacio <i>HSV</i> . <b>(d):</b> espacio <i>YCbCr</i> . <b>(e):</b> espacio de <i>Munsell</i> . <b>(f):</b> espacio <i>OSA</i> . . . . .	15
Figura 8	Ejemplo de partición clásica del espacio de color <i>RGB</i> . . . . .	24
Figura 9	Localización de los colores básicos en el espacio de Munsell (a) Localización de las áreas de consenso y colores focales identificados por Sturges y Whitfield [254] en una representación 2D del espacio de Munsell. (b) Áreas de consenso y las líneas de equidistancia de los colores de Seaborn . . . . .	29
Figura 10	Forma de la función <i>TSE</i> según Benavente [19] . . . . .	30
Figura 11	Ejemplo de cálculo del grado de pertenencia de un estímulo de color $x$ a dos colores difusos $\tilde{c}_i$ y $\tilde{c}_j$ según Kim [139] . . . . .	32
Figura 12	Ejemplos de conjuntos difusos usados por Younes: (a) $\tau$ y (b) $\Omega$ . . . . .	33
Figura 13	Funciones de pertenencia triangulares sobre las componentes del espacio de color <i>CIE Lab</i> definidas por [145, 147, 284, 315] para su histograma difuso de color. . . . .	39

Figura 14	Ejemplo ilustrativo en 2D del enfoque propuesto para obtener un modelo difuso a partir de un prototipo positivo ( $\mathbf{r}$ ) y varios prototipos negativos ( $\mathbf{nr}_1, \dots, \mathbf{nr}_{12}$ ) en espacios conceptuales con la distancia euclídea como métrica. (a) Teselación de Voronoi para el conjunto de prototipos. Se ha resaltado la celda de Voronoi para el prototipo $\mathbf{r}$ , correspondiente al 0.5-corte del modelo difuso. (b) Núcleo del modelo difuso obtenido mediante un escalado uniforme de la celda de Voronoi con $\lambda \in [0, 1]$ . (c) Soporte del modelo difuso obtenido mediante un escalado uniforme de la celda de Voronoi con $\lambda' \in [1, 2]$ con $1 \leq \lambda + \lambda' \leq 2$ . (d) Núcleo, 0.5-corte y soporte del modelo difuso. . .	53
Figura 15	Ejemplo ilustrativo en 3D del enfoque propuesto para obtener un color difuso a partir de un prototipo positivo ( $\mathbf{r}$ ) y varios prototipos negativos ( $\mathbf{nr}_1, \dots, \mathbf{nr}_{12}$ ) en espacios conceptuales con la distancia euclídea como métrica. (a) Teselación de Voronoi para el conjunto de prototipos. Se ha resaltado la celda de Voronoi para el prototipo $\mathbf{r}$ , correspondiente al 0.5-corte del color difuso. (b) Núcleo del color difuso obtenido mediante un escalado uniforme de la celda de Voronoi con $\lambda \in [0, 1]$ . (c) Soporte del color difuso obtenido mediante un escalado uniforme de la celda de Voronoi con $\lambda' \in [1, 2]$ con $1 \leq \lambda + \lambda' \leq 2$ . (d) Núcleo, 0.5-corte, y soporte del color difuso. . . .	54
Figura 16	Ilustración en dos dimensiones del rol de los parámetros $\lambda$ y $\lambda'$ en la definición del soporte y núcleo de modelos difusos. En este ejemplo, $\lambda = 0.5$ y $\lambda' = 1.5$ . Obsérvese que el soporte de $\mathbf{r}$ y el núcleo de $\mathbf{nr}_{10}$ no se solapan porque $\lambda + \lambda' = 2$ . Sin embargo, si $\lambda + \lambda' > 2$ ambos se solaparían. De forma análoga ocurre con el resto de prototipos. . . . .	56
Figura 17	Ejemplo bidimensional del cálculo del grado de pertenencia de un vector $\mathbf{c}$ a un modelo difuso $\tilde{C}_i$ cuyo representativo es $\mathbf{r}^i$ . En este ejemplo se han considerado $\mathcal{V} = \{V_1, V_2, V_3\}$ con $\Omega = \{1, 0.5, 0\}$ utilizando $\lambda = 0.5$ y $\lambda' = 1.5$ . (a) Ejemplo donde es de aplicación la ecuación 3.6, (b) Ejemplo donde es de aplicación la ecuación 3.7 y (c) Ejemplo donde es de aplicación la ecuación 3.8. . . . .	59

Figura 18	Superficies asociadas a los colores difusos <i>Amari- llo, Azul, Verde</i> y <i>Gris</i> del espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ . . . . .	63
Figura 19	Grado de correspondencia del color de las re- giones (A)-(F) de la imagen " <i>Loros</i> " con colores difusos de los espacios de color $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ , $\tilde{\Gamma}_{ISCC-extendido}$ y $\tilde{\Gamma}_{ISCC-completo}$ . . . . .	65
Figura 20	Mapeos a los colores difusos del espacio de color $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ que aparecen en la imagen 19a (I/II). . . . .	67
Figura 21	Mapeos a los colores difusos del espacio de color $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ que aparecen en la imagen 19a (II/II). . . . .	68
Figura 22	Mapeos a algunos colores difusos del espacio de color $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ de la imagen. . . . .	69
Figura 23	Superficies asociadas a los colores difusos <i>plátano</i> , <i>naranja, fresa</i> y <i>rojo manzana</i> del espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$ . . . . .	71
Figura 24	Grado de correspondencia de los colores (A)- (E) de la imagen " <i>Frutas-composicion</i> " con colores difusos del espacio de color $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$ . . . . .	73
Figura 25	Mapeos a algunos colores difusos del espacio de color $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$ de la imagen de la Figura 24a. . . . .	74
Figura 26	Grado de correspondencia de los colores (A) y (B) de la imagen " <i>Cocos</i> " con colores difusos del espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$ . . . . .	76
Figura 27	Ejemplos de distintos conjuntos $\mathcal{M}^k$ de colores en RGB. . . . .	77
Figura 28	Superficies del núcleo asociadas a los colores di- fusos <i>rojo manzana, verde manzana</i> y <i>ciruela</i> en los espacios de color difuso $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$ (con cubrimien- to) y $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^2$ (sin cubrimiento). . . . .	78
Figura 29	Mapeos a los colores difusos que describen el color de las regiones (A) y (B) de la imagen de la Figura 26a en los espacios de color $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$ (con cubrimiento) y $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^2$ (sin cubrimiento). . . . .	79
Figura 30	Superficies del núcleo asociadas a los colores di- fusos <i>plátano</i> y <i>limón</i> en el espacio de color difuso disjunto $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$ . . . . .	80
Figura 31	Grado de correspondencia de los colores (A) y (B) de la imagen " <i>limones-platanos</i> " a los colo- res <i>plátano</i> y <i>limón</i> en el espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$ (disjunto). . . . .	81

Figura 32	Superficies del núcleo asociadas a los colores difusos que modelan el concepto de color <i>plátano</i> y <i>limón</i> en los espacios de color difuso $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$ (disjunto) y $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^3$ (no disjunto). . . . .	84
Figura 33	Mapeos del color de las regiones (A) y (B) de la imagen de la Figura 31a a los colores difusos <i>plátano</i> y <i>limón</i> en $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$ (disjunto) y $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^3$ (no disjunto). . . . .	85
Figura 34	Conjunto VD de valoraciones difusas del tipo “alrededor de $x$ ” con $x \in [0, 0.25, 0.5, 0.75, 1]$ . . . . .	88
Figura 35	Funciones trapezoidales para cada una de las componentes RGB. (a) espacio $\widetilde{\text{RGB}}_{2,2,2}$ , (b) espacio $\widetilde{\text{RGB}}_{3,3,3}$ y (c) espacio $\widetilde{\text{RGB}}_{5,5,5}$ . . . . .	93
Figura 36	Funciones trapezoidales para cada una de las componentes HSI del espacio de color difuso $\widetilde{\text{HSI}}_{\text{Munsell}}$ definido en [39]. . . . .	94
Figura 37	Colores precisos c1-c8 y su valor en RGB seleccionados de la imagen (a). . . . .	108
Figura 38	Imágenes sintéticas. (a) ocho colores con grado de pertenencia 1 a los núcleos de todos los colores difusos $\tilde{C}_1, \dots, \tilde{C}_8$ . (b) cuatro colores con grado de pertenencia 0.5 con dos de los ocho colores $\tilde{C}_1, \dots, \tilde{C}_8$ . . . . .	143
Figura 39	Histograma de la imagen de la Figura 19a sobre espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$ basado en el cardinal <i>Sigma-Count</i> . . . . .	147
Figura 40	Histograma de la imagen de la Figura 19a sobre espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$ basado en el cardinal <i>ED</i> . . . . .	148
Figura 41	Histograma de la imagen de la Figura 22 sobre espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$ basado en <i>Sigma-Count</i> . . . . .	149
Figura 42	Histograma de la imagen de la Figura 22 sobre espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$ basado en el cardinal <i>ED</i> . . . . .	150
Figura 43	Histogramas lingüísticos para la imagen de la Figura 19a según la evaluación de sentencias cuantificadas basadas en <i>Sigma-Count</i> , <i>ED</i> y <i>Números Graduales</i> sobre el espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$ . . . . .	153

Figura 44	Histogramas lingüísticos para la imagen de la Figura 22 según la evaluación de sentencias cuantificadas basada en <i>Sigma-Count</i> , <i>ED</i> y <i>Números Graduales</i> sobre el espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ . . . . .	154
Figura 45	Cuantificador no decreciente del tipo “aproximadamente $x\%$ o más”. . . . .	166
Figura 46	Ejemplo de recuperación de imágenes sobre la colección de imágenes <i>IAPR TC-12</i> usando el descriptor difuso de color dominante sobre el espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ y la medida de semejanza difusa. (a) imagen consulta y (b) imágenes recuperadas ordenadas por grado de similitud a la consulta. . . . .	171
Figura 47	Ejemplo de recuperación de imágenes sobre la colección de imágenes <i>IAPR TC-12</i> usando el descriptor difuso de color dominante sobre el espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ y la medida de semejanza difusa. (a) imagen consulta y (b) imágenes recuperadas ordenadas por grado de similitud a la consulta. . . . .	172
Figura 48	Ejemplo de recuperación de imágenes sobre la colección de imágenes <i>IAPR TC-12</i> usando el descriptor difuso de color dominante sobre el espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ y la medida de semejanza difusa. (a) imagen consulta y (b) imágenes recuperadas ordenadas por grado de similitud a la consulta. . . . .	173
Figura 49	Ejemplo de recuperación de imágenes sobre la colección de imágenes de frutas usando el descriptor difuso de color dominante sobre el espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$ y la medida difusa de semejanza. (a) imagen consulta y (b) imágenes recuperadas ordenadas por grado de similitud a la consulta. . . . .	174
Figura 50	Ejemplo de recuperación de imágenes sobre la colección de imágenes <i>IAPR TC-12</i> usando el descriptor difuso de color dominante sobre el espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ y la medida de inclusión difusa. (a) imagen consulta y (b) imágenes recuperadas ordenadas por grado de inclusión a la consulta. . . . .	175

Figura 51	Ejemplo de recuperación de imágenes sobre la colección de imágenes <i>IAPR TC-12</i> usando el descriptor difuso de color dominante sobre el espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ y la medida de inclusión difusa. (a) imagen consulta y (b) imágenes recuperadas ordenadas por grado de inclusión a la consulta. . . . .	176
Figura 52	Ejemplo de recuperación de imágenes sobre la colección de imágenes <i>IAPR TC-12</i> usando el descriptor difuso de color dominante sobre el espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ y la medida de inclusión difusa. (a) imagen consulta y (b) imágenes recuperadas ordenadas por grado de inclusión a la consulta. . . . .	177
Figura 53	Ejemplo de recuperación de imágenes sobre la colección de imágenes de frutas usando el descriptor difuso de color dominante sobre el espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$ y la medida difusa de inclusión. (a) imagen consulta y (b) imágenes recuperadas ordenadas por similitud a la consulta.	178
Figura 54	Ejemplo de recuperación de imágenes del tipo “ <i>imágenes en las que dominan el azul y el negro solamente</i> ” sobre la colección de imágenes <i>IAPR TC-12</i> y el espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ usando el descriptor difuso de color dominante $FD_{CD} = \{1/Azul + 1/Negro\}$ como consulta y la medida de similitud. . . . .	180
Figura 55	Ejemplo de recuperación de imágenes del tipo “ <i>imágenes en las que dominan, al menos, el azul y el negro</i> ” sobre la colección de imágenes <i>IAPR TC-12</i> y el espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ usando el descriptor difuso de color dominante $FD_{CD} = \{1/Azul + 1/Negro\}$ como consulta y la medida de inclusión. . . . .	181
Figura 56	Ejemplo de recuperación de imágenes del tipo “ <i>imágenes en las que domina solamente el rojo fresa con grado 1 y el verde manzana con grado 0.3</i> ” sobre la colección de imágenes de frutas y el espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$ usando el descriptor difuso de color dominante $FD_{CD} = \{1.0/rojo - fresa + 0.3/verde - manzana\}$ como consulta y la medida de similitud. . . . .	182

Figura 57	Ejemplo de recuperación de imágenes del tipo “ <i>imágenes en las que domina, al menos, el rojo fresa con grado 1 y el verde manzana con grado 0.3</i> ” sobre la colección de imágenes de frutas y el espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$ usando el descriptor difuso de color dominante $\text{FD}_{\text{CD}} = \{1.0/\text{rojo} - \text{fresa} + 0.3/\text{verde} - \text{manzana}\}$ como consulta y la medida de inclusión. . . . . 183
Figura 58	Particiones difusas para la medida de <i>Correlación</i> . Las etiquetas lingüísticas son VC = muygruesa, C = gruesa, MC = mediogruesa, F = fina, VF = muyfina. . . . . 184
Figura 59	Resultados de recuperación sobre la colección VisTex extendida para (a) la consulta de inclusión del color dominante con las etiquetas <i>naranja amarronado</i> y <i>marrón</i> , y (b) la consulta de inclusión del color y textura dominantes con las etiquetas <i>naranja amarronado</i> , <i>marrón</i> y <i>muy gruesa</i> . . . . . 187
Figura 60	Resultados de recuperación sobre la colección VisTex extendida para (a) la consulta de inclusión de la textura dominante con la etiqueta <i>muy fina</i> , y (b) la consulta de inclusión del color y textura dominantes con las etiquetas <i>azul púrpuro</i> y <i>muy fina</i> . . . . . 188
Figura 61	Resultados de la recuperación de imágenes sobre la colección VisTex usando como consulta las imágenes seleccionadas mediante los rectángulos rojos en (a) y considerando la misma importancia a los descriptores de color y textura. (b) resultados para la imagen de “grava” como consulta, y (c) resultados para la imagen de “hierba” como consulta. . . . . 190
Figura 62	Resultados de la recuperación de imágenes sobre la colección VisTex usando como consulta la imagen de “grava” seleccionada en la Figura 61a y diferentes pesos a los descriptores de color y textura. (a) Importancia del descriptor de color $w_{\text{CD}} = 1.0$ y del descriptor de textura $w_{\text{TD}} = 0.0$ , (b) Importancia del descriptor de color $w_{\text{CD}} = 0.0$ y del descriptor de textura $w_{\text{TD}} = 1.0$ . . . . . 191



Figura 63	Resultados de la recuperación de imágenes sobre la colección VisTex usando como consulta la imagen de "grava" seleccionada en la Figura 61a y diferentes pesos a los descriptores de color y textura. (a) Importancia del descriptor de color $w_{CD} = 0.8$ y del descriptor de textura $w_{TD} = 0.2$ , (b) Importancia del descriptor de color $w_{CD} = 0.2$ y del descriptor de textura $w_{TD} = 0.8$ . . . . .	192
Figura 64	Valores centrales que proporciona el sistema ISCC-NBS en RGB. . . . .	208
Figura 65	Etiquetas y colores del conjunto Básico del sistema ISCC-NBS . . . . .	209
Figura 66	Etiquetas y colores del conjunto Extendido del sistema ISCC-NBS . . . . .	210
Figura 67	Etiquetas y colores del conjunto Extendido del sistema ISCC-NBS . . . . .	211
Figura 68	Etiquetas y colores del conjunto Completo del sistema ISCC-NBS (I/VIII) . . . . .	212
Figura 69	Etiquetas y colores del conjunto Completo del sistema ISCC-NBS (II/VIII) . . . . .	213
Figura 70	Etiquetas y colores del conjunto Completo del sistema ISCC-NBS (III/VIII) . . . . .	214
Figura 71	Etiquetas y colores del conjunto Completo del sistema ISCC-NBS (IV/VIII) . . . . .	215
Figura 72	Etiquetas y colores del conjunto Completo del sistema ISCC-NBS (V/VIII) . . . . .	216
Figura 73	Etiquetas y colores del conjunto Completo del sistema ISCC-NBS (VI/VIII) . . . . .	217
Figura 74	Etiquetas y colores del conjunto Completo del sistema ISCC-NBS (VII/VIII) . . . . .	218
Figura 75	Etiquetas y colores del conjunto Completo del sistema ISCC-NBS (VIII/VIII) . . . . .	219
Figura 76	Imágenes correspondientes a la fruta "plátano". . . . .	223
Figura 77	Imágenes correspondientes a la fruta "mora". . . . .	224
Figura 78	Imágenes correspondientes a la fruta "manzana verde". . . . .	225
Figura 79	Imágenes correspondientes a la fruta "limón". . . . .	226
Figura 80	Imágenes correspondientes a la fruta "naranja". . . . .	227
Figura 81	Imágenes correspondientes a la fruta "ciruela". . . . .	228
Figura 82	Imágenes correspondientes a la fruta "frambuesa". . . . .	229
Figura 83	Imágenes correspondientes a la fruta "rojo manzana". . . . .	230
Figura 84	Imágenes correspondientes a la fruta "fresa". . . . .	231

Figura 85	Apariencia de la aplicación para obtener el conjunto de prototipos positivos $R_F^+$ . . . . .	233
Figura 86	Apariencia de la aplicación para obtener el conjunto de prototipos negativos $R_F^-$ . Ejemplo de asignación de colores a la categoría de color “amarillo plátano”. . . . .	244
Figura 87	Apariencia de la aplicación para obtener las valoraciones difusas de colores. Ejemplo de valoraciones asociadas a la categoría de color “amarillo plátano”. . . . .	247
Figura 88	Módulo <i>Image Manager</i> . . . . .	249
Figura 89	Ejemplo del espacio de color $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ (definido en la sección 3.5.1.1) y las representaciones difusas de los colores usando los módulos <i>Fuzzy Color Space Manager</i> y <i>Visualization</i> en <i>JFCS Tool</i> . (a) Nombres de color y representativos (prototipos positivos) en RGB. (b), (c), (d) visualización 3D de las superficies del núcleo, $\alpha$ -corte 0.5 y soporte en $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ respectivamente. . . . .	251
Figura 90	Apariencia visual del módulo de Visualización - Modelo 3D . . . . .	253
Figura 91	Apariencia visual del módulo de Visualización - Perfil de Color . . . . .	253
Figura 92	Ejemplo visual de la representación de los grados de pertenencia 0.57/Yellow y 0.42/Orange . . . . .	256
Figura 93	Resultados generados por el módulo <i>Mapping</i> aplicado a la imagen de la Figura 24a y al color difuso <i>Verde Manzana</i> del espacio de color $\Gamma_{Frutas}$ definido en la sección 3.5.1.2. . . . .	256
Figura 94	Ejemplo de la apariencia del módulo <i>Fuzzy Histogram</i> en el cálculo de histogramas. (a) Histograma <i>Sigma-Count</i> y (b) Histograma <i>ED</i> . . . . .	258
Figura 95	Ejemplo de la apariencia del módulo <i>Fuzzy Histogram</i> en el cálculo de histogramas. (a) Histograma <i>Gradual</i> y (b) Histograma <i>Lingüístico</i> . . . . .	259
Figura 96	Apariencia del módulo de <i>creación de bases de datos</i> .261	
Figura 97	Imágenes recuperadas por el módulo <i>Retrieveal</i> sobre la colección de imágenes <i>IAPR TC-12</i> usando una imagen como consulta, el descriptor difuso de color dominante sobre el espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ y la medida difusa de semejanza. . . . .	262

Figura 98	Imágenes recuperadas por el módulo <i>Retrieval</i> sobre la colección de imágenes <i>IAPR TC-12</i> usando el descriptor difuso de color dominante $FDCD = \{1/azul + 0.7/negro\}$ como consulta, el espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ y la medida difusa de inclusión. . . . . 263
Figura 99	Etiquetas lingüísticas para la variable altura . . . . . 271

## ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 1	Experimentos de color-naming más destacados en los últimos 30 años. En la tabla se muestran el número de sujetos, el número de estímulos y el espacio de color usado para realizar el experimento, así como, los nombres de color contemplados. “B&K” significa términos básicos de color de Berlin y Kay [21] y “mono” significa que el experimento está restringido a usar solo un nombre de color (monolexema). . . . .	23
Tabla 2	Grado de correspondencia del color de las regiones (A) y (B) de la imagen de la Figura 26a con colores difusos de los espacios de color difuso $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$ (con cubrimiento) y $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^2$ (sin cubrimiento). . . . .	77
Tabla 3	Prototipos positivos y etiquetas seleccionadas por un usuario en el experimento detallado en el apéndice B. . . . .	82
Tabla 4	Conjunto $R_{\text{plátano}}^-$ seleccionado por un usuario en el experimento detallado en el apéndice B. . .	83
Tabla 5	Grado de correspondencia de los colores (A) y (B) en los espacios de color difuso $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$ (disjunto) y $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^3$ (no disjunto). . . . .	84
Tabla 6	Error medio cometido por nuestras distintas propuestas de espacios de color difuso y las propuestas no difusas, con respecto a las valoraciones difusas de los 30 usuarios del experimento (apéndice B.4), según la ecuación 3.9. . . . .	95
Tabla 7	Error medio cometido por nuestras distintas propuestas de espacios de color difuso y las propuestas basadas en particionamientos difusos sin experimentos, con respecto a las valoraciones difusas de los 30 usuarios del experimento (apéndice B.4), según la ecuación 3.9. . . . .	96
Tabla 8	Error medio cometido por nuestras distintas propuestas de espacios de color difuso y las propuestas basadas en clustering mediante c-means, con respecto a las valoraciones difusas de los 30 usuarios del experimento (apéndice B.4), según la ecuación 3.9. . . . .	97

Tabla 9	Varias preguntas que involucran distintos tipos de información de color. . . . .	104
Tabla 10	Relaciones entre informaciones de color y el número de la ecuación correspondiente. . . . .	106
Tabla 11	Semejanza inducida por el color difuso <i>Azul</i> del espacio $\widetilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ (sección 3.5.1.1) entre los colores precisos c1-c8 de la Figura 37. . . . .	109
Tabla 12	Semejanza inducida por el color difuso <i>Rojo</i> del espacio $\widetilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ (sección 3.5.1.1) entre los colores precisos c1-c8 de la Figura 37. . . . .	109
Tabla 13	Semejanza inducida por el color difuso <i>Naranja</i> del espacio $\widetilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ (sección 3.5.1.1) entre los colores precisos c1-c8 de la Figura 37. . . . .	110
Tabla 14	Semejanza inducida por el color difuso <i>Amarillo</i> del espacio $\widetilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ (sección 3.5.1.1) entre los colores precisos c1-c8 de la Figura 37. . . . .	110
Tabla 15	Semejanza inducida por el espacio de color difuso $\widetilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ (sección 3.5.1.1) entre los colores precisos c1 – c8 de la Figura 37. . . . .	112
Tabla 16	Compatibilidad de los colores c1 – c8 de la Figura 37 a los colores difusos <i>Azul</i> , <i>Rojo</i> , <i>Naranja</i> y <i>Amarillo</i> del espacio de color difuso $\widetilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ (sección 3.5.1.1). . . . .	113
Tabla 17	Compatibilidad entre los colores difusos <i>Azul</i> , <i>Rojo</i> , <i>Naranja</i> y <i>Amarillo</i> del espacio de color difuso $\widetilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ (sección 3.5.1.1). . . . .	115
Tabla 18	Grado de inclusión de los colores difusos específicos del “azul” según el $\widetilde{\Gamma}_{ISCC-completo}$ en el color difuso <i>Azul</i> del $\widetilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ . . . . .	120
Tabla 19	Grado de inclusión de los colores difusos específicos del “rojo” según el $\widetilde{\Gamma}_{ISCC-completo}$ en el color difuso <i>Rojo</i> del $\widetilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ . . . . .	120
Tabla 20	Grado de inclusión de los colores difusos específicos del “naranja” según el $\widetilde{\Gamma}_{ISCC-completo}$ en el color difuso <i>Naranja</i> del $\widetilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ . . . . .	121
Tabla 21	Grado de inclusión de los colores difusos específicos del “amarillo” según el $\widetilde{\Gamma}_{ISCC-completo}$ en el color difuso <i>Amarillo</i> del $\widetilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ . . . . .	121
Tabla 22	Grados de inclusión y compatibilidad entre los colores difusos definidos por los usuarios del experimento del apéndice B equivalentes a <i>Plátano</i> y <i>Limón</i> en el caso de espacios de color <i>no disjuntos</i> .122	

Tabla 23	Semejanza entre los colores difusos de los usuarios $u1-u30$ del experimento del apéndice B para la categoría de color <i>Plátano</i> . . . . .	124
Tabla 24	Semejanza entre los colores difusos de los usuarios $u1-u30$ del experimento del apéndice B para la categoría de color <i>Limón</i> . . . . .	125
Tabla 25	Histogramas obtenidos para las imágenes (a) y (b) de la Figura 38 (igual resultado para todos los colores difusos $\tilde{C}_1, \dots, \tilde{C}_8$ ) . . . . .	144
Tabla 26	Evaluación de sentencias cuantificadas $QP_x$ de los píxeles se pintan de color $\tilde{C}$ para la imagen de la Figura 19a basada en el cardinal escalar <i>Sigma-Count</i> sobre el espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ . . . . .	155
Tabla 27	Evaluación de sentencias cuantificadas $QP_x$ de los píxeles se pintan de color $\tilde{C}$ para la imagen de la Figura 19a basada en el cardinal difuso <i>ED</i> sobre el espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ . . . . .	155
Tabla 28	Evaluación de sentencias cuantificadas $QP_x$ de los píxeles se pintan de color $\tilde{C}$ para la imagen de la Figura 19a basada en el cardinal de <i>Números Graduales</i> sobre el espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ . . . . .	156
Tabla 29	Evaluación de sentencias cuantificadas $QP_x$ de los píxeles se pintan de color $\tilde{C}$ para la imagen de la Figura 22 basada en el cardinal escalar <i>Sigma-Count</i> sobre el espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ . . . . .	156
Tabla 30	Evaluación de sentencias cuantificadas $QP_x$ de los píxeles se pintan de color $\tilde{C}$ para la imagen de la Figura 22 basada en el cardinal difuso <i>ED</i> sobre el espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ . . . . .	157
Tabla 31	Evaluación de sentencias cuantificadas $QP_x$ de los píxeles se pintan de color $\tilde{C}$ para la imagen de la Figura 22 basada en el cardinal de <i>Números Graduales</i> sobre el espacio de color difuso $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ . . . . .	157
Tabla 32	Valores representativos en RGB y etiquetas seleccionadas por los usuarios para los colores equivalentes a la etiqueta "plátano" . . . . .	234
Tabla 33	Valores representativos en RGB y etiquetas seleccionadas por los usuarios para los colores equivalentes a la etiqueta "mora negra" . . . . .	235
Tabla 34	Valores representativos en RGB y etiquetas seleccionadas por los usuarios para los colores equivalentes a la etiqueta "verde manzana" . . . . .	236

Tabla 35	Valores representativos en RGB y etiquetas seleccionadas por los usuarios para los colores equivalentes a la etiqueta “amarillo limón” . . . . .	237
Tabla 36	Valores representativos en RGB y etiquetas seleccionadas por los usuarios para los colores equivalentes a la etiqueta “naranja” . . . . .	238
Tabla 37	Valores representativos en RGB y etiquetas seleccionadas por los usuarios para los colores equivalentes a la etiqueta “ciruela” . . . . .	239
Tabla 38	Valores representativos en RGB y etiquetas seleccionadas por los usuarios para los colores equivalentes a la etiqueta “frambuesa” . . . . .	240
Tabla 39	Valores representativos en RGB y etiquetas seleccionadas por los usuarios para los colores equivalentes a la etiqueta “rojo manzana” . . . . .	241
Tabla 40	Valores representativos en RGB y etiquetas seleccionadas por los usuarios para los colores equivalentes a la etiqueta “fresa” . . . . .	242
Tabla 41	Ejemplo de valoraciones difusas de un usuario para la categoría de color “amarillo plátano”. Color y grado de correspondencia entre 0 y 1 de cada color a la categoría. . . . .	248





## INTRODUCCIÓN

---

*El color debe ser pensado, soñado e imaginado.*  
Henri Matisse <sup>1</sup>

Hoy en día, los sistemas multimedia y la información visual que estos sistemas manejan está creciendo de manera importante, gracias en gran parte a los avances tecnológicos. Éstos han provocado que los dispositivos de captura de imágenes sean cada vez más potentes y asequibles en la sociedad actual, convirtiéndose en elementos esenciales de la vida cotidiana. Otro avance tecnológico significativo se ha dado en el campo de las comunicaciones, lo que ha permitido que estos dispositivos pueden compartir imágenes y videos. Todo ello implica una necesidad cada vez mayor de desarrollar técnicas de **procesamiento y análisis automático de imágenes**, que permitan manipular de forma eficiente este tipo de información.

Las imágenes necesitan representarse computacionalmente para poder ser procesadas y analizadas por medio de ordenadores. Desde el punto de vista computacional, una imagen es un conjunto de datos representados mediante una matriz de píxeles. Cada pixel representa información de **color**, considerado como una característica fundamental y representativa del contenido visual, mediante un sistema vectorial. No obstante, es sabido que el ser humano usa *categorías* de color a la hora de describirlo [24, 91, 94, 107, 126, 151], si bien no existe una correspondencia directa entre la representación del color en un ordenador y los términos que el ser humano utiliza para identificarlos (este problema es conocido como “hueco semántico”, del término inglés “semantic gap”) [248].

En este contexto, el modelado del color es un problema complejo debido, entre otros motivos, a que el color es, en general, **impreciso**, ya que no es posible establecer una frontera clara que delimite unos colores de otros (por ejemplo, el concepto “rojo” es un concepto gradual en el conjunto de colores, donde la frontera entre lo que es y no

---

<sup>1</sup> Henri Émile Benoît Matisse (1869 - 1954) fue un pintor francés conocido por su maestría en el lenguaje expresivo del color y por su uso original y fluido del dibujo.

rojo es borrosa), **subjetivo**, ya que no todas las personas distinguen o nombran de la misma forma los colores, y **dependiente del contexto**, ya que un mismo color puede tener distintos significados en distintos ámbitos, incluso para una misma persona.

Por ejemplo, en la Figura 1, formada por dos imágenes con degradados entre tres colores, se puede observar el carácter impreciso del color, ya que no es fácil delimitar los colores “rojo”, “amarillo” y “violeta” en la Figura 1a, o “azul”, “cian” y “violeta” en la Figura 1b. De igual forma, se puede observar la vaguedad asociada al color en la Figura 2, formada por un degradado lineal entre dos colores, donde no es inmediato establecer un límite preciso que separe los dos colores, sino que la frontera entre ambos es borrosa. Igualmente, hay colores en el degradado, especialmente en la zona central, para los cuales un ser humano no sabría indicar a cuál de los dos nombres de color (asociados a los colores de los extremos) correspondería (posiblemente a más de uno, con un cierto grado en cada caso). Es más, si hubiese que nombrar dichos colores, la respuesta podría ser diferente en función del sujeto y el contexto (por ejemplo, un enólogo podría nombrarlos como “bermelión” y “púrpura”, mientras que un frutero podría usar términos como “fresa” y “berenjena”). Asimismo, y para incidir en el carácter subjetivo del color, la Figura 3 muestra los valores representativos asignados por distintos usuarios al color “rojo” en forma de puntos en el espacio, pudiendo observarse que no todos los usuarios asignan el mismo valor representativo a un mismo color.

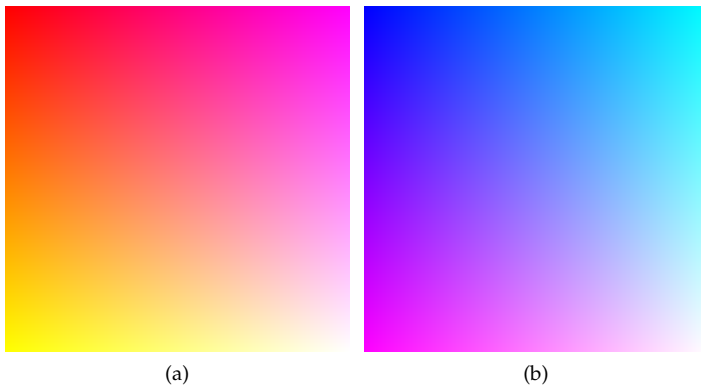


Figura 1: Imágenes compuestas por tres colores con degradados entre ellos



Figura 2: Imagen de un degradado entre dos colores

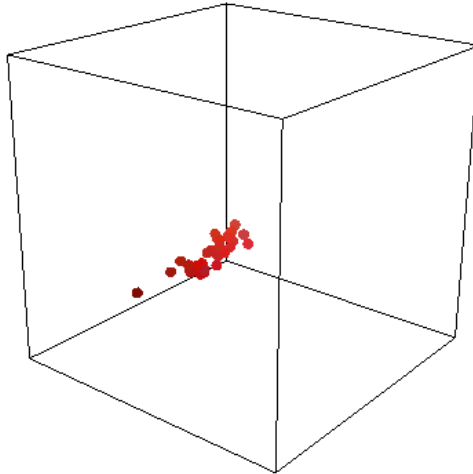


Figura 3: Valores representativos del color “rojo” aportados por distintos usuarios.

Los ejemplos anteriores ponen de manifiesto que, de cara a la descripción del color, es necesario proporcionar mecanismos que permitan **modelar el color** teniendo en cuenta la imprecisión, la subjetividad y la dependencia del contexto. Para ello, los modelos más estudiados y usados hoy en día (principalmente para abordar el problema de la imprecisión) son los modelos difusos basados en la Teoría de Conjuntos Difusos propuesta por L.A. Zadeh [309]. Varios autores coinciden

en el carácter difuso del color, empezando con los trabajos de Rosch [214, 215] y Kay [134], donde en el nombrado del color se usan etiquetas lingüísticas representadas mediante conjuntos difusos que modelan los colores que un ser humano percibe e identifica. Cada conjunto difuso comprende una porción del espacio de color con fronteras borrosas, definiendo una partición difusa del espacio de color, de manera que cada subconjunto difuso de colores corresponda a uno de los colores que usamos.

No obstante, las propuestas existentes en la literatura presentan algunos problemas que, en nuestra opinión, no están bien resueltos. Así, los métodos actuales de aprendizaje y modelado de los conceptos de color, o bien utilizan funciones de pertenencia basadas en formas regulares que no modelan bien el color, o requieren de una experimentación tediosa y/o un gran número de observadores. Por otro lado, las propuestas existentes se centran en un conjunto reducido de colores, principalmente en los 11 colores básicos [21] o pequeñas modificaciones de ellos, pero no contemplan espacios de color más sofisticados con más colores, ni se adecúan, por tanto, a un problema o contexto específico, ni al carácter subjetivo propio del color. Es más, las propuestas existentes solo contemplan modelos que definen una partición del espacio de representación, sin considerar otras tipologías de modelos con otras características.

Además, el uso de conjuntos difusos, si bien aborda el problema de la imprecisión, plantea a su vez la necesidad de extender al caso de modelos difusos las operaciones con colores empleadas en procesamiento de imágenes, como operaciones aritméticas, comparación de colores, histogramas, operaciones de filtrado, etc. No obstante, hasta donde alcanza nuestro conocimiento, estos aspectos no son abordados en los modelos difusos de color actuales. Así, y a modo de ejemplo, no se contemplan relaciones de semejanza (entre otras) entre los colores modelados (si bien éstas son una solución natural en el ámbito difuso); ni los histogramas contemplan adecuadamente la imprecisión existente en el conteo del color, ya que no usan propuestas avanzadas de cardinalidad difusa; ni se definen descriptores de mayor contenido semántico relativos a color (por ejemplo, para su uso en descripción de imágenes o recuperación).

## 1.1 OBJETIVOS

Dada esta situación, esta Tesis aborda, con carácter general, el **desarrollo de modelos formales que permitan modelar la semántica del color en imágenes**. Para ello se plantea un doble objetivo:

1. Proponer modelos formales que recojan la imprecisión y subjetividad del color.
2. Obtener estructuras de representación semántica de una imagen basadas en los modelos de color.

De forma más específica, para abordar estos objetivos, se plantean los siguientes sub-objetivos:

- Realizar una revisión bibliográfica de los enfoques y aproximaciones existentes en la literatura relacionadas con el modelado semántico del color, además de un análisis de las distintas técnicas relacionadas con la comparación de colores, histogramas de color y colores dominantes.
- Proporcionar un marco formal basado en los conceptos de color difuso y espacio de color difuso, y estudiar sus propiedades.
- Desarrollar un método de diseño y construcción de espacios de color difuso para aplicaciones y usuarios específicos a partir de información de usuarios, que sea simple, flexible y computacionalmente eficiente.
- Proponer relaciones difusas entre los modelos de color e informaciones de color expresadas mediante los mismos.
- Definir el concepto de histograma de colores difusos considerando los últimos avances en aproximaciones de cardinalidad y cuantificación difusa.
- Especificar un descriptor difuso basado en histogramas de colores difusos que permita representar información imprecisa contenida en una imagen.

## 1.2 ESTRUCTURA DE LA TESIS

A continuación se describirá brevemente la organización por capítulos de esta memoria de Tesis (véase Figura 4), cuya estructura viene marcada por los objetivos que se han planteado en la sección anterior.

- En primer lugar, en el **Capítulo 2**, se llevará a cabo una revisión de las técnicas relacionadas con el modelado semántico del color así como de las estructuras de representación semántica de una imagen basadas, por un lado en histogramas de color y, por otro, en colores dominantes.
- En el **Capítulo 3** se presentarán definiciones formales de los conceptos de “color difuso” y “espacio de color difuso”, así como propiedades de éstos, las cuales nos permitirán abordar la subjetividad e imprecisión del modelado de términos de color mencionado anteriormente. Además, en este capítulo se propondrá una metodología de construcción de espacios de color difuso basada en el paradigma de espacios conceptuales [92] que se ilustrará mediante el diseño de diversos espacios de color difuso a partir de sistemas existentes de nombrado de color y de datos proporcionados por usuarios.
- En el **Capítulo 4** se estudiarán distintas relaciones difusas entre los modelos de color propuestos en el Capítulo 3 y distintas informaciones de color expresadas mediante esos modelos. Concretamente se mostrarán relaciones de semejanza entre colores precisos inducida por espacios de color difusos, así como relaciones de compatibilidad, posibilidad y necesidad, entre otras, necesarias para la comparación de informaciones expresadas sobre el color en base a colores difusos de uso tanto conjuntivo como disyuntivo.
- En el **Capítulo 5** se definirán distintas nociones de histogramas sobre espacios de color difuso. Por un lado se analizarán los métodos más utilizados para abordar el problema del cardinal en conjuntos difusos y por otro lado, con el fin de proporcionar información entendible al usuario, se propondrá una novedosa definición de histograma lingüístico basada en la compatibilidad entre las medidas de cardinalidad y etiquetas lingüísticas mediante técnicas de cuantificación difusas.
- En el **Capítulo 6** se propondrá un descriptor difuso de color basado en el concepto de dominancia de color, además de medidas difusas de comparación de descriptores. El descriptor permitirá afrontar la problemática de la imprecisión, subjetividad y

correspondencia de la representación computacional del color con términos lingüísticos aparte de modelar la imprecisión de la dominancia. Adicionalmente, se ilustrará el descriptor difuso y las medidas de comparación mediante varios ejemplos de recuperación de imágenes basada en la dominancia de color.

- Finalmente, en el **Capítulo 7** se expondrán las principales conclusiones derivadas de esta Tesis Doctoral y se plantearán las futuras vías de investigación abiertas a raíz de este trabajo. Asimismo, se mostrarán parte de los resultados obtenidos durante el desarrollo de esta Tesis, incluidos en varias publicaciones científicas.

Adicionalmente, se incluyen los siguientes apéndices que detallan información relativa al desarrollo de esta Tesis.

- En el **apéndice A** se muestran los distintos conjuntos de nombres de color y valores centrales que proporciona el sistema ISCC-NBS [136] usados en la construcción de espacios de color difuso del Capítulo 3.
- En el **apéndice B** se incluye la experimentación realizada para recopilar datos reales de usuarios con el doble objetivo de por un lado, diseñar espacios de color difuso personalizados y por otro, comprobar la satisfacción de los usuarios respecto al modelado del color basado en nuestro enfoque.
- En el **apéndice C** se presenta un software no comercial multi-plataforma desarrollado en Java que implementa los modelos propuestos en esta Tesis para el uso de la comunidad científica.
- Finalmente, en el **apéndice D** se detallan algunos conceptos básicos de la Teoría de Subconjuntos Difusos, desde la noción de conjunto difuso y operaciones básicas con ellos, hasta formas de representación y relaciones difusas, así como de la Teoría de la Posibilidad.

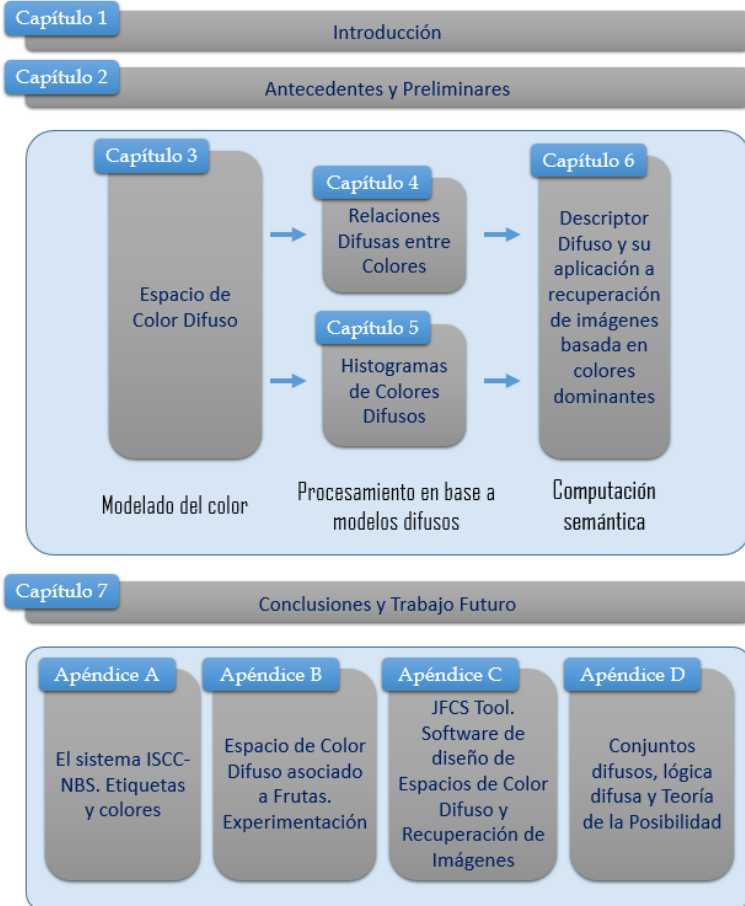


Figura 4: Esquema de la estructura de la Tesis.



## ANTECEDENTES Y PRELIMINARES

---

**RESUMEN:** En este capítulo se realiza una revisión bibliográfica de las distintas técnicas de modelado del color existentes en la literatura, resumiendo brevemente la metodología empleada en cada una de ellas. Adicionalmente, se analizan distintos enfoques propuestos relacionados con la comparación de colores, los histogramas de color y los descriptores de color dominante.

*Para mejorar nuestro conocimiento debemos  
aprender menos y contemplar más.*  
René Descartes <sup>1</sup>

### ÍNDICE

---

2.1	El color y los espacios de color . . . . .	10
2.1.1	Fundamentos del Color . . . . .	10
2.1.2	Representación del Color: Espacios vectoriales . . . . .	12
2.2	Modelos computacionales de representación del color . . . . .	22
2.2.1	Enfoques basados en una cuantización precisa del espacio . . . . .	24
2.2.2	Enfoques probabilísticos . . . . .	26
2.2.3	Enfoques difusos . . . . .	27
2.2.3.1	Modelos basados en experimentos perceptuales . . . . .	27
2.2.3.2	Modelos no basados en experimentos perceptuales . . . . .	31
2.2.4	Discusión . . . . .	34
2.3	Modelos de comparación de colores . . . . .	35
2.4	Histogramas de color . . . . .	37
2.5	Descriptores de Color . . . . .	40

---

<sup>1</sup> René Descartes (1596-1650) Filósofo y matemático francés.

En este capítulo se muestran los distintos antecedentes existentes sobre modelos computacionales para representar el color, modelos de similitud entre colores, enfoques para definir y calcular histogramas de color, y descriptores de color. Concretamente, en la sección 2.1 se mostrará una visión general sobre los fundamentos del color y los distintos espacios. En la sección 2.2 se describirán de manera general las diferentes aproximaciones existentes para representar computacionalmente el color, centrándonos en modelos de correspondencia de estímulos de color a nombres de color. En la sección 2.3 se realiza una visión sobre los modelos de similitud existentes para comparar colores. En la sección 2.4 se analizan varios enfoques para definir y calcular histogramas de color y, finalmente en la sección 2.5 se muestran distintos enfoques para definir descriptores como estructuras de representación del contenido visual en imágenes, centrándose nuestra atención en descriptores de color dominante.

## 2.1 EL COLOR Y LOS ESPACIOS DE COLOR

En esta sección revisamos los fundamentos del color, tratando de analizar cómo se conceptualiza y percibe desde distintos ámbitos. De igual modo, se analizan las distintas técnicas y formas de estandarizar el color mediante los conocidos espacios de color.

### 2.1.1 *Fundamentos del Color*

El estudio del color ha sido objeto de atención desde la Antigüedad. El primero que se adentró en la teoría del color fue *Aristóteles*, filósofo griego (384 – 322 AC), que conceptualizó todos los colores como el resultado de una mezcla de cuatro colores. Asimismo, advirtió sobre el papel fundamental de la incidencia de la luz y la sombra sobre los colores. Los colores que Aristóteles definió como básicos son: la tierra, el fuego, el agua y el cielo [8].

Unos siglos más tarde, el científico y artista *Leonardo Da Vinci* (1452 – 1519), definió el color como propio de la materia [25, 85]. También creó una escala básica de colores poniendo el blanco como el principal, luego el amarillo para la tierra, el verde para el agua, el azul para el cielo, y el rojo para el fuego; el negro era considerado la oscuridad. El blanco invita a todos los colores y el negro los rechaza. Aunque observó que el verde se producía de una combinación, consideró que todos los colores provenían de estos cuatro colores básicos.

Posteriormente, *Isaac Newton* (1643 – 1727) descubrió que la luz es una radiación electromagnética con una longitud de onda específica entre 380nm y 780nm y planteó los fundamentos de la teoría lumínica del color. La base de su desarrollo científico consistió en descomponer la luz en los colores del espectro utilizando la luz del sol al pasar por un prisma, concluyendo el principio fundamental: “*todos los cuerpos opacos al ser iluminados reflejan todos o parte de los componentes de la luz que reciben*” [85, 197, 241].

Más tarde, el poeta y científico *Johann Wolfgang von Goethe* (1749 – 1832) se opuso a la visión meramente física de Newton en su tratado “*Teoría del color*” [104], proponiendo que el color en realidad depende también de la percepción. Para Goethe, la percepción del color es un proceso subjetivo que involucra al órgano visual, el cual contiene una serie de minúsculas células receptoras llamadas fotorreceptores, ubicadas en la retina del ojo. Estas células, conos y bastones, se encuentran en disposición de captar la energía de las radiaciones a las que son expuestas y transformarlas en impulsos eléctricos. Estos impulsos son los códigos que, a través del sistema nervioso, son leídos por el cerebro, que las traduce a una determinada sensación de color.

De acuerdo con la teoría de Goethe, el color que vemos no depende solamente de la materia; tampoco de la luz de acuerdo a Newton, sino que involucra también a una tercera condición, que es nuestra percepción del color. De ahí que, para Goethe, el problema principal pasara a ser la subjetividad implícita en este concepto. No obstante, tal subjetividad no radica en los postulados de Goethe, sino en la misma base física del concepto de color, que no es más que una percepción subjetiva de las distintas frecuencias de onda de la luz, dentro del espectro visible, incidiendo sobre la materia. Así, dos personas diferentes pueden interpretar un color dado de forma diferente, y puede haber tantas interpretaciones de un color como personas hay.

Estas nociones dieron lugar a la base de lo que hoy se conoce como la psicología del color, la cual estudia el efecto del color en la percepción [24, 91, 94, 107, 126, 151].

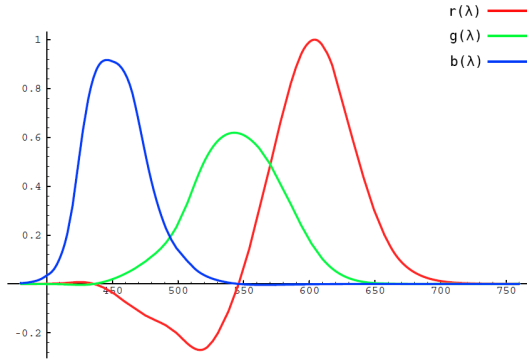
### 2.1.2 Representación del Color: Espacios vectoriales

El color necesita ser estandarizado para poderlo reproducir computacionalmente ya que, por ejemplo, una imagen es, desde el punto de vista computacional, un conjunto de datos representados mediante una matriz de píxeles que representan información de color. Existen muchas técnicas y formas de estandarizar el color, todas ellas contempladas por la colorimetría, la cual estudia la medida de los colores y desarrolla métodos para la cuantificación del color, es decir, la obtención de valores numéricos del color.

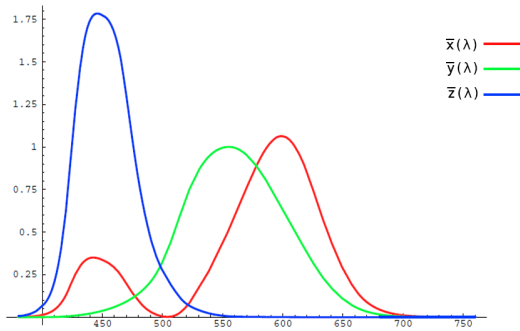
El procedimiento utilizado en la medida del color consiste sustancialmente en sumar la respuesta de estímulos de colores y su normalización a una curva espectral de respuesta de fotorreceptores sensibles al color. Este procedimiento se recoge en la teoría tri-estímulo [290], según la cual los órganos visuales son sensibles a tres longitudes de onda diferentes comprendidas entre 400 y 700 nanómetros. Así, todos los colores se pueden modelar como combinaciones de los tres componentes principales de color: rojo (R), verde (G) y azul (B) mediante funciones de correspondencia.

Con el objetivo de estandarizar los valores de esas longitudes de onda, en 1931 la Comisión Internacional de Iluminación (conocida por sus siglas CIE en francés), designó los siguientes valores a los tres colores primarios: azul = 435.8nm, verde = 546.1nm, y rojo = 700nm. Para representar estas longitudes de onda, la CIE define unas funciones de correspondencia de color  $r_\lambda$ ,  $g_\lambda$  y  $b_\lambda$  (valores tri-estímulo), las cuales muestran las cantidades de rojo, verde y azul necesarias para formar un color de luminancia constante, para todas las longitudes de onda dominantes (Figura 5a). Sin embargo, algunos valores tri-estímulo son negativos, lo que indica que los colores con longitudes de onda negativas no pueden ser reproducidos por los colores primarios, por lo que la CIE propone otras funciones de correspondencia  $x_\lambda$ ,  $y_\lambda$  y  $z_\lambda$ , que proporcionan colores visibles en base a tres colores primarios X, Y, Z (Figura 5b).

Las funciones de correspondencia  $x_\lambda$ ,  $y_\lambda$  y  $z_\lambda$  son combinaciones lineales de las funciones de correspondencia  $r_\lambda$ ,  $g_\lambda$  y  $b_\lambda$ , por lo tanto la definición de un color puede ser convertida, con una transformación lineal, en su definición en términos de los primarios CIE, y viceversa. Usando distintas transformaciones se pueden crear distintos modelos, conocidos como espacios de color, los cuales permiten distintas especificaciones de colores para diferentes tipos de uso.



(a)



(b)

Figura 5: (a) Valores tri-estímulo. (b) Funciones de correspondencia  $x_\lambda$ ,  $y_\lambda$  y  $z_\lambda$  propuestas por la CIE

En los siguientes apartados analizamos las principales características de los espacios de color más comunes y en las Figuras 6 y 7 se muestran las distintas representaciones gráficas de éstos.

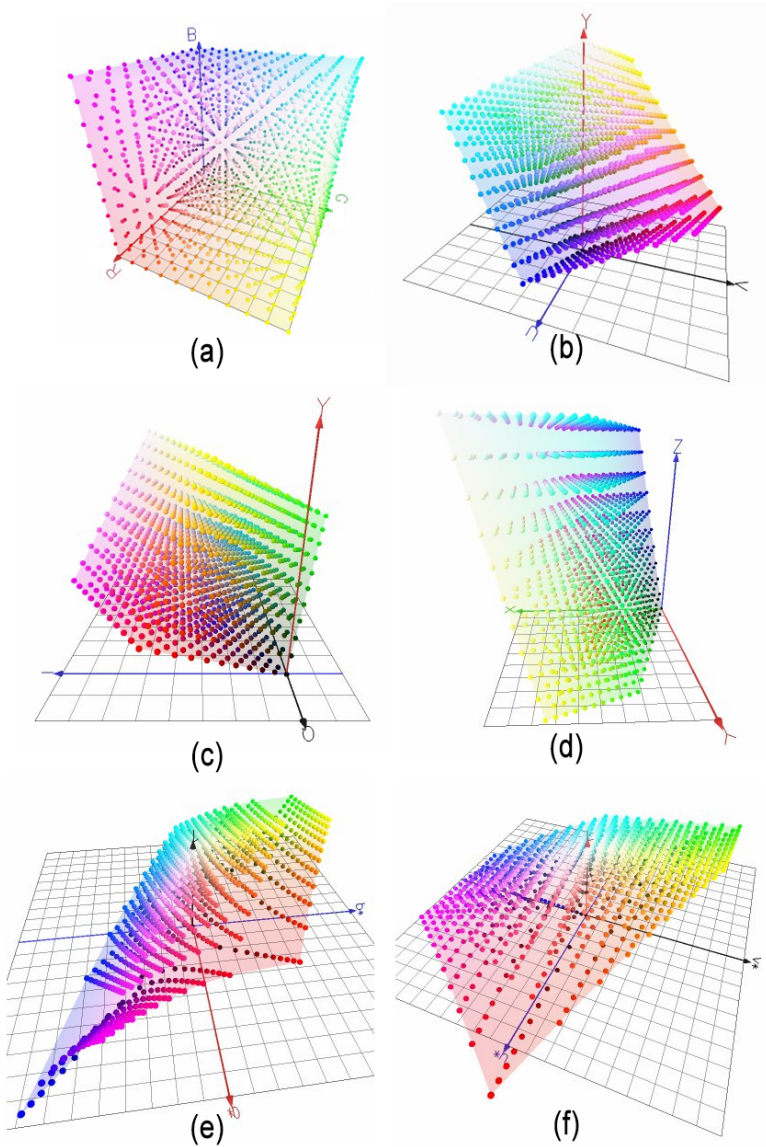


Figura 6: Representaciones gráficas de espacios de color. (a): espacio  $RGB$ . (b): espacio  $YUV$ . (c): espacio  $YIQ$ . (d): espacio  $CIE XYZ$ . (e): espacio  $CIE Lab$ . (f): espacio  $CIE Luv$ .

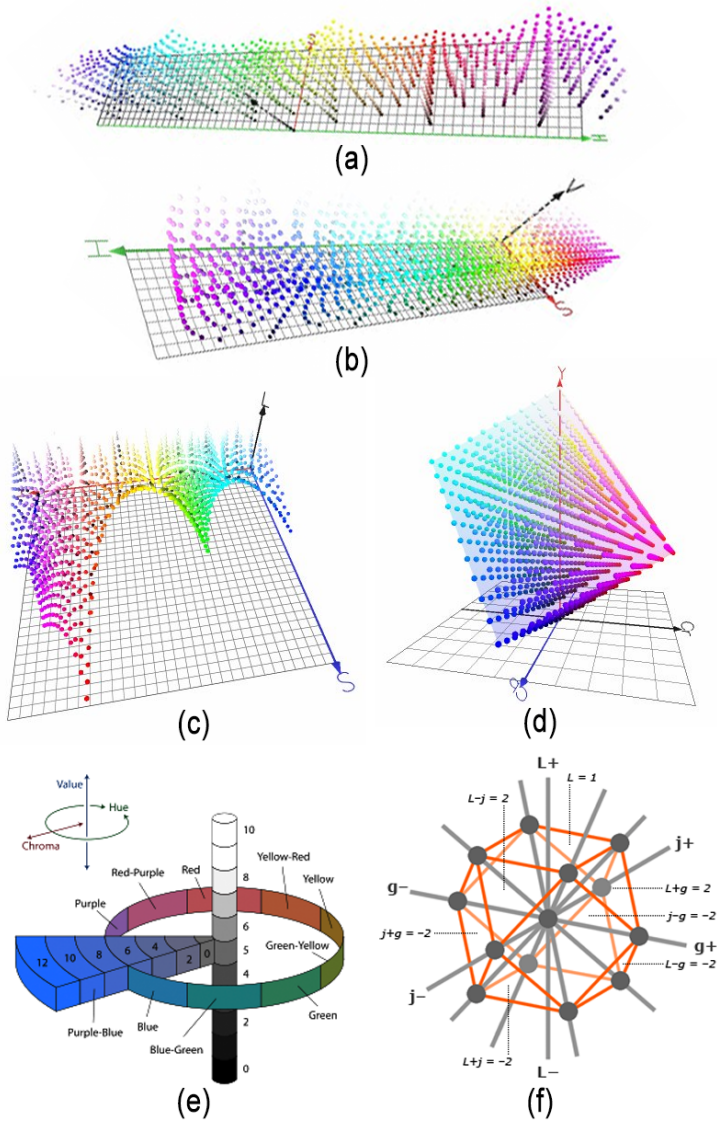


Figura 7: Representaciones gráficas de espacios de color. (a): espacio *HSI*. (b): espacio *HSL*. (c): espacio *HSV*. (d): espacio *YCbCr*. (e): espacio de *Munsell*. (f): espacio *OSA*.

## Espacio de color *RGB*

El modelo *RGB* es el más utilizado en visión por computador y el tratamiento de imágenes digitales por ser un modelo orientado al hardware. Está basado en la teoría “tri-estímulo” de Wyszecki [290], según la cual un color puede ser representado mediante tres componentes cuyos valores indican la intensidad en cada uno de los colores primarios. Los colores primarios son los correspondientes a los tres tipos de conos presentes en el ojo humano, sensibles a la longitud de onda roja, a la verde y a la azul. Según cuáles sean los colores primarios elegidos, se pueden obtener diferentes versiones del espacio *RGB*, como son la *EBU RGB* (*European Broadcasting Union*) y *FCC RGB* (*Federal Communication Commission*). Estos espacios de color se basan en los valores tri-estímulo de los fósforos de los tubos de rayos catódicos.

Independientemente de cuáles sean los colores primarios de referencia, las coordenadas *RGB* se representan en forma de una tripleta  $(R_i, G_i, B_i)$  correspondiente a las coordenadas en un sistema de color con tres ejes -R, G y B- ortogonales entre sí, proporcionando al modelo de color la forma de un espacio cúbico cartesiano, mostrado en la Figura 6a.

Las componentes *RGB* se definen en el rango  $[0, 255]$ , aunque existe una versión normalizada de este espacio, llamada *Nrgb* (*normalized RGB*), cuyo rango es  $[0, 1]$ . Los niveles de gris en este espacio se encuentran representados a lo largo del eje diagonal desde el origen  $[0, 0, 0]$ , que representa el negro, hasta el punto  $[255, 255, 255]$ , que corresponde al blanco. Al estar en el eje diagonal, estos niveles de intensidad o luminosidad se caracterizan porque tienen igual aportación de las tres componentes. Las coordenadas  $[0, 255, 255]$ ,  $[255, 0, 255]$  y  $[255, 255, 0]$  corresponden a los colores cyan, magenta y amarillo, respectivamente.

Una de las características más importantes de este modelo es que las coordenadas en los demás espacios de color se pueden calcular a partir de las coordenadas en *RGB*. Además, es uno de los espacios de color más ampliamente utilizado debido a su relación directa con el mundo físico, y tiene la ventaja de que no requiere ningún tipo de preprocesamiento, ya que las imágenes de color suelen ser adquiridas en este formato, puesto que las cámaras CCD con las que se obtienen las imágenes tienen tres sensores, uno para cada una de estas tres componentes de color.



### Espacio de color $YUV$

El espacio de color  $YUV$  [106, 218, 227, 237] es el estándar utilizado para la transmisión de televisión en Europa. Se trata de un modelo definido a partir de una transformación lineal del espacio  $RGB$ , siendo también un sistema con tres ejes ortogonales entre sí con la misma forma que el  $RGB$ , pero cambiando su orientación de forma que los colores cambian de posición, según se observa en la Figura 6b.

En este espacio de color se separa la información de luminosidad de la de cromaticidad (o crominancia). De esta forma la componente  $Y$  contiene la información sobre la intensidad, representando la información monocromática del color, mientras que las componentes  $U$  y  $V$  contienen la información sobre la cromaticidad (tono y saturación).

El rango en el que varían estas componentes depende del número de bits utilizados para codificarlas. Un esquema de codificación habitual es el 4 : 2 : 2 según el cual, del número total de bits, la mitad se utilizan para codificar la luminosidad y la otra mitad para la cromaticidad, de tal forma que una cuarta parte de los bits representan la componente  $U$  y la otra cuarta parte la  $V$ .

Los motivos por los que se suele utilizar este espacio en la transmisión del color en televisión están relacionados con la compresión de esta información, ya que con este espacio el número de bits necesarios para enviar la información de color se ve bastante reducido. Como consecuencia, el número de colores que se puede representar también queda en un rango reducido. Históricamente, este espacio es también usado para la codificación analógica en los sistemas de vídeo compuesto de color PAL y NTSC.

### Espacio de color $YIQ$

Este espacio es muy similar al  $YUV$ , ya que se trata del estándar utilizado en Estados Unidos para la transmisión de televisión. Al igual que él, el espacio  $YIQ$  es una transformación lineal del  $RGB$ , (Figura 6c, por lo que las propiedades de ambos ( $YUV$  e  $YIQ$ ) son las mismas [106, 218, 227, 237].

El color se codifica también separando la información acromática de la información cromática, de modo que  $Y$  es la componente que indica el grado de luminosidad del color, mientras  $I$  y  $Q$  contienen información sobre el tono y la saturación. Al igual que en  $YUV$ , en  $YIQ$  el rango de estas componentes depende del número de bits utilizados para codificarlas.

### Espacio de color *CIE XYZ*

Uno de los inconvenientes del espacio *RGB* es que es dependiente de los sensores utilizados como iluminantes primarios. Esta es la causa de que no todos los colores percibidos puedan ser representados en *RGB* ya que, al fijar tres colores primarios, no es posible obtener todos los colores visibles como mezcla aditiva de ellos. Por este motivo en 1931 la CIE diseñó el espacio de color *CIE XYZ* (o *XYZ*). En la Figura 6d se muestra un corte del espacio correspondiente a un plano *XY*, basado también en la teoría tri-estímulo, en el que se fijan tres estímulos de color imaginarios [106, 218, 227, 237].

En este sistema la componente *Y* representa la intensidad del color, por lo que su valor es directamente proporcional a la luminosidad de la mezcla aditiva, mientras que las otras dos componentes recogen la información cromática. Las tres componentes son positivas para todos los posibles estímulos reales, y se obtienen a partir del espacio *RGB* mediante una transformación lineal. Sin embargo, existen numerosas transformaciones posibles, ya que dependen de los colores primarios elegidos y del blanco de referencia.

### Espacio de color *CIE Lab*

El espacio de color *CIE Lab* [106, 218, 227, 237] fue desarrollado tomando como base el sistema de color definido por Munsell [253, 254]. La necesidad de este espacio viene dada por las carencias de los espacios de color definidos en base a la teoría tri-estímulo, como el *RGB*. Estos espacios no son fácilmente interpretables en términos de las tres dimensiones psicológicas del color, el tono, el brillo y la saturación. Además, los espacios como el *XYZ* no son perceptualmente uniformes, pues las distancias entre colores no se perciben de igual forma en todo el espacio.

En un intento de conseguir un espacio perceptualmente uniforme surge el espacio *CIE La\*b\** (o *CIE Lab*) en 1976, que sí cumple esta condición ya que cualquier variación en el valor de una componente se percibe igualmente a lo largo de todo el rango de dicha componente.

Los tres ejes de este espacio, ortogonales entre sí, forman una superficie esférica, representada en la Figura 6e. De este modo:

- *L*: Contiene la información de intensidad. Es un eje vertical en el que se encuentran localizados todos los niveles de gris, que van desde el negro ( $L = 0$ ) hasta el blanco ( $L = 100$ ). Los tonos

acromáticos (niveles de gris) se caracterizan porque para todos ellos las otras dos componentes (a y b) son iguales ( $a = b$ ).

- a: Es el eje que representa la información sobre el grado de rojo, en el extremo positivo (+a), y de verde (en el extremo negativo) (-a). El rango de esta componente se ha fijado experimentalmente, dándole un valor máximo de 500.
- b: Este último eje indica el grado de contraste entre la información de color amarillo (+b) y la de tono azul (-b) del color. Las componentes a y b son las que proporcionan la información cromática (tono y saturación) del color. Al igual que ocurría con la componente a, el valor de b se ha determinado experimentalmente, fijando su límite en 200.

Con el objetivo de imitar el sistema visual humano, la relación entre las tres componentes deja de ser lineal (como ocurría en *RGB*, *XYZ*,...) y pasa a ser logarítmica, que es el tipo de respuesta del ojo humano.

### Espacio de color *CIE Luv*

El espacio de color *CIE L\*u\*v\** (o *CIE Luv*) se diseñó, al igual que el *CIE Lab*, con el objetivo de que fuera perceptualmente uniforme, de tal modo que la distancia euclídea entre dos puntos del espacio fuera representativa de la distancia perceptual entre ellos. Se suele utilizar en aplicaciones que trabajan con mezclas aditivas de luz, como pantallas en color, televisión e iluminación.

La información de las componentes de este espacio (Figura 6f) es similar a la del espacio *CIE Lab*. Este espacio se obtiene a partir de una transformación proyectiva de los valores tri-estímulos, *XYZ*, o de las coordenadas de cromaticidad, *XYZ*. Al igual que *CIE Lab* parte de las coordenadas de un blanco de referencia, con el fin de hacer este espacio independiente del color de la fuente de iluminación.

### Espacios de color *HSI*, *HSL* y *HSV*

Los espacios definidos hasta ahora permiten representar la información de color, aunque lo hacen de un modo difícil de interpretar. El espacio de color *HSI*, al igual que el *HSL* y el *HSV* (Figuras 7a-c), surgió con el objetivo de ser un espacio intuitivo en el que resultara sencillo comprender la información de color dada por sus componentes. Para ello sus tres componentes corresponden a las tres atributos del color, el tono, la pureza y la luminosidad. El significado de éstas es el siguiente:

- H: Esta componente representa el tono (*hue*), indicando cuál es el estímulo (o combinación de estímulos cromáticos) percibido. Su valor varía entre 0 y 360 grados, o entre 0 y  $2\pi$  radianes, según el sistema en el que se trabaje.
- S: Es la componente de saturación que indica el grado de pureza del color. Su valor varía entre 0 y 1, e indica la cantidad de color de la mezcla. De esta forma, los colores espectrales puros tienen un valor de S cercano a 1 mientras que los colores poco saturados, los colores “pastel”, tienen valor 0.
- I, V o L: Es la componente monocromática que da la información sobre la intensidad o luminosidad del color. Se trata de un eje vertical al eje de saturación en el que se encuentran todos los niveles de gris, desde el negro (de intensidad 0), hasta el blanco (de intensidad 255).

Este espacio se caracteriza por ser intuitivo, aunque no sea representativo desde el punto de vista de la percepción, ya que el cálculo de la componente de intensidad no se hace teniendo en cuenta el modo en que los humanos perciben la luz, mientras que en otros espacios como el XYZ o el CIE Lab sí se pondera la intervención de los colores primarios en el cálculo de la intensidad de acuerdo al sistema de percepción del color humano.

### Espacio de color YCbCr

El espacio de color YCbCr [106, 218, 227, 237], también conocido como Y'CbCr o Y Pb/Cb Pr/Cr, es una familia de espacios de color usada en sistemas de vídeo y fotografía digital. Y e Y' representan la componente de luma y las señales Cb y Cr son los componentes de crominancia, y representan la diferencia de azul y diferencia de rojo, respectivamente. Y' se diferencia de Y en que es la señal de luma codificada de manera no lineal basada en las señales primarias RGB con corrección gamma.

Y'CbCr no es un espacio de color absoluto, sino una forma de codificar información RGB. El color que se muestra depende de la combinación de colores primario RGB usados para mostrar la señal. Por lo tanto, un valor expresado como Y'CbCr es predecible solo si se usa la cromaticidad de los colores del estándar RGB.

Al igual que el espacio YUV, este espacio se usa en la transmisión del color en televisión debido a la compresión de información que ofrece, ya que con este espacio el número de bits necesarios para enviar la información de color se ve bastante reducido.

### Espacio de color de *Munsell*

El espacio de color de *Munsell* está considerado como el más intuitivo y útil para los artistas y diseñadores [172]. En este espacio, cada sensación de color se representa mediante tres características, definidas en el sistema de *Munsell* como *tono*, *valor* y *chroma*. Estas tres componentes son independientes entre sí puesto que pueden variar sin que las otras sufran cambios. En la Figura 7e se muestra la forma de este espacio.

El *tono* es la componente que distingue una familia de color de otra, por ejemplo, la familia de los rojos de los amarillos, o la familia de los verdes de los azules. El espacio de color de *Munsell* considera 5 familias de color principales y 5 secundarias distribuidas entre los tonos principales. Todos los tonos se distribuyen en un círculo, llamado la *rueda de color* de *Munsell*.

El *valor* es la componente que distingue un color con brillo frente a uno oscuro. Los colores en la escala de la componente de valor que no tienen tono se denotan por una N (neutrales). Los puntos finales de la escala de la componente de valor son negro (N0/) y blanco (N1/).

El *chroma* es la componente que expresa la profundidad de color, mediante la cual se puede distinguir la viveza entre dos colores. Por ejemplo, un color vivo tiene un chroma alto.

### Espacio de color OSA

Es espacio de color OSA (Optical Society of America) es un espacio de color publicado por primera vez en 1947 y desarrollado por la Sociedad Óptica de América. El espacio OSA es también conocido como OSA-UCS (Optical Society of America Uniform Color Space) porque presenta escalas uniformes de color, debido a carencias en espacios previamente definidos como el de *Munsell*. Así, el Comité decidió que, a fin de representar con precisión las diferencias de color uniforme en cada dirección, el espacio necesitaría una nueva forma geométrica de tres dimensiones.

La geometría del espacio OSA es un romboedro basado en un cuboctaedro. Cada uno de los 12 vértices del sólido son equidistantes al centro, así como sus vecinos.

El espacio está formado por tres dimensiones perpendiculares, las cuales son la dimensión L (representa el brillo), la dimensión j (dimensión amarillo/azul) y la dimensión g (dimensión verde/rojo). En la Figura 7f se muestra la forma de este espacio.

## 2.2 MODELOS COMPUTACIONALES DE REPRESENTACIÓN DEL COLOR

Como ya indicamos en la introducción de esta Tesis, los espacios de color descritos en el apartado anterior no son representativos de la colección de colores que un ser humano puede identificar y nombrar. Además, tal y como también comentamos, el color es impreciso, subjetivo y dependiente del contexto, por lo que son esenciales otros modelos que permitan recoger esos aspectos de cara a proporcionar un modelado del color acorde a la forma en la que distinguimos y nombramos el color.

Dentro de todos los modelos, nos centraremos en aquellos que permiten categorizar el color, es decir, aquellos que permiten asociar una representación base del color (generalmente una tripleta representada en un espacio de color) a un nombre identificativo del color (categoría de color). De manera general, los modelos que permiten categorizar el color están intrínsecamente relacionados con el “nombrado de color” (término en inglés conocido como *color naming*), ubicado en el límite entre la percepción visual y la lingüística [94, 107, 213, 270].

El proceso de nombrado de color, consiste principalmente en el etiquetado de un determinado conjunto de estímulos de color [152], es decir, en la definición de una correspondencia entre el dominio de la representación del color y un espacio multidimensional de etiquetas lingüísticas, que asocia un nombre de color, denominado categoría de color, a un estímulo de color dado. Para poder llevar a cabo un proceso de nombrado de color es necesario, por un lado, representar esos estímulos de color y, por otro lado, asociarlos a nombres de color. Una aproximación a la representación de estímulos de color se consigue, como hemos visto, con los espacios de color (sección 2.1.2) mientras que la asociación de éstos a etiquetas lingüísticas es uno de los desafíos actuales en visión, que analizaremos en esta sección.

En la Tabla 1 se han resumido algunos de los experimentos de nombrado de color más relevantes de la literatura. En la mayoría de los experimentos se suelen considerar nociones tales como comprobar si los observadores tienen problemas de visión (generalmente comprobado con el test de Ishihara [119]), o garantizar unas condiciones de calibrado donde todos los observadores realizan el experimento bajo las mismas condiciones y luminosidad (generalmente considerando el iluminante D65 [165]). También se imponen restricciones al número total de nombres de colores, enfocándose principalmente en modelar los 11 términos básicos de color de Berlin y Kay [21].

	Nº Sujetos	Estímulos		Nombres
		nº	Espacio	
Boynton & Olson (1987) [30]	7	424	OSA	11 B&K
Uchikawa & Boynton (1987) [269]	10	424	OSA	11 B&K
Boynton et al. (1989) [29]	6	330	Munsell	Cualquiera
Boynton & Purl (1989) [32]	6	215	OSA	11 B&K
Boynton & Olson (1990) [31]	9	424	OSA	11 B&K
Troost & de Weert (1991) [267]	30	144	CIEuv	12 mono
Sturges & Whitfield (1995) [254]	20	446	Munsell	11 B&K
Sturges & Whitfield (1997) [253]	20	446	Munsell	11 B&K
Speigle & Brainard (1997) [251]	2	300	CIExyY	11 B&K
Guest & Van Laar (2000) [110]	10	348	CIELuv	Cualquiera
Yaguchi (2001) [295]	4	292	Multiple	11 B&K
Lin et al. part I (2001) [165]	90	200	ISCC-NBS	Cualquiera
Lin et al. part II (2001) [166]	40	1526	NCS	Cualquiera
Guest & Van Laar (2002) [111]	22	348	CIELuv	Cualquiera
Okajima et al. (2002) [194]	2	78	CIExy	11 B&K
Jameson & Alvarado (2003) [128]	92	110	OSA	Cualquiera
Moroney (2003) [185]	>700	216	RGB	Cualquiera
Wang et al. (2006) [281]	10	729	Multiple	11 B&K
Benavente et al. (2006) [18]	10	387	Munsell	11 B&K
Menegaz (2007) [180]	6	424	OSA	11 B&K
Chuang (2008) [50]	2616	330	Munsell	WCS
Raisanen (2010) [207]	20	212	Munsell	11 B&K
Hsieh (2011) [123]	44	461	CIExyY	11 B&K
Paggetti (2011) [196]	7	1014	OSA	11 B&K
Mylonas (2013) [187]	>1000	600	Munsell	Cualquiera
Lillo & Moreira (2014) [163]	32	102	NCS	11 B&K
Mather (2014) [178]	37	135	-	3 mono
Tanaka (2014) [260]	10	218	CIELab	15 mono

Tabla 1: Experimentos de color-naming más destacados en los últimos 30 años. En la tabla se muestran el número de sujetos, el número de estímulos y el espacio de color usado para realizar el experimento, así como, los nombres de color contemplados. “B&K” significa términos básicos de color de Berlin y Kay [21] y “mono” significa que el experimento está restringido a usar solo un nombre de color (monolexema).

Aunque en la mayoría de los experimentos de la Tabla 1 se podrían modelar otras categorías de color, esto no suele hacerse porque las técnicas empleadas requieren una gran cantidad de valoraciones para obtener una buena asignación de nombres de color, habitualmente obtenidas a través de información dada por múltiples usuarios. Por ejemplo, Mylonas [187] y Moroney [185] han usado en sus experimentos información proporcionada por más de 700 usuarios mediante encuestas a través de internet.

De manera general, en la literatura podemos distinguir tres tipos de modelos computacionales de representación del color dependiendo del tipo de asociación proporcionada entre un estímulo de color (representada mediante un vector utilizando un espacio de color) y una categoría de color. Por un lado están los modelos basados en una cuantización precisa del espacio (sección 2.2.1). Por otro lado están los modelos probabilísticos que calculan la probabilidad de que un estímulo sea asignado a una categoría de color (sección 2.2.2), y por otro lado están los modelos difusos, los cuales asignan un grado de pertenencia de un estímulo de color a una categoría de color (sección 2.2.3).

### 2.2.1 Enfoques basados en una cuantización precisa del espacio

Estos modelos consisten básicamente en realizar una partición clásica de un espacio de color (cuantización), normalmente en base a una métrica, asignando un nombre de color a cada grupo de estímulos. La Figura 8 muestra un ejemplo de una cuantización del espacio RGB.

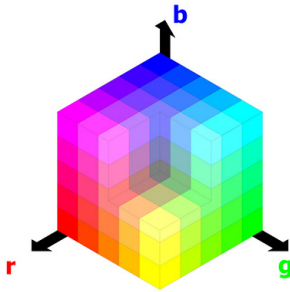


Figura 8: Ejemplo de partición clásica del espacio de color RGB.



Dentro de estos enfoques existen técnicas que realizan una cuantización del espacio de forma uniforme, dividiendo el espacio de color en subespacios, y agrupando el color de forma equidistribuida sobre las componentes de color [48, 95, 116, 129, 169, 179], y técnicas que adaptan la cuantización a una paleta de colores y/o imagen, y por tanto no realizan una cuantización uniforme del espacio [23, 122, 158, 195, 261, 306]. Sin embargo, todos estos enfoques no contemplan los términos o categorías de color como un vocabulario de color, sino que enumeran los colores en base al número de grupos resultantes en la cuantización (por ejemplo,  $\text{color}_1, \text{color}_2, \dots, \text{color}_n$  donde  $n$  es el número de grupos de la cuantización), siendo éstos poco entendibles por un usuario.

Por otro lado, a fin de obtener un vocabulario de color, autores como Tominaga [265] definen un modelo de color que divide el espacio de color de *Munsell* en un conjunto de bloques con cuatro niveles de precisión para el nombrado de color, y una serie de normas para cada nivel. Por su parte, Lin [165, 166, 167] usa *CIE Lab* y ajusta las fronteras de las divisiones del espacio de color en base a unos experimentos psicofísicos, utilizando la distancia euclídea para obtener nombres de color entendibles por usuarios. Un enfoque similar es el de Van den Broek [276], pero éste en el espacio *HSI*.

También existen enfoques que se basan en diccionarios de colores compuestos de nombres de colores provenientes de estudios y/o experimentos culturales [20, 21, 281]. El más relevante es el Diccionario de Nombres de Color usado en el sistema *ISCC-NBS* [136, 137], procedente del Inter-Society Color Council (ISCC), concretamente la versión publicada en la revista del National Bureau of Standards (NBS). El sistema *ISCC-NBS* consta de varios niveles de descripción recogidos en el Lenguaje Universal del Color, y propone conjuntos de nombres de color y sus valores centrales representados en un espacio de color. En las primeras versiones del *ISCC-NBS* los valores centrales se definieron en el espacio de color de *Munsell* [191], aunque posteriormente se definieron en el espacio de color *RGB* [108], siendo éste el espacio de color usado en la actualidad.

Estos modelos consisten básicamente en una cuantización del espacio de color en regiones consideradas categorías de color. Muchos de ellos no asignan nombres entendibles por usuarios, sino resultados de la división del espacio, mientras que otros modelos realizan la división del espacio considerando nombres de color procedentes de estudios culturales. Sin embargo, estos modelos no contemplan el carácter gradual del color, por lo que es frecuente asignar categorías de color distintas a estímulos de color muy parecidos.

### 2.2.2 Enfoques probabilísticos

Los enfoques basados en probabilidades calculan la probabilidad de que un estímulo sea asignado a una categoría de color. Generalmente, estos enfoques usan grandes colecciones de pares (estímulo, nombre de color) como base para estimar el modelo [4, 9, 33, 50, 168, 200, 228]. Por ejemplo, Chuang [50] usa varias colecciones entre las que destaca la *World Color Survey* (WCS) [53], la cual recoge información de estímulos y su correspondencia con nombres de color en 110 idiomas, proporcionados por 2616 usuarios. Con esa información se estima la probabilidad  $P(w|c)$  de que un valor de color  $c$  en un espacio de color  $\Gamma$  corresponda a un nombre de color  $w$ . En la literatura también destacan diferentes aproximaciones que tratan de estimar la probabilidad de que un estímulo de color corresponda a una categoría mediante distribuciones normales [83, 87, 96, 97, 115, 117, 133, 152, 240, 252, 255].

Por otro lado están los modelos basados en *PLSA* (*Probabilistic Latent Semantic Analysis*), modelo introducido por Hofmann [120] para el análisis de documentos, concebido para asociar palabras y temáticas [11, 184, 204, 219, 220, 247, 273, 274, 275]. En este caso, el proceso consiste principalmente en un aprendizaje de nombres de color a partir de colecciones de imágenes etiquetadas con los nombres que los usuarios han determinado que aparecen en las mismas, aplicando el modelo de Hofmann. En general estos modelos requieren gran cantidad de parámetros, los cuales se suelen estimar mediante el algoritmo EM (Expectation-Maximization) propuesto por Hofmann [121], además de grandes colecciones de datos. Por ejemplo, Monay [184] usa 5200 imágenes como conjunto de entrenamiento procedentes de la colección Corel para aprender alrededor de 150 palabras mientras que Weijer [275] usa como conjunto de entrenamiento colecciones de imágenes reales obtenidas de Google<sup>2</sup> para modelar valores *RGB* (palabras) en imágenes (documentos) con combinaciones de los 11 nombres de color básicos [21] (temáticas).

Generalmente estos enfoques suelen proporcionar buenos modelos de representación del color. Sin embargo, requieren gran cantidad de datos para aprender los parámetros que el modelo necesita, y el modelado del color está condicionado a los datos de entrenamiento y experimentos psicofísicos.

---

<sup>2</sup> Las colecciones de imágenes usadas por Weijer están disponibles en [http://lear.inrialpes.fr/people/vandeweiher/color\\_names.html](http://lear.inrialpes.fr/people/vandeweiher/color_names.html)

### 2.2.3 Enfoques difusos

Estos modelos se basan en la teoría de conjuntos difusos introducida por Zadeh [309]. Una categoría de color se modela mediante un conjunto difuso definido por una función de pertenencia que asigna un grado (normalmente entre 0 y 1) a la categoría a cualquier estímulo de color representado en un espacio de color.

Desde Kay y McDaniels [134], que fueron los primeros en proponer un modelo de nombrado de color usando un enfoque difuso, gran cantidad de autores proponen enfoques difusos para el modelado semántico del color, los cuales se distinguen principalmente en la forma en la que definen las funciones de pertenencia.

De manera general, en la literatura se pueden encontrar, por un lado, los modelos que ajustan los parámetros de las funciones de pertenencia mediante experimentos perceptuales, y por otro lado, los que definen las funciones de pertenencia sin necesidad de dichos experimentos, generalmente equidistribuyendo funciones trapezoidales o combinaciones de ellas sobre componentes de color. En las siguientes secciones analizamos cada uno de ellos.

#### 2.2.3.1 Modelos basados en experimentos perceptuales

Estos modelos principalmente se centran en obtener parámetros de funciones mediante un proceso de adaptación a partir de datos derivados de experimentos psicofísicos. Estos experimentos requieren de un gran número de sujetos y estímulos de color, así como unos dispositivos calibrados adecuadamente bajo unas condiciones lumínicas estándar.

Autores como Yendrikhovskij o Seaborn [231, 300, 301] usan el algoritmo “fuzzy c-means” [198] para modelar categorías de color. De manera general, con este algoritmo, el número de clusters corresponde al número de colores proporcionados por los usuarios y se asignan grados de pertenencia en base a la distancia al centroide de cada cluster. Este tipo de algoritmos son algoritmos iterativos, cuya condición de parada viene impuesta por un número determinado de iteraciones o mediante una función objetivo, dependientes de un parámetro  $m$  el cual proporciona un grado de “borrosificación”, para el que experimentalmente se suele usar el valor  $m = 2$ . En la ecuación 2.1 se muestra la función de pertenencia:

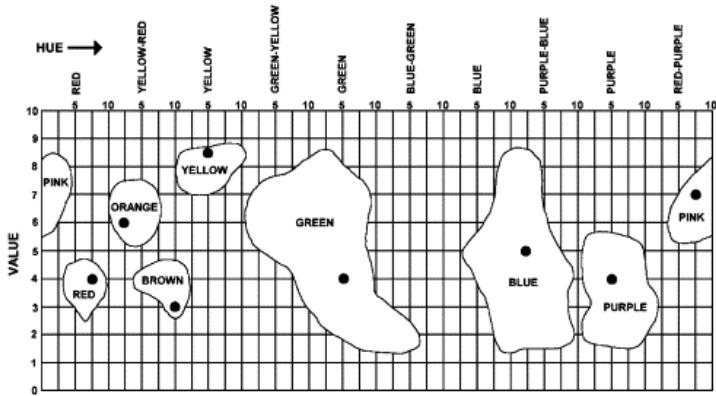
$$\mu_{ij} = \frac{1}{\sum_{k=1}^C \left( \frac{d(x_i, c_j)}{d(x_i, c_k)} \right)^{\frac{2}{m-1}}} \quad (2.1)$$

donde  $d(x_i, c_j)$  es la distancia del color  $x_i$  al cluster cuyo centroide es  $c_j$  y  $d(x_i, c_k)$  es la distancia del color  $x_i$  a otro de los clusters cuyo centroide es  $c_k$ .

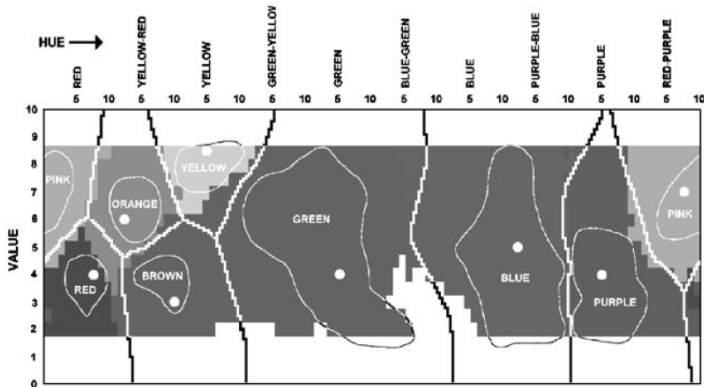
Seaborn parte de los datos del experimento psicológico de Sturges y Whitfield [254] como base para crear un mapa de categorías de color en el espacio de Munsell y aplica el algoritmo “fuzzy c-means” para generar los centroides, determinando una función de pertenencia del tipo de la ecuación 2.1. En el experimento de Sturges y Whitfield participaron 20 sujetos a los que se les presentaba un total de 446 azulejos con colores del Libro de Color de Munsell [135] para asignar una descripción de color a cada uno de ellos. De todos los azulejos, 102 fueron etiquetados con la misma categoría de color por todos los sujetos, siendo éstos colores los que constituyen lo que Sturges y Whitfield identifican como *áreas de consenso*.

La Figura 9a muestra la localización de las áreas de consenso y colores focales identificados por Sturges y Whitfield en una representación 2D del espacio de Munsell y la Figura 9b muestra las áreas de consenso y las líneas de equidistancia obtenidas por Seaborn.

Por otro lado, Benavente [19] usa un modelo paramétrico donde cada categoría de color se modela como un conjunto difuso con diversas funciones de pertenencia de tipo sigmoide, cuyos parámetros se estiman mediante un proceso de ajuste usando datos derivados de varios experimentos psicofísicos. Para Benavente, cada categoría de color  $C_k$  es un conjunto difuso con una función de pertenencia  $\mu_{C_k}$  que tiene asociado un término de color  $t_k$  de los 11 términos básicos de color que proponen Berlin y Kay [21]. Aunque Benavente indica que lo ideal para modelar el color es definir funciones de pertenencia tridimensionales, afirma que son difíciles de modelar, por lo que en su trabajo usa el espacio *CIE Lab* y lo divide en  $N_L$  niveles sobre el eje L para obtener distintos niveles de cromaticidad.



(a)



(b)

Figura 9: Localización de los colores básicos en el espacio de Munsell (a) Localización de las áreas de consenso y colores focales identificados por Sturges y Whitfield [254] en una representación 2D del espacio de Munsell. (b) Áreas de consenso y las líneas de equidistancia de los colores de Seaborn

Benavente ajusta cada nivel de cromaticidad mediante una función de pertenencia de tipo triple sigmoide con centro elíptico (*TSE*) de dos dimensiones (Figura 10). Así, la función de pertenencia  $\mu_{C_k}$  para cualquier color es la siguiente:

$$\mu_{C_k}(s) = \begin{cases} \mu_{C_k}^1 = TSE(c_1, c_2, \theta_{C_k}^1) & \text{si } I \leq I_1 \\ \mu_{C_k}^2 = TSE(c_1, c_2, \theta_{C_k}^2) & \text{si } I_1 < I \leq I_2 \\ \vdots & \vdots \\ \mu_{C_k}^{N_L} = TSE(c_1, c_2, \theta_{C_k}^{N_L}) & \text{si } I_{N_L-1} < I \end{cases}$$

donde  $s = [I, c_1, c_2]$  es un estímulo de color representado por sus componentes *CIE Lab*,  $N_L$  es el número de planos cromáticos,  $\theta_{C_k}^i$  es un conjunto de parámetros de la categoría de color  $C_k$  sobre el  $i$ -ésimo plano cromático e  $I_i$  son los valores de brillo que dividen el espacio en los  $N_L$  niveles de brillo. El conjunto de parámetros  $\theta_{C_k}^i$  para cada categoría de color proviene de experimentos psicofísicos realizados en trabajos previos [18].

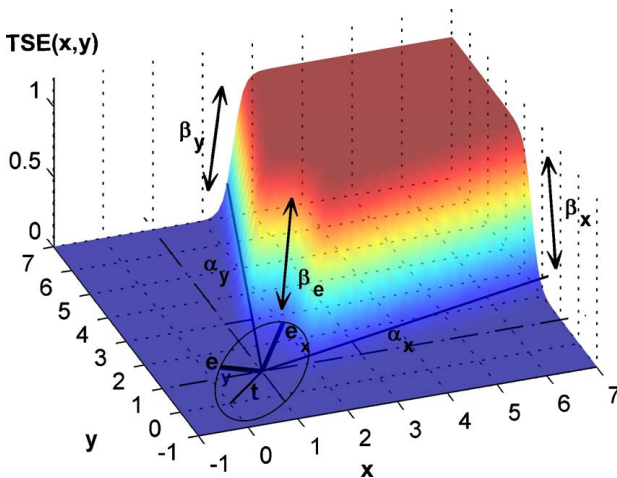


Figura 10: Forma de la función *TSE* según Benavente [19]

Menegaz [180] propone también un modelo basado en experimentos sobre un conjunto de 424 muestras del espacio de color OSA [190] y las 11 categorías básicas de color propuestas por Berlin y Kay [21] representadas en el espacio de color CIE Lab. Para cada muestra de color, los usuarios asignan una de las 11 categorías básicas de color. Para cada estímulo  $\vec{x} = \{L, a, b\}$  se tiene el número de veces que ha sido asignada a una categoría de color  $i$ ,  $N^i(\vec{x})$ . Así, para cada estímulo se define un vector  $f(\vec{x})$  con 11 componentes, de forma que la componente  $i$ ,  $f^i(\vec{x})$ , es el grado de pertenencia de  $\vec{x}$  a la categoría de color  $i$ , que Menegaz hace corresponder con la frecuencia relativa como:

$$f^i(\vec{x}) = N^i(\vec{x})/N(\vec{x}) \quad (2.2)$$

donde  $N(\vec{x})$  es el número total de veces que el color  $\vec{x}$  se ha mostrado en los experimentos. Nótese que, aun cuando la frecuencia relativa suele usarse para estimar la probabilidad  $p(i|C)$ , el modelo de Menegaz no es probabilístico en el sentido de que el resultado final se interpreta como una función de pertenencia difusa, asumiendo que la pertenencia viene dada por la frecuencia relativa, y no se hace ningún uso de dicha función de pertenencia como estimación de la probabilidad condicionada, aun cuando ésta sería más natural en este caso.

### 2.2.3.2 Modelos no basados en experimentos perceptuales

Estos modelos no definen las funciones de pertenencia mediante experimentos perceptuales, sino que los parámetros de las funciones se fijan empíricamente. Principalmente, las funciones de pertenencia usadas son funciones trapezoidales unidimensionales sobre cada componente de color ya que no requieren de muchos parámetros para su definición. Por ejemplo, [1, 3, 39, 46, 131, 203, 234, 256, 284, 303, 304] definen funciones trapezoidales (generalmente equidistribuidas) sobre las componentes del espacio de color HSV o HSL para saturación, brillo y tono o combinaciones de ellas. Mientras que [89, 145, 147, 315], proponen funciones triangulares unidimensionales equidistribuidas sobre las componentes del espacio CIE Lab.

Kim [139] propone un modelo de color difuso que define el núcleo de un color difuso como esfera de centro  $\text{centro}_i$  y radio  $\text{jnd}_i$ , correspondiente a la “just noticeable difference” definida para colores en el espacio CIE Lab.

El grado de pertenencia de un estímulo  $x = \{x_l, x_a, x_b\} \in \text{CIE Lab}$  a la categoría  $\tilde{c}_i$ ,  $\mu_{\tilde{c}_i}(x)$ , se determina mediante la expresión:

$$\mu_{\tilde{c}_i}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } \delta(\tilde{c}_i, x) \leq \text{jnd}_i \\ 0 & \text{si } \delta(\tilde{c}_j, x) \leq \text{jnd}_j \\ & (i \neq j, \tilde{c}_j \in \tilde{C}) \\ (\sum_{j=1}^{|\tilde{C}|} \frac{\delta(\tilde{c}_i, x)}{\delta(\tilde{c}_j, x)})^{-1} & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.3)$$

donde la función  $\delta(\tilde{c}_i, x)$  es una modificación de la distancia euclídea entre un color difuso  $\tilde{c}_i$  y un estímulo de color  $x$ , y  $\tilde{C}$  es el conjunto total de modelos difusos. La Figura 11 muestra una proyección sobre una dimensión de la función de pertenencia dada por la ecuación 2.3 a dos esferas difusas.

Los colores así definidos son realmente borrosificaciones de los estímulos de color que recogen la semántica de indistinguibilidad entre estímulos muy cercanos en *CIE Lab*. Para determinar modelos de color correspondientes a las categorías que el ser humano suele utilizar, Kim propone una técnica similar a la de Seaborn que hemos comentado anteriormente, pero utilizando una modificación del algoritmo de clustering c-means difuso basada en los modelos de la ecuación 2.3, en lugar de usar vectores. Sin embargo, no aclara la fuente de los datos a utilizar ni muestra experimento alguno.

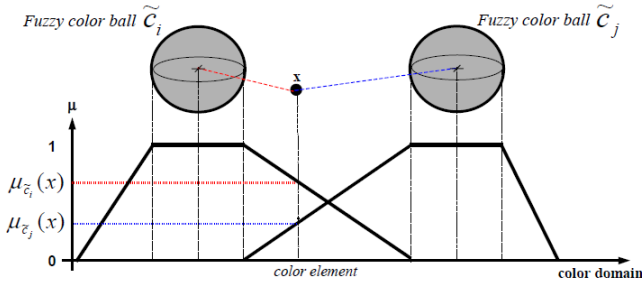
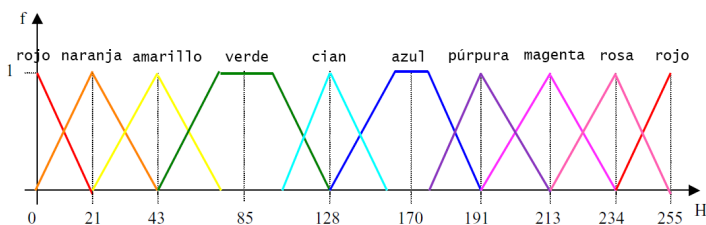


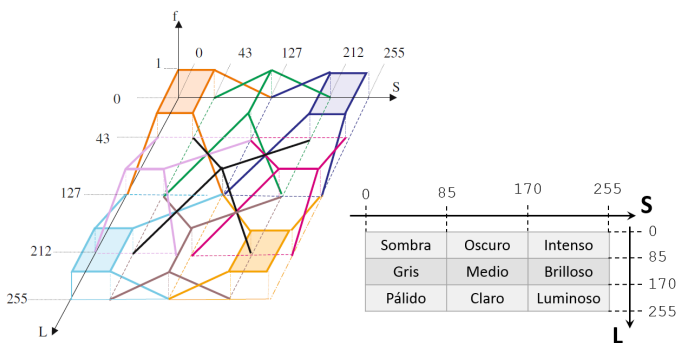
Figura 11: Ejemplo de cálculo del grado de pertenencia de un estímulo de color  $x$  a dos colores difusos  $\tilde{c}_i$  y  $\tilde{c}_j$  según Kim [139]



Younes [304] propone funciones de pertenencia trapezoidales definidas sobre las componentes H y SL del espacio de color *HSL*, tal que su modelo asigna estímulos de color a nombres de color compuestos de “tono + modificador de tono”. Por un lado, define el conjunto de tonos de color  $\tau = \{\text{rojo, naranja, amarillo, verde, cian, azul, púrpura, magenta, rosa, rojo}\}$  a los que les asigna funciones de pertenencia unidimensionales, y por otro lado, define el conjunto de modificadores de tono  $\Omega = \{\text{sombreado, oscuro, profundo, gris, medio, brillantes, pálido, claro, luminoso}\}$ . De esta forma, para cualquier estímulo de color  $x = \{h, s, l\}$  en el espacio *HSL*, Younes define las funciones de pertenencia trapezoidales en base a parámetros que fija empíricamente. Las Figuras 12a y 12b muestran los conjuntos  $\tau$  y  $\Omega$  respectivamente.



(a)



(b)

Figura 12: Ejemplos de conjuntos difusos usados por Younes: (a)  $\tau$  y (b)  $\Omega$ .

Younes no deja claro por qué usa esos parámetros ni esas etiquetas. Su modelo solo trabaja en *HSL*, y él mismo indica que en otros espacios como *RGB* o *CIE Lab* es difícil definir las funciones de pertenencia [304].

En general, estos enfoques imponen condiciones muy restrictivas en la forma de las funciones de pertenencia, las cuales en la mayoría de los casos no corresponden con la intuición humana y no modelan correctamente el carácter subjetivo del color.

### 2.2.4 *Discusión*

Como hemos comentado anteriormente, los conceptos empleados por el ser humano suelen ser imprecisos. Por tanto, los modelos de representación del color deben ser capaces de representar y recoger dicha imprecisión, no siendo adecuados, en la gran mayoría de los casos, aquellos que hacen uso de conjuntos y lógica clásica.

Dentro de los distintos modelos de representación, nos hemos centrado en aquellos que permiten asociar una representación base de estímulos de color (generalmente una tripleta representada en un espacio de color) a un nombre identificativo del color (categoría de color), tarea conocida como “nombrado de color”.

Por un lado, se encuentran los modelos de representación que requieren de experimentación con usuarios para obtener los parámetros del modelo. Éstos necesitan gran cantidad de datos para aprender los parámetros, bien mediante aproximaciones probabilísticas o bien mediante ajustes de funciones. Generalmente, suelen proporcionar buenos modelos de representación del color, sin embargo, el modelado del color está condicionado a los experimentos psicofísicos quedando limitada la representatividad del modelo de color a dichos experimentos.

Por otro lado, se encuentran los modelos que no requieren de experimentación y fijan empíricamente los parámetros. Generalmente, estos enfoques usan funciones de pertenencia trapezoidales unidimensionales equidistribuidas sobre las componentes de color de espacios como *HSI* o *CIE Lab*, definiendo finalmente el color como una combinación de ellas. Estos enfoques requieren menos información de partida y en ese sentido son más fáciles de obtener. Sin embargo, en la mayoría de ellos el modelo difuso se obtiene mediante una combinación de las distintas componentes de color que da lugar a modelos con formas regulares (cubos, esferas, etc.) con fronteras imprecisas. La restricción a este tipo de formas regulares hace que estos modelos de representación de las categorías de color sean menos adecuados que los que aprenden parámetros del modelo mediante experimentos, principalmente debido a que las representaciones adecuadas de las categorías de color en el espacio suelen venir dadas por regiones irregulares, tal y como se vio en el experimento de Sturges (Figura 9).

Como veremos, el objetivo principal de esta Tesis es definir técnicas de modelado difuso del color que no necesiten de una gran cantidad de datos para proporcionar modelos y que no impongan una forma regular determinada, y que, por tanto, se adapten de forma más adecuada a la percepción humana, superando así los inconvenientes de los grupos de técnicas existentes.

## 2.3 MODELOS DE COMPARACIÓN DE COLORES

La **comparación de colores** constituye uno de los fundamentos del modelado del color, siendo el factor clave para poder distinguir colores como pertenecientes a una misma o distintas categorías. Asimismo, la semejanza de color es un aspecto fundamental en cualquier aplicación basada en color.

En los modelos clásicos este problema se afronta a través de la definición de métricas sobre espacios vectoriales [48, 95, 116, 129, 169, 179]. La semejanza visual percibida entre dos colores se mide en estos modelos a través de la distancia en el espacio métrico, permitiendo expresar la semejanza entre colores de forma numérica. A mayor distancia, menor semejanza entre los colores. Sin embargo se ha demostrado reiteradamente que, en los espacios de color más habituales, una misma distancia no se corresponde necesariamente con una misma percepción de la semejanza [285].

Varios autores coinciden en utilizar como función de distancia la distancia euclídea, pero también coinciden en que esta función no es adecuada sobre todos los espacios vectoriales, porque no todos ellos son uniformes, y el ojo humano es más sensible a unos colores que a otros [48, 95, 116, 129, 169, 179].

Autores como Valberg o Backhaus [8, 271] proponen corregir la distancia entre colores mediante un factor de tolerancia que represente una diferencia apreciable JND (en inglés “Just Noticeable Difference”). De esta forma, a lo largo de los años se han ido proponiendo diferentes valores de la métrica de distancia  $\Delta E_{ab}$  entre dos colores  $a$  y  $b$  definida por la Comisión Internacional de Iluminación (CIE) [212]. Por ejemplo, Mahy [176] propone un valor JND de  $2.3\Delta E$ . Sin embargo, siguiendo recomendaciones de la CIE, una buena métrica debería abordar la noción de “diferencia apreciable” para tener significado, por lo que se han propuesto diferentes formulas de distancia con el objetivo de definir una métrica de comparación de colores que se adapte al sistema visual humano. Por ejemplo, métodos de diferencia de color Delta  $E^3$  sobre colores en el espacio CIELab, tales como CIE76, CIE94 o CIE2000 [239] propuestas por la CIE o el propuesto por el Comité de Medida del Color (CMC) [238].

Asumiendo que los modelos difusos son los más adecuados para representar la semántica del color, es razonable considerar que la semejanza entre estímulos de color puede representarse mediante una relación difusa, asignando un grado de semejanza a cada par de colores. En este aspecto, Jain [127] propone una familia de medidas basadas en distancias considerando los grados de pertenencia para similitud entre imágenes, mientras que Tversky [268] propone medidas de similitud basada en el cardinal escalar sigma-count de conjuntos difusos, el cual no es adecuado en la mayoría de los casos, tal y como se verá en el Capítulo 5. Finalmente, Vertan [278] propone el cálculo del grado de semejanza entre colores basado en JND como

$$\mu_c(c') = \begin{cases} 1 & d(c, c') \leq \text{JND} \\ \max \left\{ 0, 1 - \frac{d(c, c')}{\sigma \text{JND}} \right\} & d(c, c') > \text{JND} \end{cases} \quad (2.4)$$

donde JND es el *just noticeable color difference* del espacio *CIE Lab* y  $\sigma$  es un parámetro para modificar lo que el autor denomina “confusión” entre colores.

Si bien las distintas métricas basadas en distancias con factores de tolerancia pueden realizar comparaciones entre colores representados en un espacio vectorial, sólo pueden hacerlo en el caso que la representación del color sea precisa. En los modelos difusos, basados en etiquetas lingüísticas, se requieren métricas que permitan realizar las comparaciones entre esos tipos de información. Por ejemplo, si quisiésemos ver hasta que punto se parecen el color “bermellón” del enólogo y el color “fresa” del frutero, del ejemplo de nuestra Introducción, serían necesarias medidas que contemplen esa información imprecisa. Por otra parte, la Teoría de Conjuntos Difusos (en particular, relaciones difusas) proporciona técnicas para determinar relaciones difusas entre estímulos de color inducidas por una colección de conjuntos difusos que modelen las categorías de color. Hasta donde nuestro conocimiento alcanza, no existen propuestas que afronten estos dos problemas en este ámbito, que serán objeto de nuestro estudio en el capítulo 4.

## 2.4 HISTOGRAMAS DE COLOR

Los histogramas de color son la base de numerosas técnicas de procesamiento de imágenes, como por ejemplo restauración y mejora de imágenes [67, 208], ecualización y mejora de contraste [35], segmentación [7, 99, 150, 244], reconocimiento facial [65, 114] y recuperación de imágenes [40, 68, 113, 130, 161, 181, 189, 211, 249, 280, 282], entre otras. Un histograma de color consiste básicamente en un conteo del número de píxeles de una imagen que suele expresarse como la frecuencia de dicho color en la imagen. En principio, un histograma de color se define como una función  $h(\mathbf{c}_k) = n_k/n$  donde  $\mathbf{c}_k = [x, y, z]$  es un color preciso definido en un espacio de color,  $n_k$  es el número de píxeles de una imagen que contienen el color  $\mathbf{c}_k$ , y  $n$  es el número de píxeles de la imagen.

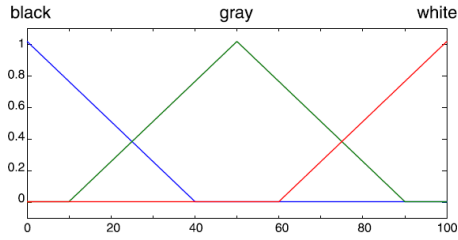
Sin embargo, si se considera el conjunto completo de colores de un espacio en el cálculo del histograma, el tamaño de este puede llegar a ser desorbitado debido a la gran variedad de colores que se pueden representar en un espacio de color, separando colores que podemos percibir como iguales o semejantes. Asimismo, la frecuencia de cada color será muy baja, dificultando el procesamiento del histograma y su utilidad. Para resolver este problema muchos autores tratan de reducir el número de elementos mediante técnicas de cuantización del espacio de color [51, 181, 249, 291, 297], de tal forma que el color de cada píxel pertenece a un grupo de los dados por la cuantización, calculándose las frecuencias para cada grupo. Sin embargo estas técnicas plantean a su vez otro problema debido a la cuantización precisa. Por un lado, las frecuencias obtenidas pueden ser sensibles a pequeñas variaciones en la cuantización. Por otra parte, los grupos proporcionados por la cuantización no reflejan adecuadamente el carácter impreciso del color percibido.

Para abordar este problema, en la literatura existen técnicas que usan la lógica difusa para “suavizar” las fronteras de los grupos de colores mediante el uso de funciones de pertenencia unidimensionales sobre cada componente de color. Por ejemplo, varios autores coinciden en el uso de funciones triangulares sobre el espacio de color *CIE Lab* fijadas empíricamente, donde  $L^*$  se divide en 3 regiones (negro, gris y blanco),  $a^*$  en 5 regiones (verde, verdoso, verde-medio, rojizo, rojo) y  $b^*$  también en 5 regiones (azul, azulado, azul-medio, amarillento, amarillo) [147, 284, 315].

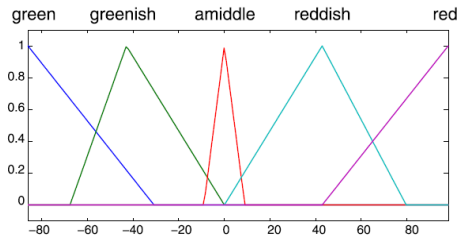
Por otro lado, otros autores definen los grupos mediante funciones trapezoidales equidistribuidas en el espacio HSI, considerando solo las componentes H e I para obtener un histograma sobre 20 grupos, 16 para el tono y 4 para la intensidad [264]. También hay autores que definen el histograma sobre el espacio de color RGB, dividiendo las componentes *RGB* en 8,8 y 4 respectivamente, resultando un histograma de 256 grupos [258].

Con estas técnicas, cada color obtiene tres grados de pertenencia, uno a cada uno de los componentes, con lo que se plantea el problema de cómo agregar esos grados. Hay autores que abordan el problema mediante un clustering difuso [112, 113, 140]. Otros autores proponen enlazar las componentes de color mediante un sistema de inferencia difuso basado en reglas difusas [46, 145, 147, 284, 315]. Por ejemplo, Konstantinidis et Al. proponen 26 reglas difusas del tipo “Si (*L* es *negro*) y (*a* es *medio*) y (*b* es *medio*) entonces (histograma es *negro*)” para construir el histograma de color final. Éste está basado en 15 funciones de pertenencia trapezoidales para cada grupo como resultado de un sistema de inferencia difuso sobre las funciones de pertenencia triangulares definidas sobre las componentes  $L^*$ ,  $a^*$  y  $b^*$  del espacio *CIE Lab* y las reglas difusas. La Figura 13 muestra las funciones de pertenencia triangulares sobre el espacio de color *CIE Lab* definidas por varios autores [46, 145, 147, 284, 315] para el histograma de color.

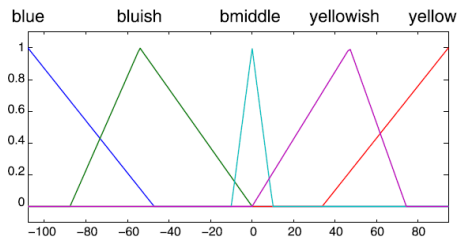
Independientemente de la técnica empleada para el cálculo del histograma, el conteo de colores suele llevarse a cabo mediante la suma de grados de pertenencia (técnica conocida como sigma-count). Sin embargo, el sigma-count no es una medida adecuada de conteo, además de que resume el conteo en un único número y no representa el carácter difuso de dicho conteo. Por otro lado, los histogramas de colores difusos propuestos en la literatura están limitados por el sistema de inferencia propuesto, por lo que definir un histogramas de colores difusos sobre un espacio de muchos colores implica definir un sistema de reglas para todos los colores, lo cual conlleva un gran esfuerzo y complejidad.



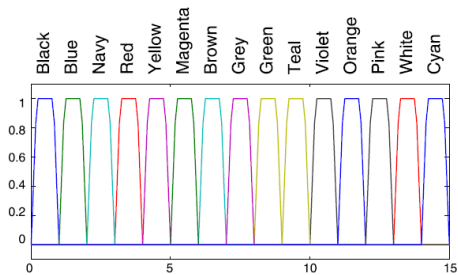
(a) Función de pertenencia de la entrada L\*



(b) Función de pertenencia de la entrada a



(c) Función de pertenencia de la entrada b



(d) Función de pertenencia de la salida

Figura 13: Funciones de pertenencia triangulares sobre las componentes del espacio de color CIE Lab definidas por [145, 147, 284, 315] para su histograma difuso de color.

## 2.5 DESCRIPTORES DE COLOR

El color es una de las características más básicas del contenido visual, y como hemos visto anteriormente, se puede representar computacionalmente mediante etiquetas lingüísticas. Asimismo, el color se puede utilizar para realizar operaciones con una imagen, como por ejemplo, recuperación de imágenes basada en color [59, 60, 78, 155, 235, 248]. Para este cometido, son necesarios elementos o estructuras que permitan describir el contenido visual de una imagen, denominadas **descriptores**.

En la literatura, en general, los descriptores suelen ser resúmenes estadísticos relacionados con la información visual de una imagen y suelen representarse mediante valores numéricos [10, 17, 22, 141, 141, 183, 210, 259, 266]. Por ejemplo, el estándar MPEG-7 (Motion Picture Expert Group - 7) [221] propone descriptores asociados a características de bajo nivel, como son el color, la textura y la forma, y los representa mediante vectores o grafos. Sin embargo, de cara a describir el contenido visual como lo haría un ser humano, al igual que ocurre con la representación del color y los conceptos que el ser humano utiliza para describirlo, no existe una correspondencia directa entre esos descriptores y los conceptos visuales y expresiones que el ser humano utiliza. Por tanto, operaciones como la descripción lingüística de imágenes [2, 6, 11, 14, 82, 118, 157, 186, 192, 257], la recuperación de imágenes basada en etiquetas lingüísticas [47, 49, 159, 160, 171, 205, 229, 230, 232, 242, 279, 314] o la interacción lingüística de usuarios mediante información visual [5, 132, 175, 182, 245, 277], no se podrían abordar mediante los descriptores clásicos sino que serían necesarios descriptores con mayor contenido semántico.

En este marco, una cuestión importante a considerar es la imprecisión y subjetividad existente en las descripciones de las características visuales. Para abordar esta cuestión, existen algunos enfoques que usan lógica difusa [1, 113, 124, 222]. Sin embargo, estos enfoques tienen dos desventajas: (i) dada una característica, los conjuntos difusos que la representan no se obtienen considerando la relación existente entre la representación computacional y la percepción humana [39, 303], por lo que las etiquetas lingüísticas relacionadas con esos conjuntos difusos no encajan necesariamente con lo que un humano esperaría; y (ii) ninguna de estas técnicas propone descriptores difusos de características visuales para describir semánticamente conceptos de una imagen [1, 113, 138, 304], por tanto no se contempla la información imprecisa del concepto que describen.



Uno de los descriptores de color más usados en la literatura es aquel que trata de representar la dominancia de color en una imagen, la cual está directamente relacionada con la frecuencia de aparición del color en la imagen, a pesar de que se consideren otros aspectos. Así, un descriptor de color dominante proporciona una forma efectiva, compacta e intuitiva de determinar y representar los colores más “frecuentes” presentes en una imagen. En la literatura existen numerosas técnicas para extraer colores dominantes en una imagen, centrándose la mayoría de ellas en un análisis de histogramas, técnicas de clustering o cuantizaciones sobre el dominio del color.

En general, los descriptores de color dominante propuestos en la literatura consideran una noción precisa de la dominancia, cuando en realidad en la percepción humana hay grados de dominancia, es decir, los colores pueden ser claramente dominantes, claramente no dominantes o pueden ser dominantes con un cierto grado. Además, la mayoría de las veces los humanos no consideran subconjuntos de colores precisos, como se representan en los computadores, sino aquellos que encajan con la percepción humana expresados mediante términos lingüísticos o categorías de color. En el capítulo 6 realizaremos propuestas para cubrir este hueco existente en la literatura, basadas en propuestas adecuadas de histogramas difusos de color.



**RESUMEN:** En este capítulo se proporciona un marco formal para la definición y manejo de colores difusos, introduciendo los conceptos de color difuso y de espacio de color difuso, este último no como un espacio vectorial, sino como un espacio conceptual para la representación del conjunto de colores utilizados por un usuario o aplicación concreta. Se proporcionan asimismo mecanismos para la definición de espacios de color difuso en base a un conjunto de prototipos representativos de categorías de color.

*El color es mi obsesión diaria, la alegría y el momento.*

Joan Miró <sup>1</sup>

## ÍNDICE

3.1	Introducción . . . . .	44
3.2	Formalización . . . . .	45
3.2.1	Color Difuso . . . . .	45
3.2.2	Espacio de Color Difuso . . . . .	46
3.3	Aprendizaje de Espacios de Color Difuso . . . . .	48
3.3.1	Espacios conceptuales . . . . .	48
3.3.2	Metodología para obtener espacios de color difuso . . . . .	50
3.3.2.1	Prototipos positivos y negativos . . . . .	51
3.3.2.2	Obteniendo el 0.5-corte de un color difuso $\tilde{C}_i$ . . . . .	55
3.3.2.3	Obteniendo el núcleo y el soporte de $\tilde{C}_i$ . . . . .	55
3.3.2.4	Obteniendo cualquier $\alpha$ -corte de $\tilde{C}_i$ . . . . .	57
3.3.2.5	Obteniendo $\tilde{C}_i$ mediante interpolación lineal . . . . .	57
3.4	Relación entre parámetros y propiedades . . . . .	60
3.5	Resultados . . . . .	61
3.5.1	Espacios de color partición . . . . .	61
3.5.1.1	Ejemplo 1. Espacios de color difuso basados en el sistema ISCC-NBS . . . . .	61
3.5.1.2	Ejemplo 2. Espacio de color difuso de dominio específico. Frutas . . . . .	70
3.5.2	Espacios de color disjuntos y sin cubrimiento . . . . .	75
3.5.2.1	Ejemplo de espacio disjunto sin cubrimiento. $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^2$ . . . . .	77
3.5.3	Espacios de color no disjuntos . . . . .	80

<sup>1</sup> Joan Miró i Ferrá (1893 - 1983) pintor, escultor, grabador y ceramista español, considerado uno de los máximos representantes del surrealismo.

3.5.3.1	Ejemplo de construcción de un espacio específico no disjunto para un usuario . . . . .	82
3.5.4	Validación con usuarios y comparativa con otros modelos . . . . .	86
3.5.4.1	Metodología para analizar la bondad de espacios de color difuso . . . . .	88
3.5.4.2	Análisis de nuestros espacios de color . . . . .	90
3.5.4.3	Comparativa con modelos no difusos . . . . .	91
3.5.4.4	Comparativa con modelos basados en particionamientos difusos . . . . .	91
3.5.4.5	Comparativa con modelos basados en clustering . . . . .	92
3.6	Conclusiones . . . . .	98

---

### 3.1 INTRODUCCIÓN

En los capítulos anteriores hemos motivado la necesidad de proporcionar modelos computacionales de las categorías de color percibidas por el ser humano. También hemos puesto de manifiesto que en general se admite que los conjuntos de estímulos de color correspondientes a una categoría de color tienen fronteras imprecisas, por lo que resulta especialmente adecuado el uso de modelos difusos para representar la semántica de dichas categorías.

Como resultado de nuestro estudio bibliográfico, y hasta donde alcanza nuestro conocimiento, no existen propuestas para la formalización de estos modelos y el estudio genérico de sus propiedades. Los enfoques existentes en la literatura definen funciones de pertenencia *ad-hoc* basándose en diversas técnicas.

También hemos podido comprobar que no existen técnicas que, requiriendo un conjunto limitado de información simple, sean capaces de proporcionar modelos del color que se ajusten a las formas irregulares que, como ponen de manifiesto diversos experimentos psicofísicos, tienen los conjuntos de colores correspondientes a cada categoría de color. Las técnicas que proporcionan modelos más adecuados requieren una gran cantidad de datos, obtenidos habitualmente a partir de experimentos con un alto número de usuarios.

Por último, como hemos visto, los estudios existentes suelen centrarse en un conjunto limitado de colores básicos, tratando de obtener una representación universalmente válida de los mismos, no afrontándose en general cuestiones como la subjetividad de un usuario concreto o la dependencia del contexto en el nombrado y modelado del color.

Para contribuir a la solución de estos problemas, en este capítulo se introducen definiciones formales de los conceptos de color difuso y espacio de color difuso. Además, se presenta una metodología para diseñar espacios de color difuso basada en la teoría de espacios conceptuales, la cual permite crear espacios de color personalizados en base a una colección de estímulos de color representativos de un cierto término de color. Particularmente, con esta metodología es posible crear espacios de color difuso automáticamente a partir de sistemas de nombrado de colores existentes en la literatura, que proporcionan un color representativo para cada categoría de color. Finalmente, se ilustran nuestras propuestas mediante la creación de varios espacios de color difuso, así como comparativas con otras técnicas y validación con usuarios.

## 3.2 FORMALIZACIÓN

En esta sección se introducen definiciones formales de los conceptos de *color difuso* y *espacio de color difuso*, así como algunas de sus propiedades.

### 3.2.1 Color Difuso

En adelante llamaremos *colores precisos* a la representación computacional de estímulos de color mediante cualquier espacio de color preciso (espacio vectorial). Llamaremos *color difuso* a la representación computacional de una categoría de color definida y nombrada por humanos representada mediante un subconjunto difuso de colores precisos. Formalmente,

**Definición 1** *Un color difuso  $\tilde{C}$  es una etiqueta lingüística cuya semántica se representa como un subconjunto difuso normal de colores.*

Nótese que imponer el uso de funciones de pertenencia normales en la definición 1 implica que para cada color difuso  $\tilde{C}$  existe al menos un color preciso  $\mathbf{r}$  tal que  $\tilde{C}(\mathbf{r}) = 1$ . Por consiguiente, al menos un color es plenamente representativo de una categoría de color. Además, en la definición 1 no hay restricción sobre cómo representar los colores precisos en el soporte de un color difuso, a pesar de que todos ellos se representarán por lo general mediante un espacio de color preciso designado por conveniencia. Así, un mismo color difuso se puede representar mediante diferentes subconjuntos difusos en diferentes espacios de color.

Por ejemplo, el color difuso *rojo* se puede representar como un subconjunto difuso cuya semántica sea “aproximadamente [255,0,0]” si empleamos el espacio de color *RGB*, así como un subconjunto difuso cuya semántica sea “aproximadamente [0,1,128]” si usamos el espacio *HSV*.

Como se ha comentado anteriormente, un color difuso es una representación computacional de una categoría de color definida y nombrada por humanos; por consiguiente, la definición de colores difusos debe realizarse en base a información proporcionada por seres humanos. El enfoque que podríamos llamar de *fuerza bruta*, que consistiría en especificar uno por uno los grados de pertenencia, no es una opción adecuada puesto que el soporte de un color difuso puede contener miles de colores precisos. Nuestra propuesta para definir la función de pertenencia requiere proporcionar solo el grado de pertenencia de unos pocos elementos cuya pertenencia sea precisa, siendo mucho más simple y por tanto más adecuada para abordar la definición de colores difusos, como se explicará con detalle en la sección 3.3.2.

### 3.2.2 Espacio de Color Difuso

Un espacio de color difuso es una colección de colores difusos representados por funciones de pertenencia en un *espacio conceptual* [92]. Formalmente,

**Definición 2** *Un espacio de color difuso es un conjunto clásico de colores difusos.*

En muchas aplicaciones prácticas es habitual trabajar con diferentes categorías de color, cuyo número y diseño depende de la aplicación en sí. El concepto de espacio de color difuso es útil, entre otras cosas, para representar el conjunto de colores difusos que son relevantes para una determinada aplicación.

Sea  $\tilde{\Gamma} = \{\tilde{C}_1, \dots, \tilde{C}_n\}$  un espacio de color difuso compuesto de colores difusos definidos sobre un espacio de color preciso  $\Gamma$ . Se introducen las siguientes definiciones:

**Definición 3** *Un espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}$  es un espacio con cubrimiento si y solo si*

$$\bigcup_{\tilde{C}_i \in \tilde{\Gamma}} \text{Soporte}(\tilde{C}_i) = \Gamma \quad (3.1)$$

Es inmediato que los espacios cubrimiento cumplen que  $\forall c \in \Gamma$   
 $\exists \tilde{C}_i \in \tilde{\Gamma}$  tal que  $\tilde{C}_i(c) > 0$ .

**Definición 4** *Un espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}$  es un espacio disjunto si y solo si  $\forall \tilde{C}_i \in \tilde{\Gamma}, \forall c \in \Gamma, \tilde{C}_i(c) = 1$  implica que  $\tilde{C}_j(c) = 0 \forall i \neq j$ .*

Debido a que los colores difusos son conjuntos difusos normales por definición, los espacios disjuntos cumplen  $\tilde{C}_i \not\subseteq \tilde{C}_j \forall i \neq j$  ya que los núcleos de los colores difusos tienen intersección vacía. Nótese que, aunque los colores difusos en un espacio de color difuso pueden tener intersección no vacía, la intersección no será un color difuso ya que será un conjunto difuso subnormal. Definir un color difuso como la intersección de colores difusos en un espacio disjunto requiere entonces la normalización del resultado (siempre que el resultado no sea el conjunto vacío).

**Definición 5** *Un espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}$  es un espacio partición si y solo si es con cubrimiento y disjunto.*

Como se analizó en el Capítulo 2, la mayoría de los trabajos existentes en la literatura que tratan de representar categorías de color intentan obtener espacios partición que contienen los términos básicos de color en el sentido de Berlin y Kay [21], con pequeñas variaciones del número de colores. En la mayoría de los casos, la principal idea es encontrar una representación de cada término básico de color que sea acorde a una mayoría de usuarios en un contexto dado. Sin embargo, el enfoque que se propone en esta Tesis para desarrollar espacios de color difuso es más general y permite representar categorías de color, no solo de términos básicos de color sino cualquier categoría, ya sea proporcionada por una persona individual o por un colectivo en cualquier contexto cultural o aplicación en particular. Nótese también que en el enfoque que se propone no es obligatorio que los espacios de color difuso sean espacios partición, ya que la metodología propuesta es más general y permite obtener tanto espacios partición como espacios no partición. De hecho, discutiremos más adelante en qué caso es adecuado cada tipología (disjunto, no disjunto, con cubrimiento y sin cubrimiento).

### 3.3 APRENDIZAJE DE ESPACIOS DE COLOR DIFUSO

En esta sección se muestra una descripción del paradigma de espacios conceptuales para aprender y representar conceptos [92, 93], el cual es la base del enfoque propuesto en esta Tesis. Asimismo, se propone una metodología para obtener representaciones difusas de conceptos, concretamente colores difusos, a partir de los resultados que proporciona este paradigma.

#### 3.3.1 Espacios conceptuales

La teoría de espacios conceptuales [92, 93] es un marco para representar conceptos. Un espacio conceptual es un espacio métrico (conjunto de elementos con una función de distancia) compuesto por un conjunto de objetos que se describen en  $n$  dimensiones  $D_1, \dots, D_n$ , donde cada dimensión representa una cierta *cualidad* de un objeto, además de una métrica. Por ejemplo, el espacio de color RGB dotado de la distancia euclídea es un ejemplo de un espacio conceptual, donde los objetos son colores que se describen con tres dimensiones y cada dimensión representa la cualidad de la cantidad de rojo, azul y verde que tiene un determinado color.

En la teoría de los espacios conceptuales, se dice que dos o más dimensiones son integrales cuando no se puede asignar un objeto a un valor en una dimensión sin darle valores en las otras dimensiones. Este es el caso por ejemplo de las dimensiones en un espacio de color preciso, puesto que no se puede describir un color preciso mediante su coordenada en una única dimensión en general. Se llama *dominio* a un subespacio de un espacio métrico definido por un conjunto de dimensiones integrales. Los espacios de color precisos (RGB, HSI, CIE Lab, etc) son ejemplos de dominios.

Un tipo particular de conceptos que se pueden representar en espacios conceptuales son los llamados *propiedades*. Una propiedad es un concepto representado por una región en un dominio simple. Por ejemplo, los conceptos que representan categorías de color son *propiedades de color*. En adelante, se usará *propiedad de color* y *concepto de color* indistintamente, para referirse a la representación de categorías de color en un espacio conceptual.



En [92], Gärdenfors defiende una serie de ventajas de la teoría de los espacios conceptuales a la hora de modelar conceptos. En primer lugar, permite superar varias dificultades del enfoque simbólico y asociacionismo/conexionismo para representar conceptos. Citando [92], “el aprendizaje conceptual está estrechamente ligado a la noción de *similitud*, que ha resultado ser un problema para los enfoques simbólicos y asociacionista”<sup>2</sup>.

Otra ventaja importante, la cual ha motivado el uso del paradigma de espacios conceptuales en esta Tesis, es que los espacios conceptuales proporcionan un paradigma para aprender la representación de propiedades. Con este paradigma se puede obtener la representación de una colección de propiedades de un cierto tipo en base a:

- un espacio conceptual adecuado, por ejemplo, dimensiones apropiadas y una métrica para representar la semántica de las propiedades, además
- una colección limitada de puntos del espacio conceptual como *ejemplares* (al menos uno) para cada propiedad, cuyo centroide definirá un *prototipo* para la propiedad<sup>3</sup>, y
- una *teselación de Voronoi* [193] del espacio métrico basado en prototipos. Una teselación de Voronoi es una partición del espacio en regiones llamadas *celdas de Voronoi*, una para cada prototipo, de modo que un punto en el espacio conceptual pertenece a la propiedad asociada al prototipo más cercano de acuerdo con la métrica. Las fronteras de las celdas de Voronoi son puntos del espacio que son equidistantes de dos (o más) prototipos.

Por ejemplo, podríamos aprender una representación para categorías de color usando como espacio conceptual el espacio de color preciso RGB con la distancia euclídea, junto con una colección de colores precisos como ejemplares para cada color que se desee aprender. En este caso, la teselación de Voronoi para el conjunto de prototipos sería una cuantización clásica, es decir, una partición del espacio en volúmenes 3D, uno por cada prototipo, donde cada volumen contiene aquellos colores precisos que son más cercanos al correspondiente prototipo que a cualquier otro, según la distancia euclídea.

---

2 Gärdenfors propone una visión de la representación conceptual con tres niveles conectados, o *perspectivas*, con diferentes escalas de resolución. En su opinión, las representaciones que utilizan los espacios conceptuales se sitúan entre las representaciones simbólicas y asociacionistas.

3 Este paradigma de aprendizaje para espacios conceptuales está también relacionado con la *teoría de prototipos* de categorización desarrollada por Rosch y colaboradores [214, 215]

Sin embargo, el principal problema que se plantea con este enfoque es que, como se ha comentado anteriormente, las teselaciones de Voronoi son particiones precisas con fronteras precisas. Por el contrario, en muchas ocasiones, las fronteras de los conceptos que se van a aprender son difusas [92, 134, 214, 215], tal y como ocurre con las categorías de color. Por lo tanto, con el fin de obtener representaciones adecuadas de los conceptos de color mediante colores difusos, como se ha descrito en el apartado anterior, las teselaciones de Voronoi precisas por sí solas no son suficientes.

La principal idea que se aporta en este capítulo es “hacer difusas” las teselaciones de Voronoi en términos de la métrica definida en el espacio conceptual, de modo que el grado de pertenencia disminuya con la distancia al prototipo. En la siguiente sección se presenta una metodología para obtener teselaciones de Voronoi difusas a partir de teselaciones clásicas, así como el cálculo de las funciones de pertenencia.

### 3.3.2 Metodología para obtener espacios de color difuso

Dentro del contexto de los espacios conceptuales, tal y como hemos comentado en la sección anterior, parece natural considerar que la representación de un color difuso sea un subconjunto difuso del espacio, que puede ser definido por su función de pertenencia o de manera equivalente, como es bien conocido, mediante el conjunto de sus  $\alpha$ -cortes. A partir de esta idea y del teorema de la representación de los conjuntos difusos, es posible definir un conjunto difuso a través de la colección de todos sus  $\alpha$ -cortes [16, 144]. Sin embargo, definir todos los  $\alpha$ -cortes para un número muy alto de valores  $\alpha \in (0, 1]$  no es siempre posible o práctico. En esta Tesis proponemos definir explícitamente sólo algunos de estos  $\alpha$ -cortes (al menos el núcleo) y el soporte del conjunto, y a continuación, obtener los grados de pertenencia de los colores precisos mediante una interpolación entre los mismos.

Así, dado un espacio conceptual, consistente en un espacio de color preciso  $\Gamma$  y una métrica  $d$  en  $\Gamma^4$ , para definir un color difuso  $\tilde{C}$ , representativo de una categoría de color  $C$ , se requiere lo siguiente:

- Un color preciso  $\mathbf{r}$ , denominado *prototipo positivo*, el cual es completamente representativo de la categoría de color  $C$ . Por tanto, el grado de pertenencia al color difuso del prototipo será  $\tilde{C}(\mathbf{r}) = 1$ .

4 Sin pérdida de generalidad, consideraremos en adelante  $\Gamma = \mathbb{R}^3$ .

- Un conjunto de volúmenes  $\mathcal{V}_{\tilde{C}} = \{V_1, \dots, V_q\}$  con  $q \geq 2$  y  $V_i \subset V_{i+1} \forall 1 \leq i \leq q-1$  correspondientes a ciertos  $\alpha$ -cortes designados de  $\tilde{C}$  más su soporte. En particular, dado un conjunto de niveles  $\Omega_{\tilde{C}} = \{\alpha_1, \dots, \alpha_q\} \subset [0, 1]$  con  $1 = \alpha_1 > \alpha_2 > \dots > \alpha_q = 0$ ,  $V_i$  corresponde al  $\alpha_i$ -corte de  $\tilde{C}$  para  $1 \leq i < q$  (por tanto,  $V_1$  es el núcleo) mientras que  $V_q$  es el soporte.
- Un mecanismo de interpolación para determinar la función de pertenencia  $\tilde{C} : \Gamma \rightarrow [0, 1]$  en base al prototipo positivo y al conjunto de volúmenes que definen los  $\alpha$ -cortes designados y el soporte.

Una vez fijados los anteriores requisitos, el cálculo de un espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma} = \{\tilde{C}_1, \dots, \tilde{C}_m\}$ , formado por una colección de colores difusos, se puede hacer simplemente calculando cada color difuso  $\tilde{C}_i$  individualmente.

En los siguientes apartados se ilustra la metodología propuesta para definir el conjunto de volúmenes  $\mathcal{V}_{\tilde{C}}$  asociados a un color difuso  $\tilde{C}$ , y la función de pertenencia resultante. Concretamente, en la sección 3.3.2.1 hablamos sobre la selección de prototipos adecuados, en la sección 3.3.2.2 se detalla el cálculo del volumen asociado al 0.5-corte de un color difuso, en la sección 3.3.2.3 se muestra el cálculo de los volúmenes  $V_1$  y  $V_q$  correspondientes al núcleo y al soporte, y en la sección 3.3.2.4 el cálculo de cualquier otro  $\alpha$ -corte de un color difuso. Finalmente, en la sección 3.3.2.5 se detalla el mecanismo de interpolación utilizado para el cálculo de la función de pertenencia.

### 3.3.2.1 Prototipos positivos y negativos

Como hemos visto anteriormente, la metodología propuesta está basada en la teoría de espacios conceptuales [92, 93], por lo que para definir un color difuso  $\tilde{C}$  se requiere al menos un color representativo de la correspondiente categoría  $C$  (denominado prototipo o *prototipo positivo*) y una teselación de Voronoi. Para obtener esa teselación es necesario disponer de prototipos de categorías de colores *distintas* a  $C$ , de tal forma que se obtenga una teselación donde una de las celdas contenga los colores de la categoría  $C$ , mientras que el resto de las celdas contengan los colores que *no pertenezcan* a  $C$ . Sin embargo, mientras que los colores de una categoría son similares entre si y similares al prototipo, los colores que *no pertenecen* a la categoría pueden ser muy diferentes entre sí, es decir, el complemento de una celda de Voronoi no es por lo general otra celda, sino la unión de varias celdas que constituyen una partición, en términos de semejanza, de los colores que no pertenecen a la categoría.

Restringir el conjunto de prototipos de celdas que no corresponden a la categoría a los prototipos positivos de otras categorías, como es habitual en el paradigma de espacios conceptuales, plantea problemas importantes cuando el espacio de color difuso que se pretende obtener no es un espacio partición, es decir, cuando sabemos que puede haber solapamiento de los núcleos de colores difusos, o cuando puede haber zonas del espacio que no correspondan a ningún color. En estos casos es necesario considerar prototipos para celdas que conformen el complemento de la categoría que se pretende modelar, pero que no van a ser utilizados como prototipos positivos de ningún color difuso. Por tanto, en general, para obtener un color difuso  $\tilde{C}$  consideraremos un prototipo positivo y un conjunto de prototipos representativos de colores que no pertenecen a la categoría  $C$ , a los que llamaremos *prototipos negativos* de la categoría. Este último puede incluir prototipos positivos de otras categorías de las que sepamos que son disjuntas a  $C$ .

Notaremos los conjuntos de prototipos positivos y negativos como  $R^+$  y  $R^-$ , respectivamente. En esta Tesis, para aprender una categoría de color  $C_i$  modelada mediante un color difuso  $\tilde{C}_i$ , vamos a considerar  $R_i^+ = \{\mathbf{r}^i\}$  formado por un único prototipo positivo, y una colección de prototipos negativos  $R_i^- = \{\mathbf{nr}_i^1, \dots, \mathbf{nr}_i^k\}$  tal que  $R_i^+ \cap R_i^- = \emptyset$ .

Con el objetivo de ilustrar la metodología propuesta, en esta Tesis vamos a considerar  $RGB$  como espacio de color si bien, sin pérdida de generalidad, utilizaremos siempre en nuestros cálculos el espacio  $\mathbb{R}^3$  con la distancia euclídea, siendo objeto de trabajo futuro la extensión a otro tipo de métricas. Asimismo, para ilustrar mejor visualmente algunas de las ideas de nuestro enfoque, vamos a usar también un espacio conceptual  $\mathbb{R}^2$  abstracto con distancia euclídea, es decir, sin ninguna interpretación particular de sus dimensiones y vectores.

Las Figuras 14 y 15 muestran dos ejemplos que utilizaremos en los apartados siguientes para ilustrar el enfoque que proponemos en esta Tesis. Los ejemplos se basan en un espacio conceptual abstracto 2D (donde los prototipos se han elegido al azar) y el espacio 3D dado por  $RGB$  con distancia euclídea (donde los prototipos corresponden realmente a colores, como veremos más adelante), respectivamente. En dichas figuras puede apreciarse el conjunto de prototipos empleados, tanto el positivo como los negativos.

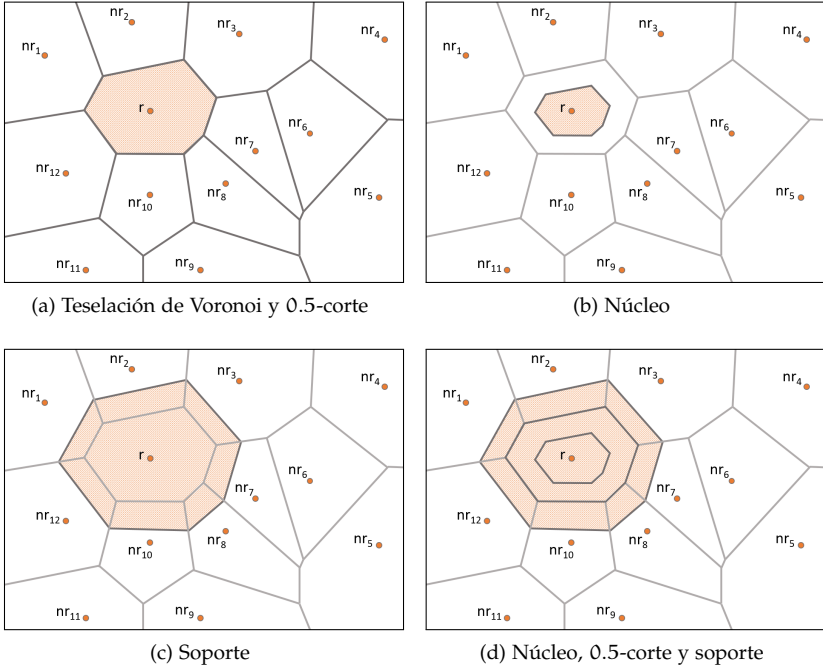
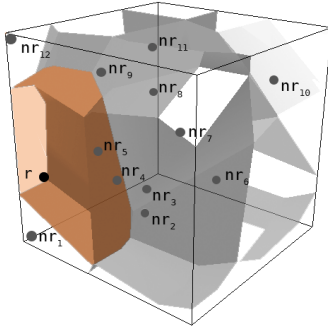
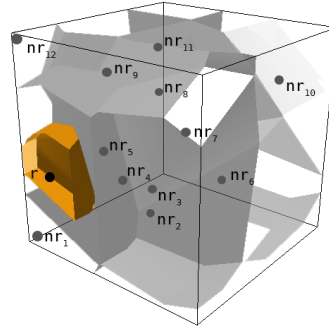


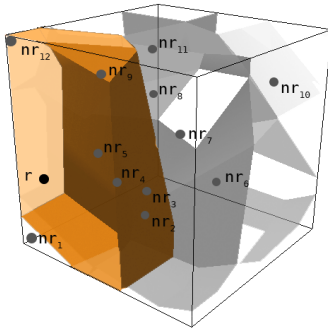
Figura 14: Ejemplo ilustrativo en 2D del enfoque propuesto para obtener un modelo difuso a partir de un prototipo positivo ( $r$ ) y varios prototipos negativos ( $nr_1, \dots, nr_{12}$ ) en espacios conceptuales con la distancia euclídea como métrica. (a) Tesselación de Voronoi para el conjunto de prototipos. Se ha resaltado la celda de Voronoi para el prototipo  $r$ , correspondiente al 0.5-corte del modelo difuso. (b) Núcleo del modelo difuso obtenido mediante un escalado uniforme de la celda de Voronoi con  $\lambda \in [0, 1]$ . (c) Soporte del modelo difuso obtenido mediante un escalado uniforme de la celda de Voronoi con  $\lambda' \in [1, 2]$  con  $1 \leq \lambda + \lambda' \leq 2$ . (d) Núcleo, 0.5-corte y soporte del modelo difuso.



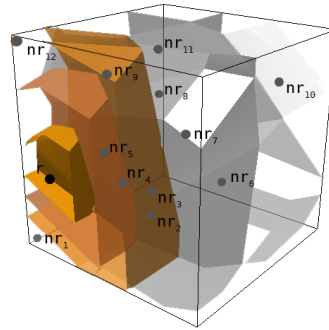
(a) Teselación de Voronoi y 0.5-corte.



(b) Núcleo



(c) Soporte



(d) Núcleo, 0.5-corte y soporte

Figura 15: Ejemplo ilustrativo en 3D del enfoque propuesto para obtener un color difuso a partir de un prototipo positivo ( $r$ ) y varios prototipos negativos ( $nr_1, \dots, nr_{12}$ ) en espacios conceptuales con la distancia euclídea como métrica. (a) Teselación de Voronoi para el conjunto de prototipos. Se ha resaltado la celda de Voronoi para el prototipo  $r$ , correspondiente al 0.5-corte del color difuso. (b) Núcleo del color difuso obtenido mediante un escalado uniforme de la celda de Voronoi con  $\lambda \in [0, 1]$ . (c) Soporte del color difuso obtenido mediante un escalado uniforme de la celda de Voronoi con  $\lambda' \in [1, 2]$  con  $1 \leq \lambda + \lambda' \leq 2$ . (d) Núcleo, 0.5-corte, y soporte del color difuso.

### 3.3.2.2 Obteniendo el 0.5-corte de un color difuso $\tilde{C}_i$

De cara a obtener el 0.5-corte de  $\tilde{C}_i$ , el enfoque propuesto en esta Tesis consiste en calcular una teselación de Voronoi del espacio  $\Gamma = RGB$  considerando como centroides el conjunto de prototipos  $R^i = R_i^+ \cup R_i^-$  (prototipo positivo y conjunto de prototipos negativos). La celda de Voronoi  $V^i$  correspondiente al prototipo positivo  $r^i$  define el 0.5-corte del color difuso  $\tilde{C}_i$ . Esta interpretación nos proporcionará conjuntos difusos consistentes con el criterio natural de asignar grados mayores o iguales a 0.5 a colores que están más cercanos al prototipo de la celda que al resto de prototipos (colores de la celda), y grados menores al resto (con la excepción de los puntos que se encuentren en la propia frontera de las celdas).

La frontera de la celda de Voronoi forma un politopo convexo (en el caso 2D un polígono y en el caso 3D un poliedro), verificando que un punto en la frontera es equidistante, al menos, de dos puntos en  $R^i$ . Una excepción a esta regla la constituyen todos los puntos situados en las caras que limitan el cubo  $RGB$ , ya que truncaremos las celdas utilizando dichas caras para obtener una teselación del cubo  $RGB$ , de manera que todas las celdas tengan un volumen finito. Obsérvese que la unión del resto de celdas de Voronoi (esto es, el espacio completo menos la celda de Voronoi del prototipo positivo) define el 0.5-corte del complemento difuso de  $\tilde{C}_i$ .

La eficiencia del cálculo del 0.5-corte de  $\tilde{C}_i$  va asociado a la complejidad del cálculo de teselaciones de Voronoi, el cual varía en espacios de tres dimensiones entre  $O(n^2)$  y  $O(n \log n)$  dependiendo del número de prototipos, según el algoritmo [153].

Las Figuras 14a y 15a muestran el resultado de este paso para una colección de prototipos en 2D y otra en 3D respectivamente, donde se ha destacado la celda de Voronoi  $V^i$  correspondiente al prototipo positivo  $r^i$ .

### 3.3.2.3 Obteniendo el núcleo y el soporte de $\tilde{C}_i$

Calcularemos los volúmenes correspondientes al núcleo y el soporte de  $\tilde{C}_i$ , respectivamente  $V_i^i$  y  $V_q^i$ , mediante sendos escalados de  $V^i$  centrados en  $r^i$ , como sigue:

Sea  $P$  un poliedro. Notaremos el escalado uniforme de  $P$  respecto al punto  $\mathbf{o} = [o_1, o_2, o_3]$  con factor de escala  $\mathbf{k} = [k_1, k_2, k_3]$  como

$\hat{P} = \Delta^{o,k}(P)$ . Para cada punto  $\mathbf{v} \in P$ , el correspondiente punto en el escalado  $\hat{\mathbf{v}} \in \hat{P}$  se calcula como  $[\hat{\mathbf{v}}, 1] = [\mathbf{v}, 1] \cdot \mathbf{K}$ , donde

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 & 0 \\ (1 - k_1)o_1 & (1 - k_2)o_2 & (1 - k_3)o_3 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Los volúmenes  $V_1^i$  y  $V_q^i$  se obtienen mediante sendos escalados  $V_1^i = \Delta^{r^i, k_\lambda}(V^i)$ , donde  $k_\lambda = [\lambda, \lambda, \lambda]$  con  $\lambda \in [0, 1]$ , y  $V_q^i = \Delta^{r^i, k_{\lambda'}}(V^i)$ , donde  $k_{\lambda'} = [\lambda', \lambda', \lambda']$  con  $\lambda' \in [1, 2]$ .

Se ha impuesto la condición  $1 \leq \lambda + \lambda' \leq 2$  ya que en caso contrario, el soporte de  $\tilde{C}$  tendría intersección no vacía con el núcleo de las regiones negativas usando el mismo valor de escalado  $\lambda$ . Así,  $\lambda \in [0, 1]$  puesto que el núcleo está incluido en el 0.5-corte y  $\lambda' \in [1, 2]$  puesto que el 0.5-corte está incluido en el soporte. La Figura 16 ilustra gráficamente la influencia de los parámetros  $\lambda$  y  $\lambda'$ , mostrándose el caso  $\lambda + \lambda' = 2$ .

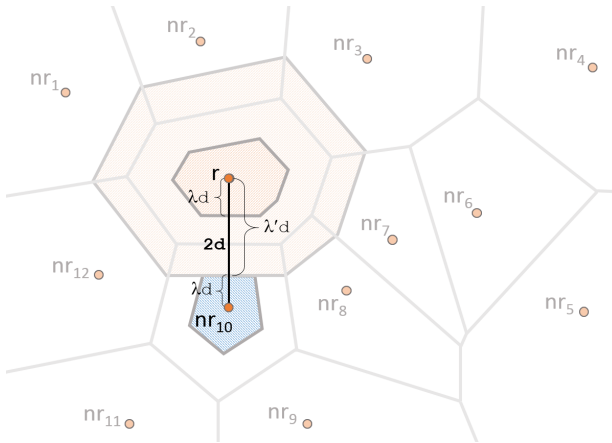


Figura 16: Ilustración en dos dimensiones del rol de los parámetros  $\lambda$  y  $\lambda'$  en la definición del soporte y núcleo de modelos difusos. En este ejemplo,  $\lambda = 0.5$  y  $\lambda' = 1.5$ . Obsérvese que el soporte de  $r$  y el núcleo de  $nr_{10}$  no se solapan porque  $\lambda + \lambda' = 2$ . Sin embargo, si  $\lambda + \lambda' > 2$  ambos se solaparían. De forma análoga ocurre con el resto de prototipos.

Las Figuras 14b y 15b muestran el núcleo usando  $\lambda = 0.5$  de los ejemplos mencionados anteriormente en 2D y 3D, respectivamente, mientras que las Figuras 14c y 15c muestran el soporte con  $\lambda = 1.5$  en 2D y 3D, respectivamente.



### 3.3.2.4 Obteniendo cualquier $\alpha$ -corte de $\tilde{C}_i$

En las secciones 3.3.2.2 y 3.3.2.3 se muestra el cálculo de las volúmenes correspondientes al 0.5-corte, al núcleo y al soporte del color difuso  $\tilde{C}_i$ , respectivamente. De forma análoga se puede obtener el volumen  $V_j^i$  correspondiente a cualquier otro  $\alpha$ -corte que queramos especificar de  $\tilde{C}_i$  mediante un escalado de  $V^i$  considerando factores de escalado con valores entre  $\lambda$  y  $\lambda'$ , donde para un cierto  $\alpha$ -corte, el parámetro de escalado  $\lambda^\alpha$  ha de satisfacer que  $\lambda^1 = \lambda$ ,  $\lambda^{0.5} = 1$ , y  $\lambda \leq \lambda^\alpha \leq \lambda^\beta \leq \lambda'$   $\forall \alpha > \beta$ .

Los volúmenes obtenidos mediante estos escalados van a constituir el conjunto de poliedros  $\mathcal{V}_{\tilde{C}_i} = \{V_1^i, \dots, V_q^i\}$  con  $q \geq 2$  y  $V_j^i \subset V_{j+1}^i$   $\forall 1 \leq j \leq q-1$  correspondientes a ciertos  $\alpha$ -cortes y al soporte del conjunto difuso. Como veremos en el siguiente apartado, la función de pertenencia se obtendrá mediante interpolación lineal entre las caras que limitan los politopos.

El número de politopos necesarios depende de la forma que se estime más conveniente para la función de pertenencia. Si  $q = 2$ , es decir, solo consideramos los politopos que definen la frontera del núcleo y del soporte, tendremos una función de pertenencia lineal entre las caras correspondientes de ambos politopos. Como veremos, este tipo de función es a la vez simple y eficaz para el modelado difuso. Pueden definirse aproximaciones a funciones más complejas mediante la inclusión de más politopos mediante escalado.

### 3.3.2.5 Obteniendo $\tilde{C}_i$ mediante interpolación lineal

Sea  $\tilde{C}_i$  con prototipo  $\mathbf{r}^i$ , sea  $\Omega_{\tilde{C}_i} = \{\alpha_1, \dots, \alpha_q\} \subset [0, 1]$ , con  $q \geq 2$  y  $1 = \alpha_1 > \alpha_2 > \dots > \alpha_q = 0$  un conjunto de niveles, y sea  $\mathcal{V}_{\tilde{C}_i} = \{V_1^i, \dots, V_q^i\}$  con  $q \geq 2$  y  $V_j \subset V_{j+1}$   $\forall 1 \leq j \leq q-1$  un conjunto de volúmenes correspondientes a los  $\alpha_j$ -cortes de  $\tilde{C}_i$  con  $\alpha_j \in \Omega_{\tilde{C}_i} \setminus \{\alpha_q\}$ , más su soporte dado por  $V_q^i$ . Sea  $S_j^i$   $\forall 1 \leq j < q$  la superficie que delimita el volumen  $V_j^i$  de  $\mathcal{V}_{\tilde{C}_i}$ . Definimos la función de pertenencia de  $\tilde{C}_i$  como:

$$\tilde{C}_i(\mathbf{c}) = f(\mathbf{c}; \mathbf{r}^i, \mathcal{V}_{\tilde{C}_i}, \Omega_{\tilde{C}_i}) \quad (3.3)$$

para todo color preciso  $\mathbf{c}$ , donde

$$f(\mathbf{r}^i; \mathbf{r}^i, \mathcal{V}_{\tilde{C}_i}, \Omega_{\tilde{C}_i}) = 1 \quad (3.4)$$

y

$$f(\mathbf{c}; \mathbf{r}^i, \mathcal{V}_{\tilde{C}_i}, \Omega_{\tilde{C}_i}) = \alpha_j \in \Omega_{\tilde{C}_i} \quad \forall \mathbf{c} \in S_j^i \quad (3.5)$$

y para el resto de colores precisos se determina mediante interpolación lineal en el segmento de longitud infinita con origen en  $\mathbf{r}^i$  y que pasa por  $\mathbf{c}$ , al que llamaremos  $\mathbf{r}^i\mathbf{c}+$ , como sigue: sea  $S_j^i \cap \mathbf{r}^i\mathbf{c}+ = \{\mathbf{s}_j\}$  (punto de intersección entre la superficie  $S_j^i$  y el segmento  $\mathbf{r}^i\mathbf{c}+$ ). Sea  $d(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  la distancia euclídea entre los colores precisos  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$ . Entonces:

- Si  $d(\mathbf{r}^i, \mathbf{c}) \leq d(\mathbf{r}^i, \mathbf{s}_1)$  entonces<sup>5</sup>

$$f(\mathbf{c}; \mathbf{r}^i, \mathcal{V}_{\tilde{C}_i}, \Omega_{\tilde{C}_i}) = 1 \quad (3.6)$$

- Si  $d(\mathbf{r}^i, \mathbf{c}) \geq d(\mathbf{r}^i, \mathbf{s}_q)$  entonces<sup>6</sup>

$$f(\mathbf{c}; \mathbf{r}^i, \mathcal{V}_{\tilde{C}_i}, \Omega_{\tilde{C}_i}) = 0 \quad (3.7)$$

- Si  $d(\mathbf{r}^i, \mathbf{s}_j) \leq d(\mathbf{r}^i, \mathbf{c}) \leq d(\mathbf{r}^i, \mathbf{s}_{j+1})$  con  $1 \leq j \leq q-1$  entonces<sup>7</sup>

$$f(\mathbf{c}; \mathbf{r}^i, \mathcal{V}_{\tilde{C}_i}, \Omega_{\tilde{C}_i}) = \alpha_{j+1} + (\alpha_j - \alpha_{j+1}) \left( \frac{d(\mathbf{r}^i, \mathbf{s}_{j+1}) - d(\mathbf{r}^i, \mathbf{c})}{d(\mathbf{r}^i, \mathbf{s}_{j+1}) - d(\mathbf{r}^i, \mathbf{s}_j)} \right) \quad (3.8)$$

Es importante constatar que el cálculo de líneas, intersecciones con líneas y/o planos, y distancias es muy eficiente desde el punto de vista computacional.

La Figura 17 muestra tres ejemplos en  $\mathbb{R}^2$  de la función de pertenencia de un modelo difuso cuyo representante es  $\mathbf{r}^i$  en distintas direcciones del espacio, correspondientes a segmentos  $\mathbf{r}^i\mathbf{c}+$  para distintos colores precisos  $\mathbf{c}$ , mediante la función por partes definida en las ecuaciones 3.3-3.8. En este ejemplo se han considerado  $\mathcal{V} = \{V_1, V_2, V_3\}$ , correspondientes al núcleo, 0.5-corte y soporte, respectivamente. Por tanto,  $\Omega = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$ ,  $\alpha_1 = 1$ ,  $\alpha_2 = 0.5$  y  $\alpha_3 = 0$ , utilizando  $\lambda = 0.5$  y  $\lambda' = 1.5$ . Nótese que en este ejemplo, por los parámetros  $\lambda$  y  $\lambda'$  empleados, la interpolación es lineal entre las superficies que delimitan el núcleo y el soporte.

Es importante destacar que en el caso 3D, a pesar de que se opera sobre vectores tridimensionales que representan colores precisos en RGB, y de que los polítopos son poliedros en lugar de polígonos, las ecuaciones a emplear serían las mismas propuestas para el caso 2D, puesto que la interpolación se realiza sobre un segmento unidimensional.

5 Punto dentro del núcleo

6 Punto fuera del soporte

7 Punto entre  $S_j$  y  $S_{j+1}$

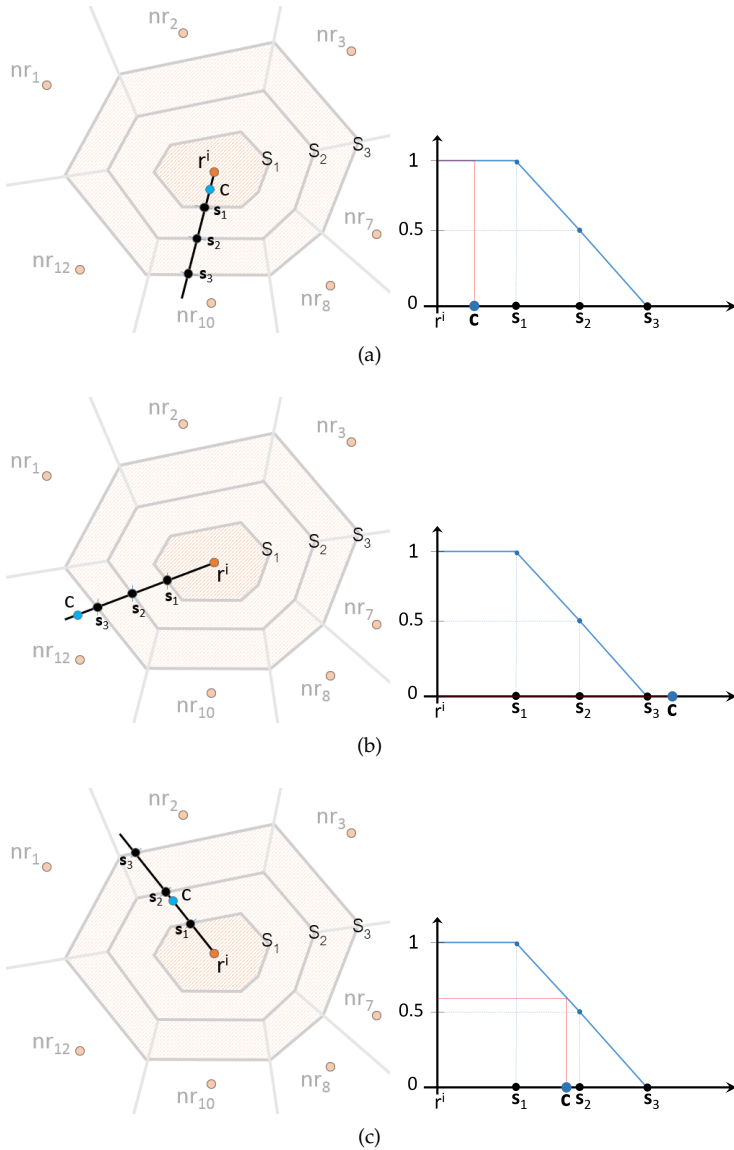


Figura 17: Ejemplo bidimensional del cálculo del grado de pertenencia de un vector  $c$  a un modelo difuso  $\tilde{C}_i$  cuyo representativo es  $r^i$ . En este ejemplo se han considerado  $\mathcal{V} = \{V_1, V_2, V_3\}$  con  $\Omega = \{1, 0.5, 0\}$  utilizando  $\lambda = 0.5$  y  $\lambda' = 1.5$ . (a) Ejemplo donde es de aplicación la ecuación 3.6, (b) Ejemplo donde es de aplicación la ecuación 3.7 y (c) Ejemplo donde es de aplicación la ecuación 3.8.

### 3.4 RELACIÓN ENTRE PARÁMETROS Y PROPIEDADES

En este apartado analizamos la relación existente entre los valores de los distintos parámetros utilizados en nuestra metodología y las tipologías de espacio de color difuso propuestas en la sección 3.2. Concretamente, es posible obtener distintos tipos de espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}$  en función del uso de los prototipos positivos  $R_{\Gamma}^{+}$  y negativos  $R_{\Gamma}^{-}$  y de los factores de escalado  $\lambda$  y  $\lambda'$ . Así, dado  $R_{\Gamma}^{+} = \{r^1, \dots, r^m\}$ ,  $R_{\Gamma}^{-} = \cup_{i=1}^m R_{\Gamma}^{-}$  y  $1 \leq \lambda + \lambda' \leq 2$ , podemos destacar los siguientes resultados:

**Proposición 3.4.1** *Sea  $R_{\Gamma}^{+} \setminus \{r^i\} \subseteq R_{\Gamma}^{-} \forall 1 \leq i \leq m$ . Entonces  $\tilde{\Gamma}$  es un espacio disjunto.*

**Demostración 3.4.1.1** *Inmediato ya que  $1 \leq \lambda + \lambda' \leq 2$  implica que la intersección del núcleo de un color difuso y los núcleos de los colores difusos correspondientes a los prototipos negativos es vacía.*

La proposición 3.4.1 nos permite obtener espacios de color difuso que representan conceptos de color con carácter disjunto. Así, las categorías de color representadas en este tipo de espacios son discriminativas, lo cual quiere decir que representan conceptos de color fundamentalmente excluyentes (lo cual no impide que puedan tener fronteras difusas con otros colores).

**Proposición 3.4.2** *Sea  $R_{\Gamma}^{-} \subseteq R_{\Gamma}^{+} \setminus \{r^i\} \forall 1 \leq i \leq m$ . Entonces  $\tilde{\Gamma}$  es un espacio con cubrimiento.*

**Demostración 3.4.2.1** *Inmediato puesto que todos los prototipos negativos son también prototipos positivos, por lo que no existirá ningún subconjunto del espacio que tenga grado de pertenencia cero a todos los colores difusos.*

La proposición 3.4.2 nos permite obtener espacios de color difuso que garantizan que todo estímulo de color está representado al menos por una categoría de color con grado mayor que 0.

**Proposición 3.4.3** *Sea  $R_{\Gamma}^{-} = R_{\Gamma}^{+} \setminus \{r^i\} \forall 1 \leq i \leq m$ . Entonces  $\tilde{\Gamma}$  es un espacio partición.*

**Demostración 3.4.3.1** *Inmediato por las proposiciones 3.4.1 y 3.4.2.*

La proposición 3.4.3 nos permite obtener un espacio de color difuso especificando solamente el conjunto de prototipos positivos, siendo éste el conjunto de categorías de color que se pueden representar en un espacio partición. Por ejemplo, este es el caso más utilizado en la literatura para definir las categorías básicas de color de Berlin y Kay [21].

## 3.5 RESULTADOS

En esta sección se ilustra nuestra metodología a través de la construcción de varios espacios de color difuso, considerando las distintas tipologías propuestas en la sección 3.2, en base al espacio conceptual compuesto del espacio de color RGB y la distancia euclídea. Además, de cara a ilustrar la bondad de los espacios de color para modelar categorías de color, se mostrarán correspondencias entre colores precisos y colores difusos mediante mapeos de píxeles en imágenes.

En la sección 3.5.1 se presentan ejemplos de espacios de color disjuntos y con cubrimiento, en la sección 3.5.2 ejemplos de espacios de color disjuntos y sin cubrimiento, en la sección 3.5.3 ejemplos de espacios de color no disjuntos y finalmente en la sección 3.5.4 se analiza la bondad de los distintos espacios de color propuestos en esta Tesis en base a evaluaciones subjetivas aportadas por usuarios sobre el modelado del color.

### 3.5.1 Espacios de color partición

En esta sección se ilustra la creación de espacios de color difuso *partición* (es decir, *disjuntos* y *con cubrimiento*). Para ello, partimos de un conjunto  $R_{\Gamma}^{+} = \{\mathbf{r}^1, \dots, \mathbf{r}^m\}$  de prototipos positivos representativos de distintas categorías de color, y de un conjunto  $R_{\Gamma}^{-} = \bigcup_{i=1}^m R_i^{-}$  de prototipos negativos donde, para cada color, el conjunto  $R_i^{-}$  se define como  $R_i^{-} = R_{\Gamma}^{+} \setminus \{\mathbf{r}^i\} \forall 1 \leq i \leq m$ . Es decir, el conjunto de prototipos negativos está formado por el conjunto de prototipos positivos del resto de colores, por lo que no existirá ningún subconjunto del espacio con grado de pertenencia 0 a todos los colores difusos, garantizándose así el cubrimiento del espacio (véase la proposición 3.4.3).

En los siguientes apartados se ilustrará la metodología de construcción de este tipo de espacios con dos ejemplos, uno basado en el sistema de nombrado de color ISCC-NBS (sección 3.5.1.1) y otro basado en un espacio de color para un problema específico, concretamente colores asociados a frutas (sección 3.5.1.2).

#### 3.5.1.1 Ejemplo 1. Espacios de color difuso basados en el sistema ISCC-NBS

En este apartado se va a considerar como conjunto de prototipos positivos  $R_{\Gamma}^{+} = \{\mathbf{r}^1, \dots, \mathbf{r}^m\}$  el formado por aquellos valores centrales que proporciona el sistema ISCC-NBS. El ISCC-NBS es un sistema de nombrado de colores (basado en el trabajo de Berlin y Kay [21]),

compuesto de un conjunto de 13 términos básicos de color y un pequeño conjunto de modificadores adjetivos de color. Consta de varios niveles de descripción recogidos en el Lenguaje Universal del Color [136], y propone conjuntos de nombres de color y sus valores centrales (apéndice A):

- Conjunto Básico: 13 nombres de color correspondientes a términos básicos de color (rosa, rojo, naranja, amarillo, marrón, oliva, verde-amarillo, verde, azul y púrpura), y a tres acromáticos (blanco, gris y negro)<sup>8</sup>.
- Conjunto Extendido: 31 nombres de color correspondientes a los del conjunto básico y combinaciones de ellos (azul verdoso, naranja rojizo, etc.).
- Conjunto Completo: 267 nombres de color obtenidos a partir de los colores del conjunto extendido añadiendo cinco modificadores de tono para el brillo (muy claro, claro, medio, oscuro y muy oscuro) y cuatro adjetivos para la saturación (grisáceo, moderado, fuerte y vivo). También se añaden tres términos sustituyendo combinaciones de saturación y brillo (pálido para grisáceo claro, brillante para fuerte claro, y profundo para fuerte oscuro). Estos nombres de color se representan en el *Lenguaje Universal del Color* Nivel 3 del sistema ISCC-NBS.

En los siguientes apartados se presentan ejemplos de la metodología de construcción de espacios de color difuso (sección 3.3.2) así como ejemplos ilustrativos de la correspondencia entre colores precisos y colores difusos según los espacios de color difuso.

#### *Ilustración de la metodología de construcción de espacios de color difuso*

Para obtener la función de pertenencia de los distintos colores difusos se han considerado tres volúmenes ( $\mathcal{V} = \{V_1, V_2, V_3\}$  con  $\Omega = \{1, 0.5, 0\}$ ) y, a fin de ejemplificar y simplificar la visualización del proceso de construcción, sólo se muestra el espacio de color difuso compuesto por los 13 colores del conjunto básico del ISCC-NBS. Para el resto de espacios de color ( $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-extendido}}$  y  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-completo}}$ ) el proceso de construcción es análogo y puede consultarse en la url <http://www.uco.es/semanticolor/Tesis/?c=C3>.

<sup>8</sup> El conjunto básico que contempla el ISCC-NBS consta de 13 colores nombrados en inglés aunque según el estudio pionero de Berlin y Kay, tanto el inglés como el español contemplan 11 colores como básicos.

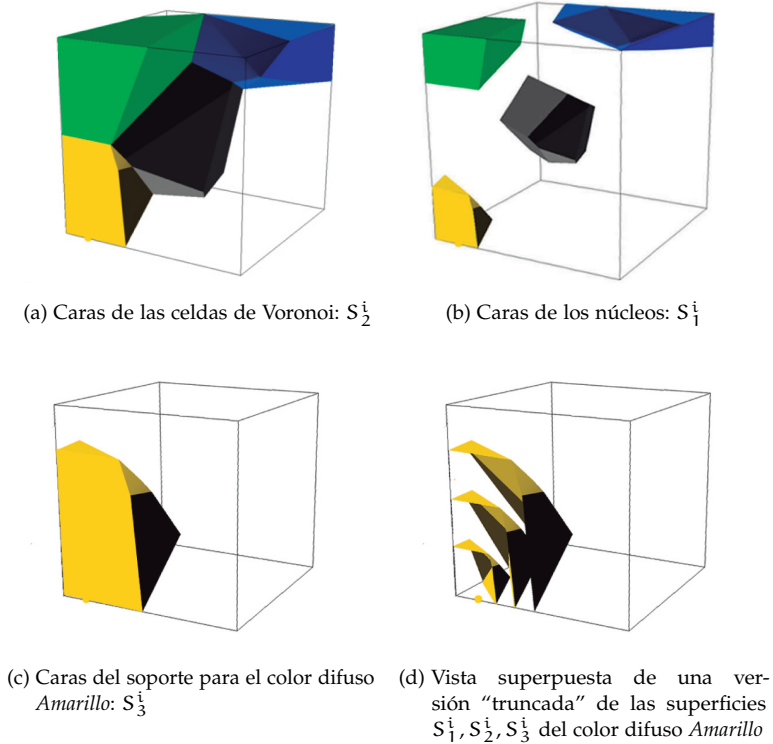


Figura 18: Superficies asociadas a los colores difusos *Amarillo*, *Azul*, *Verde* y *Gris* del espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ .

La Figura 18 muestra las superficies asociadas a los colores difusos *Amarillo*, *Azul*, *Verde* y *Gris* del espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$  (por falta de claridad en la visualización, no se han mostrado todos los colores difusos del espacio  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ , aunque pueden visualizarse mediante la aplicación mencionada en el apéndice C accesible en <http://www.uco.es/semanticolor/Tesis/?c=C9>). Los prototipos positivos para cada uno de estos colores (proporcionados en RGB) son  $\mathbf{r}^{amarillo} = [254, 220, 1]$ ,  $\mathbf{r}^{azul} = [1, 90, 200]$ ,  $\mathbf{r}^{verde} = [1, 220, 30]$  y  $\mathbf{r}^{gris} = [132, 132, 132]$ , respectivamente.

La Figura 18a muestra las superficies  $S_2^i$  (las caras de las celdas de Voronoi) asociadas a estos colores. A partir de  $S_2^i$  se obtienen  $S_1^i$  (las caras de los núcleos) mediante un escalado uniforme con el factor de escala 0.5 (Figura 18b). De la misma forma se obtienen  $S_3^i$  (las caras

de los soportes) pero en este caso mediante un escalado uniforme con factor de escala 1.5. Por simplificar y para favorecer la visualización solo se han mostrado para el color difuso *Amarillo* (Figura 18c). Además en la Figura 18d se muestra una vista de una versión “truncada” para este último color difuso (*Amarillo*), donde se han eliminado las caras del cubo RGB para visualizar mejor las distintas superficies escaladas de la versión de la celda de Voronoi.

#### *Correspondencia entre colores precisos y colores difusos*

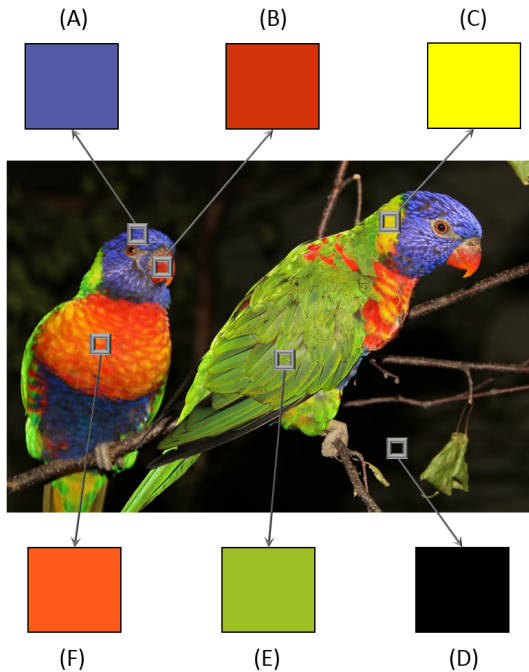
Se han obtenido descripciones en términos de colores difusos y sus correspondientes grados de pertenencia de algunos colores presentes en una imagen real (Figura 19a)<sup>9</sup>. Se han seleccionado colores precisos de la imagen, y se ha comprobado que la descripción semántica de cada color preciso en términos de colores difusos concuerda con la descripción que realizaría un ser humano. La Figura 19a muestra los seis colores seleccionados, calculados como la mediana de las regiones marcadas en la imagen.

En la tabla de la Figura 19 se muestra el grado de correspondencia de cada color de las regiones de la Figura 19a con los colores difusos de los tres espacios de color difuso definidos anteriormente. Como se puede observar en la tabla de la Figura 19, los términos lingüísticos y los correspondientes grados que se describen son, en nuestra opinión, razonablemente acordes a la intuición humana.

Es interesante destacar que en la descripción de los colores (A) y (B) usando el espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ , los grados de pertenencia a los colores difusos *Púrpura*, *Azul* y *Gris* para (A) y *Rojo* y *Naranja* para (B), se obtienen por separado, (concretamente *Púrpura* con grado 0.55, *Azul* con grado 0.44 y *Gris* con grado muy pequeño para (A) y *Rojo* con grado 0.61 y *Naranja* con grado 0.39 para (B)). Esto es debido a que el espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$  está formado por pocos colores y no incluye definiciones para conceptos de color del tipo *azul-púrpura* o *naranja-rojizo*. Sin embargo, con los espacios de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-extendido}$  y  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-completo}$ , compuestos por más colores y más específicos, sí contemplan definiciones del tipo *azul-púrpura* y *naranja-rojizo* correspondientes al color (A) (concretamente la descripción es 1.0/*Azul Purpúreo* en el  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-extendido}$  y 1.0/*Azul Purpúreo Fuerte* en el  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-completo}$ ) y (B) (1.0/*Naranja Rojizo* en el  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-extendido}$  y 1.0/*Naranja Rojizo Vivo* en el  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-completo}$ ), respectivamente.

9 La imagen “loros” puede descargarse en <http://www.uco.es/semanticolor/Tesis/?c=C3>





(a) Información del color medio de un pixel de las regiones (A)-(F)

Región	Valor RGB	$\tilde{\Gamma}_{ISCC}$ -básico (13 colores)	$\tilde{\Gamma}_{ISCC}$ -extendido (31 colores)	$\tilde{\Gamma}_{ISCC}$ -completo (267 colores)
<b>A</b>	[84, 90, 167]	0.55 / Púrpura 0.44 / Azul 0.12 / Gris	1.0 / Azul Purpúreo	1.0 / Azul Purpúreo Fuerte
<b>B</b>	[209, 52, 9]	0.61 / Rojo 0.39 / Naranja	1.0 / Naranja Rojizo	1.0 / Naranja Rojizo Vivo
<b>C</b>	[254, 250, 2]	1.0 / Amarillo	1.0 / Amarillo Verdoso	1.0 / Amarillo Verdoso Vivo
<b>D</b>	[1, 2, 1]	1.0 / Negro	1.0 / Negro	1.0 / Negro
<b>E</b>	[142, 193, 0]	1.0 / Verde-amarillo	1.0 / Verde-amarillo	1.0 / Verde-amarillo Fuerte
<b>F</b>	[255, 91, 24]	1.0 / Naranja	0.67 / Naranja Rojizo 0.33 / Naranja	0.67 / Naranja Rojizo Vivo 0.33 / Naranja Vivo

(b) Grado de pertenencia y etiqueta correspondiente a los colores medios de las regiones (A)-(F) para cada espacio de color difuso

Figura 19: Grado de correspondencia del color de las regiones (A)-(F) de la imagen "Loros" con colores difusos de los espacios de color  $\tilde{\Gamma}_{ISCC}$ -básico,  $\tilde{\Gamma}_{ISCC}$ -extendido y  $\tilde{\Gamma}_{ISCC}$ -completo.

Lo contrario ocurre con el color (F) que en base al espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$  se describe con una sola etiqueta lingüística (perteneciente al núcleo del color difuso *Naranja*), mientras que con los espacios de color  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-extendido}$  e  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-completo}$  se describe con varias etiquetas. Todos los espacios coinciden en que la etiqueta que mejor corresponde al color (F) es *Naranja*, pero cada espacio la define de diferentes formas. El espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$  con la etiqueta *1.0/Naranja*, el espacio  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-extendido}$  refina la descripción del color dada por  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$  mediante *0.67/Naranja Rojizo* y *0.33/Naranja* y el espacio  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-completo}$  refina aún más la descripción con el adjetivo *vivo* (*0.67/Naranja Rojizo Vivo* y *0.33/Naranja Vivo*). En el caso de los colores (C) y (E), los tres espacios de color  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ ,  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-extendido}$  y  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-completo}$  coinciden con la descripción (una sola etiqueta), mientras que en el espacio  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-completo}$  se describen con más detalle mediante el adjetivo *vivo*. Por último, todos los espacios de color dan la misma descripción para el color (D) (*1.0/Negro*), aunque es importante destacar que el color difuso *Negro* se define de forma diferente en los tres espacios.

### Mapeos

Con el fin de ilustrar visualmente la correspondencia entre colores precisos y colores difusos en imágenes, se ha realizado un mapeo de los píxeles de distintas imágenes a los correspondientes colores difusos del espacio de color  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ . Para calcular este mapeo, se ha calculado el grado de pertenencia del color de cada píxel de la imagen a los colores difusos de  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ . Dicho grado, comprendido entre 0 y 1, se ha mapeado en un nivel de gris entre 0 y 255 para poder ser mostrado en la imagen. De esta forma, la imagen "mapeada" representa el grado de pertenencia de cada píxel al color difuso que se está mapeando, donde blanco indica máxima pertenencia, mientras que negro indica pertenencia 0 al color difuso.

Las Figuras 20, 21 y 22 muestran ejemplos de los mapeos descritos anteriormente. Para cada color difuso  $\tilde{C}_i$  se muestran dos imágenes, una en niveles de gris donde el grado de pertenencia del color de cada píxel con  $\tilde{C}_i$  se ha mapeado en un nivel de gris entre 0 y 255, y su versión en color (calculada multiplicando el color representativo  $\mathbf{r}^i$  por el correspondiente grado a  $\tilde{C}_i$ ). Con esta operación de mapeo, la correspondencia de las imágenes a los colores difusos se representa visualmente pudiéndose observar el carácter difuso del color, puesto que los bordes entre regiones no están claramente definidos. Asimismo, con este mapeo se pueden resaltar en una imagen aquellas regiones correspondientes a un concepto de color y, en nuestra opinión, la correspondencia es equivalente a lo que un humano esperaría.

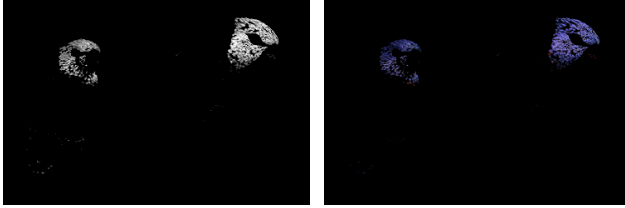
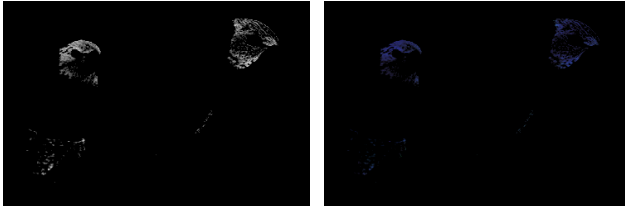
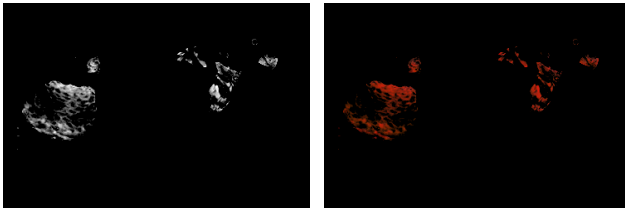
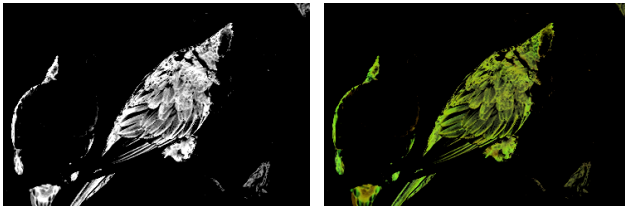
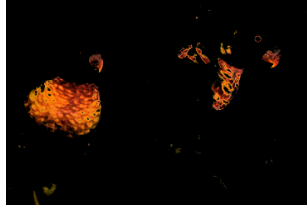
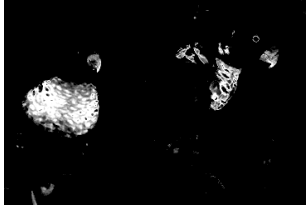
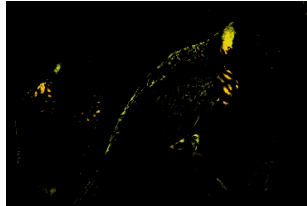
(a) Mapeo al *Púrpura* en  $\tilde{\Gamma}_{ISCC}$ -básico(b) Mapeo al *Azul* en  $\tilde{\Gamma}_{ISCC}$ -básico(c) Mapeo al *Rojo* en  $\tilde{\Gamma}_{ISCC}$ -básico(d) Mapeo al *Verde-Amarillo* en  $\tilde{\Gamma}_{ISCC}$ -básico

Figura 20: Mapeos a los colores difusos del espacio de color  $\tilde{\Gamma}_{ISCC}$ -básico que aparecen en la imagen 19a (I/II).



(a) Mapeo al *Naranja* en  $\tilde{\Gamma}_{ISCC}$ -básico



(b) Mapeo al *Amarillo* en  $\tilde{\Gamma}_{ISCC}$ -básico



(c) Mapeo al *Gris* en  $\tilde{\Gamma}_{ISCC}$ -básico



(d) Mapeo al *Negro* en  $\tilde{\Gamma}_{ISCC}$ -básico

Figura 21: Mapeos a los colores difusos del espacio de color  $\tilde{\Gamma}_{ISCC}$ -básico que aparecen en la imagen 19a (II/II).

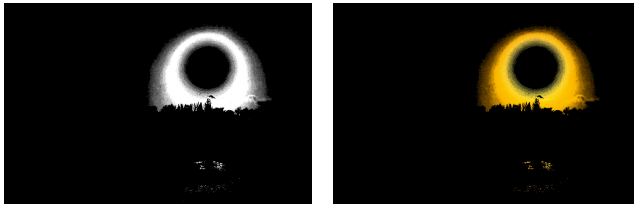
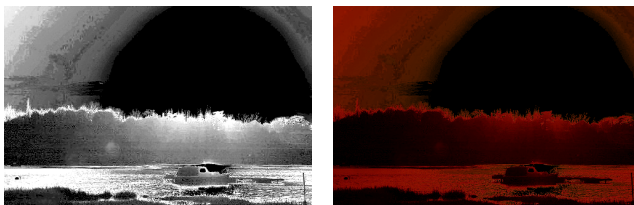
(a) Mapeo al *Blanco* en  $\tilde{\Gamma}_{ISCC}$ -básico(b) Mapeo al *Amarillo* en  $\tilde{\Gamma}_{ISCC}$ -básico(c) Mapeo al *Naranja* en  $\tilde{\Gamma}_{ISCC}$ -básico(d) Mapeo al *Marrón* en  $\tilde{\Gamma}_{ISCC}$ -básico

Figura 22: Mapeos a algunos colores difusos del espacio de color  $\tilde{\Gamma}_{ISCC}$ -básico de la imagen.

### 3.5.1.2 Ejemplo 2. Espacio de color difuso de dominio específico. Frutas

En esta sección se muestra la creación de un espacio de color difuso de dominio específico, concretamente un espacio compuesto de colores asociados a algunos nombres de frutas. Para ello se ha realizado un experimento consistente en recopilar datos de usuarios respecto a prototipos positivos y negativos de colores asociados a frutas. Concretamente, los usuarios seleccionan de distintas imágenes aquellos colores que consideran que son de un color asociado a frutas y le asignan libremente un nombre de color. Las imágenes que se le muestran a los usuarios contienen ejemplos de frutas, con distintas iluminaciones, saturaciones, etc. para que el usuario tenga variedad en la selección de píxeles que considere que son representativos del concepto de color que quiere modelar. En el apéndice B se detalla el experimento realizado.

Al igual que en el apartado anterior, se ilustrará la metodología de construcción del espacio de color, así como ejemplos de correspondencia de píxeles a colores difusos en imágenes.

*Ilustración de la metodología de construcción del espacio específico.*

En este ejemplo, se ilustra la creación del espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$ , considerando  $\mathbb{R}_r^+ = \{\mathbf{r}^1, \dots, \mathbf{r}^9\}$  donde cada  $\mathbf{r}^i$  es un valor resultado de la agregación de los datos proporcionados por los 30 usuarios que realizaron el experimento (Apéndice B), resultando las siguientes etiquetas correspondientes a nombres de color asociados a frutas:  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1 = \{\text{plátano}, \text{mora}, \text{verde manzana}, \text{limón}, \text{naranja}, \text{ciruela}, \text{frambuesa}, \text{rojo manzana}, \text{fresa}\}$ .

La Figura 23 muestra los prototipos positivos del espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$  así como algunas de las superficies asociadas a colores difusos. Al igual que en el apartado anterior, para una mejor visualización de las superficies, se han introducido imágenes donde se han eliminado las partes de los volúmenes correspondientes a caras del cubo  $RGB$ , y no se han mostrado todos los colores difusos del espacio  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$ . Concretamente, se muestran las superficies asociadas a los colores difusos *plátano*, *naranja*, *fresa* y *rojo manzana* del espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$ . Los prototipos positivos para cada uno de esos colores son  $\mathbf{r}^{\text{plátano}} = [254, 213, 0]$ ,  $\mathbf{r}^{\text{naranja}} = [255, 115, 1]$ ,  $\mathbf{r}^{\text{fresa}} = [204, 12, 11]$ , y  $\mathbf{r}^{\text{rojo manzana}} = [162, 29, 34]$ , respectivamente.

La Figura 23b muestra las superficies  $S_2^i$  (las caras de las celdas de Voronoi) asociadas a estos colores. A partir de  $S_2^i$  se obtienen  $S_1^i$  (las caras del núcleo) mediante un escalado uniforme con el factor de escala 0.5 (Figura 23c). De la misma forma se obtienen  $S_3^i$  (las caras del soporte) mediante un escalado uniforme con factor de escala 1.5. En este caso solo se ha mostrado para el color difuso *naranja* (Figura 18d) mediante una vista de una versión “truncada”.

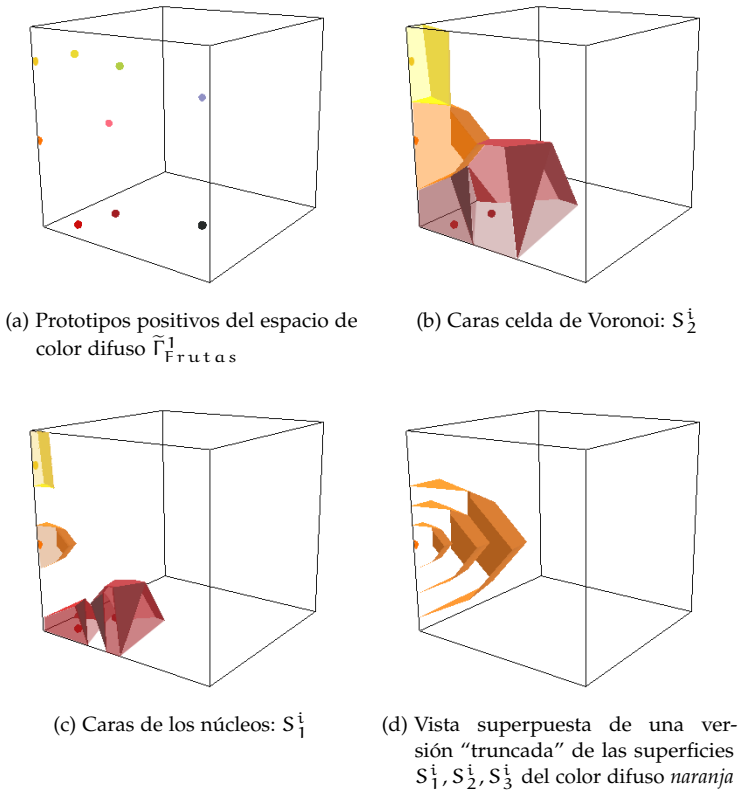


Figura 23: Superficies asociadas a los colores difusos *plátano, naranja, fresa y rojo manzana* del espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$ .

### *Correspondencia entre colores precisos y colores difusos*

En este apartado, al igual que en la sección anterior, se han seleccionado colores en una imagen para los que mostramos su grado de pertenencia a los colores difusos del espacio  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$ .

La imagen utilizada<sup>10</sup> se muestra en la Figura 24a. Contiene distintos tipos de frutas, donde para cada fruta se ha seleccionado un color representativo mediante el color medio de una ventana de 10x10 píxeles. En la tabla de la Figura 24 se muestra el grado de pertenencia de cada color a los colores difusos del espacio  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$ . Es interesante destacar que, según la información aportada por los usuarios, todos los colores se describen correctamente con la etiqueta y el grado de pertenencia adecuado. Sólo en el caso del color (B) encontramos una descripción con dos etiquetas (0.84/*limón* y 0.12/*plátano*), debido a la tipología del espacio. El problema, que se abordará en la sección 3.5.2, es que estamos obteniendo un espacio partición para representar un conjunto de colores difusos en el que algunos no son excluyentes, es decir, tienen núcleos con intersección no vacía, concretamente los colores *limón* y *plátano*, por lo que el resultado no es el esperado.

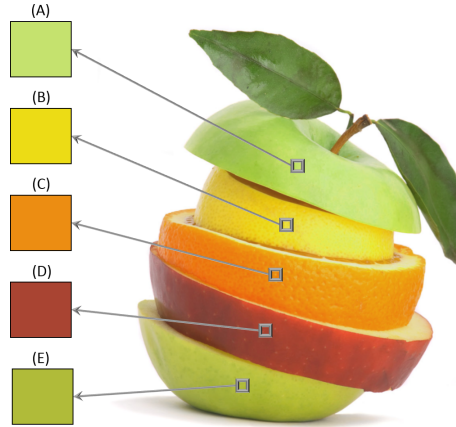
### *Mapeos*

Al igual que en la sección anterior, con el fin de ilustrar visualmente la descripción del color de píxeles en imágenes se ha realizado un mapeo de los píxeles de la imagen de la Figura 24a a los colores difusos del espacio de color  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$ . Los resultados se muestran en la Figura 25. Al igual que en la sección anterior, para cada color difuso del espacio se muestran dos imágenes, una en niveles de gris correspondiente al grado de correspondencia mapeado entre 0 y 255, y otra imagen en color correspondiente al grado de correspondencia mapeado al color representativo del color difuso. Las imágenes “mapeadas” muestran que el modelado de color realizado mediante colores difusos es adecuado al dominio específico de colores asociados a frutas.

En el caso del mapeo al color difuso *rojo manzana*, puede verse que algunos colores precisos de píxeles correspondientes a las hojas tienen grado de correspondencia mayor que 0 con el color difuso *rojo manzana*. Esto es debido a que el espacio de color  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$  es de tipología con cubrimiento y está compuesto de muy pocos colores, por lo que los colores difusos han de cubrir todo el espacio, llegando dos colores precisos muy distintos a tener compatibilidad con un mismo color difuso. Este problema se abordará en la siguiente sección.

10 La imagen “*Frutas-composicion*” puede descargarse en <http://www.uco.es/semanticolor/Tesis/?c=C3>





(a) Información de los colores (A) - (E)

Región	Valor RGB	$\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$ (9 colores)
<b>A</b>	[197, 226, 110]	1.0 / verde manzana
<b>B</b>	[236, 206, 33]	0.84 / limón
		0.12 / plátano
<b>C</b>	[236, 141, 18]	0.91 / naranja
<b>D</b>	[169, 68, 50]	1.0 / rojo manzana
<b>E</b>	[178, 189, 60]	1.0 / verde manzana

(b) Grado de pertenencia y etiqueta correspondiente a los colores (A)-(E) en el espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$ 

Figura 24: Grado de correspondencia de los colores (A)-(E) de la imagen "Frutas-composicion" con colores difusos del espacio de color  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$ .



(a) Mapeo al color *verde manzana* en  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$



(b) Mapeo al color *limón* en  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$



(c) Mapeo al color *naranja* en  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$



(d) Mapeo al color *rojo manzana* en  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$

Figura 25: Mapeos a algunos colores difusos del espacio de color  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$  de la imagen de la Figura 24a.

### 3.5.2 Espacios de color disjuntos y sin cubrimiento

Un espacio de color difuso *con cubrimiento* (definición 3) ha de garantizar que todo color preciso se corresponde al menos con un color difuso. Esto puede provocar, en el caso de que el espacio de color difuso conste de pocos colores difusos, que muchos colores precisos que no deberían corresponder a ningún color del espacio aparezcan dentro del soporte de algunos colores difusos.

Por ejemplo, la Figura 26 muestra una imagen<sup>11</sup> que contiene colores precisos muy diferentes a los representativos de los colores difusos definidos en el espacio de color  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$ . En este ejemplo, las correspondencias de los colores de las regiones (A) y (B) con colores difusos de  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$  no son acordes a la intuición humana. Concretamente, los grados de pertenencia del color de la región (A) son 0.78 / *rojo manzana* y 0.22 / *verde manzana* cuando el color de la región no se corresponde perceptualmente ni con el rojo manzana ni con el verde manzana. Igual ocurre con la región (B), donde el grado de pertenencia es 1.0 / *ciruela*.

Este último ejemplo muestra de nuevo que la tipología de espacio de color difuso debe ser acorde con las características de los colores que pretendemos modelar, puesto que de lo contrario podemos obtener resultados poco intuitivos. En esta sección se va a ilustrar la creación de un espacio de tipología *disjunto* y *sin cubrimiento* para colores de frutas, que permitirá resolver el problema mencionado anteriormente. Para ello, al igual que en la sección anterior, partimos de un conjunto  $R_{\Gamma}^+ = \{\mathbf{r}^1, \dots, \mathbf{r}^m\}$  de prototipos positivos representativos de las distintas categorías de color y, en este caso, de un conjunto de prototipos negativos  $R_{\Gamma}^- = R_{\Gamma}^+ \setminus \{\mathbf{r}^i\} \cup \mathcal{N}_i \quad \forall 1 \leq i \leq m$ , donde  $\mathcal{N}_i$  es un conjunto de prototipos negativos adicional para la categoría  $C_i$ .

El conjunto de prototipos negativos adicional podría obtenerse pidiendo información adicional a los usuarios. Sin embargo, y dado que nuestro objetivo es obtener modelos adecuados a partir de la mínima cantidad de información posible dada por los usuarios, en este ejemplo proponemos una alternativa automática para el aumento del conjunto de prototipos negativos. Concretamente, para cada categoría de color  $C_i$  se propone una forma automática de definir  $\mathcal{N}_i$  mediante un sub-muestreo del espacio preciso, garantizando así que el conjunto de prototipos negativos  $R_{\Gamma}^-$  es lo suficientemente representativo de  $\neg C_i$ . Cuanto más elementos tenga el conjunto  $\mathcal{N}_i$ , más adecuado será  $\neg C_i$  y, por tanto, mejor será el modelado de la categoría de color  $C_i$  mediante el color difuso  $\tilde{C}_i$ .

11 La imagen "cocos" puede descargarse en <http://www.uco.es/semanticolor/Tesis/?c=C6>



(a) Información del color medio de las regiones (A) y (B)

Región	Valor RGB	$\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$ (9 colores)
A	[156, 92, 54]	0.78 / rojo manzana 0.22 / verde manzana
B	[242, 241, 237]	1.0 / ciruela

(b) Grado de pertenencia y etiqueta correspondiente a los colores (A) y (B)

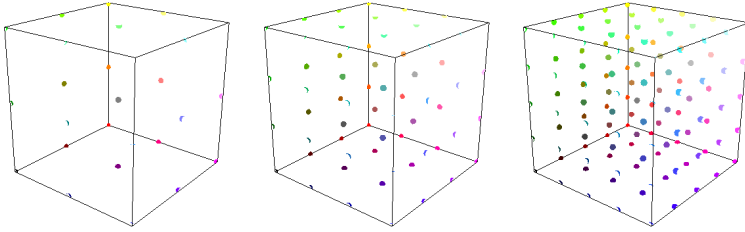
Figura 26: Grado de correspondencia de los colores (A) y (B) de la imagen “Cocos” con colores difusos del espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$ .

Para ello, dado un conjunto  $R_{\Gamma}^+ = \{\mathbf{r}^1, \dots, \mathbf{r}^m\}$  de prototipos positivos de las categorías de color, donde  $\mathbf{r}^i \in R_{\Gamma}^+$  es el representativo de la categoría de color  $C_i$ , y el conjunto  $M^k = \{\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_k\}$  formado por  $k$  puntos distribuidos regularmente a lo largo del espacio preciso, el conjunto de prototipos negativos asociados a la categoría  $C_i$  será  $R_i^- = R_{\Gamma}^+ \setminus \{\mathbf{r}^i\} \cup \mathcal{N}_i$ , donde  $\mathcal{N}_i$  se calcula a partir de un conjunto prefijado  $M^k$  como:

$$\mathcal{N}_i = \{\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_z\} = \{\mathbf{p}_i \in M^k, \text{ tal que } \forall \mathbf{r} \in R_{\Gamma}^+ d(\mathbf{p}_i, \mathbf{r}) > d_k\}$$

donde  $d(\mathbf{p}_i, \mathbf{r})$  es la distancia entre  $\mathbf{p}_i$  y  $\mathbf{r}$ , y  $d_k$  es la distancia mínima entre dos puntos de  $M^k$ .

La Figura 27 muestra un ejemplo gráfico de colores precisos equidistribuidos como resultado de un submuestreo del espacio RGB con 27, 64 y 125 colores, correspondientes a los conjuntos  $M^{27}$ ,  $M^{64}$  y  $M^{125}$ , respectivamente.



(a) Muestreo del espacio RGB a 27 colores.  $\mathcal{M}^{27}$  (b) Muestreo del espacio RGB a 64 colores.  $\mathcal{M}^{64}$  (c) Muestreo del espacio RGB a 125 colores.  $\mathcal{M}^{125}$

Figura 27: Ejemplos de distintos conjuntos  $\mathcal{M}^k$  de colores en RGB.

**3.5.2.1 Ejemplo de espacio disjunto sin cubrimiento.  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^2$**

Para ilustrar este tipo de espacios, se ha definido el espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^2$  (de tipología *sin cubrimiento*), considerando los mismos prototipos positivos del espacio  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$  definido en la sección 3.5.1.2 y un espacio de prototipos negativos aumentado utilizando  $\mathcal{M}^{125}$ .

La Tabla 2 muestra las correspondencias de los colores (A) y (B) del ejemplo anterior con los colores difusos de los espacios  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$  y  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^2$ . En este caso, con el espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^2$  no se muestra ninguna descripción de esos colores puesto que el grado de pertenencia a los colores del espacio es 0, siendo lo que un humano esperaría puesto que los colores (A) y (B) no son compatibles con ninguno de los colores difusos del espacio.

Región	Valor RGB	$\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$ (9 colores)	$\tilde{\Gamma}_{Frutas}^2$ (9 colores)
A	[156, 92, 54]	0.78 / rojo manzana	sin descripción
		0.22 / verde manzana	
B	[242, 241, 237]	1.0 / ciruela	sin descripción

Tabla 2: Grado de correspondencia del color de las regiones (A) y (B) de la imagen de la Figura 26a con colores difusos de los espacios de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$  (con cubrimiento) y  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^2$  (sin cubrimiento).

La Figura 28 ilustra un ejemplo de las superficies del núcleo de los colores difusos *rojo manzana*, *verde manzana* y *ciruela* en los espacios de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$  y  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^2$ . Como se puede observar, los núcleos de los colores difusos en el espacio  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$  están formados por muchos más colores precisos que en el caso del espacio  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^2$  (los volúmenes son más grandes), por consiguiente colores precisos muy distantes del representativo de un color difuso pueden ser compatibles con éste proporcionando resultados no adecuados a lo que se esperaría perceptualmente.

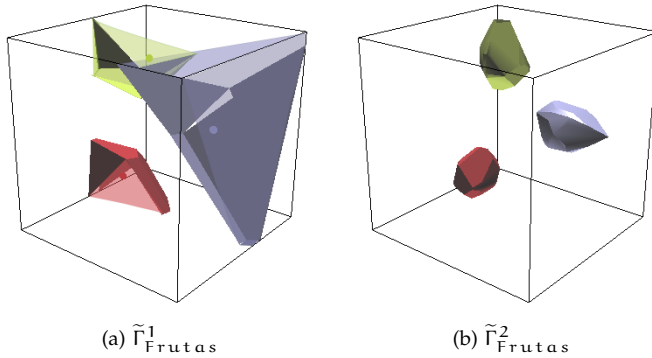
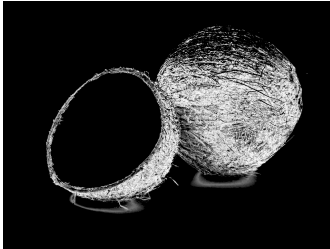
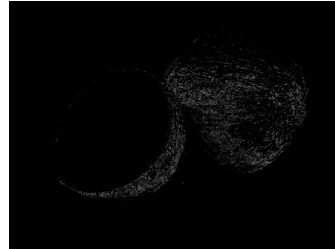


Figura 28: Superficies del núcleo asociadas a los colores difusos *rojo manzana*, *verde manzana* y *ciruela* en los espacios de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$  (con cubrimiento) y  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^2$  (sin cubrimiento).

Por otro lado, la Figura 29 muestra la correspondencia de colores de los píxeles de la imagen 26a con los espacios de color  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$  y  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^2$  mediante mapeos de los grados de pertenencia a niveles de gris. Concretamente las imágenes (a), (c), (e) muestran el mapeo a los colores difusos *rojo manzana*, *verde manzana* y *ciruela* en el espacio de color  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$  y las imágenes (b), (d), (f) en el espacio  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^2$ , respectivamente. Se puede apreciar visualmente que el espacio  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^2$  es una mejor solución.



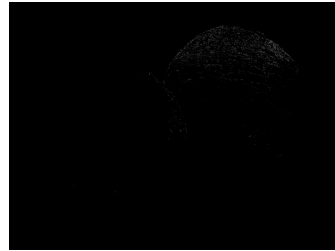
(a) Mapeo al color *rojo manzana* en  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$



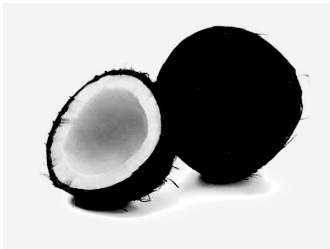
(b) Mapeo al color *rojo manzana* en  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^2$



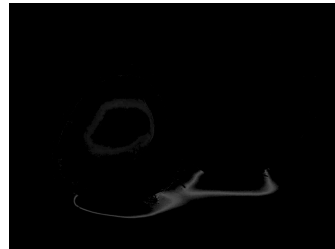
(c) Mapeo al color *verde manzana* en  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$



(d) Mapeo al color *verde manzana* en  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^2$



(e) Mapeo al color *ciruela* en  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$



(f) Mapeo al color *ciruela* en  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^2$

Figura 29: Mapeos a los colores difusos que describen el color de las regiones (A) y (B) de la imagen de la Figura 26a en los espacios de color  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$  (con cubrimiento) y  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^2$  (sin cubrimiento).

### 3.5.3 Espacios de color no disjuntos

Los espacios de color difuso disjuntos (definición 4) tienen la característica de representar y modelar las categorías de color con carácter excluyente, no permitiendo que un mismo color preciso pertenezca al núcleo de dos o más colores difusos. Sin embargo, podemos encontrarnos con espacios de color difuso en los que haya categorías de color que no sean excluyentes. Por ejemplo, podemos encontrar colores precisos a los que asignaríamos grado de pertenencia 1 a las etiquetas *plátano* y *limón*. Lo mismo ocurre con los colores *fresa* y *rojo manzana*. Sin embargo, un espacio tipo disjunto proporciona núcleos con intersección vacía con los núcleos de otros colores. Un ejemplo se muestra en la Figura 30, donde se muestran los núcleos de los colores difusos *plátano* y *limón* modelados en el espacio disjunto  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$ .

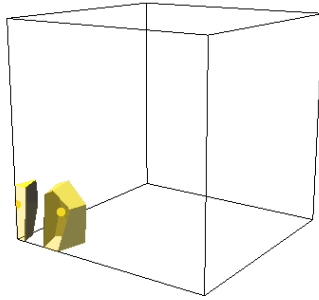
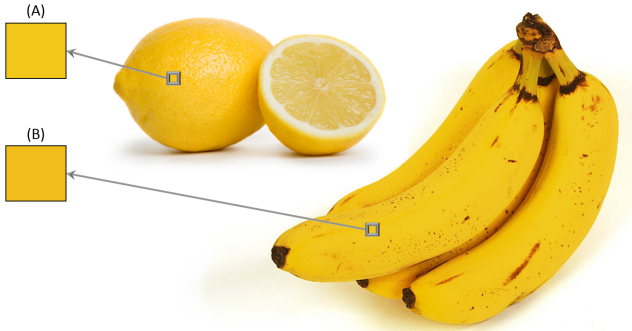


Figura 30: Superficies del núcleo asociadas a los colores difusos *plátano* y *limón* en el espacio de color difuso disjunto  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$ .

En la Figura 31 se muestra un ejemplo real de esta problemática, donde se ha incluido una imagen<sup>12</sup> de limones y plátanos, y se han seleccionado dos regiones mediante una ventana de 10x10 píxeles cuyos colores precisos medios se encuentran entre los dos núcleos de los colores difusos *plátano* y *limón*. En la descripción de las regiones (A) y (B) mediante el espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$  (disjunto), los grados de pertenencia de ambas regiones a los colores difusos *plátano* y *limón* son 0.55 y 0.45 (el grado de pertenencia se divide entre ambos colores), cuando un usuario podría decir que el grado de pertenencia del color de las regiones (A) y (B) debería ser 1 tanto al color *plátano* como al *limón*. Esto es debido a que el espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$  es de tipología disjunto y el carácter de esos dos conceptos de color es excluyente.

<sup>12</sup> La imagen "limones-platanos" puede descargarse en <http://www.uco.es/semanticolor/Tesis/?c=C3>





(a) Información del color medio de las regiones (A) y (B)

Región	Valor RGB	$\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$ (9 colores)
A	[242, 200, 27]	0.55 / limón
		0.45 / plátano
B	[241, 189, 26]	0.51 / plátano
		0.49 / limón

(b) Grado de pertenencia y etiqueta a los colores (A) y (B)












Figura 31: Grado de correspondencia de los colores (A) y (B) de la imagen "limones-platanos" a los colores *plátano* y *limón* en el espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$  (disjunto).

En esta sección se va a ilustrar la creación de un espacio de tipología *no disjunto*, el cual permitirá abordar el problema mencionado anteriormente y existente en los espacios disjuntos. Para ello, al igual que en las secciones anteriores, partimos de un conjunto  $R_F^+ = \{\mathbf{r}^1, \dots, \mathbf{r}^m\}$  de prototipos positivos representativos de distintas categorías de color y de un conjunto  $R_F^- = \bigcup_{i=1}^m R_i^-$  de prototipos negativos, tal que por cada categoría de color se tiene un conjunto  $R_i^- = \{\mathbf{nr}^1, \dots, \mathbf{nr}^k\}$  correspondiente a colores que no son de dicha categoría. En este caso, el conjunto de prototipos negativos está formado por un conjunto de colores proporcionados por un usuario y que, a diferencia de los ejemplos de las secciones anteriores, no incluye todos los prototipos positivos de otras categorías.

### 3.5.3.1 Ejemplo de construcción de un espacio específico no disjuncto para un usuario

A modo de ilustración vamos a considerar los prototipos positivos proporcionados por un usuario que ha realizado el experimento mencionado anteriormente (apéndice B.2), tal que  $R_i^+ = \{r^1, \dots, r^{11}\}$  correspondientes a las etiquetas *plátano*, *negro mora*, *verde manzana*, *limón*, *naranja*, *naranja intenso*, *naranja claro*, *ciruela*, *rosa frambuesa*, *rojo manzana*, *rojo fresa*. También, este mismo usuario ha proporcionado un conjunto de prototipos negativos  $R_i^-$  para cada una de las 11 categorías de color que ha definido. El procedimiento de selección de prototipos negativos (detallado en el apéndice B.3) ha consistido en este caso en, para cada categoría de color, indicar colores que considera que no son de dicha categoría.

La Tabla 3 muestra los prototipos positivos seleccionados por el usuario para los 11 términos de color en el espacio RGB y la Tabla 4 muestra un ejemplo del conjunto de prototipos negativos que el usuario considera para el color *plátano*. No se muestran el resto de prototipos negativos por falta de espacio, aunque pueden consultarse en <http://www.uco.es/semanticolor/Tesis/?c=C3>.

Color	Valor RGB $r^i$	Etiqueta
	[8,10,12]	negro mora
	[124,173,3]	verde manzana
	[218,88,6]	naranja intenso
	[231,116,29]	naranja claro
	[235,121,31]	naranja
	[255,133,144]	rosa frambuesa
	[206,156,185]	ciruela
	[168,6,4]	rojo manzana
	[215,15,14]	rojo fresa
	[252,215,34]	plátano
	[252,224,45]	limón

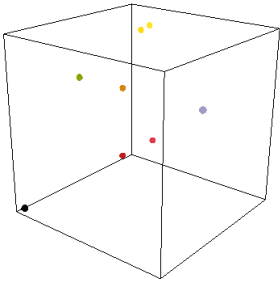


Tabla 3: Prototipos positivos y etiquetas seleccionadas por un usuario en el experimento detallado en el apéndice B.


































Color	Valor RGB $R_i^-$	Color	Valor RGB $R_i^-$	Color	Valor RGB $R_i^-$
	[8,10,12]		[24,48,160]		[168,96,120]
	[136,16,200]		[124,173,3]		[32,24,144]
	[144,184,104]		[16,40,24]		[218,88,6]
	[56,56,192]		[112,168,16]		[32,96,128]
	[231,116,29]		[40,80,184]		[216,88,40]
	[48,200,176]		[235,121,31]		[88,48,200]
	[216,88,24]		[224,80,208]		[255,133,144]
	[56,120,88]		[206,156,185]		[96,176,136]
	[168,6,4]		[120,136,144]		[215,15,14]
	[144,128,160]		[32,32,232]		[232,80,168]
	[0,0,88]		[88,128,48]		[168,128,56]

Tabla 4: Conjunto  $R_{\text{plátano}}^-$  seleccionado por un usuario en el experimento detallado en el apéndice B.

Con los datos aportados por el usuario (usuario 1 del experimento B.2) y siguiendo la metodología propuesta en la sección 3.3.2 se ha creado un espacio de color difuso *no disjunto* y *sin cubrimiento* llamado  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^3$ . Se ha considerado como conjunto de prototipos negativos aquellos proporcionados por el usuario ampliándose con un muestreo del espacio de color RGB a 125 colores (conjunto  $\mathcal{M}^{125}$ ) según la propuesta de la sección 3.5.2.

De cara a ilustrar la diferencia entre espacios disjuntos y no disjuntos, la Figura 32 muestra un ejemplo de los conceptos de color *plátano* y *limón* modelados por un espacio disjunto y otro espacio no disjunto. Concretamente se muestran las superficies del núcleo y prototipos positivos de los colores difusos equivalentes a *plátano* y *limón* en los espacios de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$  y  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^3$ , respectivamente. Nótese que los colores difusos son distintos en ambos espacios.

Además, en la Tabla 5 se muestra la correspondencia de los colores (A) y (B) del ejemplo anterior (Figura 31) con los colores difusos, donde se puede observar que en el caso del espacio  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^3$  se contemplan los colores *plátano* y *limón* de forma excluyente, concretamente, el grado de correspondencia de ambas regiones a los colores difusos es 1 o muy cercano a 1, tal y como un usuario podría indicar.

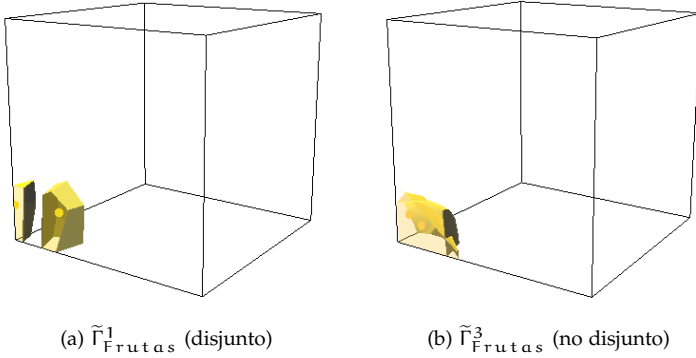


Figura 32: Superficies del núcleo asociadas a los colores difusos que modelan el concepto de color *plátano* y *limón* en los espacios de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$  (disjunto) y  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^3$  (no disjunto).

Región	Valor RGB	$\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$ (9 colores)	$\tilde{\Gamma}_{Frutas}^3$ (11 colores)
A	[242, 200, 27]	0.55 / limón	1.0 / limón
		0.45 / plátano	0.90 / plátano
B	[241, 189, 26]	0.51 / plátano	0.91 / limón
		0.49 / limón	0.78 / plátano

Tabla 5: Grado de correspondencia de los colores (A) y (B) en los espacios de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$  (disjunto) y  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^3$  (no disjunto).

Y finalmente, la Figura 33 ilustra este ejemplo mediante un mapeo de los grados de pertenencia de los píxeles de la imagen de la Figura 31a a los colores difusos *plátano* y *limón* de ambos espacios. Se puede observar que los mapeos correspondientes con el espacio de color  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$  (disjunto), tanto con el limón como el plátano, no se visualizan bien. Sin embargo, con el espacio de color  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^3$  (no disjunto) son, según nuestra opinión, como un usuario esperaría.

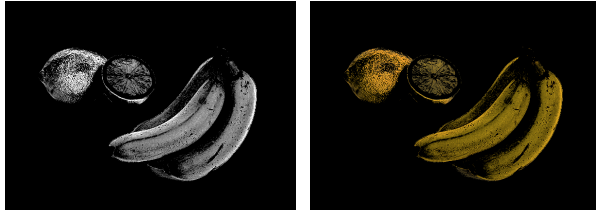
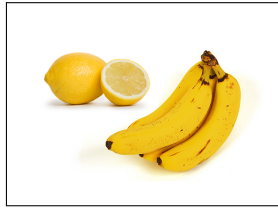
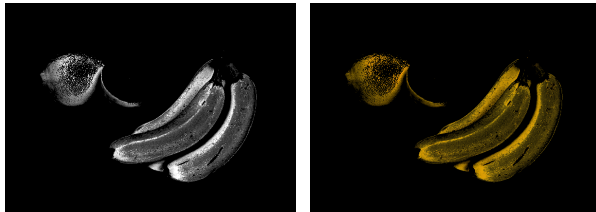
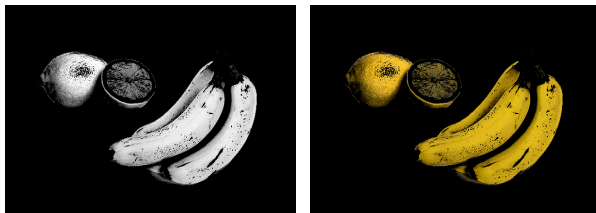
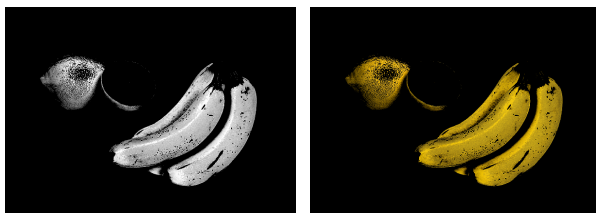
(a) Mapeo al color *limón* en  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$ (b) Mapeo al color *plátano* en  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$ (c) Mapeo al color *limón* en  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^3$ (d) Mapeo al color *plátano* en  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^3$ 

Figura 33: Mapeos del color de las regiones (A) y (B) de la imagen de la Figura 31a a los colores difusos *plátano* y *limón* en  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^1$  (disjunto) y  $\tilde{\Gamma}_{Frutas}^3$  (no disjunto).

### 3.5.4 *Validación con usuarios y comparativa con otros modelos*

En esta sección se analiza la bondad de los distintos espacios de color propuestos en esta Tesis en base a evaluaciones subjetivas aportadas por usuarios sobre el modelado del color. Nuestro objetivo no es determinar de forma exhaustiva que nuestros modelos son mejores que los proporcionados por todos los existentes en la literatura en cualquier circunstancia, sino demostrar que obtenemos modelos de muy alta calidad utilizando un conjunto muy simple de datos de entrada y de manera sencilla y eficiente, una combinación que, hasta donde nuestro conocimiento alcanza, no es posible encontrar en la literatura. En cualquier caso, y como veremos, nuestros modelos han mostrado un mejor comportamiento que los obtenidos mediante las técnicas con las que hemos comparado.

Como hemos visto en el capítulo anterior, existen muchos experimentos psicofísicos relacionados con el modelado del color en el sentido de asignar nombres de color a estímulos (Tabla 1). Sin embargo, la mayoría de ellos no consideran la naturaleza difusa del problema, proporcionando datos como parejas (color preciso, categoría) sin grado asociado, por lo que no son adecuados para nuestro propósito. Nuestro objetivo es analizar la bondad de los espacios de color difuso estudiando la diferencia entre los grados de pertenencia que proporcionaría un usuario y los que proporcionan los espacios de color difuso.

Para este propósito se ha desarrollado un experimento con 30 usuarios sobre el espacio de color de nombres de frutas (detallado en el apéndice B.4) en el que los usuarios, de manera sencilla e intuitiva, asignan grados de pertenencia de colores precisos a distintas categorías de color con el objetivo final de obtener una medida de error que recoja hasta qué punto coinciden los grados de pertenencia que proporciona el usuario y los que proporciona un espacio de color difuso. También, como referencia para valorar la bondad del error obtenido con nuestros modelos, hemos utilizado algunos de los modelos computacionales de representación del color mencionados en el capítulo de antecedentes y preliminares, y hemos calculado el mismo error sobre cada uno de ellos. En particular se han reproducido modelos no difusos, varios modelos basados en un particionamiento del espacio mediante funciones trapezoidales equidistribuidas (que no requieren de una experimentación para aprender los parámetros de las funciones) y, finalmente, modelos basados en técnicas de clustering, que requieren de datos para aprender los parámetros.

No se han reproducido modelos basados en probabilidades por diversos motivos. En primer lugar, los datos disponibles como prototipos para cada color eran muy escasos, puesto que nuestro objetivo es demostrar que pueden obtenerse modelos de calidad con pocos datos. Un número tan escaso de ejemplos es insuficiente para obtener un modelo probabilístico de una mínima calidad, con lo que la comparación no hubiese sido justa. Por otro lado, los ejemplos obtenidos a partir de usuarios para verificar el comportamiento de los modelos llevan un grado de pertenencia difuso asociado, información que no puede ser tratada mediante los modelos probabilísticos de la literatura. En segundo lugar, los modelos probabilísticos proporcionan distribuciones de probabilidad donde, por ejemplo, la suma de las probabilidades de cada categoría de color condicionada a un color preciso es 1. Sin embargo, esto no tiene por qué ocurrir en el caso difuso, donde podemos tener que el grado de pertenencia de un mismo color preciso a distintos colores difusos puede ser incluso 1.

Por otro lado, si partimos de una gran cantidad de datos adecuada para crear un modelo probabilístico, es decir, que cubra adecuadamente el espacio de color, nos encontramos con el problema de que nuestra técnica se basa exclusivamente en prototipos sobre los que el usuario afirma que son claramente representativos de una categoría, mientras que el resto de colores precisos no pueden ser usados como prototipos. Sin embargo, en los conjuntos de datos existentes para obtener modelos probabilísticos, no se proporciona información a priori sobre hasta qué punto cada color preciso es un buen prototipo de alguno de los colores difusos.

Por todo ello, el estudio de cómo realizar una comparación independiente y justa de nuestros modelos con respecto a modelos probabilísticos será objeto de estudio futuro. En cualquier caso, queremos destacar de nuevo que nuestro objetivo no es demostrar que ofrecemos mejores modelos que los proporcionados por otras técnicas, en particular modelos probabilísticos, sino que podemos obtener modelos muy buenos empleando poca información y de manera eficiente, objetivo para el cual entendemos que la comparación con modelos probabilísticos no es relevante.

En la sección 3.5.4.1 se describe la metodología seguida para valorar el grado de satisfacción de usuarios con el modelado de color. En la sección 3.5.4.2 se realiza un análisis de la validación con usuarios sobre cada una de las tipologías de espacio propuestas en esta Tesis, mientras que en las secciones 3.5.4.3, 3.5.4.4 y 3.5.4.5 se realiza una comparativa de nuestros modelos con los modelos precisos, basados en particionamiento y basados en clustering, respectivamente.

### 3.5.4.1 Metodología para analizar la bondad de espacios de color difuso

Los objetivos que se pretenden conseguir con este experimento son, por un lado, obtener valoraciones difusas de usuarios respecto a grados de pertenencia de colores precisos a categorías de color y, por otro lado, analizar la bondad de los espacios de color difuso en base a esas valoraciones difusas.

Para obtener valoraciones difusas de usuarios, hay que tener presente que la asignación de grados de pertenencia por parte de un usuario no es tarea fácil puesto que suele existir imprecisión en esa asignación, por lo que se ha propuesto asignar valoraciones difusas del tipo “nada”, “poco”, “medio”, “bastante” y “mucho” al grado de correspondencia entre colores precisos y colores difusos. Con este fin se ha definido el conjunto VD correspondiente a las cinco valoraciones difusas (“nada”, “poco”, “medio”, “bastante” y “mucho”) mediante funciones triangulares con núcleo en 0, 0.25, 0.5, 0.75 y 1, respectivamente, formando una partición en el sentido de Ruspini [143], tal y como se muestra en la Figura 34.

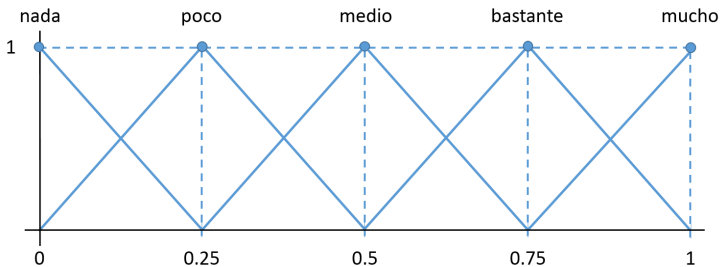


Figura 34: Conjunto VD de valoraciones difusas del tipo “alrededor de  $x$ ” con  $x \in [0, 0.25, 0.5, 0.75, 1]$ .

Para medir la bondad de los espacios de color difuso considerando las valoraciones difusas aportadas por usuarios, se propone una medida de error que permite calcular hasta qué punto coinciden los grados de pertenencia que proporciona un usuario y el que proporciona el espacio de color difuso. Es importante destacar que estos experimentos se han diseñado exclusivamente para verificar la bondad de los espacios y no son necesarios para el aprendizaje de los parámetros de nuestros espacios.



A continuación se detalla la metodología seguida para analizar la bondad de espacios de color difuso en base a las valoraciones difusas aportadas por usuarios:

Sea  $\tilde{\Gamma}_u = \{\tilde{C}_1, \dots, \tilde{C}_m\}$  un espacio de color difuso definido por un usuario  $u$  formado por  $m$  colores difusos. Sea  $\{c_{i1}, \dots, c_{in}\}$  un conjunto de  $n$  colores precisos para la evaluación del color difuso  $\tilde{C}_i$ . El conjunto de colores precisos para la evaluación del espacio de color  $\tilde{\Gamma}_u$  por parte del usuario  $u$  puede representarse mediante una matriz  $P_u$  de  $n \times m$  colores precisos:

$$P_u = \begin{bmatrix} c_{11} & \dots & c_{m1} \\ c_{12} & \dots & c_{m2} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ c_{1n} & \dots & c_{mn} \end{bmatrix}$$

Sea  $\{f_{i1}, \dots, f_{in}\}$  un conjunto de  $n$  valoraciones para la correspondencia de los colores precisos  $\{c_{i1}, \dots, c_{in}\}$  con el color difuso  $\tilde{C}_i$  según el conjunto VD. El conjunto de valoraciones difusas por parte del usuario  $u$  para el espacio de color  $\tilde{\Gamma}_u$  puede representarse mediante una matriz  $VD_u$  de  $n \times m$  valoraciones difusas:

$$VD_u = \begin{bmatrix} f_{11} & \dots & f_{m1} \\ f_{12} & \dots & f_{m2} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ f_{1n} & \dots & f_{mn} \end{bmatrix}$$

Por ejemplo, si un usuario considera que para un color preciso  $c_{11}$  existe "bastante" correspondencia con la categoría de color  $C_i$  modelada por  $\tilde{C}_1$ ,  $f_{11}$  es la función triangular de VD con núcleo en 0.75. Sin embargo, si considera que existe "poca" correspondencia entre  $c_{11}$  y  $\tilde{C}_1$ , la valoración difusa  $f_{11}$  es la función triangular de VD con núcleo en 0.25.

Una vez obtenida la matriz de valoraciones difusas  $VD_u$ , para cada color preciso de  $P_u$ , se comprueba hasta que punto coinciden los grados de pertenencia que el usuario ha proporcionado y los que proporciona el espacio de color difuso. Para ello proponemos la medida de error de la definición 6,

**Definición 6** El error entre la información aportada por un usuario  $u$  y el espacio de color difuso respecto a la correspondencia de colores precisos y difusos se define como:

$$\text{Error}_u = \frac{1}{n \times m} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left( 1 - f_{ij} \left( \tilde{C}_i(c_{ij}) \right) \right) \quad (3.9)$$

donde  $f_{ij}$  es una valoración difusa del conjunto VD y  $c_{ij}$  es un color preciso.

### 3.5.4.2 Análisis de nuestros espacios de color

En las Tablas 6, 7 y 8 se muestran, para cada usuario, una medida de error según la ecuación 3.9 sobre distintos espacios de color difuso. Cada usuario obtiene una medida de error equivalente al promedio de la correspondencia de distintos colores precisos con todos los colores difusos que éste ha definido, por tanto, cada medida de error es única para cada usuario y recoge hasta qué punto se corresponde la información aportada por el usuario y la aportada por el espacio de color difuso respecto a la asignación de estímulos de color a nombres de color.

Hemos querido destacar en este apartado un experimento en un dominio de colores que sugiere una tipología de espacio no disjunto y sin cubrimiento, que no suele ser considerada por otras técnicas, para ilustrar el buen funcionamiento de nuestro modelo en esta circunstancia. Sin embargo, queremos destacar que los diversos experimentos realizados sobre espacios de otras tipologías más habituales han arrojado resultados similares de bondad de nuestro enfoque.

Por la tipología del dominio seleccionado, los espacios que han resultado menos satisfactorios para el usuario, según este experimento, son los *partición* (disjuntos con cubrimiento). Como era de esperar, los resultados son mejores en el caso de los espacios de color difuso *disjuntos y sin cubrimiento*, mientras que los espacios que mayor grado de satisfacción aportan a todos los usuarios en este experimento son los espacios de tipología *no disjuntos y sin cubrimiento*. En particular, el error promedio obtenido para los espacios de color difuso de tipología *no disjuntos y sin cubrimiento* es 0.1062 frente a 0.2106 de los *disjuntos sin cubrimiento* y, 0.2218 de los *partición*.

### 3.5.4.3 Comparativa con modelos no difusos

En esta sección hemos comparado los resultados de nuestros modelos difusos con los modelos obtenidos mediante el paradigma de espacios conceptuales pero sin fuzzificación, es decir, hemos tomado como modelo de cada color la celda de Voronoi obtenida en la tesselación. En el caso de espacios partición, se obtiene una cuantización del espacio. En el caso de modelos no disjuntos o no cubrimiento, obtenemos un conjunto de celdas que pueden, o bien solaparse, o bien no cubrir todo el espacio. Nuestro objetivo ha sido tomar como ejemplos no difusos los modelos más parecidos a nuestros modelos difusos, de forma que la comparación fuese lo más justa posible.

En la Tabla 6 se muestra, aparte del error obtenido según nuestra propuesta de espacios de color difuso, el error obtenido mediante las aproximaciones no difusas mencionadas. Podemos apreciar que nuestros modelos dan buenos resultados también con respecto a modelos no difusos.

### 3.5.4.4 Comparativa con modelos basados en particionamientos difusos

Con estos modelos, basados en un particionamientos del espacio mediante funciones trapezoidales equidistribuidas, solo se permiten espacios de tipología partición y el grado de pertenencia de un color preciso a un color difuso se obtiene agregando el grado de pertenencia de cada una de las componentes mediante la t-norma mínimo.

Para reproducir estos modelos, se han creado para cada usuario, por un lado, 3 espacios de color difuso equidistribuyendo funciones trapezoidales sobre las componentes  $RGB$  de la forma que se muestra en la Figura 35. Concretamente un espacio  $\widetilde{RGB}_{2,2,2}$  compuesto por 8 colores mediante 2 funciones trapezoidales sobre cada componente  $RGB$ , un espacio  $\widetilde{RGB}_{3,3,3}$  compuesto por 27 colores mediante 3 funciones trapezoidales sobre cada componente y un espacio  $\widetilde{RGB}_{5,5,5}$  compuesto por 125 colores mediante 5 funciones sobre cada componente del espacio  $RGB$ . Y por otro lado, un espacio de color difuso  $HSI_{Munsell}$  basado en el espacio de color de *Munsell* definido mediante funciones trapezoidales equidistribuidas sobre las componentes del espacio de color  $HSI$ , propuesto en [39] e ilustrado en la Figura 36.

En la Tabla 7 se muestra, además del error obtenido con nuestra propuesta, el error obtenido mediante modelos basados en un particionamiento del espacio. En estas propuestas, el grado de pertenencia

de un color preciso  $c$  a un color difuso  $\tilde{C}_i$  cuyo representativo es  $r^i$  se obtiene mediante aquella función trapezoidal del espacio más cercana a  $r^i$ . En este caso, los resultados obtenidos son peores, en todos los casos, que los obtenidos con nuestra metodología, puesto que con este tipo de espacios no se contempla el carácter irregular de las funciones de pertenencia del color. Asimismo, los resultados obtenidos son incluso peores que los obtenidos mediante los enfoques no difusos (Tabla 6) puesto que con estos modelos el número de colores a considerar no es el mismo que los que define el usuario debido a la distribución regular de funciones de pertenencia, además de que se calcula el grado de pertenencia estimando la función trapezoidal más cercana al representativo. En particular se obtiene una media de error de 0.3954 en el mejor de los casos.

### 3.5.4.5 Comparativa con modelos basados en clustering

Para reproducir este tipo de modelos, basados en clustering, se ha considerado el algoritmo de clustering “fuzzy c-means” usado por varios autores para el modelado de color [231, 300, 301]. Para calcular el grado de pertenencia de un color preciso a un color difuso se ha usado la función de pertenencia definida en la ecuación 2.1 y usada como función objetivo en el algoritmo “fuzzy c-means”.

En este caso, para cada usuario se han definido dos tipos de espacio: uno considerando como centroides el conjunto  $R_r^+$  aportado por los usuarios en el experimento del apéndice B.2, también considerados en nuestra propuesta, y otro espacio considerando como centroides los obtenidos del proceso de clustering calculado con todos los prototipos positivos aportados según el experimento del apéndice B.2 por los usuarios para todas las categorías de color. En ambos espacios se ha usado la función de pertenencia de la ecuación 2.1, habiéndose realizado el experimento para todos los valores enteros del parámetro  $m$  entre 1 y 30 (que son los valores habituales utilizados en la literatura), obteniéndose el mínimo error con el parámetro  $m = 2$  (siendo además éste el más utilizado en la literatura).

En la Tabla 7 se muestra, para cada usuario, el error obtenido mediante los dos espacios mencionados anteriormente. Los resultados obtenidos mediante los espacios en los que se han considerado como centroides el conjunto  $R_r^+$ , son algo mejores que los obtenidos considerando como centroides los resultantes del proceso de clustering. Esto es debido a que cada representativo  $r^i$  se calcula de manera independiente con los prototipos positivos que aportan los usuarios para cada color, mientras que los centroides resultantes del proceso de clustering,

al calcularse considerando todos los representativos que aportan los usuarios, presentan mayor dispersión y son menos representativos para cada usuario, influyendo en la medida de error. Por otro lado, el error obtenido mediante nuestras propuestas es menor que el obtenido mediante clustering, puesto que la evolución de los grados de pertenencia en modelos basados en clustering tiene comportamiento esférico, cuando el color tiene un carácter irregular. En particular se obtiene una media de error de 0.2330 en el mejor de los casos del clustering frente a un error de 0.2218 en el peor de los casos de nuestra propuesta, ambos basados en particiones.

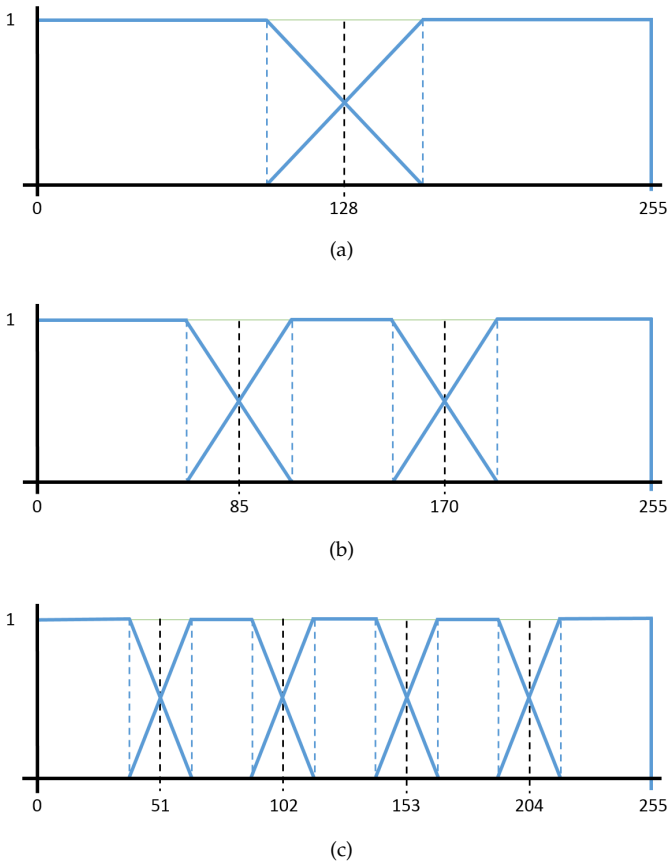


Figura 35: Funciones trapezoidales para cada una de las componentes RGB. (a) espacio  $\widetilde{RGB}_{2,2,2}$ , (b) espacio  $\widetilde{RGB}_{3,3,3}$  y (c) espacio  $\widetilde{RGB}_{5,5,5}$ .

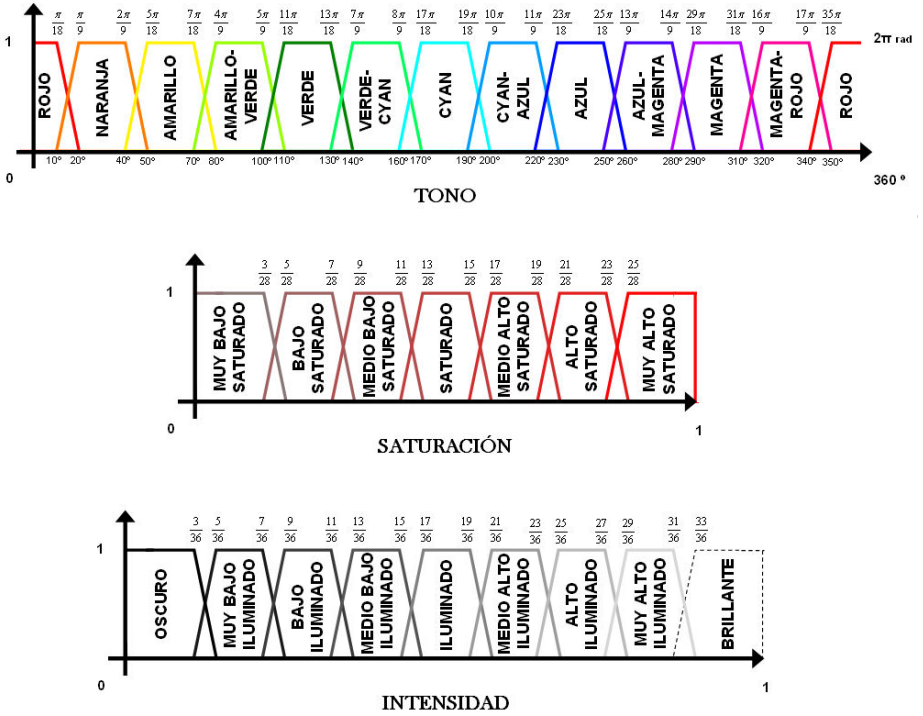


Figura 36: Funciones trapezoidales para cada una de las componentes HSI del espacio de color difuso  $\widehat{HSI}_{\text{Munsell}}$  definido en [39].

	NUESTRO ENFOQUE			ENFOQUE NO DIFUSO		
	DISJUNTO		NO	DISJUNTO		NO
	CON CUBRIM.	SIN CUBRIM.	DISJUNTO	CON CUBRIM.	SIN CUBRIM.	DISJUNTO
Usuario 1	0,1395	0,1378	0,0772	0,2193	0,2085	0,2028
Usuario 2	0,2413	0,2069	0,1174	0,3315	0,3024	0,2961
Usuario 3	0,2172	0,2058	0,0923	0,322	0,2941	0,2767
Usuario 4	0,1534	0,1511	0,0652	0,2161	0,2063	0,1843
Usuario 5	0,222	0,2129	0,1104	0,3242	0,2981	0,2894
Usuario 6	0,2238	0,2181	0,1098	0,3314	0,2987	0,2999
Usuario 7	0,2236	0,2164	0,0836	0,3291	0,3007	0,2706
Usuario 8	0,2118	0,2079	0,128	0,309	0,2742	0,2642
Usuario 9	0,2349	0,2281	0,0952	0,3223	0,3054	0,2833
Usuario 10	0,2516	0,2363	0,1329	0,3373	0,2725	0,2493
Usuario 11	0,2253	0,2021	0,1078	0,3234	0,3004	0,2939
Usuario 12	0,2283	0,2096	0,1195	0,3244	0,2987	0,2924
Usuario 13	0,2203	0,2199	0,106	0,3176	0,2962	0,2939
Usuario 14	0,2265	0,2077	0,1221	0,324	0,2949	0,2888
Usuario 15	0,2136	0,2082	0,0992	0,3278	0,2993	0,2951
Usuario 16	0,2211	0,2099	0,1126	0,3211	0,2916	0,2887
Usuario 17	0,2262	0,2095	0,0964	0,3205	0,2887	0,2725
Usuario 18	0,1987	0,1914	0,102	0,3208	0,3024	0,2972
Usuario 19	0,2339	0,2316	0,0768	0,326	0,3046	0,2778
Usuario 20	0,2328	0,2152	0,116	0,324	0,295	0,2887
Usuario 21	0,2574	0,2494	0,1472	0,3383	0,2862	0,2836
Usuario 22	0,2286	0,2187	0,1147	0,3302	0,3016	0,2933
Usuario 23	0,2327	0,2272	0,1085	0,3209	0,2927	0,2869
Usuario 24	0,2287	0,215	0,1027	0,3205	0,2858	0,2834
Usuario 25	0,2198	0,2146	0,108	0,3248	0,2993	0,2964
Usuario 26	0,2318	0,2211	0,0966	0,329	0,3034	0,3006
Usuario 27	0,2183	0,2013	0,1032	0,3312	0,306	0,3006
Usuario 28	0,232	0,2088	0,1117	0,3249	0,2946	0,2928
Usuario 29	0,233	0,2223	0,0955	0,3292	0,3018	0,297
Usuario 30	0,2245	0,2142	0,1286	0,3278	0,2945	0,2899
Promedio	0,2218	0,2106	0,1062	0,3183	0,2899	0,281
Desv. Est.	0,0234	0,0213	0,0174	0,0279	0,0238	0,0265

Tabla 6: Error medio cometido por nuestras distintas propuestas de espacios de color difuso y las propuestas no difusas, con respecto a las valoraciones difusas de los 30 usuarios del experimento (apéndice B.4), según la ecuación 3.9.

	NUESTRO ENFOQUE			PARTICIONAMIENTO			
	DISJUNTO		NO	RGB	RGB	RGB	HSI
	CON CUBRIM.	SIN CUBRIM.	DISJUNTO	5-5-5	3-3-3	2-2-2	MUNSELL
Usuario 1	0,1395	0,1378	0,0772	0,4108	0,4527	0,5016	0,4405
Usuario 2	0,2413	0,2069	0,1174	0,4086	0,447	0,5269	0,4462
Usuario 3	0,2172	0,2058	0,0923	0,3838	0,4198	0,5009	0,4226
Usuario 4	0,1534	0,1511	0,0652	0,4084	0,405	0,52	0,4097
Usuario 5	0,222	0,2129	0,1104	0,4129	0,397	0,4718	0,4292
Usuario 6	0,2238	0,2181	0,1098	0,4294	0,4292	0,513	0,4594
Usuario 7	0,2236	0,2164	0,0836	0,3943	0,4296	0,4778	0,4079
Usuario 8	0,2118	0,2079	0,128	0,3832	0,3948	0,4757	0,4239
Usuario 9	0,2349	0,2281	0,0952	0,41	0,4551	0,5267	0,4235
Usuario 10	0,2516	0,2363	0,1329	0,313	0,4235	0,536	0,3167
Usuario 11	0,2253	0,2021	0,1078	0,4284	0,4105	0,487	0,4318
Usuario 12	0,2283	0,2096	0,1195	0,3996	0,439	0,4827	0,4137
Usuario 13	0,2203	0,2199	0,106	0,3784	0,4226	0,5073	0,4419
Usuario 14	0,2265	0,2077	0,1221	0,3825	0,4261	0,4888	0,4139
Usuario 15	0,2136	0,2082	0,0992	0,3864	0,4012	0,5073	0,4271
Usuario 16	0,2211	0,2099	0,1126	0,3738	0,4028	0,4831	0,43
Usuario 17	0,2262	0,2095	0,0964	0,3769	0,4112	0,4835	0,4154
Usuario 18	0,1987	0,1914	0,102	0,3973	0,4165	0,4978	0,4438
Usuario 19	0,2339	0,2316	0,0768	0,3976	0,4179	0,5035	0,4135
Usuario 20	0,2328	0,2152	0,116	0,4084	0,4271	0,4766	0,4444
Usuario 21	0,2574	0,2494	0,1472	0,3723	0,4511	0,5418	0,3923
Usuario 22	0,2286	0,2187	0,1147	0,4142	0,43	0,4899	0,4492
Usuario 23	0,2327	0,2272	0,1085	0,3822	0,4224	0,4885	0,4027
Usuario 24	0,2287	0,215	0,1027	0,402	0,425	0,4795	0,4118
Usuario 25	0,2198	0,2146	0,108	0,4082	0,4123	0,4801	0,4352
Usuario 26	0,2318	0,2211	0,0966	0,4228	0,4151	0,4867	0,4406
Usuario 27	0,2183	0,2013	0,1032	0,4057	0,4125	0,4953	0,4347
Usuario 28	0,232	0,2088	0,1117	0,394	0,4302	0,4959	0,4451
Usuario 29	0,233	0,2223	0,0955	0,3821	0,4132	0,5227	0,4291
Usuario 30	0,2245	0,2142	0,1286	0,3955	0,4121	0,5055	0,424
Promedio	0,2218	0,2106	0,1062	0,3954	0,4218	0,4985	0,424
Dev. Est.	0,0234	0,0213	0,0174	0,0222	0,0158	0,0190	0,0255

Tabla 7: Error medio cometido por nuestras distintas propuestas de espacios de color difuso y las propuestas basadas en particionamientos difusos sin experimentos, con respecto a las valoraciones difusas de los 30 usuarios del experimento (apéndice B.4), según la ecuación 3.9.



	NUESTRO ENFOQUE			CLUSTERING	
	DISJUNTO		NO DISJUNTO	FUZZY C MEANS	
	CON CUBRIM.	SIN CUBRIM.		$\text{cent}_j = R_j^+$	$\text{cent}_j = c\text{-means}$
Usuario 1	0,1395	0,1378	0,0772	0,1407	0,119
Usuario 2	0,2413	0,2069	0,1174	0,2528	0,2508
Usuario 3	0,2172	0,2058	0,0923	0,2565	0,2753
Usuario 4	0,1534	0,1511	0,0652	0,1512	0,1546
Usuario 5	0,222	0,2129	0,1104	0,2315	0,264
Usuario 6	0,2238	0,2181	0,1098	0,2391	0,269
Usuario 7	0,2236	0,2164	0,0836	0,257	0,2615
Usuario 8	0,2118	0,2079	0,128	0,2362	0,2708
Usuario 9	0,2349	0,2281	0,0952	0,2465	0,2799
Usuario 10	0,2516	0,2363	0,1329	0,2852	0,2876
Usuario 11	0,2253	0,2021	0,1078	0,2483	0,2751
Usuario 12	0,2283	0,2096	0,1195	0,2485	0,246
Usuario 13	0,2203	0,2199	0,106	0,2181	0,2528
Usuario 14	0,2265	0,2077	0,1221	0,2357	0,2597
Usuario 15	0,2136	0,2082	0,0992	0,234	0,2559
Usuario 16	0,2211	0,2099	0,1126	0,2221	0,2772
Usuario 17	0,2262	0,2095	0,0964	0,2474	0,2654
Usuario 18	0,1987	0,1914	0,102	0,2339	0,2689
Usuario 19	0,2339	0,2316	0,0768	0,2341	0,2418
Usuario 20	0,2328	0,2152	0,116	0,2455	0,2589
Usuario 21	0,2574	0,2494	0,1472	0,268	0,3001
Usuario 22	0,2286	0,2187	0,1147	0,2547	0,2655
Usuario 23	0,2327	0,2272	0,1085	0,2242	0,2269
Usuario 24	0,2287	0,215	0,1027	0,2381	0,2552
Usuario 25	0,2198	0,2146	0,108	0,2156	0,2337
Usuario 26	0,2318	0,2211	0,0966	0,2086	0,2373
Usuario 27	0,2183	0,2013	0,1032	0,2259	0,2409
Usuario 28	0,232	0,2088	0,1117	0,2422	0,106
Usuario 29	0,233	0,2223	0,0955	0,2215	0,238
Usuario 30	0,2245	0,2142	0,1286	0,2263	0,2561
Promedio	0,2218	0,2106	0,1062	0,2330	0,2465
Desv. Est.	0,0234	0,0213	0,0174	0,0287	0,0443

Tabla 8: Error medio cometido por nuestras distintas propuestas de espacios de color difuso y las propuestas basadas en clustering mediante c-means, con respecto a las valoraciones difusas de los 30 usuarios del experimento (apéndice B.4), según la ecuación 3.9.

## 3.6 CONCLUSIONES

En este capítulo hemos formalizado los conceptos de color difuso y espacio de color difuso, y hemos propuesto y estudiado distintas propiedades de los espacios (disjuntos, con cubrimiento, y partición), mostrando que existen problemas reales que pueden requerir de espacios de tipologías distintas, cada una con unas características diferentes y adecuadas a una problemática.

Hemos propuesto una metodología de modelado computacional de color que recoge la imprecisión existente en el color y que, a diferencia de los modelos difusos mencionados en el Capítulo 2, no requiere de experimentos complejos con usuarios para aprender los parámetros que modelan las categorías de color. Con nuestra metodología, es posible obtener espacios de color difuso adecuados de manera eficiente en base a muy poca información.

El modelo propuesto se basa en un paradigma bien estudiado y formalizado: los espacios conceptuales [92, 93]. Sin embargo, hemos extendido este paradigma (que solo permite obtener cuantizaciones no difusas) aportando propuestas originales para obtener espacios de color difusos de distintas tipologías. En particular, hemos proporcionado técnicas para obtener colores difusos a partir de escalados adecuados de las celdas de Voronoi, así como técnicas para el aprendizaje de una color difuso de forma independiente del resto mediante el uso de un conjunto adecuado de prototipos negativos.

Cabe destacar que la metodología propuesta puede utilizarse para modelar cualquier categoría de color, no solo los 11 colores básicos de Berlin y Kay [21], pudiendo así obtenerse colores difusos y espacios de color difuso personalizados para una aplicación, contexto y/o usuarios particulares. Hemos ilustrado este hecho definiendo diferentes espacios de color, tanto basados en los colores de Berlin y Kay como otros personalizados. Además, los espacios definidos se han validado con usuarios proporcionando buenos resultados a la hora de manejar la imprecisión y subjetividad, mejorando incluso en nuestros experimentos a otras técnicas difusas basadas en distintos paradigmas.

El modelado propuesto es muy eficiente computacionalmente puesto que tanto los espacios de color difuso como los grados de pertenencia de colores precisos a colores difusos se calculan en base al cálculo de planos, líneas, intersecciones y distancias, operaciones muy eficientes desde el punto de vista computacional. Finalmente, podemos destacar que nuestra metodología está implementada en un prototipo disponible para uso libre de la comunidad científica (apéndice C).

## RELACIONES DIFUSAS DE COLOR

**RESUMEN:** En este capítulo se muestran medidas de correspondencia entre informaciones de color, concretamente se proponen relaciones difusas entre dos colores precisos, entre un color preciso y un color difuso, y entre colores difusos de uso conjuntivo y disyuntivo. Se consideran relaciones de semejanza, compatibilidad, posibilidad y necesidad, entre otras, dependiendo del tipo de información.

*Encuentro tanta diferencia entre yo y yo mismo  
como entre yo y los demás.*  
Montaigne <sup>1</sup>

## ÍNDICE

4.1	Introducción . . . . .	100
4.2	Relaciones entre Informaciones de Color . . . . .	103
4.2.1	Relaciones entre dos colores precisos . . . . .	106
4.2.1.1	Semejanza entre colores precisos inducida por un color difuso . . . . .	106
4.2.1.2	Semejanza entre colores precisos inducida por un espacio de color difuso . . . . .	111
4.2.2	Relaciones entre un color preciso y un color difuso . . . . .	112
4.2.2.1	Compatibilidad entre un color preciso y un color difuso de uso conjuntivo . . . . .	112
4.2.2.2	Posibilidad y necesidad de un color preci- so compatible con un color difuso de uso disyuntivo . . . . .	113
4.2.3	Relaciones entre dos colores difusos . . . . .	114
4.2.3.1	Compatibilidad entre dos colores difusos de uso conjuntivo . . . . .	115
4.2.3.2	Posibilidad y necesidad de un color difuso de uso conjuntivo compatible con un color difuso de uso disyuntivo . . . . .	116
4.2.3.3	Posibilidad y necesidad de un color difuso de uso disyuntivo compatible con un color difuso de uso disyuntivo . . . . .	116
4.2.3.4	Inclusión de un color difuso en otro . . . . .	117
4.2.3.5	Similitud entre dos colores difusos . . . . .	123
4.3	Conclusiones . . . . .	126

<sup>1</sup> Michel de Montaigne (1533-1592) Escritor y filósofo francés.

## 4.1 INTRODUCCIÓN

Un aspecto fundamental del modelado del color es determinar el grado de semejanza entre colores precisos. Dicha semejanza es fundamental en una gran cantidad de aplicaciones y problemas de análisis y procesamiento de imágenes basadas en color, como clustering, segmentación, etc. Dado que la representación computacional de colores precisos consiste en espacios vectoriales, la semejanza entre colores ha sido afrontada de manera natural mediante la definición de métricas en dichos espacios. Estas métricas se han utilizado para medir el grado de semejanza entre colores precisos a través de la distancia entre los mismos en el espacio (a mayor distancia, menor semejanza). Sin embargo se ha demostrado reiteradamente que, en los espacios de color más habituales, una misma distancia no corresponde necesariamente con una misma percepción de la semejanza [285]. Aunque se han propuesto algunos espacios con el objetivo de conseguir que la percepción sea lineal y uniforme con respecto a la distancia, como *CIE Lab*, que proporcionan un avance importante en ese sentido, se asume en general que las propiedades mencionadas se verifican tan solo en un entorno local, asumiéndose que colores situados a distancias *grandes* en el espacio son completamente diferentes. Incluso en dicho entorno, se da también el caso de que colores situados a distancias *pequeñas* son percibidos como totalmente semejantes desde el punto de vista de la pertenencia a una categoría de color.

Un problema muy importante que no ha sido tenido en cuenta por lo general a la hora de definir la semejanza entre colores precisos es que dicha semejanza es no solo gradual, es decir, no solo necesitamos espacios en los que la percepción sea lineal y uniforme con respecto a la distancia, sino que es también subjetiva y dependiente del contexto. Por ejemplo, en un contexto general dos colores precisos podrían ser percibidos como totalmente similares con respecto al color “rojo” del *ISCC-NBS*, mientras que para un enólogo podrían ser totalmente distintos por pertenecer a dos categorías disjuntas, por ejemplo “rojo rubí” y “rojo granate”, en el contexto concreto de su trabajo. Como consecuencia, no es posible determinar un único espacio de color preciso en el que la percepción de la semejanza sea lineal y uniforme respecto a la distancia, dado que dicha percepción depende del usuario y el contexto.

En esta Tesis nosotros proponemos una solución a este problema basada en el hecho de que determinar la semejanza de colores es básicamente equivalente a determinar los conjuntos de colores precisos que definen el modelo de las categorías de color consideradas por un sujeto

dado en un contexto concreto. Una categoría de color puede definirse como el conjunto de colores que son similares entre sí y distintos a los de otras categorías; a la inversa, una categoría de color induce una relación de semejanza que nos dice que dos colores son similares si están en la misma categoría. En el capítulo anterior hemos proporcionado un modelado de las categorías de color mediante colores difusos, tal que abordamos la imprecisión, subjetividad y dependencia del contexto en la percepción del color. Por tanto, podemos obtener medidas de semejanza adecuadas tomando como punto de partida dichos espacios. Dado que en un espacio de color difuso las categorías de color se modelan mediante subconjuntos difusos de colores precisos, de manera natural la semejanza entre colores asociada a dicho espacio será una *relación de semejanza difusa*. Una de las cuestiones que afrontamos en este capítulo es *¿cuál es la semejanza entre colores asociada a un color difuso y, por extensión, a un espacio de color difuso?*. Como veremos, la Teoría de Subconjuntos Difusos proporciona resultados que nos permitirán definir lo que denominamos *semejanza entre colores inducida por un espacio de color difuso*.

Los colores precisos no son la única forma de representar información relativa al color. Otra cuestión importante que estudiamos en este capítulo, y que ha sido poco estudiada en la literatura, es qué relaciones involucran a colores difusos, es decir, qué relaciones podemos establecer entre categorías de color, y entre éstas y colores precisos. De manera más evidente que en el caso de colores precisos, es posible establecer distintas relaciones dependiendo no sólo de los conjuntos difusos concretos que definen la semántica de cada color difuso, sino también del *uso* que se hace del color difuso para expresar información. En el ámbito de la teoría de conjuntos difusos, existen básicamente dos usos de un conjunto difuso para expresar información: el uso llamado *conjuntivo*, *óntico* o *verístico* según el autor, y el uso llamado *disyuntivo*, *epistemológico* o *posibilístico* por contraposición respectivamente a cada uno de los anteriores. En este capítulo utilizaremos los términos *conjuntivo* y *disyuntivo* para referirnos a los dos tipos de usos mencionados.

Un conjunto difuso utilizado de forma conjuntiva nos permite expresar información que no está afectada de incertidumbre, en el sentido de que no tenemos dudas acerca de cual es la realidad o evento que estamos describiendo, pero sí está afectada de imprecisión o gradualidad, en el sentido de que el conjunto de valores que representa la información no es un conjunto clásico. Por ejemplo, cuando afirmamos *me gustan los colores rojos* estamos realizando una afirmación que afecta a todos los colores rojos sin ninguna duda, con lo cual no hay incertidumbre acerca de los colores a los que nos referimos. Sin em-

bargo, cada color preciso tiene un grado de pertenencia al color difuso concreto que estemos usando para representar la categoría *rojo*, por tanto existe imprecisión acerca de cual es el conjunto de colores rojos. Estamos afirmando que *todos* los colores precisos que pertenecen al soporte del color difuso *rojo* nos gustan, por supuesto cada cual en el grado en que es rojo.

Por el contrario, el uso disyuntivo del conjunto corresponde a una descripción de la incertidumbre, de nuestra falta de información veraz acerca del valor de una variable de color. Por ejemplo, si afirmamos *mi coche es rojo*, estamos expresando una información afectada de incertidumbre, puesto que esta afirmación no nos dice de manera cierta cual es el color preciso de mi coche (aunque sabemos que es uno concreto), sino una *restricción* acerca del conjunto de colores en el que se encuentra. Contrariamente al caso conjuntivo, solo uno de los colores precisos en el soporte del color difuso *rojo* es el color real de mi coche (y por tanto la respuesta correcta), no todos ellos a la vez. En este caso, el grado asociado a cada color preciso en el soporte del color difuso *rojo* se interpreta como el *grado de posibilidad* de que ese color sea el color del coche, es decir, el conjunto difuso se usa como una *distribución de posibilidad* en el marco de la Teoría de la Posibilidad (ver apéndice D).

Existen distintos tipos de relaciones que involucran a colores difusos, dependiendo del tipo de información que representan. De hecho, es posible definir un gran número de dichas relaciones, cada una de las cuales puede tener utilidad en distintos ámbitos, y que es imposible estudiar en su totalidad en el contexto de esta Tesis. Nuestro objetivo en este capítulo, como veremos a continuación se limita a ilustrar algunos de los casos posibles, proponiendo relaciones concretas, y mostrando la utilidad de la Teoría de Conjuntos Difusos y la Teoría de la Posibilidad en este contexto.

En la siguiente sección estudiaremos algunas relaciones difusas de distinto tipo que pueden establecerse entre informaciones de color expresadas mediante colores precisos y difusos, y ejemplos de su uso práctico.

## 4.2 RELACIONES ENTRE INFORMACIONES DE COLOR

En esta sección vamos a estudiar distintas relaciones de semejanza que pueden definirse entre colores tanto precisos como difusos, teniendo en cuenta también el uso de los mismos. Concretamente, vamos a considerar informaciones que hacen referencia al color de alguna de las tres formas siguientes:

1. Un color preciso  $c \in \Gamma$ . Un ejemplo de información de color basada en este formato es *el pixel cuyo color es [0,0,0] en RGB*.
2. Un color difuso usado conjuntivamente. Por ejemplo, *me gustan los colores **rojos**; la hierba es **verde***. Define un conjunto de colores precisos junto con su grado de compatibilidad con una categoría de color sobre la que se afirma algo de manera global.
3. Un color difuso usado disyuntivamente (distribución de posibilidad sobre un conjunto de colores precisos), correspondiente a una descripción mediante una restricción flexible de nuestro conocimiento sobre el valor actual de una variable del que sabemos que es un solo color preciso. Por ejemplo, *mi coche es **rojo***.

De ahora en adelante, notaremos el uso conjuntivo de colores difusos como  $C_u$ , por ejemplo, diremos que un color difuso es un color  $C_u$  cuando se usa conjuntivamente. De la misma forma, notaremos el uso disyuntivo mediante  $D_u$ .

En la Tabla 9 se muestran algunas preguntas que podrían plantearse involucrando distintos tipos de información de color y que pueden ser útiles en varios casos prácticos. Las preguntas 1 y 2 corresponden a determinar la semejanza entre colores precisos inducida por un color difuso o un espacio de color difuso, respectivamente. Las preguntas 3 y 4 corresponden a relaciones entre colores precisos y colores difusos considerando el uso conjuntivo y disyuntivo, respectivamente, mientras que las preguntas 5, 6, 7, 8, 9, 10 y 11 corresponden a relaciones entre colores difusos y distintos usos. Particularmente, las preguntas 6 y 7 plantean uso de posibilidad y necesidad, las preguntas 8 y 9 plantean relaciones de inclusión y las preguntas 10 y 11, relaciones de similitud.

Pregunta	Color 1	Color 2	Relación
1. ¿Cómo se parecen dos colores precisos $c$ y $c'$ según el color <b>rojo</b> ?	$c$ preciso	$c'$ preciso	Semejanza según <b>rojo</b>
2. ¿Cómo se parecen dos colores precisos $c$ y $c'$ según el espacio de color $\tilde{\Gamma}_{ISCC}$ ?	$c$ preciso	$c'$ preciso	Semejanza según $\tilde{\Gamma}_{ISCC}$
3. ¿Con que grado el color $c$ del pixel $p$ es <b>rojo</b> ?	$c$ preciso	<b>rojo</b> Cu	Compatibilidad
4. ¿Cuál es la posibilidad/necesidad que el color de mi coche sea $c$ , sabiendo que mi coche es <b>rojo</b> ?	$c$ preciso	<b>rojo</b> Du	Posibilidad y Necesidad
5. ¿Hasta qué punto es posible encontrar un coche cuyo color sea <b>rojo</b> y <b>naranja</b> ?	<b>rojo</b> Cu	<b>naranja</b> Cu	Compatibilidad
6. Me dijo que le gustaban los coches de color <b>rojo</b> . Mi coche es <b>naranja</b> . ¿Cuál es la posibilidad/necesidad de que le guste mi coche?	<b>rojo</b> Cu	<b>naranja</b> Du	Posibilidad y Necesidad
7. Luis vio un coche <b>rojo</b> , y Pedro vio un coche <b>naranja</b> , ¿cuál es la posibilidad/necesidad de que ambos coches estuvieran pintados del mismo color?	<b>rojo</b> Du	<b>naranja</b> Du	Posibilidad y Necesidad
8. ¿Hasta qué punto este cuadro utiliza todos los colores de este otro?	$\tilde{C}$ Cu	$\tilde{C}'$ Cu	Inclusión
9. ¿En qué medida el conocimiento de Pedro sobre el color de mi coche es más específico que el de Luis?	$\tilde{C}$ Du	$\tilde{C}'$ Du	Inclusión
10. ¿Cómo de similares son los colores difusos definidos por dos usuarios distintos para una misma categoría de color?	$\tilde{C}$ Cu	$\tilde{C}'$ Cu	Similitud
11. ¿En qué medida el conocimiento de Pedro sobre el color de mi coche es similar al de Luis?	$\tilde{C}$ Du	$\tilde{C}'$ Du	Similitud

Tabla 9: Varias preguntas que involucran distintos tipos de información de color.



En la Tabla 10 se muestran, para las preguntas planteadas en la Tabla 9, las relaciones más comunes que se pueden considerar al emparejar informaciones de color utilizando las formas antes mencionadas, donde  $c, c' \in \Gamma$  son colores precisos, y  $\tilde{C}, \tilde{C}' \in \tilde{\Gamma}$  son colores difusos. Más concretamente:

- Notaremos  $r_{\tilde{C}}$  la relación de semejanza inducida por un color difuso  $\tilde{C}$ , que puede expresarse informalmente como sigue: *dos colores precisos son similares en base a  $\tilde{C}$  en la medida en que ambos están en  $\tilde{C}$ .*
- Notaremos  $R_{\tilde{\Gamma}}$  la relación de semejanza inducida por un espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}$ . Por simplificar, cuando el espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}$  sea conocido, denotaremos la relación como  $R$ . Esta relación puede expresarse como: *dos colores precisos son similares en base a  $\tilde{\Gamma}$  en la medida en que ambos están en un mismo color de  $\tilde{\Gamma}$ .*
- También para simplificar, notaremos como  $K$  a todas las relaciones que expresen *compatibilidad*, y que se diferenciarán solamente por el tipo de argumentos. Dos informaciones son compatibles en la medida en que hay al menos un color preciso compatible con ambas.
- De la misma forma, notaremos como  $Pos$  y  $Nec$  a relaciones que expresen posibilidad y necesidad, respectivamente, en base a medidas propias de la Teoría de la Posibilidad (ver apéndice D).
- Finalmente,  $Inc$  y  $Sim$  representan relaciones de inclusión y similitud entre conjuntos difusos respectivamente.

Queremos destacar de nuevo que es posible definir otras relaciones entre estos elementos que, al igual que las que propondremos a continuación, se obtienen directamente mediante el uso de la Teoría de Conjuntos Difusos y la Teoría de la Posibilidad.

Finalmente, es importante indicar que asumiremos que solo se considera un subconjunto discreto y finito de colores precisos en el espacio de color  $\Gamma$ , como es habitual en la representación computacional de colores precisos, aunque de manera teórica se trabaje sobre un espacio vectorial infinito. Esta restricción es necesaria a la hora de calcular las distintas expresiones para las relaciones que propondremos posteriormente, y no supone pérdida de generalidad, ya que el ser humano solo puede distinguir un conjunto finito de colores precisos, que suele ser de hecho menor que el que puede representar un ordenador.

	$\mathbf{c}'$	$\text{Cu } \tilde{\mathbf{C}}'$	$\text{Du } \tilde{\mathbf{C}}'$
$\mathbf{c}$	$r_{\tilde{\mathbf{c}}}(\mathbf{c}, \mathbf{c}')$ (4.1)	$\text{K}(\tilde{\mathbf{c}}, \tilde{\mathbf{C}}')$ (4.3)	$\text{Pos}(V=\mathbf{c} \mid V \text{ es } \tilde{\mathbf{C}}')$ (4.4)
	$\text{R}(\mathbf{c}, \mathbf{c}')$ (4.2)		$\text{Nec}(V=\mathbf{c} \mid V \text{ es } \tilde{\mathbf{C}}')$ (4.5)
$\text{Cu } \tilde{\mathbf{C}}$		$\text{K}(\tilde{\mathbf{C}}, \tilde{\mathbf{C}}')$ (4.6)	$\text{Pos}(V \in \tilde{\mathbf{C}} \mid V \text{ es } \tilde{\mathbf{C}}')$ (4.7)
		$\text{Inc}(\tilde{\mathbf{C}}, \tilde{\mathbf{C}}')$ (4.14)	$\text{Nec}(V \in \tilde{\mathbf{C}} \mid V \text{ es } \tilde{\mathbf{C}}')$ (4.8)
		$\text{Sim}(\tilde{\mathbf{C}}, \tilde{\mathbf{C}}')$ (4.17)	
$\text{Du } \tilde{\mathbf{C}}$			$\text{Pos}(V \text{ es } \tilde{\mathbf{C}} \mid V \text{ es } \tilde{\mathbf{C}}')$ (4.9)
			$\text{Nec}(V \text{ es } \tilde{\mathbf{C}} \mid V \text{ es } \tilde{\mathbf{C}}')$ (4.10)
			$\text{Inc}(\tilde{\mathbf{C}}, \tilde{\mathbf{C}}')$ (4.14)
			$\text{Sim}(\tilde{\mathbf{C}}, \tilde{\mathbf{C}}')$ (4.17)

Tabla 10: Relaciones entre informaciones de color y el número de la ecuación correspondiente.

### 4.2.1 Relaciones entre dos colores precisos

En esta sección se muestran relaciones entre colores precisos. Por un lado se propone una relación de semejanza entre dos colores precisos inducida por un color difuso (sección 4.2.1.1) y por otro lado, una relación de semejanza entre dos colores precisos inducida por un espacio de color difuso (sección 4.2.1.2).

#### 4.2.1.1 Semejanza entre colores precisos inducida por un color difuso

La semejanza entre colores está relacionada con la propia definición de un espacio de color difuso ya que la representación de cada color difuso es el conjunto difuso de colores precisos que son compatibles con el color difuso. Esta representación induce una relación de semejanza para colores precisos basada en la idea de que los colores precisos que aparecen con un cierto grado en la representación de un color difuso son semejantes al menos con el mínimo de sus grados. Así, una primera noción de la semejanza entre colores precisos es la semejanza inducida por un único color difuso, definida como sigue:

**Definición 7** *La semejanza entre colores precisos inducida por un color difuso  $\tilde{\mathbf{C}}$  es*

$$r_{\tilde{\mathbf{c}}}(\mathbf{c}, \mathbf{c}') = \text{mín}(\tilde{\mathbf{C}}(\mathbf{c}), \tilde{\mathbf{C}}(\mathbf{c}')) \tag{4.1}$$

Es fácil demostrar que la relación difusa  $r_{\tilde{c}}$  es simétrica y max-min transitiva, pero no reflexiva a menos que  $\tilde{C}$  sea preciso. La reflexividad se puede imponer forzando  $r_{\tilde{c}}(\mathbf{c}, \mathbf{c}) = 1$  en la definición anterior, permitiendo interpretar directamente un color difuso como un grupo de colores precisos similares, definidos por una relación de equivalencia difusa. Sin embargo, esto introduce discontinuidad en el conjunto difuso “siendo similar a  $\mathbf{c}$  según  $\tilde{C}$ ”, cuya función de pertenencia viene dada por  $r_{\tilde{c}}(\mathbf{c}, \mathbf{c}')$  para cada  $\mathbf{c}'$ , incluso cuando  $\tilde{C}$  es continuo. Esta condición se puede eliminar si se desea continuidad y la reflexividad no es obligatoria. En cualquier caso, esta discusión no es muy importante desde el punto de vista práctico, ya que en aplicaciones prácticas, lo interesante es la generalización de esta noción a la noción de semejanza inducida por un espacio de color difuso (sección 4.2.1.2).

Para ilustrar esta medida de semejanza se ha seleccionado una imagen (Figura 37) de cuatro coches pintados de diferentes colores, se han extraído algunos colores precisos representativos de los distintos coches y se ha calculado la semejanza de los colores precisos inducida por distintos colores difusos del espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$  definido en la sección 3.5.1.1, concretamente *Azul*, *Rojo*, *Naranja* y *Amarillo*.

En las Tablas 11, 12, 13 y 14 se muestran los grados de semejanza entre los colores precisos  $\mathbf{c}1 - \mathbf{c}8$  de la Figura 37, según las relaciones de semejanza inducidas por los colores difusos *Azul*, *Rojo*, *Naranja* y *Amarillo* del espacio de color  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$ , respectivamente.

En la Tabla 11 se puede observar que la semejanza entre los colores precisos  $\mathbf{c}1$  y  $\mathbf{c}2$  inducida por el color difuso *Azul* es mayor que 0 puesto que ambos colores son percibidos como similares con respecto al color *Azul*, mientras que al resto de colores precisos ( $\mathbf{c}3 - \mathbf{c}8$ ) es 0. Sin embargo, la semejanza inducida por un color difuso más específico podría ser distinta, como es el caso de la semejanza del color preciso  $\mathbf{c}2$  con respecto al color difuso *Azul Verdoso* del espacio  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-extendido}}$ , que es 1, mientras que la del color difuso  $\mathbf{c}1$  es 0. De forma análoga ocurre con el resto de colores precisos y colores difusos en el resto de tablas.

En relación al tema de la reflexividad que hemos discutido anteriormente, nótese por ejemplo que  $r_{\tilde{c}}(\mathbf{c}1, \mathbf{c}1) \neq 1$  en la Tabla 11 puesto que no se está imponiendo la propiedad de reflexividad en la definición 7, lo cual indica que  $\mathbf{c}1$  no es 100% similar a sí mismo según el color difuso *Azul* definido en el espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$ . Lo mismo ocurre con los colores  $\mathbf{c}4$ ,  $\mathbf{c}5$ ,  $\mathbf{c}6$  y  $\mathbf{c}7$  respecto a los colores difusos *Rojo*, *Naranja* y *Amarillo*.



(a) Imagen de varios coches pintados de diferentes colores

Color	Valor RGB
<b>c1</b>	[5, 209, 233]
<b>c2</b>	[1, 126, 170]
<b>c3</b>	[200, 26, 51]
<b>c4</b>	[255, 51, 53]
<b>c5</b>	[255, 75, 37]
<b>c6</b>	[250, 152, 40]
<b>c7</b>	[225, 171, 8]
<b>c8</b>	[254, 253, 21]

Figura 37: Colores precisos c1-c8 y su valor en RGB seleccionados de la imagen (a).

<b>c1</b>	0,439								
<b>c2</b>	0,439	1							
<b>c3</b>	0	0	0						
<b>c4</b>	0	0	0	0					
<b>c5</b>	0	0	0	0	0				
<b>c6</b>	0	0	0	0	0	0			
<b>c7</b>	0	0	0	0	0	0	0		
<b>c8</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 11: Semejanza inducida por el color difuso *Azul* del espacio  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$  (sección 3.5.1.1) entre los colores precisos c1-c8 de la Figura 37.

<b>c1</b>	0								
<b>c2</b>	0	0							
<b>c3</b>	0	0	1						
<b>c4</b>	0	0	0,658	0,658					
<b>c5</b>	0	0	0,298	0,298	0,298				
<b>c6</b>	0	0	0	0	0	0			
<b>c7</b>	0	0	0	0	0	0	0		
<b>c8</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 12: Semejanza inducida por el color difuso *Rojo* del espacio  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$  (sección 3.5.1.1) entre los colores precisos c1-c8 de la Figura 37.

c1	0							
c2	0	0						
c3	0	0	0					
c4	0	0	0	0,342				
c5	0	0	0	0,342	0,702			
c6	0	0	0	0,342	0,702	0,865		
c7	0	0	0	0,262	0,262	0,262	0,262	
c8	0	0	0	0	0	0	0	0
	c1	c2	c3	c4	c5	c6	c7	c8

Tabla 13: Semejanza inducida por el color difuso *Naranja* del espacio  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$  (sección 3.5.1.1) entre los colores precisos c1-c8 de la Figura 37.

c1	0							
c2	0	0						
c3	0	0	0					
c4	0	0	0	0				
c5	0	0	0	0	0			
c6	0	0	0	0	0	0,135		
c7	0	0	0	0	0	0,135	0,738	
c8	0	0	0	0	0	0,135	0,738	1
	c1	c2	c3	c4	c5	c6	c7	c8

Tabla 14: Semejanza inducida por el color difuso *Amarillo* del espacio  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$  (sección 3.5.1.1) entre los colores precisos c1-c8 de la Figura 37.

#### 4.2.1.2 Semejanza entre colores precisos inducida por un espacio de color difuso

La semejanza inducida por un espacio de color difuso se puede calcular simplemente considerando el máximo grado de relación de entre los proporcionados por los colores difusos del espacio en base a la definición 7:

**Definición 8** *La semejanza entre los colores precisos  $\mathbf{c}$  y  $\mathbf{c}'$  inducida por un espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}$  es*

$$R_{\tilde{\Gamma}}(\mathbf{c}, \mathbf{c}') = \max_{\tilde{\mathbf{c}} \in \tilde{\Gamma}} r_{\tilde{\mathbf{c}}}(\mathbf{c}, \mathbf{c}') \quad (4.2)$$

Nótese que en este caso, la relación es reflexiva para todos los colores precisos si y solo si los núcleos de los colores difusos forman un recubrimiento del espacio de color; en otro caso, tendríamos que imponer  $R_{\tilde{\Gamma}}(\mathbf{c}, \mathbf{c}) = 1$  y de nuevo tendríamos una discontinuidad en la semejanza. Dicho de otro modo, para obtener una relación reflexiva, todo color del espacio debe ser compatible con grado 1 con al menos un color difuso de  $\tilde{\Gamma}$ .

La definición 8 es útil en la práctica cuando resolvemos cuestiones como la cuestión 2 de la Tabla 9, por ejemplo *¿qué colores RGB son semejantes al color  $\mathbf{c}$ ?, o quiero obtener imágenes que contienen colores que son semejantes al color del pixel  $p$ , etc.*

La Tabla 15 muestra la semejanza inducida por el espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$  (sección 3.5.1.1) entre los colores precisos  $\mathbf{c}1 - \mathbf{c}8$  de la Figura 37. Al igual que en los ejemplos anteriores, no se está imponiendo la propiedad de reflexividad y los núcleos de los colores difusos del espacio  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$  no definen un recubrimiento (el 0.5-corte sí define una partición difusa mediante el diagrama de Voronoi tal y como se comentó en la sección 3.5.1) por lo que la semejanza entre colores precisos no será reflexiva para colores que no pertenezcan al núcleo de ningún conjunto difuso. Obsérvese también que la semejanza inducida por el espacio de color  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$  entre los colores precisos  $\mathbf{c}4 - \mathbf{c}7$  es mayor que 0 puesto que en dicho espacio existen definiciones de color que son compatibles con esos colores precisos con grado mayor que 0.

















	0,439							
	0,439	1						
	0	0	1					
	0	0	0,658	0,658				
	0	0	0,298	0,342	0,702			
	0	0	0	0,342	0,702	0,865		
	0	0	0	0,262	0,262	0,262	0,738	
	0	0	0	0	0	0,135	0,738	1
								

Tabla 15: Semejanza inducida por el espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$  (sección 3.5.1.1) entre los colores precisos  $c1 - c8$  de la Figura 37.

### 4.2.2 Relaciones entre un color preciso y un color difuso

En esta sección se proponen relaciones entre un color preciso y un color difuso. Se propone una relación de compatibilidad entre un color preciso y un color difuso  $C_u$  (uso conjuntivo) (sección 4.2.2.1) y relaciones de posibilidad/necesidad entre un color preciso y un color difuso  $D_u$  (uso disyuntivo) (sección 4.2.2.2).

#### 4.2.2.1 Compatibilidad entre un color preciso y un color difuso de uso conjuntivo

La compatibilidad entre un color preciso y un color difuso  $C_u$  (uso conjuntivo) depende de la representación del color difuso, por lo que un color preciso será compatible con un color difuso  $C_u$  en un cierto grado, dado por la función de pertenencia. Así:

**Definición 9** La compatibilidad entre un color preciso  $c$  y un color difuso  $C_u \in \tilde{\Gamma}$  es

$$K(c, \tilde{C}) = \tilde{C}(c) \tag{4.3}$$

La definición 9 es útil para responder preguntas del tipo de la cuestión 3 de la Tabla 9, *¿con que grado el pixel  $p$  es rojo?*, o *quiero obtener imágenes que contienen píxeles rojos*.

La Tabla 16 muestra la compatibilidad de los colores precisos  $c1 - c8$  de la Figura 37 con los colores difusos *Azul*, *Rojo*, *Naranja* y *Amarillo* del espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ . Como se observa en la tabla, el color  $c2$  es compatible 100% con el color difuso *Azul* puesto que  $c2$  pertenece al núcleo de *Azul*. De forma análoga ocurre con el color  $c3$  con respecto al color difuso *Rojo*, así como  $c8$  con respecto a *Amarillo*.



El resto de colores precisos (c1, c4, c5, c6 y c7) son también compatibles con los colores difusos en el grado en el que pertenecen a cada color difuso.

Color preciso	Azul	Rojo	Naranja	Amarillo
<b>c1</b>	0,439	0	0	0
<b>c2</b>	1	0	0	0
<b>c3</b>	0	1	0	0
<b>c4</b>	0	0,658	0,342	0
<b>c5</b>	0	0,298	0,702	0
<b>c6</b>	0	0	0,865	0,135
<b>c7</b>	0	0	0,262	0,738
<b>c8</b>	0	0	0	1

Tabla 16: Compatibilidad de los colores c1 – c8 de la Figura 37 a los colores difusos *Azul*, *Rojo*, *Naranja* y *Amarillo* del espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$  (sección 3.5.1.1).

#### 4.2.2.2 Posibilidad y necesidad de un color preciso compatible con un color difuso de uso disyuntivo

Un color difuso se usa de manera disyuntiva para representar nuestro desconocimiento acerca del valor (color preciso) de una variable de color, a través de una restricción sobre el conjunto de colores precisos. En ese caso, un color difuso se interpreta como una distribución de posibilidad sobre el conjunto de colores precisos. Por tanto, a la hora de dar respuesta a cuestiones utilizando colores disyuntivos, nos encontramos con grados de posibilidad y necesidad. En este caso, definimos relaciones que llamamos de posibilidad/necesidad de la compatibilidad entre un color preciso y un color difuso  $D_u$  como sigue:

**Definición 10** *La posibilidad y la necesidad de que una variable de color  $V$  tome el valor  $c$  sabiendo que su valor es un color difuso  $D_u$   $\tilde{C} \in \tilde{\Gamma}$  son, respectivamente*

$$\text{pos}(V = c | V \text{ es } \tilde{C}) = \tilde{C}(c) \quad (4.4)$$

y

$$\text{nec}(V = c | V \text{ es } \tilde{C}) = 1 - \max_{c' \in \Gamma \mid c' \neq c} \{\tilde{C}(c')\} \quad (4.5)$$

La *posibilidad* de que una variable de color  $V$  tome el valor  $c$  sabiendo que su valor es un color difuso conocido  $\tilde{C}$ , es igual que la compatibilidad del color preciso  $c$  con el color difuso  $\tilde{C} \in \tilde{\Gamma}$ .

Nótese que para cualquier color difuso  $\tilde{C} \in \tilde{\Gamma}$  cuyo núcleo no esté compuesto por un único color preciso,  $\text{Nec}(V = c|V \text{ es } \tilde{C}) = 0$ . Por otro lado, si  $\tilde{C}$  está formado por un único color preciso, es fácil demostrar que

$$\begin{aligned} \text{pos}(V = c|V \text{ es } \{c'\}) &= \text{Nec}(V = c|V \text{ es } \{c'\}) = \\ &= \begin{cases} 1 & c = c' \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \end{aligned}$$

La definición 10 es útil para resolver cuestiones del tipo de la cuestión 4 de la Tabla 9, *sabiendo que mi coche es rojo, ¿cuál es la posibilidad/necesidad que el color de mi coche sea  $c$ ?*

Por ejemplo, tal y como se muestra en la Tabla 16, la *posibilidad* de que el coche rojo de la Figura 37 esté pintado del color preciso  $c_3$  es 1, mientras que para el color  $c_4$  es 0,658. En el caso de la *necesidad* siempre es 0 puesto que los núcleos de los colores difusos de los espacios de color difuso definidos no están formados por un único color preciso. Asimismo, si se contemplase un espacio de color difuso en el que el núcleo de un color difuso  $\tilde{C}$  estuviese formado por un único color preciso, la necesidad entre un color preciso  $c$  y  $\tilde{C}$  sería 1 en el caso que  $\tilde{C}(c') = 1$  y  $c = c'$ .

### 4.2.3 Relaciones entre dos colores difusos

En esta sección se proponen relaciones entre colores difusos usados de manera conjuntiva y disyuntiva. Por un lado se muestra una relación de compatibilidad entre colores difusos  $C_u$  (sección 4.2.3.1) y por otro lado, se muestran relaciones de posibilidad/necesidad entre colores difusos de uso conjuntivo (sección 4.2.3.2) y disyuntivo (sección 4.2.3.3). Finalmente, se proponen relaciones de inclusión (sección 4.2.3.4) y semejanza (sección 4.2.3.5) entre dos colores difusos.

### 4.2.3.1 Compatibilidad entre dos colores difusos de uso conjuntivo

Dos colores difusos  $C_u$  serán compatibles en el grado en que exista un color preciso que pertenezca a ambos colores difusos. Por tanto, la compatibilidad de un color difuso  $C_u$  consigo mismo será 1. En general,

**Definición 11** *La compatibilidad entre dos colores difusos  $C_u$  es*

$$\kappa(\tilde{C}, \tilde{C}') = \max_{c \in \Gamma} \min\{\tilde{C}(c), \tilde{C}'(c)\} \quad (4.6)$$

La definición 11 es útil para resolver preguntas del tipo de la cuestión 5 de la Tabla 9, *¿hasta qué punto es posible encontrar un coche cuyo color sea rojo y naranja?*

La Tabla 17 muestra la compatibilidad entre los colores difusos *Azul*, *Rojo*, *Naranja* y *Amarillo* del espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$ . Así, por ejemplo, la compatibilidad entre los colores difusos *Rojo* y *Naranja* es 0,5 debido a que (según la metodología de aprendizaje de espacios de color difuso ilustrada en la sección 3.3.2) no existe ningún prototipo positivo más cercano a los prototipos representativos de ambos colores, por tanto comparten al menos una cara de las superficies de Voronoi (0.5-corte). Lo mismo ocurre con la compatibilidad entre *Naranja* y *Amarillo*, la cual es 0,484 (casi 0,5). En este caso no es 0,5 debido a que el espacio de color preciso es discreto y en la metodología usada para crear espacios de color se ha considerado un espacio continuo para definir las superficies de Voronoi. Sin embargo, la compatibilidad entre el color difuso *Azul* y el resto es 0 puesto que no existe ningún color preciso que pertenezca a ambos colores, como es de esperar.

<i>Azul</i>	1			
<i>Rojo</i>	0	1		
<i>Naranja</i>	0	0,5	1	
<i>Amarillo</i>	0	0	0,484	1
	<i>Azul</i>	<i>Rojo</i>	<i>Naranja</i>	<i>Amarillo</i>

Tabla 17: Compatibilidad entre los colores difusos *Azul*, *Rojo*, *Naranja* y *Amarillo* del espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$  (sección 3.5.1.1).

#### 4.2.3.2 Posibilidad y necesidad de un color difuso de uso conjuntivo compatible con un color difuso de uso disyuntivo

Dado que uno de los colores se usa de manera disyuntiva, tenemos relaciones de posibilidad y necesidad.

**Definición 12** *La posibilidad y la necesidad de que una variable de color  $V$  tome un valor compatible con un color difuso  $C_u \tilde{C}$  sabiendo que el valor de  $V$  está en un color difuso  $D_u \tilde{C}'$  son, respectivamente*

$$\text{pos}(V \in \tilde{C} | V \text{ es } \tilde{C}') = \max_{c \in \Gamma} \min\{\tilde{C}'(c), \tilde{C}(c)\} \quad (4.7)$$

$$\text{nec}(V \in \tilde{C} | V \text{ es } \tilde{C}') = 1 - \max_{c \in \Gamma} \min\{\tilde{C}'(c), 1 - \tilde{C}(c)\} \quad (4.8)$$

La definición 12 es útil para resolver preguntas del tipo de la cuestión 6 de la Tabla 9, *me dijo que le gustaban los coches de color rojo. Mi coche es naranja. ¿Cuál es la posibilidad/necesidad de que le guste mi coche?*

#### 4.2.3.3 Posibilidad y necesidad de un color difuso de uso disyuntivo compatible con un color difuso de uso disyuntivo

En este caso, al igual que en la sección anterior, dado que ambos colores se usan de manera disyuntiva, tenemos relaciones de posibilidad y necesidad. Por tanto, la relación entre ambos colores difusos plantea una restricción sobre el conjunto de colores precisos que representan cada color difuso, tal que no tenemos conocimiento acerca de los colores precisos involucrados en la relación.

**Definición 13** *La posibilidad y la necesidad de que una cierta variable de color  $V$  que está en un color difuso  $D_u \tilde{C}$  sea igual al valor de una variable  $V'$  que está en un color difuso  $D_u \tilde{C}'$  son, respectivamente*

$$\text{pos}(V = V' | V \text{ es } \tilde{C} \text{ y } V' \text{ es } \tilde{C}') = \max_{c \in \Gamma} \min\{\tilde{C}'(c), \tilde{C}(c)\} \quad (4.9)$$

$$\text{nec}(V = V' | V \text{ es } \tilde{C} \text{ y } V' \text{ es } \tilde{C}') = 1 - \max_{c, c' \in \Gamma \mid c' \neq c} \min\{\tilde{C}(c), \tilde{C}'(c')\} \quad (4.10)$$

La definición 13 es útil para resolver preguntas del tipo de la cuestión 7 de la Tabla 9, *Luis vio un coche rojo, y Pedro vio un coche naranja, ¿cuál es la posibilidad/necesidad que ambos coches estuvieran pintados del mismo color?*

En las relaciones anteriores se ha utilizado como criterio de igualdad de colores precisos la igualdad clásica en el espacio vectorial. Una alternativa es considerar como criterio de igualdad la semejanza inducida por un espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}$ , de la siguiente forma:

**Definición 14** *La posibilidad y la necesidad de que una cierta variable de color  $V$  que está en un color difuso  $Du \tilde{C}$  sea semejante según el espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}$  al valor de una variable  $V'$  que está en un color difuso  $Du \tilde{C}'$  son, respectivamente*

$$\text{pos}(V = V' | V \text{ es } \tilde{C} \text{ y } V' \text{ es } \tilde{C}') = \max_{\mathbf{c}, \mathbf{c}' \in \tilde{\Gamma}} \min\{\tilde{C}(\mathbf{c}), \tilde{C}'(\mathbf{c}'), R_{\tilde{\Gamma}}(\mathbf{c}, \mathbf{c}')\} \quad (4.11)$$

$$\text{nec}(V = V' | V \text{ es } \tilde{C} \text{ y } V' \text{ es } \tilde{C}') = 1 - \max_{\mathbf{c}, \mathbf{c}' \in \tilde{\Gamma}} \min\{\tilde{C}(\mathbf{c}), \tilde{C}'(\mathbf{c}'), 1 - R_{\tilde{\Gamma}}(\mathbf{c}, \mathbf{c}')\} \quad (4.12)$$

Esta misma alternativa podría haberse aplicado en las relaciones definidas anteriormente en este apartado, utilizando la semejanza entre colores precisos en lugar de la igualdad en el espacio de color  $\Gamma$ .

#### 4.2.3.4 Inclusión de un color difuso en otro

El grado de inclusión entre colores difusos resulta útil a la hora de determinar si un color difuso es una particularización o restricción de otro. En la Teoría de Conjuntos Difusos se dice que un conjunto  $A$  está incluido en otro  $B$  si  $A(x) \leq B(x) \forall x$ . Esta noción se puede extender mediante la introducción de *grados de inclusión* utilizando distintas funciones. En la literatura se ha propuesto un conjunto de axiomas que toda función que proporcione grados de inclusión debería verificar, llamados *Axiomas de Sinha-Dougherty* [246]. En esta Tesis usaremos la siguiente familia de funciones propuesta en [54]:

**Definición 15 ([54])** *Sea  $J$  una implicación difusa contrapositiva<sup>2</sup> que verifica:*

1.  $(\forall x, y \in [0, 1])(x \leq y \Leftrightarrow J(x, y) = 1)$
2.  $(\forall x, y \in [0, 1])(x = 1 \wedge y = 0 \Leftrightarrow J(x, y) = 0)$

<sup>2</sup> Una implicación difusa  $J$  es contrapositiva si  $J(x, y) = J(N_J(y), N_J(x)) \forall x, y \in [0, 1]$ , con  $N_J$  siendo el negador inducido de  $J$  definido como  $N_J(x) = J(x, 0) \forall x \in [0, 1]$ .

y sean  $A$  y  $B$  dos conjuntos difusos definidos sobre un conjunto preciso  $X$ . Entonces, la familia de funciones dada por

$$\text{Sub}(A, B) = \min_{x \in X} J(A(x), B(x)) \quad (4.13)$$

es una familia de indicadores de inclusión que satisfacen todos los axiomas de Sinha-Dougherty.

Nosotros proponemos su uso para definir la relación de inclusión entre colores difusos del siguiente modo:

**Definición 16** El grado de inclusión de un color difuso  $\tilde{C}$  en otro color difuso  $\tilde{C}'$  se calcula mediante un indicador de inclusión de la familia dada por la ecuación 4.13, por ejemplo,

$$\text{Inc}(\tilde{C}, \tilde{C}') = \text{Sub}(\tilde{C}, \tilde{C}') = \min_{c \in \Gamma} J(\tilde{C}(c), \tilde{C}'(c)) \quad (4.14)$$

Un ejemplo de indicador de inclusión es el basado en el operador de implicación difuso de Lukasiewicz  $J_\alpha$ . Este operador de implicación verifica las condiciones mencionadas anteriormente, y viene dado por

$$J_\alpha(x, y) = \min(1, 1 - x + y) \quad (4.15)$$

De esta forma, el grado de inclusión de un color difuso  $\tilde{C}$  en otro color difuso  $\tilde{C}'$  basado en el operador de implicación de Lukasiewicz es

$$\text{Inc}(\tilde{C}, \tilde{C}') = \min_{c \in \Gamma} \min(1, 1 - \tilde{C}(c) + \tilde{C}'(c)) \quad (4.16)$$

El indicador de inclusión entre informaciones de color es útil en el caso de colores  $D_u$  para contestar preguntas del tipo de la cuestión 8 de la Tabla 9, ¿en qué medida el conocimiento de Pedro sobre el color de mi coche es más específico que el de Luis?. Mientras que en el caso de colores  $C_u$ , para preguntas del tipo de la cuestión 9 de la Tabla 9, ¿hasta qué punto este cuadro utiliza todos los colores de este otro?.

A modo de ilustrar la relación de inclusión, las Tablas 18, 19, 20 y 21 muestran ejemplos del grado de inclusión entre colores difusos. Concretamente, los colores difusos del espacio de color  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-completo}$  definido en la sección 3.5.1.1, con respecto a los colores *Azul*, *Rojo*, *Naranja* y *Amarillo* del espacio  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ . En este caso, como se comentó en la sección 3.5.1.1 y se detalla en el Apéndice A, en el espacio de color  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-completo}$ , formado por el conjunto de colores completo del *ISCC-NBS*, se definen colores más específicos que en el conjunto básico, y con este ejemplo podemos observar hasta que punto son más específicos unos colores respecto a otros.

Otro aspecto interesante de la relación de inclusión entre colores difusos es que puede determinar qué conceptos de color (modelados por colores difusos) son similares entre ellos, cuales no y con qué grado. Para ello, a modo de ejemplo se ha calculado el grado de inclusión entre conceptos de color “similares”, concretamente entre los colores difusos correspondientes a los conceptos de color *Plátano* y *Limón* definidos por los usuarios en el experimento del apéndice B en el caso de espacios de color *no disjuntos*. La Tabla 22 muestra dicha relación de inclusión, así como los colores representativos (prototipos positivos) de cada concepto de color. Se puede observar que en el experimento hay usuarios que consideran colores que pertenecen claramente al concepto *Plátano* y que a la vez no pertenecen al concepto *Limón*, y viceversa, puesto que el grado de inclusión entre los colores difusos correspondientes es 0 (usuarios 5, 6, 10, 13, 14, 15, 18, 19, 20, 24, 25, 26 y 30) mientras que otros usuarios no consideran esa posibilidad (usuarios 2, 9, 11, 16, 17, 22, 27 y 29) puesto que el grado de inclusión es mayor que 0. Nótese que en el primer caso, no se excluye que al menos un color preciso pertenezca a ambos colores en cierto grado, ya que el grado de compatibilidad entre ambos colores no es 0, incluso en muchos casos se da que un mismo color preciso pertenece al núcleo de ambos colores difusos, puesto que la compatibilidad es 1 (usuarios 6, 10, 13, 15, 20 y 24).










		 Azul
<i>Azul vivo</i>		0,611
<i>Azul brillante</i>		0,427
<i>Azul fuerte</i>		0,906
<i>Azul profundo</i>		0,207
<i>Azul muy claro</i>		0
<i>Azul claro</i>		0
<i>Azul moderado</i>		0,25
<i>Azul oscuro</i>		0

Tabla 18: Grado de inclusión de los colores difusos específicos del “azul” según el  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-completo}}$  en el color difuso *Azul* del  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$ .








		 Rojo
<i>Rojo vivo</i>		0,76
<i>Rojo fuerte</i>		0,04
<i>Rojo profundo</i>		0
<i>Rojo muy profundo</i>		0
<i>Rojo moderado</i>		0
<i>Rojo oscuro</i>		0

Tabla 19: Grado de inclusión de los colores difusos específicos del “rojo” según el  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-completo}}$  en el color difuso *Rojo* del  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$ .




		 <i>Naranja</i>
<i>Naranja vivo</i>		1
<i>Naranja brillante</i>		0,525
<i>Naranja fuerte</i>		0,9
<i>Naranja profundo</i>		0,424
<i>Naranja claro</i>		0
<i>Naranja moderado</i>		0,399

Tabla 20: Grado de inclusión de los colores difusos específicos del “naranja” según el  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-completo}}$  en el color difuso *Naranja* del  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$ .








		 <i>Amarillo</i>
<i>Amarillo vivo</i>		1
<i>Amarillo brillante</i>		0,425
<i>Amarillo fuerte</i>		0,435
<i>Amarillo profundo</i>		0
<i>Amarillo claro</i>		0,062
<i>Amarillo moderado</i>		0,312

Tabla 21: Grado de inclusión de los colores difusos específicos del “amarillo” según el  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-completo}}$  en el color difuso *Amarillo* del  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$ .





























































	$INC(\text{plátano}, \text{limón})$	$INC(\text{limón}, \text{plátano})$	$K(\text{limón}, \text{plátano})$	$r_{\text{plátano}}$	$r_{\text{limón}}$
usuario1	0,214	0	1		
usuario2	0,956	0,431	1		
usuario3	0	0,019	1		
usuario4	0	0,028	1		
usuario5	0	0	0,645		
usuario6	0	0	1		
usuario7	0,121	0	1		
usuario8	0	0,73	1		
usuario9	0,532	0,326	1		
usuario10	0	0	1		
usuario11	0,367	0,025	1		
usuario12	0	0,923	1		
usuario13	0	0	1		
usuario14	0	0	0,5		
usuario15	0	0	1		
usuario16	0,72	0,053	1		
usuario17	0,128	0,331	1		
usuario18	0	0	0,23		
usuario19	0	0	0,284		
usuario20	0	0	1		
usuario21	0,753	0	1		
usuario22	0,232	0,214	1		
usuario23	0,42	0	1		
usuario24	0	0	1		
usuario25	0	0	0,707		
usuario26	0	0	0,388		
usuario27	0,134	0,013	1		
usuario28	0	0,519	1		
usuario29	0,63	0,146	1		
usuario30	0	0	0,741		

Tabla 22: Grados de inclusión y compatibilidad entre los colores difusos definidos por los usuarios del experimento del apéndice B equivalentes a *Plátano* y *Limón* en el caso de espacios de color *no disjuntos*.

### 4.2.3-5 Similitud entre dos colores difusos

La relación de inclusión entre colores difusos se puede extender a relación de similitud de manera natural como el grado en que se cumple la doble inclusión entre los conjuntos. Es este sentido se pueden definir una familia de indicadores de semejanza entre conjuntos difusos como sigue [15]:

**Definición 17** *El grado de similitud entre dos colores difusos  $\tilde{C}$  y  $\tilde{C}'$  se calcula en base a una función de la familia Sub como*

$$\text{Sim}(\tilde{C}, \tilde{C}') = \text{mín}\{\text{Sub}(\tilde{C}, \tilde{C}'), \text{Sub}(\tilde{C}', \tilde{C})\} \quad (4.17)$$

La similitud entre colores difusos puede ser útil para contestar preguntas del tipo de las cuestiones 10 y 11 de la Tabla 9, como por ejemplo, *¿en qué medida el conocimiento de Pedro sobre el color de mi coche es similar al de Luis?* o *¿cómo de similares son los colores difusos definidos por dos usuarios distintos para una misma categoría de color?*.

En las Tablas 23 y 24 se muestra el resultado de una pregunta del último tipo. Concretamente, se determina la similitud de los colores difusos *Plátano* y *Limón* definidos por los usuarios del experimento del apéndice B. Como se observa en las Tablas 23 y 24, en la definición de algunos usuarios existe un mayor grado de similitud entre los colores difusos, no siendo así en el caso de otros, lo cual se puede interpretar como que hay usuarios que definen un mismo concepto de color de forma distinta, contemplándose así la subjetividad existente en un mismo concepto de color. Por ejemplo, la semejanza máxima de los colores difusos *Plátano* se da entre las definiciones del *usuario*<sub>25</sub> y el *usuario*<sub>17</sub>, con semejanza 0,48, mientras que en el caso del *Limón* se da entre el *usuario*<sub>18</sub> y el *usuario*<sub>14</sub>, con semejanza 0,52.





### 4.3 CONCLUSIONES

La comparación de colores es un aspecto clave y uno de los problemas más importantes del propio modelado del color. Hemos utilizado las herramientas que proporcionan la Teoría de Conjuntos Difusos y la Teoría de la Posibilidad para determinar distintas relaciones difusas entre colores precisos y difusos, teniendo en cuenta distintos casos de uso de estos últimos. Hemos proporcionado también ejemplos de la utilidad de cada una de las relaciones propuestas. Hemos utilizado asimismo relaciones de inclusión y similitud entre colores difusos. Estas mismas herramientas pueden utilizarse para determinar respuestas a un gran número de preguntas más sofisticadas, como informaciones definidas mediante conjuntos difusos de nivel 2, que nos planteamos como trabajo futuro.

Es importante destacar que las relaciones definidas entre colores difusos pueden extenderse a cualquier subconjunto difuso de colores con soporte finito, particularmente aquellos inducidos por colores difusos sobre el conjunto de colores precisos de los píxeles de una imagen. Un ejemplo sería el conjunto de los *colores rojos que aparecen en una imagen*. El uso de estas relaciones en estos casos nos permitirían por ejemplo determinar relaciones de inclusión o similitud entre las gamas de rojos presentes en dos imágenes, su compatibilidad, etc. Diversas aplicaciones prácticas de estas relaciones en los casos mencionados serán también estudiadas y realizadas en nuestro trabajo futuro.

Por último, aunque el cálculo de algunas de las relaciones difusas entre colores difusos puede requerir cierta complejidad computacional al involucrar a todos los colores del espacio (un número finito pero que puede ser muy grande), hay que considerar que dicho cálculo solo debe realizarse una vez, quedando almacenado a partir de ahí el grado de relación entre cada par de colores difusos, por lo que esta complejidad no supone un inconveniente a la hora de su aplicación práctica.

## HISTOGRAMAS DE COLORES DIFUSOS

**RESUMEN:** En este capítulo se proponen distintas definiciones de histogramas sobre espacios de color difuso. Por un lado, se analizan los métodos más utilizados para abordar el problema del cardinal en conjuntos difusos y se proponen histogramas basados en distintas medidas de cardinal. Por otro lado, con el fin de proporcionar información entendible al usuario, se propone una definición de histograma lingüístico basada en la evaluación de la compatibilidad entre valores proporcionados por las medidas de cardinal y cuantificadores lingüísticos, mediante técnicas de cuantificación difusas.

*Si añades un poco a lo poco y lo haces así con frecuencia,  
pronto llegará a ser mucho.*  
Hesíodo <sup>1</sup>

## ÍNDICE

5.1	Introducción . . . . .	128
5.2	Cardinal de Conjuntos Difusos . . . . .	129
5.2.1	Cardinales Escalares . . . . .	129
5.2.2	Cardinales Difusos . . . . .	131
5.2.3	Cardinales basados en Números Graduales . . . . .	133
5.2.4	Discusión . . . . .	135
5.3	Cuantificación Difusa . . . . .	136
5.3.1	Evaluación basada en <i>Sigma-Count</i> . . . . .	137
5.3.2	Evaluación basada en cardinales difusos . . . . .	138
5.3.3	Evaluación basada en números graduales . . . . .	139
5.4	Histogramas sobre Espacios de Color Difuso . . . . .	140
5.4.1	Histograma basado en el cardinal <i>Sigma-Count</i> . . . . .	140
5.4.2	Histograma basado en cardinales difusos . . . . .	141
5.4.3	Histograma basado en números graduales . . . . .	141
5.4.4	Histograma lingüístico . . . . .	142
5.4.5	Discusión . . . . .	143
5.5	Ejemplos . . . . .	145
5.5.1	Histogramas basados en distintos cardinales sobre imágenes reales . . . . .	146
5.5.2	Histogramas lingüísticos sobre imágenes reales . . . . .	151
5.6	Conclusiones . . . . .	158

<sup>1</sup> Hesíodo (700 A.C.) Poeta de la Antigua Grecia.

## 5.1 INTRODUCCIÓN

Los histogramas son la base de numerosas técnicas de procesamiento de imágenes, como por ejemplo restauración, segmentación, recuperación de información y detección de objetos, entre otras [40, 67, 113, 130, 161, 164, 189, 208, 244, 282]. Un histograma de color para una imagen se define como una función  $h : \Gamma \rightarrow \mathbb{N}$  que asigna un entero  $n_k$  a cada color preciso  $c \in \Gamma$ , de forma que  $n_k$  representa el número total de píxeles de la imagen cuyo color es  $c_k$ . También es usual definir un histograma de color como una función  $h : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}$  que asigna a cada color preciso un número real correspondiente a la frecuencia con la que aparece el color  $c_k$  en los píxeles de la imagen.

Los histogramas definidos sobre espacios de color precisos proporcionan información muy precisa sobre la distribución de colores en una imagen. Sin embargo, presentan el problema de que los valores  $n_k$  suelen ser muy bajos porque en un espacio de color hay una gran cantidad de colores precisos y, a la vez, en imágenes reales suelen existir gran cantidad de pequeñas variaciones de color. Una solución práctica utilizada habitualmente para solventar estos problemas consiste en definir histogramas sobre grupos de colores  $C_k$  correspondientes a categorías de color, de forma que a cada grupo de colores se le asocia el número de píxeles cuyo color pertenece a  $C_k$ , es decir  $h(C_k) = \sum_{c_k \in C_k} n_k$ , o alternativamente su correspondiente frecuencia como hemos indicado anteriormente.

La colección de los grupos de colores  $C_1 \dots C_n$  suele definirse como una partición precisa, también conocida como cuantización, del espacio de color empleado. Con este enfoque se obtienen histogramas más concisos y con valores más altos de número o frecuencia de píxeles. Sin embargo, tal y como se comentó en el Capítulo 3, los conjuntos clásicos de colores no son modelos adecuados de las categorías de color que un ser humano percibe. Además de no reflejar adecuadamente estas categorías, y por tanto la correspondiente semejanza entre colores, definir categorías de color mediante conjuntos clásicos plantea el problema de que los valores del histograma pueden ser muy sensibles a pequeñas variaciones en la definición de las fronteras precisas de los colores, dependiendo de la distribución de colores en la imagen.

En este capítulo proponemos como solución eficaz para los problemas mencionados el uso de colores difusos, normalmente un espacio de color difuso dado, como base del histograma. Los histogramas así obtenidos son *histogramas difusos de color*, con valores que representan el número o porcentaje de píxeles *compatibles* con cada color



difuso en la imagen. Por último, pero no por ello menos importante, los histogramas difusos de color constituyen también por sí mismos una herramienta muy útil para el desarrollo de aplicaciones prácticas basadas en espacios de color difusos.

Con el fin de definir los histogramas en base a los espacios de color difuso, es imprescindible abordar el problema del cardinal de los conjuntos difusos. Existe una gran cantidad de propuestas de medidas de cardinal para conjuntos difusos en la literatura. En la sección 5.2 se analizan los métodos más utilizados para resolver este problema, así como sus ventajas y desventajas, particularmente para la definición de histogramas. En la sección 5.4 se proponen varios tipos de histogramas basados en las distintas medidas de cardinal analizadas en la sección 5.2. En la misma sección se propone lo que denominamos *histograma lingüístico*, en el que a cada color difuso se le asigna un cuantificador difuso, es decir, una etiqueta lingüística que expresa una cantidad o porcentaje de forma lingüística (sección 5.4.4). Finalmente, en la sección 5.5 se ilustran los enfoques propuestos mediante varios ejemplos.

## 5.2 CARDINAL DE CONJUNTOS DIFUSOS

En esta sección se describen brevemente los métodos más ampliamente utilizados para medir el cardinal de conjuntos difusos<sup>2</sup>, y se discuten las técnicas más empleadas en cada enfoque. Aunque no se realiza un estudio exhaustivo de la (enorme) cantidad de medidas existentes en la literatura, hemos considerado las técnicas más empleadas dentro de las categorías de cardinales escalares y difusos, así como el más reciente enfoque basado en números graduales que constituye, hasta donde nuestro conocimiento alcanza, el estado del arte actual de la cuestión.

### 5.2.1 Cardinales Escalares

En estos enfoques, el cardinal de un conjunto difuso es un número preciso, ya sea real o entero [289]. En la literatura existe una gran cantidad de medidas escalares del cardinal de un conjunto difuso, donde se suele incluir también el uso de intervalos de valores posibles [34, 71, 209, 286, 287, 288]. De todas ellas, la medida de cardinal más

---

<sup>2</sup> En adelante se asume que el referencial, o al menos el soporte de dichos conjuntos difusos, es finito. Este es el caso de todo subconjunto difuso de píxeles de una imagen.

empleada en la literatura es el llamado *Sigma-Count*, definido para cualquier conjunto difuso  $F : X \rightarrow [0, 1]$  con  $X$  finito, como:

$$sc(F) = \sum_{x \in X} F(x) \quad (5.1)$$

Un concepto muy importante como veremos es el de cardinal o frecuencia relativa difusa, definido como el porcentaje de elementos de un conjunto difuso  $G$  que son elementos de otro conjunto difuso  $F$  definido sobre el mismo referencial  $X$ . La ecuación 5.1 se puede ampliar al caso de cardinales relativos de la siguiente manera:

$$sc(F/G) = \frac{\sum_{x \in X} (F(x) \cap G(x))}{\sum_{x \in X} G(x)} = \frac{sc(F \cap G)}{sc(G)} \quad (5.2)$$

donde la intersección se realiza habitualmente utilizando la t-norma mínimo, aunque es habitual encontrar aplicaciones donde se usan otras t-normas. Esta medida tiene varias propiedades interesantes: puede ser calculada y almacenada de manera muy eficiente, verifica  $sc(F) + sc(\bar{F}) = |X|$  y su aritmética es la de los números reales. Otra característica a considerar es que este cardinal es muy fácil de interpretar para un ser humano.

Sin embargo, la medida *Sigma-Count* tiene varias desventajas importantes. De hecho,  $sc$  se propuso inicialmente como una medida de *energía* de un conjunto difuso [173]. Si bien esto está relacionado de alguna manera con el cardinal (se espera mayor energía a mayor cardinal), no es exactamente lo mismo. Al usar la energía como medida de cardinal, la acumulación de pequeños grados puede generar el mismo cardinal que un solo elemento con grado de pertenencia mayor. Por ejemplo, consideremos el caso de una imagen en la que 100 píxeles son compatibles con grado 0.1 con un color difuso  $\tilde{C}$ , mientras que en otra imagen tenemos 10 píxeles compatibles con grado 1 con el mismo color difuso. En ambas imágenes, el resultado de *Sigma-Count* aplicado al conjunto de píxeles compatibles con  $\tilde{C}$  es 10, resultado poco intuitivo para el primer caso. Algunas alternativas consideran en la suma de  $sc$  sólo los valores por encima de un cierto umbral, pero es difícil determinar el umbral adecuado y, en cualquier caso, no resuelve otros problemas como veremos más adelante.

El verdadero problema de usar medidas escalares para medir el cardinal de un conjunto difuso es que no son adecuadas para proporcionar información detallada acerca del cardinal de un conjunto difuso. Usar una medida escalar como medida de cardinal es como

usar un conjunto clásico para representar un conjunto difuso, es decir, se está descartando información como precio a pagar para obtener una medida simple y de más fácil manejo.

### 5.2.2 Cardinales Difusos

En este tipo de cardinales se considera que el cardinal de un conjunto difuso es un subconjunto difuso sobre los enteros no negativos, lo que proporciona información más exacta. Como caso particular, muchos autores han sugerido que el cardinal de un conjunto difuso debe ser un número difuso, es decir, un subconjunto normalizado y convexo en el dominio de los números reales o de los enteros no negativos [71, 289]. Sin embargo, en [61] se demuestra que en algunos casos esto es contraintuitivo. Por ejemplo, si se considera un conjunto difuso dado por  $A = 1/x_1 + 0.5/x_2 + 0.5/x_3$ , el cardinal de  $A$  podría ser 1 (porque  $x_1$  pertenece a  $A$  con certeza). No obstante, el cardinal no puede ser dos, ya que si  $x_2 \in A$  entonces  $x_3 \in A$  y viceversa. De esta forma, el cardinal no es convexo ya que puede ser 1 o 3, pero no 2. Este ejemplo ilustra asimismo que la medida *Sigma-Count* puede proporcionar cardinales poco o nada representativos ya que en este caso se cumple precisamente  $sc(A) = 2$ .

Varios autores han relacionado este problema con la idea de que los posibles cardinales de un conjunto difuso son los cardinales de sus  $\alpha$ -cortes, ya que estos son los posibles representantes precisos del conjunto difuso. Es decir, el soporte del cardinal difuso debería ser el conjunto de los cardinales sus  $\alpha$ -cortes [61]. En el ejemplo anterior, el soporte del cardinal difuso de  $A$  sería por tanto el conjunto  $\{1, 3\}$ , ya que sus posibles  $\alpha$ -cortes son  $\{x_1\}$  y  $\{x_1, x_2, x_3\}$ . En [40, 61, 307] se encuentran varias alternativas que se ajustan a esta idea, que asignan distintos grados de representatividad a cada cardinal.

Por un lado, Zadeh introduce esta idea en [307], definiendo el cardinal de un conjunto difuso  $F$  como:

$$\mu_{\text{CARD}(F)}(k) = \sup\{\alpha \mid |F_\alpha| = k\} \quad (5.3)$$

Por ejemplo, para  $A = 1/x_1 + 0.5/x_2 + 0.5/x_3$ ,  $\mu_{\text{CARD}(F)} = 1/1 + 0.5/3$ . En general,  $\mu_{\text{CARD}(\cdot)}$  es un subconjunto difuso normal y unimodal de  $\mathbb{N}$ , con función de pertenencia estrictamente decreciente en su soporte.

Por otro lado, en [61] se propone el cardinal difuso ED, definido para el conjunto difuso F como:

$$ED(F) = \sum_{\alpha_i \in \Lambda(F)} (\alpha_i - \alpha_{i+1}) / |F_{\alpha_i}| \quad (5.4)$$

donde  $\Lambda(F) = \{\alpha_1, \dots, \alpha_m\} = \{F(x_i) | x_i \in \text{soporte}(F)\} \cup \{1\}$  es el conjunto de los  $\alpha$ -cortes representativos de F, con  $1 = \alpha_1 > \alpha_2 > \dots > \alpha_m > \alpha_{m+1} = 0$ . Por ejemplo,  $\Lambda(A) = \{1, 0.5\}$  y  $ED(A) = 0.5/1 + 0.5/3$ .

Las medidas de cardinal difusas son más difíciles de calcular, almacenar y manipular que las escalares. Además, la aritmética es más compleja y carece de algunas de las propiedades de la aritmética de los cardinales escalares. En particular, cuando se opera con números difusos,  $CARD(F) + CARD(\bar{F}) = |X|$  no se cumple en general, ya que las operaciones suelen aumentar la imprecisión de los resultados. Las dificultades son incluso mayores en el caso de cardinales relativos, ya que tanto para el conjunto  $F \cap G$  como para G tenemos distintos posibles cardinales con grados asociados, y no es trivial determinar las posibles combinaciones coherentes de un valor del soporte de  $F \cap G$  y otro del soporte de G con los que calcular una frecuencia que debe aparecer en el soporte del cardinal relativo. Por no hablar de cómo calcular el grado asociado a los porcentajes resultantes.

Una solución con buenas propiedades se ha propuesto en [61] y consiste en considerar como posibles porcentajes los correspondientes a cardinales de  $\alpha$ -cortes del mismo nivel de  $F \cap G$  y G, de la siguiente forma: sea  $\Lambda(F/G) = \Lambda(F \cap G) \cup \Lambda(G)$  con  $\Lambda(F/G) = \{\alpha_1, \dots, \alpha_t\}$  y  $1 = \alpha_1 > \alpha_2 > \dots > \alpha_t > \alpha_{t+1} = 0$ . Sea

$$f_q(F/G, \alpha) = \frac{|(F \cap G)_\alpha|}{|G_\alpha|} \quad (5.5)$$

y sea  $\Omega(F/G) = \{f_q(F/G, \alpha_i) \mid \alpha_i \in \Lambda(F/G)\}$ . El cardinal relativo de F respecto a G se define finalmente como

$$ED(F/G, q) = \sum_{q \in \Omega(F/G)} \left( \sum_{\{\alpha_i \mid f_q(F/G, \alpha_i) = q\}} (\alpha_i - \alpha_{i+1}) \right) / q \quad (5.6)$$

donde la sumatoria exterior forma parte de la notación del conjunto difuso, mientras que la interior corresponde a la suma de números reales.

En el apartado siguiente se propone una solución con mejores propiedades desde el punto de vista de su aritmética, basada en el concepto de número gradual.

### 5.2.3 Cardinales basados en Números Graduales

En [75], Dubois y Prade introducen la idea de número gradual como una manera de representar cantidades difusas. Así, los números graduales asignan números a valores de una escala de relevancia, típicamente  $[0, 1]$ . El cardinal de un conjunto difuso se puede representar mediante un número gradual en el que el cardinal del  $\alpha$ -corte de un conjunto difuso se asigna a  $\alpha$ .

De acuerdo a la notación expuesta en [223], un número gradual real (resp. natural, racional) es un par  $(\Lambda, \mathcal{R})$  donde  $\Lambda \subset (0, 1]$  es finito, y  $\mathcal{R} : (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  (resp.  $\mathcal{R} : (0, 1] \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $\mathcal{R} : (0, 1] \rightarrow \mathbb{Q}$ ). Notaremos como  $\mathcal{RL}(\mathbb{R})$ ,  $\mathcal{RL}(\mathbb{N})$  y  $\mathcal{RL}(\mathbb{Q})$  el conjunto de números graduales reales, naturales y racionales, respectivamente.

El cardinal de un conjunto difuso  $F$  puede representarse mediante el número gradual natural

$$\text{gc}(F) = (\Lambda_{|F|}, \mathcal{R}_{|F|}) \in \mathcal{RL}(\mathbb{N}) \quad (5.7)$$

donde  $\Lambda_{|F|} = \{F(x) \mid x \in \text{soporte}(F)\} \cup \{1\}$  y para cada  $\alpha \in \Lambda_{|F|}$   $\mathcal{R}_{|F|}(\alpha) = |F_\alpha|$ . De la misma forma, el cardinal relativo puede expresarse mediante un número gradual racional

$$\text{gc}(F/G) = (\Lambda_{|F/G|}, \mathcal{R}_{|F/G|}) \in \mathcal{RL}(\mathbb{Q}) \quad (5.8)$$

con  $\Lambda_{|F/G|} = \Lambda_F \cup \Lambda_G$  y

$$\mathcal{R}_{|F/G|}(\alpha) = \frac{|(F_\alpha \cap G_\alpha)|}{|G_\alpha|} \quad (5.9)$$

Los números graduales ofrecen varias ventajas. Primero, contrariamente a lo que ocurre con los números difusos, no introducen imprecisión en el cardinal, ya que a cada  $\alpha$ -corte se le asigna un número preciso en lugar de un intervalo donde se asume que está el cardinal. De hecho, los llamados números difusos son realmente intervalos difusos [74].

Otra ventaja que plantean los números graduales es la aritmética. Las operaciones sobre números reales clásicos pueden extenderse a  $\mathcal{RL}(\mathbb{R})$  como sigue [226]:

**Definición 18** Sea  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  una función y sean  $R_1 \dots R_n$  números graduales con  $R_i = (\Lambda_{R_i}, \mathcal{R}_{R_i})$ . Entonces  $f(R_1, \dots, R_n)$  es un número gradual con

$$\Lambda_{f(R_1, \dots, R_n)} = \bigcup_{1 \leq i \leq n} \Lambda_{R_i} \quad (5.10)$$

y,  $\forall \alpha \in \Lambda_{f(R_1, \dots, R_n)}$

$$\mathcal{R}_{f(R_1, \dots, R_n)}(\alpha) = f(\mathcal{R}_{R_1}(\alpha), \dots, \mathcal{R}_{R_n}(\alpha)) \quad (5.11)$$

Con estas operaciones, los números graduales tienen la misma estructura algebraica que los números reales, mientras que los números difusos sólo satisfacen las propiedades de la aritmética de intervalos. Además, los números graduales no aumentan la imprecisión de la representación con las operaciones, pudiendo incluso disminuirla, hasta el punto de que como resultado de operaciones con números graduales pueden resultar números precisos. En particular, siempre para cualquier número gradual  $a$ , las operaciones  $a - a = 0$  y  $a/a = 1$  (este último siempre que  $a \neq 0$ ). De la misma forma pueden extenderse estas operaciones a números naturales y racionales manteniéndose las mismas propiedades.

Los números graduales son por lo tanto una representación que recoge toda la información posible sobre el cardinal de un conjunto difuso o el cardinal relativo de dos conjuntos difusos, y que ofrece una aritmética clásica cuando se va a emplear el cardinal en cualquier cálculo. Además, se mantienen todas las propiedades de las cardinalidades de conjuntos precisos, incluyendo la propiedad de valoración

$$gc(F) + gc(G) = gc(F \cup G) - gc(F \cap G) \quad (5.12)$$

y el caso particular  $gc(F) + gc(\bar{F}) = |X|$ , donde el complemento de  $F$  se calcula usando representación por niveles como se indica en [226].

Una desventaja de los números graduales está relacionada con el espacio requerido para representar un número gradual, así como el tiempo necesario en los cálculos aritméticos, ambos siendo proporcionales al número de  $\alpha$ -cortes utilizados. Sin embargo, en la práctica es suficiente con entre 20 y 100 niveles prefijados para obtener resultados óptimos [223, 226], lo cual no supone un alto coste computacional.

#### 5.2.4 *Discusión*

Los cardinales escalares se pueden ver como resúmenes del cardinal, ya sea descartando el cardinal de todos menos uno de los  $\alpha$ -cortes, o bien proporcionando el centro de gravedad como en el caso del *Sigma-Count* (esta interpretación se menciona en [61]), y por ello no son adecuados como representaciones del cardinal de un conjunto difuso en general. El resumen que proporcionan los cardinales escalares puede no ser representativo del cardinal.

Por otro lado, los números graduales son más adecuados para medir el cardinal, y son la mejor opción para representar cardinales y ser usados en cálculos posteriores. Sin embargo, los números graduales no son tan intuitivos como los números difusos cuando el cardinal debe ser expresado de forma comprensible para un ser humano (mediante etiquetas lingüísticas). En particular, no es directo proporcionar una etiqueta lingüística que describa de forma concisa un número gradual. Por el contrario, los números difusos son la mejor opción para resumir el cardinal en un término lingüístico aún considerando pérdida de información, ya que esta pérdida es menor que la que ofrecen los cardinales escalares.

Así, para proporcionar información lingüística a un usuario acerca del cardinal de un conjunto difuso, en esta Tesis se propone encontrar aquella etiqueta lingüística con mayor compatibilidad con el cardinal gradual, y por tanto más informativa, dentro de un vocabulario proporcionado por el usuario. Como se verá en la sección 5.3, muchos de los enfoques de cuantificación difusa calculan precisamente la compatibilidad entre un cardinal y una etiqueta lingüística. Obsérvese que, de esta manera, los números difusos (que expresan cardinales para un usuario) no se calculan directamente a partir de los conjuntos difusos, sino que se eligen en función de su compatibilidad con la medida de cardinal.

Para describir este enfoque, en las siguientes secciones estudiamos el problema de la cuantificación difusa. A efectos de verificar empíricamente el estudio teórico de los distintos tipos de cardinales considerados, vamos a estudiar técnicas de cuantificación basadas en todos ellos. Como veremos, teoría y experimentación nos llevarán a decantarnos por el uso de cardinales y cuantificación basados en números graduales para la definición de histogramas difusos, tanto numéricos como lingüísticos.

### 5.3 CUANTIFICACIÓN DIFUSA

Las sentencias cuantificadas difusas son expresiones acerca del número o porcentaje de elementos de un conjunto difuso que verifican una cierta propiedad difusa. Se suelen distinguir dos tipos de sentencias:

- Sentencias de tipo I. Toman la forma “Q de X son A”, donde Q es generalmente un *cuantificador absoluto* que describe una cantidad imprecisa (por ejemplo “aproximadamente entre 3 y 7”, “alrededor de 4”, etc.), X es un conjunto preciso, y A es un conjunto difuso definido sobre X.
- Sentencias de tipo II. Toman la forma “Q de D son A”, donde Q es generalmente un *cuantificador relativo* que describe un porcentaje impreciso (por ejemplo “la mayoría”, “alrededor del 40%”, etc.), y tanto D como A son dos conjuntos difusos definidos sobre el mismo referencial X.

Los cuantificadores absolutos se definen mediante restricciones que suelen representarse mediante subconjuntos difusos de los números naturales, mientras que los cuantificadores relativos se suelen definir como subconjuntos difusos del conjunto  $[0, 1]$ . Una sentencia cuantificada de la forma “Q de D son A” con Q un cuantificador absoluto es equivalente a la sentencia “Q de X son  $A \cap D$ ”, mientras que una sentencia de la forma “Q de X son A” con Q un cuantificador relativo es equivalente a la sentencia “Q’ de X son A” con Q’ un cuantificador absoluto definido a partir de Q como  $Q'(z) = Q(z/|X|)$ .

La evaluación de una sentencia cuantificada consiste en determinar un grado de cumplimiento de la misma, dado por un valor en el intervalo real  $[0, 1]$ . En la literatura existen numerosas propuestas de evaluación de sentencias cuantificadas. Ejemplos de ello son propuestas basadas en integrales difusas, operadores OWA, etc. [12, 13, 26, 27, 28, 55, 56, 66, 71, 100, 101, 102, 103, 162, 209, 292, 294, 302].

De manera natural, una gran cantidad de enfoques, considerados los más avanzados en el estado del arte [63], calculan el grado de cumplimiento de una sentencia cuantificada de tipo I de la forma “Q de X son A” como el grado de compatibilidad entre la restricción impuesta por el cuantificador Q y una medida del cardinal de A (para sentencias tipo I) o del cardinal relativo de A respecto a D (para sentencias tipo II). Ejemplos son las técnicas propuestas en [64, 224, 225, 308] donde la calidad y propiedades del método dependen fundamentalmente de la calidad de la medida de cardinal.



En esta sección se muestran algunas técnicas de evaluación de sentencias cuantificadas basadas en las tres medidas de cardinal comentadas en la sección anterior. También se proporciona un nuevo enfoque de evaluación [62] inspirado en la filosofía de la representación por niveles [226].

### 5.3.1 Evaluación basada en Sigma-Count

En este método de evaluación, propuesto por Zadeh [308], el cardinal utilizado es el *Sigma-Count*, y la compatibilidad entre el cuantificador y el cardinal es simplemente la pertenencia del cardinal al cuantificador. Más específicamente, la evaluación de una sentencia tipo I es

$$Q(\text{sc}(A)) \quad (5.13)$$

donde  $Q$  es un cuantificador absoluto, mientras que para una sentencia tipo II la evaluación es

$$Q(\text{sc}(A/D)) \quad (5.14)$$

Como se indica en [64], este tipo de evaluación es muy estricta para la evaluación de cuantificadores precisos, en particular la evaluación de los cuantificadores  $\forall$  y  $\exists$ , dados por

$$\forall(q) = \begin{cases} 1 & q = 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (5.15)$$

$$\exists(q) = \begin{cases} 1 & q > 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (5.16)$$

Concretamente, la evaluación de “ $\forall$  de  $X$  son  $A$ ” es 1 si y solo si  $A = X$ , y 0 en otro caso, mientras que la evaluación de “ $\exists$  de  $X$  son  $A$ ” es 0 si y solo si  $A = \emptyset$ , y 1 en otro caso. Además, pequeños cambios arbitrarios en el grado de pertenencia pueden cambiar la evaluación de 0 a 1 y viceversa. Por último, como ya se ha comentado, *Sigma-Count* no es una buena medida del cardinal en general.

Como ejemplo de lo que puede ocurrir usando *Sigma-Count*, consideremos un conjunto difuso  $A$  que tiene 100 elementos con grado 0.5 en su soporte. En tal caso, los posibles cardinales del conjunto, dados por los cardinales de sus  $\alpha$ -cortes, serían 0 y 100. Sin embargo, *Sigma-Count* es 50, por lo que la evaluación por ejemplo de la sentencia “Alrededor de 50 de  $X$  son  $A$ ” será 1, cuando una interpretación razonable de “Alrededor de 50” debería ser un resultado igual a 0.

### 5.3.2 Evaluación basada en cardinales difusos

La mayoría de los métodos de evaluación empleados para sentencias tipo I se pueden interpretar como casos particulares de los métodos basados en cardinales [64] para cardinales particulares, en los que la compatibilidad entre el cuantificador y el cardinal se calcula mediante diferentes combinaciones de t-normas y t-conormas mediante la expresión:

$$\bigoplus_{i \in \text{soporte}(\text{Card}(A))} (\text{Card}(A)(i) \otimes Q(i)) \quad (5.17)$$

donde  $Q$  es un cuantificador,  $\oplus$  y  $\otimes$  una t-norma y una t-conorma respectivamente, y  $\text{Card}(A)$  es un cardinal difuso apropiado de  $A$ .

En general, podemos resumir la evaluación de sentencias cuantificadas más usadas en la literatura dependiendo del tipo de cuantificador:

- En el caso de cuantificadores absolutos no decrecientes, la evaluación de Yager basada en el uso de operadores OWA, y el método basado en la integral difusa de Choquet, son equivalentes a usar el cardinal relativo ED (eq. 5.4) usando la t-conorma de Lukasiewicz y el producto como t-norma en la ecuación 5.17. Extendemos este método para cualquier tipo de cuantificador absoluto mediante el método llamado GD [64]:

$$\text{GD}_Q(X) = \sum_{\alpha_i \in \Lambda(A)} (\alpha_i - \alpha_{i+1}) \times Q(|A|) \quad (5.18)$$

donde  $\Lambda(A) = \{\alpha_1, \dots, \alpha_m\}$  y  $1 = \alpha_1 > \alpha_2 > \dots > \alpha_m > \alpha_{m+1} = 0$

- En el caso de cuantificadores relativos, el método GD se basa en el cardinal relativo ED y tiene la siguiente forma:

$$\text{GD}_Q(X) = \sum_{\alpha_i \in \Lambda(A/D)} (\alpha_i - \alpha_{i+1}) \times Q\left(\frac{|(A \cap D)_{\alpha_i}|}{|D_{\alpha_i}|}\right) \quad (5.19)$$

donde  $\Lambda(A/D) = \Lambda(A \cap D) \cup \Lambda(D)$  con  $\Lambda(A/D) = \{\alpha_1, \dots, \alpha_t\}$  y  $1 = \alpha_1 > \alpha_2 > \dots > \alpha_t > \alpha_{t+1} = 0$

En [63, 64] se estudian las propiedades del método GD y sus ventajas con respecto a otros métodos existentes en la literatura.

### 5.3.3 Evaluación basada en números graduales

La idea principal de la evaluación basada en números graduales consiste en evaluar la sentencia en cada nivel de representación, en la que el cardinal es preciso, y luego agregar las diferentes evaluaciones en un único valor [162, 224, 225]. En [62] se propone un nuevo método de evaluación que, hasta donde nuestro conocimiento alcanza, es el que mejores propiedades teóricas presenta dentro de la literatura. Este método define en primer lugar la evaluación por niveles, y después lleva a cabo una agregación en un único valor numérico en  $[0, 1]$ . Para el caso de sentencias tipo I, la evaluación por niveles se define como:

**Definición 19 ([62])** *La evaluación de la sentencia de tipo I “Q de X son A” por niveles es un número gradual real definido por  $(\Lambda, \mathcal{R})$ , donde  $\Lambda = \Lambda_A$ ,  $\Lambda = \{\alpha_1, \dots, \alpha_m\}$  con  $1 = \alpha_1 > \alpha_2 > \dots > \alpha_m > \alpha_{m+1} = 0$ ,  $y$ ,  $\forall \alpha \in \Lambda$ ,*

$$\mathcal{R}(\alpha) = \begin{cases} 1 & Q(|A_\alpha|) \geq \alpha \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (5.20)$$

A partir de la evaluación por niveles, la evaluación numérica de una sentencia tipo I se define como:

**Definición 20** *La evaluación numérica de la sentencia de tipo I “Q de X son A” por agregación de la evaluación por niveles  $(\Lambda, \mathcal{R})$  es:*

$$S = \sum_{\alpha_i \in \Lambda} (\alpha_i - \alpha_{i+1}) \times \mathcal{R}(\alpha_i) \quad (5.21)$$

Ambos conceptos se extienden al caso de sentencias tipo II como se muestra a continuación:

**Definición 21 ([62])** *La evaluación de la sentencia de tipo II “Q de D son A” por niveles es un número gradual real definido por  $(\Lambda, \mathcal{R})$ , donde  $\Lambda = \Lambda_A \cup \Lambda_D$ ,  $\Lambda = \{\alpha_1, \dots, \alpha_m\}$  con  $1 = \alpha_1 > \alpha_2 > \dots > \alpha_m > \alpha_{m+1} = 0$ ,  $y$ ,  $\forall \alpha \in \Lambda$ ,*

$$\mathcal{R}(\alpha) = \begin{cases} 1 & Q\left(\frac{|A_\alpha \cap D_\alpha|}{|D_\alpha|}\right) \geq \alpha \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (5.22)$$

**Definición 22** *La evaluación numérica de la sentencia de tipo II “Q de D son A” por agregación de su evaluación por niveles  $(\Lambda, \mathcal{R})$  es:*

$$S = \sum_{\alpha_i \in \Lambda} (\alpha_i - \alpha_{i+1}) \times \mathcal{R}(\alpha_i) \quad (5.23)$$

Nótese que esta última definición es similar a la de sentencias tipo I, siendo diferente la forma en que se obtiene la evaluación por niveles  $(\Lambda, \mathcal{R})$ .

## 5.4 HISTOGRAMAS SOBRE ESPACIOS DE COLOR DIFUSO

Como indicamos al comienzo de este capítulo, un histograma de color difuso es una función que proporcionará información sobre el número o la frecuencia de píxeles compatibles con cada color difuso en una imagen. Formalmente, para todos los colores de un espacio de color difuso, será una función de la forma

$$h(\tilde{C}) = \text{Card}(\tilde{C}) \quad (5.24)$$

donde  $\tilde{C}$  es un color difuso y  $\text{Card}(\tilde{C})$  el cardinal del conjunto difuso.

Dependiendo de la medida de cardinal  $\text{Card}(\tilde{C})$  empleada (escalar, difusa o gradual) el histograma proporciona unas características u otras tal y como se analizó en la sección 5.2.4.

En las siguientes secciones estudiaremos varios tipos de histogramas de color: histograma basado en el cardinal escalar *Sigma-Count* (sección 5.4.1), histograma basado en el cardinal difuso *ED* (sección 5.4.2), histograma basado en *números graduales* (sección 5.4.3) e histograma *lingüístico*, basado en cuantificación difusa sobre la medida de cardinal (sección 5.4.4).

### 5.4.1 Histograma basado en el cardinal Sigma-Count

Un histograma de color difuso basado en el cardinal *Sigma-Count* es una función  $h_{sc}$  la cual asigna un escalar a cada color difuso  $\tilde{C}_i$  de un espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}$  mediante el cardinal *sc* definido en la ecuación 5.1. Formalmente:

**Definición 23** Sea  $I_{\tilde{C}} \in \tilde{\mathcal{P}}(I)$  el conjunto difuso de píxeles de una imagen  $I$  compatibles con el color difuso  $\tilde{C} \in \tilde{\Gamma}$ . El histograma de color difuso para  $I$  basado en *Sigma-Count* y el espacio de color  $\tilde{\Gamma}$  es una función

$$h_{sc} : \tilde{\Gamma} \rightarrow \mathbb{R} \quad (5.25)$$

definida por

$$h_{sc}(\tilde{C}) = sc(I_{\tilde{C}}) \quad (5.26)$$

o, alternativamente, definida por

$$h_{sc}(\tilde{C}) = sc(I_{\tilde{C}}/I) \quad (5.27)$$

con *sc* el cardinal *Sigma-Count*.

### 5.4.2 Histograma basado en cardinales difusos

En base al cardinal difuso ED, proponemos la siguiente definición:

**Definición 24** Sea  $I_{\tilde{C}} \in \tilde{\mathcal{P}}(I)$  el conjunto difuso de píxeles de una imagen  $I$  compatibles con el color difuso  $\tilde{C} \in \tilde{\Gamma}$ . El histograma de color difuso para  $I$  basado en el cardinal difuso ED y el espacio de color  $\tilde{\Gamma}$  es una función

$$h_{ED} : \tilde{\Gamma} \rightarrow \tilde{\mathcal{P}}(\mathbb{N}) \quad (5.28)$$

definida por

$$h_{ED}(\tilde{C}) = ED(I_{\tilde{C}}) \quad (5.29)$$

o, alternativamente,

$$h_{ED} : \tilde{\Gamma} \rightarrow \tilde{\mathcal{P}}(\mathbb{Q}) \quad (5.30)$$

definida por

$$h_{ED}(\tilde{C}) = ED(I_{\tilde{C}}/I) \quad (5.31)$$

donde  $\tilde{\mathcal{P}}(\mathbb{N})$  y  $\tilde{\mathcal{P}}(\mathbb{Q})$  hacen referencia al conjunto de todos los subconjuntos difusos de los números naturales y racionales, respectivamente.

### 5.4.3 Histograma basado en números graduales

Como se comentó en la sección 5.2, los números graduales son más adecuados para medir el cardinal que los números difusos, y constituyen una de las soluciones más avanzadas dentro del estado del arte. Así, un histograma gradual es aquel que asigna un número gradual como medida de cardinal a un conjunto difuso. Extendiendo esta idea a histogramas de color resulta la siguiente definición:

**Definición 25** Sea  $I_{\tilde{C}} \in \tilde{\mathcal{P}}(I)$  el conjunto difuso de píxeles de una imagen  $I$  compatibles con el color difuso  $\tilde{C} \in \tilde{\Gamma}$ . Sea  $\mathcal{RL}(X)$  el conjunto de representaciones por niveles con imagen en  $X$ . El histograma de color difuso para  $I$  basado en números graduales y el espacio de color  $\tilde{\Gamma}$  es una función

$$h_G : \tilde{\Gamma} \rightarrow \mathcal{RL}(\mathbb{N}) \quad (5.32)$$

definida por

$$h_G(\tilde{C}) = gc(I_{\tilde{C}}) \quad (5.33)$$

o, alternativamente,

$$h_G : \tilde{\Gamma} \rightarrow \mathcal{RL}(\mathbb{Q}) \quad (5.34)$$

definida por

$$h_G(\tilde{C}) = gc(I_{\tilde{C}}/I) \quad (5.35)$$

#### 5.4.4 *Histograma lingüístico*

Las medidas de cardinal analizadas en la sección 5.2 representan el cardinal de un conjunto difuso de diferentes formas. Los resultados expresados, bien en forma de números reales, subconjuntos difusos de los naturales o los reales, o bien números graduales, pueden ser utilizados para cálculos posteriores con facilidad. Sin embargo, cuando el objetivo es transmitir a un ser humano la información acerca del número de píxeles compatibles con un color difuso en una imagen, resulta más adecuado el uso de una etiqueta lingüística (cuantificador) que exprese el número o porcentaje de tales píxeles de forma acorde a la información contenida en la imagen.

Para que la información sea lo más adecuada posible, es conveniente partir de un conjunto de cuantificadores definidos teniendo en cuenta al usuario, y que expresen porcentajes que le resulten informativos o interesantes. Por ejemplo, *alrededor del 10 %, la mayoría, entre 50 y 100*, etc. El problema de cómo determinar el cuantificador más apropiado para expresar la información representada por el cardinal puede solucionarse de manera simple determinando la compatibilidad del cardinal con cada uno de los cuantificadores, y seleccionando el que ofrezca mayor compatibilidad. El cálculo de dicha compatibilidad, se corresponde con la evaluación de una sentencia cuantificada. Como hemos visto, cada cardinal precisa de una forma distinta de cálculo de compatibilidad.

En base a estas ideas, proponemos el concepto de histograma lingüístico como aquel que asigna un cuantificador a cada color en base al cardinal dado por un histograma de color difuso. Formalmente:

**Definición 26** Sea  $I_{\tilde{C}} \in \tilde{\mathcal{P}}(I)$  el conjunto difuso de píxeles de una imagen  $I$  compatibles con el color difuso  $\tilde{C} \in \tilde{\Gamma}$ . Sea  $S_Q = \{Q_1 \dots Q_k\}$  una colección de cuantificadores difusos proporcionados por un usuario. Un histograma lingüístico de color para  $I$  basado en el espacio de color  $\tilde{\Gamma}$  es una función

$$h_L : \tilde{\Gamma} \rightarrow S_Q \quad (5.36)$$

donde  $h_L(\tilde{C}) = Q \in S_Q$  que maximiza la evaluación de la sentencia cuantificada " $Q_i$  de los  $I$  son  $I_{\tilde{C}}$ " de entre todos los  $Q_i \in S_Q$ .

Nótese que es posible obtener histogramas lingüísticos basándose en distintos métodos de evaluación de sentencias cuantificadas, que a su vez pueden estar basados en distintas medidas del cardinal de un conjunto difuso. Puede verse por tanto un histograma lingüístico

como una aproximación lingüística de los valores dados por un cardinal. Como veremos, los distintos métodos de evaluación proporcionan resultados diferentes. Aunque en esta Tesis nos decantamos por el uso de los histogramas basados en números graduales para su uso en cálculos subsiguientes, en base a las propiedades de estos cardinales, y su correspondiente método de evaluación de sentencias para proporcionar histogramas lingüísticos adecuados, hemos querido mostrar las principales alternativas de cara a ilustrar también las ventajas del método seleccionado desde el punto de vista de sus resultados prácticos, como veremos en la siguiente sección.

#### 5.4.5 *Discusión*

En esta sección se muestra una discusión sobre los distintos histogramas propuestos en las secciones anteriores, considerando las diferencias entre las distintas aproximaciones al cardinal de conjuntos difusos analizadas en la sección 5.2. Con el fin de ilustrar la influencia de cada uno de los histogramas, se va a mostrar el cálculo de histogramas para las dos imágenes de la Figura 38 sobre un espacio de color difuso formado por ocho colores difusos ( $\tilde{C}_1, \dots, \tilde{C}_8$ ). La primera imagen (Figura 38a) está formada por ocho colores precisos pertenecientes cada uno al núcleo de uno de los ocho colores difusos. La segunda imagen (Figura 38b) está formada por cuatro colores precisos compatibles con grado 0.5 con dos de los ocho colores difusos de la primera imagen, totalizando los ocho colores originales.

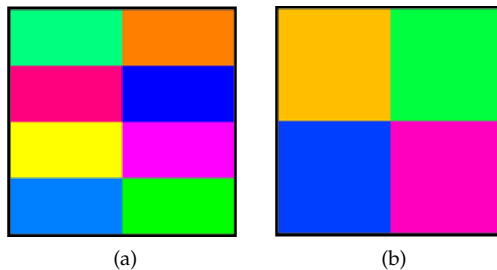


Figura 38: Imágenes sintéticas. (a) ocho colores con grado de pertenencia 1 a los núcleos de todos los colores difusos  $\tilde{C}_1, \dots, \tilde{C}_8$ . (b) cuatro colores con grado de pertenencia 0.5 con dos de los ocho colores  $\tilde{C}_1, \dots, \tilde{C}_8$

La Tabla 25 muestra los distintos histogramas para las imágenes de la Figura 38. En el histograma para una misma imagen, el resultado es el mismo para todos los colores difusos.

	Imagen (a)	Imagen (b)
$h_L(\tilde{C}_i)$	<i>Alrededor de 12.5 %</i>	<i>Alrededor de 0 % o Alrededor de 25 %</i>
$h_G(\tilde{C}_i)$	$1 \mapsto 1/8$	$1 \mapsto 0$ $0.5 \mapsto 1/4$
$h_{ED}(\tilde{C}_i)$	$1/(1/8)$	$0.5/0 + 0.5/0.25$
$h_{sc}(\tilde{C}_i)$	$1/8$	$1/8$

Tabla 25: Histogramas obtenidos para las imágenes (a) y (b) de la Figura 38 (igual resultado para todos los colores difusos  $\tilde{C}_1, \dots, \tilde{C}_8$ )

En el caso de la imagen **(a)** (Figura 38a), debido a que los ocho colores precisos que componen la imagen están en el núcleo de los colores difusos, los conjuntos de píxeles pintados de cada color difuso son precisos, y por lo tanto se obtiene un histograma cuyos valores corresponden a cardinales precisos. En particular, el número difuso obtenido para la imagen **(a)** es el mismo independientemente del método empleado para calcularlo. En el enfoque gradual ( $h_G$ ), los resultados precisos se representan por el hecho que solo es necesario el nivel  $\alpha = 1$ , ya que a todos los niveles se les asigna el mismo valor del cardinal (en este caso,  $1/8$ ). En el caso del histograma lingüístico ( $h_L$ ), cualquier cuantificador que tenga  $1/8$  en su núcleo proporcionará un resultado de 1 en la evaluación de la sentencia cuantificada. En este caso asumimos que el usuario ha predefinido una colección de cuantificadores de la forma *Alrededor de  $x\%$* , con  $x \in [0, 1]$ . Bajo esta hipótesis, *Alrededor de 12.5 %* es un número difuso/cuantificador triangular con núcleo  $1/8$ . Por supuesto, en este caso particular, hubiese sido mejor opción usar el cuantificador *Exactamente 12.5 %*.

En el caso de la imagen **(b)** (Figura 38b), lo primero a destacar es el hecho de que  $h_{sc}$  proporciona el mismo resultado que el de la imagen **(a)**. Sin embargo, la percepción de los colores que aparecen en ambas imágenes, así como las frecuencias correspondientes, son muy diferentes en las dos imágenes, siendo intuitivamente las únicas frecuencias posibles  $1/8$  en la imagen **(a)**, y 0 y  $1/4$  en la imagen **(b)**. Este ejemplo ilustra cómo un cardinal escalar, en general, no es una medida adecuada para un conjunto difuso. Obsérvese también que el uso de un umbral por debajo de 0.5 tampoco resuelve el problema.



El resultado proporcionado por  $h_{ED}$  representa la noción de aproximadamente *Entre 0 y 1/4*. Aunque el resultado proporcionado es una información adecuada para un usuario, no es una representación exacta, ya que no hay posibilidad de que el cardinal sea otro que 0 o 1/4. Sin embargo, nótese que  $h_{ED}$  produce un resultado diferente para las dos imágenes, y por consiguiente es más adecuado que  $h_{sc}$ .

El enfoque gradual da también un resultado diferente para ambas imágenes. En este caso  $h_G$  representa con precisión los únicos valores posibles del cardinal en ambas imágenes, asociados a diferentes niveles. Además, esta representación es muy fácil de usar para cálculos posteriores, ya que tenemos un número preciso en cada nivel, y cualquier tipo de cálculo que se emplee se puede realizar de forma independiente en cada nivel según la definición 18. Los resultados obtenidos en cada nivel se pueden resumir posteriormente utilizando técnicas similares a las empleadas aquí para proporcionar un cuantificador a partir de un número gradual.

Finalmente, el histograma lingüístico  $h_L$  basado en GD proporciona un grado de cumplimiento de 0.5 para los cuantificadores *Alrededor de 0%* y *Alrededor de 25%*. Este resultado está en consonancia con lo que nos dice la intuición acerca de los posibles cardinales de los colores de la imagen **(b)**. En este caso, se pueden dar dos opciones diferentes: elegir uno de los cuantificadores (por ejemplo, dependiendo de la aplicación final del histograma lingüístico o de la información específica de un usuario, si se prefiere ser conservador o no con respecto a la cantidad de colores), o simplemente elegir ambos cuantificadores. Nótese que este caso es muy poco frecuente, ya que es un ejemplo ilustrativo en el que se han usado imágenes sintéticas con colores con grados de pertenencia específicos para mostrar las distintas características de los histogramas comentados.

## 5.5 EJEMPLOS

En esta sección se muestran varios ejemplos de los distintos histogramas propuestos en la sección anterior aplicados sobre imágenes reales. Por un lado, se muestran histogramas basados en los cardinales comentados en la sección 5.2 aplicados sobre imágenes del Capítulo 3. Por otro lado, se muestran también varios ejemplos de histogramas lingüísticos basados en los distintos métodos de evaluación de sentencias cuantificadas mencionados en la sección 5.3 sobre dichas imágenes.

### 5.5.1 Histogramas basados en distintos cardinales sobre imágenes reales

En esta sección se muestra el cálculo de los histogramas basados en *Sigma-Count* y basados en *ED* sobre las imágenes de las Figuras 19a y 22 (Capítulo 3). No se muestra el cálculo de histogramas basados en números graduales debido a falta de espacio, siendo además poco informativos de cara al usuario. No obstante, los resultados del cálculo de éstos se pueden consultar en <http://www.uco.es/semanticolor/Tesis/?c=C5>.

Para el cálculo de los histogramas se ha usado el espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$  asociado al conjunto básico ISCC-NBS detallado en la sección 3.5.1.1. En las Figuras 39 y 41 se muestran los histogramas basados en el cardinal escalar *Sigma-Count* sobre el espacio de color  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$  aplicados a las imágenes de las Figuras 19a y 22 (Capítulo 3), respectivamente. En estas figuras se muestra el resultado del cálculo del histograma en forma de tabla y en forma de gráfico, donde el eje X del gráfico representa los colores difusos del espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$  pintados con el color representativo de cada uno y en el eje Y se muestra el resultado del cálculo de  $h_{sc}$  para cada color difuso en forma de círculos negros.

De forma similar, las Figuras 40 y 42 muestran los histogramas basados en el cardinal difuso *ED*. En este caso, con el objetivo de ilustrar de forma visual el cardinal *ED*, el eje Y del gráfico muestra el soporte de  $h_{ED}(\tilde{C})$ , tal que para cada color difuso  $\tilde{C}$  se pintan círculos negros con los pares  $(p_i, q_i/n) \in N_{\tilde{C}}$  donde  $q_i$  son las frecuencias precisas que aparecen en el racional difuso  $N_{\tilde{C}/n}$ , el área del círculo es equivalente a  $p_i$ , y  $n$  es el número total de píxeles de la imagen. Además, se dibuja una línea punteada entre el máximo y el mínimo valor  $a$  y  $b$  del soporte,  $a = \min\{i \in \text{soporte}(N_{\tilde{C}/n})\}$  y  $b = \max\{i \in \text{soporte}(N_{\tilde{C}/n})\}$ . Nótese que esta línea punteada muestra el intervalo  $[a, b]$ , el cual es una de las maneras de resumir  $h_{ED}(\tilde{C})$ .

Como se puede observar en la imagen de la Figura 19a (loros), los colores correspondientes al azul de las cabezas de los loros y al amarillo del cuello son los que un usuario diría que son más frecuentes en la imagen, y por tanto deberían de recogerse en el histograma. Sin embargo, no aparecen en el histograma  $h_{sc}$ , mientras que sí aparecen en el histograma  $h_{ED}$ . Por otro lado, en la imagen de la Figura 22 (atardecer), el cálculo del histograma  $h_{sc}$  muestra como color frecuente en la imagen el color *Rosa* mientras que un usuario no diría que el color rosa es frecuente en la imagen. Por el contrario, esto no ocurre en el histograma  $h_{ED}$ .

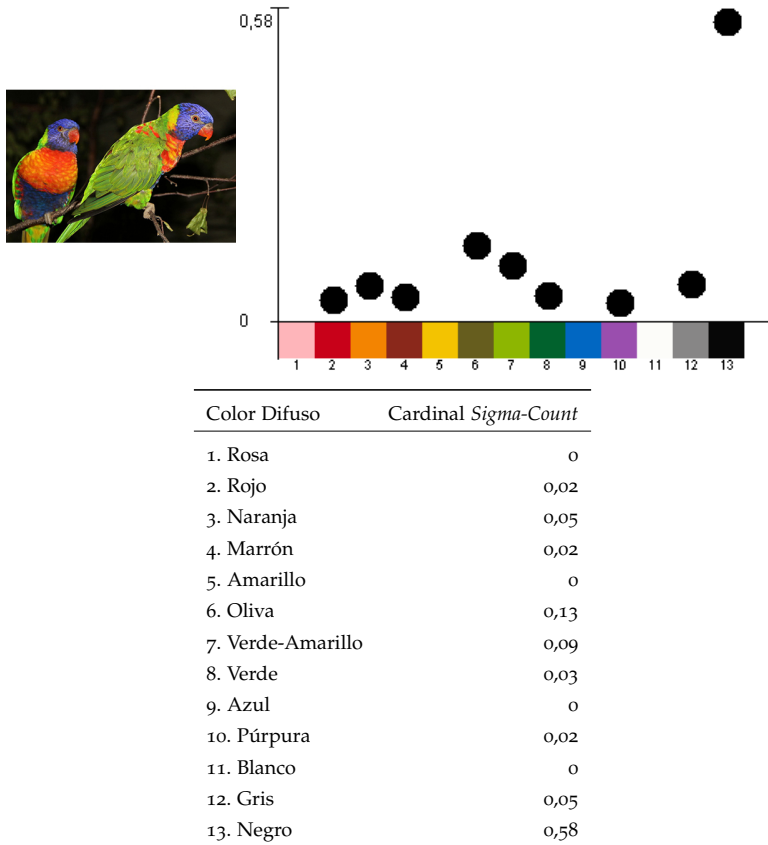


Figura 39: Histograma de la imagen de la Figura 19a sobre espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$  basado en el cardinal  $\Sigma$ -Count.

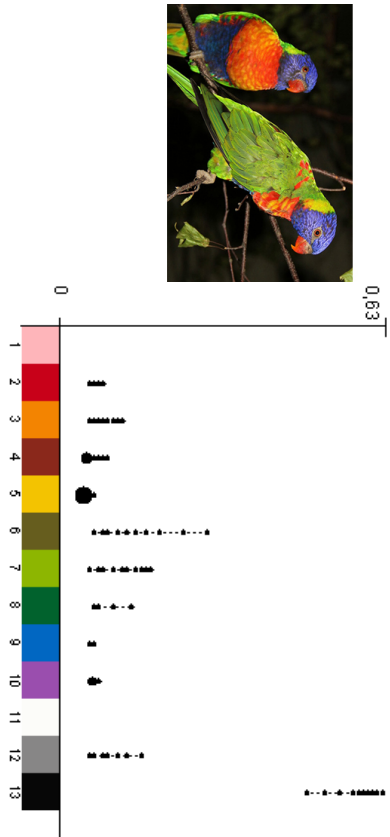


Figura 40: Histograma de la imagen de la Figura 19a sobre espacio de color difuso  $\tilde{I}SCC$ -básico basado en el cardinal ED.

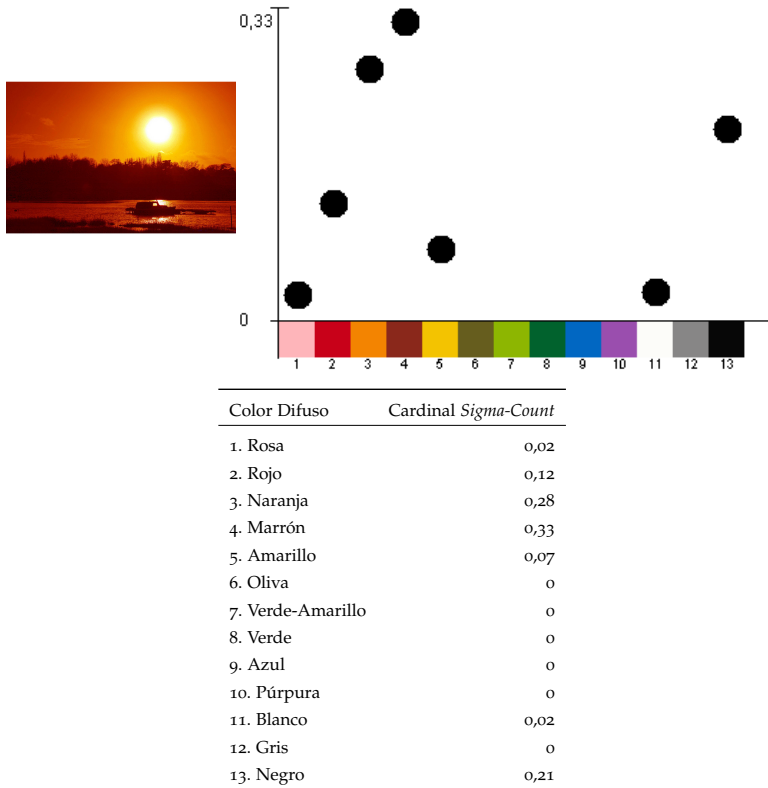


Figura 41: Histograma de la imagen de la Figura 22 sobre espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$  basado en  $\Sigma$ -Count.

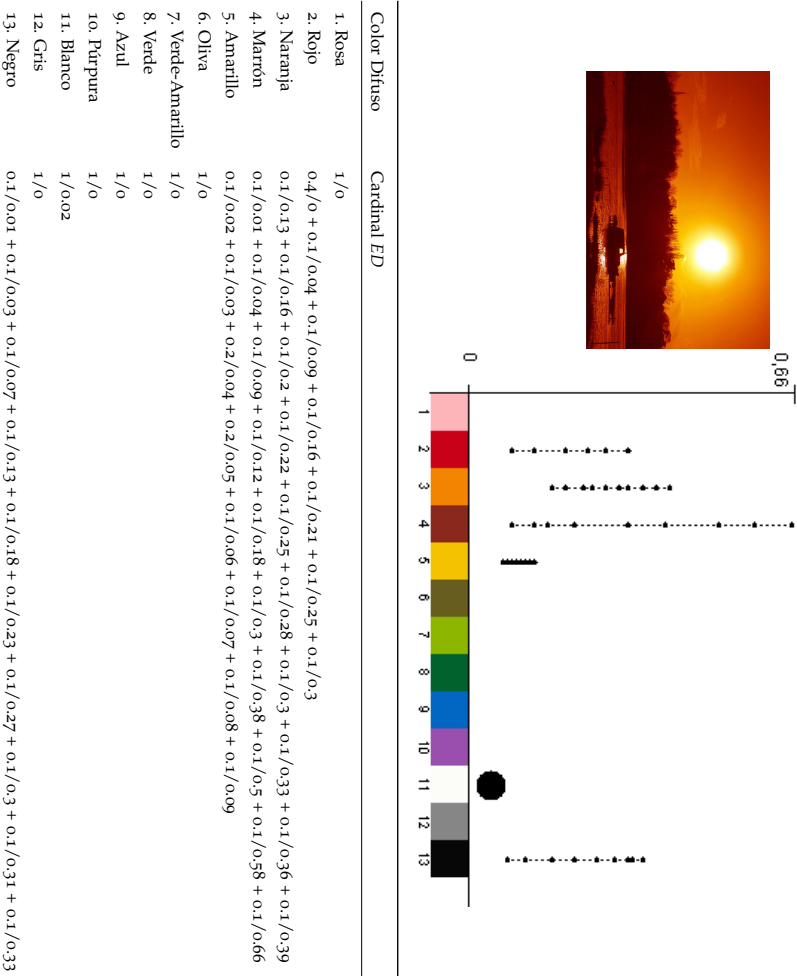


Figura 42: Histograma de la imagen de la Figura 22 sobre espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{\text{SCC}}$ -básico basado en el cardinal ED.

### 5.5.2 Histogramas lingüísticos sobre imágenes reales

De cara a obtener histogramas lingüísticos sobre imágenes, al igual que en la sección anterior, se han considerado las imágenes de las Figuras 19a y 22 (Capítulo 3) y una colección de diez cuantificadores de forma triangular definiendo una partición difusa en el sentido de Ruspini [263], donde los núcleos de cada cuantificador corresponden a los porcentajes 0, 1, 2, 3, 4, 12, 25, 50, 75 y 100, los cuales nos permiten evaluar sentencias cuantificadas del tipo  $QP_x$  de los píxeles se pintan de color  $\tilde{C}$ , donde  $QP_x$  es el cuantificador con núcleo en  $x$ . Se han aplicado los métodos de evaluación propuestos en la sección 5.3 con cada uno de los cardinales mencionados en la sección 5.2, obteniéndose un grado de compatibilidad entre el cardinal y el cuantificador. Por último se muestra un histograma lingüístico asociado a cada imagen.

Las Tablas 26, 27 y 28 muestran los valores obtenidos en la evaluación de sentencias cuantificadas  $QP_x$  de los píxeles se pintan de color  $\tilde{C}$  para la imagen de la Figura 19a sobre el cardinal escalar *Sigma-Count*, el cardinal difuso *ED* y el cardinal basado en *números graduales*, respectivamente. Finalmente, la tabla de la Figura 43 muestra los distintos histogramas lingüísticos para la imagen de la Figura 19a según la evaluación sobre los distintos cardinales. Las Tablas 29, 30 y 31 muestran la evaluación de sentencias cuantificadas para la imagen de la Figura 22, y la tabla de la Figura 44 los distintos histogramas lingüísticos.

A pesar de que las diferencias entre el uso de distintos cardinales se suavizan por el hecho de que se proporciona el cuantificador más compatible con cada cardinal, se puede apreciar que el histograma lingüístico basado en el cardinal gradual proporciona los mejores resultados en los ejemplos anteriores, como era de esperar a la luz de las propiedades teóricas de cada uno de los cardinales. En el caso de una imagen como la de la Figura 19a, el resultado dado por el enfoque basado en números graduales difiere del proporcionado por el cardinal *Sigma-Count* en 6 de los 13 casos, mientras que difiere del proporcionado por el cardinal *ED* en 3 de los casos. La diferencia en el caso del *Sigma-Count* viene por la acumulación de grados que realiza éste en el cálculo del cardinal, que le llevan a dar resultados como la presencia de los colores *Blanco* y *Rosa*. La diferencia entre los cardinales es más evidente en el caso de la imagen de la Figura 22, donde el método basado en *Sigma-Count* indica la presencia de los colores *Rosa* y *Olivea* y, significativamente, el color *Rojo*, para el que da un porcentaje de aproximadamente el 12 por ciento, cuando los otros dos dan alrededor del 1 y el 0 por ciento, lo cual es más acorde a la imagen. De nuevo, *Sigma-Count* obtiene un valor alto por acumulación de pequeños gra-

dos. Cabe destacar que hay más concordancia en este ejemplo entre los tres métodos, pero esto se debe a que todos ellos dan un porcentaje de alrededor del 0 por ciento, debido a que hay muchos colores que no aparecen en la imagen (*Verde-Amarillo, Verde, Azul, Púrpura y Gris*).

Se puede observar también que el resultado agregado de la evaluación de sentencias cuantificadas no es necesariamente 1, ya que estos no son frecuencias sino valores de compatibilidad entre cardinales y cuantificadores. Del mismo modo, no se espera que la agregación de las cantidades indicadas en el histograma lingüístico sea el 100% en general, ya que estos son conjuntos difusos en torno al valor del cuantificador. La especificidad de los cuantificadores también desempeña un papel importante, por ejemplo, la colección de cuantificadores empleada aquí “salta” de 4% a 12%, por lo tanto, este último cuantificador es mucho menos específico que los definidos entre 0 – 4%.

En la práctica, sólo se trabaja en base a los cuantificadores en los que el usuario está interesado, en su vocabulario, y los resultados pueden variar en función del número y definición de éstos, así como según el espacio de color difuso empleado. Sin embargo, los resultados que se muestran son compatibles con lo que se puede ver en las imágenes. Finalmente, la elección de más de un cuantificador cuando la diferencia en el grado de compatibilidad es muy baja puede ser una alternativa interesante en algunos casos, en particular cuando hay varios cuantificadores con un grado de compatibilidad cercano al máximo.





Color Difuso	<i>Sigma-Count</i>	<i>ED</i>	<i>Números Graduales</i>
Rosa	aproximadamente 1 %	aproximadamente 0 %	aproximadamente 0 %
Rojo	aproximadamente 2 %	aproximadamente 1 %	aproximadamente 1 %
Naranja	aproximadamente 4 %	aproximadamente 4 %	aproximadamente 4 %
Marrón	aproximadamente 2 %	aproximadamente 1 %	aproximadamente 1 %
Amarillo	aproximadamente 1 %	aproximadamente 1 %	aproximadamente 1 %
Oliva	aproximadamente 12 %	aproximadamente 12 %	aproximadamente 12 %
Verde-Amarillo	aproximadamente 12 %	aproximadamente 12 %	aproximadamente 12 %
Verde	aproximadamente 3 %	aproximadamente 1 %	aproximadamente 0 %
Azul	aproximadamente 1 %	aproximadamente 1 %	aproximadamente 1 %
Púrpura	aproximadamente 1 %	aproximadamente 1 %	aproximadamente 2 %
Blanco	aproximadamente 1 %	aproximadamente 0 %	aproximadamente 0 %
Gris	aproximadamente 4 %	aproximadamente 1 %	aproximadamente 4 %
Negro	aproximadamente 50 %	aproximadamente 50 %	aproximadamente 50 %

Figura 43: Histogramas lingüísticos para la imagen de la Figura 19a según la evaluación de sentencias cuantificadas basadas en *Sigma-Count*, *ED* y *Números Graduales* sobre el espacio de color difuso  $\Gamma_{\text{ISCC-básico}}$ .



Color Difuso	<i>Sigma-Count</i>	<i>ED</i>	<i>Números Graduales</i>
Rosa	aproximadamente 1 %	aproximadamente 0 %	aproximadamente 0 %
Rojo	aproximadamente 12 %	aproximadamente 1 %	aproximadamente 0 %
Naranja	aproximadamente 25 %	aproximadamente 25 %	aproximadamente 25 %
Marrón	aproximadamente 25 %	aproximadamente 25 %	aproximadamente 25 %
Amarillo	aproximadamente 4 %	aproximadamente 4 %	aproximadamente 4 %
Oliva	aproximadamente 1 %	aproximadamente 0 %	aproximadamente 0 %
Verde-Amarillo	aproximadamente 0 %	aproximadamente 0 %	aproximadamente 0 %
Verde	aproximadamente 0 %	aproximadamente 0 %	aproximadamente 0 %
Azul	aproximadamente 0 %	aproximadamente 0 %	aproximadamente 0 %
Púrpura	aproximadamente 0 %	aproximadamente 0 %	aproximadamente 0 %
Blanco	aproximadamente 2 %	aproximadamente 2 %	aproximadamente 2 %
Gris	aproximadamente 0 %	aproximadamente 0 %	aproximadamente 0 %
Negro	aproximadamente 12 %	aproximadamente 12 %	aproximadamente 12 %

Figura 44: Histogramas lingüísticos para la imagen de la Figura 22 según la evaluación de sentencias cuantificadas basada en *Sigma-Count*, *ED* y *Números Graduales* sobre el espacio de color difuso  $\Gamma_{ISCC}$ -básico.

Color Difuso	QP <sub>0</sub>	QP <sub>1</sub>	QP <sub>2</sub>	QP <sub>3</sub>	QP <sub>4</sub>	QP <sub>12</sub>	QP <sub>25</sub>	QP <sub>50</sub>	QP <sub>75</sub>	QP <sub>100</sub>
Rosa	0	<b>0,17</b>	0	0	0	0	0	0	0	0
Rojo	0	0,25	<b>0,75</b>	0	0	0	0	0	0	0
Naranja	0	0	0	0	<b>0,89</b>	0,11	0	0	0	0
Marrón	0	0	<b>0,67</b>	0,33	0	0	0	0	0	0
Amarillo	0	<b>0,94</b>	0	0	0	0	0	0	0	0
Oliva	0	0	0	0	0	<b>0,94</b>	0,06	0	0	0
Verde-Amarillo	0	0	0	0	0,38	<b>0,62</b>	0	0	0	0
Verde	0	0	0,12	<b>0,88</b>	0	0	0	0	0	0
Azul	0	<b>0,61</b>	0	0	0	0	0	0	0	0
Púrpura	0	<b>0,78</b>	0,22	0	0	0	0	0	0	0
Blanco	0	<b>0,01</b>	0	0	0	0	0	0	0	0
Gris	0	0	0	0	<b>0,88</b>	0,12	0	0	0	0
Negro	0	0	0	0	0	0	0	<b>0,67</b>	0,33	0

Tabla 26: Evaluación de sentencias cuantificadas  $QP_x$  de los píxeles se pintan de color  $\tilde{C}$  para la imagen de la Figura 19a basada en el cardinal escalar  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$  sobre el espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ .

Color Difuso	QP <sub>0</sub>	QP <sub>1</sub>	QP <sub>2</sub>	QP <sub>3</sub>	QP <sub>4</sub>	QP <sub>12</sub>	QP <sub>25</sub>	QP <sub>50</sub>	QP <sub>75</sub>	QP <sub>100</sub>
Rosa	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Rojo	0	<b>0,54</b>	0,14	0,13	0,18	0,01	0	0	0	0
Naranja	0	0,05	0,14	0,15	<b>0,48</b>	0,18	0	0	0	0
Marrón	0	<b>0,44</b>	0,19	0,14	0,2	0,03	0	0	0	0
Amarillo	0	<b>0,83</b>	0,16	0,01	0	0	0	0	0	0
Oliva	0	0	0,04	0,06	0,25	<b>0,4</b>	0,23	0,02	0	0
Verde-Amarillo	0	0,02	0,08	0,07	0,26	<b>0,53</b>	0,04	0	0	0
Verde	0	<b>0,59</b>	0,07	0,05	0,14	0,14	0	0	0	0
Azul	0	<b>0,84</b>	0,15	0,01	0	0	0	0	0	0
Púrpura	0	<b>0,59</b>	0,25	0,16	0	0	0	0	0	0
Blanco	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Gris	0	<b>0,3</b>	0,12	0,08	0,24	0,25	0,01	0	0	0
Negro	0	0	0	0	0	0	0,01	<b>0,67</b>	0,33	0

Tabla 27: Evaluación de sentencias cuantificadas  $QP_x$  de los píxeles se pintan de color  $\tilde{C}$  para la imagen de la Figura 19a basada en el cardinal difuso  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$  sobre el espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ .

Color Difuso	QP <sub>0</sub>	QP <sub>1</sub>	QP <sub>2</sub>	QP <sub>3</sub>	QP <sub>4</sub>	QP <sub>12</sub>	QP <sub>25</sub>	QP <sub>50</sub>	QP <sub>75</sub>	QP <sub>100</sub>
Rosa	<b>0,9</b>	0,1	0	0	0	0	0	0	0	0
Rojo	0,22	<b>0,32</b>	0,14	0,13	0,19	0,06	0	0	0	0
Naranja	0	0,05	0,14	0,15	<b>0,66</b>	0,3	0	0	0	0
Marrón	0,03	<b>0,41</b>	0,19	0,14	0,23	0,12	0	0	0	0
Amarillo	0,28	<b>0,55</b>	0,16	0,01	0	0	0	0	0	0
Oliva	0	0	0,04	0,06	0,15	<b>0,47</b>	0,3	0,08	0	0
Verde-Amarillo	0	0,02	0,08	0,07	0,18	<b>0,56</b>	0,15	0	0	0
Verde	<b>0,51</b>	0,08	0,07	0,05	0,23	0,21	0,04	0	0	0
Azul	0,21	<b>0,43</b>	0,25	0,01	0	0	0	0	0	0
Púrpura	0,37	0,42	<b>0,75</b>	0,16	0	0	0	0	0	0
Blanco	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Gris	0,1	0,2	0,12	0,08	<b>0,36</b>	0,32	0,07	0	0	0
Negro	0	0	0	0	0	0	0	<b>0,94</b>	0,4	0

Tabla 28: Evaluación de sentencias cuantificadas  $QP_x$  de los píxeles se pintan de color  $\tilde{C}$  para la imagen de la Figura 19a basada en el cardinal de Números Graduales sobre el espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ .

Color Difuso	QP <sub>0</sub>	QP <sub>1</sub>	QP <sub>2</sub>	QP <sub>3</sub>	QP <sub>4</sub>	QP <sub>12</sub>	QP <sub>25</sub>	QP <sub>50</sub>	QP <sub>75</sub>	QP <sub>100</sub>
Rosa	0	<b>0,12</b>	0	0	0	0	0	0	0	0
Rojo	0	0	0	0	0,21	<b>0,79</b>	0	0	0	0
Naranja	0	0	0	0	0	0,08	<b>0,92</b>	0	0	0
Marrón	0	0	0	0	0	0,41	<b>0,59</b>	0	0	0
Amarillo	0	0	0	0	<b>0,83</b>	0,17	0	0	0	0
Oliva	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Verde-Amarillo	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Verde	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Azul	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Púrpura	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Blanco	0	0,22	<b>0,78</b>	0	0	0	0	0	0	0
Gris	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Negro	0	0	0	0	0,35	<b>0,65</b>	0	0	0	0

Tabla 29: Evaluación de sentencias cuantificadas  $QP_x$  de los píxeles se pintan de color  $\tilde{C}$  para la imagen de la Figura 22 basada en el cardinal escalar Sigma-Count sobre el espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$ .

Color Difuso	QP <sub>0</sub>	QP <sub>1</sub>	QP <sub>2</sub>	QP <sub>3</sub>	QP <sub>4</sub>	QP <sub>12</sub>	QP <sub>25</sub>	QP <sub>50</sub>	QP <sub>75</sub>	QP <sub>100</sub>
Rosa	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Rojo	0	<b>0,46</b>	0,03	0,02	0,04	0,15	0,27	0,02	0	0
Naranja	0	0	0	0	0	0,27	<b>0,63</b>	0,1	0	0
Marrón	0	0,09	0,05	0,03	0,12	0,21	<b>0,34</b>	0,15	0	0
Amarillo	0	0	0,1	0,14	<b>0,55</b>	0,21	0	0	0	0
Oliva	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Verde-Amarillo	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Verde	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Azul	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Púrpura	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Blanco	0	0	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0	0
Gris	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Negro	0	0,24	0,09	0,08	0,13	<b>0,28</b>	0,18	0	0	0

Tabla 30: Evaluación de sentencias cuantificadas  $QP_x$  de los píxeles se pintan de color  $\tilde{C}$  para la imagen de la Figura 22 basada en el cardinal difuso ED sobre el espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$ .

Color Difuso	QP <sub>0</sub>	QP <sub>1</sub>	QP <sub>2</sub>	QP <sub>3</sub>	QP <sub>4</sub>	QP <sub>12</sub>	QP <sub>25</sub>	QP <sub>50</sub>	QP <sub>75</sub>	QP <sub>100</sub>
Rosa	<b>0,98</b>	0,02	0	0	0	0	0	0	0	0
Rojo	<b>0,41</b>	0,05	0,03	0,02	0,05	0,26	0,34	0,11	0	0
Naranja	0	0	0	0	0	0,04	<b>0,67</b>	0,21	0	0
Marrón	0,02	0,07	0,05	0,03	0,04	0,14	<b>0,51</b>	0,24	0	0
Amarillo	0	0	0,1	0,14	<b>0,76</b>	0,32	0	0	0	0
Oliva	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Verde-Amarillo	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Verde	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Azul	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Púrpura	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Blanco	0	0	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0	0
Gris	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Negro	0	0,24	0,09	0,08	0,14	<b>0,44</b>	0,26	0,01	0	0

Tabla 31: Evaluación de sentencias cuantificadas  $QP_x$  de los píxeles se pintan de color  $\tilde{C}$  para la imagen de la Figura 22 basada en el cardinal de Números Graduales sobre el espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$ .

## 5.6 CONCLUSIONES

De nuestra revisión de las técnicas más utilizadas y más actuales de cardinalidad y cuantificación hemos concluido que la medida más apropiada para el cardinal de un conjunto difuso, y para el cardinal relativo de dos conjuntos difusos, es la basada en números graduales, ya que es la que mejor recoge la información acerca del cardinal sin introducir incertidumbre adicional. Se propone el uso de histogramas basados en este cardinal cuando el mismo tenga que ser utilizado en cálculos posteriores, sugiriéndose para ello el uso de la aritmética de números graduales y la filosofía de la representación por niveles [226].

Sin embargo, los números graduales no son tan intuitivos como los números difusos de cara a ser expresados de forma comprensible para un ser humano, por lo que si se pretende mostrar el histograma a un usuario, se propone el uso de una novedosa definición de histograma lingüístico. Este histograma determina, para cada color difuso del espacio, la etiqueta lingüística (cuantificador) más informativa dentro del vocabulario del usuario, definida como aquella con mayor compatibilidad con el cardinal expresado mediante un número gradual, es decir, aquella etiqueta que proporciona un mayor grado de cumplimiento de una sentencia cuantificada.

Queremos finalmente destacar que, aunque en la definición de los histogramas se ha supuesto una imagen  $I$ , es posible extender este concepto directamente al caso de histogramas definidos sobre regiones difusas  $\tilde{R}$  definidas sobre una imagen  $I$ , para lo cual basta con reemplazar  $I$  por  $\tilde{R}$  en las definiciones proporcionadas en este apartado.

## DESCRIPTOR DIFUSO Y SU APLICACIÓN A RECUPERACIÓN DE IMÁGENES BASADA EN COLORES DOMINANTES

---

**RESUMEN:** En este capítulo se propone el concepto de descriptor difuso para representar la incertidumbre asociada a la presencia de un concepto visual para ciertas propiedades en una imagen. El concepto de descriptor propuesto se ilustra mediante la propuesta particular de un descriptor difuso basado en la dominancia de color modelada mediante cuantificación difusa. Asimismo, se proponen medidas difusas de comparación entre descriptores y se ilustran mediante varios ejemplos de recuperación de imágenes basada en la dominancia de color.

*Trato de aplicar colores como palabras que forman poemas,  
como notas que forman música.*  
Claude Monet <sup>1</sup>

### ÍNDICE

---

6.1	Introducción . . . . .	160
6.2	Descriptor Difuso . . . . .	161
6.2.1	Definición . . . . .	162
6.2.2	Medidas de comparación entre descriptores difusos . . . . .	162
6.2.2.1	Inclusión entre dos descriptores difusos . . . . .	162
6.2.2.2	Semejanza entre dos descriptores difusos . . . . .	163
6.2.2.3	Inclusión ponderada entre conjuntos de descriptores difusos . . . . .	164
6.2.2.4	Semejanza ponderada entre varios descriptores difusos . . . . .	164
6.3	Descriptor Difuso de Color Dominante . . . . .	165
6.4	Ejemplos de recuperación basada en colores dominantes . . . . .	167
6.4.1	Recuperación de imágenes basada en colores dominantes. Imagen como consulta . . . . .	169
6.4.1.1	Recuperación de imágenes basada en colores dominantes. Imagen como consulta usando medida de similitud . . . . .	169
6.4.1.2	Recuperación de imágenes basada en colores dominantes. Imagen como consulta usando medida de inclusión . . . . .	170

---

<sup>1</sup> Claude Monet (1840 - 1926) Pintor francés con influencia de varias épocas estilísticas de las que cabe destacar el estilo realista a comienzos de su carrera artística y, a partir de la mitad de su carrera, el estilo impresionista.

6.4.2	Recuperación de imágenes basada en colores dominantes. Etiquetas lingüísticas como consulta . . . . .	179
6.4.3	Recuperación de imágenes combinando información de color y textura . . . . .	184
6.4.3.1	Recuperación de imágenes en términos de colores y texturas dominantes usando etiquetas lingüísticas como consulta . . . . .	185
6.4.3.2	Recuperación de imágenes en términos de colores y texturas dominantes usando una imagen como consulta . . . . .	189
6.5	Conclusiones . . . . .	193

---

## 6.1 INTRODUCCIÓN

En los últimos años, debido a la disponibilidad de medios de captura digital, se han creado grandes colecciones de imágenes. Muchas de estas colecciones se han usado en varias aplicaciones prácticas, tales como almacenamiento de fotos [42, 43, 44, 45, 69, 154], manejo de bases de datos médicas [57, 84, 98, 148, 206, 299, 317], motores de búsqueda multimedia sobre la Web [58, 188], redes sociales [86, 170, 201, 230, 298, 316], etc. Generalmente, la única manera de realizar búsquedas sobre estas colecciones era mediante palabras clave basadas en anotaciones mediante descriptores textuales asignados por humanos [146]. Aunque esta forma es la más usual de describir imágenes, su principal desventaja es el requerimiento de una persona que realice la descripción (subjética en cualquier caso). Este hecho ha motivado un incremento en investigaciones sobre técnicas para almacenar, indexar y recuperar información visual extraída automáticamente de las imágenes [59, 60, 78, 155, 235, 248] dando lugar a los sistemas CBIR (Content-based Image Retrieval).

Los CBIR son sistemas de búsqueda para recuperar imágenes basándose en su contenido, refiriéndose éste a colores, texturas o cualquier otra información que pueda derivarse de la propia imagen [52, 88, 125, 282]. En estos sistemas, las imágenes se representan mediante vectores de características (conocidos como *descriptores*), las consultas se definen como una imagen o boceto, y la correspondencia entre la imagen consulta y las imágenes de la base de datos se lleva a cabo mediante medidas de comparación (conocidas como *operadores*).



En este marco, una cuestión importante a considerar es la imprecisión y subjetividad existente tanto en las descripciones de las características visuales como en el almacenamiento y la recuperación de esos datos imprecisos. Para abordar esta cuestión, existen algunos enfoques que usan lógica difusa [1, 113, 124, 222]. Sin embargo, estos enfoques tienen dos desventajas: (i) dada una característica, los conjuntos difusos que la representan no se obtienen considerando la relación existente entre la representación computacional y la percepción humana [39, 303], por lo que las etiquetas lingüísticas relacionadas con esos conjuntos difusos no encajan necesariamente con lo que un humano esperaría; y (ii) ninguna de estas técnicas propone descriptores de características visuales para describir semánticamente conceptos de una imagen que contemplen la información imprecisa del concepto que describen [1, 113, 138, 304].

En este capítulo se propone una solución a las desventajas anteriormente mencionadas basada en la propuesta del concepto de descriptor difuso para modelar conceptos imprecisos computables a partir de una imagen (sección 6.2). Como caso particular, en este capítulo se define un descriptor difuso basado en la dominancia del color en una imagen. La subjetividad e imprecisión existente en el dominio del color se aborda mediante la propuesta de color difuso introducido en el Capítulo 3, y la imprecisión del concepto “dominancia del color” mediante la evaluación de sentencias cuantificadas propuesta en el Capítulo 5. Además, de cara a poder realizar comparaciones entre descriptores difusos y contemplar la imprecisión existente en la comparación, en la sección 6.2.2 se proponen varias medidas de comparación difusa entre descriptores. Finalmente, en la sección 6.4 se ilustra el uso del descriptor difuso de color basado en la dominancia y las medidas de similitud difusas entre descriptores mediante varios ejemplos de recuperación de imágenes basada en la dominancia.

## 6.2 DESCRIPTOR DIFUSO

Hasta donde nuestro conocimiento alcanza, en la literatura no existe una definición formal del concepto de *descriptor difuso*, sino definiciones *ad-hoc* de medidas basadas de manera intuitiva en la extensión difusa del concepto de descriptor clásico. En esta sección proponemos una definición formal del concepto de descriptor, así como medidas concretas para la comparación de descriptores.

### 6.2.1 Definición

Definimos un descriptor difuso como un conjunto difuso de nivel 2 de uso conjuntivo de la siguiente forma:

**Definición 27** Sea  $P$  un universo de referencia finito de conjuntos difusos que representan propiedades o características visuales imprecisas atribuibles a un pixel o región de una imagen y sea  $v$  un concepto visual asociado a  $P$ . Se define un descriptor difuso de  $P$  basado en un concepto visual  $v$  como

$$FD = \sum_{\tilde{p} \in P} v(\tilde{p})/\tilde{p} \quad (6.1)$$

donde  $v(\tilde{p}) \in [0, 1]$  es el grado de cumplimiento del concepto visual  $v$  sobre  $\tilde{p}$ .

Nótese que un Descriptor Difuso puede obtenerse a partir de una imagen calculando el grado de cumplimiento de cada  $\tilde{p}$  sobre los píxeles y/o regiones de la imagen, y midiendo el grado de cumplimiento de  $v$  para  $\tilde{p}$  en toda la imagen.

### 6.2.2 Medidas de comparación entre descriptores difusos

La mayoría de técnicas existentes en la literatura relacionadas con la comparación entre descriptores constan principalmente de operaciones entre vectores usando funciones de distancia. Las más comunes son la función  $L_1$  (también conocida como distancia de Manhattan), la función  $L_2$  (conocida como distancia euclídea) o la función de distancia Earth Mover (EMD) [217], entre otras. Usando estas funciones de distancia existen gran cantidad de enfoques para comparar descriptores [81, 90, 105, 149, 161, 174, 183, 236, 272, 305]. Sin embargo, como los descriptores propuestos son descriptores difusos, son necesarias medidas de comparación entre ellos de cara a poder compararlos contemplando la imprecisión.

A continuación se proponen medidas de inclusión y semejanza entre dos descriptores (secciones 6.2.2.1 y 6.2.2.2 respectivamente) y medidas de inclusión y semejanza entre conjuntos de descriptores (secciones 6.2.2.3 y 6.2.2.4 respectivamente).

#### 6.2.2.1 Inclusión entre dos descriptores difusos

En esta sección se propone una forma de calcular el grado de inclusión de un descriptor difuso  $FD^i$  en otro  $FD^j$ . Se propone usar el *Grado de Inclusión Inducido por Semejanza* introducido en [177], el cual calcula

el grado de inclusión de dos conjuntos difusos cuyos elementos son imprecisos.

**Definición 28** Sean  $FD^i$  y  $FD^j$  dos descriptores difusos definidos sobre un universo de referencia finito de conjuntos difusos  $P$ , sea  $S$  una relación de semejanza definida sobre los elementos de  $P$ ,  $\otimes$  una  $t$ -norma, y  $J$  un operador de implicación difusa. El grado de inclusión de  $FD^i$  en  $FD^j$  inducido por la relación de semejanza  $S$ , la  $t$ -norma  $\otimes$  y el operador de implicación  $J$ , se define como sigue:

$$\Theta_{S,\otimes,J}(FD^i, FD^j) = \min_{\tilde{x} \in P} \max_{\tilde{y} \in P} \theta_{S,\otimes,J}^{i,j}(\tilde{x}, \tilde{y}) \quad (6.2)$$

donde

$$\theta_{S,\otimes,J}^{i,j}(\tilde{x}, \tilde{y}) = \otimes(J(FD^i(\tilde{x}), FD^j(\tilde{y})), S(\tilde{x}, \tilde{y})) \quad (6.3)$$

En esta Tesis se propone usar el mínimo como  $t$ -norma  $\otimes$ , como relación de semejanza  $S$  la definida mediante la ecuación 6.4, y como operador de implicación  $J$ , el operador de Lukasiewicz, definido en la ecuación 4.15, ya que de esta forma se obtiene un operador de inclusión de la familia Sub (definición 15, Capítulo 4) aplicado a conjuntos difusos de nivel 2, que verifica todas los Axiomas de Sinha-Dougherty, tal y como se indicó en la sección 4.2.3.4.

$$S(\tilde{x}, \tilde{y}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \tilde{x} = \tilde{y} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (6.4)$$

### 6.2.2.2 Semejanza entre dos descriptores difusos

En esta sección se propone un método para calcular el grado de semejanza entre dos descriptores difusos  $FD^i$  y  $FD^j$ . Se propone usar el *Grado de Semejanza entre Conjuntos Difusos Generalizado* propuesto en [177], el cual está basado en el concepto de la doble inclusión.

**Definición 29** Sean  $FD^i$  y  $FD^j$  dos descriptores difusos definidos sobre un universo de referencia finito  $P$ , sea  $S$  una relación de semejanza y,  $\otimes_1$  y  $\otimes_2$  dos  $t$ -normas y  $J$  un operador de implicación difusa. El grado de semejanza generalizado entre  $FD^i$  y  $FD^j$  se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$\Phi_{S,\otimes_1,\otimes_2,J}(FD^i, FD^j) = \otimes_1(\Theta_{S,\otimes_2,J}(FD^j, FD^i), \Theta_{S,\otimes_2,J}(FD^i, FD^j)) \quad (6.5)$$

Usaremos de nuevo el mínimo como  $t$ -norma, tanto en  $\otimes_1$  como en  $\otimes_2$ , así como la relación de semejanza y operador de inclusión mencionados en la sección anterior. De esta forma, la semejanza propuesta se calcula mediante un operador de similitud de la familia Sim (definición 17, Capítulo 4), aplicada a conjuntos difusos de nivel 2.

### 6.2.2.3 Inclusión ponderada entre conjuntos de descriptores difusos

Puede resultar interesante calcular la inclusión no solo entre dos descriptores como hemos visto en la sección anterior, sino entre conjuntos de descriptores difusos. Por ejemplo, podríamos tener descripciones de una imagen en términos de dos descriptores difusos de color y uno de textura. Además, la importancia relativa de cada uno de estos descriptores puede ser distinta. Para solventar este problema, en esta sección se propone un método para calcular el grado de inclusión ponderado entre conjuntos de descriptores difusos.

Sean  $FDS^i = \{FD_1^i, FD_2^i, \dots, FD_n^i\}$  y  $FDS^j = \{FD_1^j, FD_2^j, \dots, FD_n^j\}$  dos conjuntos de descriptores difusos y  $n \geq 2$  el número de descriptores difusos de cada conjunto. El grado de inclusión ponderado de  $FDS^i$  en  $FDS^j$  inducido por la relación de semejanza  $S$  se calcula como sigue:

$$\widehat{\Theta}_{S, \otimes, J}(FDS^j, FDS^i) = \sum_{k=1}^n w_k \times \Theta_{S, \otimes, J}(FD_k^j, FD_k^i) \quad (6.6)$$

siendo  $\{w_1, \dots, w_n\}$  un conjunto de pesos que verifican  $\sum_{k=1}^n w_k = 1$ , donde los valores de los pesos se pueden ajustar para asignar más o menos importancia a los diferentes descriptores difusos.

En esta Tesis se propone usar el mínimo como  $t$ -norma  $\otimes$ , como relación de semejanza  $S$  la definida mediante la ecuación 6.4, y como operador de implicación  $J$ , el operador de Lukasiewicz, definido en la ecuación 4.15 (Capítulo 4).

### 6.2.2.4 Semejanza ponderada entre varios descriptores difusos

Al igual que en la sección anterior, puede resultar interesante calcular la semejanza no solo entre dos descriptores difusos, sino entre conjuntos de descriptores difusos y asignarles más o menos importancia a cada descriptor. Así, la semejanza generalizada ponderada entre  $FDS^i$  y  $FDS^j$  restringida por  $\otimes$  se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$\widehat{\Phi}_{S, \otimes_1, \otimes_2, J}(FDS^i, FDS^j) = \sum_{k=1}^n w_k \times \Phi_{S, \otimes_1, \otimes_2, J}(FD_k^i, FD_k^j) \quad (6.7)$$

con  $\{w_1, \dots, w_n\}$  un conjunto de pesos que verifican  $\sum_{k=1}^n w_k = 1$ .

De nuevo se propone usar las  $t$ -normas, relación de semejanza e operador de inclusión mencionados en la sección anterior.

### 6.3 DESCRIPTOR DIFUSO DE COLOR DOMINANTE

Existen gran cantidad de conceptos asociados al color que pueden usarse para describir una imagen [80], por ejemplo conceptos como visibilidad de un color, palidez, brillantez, dominancia, contraste, etc. La mayoría de estos conceptos suelen ser imprecisos, ya que por ejemplo un color en una imagen puede ser visible para un usuario y para otro puede no serlo, o simplemente, puede ser visible con un cierto grado.

Uno de los conceptos basados en el color y más usados en la literatura es la dominancia de color en una imagen, la cual está directamente relacionada con la frecuencia de aparición del color en la imagen, a pesar de que se consideren otros aspectos. Un descriptor de color dominante proporciona una forma efectiva, compacta e intuitiva de determinar y representar los colores más “frecuentes” presentes en una imagen. Existen gran cantidad de técnicas para extraer colores dominantes [156, 174, 183, 199, 202, 236, 259, 297] centrándose la mayoría de ellas en un análisis de histogramas [283, 305] o técnicas de clustering [79, 142] sobre el dominio del color. Sin embargo, estas técnicas consideran una noción precisa de la dominancia, cuando en realidad en la percepción humana hay grados de dominancia, es decir, los colores pueden ser claramente dominantes, claramente no dominantes o pueden ser dominantes con un cierto grado. Además, la mayoría de las veces los seres humanos no consideran subconjuntos de colores precisos, como se representan en los computadores, sino aquellos que encajan con la percepción humana expresados mediante términos lingüísticos o categorías de color.

Para abordar estas carencias, en esta Tesis, se define el concepto difuso *dominante* mediante un cuantificador difuso no decreciente, que es una forma natural de representar la semántica del concepto *dominante* en base a la cantidad de píxeles de un cierto color [38, 39, 41]. Un cuantificador del tipo “aproximadamente  $x\%$  o más” y las técnicas de evaluación de sentencias cuantificadas del Capítulo 5, proporcionan una manera adecuada de obtener un grado de dominancia.

**Definición 30** Sea  $Q_x^+$  un cuantificador no decreciente del tipo “aproximadamente  $x\%$  o más” y  $\tilde{C}$  un color difuso. La dominancia de  $\tilde{C}$  según  $Q_x^+$ ,  $\text{Dom}(\tilde{C}) \in [0, 1]$  en la imagen  $I$  se define como el resultado de evaluar la sentencia cuantificada “ $Q_x^+$  de  $I$  son  $I_{\tilde{C}}$ ”, donde  $I_{\tilde{C}}$  es de nuevo el conjunto difuso de píxeles de  $I$  compatible con  $\tilde{C}$ .

Esta definición puede igualmente extenderse al caso del cálculo de la dominancia en una región difusa  $\tilde{R}$  de  $I$ , simplemente sustituyendo  $I$  por  $\tilde{R}$  en la evaluación de la sentencia cuantificada.

Considerando la noción de “dominancia” propuesta en la definición 30, proponemos un descriptor difuso que modela el concepto de dominancia sobre la propiedad de color en una imagen, tal que,  $P = \tilde{\Gamma}$  es un universo de referencia finito de conjuntos difusos de color de la forma que definimos en el Capítulo 3 (espacio de color difuso) y  $\text{Dom}$  es el concepto visual “dominancia”. Por tanto, un *Descriptor Difuso de Color Dominante* se define como sigue:

**Definición 31** Sea  $\tilde{\Gamma}$  un espacio de color difuso. Un Descriptor Difuso de Color Dominante es un conjunto difuso de nivel 2 de uso conjuntivo de la forma,

$$\text{FD}_{\text{CD}} = \sum_{\tilde{C} \in \tilde{\Gamma}} \text{Dom}(\tilde{C})/\tilde{C} \quad (6.8)$$

donde  $\text{Dom}(\tilde{C}) \in [0, 1]$  es el grado de dominancia asociada al color  $\tilde{C}$  en una imagen según la definición 30.

Por ejemplo, un descriptor difuso de color dominante de la forma  $\text{FD}_{\text{CD}} = 1.0/\text{azul} + 0.75/\text{rojo} + 0.5/\text{amarillo}$ , se interpretaría como que el color difuso *azul* domina con grado 1, el *rojo* con grado 0.75 y el *amarillo* con grado 0.5.

La definición 31 permite distintas formas de obtener el grado de dominancia eligiendo  $\tilde{\Gamma}$ ,  $Q_x^+$  y el método de evaluación de sentencias cuantificadas. De esta forma, considerando las técnicas de evaluación mencionadas en la sección 5.3 y el uso de un cuantificador podemos abordar las nociones de imprecisión y subjetividad existentes en la dominancia. Por ejemplo, si un usuario considera que para que un color domine en la imagen, éste debe aparecer aproximadamente un 5% o más, basta con fijar el cuantificador  $Q_x^+$  con  $x = 0.05$  y la técnica de evaluación de sentencias cuantificadas que se desee. En esta Tesis se han usado cuantificadores de la forma de la Figura 45, con  $0 \leq u_1 \leq x \leq 1$  y la evaluación de sentencias cuantificadas basada en números graduales (sección 5.3.3).

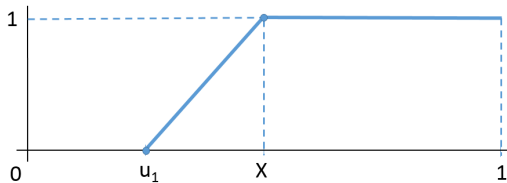


Figura 45: Cuantificador no decreciente del tipo “aproximadamente  $x$  % o más”.

## 6.4 EJEMPLOS DE RECUPERACIÓN BASADA EN COLORES DOMINANTES

En esta sección se ilustra la integración de los distintos elementos propuestos en esta Tesis en un problema concreto como es la recuperación de imágenes basada en colores dominantes. Nuestro objetivo no es definir un sistema nuevo o mejor de recuperación de imágenes basado en contenido (*CBIR*, *Content-based Image Retrieval*), sino mostrar que los espacios de color e histogramas propuestos en capítulos anteriores, así como nuestro estudio de propiedades de relaciones difusas, pueden ser utilizados en una aplicación con resultados satisfactorios. Concretamente, usaremos el descriptor difuso de colores dominantes (sección 6.3) y las distintas medidas de comparación de descriptores difusos propuestas en la sección 6.2.2. Para alcanzar nuestro objetivo utilizaremos varios ejemplos ilustrativos aplicados a un sistema *CBIR* sencillo basado en colores dominantes, desarrollado por nosotros.

De manera general, los sistemas *CBIR* suelen constar de los siguientes elementos:

- *Colecciones de imágenes*, consistentes en conjuntos de imágenes de un dominio concreto.
- *Descriptores*, los cuales representan las características extraídas automáticamente de las imágenes.
- *Bases de datos*, las cuales almacenan los descriptores asociados a las imágenes.
- *Medidas de similitud*, que posibilitan la comparación entre los descriptores asociados a la consulta y los descriptores asociados a las imágenes de las colecciones de imágenes.
- *Elementos de Visualización*, los cuales permiten visualizar los resultados del proceso de recuperación.

Para la realización de los ejemplos, se ha usado la colección de imágenes Benchmark *IAPR TC-12* propuesta por el foro *Cross Language Evaluation Forum (CLEF)*<sup>2</sup>, derivada del *TREC Video Retrieval Evaluation: TRECVID*<sup>3</sup> para recuperación de imágenes. Esta colección de imágenes es muy usada en la comunidad científica puesto que entre los principales objetivos del *CLEF* destacan proporcionar soporte a la evaluación de métodos para la anotación automática de imágenes mediante conceptos, así como a métodos de recuperación de información basados en la combinación de características visuales y textuales, y métodos de recuperación de imágenes multi-lenguaje

---

<sup>2</sup> <http://imageclef.org/>

<sup>3</sup> <http://trecvid.nist.gov/>

[109]. La colección de imágenes *IAPR TC-12* está disponible de forma gratuita, y consta de 20000 imágenes reales tomadas en diferentes localizaciones alrededor del mundo, incluyendo fotografías de diferentes deportes, acciones, paisajes, animales, ciudades, y otros aspectos de la vida contemporánea. Puede descargarse y consultarse en <http://www.uco.es/semanticolor/Tesis/?c=C6>.

De cara a ilustrar el uso del descriptor difuso de colores dominantes mediante ejemplos de recuperación de imágenes, se han calculado descriptores difusos de colores dominantes sobre dos de los espacios de color difusos definidos en el Capítulo 3, concretamente sobre el espacio  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$  (sección 3.5.1.1) y sobre  $\tilde{\Gamma}_{\text{Fruitas}}^1$  (sección 3.5.1.2). Como técnica de evaluación de sentencias cuantificadas para determinar el grado de dominancia se ha usado, como hemos indicado, la basada en números graduales (sección 5.3.3). Para la dominancia, se ha usado el cuantificador  $Q_x^+$  de la forma de la Figura 45 con los parámetros  $u_1 = 0.05$  y  $x = 0.25$ , determinados empíricamente.

También mostramos dos maneras distintas de comparar los descriptores difusos asociados a la consulta y los asociados a las imágenes de la colección mediante las medidas de comparación propuestas en la sección 6.2.2. Usando la medida de similitud en la comparación de descriptores, se impone como restricción la igualdad en el grado de dominancia de todos los colores difusos. Sin embargo, usando la medida de inclusión, se impone únicamente que el grado de dominancia de los colores especificados en la consulta sea menor o igual que el de la imagen. De esta forma, se pueden definir consultas del tipo “imágenes donde todos los colores son similares a los de la consulta”, para lo cual es recomendable usar la medida de similitud, o consultas del tipo “imágenes que contienen, al menos, colores similares a los de la consulta”, para lo que es recomendable utilizar la medida de inclusión.

No obstante, la mayoría de los sistemas CBIR solo usan medidas de similitud y no de inclusión puesto que al realizar una consulta, lo que un usuario esperaría son imágenes similares a las de la consulta y en el caso de la inclusión podría no ocurrir. Por ejemplo, si el descriptor consulta es  $FD_{\text{CD}}^{\text{consulta}} = \{1.0/\text{Rojo} + 0.1/\text{Azul}\}$  y el descriptor de una imagen es  $FD_{\text{CD}}^{\text{imagen}} = \{1.0/\text{Rojo} + 1.0/\text{Azul} + 0.9/\text{Negro} + 0.9/\text{Verde} + 0.7/\text{Gris} + 0.51/\text{Amarillo} + 0.27/\text{Marrón}\}$ , el grado de inclusión  $\Theta_S(FD_{\text{CD}}^{\text{consulta}}, FD_{\text{CD}}^{\text{imagen}}) = 1.0$  cuando la imagen visualmente es muy distinta al *Rojo* y *Azul* porque contiene muchos más colores. Sin embargo, el resultado es correcto si se deseara recuperar imágenes que al menos tienen como colores dominantes *Rojo* y *Azul* con grado 1, independientemente del resto de colores.



En la sección 6.4.1 se muestran ejemplos de recuperación basada en imágenes como consulta y en la sección 6.4.2 se muestran ejemplos de recuperación basada en etiquetas lingüísticas como consulta. Por último, en la sección 6.4.3 se ilustran ambos tipos de consultas combinando color y textura mediante los operadores definidos en las secciones 6.2.2.3 y 6.2.2.4.

#### 6.4.1 *Recuperación de imágenes basada en colores dominantes. Imagen como consulta*

En esta sección se muestran ejemplos de recuperación de imágenes considerando información visual asociada a los colores dominantes de una imagen consulta en base al descriptor difuso de color dominante y la medidas de semejanza e inclusión difusas definidas en la sección anterior. También se ilustran los distintos resultados que se pueden producir mediante el uso de las medidas de semejanza e inclusión difusa en las consultas.

En la sección 6.4.1.1 se muestran ejemplos de recuperación de imágenes usando la medida de similitud mientras que en la sección 6.4.1.2 se muestran ejemplos de recuperación usando la medida de inclusión.

##### 6.4.1.1 **Recuperación de imágenes basada en colores dominantes. Imagen como consulta usando medida de similitud**

Las Figuras 46, 47 y 48 muestran distintos ejemplos de recuperación en la colección de imágenes *IAPR TC-12* considerando como consulta distintas imágenes<sup>4</sup> utilizadas en capítulos anteriores. En este caso se ha usado el descriptor difuso de color dominante sobre el espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$  (sección 3.5.1.1) y se ha considerado la medida de similitud difusa propuesta en la sección 6.2.2.2, permitiendo recuperar imágenes en las que dominan solamente los colores de la imagen consulta.

En la Figura 46 se muestran las imágenes recuperadas usando como consulta la imagen de la Figura 19a (Capítulo 3), en orden decreciente de grado de similitud a la consulta, el cual se muestra debajo de cada imagen. En este caso, al ser una imagen que tiene mucha variedad de colores dominantes, el descriptor difuso esta formado por muchos elementos difusos, concretamente  $\text{FD}_{\text{CD}}^{\text{consulta}} = \{0.99/\text{Negro} + 0.93/\text{Oliva} + 0.89/\text{Naranja} + 0.88/\text{Verde} - \text{Amarillo} + 0.68/\text{Gris} + 0.51/\text{Rojo} + 0.27/\text{Púrpura}\}$ , y se recuperan imágenes muy distintas

<sup>4</sup> Las imágenes pueden descargarse en <http://www.uco.es/semanticoolor/Tesis/?c=C6>.

visualmente a la consulta, aunque todas ellas con colores similares a los de la consulta. Si se deseara obtener imágenes con mayor similitud visual a la imagen consulta, sería necesario combinar más características visuales, por ejemplo texturas, forma, relaciones espaciales, entre otras, puesto que la información de colores dominantes no es totalmente discriminante.

No ocurre lo mismo en el caso de los ejemplos de las Figuras 47 y 48, donde no son tantos los colores que dominan en ellas. En el caso de la Figura 47 se recuperan imágenes con colores similares a los del atardecer, y en la Figura 48 se recuperan imágenes con tonalidades verdes, similares a los colores dominantes de las imágenes consideradas como consulta.

De forma análoga, en la Figura 49 se muestra un ejemplo de las imágenes recuperadas, pero en este caso sobre la colección de imágenes de frutas (detallada en el apéndice B.1) usando el descriptor difuso de color dominante sobre el espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{\text{FRUTAS}}^1$  (sección 3.5.1.2). La imágenes recuperadas contienen colores dominantes similares a los de la imagen consulta, ordenadas por grado de similitud a la imagen consulta.

En general, en nuestros experimentos, la medida de similitud y el descriptor difuso basado en dominancia de color apoyan la idea propuesta para la recuperación de imágenes basada en similitud (calculada a partir de etiquetas lingüísticas y su imprecisión) entre una imagen como consulta y las imágenes de una colección. También, como era nuestro objetivo, que las propuestas de espacios de color difuso, relaciones difusas e histogramas, son adecuadas como base para el desarrollo de aplicaciones prácticas.

#### **6.4.1.2 Recuperación de imágenes basada en colores dominantes. Imagen como consulta usando medida de inclusión**

Al igual que en la sección anterior, las Figuras 50, 51 y 52 muestran distintos ejemplos de recuperación en la colección de imágenes *IAPR TC-12* considerando como consulta distintas imágenes<sup>5</sup> utilizadas en capítulos anteriores, aunque en este caso se ha considerado la medida de inclusión difusa propuesta en la sección 6.2.2.1. Como se observa, en estos ejemplos se recuperan imágenes que contienen, al menos, los colores dominantes de la imagen consulta aunque visualmente éstas parezcan diferentes, tal y como comentamos anteriormente.

5 Las imágenes pueden descargarse en <http://www.uco.es/semanticolor/Tesis/?c=C6>.

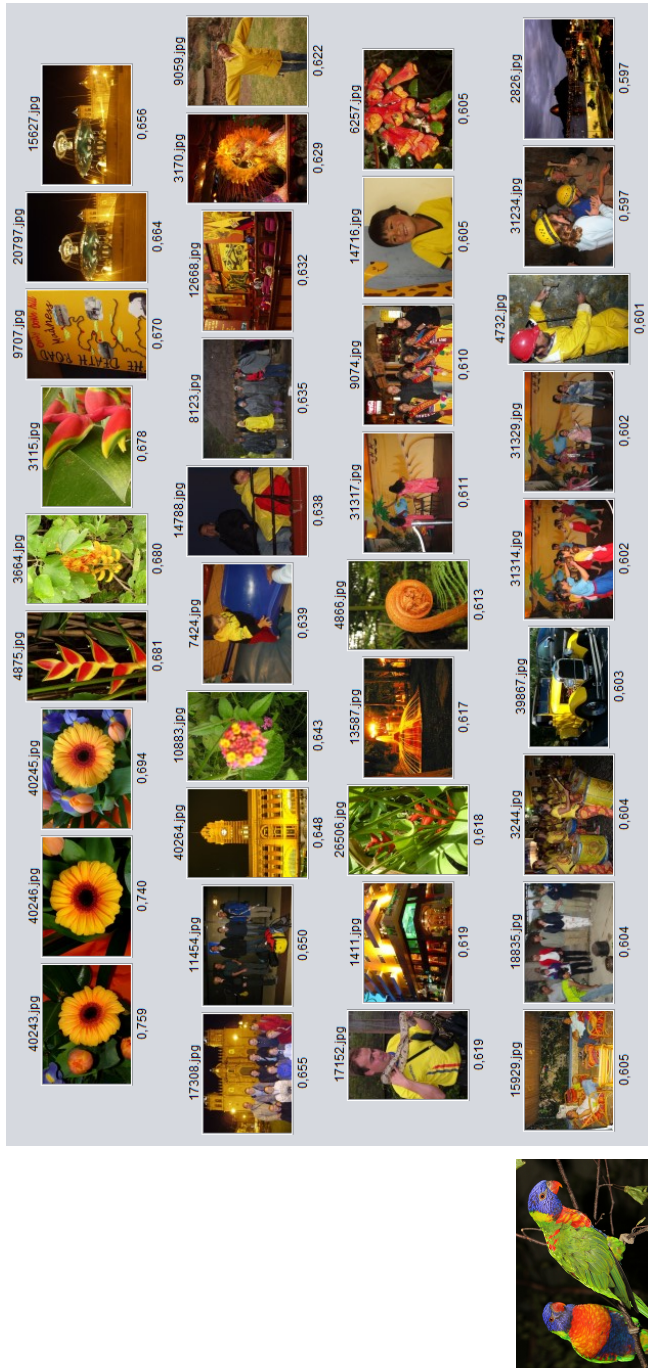


Figura 46: Ejemplo de recuperación de imágenes sobre la colección de imágenes *IAPR TC-12* usando el descriptor difuso de color dominante sobre el espacio de color difuso  $\Gamma_{SCC}$ -básico y la medida de semejanza difusa. (a) imagen consulta y (b) imágenes recuperadas ordenadas por grado de similitud a la consulta.

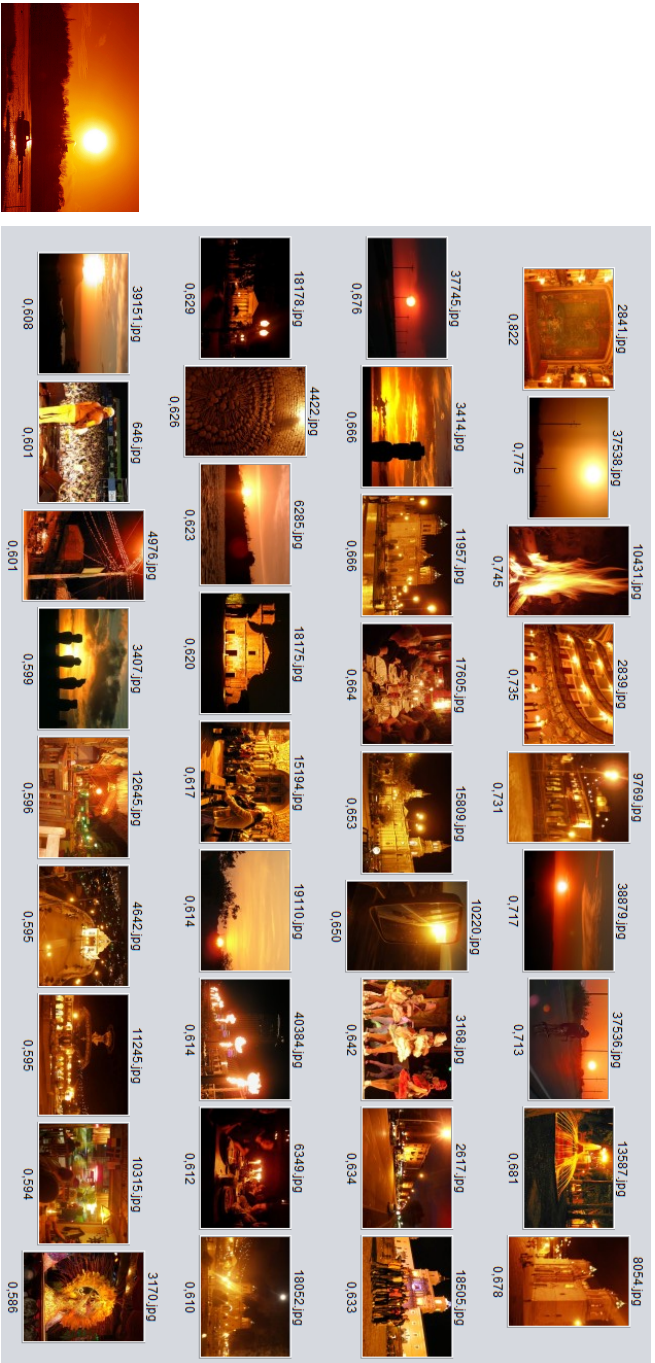


Figura 47: Ejemplo de recuperación de imágenes sobre la colección de imágenes *LAPR TC-12* usando el descriptor difuso de color dominante sobre el espacio de color difuso  $\tilde{I}SCC$ -básico. Y la medida de semejanza difusa. (a) imagen consulta y (b) imágenes recuperadas ordenadas por grado de similitud a la consulta.



(a)

(b)

Figura 48: Ejemplo de recuperación de imágenes sobre la colección de imágenes LAPR TC-12 usando el descriptor difuso de color dominante sobre el espacio de color difuso  $\Gamma_{SCC}$ -básico y la medida de semejanza difusa. (a) imagen consulta y (b) imágenes recuperadas ordenadas por grado de similitud a la consulta.





(a)



(b)

Figura 49: Ejemplo de recuperación de imágenes sobre la colección de imágenes de frutas usando el descriptor difuso de color dominante sobre el espacio de color difuso  $\Gamma_{Frutas}^1$  y la medida difusa de semejanza. (a) imagen consulta y (b) imágenes recuperadas ordenadas por grado de similitud a la consulta.



Figura 50: Ejemplo de recuperación de imágenes sobre la colección de imágenes *IAPR TC-12* usando el descriptor difuso de color dominante sobre el espacio de color difuso  $\bar{\Gamma}_{ISCC}$ -básico y la medida de inclusión difusa. (a) imagen consulta y (b) imágenes recuperadas ordenadas por grado de inclusión a la consulta.



Figura 51: Ejemplo de recuperación de imágenes sobre la colección de imágenes IAPR TC-12 usando el descriptor difuso de color dominante sobre el espacio de color difuso  $\tilde{I}^{sC}$ -básico y la medida de inclusión difusa. (a) imagen consulta y (b) imágenes recuperadas ordenadas por grado de inclusión a la consulta.





Figura 52: Ejemplo de recuperación de imágenes sobre la colección de imágenes *IAPR TC-12* usando el descriptor difuso de color dominante sobre el espacio de color difuso  $\Gamma_{ISCC-básico}$  y la medida de inclusión difusa. (a) imagen consulta y (b) imágenes recuperadas ordenadas por grado de inclusión a la consulta.



(a)

Figura 53: Ejemplo de recuperación de imágenes sobre la colección de imágenes de frutas usando el descriptor difuso de color dominante sobre el espacio de color difuso  $\overline{T}_{Frutas}$  y la medida difusa de inclusión. (a) imagen consulta y (b) imágenes recuperadas ordenadas por similitud a la consulta.

### 6.4.2 Recuperación de imágenes basada en colores dominantes. Etiquetas lingüísticas como consulta

En esta sección se muestran ejemplos de recuperación de imágenes basada en la dominancia de color en los que la consulta es una etiqueta lingüística o un conjunto de etiquetas lingüísticas proporcionadas por un usuario. En este caso la consulta es un descriptor difuso proveniente de un usuario en el cual se proporcionan etiquetas lingüísticas y un grado, permitiendo, por ejemplo, consultas del tipo “*imágenes en las que domina el rojo y el naranja con grado 0.5, el marrón con grado 0.8 y el amarillo con grado 1.0*”.

Al igual que en la sección anterior, de modo ilustrativo, se mostrarán ejemplos de recuperación de imágenes usando el espacio  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$  (sección 3.5.1.1) y el  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$  (sección 3.5.1.2) sobre las colecciones de imágenes *IAPR TC-12* y *Frutas* (apéndice B.1). Se ilustran también ejemplos de recuperación usando las medidas de similitud e inclusión propuestas en la sección 6.2.2.

La Figura 54 muestra los resultados de recuperación sobre la colección de imágenes *IAPR TC-12* considerando como consulta las etiquetas lingüísticas *azul* y *negro* del espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$  de la forma “*imágenes en las que dominan, solamente, los colores azul y negro con grado 1*”, equivalente a usar como descriptor difuso de color dominante  $\text{FD}_{\text{CD}}^{\text{consulta}} = \{1.0/\text{Azul} + 1.0/\text{Negro}\}$  y la medida de similitud.

Los resultados son acordes a lo esperado, y las imágenes recuperadas corresponden (en nuestra opinión) a la consulta realizada. Obsérvese que el grado más alto de similitud a la consulta es 0.681, debido a que las imágenes de la colección *IAPR TC-12* no solo contienen azul y negro, sino que contienen más colores, por tanto la medida de similitud (basada en la doble inclusión) se ve penalizada. Sin embargo, en la Figura 55, no ocurre esto puesto que al usar la medida de inclusión en la consulta se contemplan imágenes que contengan como colores dominantes, al menos, los de la consulta.

De forma análoga, ocurre con los resultados mostrados en la Figura 56. En este caso se muestran resultados sobre la colección de imágenes de *Frutas* considerando como consulta las etiquetas lingüísticas *rojo fresa* y *verde manzana* del espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{\text{Frutas}}^1$  de la forma “*imágenes en las que domina, solamente, el rojo fresa con grado 1 y el verde manzana con grado 0.3*”, equivalente a usar el descriptor difuso  $\text{FD}_{\text{CD}}^{\text{consulta}} = \{1.0/\text{rojo} - \text{fresa} + 0.3/\text{verde} - \text{manzana}\}$  y la medida de similitud.

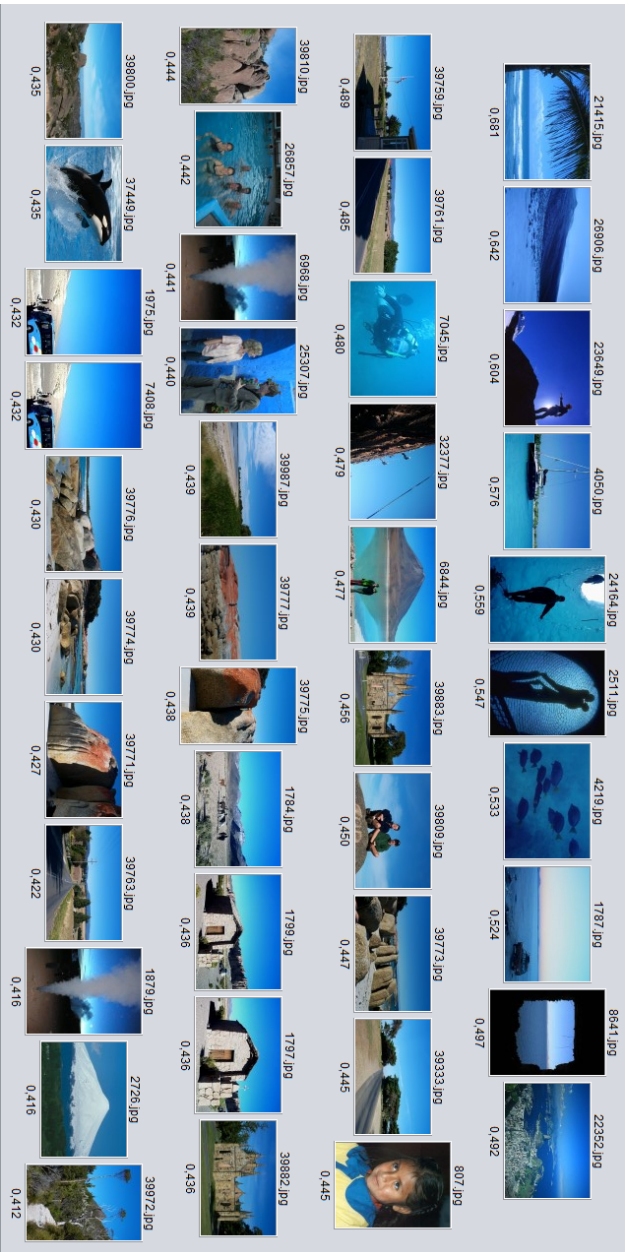


Figura 54: Ejemplo de recuperación de imágenes del tipo “*imágenes en las que dominan el azul y el negro solamente*” sobre la colección de imágenes *LAPR TC-12* y el espacio de color difuso  $\tilde{I}SC-básico$  usando el descriptor difuso de color dominante  $FD_{CD} = \{1/Azul + 1/ Negro\}$  como consulta y la medida de similitud.



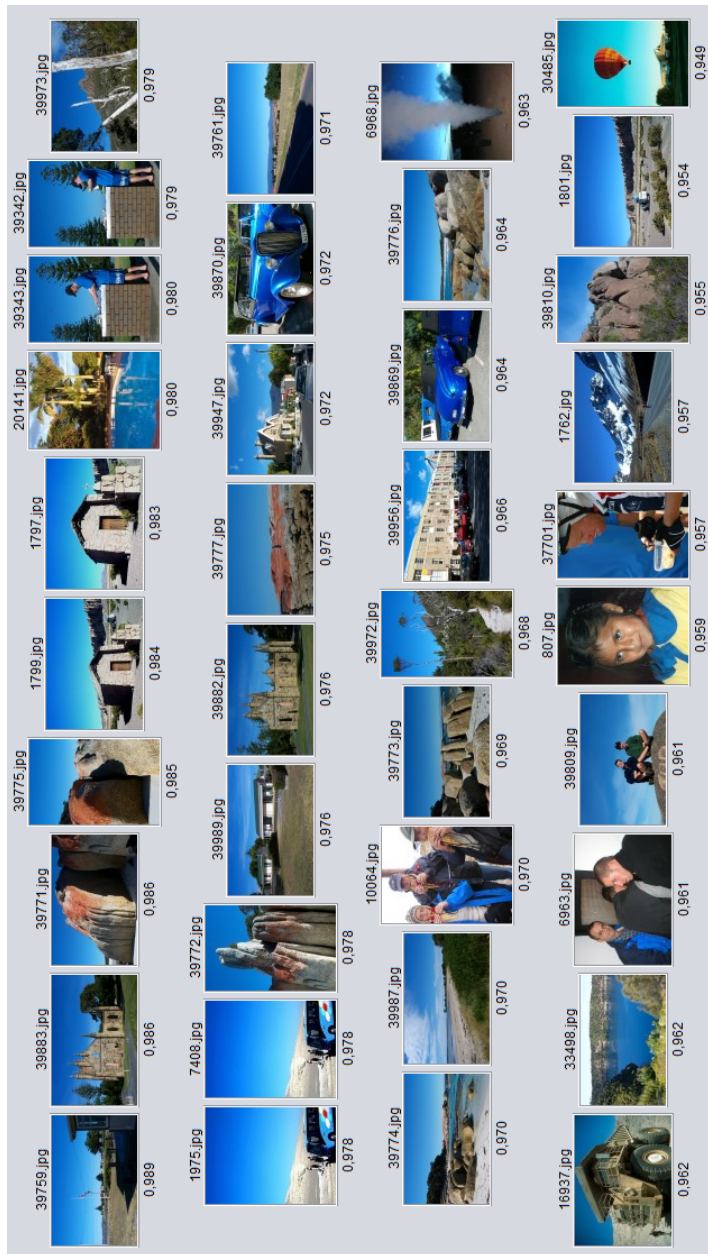


Figura 55: Ejemplo de recuperación de imágenes del tipo “*imágenes en las que dominan, al menos, el azul y el negro*” sobre la colección de imágenes IAPR TC-12 y el espacio de color difuso  $\Gamma_{\text{ISCC-básico}}$  usando el descriptor difuso de color dominante  $\text{FD}_{\text{CD}} = \{1/A_{\text{Azul}} + 1/N_{\text{Negro}}\}$  como consulta y la medida de inclusión.



Figura 56: Ejemplo de recuperación de imágenes del tipo “*imágenes en las que domina solamente el rojo fresa con grado 1 y el verde manzana con grado 0.3*” sobre la colección de imágenes de frutas y el espacio de color difuso  $\tilde{F}_{Frutas}^1$  usando el descriptor difuso de color dominante  $FD_{CD} = \{1.0/\text{rojo} - \text{fresa} + 0.3/\text{verde} - \text{manzana}\}$  como consulta y la medida de similitud.



Figura 57: Ejemplo de recuperación de imágenes del tipo “imágenes en las que domina, al menos, el rojo fresa con grado 1 y el verde manzana con grado 0.3” sobre la colección de imágenes de frutas y el espacio de color difuso  $\Gamma_{\text{Frutas}}$  usando el descriptor difuso de color dominante  $FD_{CD} = \{1.0/\text{rojo} - \text{fresa} + 0.3/\text{verde} - \text{manzana}\}$  como consulta y la medida de inclusión.

### 6.4.3 Recuperación de imágenes combinando información de color y textura

En esta sección se ilustra el uso de las medidas de comparación sobre conjuntos de descriptores combinando descriptores basados en dominancia de color y textura.

Para modelar el color, se ha usado el espacio de color difuso definido en la sección 3.5.1.1 basado en el conjunto extendido del sistema ISCC-NBS.

Para modelar la textura, se han usado los enfoques propuestos en [37] para modelar la propiedad de "grosor/finura", la cual se define mediante conjuntos difusos teniendo en cuenta la relación existente entre la representación computacional y la percepción humana. Concretamente, se define mediante particiones difusas sobre el dominio de medidas de "grosor", donde el número de etiquetas lingüísticas y los parámetros de las funciones de pertenencia se calculan relacionando las medidas representativas de "grosor/finura" y la percepción humana sobre esta propiedad de textura. Las etiquetas utilizadas son VC = muygruesa, C = gruesa, MC = mediogruesa, F = fina, VF = muyfina para la medida de Correlación (medida con más capacidad para discriminar clases de finura según [36]) y son de la forma de la Figura 58.

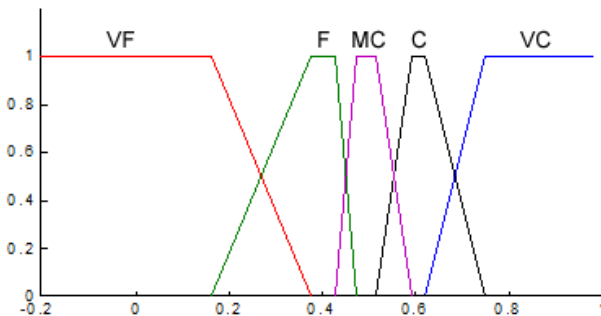


Figura 58: Particiones difusas para la medida de *Correlación*. Las etiquetas lingüísticas son VC = muygruesa, C = gruesa, MC = mediogruesa, F = fina, VF = muyfina.



La colección de imágenes que se ha usado en estos ejemplos de recuperación es la colección *VisTex* (Visual Texture Database) [262]. Esta colección es ampliamente utilizada en la comunidad científica porque contiene gran variedad de imágenes de color con presencia de diferentes texturas. Asimismo, con el objetivo de incorporar más variedad de color en la colección, se han introducido nuevas imágenes. En particular, la colección estándar está compuesta por 669 imágenes de tamaño  $128 \times 128$ , y se ha ampliado con 61 imágenes más del mismo tamaño, resultando una colección de un total de 730 imágenes<sup>6</sup>.

De cara a ilustrar el uso de las medidas de semejanza e inclusión entre conjuntos de descriptores propuestas en la sección 6.2.2 se muestran tres ejemplos de recuperación. En los dos primeros ejemplos se usan descriptores difusos definidos mediante etiquetas lingüísticas como consulta (sección 6.4.3.1), mientras que en el tercer ejemplo se usan descriptores difusos calculados a partir de una imagen como consulta (sección 6.4.3.2). Para la dominancia del color, se ha usado de nuevo  $Q_x^+$  con  $u_1 = 0.05$  y  $x = 0.25$  mientras que para la textura se ha usado la combinación  $u_1 = 0.2$  y  $x = 0.4$ , parámetros ajustados empíricamente.

#### 6.4.3.1 Recuperación de imágenes en términos de colores y texturas dominantes usando etiquetas lingüísticas como consulta

En esta sección se muestran dos ejemplos de recuperación de imágenes que usan descriptores difusos definidos mediante etiquetas lingüísticas de color y textura como consulta.

En el primer ejemplo, ilustrado mediante la Figura 59a, se muestran los resultados del proceso de recuperación usando solo información de color. Se han usado las etiquetas lingüísticas *naranja amarronado* y *marrón* asociadas al color y la medida de inclusión (concretamente, el descriptor difuso usado es  $FD_{CD}^{consulta} = 1/NaranjaAmarronado + 1/Marrón$ ). Las imágenes recuperadas se muestran en orden decreciente al grado de similitud de la consulta, el cual se muestra debajo de cada imagen. Se puede observar que se recuperan imágenes que contienen los mismos colores dominantes de la consulta, incluyendo por ejemplo imágenes de “calabazas”, “granos de café”, “pinturas”, etc.

6 La colección de imágenes “ExtendedVisTex” puede descargarse en <http://www.uco.es/semanticolor/Tesis/?c=C6>.

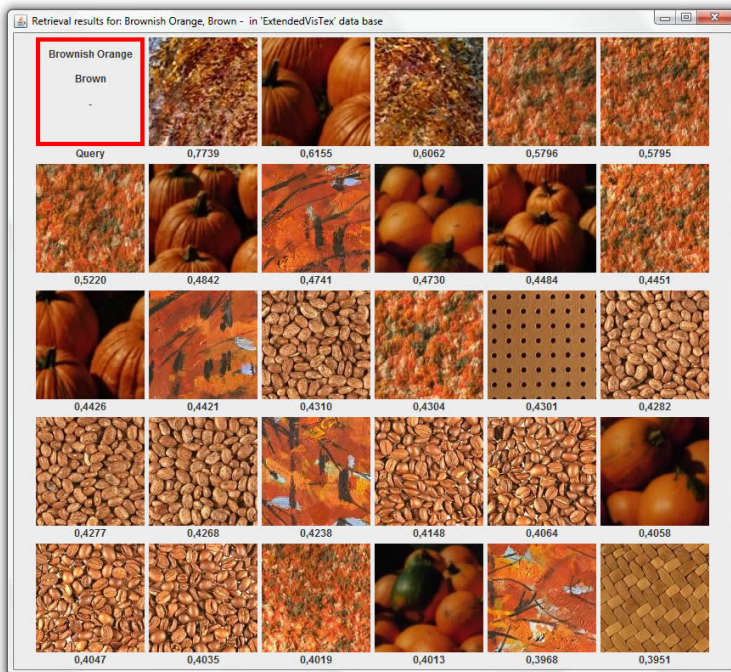
No obstante, la Figura 59b muestra resultados de recuperación más refinados combinando información de textura y color. Para ello se ha usado el conjunto de descriptores difusos  $FDS = \{FD_{CD}, FD_{TD}\}$ , donde  $FD_{CD}$  corresponde a un descriptor difuso de color dominante, y  $FD_{TD}$  a un descriptor difuso de textura dominante. En este ejemplo, se han usado las mismas etiquetas lingüísticas que en la Figura 59a para la información de color  $FD_{CD}^{consulta} = 1/NaranjaAmarronado + 1/Marrón$ , y la etiqueta lingüística *muy gruesa* para la información de textura ( $FD_{TD}^{consulta} = 1/MuyGruesa$ ).

El grado de inclusión se ha calculado usando la medida de inclusión entre conjuntos de descriptores definida en la sección 6.2.2.3 con  $w_{CD} = 0.5$  y  $w_{TD} = 0.5$ , dando igual importancia a los descriptores difusos de color y textura.

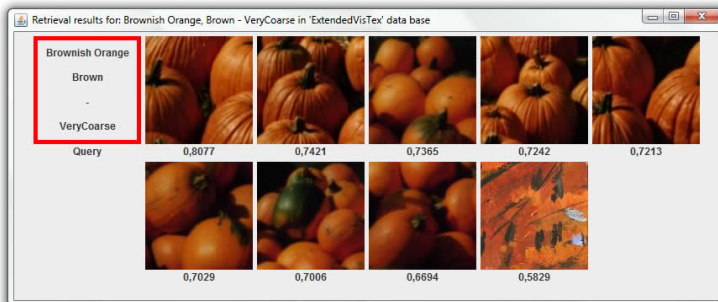
En este caso, se puede observar que las imágenes de “calabazas” se recuperan con los mayores grados de inclusión puesto que sus texturas se perciben como “muy gruesas”.

En el segundo ejemplo, la Figura 60a muestra resultados de recuperación considerando solo información de textura. En este caso, se ha usado la etiqueta lingüística *muy fina* como consulta ( $FD_{TD}^{consulta} = 1/MuyFina$ ), y se puede observar que las imágenes recuperadas contienen texturas muy finas, entre las que se incluyen imágenes de “hierba”, “tela vaquera”, “pelo”, etc. Al igual que el ejemplo anterior, gracias a la medida de comparación de descriptores difusos, se puede especificar más en la consulta combinando información de color y textura, tal y como se muestra en la Figura 60b. En este caso, en la consulta se han usado las etiquetas lingüísticas *muy fina* y *azul purpúreo* mediante los descriptores difusos  $FD_{TD}^{consulta} = 1/MuyFina$  y  $FD_{CD}^{consulta} = 1/AzulPurpúreo$  y la medida de inclusión entre conjuntos de descriptores con  $w_{CD} = 0.5$  y  $w_{TD} = 0.5$ .

Se puede observar que las imágenes recuperadas con mayor grado de inclusión son las imágenes de “tela vaquera” porque sus texturas se perciben como *muy fina* y su color dominante es *azul purpúreo*.

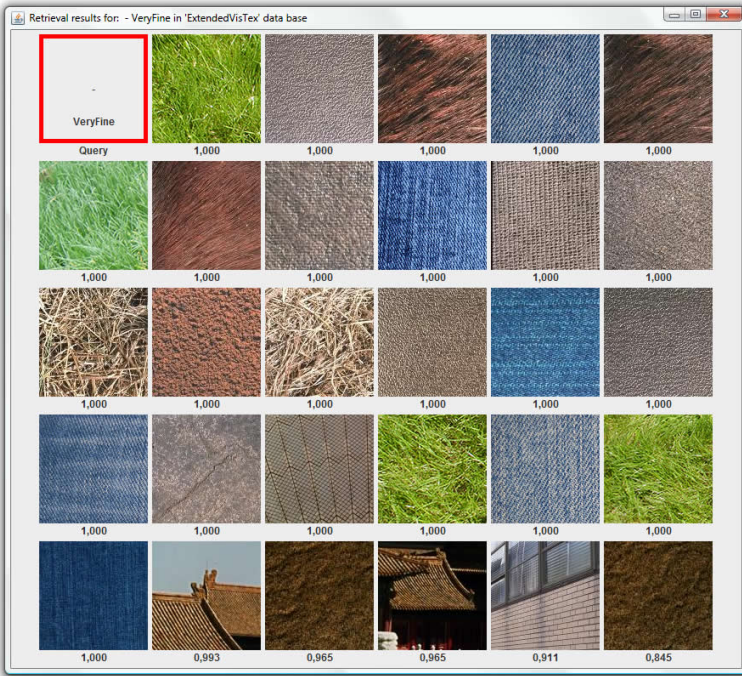


(a)

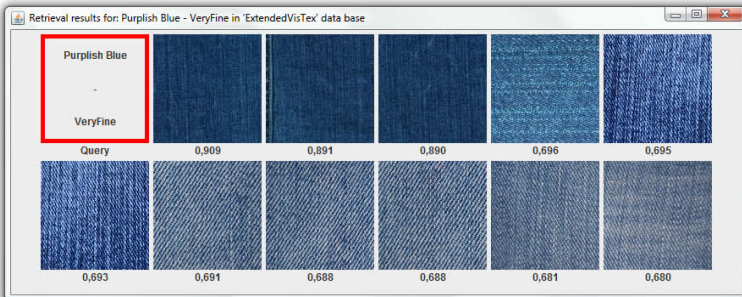


(b)

Figura 59: Resultados de recuperación sobre la colección VisTex extendida para (a) la consulta de inclusión del color dominante con las etiquetas *naranja amarronado* y *marrón*, y (b) la consulta de inclusión del color y textura dominantes con las etiquetas *naranja amarronado*, *marrón* y *muy gruesa*.



(a)



(b)

Figura 60: Resultados de recuperación sobre la colección VisTex extendida para (a) la consulta de inclusión de la textura dominante con la etiqueta *muy fina*, y (b) la consulta de inclusión del color y textura dominantes con las etiquetas *azul púrpúreo* y *muy fina*.

### 6.4.3.2 Recuperación de imágenes en términos de colores y texturas dominantes usando una imagen como consulta

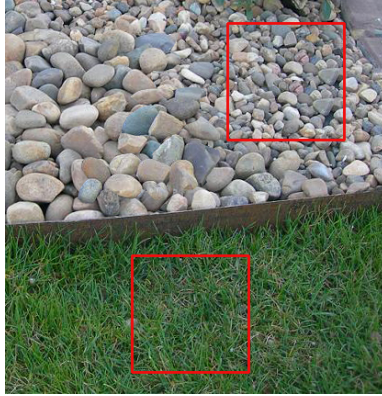
En esta sección se muestran ejemplos de recuperación mediante el uso de descriptores difusos calculados a partir de una imagen como consulta. En este caso, se recuperan imágenes con características similares, tanto en color como en textura, a las de una imagen ejemplo. Esta condición se puede definir mediante la medida de semejanza entre conjuntos de descriptores difusos propuesta en la sección 6.2.2.4. Esta medida calcula la semejanza de los conjuntos de descriptores  $FDS^{consulta} = \{FD_{CD}, FD_{TD}\}$  y  $FDS^{coleccion} = \{FD_{CD}, FD_{TD}\}$  los cuales describen en términos de colores y texturas dominantes la imagen de la consulta y las imágenes de la colección.

La Figura 61 muestra un ejemplo en el que se pretende recuperar imágenes con colores y texturas dominantes similares a las seleccionadas mediante un rectángulo rojo en la Figura 61a. En este caso, cada imagen seleccionada se ha usado como consulta, y los resultados de la recuperación, ordenados por grado de similitud, se muestran en las Figuras 61b y 61c, considerando igual importancia a los descriptores de color que a los de textura ( $w_{CD} = 0.5$  y  $w_{TD} = 0.5$ ). Se puede observar, que las imágenes de “hierba” y “grava” se recuperan con los mayores grados de similitud en cada consulta, siendo lo esperado.

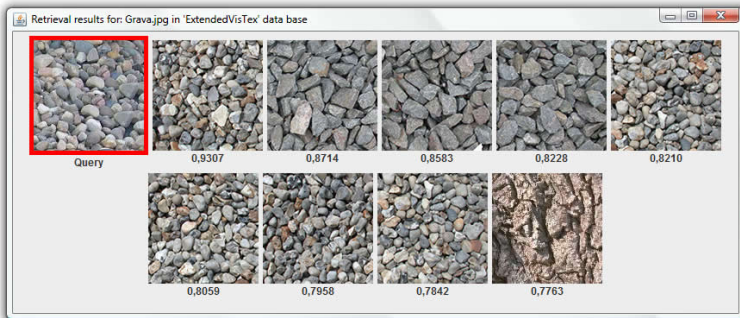
Las Figuras 62 y 63 muestran ejemplos de recuperación considerando como consulta la imagen de “grava” marcada con un rectángulo rojo en la Figura 61a y distinta importancia a los descriptores de color y textura. Concretamente la Figura 62a muestra resultados de la recuperación considerando solo información de color ( $w_{CD} = 1.0$  y  $w_{TD} = 0.0$ ), mientras que en la Figura 62b se ha considerado solo información de textura ( $w_{CD} = 0.0$  y  $w_{TD} = 1.0$ ), y las Figuras 63a y 63b muestran resultados dando un 80% de importancia a color y un 20% a textura ( $w_{CD} = 0.8$  y  $w_{TD} = 0.2$ ), y viceversa, respectivamente.

Se puede observar que las imágenes recuperadas considerando solo información de color (Figura 62a) contienen colores similares a los de la consulta, aunque sean visualmente distintas. Lo mismo ocurre con las imágenes recuperadas considerando solo información de textura (Figura 62b), que contienen texturas parecidas a las de la consulta aunque también sean visualmente distintas puesto que mezclan colores. Sin embargo, si se combinan las dos propiedades mediante importancia, se puede desear que sean más similares visualmente a nivel del color pero considerando textura también (Figura 63a), o por el contrario, que sean más similares visualmente a nivel de textura pero considerando también información de color (Figura 63b).





(a)

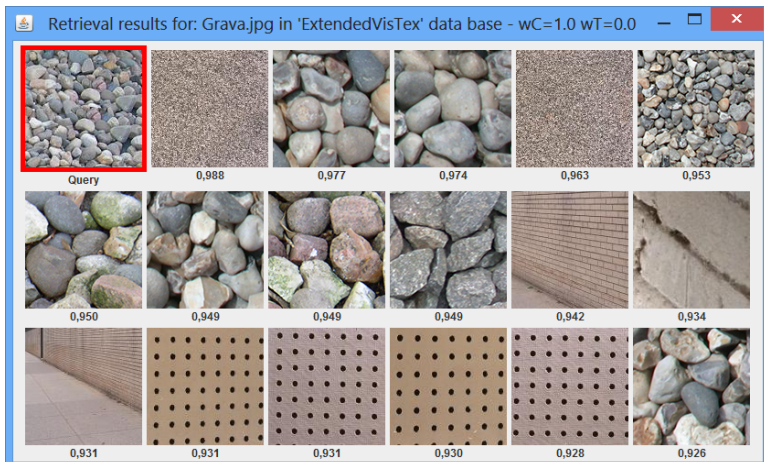


(b)

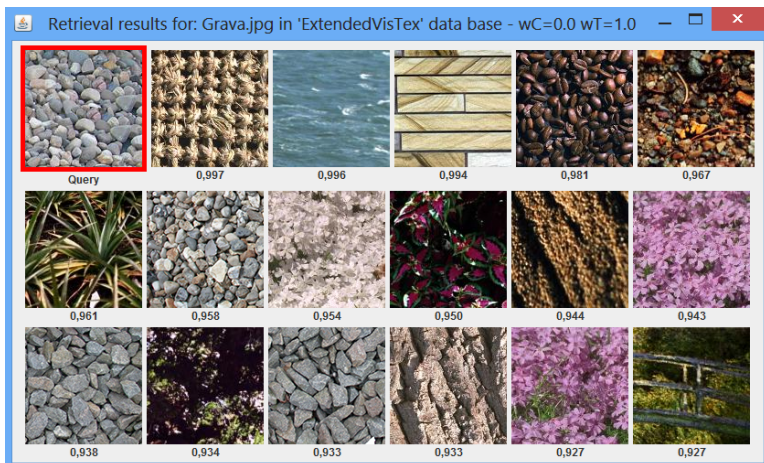


(c)

Figura 61: Resultados de la recuperación de imágenes sobre la colección VisTex usando como consulta las imágenes seleccionadas mediante los rectángulos rojos en (a) y considerando la misma importancia a los descriptores de color y textura. (b) resultados para la imagen de “grava” como consulta, y (c) resultados para la imagen de “hierba” como consulta.

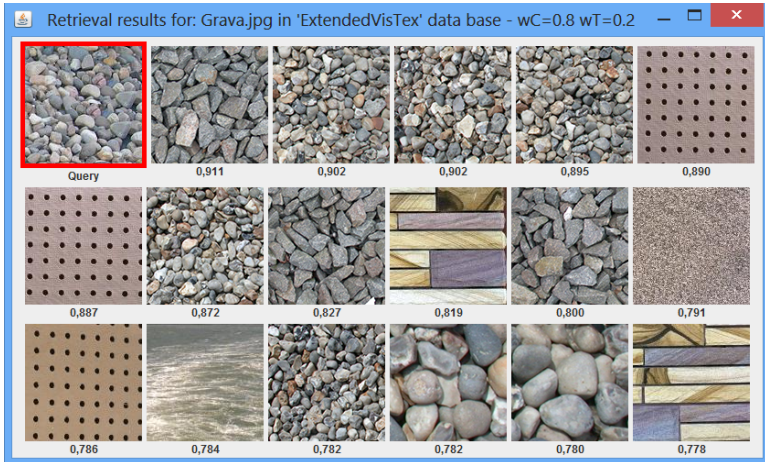


(a)

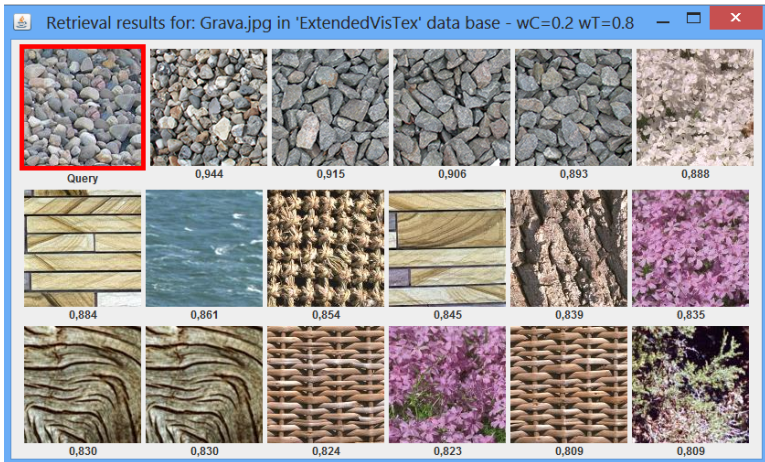


(b)

Figura 62: Resultados de la recuperación de imágenes sobre la colección VisTex usando como consulta la imagen de “grava” seleccionada en la Figura 61a y diferentes pesos a los descriptores de color y textura. (a) Importancia del descriptor de color  $w_{CD} = 1.0$  y del descriptor de textura  $w_{TD} = 0.0$ , (b) Importancia del descriptor de color  $w_{CD} = 0.0$  y del descriptor de textura  $w_{TD} = 1.0$ .



(a)



(b)

Figura 63: Resultados de la recuperación de imágenes sobre la colección VisTex usando como consulta la imagen de “grava” seleccionada en la Figura 61a y diferentes pesos a los descriptores de color y textura. (a) Importancia del descriptor de color  $w_{CD} = 0.8$  y del descriptor de textura  $w_{TD} = 0.2$ , (b) Importancia del descriptor de color  $w_{CD} = 0.2$  y del descriptor de textura  $w_{TD} = 0.8$ .



## 6.5 CONCLUSIONES

En este capítulo hemos mostrado una aplicación de los conceptos definidos en capítulos anteriores, con el objetivo de mostrar que son adecuados para su uso práctico en problemas relevantes como la recuperación de imágenes. Este objetivo ha conllevado aportes, como han sido la propuesta del concepto de descriptor difuso, descriptor difuso de color dominante, y operadores de comparación, necesarios para poder desarrollar el sistema de recuperación. Los experimentos realizados confirman nuestra hipótesis acerca de la validez de las propuestas de espacio de color difuso, relaciones difusas e histogramas de color, en la resolución del problema planteado. Queremos indicar que el CBIR desarrollado ha sido un medio para confirmar nuestra hipótesis y no un fin en si mismo. El desarrollo más detallado de nuestro sistema de recuperación y la comparación con sistemas existentes, entre otros problemas, serán objeto de trabajo futuro.



## CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

---

**RESUMEN:** En este capítulo se ofrece un resumen de las principales conclusiones a las que se ha llegado a lo largo de esta Tesis. Asimismo, se plantean las futuras vías de investigación abiertas a raíz de este trabajo.

*Conclusión es el lugar donde llegaste cansado de pensar.*  
Anónimo

### ÍNDICE

---

7.1	Conclusiones . . . . .	195
7.2	Trabajos Futuros . . . . .	199
7.3	Publicaciones científicas . . . . .	201

---

## 7.1 CONCLUSIONES

El objetivo general que ha marcado la realización de esta Tesis ha sido el desarrollo de modelos formales que permitan modelar la semántica del color en imágenes. Para ello se ha planteado un doble objetivo: por un lado, proponer modelos formales que recojan la imprecisión y subjetividad del color, y por otro, obtener estructuras de representación semántica de una imagen basadas en los modelos de color.

Consideramos que el primero de estos objetivos ha sido alcanzado mediante la propuesta de i) un marco formal basado en los conceptos de color difuso y espacio de color difuso; ii) una metodología de diseño y construcción de espacios de color difuso simple, flexible y computacionalmente eficiente de la cual los usuarios están altamente satisfechos, y iii) un conjunto de relaciones de semejanza entre colores precisos, así como entre distintas informaciones de color expresadas mediante colores difusos.

Asimismo, consideramos también satisfecho el segundo objetivo a través de la propuesta de distintos histogramas de colores difusos, el concepto de descriptor difuso y su particularización al caso de dominancia de color, así como operadores de inclusión y similitud entre los mismos.

De forma más específica, estos objetivos se han abordado mediante varios sub-objetivos, que se han alcanzado mediante la aportación de los siguientes resultados originales de investigación:

- En primer lugar, en el **Capítulo 2**, se ha llevado a cabo una amplia revisión de las diferentes técnicas relacionadas con el modelado semántico del color. Por un lado se han estudiado los sistemas más usados para representar el color, sistemas vectoriales conocidos como espacios de color, así como las principales métricas de comparación de cada uno de ellos, concluyendo que la distancia euclídea es la métrica más usada.

Por otro lado, se han analizado los distintos enfoques para asociar los valores representados mediante estos sistemas vectoriales a etiquetas lingüísticas, conocidos en la literatura por el término inglés “color-naming”. Hemos podido constatar que, dentro de los modelos capaces de proporcionar una probabilidad o un grado de compatibilidad para asociar estímulos y categorías de color, encontramos modelos probabilísticos y difusos que necesitan una gran cantidad de datos proporcionados por experimentos, y modelos difusos que se basan en pocos datos pero que imponen restricciones muy fuertes sobre la forma de las funciones de pertenencia (formas regulares), que no se corresponden con las formas irregulares obtenidas mediante experimentos psicofísicos. Finalmente, tanto unos como otros definen conjuntos de colores excluyentes que forman una partición del espacio, y en la que la definición de un color es dependiente de la del resto.

También hemos podido constatar que, cuando existen, las propuestas de comparación de colores, histogramas y descriptores difusos, particularmente asociados a colores dominantes, son pobres y escasas, considerando medidas de cardinalidad inapropiadas entre otros inconvenientes.

- En segundo lugar, en el **Capítulo 3** se han introducido definiciones formales de los conceptos de “color difuso” y “espacio de color difuso”, así como distintas tipologías de éstos, las cuales nos permiten abordar la subjetividad e imprecisión del modelado de términos de color mencionado anteriormente. Además, se ha establecido una metodología que nos ha permitido modelar la semántica de los términos de color teniendo como fuente de conocimiento una persona o un dominio de aplicación, pudiendo así modelar cualquier categoría de color y no solo las 11 categorías básicas que proponen Berlin y Kay [21], tal y como hacen la mayoría de los modelos existentes.

Asimismo, los modelos obtenidos se basan en el paradigma de espacios conceptuales [92, 93], para el que se ha propuesto una novedosa metodología para “hacer difusas” las teselaciones de Voronoi en términos de la métrica definida en el espacio conceptual (distancia euclídea), de modo que el grado de pertenencia disminuye con la distancia al prototipo.

Además, el uso de prototipos positivos y negativos en espacios conceptuales es otra aportación original, que nos ha permitido modelar los colores de forma independiente unos de otros, y obtener espacios de color de distinta tipología, no restringiéndonos a espacios de tipo partición difusa, como es el caso en los modelos existentes en la literatura.

Finalmente, la metodología propuesta no impone formas regulares de los colores difusos, como ocurre en el caso de los modelos más usados en la literatura, ni necesita de experimentos tediosos con usuarios para aprender las categorías de color.

La metodología propuesta se ha ilustrado mediante el diseño de diversos espacios de color difuso a partir de sistemas existentes de nombrado de color (en inglés “color naming”) y a partir de datos proporcionados por usuarios. Para comprobar empíricamente la bondad de los modelos propuestos, se han mostrado varios ejemplos sobre imágenes reales, concluyendo que los resultados proporcionados coinciden con lo esperado por el ser humano. Asimismo, se han realizado evaluaciones de los modelos mediante su comparación con valoraciones subjetivas de usuarios, obteniendo unos resultados satisfactorios.

Por último, los modelos propuestos se han implementado y el software se ha puesto a disposición de la comunidad científica en la web <http://www.uco.es/semanticolor/Tesis/?c=C10>.

- En el **Capítulo 4** se han propuesto distintas relaciones difusas para representar la similitud entre colores precisos, entre colores difusos, y entre un color preciso y uno difuso, considerando asimismo distintas formas de representar información con diferentes semánticas dependiendo del uso conjuntivo o disyuntivo de los colores difusos. Estas formas de uso han sido contempladas por los mayores expertos en la lógica difusa como Zadeh, Yager o Dubois y Prade [72, 76, 293, 313], pero suelen ser ignoradas en gran parte de la literatura. Como principal aportación se ha propuesto una relación de semejanza entre colores precisos inducida por un espacio de color difuso. Adicionalmente, se han propuesto algunas relaciones de semejanza, inclusión, compatibilidad, posibilidad, y necesidad, entre colores precisos, colores difusos usados conjuntamente y colores difusos usados

disyuntivamente. Por último, se han proporcionado ejemplos ilustrativos de todas las relaciones propuestas aplicándolas sobre colores difusos definidos en el Capítulo 3.

- En el **Capítulo 5** se han definido distintas nociones de histogramas sobre espacios de color difuso. Para ello, por un lado se han analizado los métodos más utilizados en la literatura para abordar el problema de la cardinalidad en conjuntos difusos, concluyendo que las cardinalidades escalares no son adecuadas como representaciones del cardinal de un conjunto difuso en general, aunque son las más utilizadas. Sin embargo, los números graduales introducidos por Dubois y Prade [75], que representan el cardinal en diferentes niveles mediante valores precisos, son más adecuados para medir el cardinal, y son la mejor opción para representar cardinalidades con las que se van a realizar operaciones aritméticas. Para el caso en el que la información debe ser proporcionada a un usuario, se ha propuesto una novedosa definición de histograma lingüístico basada en la compatibilidad entre las medidas de cardinalidad y etiquetas lingüísticas mediante una de las más recientes técnicas de cuantificación difusa.
- En el **Capítulo 6** se ha propuesto el concepto de descriptor difuso como un conjunto difuso de nivel 2 para representar la incertidumbre asociada a la presencia de un concepto visual para ciertas propiedades en una imagen. Éste se ilustra mediante la propuesta particular de un descriptor difuso basado en la dominancia de color, abordando la problemática de la imprecisión, subjetividad y correspondencia existente entre la representación computacional del color y los términos lingüísticos que un ser humano emplearía para describir los colores dominantes de una imagen. Para ello se han integrado los modelos propuestos en el Capítulo 3 para modelar el color y los métodos y definiciones de cálculo de histogramas de color propuestos en el Capítulo 5. Además, se han formulado medidas difusas de comparación entre descriptores, concretamente las medidas de comparación más usadas en recuperación, inclusión y similitud entre dos descriptores. Finalmente, y con el objetivo de realizar comparaciones entre conjuntos de descriptores, se han introducido medidas ponderadas de inclusión y similitud entre conjuntos de descriptores.

Asimismo, para modelar el concepto “dominancia de color”, se ha propuesto un método basado en la evaluación de sentencias cuantificadas mediante un cuantificador del tipo “aproximadamente  $x\%$  o más” de cara a representar la semántica del

concepto dominante en base a la cantidad de píxeles de un cierto color.

Los ejemplos de recuperación de imágenes basada en la dominancia de color y textura realizadas han mostrado la viabilidad de las propuestas realizadas en los distintos capítulos de esta Tesis para abordar una aplicación real.

## 7.2 TRABAJOS FUTUROS

Como consecuencia de la investigación realizada en la presente Tesis se nos han planteado una serie de líneas de investigación que consideramos interesantes y que afrontaremos en el futuro.

- Respecto al **modelado del color** propuesto en esta Tesis, se plantean las siguientes líneas de trabajo futuro:
  - Extender el modelo para que permita modelar categorías de color no convexas, que es la única restricción sobre la forma de las funciones de pertenencia que se impone debido al uso de teselaciones de Voronoi. Para ello estudiaremos la obtención de colores no convexos mediante la unión de colores convexos obtenidos con varios prototipos positivos para una misma categoría. Relacionado con este problema tenemos el problema de, dado un conjunto de *ejemplares* en el sentido de Gärdenfors, determinar si es conveniente trabajar con su centroide como prototipo positivo, con todos ellos como prototipos positivos, o calcular centroides de determinados subconjuntos.
  - Estudiar el uso de otros espacios conceptuales formados por espacios de color distintos a *RGB* y/o métricas distintas a la distancia euclídea.
  - Estudiar la posibilidad de determinar una metodología que permita una comparación justa de los modelos probabilísticos y nuestros modelos difusos.
  - Diseñar espacios de color difuso adecuados a contextos particulares para su posterior aplicación a problemas reales, como por ejemplo, espacios de color difuso específicos de vinos, de pinturas, de mármoles, etc. los cuales permitan describir en términos de etiquetas lingüísticas colores asociados a cada temática.
  - Ampliar el software desarrollado con nuevos módulos y distribuirlo para su uso a la comunidad científica.

- Respecto a la **comparación de colores** se plantean los siguientes trabajos futuros:
  - Definir nuevas medidas de comparación entre otros tipos de información relativos al color que nos permitan resolver otros tipos de cuestiones relativas al color aparte de las mencionadas en el Capítulo 4. Para ello, consideraremos información imprecisa, incertidumbre o ambos, mediante otras relaciones difusas en base a la Teoría de Conjuntos Difusos y la Teoría de la Posibilidad.
  - Considerar información de semejanza entre colores difusos dada por los usuarios y combinarla con la información de los modelos en las distintas medidas propuestas.
  - Extender las relaciones de semejanza al caso de conjuntos difusos de nivel 2 sobre colores.
  - Utilizar de forma práctica la extensión directa de las relaciones definidas al caso de conjuntos difusos de colores con soporte finito, inducidos por espacios de color difuso sobre conjuntos de colores precisos, por ejemplo correspondientes a imágenes o a regiones en las mismas (*colores rojos que aparecen en una imagen*). El uso de estas relaciones en estos casos nos permitirían por ejemplo determinar relaciones de inclusión o similitud entre las gamas de rojos presentes en dos imágenes, su compatibilidad, etc.
- Con respecto a los **histogramas de colores difusos**, nos planteamos la aplicación de los histogramas basados en números graduales en problemas de análisis y procesamiento de imágenes considerando información semántica de color, utilizando aritmética de números graduales.
- También será objeto de trabajo futuro la definición de nuevos **descriptores** de conceptos de color, tales como contraste, brillo, palidez, visibilidad, etc. utilizando histogramas y conceptos definidos en base a cuantificación, entre otras herramientas, así como su uso en recuperación de imágenes y en descripción lingüística de imágenes.
- Asimismo, pretendemos desarrollar el sistema de recuperación de imágenes propuesto en esta Tesis incluyendo más funcionalidades, de tal forma que nuestros sistemas permitan recuperar información tal y como lo realizaría un ser humano. Para ello proponemos por un lado introducir técnicas de retroalimentación y bases de datos difusas, además de definir una gramática que permita realizar consultas lingüísticas sobre nuestro sistema



de recuperación. Por ejemplo, un sistema de recuperación que nos permita realizar consultas del tipo “imágenes que tienen muchos colores rojos en la parte superior, pocos colores verdes y colores vivos en la zona central de la imagen”, combinando descriptores de color, textura, relaciones espaciales, etc.

### 7.3 PUBLICACIONES CIENTÍFICAS

Los resultados obtenidos durante el desarrollo de esta Tesis Doctoral se han incluido en las siguientes publicaciones:

- J. Chamorro-Martínez, D. Sánchez, J.M. Soto-Hidalgo, y P. Martínez-Jiménez, “**A Discussion on Fuzzy Cardinality and Quantification. Some Applications in Image Processing**”, *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 257, 85-101, Diciembre 2014.
- J.M. Soto-Hidalgo, J. Chamorro-Martínez, P. Martínez-Jiménez, y D. Sánchez, “**JFCSTool: A Java Software Tool to Design Fuzzy Color Spaces**” en *2014 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE 2014)*, Beijing (China), Julio 2014.
- J.M. Soto-Hidalgo, J. Chamorro-Martínez, P. Martínez-Jiménez, y D. Sánchez, “**Ranking Images Using Customized Fuzzy Dominant Color Descriptors**” en *Lecture Notes in Artificial Intelligence LNAI 8132, Flexible Query Answering Systems: 10th International Conference*, vol. 8131 / 2013, 198-208, Granada (España), Septiembre 2013.
- J. Chamorro-Martínez, J.M. Soto-Hidalgo, D. Sánchez, y P. Martínez-Jiménez, “**An image retrieval approach based on fuzzy dominant color descriptors**” en el *Congreso Español sobre Tecnologías y Lógica Difusa (ESTYLF 2012)*, 480-485, Valladolid (España), Febrero 2012.
- D. Sánchez, J.M. Soto-Hidalgo, J. Chamorro-Martínez, y P. Martínez-Jiménez, “**On Some Fuzzy Relations for Color Information**” en *The 2011 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE 2011)*, 537-542, Taipei (Taiwan), Junio 2011.
- J. Chamorro-Martínez, J.M. Soto-Hidalgo, D. Sánchez, y P. Martínez-Jiménez, “**An approach for Fuzzy Dominant Color Descriptor**” en *The 2011 IFSA World Congress (IFSA 2011)*, 1-6, Surabaya y Bali Island (Indonesia), Junio 2011.
- J. Chamorro-Martínez, D. Sánchez, J.M. Soto-Hidalgo, y P. Martínez-Jiménez, “**Histograms for Fuzzy Color Spaces**” en *Workshop on*

*Fuzzy Methods for Knowledge-Based Systems (EUROFUSE 2011)*, vol. I, 339-350, Régua (Portugal), Septiembre 2011.

- J. Chamorro-Martínez, P. Martínez-Jiménez, y J.M. Soto-Hidalgo, **“A Fuzzy Approach for Retrieving Images in Databases using Dominant Color y Texture Descriptors”** en *IEEE World Congress on Computational Intelligence (WCCI 2010)*, 88-94, Barcelona (España), Julio 2010.
- J.M. Soto-Hidalgo, J. Chamorro-Martínez, y D. Sánchez, **“A new approach for defining a fuzzy color space”** en *IEEE World Congress on Computational Intelligence (WCCI 2010)*, 292-297, Barcelona (España), Julio 2010.
- R. Castillo-Ortega, J. Chamorro-Martínez, N. Marín, D. Sánchez, y J.M. Soto-Hidalgo, **“Describing Images Via Linguistic Features and Hierarchical Segmentation”** en *IEEE World Congress on Computational Intelligence (WCCI 2010)*, 1104-1111, Barcelona (España), Julio 2010.
- J.M. Soto-Hidalgo, J. Chamorro-Martínez, J.M. Palomares, y J.C. Gámez, **“Aplicación de PCA y técnicas bayesianas a la clasificación de píxeles basada en color”** en *I Jornadas Andaluzas de Informática*, vol. I, 14-19, Canillas de Aceituno, Málaga (España), Septiembre 2009.
- J. Chamorro-Martínez, D. Sánchez, y J.M. Soto-Hidalgo, **“A Novel Histogram Definition for Fuzzy Color Spaces”** en *IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE 2008)*, 2149-2156, Hong Kong (China), Junio 2008.
- J. Chamorro-Martínez, D. Sánchez, y J.M. Soto-Hidalgo, **“Histograms on Linguistic Color Variables based on Fuzzy Naturals”** en el *Congreso Español sobre Tecnologías y Lógica Difusa (ESTYLF 2008)*, 339-346, Mieres-Langreo (España), Septiembre 2008.
- J. Chamorro-Martínez, J.M. Medina, C. Barranco, E. Galán-Perales, y J.M. Soto-Hidalgo, **“Retrieving Images in Fuzzy Object-Relational Databases using Dominant Color Descriptors”**, *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 158, no. 3, 312-324, Febrero 2007.
- C. Barranco, J.M. Medina, J. Chamorro-Martínez, y J.M. Soto-Hidalgo, **“Using a Fuzzy Object-Relational Database for Colour Image Retrieval”** en *Lecture Notes in Artificial Intelligence LNAI 4027, Flexible Query Answering Systems: 7th International Conference*, vol. 4027 / 2006, 307-318, Milán (Italia), Junio 2006.

- J. Chamorro-Martínez, D. Sánchez, B. Prados-Suarez, y J.M. Soto-Hidalgo, **“A Fuzzy Approach to Dominant Color Description for Image Retrieval”** en *Information Processing and Management of Uncertainty International Conference (IPMU 2006)*, 1564-1569, París (Francia), Julio 2006.
- J. Chamorro-Martínez, J.M. Medina, C. Barranco, E. Galán-Perales, y J.M. Soto-Hidalgo, **“An Approach to Image Retrieval on Fuzzy Object-Relational Database using Dominant Color Descriptors”** en *4th Conference of the European Society for Fuzzy Logic and Technology (EUSFLAT 2005)*, 676-684, Barcelona (España), Septiembre 2005.



## APÉNDICES



El ISCC-NBS es un sistema de nombrado de colores basado en un conjunto de 13 términos básicos de color y un pequeño conjunto de modificadores adjetivos de color. Surgió en 1930 propuesto por el Inter-Society Color Council (ISCC) con el objetivo de *proporcionar un sistema que designara colores tal que dicha designación sea suficientemente estándar para que sea aceptada y usada en la ciencia, arte, industria y suficientemente común para que se entienda, al menos de manera general, por todo el mundo.*

En 1939, el ISCC se definió formalmente en una publicación en la revista del National Bureau of Standards (NBS), consistente en un conjunto de bloques integrados en el espacio de color definido por Munsell. En 1955, el NBS publicó el Diccionario de Nombres de Color [137], el cual combinaba varios diccionarios y sistemas de color.

En 1965, el NBS publicó los “Centroid Color Charts” compuestos de muestras de color tal que el color central de cada categoría de color fue definido de manera física y experimental por usuarios, y también publicó el Lenguaje de Color Universal como un sistema más general de designación de colores con varios niveles de precisión.

Finalmente, en 1976, el Diccionario de Nombres de Color y el Lenguaje de Color Universal se combinaron dando lugar a la base del sistema ISCC-NBS definitivo [136].

El sistema ISCC-NBS consta de varios niveles de descripción recogidos en el Lenguaje Universal del Color, y propone conjuntos de nombres de color y sus valores centrales:

- Conjunto Básico: 13 nombres de color correspondientes a términos básicos de color (rosa, rojo, naranja, amarillo, marrón, oliva, verde-amarillo, verde, azul y púrpura), y a tres acromáticos (blanco, gris y negro)<sup>1</sup>, (Figura 65).
- Conjunto Extendido: 31 nombres de color correspondientes a los del conjunto básico y combinaciones de ellos (azul verdoso, naranja rojizo, etc.), (Figuras 66,67).

---

<sup>1</sup> Notar que el conjunto básico que contempla el ISCC-NBS consta de 13 colores mientras que según el estudio pionero de Berlin y Kay, tanto el inglés como el español contemplan 11 colores como básicos.

- **Conjunto Completo:** 267 nombres de color obtenidos del conjunto extendido añadiendo cinco modificadores de tono para el brillo (muy claro, claro, medio, oscuro y muy oscuro) y cuatro adjetivos para la saturación (grisáceo, moderado, fuerte y vivo). También se añaden tres términos sustituyendo a combinaciones de saturación y brillo (pálido para grisáceo claro, brillante para fuerte claro y profundo para fuerte oscuro). Estos nombres de color se representan en el Lenguaje Universal del Color Nivel 3 del sistema ISCC-NBS, (Figuras 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74).

En las primeras versiones del ISCC-NBS los valores centrales se definieron en el espacio de color de *Munsell* [191], aunque posteriormente se definieron en el espacio de color RGB [108], siendo éste el espacio de color usado en la actualidad.

La Figura 64 muestra los puntos de color centrales o representativos de los tres conjuntos que contempla el sistema ISCC-NBS en el espacio de color RGB.

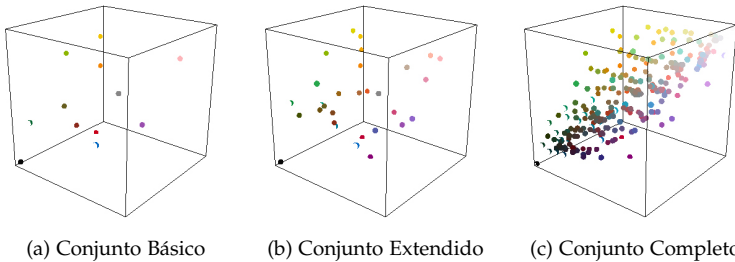


Figura 64: Valores centrales que proporciona el sistema ISCC-NBS en RGB.



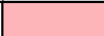











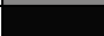
R	G	B	ETIQUETA	COLOR
254	181	186	Pink	
190	1	50	Red	
243	132	1	Orange	
128	70	27	Brown	
243	195	1	Yellow	
102	93	30	Olive	
141	182	1	Yellow-Green	
1	136	86	Green	
1	161	194	Blue	
154	78	174	Purple	
252	252	249	White	
135	134	134	Gray	
7	7	7	Black	

Figura 65: Etiquetas y colores del conjunto Básico del sistema ISCC-NBS

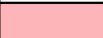















R	G	B	ETIQUETA	COLOR
254	181	186	Pink	
254	183	165	Yellowish-Pink	
194	172	153	Brownish-Pink	
230	143	172	Purplish-Pink	
190	1	50	Red	
206	70	118	Purplish-Red	
243	132	1	Orange	
246	166	1	Yellow-Orange	
226	88	34	Reddish-Orange	
174	105	56	Brownish-Orange	
128	70	27	Brown	
136	45	23	Reddish-Brown	
153	101	21	Yellowish-Brown	
107	79	13	Olive-Brown	
243	195	1	Yellow	
220	211	1	Greenish-Yellow	

Figura 66: Etiquetas y colores del conjunto Extendido del sistema ISCC-NBS (I/II)

R	G	B	ETIQUETA	COLOR
102	93	30	Olive	
64	79	1	Green-Olive	
141	182	1	Yellow-Green	
1	136	86	Green	
39	166	76	Yellowish-Green	
1	136	130	Bluish-Green	
1	161	194	Blue	
1	133	161	Greenish-Blue	
48	38	122	Purplish-Blue	
154	78	174	Purple	
144	101	202	Violet	
135	1	116	Reddish-Purple	
252	252	249	White	
135	134	134	Gray	
7	7	7	Black	

Figura 67: Etiquetas y colores del conjunto Extendido del sistema ISCC-NBS (II/II)

R	G	B	ETIQUETA	COLOR
254	181	186	Vivid Pink	
234	147	153	Strong Pink	
228	113	122	Deep Pink	
249	204	202	Light Pink	
222	165	164	Moderate Pink	
192	128	129	Dark Pink	
234	216	215	Pale Pink	
196	174	173	Grayish Pink	
254	183	165	Vivid Yellowish-Pink	
248	131	121	Strong Yellowish-Pink	
230	103	97	Deep Yellowish-Pink	
244	194	194	Light Yellowish-Pink	
217	166	169	Moderate Yellowish-Pink	
196	131	121	Dark Yellowish-Pink	
236	213	197	Pale Yellowish-Pink	
199	173	163	Grayish Yellowish-Pink	
194	172	153	Brownish-Pink	
254	200	214	Brilliant Purplish-Pink	
230	143	172	Strong Purplish-Pink	
222	111	161	Deep Purplish-Pink	
239	187	204	Light Purplish-Pink	
213	151	174	Moderate Purplish-Pink	
193	126	145	Dark Purplish-Pink	
232	204	215	Pale Purplish-Pink	
195	166	177	Grayish Purplish-Pink	
190	1	50	Vivid Red	
188	63	74	Strong Red	
132	27	45	Deep Red	
92	9	35	Very Deep Red	
171	78	82	Moderate Red	
114	47	55	Dark Red	
63	23	40	Very Dark Red	
173	136	132	Light Grayish Red	
144	93	93	Grayish Red	
84	61	63	Dark Grayish Red	

Figura 68: Etiquetas y colores del conjunto Completo del sistema ISCC-NBS (I/VIII)




































R	G	B	ETIQUETA	COLOR
46	29	33	Blackish Red	
206	70	118	Vivid Purplish-Red	
179	68	108	Strong Purplish-Red	
120	24	74	Deep Purplish-Red	
84	19	59	Very Deep Purplish-Red	
168	81	110	Moderate Purplish-Red	
103	49	71	Dark Purplish-Red	
56	21	44	Very Dark Purplish-Red	
175	134	142	Light Grayish Purplish-Red	
145	95	109	Grayish Purplish-Red	
243	132	1	Vivid Orange	
253	148	63	Brilliant Orange	
237	135	45	Strong Orange	
190	101	22	Deep Orange	
250	181	127	Light Orange	
217	144	88	Moderate Orange	
246	166	1	Vivid Yellow-Orange	
254	193	79	Brilliant Yellow-Orange	
234	162	33	Strong Yellow-Orange	
201	133	1	Deep Yellow-Orange	
251	201	127	Light Yellow-Orange	
227	168	87	Moderate Yellow-Orange	
190	138	61	Dark Yellow-Orange	
250	214	165	Pale Yellow-Orange	
226	88	34	Vivid Reddish-Orange	
217	96	59	Strong Reddish-Orange	
170	56	30	Deep Reddish-Orange	
203	109	81	Moderate Reddish-Orange	
158	71	50	Dark Reddish-Orange	
180	116	94	Grayish Reddish-Orange	
174	105	56	Brownish-Orange	
128	70	27	Strong Brown	
89	51	25	Deep Brown	
166	123	91	Light Brown	
111	78	55	Moderate Brown	

Figura 69: Etiquetas y colores del conjunto Completo del sistema ISCC-NBS (II/VIII)




































R	G	B	ETIQUETA	COLOR
66	37	24	Dark Brown	
149	128	112	Light Grayish Brown	
99	81	71	Grayish Brown	
62	50	44	Dark Grayish Brown	
136	45	23	Strong Reddish-Brown	
86	7	12	Deep Reddish-Brown	
168	124	109	Light Reddish-Brown	
121	68	59	Moderate Reddish-Brown	
62	29	30	Dark Reddish-Brown	
151	127	115	Light Grayish Reddish-Brown	
103	76	71	Grayish Reddish-Brown	
67	48	46	Dark Grayish Reddish-Brown	
153	101	21	Strong Yellowish-Brown	
101	69	34	Deep Yellowish-Brown	
193	154	107	Light Yellowish-Brown	
130	102	68	Moderate Yellowish-Brown	
75	54	33	Dark Yellowish-Brown	
174	155	130	Light Grayish Yellowish-Brown	
126	109	90	Grayish Yellowish-Brown	
72	60	50	Dark Grayish Yellowish-Brown	
150	113	23	Light Olive-Brown	
108	84	30	Moderate Olive-Brown	
59	49	33	Dark Olive-Brown	
243	195	1	Vivid Yellow	
250	218	94	Brilliant Yellow	
212	175	55	Strong Yellow	
175	141	19	Deep Yellow	
248	222	126	Light Yellow	
201	174	93	Moderate Yellow	
171	145	68	Dark Yellow	
243	229	171	Pale Yellow	
194	178	128	Grayish Yellow	
161	143	96	Dark Grayish Yellow	
220	211	1	Vivid Greenish-Yellow	
233	228	80	Brilliant Greenish-Yellow	

Figura 70: Etiquetas y colores del conjunto Completo del sistema ISCC-NBS (III/VIII)


R	G	B	ETIQUETA	COLOR
190	183	46	Strong Greenish-Yellow	
155	148	1	Deep Greenish-Yellow	
234	230	121	Light Greenish-Yellow	
185	180	89	Moderate Greenish-Yellow	
152	148	62	Dark Greenish-Yellow	
235	232	164	Pale Greenish-Yellow	
185	181	125	Grayish Greenish-Yellow	
134	126	54	Light Olive	
102	93	30	Moderate Olive	
64	61	33	Dark Olive	
140	135	103	Light Grayish Olive	
91	88	66	Grayish Olive	
54	53	39	Dark Grayish Olive	
64	79	1	Strong Green-Olive	
35	47	1	Deep Green-Olive	
74	93	35	Moderate Green-Olive	
43	61	38	Dark Green-Olive	
81	87	68	Grayish Green-Olive	
49	54	43	Dark Grayish Green-Olive	
141	182	1	Vivid Yellow-Green	
189	218	87	Brilliant Yellow-Green	
126	159	46	Strong Yellow-Green	
70	113	41	Deep Yellow-Green	
201	220	137	Light Yellow-Green	
138	154	91	Moderate Yellow-Green	
218	223	183	Pale Yellow-Green	
143	151	121	Grayish Yellow-Green	
1	136	86	Vivid Green	
62	180	137	Brilliant Green	
1	121	89	Strong Green	
1	84	61	Deep Green	
142	209	178	Very Light Green	
106	171	142	Light Green	
59	120	97	Moderate Green	
27	77	62	Dark Green	

Figura 71: Etiquetas y colores del conjunto Completo del sistema ISCC-NBS (IV/VIII)



R	G	B	ETIQUETA	COLOR
28	53	45	Very Dark Green	
199	230	215	Very Pale Green	
141	163	153	Pale Green	
94	113	106	Grayish Green	
58	75	71	Dark Grayish Green	
26	36	33	Blackish Green	
39	166	76	Vivid Yellowish-Green	
131	211	125	Brilliant Yellowish-Green	
68	148	74	Strong Yellowish-Green	
1	98	45	Deep Yellowish-Green	
1	49	24	Very Deep Yellowish-Green	
182	229	175	Very Light Yellowish-Green	
147	197	146	Light Yellowish-Green	
103	146	103	Moderate Yellowish-Green	
53	94	59	Dark Yellowish-Green	
23	54	32	Very Dark Yellowish-Green	
1	136	130	Vivid Bluish-Green	
1	166	147	Brilliant Bluish-Green	
1	122	116	Strong Bluish-Green	
1	68	63	Deep Bluish-Green	
150	222	209	Very Light Bluish-Green	
102	173	164	Light Bluish-Green	
49	120	115	Moderate Bluish-Green	
1	75	73	Dark Bluish-Green	
1	42	41	Very Dark Bluish-Green	
1	161	194	Vivid Blue	
73	151	208	Brilliant Blue	
1	103	165	Strong Blue	
1	65	106	Deep Blue	
161	202	241	Very Light Blue	
112	163	204	Light Blue	
67	107	149	Moderate Blue	
1	48	78	Dark Blue	
188	212	230	Very Pale Blue	

Figura 72: Etiquetas y colores del conjunto Completo del sistema ISCC-NBS (V/VIII)



R	G	B	ETIQUETA	COLOR
145	163	176	Pale Blue	
83	104	120	Grayish Blue	
54	69	79	Dark Grayish Blue	
32	40	48	Blackish Blue	
1	133	161	Vivid Greenish-Blue	
35	158	186	Brilliant Greenish-Blue	
1	119	145	Strong Greenish-Blue	
46	132	149	Deep Greenish-Blue	
156	209	220	Very Light Greenish-Blue	
102	170	188	Light Greenish-Blue	
54	117	136	Moderate Greenish-Blue	
1	73	88	Dark Greenish-Blue	
1	46	59	Very Dark Greenish-Blue	
48	38	122	Vivid Purplish-Blue	
108	121	184	Brilliant Purplish-Blue	
84	90	167	Strong Purplish-Blue	
39	36	88	Deep Purplish-Blue	
179	188	226	Very Light Purplish-Blue	
135	145	191	Light Purplish-Blue	
78	81	128	Moderate Purplish-Blue	
37	36	64	Dark Purplish-Blue	
192	200	225	Very Pale Purplish-Blue	
140	146	172	Pale Purplish-Blue	
76	81	109	Grayish Purplish-Blue	
154	78	174	Vivid Purple	
211	153	230	Brilliant Purple	
135	86	146	Strong Purple	
96	47	107	Deep Purple	
64	26	76	Very Deep Purple	
213	186	219	Very Light Purple	
182	149	192	Light Purple	
134	96	142	Moderate Purple	
86	60	92	Dark Purple	
48	25	52	Very Dark Purple	
214	202	221	Very Pale Purple	

Figura 73: Etiquetas y colores del conjunto Completo del sistema ISCC-NBS (VI/VIII)

R	G	B	ETIQUETA	COLOR
170	152	169	Pale Purple	
121	104	120	Grayish Purple	
80	64	77	Dark Grayish Purple	
41	30	41	Blackish Purple	
144	101	202	Vivid Violet	
126	115	184	Brilliant Violet	
96	78	151	Strong Violet	
50	23	77	Deep Violet	
220	208	254	Very Light Violet	
140	130	182	Light Violet	
96	78	129	Moderate Violet	
47	33	64	Dark Violet	
196	195	221	Very Pale Violet	
150	144	171	Pale Violet	
85	76	105	Grayish Violet	
135	1	116	Vivid Reddish-Purple	
158	79	136	Strong Reddish-Purple	
112	41	99	Deep Reddish-Purple	
84	25	78	Very Deep Reddish-Purple	
183	132	167	Light Reddish-Purple	
145	92	131	Moderate Reddish-Purple	
93	57	84	Dark Reddish-Purple	
52	23	49	Very Dark Reddish-Purple	
170	138	158	Pale Reddish-Purple	
131	100	121	Grayish Reddish-Purple	
234	227	225	Pinkish White	
240	234	214	Yellowish White	
223	237	232	Greenish White	
233	233	237	Bluish White	
232	227	229	Purplish White	
250	250	250	White	
193	182	179	Pinkish Gray	
143	129	127	Reddish Gray	
92	80	79	Dark Reddish Gray	
142	130	121	Light Brownish Gray	

Figura 74: Etiquetas y colores del conjunto Completo del sistema ISCC-NBS (VII/VIII)

R	G	B	ETIQUETA	COLOR
91	80	79	Brownish Gray	
191	184	165	Yellowish Gray	
138	135	118	Light Olive Gray	
87	85	76	Olive Gray	
178	190	181	Light Greenish Gray	
125	137	132	Greenish Gray	
78	87	85	Dark Greenish Gray	
180	188	192	Light Bluish Gray	
129	135	139	Bluish Gray	
81	88	94	Dark Bluish Gray	
191	185	189	Light Purplish Gray	
139	133	137	Purplish Gray	
93	85	91	Dark Purplish Gray	
185	184	181	Light Gray	
132	132	130	Medium Gray	
85	85	85	Dark Gray	
40	32	34	Reddish Black	
40	32	28	Brownish Black	
37	36	29	Olive Black	
30	35	33	Greenish Black	
32	36	40	Bluish Black	
36	33	36	Purplish Black	
3	3	3	Black	

Figura 75: Etiquetas y colores del conjunto Completo del sistema ISCC-NBS (VIII/VIII)



## ESPACIO DE COLOR DIFUSO ASOCIADO A FRUTAS. EXPERIMENTACIÓN

---

El principal objetivo de este experimento es recopilar datos reales proporcionados por usuarios para diseñar espacios de color difuso personalizados según la metodología propuesta en el Capítulo 3. Concretamente, recopilar prototipos positivos y negativos para diseñar espacios de color difuso asociados a colores de frutas. También se pretenden obtener valoraciones subjetivas de usuarios de cara a medir la bondad de los espacios creados, aunque éstas no son necesarias para la obtención del espacio.

En la realización de este experimento han participado voluntariamente 30 usuarios de distintas edades (entre 21 y 60 años) y sexo (15 mujeres y 15 hombres) sin problemas de visión. De cara a realizar un experimento robusto en cuanto a la percepción del color, todos los usuarios han realizado la experimentación bajo las mismas condiciones lumínicas y mismo monitor [94, 216, 270]. El monitor que se ha usado es un monitor *Samsung S27B970D* de 27" con pantalla LED PLS y una resolución *WQHD display* con 2560x1440 píxeles, el cual dispone de un motor de calibración por hardware garantizando unas condiciones óptimas de corrección del color y corrección gamma.

Se ha optado por realizar un experimento para diseñar espacios de color difuso asociados a colores de frutas porque la asociación de nombres de colores a frutas es una tarea fácil para un usuario. Así, el experimento consiste principalmente en obtener para cada usuario aquellos colores precisos y etiquetas que éste considera como representativas de categorías de color asociadas a frutas. Asimismo, para cada categoría de color, aquellos colores precisos que considera que no son de esa categoría. Finalmente, de cara a obtener una evaluación de la bondad de los espacios creados y valorar si recogen la subjetividad de cada usuario, se han obtenido valoraciones difusas de los usuarios asociadas a colores aleatorios y grados de pertenencia a las categorías de color que cada usuario ha definido.

La experimentación se ha dividido en tres fases, la primera de ellas consistente en mostrar aleatoriamente imágenes de una colección (sección B.1) donde el usuario selecciona de cada imagen el conjunto de píxeles que considera de un color y le asigna un nombre (sección B.2). En la segunda fase, para cada etiqueta de color seleccionada en la fase anterior asociada a una categoría de color, se añaden aquellos colores que considera que no son de esa categoría (sección B.3). Y finalmente, en la tercera fase, para cada categoría seleccionada en la primera fase, se muestran aleatoriamente colores donde el usuario añade información acerca del grado de pertenencia de ese color a la categoría (sección B.4).

## B.1 COLECCIÓN DE IMÁGENES DE FRUTAS

Se ha elaborado una colección de un total de 108 imágenes de 9 tipos de frutas correspondientes a 12 imágenes por cada tipo de fruta realizando búsquedas a través de internet en Google y Flickr[296] y seleccionando aquellas imágenes que hemos considerado representativas.

Se ha optado por las frutas “plátano”, “mora negra”, “manzana verde”, “limón”, “naranja”, “ciruela”, “frambuesa”, “manzana roja” y “fresa” porque son frutas que todos los usuarios conocen siendo este conocimiento imprescindible para la tarea de asignar nombres de color asociados a frutas. Si no se conoce la fruta, difícil será asignar un nombre de color asociado a la fruta. Asimismo, cada imagen contiene ejemplos de un tipo de fruta, con distintas iluminaciones, saturaciones, etc. para que el usuario tenga variedad en la selección de píxeles que considere que son representativos del concepto de color que quiere modelar.

Las Figuras 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84 muestran la colección de imágenes correspondientes a las frutas “plátano”, “mora negra”, “manzana verde”, “limón”, “naranja”, “ciruela”, “frambuesa”, “manzana roja” y “fresa”, respectivamente.



Figura 76: Imágenes correspondientes a la fruta “plátano”.



Figura 77: Imágenes correspondientes a la fruta "mora".





Figura 78: Imágenes correspondientes a la fruta “manzana verde”.



Figura 79: Imágenes correspondientes a la fruta "limón".

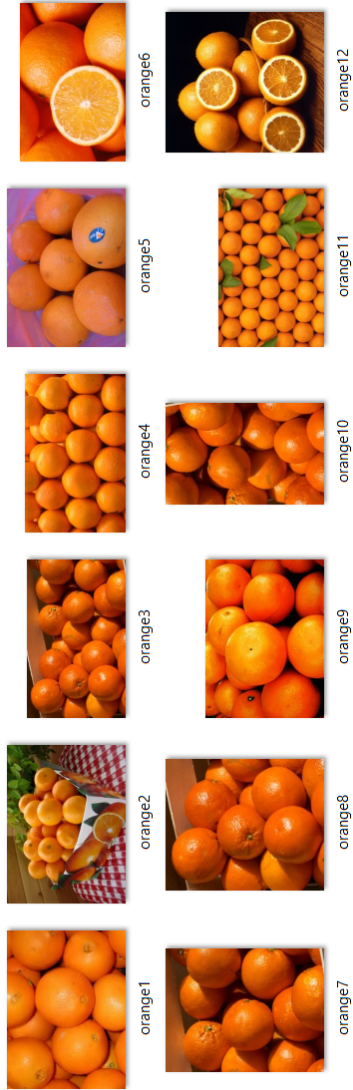


Figura 8o: Imágenes correspondientes a la fruta "naranja".



Figura 81: Imágenes correspondientes a la fruta "ciruela".

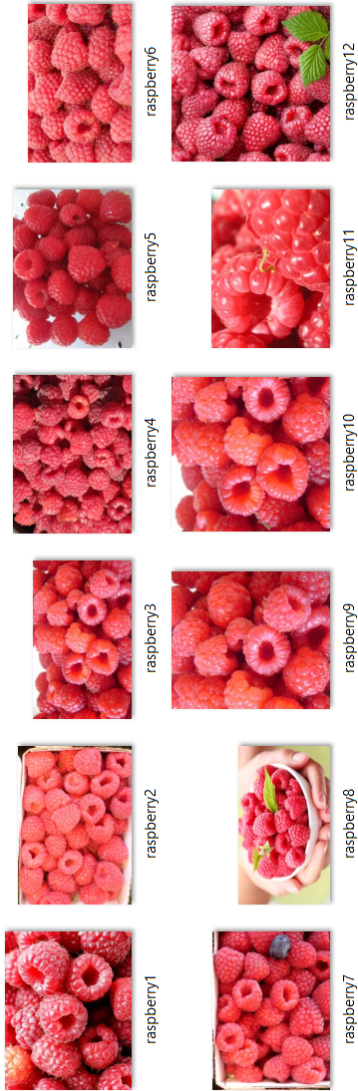


Figura 82: Imágenes correspondientes a la fruta “frambuesa”.



Figura 83: Imágenes correspondientes a la fruta "rojo manzana".



Figura 84: Imágenes correspondientes a la fruta “fresa”.

## B.2 OBTENCIÓN DEL CONJUNTO DE PROTOTIPOS POSITIVOS $R^+$

El objetivo de esta fase de la experimentación es obtener un conjunto de prototipos positivos  $R^+$  para cada usuario como representativos de las categorías de color que se quieren modelar. Para ello, a cada usuario se le muestran aleatoriamente tantas imágenes como desee de la colección de imágenes de frutas (sección B.1), y de cada imagen el usuario selecciona conjuntos de píxeles (regiones dibujadas a mano alzada sobre las imágenes) y le asigna libremente un nombre de color  $l_i$ . Así, para cada usuario se tiene un conjunto de prototipos positivos  $R_{\text{usuario}_i}^+ = \{r^1, \dots, r^k\}$ , donde cada  $r^i$  es un valor RGB calculado como la mediana del conjunto de píxeles de la region que el usuario ha asignado a la etiqueta de color  $l_i$ .

Para poder llevar a cabo esta fase de la experimentación, se ha desarrollado una aplicación en Java que permite realizar de manera intuitiva la captura de datos. Cada usuario puede seleccionar (dibujando sobre la imagen) el conjunto de píxeles que considera de una categoría de color y asignarle un nombre. Puede hacer esto tantas veces como desee, usando las imágenes de la colección de imágenes desarrollada para ello (sección B.1) o bien buscando imágenes en directorios locales o en *Flickr* [296]. La Figura 85 muestra un ejemplo de la apariencia de esta aplicación, donde un usuario ha seleccionado dos regiones que considera que son de color “amarillo limón”. La aplicación es libre y puede descargarse junto con las instrucciones de instalación y uso en la siguiente url <http://www.uco.es/semanticolor/Tesis/?c=C9>.

Además, los datos proporcionados por los 30 usuarios se han usado, acorde a la metodología descrita en el Capítulo 3, para diseñar un espacio de color difuso específico a un dominio, el asociado a colores de frutas. Para ello, se han considerado 9 colores asociados a los nombres de las frutas de la colección de imágenes desarrollada (B.1), se han realizado equivalencias a esos 9 colores entre las distintas etiquetas proporcionadas por todos los usuarios y por último, para cada color se ha obtenido un valor representativo  $r^{\text{fruta}_i}$  resultado de agregar todos los prototipos positivos asignados a ese color por los usuarios. Por ejemplo, las etiquetas “banana”, “canarian banana”, “Yellow banana”, “dark Yellow banana” o “amarillo plátano”, nombradas por usuarios distintos se han asignado por equivalencia a la etiqueta “plátano”. Finalmente, el valor representativo  $r^{\text{plátano}}$  asociado a la etiqueta “plátano” es el centroide correspondiente a todos los prototipos positivos que todos los usuarios asignaron a etiquetas



equivalentes a la etiqueta “plátano”. Como resultado final de agregar la información aportada por los 30 usuarios, tal y como se ha comentado, se ha obtenido el conjunto  $R_{\text{Frutas}}^+ = \{r^1, \dots, r^p\}$  correspondiente a los 9 valores representativos de los colores de frutas “amarillo plátano”, “negro mora”, “verde manzana”, “amarillo limón”, “naranja”, “ciruela”, “frambuesa”, “rojo manzana” y “rojo fresa”. Por último, considerando  $R_{\text{Frutas}}^+$  y la metodología descrita en el Capítulo 3, se ha creado el espacio de color difuso  $\tilde{r}_{\text{Frutas}}^1$ .

Las tablas 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39 y 40 muestran un resumen de los datos recopilados de los 30 usuarios que han realizado el experimento. En éstas aparecen las etiquetas que cada usuario asignó, así como los valores representativos en RGB correspondientes a las frutas “plátano”, “mora negra”, “manzana verde”, “limón”, “naranja”, “ciruela”, “frambuesa”, “manzana roja” y “fresa”, respectivamente.

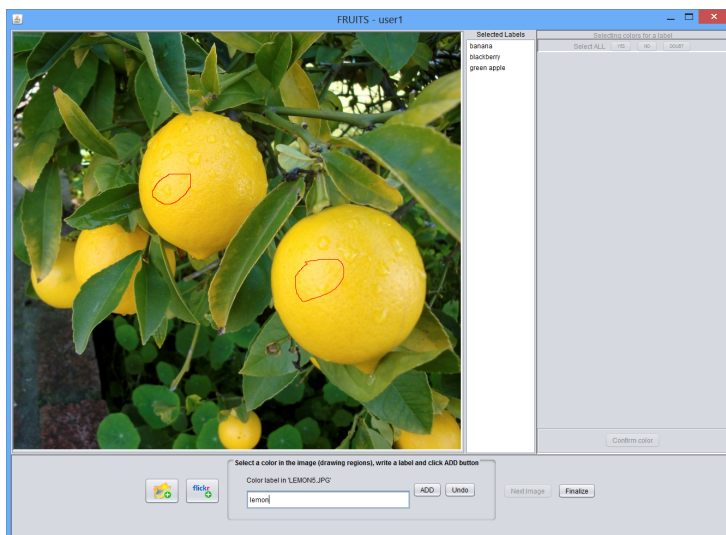


Figura 85: Apariencia de la aplicación para obtener el conjunto de prototipos positivos  $R^+$ .

USUARIO	R	G	B	ETIQUETA
usuario 01	252.0	189.0	3.0	platano
usuario 02	253.0	201.0	21.0	canarian banana
usuario 03	255.0	216.0	59.0	banana
	200.0	162.0	15.0	banana Yellow
	255.0	199.0	2.0	dark Yellow banana
usuario 04	255.0	203.0	8.0	banana
usuario 05	241.0	179.0	0.0	banana
usuario 06	253.0	234.0	54.0	Yellow banana
	254.0	240.0	133.0	Yellow Green banana
usuario 07	250.0	192.0	4.0	banana Yellow
usuario 08	249.0	192.0	0.0	banana
usuario 09	255.0	208.0	2.0	Yellow banana
	230.0	206.0	10.0	Green banana
usuario 10	254.0	213.0	0.0	banana
usuario 11	170.0	121.0	16.0	banana
usuario 12	208.0	170.0	35.0	banana color
usuario 13	253.0	181.0	9.0	banana light Yellow
	246.0	190.0	5.0	banana Yellow
usuario 14	239.0	201.0	38.0	banana
usuario 15	242.0	207.0	44.0	banana Yellow
usuario 16	202.0	157.0	4.0	banana
usuario 17	236.0	187.0	7.0	amarillo platano
usuario 18	252.0	192.0	4.0	banana
usuario 19	239.0	197.0	33.0	banana
usuario 20	254.0	202.0	20.0	banana
usuario 21	238.0	174.0	5.0	banana
usuario 22	240.0	189.0	2.0	banana Yellow
usuario 23	225.0	180.0	4.0	banana
usuario 24	248.0	192.0	7.0	banana
usuario 25	243.0	201.0	18.0	banana
usuario 26	246.0	187.0	0.0	banana Yellow
usuario 27	206.0	165.0	25.0	Yellow banana
usuario 28	254.0	213.0	0.0	banana
usuario 29	239.0	177.0	0.0	banana
usuario 30	255.0	208.0	2.0	amarillo platano

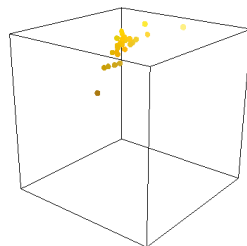


Tabla 32: Valores representativos en RGB y etiquetas seleccionadas por los usuarios para los colores equivalentes a la etiqueta "plátano"

USUARIO	R	G	B	ETIQUETA
usuario 01	15.0	18.0	23.0	mora
usuario 02	91.0	78.0	87.0	blackberry
usuario 03	88.0	89.0	94.0	blackberry
usuario 04	50.0	45.0	44.0	blackberry
usuario 05	66.0	52.0	49.0	blackberry
usuario 06	32.0	31.0	39.0	mature blackberry
	100.0	68.0	73.0	blackberry
usuario 07	40.0	44.0	52.0	blackberry
usuario 08	67.0	71.0	74.0	blackberry
usuario 09	45.0	45.0	49.0	black blackberry
usuario 09	203.0	138.0	158.0	red blackberry
usuario 10	82.0	67.0	69.0	blackberry
usuario 11	62.0	62.0	64.0	blackberry
usuario 12	57.0	53.0	50.0	blackberry color
usuario 13	42.0	46.0	45.0	blackberry dark purple
	66.0	70.0	69.0	blackberry purple
usuario 14	63.0	62.0	58.0	blackberry
usuario 15	44.0	49.0	55.0	blackberry
usuario 16	31.0	34.0	45.0	blackberry
usuario 17	65.0	61.0	60.0	negro mora
usuario 18	45.0	52.0	58.0	blackberry
usuario 19	72.0	74.0	73.0	blackberry
usuario 20	42.0	48.0	48.0	blackberry
usuario 21	40.0	45.0	41.0	blackberry
usuario 22	85.0	58.0	51.0	blackberry
usuario 23	59.0	45.0	45.0	blackberry
usuario 24	68.0	69.0	73.0	blackberry
usuario 25	50.0	51.0	56.0	blackberry
usuario 26	51.0	58.0	64.0	blackberry
usuario 27	76.0	88.0	102.0	black blackberry
usuario 28	38.0	42.0	41.0	blackberry
usuario 29	36.0	34.0	39.0	blackberry
usuario 30	6.0	7.0	11.0	negro mora

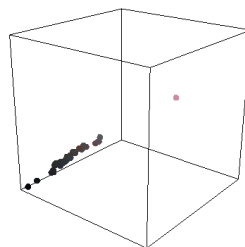


Tabla 33: Valores representativos en RGB y etiquetas seleccionadas por los usuarios para los colores equivalentes a la etiqueta “mora negra”

USUARIO	R	G	B	ETIQUETA
usuario 01	134.0	182.0	2.0	verde manzana
usuario 02	128.0	163.0	1.0	Green apple
usuario 03	127.0	180.0	40.0	Green apple
usuario 04	103.0	150.0	8.0	Green apple
usuario 06	156.0	191.0	75.0	Green apple
usuario 07	181.0	186.0	34.0	Green apple
usuario 08	152.0	204.0	80.0	Green apple
usuario 09	119.0	157.0	48.0	Green apple
usuario 10	169.0	200.0	97.0	Green apple
usuario 11	145.0	176.0	47.0	Green apple
usuario 12	166.0	207.0	51.0	Green apple color
usuario 13	175.0	221.0	96.0	apple light Green
	163.0	206.0	2.0	apple Green
usuario 14	169.0	222.0	104.0	Green apple
usuario 15	165.0	206.0	50.0	apple Green
usuario 16	136.0	175.0	56.0	Green apple
usuario 17	142.0	177.0	25.0	verde manzana
usuario 18	133.0	194.0	77.0	Green apple
usuario 19	161.0	211.0	86.0	Green apple
usuario 20	154.0	186.0	51.0	Green apple
usuario 21	220.0	208.0	72.0	Green apple
usuario 22	176.0	205.0	61.0	Green apple
usuario 23	158.0	220.0	95.0	Green apple
usuario 24	138.0	174.0	42.0	Green apple
usuario 25	131.0	155.0	33.0	Green apple
usuario 26	128.0	181.0	28.0	apple Green
usuario 27	213.0	247.0	88.0	Green apple
usuario 28	188.0	227.0	60.0	Green apple
usuario 29	60.0	93.0	12.0	Green apple
usuario 30	133.0	166.0	1.0	verde manzana

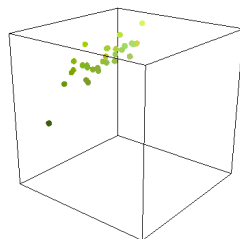


Tabla 34: Valores representativos en RGB y etiquetas seleccionadas por los usuarios para los colores equivalentes a la etiqueta “verde manzana”

USUARIO	R	G	B	ETIQUETA
usuario 01	255.0	227.0	32.0	limon
usuario 02	222.0	189.0	48.0	lemon
usuario 03	246.0	234.0	54.0	lemon Yellow
usuario 04	241.0	191.0	0.0	lemon
usuario 05	235.0	187.0	26.0	lemon
usuario 06	214.0	191.0	49.0	Yellow lemon
	168.0	129.0	8.0	dark Yellow lemon
usuario 07	252.0	216.0	105.0	lemon Yellow
usuario 08	224.0	196.0	27.0	lemon
usuario 09	245.0	232.0	43.0	Yellow lemon
	254.0	253.0	128.0	brilliant Yellow lemon
	255.0	232.0	41.0	very brilliant Yellow lemon
usuario 10	249.0	210.0	53.0	lemon
usuario 11	254.0	230.0	48.0	lemon
usuario 12	249.0	219.0	73.0	lemon color
usuario 13	253.0	243.0	76.0	lemon intense Yellow
	252.0	213.0	56.0	lemon Yellow
usuario 14	235.0	197.0	38.0	lemon
usuario 15	255.0	215.0	26.0	lemon Yellow
usuario 16	225.0	188.0	11.0	lemon
usuario 17	243.0	226.0	96.0	amarillo limon
usuario 18	255.0	242.0	76.0	lemon
usuario 19	247.0	226.0	40.0	lemon
usuario 20	248.0	237.0	47.0	lemon
usuario 21	241.0	226.0	9.0	lemon
usuario 22	255.0	234.0	69.0	lemon Yellow
usuario 23	255.0	232.0	54.0	lemon
usuario 24	244.0	211.0	56.0	lemon
usuario 25	237.0	204.0	47.0	lemon
usuario 26	249.0	212.0	59.0	lemon Yellow
usuario 27	253.0	246.0	106.0	Yellow lemon
usuario 28	254.0	234.0	101.0	lemon
usuario 29	252.0	222.0	66.0	lemon
usuario 30	255.0	227.0	36.0	amarillo limon

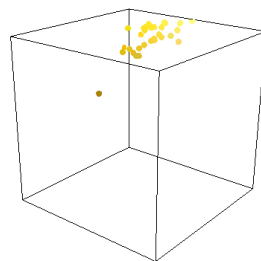


Tabla 35: Valores representativos en RGB y etiquetas seleccionadas por los usuarios para los colores equivalentes a la etiqueta “amarillo limón”

USUARIO	R	G	B	ETIQUETA
usuario 01	202.0	77.0	13.0	naranja
	228.0	132.0	58.0	naranja claro
	234.0	100.0	0.0	naranja intenso
usuario 02	250.0	138.0	1.0	orange
usuario 03	253.0	218.0	66.0	orange Yellowish
	230.0	103.0	6.0	orange reddish
	227.0	142.0	17.0	orange
usuario 04	222.0	82.0	2.0	orange
usuario 05	228.0	115.0	0.0	orange
usuario 06	248.0	127.0	21.0	dark orange
	252.0	159.0	41.0	orange
	238.0	109.0	5.0	light orange
usuario 07	224.0	81.0	1.0	orange
usuario 08	231.0	103.0	6.0	orange
usuario 09	244.0	124.0	11.0	orange orange
	222.0	85.0	7.0	brilliant orange orange
	230.0	145.0	16.0	Yellow orange
usuario 10	249.0	163.0	52.0	orange
usuario 11	206.0	99.0	22.0	orange
usuario 12	249.0	128.0	11.0	orange color
usuario 13	250.0	123.0	10.0	orange intense orange
	221.0	96.0	4.0	orange light orange
	220.0	85.0	2.0	orange dark orange
	255.0	135.0	129.0	raspberry intense orange red
usuario 14	231.0	109.0	10.0	orange
usuario 15	211.0	87.0	0.0	orange
usuario 16	222.0	82.0	2.0	orange
usuario 17	247.0	124.0	30.0	naranja
usuario 18	231.0	107.0	20.0	orange
usuario 19	248.0	124.0	34.0	orange
usuario 20	249.0	114.0	23.0	orange
usuario 21	211.0	87.0	0.0	orange
usuario 22	252.0	166.0	19.0	orange
usuario 23	251.0	153.0	42.0	orange
usuario 24	226.0	116.0	42.0	orange
usuario 25	232.0	109.0	6.0	orange
usuario 26	224.0	83.0	2.0	orange
usuario 27	248.0	155.0	61.0	orange orange
usuario 28	255.0	115.0	1.0	orange
usuario 29	240.0	104.0	2.0	orange
usuario 30	216.0	131.0	14.0	naranja

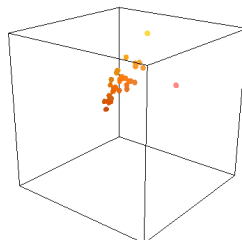


Tabla 36: Valores representativos en RGB y etiquetas seleccionadas por los usuarios para los colores equivalentes a la etiqueta "naranja"

USUARIO	R	G	B	ETIQUETA
usuario 01	206.0	169.0	200.0	ciruela
usuario 02	161.0	55.0	41.0	plum
usuario 03	193.0	112.0	181.0	plum
	203.0	166.0	208.0	purple plum
usuario 04	76.0	51.0	108.0	plum
usuario 05	124.0	40.0	66.0	plum
usuario 06	169.0	104.0	136.0	purple plum
	229.0	69.0	105.0	light purple plum
usuario 07	154.0	137.0	205.0	plum
usuario 08	138.0	88.0	123.0	plum
usuario 09	111.0	95.0	122.0	purple plum
	233.0	130.0	157.0	red plum
	209.0	176.0	203.0	dirty purple plum
usuario 10	156.0	130.0	164.0	plum
usuario 11	203.0	102.0	136.0	plum
usuario 12	102.0	48.0	64.0	plum color
usuario 13	166.0	142.0	181.0	plum red purple
	143.0	90.0	120.0	plum dirty purple
	216.0	152.0	197.0	plum blue purple
usuario 14	130.0	118.0	138.0	plum
usuario 15	149.0	61.0	90.0	plum purple
usuario 16	158.0	133.0	173.0	plum
usuario 17	164.0	132.0	199.0	rojo ciruela
usuario 18	171.0	102.0	127.0	plum
usuario 19	133.0	61.0	87.0	plum
usuario 20	236.0	166.0	193.0	plum
usuario 21	207.0	189.0	215.0	plum
usuario 22	145.0	88.0	120.0	plum purple
usuario 23	84.0	94.0	119.0	plum
usuario 24	189.0	123.0	161.0	plum
usuario 25	189.0	125.0	163.0	plum
usuario 26	174.0	70.0	115.0	plum red
usuario 27	187.0	141.0	170.0	violet plum
usuario 28	145.0	145.0	197.0	plum
usuario 29	153.0	76.0	118.0	plum
usuario 30	163.0	153.0	199.0	ciruela

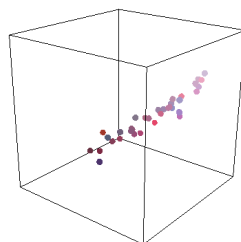


Tabla 37: Valores representativos en RGB y etiquetas seleccionadas por los usuarios para los colores equivalentes a la etiqueta “ciruela”

USUARIO	R	G	B	ETIQUETA
usuario 01	255.0	133.0	144.0	rosa frambuesa
usuario 02	220.0	58.0	73.0	raspberry
usuario 03	216.0	76.0	87.0	raspberry
	247.0	134.0	152.0	red raspberry
	255.0	140.0	135.0	pink raspberry
usuario 04	195.0	47.0	61.0	raspberry
usuario 05	236.0	78.0	90.0	raspberry
usuario 06	245.0	94.0	86.0	red raspberry
usuario 07	248.0	97.0	102.0	raspberry
usuario 08	240.0	83.0	92.0	raspberry
usuario 09	250.0	104.0	117.0	red raspberry
	255.0	125.0	117.0	brilliant red raspberry
	255.0	114.0	136.0	very brilliant red raspberry
usuario 10	251.0	95.0	88.0	raspberry
usuario 11	255.0	94.0	97.0	raspberry
usuario 12	239.0	77.0	90.0	raspberry color
usuario 13	255.0	135.0	129.0	raspberry intense orange red
	232.0	74.0	99.0	raspberry intense red
	214.0	53.0	68.0	raspberry satured red
usuario 14	255.0	120.0	129.0	raspberry
usuario 15	244.0	80.0	107.0	raspberry red
usuario 16	166.0	26.0	40.0	raspberry
usuario 17	247.0	101.0	114.0	rojo frambuesa
usuario 18	229.0	84.0	90.0	raspberry
usuario 19	246.0	26.0	36.0	raspberry
usuario 20	220.0	85.0	101.0	raspberry
usuario 21	236.0	139.0	158.0	raspberry
usuario 22	240.0	65.0	72.0	raspberry red
usuario 23	222.0	121.0	139.0	raspberry
usuario 24	235.0	78.0	87.0	raspberry
usuario 25	240.0	88.0	103.0	raspberry
usuario 26	246.0	95.0	102.0	raspberry red
usuario 27	242.0	58.0	86.0	red raspberry
usuario 28	253.0	108.0	128.0	raspberry
usuario 29	237.0	90.0	96.0	raspberry
usuario 30	219.0	57.0	72.0	rosa frambuesa

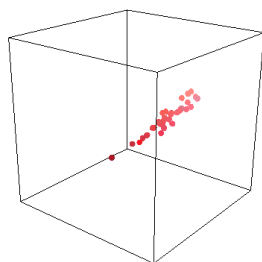


Tabla 38: Valores representativos en RGB y etiquetas seleccionadas por los usuarios para los colores equivalentes a la etiqueta “frambuesa”



USUARIO	R	G	B	ETIQUETA
usuario 01	148.0	2.0	5.0	rojo manzana
usuario 02	178.0	61.0	80.0	red apple
usuario 03	143.0	66.0	82.0	red apple
usuario 04	212.0	1.0	20.0	red apple
usuario 05	213.0	80.0	71.0	red apple
usuario 06	166.0	19.0	29.0	red apple
usuario 07	211.0	61.0	70.0	red apple
usuario 08	175.0	80.0	90.0	red apple
usuario 09	165.0	2.0	7.0	red apple
usuario 10	145.0	27.0	51.0	red apple
usuario 11	171.0	19.0	34.0	red apple
usuario 12	203.0	4.0	26.0	red apple color
usuario 13	232.0	44.0	68.0	apple red
	204.0	8.0	31.0	apple mottled red
	178.0	49.0	80.0	apple intense red
usuario 14	183.0	48.0	45.0	red apple
usuario 15	186.0	8.0	25.0	apple red
usuario 16	89.0	39.0	50.0	red apple
usuario 18	165.0	19.0	20.0	red apple
usuario 19	203.0	21.0	43.0	red apple
usuario 20	113.0	3.0	2.0	red apple
usuario 21	146.0	14.0	28.0	red apple
usuario 22	151.0	14.0	30.0	apple red
usuario 23	195.0	59.0	47.0	red apple
usuario 24	167.0	52.0	47.0	red apple
usuario 25	183.0	21.0	34.0	red apple
usuario 26	184.0	40.0	40.0	apple red
usuario 27	117.0	5.0	1.0	red apple
usuario 28	162.0	29.0	34.0	red apple
usuario 29	166.0	36.0	38.0	red apple
usuario 30	186.0	51.0	32.0	rojo manzana

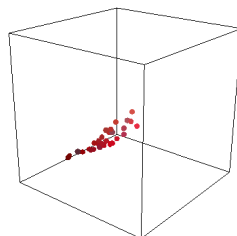


Tabla 39: Valores representativos en RGB y etiquetas seleccionadas por los usuarios para los colores equivalentes a la etiqueta “rojo manzana”

USUARIO	R	G	B	ETIQUETA
usuario 01	207.0	13.0	4.0	rojo fresa
usuario 02	179.0	22.0	18.0	strawberry
usuario 03	183.0	21.0	19.0	red strawberry
usuario 04	203.0	22.0	31.0	strawberry
usuario 05	196.0	15.0	22.0	strawberry
usuario 06	197.0	36.0	38.0	red strawberry
usuario 07	203.0	34.0	31.0	strawberry
usuario 08	221.0	51.0	34.0	strawberry
usuario 09	158.0	26.0	14.0	red strawberry
usuario 10	175.0	30.0	11.0	strawberry
usuario 11	175.0	30.0	40.0	strawberry
usuario 12	197.0	39.0	30.0	strawberry color
usuario 13	219.0	45.0	34.0	strawberry mottled red
usuario 13	208.0	49.0	46.0	strawberry light mottled red
usuario 14	207.0	40.0	31.0	strawberry
usuario 15	221.0	44.0	54.0	strawberry red
usuario 16	178.0	21.0	21.0	strawberry
usuario 17	220.0	28.0	27.0	rojo fresa
usuario 18	204.0	68.0	52.0	strawberry
usuario 19	196.0	11.0	17.0	strawberry
usuario 20	221.0	38.0	20.0	strawberry
usuario 21	202.0	62.0	64.0	strawberry
usuario 22	180.0	26.0	16.0	strawberry red
usuario 23	207.0	51.0	26.0	strawberry
usuario 24	203.0	50.0	32.0	strawberry
usuario 25	215.0	49.0	35.0	strawberry
usuario 26	193.0	37.0	28.0	strawberry
usuario 27	125.0	14.0	3.0	red strawberry
usuario 28	204.0	12.0	11.0	strawberry
usuario 29	212.0	40.0	40.0	strawberry
usuario 30	211.0	14.0	6.0	rojo fresa

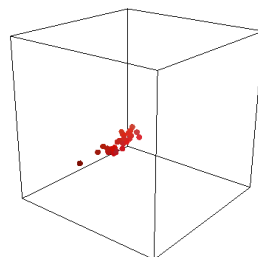


Tabla 40: Valores representativos en RGB y etiquetas seleccionadas por los usuarios para los colores equivalentes a la etiqueta "fresa"

### B.3 OBTENCIÓN DEL CONJUNTO DE PROTOTIPOS NEGATIVOS $R^-$

El objetivo de esta fase es obtener un conjunto de prototipos negativos para cada una de las categorías de color que el usuario definió en la fase anterior (B.2). Para ello, a cada usuario se le muestra un listado con todos los colores que seleccionó en la fase anterior (todas las regiones que dibujó sobre las imágenes) y para cada categoría de color (representada por un prototipo positivo  $r^i$ ) éste confirma qué colores considera que son de esa categoría, cuales no y cuales tiene duda. Los colores se muestran en forma de rectángulo de tamaño  $100 \times 50$  píxeles pintado del color del centroide de cada conjunto de píxeles asignado en la fase anterior (cada región dibujada en la fase anterior). El objetivo de mostrar los colores así es para separar el contexto del color de la imagen y que éste no influya en la definición de la categoría de color. En esta fase, todos los colores seleccionados como NO pertenecientes a la categoría de color cuyo representativo es  $r^i$  son los que definen el conjunto de prototipos negativos  $R_i^- = \{nr^1, \dots, nr^j\}$ .

Al igual que en la fase anterior, se ha desarrollado una aplicación en Java que permite realizar de manera intuitiva la captura de estos datos. A cada usuario se le muestra el listado de colores y para cada categoría de color (asignada en la fase anterior) selecciona los colores que considera que son de esa categoría de color, selecciona los que considera que no lo son y los que le plantean duda. Para cada categoría de color, los colores seleccionados como NO, son los que se añaden al conjunto de prototipos negativos. La aplicación es libre y puede descargarse junto con las instrucciones de instalación y uso en la siguiente url <http://www.uco.es/semanticolor/Tesis/?c=C9>.

La Figura 86 muestra un ejemplo de la apariencia de esta aplicación y asignación de colores a la categoría de color “amarillo plátano”. Concretamente, en este ejemplo, de todos los colores el usuario ha considerado que tres colores si son de esa categoría, dos tiene dudas y el resto de colores considera que NO son de dicha categoría, siendo éstos últimos los que definen el conjunto  $R_{\text{amarillo-platano}}^-$ . Por falta de espacio, los datos de todos los usuarios recopilados en este experimento no se muestran en esta memoria, pero pueden descargarse en <http://www.uco.es/semanticolor/Tesis/?c=C9>.

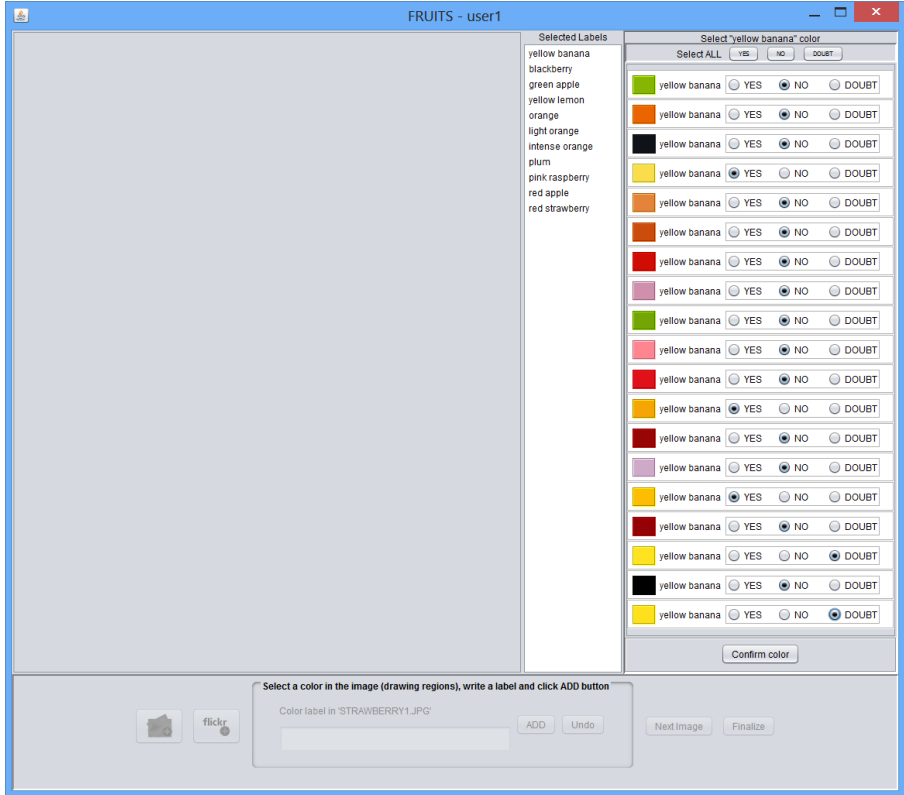


Figura 86: Apariencia de la aplicación para obtener el conjunto de prototipos negativos  $R_{\bar{r}}$ . Ejemplo de asignación de colores a la categoría de color “amarillo plátano”.

## B.4 OBTENCIÓN DE VALORACIONES DIFUSAS DE USUARIOS

El objetivo de esta fase de la experimentación es recopilar valoraciones difusas sobre la correspondencia de distintos colores a las categorías de color que el usuario definió en la fase anterior (sección B.2). Recordar que estas valoraciones no son necesarias para el aprendizaje de colores difusos según nuestra metodología, simplemente se realizan para medir la bondad de los espacios de color difuso.

Para ello, a cada usuario se le han recordado todas las categorías de color que definió y para cada categoría de color (representada por un prototipo positivo  $r^i$ , obtenido según la sección B.2) se le muestran aleatoriamente colores para valorar en una escala de  $[0, 0.25, 0.5, 0.75, 1]$ , cómo de similar a la categoría es (0 totalmente desacuerdo, 1 totalmente de acuerdo). De cada valoración realizada se almacena el valor RGB del color mostrado y el valor equivalente al seleccionado en el intervalo. Por ejemplo, para el color  $[255, 240, 20]$  si el usuario no está completamente de acuerdo con la correspondencia de ese color a la actual categoría y marcó el centro del intervalo, se almacenaría el par  $[0.5, \{255, 240, 20\}]$ , sin embargo si estuviese completamente de acuerdo se almacenaría el par  $[1, \{255, 240, 20\}]$ .

Al igual que en las fases anteriores, se ha desarrollado una aplicación en Java que permite capturar las valoraciones de una manera sencilla e intuitiva (<http://www.uco.es/semanticolor/Tesis/?c=C9>). La aplicación muestra la información en una ventana dividida en 2 zonas. En la zona superior se muestran todas las categorías de color que el usuario definió en la fase anterior pintadas del color representativo en forma de rectángulos de  $100 \times 50$  píxeles (así el usuario tiene presentes todas las categorías de color que definió) y en un rectángulo más grande ( $200 \times 100$  píxeles) la categoría de color de la que se van a obtener valoraciones. En la zona central se muestran aleatoriamente colores en forma de rectángulo de  $400 \times 100$  píxeles y debajo una lista de 5 selectores de izquierda a derecha equivalentes al intervalo  $[0, 0.25, 0.5, 0.75, 1]$  donde el usuario selecciona el valor de correspondencia del color mostrado con la categoría de color seleccionada. La zona central se divide a su vez en dos zonas, la zona izquierda muestra aleatoriamente colores que están dentro del soporte de la categoría de color de la que se van a obtener valoraciones y la zona derecha colores que no están en el soporte. El objetivo principal de dividir la parte central en dos zonas es para que sirvan de referencia aquellos colores que claramente no son de la categoría a evaluar.

Este proceso puede repetirse tantas veces como un usuario desee haciendo click sobre el botón *Confirm* o finalizar y pasar a evaluar otra categoría de color haciendo click sobre el botón *Finalize*.

La Figura 87 muestra un ejemplo de la aplicación desarrollada para obtener valoraciones difusas de los colores, concretamente se muestra un ejemplo de valoraciones asociadas a la categoría de color “amarillo plátano”.

Cada usuario ha realizado el mismo experimento varias veces en días diferentes para poder contemplar en la recopilación de datos factores influyentes en la percepción [25, 94, 107] tales como estados de ánimo, constancia de color, etc. y capturar el máximo posible de subjetividad en sus valoraciones. Para cada usuario se han obtenido en entre 240 y 310 valoraciones y para cada categoría de color se ha almacenado tanto el color en RGB como el grado de correspondencia (entre 0 y 1) asignado por un usuario a ese color. La Tabla 41 muestra un ejemplo con algunos de los datos almacenados para un usuario respecto a las valoraciones difusas asociadas a la categoría de color “amarillo plátano”. Por falta de espacio, en esta memoria no se muestran todos los datos recopilados relativos a todas las valoraciones difusas de los usuarios (más de 9000 valoraciones) pero si pueden consultarse en <http://www.uco.es/semanticolor/Tesis/?c=C9>.



Figura 87: Apariencia de la aplicación para obtener las valoraciones difusas de colores. Ejemplo de valoraciones asociadas a la categoría de color "amarillo plátano".




































Color	R	G	B	Grado
	232	184	8	1
	232	176	8	1
	232	184	16	1
	232	176	0	1
	232	192	16	1
	224	176	8	0,75
	232	184	24	0,75
	232	192	24	0,75
	224	184	16	0,75
	224	184	24	0,75
	224	176	24	0,75
	232	160	16	0,75
	224	160	16	0,5
	216	168	24	0,5
	216	160	16	0,5
	208	168	16	0,5
	208	160	16	0,5
	216	160	0	0,5
	232	224	8	0,5
	208	200	8	0,25
	208	184	24	0,25
	224	168	40	0,25
	216	160	32	0,25
	216	144	0	0
	32	32	232	0
	0	0	88	0
	24	48	160	0
	32	24	144	0
	56	56	192	0
	40	80	184	0
	88	48	200	0
	136	16	200	0
	16	40	24	0
	32	96	128	0
	48	200	176	0
...	..	..	...	...

Tabla 41: Ejemplo de valoraciones difusas de un usuario para la categoría de color “amarillo plátano”. Color y grado de correspondencia entre 0 y 1 de cada color a la categoría.



## JFCS TOOL. SOFTWARE DE DISEÑO DE ESPACIOS DE COLOR DIFUSO Y RECUPERACIÓN DE IMÁGENES

---

En este apéndice se detalla la publicación “**JFCSTool: A Java Software Tool to Design Fuzzy Color Spaces**” publicada en IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Beijing (China), en Julio de 2014 [250].

*JFCS Tool* es una herramienta software cuyo principal objetivo es diseñar espacios de color difuso personalizados capaces de cubrir el hueco semántico existente entre la representación del color en computadores y la percepción subjetiva de un humano. *JFCS Tool* permite además recuperación de imágenes basada en contenido y realizar consultas mediante etiquetas lingüísticas.

El software está implementado en Java e incluye varias herramientas gráficas para construir espacios de color difusos, lo que permite diseñar espacios de color difuso sin experimentos tediosos además de permitir obtener grados de pertenencia de los píxeles de imágenes para cada color difuso de un espacio dado. La última versión de *JFCS Tool* e instrucciones de instalación se pueden descargar en <http://www.uco.es/semanticolor/Tesis/?c=C10>.

### C.1 MÓDULO ADMINISTRADOR DE IMÁGENES

Este módulo se encarga de la gestión de imágenes en *JFCS Tool*. Gracias a este módulo, se pueden guardar imágenes en el computador o cargar imágenes al entorno principal de *JFCS Tool*, bien desde disco local o bien desde la base de datos online de imágenes *Flickr* [296].

A este módulo se puede acceder desde el menú *Image Manager* o bien desde la sección de la barra de tareas de *JFCS Tool* (Figura 88).

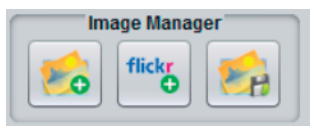


Figura 88: Módulo *Image Manager*.

## C.2 MÓDULO ADMINISTRADOR DE ESPACIO DE COLOR DIFUSO

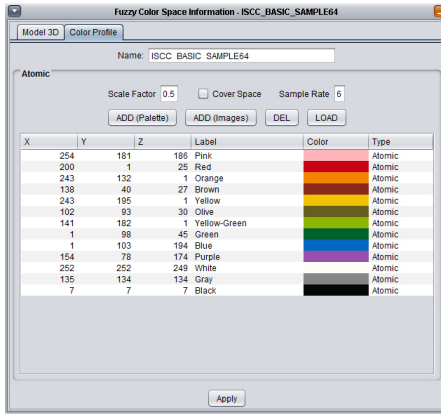
Este módulo proporciona un conjunto de herramientas para crear, cargar y guardar espacios de color difusos según el enfoque propuesto en el Capítulo 3. El módulo consta de tres opciones, cada una de ellas accesible desde el menú o desde los botones de la barra de tareas *Fuzzy Color Space manager*.

En las siguientes secciones se describe brevemente cada una de las opciones:

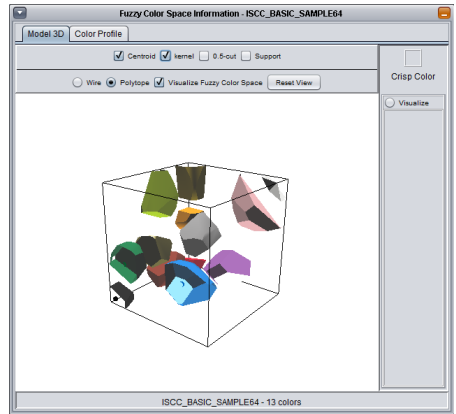
- *New Fuzzy Color Space*. Esta opción permite seleccionar una colección de colores precisos de una paleta de color o de imágenes y asignarles etiquetas. Los colores precisos seleccionados se pueden editar o borrar fácilmente. Además, a través del botón *ADD (Images)* se pueden seleccionar automáticamente los colores precisos fundamentales de imágenes (mediante un proceso de extracción de colores dominantes) e incorporarlos al conjunto de colores seleccionados. También, se puede ajustar el parámetro  $\lambda \in [0, 1]$  mencionado en el Capítulo 3 (0.5 por defecto).

Por último, el botón *Create* construye un espacio de color difuso con los colores precisos representativos así como las etiquetas mencionadas anteriormente y almacenarlo en un archivo en el computador con un formato específico.

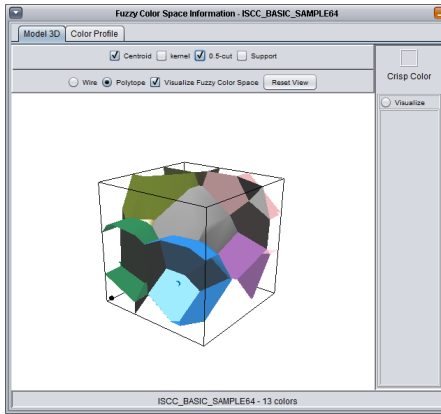
- *Save Fuzzy Color Space*. Esta opción permite guardar un espacio de color difuso en un archivo con un formato específico diseñado para almacenar la colección de colores difusos que componen el espacio. Se almacenan etiquetas, representativos así como las distintas ecuaciones de las superficies de los colores difusos. Los archivos de este tipo se guardan con la extensión *.fcs* y son archivos de texto que se pueden abrir, leer y editar con cualquier editor de textos. En <http://www.uco.es/semanticolor/Tesis/?c=C10> se pueden encontrar archivos ejemplo.
- *Load Fuzzy Color Space*. Esta opción permite cargar un espacio de color difuso existente desde un archivo almacenado en el computador. Para ello se usa un explorador de archivos y una previsualización del espacio de color difuso antes de cargar el espacio de color difuso en *JFCS Tool*.



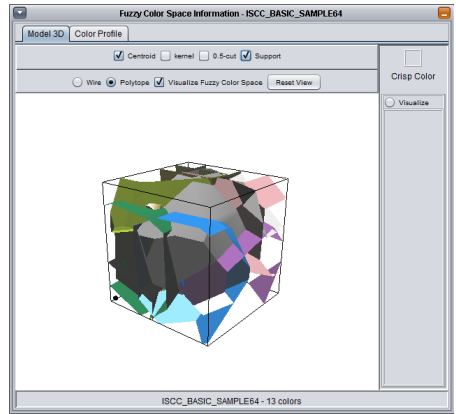
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 89: Ejemplo del espacio de color  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$  (definido en la sección 3.5.1.1) y las representaciones difusas de los colores usando los módulos *Fuzzy Color Space Manager* y *Visualization* en *JFCS Tool*. (a) Nombres de color y representativos (prototipos positivos) en RGB. (b), (c), (d) visualización 3D de las superficies del núcleo,  $\alpha$ -corte 0.5 y soporte en  $\tilde{\Gamma}_{\text{ISCC-básico}}$  respectivamente.

### C.3 MÓDULO VISUALIZACIÓN DE INFORMACIÓN DE ESPACIO DE COLOR

Este módulo se usa para representar, mostrar y visualizar información relativa al espacio de color difuso que se encuentra actualmente cargado en *JFCS Tool*. Es accesible desde el menú o desde el botón derecho del módulo *Fuzzy Color Space manager* de la barra de tareas.

Este módulo consta de dos apartados, el *Model 3D* y *Color profile* encargados de la visualización en 3D del espacio y de la información de espacio de color, respectivamente.

- *Model 3D* (Figura 90). Esta sección muestra una visualización en 3D de un espacio de color difuso en el cubo RGB. Se puede mostrar o bien todo el espacio de color o los colores que el usuario desee mediante el botón de selección de colores. De los colores seleccionados, mediante los correspondientes selectores, se pueden también visualizar el prototipo positivo o representativo, el núcleo, el  $\alpha$ -corte 0.5 y el soporte. Además, se puede navegar (girar, hacer zoom, rotar, etc.) por el cubo RGB haciendo click y arrastrándolo con el ratón sobre el cubo RGB.

Nótese que *JFCS Tool* puede trabajar con cualquier espacio euclídeo (RGB, HSI, Lab, etc.) sin embargo, el módulo correspondiente a la visualización en 3D (en la actual versión de *JFCS Tool*), sólo trabaja con RGB por simplicidad.

- *Color Profile* (Figura 91). Esta sección muestra información sobre la colección de colores representativos (prototipos positivos) y nombre de color de los espacios de color difuso. Toda la información mostrada se puede editar y reutilizada para crear un nuevo espacio o modificar uno existente.

En este módulo se dispone de los parámetros *Scale Factor* y *Sample Rate* correspondientes al factor de escalado  $\lambda$  (comentado en la sección 3.2) y al número de colores precisos a equidistribuir para generar conjunto  $NR_i$  (comentado en la sección 3.5.2) respectivamente, para crear espacios de color difusos.

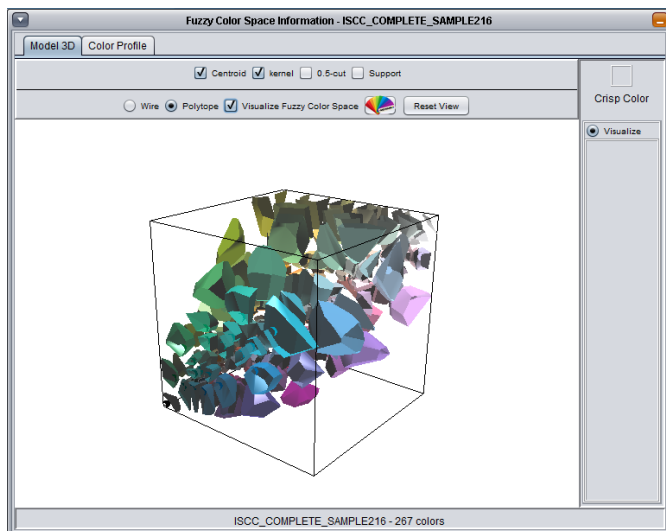


Figura 90: Apariencia visual del módulo de Visualización - Modelo 3D

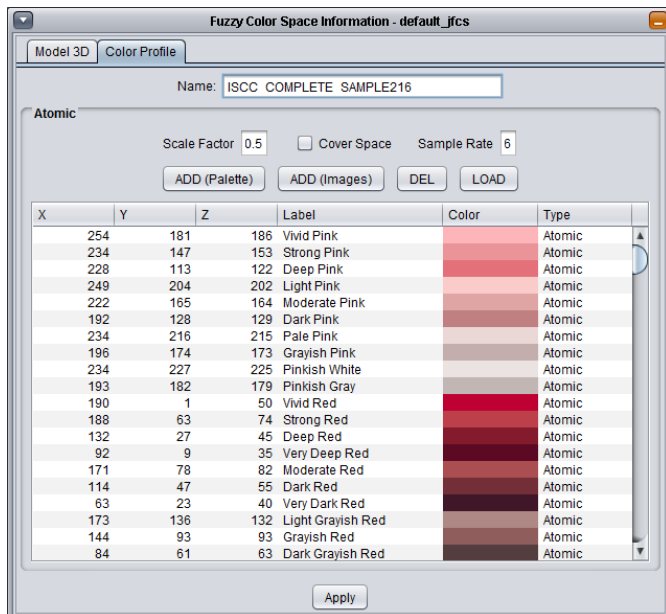


Figura 91: Apariencia visual del módulo de Visualización - Perfil de Color

## C.4 MÓDULO INTERACCIÓN DE USUARIO

El objetivo de este módulo es mostrar los grados de pertenencia de un color preciso a cada color difuso del espacio de color difuso actual. El color preciso se puede seleccionar de una imagen previamente cargada mediante el módulo *Image Manager* usando uno de los dos modos de interacción o bien, mediante una paleta de colores.

El modo *Pixel mode* permite seleccionar un solo píxel de una imagen mientras que el modo *Windows mode* permite seleccionar una ventana rectangular. Si el modo *Pixel mode* está activado, se usa el color preciso del píxel seleccionado como color preciso en el módulo *Model 3D*. Por el contrario, si el modo *Windows mode* está activado, se usa el color más representativo de la ventana seleccionada (calculado como la mediana).

Gracias a este módulo, se muestran de forma visual los grados de pertenencia (sólo se muestran aquellos mayores que 0) del color preciso seleccionado a los colores difusos del espacio de color difuso actual. Por ejemplo, la Figura 92 muestra los grados 0.57/Yellow, 0.42/Orange del espacio de color difuso  $\tilde{\Gamma}_{ISCC-básico}$  3.5.1.1, donde cada término de color es modelado mediante una “bola de color” donde el grosor corresponde con el grado de pertenencia y el color de fondo con el representativo de los colores difusos.

## C.5 MÓDULO CORRESPONDENCIA DE PÍXELES

El principal objetivo de este módulo es proporcionar imágenes resultado de la correspondencia de colores difusos con píxeles. Se puede acceder desde el menú de la aplicación o desde el módulo *Mapping* de la barra de tareas.

El resultado que proporciona este módulo es un mapeo, donde a cada píxel de la imagen original se ha calculado su grado de correspondencia a colores difusos. Dicho grado, comprendido entre 0 y 1, se mapea en un nivel de gris entre 0 y 255 para poder ser mostrado en la imagen. De esta forma, el mapeo resultante representa el grado de correspondencia de cada píxel con el color difuso que se está mapeando, donde un nivel de gris blanco indica máxima correspondencia, mientras que el negro indica que no existe correspondencia con ese color difuso.

Este módulo presenta varias opciones:

- *Select Fuzzy Colors*. Desde esta sección se pueden seleccionar tantos colores difusos como se deseen para realizar el mapeo.
- *Color Mapping*. Activando esta opción, el módulo *Mapping* genera una imagen en color asociada al mapeo de los colores difusos seleccionados (una imagen por color difuso seleccionado). En el caso que el grado de correspondencia de un píxel sea mayor que cero a un color difuso seleccionado, éste se pinta del del color representativo del color difuso ponderado por el grado de correspondencia. Por ejemplo, un píxel con grado de correspondencia 1 a un color difuso se pintará del mismo color representativo, mientras que un píxel con grado 0.5 se pintará del mismo color representativo pero con la mitad de intensidad.
- *Crisp Mapping*. Esta opción genera una imagen binaria considerando sólo el color representativo de los colores difusos seleccionados (una imagen por color difuso seleccionado). Por ejemplo, un píxel cuyo color sea el más cercano al color representativo de un color difuso se pintará de color blanco, en caso contrario se pintará de color negro.
- *Go! Mapping*. Sección encargada de generar las imágenes resultado de la correspondencia acorde a los colores difusos y opciones seleccionadas.

Un ejemplo del funcionamiento de este módulo se muestra en la Figura 93.

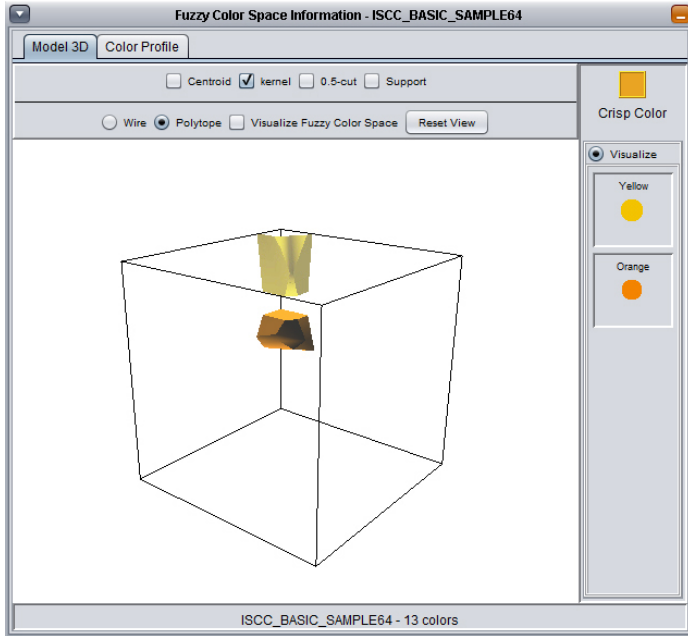


Figura 92: Ejemplo visual de la representación de los grados de pertenencia 0.57/Yellow y 0.42/Orange

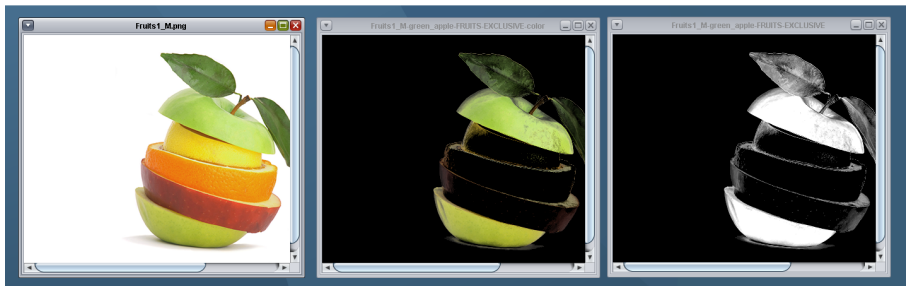


Figura 93: Resultados generados por el módulo *Mapping* aplicado a la imagen de la Figura 24a y al color difuso *Verde Manzana* del espacio de color  $\Gamma_{\text{FRUTAS}}$  definido en la sección 3.5.1.2.



## C.6 MÓDULO HISTOGRAMAS DIFUSOS

El objetivo de este módulo es calcular y visualizar los distintos histogramas comentados en el Capítulo 5. Se puede acceder desde el menú o desde el módulo *Fuzzy Histogram* de la barra de tareas.

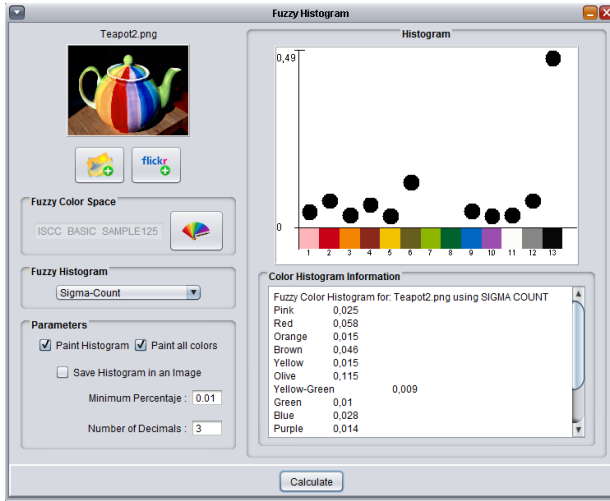
Este módulo consta de varias secciones (Figuras 94 y 95):

- *Sección "Image"*. Esta sección se encarga de cargar imágenes, bien desde un archivo local o bien desde la base de datos online de Flickr, a las que se le calculará el histograma.
- *Sección "Fuzzy Color Space"*. Esta sección se encarga de cargar el espacio de color difuso sobre el que se calculará el Histograma. Mediante un explorador de archivos, se permiten elegir espacios de color difusos almacenados en archivos *.fcs*.
- *Sección "Histogram"*. Permite seleccionar el tipo de histograma. Actualmente se dispone de cuatro opciones, histogramas basados en el cardinal escalar *Sigma-Count*, histogramas basados en el cardinal difuso *ED*, histogramas basados en *números graduales* e histogramas *lingüísticos*.
- *Sección "Parameters"*. Esta sección se encarga de configurar distintos parámetros para el cálculo del histograma dependiendo del que se haya seleccionado mediante la sección *Histogram*.

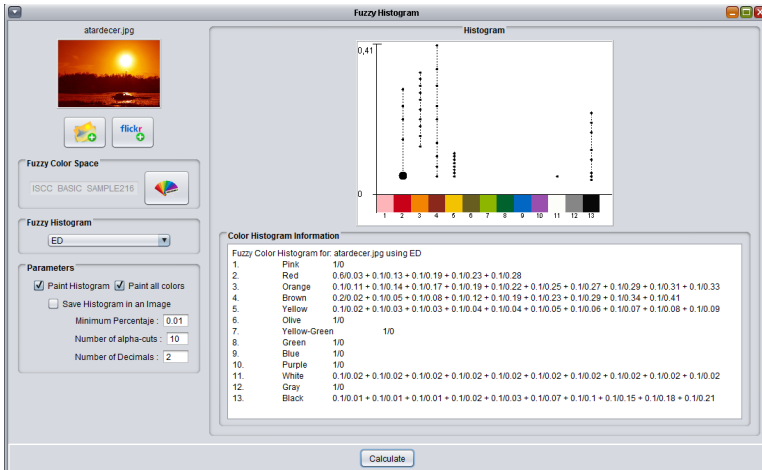
Para el caso de histograma *Sigma-Count*, se pueden marcar los selectores correspondientes para dibujar el histograma en una imagen, dibujar todos los colores del espacio de color difuso asignado mediante la sección *Fuzzy Color Space* o solo aquellos tales que su cálculo sea superior a un porcentaje mínimo fijado y guardar en disco la imagen generada con el histograma. También se puede fijar el número de decimales con los que se desea realizar el cálculo.

Para los histogramas *ED* y *Gradual*, además de los parámetros anteriores, se puede seleccionar el número de  $\alpha$ -cortes que se van a considerar en el cálculo del histograma y en el caso del histograma *Lingüístico*, se puede calcular sobre distintas cardinalidades y sobre un conjunto de cuantificadores definidos por el usuario en un archivo específico. Actualmente se dispone de un conjunto de cuantificadores del tipo *Aproximadamente el X %*.

- *Sección "Visualization"*. Esta sección se encarga de la visualización del histograma, bien generando una imagen y/o mostrando una descripción textual del histograma (dependiendo de las opciones seleccionadas en la sección *Parameters*).



(a)



(b)

Figura 94: Ejemplo de la apariencia del módulo *Fuzzy Histogram* en el cálculo de histogramas. (a) Histograma *Sigma-Count* y (b) Histograma *ED*



## C.7 MÓDULO RECUPERACIÓN DE IMÁGENES

El objetivo de este módulo es implementar un sistema CBIR básico que contempla descriptores difusos y medidas de comparación en el proceso de recuperación. Se puede acceder desde la barra de tareas o desde el menú *Retrieval*.

El módulo consta de dos partes, la parte de búsqueda de imágenes y la parte de creación de bases de datos de imágenes a partir de archivos. A continuación se detallan las características de cada una de estas partes.

- *Creación de Base de Datos*. Este módulo se encarga de calcular los descriptores difusos para cada una de las imágenes de una colección, dando al usuario la opción de seleccionar el tipo de descriptor difuso así como el espacio de color difuso que se desee para crear una base de datos con los descriptores difusos calculados.

Este módulo dispone de la opción de seleccionar un directorio raíz con las imágenes a calcular. Una vez seleccionado el directorio, se realiza automáticamente una exploración en los directorios hijos y se detecta el número de imágenes totales. Este módulo tiene también la opción de seleccionar el espacio de color difuso sobre el que se calcularán los descriptores. Y por último, los descriptores difusos que se deseen calcular con sus respectivos parámetros.

La Figura 96 muestra la apariencia del módulo de *creación de bases de datos*.

- *Búsqueda de Imágenes*. Este módulo se encarga de realizar la búsqueda de imágenes y mostrar los resultados de la recuperación de imágenes de forma visual. Este módulo consta de varias opciones que se detallan a continuación:
  - *Seleccionar Base de Datos*. Esta opción permite seleccionar una base de datos de imágenes con los descriptores difusos ya calculados. Automáticamente se detecta el número de imágenes que contiene dicha base de datos y el espacio de color sobre el que se ha calculado.
  - *Opciones de Consulta*. Con esta opción se pueden imponer condiciones en la consulta como inclusión o semejanza, así como el tipo de descriptor difuso que se quiere utilizar. En la versión actual solo se ha implementado el descriptor difuso de color dominante.

- *Tipo de Consulta*. Con esta opción se pueden generar dos tipos de consulta, la consulta es una imagen o la consulta es un conjunto de etiquetas de color con grados.

Las Figuras 97 y 98 muestran ejemplos de recuperación de imágenes usando el módulo de *Búsqueda de Imágenes* y el descriptor difuso de color dominante sobre una colección de imágenes combinando las medidas de semejanza e inclusión, respectivamente.

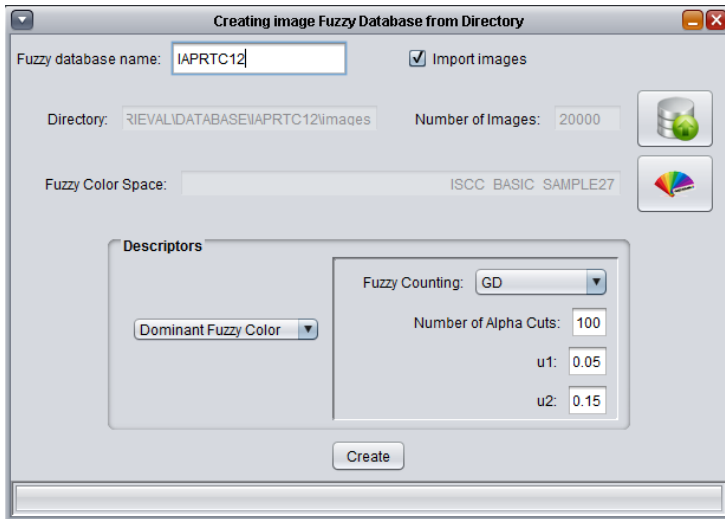


Figura 96: Apariencia del módulo de *creación de bases de datos*.

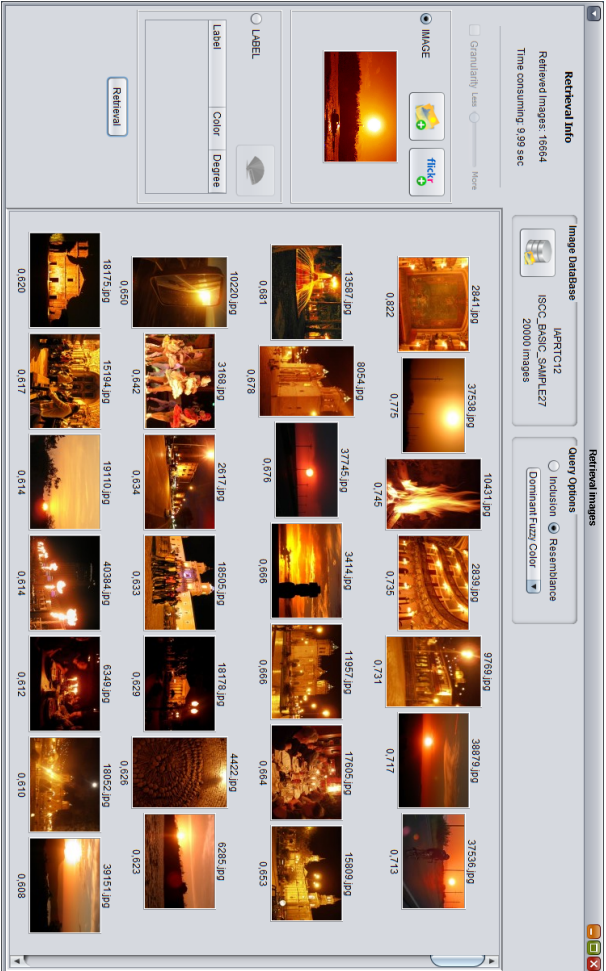


Figura 97: Imágenes recuperadas por el módulo *Retrieval* sobre la colección de imágenes *IAPRTC-12* usando una imagen como consulta, el descriptor difuso de color dominante sobre el espacio de color difuso  $\tilde{I}_{ISCC-básico}$  y la medida difusa de semejanza.

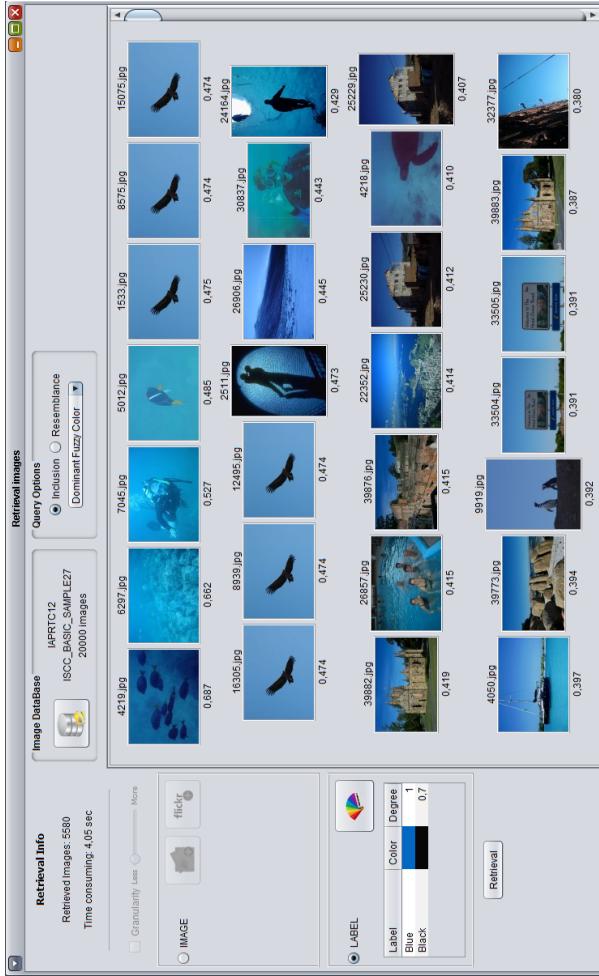


Figura 98: Imágenes recuperadas por el módulo *Retrieval* sobre la colección de imágenes *IAPRTC-12* usando el descriptor difuso de color dominante  $FDCD = \{1/azul + 0.7/negro\}$  como consulta, el espacio de color difuso  $\tilde{I}_{ISCC-básico}$  y la medida difusa de inclusión.





## CONJUNTOS DIFUSOS, LÓGICA DIFUSA Y TEORÍA DE LA POSIBILIDAD

---

La información con la que trabajamos diariamente no siempre presenta el grado de perfección que caracteriza a los modelos matemáticos que utilizamos para su tratamiento automático. En ocasiones, dicha información puede ser:

- Incompleta (solo describe parcialmente la realidad)
- Imprecisa (el valor de una variable se encuentra en un conjunto de valores, pero no podemos precisar cual es), y/o
- Incierta (no tenemos total certeza de que la información sea verdadera).

Esto ha hecho que a lo largo de los años se hayan introducido modelos matemáticos que permitan representar información imperfecta, tales como la Teoría de la probabilidad, la Teoría de la Evidencia de Dempster/Shafer [233] y la Teoría de Factores de Certeza [243]. Uno de dichos modelos es la Teoría de Subconjuntos Difusos [309], propuesta por L.A.Zadeh en 1965, y que desde entonces ha experimentado un fuerte auge debido a las aportaciones de muchos otros investigadores.

Esta teoría es especialmente adecuada para la representación de conceptos e información imprecisa, es decir, de conceptos en los que la transición entre el ser y el no ser es gradual y no brusca. A continuación se detallan algunos conceptos básicos de la Teoría de Subconjuntos Difusos. Una descripción en mayor profundidad puede obtenerse en [70] y [144].

### D.1 CONCEPTO DE CONJUNTO DIFUSO

El concepto de conjunto difuso sobre un universo  $X$  (también llamado referencial) es una generalización del concepto clásico de conjunto en el que la función indicadora (que indica si un elemento pertenece o no al conjunto) tiene como rango el intervalo real  $[0,1]$  en lugar del conjunto  $\{0,1\}$ . Así, el conjunto difuso  $A$  viene descrito por su función de pertenencia  $\mu_A$

$$\mu_A : X \rightarrow [0, 1]$$

Por lo general se suele identificar al conjunto con su función indicadora, que en el contexto de la teoría de subconjuntos difusos se

denomina función de pertenencia. Nosotros seguiremos esta última notación

$$A : X \rightarrow [0, 1]$$

de tal forma que  $A(x)$ , donde  $x \in X$ , representa el grado de pertenencia del elemento  $x$  al conjunto  $A$ . Cuando el referencial es finito,  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , usaremos la siguiente notación para representar a un conjunto difuso  $A$  sobre  $X$ :

$$A = A(x_1)/x_1 + A(x_2)/x_2 + \dots + A(x_n)/x_n$$

donde es habitual no incluir los términos de la forma  $0/x_i$ . También se utiliza la notación

$$A = \sum_{x_i \in X} A(x_i)/x_i$$

Algunos conceptos básicos sobre conjuntos difusos son los siguientes:

- Se dice que un conjunto difuso  $A$  es *normal* si existe al menos un  $x \in X$  tal que  $A(x) = 1$ .
- Se llama *soporte* del conjunto difuso  $A$  al conjunto

$$\text{Soporte}(A) = \{x \in X \mid A(x) > 0\} \quad (\text{D.1})$$

- Se llama *núcleo* del conjunto difuso  $A$  al conjunto

$$\text{Núcleo}(A) = \{x \in X \mid A(x) = 1\} \quad (\text{D.2})$$

- El conjunto de subconjuntos difusos sobre un referencial  $X$  se nota  $\tilde{\mathcal{P}}(X)$ , y se denomina *conjunto potencia difuso* de  $X$ . Es obvio que  $\mathcal{P}(X) \subset \tilde{\mathcal{P}}(X)$ .
- Se dice que un conjunto difuso  $A$  es *convexo* si verifica

$$x \leq y \leq z \Rightarrow A(y) \geq \min(A(x), A(z)) \quad (\text{D.3})$$

Finalmente, se denominan “conjuntos difusos de nivel  $\alpha$ ” a conjuntos difusos definidos sobre un referencial formado por todos los subconjuntos difusos de un conjunto dado  $X$ . Sus funciones de pertenencia tienen la siguiente forma:

$$A : \tilde{\mathcal{P}}(X) \rightarrow [0, 1]$$

## D.2 OPERACIONES BÁSICAS CON CONJUNTOS DIFUSOS

La extensión del concepto de conjunto no tendría sentido sin extender simultáneamente las operaciones que podemos realizar con ellos. Las principales operaciones sobre conjuntos son la unión, la intersección y el complemento. Estas operaciones pueden generalizarse al caso de conjuntos difusos de diversas formas. La condición indispensable que deben verificar las extensiones es que, cuando los conjuntos implicados son ordinarios, éstas deben comportarse como los operadores ordinarios. Las familias de operadores difusos más importantes son las llamadas t-normas, t-conormas y negaciones, que extienden las operaciones de intersección, unión y complemento respectivamente.

### d.2.1 Operadores de intersección: t-normas

Una t-norma es una función

$$i : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$$

que verifica las siguientes propiedades para cualesquiera  $a, b, c \in [0, 1]$ :

- Frontera:  $i(a, 1) = a$
- Monotonía:  $b \leq c$  implica  $i(a, b) \leq i(a, c)$
- Conmutatividad:  $i(a, b) = i(b, a)$
- Asociatividad:  $i(a, i(b, c)) = i(i(a, b), c)$

La intersección de dos conjuntos difusos A y B mediante una t-norma  $i$  se define pues como

$$(A \cap B)(x) = i(A(x), B(x)) \quad (\text{D.4})$$

Algunas de las t-normas más utilizadas son las siguientes:

- Intersección estándar:  $i(a, b) = \min(a, b)$
- Producto algebraico:  $i(a, b) = ab$
- Resta acotada (Lukasiewicz):  $i(a, b) = \max(0, a + b - 1)$
- Intersección drástica:  $i(a, b) = \begin{cases} a & b = 1 \\ b & a = 1 \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$

### d.2.2 Operadores de unión: t-conormas

Una t-conorma es una función

$$u : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$$

que verifica las siguientes propiedades para cualesquiera  $a, b, c \in [0, 1]$ :

- Frontera:  $u(a, 0) = a$
- Monotonía:  $b \leq c$  implica  $u(a, b) \leq u(a, c)$
- Conmutatividad:  $u(a, b) = u(b, a)$
- Asociatividad:  $u(a, u(b, c)) = u(u(a, b), c)$

La unión de dos conjuntos difusos  $A$  y  $B$  mediante una t-conorma  $u$  se define pues como

$$(A \cup B)(x) = u(A(x), B(x)) \quad (D.5)$$

Algunas de las t-conormas más utilizadas son las siguientes:

- Unión estándar:  $u(a, b) = \max(a, b)$
- Suma algebraica:  $u(a, b) = a + b - ab$
- Suma acotada (Lukasiewicz):  $u(a, b) = \min(1, a + b)$
- Unión drástica:  $u(a, b) = \begin{cases} a & b = 0 \\ b & a = 0 \\ 1 & \text{otro caso} \end{cases}$

### d.2.3 Operadores de complemento: negaciones

Una negación es una función

$$c : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$$

que verifica las siguientes propiedades para cualesquiera  $a, b \in [0, 1]$ :

- Frontera:  $c(0) = 1$  y  $c(1) = 0$
- Monotonía: Si  $a \leq b$  entonces  $c(a) \geq c(b)$

Estas propiedades son las mínimas que deben ser verificadas por una negación, pero se suelen exigir algunas otras propiedades para definir mejores negaciones desde un punto de vista práctico:

- Continuidad:  $c$  debe ser una función continua.

- Propiedad involutiva:  $c(c(a)) = a$  para todo  $a \in [0, 1]$

El complemento de un conjunto difuso  $A$  se define como

$$\bar{A}(x) = c(A(x)) \quad (D.6)$$

La negación más utilizada es la llamada negación estándar,

$$c(a) = 1 - a \quad (D.7)$$

Las negaciones más drásticas son las llamadas negaciones umbrales, cuya expresión general es

$$c(a) = \begin{cases} 1 & a < t \\ 0 & a \geq t \end{cases} \quad (D.8)$$

donde  $t \in (0, 1]$  es el umbral. Un caso particular es  $t = 1$ , en cuyo caso tenemos la negación

$$c(a) = \begin{cases} 1 & a < 1 \\ 0 & a = 1 \end{cases} \quad (D.9)$$

### D.3 REPRESENTACIÓN DE CONJUNTOS DIFUSOS

En la literatura pueden encontrarse diversas formas para representar un conjunto difuso sobre  $X$  de forma unívoca mediante un conjunto de subconjuntos ordinarios de  $X$ , cada uno afectado de un cierto grado de importancia en la representación, dado por un peso que toma valor en  $[0, 1]$ . Esta idea es muy importante porque establece una conexión entre los conjuntos difusos y los ordinarios que permite extender las operaciones que realizamos sobre estos últimos a los primeros. Hay diversas representaciones posibles de un conjunto difuso mediante conjuntos ordinarios. La más utilizada es la representación de un conjunto difuso mediante el conjunto de sus conjuntos de nivel o  $\alpha$ -cortes.

Para cada  $\alpha \in [0, 1]$  y cada subconjunto difuso  $A$ , se define el  $\alpha$ -corte (corte de nivel  $\alpha$ ) de  $A$  como el conjunto

$$A_\alpha = \{x \in X \mid A(x) \geq \alpha\} \quad (D.10)$$

Se define igualmente el  $\alpha$ -corte fuerte de  $A$  como

$$A^\alpha = \{x \in X \mid A(x) > \alpha\} \quad (D.11)$$

Los conjuntos de nivel de un subconjunto difuso  $A$  se encuentran encajados unos en otros, de manera que

$$(\alpha > \beta) \Rightarrow A_\alpha \subseteq A_\beta \quad (D.12)$$

Es fácil ver que  $\text{Nucleo}(A) = A_1$  y  $\text{Soporte}(A) = A^0$ . Al conjunto de valores  $\alpha \in [0, 1]$  que representan distintos alfa cortes de  $A$  se le denomina *Conjunto de Niveles*, y se define formalmente como

$$\Lambda(A) = \{\alpha \mid A(x) = \alpha \text{ para algún } x \in X\} \quad (\text{D.13})$$

El *Teorema de Descomposición* [310] establece que un conjunto difuso  $A$  puede representarse unívocamente mediante el conjunto de sus alfa cortes, al que se suele denominar *descomposición de  $A$* , y al que denominaremos  $\mathcal{AL}(A)$ . El peso de  $A_\alpha$  en la representación es  $\alpha$ , aunque es posible utilizar otros pesos para representar la importancia de cada alfa corte en la representación, como se verá más adelante. Formalmente, el teorema de descomposición establece que

$$A(x) = \bigcup_{\alpha \in \Lambda(A)} \alpha A_\alpha(x) \quad (\text{D.14})$$

donde  $\cup$  representa la unión estándar. En caso de utilizar otros pesos distintos de los valores de  $\Lambda(A)$ , es necesario determinar la expresión que tomaría el teorema de descomposición para dicha representación. Un caso particular es el uso de una distribución de probabilidad sobre los conjuntos que forman la representación. En ese caso el teorema de descomposición podría expresarse como

$$A(x) = \sum_{\alpha \in \Lambda(A)} \text{prob}(A_\alpha) A_\alpha(x) \quad (\text{D.15})$$

donde  $\text{prob}(A_\alpha)$  es la probabilidad de  $A_\alpha$  en la representación.

## D.4 LÓGICA DIFUSA

La aparición de la Teoría de Subconjuntos Difusos trajo consigo el desarrollo de la Lógica Difusa, como una extensión de la lógica clásica capaz de razonar con conceptos imprecisos. La lógica difusa se ha convertido en una potente herramienta a la hora de modelar sentencias de lenguaje natural, y razonar con las mismas tal y como lo hace el ser humano, tipo de razonamiento al que se ha dado en llamar *Razonamiento Aproximado*. La teoría de subconjuntos difusos y la lógica difusa, ambos propuestos por L.A. Zadeh, constituyen los cimientos de la formalización de este tipo de razonamiento.

### d.4.1 Variables lingüísticas

En el ámbito de la lógica difusa, los conceptos imprecisos se representan mediante *etiquetas lingüísticas* ([311]). Las etiquetas lingüísticas son en definitiva conjuntos difusos mediante los que se da semántica a un identificador que representa un concepto o un calificativo. Un ejemplo de etiqueta lingüística es *alto*. Esta etiqueta se representa mediante un conjunto difuso que tiene como referencial el conjunto de las alturas posibles. Una representación subjetiva de esta etiqueta se muestra en la figura 99.

De manera informal, una *variable lingüística* ([311]) es una variable que toma valores dentro de un dominio formado por etiquetas lingüísticas, definidas sobre un referencial adecuado. Por ejemplo, la variable lingüística *altura* de una persona podría tomar valores dentro del dominio { *bajo*, *medio*, *alto*, *muy alto* }. Estas etiquetas son conjuntos difusos cuyo referencial es el conjunto (numérico) de las alturas posibles de una persona. Una representación subjetiva de las etiquetas mencionadas se muestra en la Figura 99.

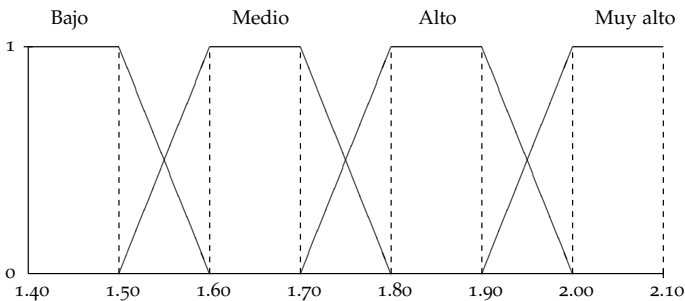


Figura 99: Etiquetas lingüísticas para la variable altura

El uso de estas variables permite un razonamiento más cercano al del ser humano, ya que disminuyen la granularidad del dominio de valores de una variable. De esta forma es más sencillo definir reglas y conceptos, semánticamente intuitivos, que involucren variables con un referencial numérico o con un alto número de valores, como es el caso de la variable “altura”.

Para cuantificar el grado de relación entre valores (etiquetas) de distintas variables lingüísticas en base a los datos almacenados en la base de datos, basta con medir los cardinales y cardinales relativos de los conjuntos difusos inducidos por dichas etiquetas, y utilizarlos para la evaluación de sentencias cuantificadas. Este es el proceso que pretendemos llevar a cabo para alcanzar el objetivo propuesto.

## D.5 RELACIONES DIFUSAS

En el ámbito crisp, se define una relación como un subconjunto del producto cartesiano de una serie de conjuntos. Un caso particular de relación es aquella que se define internamente dentro de un conjunto, usualmente relaciones binarias. Sea  $X$  un conjunto crisp. Una relación binaria en  $X$  es pues un subconjunto cartesiano del conjunto  $X \times X$ .

Esta idea se extiende inmediatamente al ámbito difuso considerando que una *relación difusa* es un subconjunto *difuso* del producto cartesiano  $X \times X$ . Dicha relación vendrá determinada por una función de pertenencia. Por ejemplo, sea  $R$  una relación difusa definida sobre el conjunto  $X$ . Entonces, dicho conjunto vendrá descrito por una función de pertenencia de la forma

$$R : X \times X \rightarrow [0, 1]$$

Algunas de las propiedades de las relaciones crisp pueden extenderse al caso difuso de manera directa. Se dice que una relación difusa  $R$  sobre  $X$  es

- **Reflexiva** si  $R(x, x) = 1 \forall x \in X$
- **Simétrica** si  $R(x, y) = R(y, x) \forall x, y \in X$

A las relaciones difusas que verifican estas dos propiedades se les denomina relaciones de *semejanza*. Sin embargo, extender la propiedad transitiva al caso difuso no es trivial. De hecho, existe un número infinito de posibles definiciones de transitividad, que se caracterizan por el uso de una t-norma y una t-conormas particulares. En general, sean  $\odot$  y  $\oplus$  una t-norma y una t-conorma, respectivamente, cualesquiera. Se dice que una relación difusa es  $\oplus - \odot$  **transitiva** si  $\forall x, y \in X$  se verifica

$$R(x, y) \geq \oplus_{z \in X} (R(x, z) \odot R(z, y))$$

Un tipo de transitividad especialmente interesantes es la *max-min transitividad* que, particularizando la expresión anterior, se verifica cuando para todo  $x, y \in X$

$$R(x, y) \geq \max_{z \in X} \min (R(x, z), R(z, y))$$

A las relaciones difusas que verifican las propiedades reflexiva, simétrica y max-min transitiva se les denomina *relaciones de similitud*.

Al tratarse en definitiva de conjuntos difusos, es posible calcular alfa-cortes de relaciones difusas. Dado que el alfa-corte de un conjunto



difuso es un conjunto crisp, se deduce inmediatamente que todo alfa-corte de una relación difusa es una relación crisp.

Una propiedad interesante de las relaciones de similitud es que todo alfa-corte de una relación de similitud proporciona una relación de equivalencia crisp, es decir, una relación crisp que verifica las propiedades reflexiva, simétrica y transitiva. Además, dado que los alfa-cortes de un conjunto difuso están anidados, conforme aumentamos los valores de alfa (en el caso extremo  $\alpha = 1$ ), obtenemos un refinamiento de las relaciones, en el sentido de que las relaciones obtenidas con alfa-cortes mayores proporcionan una partición del conjunto  $X$  que refina a la partición proporcionada por alfa-cortes con valores de alfa menores.

## D.6 TEORÍA DE LA POSIBILIDAD

La Teoría de la Posibilidad es una teoría matemática para tratar con ciertos tipos de incertidumbre. L.A Zadeh fue el primero en introducir la teoría de la posibilidad en 1978 como una extensión de su teoría de conjuntos difusos y lógica difusa [312]. Posteriormente, Didier Dubois y Henri Prade contribuyeron a su desarrollo [73]. El contenido de este apartado ha sido extraído de [77].

Mientras que la teoría de la probabilidad usa un número entre 0 y 1 para representar la probabilidad de que un evento ocurra, la teoría de la posibilidad usa dos valores, la *posibilidad* y la *necesidad* del evento. Probabilidad y posibilidad tienen distintas semánticas, y por tanto son medidas aplicables a distintos tipos de incertidumbre que pueden aparecer en la representación de información. Es decir, son teorías complementarias, pudiendo darse el caso de información afectada de incertidumbre probabilística, incertidumbre posibilística, o ambas.

Mientras que las semánticas más usuales para la probabilidad son la frecuentista y la subjetiva, las semánticas habituales para la posibilidad son las de *viabilidad* (como en “es posible solucionar este problema”), *plausibilidad*, en referencia a la propensión a ocurrir (“es posible que el tren llegue a tiempo”), y *consistencia* con la información disponible, cuando se afirma que algo es posible en el sentido de que no contradice a lo que sabemos.

Por otra parte, mientras que la probabilidad es auto-dual (es decir, “No es probable  $\bar{A}$ ” significa “Es probable  $A$ ”), la posibilidad no lo es, en el sentido de que decir “No es posible  $\bar{A}$ ” no es equivalente a “Es posible  $A$ ”, sino que tiene un significado aún más fuerte: “Es necesario  $A$ ”. Es decir, la posibilidad está relacionada dualmente con

la *necesidad*. Dicho de otra forma, saber que “es posible  $A$ ” no nos da ninguna información sobre la posibilidad de  $\bar{A}$ .

Existen diversos marcos formales para la representación de *niveles de posibilidad y necesidad*. Una opción utilizada frecuentemente es el uso de valores numéricos entre 0 y 1. Este marco es el que vamos a considerar a partir de ahora.

### d.6.1 Posibilidad

Sea  $U$  un conjunto finito. Una distribución de posibilidad es una función

$$\pi : U \rightarrow [0, 1] \quad (\text{D.16})$$

donde se asume  $\exists u \in U$  tal que  $\pi(u) = 1$ . Es habitual interpretar un conjunto difuso normal de uso disyuntivo como una distribución de posibilidad que define una restricción acerca del valor de una variable, donde el grado asociado a un elemento indica la posibilidad de que dicho elemento sea el valor que toma la variable, en el sentido del grado en que dicho valor es *plausible* o *no sorprendente*. Por otra parte, asumiendo  $U$  tal que todos sus subconjuntos son medibles, una medida de posibilidad es una función

$$\Pi : 2^U \rightarrow [0, 1] \quad (\text{D.17})$$

que cumple los siguientes axiomas:

*Axioma 1:*  $\Pi(\emptyset) = 0$

*Axioma 2:*  $\Pi(U) = 1$

*Axioma 3:*  $\Pi(V \cup W) = \max(\Pi(V), \Pi(W))$  para todo  $V$  y  $W$  tal que  $V \cap W = \emptyset$ .

De ello se deduce que, al igual que en probabilidad, la medida de posibilidad de un conjunto  $W \subseteq U$  está determinada por el comportamiento de sus elementos, en este caso mediante la expresión:

$$\Pi(W) = \max_{w \in W} \pi(w) \quad (\text{D.18})$$

Asimismo

$$\pi(w) = \Pi(\{w\}) \quad (\text{D.19})$$

es decir, existe una relación uno a uno entre distribuciones y medidas de posibilidad.

### d.6.2 Necesidad

Una medida de necesidad dual a una medida de posibilidad se define como una función

$$N : 2^U \rightarrow [0, 1] \quad (\text{D.20})$$

tal que para cualquier conjunto finito  $W \subseteq U$

$$N(W) = 1 - \Pi(\overline{W}) \quad (\text{D.21})$$

Es sencillo demostrar que  $N(W) \leq \Pi(W)$  para cualquier  $W \subseteq U$ . Asimismo,  $N(V \cap W) = \min(N(V), N(W))$ .

### d.6.3 Interpretación

Hay cuatro casos especiales que pueden interpretarse para un  $V \subseteq U$  como sigue:

- $N(V) = 1$  significa que  $V$  es necesario.  $V$  es ciertamente verdad, lo cual implica que  $\Pi(V) = 1$ .
- $\Pi(V) = 0$  significa que  $V$  es imposible.  $V$  es ciertamente falso, lo cual implica que  $N(V) = 0$ .
- $\Pi(V) = 1$  significa que  $V$  es posible. No me sorprendería en absoluto si ocurre  $V$ . Esto deja a  $N(V)$  sin restricciones.
- $N(V) = 0$  significa que  $V$  es innecesario. No me sorprendería en absoluto si  $V$  no ocurre. Esto deja a  $\Pi(V)$  sin restricciones.

En el caso  $\Pi(V) = 1$  y  $N(V) = 0$  no tenemos ninguna creencia o información acerca de  $V$ .



## BIBLIOGRAFÍA

---

- [1] ABOULMAGD, H.; EL-GAYAR, N. y ONSI, H.: «A new approach in content-based image retrieval using fuzzy». *Telecommunication Systems*, **2009**, 40(2), pp. 55–66.
- [2] ÁLVAREZ-ÁLVAREZ, A. y TRIVIÑO, G.: «Linguistic description of the human gait quality». *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, **2013**, 26(1), pp. 13 – 23. ISSN 0952-1976. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.engappai.2012.01.022>.
- [3] AMANTE, J.C. y FONSECA, M.J.: «Fuzzy Color Space Segmentation to Identify the Same Dominant Colors as Users». En: *DMS*, pp. 48–53, **2012**.
- [4] ANDREETTO, M.; ZELNIK-MANOR, L. y PERONA, P.: «Non-Parametric Probabilistic Image Segmentation». En: *Computer Vision, 2007. ICCV 2007. IEEE 11th International Conference on*, pp. 1–8. ISSN 1550-5499, **2007**. doi: [10.1109/ICCV.2007.4408968](http://dx.doi.org/10.1109/ICCV.2007.4408968).
- [5] ARDITO, C.; COSTABILE, M.F.; DESOLDA, G.; LANZILOTTI, R.; MATERA, M.; PICCINNO, A. y PICOZZI, M.: «User-driven visual composition of service-based interactive spaces». *Journal of Visual Languages & Computing*, **2014**, 25(4), pp. 278 – 296. ISSN 1045-926X. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jvlc.2014.01.003>.
- [6] ARGUELLES, L. y TRIVIÑO, G.: «I-struve: Automatic linguistic descriptions of visual double stars». *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, **2013**, 26(9), pp. 2083 – 2092. ISSN 0952-1976. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.engappai.2013.05.005>.
- [7] ARIFIN, A.Z. y ASANO, A.: «Image segmentation by histogram thresholding using hierarchical cluster analysis». *Pattern Recognition Letters*, **2006**, 27(13), pp. 1515 – 1521. ISSN 0167-8655. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.patrec.2006.02.022>.
- [8] BACKHAUS, W.; KLIEGL, R. y WERNER, J.S.: *Color vision: perspectives from different disciplines*. Walter de Gruyter, **1998**. ISBN 9783110154313.  
<http://books.google.com/books?id=Drdu0Sr0FegC>
- [9] BADRINARAYANAN, V.; PÉREZ, P.; LE CLERC, F. y OISEL, L.: «Probabilistic Color and Adaptive Multi-Feature Tracking with Dynamically Switched Priority Between Cues». En: *Computer Vision*,

2007. *ICCV 2007. IEEE 11th International Conference on*, pp. 1–8. ISSN 1550-5499, 2007. doi: 10.1109/ICCV.2007.4408955.
- [10] BANERJI, S.; SINHA, A. y LIU, C.: «New image descriptors based on color, texture, shape, and wavelets for object and scene image classification». *Neurocomputing*, 2013, 117(0), pp. 173 – 185. ISSN 0925-2312. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.neucom.2013.02.014>.
- [11] BARNARD, K.; DUYGULU, P.; FORSYTH, D.; DE FREITAS, N.; BLEI, D.M. y JORDAN, M.I.: «Matching words and pictures». *The Journal of Machine Learning Research*, 2003, 3, pp. 1107–1135.
- [12] BARRO, S.; BUGARÍN, A.; CARIÑENA, P. y DÍAZ-HERMIDA, F.: «A Framework for Fuzzy Quantification Models Analysis». *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2003, 11(1), pp. 89–99.
- [13] BARRO, S.; BUGARÍN, A.; CARIÑENA, P. y DÍAZ-HERMIDA, F.: «Voting-Model Based Evaluation of Fuzzy Quantified Sentences: A General Framework». *Fuzzy Sets and Systems*, 2004, 146(1), pp. 97–120.
- [14] BATEMAN, J.A.; HOIS, J.; ROSS, R. y TENBRINK, T.: «A linguistic ontology of space for natural language processing». *Artificial Intelligence*, 2010, 174(14), pp. 1027 – 1071. ISSN 0004-3702. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.artint.2010.05.008>.
- [15] BEG, I. y ASHRAF, S.: «Similarity measures for fuzzy sets». *Appl. and Comput. math.*, 2009, 8(2), pp. 192–202.
- [16] BĚLOHLÁVEK, R. y KLIR, G.J.: *Concepts and Fuzzy Logic*. MIT Press, 2011. ISBN 9780262016476. <http://books.google.es/books?id=fRHEvLhYzecC>
- [17] BEN ABDELALI, A. y MTIBAA, A.: «Toward hardware implementation of the compact color descriptor for real time video indexing». *Advances in Engineering Software*, 2005, 36(7), pp. 475 – 486. ISSN 0965-9978. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.advengsoft.2005.01.005>.
- [18] BENAVENTE, R.; VANRELL, M. y BALDRICH, R.: «A data set for fuzzy colour naming». *Color Research & Application*, 2006, 31(1), pp. 48–56.
- [19] BENAVENTE, R.; VANRELL, M. y BALDRICH, R.: «Parametric fuzzy sets for automatic color naming». *Journal of the Optical Society of America*, 2008, 25(10), pp. 2582–2593.

- [20] BERK, T.; BROWNSTON, L. y KAUFMAN, A.: «A new color-naming system for graphics languages». *IEEE Computer Graphics and Application*, **1982**, 2(3), pp. 37–44.
- [21] BERLIN, B. y KAY, P.: *Basic Color Terms: Their Universality and Evolution*. Anthropology, linguistics, psychology. University of California Press, **1991**. ISBN 9780520076358.  
<http://books.google.es/books?id=sGDxrul90kC>
- [22] BIANCONI, F.; FERNÁNDEZ, A.; GONZÁLEZ, E. y SAETTA, S.A.: «Performance analysis of colour descriptors for parquet sorting». *Expert Systems with Applications*, **2013**, 40(5), pp. 1636 – 1644. ISSN 0957-4174. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2012.09.007>.
- [23] BING, Z.; JUNYI, S. y QINKE, P.: «An adjustable algorithm for color quantization». *Pattern Recognition Letters*, **2004**, 25(16), pp. 1787 – 1797. ISSN 0167-8655. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.patrec.2004.07.005>.
- [24] BIRREN, F.: *Color and Human Response*. Van Nostrand Reinhold Co., **1978**. ISBN 9780442209612.  
<http://books.google.com/books?id=E409tuh1Q6AC>
- [25] BIRREN, F.: *Color Psychology and Color Therapy: A Factual Study of the Influence of Color on Human Life*. Kessinger Publishing, **2006**. ISBN 9781425424107.  
<http://books.google.com/books?id=utSjRYHEJ90C>
- [26] BLANCO, I.; DELGADO, M.; MARTÍN-BAUTISTA, M.J.; SÁNCHEZ, D. y VILA, M.A.: «Quantifier Guided Aggregation of Fuzzy Criteria with Associated Importances». En: T. Calvo; R. Mesiar y G. Mayor (Eds.), *Aggregation Operators. New Trends and Applications. Studies in Fuzziness and Soft Computing Series.*, pp. 272–287. Physica-Verlag, **2002**.
- [27] BOSC, P. y LIETARD, L.: «Monotonic Quantified Statements and Fuzzy Integrals». En: *Proc. NAFIPS/IFIS/NASA Conference*, pp. 8–12, **1994**.
- [28] BOSC, P. y LIETARD, L.: «On the Comparison of the Sugeno and the Choquet Fuzzy Integrals for the Evaluation of Quantified Statements». En: *Proc. of EUFIT'95*, pp. 709–716, **1995**.
- [29] BOYNTON, R.M.; MACLAURY, R.E. y UCHIKAWA, K.: «Centroids of color categories compared by two methods». *Color Research & Application*, **1989**, 14(1), pp. 6–15. ISSN 1520-6378. doi: 10.1002/col.5080140105.

- [30] BOYNTON, R.M. y OLSON, C.X.: «Locating basic colors in the OSA space». *Color Research and Application*, **1987**, 12(2), pp. 94–105.
- [31] BOYNTON, R.M. y OLSON, C.X.: «Salience of chromatic basic color terms confirmed by three measures». *Vision Research*, **1990**, 30(9), pp. 1311 – 1317. ISSN 0042-6989. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0042-6989\(90\)90005-6](http://dx.doi.org/10.1016/0042-6989(90)90005-6).
- [32] BOYNTON, R.M. y PURL, K.F.: «Categorical colour perception under low-pressure sodium lighting with small amounts of added incandescent illumination». *Lighting Research and Technology*, **1989**, 21(1), pp. 23–27. doi: [10.1177/096032718902100104](https://doi.org/10.1177/096032718902100104).
- [33] CAETANO, T.S. y BARONE, D.: «A probabilistic model for the human skin color». En: *Image Analysis and Processing, 2001. Proceedings. 11th International Conference on*, pp. 279–283, **2001**. doi: [10.1109/ICIAP.2001.957022](https://doi.org/10.1109/ICIAP.2001.957022).
- [34] CASASNOVAS, J. y TORRENS, J.: «Scalar Cardinalities of Finite Fuzzy Sets for t-Norms and t-Conorms». *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, **2003**, 11(5), pp. 599–614.
- [35] CELIK, T.: «Two-dimensional histogram equalization and contrast enhancement». *Pattern Recognition*, **2012**, 45(10), pp. 3810 – 3824. ISSN 0031-3203. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.patcog.2012.03.019>.
- [36] CHAMORRO-MARTÍNEZ, J. y MARTÍNEZ-JIMÉNEZ, P.: «Fuzzy Sets for Image Texture Modelling based on Human Distinguishability of Coarseness», **2009**, pp. 229–236.
- [37] CHAMORRO-MARTÍNEZ, J. y MARTÍNEZ-JIMÉNEZ, P.: «An adaptive fuzzy approach for texture modelling». En: *Proceedings IEEE WCCI 2010*, pp. 624–629, **2010**.
- [38] CHAMORRO-MARTÍNEZ, J.; MARTÍNEZ-JIMÉNEZ, P. y SOTO-HIDALGO, J.M.: «A Fuzzy Approach for Retrieving Images in Databases using Dominant Color and Texture Descriptors». En: *Proceedings IEEE WCCI 2010*, pp. 88–94, **2010**.
- [39] CHAMORRO-MARTÍNEZ, J.; MEDINA, J.M.; BARRANCO, C.; GALÁN-PERALES, E. y SOTO-HIDALGO, J.M.: «Retrieving Images in Fuzzy Object-Relational Databases using Dominant Color Descriptors». *Fuzzy Sets and Systems*, **2007**, 158(3), pp. 312–324.
- [40] CHAMORRO-MARTÍNEZ, J.; SÁNCHEZ, D. y SOTO-HIDALGO, J. M.: «A novel histogram definition for fuzzy color spaces». En: *Fuzzy*



- Systems, 2008. FUZZ-IEEE 2008. (IEEE World Congress on Computational Intelligence). IEEE International Conference on*, pp. 2149–2156. ISSN 1098-7584, 2008. doi: 10.1109/FUZZY.2008.4630667.
- [41] CHAMORRO-MARTÍNEZ, J.; SOTO-HIDALGO, J.M.; SÁNCHEZ, D. y MARTÍNEZ-JIMÉNEZ, P.: «An Approach for Fuzzy Dominant Color Descriptor». En: *The 2011 IFSA World Congress*, pp. 1–6, 2011.
- [42] CHANG, C.C. y LEE, C.F.: «A spatial match retrieval mechanism for symbolic pictures». *Journal of Systems and Software*, 1998, 44(1), pp. 73 – 83. ISSN 0164-1212. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/S0164-1212\(98\)10044-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0164-1212(98)10044-4).
- [43] CHANG, C.C. y LEE, S.Y.: «Retrieval of similar pictures on pictorial databases». *Pattern Recognition*, 1991, 24(7), pp. 675 – 680. ISSN 0031-3203. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0031-3203\(91\)90034-3](http://dx.doi.org/10.1016/0031-3203(91)90034-3).
- [44] CHANG, S.: «Content-based indexing and retrieval of visual information». *IEEE Signal Processing Magazine*, 1997, 14(4), pp. 45–48.
- [45] CHANG, S.K. y YANG, C.C.: «Picture information measures for similarity retrieval». *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 1983, 23(3), pp. 366 – 375. ISSN 0734-189X. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0734-189X\(83\)90034-8](http://dx.doi.org/10.1016/0734-189X(83)90034-8).
- [46] CHATZICHRISTOFIS, S.A. y BOUTALIS, Y.S.: «FCTH: Fuzzy Color and Texture Histogram - A Low Level Feature for Accurate Image Retrieval». En: *Image Analysis for Multimedia Interactive Services, 2008. WIAMIS '08. Ninth International Workshop on*, pp. 191 –196, 2008. doi: 10.1109/WIAMIS.2008.24.
- [47] CHENG, S.C.; CHOU, T.C.; YANG, C.L. y CHANG, H.Y.: «A semantic learning for content-based image retrieval using analytical hierarchy process». *Expert Systems with Applications*, 2005, 28(3), pp. 495 – 505. ISSN 0957-4174. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2004.12.011>.
- [48] CHENG, S.C. y YANG, C.K.: «A fast and novel technique for color quantization using reduction of color space dimensionality». *Pattern Recognition Letters*, 2001, 22(8), pp. 845 – 856. ISSN 0167-8655. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/S0167-8655\(01\)00025-3](http://dx.doi.org/10.1016/S0167-8655(01)00025-3).
- [49] CHOI, S.; CHOI, J.; YOO, S.; KIM, H. y LEE, Y.: «Semantic concept-enriched dependence model for medical information retrieval». *Journal of Biomedical Informatics*, 2014, 47(0), pp. 18 – 27. ISSN 1532-0464. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jbi.2013.08.013>.

- [50] CHUANG, J.; STONE, M. y HANRAHAN, P.: «A Probabilistic Model of the Categorical Association between Colors». En: *Color Imaging Conference*, pp. 6–11, 2008.
- [51] CHUNG, F.L. y FUNG, B.Y.M.: «Fuzzy Color Quantization and Its Application to Scene Change Detection». En: *Proceedings of the 5th ACM SIGMM International Workshop on Multimedia Information Retrieval*, MIR '03, pp. 157–162. ACM, New York, NY, USA. ISBN 1-58113-778-8, 2003. doi: 10.1145/973264.973290.
- [52] CHUNG, K.P.; LI, J.B.; FUNG, C.C. y WONG, K.W.: «A parallel architecture for feature extraction in content-based image retrieval system». *IEEE Conf. on Cybernetics and Intelligent Systems*, 2004, 1, pp. 468–473.
- [53] COOK, R.S.; KAY, P. y REGIER, T.: «The World Color Survey database: History and use». En: In H. Cohen and C. Lefebvre (Eds.), *Handbook of Categorization in Cognitive Science*, pp. 223–242. Elsevier, 2005.
- [54] CORNELIS, C.; VAN DER DONCK, C. y KERRE, E.E.: «Sinha-Dougherty approach to the fuzzification of set inclusion revisited». *Fuzzy Sets and Systems*, 2003, 134, pp. 283–295.
- [55] CUBERO, J.C.; MEDINA, J.M.; PONS, O. y VILA, M.A.: «Using OWA Operator in Flexible Query Processing». En: R.R. Yager y J. Kacprzyk (Eds.), *The Ordered Weighted Averaging Operators: Theory, Methodology and Applications*, pp. 258–274. Kluwer Academic Publishers, 1997.
- [56] CUI, L. y LI, Y.: «Linguistic Quantifiers Based on Choquet Integrals». *Int. Journal of Approximate Reasoning*, 2008, 48, pp. 559–582.
- [57] DA SILVA, S.F.; RIBEIRO, M.X.; NETO, J.E.S. BATISTA; TRAINA-JR., C. y TRAINA, A.J.M.: «Improving the ranking quality of medical image retrieval using a genetic feature selection method». *Decision Support Systems*, 2011, 51(4), pp. 810 – 820. ISSN 0167-9236. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.dss.2011.01.015>.
- [58] DAI, Y. y CAI, D.: «Imagery-Based Digital Collection Retrieval on Web Using Compact Perception Features». En: *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Web Intelligence, IEEE/WIC/ACM'2005*, pp. 572–576, 2005.
- [59] DATTA, R.; JOSHI, D.; LI, J. y WANG, J.Z.: «Image Retrieval: Ideas, Influences, and Trends of the New Age». *ACM Comput. Surv.*, 2008, 40(2), pp. 5:1–5:60. ISSN 0360-0300. doi: 10.1145/1348246.1348248.

- [60] DEL BIMBO, A.: *Visual Information Retrieval*. Morgan Kaufmann Publishers Inc., San Francisco, CA, USA, **1999**. ISBN 1-55860-624-6.
- [61] DELGADO, M.; MARTÍN-BAUTISTA, M.J.; SÁNCHEZ, D. y VILA, M.A.: «A Probabilistic Definition of a Nonconvex Fuzzy Cardinality». *Fuzzy Sets and Systems*, **2002**, 126(2), pp. 41–54.
- [62] DELGADO, M.; RUIZ, M.D. y SÁNCHEZ, D.: «Level-based fuzzy generalized quantification». *Fuzzy Sets and Systems*, submitted, **2014**.
- [63] DELGADO, M.; RUIZ, M.D.; SÁNCHEZ, D. y VILA, M.A.: «Fuzzy quantification: a state of the art». *Fuzzy Sets and Systems*, **2014**, 242(0), pp. 1 – 30. ISSN 0165-0114. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.fss.2013.10.012>.
- [64] DELGADO, M.; SÁNCHEZ, D. y VILA, M.A.: «Fuzzy Cardinality Based Evaluation of Quantified Sentences». *International Journal of Approximate Reasoning*, **2000**, 23, pp. 23–66.
- [65] DEMIREL, H. y ANBARJAFARI, G.: «A new face recognition system based on color histogram matching». En: *Signal Processing, Communication and Applications Conference, 2008. SIU 2008. IEEE 16th*, pp. 1–4, **2008**. doi: 10.1109/SIU.2008.4632688.
- [66] DÍAZ-HERMIDA, F.; BUGARÍN, A. y BARRO, S.: «Definition and classification of semi-fuzzy quantifiers for the evaluation of fuzzy quantified sentences». *International Journal of Approximate Reasoning*, **2003**, 34, pp. 49–88.
- [67] DING, X.; SUN, L. y LUO, Y.: «Shell histogram equalization of color images». *Optik - International Journal for Light and Electron Optics*, **2014**, 125(13), pp. 3350 – 3354. ISSN 0030-4026. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijleo.2013.12.071>.
- [68] DOULAMIS, A. y DOULAMIS, N.: «Fuzzy histograms for efficient visual content representation: application to content-based image retrieval». En: *IEEE International Conference on Multimedia and Expo*, pp. 893–896, **2001**.
- [69] DUARTE, A.; RANGANATH, C.; WINWARD, L.; HAYWARD, D. y KNIGHT, R.T.: «Dissociable neural correlates for familiarity and recollection during the encoding and retrieval of pictures». *Cognitive Brain Research*, **2004**, 18(3), pp. 255 – 272. ISSN 0926-6410. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cogbrainres.2003.10.010>.
- [70] DUBOIS, D. y PRADE, H.: *Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications*. Academic Press, **1980**.

- [71] DUBOIS, D. y PRADE, H.: «Fuzzy Cardinality and the Modeling of Imprecise Quantification». *Fuzzy Sets and Systems*, **1985**, 16, pp. 199–230.
- [72] DUBOIS, D. y PRADE, H.: «Incomplete conjunctive information». *Computers & mathematics with applications*, **1988**, 15, pp. 797–810.
- [73] DUBOIS, D. y PRADE, H.: «Possibility Theory, Probability Theory and Multiple-Valued Logics: A Clarification». *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, **2001**, 32(1-4), pp. 35–66. ISSN 1012-2443. doi: 10.1023/A:1016740830286.
- [74] DUBOIS, D. y PRADE, H.: «Fuzzy Intervals versus Fuzzy Numbers: Is There a Missing Concept in Fuzzy Set Theory?» En: *Linz Seminar 2005 Abstracts*, pp. 45–46, **2005**.
- [75] DUBOIS, D. y PRADE, H.: «Gradual Elements in a Fuzzy Set». *Soft Computing*, **2008**, 12, pp. 165–175.
- [76] DUBOIS, D. y PRADE, H.: «Gradualness, uncertainty and bipolarity: Making sense of fuzzy sets». *Fuzzy Sets and Systems*, **2010**, In Press, Corrected Proof.
- [77] DUBOIS, D. y PRADE, H.: *Fundamentals of Fuzzy Sets*. The Handbooks of Fuzzy Sets, **2012**. ISBN 9781461369943. <http://books.google.es/books?id=8zIfnwEACAAJ>
- [78] EAKINS, J.; GRAHAM, M.; EAKINS, J.; GRAHAM, M. y FRANKLIN, T.: «Content-based Image Retrieval». *Library and Information Briefings*, **1999**, 85, pp. 1–15.
- [79] EKIN, A. y TEKALP, A.M.: «Robust dominant color region detection and color-based applications for sports video». En: *Proc. of the Int. Conf. on Image Processing, ICIP'2003*, volumen 1, pp. 21–24, **2003**.
- [80] EL-GAYAR, M.M.; SOLIMAN, H. y MEKY, N.: «A comparative study of image low level feature extraction algorithms». *Egyptian Informatics Journal*, **2013**, 14(2), pp. 175 – 181. ISSN 1110-8665. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.eij.2013.06.003>.
- [81] ELALAMI, M.E.: «A new matching strategy for content based image retrieval system». *Applied Soft Computing*, **2014**, 14, Part C(0), pp. 407 – 418. ISSN 1568-4946. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.asoc.2013.10.003>.
- [82] FALOMIR, Z.; MUSEROS, LL.; GONZÁLEZ-ABRIL, L.; ESCRIG, M.T. y ORTEGA, J.A.: «A model for the qualitative description of images based on visual and spatial features». *Computer Vision and Image*

- Understanding*, **2012**, 116(6), pp. 698 – 714. ISSN 1077-3142. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cviu.2012.01.007>.
- [83] FAN, Z.G. y LU, B.L.: «An Adjusted Gaussian Skin-Color Model Based on Principal Component Analysis». En: Fu-Liang Yin; Jun Wang y Chengan Guo (Eds.), *Advances in Neural Networks*, volumen 3173 de *Lecture Notes in Computer Science*, pp. 804–809. Springer Berlin Heidelberg, **2004**. ISBN 978-3-540-22841-7. doi: 10.1007/978-3-540-28647-9\_132.
- [84] FARRUGGIA, A.; MAGRO, R. y VITABILE, S.: «A text based indexing system for mammographic image retrieval and classification». *Future Generation Computer Systems*, **2014**, 37(0), pp. 243 – 251. ISSN 0167-739X. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.future.2014.02.008>.
- [85] FEISNER, E.A.: *Colour: how to use colour in art and design*. Laurence King, **2006**. ISBN 9781856694414.  
<http://books.google.es/books?id=uw0JRpdKQ6MC>
- [86] FENG, Y.; XIAO, J.; ZHA, Z.; ZHANG, H. y YANG, Y.: «Active learning for social image retrieval using Locally Regressive Optimal Design». *Neurocomputing*, **2012**, 95(0), pp. 54 – 59. ISSN 0925-2312. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.neucom.2011.06.037>. Learning from Social Media Network.
- [87] FU, Z. y WANG, L.: «Color Image Segmentation Using Gaussian Mixture Model and EM Algorithm». En: FuLee Wang; Jingsheng Lei; RynsonW.H. Lau y Jingxin Zhang (Eds.), *Multimedia and Signal Processing*, volumen 346 de *Communications in Computer and Information Science*, pp. 61–66. Springer Berlin Heidelberg, **2012**. ISBN 978-3-642-35285-0. doi: 10.1007/978-3-642-35286-7\_9.
- [88] FUERTES, J. M.; LUCENA, M.; PÉREZ DE LA BLANCA, N. y CHAMORRO-MARTÍNEZ, J.: «A scheme of colour image retrieval from databases». *Pattern Recognition Letters*, **2001**, 22(3-4), pp. 323–337.
- [89] FUKUSHIMA, K.; KAWATA, H.; FUJIWARA, Y. y GENNO, H.: «Human sensory perception oriented image processing in a color copy system». *International Journal of Industrial Ergonomics*, **1995**, 15(1), pp. 63–74.
- [90] GABBOUJ, M.; BIRINCI, M. y KIRANYAZ, S.: «Perceptual color descriptor based on a spatial distribution model: Proximity histograms». En: *Multimedia Computing and Systems, 2009. ICMCS '09. International Conference on*, pp. 144 –149, **2009**. doi: 10.1109/MMCS.2009.5256714.

- [91] GAGE, J.: *Color and meaning: art, science, and symbolism*. University of California Press, 2000. ISBN 9780520226111.  
<http://books.google.com/books?id=EU74cB7kMMsC>
- [92] GÄRDENFORS, P.: *Conceptual Spaces: The Geometry of Thought*. A Bradford book. Bradford Bks, 2004. ISBN 9780262572194.  
<http://books.google.es/books?id=FSLFjw1EcBwC>
- [93] GÄRDENFORS, P.: *The Geometry of Meaning: Semantics Based on Conceptual Spaces*. MIT Press, 2014. ISBN 9780262026789.  
<http://books.google.es/books?id=QD0kAgAAQBAJ>
- [94] GEGENFURTNER, K.R. y SHARPE, L.T.: *Color vision: from genes to perception*. Cambridge University Press, 2001. ISBN 9780521004398.  
<http://books.google.com/books?id=4zQMQLLVkFYC>
- [95] GERVAUTZ, M. y PURGATHOFER, W.: «A Simple Method for Color Quantization: Octree Quantization». En: Nadia Magnenat-Thalmann y Daniel Thalmann (Eds.), *New Trends in Computer Graphics*, pp. 219–231. Springer Berlin Heidelberg, 1988. ISBN 978-3-642-83494-3. doi: 10.1007/978-3-642-83492-9\_20.
- [96] GEUSEBROEK, J.M.; VAN DEN BOOMGAARD, R.; SMEULDERS, A.W.M. y DEV, A.: «Color and Scale: The Spatial Structure of Color Images». En: *Computer Vision - ECCV 2000*, volumen 1842 de *Lecture Notes in Computer Science*, pp. 331–341. Springer Berlin Heidelberg, 2000. ISBN 978-3-540-67685-0. doi: 10.1007/3-540-45054-8\_22.
- [97] GEVERS, T.; GIJSENJ, A.; VAN DE WEIJER, J. y GEUSEBROEK, J.M.: *Color in Computer Vision: Fundamentals and Applications*. The Wiley-IS&T Series in Imaging Science and Technology. Wiley, 2012. ISBN 9781118350072.  
[http://books.google.es/books?id=407Fl2\\_KGmC](http://books.google.es/books?id=407Fl2_KGmC)
- [98] GHOSH, P.; ANTANI, S.; LONG, L.R. y THOMA, G.R.: «Review of medical image retrieval systems and future directions». En: *Computer-Based Medical Systems (CBMS), 2011 24th International Symposium on*, pp. 1–6. ISSN 1063-7125, 2011. doi: 10.1109/CBMS.2011.5999142.
- [99] GILLET, A.; MACAIRE, L.; BOTTE-LECOQC, C. y POSTAIRE, J.G.: «Color image segmentation by fuzzy morphological transformation of the 3D color histogram». En: *Fuzzy Systems, 2001. The 10th IEEE International Conference on*, volumen 2, pp. 824 vol.3–, 2001. doi: 10.1109/FUZZ.2001.1009082.

- [100] GLÖCKNER, I.: «DFS - an Axiomatic Approach to Fuzzy Quantification». *Informe técnico TR97-06*, Technical Faculty, University Bielefeld, 33501 Bielefeld, Germany, **1997**.
- [101] GLÖCKNER, I.: «Fundamentals of Fuzzy Quantification». *Informe técnico TR2002-07*, Technical Faculty, University Bielefeld, 33501 Bielefeld, Germany, **2002**.
- [102] GLÖCKNER, I.: «Evaluation of Quantified Propositions in Generalized Models of Fuzzy Quantification». *Int. Journal of Approximate Reasoning*, **2004**, 37, pp. 93–126.
- [103] GLÖCKNER, I.: «Generalized Fuzzy Quantifiers and the Modeling of Fuzzy Branching Quantification». *International Journal of Intelligent Systems*, **2009**, 24, pp. 624–648.
- [104] GOETHE, J.W. y EASTLAKE, C.L.: *Theory of Colours*. Dover Publications, **2006**. ISBN 9780486448053.  
[http://books.google.com/books?id=lk1\\_PwAACAAJ](http://books.google.com/books?id=lk1_PwAACAAJ)
- [105] GONG, Y.; CHUAN, C. y XIAOYI, G.: «Image indexing and retrieval based on color histograms». *Multimedia Tools and Applications*, **1996**, 2(2), pp. 133–156. ISSN 1380-7501. doi: 10.1007/BF00672252.
- [106] GONZÁLEZ-JIMÉNEZ, J.: *Visión por Computador*. Paraninfo, **2000**.
- [107] GOURAS, P.: *The Perception of colour*. Perception of Colour. CRC Press, **1991**. ISBN 9780849375064.  
<http://books.google.com/books?id=hvJqAAAAMAAJ>
- [108] GREEN, P. y MACDONALD, L.: *Colour Engineering: Achieving Device Independent Colour*. Wiley Series in Display Technology. Wiley, **2011**. ISBN 9780470854136.  
<http://books.google.es/books?id=3ed77LYEweEC>
- [109] GRUBINGER, M.; CLOUGH, P.; MÜLLER, H. y DESELAERS, T.: «The iapr tc-12 benchmark: A new evaluation resource for visual information systems». En: *International Workshop OntoImage*, pp. 13–23, **2006**.
- [110] GUEST, S. y VAN LAAR, D.: «The structure of colour naming space». *Vision Research*, **2000**, 40(7), pp. 723 – 734. ISSN 0042-6989. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/S0042-6989\(99\)00221-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0042-6989(99)00221-7).
- [111] GUEST, S. y VAN LAAR, D.: «The effect of name category and discriminability on the search characteristics of colour sets». *Perception*, **2002**, 31(4), pp. 445–461.

- [112] HAN, J. y MA, K.K.: «Fuzzy color histogram: an efficient color feature for image indexing and retrieval». En: *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2000. ICASSP '00. Proceedings. 2000 IEEE International Conference on*, volumen 6, pp. 2011–2014 vol.4. ISSN 1520-6149, **2000**. doi: 10.1109/ICASSP.2000.859227.
- [113] HAN, J. y MA, K.K.: «Fuzzy color histogram and its use in color image retrieval». *IEEE Transactions on Image Processing*, **2004**, 11(8), pp. 944–952.
- [114] HASHEM, H.F.; AMIN, A. y AL-SHERBINY, A.: «Application of Color Histogram to Human Face Detection». En: *Information and Communication Technologies: From Theory to Applications, 2008. ICTTA 2008. 3rd International Conference on*, pp. 1–6, **2008**. doi: 10.1109/ICTTA.2008.4530126.
- [115] HASSANPOUR, R.; SHAHBAHRAMI, A. y WONG, S.: «Adaptive Gaussian Mixture Model for Skin Color Segmentation». En: *Proceedings Of World Academy Of Science, Engineering And Technology*, volumen 31, pp. 1–6. ISSN 1307-6884, **2008**.
- [116] HECKBERT, P.: «Color Image Quantization for Frame Buffer Display». *SIGGRAPH Comput. Graph.*, **1982**, 16(3), pp. 297–307. ISSN 0097-8930. doi: 10.1145/965145.801294.
- [117] HEER, J. y STONE, M.: «Color Naming Models for Color Selection, Image Editing and Palette Design». En: *Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems, CHI '12*, pp. 1007–1016. ACM, New York, NY, USA. ISBN 978-1-4503-1015-4, **2012**. doi: 10.1145/2207676.2208547.
- [118] HILTNER, J.; FATHI, M. y REUSCH, B.: «An approach to use linguistic and model-based fuzzy expert knowledge for the analysis of {MRT} images». *Image and Vision Computing*, **2001**, 19(4), pp. 195 – 206. ISSN 0262-8856. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/S0262-8856\(00\)00068-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0262-8856(00)00068-8).
- [119] HOFFMANN, A. y MENOZZI, M.: «Applying the Ishihara test to a PC-based screening system». *Displays*, **1999**, 20(1), pp. 39 – 47. ISSN 0141-9382. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/S0141-9382\(98\)00053-5](http://dx.doi.org/10.1016/S0141-9382(98)00053-5).
- [120] HOFMANN, T.: «Probabilistic latent semantic analysis». En: *Proceedings of the Fifteenth conference on Uncertainty in artificial intelligence*, pp. 289–296. Morgan Kaufmann Publishers Inc., **1999**.
- [121] HOFMANN, T.: «Unsupervised Learning by Probabilistic Latent Semantic Analysis». *Mach. Learn.*, **2001**, 42(1-2), pp. 177–196. ISSN 0885-6125. doi: 10.1023/A:1007617005950.



- [122] HSIEH, I.S. y FAN, K.C.: «An adaptive clustering algorithm for color quantization». *Pattern Recognition Letters*, **2000**, 21(4), pp. 337 – 346. ISSN 0167-8655. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/S0167-8655\(99\)00165-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0167-8655(99)00165-8).
- [123] HSIEH, T. J. y CHEN, I. P.: «Categorical formation of Mandarin color terms at different luminance levels». *Color Research & Application*, **2011**, 36(6), pp. 449–461. ISSN 1520-6378. doi: 10.1002/col.20638.  
<http://dx.doi.org/10.1002/col.20638>
- [124] HSU, C.C.; CHU, W.W. y TAIRA, R.K.: «A knowledge-based approach for retrieving images by content». *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, **1996**, 8(4), pp. 522–532.
- [125] HUANG, Z.C.; CHAN, P.P.; NG, W.W.Y. y YEUNG, D.S.: «Content-based image retrieval using color moment and Gabor texture feature». En: *Machine Learning and Cybernetics (ICMLC), 2010 International Conference on*, volumen 2, pp. 719 –724, **2010**. doi: 10.1109/ICMLC.2010.5580566.
- [126] ITTEN, J.: *The art of color: the subjective experience and objective rationale of color*. John Wiley, **1974**. ISBN 9780471289289.  
<http://books.google.com/books?id=D-skaDZAumIC>
- [127] JAIN, R.; MURTHY, S.N.J.; CHEN, P.L.-J. y CHATTERJEE, S.: «Similarity measures for image databases». En: *Fuzzy Systems, 1995. International Joint Conference of the Fourth IEEE International Conference on Fuzzy Systems and The Second International Fuzzy Engineering Symposium., Proceedings of 1995 IEEE Int*, volumen 3, pp. 1247–1254, **1995**. doi: 10.1109/FUZZY.1995.409843.
- [128] JAMESON, K.A. y ALVARADO, N.: «Differences in Color Naming and Color Salience in Vietnamese and English». *Color Research & Application*, **2003**, 28(2), pp. 225–232. ISSN 1520-6378. doi: 10.1002/col.10131.
- [129] JOY, G. y XIANG, Z.: «Center-cut for color-image quantization». *The Visual Computer*, **1993**, 10(1), pp. 62–66. ISSN 0178-2789. doi: 10.1007/BF01905532.
- [130] JUANG, C.F.; SUN, W.K. y CHEN, G.C.: «Object detection by color histogram-based fuzzy classifier with support vector learning». *Neurocomputing*, **2009**, 72(10-12), pp. 2464 – 2476. ISSN 0925-2312. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.neucom.2008.11.016>. Lattice Computing and Natural Computing (JCIS 2007) / Neural Networks in Intelligent Systems Designn (ISDA 2007).

- [131] KADIR, A.; NUGROHO, L.E.; SUSANTO, A. y SANTOSA, I.: «Fuzzy Colors Application on Foliage Plant Retrieval». *Int. J. of Data Modeling and Knowledge Management*, **2011**, 1(2).
- [132] KAMSU-FOGUEM, B.; TCHUENTE-FOGUEM, G.; ALLART, L.; ZENNIR, Y.; VILHELM, C.; MEHDAOUI, H.; ZITOUNI, D.; HUBERT, H.; LEMDANI, M. y RAVAUX, P.: «User-centered visual analysis using a hybrid reasoning architecture for intensive care units». *Decision Support Systems*, **2012**, 54(1), pp. 496 – 509. ISSN 0167-9236. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.dss.2012.06.009>.
- [133] KARAMAN, M.; GOLDMANN, L. y SIKORA, T.: «A new segmentation approach using Gaussian color model and temporal information». En: *Visual Communications and Image Processing 2006*, volumen 6077 de *SPIE Proceedings*, pp. 331–341, **2006**. ISBN 978-3-540-67685-0.
- [134] KAY, P. y MCDANIEL, C.K.: «The linguistic significance of the meaning soft basic color terms». *Language*, **1978**, 3(54), pp. 610–646.
- [135] KELLY, K.L.; GIBSON, K.S. y NICKERSON, D.: «Tristimulus specification of the Munsell Book of Color from spectrophotometric measurements». *JOSA*, **1943**, 33(7), pp. 355–375.
- [136] KELLY, K.L. y JUDD, D.B.: *Color: Universal Language and Dictionary of Names*. Número no. 440 en National Bureau of Standards special publication. U.S. Department of Commerce, National Bureau of Standards, **1976**.  
<http://books.google.es/books?id=k5JALNg75TcC>
- [137] KELLY, K.L.; JUDD, D.B. y INTER-SOCIETY COLOR COUNCIL AND UNITED STATES. NATIONAL BUREAU OF STANDARDS: *The ISCC-NBS Method of Designating Colors and a Dictionary of Color Names: Supplement*. Circular of the National Bureau of Standards. U.S. Department of Commerce, National Bureau of Standards, **1955**.  
<http://books.google.es/books?id=GoaAAAAIAAJ>
- [138] KERRE, E.E. y NACHTEGAEL, M.: *Fuzzy Techniques in Image Processing*. Studies in Fuzziness and Soft Computing. Physica-Verlag, **2000**. ISBN 9783790813043.  
[http://books.google.es/books?id=\\_k5FkD7hEMsC](http://books.google.es/books?id=_k5FkD7hEMsC)
- [139] KIM, D.W. y LEE, K.H.: «Fuzzy color model and clustering algorithm for color clustering problem». En: *First International Conference on Information and Management Sciences*, pp. 205–2014, **2002**.

- [140] KIM, W. y KIM, C.: «Background Subtraction for Dynamic Texture Scenes Using Fuzzy Color Histograms». *Signal Processing Letters, IEEE*, **2012**, 19(3), pp. 127–130. ISSN 1070-9908. doi: 10.1109/LSP.2011.2182648.
- [141] KIRANYAZ, S.; BIRINCI, M. y GABBOUJ, M.: «Perceptual color descriptor based on spatial distribution: A top-down approach». *Image and Vision Computing*, **2010**, 28(8), pp. 1309 – 1326. ISSN 0262-8856. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.imavis.2010.01.012>.
- [142] KIRANYAZ, S.; UHLMANN, S. y GABBOUJ, M.: «Dominant Color Extraction Based on Dynamic Clustering by Multi-dimensional Particle Swarm Optimization». En: *Seventh International Workshop on Content-Based Multimedia Indexing, 2009. CBMI '09.*, pp. 181 – 188, **2009**.
- [143] KLIR, G.J.; CLAIR, U.H.S. y YUAN, B.: *Fuzzy Set Theory: Foundations and Applications*. Prentice Hall, **1997**. ISBN 9780133410587. <http://books.google.es/books?id=DNxQAAAMAAJ>
- [144] KLIR, G.J. y YUAN, B.: *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications*. Prentice Hall PTR, **1995**. ISBN 9780131011717. <http://books.google.es/books?id=A0hQAAAMAAJ>
- [145] KONSTANTINIDIS, K.; GASTERATOS, A. y ANDREADIS, I.: «Image retrieval based on fuzzy color histogram processing». *Optics Communications*, **2005**, 248(4-6), pp. 375 – 386. ISSN 0030-4018. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.optcom.2004.12.029>.
- [146] KORFHAGE, R.R.: *Information Storage and Retrieval*. Wiley and Sons, **1997**.
- [147] KÜÇÜKTUNÇ, O.; GÜDÜKBAY, U. y ULUSOY, Ö.: «Fuzzy Color Histogram-based Video Segmentation». *Computer Vision and Image Understanding*, **2010**, 114(1), pp. 125–134.
- [148] KURTZ, C.; DEPEURSINGE, A.; NAPEL, S.; BEAULIEU, C.F. y RUBIN, D.L.: «On combining image-based and ontological semantic dissimilarities for medical image retrieval applications». *Medical Image Analysis*, **2014**, 18(7), pp. 1082 – 1100. ISSN 1361-8415. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.media.2014.06.009>.
- [149] KURTZ, C.; GANĀŚARSKI, P.; PASSAT, N. y PUISSANT, A.: «A hierarchical semantic-based distance for nominal histogram comparison». *Data And Knowledge Engineering*, **2013**, 87(o), pp. 206 – 225. ISSN 0169-023X. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.datak.2013.06.002>.

- [150] KURUGOLLU, F.; SANKUR, B. y HARMANCI, A.E.: «Color image segmentation using histogram multithresholding and fusion». *Image and Vision Computing*, **2001**, 19(13), pp. 915 – 928. ISSN 0262-8856. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/S0262-8856\(01\)00052-X](http://dx.doi.org/10.1016/S0262-8856(01)00052-X).
- [151] LAMB, T. y BOURRIAU, J.: *Colour: art & science*. The Darwin College lectures. Cambridge University Press, **1995**. ISBN 9780521499637. <http://books.google.com/books?id=tr0fBzG2uv0C>
- [152] LAMMENS, J.M.: «A Computational Model of Color Perception and Color Naming». *Informe técnico 94-26*, **1994**.
- [153] LATTUADA, R.: *A triangulation based approach to three dimensional geoscientific modelling*. Tesis doctoral, University of London, **1998**.
- [154] LAY, J.A. y GUAN, L.: «Concept-based retrieval of art documents». En: *Proceedings of the 2nd international conference on Image and video retrieval*, CIVR'03, pp. 383–393. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg. ISBN 3-540-40634-4, **2003**.
- [155] LEW, M.S.; SEBE, N.; DJERABA, C. y JAIN, R.: «Content-based Multimedia Information Retrieval: State of the Art and Challenges». *ACM Trans. Multimedia Comput. Commun. Appl.*, **2006**, 2(1), pp. 1–19. ISSN 1551-6857. doi: 10.1145/1126004.1126005.
- [156] LI, A. y BAO, X.: «Extracting Image Dominant Color Features based on Region Growing». En: *International Conference on Web Information Systems and Mining (WISM)*, 2010, pp. 120 – 123, **2010**.
- [157] LI, Q.; LUO, S. y SHI, Z.I.: «Fuzzy aesthetic semantics description and extraction for art image retrieval». *Computers & Mathematics with Applications*, **2009**, 57(6), pp. 1000 – 1009. ISSN 0898-1221. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.camwa.2008.10.058>. Advances in Fuzzy Sets and Knowledge Discovery.
- [158] LI, X.; YUAN, T.; YU, N. y YUAN, Y.: «Adaptive color quantization based on perceptive edge protection». *Pattern Recognition Letters*, **2003**, 24(16), pp. 3165 – 3176. ISSN 0167-8655. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.patrec.2003.08.010>.
- [159] LI, Z.; SHI, Z.; LIU, X. y SHI, Z.: «Modeling continuous visual features for semantic image annotation and retrieval». *Pattern Recognition Letters*, **2011**, 32(3), pp. 516 – 523. ISSN 0167-8655. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.patrec.2010.11.015>.

- [160] LI, Z.; SHI, Z.; ZHAO, W.; LI, Z. y TANG, Z.: «Learning semantic concepts from image database with hybrid generative/discriminative approach». *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, **2013**, 26(9), pp. 2143 – 2152. ISSN 0952-1976. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.engappai.2013.07.004>.
- [161] LIANG, Y.; ZHAI, H. y CHAVEL, P.: «Fuzzy color-image retrieval». *Optics Communications*, **2002**, 212(4-6), pp. 247 – 250. ISSN 0030-4018. doi: [10.1016/S0030-4018\(02\)02011-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0030-4018(02)02011-4).
- [162] LIETARD, L. y ROCACHER, D.: «Evaluation of Quantified Statements Using Gradual Numbers». En: J. Galindo (Ed.), *Handbook of Research on Fuzzy Information Processing in Databases Vol.*, pp. 246–269. Hershey, PA, USA, **2008**.
- [163] LILLO, J.; MOREIRA, H.; ALVARO, L. y DAVIES, I.: «Use of basic color terms by red-Green dichromats: I. General description». *Color Research & Application*, **2014**, 39(4), pp. 360–371. ISSN 1520-6378. doi: [10.1002/col.21803](http://dx.doi.org/10.1002/col.21803).
- [164] LIN, C.H.; CHEN, C.C.; LEE, H.L. y LIAO, J.R.: «Fast K-means algorithm based on a level histogram for image retrieval». *Expert Systems with Applications*, **2014**, 41(7), pp. 3276 – 3283. ISSN 0957-4174. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2013.11.017>.
- [165] LIN, H.; LUO, M.R.; MACDONALD, L.W. y TARRANT, A.W.S.: «A cross-cultural colour-naming study. Part I: Using an unconstrained method». *Color Research & Application*, **2001**, 26(1), pp. 40–60.
- [166] LIN, H.; LUO, M.R.; MACDONALD, L.W. y TARRANT, A.W.S.: «A cross-cultural colour-naming study: Part II: Using a constrained method». *Color Research & Application*, **2001**, 26(3), pp. 193–208.
- [167] LIN, H.; LUO, M.R.; MACDONALD, L.W. y TARRANT, A.W.S.: «A cross-cultural colour-naming study. Part III: A colour-naming model». *Color Research & Application*, **2001**, 26(4), pp. 270–277.
- [168] LIN, S.; RITCHIE, D.; FISHER, M. y HANRAHAN, P.: «Probabilistic Color-by-numbers: Suggesting Pattern Colorizations Using Factor Graphs». *ACM Trans. Graph.*, **2013**, 32(4), pp. 1–12. ISSN 0730-0301. doi: [10.1145/2461912.2461988](http://dx.doi.org/10.1145/2461912.2461988).
- [169] LIN, W.J. y LIN, J.C.: «Color quantization by preserving color distribution features». *Signal Processing*, **1999**, 78(2), pp. 201 – 214. ISSN 0165-1684. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/S0165-1684\(99\)00060-2](http://dx.doi.org/10.1016/S0165-1684(99)00060-2).

- [170] LIU, Y.; SHAO, J.; XIAO, J.; WU, F. y ZHUANG, Y.: «Hypergraph Spectral Hashing for image retrieval with heterogeneous social contexts». *Neurocomputing*, **2013**, 119(0), pp. 49 – 58. ISSN 0925-2312. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.neucom.2012.02.051>. Intelligent Processing Techniques for Semantic-based Image and Video Retrieval.
- [171] LIU, Y.; ZHANG, D. y LU, G.: «Region-based image retrieval with high-level semantics using decision tree learning». *Pattern Recognition*, **2008**, 41(8), pp. 2554 – 2570. ISSN 0031-3203. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.patcog.2007.12.003>.
- [172] LONG, J. y LUKE, J.T.: *The new Munsell student color set*. Fairchild Publications, **2001**.
- [173] LUCA, A. DE y TERMINI, S.: «A Definition of a Nonprobabilistic Entropy in the Setting of Fuzzy Sets Theory». *Information and Control*, **1972**, 20, pp. 301–312.
- [174] MA, K.K. y WANG, J.: «Color distance histogram: a novel descriptor for color image segmentation». En: *Control, Automation, Robotics and Vision, 2002. ICARCV 2002. 7th International Conference on*, volumen 3, pp. 1228–1232 vol.3, **2002**. doi: [10.1109/ICARCV.2002.1234948](http://dx.doi.org/10.1109/ICARCV.2002.1234948).
- [175] MAHLING, D.E.; SANDVIK, O.A. y CROFT, W.B.: «Visual interaction between end users and goal-based systems». *Journal of Visual Languages & Computing*, **1992**, 3(3), pp. 239 – 256. ISSN 1045-926X. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/1045-926X\(92\)90018-H](http://dx.doi.org/10.1016/1045-926X(92)90018-H).
- [176] MAHY, M.; VAN EYCKEN, L. y OOSTERLINCK, A.: «Evaluation of Uniform Color Spaces Developed after the Adoption of CIELAB and CIELUV». *Color Research & Application*, **1994**, 19(2), pp. 105–121. ISSN 1520-6378. doi: [10.1111/j.1520-6378.1994.tb00070.x](http://dx.doi.org/10.1111/j.1520-6378.1994.tb00070.x).
- [177] MARÍN, N.; MEDINA, J.M.; PONS, O.; SÁNCHEZ, D. y VILA, M.A.: «Complex object comparison in a fuzzy context». *Information and Software Technology*, **2003**, 45(7), pp. 431–444.
- [178] MATHER, E.; JONES, L.L. y ESTES, Z.: «Priming by relational integration in perceptual identification and Stroop colour naming». *Journal of Memory and Language*, **2014**, 71(1), pp. 57 – 70. ISSN 0749-596X. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jml.2013.10.004>.
- [179] MEDEIROS, A. y CARVALHO, P.: «Color quantization by pairwise clustering using a reduced graph». *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, **2001**, 7(0), pp. 138 – 141. ISSN 1571-0653. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/S1571-0653\(04\)00244-6](http://dx.doi.org/10.1016/S1571-0653(04)00244-6).

- [180] MENEGAZ, G.; LE TROTTER, A.; SEQUEIRA, J. y BOI, J.M.: «A discrete model for color naming». *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, **2007**, 2007. doi: doi:10.1155/2007/29125.
- [181] MESKALDJI, K.; BOUCHERKHA, S. y CHIKHI, S.: «Color quantization and its impact on color histogram based image retrieval accuracy». En: *Networked Digital Technologies, 2009. NDT '09. First International Conference on*, pp. 515–517, **2009**. doi: 10.1109/NDT.2009.5272135.
- [182] MICHALSKI, R.: «The influence of color grouping on users' visual search behavior and preferences». *Displays*, **2014**, 35(4), pp. 176 – 195. ISSN 0141-9382. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.displa.2014.05.007>.
- [183] MIN, R. y CHENG, H.D.: «Effective image retrieval using dominant color descriptor and fuzzy support vector machine». *Pattern Recognition*, **2009**, 42(1), pp. 147 – 157. ISSN 0031-3203. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.patcog.2008.07.001>.
- [184] MONAY, F. y GATICA-PÉREZ, D.: «On Image Auto-annotation with Latent Space Models». En: *Proceedings of the Eleventh ACM International Conference on Multimedia, MULTIMEDIA '03*, pp. 275–278. ACM, New York, NY, USA. ISBN 1-58113-722-2, **2003**. doi: 10.1145/957013.957070.
- [185] MORONEY, N.: «Unconstrained web-based color naming experiment». En: *Electronic Imaging 2003*, pp. 36–46. International Society for Optics and Photonics. ISBN 0-8194-4808-7, **2003**.
- [186] MUKERJEE, A.; GUPTA, K.; NAUTIYAL, S.; SINGH, M.P. y MISHRA, N.: «Conceptual description of visual scenes from linguistic models». *Image and Vision Computing*, **2000**, 18(2), pp. 173 – 187. ISSN 0262-8856. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/S0262-8856\(99\)00022-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0262-8856(99)00022-0).
- [187] MYLONAS, D. y MACDONALD, L.: «Online Colour Naming Experiment Using Munsell Colour Samples». En: *CGIV 2010/MCS'10 5th European Conference on Colour in Graphics, Imaging, and Vision and 12th International Symposium on Multispectral Colour Science*, pp. 27–32. ISBN 978-0-89208-291-9, **2010**.
- [188] NEGREL, R.; PICARD, D. y GOSSELIN, P.: «Web scale image retrieval using compact tensor aggregation of visual descriptors». *MultiMedia, IEEE*, **2013**, PP(99), pp. 1–1. ISSN 1070-986X. doi: 10.1109/MMUL.2013.14.

- [189] NEZAMABADI-POUR, H. y KABIR, E.: «Image retrieval using histograms of uni-color and bi-color blocks and directional changes in intensity gradient». *Pattern Recognition Letters*, **2004**, 25(14), pp. 1547 – 1557. ISSN 0167-8655. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.patrec.2004.05.019>.
- [190] NICKERSON, D.: «OSA uniform color scale samples: A unique set». *Color Research & Application*, **1981**, 6(1), pp. 7–33.
- [191] NICKERSON, D. y NEWHALL, S.M.: «Central Notations for ISCC-NBS Color Names». *J. Opt. Soc. Am.*, **1941**, 31(9), pp. 587–591. doi: [10.1364/JOSA.31.000587](https://doi.org/10.1364/JOSA.31.000587).
- [192] OGIELA, L.: «Cognitive informatics in image semantics description, identification and automatic pattern understanding». *Neurocomputing*, **2013**, 122(0), pp. 58 – 69. ISSN 0925-2312. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.neucom.2013.06.001>. Advances in cognitive and ubiquitous computing Selected papers from the Sixth International Conference on Innovative Mobile and Internet Services in Ubiquitous Computing (IMIS-2012).
- [193] OKABE, A.; BOOTS, B. y SUGIHARA, K.: *Spatial Tessellations: Concepts and Applications of Voronoi Diagrams*. John Wiley & Sons, New York, NY, **1992**.
- [194] OKAJIMA, K.; ROBERTSON, A.R. y FIELDER, G.H.: «A quantitative network model for color categorization». *Color Research & Application*, **2002**, 27(4), pp. 225–232. ISSN 1520-6378. doi: [10.1002/col.10060](https://doi.org/10.1002/col.10060).
- [195] ORWELL, J.; REMAGNINO, P.M. y JONES, G.A.: «Optimal Color Quantization for Real-Time Object Recognition». *Real-Time Imaging*, **2001**, 7(5), pp. 401 – 414. ISSN 1077-2014. doi: <http://dx.doi.org/10.1006/rtim.2000.0209>.
- [196] PAGGETTI, G.; BARTOLI, G. y MENEGAZ, G.: «Re-locating colors in the OSA space». *Attention, Perception, & Psychophysics*, **2011**, 73(2), pp. 491–503. ISSN 1943-3921. doi: [10.3758/S13414-010-0055-9](https://doi.org/10.3758/S13414-010-0055-9).
- [197] PARRAMÓN, J.M.: *Color theory*. Watson-Guptill artists library. Watson-Guptill Publications, **1989**. ISBN 9780823007554. <http://books.google.com/books?id=rD1QAAAAMAAJ>
- [198] PEDRYCZ, W.: «Fuzzy sets in pattern recognition: methodology and methods». *Pattern recognition*, **1990**, 23(1), pp. 121–146.



- [199] PENGBO, Z. y FANG, L.: «Dominant colors of partition and texture features based image retrieval». En: *6th Int. Conf. on Signal Processing*, volumen 1, pp. 106–109, **2002**.
- [200] PÉREZ, P.; HUE, C.; VERMAAK, J. y GANGNET, M.: «Color-Based Probabilistic Tracking». En: Anders Heyden; Gunnar Sparr; Mads Nielsen y Peter Johansen (Eds.), *Computer Vision. ECCV 2002*, volumen 2350 de *Lecture Notes in Computer Science*, pp. 661–675. Springer Berlin Heidelberg, **2002**. ISBN 978-3-540-43745-1.
- [201] POPESCU, A. y GREFENSTETTE, G.: «Social Media Driven Image Retrieval». En: *Proceedings of the 1st ACM International Conference on Multimedia Retrieval, ICMR '11*, pp. 33:1–33:8. ACM, New York, NY, USA. ISBN 978-1-4503-0336-1, **2011**. doi: 10.1145/1991996.1992029.
- [202] PORIKLI, F.: «Automatic threshold determination of centroid-linkage region growing by MPEG-7 dominant color descriptors». En: *Int. Conf. on Image Processing*, volumen 1, pp. 793–796, **2002**.
- [203] PURANIK, P.; BAJAJ, P.; ABRAHAM, A.; PALSODKAR, P. y DESHMUKH, A.: «Human perception-based color image segmentation using comprehensive learning particle swarm optimization». *Journal of Information Hiding and Multimedia Signal Processing*, **2011**, 2(3), pp. 227–235.
- [204] QUELHAS, P.; MONAY, F.; ODOBEZ, J.M.; GATICA-PÉREZ, D.; TUYTELAARS, T. y VAN GOOL, L.: «Modeling scenes with local descriptors and latent aspects». En: *Computer Vision, 2005. ICCV 2005. Tenth IEEE International Conference on*, volumen 1, pp. 883–890. IEEE, **2005**.
- [205] RAHMAN, M.M.; BHATTACHARYA, P. y DESAI, B.C.: «A unified image retrieval framework on local visual and semantic concept-based feature spaces». *Journal of Visual Communication and Image Representation*, **2009**, 20(7), pp. 450 – 462. ISSN 1047-3203. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jvcir.2009.06.001>.
- [206] RAHMAN, M.M.; DESAI, B.C. y BHATTACHARYA, P.: «Medical image retrieval with probabilistic multi-class support vector machine classifiers and adaptive similarity fusion». *Computerized Medical Imaging and Graphics*, **2008**, 32(2), pp. 95 – 108. ISSN 0895-6111. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.compmedimag.2007.10.001>.
- [207] RAISANEN, E. y HAUTA-KASARI, M.: «Colour category foci of Munsell colour spectra revealed by two computational methods». *Color Research & Application*, **2010**, 35(4), pp. 294–303. ISSN 1520-6378. doi: 10.1002/col.20569.

- [208] RAJU, G. y NAIR, M.S.: «A fast and efficient color image enhancement method based on fuzzy-logic and histogram». *{AEU} - International Journal of Electronics and Communications*, **2014**, 68(3), pp. 237 – 243. ISSN 1434-8411. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.aeue.2013.08.015>.
- [209] RALESCU, D.: «Cardinality, Quantifiers and the Aggregation of Fuzzy Criteria». *Fuzzy Sets and Systems*, **1995**, 69, pp. 355–365.
- [210] RAMISA, A.; ALENYÀ, G.; MORENO-NOGUER, F. y TORRAS, C.: «Learning RGB-D descriptors of garment parts for informed robot grasping». *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, **2014**, 35(0), pp. 246 – 258. ISSN 0952-1976. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.engappai.2014.06.025>.
- [211] RAO, A.; SRIHARI, R.K. y ZHANG, Z.: «Spatial color histograms for content-based image retrieval». En: *Tools with Artificial Intelligence, 1999. Proceedings. 11th IEEE International Conference on*, pp. 183–186. ISSN 1082-3409, **1999**. doi: 10.1109/TAI.1999.809784.
- [212] ROBERTSON, A. R.: «Historical development of CIE recommended color difference equations». *Color Research & Application*, **1990**, 15(3), pp. 167–170. ISSN 1520-6378. doi: 10.1002/col.5080150308.
- [213] ROBERTSON, A.R.: «Color Perception». *Physics Today*, **1992**, pp. 24–29.
- [214] ROSCH, E.: «Cognitive representations of semantic categories». *Journal of Experimental Psychology: General*, **1975**, 104, pp. 192–233.
- [215] ROSCH, E.: «Prototype classification and logical classification: the two systems». En: E. Scholnik (Ed.), *New Trends in Cognitive Representation: Challenges to Piaget's Theory*, pp. 73–86. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, NJ, **1978**.
- [216] RUBINO, I.A.; PEZZAROSSA, B. y SIRACUSANO, A.: «Sex differences on the serial color-word test». *Percept Mot Skills*, **2002**, 95(2), pp. 544–591.
- [217] RUBNER, Y.; TOMASI, C. y GUIBAS, L.J.: «The Earth Mover's Distance As a Metric for Image Retrieval». *Int. J. Comput. Vision*, **2000**, 40(2), pp. 99–121. ISSN 0920-5691. doi: 10.1023/A:1026543900054.
- [218] RUSS, C.: *The Image Processing Handbook*. CRC Press, **1994**.
- [219] RUSSELL, B.C.; FREEMAN, W.T.; EFROS, A.A.; SIVIC, J. y ZISSERMAN, A.: «Using multiple segmentations to discover objects and their extent in image collections». En: *Computer Vision and Pattern Recognition, 2006 IEEE Computer Society Conference on*, volumen 2, pp. 1605–1614. IEEE, **2006**.

- [220] RUSSELL, B.C.; TORRALBA, A.; MURPHY, K.P. y FREEMAN, W.T.: «LabelMe: a database and web-based tool for image annotation». *International journal of computer vision*, **2008**, 77(1-3), pp. 157–173.
- [221] SALEMBIER, P. y SIKORA, T.: *Introduction to MPEG-7: Multimedia Content Description Interface*. John Wiley & Sons, Inc., New York, NY, USA, **2002**. ISBN 0471486787.
- [222] SÁNCHEZ, D.; CHAMORRO-MARTÍNEZ, J. y VILA, M.A.: «Modelling Subjectivity in Visual Perception of Orientation for Image Retrieval». *Information Processing and Management*, **2003**, 39, pp. 251–266.
- [223] SÁNCHEZ, D.; DELGADO, M. y VILA, M.A.: «RL-Numbers: An Alternative to Fuzzy Numbers for the Representation of Imprecise Quantities». En: *Proc. Fuzz-IEEE 2008*, pp. 2058–2065, **2008**.
- [224] SÁNCHEZ, D.; DELGADO, M. y VILA, M.A.: «Fuzzy quantification using restriction levels». En: *Proc. WILF 2009.*, volumen 5571 de LNCS, pp. 28–35. Springer, **2009**.
- [225] SÁNCHEZ, D.; DELGADO, M. y VILA, M.A.: «An Approach to General Quantification Using Representation by Levels». En: *Proceedings WILF 2011, LNAI 6857*, pp. 50–57. Springer-Verlag, **2011**.
- [226] SÁNCHEZ, D.; DELGADO, M.; VILA, M.A. y CHAMORRO-MARTÍNEZ, J.: «On a non-nested level-based representation of fuzziness». *Fuzzy Sets and Systems*, **2012**, 192(0), pp. 159 – 175. ISSN 0165-0114. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.fss.2011.07.002>.
- [227] SANGWINE, S.J. y HORNE, R.E.N.: *The Color Image Processing Handbook*. Chapman & Hall.
- [228] SATOH, Y.; OKATANI, T. y DEGUCHI, K.: «A color-based probabilistic tracking by using graphical models». En: *Intelligent Robots and Systems, 2004. (IROS 2004). Proceedings. 2004 IEEE/RSJ International Conference on*, volumen 1, pp. 631–636, **2004**. doi: [10.1109/IROS.2004.1389423](http://dx.doi.org/10.1109/IROS.2004.1389423).
- [229] SBATTELLA, L. y TEDESCO, R.: «A novel semantic information retrieval system based on a three-level domain model». *Journal of Systems and Software*, **2013**, 86(5), pp. 1426 – 1452. ISSN 0164-1212. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jss.2013.01.029>.
- [230] SCHOEFEGGER, K.; TAMMET, T. y GRANITZER, M.: «A survey on socio-semantic information retrieval». *Computer Science Review*, **2013**, 8(0), pp. 25 – 46. ISSN 1574-0137. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cosrev.2013.03.001>.

- [231] SEABORN, M.; HEPPLWHITE, L. y STONHAM, J.: «Fuzzy colour category map for the measurement of colour similarity and dissimilarity». *Pattern Recognition*, **2005**, 38(2), pp. 165–177.
- [232] SETCHI, R.; TANG, Q. y STANKOV, I.: «Semantic-based information retrieval in support of concept design». *Advanced Engineering Informatics*, **2011**, 25(2), pp. 131 – 146. ISSN 1474-0346. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.aei.2010.07.006>. Information mining and retrieval in design.
- [233] SHAFER, G.: *A Mathematical Theory of Evidence*. Princeton University Press, **1976**.
- [234] SHAMIR, L.: «Human Perception-based Color Segmentation Using Fuzzy Logic.» En: *IPCV*, pp. 496–502, **2006**.
- [235] SHANDILYA, S.K. y SINGHAI, N.: «A Survey On Content Based Image Retrieval Systems». *International Journal of Computer Applications*, **2010**, 4(2), pp. 22–26. Published By Foundation of Computer Science.
- [236] SHAO, H.; WU, Y.; CUI, W. y ZHANG, J.: «Image Retrieval Based on MPEG-7 Dominant Color Descriptor». En: *Young Computer Scientists, 2008. ICYCS 2008. The 9th International Conference for*, pp. 753–757, **2008**. doi: 10.1109/ICYCS.2008.89.
- [237] SHAPIRO, L.G. y STOCKMAN, G.C.: *Computer Vision*. Prentice Hall, 1.ª edición, **2001**.
- [238] SHARMA, G. y BALA, R.: *Digital Color Imaging Handbook*. Electrical Engineering & Applied Signal Processing Series. Taylor & Francis, **2002**. ISBN 9781420041484.  
<http://books.google.es/books?id=0xlBqY67r10C>
- [239] SHARMA, G.; WU, WE. y DALAL, E.N.: «The CIEDE2000 color-difference formula: Implementation notes, supplementary test data, and mathematical observations». *Color Research & Application*, **2005**, 30(1), pp. 21–30. ISSN 1520-6378. doi: 10.1002/col.20070.
- [240] SHEPARD, R.N.: «Toward a Universal Law of Generalization for Psychological Science». *American Association for the Advancement of Science*, **1987**, 237, pp. 1317–1323.
- [241] SHEVELL, S.K. y OPTICAL SOCIETY OF AMERICA: *The science of color*. Elsevier, **2003**. ISBN 9780444512512.  
<http://books.google.com/books?id=-fNJZ0xmTFIC>

- [242] SHI, F.; WANG, J. y WANG, Z.: «Region-based supervised annotation for semantic image retrieval». *{AEU} - International Journal of Electronics and Communications*, **2011**, 65(11), pp. 929 – 936. ISSN 1434-8411. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.aeue.2011.03.003>.
- [243] SHORTLIFFE, E. y BUCHANAN, B.: «A Model of Inexact Reasoning in Medicine». *Mathematical Biosciences*, **1975**, 23, pp. 351–379.
- [244] SIANG TAN, K. y MAT ISA, N.A.: «Color image segmentation using histogram thresholding Fuzzy C-means hybrid approach». *Pattern Recognition*, **2011**, 44(1), pp. 1 – 15. ISSN 0031-3203. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.patcog.2010.07.013>.
- [245] SIAU, K.: «A visual object-relationship query language for user-database interaction». *Telematics and Informatics*, **1998**, 15(1-2), pp. 103 – 119. ISSN 0736-5853. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/S0736-5853\(98\)00007-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0736-5853(98)00007-0).
- [246] SINHA, D. y DOUGHERTY, E.R.: «Fuzzification of set inclusion: Theory and applications». *Fuzzy Sets and Systems*, **1993**, 55(1), pp. 15 – 42. ISSN 0165-0114. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0165-0114\(93\)90299-W](http://dx.doi.org/10.1016/0165-0114(93)90299-W).
- [247] SIVIC, J.; RUSSELL, B.C.; EFROS, A.A.; ZISSERMAN, A. y FREEMAN, W.T.: «Discovering objects and their location in images». En: *Computer Vision, 2005. ICCV 2005. Tenth IEEE International Conference on*, volumen 1, pp. 370–377. IEEE, **2005**.
- [248] SMEULDERS, A.W.M.; WORRING, M.; SANTINI, S.; GUPTA, A. y JAIN, R.: «Content-based image retrieval at the end of the early years». *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, **2000**, 22(12), pp. 1349 –1380. ISSN 0162-8828. doi: 10.1109/34.895972.
- [249] SONG, Y.J.; PARK, W.B.; KIM, D.W. y AHN, J.H.: «Content-based image retrieval using new color histogram». En: *Intelligent Signal Processing and Communication Systems, 2004. ISPACS 2004. Proceedings of 2004 International Symposium on*, pp. 609–611, **2004**. doi: 10.1109/ISPACS.2004.1439129.
- [250] SOTO-HIDALGO, J.M.; CHAMORRO-MARTÍNEZ, J.; MARTÍNEZ-JIMÉNEZ, P. y SÁNCHEZ, D.: «JFCS tool: A Java software tool to design fuzzy color spaces». En: *Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE), 2014 IEEE International Conference on*, pp. 2313–2320, **2014**. doi: 10.1109/FUZZ-IEEE.2014.6891711.
- [251] SPEIGLE, J.M. y BRAINARD, D.H.: «Is Color Constancy Task Independent?» *Recent progress in colour science*, **1997**, pp. 328–332.

- [252] STORRING, M.; KOCKA, T.; ANDERSEN, H.J. y GRANUM, E.: «Tracing regions of human skin through illumination changes». *Pattern Recognition Letters*, **2003**, 24(11), pp. 1715 – 1723. ISSN 0167-8655. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/S0167-8655\(02\)00327-6](http://dx.doi.org/10.1016/S0167-8655(02)00327-6). Colour Image Processing and Analysis. First European Conference on Colour in Graphics, Imaging, and Vision (CGIV 2002).
- [253] STURGES, J. y WHITFIELD, T.W.A.: «Salient features of Munsell color space as a function of monolexic naming and response latencies». *Vision Research*, **1999**, 37(3), pp. 307–313.
- [254] STURGES, J. y WHITFIELD, T.W.: «Locating basic colours in the Munsell space». *Color Research & Application*, **1995**, 20(6), pp. 364–376.
- [255] SUBBAN, R. y MISHRA, R.: «Human Skin Segmentation in Color Images Using Gaussian Color Model». En: Sabu M. Thampi; Ajith Abraham; Sankar Kumar Pal y Juan Manuel Corchado Rodríguez (Eds.), *Recent Advances in Intelligent Informatics*, volumen 235 de *Advances in Intelligent Systems and Computing*, pp. 13–21. Springer International Publishing, **2014**. ISBN 978-3-319-01777-8. doi: 10.1007/978-3-319-01778-5\_2.
- [256] SUGANO, N.: «Color-Naming System Using Fuzzy Set Theoretical Approach». En: *IEEE Int. Conference on Fuzzy Systems*, pp. 81–84, **2001**.
- [257] SUN, L.; GE, H.; YOSHIDA, S.; LIANG, Y. y TAN, G.: «Support vector description of clusters for content-based image annotation». *Pattern Recognition*, **2014**, 47(3), pp. 1361 – 1374. ISSN 0031-3203. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.patcog.2013.10.015>. Handwriting Recognition and other {PR} Applications.
- [258] SWAIN, M.J. y BALLARD, D.H.: «Color indexing». *International Journal of Computer Vision*, **1991**, 7(1), pp. 11–32. ISSN 0920-5691. doi: 10.1007/BF00130487.
- [259] TALIB, A.; MAHMUDDIN, M.; HUSNI, H. y GEORGE, L.E.: «A weighted dominant color descriptor for content-based image retrieval». *Journal of Visual Communication and Image Representation*, **2013**, 24(3), pp. 345 – 360. ISSN 1047-3203. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jvcir.2013.01.007>.
- [260] TANAKA, M.; HORIUCHI, T. y TOMINAGA, S.: «Color naming experiments using 2D and 3D rendered samples». *Color Research & Application*, **2014**, pp. n/a–n/a. ISSN 1520-6378. doi: 10.1002/col.21886.

- [261] TASDIZEN, T.; AKARUN, L. y ERSOY, C.: «Color quantization with genetic algorithms». *Signal Processing: Image Communication*, **1998**, 12(1), pp. 49 – 57. ISSN 0923-5965. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/S0923-5965\(97\)00035-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0923-5965(97)00035-0).
- [262] TECHNOLOGY MASSACHUSETTS INSTITUTE.: «Vision Texture Database». <http://vismod.media.mit.edu/vismod/imagery/VisionTexture/vistex.html>
- [263] THIELE, H.: «A characterization of arbitrary Ruspini partitions by fuzzy similarity relations». En: *Fuzzy Systems, 1997., Proceedings of the Sixth IEEE International Conference on*, volumen 1, pp. 131–134 vol.1, **1997**. doi: 10.1109/FUZZY.1997.616357.
- [264] TICO, M.; HAVERINEN, T. y KUOSMANEN, P.: «A Method of Color Histogram Creation for image Retrieval». En: *Proceedings of the Nordic Sig. Proc. Symposium (NORSIGA2000)*, pp. 157–160. ISBN 1-58113-778-8, **2000**.
- [265] TOMINAGA, S.: «A color-naming method for computer color vision». En: *Proceedings of IEEE International Conference on Cybernetics and Society*, pp. 573–577. IEEE, **1985**.
- [266] TRAN, L.V. y LENZ, R.: «Compact colour descriptors for colour-based image retrieval». *Signal Processing*, **2005**, 85(2), pp. 233 – 246. ISSN 0165-1684. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.sigpro.2004.10.001>.
- [267] TROOST, J.M. y DE WEERT, C.M.M.: «Naming versus matching in color constancy». *Perception & Psychophysics*, **1991**, 50(6), pp. 591–602. ISSN 0031-5117. doi: 10.3758/BF03207545.
- [268] TVERSKY, A. y GATI, I.: «Studies of Similarity». *Cognition and categorization*, **1978**, 1(1978), pp. 79–98.
- [269] UCHIKAWA, K. y BOYNTON, R.M.: «Categorical color perception of Japanese observers: Comparison with that of Americans». *Vision Research*, **1987**, 27(10), pp. 1825 – 1833. ISSN 0042-6989. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0042-6989\(87\)90111-8](http://dx.doi.org/10.1016/0042-6989(87)90111-8).
- [270] UNIVERSITY OF LOUISVILLE. DEPT. OF PSYCHOLOGY: *Perceptual and Motor Skills*. 41. Perceptual and Motor Skills, **1975**. <http://books.google.es/books?id=jbaFAAAIAAJ>
- [271] VALBERG, A.: *Light Vision Color*. Wiley, **2005**. ISBN 9780470849026. <http://books.google.es/books?id=0oESifAi9ZsC>

- [272] VAN DE SANDE, K.E.A.; GEVERS, T. y SNOEK, C.G.M.: «Evaluating Color Descriptors for Object and Scene Recognition». *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, **2010**, 32(9), pp. 1582–1596. ISSN 0162-8828. doi: 10.1109/TPAMI.2009.154.
- [273] VAN DE WEIJER, J. y SCHMID, C.: «Applying color names to image description». En: *Image Processing, 2007. ICIP 2007. IEEE International Conference on*, volumen 3, pp. 480–493. IEEE, **2007**.
- [274] VAN DE WEIJER, J.; SCHMID, C. y VERBEEK, J.: «Learning color names from real-world images». En: *Computer Vision and Pattern Recognition, 2007. CVPR'07. IEEE Conference on*, pp. 1–8. IEEE, **2007**.
- [275] VAN DE WEIJER, J.; SCHMID, C.; VERBEEK, J. y LARLUS, D.: «Learning color names for real-world applications». *Image Processing, IEEE Transactions on*, **2009**, 18(7), pp. 1512–1523.
- [276] VAN DEN BROEK, E.L.; SCHOUTEN, TH.E. y KISTERS, P.M.F.: «Modeling human color categorization». *Pattern Recognition Letters*, **2008**, 29(8), pp. 1136–1144.
- [277] VARONA, J.; CAPO, A.J.; GONZÁLEZ, J. y PERALES, F.J.: «Toward natural interaction through visual recognition of body gestures in real-time». *Interacting with Computers*, **2009**, 21(1-2), pp. 3 – 10. ISSN 0953-5438. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.intcom.2008.10.001>.
- [278] VERTAN, C. y BOUJEMAA, N.: «Embedding fuzzy logic in content based image retrieval». En: *Fuzzy Information Processing Society, 2000. NAFIPS. 19th International Conference of the North American*, pp. 85 –89, **2000**. doi: 10.1109/NAFIPS.2000.877393.
- [279] VOLK, M.; RIPPLINGER, B.; VINTAR, S.; BUITELAAR, P.; RAILEANU, D. y SACALEANU, B.: «Semantic annotation for concept-based cross-language medical information retrieval». *International Journal of Medical Informatics*, **2002**, 67(1-3), pp. 97 – 112. ISSN 1386-5056. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/S1386-5056\(02\)00058-8](http://dx.doi.org/10.1016/S1386-5056(02)00058-8).
- [280] VU, V.H.; HUU, Q.N. y THU, H.N.T.: «Content based image retrieval with bin of color histogram». En: *Audio, Language and Image Processing (ICALIP), 2012 International Conference on*, pp. 20–25, **2012**. doi: 10.1109/ICALIP.2012.6376580.
- [281] WANG, Z.; LUO, M.R.; KANG, B.H.; CHOH, H.K. y KIM, C.Y.: «An algorithm for categorising colours into universal colour names». En: *Proceedings of the 3rd European Conference on Colour*



- in Graphics, Imaging, and Vision*, pp. 426–430. Society for Imaging Science and Technology, IS&T, 2006.
- [282] WONG, K.M.; CHEY, C.H.; LIU, T.S. y PO, L.M.: «Dominant color image retrieval using merged histogram». En: *Proc. of the 2003 Int. Symp. on Circuits and Systems, ISCAS'03*, volumen 2, pp. 908–911, 2003.
- [283] WONG, K.M.; CHEY, C.H.; LIU, T.S. y PO, L.M.: «Dominant color image retrieval using merged histogram». En: *Proceedings of the 2003 International Symposium on Circuits and Systems, 2003. ISCAS '03.*, pp. 908 – 911, 2003.
- [284] WU, K.X. y XU, Q.: «Image Retrieval Based on Fuzzy Color Histogram». En: *Intelligent Information Hiding and Multimedia Signal Processing, 2008. IHHMSP '08 International Conference on*, pp. 75–78, 2008. doi: 10.1109/IHH-MSP.2008.57.
- [285] WUERGER, S.M.; MALONEY, L.T. y KRAUSKOPF, J.: «Proximity judgments in color space: Tests of a Euclidean color geometry». *Vision Research*, 1995, 35(6), pp. 827 – 835. ISSN 0042-6989. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0042-6989\(94\)00170-Q](http://dx.doi.org/10.1016/0042-6989(94)00170-Q).
- [286] WYGRALAK, M.: «On the Best Scalar Approximation of Cardinality of a Fuzzy Set». *Int. Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 1997, 5(6), pp. 681–687.
- [287] WYGRALAK, M.: «Questions of Cardinality of Finite Fuzzy Sets». *Fuzzy Sets and Systems*, 1999, 102(6), pp. 185–210.
- [288] WYGRALAK, M.: «An Axiomatic Approach to Scalar Cardinalities of Fuzzy Sets». *Fuzzy Sets and Systems*, 2000, 110, pp. 175–179.
- [289] WYGRALAK, M.: *Cardinalities of Fuzzy Sets*. Springer, 2003.
- [290] WYSZECKI, G. y STILES, W.S.: *Color science, concepts and methods, quantitative data and formulas*. John Wiley and Sons, 1967.
- [291] XIANG, Z. y JOY, G.: «Color image quantization by agglomerative clustering». *Computer Graphics and Applications, IEEE*, 1994, 14(3), pp. 44–48. ISSN 0272-1716. doi: 10.1109/38.279043.
- [292] YAGER, R.R.: «General Multiple-Objective Decision Functions and Linguistically Quantified Statements». *International Journal of Man-Machine Studies*, 1984, 21, pp. 389–400.
- [293] YAGER, R.R.: «Set-based representations of conjunctive and disjunctive knowledge». *Information Sciences*, 1987, 41(1), pp. 1–22.

- [294] YAGER, R.R.: «On Ordered Weighted Averaging Aggregation Operators in Multicriteria Decisionmaking». *IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics*, **1988**, 18(1), pp. 183–190.
- [295] YAGUCHI, H.: «Color categories in various color spaces». En: *The 9th Color Imaging Conference: Color Science and Engineering: Systems, Technologies, Applications CIC 2001*, IS&T - The Society for Imaging Science and Technology. ISBN 0-89208-235-6, **2001**.
- [296] YAHOO!: «Flickr. An image hosting and video hosting website @ONLINE», **2014**.  
<http://www.flickr.com/>
- [297] YANG, N.C.; CHANG, W.H.; KUO, C.M. y LI, T.H.: «A fast MPEG-7 dominant color extraction with new similarity measure for image retrieval». *Journal of Visual Communication and Image Representation*, **2008**, 19(2), pp. 92 – 105. ISSN 1047-3203. doi: 10.1016/j.jvcir.2007.05.003.
- [298] YANG, Y.; WANG, X.; GUAN, T.; SHEN, J. y YU, L.: «A multi-dimensional image quality prediction model for user-generated images in social networks». *Information Sciences*, **2014**, 281(0), pp. 601 – 610. ISSN 0020-0255. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ins.2014.03.016>. Multimedia Modeling.
- [299] YAO, J.; ZHANG, Z.M.; ANTANI, S.; LONG, R. y THOMA, G.: «Automatic medical image annotation and retrieval». *Neurocomputing*, **2008**, 71(10 - 12), pp. 2012 – 2022. ISSN 0925-2312. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.neucom.2007.10.021>. Neurocomputing for Vision Research Advances in Blind Signal Processing.
- [300] YENDRIKHOVSKIY, S.N.: «A computational model of colour categorization». *Color Research & Application*, **2001**, 26(1), pp. 235–238.
- [301] YENDRIKHOVSKIY, S.N.: «Computing Color Categories form Statistics of Natural Images». *Journal of Imagin Science and Technology*, **2001**, 45(5), pp. 409 – 417.
- [302] YING, M.: «Linguistic Quantifiers Modeled by Sugeno Integrals». *Artificial Intelligence*, **2006**, 170, pp. 581–606.
- [303] YOUNES, A.; TRUCK, I. y AKDAG, H.: «Color Image Profiling Using Fuzzy Sets». *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*, **2005**, 13(3), pp. 343–359.
- [304] YOUNES, A.; TRUCK, I. y AKDAG, H.: «Image Retrieval using Fuzzy Representation of Colors». *Soft Comput.*, **2006**, 11(3), pp. 287–298. ISSN 1432-7643. doi: <http://dx.doi.org/10.1007/s00500-006-0070-x>.

- [305] YU, S.S.; HUANG, S.Y.; PAN, Y.H. y WU, H.C.: «An easy dominant color extraction and edge valley histogram for image retrieval». En: *2010 International Computer Symposium (ICS)*, pp. 159 – 164, **2010**.
- [306] YUE, X.D.; MIAO, D.Q.; CAO, L.B.; WU, Q. y CHEN, Y.F.: «An efficient color quantization based on generic roughness measure». *Pattern Recognition*, **2014**, 47(4), pp. 1777 – 1789. ISSN 0031-3203. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.patcog.2013.11.017>.
- [307] ZADEH, L. A.: «A Theory of Approximate Reasoning». *Machine Intelligence*, **1979**, 9, pp. 149–194.
- [308] ZADEH, L. A.: «A Computational Approach to Fuzzy Quantifiers in Natural Languages». *Computing and Mathematics with Applications*, **1983**, 9(1), pp. 149–184.
- [309] ZADEH, L.A.: «Fuzzy Sets». *Information and Control*, **1965**, 8, pp. 338–353.
- [310] ZADEH, L.A.: «Similarity Relations and Fuzzy Orderings». *Information Sciences*, **1971**, 3(2), pp. 177–200.
- [311] ZADEH, L.A.: «The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Aproximate Reasoning I, II and III», **1975**. *Information Sciences*, 8, pp. 199–251, 301–357; 9, pp. 43–80.
- [312] ZADEH, L.A.: «Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility». *Fuzzy Sets and Systems*, **1978**, 1(1), pp. 3 – 28. ISSN 0165-0114. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0165-0114\(78\)90029-5](http://dx.doi.org/10.1016/0165-0114(78)90029-5).
- [313] ZADEH, L.A.: «PRUF - a Meaning Representation Language for Natural Languages». *International Journal of Man-Machine Studies*, **1978**, 10, pp. 395–460.
- [314] ZHANG, C.; CHEN, X.; ZHOU, L. y CHEN, W.B.: «Semantic retrieval of events from indoor surveillance video databases». *Pattern Recognition Letters*, **2009**, 30(12), pp. 1067 – 1076. ISSN 0167-8655. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.patrec.2009.05.004>. Image/video-based Pattern Analysis and {HCI} Applications.
- [315] ZHAO, J.; XIE, G. y ZHAO, W.: «A Modified Fuzzy Color Histogram Using Vision Perception Difference of Pixels Location». En: Chris Cornelis; Marzena Kryszkiewicz; Dominik Slezak; Ernestina Menasalvas Ruiz; Rafael Bello y Lin Shang (Eds.), *Rough Sets and Current Trends in Soft Computing*, volumen 8536 de *Lecture Notes in Computer Science*, pp. 382–389. Springer International Publishing, **2014**. ISBN 978-3-319-08643-9. doi: [10.1007/978-3-319-08644-6\\_40](https://doi.org/10.1007/978-3-319-08644-6_40).

- [316] ZHOU, N. y FAN, J.: «Automatic image-text alignment for large-scale web image indexing and retrieval». *Pattern Recognition*, **2014**, 1(0), pp. 29 – 43. ISSN 0031-3203. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.patcog.2014.07.001>.
- [317] ZHUANG, Y.; JIANG, N.; WU, Z.; LI, Q.; CHIU, D.K.W. y HU, H.: «Efficient and robust large medical image retrieval in mobile cloud computing environment». *Information Sciences*, **2014**, 263(0), pp. 60 – 86. ISSN 0020-0255. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ins.2013.10.013>.

*Cuando llega el tiempo  
en que se podría,  
ha pasado el tiempo  
en que se pudo.*