



**ESTUDIO SOBRE LA COMBINACIÓN DE  
VARIABLES GEOFÍSICAS EXTREMAS EN LA  
DEFINICIÓN DE CRITERIOS DE DISEÑO**

Tesis Doctoral

Pedro Folgueras Rodríguez

*Director:* Miguel Ángel Losada Rodríguez

Programa de Doctorado de Dinámica de Flujos  
Biogeoquímicos y sus Aplicaciones

Marzo 2016

Editor: Universidad de Granada. Tesis Doctorales

Autor: Pedro Folgueras Rodríguez

ISBN: 978-84-9163-187-3

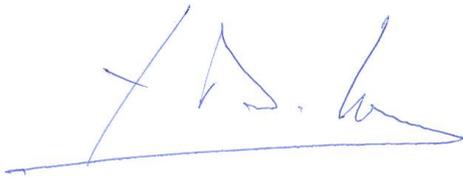
URI: <http://hdl.handle.net/10481/46331>

El doctorando **Pedro Folgueras Rodríguez** y el director de la tesis **Miguel Ángel Losada Rodríguez** garantizamos, al firmar esta tesis doctoral, que el trabajo ha sido realizado por el doctorando bajo la dirección de los directores de la tesis y hasta donde nuestro conocimiento alcanza, en la realización del trabajo, se han respetado los derechos de otros autores a ser citados, cuando se han utilizado sus resultados o publicaciones.

Granada, 29 de noviembre de 2016

Director de la Tesis

Doctorando



Fdo.: Miguel Ángel Losada Rodríguez



Fdo.: Pedro Folgueras Rodríguez



*A mis padres y a mi hermana, por quererme y apoyarme siempre. Papá, cuánto te echo de menos. . .*

*A Mirian, el amor de mi vida. Porque día tras día me das razones nuevas para admirarte y amarte.*

*Y a Adrián, la fuente de mis mayores alegrías.*



## **Agradecimientos**

Quiero dar las gracias, en primer lugar, a Miguel Ángel Losada, que cambió el rumbo de mi vida con la oportunidad que me ofreció. Gracias, Miguel, por tu dedicación incondicional y por otorgarme cada segundo de tu tiempo siempre que lo necesité. Gracias por tus ideas, una fuente inagotable que no dejará jamás de sorprenderme. Gracias también por tu trato, invariablemente afable sin importar lo adverso que fuese el día. Y gracias, por encima de todo, por tu visión del mundo tan vital y tan humana.

Gracias a Sebastián Solari, a Mónica de Mier y a José Antonio Sanz, que aportaron sus muchos conocimientos científicos y técnicos sin los que no habría sido posible abordar determinadas partes de esta tesis. Gracias también a los que de forma igualmente generosa ayudaron a mejorar este trabajo con sus ideas y comentarios.

Gracias a los que me enseñasteis, Asunción Baquerizo, Antonio Moñino, Miguel Ortega, Manuel Díez, María José Polo ya tantos otros. No sólo por lo que aprendí de vosotros, sino porque, mucho más importante, me hicisteis recordar el placer de aprender.

Gracias, en especial, a mis compañeros del laboratorio, donde empezó todo. Gracias María por hacerme sentir como en casa desde que llegué, por tu cariño y tu simpatía. Gracias Sergio, por tus recursos infinitos. Gracias, muchas gracias, Fran y Montse porque sin vuestra amistad desde el principio nada hubiese sido igual.

Gracias a los amigos que he encontrado en el camino, Laura, Ari, Alba, Alberto, Darío, Pablo..., por multiplicar las alegrías y dividir las tristezas. Gracias, como no, Héctor, Diego, Ferchu, ... porque al volver a casa siempre he sentido que nunca me había ido. Gracias también al equipo de actividades alternativas del CEAMA, Javi, Manolo, Migue, Manolo. Por lo bien que lo hemos pasado y lo que queda por venir.

Y gracias, en general, a los compañeros del grupo (a los que están y a los que ya no), por todo el tiempo juntos. A veces de fatigas compartidas y otras veces de merecido descanso, pero siempre bueno.

Finalmente, quiero agradecer también a Abengoa Research, a su director Manuel Doblaré y a su equipo de trabajo por apostar por la ciencia y la investigación en tiempos difíciles, y porque sin su apoyo económico y técnico mis estudios doctorales no hubiesen sido posibles.



## Resumen

El estudio del efecto combinado de múltiples agentes naturales y de las solicitaciones máximas que producen es una línea de investigación abierta relevante para la ingeniería. Debido a la naturaleza aleatoria de estos agentes, se establecen relaciones de gran complejidad que involucran tanto la estadística de las variables como la del modo en que se combinan. Para afrontar el cálculo de las acciones de diseño, las normas y códigos de ingeniería recurren a modelos simplificados que conducen a soluciones seguras. Sin embargo, a menudo no aportan información sobre la probabilidad de excedencia de los valores de diseño o de cómo ésta se ve afectada por los distintos factores que intervienen en la combinación.

En este trabajo se profundiza en el desarrollo de herramientas y metodologías que aporten al ingeniero un conocimiento más profundo de las causas que subyacen en la aparición de eventos extremos y que faciliten su labor de análisis y diseño en obras sometidas a la acción de los agentes naturales. Uno de los requisitos planteados es que los desarrollos sean compatibles con los procedimientos habituales en ingeniería, con el fin de facilitar su uso y su comparación con otros métodos ya definidos.

La estrategia que se adopta consiste en organizar a los agentes en clases mutuamente excluyentes, en función de propiedades que sean relevantes para el problema estudiado. Así, por ejemplo, los valores que toman se pueden clasificar en función de si son centrados o extremos, si pertenecen a uno u otro sector direccional, si van asociados a determinados patrones de tormenta, etc. Esto permite analizar y modelar qué circunstancias (clases) o qué combinaciones simultáneas de ellas tienen un mayor peso en la manifestación de los fenómenos de interés. Las relaciones matemáticas que surgen de este acercamiento al problema se deducen en la primera parte de este trabajo. Posteriormente se hace uso de ellas para analizar y modelar algunos problemas específicos.

El primer problema analizado tiene que ver con el uso de las características direccionales de las variables en ingeniería. A menudo, los agentes naturales presentan propiedades extremas que dependen de la dirección desde la que inciden. Así, frente a un planteamiento omnidireccional en el que cualquier parte del sistema debe ser capaz de soportar las máximas acciones que puedan presentarse a lo largo de la vida útil, un diseño por direcciones permite a los ingenieros optimizar sus diseños y ahorrar en aquellas áreas expuestas a las direcciones en las que los agentes se presentan de forma menos rigurosa.

Una cuestión poco analizada consiste en establecer el modo de escoger los sectores direccionales para el análisis y determinar si las ventajas de segregar la información por direcciones pueden verse atenuadas por modelos de extremos más inciertos. En este trabajo se propone un procedimiento objetivo que considera de forma global las principales fuentes de incertidumbre que esta decisión introduce en el cálculo de la fiabilidad una obra. El método se apoya en el uso de contrastes de hipótesis que caracterizan el nivel de incompatibilidad de las divisiones candidatas con las hipótesis de los modelos empleados.

El procedimiento se aplica al estudio de los extremos direccionales de la velocidad del viento

en un punto de la desembocadura del río de la Plata. Se comprueba cómo la elección de sectores repercute en las estimaciones de los valores extremos. Por otro lado, se observa que los sectores obtenidos mediante el método propuesto aseguran los requisitos impuestos y, además, presentan características significativamente mejores en todos los indicadores que un conjunto de sectores de referencia elegidos de acuerdo con planteamientos empleados tradicionalmente en ingeniería.

El segundo problema específico estudiado en esta Tesis es el de la combinación de acciones cuando éstas tienen un mismo origen y, por tanto, se puede asumir que sus funciones de probabilidad poseen características comunes. Un procedimiento habitual en algunas disciplinas, consiste en relacionar las propiedades estadísticas del agente con el valor máximo esperado de sus manifestaciones extremas en un período de tiempo por medio de un “factor de pico”. La principal virtud de este estadístico es que proporciona, mediante un número adimensional y fácilmente comparable, una idea clara del orden de magnitud de las acciones extremas esperadas. Sin embargo, su aplicación se restringe a una única variable y no aporta información sobre la probabilidad de excedencia del valor extremo al que hace referencia.

Para paliar estas carencias, se investiga el modo de extender el uso del factor de pico al efecto conjunto de múltiples variables e incorporar información estadística del comportamiento extremo. Con este objetivo, se plantea una metodología de trabajo que se basa en aislar la contribución de los valores de pico de aquellos que no lo son y que apela a las propiedades estadísticas de los primeros.

El planteamiento se aplica al cálculo de las acciones máximas del viento sobre un colector cilindro parabólico. Se obtiene que los resultados obtenidos son coherentes con los de otros métodos existentes pero, además, aporta información relevante sobre las circunstancias que conducen a la aparición de valores extremos en la resultante.

## Abstract

The study of the combined effects of multiple natural agents and their maximum loads on infrastructures is a relevant open line of research in engineering. Due to the random nature of the agents, the description of the interactions between them consists of very complex relationships between the statistics of the variables and the way in which they are combined. For the calculation of design loads, engineering standards use simplified models that ensure safe solutions. However, these methods do not provide information about the probability of exceedance of design values or how it is affected by the factors in the combination.

This work investigates the causes that underlie the arise of extreme events. It also develops tools and methodologies that improve the analysis and design in conditions with multiple and simultaneous natural agents. In order to facilitate the comparison with existing methodologies, the compatibility with the usual engineering procedures is a requirement.

The general procedure is to organize agents into mutually exclusive classes, according to the properties that are relevant for each case. For example, the natural agents may be classified according to the statistical part of the distribution (head or tails), their direction, the storm pattern they come from, etc. This allows engineers to study and model the circumstances (classes) or their simultaneous combinations that influence the most the development of the phenomena of interest. The mathematical relationships for this problem are deduced in the first part of this work. Next, some specific problems are analyzed and modeled.

The first problem deals with the use of the directional variables in engineering. The extreme properties of natural agents often depend on their direction. With an omnidirectional approach all the system must be able to support the maximum actions in the useful life. On the other hand, a directional approach allows engineers to optimize their designs and save in the areas exposed to the directions in which the agents are less severe.

A problem is how to choose directional sectors and also how to discern between the advantages of directional segregating of information and the disadvantages of more uncertain models. This work proposes an objective procedure to choose directional sectors that limits the main sources of uncertainty that this decision adds in the calculation of the reliability. The method is based on statistical hypothesis testing, and evaluates the incompatibility between the properties of the sectorial samples and the hypotheses of the extreme values models.

The procedure is used to the study of the directional extreme values of the wind velocity at the mouth of the Río de la Plata. In this case study, the choice of sectors influences the estimates of the extreme values. Also, the sectors from the proposed method fulfil the requirements and, in addition, all the indicators show best values than those from traditionally chosen reference sectors.

The second specific problem that is studied in this work deals with the combination of loads with the same origin. In this case, it can be assumed that their probability functions have common properties. The “peak factor” is commonly used to express the relationship between the statistical properties of the loads and their expected extreme value. This parameter is particularly useful, because it is clear, dimensionless and easy to compare. However, its estimation is restricted to a single variable and it does not give information about the probability of exceedance of the

expected extreme value.

To avoid these shortcomings, a working methodology is proposed to extend the use of the peak factor to a multiple variable problem. It is based on isolating the contribution of the peak values of those that are not and that takes into account the statistical properties of the former.

This approach is applied to the calculation of the extreme wind loads on a parabolic trough. Results are coherent with those of other existing methods but, in addition, the method provides relevant information about the circumstances that lead to the arise of extreme values in the resultant.

*C3PO: Señor, las probabilidades de éxito navegando en un campo de asteroides son de una contra tres mil setecientas cincuenta.*

*Han: ¡No me hables de probabilidades!*

*“El Imperio contraataca” (1980)*



## ÍNDICE GENERAL

<b>Índice general</b>	<b>XV</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>XVIII</b>
<b>Índice de tablas</b>	<b>XXI</b>

### **I Introducción y Planteamiento General**

<b>Capítulo 1. Introducción</b>	<b>3</b>
1.1. Motivación . . . . .	3
1.2. Objetivos . . . . .	5
1.3. Organización del documento . . . . .	6
<b>Capítulo 2. Relaciones de simultaneidad y compatibilidad en la combinación lineal de las componentes de un vector aleatorio</b>	<b>9</b>
2.1. Introducción . . . . .	9
2.2. Formulación . . . . .	10
2.2.1. Definiciones previas . . . . .	10
2.2.2. Relaciones entre los descriptores estadísticos de las variables . . . . .	11
2.2.3. Caracterización de la simultaneidad . . . . .	15
2.3. Resumen y conclusiones . . . . .	17

### **II Estudios Específicos**

<b>Capítulo 3. Consecuencias de la selección de sectores sobre los modelos de máximos direccionales y sus repercusiones para el diseño</b>	<b>23</b>
3.1. Introducción . . . . .	23
3.2. Estudio del efecto de la segregación de la información omnidireccional por sectores	25
3.2.1. Marco de análisis . . . . .	25
3.2.2. Relaciones entre la muestra omnidireccional y las muestras por sectores .	26
3.3. Metodología para la definición de sectores direccionales . . . . .	30
3.3.1. Definición del problema y planteamiento general . . . . .	30
3.3.2. Propuestas específicas para el desarrollo del método de trabajo . . . . .	34
3.3.3. Resumen del procedimiento . . . . .	39
3.4. Caso de Estudio . . . . .	40
3.4.1. Descripción del emplazamiento . . . . .	40

3.4.2.	Caracterización de los eventos extremos . . . . .	42
3.4.3.	Variabilidad direccional de los eventos extremos . . . . .	44
3.4.4.	Valores adoptados para la definición de requisitos e indicadores . . . . .	44
3.4.5.	Efecto de los requisitos y variación de los indicadores en función de los sectores direccionales . . . . .	45
3.5.	Dependencia entre la selección de sectores y la fiabilidad del diseño . . . . .	57
3.5.1.	Resultados con umbral constante . . . . .	59
3.5.2.	El efecto del umbral variable por sectores . . . . .	61
3.6.	Resumen y conclusiones . . . . .	61
 <b>Capítulo 4. Estudio de los valores máximos debidos a la simultaneidad de múltiples acciones de origen común</b>		<b>65</b>
4.1.	Introducción . . . . .	65
4.2.	Metodología . . . . .	69
4.2.1.	Formulación del problema . . . . .	69
4.2.2.	Bases del modelo . . . . .	70
4.2.3.	Factor de pico de Davenport extendido . . . . .	73
4.2.4.	Obtención de los parámetros del modelo y resultados . . . . .	76
4.3.	Cálculo de acciones extremas sobre las filas de un colector cilindro-parabólico . . . . .	78
4.3.1.	Descripción del sistema . . . . .	78
4.3.2.	Casos de estudio . . . . .	79
4.3.3.	Características del sistema . . . . .	80
4.3.4.	Resultados . . . . .	82
4.3.5.	Análisis de resultados . . . . .	84
4.4.	Discusión del modelo . . . . .	85
4.4.1.	Alcance e hipótesis . . . . .	85
4.4.2.	Relación entre el factor de pico extendido y las características de la resultante . . . . .	85
4.4.3.	Comparación con otros métodos . . . . .	86
4.4.4.	Validación mediante simulaciones de Monte Carlo . . . . .	88
4.5.	Resumen y conclusiones . . . . .	89
 <b>III Conclusiones</b>		
 <b>Capítulo 5. Conclusiones y futuras líneas de investigación</b>		<b>95</b>
5.1.	Conclusiones . . . . .	95
5.1.1.	Objetivo general . . . . .	95
5.2.	Futuras líneas de investigación . . . . .	99
 <b>IV Apéndices</b>		
 <b>Apéndice A.</b>		<b>103</b>
 <b>Apéndice B.</b>		<b>111</b>
 <b>Apéndice C.</b>		<b>113</b>

**Bibliografía**

**115**

## ÍNDICE DE FIGURAS

2.2.1. Esquema de relaciones entre las variables definidas . . . . .	11
2.2.2. Relación jerárquica entre componentes, clases y resultante . . . . .	12
3.2.1. Efecto de la definición de sectores en las muestras de valores POT . . . . .	27
3.2.2. Efecto de la definición de umbrales variables según el sector en las muestras de valores POT . . . . .	28
3.2.3. Relaciones entre variables direccionales y omnidireccionales . . . . .	30
3.3.1. Metodología para la definición de sectores considerando las fuentes de incertidumbre en el cálculo de la fiabilidad en un sistema sometido a extremos direccionales	31
3.3.2. Variación del parámetro $\beta$ con el tamaño muestra para distintos tamaños de efecto (TE) en la media (panel izquierdo) y en la desviación típica (panel derecho)	36
3.4.1. Localización del punto de estudio en la desembocadura del Río de la Plata . . . . .	40
3.3.3. Metodología de trabajo para la selección de sectores direccionales . . . . .	41
3.4.2. Proceso de formación de la sudestada (izquierda) y el viento pampero (derecha) .	42
3.4.3. Gráficos de diagnóstico para la elección del valor umbral omnidireccional . . . . .	43
3.4.4. Curva de períodos de retorno de la velocidad de viento omnidireccional . . . . .	43
3.4.5. Rosas de oleaje a partir de todos los datos (izquierda) y de las excedencias sobre el umbral $u = 14.5 \text{ m/s}$ (derecha) . . . . .	44
3.4.6. Arriba Izda.: Variación del ángulo girado por los eventos de tormenta con el valor de pico. Arriba Dcha.: Variabilidad direccional de la distancia angular recorrida por cada tormenta. Abajo: Variabilidad direccional de las velocidades de pico de los eventos de tormenta. . . . .	45
3.4.7. Sectores definidos según los criterios T90, T45 y C0 . . . . .	47
3.4.8. Sectores definidos según los criterios 1 a 3 . . . . .	48
3.4.9. Valores escalados entre 0 y 1 de los indicadores $\bar{p}_1$ (eje 1), $\bar{p}_2$ (eje 2) y $\bar{p}_3$ (eje 3) para cada criterio considerado . . . . .	49
3.4.10. Gráficos QQ entre las muestras por subsectores (Criterios T90 y T45). En negro, línea recta que pasa por el primer y tercer cuartil. En rojo, recta de pendiente unidad. . . . .	51
3.4.11. Gráficos QQ entre las muestras por subsectores (Criterios C0, C1, C2 y C3). En negro, línea recta que pasa por el primer y tercer cuartil. En rojo, recta de pendiente unidad. . . . .	52
3.4.12. Diagramas de caja de las estimaciones de los cuantiles asociados a $T_r = 100$ años obtenidos mediante remuestreo . . . . .	54

3.4.13. Funciones de probabilidad empíricas acumuladas de los máximos anuales por sectores (trazo fino) y omnidireccional (trazo grueso) con bandas de confianza del 95%. En rojo, distribución omnidireccional obtenida bajo la hipótesis de independencia . . . . .	55
3.4.14. Gráfico QQ entre cuantiles obtenidos de información omnidireccional (eje de abscisas) y de información direccional bajo la hipótesis de independencia (eje de ordenadas) . . . . .	56
3.5.1. Regiones de fallo en cada tramo su relación con los sectores de los criterios T90 (arriba), T45 (centro) y C0 (abajo) . . . . .	58
4.2.1. Serie temporal en la que se identifican las variables: (1) instantánea en línea granate, (2) de pico en naranja, (3) de no-pico en amarillo y (4) de valor máximo en T en rojo . . . . .	70
4.2.2. Serie temporal en la que se identifican los picos en las componentes de un sistema con múltiples variables (series 1 a 3) y en la resultante de su combinación lineal (serie 4) . . . . .	72
4.2.3. Esquema del procedimiento de trabajo . . . . .	77
4.3.1. Vista del dominio computacional con información de la velocidad instantánea. Se indica la posición del módulo analizado y la dirección de incidencia del viento . .	79
4.3.2. Geometría del módulo analizado . . . . .	79
4.3.3. Panel izquierdo: Variación del factor $\psi_{np}$ con el tiempo de promedio $\Delta t$ . Panel derecho: expresión adimensional de la curva característica de $\psi_{np}$ con sus bandas de confianza del 95%. . . . .	81
4.3.4. Expresión gráfica del criterio de selección del parámetro adimensional $\delta$ . . . . .	82
4.3.5. Variación con el tiempo de promedio adimensional, $\delta$ , de los descriptores de la variable de picos de la resultante: factor de escala (izquierda), factor de forma (centro) y frecuencia de pasos ascendentes por cero (derecha). En negro valores calculados con sus bandas de confianza del 95%, en naranja valores de la simulación y en rojo, valor característico . . . . .	83
4.3.6. Variación con el tiempo de promedio adimensional, $\delta$ , de los factores de pico extendidos de la resultante asociados a las probabilidades de no superación de 0.57 (izquierda), 0.75 (centro) y 0.95 (derecha). En negro valores calculados con sus bandas de confianza del 95%, y en rojo, valor obtenido de aplicar el criterio $\Delta t$ . 84	84
4.4.1. Variación del factor de pico extendido con los parámetros del modelo. Panel izquierdo características de $F(y_{max,T})$ . Panel derecho: características del sistema de acciones. . . . .	86
4.4.2. Relación entre el factor de pico evaluado mediante distintos métodos y el de Davenport (1964). . . . .	87
4.4.3. Comparación de los resultados de los distintos métodos con los obtenidos a partir de simulaciones de Montecarlo siguiendo Deodatis (1996) (línea discontinua) y Yang y Gurley (2015) (línea de punto-rayado) (Caso 1) . . . . .	89
A.0.1. Gráficos de diagnóstico por sectores (Criterio T90) . . . . .	104
A.0.2. Gráficos de diagnóstico por sectores (Criterio T45: sectores 1 a 4) . . . . .	105
A.0.3. Gráficos de diagnóstico por sectores (Criterio T45: sectores 5 a 8) . . . . .	106
A.0.4. Gráficos de diagnóstico por sectores (Criterio C0) . . . . .	107
A.0.5. Gráficos de diagnóstico por sectores (Criterio C1) . . . . .	108

A.0.6. Gráficos de diagnóstico por sectores (Criterio C2) . . . . .	109
A.0.7. Gráficos de diagnóstico por sectores (Criterio C3) . . . . .	110

## ÍNDICE DE TABLAS

3.4.1. Sectores direccionales correspondientes a cada criterio . . . . .	46
3.4.2. Valor de los indicadores para cada uno de los criterios considerados . . . . .	49
3.5.1. Parámetros del problema de optimización para los criterios $T90$ , $T45$ y $C0$ . . . . .	59
3.5.2. Resultados de la optimización para los criterios $T90$ , $T45$ , $C0$ y omnidireccional para $p_0 = 0,2$ (arriba) y para $p_0 = 0,1$ (abajo) . . . . .	60
3.5.3. Relación entre probabilidades de fallo en vida útil de los criterios $T90$ , $T45$ y omnidireccional con el criterio $C0$ para $p_0 \leq 0,2$ (arriba) y $p_0 \leq 0,1$ (abajo) . . . . .	60
3.5.4. Arriba: Velocidades de diseño correspondientes a los criterios $C0$ y $C0b$ . Abajo: Probabilidades de fallo en vida útil correspondientes a los criterios $C0$ y $C0b$ . . . . .	61
4.3.1. Valor de los descriptores de estado $\overline{\sigma_{X_i}^2}$ , $\overline{\rho_{X_i, X_j}}$ y $\overline{v_{X_i}}$ en los casos analizados, con sus unidades según el Sistema Internacional. . . . .	80
B.0.1. Descriptores principales de los sistemas de acciones y su resultante . . . . .	112
C.0.1. Descripción de las curvas adimensionales . . . . .	114

**Parte I**

**Introducción y Planteamiento  
General**



## INTRODUCCIÓN

### 1.1. Motivación

Toda obra de ingeniería debe ser capaz de desarrollar la función para la que fue concebida y mantener, a lo largo de su vida útil, unos niveles aceptables de seguridad, funcionalidad y operatividad. En este contexto, la labor del ingeniero es aplicar los conocimientos matemáticos, científicos y técnicos a su alcance para diseñar una solución que cumpla con estos requisitos, consumiendo para ello la menor cantidad posible de recursos. De forma general, para desarrollar esta tarea es preciso identificar y caracterizar los factores que favorecen el cumplimiento de los requisitos fijados (capacidad) y aquellos que se oponen a dicho cumplimiento (demanda). Dado que ambas magnitudes están sujetas a la influencia de múltiples factores externos incontrolables o desconocidos, su análisis riguroso sólo puede efectuarse con una perspectiva probabilística.

En el caso de las obras civiles, la demanda está dominada por los agentes naturales. Éstos se caracterizan por estar sujetos a una gran variabilidad a distintas escalas tanto espaciales como temporales y porque sus manifestaciones extremas, aunque raras, superan en gran medida a las de normal uso y explotación. El ingeniero se enfrenta al reto de estimar con suficiente precisión la probabilidad de ocurrencia de aquellos eventos extremos que van a provocar las máximas solicitaciones sobre la obra a lo largo de su vida útil, a menudo disponiendo de una cantidad reducida de información. Una subestimación de los valores máximos puede dar lugar al colapso de obras que, por su escala y singularidad, son susceptibles de desencadenar graves consecuencias sociales, ambientales y económicas. Por el contrario, una sobreestimación de los mismos supone un derroche innecesario de los recursos de la sociedad.

La estadística de extremos se encarga del estudio de las manifestaciones máximas de las variables aleatorias y presenta el marco teórico adecuado para desempeñar esta tarea (ver, por ejemplo, Castillo, 2012; Coles, 2001). Una de las grandes virtudes de esta teoría es que permite extrapolar el comportamiento de una variable más allá de la información disponible y estimar, por ejemplo, valores máximos asociados a períodos seculares a partir de información recogida durante unas pocas décadas. A pesar de la indudable potencia de esta disciplina, su puesta en

práctica no está exenta de dificultades. Por un lado, el conjunto de hipótesis en las que se sustenta y que le otorgan su capacidad de predicción no siempre se cumplen y deben ser manejadas con precaución. Por otro lado, la información que la alimenta es, por definición, poco frecuente y los resultados están sujetos a distintas fuentes de incertidumbre.

Habitualmente las propiedades estadísticas de los eventos extremos en la demanda no dependen de una única variable, sino que se deben a la acción conjunta de varias, que contribuyen en mayor o menor medida, pero de forma simultánea. La frecuencia y la magnitud con la que interviene cada componente en la combinación está influida por múltiples factores que pueden afectar a varias de ellas. Además, las variables pueden tener un mismo origen y, en consecuencia, compartir ciertas características y propiedades (por ejemplo, la acción total en una estructura debida al empuje del viento sobre sus distintos elementos), o bien pueden guardar una relación nula o menos evidente (por ejemplo, la cota de inundación debida al efecto conjunto de la marea astronómica, la marea meteorológica, el oleaje y la descarga fluvial). Sea cual sea el caso, la incertidumbre de la demanda y de sus valores extremos va a depender tanto de la incertidumbre de las distintas componentes como de la debida al modo y fase en la que se combinan.

La manera en que se establecen estas relaciones y sus consecuencias sobre la demanda forman parte de una línea de investigación científica abierta en el área de la ingeniería. Ésta se centra en el desarrollo de modelos probabilistas que tienen en cuenta el comportamiento marginal de distintos agentes naturales, así como sus relaciones de dependencia bien sea mediante distribuciones multivariadas, cópulas, etc. Por lo general, estos métodos requieren grandes cantidades de información y exigen una labor detallada de análisis y modelado que complican su incorporación a las normativas.

Para estandarizar los procedimientos de cálculo, muchos códigos se apoyan en modelos deterministas para evaluar el efecto máximo esperado de las posibles combinaciones entre las variables involucradas. Tales son la “regla de Turkstra” (Turkstra, 1970; Turkstra y Madsen, 1980), la regla CQC (“Complete Quadratic Combination”) (Kiureghian, 1981; Wilson, Der Kiureghian y Bayo, 1981) o los métodos de coeficientes parciales. Éstos se basan en la suma de valores característicos de las distribuciones de extremos de los agentes, afectados por coeficientes deterministas que tienen en cuenta que estos valores no tienen por qué ocurrir de forma simultánea. Los coeficientes se fijan en función de las características del agente, el emplazamiento, el período de retorno, etc. y se calibran para asegurar que proporcionan niveles aceptables de seguridad.

Entre las limitaciones de estos planteamientos cabe destacar que no proporcionan información sobre la probabilidad de ocurrencia asociada a los valores de cálculo. Esto los hace insuficientes para el diseño de obras de una cierta importancia y/o repercusión cuyo cálculo debe basarse en la estimación explícita del riesgo en vida útil (Losada, 2002; Losada, 2010). Tampoco facilitan la traslación a los resultados de las distintas fuentes de incertidumbre debidas al modelo o a su aplicación. Por otro lado, no aportan al ingeniero información sobre las causas más probables que pueden desencadenar el fallo ni facilitan la incorporación de éstas al esquema de cálculo, en caso de que sean conocidas.

La motivación de esta Tesis se encuentra íntimamente relacionada con las dificultades anteriores y la manera de manejarlas. Con ella se aspira, por un lado, a contribuir a una mejor comprensión de los procesos que desencadenan la aparición de demandas extremas. Por otro, a la

puesta en práctica de metodologías que, desde el conocimiento, faciliten la labor del ingeniero al enfrentarse a este problema complejo y aporten ventajas sobre los existentes. Forma parte de este planteamiento el mantener las estructuras y los conceptos que han perfilado el lenguaje y la práctica de la ingeniería, y hacer uso de ellos para definir los nuevos procedimientos.

Un punto de partida para este trabajo es asumir que la combinación de los efectos de agentes extremos pueden modelarse como la suma de aquellos que actúan de forma simultánea, es decir, que se presentan en un mismo intervalo de tiempo. Asimismo, se acepta que no todas las manifestaciones de un agente son igual de relevantes o afectan en la misma medida a la demanda sobre la obra. Por ejemplo, a menudo se comprueba que acciones por debajo de un cierto umbral no contribuyen en ninguna medida al fallo y, por tanto, pueden despreciarse, o que determinadas direcciones de incidencia provocan los efectos de mayor magnitud.

Dentro del esquema anterior, se plantean tres cuestiones de interés. En primer lugar, identificar en los agentes aquellas propiedades que se relacionan con la aparición de grandes demandas o que favorecen su desarrollo. Estas propiedades pueden estar relacionadas con criterios físicos (por ejemplo, el origen de las variables, la direccionalidad, etc.), probabilísticos (por ejemplo, la clase estadística a la que pertenecen), o cualquier otro. En segundo lugar, establecer las relaciones de simultaneidad y compatibilidad entre estas manifestaciones. Por ejemplo, determinar con qué frecuencia la descarga fluvial y la marea meteorológica se manifiestan de forma extrema y qué valores compatibles pueden tomar. Finalmente, seleccionar y modelar aquellas relaciones que resultan relevantes para el problema de estudio y trasladar la incertidumbre de las variables y su combinación al resultado.

La estrategia que se adopta en esta Tesis para afrontar el problema es la de organizar a las componentes de la demanda en clases mutuamente excluyentes, en función de sus propiedades relevantes. Este enfoque facilita el análisis y la identificación de aquellas circunstancias (clases) o sus combinaciones simultáneas que son importantes para el problema estudiado. El planteamiento se aplica al análisis de dos cuestiones de interés relacionadas con la toma de decisiones en la ingeniería de extremos. En el primero, se investiga cómo la elección de clases afecta a los resultados del diseño y se plasma en el estudio del modo en que la selección de sectores direccionales condiciona los modelos de probabilidad de valores máximos y sus repercusiones en la fiabilidad de las obras. En el segundo, se examina la manera de modelar la combinación de agentes con un mismo origen en términos de compatibilidad y simultaneidad. Luego, se emplea en el estudio de las fuerzas máximas que resultan de las presiones de pico simultáneas sobre los espejos de un colector solar. La metodología desarrollada se concreta en la definición de un “factor de pico” similar al de Davenport (1964) pero que tiene en cuenta la simultaneidad de las acciones de pico y sus valores compatibles, así como la probabilidad de superación de los máximos calculados.

## 1.2. Objetivos

El objetivo general de este trabajo es el desarrollo de metodologías y herramientas que aporten al ingeniero un conocimiento más profundo de las causas que subyacen en la aparición de eventos extremos y que faciliten su labor de análisis y diseño en obras sometidas a la acción de los agentes naturales. Este objetivo general se desarrolla por medio de los siguientes específicos:

1. Definir un marco de trabajo que permita analizar las relaciones estadísticas que se dan entre las variables que se combinan y su resultante, y que sea consistente con los procedimientos recogidos en los códigos y normativas.
2. Analizar el efecto de la definición de sectores en las relaciones entre extremos direccionales y omnidireccionales.
3. Estudiar las consecuencias de los criterios de decisión para la selección de sectores en el diseño de obras sometidas a solicitudes de carácter direccional.
4. Identificar un conjunto de variables adecuado para describir la formación de valores de pico en la resultante de un grupo de acciones simultáneas con un origen común.
5. Analizar y modelar las relaciones entre las acciones locales con un origen común y los valores extremos de su resultante.
6. Aplicar los desarrollos efectuados a situaciones de interés práctico para la ingeniería civil.

### **1.3. Organización del documento**

El trabajo se estructura en cuatro partes. La primera (capítulos 1 y 2) comprende la introducción y el desarrollo del marco de trabajo propuesto para alcanzar el primer objetivo específico. En la segunda parte (capítulos 3 y 4) se emplea el planteamiento descrito en el capítulo 2 para alcanzar los objetivos específicos restantes. Éstos se agrupan en dos líneas diferenciadas, la primera relacionada con el modelado de los extremos de solicitudes de carácter direccional y la segunda con la estimación de los máximos por estados en sistemas multivariados en los que las componentes tienen un origen común. Al final de cada uno de estos capítulos se incluye una tabla con los principales símbolos y abreviaturas utilizados. En la tercera parte (capítulo 5) se recogen las conclusiones y las futuras líneas de trabajo. Finalmente, en la cuarta parte se incluyen los apéndices, que aportan información adicional sobre resultados o métodos empleados. El apéndice A pertenece al trabajo desarrollado en el capítulo 3 mientras que los apéndices B y C corresponden al capítulo 4. A continuación, se describe brevemente el contenido de cada capítulo.

#### **Capítulo 2**

Dada una variable aleatoria que es combinación lineal de un conjunto de otras que actúan simultáneamente se analizan las relaciones estadísticas que se establecen entre ella y las variables que se obtienen de clasificar cada componente en un conjunto de clases mutuamente excluyentes. Esto permite formular el problema en términos de compatibilidad entre clases y simultaneidad de las variables dentro de éstas. Asimismo, se deducen algunos casos particulares de interés.

#### **Capítulo 3**

Se analiza el efecto de segregar por sectores la información omnidireccional sobre la estimación de las acciones extremas de un agente. Como resultado se propone un método objetivo para definir sectores direccionales que limita las principales fuentes de incertidumbre involucradas en el cálculo de la fiabilidad de una obra sometida a agentes naturales cuyos valores extremos varían con la dirección. El procedimiento se aplica al estudio de los extremos direccionales de la velocidad

del viento en la desembocadura del Río de la Plata y sus resultados se comparan con los obtenidos por medio de enfoques tradicionales.

#### **Capítulo 4**

Se desarrolla un método para obtener la función de distribución de los valores extremos que resultan de la combinación lineal de un número finito de variables gaussianas o no gaussianas igualmente distribuidas que actúan de forma simultánea. El resultado se expresa por medio de un “factor de pico extendido” que relaciona los cuantiles de la resultante con las características de la distribución de picos de las variables. El procedimiento se aplica al estudio de las acciones máximas sobre las filas de espejos de un colector cilindro parabólico.

#### **Capítulo 5**

Se presentan las conclusiones finales derivadas de este trabajo de investigación y se plantean las principales líneas de investigación que se dejan abiertas.



## RELACIONES DE SIMULTANEIDAD Y COMPATIBILIDAD EN LA COMBINACIÓN LINEAL DE LAS COMPONENTES DE UN VECTOR ALEATORIO

### 2.1. Introducción

La ingeniería civil se enfrenta constantemente a situaciones en las que el diseño se ve condicionado por la acción combinada de múltiples agentes naturales. La caracterización de su efecto conjunto y la proyección de éste a sus manifestaciones extremas involucra la estadística de los agentes, sus escalas de variabilidad espacio-temporal, sus relaciones de dependencia, etc. Dada la complejidad del problema, a menudo los esfuerzos se concentran en estimar estas solicitaciones totales y la identificación de las causas que subyacen en la aparición de las acciones resultantes queda relegada a menudo a un segundo plano.

Por ejemplo, muchos códigos apoyan el cálculo de las acciones de diseño en métodos de coeficientes parciales. Éstos requieren el estudio de distintas combinaciones de acciones con el fin de identificar las situaciones pésimas a las que puede verse sometida la obra en su vida útil. Las variables se representan mediante valores característicos y los coeficientes que las acompañan dependen del tipo de combinación, la naturaleza de la acción y su concurrencia con otras, así como de si su efecto es favorable o desfavorable. En todos los casos los coeficientes son previamente calibrados para asegurar que los niveles de fiabilidad de la obra son aceptables. Así, el resultado de este procedimiento son obras seguras, pero el ingeniero carece de información específica sobre las causas probables que pueden originar el fallo.

Tanto desde el punto de vista del diseño como de la gestión de la obra, no sólo es relevante conocer las acciones totales pésimas a las que puede verse sometida. La caracterización de los agentes que contribuyen en mayor medida a las solicitaciones máximas, con qué otros se combinan y qué valores pueden tomar cuando se presentan de forma conjunta puede ayudar a diseñar obras más eficientes. Con una perspectiva estrictamente formal, el problema queda resuelto si se conoce la probabilidad conjunta de las variables que toman parte en la ocurrencia de los valores

máximos de la resultante. Sin embargo, modelar estas relaciones a menudo no es posible en la práctica.

Un acercamiento al problema cercano al utilizado en las normativas consiste en asumir que las solicitaciones máximas sobre una obra son consecuencia de un cierto número de agentes, interrelacionados o no, actuando simultáneamente. Algunas preguntas relevantes para el diseño y la gestión que surgen de este planteamiento tienen que ver con la estadística del número de agentes simultáneos, con los valores compatibles, es decir, aquellos susceptibles de presentarse en un mismo intervalo de tiempo, o con la frecuencia con que se producen esos eventos.

Dado que muchos agentes naturales (por ejemplo, viento, oleaje, corrientes, etc.) se manifiestan de manera continua (aunque sea con poca intensidad), son permanentemente simultáneos. Por tanto, la cuestión realmente relevante para el ingeniero es determinar bajo qué circunstancias se combinan, es decir, qué valores o qué propiedades de los agentes pueden darse de manera simultánea. El interés se traslada entonces a determinar, por ejemplo, cuál es el número de agentes que actúan simultáneamente en una misma dirección, o cuál es el número de agentes que simultáneamente manifiestan valores extremos de su magnitud. Y, sobre todo, cuáles de estas combinaciones conducen a la aparición de los valores máximos de la acción resultante.

Para dar respuesta a estas preguntas, en este capítulo se propone la organización de las variables en clases mutuamente excluyentes. Hecha esta división, se deducen las relaciones entre estadísticos que ligan componentes, clases y resultante y se caracteriza la simultaneidad entre elementos que pertenecen a las mismas clases. Estas relaciones constituyen una herramienta útil para el análisis de las causas que explican los valores que toma una variable que es combinación lineal de otras. Por su carácter general, puede ser aplicado a un amplio espectro de problemas de interés tales como la contribución relativa de los valores centrados y extremos de las mareas, oleaje, descargas fluviales en la cota de inundación de un estuario; el efecto de la direccionalidad del viento, las olas y las corrientes en las acciones máximas de estructuras offshore, etc.

## 2.2. Formulación

### 2.2.1. Definiciones previas

Dado un vector aleatorio  $V$  formado por  $C$  componentes que presentan la característica común de actuar simultáneamente y cuyos valores pueden clasificarse en  $M$  clases mutuamente excluyentes, se definen las siguientes variables aleatorias:

- $X_c$  es la componente  $c$  del vector aleatorio  $V$ .
- $Y$  es la suma de las componentes del vector aleatorio  $V$ .
- $X_{c,m}$  es la variable aleatoria que caracteriza a los valores de  $X_c$  que pertenecen a la clase  $m$ .
- $\mathfrak{N}_{c,m}$  es el tamaño de la submuestra de  $X_{c,m}$  originada a partir de una muestra de tamaño  $N$  del vector aleatorio  $V$ . Se verifica que  $\mathfrak{N}_{c,m} \leq N$ .
- $S_m$  es el número de componentes del vector aleatorio  $V$  que pertenecen a la clase  $m$ . Se verifica que  $S_m \leq C$ .

- $\mathcal{X}_m$  es la suma de los valores del vector aleatorio  $V$  que pertenecen a la clase  $m$ .

En la figura 2.2.1 se muestra un esquema con las variables definidas. En el recuadro de la izquierda se presentan verticalmente los valores de las componentes  $X_c$  de una muestra de tamaño  $N$  del vector aleatorio  $V$ . Una observación arbitraria  $V_n$  de este vector se señala con línea discontinua. Se indica a la derecha que el tamaño de este vector es igual al número de componentes  $C$ . La suma de las componentes de cada vector muestreado da lugar a una observación de la variable  $Y$ .

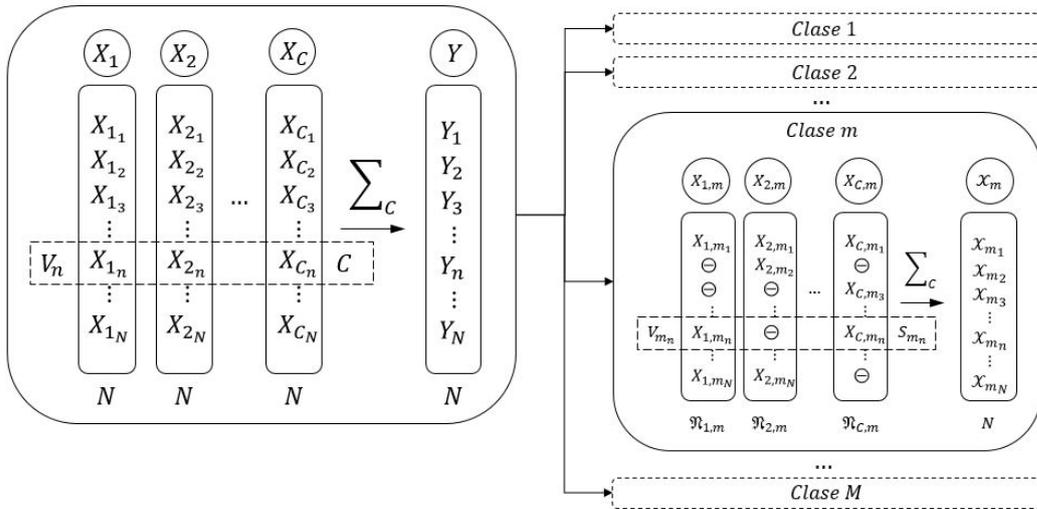


Figura 2.2.1: Esquema de relaciones entre las variables definidas

Supuesto que los valores de cada componente  $X_c$  se clasifican en  $M$  clases mutuamente excluyentes, en el recuadro de la derecha se muestran las variables correspondientes a una clase arbitraria  $m$ . De forma análoga al cuadro de la izquierda, se presentan verticalmente los valores de las variables  $X_{c,m}$ , indicando con un signo  $\ominus$  aquellas observaciones del vector  $V$  que no presentan un valor de la componente  $X_c$  en la clase  $m$ , es decir,  $\ominus \Rightarrow \nexists X_{c,m_n} \in V_n$ . Bajo cada variable  $X_{c,m}$  se indica el número de elementos,  $\mathfrak{N}_{c,m}$ , presentes en una muestra de tamaño  $N$  del vector aleatorio  $V$ . Este valor es, en general, otra variable aleatoria. Los valores de cada componente que pertenecen a la categoría  $m$  en una observación arbitraria  $V_n$  se enmarcan con línea discontinua. El número de elementos de este subconjunto es la variable aleatoria  $S_{m_n}$ . Finalmente, la suma de las componentes de  $X_{c,m_n} \in V_n$  da lugar al valor de la variable  $\mathcal{X}_{m_n}$ .

### 2.2.2. Relaciones entre los descriptores estadísticos de las variables

Por definición,  $Y = \sum_M \mathcal{X}_m$  y, a su vez, las variables  $\mathcal{X}_m$  se obtienen de clasificar y agregar las contribuciones de las distintas componentes  $X_c$ . Se establece por tanto la estructura jerarquizada entre componentes, clases y resultante que se describe en la figura 2.2.2.

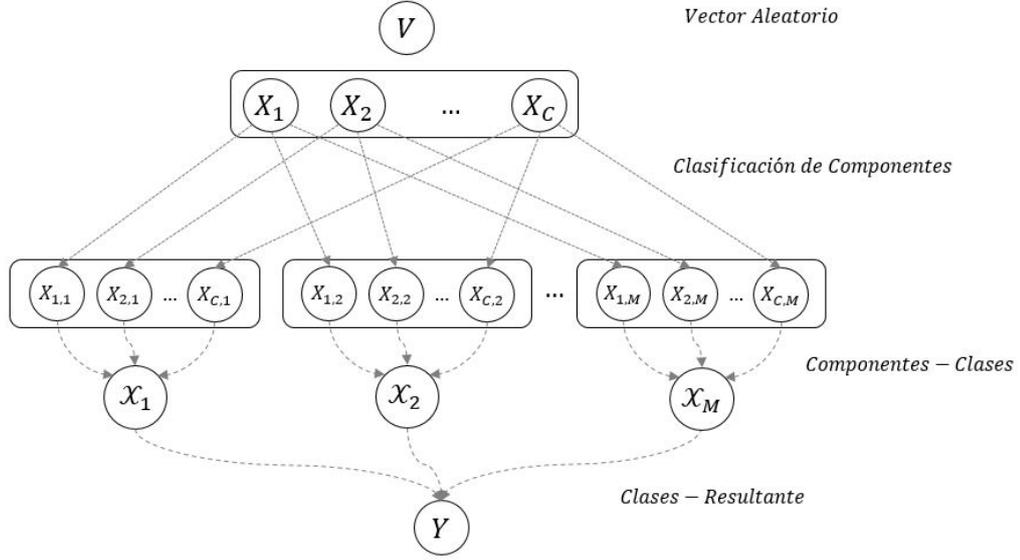


Figura 2.2.2: Relación jerárquica entre componentes, clases y resultante

### Nivel 1 - 2: Relaciones Componentes - Clases

En un primer grupo se encuentran las relaciones que ligan las características de las variables  $X_{c,m}$  con la contribución de cada clase  $\mathcal{X}_m$ . Éstas están condicionadas (1) por las propiedades estadísticas de las componentes que pertenecen a la clase  $m$ , (2) por la simultaneidad entre ellas y (3) por la compatibilidad de los valores simultáneos. Las Ec. 2.1 a Ec. 2.3 describen estas relaciones en términos de los estadísticos media ( $E[X]$ ), varianza ( $Var(X)$ ) y momento central de orden 3 ( $\gamma_3(X)$ ).

$$E[\mathcal{X}_m] = \sum_{c=1}^C E[X_{c,m}] \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N} \quad (2.1)$$

$$Var(\mathcal{X}_m) = \sum_{c=1}^C Var(X_{c,m}) \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N} + \sum_{c=1}^C E^2[X_{c,m}] \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N} \left(1 - \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N}\right) + 2 \sum_{i \neq j}^C Cov(X_{i,m}^*, X_{j,m}^*) \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \gamma_3(\mathcal{X}_m) = & \sum_{c=1}^C \gamma_3(X_{c,m}) \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N} + 3 \sum_{c=1}^C E[X_{c,m}] Var(X_{c,m}) \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N} \left(1 - \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N}\right) \\ & + \sum_{c=1}^C E^3[X_{c,m}] \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N} \left(1 - \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N}\right) \left(1 - 2 \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N}\right) \\ & + 3 \sum_{i \neq j}^C Co\gamma_3(X_{i,m}^*, X_{i,m}^*, X_{j,m}^*) + 6 \sum_{i \neq j \neq k}^C Co\gamma_3(X_{i,m}^*, X_{j,m}^*, X_{k,m}^*) \end{aligned} \quad (2.3)$$

donde  $Cov(X_i, X_j)$  y  $Co\gamma_3(X_i, X_j, X_k)$  son los operadores covarianza y coasimetría que responden a las siguientes expresiones.

$$Cov(X_{i,m}^*, X_{j,m}^*) = \frac{\mathfrak{N}_{ij,m}}{N} E[X_{ij,m}] - \frac{\mathfrak{N}_{i,m}\mathfrak{N}_{j,m}}{N^2} E[X_{i,m}] E[X_{j,m}]$$

$$\begin{aligned} Coy_3(X_{i,m}^*, X_{j,m}^*, X_{k,m}^*) &= \frac{\mathfrak{N}_{ijk,m}}{N} E[X_{ijk,m}] - \left( \frac{\mathfrak{N}_{ij,m}\mathfrak{N}_{k,m}}{N^2} E[X_{ij,m}] E[X_{k,m}] \right. \\ &\quad + \frac{\mathfrak{N}_{ik,m}\mathfrak{N}_{j,m}}{N^2} E[X_{ik,m}] E[X_{j,m}] \\ &\quad \left. + \frac{\mathfrak{N}_{jk,m}\mathfrak{N}_{i,m}}{N^2} E[X_{jk,m}] E[X_{i,m}] \right) \\ &\quad + 2 \frac{\mathfrak{N}_{i,m}\mathfrak{N}_{j,m}\mathfrak{N}_{k,m}}{N^3} E[X_{i,m}] E[X_{j,m}] E[X_{k,m}] \end{aligned}$$

Por otro lado,  $\mathfrak{N}/N$  es un estimador de la probabilidad de que un elemento de la componente  $c$  pertenezca a la clase  $m$  y  $\mathfrak{N}_{ij,m}/N$  y  $\mathfrak{N}_{ijk,m}/N$  son estimadores de la probabilidad de ocurrencia simultánea de componentes de, respectivamente,  $(i, j)$  y  $(i, j, k)$  pertenecientes a la clase  $m$ . Finalmente,  $X_{ij,m}$  y  $X_{ijk,m}$  son el producto de, respectivamente, los valores de  $(X_{i,m}, X_{j,m})$  y  $(X_{i,m}, X_{j,m}, X_{k,m})$  que ocurren de forma simultánea.

### Nivel 2 - 3: Relaciones Clases - Resultante

En el segundo grupo se encuentran las relaciones que ligan las características de las contribuciones de cada clase  $\mathcal{X}_m$  con la resultante  $Y$ . En ellas intervienen (1) las propiedades estadísticas de cada clase y (2) las condiciones de compatibilidad entre ellas. Las Ec. 2.4 a Ec. 2.6 muestran estas relaciones en términos de los estadísticos media, varianza y momento central de orden 3.

$$E[Y] = \sum_{m=1}^M E[\mathcal{X}_m] \quad (2.4)$$

$$Var(Y) = \sum_{m=1}^M Var(\mathcal{X}_m) + 2 \sum_{i \neq j}^M Coy(\mathcal{X}_i, \mathcal{X}_j) \quad (2.5)$$

$$\gamma_3(Y) = \sum_{m=1}^M \gamma_3(\mathcal{X}_m) + 3 \sum_{i \neq j}^M Coy_3(\mathcal{X}_i, \mathcal{X}_i, \mathcal{X}_j) + 6 \sum_{i \neq j \neq k}^M Coy_3(\mathcal{X}_i, \mathcal{X}_j, \mathcal{X}_k) \quad (2.6)$$

### Nivel 1 - 3: Relaciones Componentes - Resultante

Las expresiones anteriores se pueden combinar para identificar las relaciones entre los estadísticos de la resultante y los de las componentes que pertenecen a una determinada clase. Tras algunas manipulaciones es posible aislar 3 bloques: (A) el efecto aislado de la contribución de los estadísticos de cada variable  $X_{c,m}$ , (B) la contribución de la acción simultánea de componentes pertenecientes a una misma clase y (C) el efecto de la compatibilidad entre las componentes de una clase y la contribución de las clases restantes. Las Ec. 2.7 a Ec. 2.9 muestran las relaciones para la media, varianza y momento central de orden 3, indicando el bloque al que pertenece

cada sumando. La importancia de cada uno de estos bloques sobre el total depende del fenómeno estudiado y las clases que se hayan escogido para el análisis.

$$E[Y] = \sum_{m=1}^M \left\{ \underbrace{\sum_{c=1}^C E[X_{c,m}] \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N}}_A \right\} \quad (2.7)$$

$$Var(Y) = \sum_{m=1}^M \left\{ \underbrace{\sum_{c=1}^C Var(X_{c,m}) \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N} + \sum_{c=1}^C E[X_{c,m}] \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N} (E[X_{c,m}] - E[Y])}_{A} \right. \\ \left. + \underbrace{2 \sum_{i \neq j}^C E[X_{ij,m}] \frac{\mathfrak{N}_{ij,m}}{N}}_B - \underbrace{\sum_{c=1}^C \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N} E[X_{c,m} (\mathcal{X}_m - Y)]}_C \right\} \quad (2.8)$$

$$\gamma_3(Y) = \sum_{m=1}^M \left\{ \underbrace{\sum_{c=1}^C \gamma_3(X_{c,m}) \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N} + 3 \sum_{c=1}^C Var(X_{c,m}) \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N} (E[X_{c,m}] - E[Y])}_{A} \right. \\ \left. + \underbrace{\sum_{c=1}^C E[X_{c,m}] \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N} (E[X_{c,m}] - E[Y]) (E[X_{c,m}] - 2E[Y])}_{A} \right. \\ \left. + \underbrace{3 \sum_{i \neq j}^C \frac{\mathfrak{N}_{ij,m}}{N} E[X_{ij,m} (X_{i,m} - E[Y])] + 6 \sum_{i \neq j \neq k}^C \frac{\mathfrak{N}_{ijk,m}}{N} E[X_{ijk,m}]}_B \right. \\ \left. - \underbrace{\sum_{c=1}^C \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N} E[X_{c,m} (\mathcal{X}_m - Y) (\mathcal{X}_m + Y - 3E[Y])]}_C \right\} \quad (2.9)$$

### Caso particular: vector aleatorio unidimensional

Si el vector aleatorio consta de una única componente, es decir, si una variable aleatoria se descompone en clases mutuamente excluyentes, las Ec. 2.7 a Ec. 2.9 quedan reducidas a las Ec. 2.10 a 2.12.

$$E[Y] = \sum_{m=1}^M E[X_m] \frac{\mathfrak{N}_m}{N} \quad (2.10)$$

$$Var(Y) = \sum_{m=1}^M Var(X_m) \frac{\mathfrak{N}_m}{N} + \sum_{m=1}^M E[X_m] \frac{\mathfrak{N}_m}{N} (E[X_m] - E[Y]) \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} \gamma_3(Y) = & \sum_{m=1}^M \gamma_3(X_m) \frac{\mathfrak{N}_m}{N} + 3 \sum_{m=1}^M Var(X_m) \frac{\mathfrak{N}_m}{N} (E[X_m] - E[Y]) \\ & + \sum_{m=1}^M E[X_m] \frac{\mathfrak{N}_m}{N} (E[X_m] - E[Y]) (E[X_m] - 2E[Y]) \end{aligned} \quad (2.12)$$

### 2.2.3. Caracterización de la simultaneidad

La variable aleatoria  $S_m$  caracteriza al número de componentes del vector aleatorio  $V$  que pertenecen simultáneamente a una determinada clase  $m$ . Por ejemplo, si las componentes son las acciones sobre una estructura que dan lugar a solicitudes extremas en ella, y las clases definen distintos niveles de dichas acciones, la caracterización de la simultaneidad aporta información estadística del número de acciones de cada clase (por ejemplo, acciones extremas de las componentes) que explican los valores extremos de la resultante.

Dada una clase  $m$  y un vector aleatorio  $V$ , se define otro,  $B_m$ , que describe una prueba de Bernoulli que toma el valor 1 cuando una la componente  $X_c$  de  $V$  pertenece a la clase  $m$  ( $X_c \in m$ ) y 0 en otro caso ( $X_c \notin m$ ). Si se denomina  $\beta_{c,m}$  a la componente  $c$  del vector  $B_m$ , entonces, la variable  $S_m$  se relaciona con el vector  $B_m$  de acuerdo con Ec. 2.13.

$$S_m = \sum_{c=1}^C \beta_{c,m} \leq C \quad (2.13)$$

A su vez, si se dispone de una muestra de tamaño  $N$  del vector aleatorio  $V$  y sus vectores  $B$  asociados, la variable aleatoria  $\mathfrak{N}_{c,m}$  puede calcularse por medio de la Ec. 2.14.

$$\mathfrak{N}_{c,m} = \sum_{n=1}^N \beta_{c,m_n} \leq N \quad (2.14)$$

Relacionando Ec. 2.13 y Ec. 2.14 es posible expresar los estadísticos de  $S_m$  en términos de las probabilidades  $\mathfrak{N}_{c,m}/N$  (Ec. 2.15 a Ec. 2.17).

$$E[S_m] = \sum_{c=1}^C \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N} \quad (2.15)$$

$$Var(S_m) = \sum_{c=1}^C \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N} \left(1 - \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N}\right) + 2 \sum_{i \neq j}^C Cov(\beta_{i,m}, \beta_{j,m}) \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned}
 \gamma_3(S_m) &= \sum_{c=1}^C \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N} \left(1 - \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N}\right) \left(1 - 2\frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N}\right) \\
 &\quad + 3 \sum_{i \neq j}^C \text{Cov} \gamma_3(\beta_{i,m}, \beta_{i,m}, \beta_{j,m}) \\
 &\quad + 6 \sum_{i \neq j \neq k}^C \text{Cov} \gamma_3(\beta_{i,m}, \beta_{j,m}, \beta_{k,m})
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

donde  $\text{Cov}(\beta_{i,m}, \beta_{j,m})$  y  $\text{Cov} \gamma_3(\beta_{i,m}, \beta_{j,m}, \beta_{k,m})$  son los operadores covarianza y coasimetría que responden a las siguientes expresiones.

$$\begin{aligned}
 \text{Cov}(\beta_{i,m}, \beta_{j,m}) &= \frac{\mathfrak{N}_{ij,m}}{N} - \frac{\mathfrak{N}_{i,m} \mathfrak{N}_{j,m}}{N^2} \\
 \text{Cov} \gamma_3(\beta_{i,m}, \beta_{j,m}, \beta_{k,m}) &= \frac{\mathfrak{N}_{ijk,m}}{N} + 2 \frac{\mathfrak{N}_{i,m} \mathfrak{N}_{j,m} \mathfrak{N}_{k,m}}{N^3} \\
 &\quad - \left( \frac{\mathfrak{N}_{ij,m} \mathfrak{N}_{k,m}}{N^2} + \frac{\mathfrak{N}_{ik,m} \mathfrak{N}_{j,m}}{N^2} + \frac{\mathfrak{N}_{jk,m} \mathfrak{N}_{i,m}}{N^2} \right)
 \end{aligned}$$

### Corolario

Si  $X_{c,m}$  son variables independientes e idénticamente distribuidas (iid), Ec. 2.1 a Ec. 2.3 se transforman, respectivamente, en Ec. 2.18 a Ec. 2.20.

$$E[\mathcal{X}_m] = E[X_m] \sum_{c=1}^C \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N} = E[X_m] E[S_m] \tag{2.18}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Var}[\mathcal{X}_m] &= \text{Var}(X_m) \sum_{c=1}^C \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N} + E^2[X_m] \sum_{c=1}^C \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N} \left(1 - \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N}\right) \\
 &= \text{Var}(X_m) E[S_m] + E^2[X_m] \text{Var}(S_m)
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

$$\begin{aligned}
 \gamma_3(\mathcal{X}_m) &= \gamma_3(X_m) \sum_{c=1}^C \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N} + 3E[X_m] \text{Var}(X_m) \sum_{c=1}^C \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N} \left(1 - \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N}\right) \\
 &\quad + E[X_m]^3 \sum_{c=1}^C \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N} \left(1 - \frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N}\right) \left(1 - 2\frac{\mathfrak{N}_{c,m}}{N}\right) \\
 &= \gamma_3(X_m) E[S_m] + 3E[X_m] \text{Var}(X_m) \text{Var}(S_m) + E^3[X_m] \gamma_3(S_m)
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

Además, se comprueba que  $S_m$  sigue una distribución de Poisson Binomial de  $C$  parámetros  $p_{c,m} = \mathfrak{N}_{c,m}/N$ , cuya media y varianza y momento central de orden 3 vienen dados por las ecuaciones 2.21 a 2.23.

$$E[S_m] = \sum_{c=1}^C p_{c,m} \tag{2.21}$$

$$\text{Var}(S_m) = \sum_{c=1}^C p_{c,m} (1 - p_{c,m}) \quad (2.22)$$

$$\gamma_3(S_m) = \sum_{c=1}^C p_{c,m} (1 - p_{c,m}) (1 - 2p_{c,m}) \quad (2.23)$$

Si la probabilidad de que el valor de una variable pertenezca a una determinada clase  $m$  es igual para todas ellas ( $\text{Prob}[X_c \in m] = p_{c,m} = p_m; \forall c$ ), entonces la distribución Poisson Binomial degenera en una Binomial  $S_m \sim \text{Binom.}(C, p_m)$ .

### 2.3. Resumen y conclusiones

En este capítulo se analizan las relaciones estadísticas que se establecen entre una variable aleatoria que es combinación lineal de un conjunto de otras que actúan simultáneamente y las variables que se obtienen de clasificar cada componente en un conjunto de clases mutuamente excluyentes. La definición de clases permite aislar subpoblaciones dentro de cada variable que aglutinen propiedades de interés para el problema analizado.

Dado un vector aleatorio  $V$  cuyas componentes son variables simultáneas (es decir, que ocurren en un mismo intervalo de tiempo) que pueden clasificarse en un conjunto de clases mutuamente excluyentes, y sea  $Y$  la resultante de la suma de las componentes de dicho vector, las relaciones entre (1) las propiedades estadísticas de  $Y$ , (2) las propiedades de las clases de cada componente y (3) las propiedades de la contribución total de cada clase son fijas. De estos vínculos se extraen las siguientes conclusiones:

- Seleccionada una clase  $m$ , las relaciones entre las propiedades de las subpoblaciones de las componentes que pertenecen a  $m$  ( $X_{c,m}$ ) y la contribución total de esa clase a la resultante ( $\mathcal{X}_m$ ) están condicionadas (1) por las características intrínsecas de cada variable  $X_{c,m}$ , (2) por la simultaneidad entre ellas y (3) por la compatibilidad de los valores simultáneos.
- Las relaciones entre las propiedades de la resultante  $Y$  y las contribuciones de cada clase  $\mathcal{X}_m$  a ella se ven afectadas por (1) las características intrínsecas de cada clase  $\mathcal{X}_m$  y (2) las condiciones de compatibilidad entre ellas.
- Las relaciones entre las propiedades de la resultante y las de las componentes que pertenecen a cada clase dependen (1) del efecto aislado de la contribución de los estadísticos de cada variable  $X_{c,m}$ , (2) de la contribución de la acción simultánea de componentes pertenecientes a una misma clase y (3) del efecto de la compatibilidad entre las componentes de una clase y la contribución de las clases restantes.

La importancia de los distintos factores en cada grupo de relaciones depende del fenómeno estudiado y las clases definidas.

Definida la simultaneidad como la variable aleatoria que describe el número de componentes del vector aleatorio  $V$  que pertenecen a una determinada clase  $m$ , sus propiedades estadísticas

dependen de la probabilidad de pertenencia de cada componente a la clase  $m$  y de la probabilidad de ocurrencia simultánea entre ellas. En el caso particular de que las componentes del vector  $V$  tengan la misma tasa de ocurrencia en cada categoría, la simultaneidad queda caracterizada por un modelo binomial.

## Lista de símbolos empleados

---

$V$	Vector aleatorio de variables simultáneas.
$C$	Número de componentes del vector aleatorio $V$ .
$M$	Número de clases en las que se organizan las componentes.
$X_c$	Componente $c$ del vector aleatorio $V$ .
$Y$	Suma de las componentes del vector aleatorio $V$ .
$X_{i,m}$	Valores de $X_i$ que pertenecen a la clase $m$ .
$X_{i,j,m}$	Producto de los valores de $(X_{i,m}, X_{j,m})$ que ocurren de forma simultánea.
$X_{i,jk,m}$	Producto de los valores de $(X_{i,m}, X_{j,m}, X_{k,m})$ que ocurren de forma simultánea.
$\mathcal{X}_m$	Suma de los valores del vector aleatorio $V$ que pertenecen a la clase $m$ .
$N$	Tamaño muestral.
$\mathfrak{N}_{c,m}$	Número de valores simultáneos de $X_{c,m}$ en una muestra de tamaño $N$ .
$\mathfrak{N}_{i,j,m}$	Número de valores simultáneos de $X_{i,m}$ y $X_{j,m}$ en una muestra de tamaño $N$ .
$\mathfrak{N}_{i,jk,m}$	Número de valores simultáneos de $X_{i,m}$ , $X_{j,m}$ y $X_{k,m}$ en una muestra de tamaño $N$ .
$B_m$	Vector aleatorio de pruebas de Bernoulli asociado a la clase $m$ .
$\beta_{i,m}$	Componente $i$ del vector aleatorio $B_m$ .
$S_m$	Suma de los elementos del vector aleatorio $\beta_{i,m}$ .
$\gamma_3(X)$	Momento centrado de orden 3 de la variable $X$ .
$Cov(X_i, X_j)$	Covarianza entre las variables $X_i$ y $X_j$ .
$Co\gamma_3(X_i, X_j, X_k)$	Coasimetría entre las variables $X_i$ , $X_j$ y $X_k$ .

---



**Parte II**

**Estudios Específicos**



## CONSECUENCIAS DE LA SELECCIÓN DE SECTORES SOBRE LOS MODELOS DE MÁXIMOS DIRECCIONALES Y SUS REPERCUSIONES PARA EL DISEÑO

### 3.1. Introducción

Las magnitudes extremas de numerosos agentes naturales, como el viento, el oleaje o las corrientes varían con la dirección debido a factores tales como el desplazamiento de las borrascas, los tipos de tormenta, la batimetría o la orografía local, etc. Desde el punto de vista ingenieril, la incorporación de los efectos direccionales al diseño plantea una serie de ventajas con respecto a un tratamiento puramente omnidireccional de los datos. En primer lugar, la estimación de los cuantiles extremos obtenidos a partir de modelos que ignoran esta covariable son menos precisos que aquellos que la consideran (Jonathan, Ewans y Forristall, 2008). En segundo lugar, constituye una circunstancia relevante para modelar la combinación de agentes naturales y puede resultar de utilidad en planteamientos basados en identificar las condiciones de compatibilidad y simultaneidad que dan lugar a situaciones extremas en la demanda. En tercer lugar, permite adecuar los diseños a fin de ahorrar en aquellas áreas expuestas a las direcciones en las que los agentes se presentan de forma menos rigurosa. Finalmente, su caracterización juega un papel imprescindible en el dimensionamiento de obras cuyo fallo depende directamente del ángulo de incidencia del agente (Losada, 2016), como ocurre, por ejemplo, con algunos tipos de diques y escolleras.

El esquema de trabajo propuesto por las normativas para considerar el efecto de la direccionalidad consiste en dividir la información disponible en un conjunto discreto de sectores, cuyo comportamiento estadístico se supone homogéneo. Posteriormente, en cada uno de estos sectores se ajusta el modelo de extremos que sirve de base para el dimensionamiento de las obras. Aunque aparentemente simple, este planteamiento involucra la toma de una sucesión de decisiones cuya importancia para la fiabilidad del diseño no debe ser ignorada. Éstas incluyen la identificación de los valores extremos, la selección del modelo adecuado para su ajuste, la definición de los sectores direccionales empleados para el cálculo o la caracterización de la dependencia entre los extremos

direccionales. Otra dificultad adicional viene dada porque cada criterio adoptado repercute en los restantes, lo que conduce a la necesidad de establecer un planteamiento que considere estas circunstancias de forma conjunta. A menudo, las normativas no profundizan en las cuestiones anteriores y menos aún las contemplan con una perspectiva holística, por lo que las decisiones quedan a criterio del ingeniero.

Con respecto a la caracterización de los valores extremos y su posterior ajuste, existen dos acercamientos principales. El primero se apoya en el teorema de Fisher–Tippett–Gnedenko (Fisher y Tippett, 1928; Gnedenko, 1943) y se basa en el uso de los máximos observados en períodos de igual duración que se ajustan a una distribución de extremos generalizada (GEV). El segundo se justifica en el teorema de Pickands–Balkema–de Haan (Pickands, 1975; Balkema y Haan, 1974) y emplea observaciones independientes por encima de un umbral (picos sobre umbral, POT). En general, el segundo es preferido cuando la información es escasa ya que hace un aprovechamiento más intenso de ella. Para el ajuste de los eventos POT se recurre comúnmente a la distribución generalizada de Pareto (Castillo, 2012; Coles, 2001; Davison, 2003). La hipótesis adicional de que la frecuencia de eventos POT sigue una distribución de Poisson conduce al modelo de extremos de Poisson-Pareto (Smith, 2001; Katz, Parlange y Naveau, 2002; Méndez y col., 2006; Sartini, Mentaschi y Besio, 2015), compatible con una distribución tipo GEV.

Una desventaja de los modelos basados en el régimen POT es la influencia que tiene la selección del umbral en los ajustes. Así, umbrales bajos pueden no resultar adecuados para justificar un ajuste basado en teoría asintótica, mientras que umbrales altos reducen la cantidad de información disponible, con el consiguiente aumento de la incertidumbre. Cuando el umbral, a su vez, depende de otras covariables, distintos trabajos han demostrado la importancia de capturar esta variabilidad para obtener estimaciones precisas de los eventos extremos (Ewans y Jonathan, 2008; Jonathan, Ewans y Forristall, 2008; Jones y col., 2016). La elección del umbral se puede efectuar mediante métodos gráficos (Coles, 2001), o bien automatizados como los de Thompson y col. (2009), Solari y Losada (2012) y Solari, Egüen y Losada (2016), que presentan la ventaja sobre los anteriores de eliminar la componente subjetiva.

Respecto a los modelos de dependencia entre extremos direccionales, la literatura científica recoge distintas aproximaciones con diferente grado de complejidad. Algunos ejemplos son Simiu y col. (1985), Coles y Walshaw (1994) o Solari y Losada (2016) para la velocidad del viento, Robinson y Tawn (1997) para corrientes o Jonathan y Ewans (2007) en el caso del oleaje. No obstante, en situaciones de información escasa es habitual recurrir a la hipótesis de independencia.

Finalmente, la selección de los sectores de cálculo ha suscitado una menor atención que no se ve justificada si se consideran las repercusiones de esta decisión sobre la evaluación del coste de una obra y su fiabilidad. Así, la segregación de la información omnidireccional en submuestras y el modelado de sus relaciones y su comportamiento extremos trasladan numerosas fuentes de incertidumbre al proceso de diseño. Tales son, la validez de los modelos empleados tanto para caracterizar los valores extremos por sectores como su relación de dependencia, la homogeneidad de los eventos acotados por cada sector o la propia incertidumbre de los parámetros ajuste.

La ingeniería ha optado de forma tradicional por el uso de criterios simples que no consideran las cuestiones anteriores. Éstos se basan, principalmente, en la definición de sectores de amplitud

fija, orientados de acuerdo con las direcciones cardinales. Variantes de este planteamiento se mantienen, por ejemplo, en API (2000) o DNV (2010). En la primera se sugiere tomar como dirección de referencia la dirección principal en la que se manifiesta agente, mientras que en la segunda se deja a criterio del ingeniero. En la ISO (2005) se propone el empleo de sectores «definidos de forma “natural” basados en la direccionalidad inherente a datos medidos o procedentes de reanálisis» como alternativa al acercamiento usual. Sin embargo, no define criterios específicos para abordar este planteamiento. Por otro lado, Ewans y Jonathan (2008) describe un procedimiento que aísla aquellos sectores cuyos cuantiles extremos registrados en subsectores de 10° presentan la menor variabilidad, pero ignora las restantes fuentes de incertidumbre.

En este capítulo se investiga el modo en que la definición de sectores afecta a la confianza de las estimaciones de los extremos direccionales y su efecto sobre el coste y la fiabilidad de las obras. En la primera parte, se analiza el efecto del incremento del número de sectores y de la variación del umbral en las propiedades estadísticas de las muestras de eventos POT. En la segunda, se aborda el problema de la selección de sectores direccionales. Para ello se propone una metodología que limita las principales fuentes de incertidumbre involucradas en el cálculo de la fiabilidad de una obra sometida a agentes naturales cuyos valores extremos varían con la dirección.

El planteamiento se aplica al estudio de los extremos direccionales de la velocidad del viento en la desembocadura del Río de la Plata. Los resultados de las estimaciones y de sus consecuencias sobre la fiabilidad del diseño se comparan con los obtenidos haciendo uso de divisiones empleadas de forma tradicional por la ingeniería. También se evalúa el efecto de ignorar la variabilidad direccional del umbral que caracteriza los eventos extremos.

## 3.2. Estudio del efecto de la segregación de la información omnidireccional por sectores

### 3.2.1. Marco de análisis

Uno de los métodos utilizados para caracterizar el comportamiento extremo de los agentes naturales se basa en la combinación de un modelo para la distribución de los excesos independientes sobre un umbral con otro de tipo Poisson para la frecuencia con la que se presentan. Este planteamiento presenta la ventaja de que hace un uso más exhaustivo que otros métodos convencionales (por ejemplo, el de los máximos anuales) de una información que habitualmente es escasa. Por otro lado, la variable con la que trabaja este modelo a menudo posee una interpretación física sencilla. Así, los eventos por encima del umbral se asocian a condiciones de tormenta, mientras que los picos son los máximos de cada una de ellas.

La distribución generalizada de Pareto (en adelante GPD, por sus siglas en inglés) se emplea en este capítulo para describir las propiedades estadísticas de los valores de una variable que superan un umbral. Esta decisión se encuentra justificada en que describe el comportamiento asintótico de estos datos cuando el umbral es suficientemente alto (ver, por ejemplo, Pickands, 1975). Su expresión viene dada por la Ec. 3.1

$$Pr[X \leq x | X \geq u] = 1 - \left(1 + \xi \frac{x - u}{\tilde{\sigma}}\right)^{-1/\xi} \quad (3.1)$$

donde  $\xi$  es el parámetro de forma,  $\tilde{\sigma}$  es el parámetro de escala y  $u$  es el umbral.

Las hipótesis que sustentan el uso de la GPD como distribución asintótica para los excesos sobre un umbral impone los siguientes requisitos: que el umbral sea lo suficientemente elevado y que los datos sean independientes e igualmente distribuidos. El primero de ellos conduce al problema de la selección del umbral (ver, por ejemplo, Scarrott y MacDonald, 2012), que obliga a establecer un balance entre sesgo (cuando el umbral es demasiado bajo para justificar un ajuste basado en teoría asintótica) e incertidumbre (cuando el umbral es demasiado alto como para disponer de información suficiente para el ajuste).

El segundo requisito puede resultar poco realista en el caso de agentes naturales, dada la dependencia temporal existente entre los valores que toma una misma variable dentro de una tormenta. El planteamiento que se emplea en este capítulo (método de picos sobre umbral, o POT, por sus siglas en inglés) consiste en quedarse únicamente con los valores máximos (picos) de cada evento de tormenta y asegurarse de que éstas estén suficientemente separadas entre sí para considerarlas independientes.

Finalmente, el tercer requisito supone asumir que los valores extremos de las tormentas presentan un mismo comportamiento estadístico. Esto puede ser problemático si, por ejemplo, en una misma localización convergen distintos patrones sinópticos con propiedades extremas dispares.

En el caso de que la direccionalidad sea una covariable relevante para describir el comportamiento extremo de un agente natural, la segregación de la muestra total por sectores presenta ventajas frente a un análisis omnidireccional, ya que permite aislar subpoblaciones de tormentas con distintas propiedades estadísticas y fijar umbrales específicos en función de la magnitud de éstas y su frecuencia de presentación en cada sector. Por contra, la cantidad de información disponible se reduce, incrementando la incertidumbre de los ajustes. En el siguiente apartado se evalúan las relaciones que se establecen entre las propiedades estadísticas de los valores POT omnidireccionales y los que surgen de un análisis por sectores.

### 3.2.2. Relaciones entre la muestra omnidireccional y las muestras por sectores

Dada una muestra de una variable aleatoria  $Y$  que presenta una determinada propiedad  $\delta$ , sus valores pueden organizarse en un conjunto de  $M$  clases mutuamente excluyentes en función de la magnitud de dicha propiedad. Los elementos de cada clase, constituyen una nueva variable  $X_{\delta,i}$  cuyas características y relaciones con el resto de variables  $X_{\delta,j}$  dependerá del modo en que se establece esta clasificación. Los vínculos que ligan los estadísticos de las variables  $X_{\delta,i}$  con los de  $Y$  no son libres y se han deducido en el apartado 2.2.2. En el caso de que la propiedad de interés sea la dirección  $\theta$ , la media y la varianza de la variable omnidireccional  $Y$  se relacionan con sus contrapartidas en las variables sectoriales por medio de, respectivamente, Ec. 3.2 y Ec. 3.3,

$$E[Y] = \sum_{m=1}^M E[X_m] p_m \quad (3.2)$$

$$Var(Y) = \sum_{m=1}^M Var(X_m) p_m + \sum_{m=1}^M E[X_m] p_m (E[X_m] - E[Y]) \quad (3.3)$$

donde  $p_m$  es la probabilidad de que a un pico la variable  $Y$  le corresponda una dirección  $\theta_m$ .

El proceso de selección de los picos sobre umbral en cada sector rompe la estructura de categorías mutuamente excluyentes. Esto se debe a que cada pico omnidireccional tiene su correspondencia en uno de los sectores direccionales, pero no todos los picos de cada sector pertenecen a la muestra de picos omnidireccionales.

Desde el punto de vista físico, cada tormenta está representada por un único valor (el máximo) en la muestra de valores POT omnidireccionales. Por su parte, cada submuestra direccional incluye información de los máximos absolutos (picos) en el sector de aquellas tormentas que se hayan presentado en él. Estos máximos pueden coincidir, o no, con los máximos absolutos de la tormenta completa. Por lo tanto, en cada sector por encima del primero por el que se extienda una tormenta “emergen” valores adicionales a los considerados en el análisis omnidireccional (puntos neo-emergentes). Éstos forman parte del régimen POT direccional y son necesarios para ajustar el modelo de extremos. Sin embargo, introducen dependencia entre sectores y afectan, por tanto, a las relaciones entre los extremos direccionales y omnidireccionales.

A modo de ejemplo, la figura 3.2.1 representa la variación de la velocidad y la dirección a lo largo de una tormenta (paneles izquierdo y central), así como la evolución conjunta de ambas magnitudes (panel derecho). Si se considera un análisis omnidireccional de picos sobre umbral  $u = 14$  m/s, el único pico es el máximo absoluto de la tormenta (señalado con un rombo rojo). Si, por el contrario, se definen dos sectores arbitrarios  $[0, 180)$  y  $[180, 360)$ , al punto inicial (que pertenece al sector  $[180, 360)$ ) se le agrega otro en el sector  $[0, 180)$  (señalado con un cuadrado rojo). Ambos picos pertenecen a la misma tormenta y son, por tanto, dependientes.

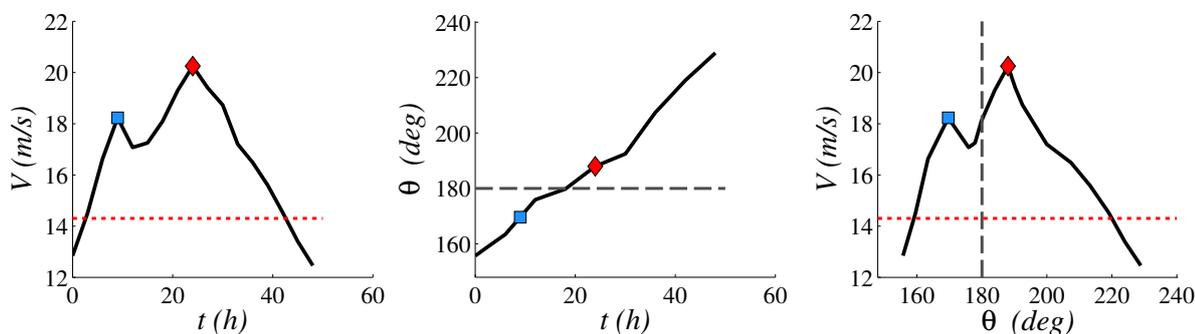


Figura 3.2.1: Efecto de la definición de sectores en las muestras de valores POT

En el ejemplo anterior el umbral es común. Si, por el contrario, se consideran umbrales diferentes en cada sector, puede ocurrir lo siguiente: (1) introducción de nuevos eventos de tormenta al análisis y (2) manifestación de las tormentas ya identificadas sobre otros sectores. En ambos casos “emergen” picos que no estaban en el régimen POT omnidireccional.

Estos efectos se representan en el ejemplo de la figura 3.2.2. En ella se define un umbral de 14 m/s para el análisis omnidireccional (línea roja). Para los análisis direccionales se consideran umbrales de 14 m/s para el sector  $[0, 180)$  (línea roja) y de 12 m/s para el sector  $[180, 360)$  (línea azul). Debido a esta variación, la tormenta que inicialmente pertenecía únicamente al sector  $[0, 180)$  se extiende al contiguo (el pico de esta tormenta en el sector  $[180, 360)$  se indica con un rombo azul). Asimismo, se añade al análisis una nueva tormenta cuyo valor de pico (cuadrado azul) se encuentra por debajo del umbral omnidireccional.

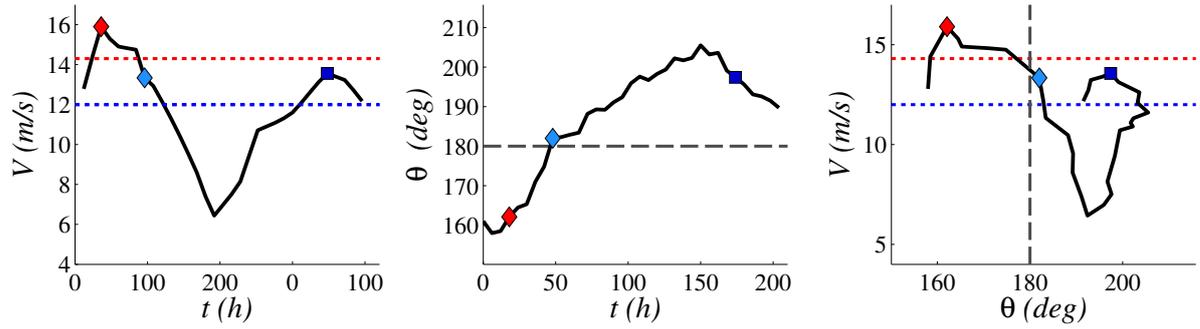


Figura 3.2.2: Efecto de la definición de umbrales variables según el sector en las muestras de valores POT

Identificados los mecanismos por los cuales la definición de sectores añade información a las muestras de picos omnidireccionales, se caracteriza el efecto de esta información sobre la muestra de partida. Para ello, se definen las siguientes variables para cada sector direccional  $m$ :

- $X_m$ : valores POT omnidireccionales que pertenecen al sector  $m$ . El tamaño de una muestra de estos valores en un registro temporal se denota como  $n_m$ .
- $X'_m$ : valores POT del sector  $m$  que no pertenecen al régimen POT omnidireccional (valores neo-emergentes). El tamaño de una muestra de estos valores en un registro temporal se denota como  $n'_m$ .
- $X_m^*$ : valores POT del sector  $m$ , es decir,  $X_m^* = \{X_m, X'_m\}$ . El tamaño de una muestra de estos valores en un registro temporal se denota como  $n_m^*$ .

Si se denomina  $Y^*$  a la variable que contiene tanto al régimen POT omnidireccional  $Y$  como a las variables  $X'_m$  de las distintas clases definidas, entonces las Ec. 3.2 y Ec. 3.3 conducen a Ec. 3.4 a Ec. 3.5,

$$\frac{E[Y^*] - E[Y]}{E[Y]} = \bar{\Pi}_1 \quad (3.4)$$

$$\frac{Var(Y^*) - Var(Y)}{Var(Y)} = \bar{\Pi}_2 + \frac{1}{C_V^2(Y)} \left[ \bar{\Pi}_3 - \bar{\Pi}_1 (1 + \bar{\Pi}_1) \right] \quad (3.5)$$

donde  $C_V$  es el coeficiente de variación de  $Y$  y  $\bar{\Pi}_1$ ,  $\bar{\Pi}_2$  y  $\bar{\Pi}_3$  son las magnitudes definidas por Ec. 3.6 a Ec. 3.8.

$$\bar{\Pi}_1 = \sum_{m=1}^M \Lambda_{1,m} \Lambda_{2,m} \quad (3.6)$$

$$\bar{\Pi}_2 = \sum_{m=1}^M \Lambda_{1,m} \Lambda_{3,m} \quad (3.7)$$

$$\bar{\Pi}_3 = \sum_{m=1}^M \Lambda_{1,m} \Lambda_{2,m} (1 + \Lambda_{2,m}) \quad (3.8)$$

Los números adimensionales  $\Lambda_{1,m}$ ,  $\Lambda_{2,m}$  y  $\Lambda_{3,m}$  que toman parte en las definiciones anteriores aportan información sobre la semejanza estadística entre las submuestras  $X'_m$  de los regímenes direccionales y el omnidireccional:

$$\Lambda_{1,m} = \frac{n'_m}{N^*}, \quad \Lambda_{2,m} = \frac{E[X'_m]}{E[Y]} - 1 \quad \text{y} \quad \Lambda_{3,m} = \frac{Var(X'_m)}{Var(Y)} - 1$$

De un modo análogo al planteado para  $Y$  e  $Y^*$ , las relaciones entre las variables  $X_m^*$ ,  $X_m$  y  $X'_m$  se establecen por medio de Ec. 3.9 y Ec. 3.10,

$$\frac{E[X_m^*] - E[X_m]}{E[X_m]} = \lambda_{1,m} \lambda_{2,m} \quad (3.9)$$

$$\frac{Var(X_m^*) - Var(X_m)}{Var(X_m)} = \lambda_{1,m} \lambda_{3,m} + \frac{1}{C_V^2(Y)} \lambda_{1,m} (1 - \lambda_{1,m}) \lambda_{2,m}^2 \quad (3.10)$$

donde  $\lambda_{1,m}$ ,  $\lambda_{2,m}$  y  $\lambda_{3,m}$  son los números adimensionales definidos a continuación.

$$\lambda_{1,m} = \frac{n'_m}{n_m^*}, \quad \lambda_{2,m} = \frac{E[X'_m]}{E[X_m]} - 1 \quad \text{y} \quad \lambda_{3,m} = \frac{Var(X'_m)}{Var(X_m)} - 1$$

Si cada evento de tormenta es independiente de los demás y, adicionalmente, queda restringido a un único sector, entonces los picos sobre umbral empleados para el ajuste son también independientes. En ese caso, no existen puntos neo-emergentes (variable  $X'_m$ ) y las Ec. 3.4 y 3.5 se transforman, respectivamente en las Ec. 3.2 y Ec. 3.3. Si, por el contrario, las tormentas se desplazan entre sectores adyacentes, aparece dependencia entre los regímenes de picos sobre umbrales direccionales. El efecto de esta dependencia intersectorial sobre los estadísticos del régimen POT omnidireccional queda controlado por el comportamiento conjunto de las magnitudes  $\bar{\Pi}_1$ ,  $\bar{\Pi}_2$  y  $\bar{\Pi}_3$ .

A modo de resumen, la figura 3.2.3 recoge las relaciones entre las variables que permiten definir los extremos por sectores direccionales y las ecuaciones que las describen.

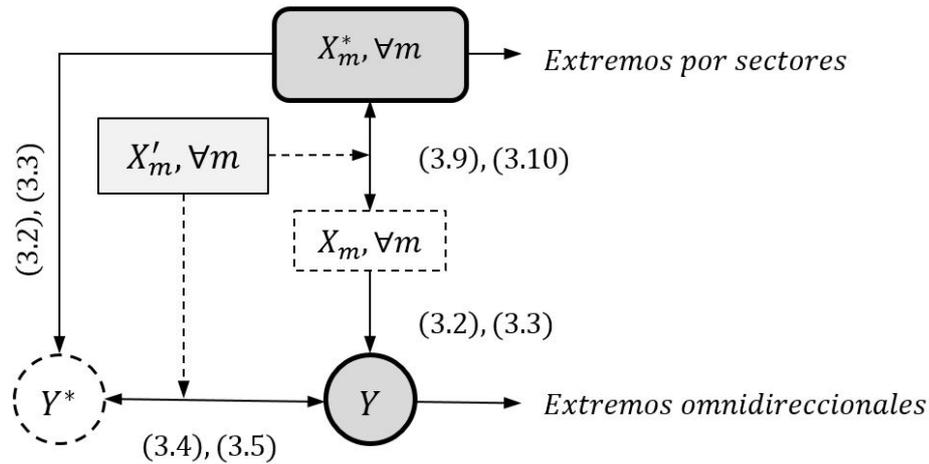


Figura 3.2.3: Relaciones entre variables direccionales y omnidireccionales

### 3.3. Metodología para la definición de sectores direccionales

#### 3.3.1. Definición del problema y planteamiento general

La selección de los sectores de cálculo afecta a las estimaciones de los extremos direccionales y tiene consecuencias en la evaluación del coste de una obra y su fiabilidad. Los principales factores que influyen en el resultado son (1) el procedimiento seguido para identificar los eventos extremos de las muestras sectoriales, (2) la validez del modelo empleado para caracterizar su comportamiento extremal, (3) la bondad de la estimación de sus parámetros, (4) la capacidad de cada modelo para representar el comportamiento extremal en la totalidad de la amplitud del sector correspondiente y (5) la validez del modelo de dependencia entre extremos sectoriales. Todos ellos se ven, a su vez, condicionados por la cantidad de información disponible. Ésta depende de la duración y frecuencia de muestreo de las series de datos disponibles para el análisis, la frecuencia de presentación de las tormentas y su reparto direccional, pero también del número de sectores considerados y sus límites.

Para seleccionar los sectores de cálculo se plantea un procedimiento que limita la incertidumbre que introduce esta decisión en el proceso de diseño. Para ello, en primer lugar, se restringen las divisiones candidatas a aquellas cuyos sectores sean compatibles con el modelo de extremos seleccionado y, además, que contengan una cantidad mínima de información. Posteriormente, evalúa las consecuencias de la selección de cada división por medio de indicadores que caracterizan la homogeneidad intrasectorial de las muestras, la incertidumbre de las estimaciones de los valores extremos direccionales y su independencia intersectorial. Finalmente, selecciona aquella que presenta un mejor comportamiento global en el conjunto de indicadores. El esquema general de este planteamiento se resume en la figura 3.3.1.

##### 3.3.1.1. Marco de análisis

Se emplea el modelo de Poisson-Pareto para caracterizar los máximos anuales. Éste combina la caracterización de los picos sobre un umbral mediante una distribución generalizada de Pareto con la hipótesis de que estos eventos son sucesos raros (poissonianos), y su frecuencia puede

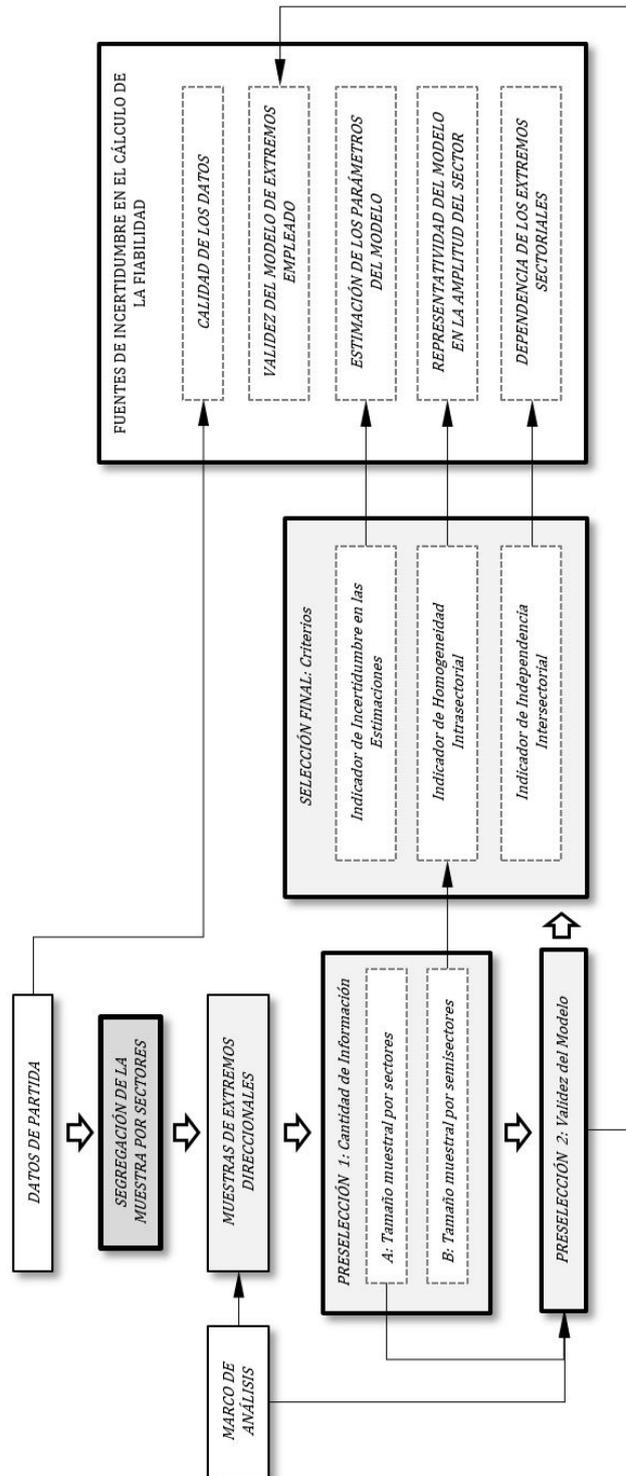


Figura 3.3.1: Metodología para la definición de sectores considerando las fuentes de incertidumbre en el cálculo de la fiabilidad en un sistema sometido a extremos direccionales

modelarse mediante una distribución de Poisson. La expresión de este modelo responde a la Ec. 3.11

$$Pr[X_{max} \leq x] = \exp \left[ -v \left( 1 + \xi \frac{x-u}{\tilde{\sigma}} \right)^{-1/\xi} \right] \quad (3.11)$$

donde  $\xi$ ,  $\tilde{\sigma}$  y  $u$  son, respectivamente, los parámetros de forma, escala y localización (umbral) de la distribución generalizada de Pareto (GPD) ajustada a partir del régimen POT en cada sector (Hosking y Wallis, 1987), y  $v$  es el parámetro de Poisson que describe la tasa media anual de ocurrencia de estos eventos.

### Períodos de retorno e incertidumbre de los cuantiles asociados

El modelo se puede expresar en términos de períodos de retorno de base anual  $Tr$ . Para valores de  $Tr$  elevados,  $\ln(1 - 1/Tr) \approx -1/Tr$ , por lo que la curva de períodos de retorno puede obtenerse mediante la Ec. 3.12,

$$z_{Tr} \approx \begin{cases} u + \frac{\tilde{\sigma}}{\xi} \left[ (Tr n_y \zeta_u)^\xi - 1 \right], & \xi \neq 0, \\ u + \tilde{\sigma} \log(Tr n_y \zeta_u), & \xi = 0, \end{cases} \quad (3.12)$$

donde  $z_{Tr}$  es el cuantil asociado al período de retorno  $Tr$ ,  $\zeta_u$  es la probabilidad de que una observación se corresponda con un evento de pico sobre umbral (POT por sus siglas en inglés),  $n_y$  es la tasa de observaciones en la base anual considerada y  $v = \zeta_u n_y$ .

Para el ajuste de los parámetros de escala  $\tilde{\sigma}$  y forma  $\xi$ , se emplea el método de los momentos (Hosking y Wallis, 1987) que viene dado por las Ec. 3.13 y Ec. 3.14,

$$\tilde{\sigma} = \frac{1}{2} \bar{x} \left( \frac{\bar{x}^2}{s^2} + 1 \right) \quad (3.13)$$

$$\xi = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\bar{x}^2}{s^2} \right) \quad (3.14)$$

donde  $\bar{x}$  y  $s^2$  son, respectivamente, la media y la varianza de la muestra. Los intervalos de confianza de los valores de retorno  $z_{Tr}$  pueden aproximarse por medio del método delta (ver, por ejemplo, Coles (2001)) de acuerdo con la Ec. 3.15.

$$Var(\widehat{z}_{Tr}) \approx \nabla \widehat{z}_{Tr}^T V \nabla \widehat{z}_{Tr} \quad (3.15)$$

En esta expresión,

$$\nabla \widehat{z}_{Tr}^T = \left[ \frac{\partial z_{Tr}}{\partial \zeta_u}, \frac{\partial z_{Tr}}{\partial \tilde{\sigma}}, \frac{\partial z_{Tr}}{\partial \xi} \right]$$

y  $V$  es la matriz de varianza-covarianza de los parámetros estimados que, para el método de los momentos, viene dada por las siguientes expresiones (Hosking y Wallis, 1987):

$$V = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix}$$

donde

$$a_{11} = \frac{1}{N} \widehat{\zeta}_u (1 - \widehat{\zeta}_u)$$

$$a_{22} = \frac{1}{n} \frac{(1 - \widehat{\xi})^2}{(1 - 2\widehat{\xi})(1 - 3\widehat{\xi})(1 - 4\widehat{\xi})} 2\widehat{\sigma}^2 (1 - 6\widehat{\xi} + 12\widehat{\xi}^2)$$

$$a_{33} = \frac{1}{n} \frac{(1 - \widehat{\xi})^2}{(1 - 2\widehat{\xi})(1 - 3\widehat{\xi})(1 - 4\widehat{\xi})} (1 - 2\widehat{\xi})^2 (1 - \widehat{\xi} + 6\widehat{\xi}^2)$$

$$a_{23} = \frac{1}{n} \frac{(1 - \widehat{\xi})^2}{(1 - 2\widehat{\xi})(1 - 3\widehat{\xi})(1 - 4\widehat{\xi})} \widehat{\sigma} (1 - 2\widehat{\xi}) (1 - 4\widehat{\xi} + 12\widehat{\xi}^2)$$

$N$  es el número total de datos de la muestra y  $n$  el número de valores POT en ella.

### 3.3.1.2. Requisitos de preselección de las divisiones candidatas

Se descartan las divisiones que contienen sectores que no cumplen con los requisitos impuestos (1) a la cantidad mínima de información para dar validez los contrastes de hipótesis empleados y (2) a la compatibilidad de los datos con los modelos empleados.

Con respecto al primero, se impone el requisito de que la cantidad de información contenida en cada sector y su reparto a lo largo del mismo, sea suficiente como para que la probabilidad de error tipo II en los contrastes de hipótesis empleados en el procedimiento sea menor a un cierto valor  $\beta$ . Para ello se hace uso de las curvas de potencia de estos contrastes, definidas para un nivel de significación  $\alpha$  y un tamaño de efecto acordes al problema estudiado.

Con respecto al segundo, se impone el requisito de que los eventos POT contenidos en cada sector no sean incompatibles con su pertenencia a una distribución generalizada de Pareto. Como herramienta para evaluar el cumplimiento de este requisito se propone el uso de contrastes de hipótesis bilateral estándar, por ejemplo, Anderson-Darling (Anderson y Darling, 1952) o Kolmogoroff-Smirnoff (Kolmogoroff, 1941; Smirnoff, 1939), con un nivel de significación  $\alpha$  (ver apartado 3.3.2.1).

### 3.3.1.3. Selección de los sectores de cálculo

Se evalúan las consecuencias de la selección de sectores sobre la homogeneidad intrasectorial de las muestras, la incertidumbre de las estimaciones de los valores extremos direccionales y su independencia intersectorial. Para ello se propone el uso de tres indicadores específicos, todos ellos con una métrica 0 - 1 y apoyados en análisis estadísticos estándar. No obstante, el planteamiento es compatible con el uso de otros más acordes al problema considerado.

El primer indicador caracteriza la variabilidad del comportamiento estadístico de los eventos extremos a lo largo del arco de cada sector. Discrepancias elevadas entre subpoblaciones de un mismo sector pueden ser indicativas de la presencia distintas poblaciones, algo que resulta incompatible con las hipótesis del modelo empleado. El segundo considera la incertidumbre del ajuste de las estimaciones de los valores extremos por medio del análisis de su distribución asintótica. Finalmente, el tercero evalúa la incompatibilidad de los sectores elegidos con el modelo de dependencia entre extremos sectoriales empleado. Por simplicidad, se asume la hipótesis habitual de trabajo de que los extremos entre sectores son independientes. Esto supone que cada evento de tormenta queda restringido en un único sector y no se desplaza a los adyacentes.

La división seleccionada será aquella que presente un mejor comportamiento en el conjunto de las características evaluadas por los indicadores. Para ello se define un nuevo indicador global, función de los anteriores, que permite ordenar las divisiones candidatas con base en el criterio elegido.

### 3.3.2. Propuestas específicas para el desarrollo del método de trabajo

Para desarrollar el planteamiento anterior, en este apartado se propone el uso del conjunto de contrastes de hipótesis e indicadores que se describen a continuación.

#### 3.3.2.1. Definición de requisitos

##### Validez del modelo aplicado

Uno de los requisitos que impone el planteamiento propuesto a las muestras de datos contenidas en cada sector es que sus valores de picos sobre umbral se ajusten a una distribución generalizada de Pareto (GPD). Para ello, se procede a descartar todas aquellas divisiones que contengan algún sector que evidencien suficiente incompatibilidad con este modelo estadístico.

Como herramienta para evaluar este nivel de incompatibilidad se propone el uso del contraste de hipótesis de Anderson-Darling (Anderson y Darling, 1952), cuya hipótesis nula es que una cierta muestra de datos pertenece a una población con función de distribución  $F(x)$ . Este test mide la distancia entre la función de distribución objetivo  $F(x)$  (en el caso considerado, una GPD) y la función de distribución empírica de la muestra  $F_{emp}(x)$ . La medida de la distancia da más peso a los datos de las colas que a los de la parte central de la distribución, lo que lo hace adecuado para estudiar el ajuste de eventos extremos. Ésta viene dada por la expresión

$$n \int_{-\infty}^{\infty} [F_{emp}(x) - F(x)]^2 w(x) dF(x)$$

donde  $n$  es el número de datos de la muestra y  $w(x)$  es la función de ponderación, que se evalúa del siguiente modo:

$$w(x) = [F(x)(1 - F(x))]^{-1}$$

El estadístico de Anderson-Darling es

$$AD = -n - \sum_{i=1}^n \frac{2i-1}{n} [\ln(F(X_i)) + \ln(1 - F(X_{n+1-i}))]$$

donde  $\{X_1 < \dots < X_n\}$  son los datos ordenados de la muestra. La hipótesis nula se rechaza si la probabilidad de que el valor del estadístico observado proceda de una población con función de distribución  $F(x)$  es menor a un cierto nivel de confianza  $\alpha$ , definido a priori.

##### Tamaño mínimo de la muestra por sectores

Para determinar el tamaño mínimo de las muestras que debe contener cada sector, se fija un valor tal que la potencia estadística del test de Anderson-Darling empleado para evaluar la validez del modelo en cada sector sea superior a un valor  $1 - \beta$  definido a priori en función

de los requisitos del problema. El valor complementario de la potencia estadística,  $\beta$ , describe la probabilidad de falso negativo del test, es decir, la probabilidad de que éste dé por válida la hipótesis nula cuando es falsa (error tipo II). A medida de que el tamaño de una muestra decrece, la probabilidad de incurrir en este error aumenta. Por el contrario, cuanto mayor es el número de datos, la probabilidad es menor. La selección de  $\beta$  ha de adoptar un compromiso entre que sea suficientemente baja y que los requisitos al tamaño muestral no sean incompatibles con la cantidad de información disponible.

Además del tamaño de la muestra, el parámetro  $\beta$  depende del nivel de significación  $\alpha$  del test y del tamaño del efecto. Éste último representa la discrepancia mínima existente entre estadísticos a partir de los que se considera que la muestra estudiada no pertenece a la población con función de distribución  $F(x)$  (es decir, que no se cumple la hipótesis nula). El tamaño del efecto a menudo se mide como el desplazamiento absoluto de un estadístico  $c$  (por ejemplo, la media o la desviación típica) expresado en términos de la desviación típica de la población  $\sigma$ . Valores habituales de  $c/\sigma$  son 0.25, 0.50, 0.75 ó 1.00 (ver, por ejemplo, Kottegoda y Rosso, 2008 o Engmann y Cousineau, 2011).

A menudo, las curvas características que establecen las relaciones entre los factores anteriores no disponen de expresiones analíticas ni se encuentran tabuladas. En estos casos, es posible aproximar las relaciones mediante técnicas de simulación. Para ello, fijado un nivel de significación, la relación entre el tamaño muestral y  $\beta$ , se define evaluando la respuesta del test al juzgar sucesivas muestras que no cumplen la hipótesis nula, con un tamaño de efecto dado. Para un tamaño muestral  $M$  y un conjunto  $N$  de simulaciones, el valor de  $\beta$  se puede estimar contabilizando el número de veces que el test no rechaza la hipótesis nula.

En el caso considerado, para un test de Anderson-Darling cuya hipótesis nula  $H_0$  es que la muestra pertenece a una población con función de distribución  $F(x)$ , el procedimiento se resume en los siguientes pasos:

1. Selección del nivel de significación  $\alpha$ .
2. Selección del estadístico  $c$  que determina el tamaño del efecto. Éste se define como el desplazamiento entre el valor en la muestra y su correspondiente en la población que define la hipótesis nula  $H_0$ .
3. Definición de los parámetros de la distribución de generalizada de Pareto  $F(x)$  correspondiente a la hipótesis nula.
4. Definición de los parámetros de una distribución generalizada de Pareto  $G(x)$  tal que, a excepción de  $c$ , sus estadísticos coinciden con los de  $F(x)$ . El valor de  $c$  en  $G(x)$  debe ser acorde al tamaño de efecto considerado.
5. Simulación de  $N$  muestras aleatorias de la población con función de distribución  $G(x)$  para cada tamaño muestral de interés.
6. Obtención del resultado (rechazo/no rechazo) del test de Anderson-Darling para cada muestra extraída.

- Obtención del valor de  $\beta$  para cada tamaño muestral como el cociente entre el número resultados positivos obtenidos entre el total de simulaciones.

A modo de ejemplo, en la figura 3.3.2 se muestran las relaciones obtenidas para los estadísticos media y varianza modificados de forma independiente con  $N = 1000$  simulaciones de cada tamaño muestral entre 1 y 500. Se han representado 3 tamaños de efecto: alto, medio y bajo. Cada uno corresponde, respectivamente a variaciones de  $0.75\sigma$ ,  $0.50\sigma$  y  $0.25\sigma$ , donde  $\sigma$  es la desviación típica de la distribución de referencia. En el panel de la izquierda se representa el resultado de falsos negativos cuando existen discrepancias en el valor medio y en el de la derecha cuando se dan en la desviación típica.

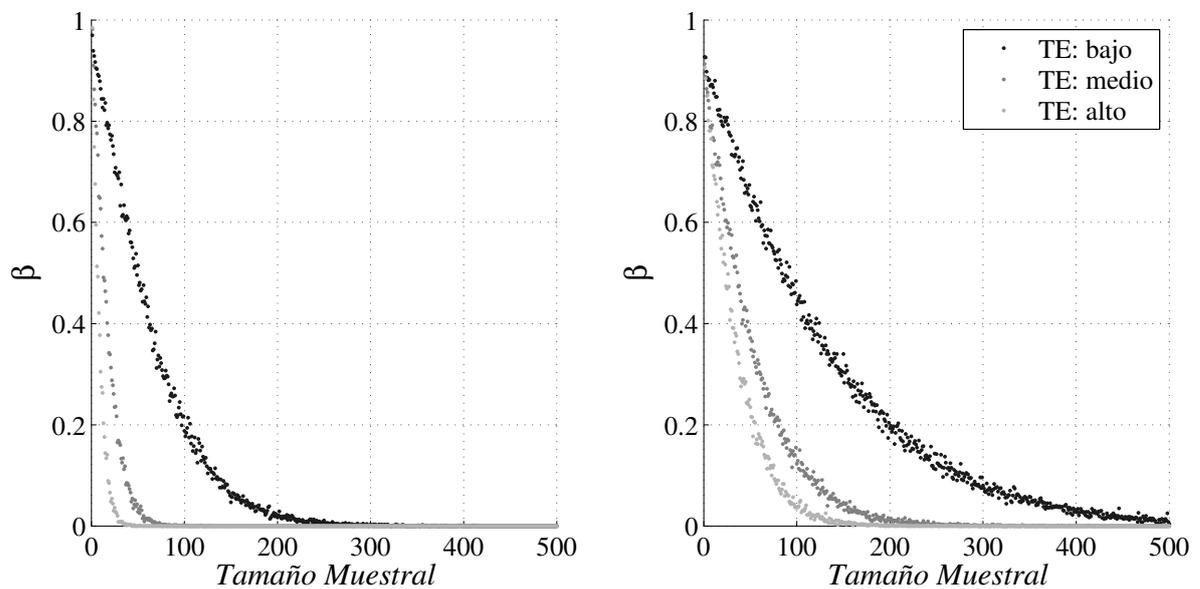


Figura 3.3.2: Variación del parámetro  $\beta$  con el tamaño muestra para distintos tamaños de efecto (TE) en la media (panel izquierdo) y en la desviación típica (panel derecho)

En la gráfica anterior se observa que para un mismo tamaño muestral, el valor de  $\beta$  aumenta a medida que  $c/\sigma$  disminuye. Cuanto menor es el tamaño del efecto, mayores dificultades muestra el test para identificar las discrepancias de la muestra con la hipótesis nula. Asimismo, se observa la influencia del estadístico escogido para definir el tamaño del efecto en el aspecto de la curva.

### Tamaño mínimo de la muestra por subsectores

En el apartado 3.3.2.2 se propone el uso del test de Kolmogoroff-Smirnoff (Smirnoff, 1939; Kolmogoroff, 1941) para cuantificar la falta de homogeneidad estadística entre dos submuestras de un mismo sector. En su versión generalizada, este contraste evalúa el grado de incompatibilidad entre las funciones de probabilidad empíricas de dos muestras ( $S_1, S_2$ ), independientemente de cuál sea dicha función. Su hipótesis nula,  $H_0$ , es que ambas pertenecen a una misma población.

El estadístico de este contraste evalúa la máxima distancia vertical entre las funciones de distribución empíricas de las muestras consideradas, por lo que es sensible a diferencias a lo

largo de toda la escala de valores de las variables. Su expresión viene dada por 3.3.2.1,

$$D = \sqrt{\frac{nn'}{n+n'}} \max_x |F_m(x) - F_{m'}(x)|$$

donde  $F_m(x)$  y  $F_{m'}(x)$  son las funciones distribución empíricas de las muestras y  $n$  y  $n'$  su número de datos. La hipótesis nula se rechaza si el valor del estadístico es mayor que el valor crítico para un nivel de significación  $\alpha$  dado.

Para determinar el tamaño mínimo de las muestras que debe contener cada sector, se fija un valor tal que la potencia estadística del test de Kolmogoroff-Smirnoff sea superior a un valor  $1 - \beta$  definido a priori en función de los requisitos del problema. En caso de que las curvas características para el nivel de significación y el tamaño de efecto escogido sean desconocida, se pueden estimar siguiendo un proceso de simulación similar al descrito para el test de Anderson-Darling. Las principales diferencias radican en el modo de escoger los tamaños de cada muestra, ya que la suma de las dos debe ser constante. Los pasos a seguir son, en este caso:

1. Selección del nivel de significación  $\alpha$ .
2. Selección del estadístico  $c$  que determina el tamaño del efecto. Éste se define como el desplazamiento entre el valor en la muestra y su correspondiente en la población que define la hipótesis nula  $H_0$ .
3. Selección del tamaño de muestra  $M$ .
4. Definición de los parámetros de una distribución de generalizada de Pareto  $F_m(x)$ .
5. Definición de los parámetros de una distribución generalizada de Pareto  $F_{m'}(x)$  tal que, a excepción de  $c$ , sus estadísticos coinciden con los de  $F_m(x)$ . El valor de  $c$  en  $F_{m'}(x)$  debe ser acorde al tamaño de efecto considerado.
6. Simulación de  $N$  muestras aleatorias de las poblaciones con función de distribución  $F_m(x)$  y  $F_{m'}(x)$  para cada valor de  $\tilde{m} = \min\{m, m'\}$  de interés, donde  $m$  y  $m'$  son, respectivamente, los tamaños de las muestras de  $F_m(x)$  y  $F_{m'}(x)$ , y  $m + m' = M$ .
7. Obtención del resultado (rechazo/no rechazo) del test de Kolmogoroff-Smirnoff para cada pareja de muestras extraída.
8. Obtención del valor de  $\beta$  para cada tamaño  $\tilde{m}$  como el cociente entre el número resultados positivos obtenidos entre el total de simulaciones.

### 3.3.2.2. Formulación de indicadores

#### Indicador de homogeneidad intrasectorial

Para contrastar la homogeneidad estadística de los extremos en distintas regiones de un mismo sector, se divide en dos subsectores de igual amplitud ( $S_1$  y  $S_2$ ) y se efectúa un test de Kolmogoroff-Smirnoff (Smirnoff, 1939; Kolmogoroff, 1941) generalizado, que evalúa el grado de incompatibilidad de las dos submuestras de eventos POT con la hipótesis nula de que ambas pertenecen a la misma población.

Como indicador de esta característica en un sector se emplea el *p-valor* del contraste, que indica la probabilidad de que el estadístico del test KS,  $D$ , tome un valor mayor o igual al dado por los datos, condicionada a que la hipótesis nula  $H_0$  es cierta. El comportamiento del conjunto de sectores se evalúa por medio del producto dado por la Ec. 3.16, donde  $d_m$  es el estadístico del test en cada uno de los sectores.

$$\overline{p}_1 = \prod_{m=1}^M Prob[D \geq d_m | H_0] \quad (3.16)$$

### Indicador de incertidumbre en las estimaciones

Para caracterizar la incertidumbre de las estimaciones de los valores extremos, se analiza su distribución asintótica bajo las hipótesis del método delta. Para ello se evalúa en cada sector la probabilidad correspondiente a los intervalos definidos a partir de una discrepancia  $\pm \varepsilon_0$  con respecto al valor estimado, definida a priori. El comportamiento del conjunto de sectores se calcula mediante el producto de los resultados obtenidos en cada uno de ellos, tal y como se indica en la Ec. 3.17

$$\overline{p}_2 = \prod_{m=1}^M \left[ 1 - 2\Phi_{0,1} \left( -\frac{\varepsilon_0}{\sigma_{E_m}} \right) \right] \quad (3.17)$$

donde  $\Phi_{0,1}(\cdot)$  es el valor de la función de distribución normal estándar y  $\sigma_{E_m}$  la desviación estándar del estimador.

### Indicador de independencia intersectorial

En el caso de sectores completamente independientes se verifica la relación

$$Pr[Y \leq x] = Pr[X_1 \leq x] \cap Pr[X_2 \leq x] \cap \dots \cap Pr[X_M \leq x] = \prod_{m=1}^M Pr[X_m \leq x] \quad (3.18)$$

donde  $Y$  y  $X_m$  son los máximos anuales de, respectivamente, las variables omnidireccional y direccional en el sector  $m$ .

Como indicador de la incompatibilidad de los datos correspondientes a una determinada división por sectores con un modelo basado en la independencia entre los valores extremos sectoriales (Ec. 3.18) se toma el *p-valor* del test de Kolmogoroff-Smirnoff (Smirnoff, 1939; Kolmogoroff, 1941). Para ello se asume la hipótesis nula  $H_0$  de que los máximos anuales omnidireccionales se adecuan a dicho modelo y se contrasta la muestra de máximos anuales omnidireccionales contra la distribución que se obtiene de multiplicar las distribuciones direccionales ajustadas a los datos. El valor del indicador  $\overline{p}_3$ , viene dado por la Ec. 3.19 donde  $d$  es el estadístico del test correspondiente a la muestra de máximos anuales omnidireccionales

$$\overline{p}_3 = Prob[D \geq d | H_0] \quad (3.19)$$

### Indicador global

Para considerar de forma conjunta los indicadores anteriores, se considera la norma euclídea definida por la Ec. 3.20

$$\|\bar{p}_i\| = \sqrt{\bar{p}_1^2 + \bar{p}_2^2 + \bar{p}_3^2} \quad (3.20)$$

donde  $\bar{p}_1$ ,  $\bar{p}_2$  y  $\bar{p}_3$  son, respectivamente, los indicadores máxima homogeneidad intrasectorial, mínima incertidumbre en las estimaciones y máxima independencia intersectorial. Todos ellos poseen la misma métrica 0 y 1, donde 0 representa las peores cualidades y 1 las mejores. Por tanto, el valor de  $\|\bar{p}_i\|$  queda acotado entre 0 y  $\sqrt{3}$ , donde 0 representa el peor valor del indicador y  $\sqrt{3}$  el mejor.

### 3.3.3. Resumen del procedimiento

A continuación se enumeran las fases del procedimiento propuesto, que se resume en la figura 3.3.3.

1. Identificación de los eventos POT por sectores considerando la variabilidad direccional del umbral
2. Definición de requisitos y condicionantes
  - a) Requisitos a la cantidad de información
    - Nivel de significación  $\alpha$
    - Probabilidad máxima admisible de los error tipo II (falso negativo),  $\beta$ .
    - Tamaño del efecto.
    - Obtención de curvas de potencia.
  - b) Requisitos a la validez de los modelos por sectores
    - Nivel de significación  $\alpha$
  - c) Condicionantes al cálculo de indicadores
    - Período de retorno sectorial  $T_{r_m}$  de referencia.
    - Discrepancia máxima admisible  $\varepsilon_0$  en la estimación del período de retorno sectorial.
  - d) Otros condicionantes
3. Preselección de los conjuntos de sectores que cumplen los requisitos
  - Número de datos en cada sector mayor o igual al mínimo exigido.
  - Número de datos en cada subsector mayor o igual al mínimo exigido.
  - Resultado de no rechazo de las muestras de cada sector en el test de Anderson-Darling con nivel de significación  $\alpha$  fijado.
4. Selección de los sectores de cálculo

- Evaluación de los indicadores de homogeneidad ( $\overline{p_1}$ ), incertidumbre de las estimaciones ( $\overline{p_2}$ ) e independencia ( $\overline{p_3}$ ) en cada una de las divisiones candidatas.
- Selección de la división que maximiza el valor de la norma euclídea de los indicadores anteriores,  $\|\overline{p_i}\|$ .

### 3.4. Caso de Estudio

#### 3.4.1. Descripción del emplazamiento

Para el presente estudio se ha seleccionado un emplazamiento situado frente a la desembocadura del Río de la Plata [36°S, 55°O], en la costa este de Sudamérica entre las fronteras de Uruguay y Argentina. El estuario que se forma es uno de los mayores del mundo y presenta un gran interés desde el punto de vista social y ecológico. Además, es una zona de ciclogénesis muy activa por lo que ha sido analizada en detalle con anterioridad (por ejemplo, Framiñan y col., 1999; Guerrero y col., 1997; Solari y Losada, 2016). La situación de la zona y la localización del punto de estudio se muestran en la figura 3.4.1.

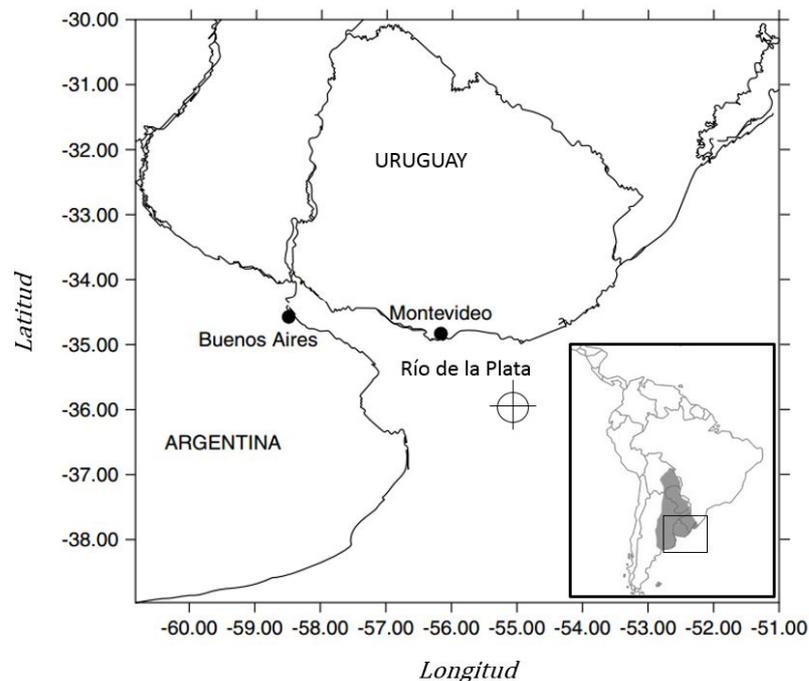


Figura 3.4.1: Localización del punto de estudio en la desembocadura del Río de la Plata

La circulación atmosférica en el área está controlada por el sistema de altas presiones Sur Atlántico. La circulación asociada a este anticiclón transporta aire cálido y húmedo sobre el estuario (Minetti y Vargas, 1990). Por otro lado, sistemas fríos procedentes del este conducen masas de aire frío sobre la zona con una periodicidad de unos 4 días (Vera, Vigliarolo y Berbery, 2002). Como resultado se alternan vientos del noreste y del suroeste con una variabilidad de pocos días (Simionato y col., 2007).

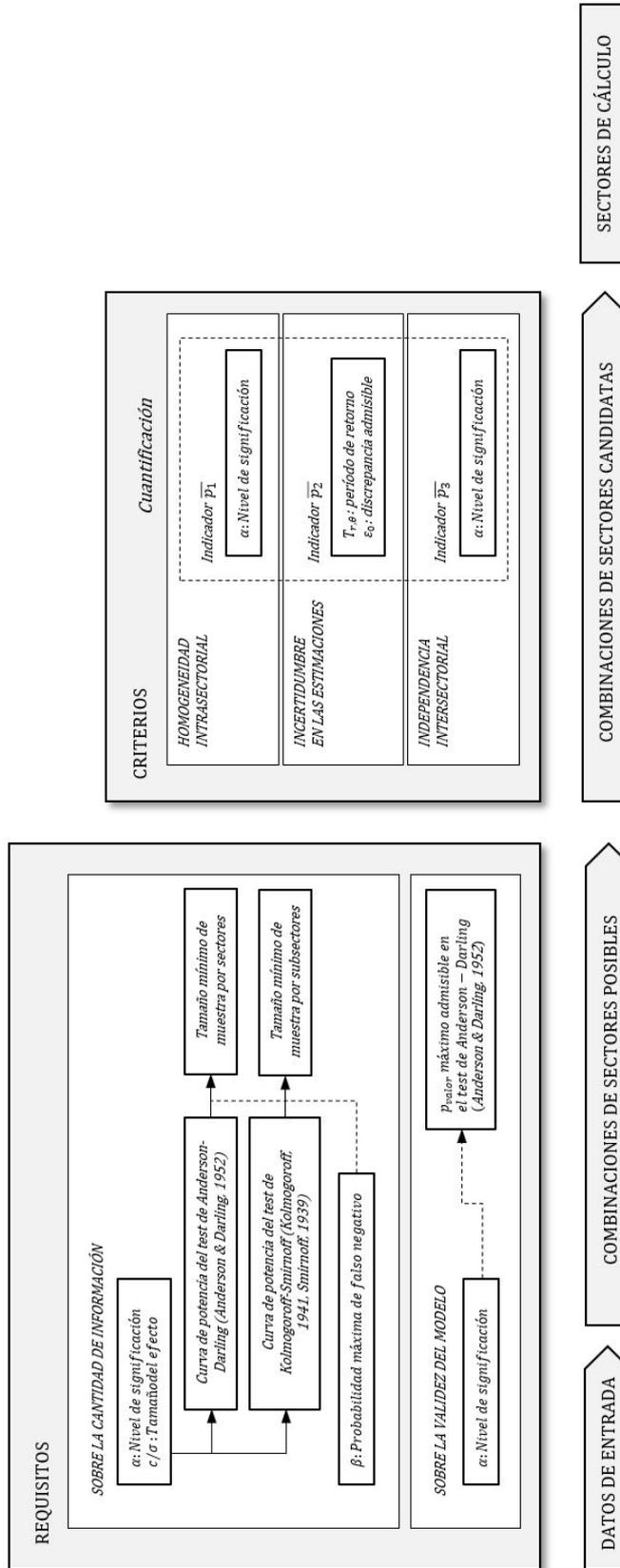


Figura 3.3.3: Metodología de trabajo para la selección de sectores direccionales

Asimismo, en las épocas de verano, se produce el fenómeno de la “sudestada”, en el que células anticiclónicas procedentes de latitudes subtropicales introducen en el estuario fuertes vientos del sudeste cargados de humedad que producen elevadas precipitaciones. La alineación del río con esta dirección da lugar a fuertes oleajes y mareas meteorológicas. Durante los meses de invierno, masas de aire frío procedentes del anticiclón antártico (“vientos pamperos”) soplan desde el suroeste provocando descensos bruscos de la temperatura (figura 3.4.2).

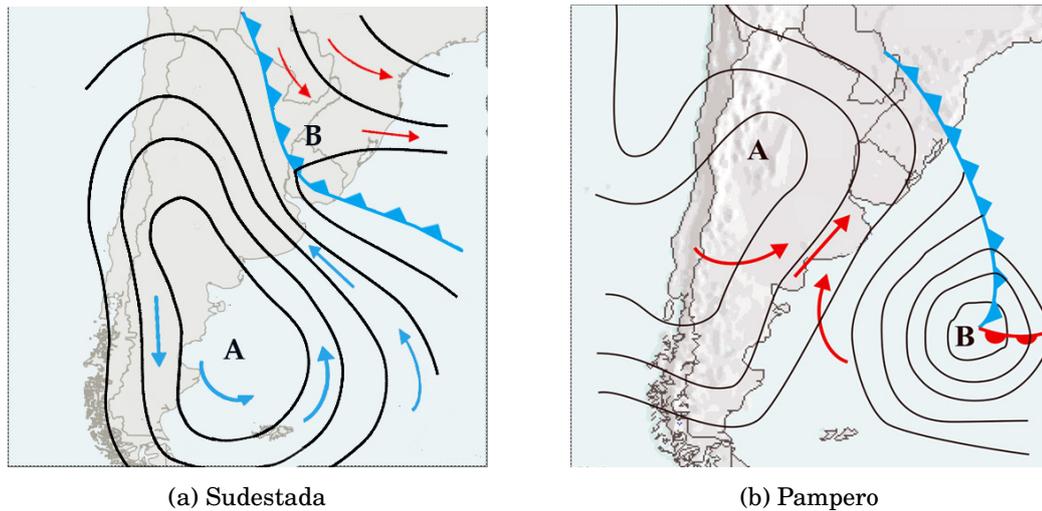


Figura 3.4.2: Proceso de formación de la sudestada (izquierda) y el viento pampero (derecha)

### 3.4.2. Caracterización de los eventos extremos

Los datos examinados proceden de series de reanálisis del programa ERA-Interim (Dee y col., 2011) pertenecientes al European Centre for Medium-Range Weather Forecasts (ECMWF). Las variables extraídas de la base de datos son las componentes U y V de la velocidad del viento a 10 metros de altura promediada en intervalos de 10 min y registradas con una cadencia de 6 h. Se dispone de información de un total de 37 años comprendidos entre enero de 1979 y diciembre de 2015.

Aunque resulta conveniente el uso de umbrales específicos para cada dirección, por simplicidad en la exposición se comienza definiendo los regímenes POT a partir de un umbral común obtenido de los datos omnidireccionales. Posteriormente (apartado 3.5.2), se comparan los resultados de este acercamiento con los obtenidos mediante uso de umbrales variables por sectores. En ambos casos, para identificar eventos independientes se aplica el método “runs” con una ventana temporal de 5 días.

Para elegir el umbral omnidireccional se han contrastado los resultados de distintos procedimientos gráficos estándar. En la figura 3.4.3 se muestran, en la fila superior, los gráficos de diagnóstico empleados, con sus intervalos de confianza del 95%: variaciones con el umbral del residuo medio, el parámetro de forma y el parámetro de escala normalizado. En una distribución de Pareto se verifica que el primero debe variar linealmente con el umbral, mientras que el segundo y tercero deben mantenerse constantes (Coles, 2001). En el panel inferior izquierdo se muestra la variación con el umbral del coeficiente de Spearman y la región de aceptación de la

independencia de los picos con un nivel de significación de 0.05. En el panel inferior central se muestra la variación con el umbral del cociente entre la varianza y la media del número de picos anuales, así como la región de aceptación de la hipótesis de Poisson de acuerdo con un contraste  $\chi^2$  con un nivel de significación de 0.05. Finalmente, abajo a la derecha se muestra la tasa anual de picos registrados por encima de cada umbral. Se observan dos umbrales candidatos en torno a 12.5 m/s y 14.5 m/s y se escoge este último por ser el más restrictivo.

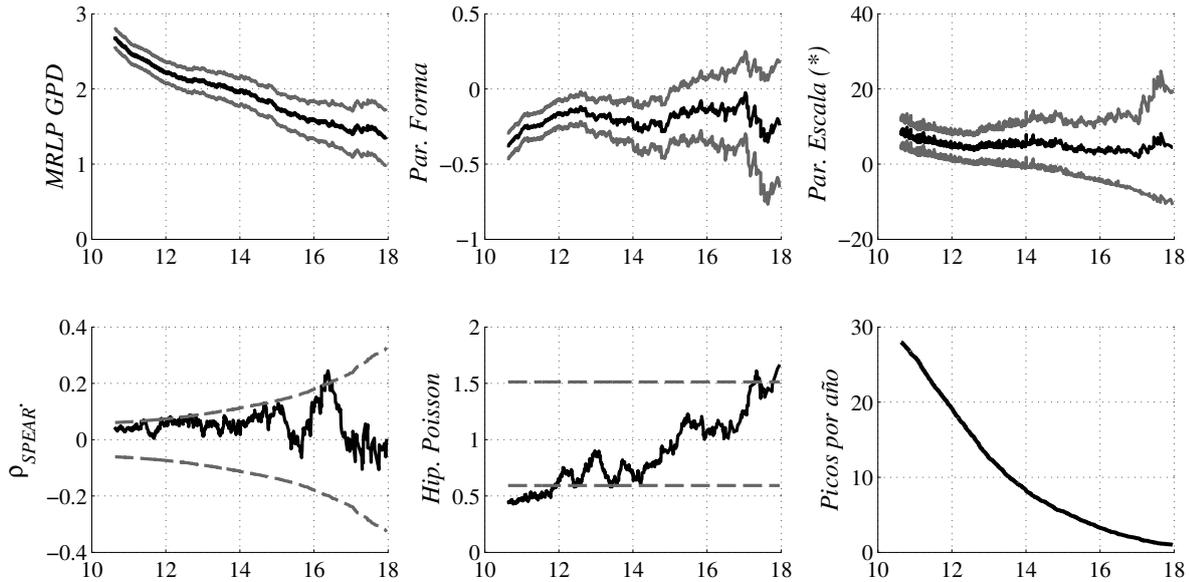


Figura 3.4.3: Gráficos de diagnóstico para la elección del valor umbral omnidireccional

En la figura 3.4.4 se muestra la gráfica de períodos de retorno omnidireccionales con sus intervalos de confianza del 95%. La curva se ha obtenido a partir del modelo de Poisson-Pareto y para estimar los intervalos de confianza se han aplicado técnicas de “bootstrapping”. Los valores empíricos señalados mediante puntos, muestran un buen acuerdo del modelo a los datos disponibles.

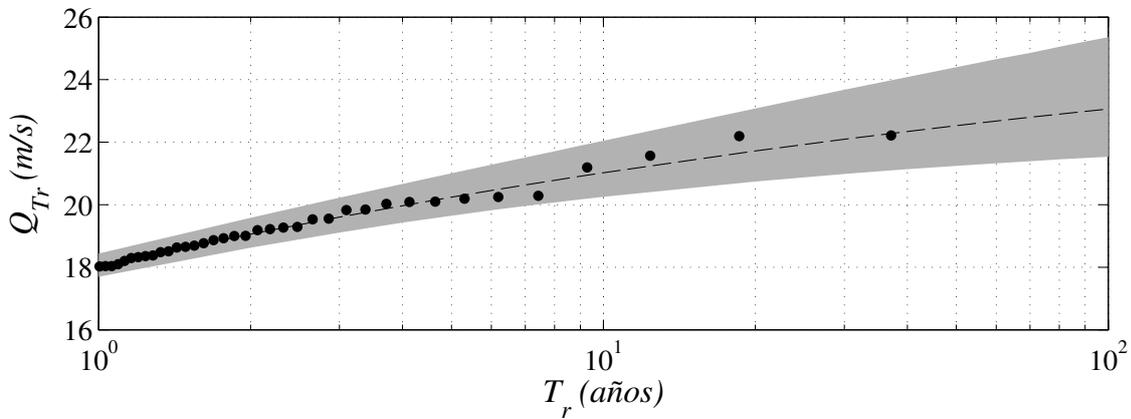


Figura 3.4.4: Curva de períodos de retorno de la velocidad de viento omnidireccional

### 3.4.3. Variabilidad direccional de los eventos extremos

En la figura 3.4.5 se muestran las rosas de viento obtenidas a partir de todos los datos disponibles (izquierda) y a partir, únicamente, de las excedencias sobre el umbral de 14.5 m/s. En la primera destaca la variabilidad provocada por la alternancia de vientos del noreste y del suroeste, característica de la zona. En la segunda, se observa una mayor frecuencia de presentación de valores por encima del umbral en el sector sur-suroeste, con velocidades máximas procedentes de la dirección suroeste. En el sector sur-sureste se identifica el fenómeno de las “sudestadas”, menos frecuentes, pero de gran magnitud.

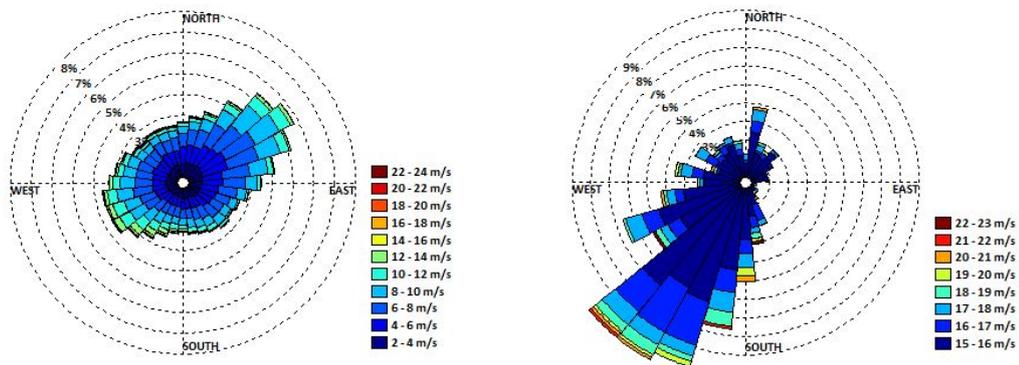


Figura 3.4.5: Rosas de oleaje a partir de todos los datos (izquierda) y de las excedencias sobre el umbral  $u = 14.5 \text{ m/s}$  (derecha)

Cada tormenta se caracteriza por medio de la velocidad máxima del viento  $Y_i^P$  y su dirección de procedencia  $\theta_i^P$ . La variabilidad observada en el panel inferior de la figura 3.4.6, tanto en magnitud como en frecuencia de ocurrencia, sugieren que la dirección es una covariable relevante para la caracterización de los eventos extremos. Se comprueba que las tormentas que proceden de la región suroeste son las que presentan mayor frecuencia y velocidades de pico más altas, que llegan a superar los 22 m/s.

En los paneles superiores se representa la distancia angular máxima recorrida por cada tormenta frente a la magnitud de pico (derecha) y su dirección (izquierda). Para calcularla se reconstruyó la curva de evolución temporal de la dirección de cada evento de tormenta y se calculó la discrepancia máxima absoluta entre su valor en dos instantes cualquiera, medida en el sentido del desplazamiento. Se observa que la dirección de cada tormenta puede variar significativamente en torno al valor que toma en el instante en que se produce el pico. Dado que se producen desplazamientos mayores a  $45^\circ$  en el 12% de los eventos de tormenta (de los cuales, el tercio resaltado en negro tiene asociadas velocidades máximas superiores a los del percentil 90), resulta adecuado considerar una potencial dependencia entre los valores extremos de sectores adyacentes.

### 3.4.4. Valores adoptados para la definición de requisitos e indicadores

Se fija el requisito de que sectores y subsectores deben contener, respectivamente, un mínimo de 50 y 15 datos. Estos valores proceden de las curvas de potencia de los test de Anderson-Darling

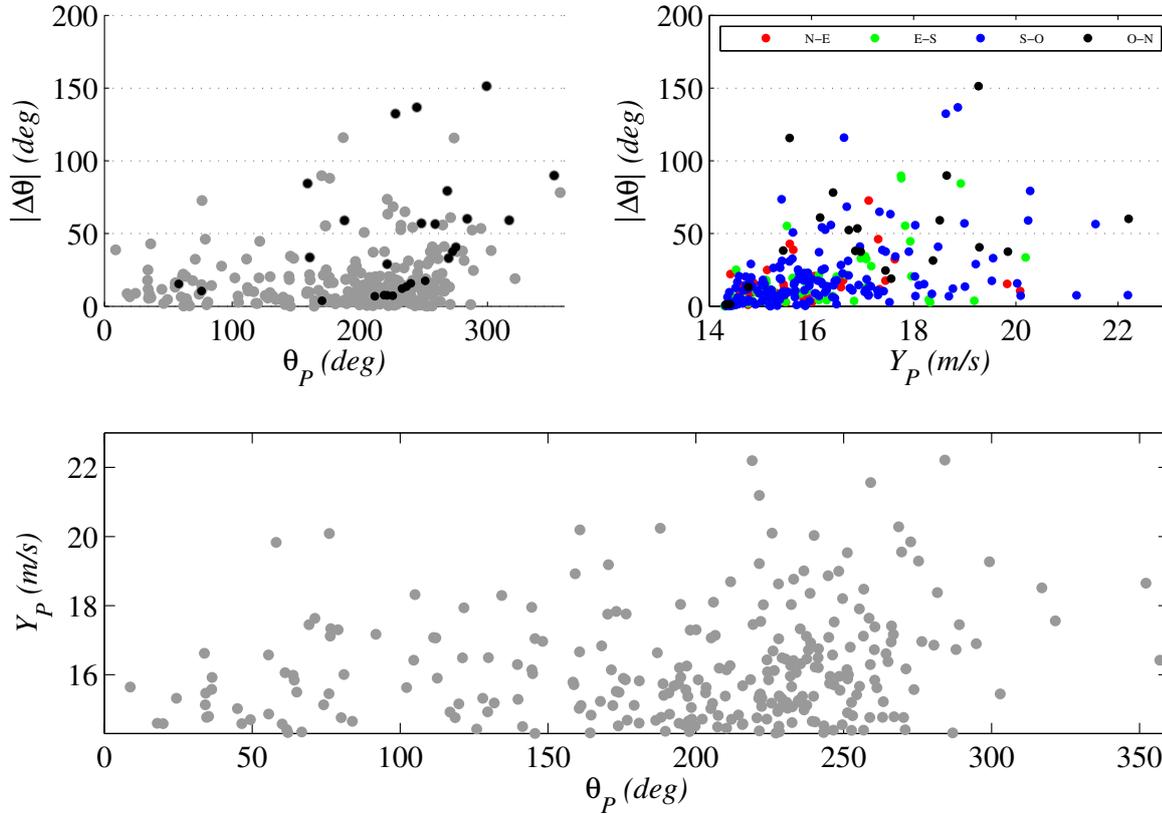


Figura 3.4.6: Arriba Izda.: Variación del ángulo girado por los eventos de tormenta con el valor de pico. Arriba Dcha.: Variabilidad direccional de la distancia angular recorrida por cada tormenta. Abajo: Variabilidad direccional de las velocidades de pico de los eventos de tormenta.

(Anderson y Darling, 1952) y Kolmogoroff-Smirnoff (Kolmogoroff, 1941; Smirnoff, 1939), obtenidas mediante simulación, para una probabilidad de falso positivo máxima admisible de  $\beta = 0,2$  y un nivel de significación de  $\alpha = 0,05$ . Se considera como tamaño del efecto un desplazamiento absoluto en las medias de  $0,5\sigma$ , donde  $\sigma$  es la desviación típica de la población de referencia para la hipótesis nula. Asimismo se descarta cualquier división que contenga sectores que rechacen la hipótesis nula del test de Anderson-Darling (Anderson y Darling, 1952), con un nivel de significación de  $\alpha = 0,05$ .

Para evaluar el indicador  $\overline{p_2}$  se toma como período de retorno de referencia  $T_r = 100$  años y una discrepancia máxima admisible de  $\pm\varepsilon_0 = 10\%$  con respecto al valor estimado. Adicionalmente, se determina que la amplitud de los sectores debe variar entre  $30^\circ$  y  $300^\circ$ . Para limitar el coste computacional se consideran únicamente sectores cuya amplitud sea múltiplo de  $5^\circ$ .

### 3.4.5. Efecto de los requisitos y variación de los indicadores en función de los sectores direccionales

Se caracteriza el efecto que tiene la selección de sectores en los modelos de extremos empleados para ajustar los datos disponibles. Para ello se comparan los resultados obtenidos mediante sectores de ancho fijo de  $90^\circ$  y  $45^\circ$ , que toman como origen a la dirección norte. El criterio pro-

puesto se denota como  $C0$ , mientras que los de comparación como  $T90$  y  $T45$ . Adicionalmente, se consideran los criterios  $C1$ ,  $C2$  y  $C3$  que, respectivamente, tienen en cuenta de forma independiente los indicadores de homogeneidad intrasectorial ( $\overline{p_1}$ ), incertidumbre en las estimaciones ( $\overline{p_2}$ ) e independencia intersectorial ( $\overline{p_3}$ ).

Tras aplicar los requisitos de selección, el número de divisiones candidatas se reduce desde  $\sim 9E7$  a 51. De ellas, 44 corresponden a divisiones en 3 sectores y 7 a divisiones en 4 sectores. Finalmente, las divisiones resultantes de cada criterio se resumen en la tabla 3.4.1. Cabe destacar que tan sólo el sector  $S_3$  del criterio  $T90$  y los sectores  $S_5$  y  $S_6$  del criterio  $T45$  cumplen con los requisitos de preselección impuestos a los criterios  $C0$  a  $C3$ . Esto supone un sesgo en las garantías que proporcionan ambos grupos de criterios que debe tenerse presente al juzgar sus resultados.

	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_6$	$S_7$	$S_8$
Criterio T90	0-90	90-180	180-270	270-360	-	-	-	-
Criterio T45	0-45	45-90	90-135	135-180	180-225	225-270	270-315	315-360
Criterio C0	5-140	140-215	215-5	-	-	-	-	-
Criterio C1	0-165	165-225	225-360	-	-	-	-	-
Criterio C2	0-165	165-210	210-360	-	-	-	-	-
Criterio C3	20-140	140-215	215-20	-	-	-	-	-

Tabla 3.4.1: Sectores direccionales correspondientes a cada criterio

Las características de cada división se recogen en las figuras 3.4.7 y 3.4.8. Para cada criterio, se muestra un diagrama de dispersión construido a partir de las excedencias sobre un umbral registradas en los eventos de tormenta (en gris). En el eje de abscisas se representa la dirección del viento, con el norte en el cero, y en el de ordenadas su magnitud. Se han resaltado mediante colores los puntos empleados en los ajustes de los extremos direccionales. En azul se indican los picos de aquellas tormentas que corresponden a valores del régimen POT omnidireccional, bien sea porque la tormenta no se ha desplazado entre sectores o porque, aun haciéndolo, presenta su máximo en el sector considerado. En naranja se señalan los máximos en cada sector de aquellas tormentas que presentan su pico omnidireccional en otro diferente. En cada gráfico se indican los sectores correspondientes al criterio estudiado, así como la estimación del cuantil correspondiente al período de retorno direccional de 100 años, con sus intervalos de confianza del 95% obtenidos mediante técnicas de “bootstrapping”. En cada sector se indica también el número de puntos considerado para el ajuste ( $N$ ) y el número de ellos que no se corresponden con un pico sobre umbral omnidireccional ( $n$ ).

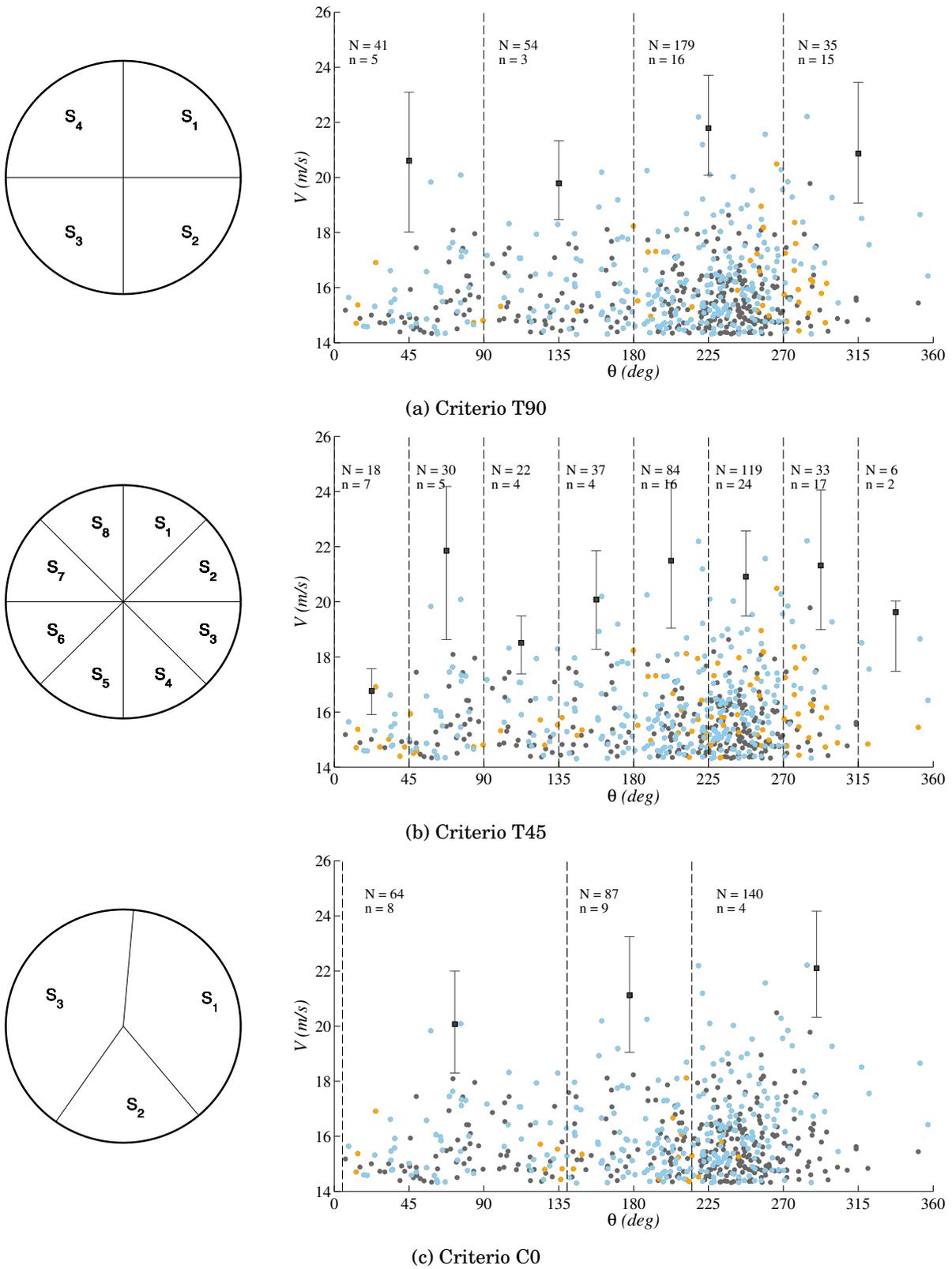


Figura 3.4.7: Sectores definidos según los criterios T90, T45 y C0

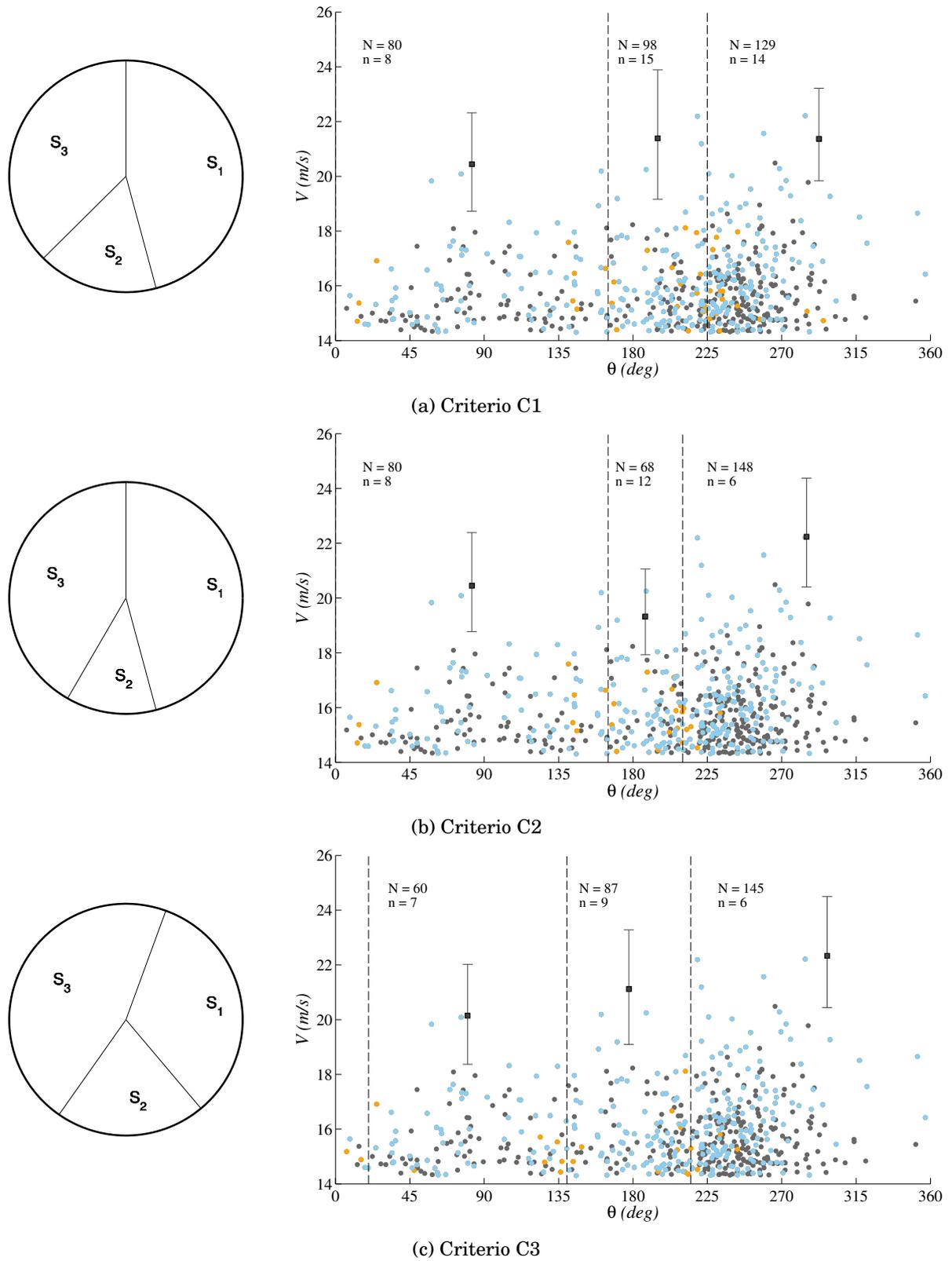


Figura 3.4.8: Sectores definidos según los criterios 1 a 3

La figura 3.4.9 muestra el comportamiento de cada solución obtenida con respecto a los indicadores  $\bar{p}_1$ ,  $\bar{p}_2$  y  $\bar{p}_3$ . Los indicadores se han reescalado entre 0 y 1, donde el 0 representa al valor pésimo del indicador en el conjunto de las divisiones candidatas y 1 al óptimo. Los ejes 1, 2 y 3 representan, respectivamente, a los indicadores escalados de  $\bar{p}_1$ ,  $\bar{p}_2$  y  $\bar{p}_3$ . Los valores específicos (sin escalar) que toma cada indicador en los distintos criterios se recogen en la tabla 3.4.2.

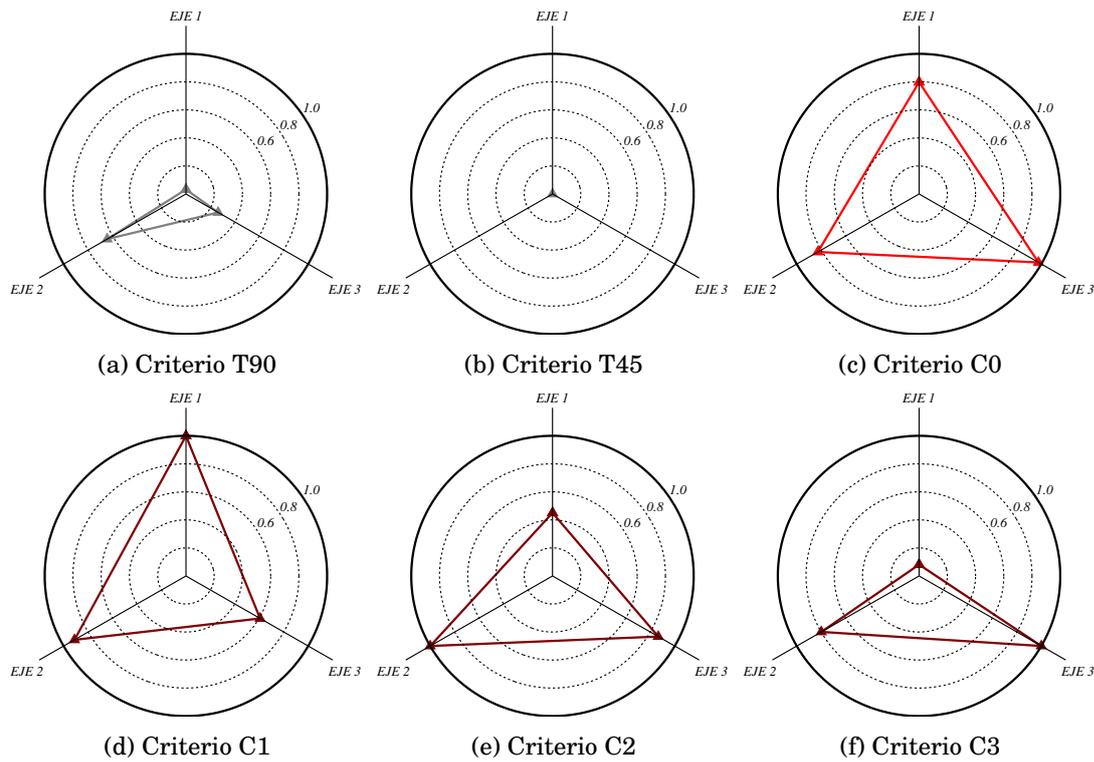


Figura 3.4.9: Valores escalados entre 0 y 1 de los indicadores  $\bar{p}_1$  (eje 1),  $\bar{p}_2$  (eje 2) y  $\bar{p}_3$  (eje 3) para cada criterio considerado

	$\bar{p}_1$	$\bar{p}_2$	$\bar{p}_3$
Criterio T90	0.0098	0.7779	0.4571
Criterio T45	0.0007	0.5434	0.2857
Criterio C0	0.2250	0.8448	0.9205
Criterio C1	0.2818	0.8755	0.6799
Criterio C2	0.1273	0.9077	0.8478
Criterio C3	0.0235	0.8344	0.9354

Tabla 3.4.2: Valor de los indicadores para cada uno de los criterios considerados

Los criterios C0 a C3 dan lugar a divisiones similares entre sí, con dos grandes sectores que abarcan, aproximadamente las regiones SO-N y N-SE y otro para la SE-SO. Estas divisiones resultan consistentes con el análisis de las rosas de vientos de la región. Por su parte, las

divisiones de los criterios  $T90$  y  $T45$  presentan peores resultados en todos los indicadores, con diferencias especialmente notables en el de homogeneidad intrasectorial e independencia de los extremos sectoriales.

### **Ajuste de los modelos sectoriales a los datos**

La bondad del modelo para describir la información empírica contenida en cada sector se evalúa por medio de los gráficos P-P, Q-Q y el gráfico de períodos de retorno en escala logarítmica, cuyos resultados se muestran en el apéndice A. En general, los gráficos de diagnóstico tipo P-P muestran una representación aceptable de las estimaciones empíricas en los distintos criterios. Las anomalías más destacadas se detectan en los cuantiles mayores de los gráficos Q-Q (por ejemplo, en los sectores 5 a 7 del criterio  $T45$  o en el sector 2 de los criterios  $C1$  y  $C2$ ), aunque en gran parte quedan justificadas a la vista de las bandas de confianza de las curvas de períodos de retorno. También se aprecia el efecto de la ausencia de información suficiente en el octante NON, que plantea dudas sobre la correcta estimación de los valores de retorno en aquellos sectores que no incorporan información adicional procedente de las áreas contiguas (por ejemplo, sector 8 del criterio  $T45$ ).

### **Homogeneidad intrasectorial**

Para evaluar las discrepancias entre el comportamiento estadístico de los datos a lo largo de cada sector, se representan, para cada sector, los diagramas cuantil-cuantil de las submuestras contenidas en cada subsector. Los resultados se muestran en las figuras 3.4.10 (para los criterios  $T90$  y  $T45$ ) y 3.4.11 (para los criterios  $C0$ ,  $C1$ ,  $C2$  y  $C3$ ). Junto con los datos, se representa la recta que une el primer y tercer cuartil, que es un ajuste robusto, poco sensible a los datos extremos (línea negra). En rojo se representa una recta de pendiente unidad, en torno a la que deben alinearse los cuantiles de las muestras en caso de estar igualmente distribuidas. Cuando los datos muestran un comportamiento lineal, la diferencia entre las pendientes de ambas rectas evidencia cambios de escala entre sus distribuciones.

En general los criterios  $T90$  y  $T45$  muestran mayores discrepancias entre las distribuciones de las muestras por subsectores que los criterios  $C0$  a  $C3$ . Asimismo, varios de sus sectores evidencian falta de información suficiente para una completa información de los datos (por ejemplo, sector 4 del criterio  $T90$  o sectores 3 y 8 del criterio  $T45$ ). Las mayores similitudes en el comportamiento entre submuestras se aprecian en el criterio  $C1$ , que corresponde al de mayor valor del indicador  $\overline{p}_1$ .

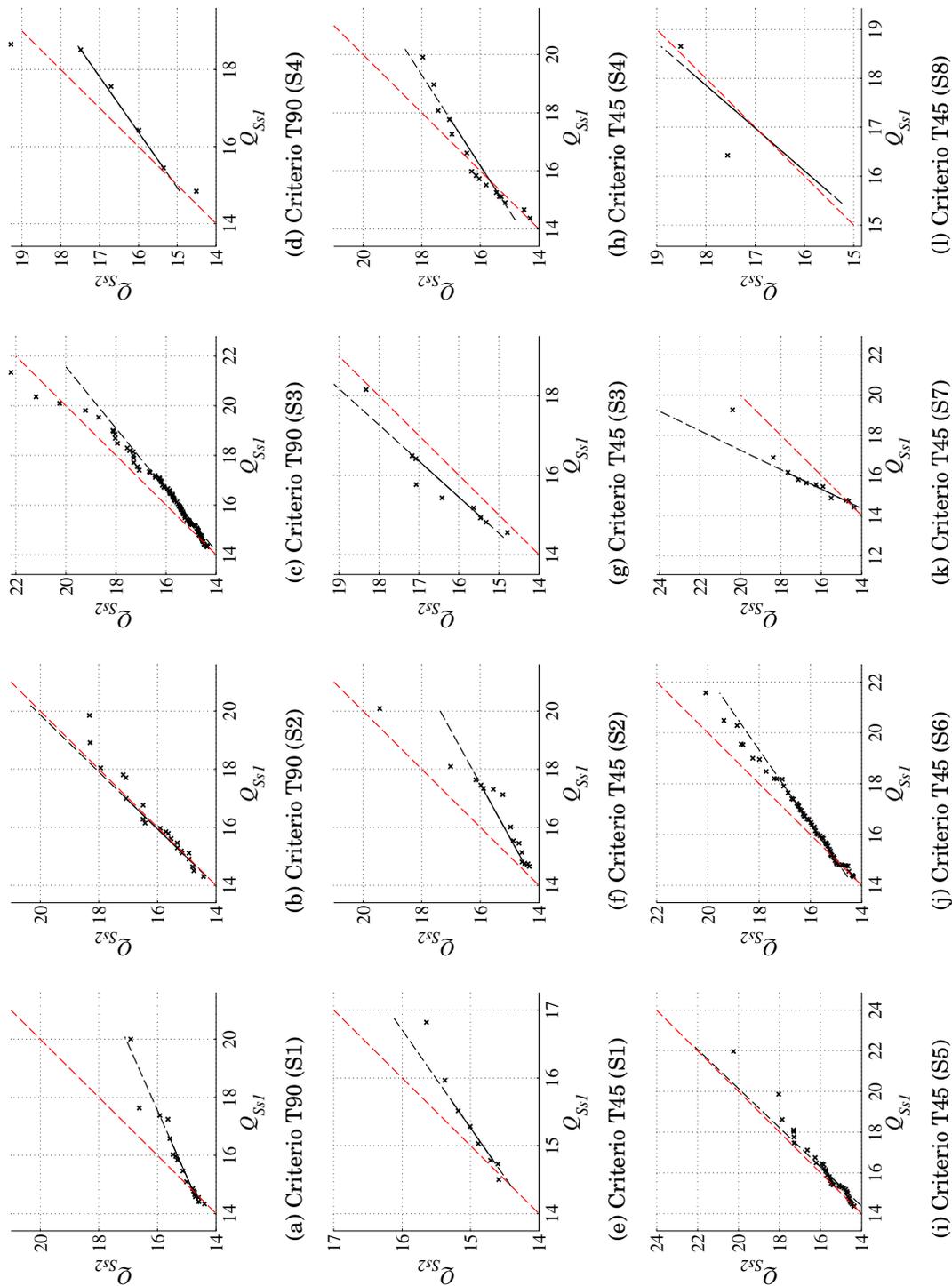


Figura 3.4.10: Gráficos QQ entre las muestras por subsectores (Criterios T90 y T45). En negro, línea recta que pasa por el primer y tercer cuartil. En rojo, recta de pendiente unidad.

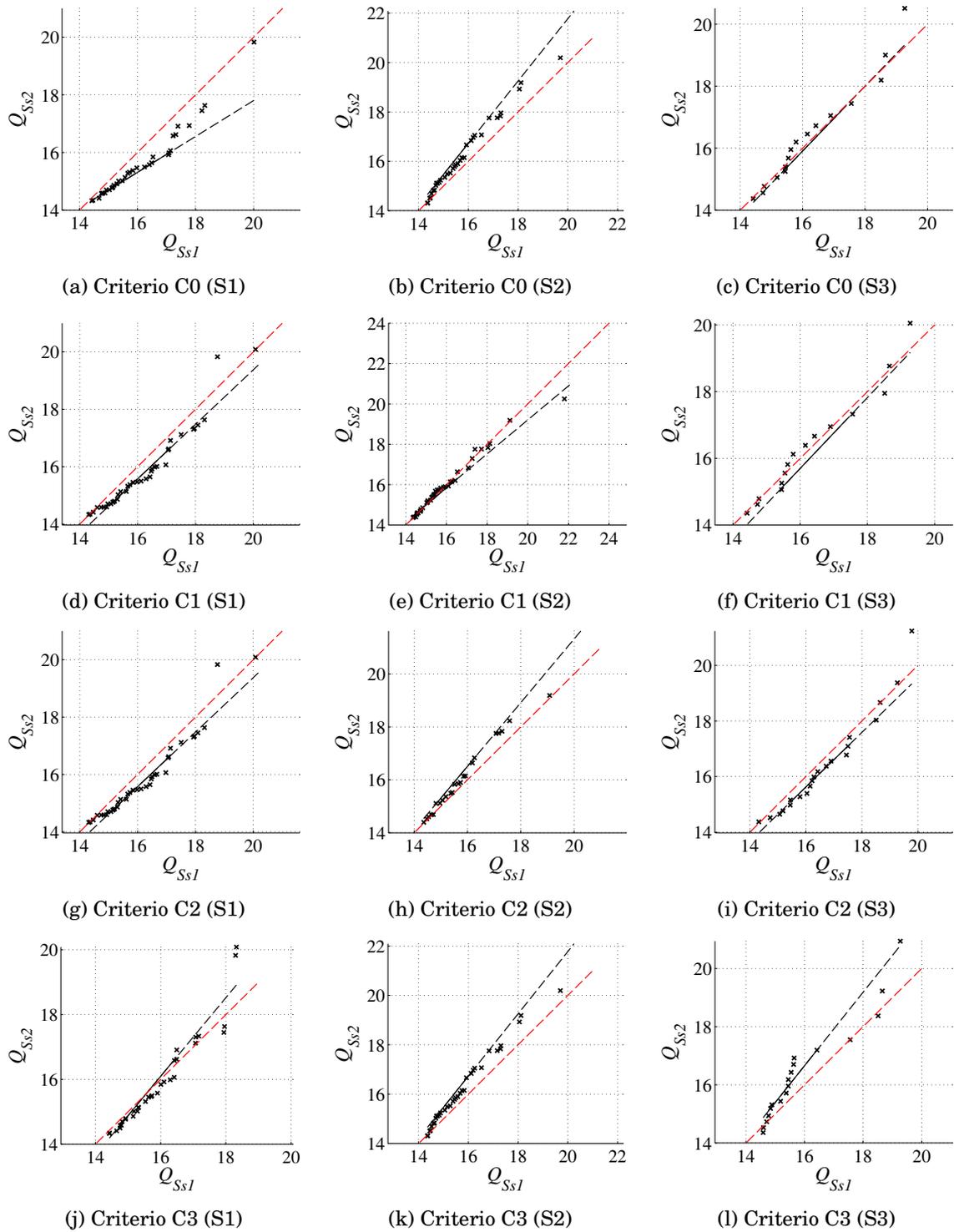


Figura 3.4.11: Gráficos QQ entre las muestras por subsectores (Criterios C0, C1, C2 y C3). En negro, línea recta que pasa por el primer y tercer cuartil. En rojo, recta de pendiente unidad.

### **Incertidumbre de las estimaciones**

Para evaluar la variabilidad de las estimaciones de los valores extremos se han aplicado técnicas de “bootstrapping” sobre la muestra de tormentas registradas, donde cada tormenta se caracteriza por los valores máximos que toma en cada uno de los sectores sobre los que se desplaza. El procedimiento seguido es el siguiente:

1. Muestreo con remplazamiento de  $n$  tormentas, donde  $n$  es el tamaño original de la muestra.
2. Caracterización de los picos sobre umbral por sectores de la nueva muestra de eventos de tormenta.
3. Obtención de los estimadores deseados en cada sector.
4. Repetición del proceso un número elevado de veces,  $N$ .
5. Caracterización de la variabilidad de los estimadores en los sucesivos muestreos.

Se ha efectuado un total de 10000 remuestreos y se ha evaluado en cada uno el cuantil asociado al período de retorno de referencia  $T_r = 100$  de cada sector. Los valores resultantes se representan en los diagramas de cajas de la figura 3.4.12. Cada caja indica la posición de la mediana, el rango intercuartil y los máximos obtenidos del remuestreo (sin contar los valores atípicos).

Se observan intervalos máximos del rango intercuartil de 1,7, 1,9, 1,6, 1,7 m/s para los criterios C0 a C3. En los criterios T90 y T45 toman valores de, respectivamente 2.1 m/s y 2.3 m/s. Los valores medios en el conjunto de sectores son similares en todos los casos, pero se aprecia una mayor variabilidad de los resultados en los criterios T90 y T45. En conjunto, el mejor comportamiento se observa en el criterio C2, que corresponde al de mayor valor del indicador  $\overline{p_2}$ .

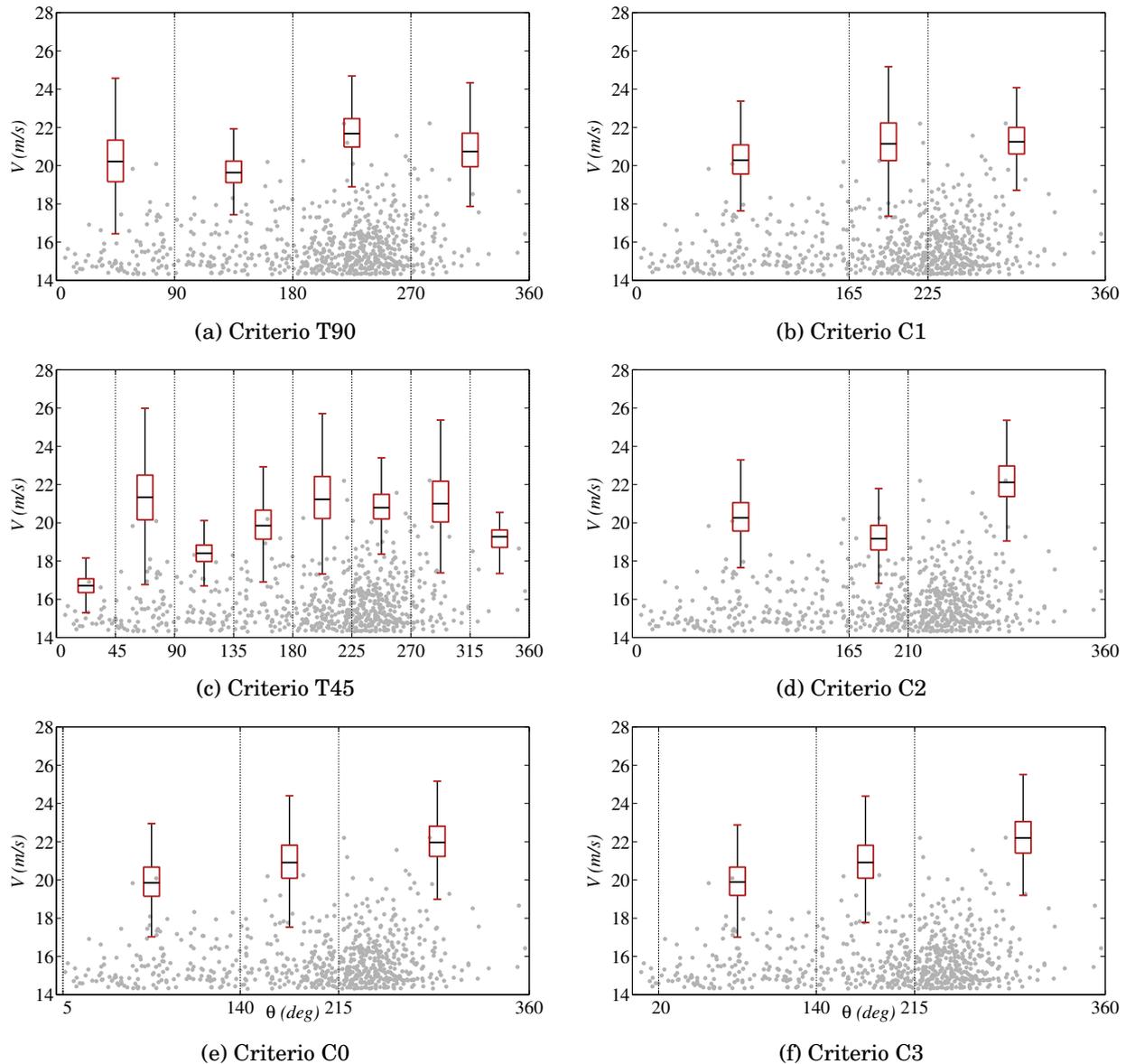


Figura 3.4.12: Diagramas de caja de las estimaciones de los cuantiles asociados a  $T_r = 100$  años obtenidos mediante remuestreo

### Análisis de la dependencia intersectorial

Para estudiar la dependencia entre los valores extremos de distintos sectores, se compara el grado de ajuste entre la función de distribución empírica de los máximos anuales omnidireccionales y la obtenida a partir de los extremos por sectores, aplicando el criterio de independencia. En la figura 3.4.13 se muestran las funciones de distribución empíricas de máximos anuales para los distintos criterios considerados. Se representan con trazo fino funciones empíricas por sectores y en trazo grueso negro la omnidireccional con sus intervalos de confianza del 95% obtenidos por medio de la “fórmula de Greenwood” (Lawless, 2002). La función de distribución del modelo omnidireccional obtenida bajo la hipótesis de independencia se muestra en rojo.

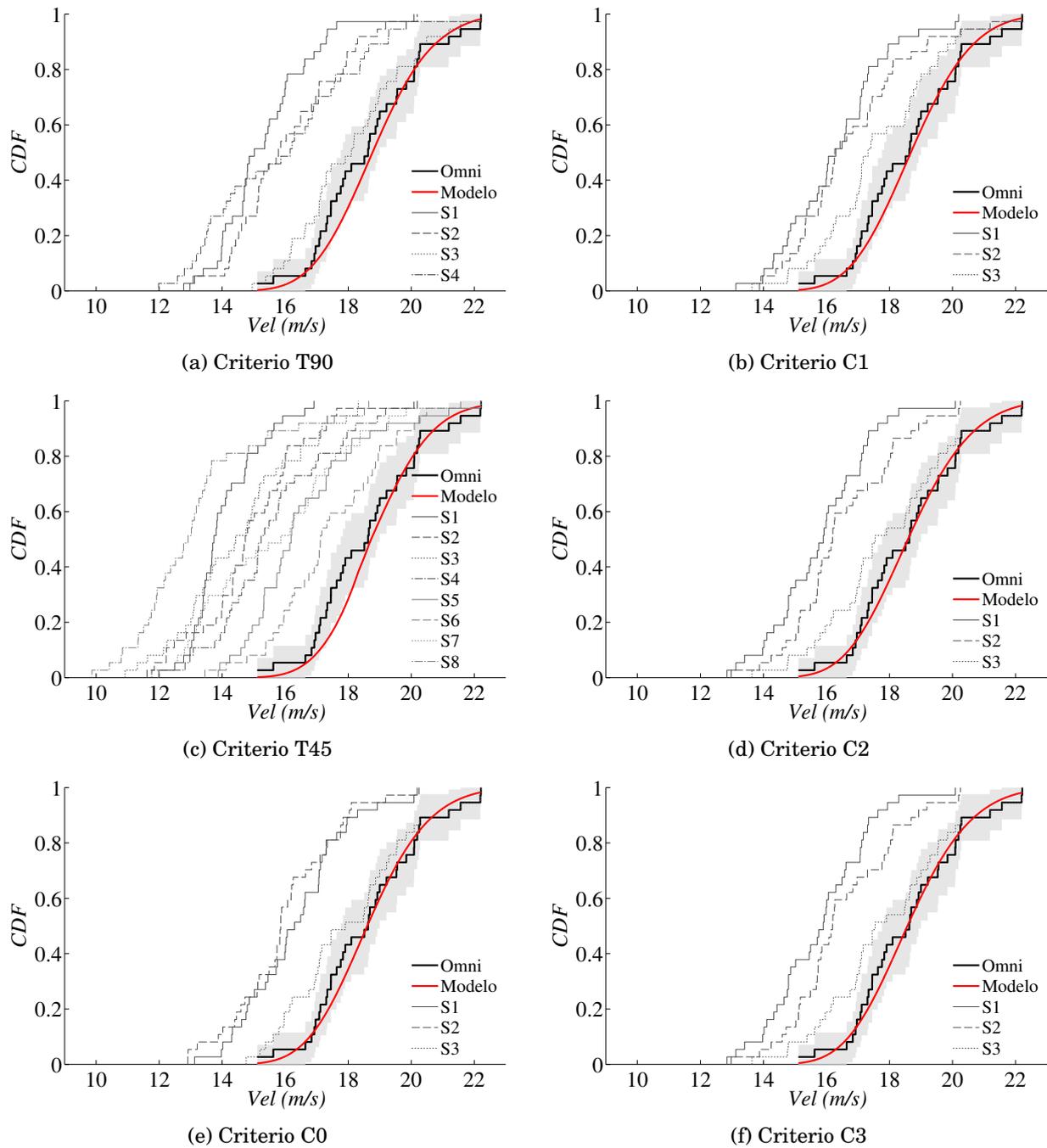


Figura 3.4.13: Funciones de probabilidad empíricas acumuladas de los máximos anuales por sectores (trazo fino) y omnidireccional (trazo grueso) con bandas de confianza del 95%. En rojo, distribución omnidireccional obtenida bajo la hipótesis de independencia

Se observa un comportamiento muy similar entre los distintos criterios C0 a C3, con un buen ajuste del modelo a la curva empírica de máximos anuales omnidireccionales. Las mayores discrepancias se aprecian en la gráfica del criterio C1, que es la que cuenta con un valor más

bajo del indicador  $\bar{p}_3$ . Se observa también que, en todos los casos, la mayor contribución a los extremos omnidireccionales se concentra en el sector S3. Por otro lado, los criterios  $T90$  y, en especial,  $T45$  evidencian peores ajustes y mayor incumplimiento de la hipótesis de independencia entre extremos sectoriales.

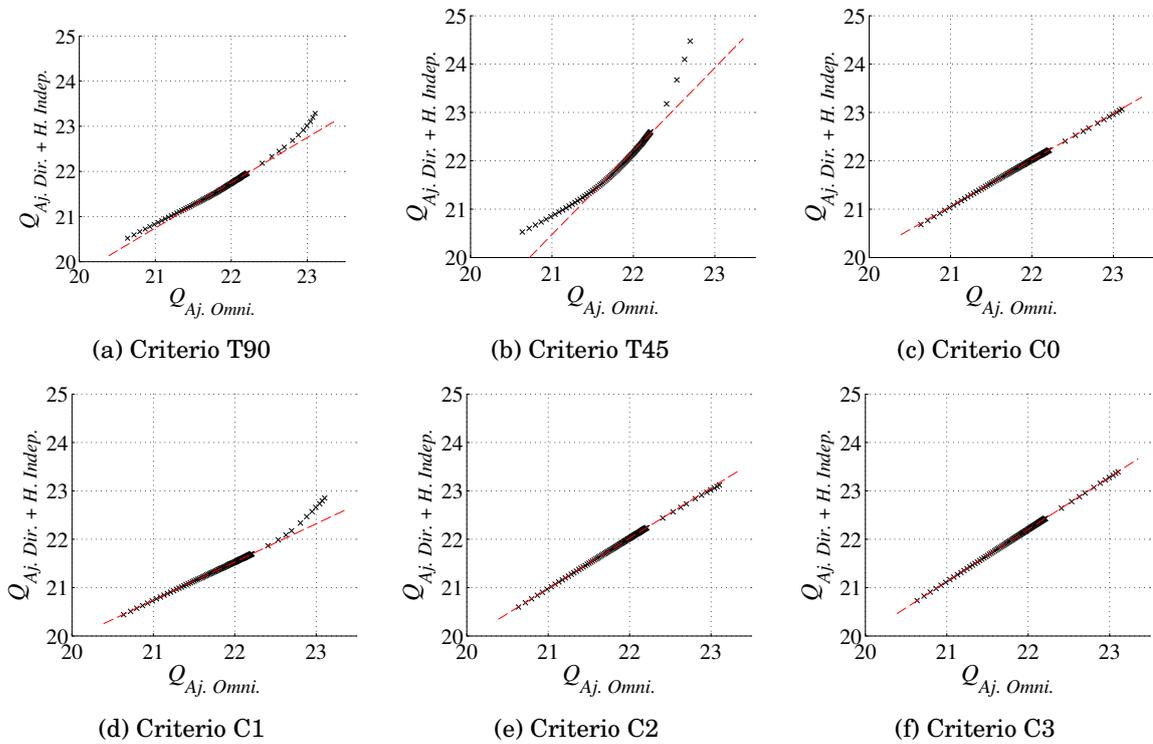


Figura 3.4.14: Gráfico QQ entre cuantiles obtenidos de información omnidireccional (eje de abscisas) y de información direccional bajo la hipótesis de independencia (eje de ordenadas)

Dado que los diseños se sustentan, por lo general, en la extrapolación de la información observada, es preciso analizar el comportamiento asintótico del modelo omnidireccional obtenido a partir de los ajustes direccionales y la hipótesis de independencia. Para ello, en la figura 3.4.14 muestra la relación entre los cuantiles correspondientes a períodos de retorno entre 10 y 500 años obtenidos de este modo (eje de ordenadas) y a partir de información omnidireccional (eje de abscisas). Se observan buenos acuerdos en los criterios C0, C2 y C3, con leves variaciones de escala entre ambos planteamientos. Con el criterio C1, aparecen discrepancias tanto en escala como en forma, con una tendencia de la hipótesis de independencia a subestimar, con respecto a los resultados omnidireccionales, los cuantiles asociados a períodos de retorno elevados. Un comportamiento similar se aprecia en los criterios T90 y T45, siendo las diferencias particularmente notables en este último. Los valores del indicador  $\bar{p}_3$  son consistentes con estos resultados.

### 3.5. Dependencia entre la selección de sectores y la fiabilidad del diseño

#### Efecto sobre los criterios de diseño

En este apartado se evalúa el efecto que tiene la elección de los sectores direccionales sobre los valores de diseño y la fiabilidad del conjunto. Para ello se plantea un caso conceptual que describe una obra compuesta por tres tramos rectos cuyas normales forman ángulos de 60°, 180° y 300° con respecto al norte. Además, se desea adaptar la capacidad cada tramo a la variabilidad direccional de los valores extremos del agente y para ello se suponen las siguientes hipótesis de trabajo:

1. El fallo del conjunto se produce cuando falla al menos uno de los tramos. En tal caso, la probabilidad de fallo en la vida útil  $V$  ( $P_{f,V}$ ) viene dada por

$$P_{f,V} = 1 - \prod_{n=1}^N P_{nf_n,V}$$

donde  $P_{nf_n,V}$  es la probabilidad de no fallo del tramo  $n$  en el tiempo considerado.

2. El modo de fallo no depende de la dirección de incidencia del agente sino de la tipología del tramo. En este caso, se considera que el fallo en cada tramo se produce cuando la acción del viento en la dirección normal  $\pm 15^\circ$  supera un cierto valor de diseño y es independiente del fallo en los restantes. Bajo esta hipótesis, la expresión anterior se transforma en Ec. 3.21.

$$P_{f,V} = 1 - \prod_{n=1}^N P_{nf_n,V} \quad (3.21)$$

3. Cada sector direccional aísla una población de valores extremos del agente con características homogéneas.

Si se impone el requisito de que la probabilidad de fallo del conjunto en la vida útil de la obra sea inferior a un valor determinado  $P_{f,V}$ , existe un número infinito de criterios compatibles para definir la probabilidad de fallo de cada tramo (Forristall, 2005). Jonathan y Ewans (2007) proponen fijar estas probabilidades minimizando el coste total  $C$  de la obra, que definen como una función arbitraria del valor del agente de diseño de la forma  $C = K \sum_{n=1}^N x_n^2$ , donde  $x_m$  es el valor de diseño en cada tramo y  $K$  una constante. En este trabajo se plantea una función  $C$  alternativa que incorpora dos sumandos: el primero considera el coste de construcción  $C_c(x_n)$ , que es función del valor del agente de diseño, y el segundo el riesgo asociado al fallo de cada tramo, obtenido como el producto de su probabilidad de ocurrencia  $P_{f_n,V}$  por sus consecuencias  $c_n$  (Losada, 2010; Losada, 2016) (Ec. 3.22).

$$C = \sum_{n=1}^N C_c(x_n) + \sum_{n=1}^N c_n P_{f_n,V} \quad (3.22)$$

Se comparan los resultados de aplicar al diseño las divisiones sectoriales tradicionales  $T90$  y  $T45$ , y la obtenida con el criterio  $C0$ . En la figura 3.5.1 se muestra, para cada uno de los 3 tramos

considerados, el rango de direcciones que son susceptibles de provocar el fallo (en gris) y los sectores direccionales involucrados, en función del criterio escogido. En el tramo 2 se observa que en los criterios  $T90$  y  $T45$  intervienen los modelos de extremos direccionales correspondientes, respectivamente, a los sectores  $[S_2, S_3]$ , y  $[S_4, S_5]$ .

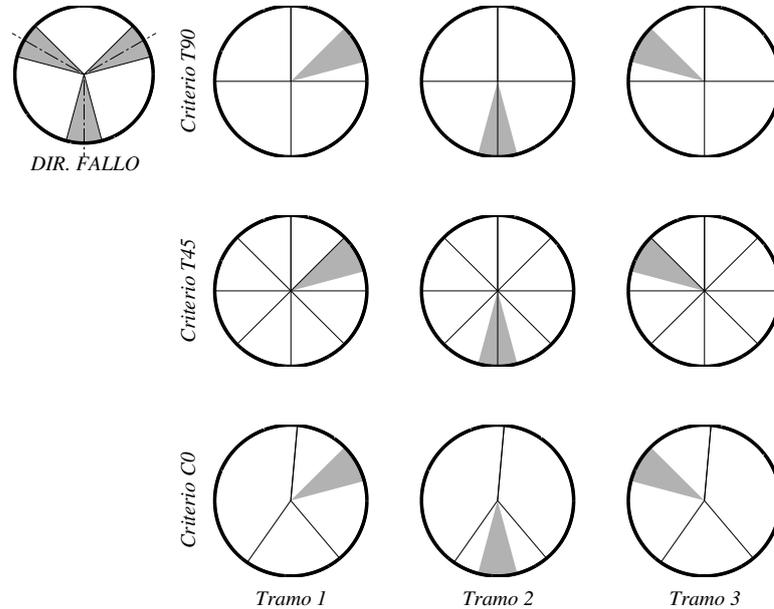


Figura 3.5.1: Regiones de fallo en cada tramo su relación con los sectores de los criterios T90 (arriba), T45 (centro) y C0 (abajo)

El modelo de Poisson-Pareto que describe las propiedades extremas de los rangos de direcciones que son susceptibles de producir el fallo se construye a partir de los parámetros de forma, escala y localización de las distribuciones de extremos de los sectores a los que pertenecen. Para adaptar la tasa de ocurrencia anual de los picos en los tramos considerados se evalúa en cada uno de ellos el valor del parámetro de Poisson.

Supuesto un tramo  $n$  que se ve afectado por un número  $S$  de sectores direccionales, la probabilidad de fallo anual  $P_{f_{n,1}}$  se obtiene por medio de la Ec. 3.23. Esta ecuación expresa el valor complementario de que el máximo anual del agente no supere el valor de diseño  $x_n$  en ninguno de los subsectores  $s$  (supuestos independientes) y donde  $v_s$ , es el parámetro de Poisson y  $\xi_s$  y  $\tilde{\sigma}_s$  son, respectivamente, los parámetros de forma y escala de la distribución generalizada de Pareto ajustada en dicho subsector.

$$P_{f_{n,1}} = 1 - \prod_{s=1}^S Pr \left[ X_{max,1}^{s,s} \leq x_n \right] = 1 - \prod_{s=1}^S exp \left[ -v_s \left( 1 + \xi_s \frac{x_n - u}{\tilde{\sigma}_s} \right)^{-1/\xi_s} \right] \quad (3.23)$$

Para una probabilidad de fallo máxima admisible de  $p_0$  y una vida útil de  $V$  años, se plantea

el siguiente problema de optimización (Ec. 3.24):

$$\begin{aligned} \min \quad & C = C(x_n, c_n) \quad \forall n \in \mathbb{N}[1, N] \\ \text{sujeto a:} \quad & \\ & P_{f_n,1} \leq 1 - (1 - p_0)^{1/V} \tag{3.24} \\ & x_n = \max_n \{x_s\} \\ & x_n \in \mathbb{R}^+ \quad \forall n \in \mathbb{N}[1, N] \end{aligned}$$

donde  $N$  es el número de tramos,  $P_{f_n,1}$  viene dado por la Ec. 3.23 y  $x_s$  es el valor de diseño en cada uno de los subsectores que afectan al tramo. Para la función objetivo  $C$  se adopta la expresión dada por la Ec. 3.25. En ella se toma  $K = 0,025$  para que el coste correspondiente al diseño para una velocidad de viento de 20 m/s sea de 10. Por su parte, el valor de las consecuencias se relaciona con la probabilidad máxima admisible de fallo en vida útil (Losada, 2002). Se adopta  $c_n = 5$  para  $p_0 \leq 0,2$  (repercusiones muy bajas) y  $c_n = 10$  para  $p_0 \leq 0,1$  (repercusiones bajas).

$$C = \sum_{n=1}^N K x_n^2 + \sum_{n=1}^N c_n P_{f_n,V} \tag{3.25}$$

### 3.5.1. Resultados con umbral constante

En la tabla 3.5.1 se resumen las características de los modelos de extremos que intervienen en el problema de optimización de cada criterio de acuerdo con los dos planteamientos considerados. La variabilidad de los parámetros de los modelos se manifiesta, por ejemplo, en la cota superior que puede tomar la velocidad del viento en cada tramo, que está limitada por  $u - \widetilde{\sigma}_s/\xi_s$  si  $\xi_s \leq 0$ . Las discrepancias más acusadas de esta cota se dan en el tramo 1, donde toma valores de 48.6 m/s y 22.9 m/s para los criterios  $T90$  y  $C0$  y no existe para el criterio  $T45$ .

Criterio T90	Tramo	$\varphi_s$	$\nu_s$	$\xi_s$	$\widetilde{\sigma}_s$	$u$
<i>Sector 1</i>	1	30	0.649	-0.043	1.482	14.3
<i>Sector 2</i>	2	15	0.514	-0.441	2.724	14.3
<i>Sector 3</i>	2	15	0.622	-0.260	2.439	14.3
<i>Sector 4</i>	3	30	0.460	-0.504	3.680	14.3
Criterio T45	Tramo	$\varphi_s$	$\nu_s$	$\xi_s$	$\widetilde{\sigma}_s$	$u$
<i>Sector 2</i>	1	30	0.649	0.110	1.340	14.3
<i>Sector 4</i>	2	15	0.514	-0.353	2.542	14.3
<i>Sector 5</i>	2	15	0.622	-0.137	1.880	14.3
<i>Sector 7</i>	3	30	0.460	-0.351	3.109	14.3
Criterio C0	Tramo	$\varphi_s$	$\nu_s$	$\xi_s$	$\widetilde{\sigma}_s$	$u$
<i>Sector 1</i>	1	30	0.649	-0.219	1.870	14.3
<i>Sector 2</i>	2	30	1.027	-0.141	1.791	14.3
<i>Sector 3</i>	3	30	0.460	-0.301	2.821	14.3

Tabla 3.5.1: Parámetros del problema de optimización para los criterios  $T90$ ,  $T45$  y  $C0$

Las velocidades de diseño en cada tramo obtenidas del proceso de optimización según el criterio escogido se indican en la tabla 3.5.2. En ésta se consideran tanto los resultados de los criterios  $C0$ ,  $T90$  y  $T45$  como los obtenidos a partir de un análisis omnidireccional. En las filas superiores se muestran los correspondientes a una probabilidad máxima admisible de fallo en  $V = 50$  años de  $p_0 \leq 0,2$  y en las inferiores, a  $p_0 \leq 0,1$ .

		Criterio $T90$	Criterio $T45$	Criterio $C0$	Omnidir.
$p_0 \leq 0,2$	<i>Tramo 1</i>	21.38	23.93	20.70	22.25
	<i>Tramo 2</i>	21.82	22.38	21.74	22.25
	<i>Tramo 3</i>	21.47	22.49	22.08	22.25
$p_0 \leq 0,1$	<i>Tramo 1</i>	22.17	25.61	21.03	22.59
	<i>Tramo 2</i>	22.20	23.03	22.23	22.59
	<i>Tramo 3</i>	21.54	22.72	22.44	22.59

Tabla 3.5.2: Resultados de la optimización para los criterios  $T90$ ,  $T45$ ,  $C0$  y omnidireccional para  $p_0 = 0,2$  (arriba) y para  $p_0 = 0,1$  (abajo)

Tanto los criterios tradicionales como el omnidireccional muestran resultados que difieren de los del criterio  $C0$  y pueden resultar determinantes para el diseño si el coste es un factor relevante. Las mayores discrepancias se dan en el tramo 1. Con el criterio  $T90$  alcanzan variaciones del 3% con  $p_0 \leq 0,2$  y del 5% con  $p_0 \leq 0,1$ , con el criterio  $T45$  del 15% para  $p_0 \leq 0,2$  y del 22% para  $p_0 \leq 0,1$  y con el criterio omnidireccional son del 8% en ambos casos.

Para comparar las consecuencias que tienen estas velocidades de diseño en el cumplimiento del requisito de partida (es, decir, en la probabilidad de fallo en vida útil del conjunto) es necesario trasladarlas a un mismo modelo de valores extremos. Para ello, se adopta como modelo de referencia el obtenido por medio del criterio  $C0$ . En la tabla 3.5.3 se indica la probabilidad de fallo total en vida útil obtenida de introducir los valores de diseño de cada criterio en el modelo de extremos correspondientes dicho criterio. En la primera línea se muestran los resultados para  $p_0 \leq 0,2$  y en la segunda para  $p_0 \leq 0,1$ .

Criterio	$C0$	$T90$	$T45$	<i>Omni.</i>
$p \leq 0,2$	0.200	0.249	0.062	0.089
$p \leq 0,1$	0.100	0.199	0.025	0.045

Tabla 3.5.3: Relación entre probabilidades de fallo en vida útil de los criterios  $T90$ ,  $T45$  y omnidireccional con el criterio  $C0$  para  $p_0 \leq 0,2$  (arriba) y  $p_0 \leq 0,1$  (abajo)

Los valores de diseño obtenidos mediante los criterios  $T45$  y el omnidireccional se traducen en reducciones de las probabilidades de fallo estimadas de entre un 70% y un 75% en el primer caso y un 55% en el segundo, con respecto al criterio propuesto. Esta situación se verifica tanto para  $p_0 \leq 0,2$  como para  $p_0 \leq 0,1$ . El uso del criterio  $T90$ , por su parte, supone incrementos en la probabilidad de fallo en vida útil de un 25% para  $p_0 \leq 0,2$  y del 100% para  $p_0 \leq 0,1$ . Estas diferencias ponen de manifiesto que la selección de sectores direccionales tiene implicaciones significativas en el cálculo de la fiabilidad y, por tanto, debe ser considerada e integrada como parte de los procesos de diseño.

### 3.5.2. El efecto del umbral variable por sectores

Se evalúa el efecto de emplear un planteamiento mixto (criterio  $C0b$ ) en el que se hace uso del umbral omnidireccional para escoger los sectores de cálculo, pero los modelos de extremos empleados para el diseño se redefinen con umbrales específicos para cada sector. En la tabla 3.5.4 se muestran arriba las velocidades de diseño de los criterios  $C0$  y  $C0b$  y abajo las probabilidades de fallo en vida útil por tramos a las que conducen estas velocidades en el modelo de referencia  $C0$ . Se aprecian velocidades de diseño similares en los tramos 1 y 3 a las del criterio  $C0$ . Por contra, el tramo 2 del criterio  $C0b$  da lugar a valores del orden de 2 m/s más bajos. Éstos se trasladan a incrementos significativos en la probabilidad de fallo en vida útil con respecto a los resultados del criterio  $C0$ , al compararse de acuerdo con los modelos de probabilidad obtenidos mediante este criterio.

		$p \leq 0,2$		$p \leq 0,1$	
Velocidad	<i>Tramo 1</i>	20.70	20.69	21.03	21.14
	<i>Tramo 2</i>	21.74	19.91	22.23	20.09
	<i>Tramo 3</i>	22.08	22.59	22.44	22.99
Prob. Fallo	<i>Tramo 1</i>	0.057	0.058	0.027	0.021
	<i>Tramo 2</i>	0.095	0.561	0.049	0.496
	<i>Tramo 3</i>	0.062	0.018	0.027	0.004
	<b>Total</b>	<b>0.200</b>	<b>0.594</b>	<b>0.100</b>	<b>0.509</b>
		C0	C0b	C0	C0b

Tabla 3.5.4: Arriba: Velocidades de diseño correspondientes a los criterios  $C0$  y  $C0b$ . Abajo: Probabilidades de fallo en vida útil correspondientes a los criterios  $C0$  y  $C0b$

## 3.6. Resumen y conclusiones

En este capítulo se evalúa el efecto de la definición de sectores direccionales en la estimación de los valores extremos de un agente natural y sus repercusiones para el diseño y la fiabilidad de una obra. El estudio consta de dos partes. En la primera se analizan las consecuencias que tiene la compartimentación por sectores de la muestra omnidireccional, sobre las muestras de picos de la variable estudiada, en términos de sus descriptores estadísticos y su dependencia. Desde un punto de vista cualitativo, se observa que esta segregación añade a las muestras de picos direccionales puntos “neo-emergentes” que no pertenecen a la muestra omnidireccional. Si el umbral se mantiene constante, estos puntos introducen dependencia entre los valores extremos de los sectores. Si, por el contrario, el umbral se hace variable entre sectores, además de los puntos anteriores pueden incorporarse otros, independientes, pero que quedan fuera del régimen omnidireccional de eventos de tormenta. Desde un punto de vista cuantitativo, se deducen las relaciones entre los estadísticos de las muestras por sectores y omnidireccional y se identifican los números adimensionales que las dominan.

En la segunda parte se describe un procedimiento que permite la selección de sectores direccionales considerando de manera global a las principales fuentes de incertidumbre involucradas en el cálculo de la fiabilidad de una obra sometida a agentes naturales cuyos valores extremos varían con la dirección. Estas son, (1) la validez del modelo empleado para caracterizar el comportamiento extremal de las muestras sectoriales, (2) la bondad de la estimación de los parámetros

del modelo, (3) la capacidad de cada modelo para representar el comportamiento extremal en la totalidad de la amplitud del sector correspondiente y (4) la validez de la hipótesis de trabajo de independencia entre extremos sectoriales.

El planteamiento consta de dos fases. En la primera se imponen unos requisitos mínimos a los datos contenidos en los sectores que permite descartar aquellas divisiones incompatibles con los modelos de extremos empleados o que cuentan con información insuficiente. En la segunda se emplea un conjunto de indicadores para medir las consecuencias de la selección de sectores sobre la homogeneidad intrasectorial de las muestras, la incertidumbre de las estimaciones de los valores extremos direccionales y su dependencia intersectorial. El resultado de un indicador global que contempla a los anteriores se emplea para seleccionar los sectores de cálculo.

Esta metodología se aplicó para elegir los sectores direccionales empleados en el cálculo de la velocidad del viento de diseño de una obra localizada en la desembocadura del Río de la Plata. Seleccionadas otras alternativas habituales, se analizaron las consecuencias sobre la probabilidad de fallo en vida útil de la obra de aplicar unas u otras. Se observó que ninguna de las divisiones obtenidas mediante criterios tradicionales cumplió con los requisitos impuestos a la cantidad mínima de información necesaria para cuantificar la validez de los ajustes y a la compatibilidad de los datos con los modelos empleados. También mostraron valores peores en los indicadores propuestos. Se concluye que el método propuesto proporciona una herramienta objetiva que ofrece mayores garantías para el dimensionamiento que el uso de los criterios tradicionales ya que (1) permite asegurar que la división por direcciones utilizada cumple con las hipótesis de trabajo del modelo direccional (y, por tanto, el proceso de cuantificar la incertidumbre en la estimación de valores de diseño se aplica dentro de su rango de validez) y (2) busca minimizar la incertidumbre en la estimación de los valores de diseño.

Además, con carácter general, se extraen las siguientes conclusiones. En primer lugar, que el resultado de modelar el comportamiento extremo direccional de los agentes naturales depende de los sectores direccionales empleados para el cálculo. En segundo lugar, que una selección de sectores de forma ajena a las propiedades extremas de los datos afecta negativamente a la confianza en las estimaciones en las que se apoya el diseño. Así, se desaconseja el uso injustificado de sectores de igual amplitud. En tercer lugar, que el valor umbral que caracteriza los eventos extremos afecta a los resultados del ajuste del modelo extremal, por lo que se recomienda la selección de umbrales específicos adecuados para cada sector. Finalmente, que la decisión acerca de los sectores direccionales afecta al coste y a la fiabilidad de las obras y puede condicionar la viabilidad de un proyecto de inversión. Por ello se recomienda integrar al proceso de diseño métodos que cuantifiquen o limiten la incertidumbre introducida por esta decisión.

Parte de los contenidos de este capítulo han sido enviados para su publicación en la revista *Structural Safety* bajo el título "A technical note on the definition of directional sectors for extreme analysis".

## Lista de símbolos empleados

---

$\xi$	Parámetro de forma de la distribución generalizada de Pareto
$\tilde{\sigma}$	Parámetro de escala de la distribución generalizada de Pareto
$u$	Parámetro de localización (umbral) de la distribución generalizada de Pareto
$\zeta_u$	Probabilidad de excedencia del umbral $u$
$n_y$	Tasa anual de picos sobre un umbral
$v$	Parámetro de Poisson
$\theta$	Dirección del viento
$\phi_m$	Ángulo barrido por el sector $m$
$M$	Número de sectores direccionales
$Y$	Variable omnidireccional
$Y^*$	Variable de los valores POT de todos los sectores direccionales
$X_m$	Valores POT omnidireccionales que pertenecen al sector $m$
$X'_m$	Valores POT del sector $m$ que no pertenecen al régimen POT omnidireccional (valores neo-emergentes)
$X_m^*$	Valores POT del sector $m$
$N$	Tamaño de la muestra de valores POT omnidireccionales
$N^*$	Número de valores POT de todos los sectores direccionales
$n_m$	Tamaño de la muestra de valores POT omnidireccionales que pertenecen al sector $m$
$n'_m$	Tamaño de la muestra de valores POT del sector $m$ que no pertenecen al régimen POT omnidireccional
$n_m^*$	Tamaño de la muestra de valores POT del sector $m$
$\Phi_{0,1}$	Función de distribución normal estándar
$AD(\cdot)$	Test de Anderson-Darling
$KS(\cdot, \cdot)$	Test de Kolmogoroff-Smirnoff entre dos muestras
$\alpha$	Nivel de significación de un contraste de hipótesis
$\beta$	Probabilidad de error tipo II de un contraste de hipótesis
$T_r$	Período de retorno
$z_{T_r}$	Cuantil asociado a un período de retorno $T_r$
$v$	Parámetro de Poisson
$\varepsilon_0$	Error máximo admisible

---



## ESTUDIO DE LOS VALORES MÁXIMOS DEBIDOS A LA SIMULTANEIDAD DE MÚLTIPLES ACCIONES DE ORIGEN COMÚN

### 4.1. Introducción

Caracterizar la respuesta total de un sistema estructural sometido a los agentes naturales requiere una descripción precisa de las acciones que lo solicitan. Estas acciones y las respuestas sobre los distintos componentes del sistema presentan una variabilidad espacio-temporal que es consecuencia de la variabilidad intrínseca de los agentes y de su interacción con las propiedades geométricas y mecánicas del sistema. Por ejemplo, las cargas en un concentrador solar se deben principalmente a la acción del viento sobre sus espejos, que se transmiten a la cimentación por medio de la estructura soporte. En este caso, el agente es único y puede describirse por medio de la velocidad del viento, su dirección, su intensidad de turbulencia y su función de densidad espectral. Las acciones en el sistema se cuantifican mediante las presiones netas en cada uno de los espejos, y la respuesta del sistema es la fuerza total que solicita la estructura, que se calcula por superposición lineal de cada una de las acciones anteriores. En general, el diseño se apoya en el cálculo del valor extremo de una variable objetivo (agente, acción o respuesta) cuya probabilidad de superación en un intervalo de tiempo  $T$  es inferior a una cantidad dada. Este valor extremo depende de la variabilidad de los procesos que intervienen (las componentes de la variable objetivo) y el modo en que se relacionan.

El “factor de pico”  $g$  es una herramienta habitual en la ingeniería de viento, útil para estimar el valor extremo de una variable aleatoria en función de sus propiedades estadísticas y espectrales. Este parámetro se define mediante la Ec. 4.1

$$g(Y; T) = \frac{E[Y_{max,T}] - \mu_Y}{\sigma_Y}, \quad (4.1)$$

donde  $T$  es el intervalo de tiempo en el que se evalúa el valor máximo,  $E[Y_{max,T}]$  el valor esperado de la distribución del máximo en  $T$ ,  $\mu_Y$  el valor medio de la variable instantánea y  $\sigma_Y$  su desviación típica.

Para una única variable aleatoria, Davenport (1964) demuestra que la estadística de sus extremos se ajusta asintóticamente una distribución Fischer-Tippett de tipo I bajo los siguientes supuestos: (1) el proceso es gaussiano, (2) el paso ascendente de la variable instantánea por un umbral suficiente elevado es un evento poissoniano y (3) el número de máximos relativos en  $T$  es alto. Esto conduce a la conocida expresión para el factor de pico (Ec. 4.2),

$$g(T) = \sqrt{2 \cdot \ln(v_0 \cdot T)} + \frac{\gamma}{\sqrt{2 \cdot \ln(v_0 \cdot T)}} \quad (4.2)$$

donde  $v_0$  es la frecuencia media de pasos ascendentes por el valor medio de la variable instantánea y  $\gamma = 0,5772$  es la constante de Euler. Esta relación se emplea habitualmente en ingeniería de viento ya que ofrece resultados satisfactorios para una gran variedad de condiciones. Además, varía poco para un amplio rango de valores de  $v_0 \cdot T$ , lo que facilita la caracterización de magnitudes de referencia. Por ejemplo, en el caso del viento, para una duración característica de  $T = 10$  min y unas frecuencias dominantes de interés entre 0.03 y 3.00 Hz,  $g$  queda acotado en el intervalo 2.6 - 4.0.

No obstante, el modelo de Davenport (1964) presenta algunas limitaciones. La primera de ellas tiene que ver con su aplicación al caso de variables no gaussianas. Así, Holmes (1985) o Kareem, Zhao y Tognarelli (1995) muestran que cuando el proceso es no gaussiano el uso de la Ec. 4.2 puede dar lugar a resultados no conservadores. Para corregir esta deficiencia, Kareem y Zhao (1994) proponen una expresión modificada del factor de pico en el que toman parte los momentos centrales de tercer y cuarto orden de la variable instantánea. Sin embargo, el modelo polinómico hermítico (Winterstein, 1988) en el que se apoya la expresión de Kareem y Zhao (1994) la hacen válida únicamente para procesos débilmente no gaussianos. Revisiones posteriores que extienden el alcance del método a un amplio rango de valores de asimetría y curtosis pueden encontrarse, entre otros, en Kwon y Kareem (2011), Yang, Gurley y Prevatt (2013) o Peng y col. (2014) para curtosis mayores a 3 o en Ding y Chen (2014) para otros casos. Una estrategia alternativa (por ejemplo, Sadek y Simiu, 2002; Huang y col., 2013) se basa en la selección de una distribución adecuada para la variable no gaussiana seguida de una traslación de los cuantiles entre los espacios gaussiano y no gaussiano. En estos planteamientos resulta conveniente usar modelos específicos para las colas de la distribución con el fin de obtener una buena representación de los valores menos probables.

Por otro lado, Vanmarcke (1975) demuestra que la validez del modelo de Davenport (1964) depende de la anchura de la banda espectral de la variable y propone soluciones alternativas para tenerlo en cuenta. Si el proceso es de banda estrecha, el modelo no considera la dependencia entre pasos ascendentes consecutivos. Cuando el proceso es de banda ancha, no contempla el tiempo que la señal permanece por encima del umbral. Pillai y Tamura (2007) reformulan la expresión del factor de pico de Kareem y Zhao (1994) para introducir el efecto de la anchura espectral por medio del parámetro de Cartwright y Longuet-Higgins (1956).

Cuando la variable de diseño se debe a la combinación de un conjunto de componentes, a las dificultades anteriores se suman otras relacionadas con el modo en que se combinan. Para afrontar este problema se han desarrollado métodos tanto probabilísticos como deterministas. Los primeros abordan el estudio de las relaciones de las distribuciones de las variables y sus relaciones de dependencia, y dan lugar a planteamientos con distinto grado de sofisticación, por ejemplo, mediante el ajuste de modelos estadísticos (Hawkes y col., 2002; Beersma y Buishand,

2004), mediante el uso de cópulas (Favre, 2004; De Michele y col., 2007; Masina, Lamberti y Archetti, 2015; Wahl y col., 2015), etc. Estos procedimientos presentan grandes ventajas para el análisis y la predicción, sin embargo, su complejidad y la demanda de grandes cantidades de información puede limitar su aplicación práctica y estandarización (Melchers, 1999).

Los métodos deterministas ofrecen una aproximación mucho más simple al problema y son los que se incluyen más a menudo en las normativas. Éstos combinan valores característicos de las distribuciones de extremos de las componentes por medio de coeficientes fijos con los que se tiene en cuenta que los valores extremos no siempre ocurren de forma simultánea. Algunas normas calibran estos coeficientes y exigen la comprobación de distintas combinaciones. Con ello aseguran que la envolvente de todas ellas proporciona niveles aceptables de seguridad. Otras plantean el uso de reglas en las que los coeficientes dependen de características de las variables consideradas, como la regla de Turkstra o la combinación cuadrática completa.

Turkstra (1970) asume que el valor máximo en  $T$  de la suma de un conjunto de variables  $Y = \sum_{i=1}^N X_i$  se produce en el instante en que ocurre el máximo de alguno de los procesos individuales. Bajo esta hipótesis, el valor máximo de  $Y$  puede determinarse de la Ec. 4.3

$$\max Y = \max \left( \max X_i + \sum_{j=1}^N \tilde{X}_j \right), j \neq i; i = 1, \dots, N \quad (4.3)$$

donde  $\tilde{X}_j$  es el valor de acompañamiento que toma la variable  $X_j$  cuando se produce el máximo de la variable  $X_i$ . Los valores de acompañamiento son, en la práctica, sustituidos por valores característicos (habitualmente su valor medio o éste más la desviación típica). No obstante, la elección de dichos valores resulta a menudo difícil de justificar (Naess, 1989). Naess y Røysset (2000) extienden el modelo original de Turkstra para incorporar el efecto de la correlación entre las diferentes componentes,  $\rho_{i,j}$ . Recientemente, Chen (2015) analiza tanto la regla original como distintas variantes y concluye que éstas pueden sobreestimar o subestimar significativamente los extremos de las resultantes dependiendo de los coeficientes de correlación de las respuestas.

Otro método usual es la “combinación cuadrática completa” (CQC, por sus siglas en inglés) (Kiureghian, 1981; Wilson, Der Kiureghian y Bayo, 1981) dado por la Ec. 4.4

$$\tilde{Y}_{\max,T} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \tilde{X}_{i\max,T}^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1; j \neq i}^N \rho_{i,j} \tilde{X}_{i\max,T} \tilde{X}_{j\max,T}} \quad (4.4)$$

donde  $\tilde{X}_{i\max,T}$  es el valor medio del máximo de  $X_i$  en  $T$  y  $\rho_{i,j}$  el coeficiente de correlación entre  $X_i$  y  $X_j$ . La distribución de  $Y_{\max,T}$  queda representada por un valor característico (su valor esperado,  $\tilde{Y}_{\max,T}$ ) del que no se aporta información sobre su probabilidad de superación.

La hipótesis que subyace en esta formulación es que los factores de pico de las componentes,  $X_i$ ,  $X_j$  y la resultante  $Y$  no difieren mucho entre sí ( $g_Y \approx g_{X_i} \approx g_{X_j}$ ) de forma que la ocurrencia simultánea de los máximos queda controlada por el coeficiente de correlación. Este planteamiento conduce a otras reglas más simples como la SRSS (“square root of sum of square”), válida cuando  $\rho_{i,j} = 0$  o el método de coincidencia de picos  $\tilde{Y}_{\max,T} = \sum_{i=1}^N \tilde{X}_{i\max,T}$  cuando las variables están perfectamente correlacionadas,  $\rho_{i,j} = 1$ .

La regla CQC ofrece resultados aceptables para variables gaussianas. Sin embargo, en otras situaciones puede conducir a la sobreestimación o subestimación de los valores de cálculo,

dependiendo de las características de las colas de las funciones de probabilidad de las variables. Recientemente, Gong y Chen (2014) proponen una revisión de la regla CQC que tiene en cuenta el efecto de la no gaussianidad pero cuya aplicación queda limitada a la combinación de dos únicas acciones.

Otra regla basada en la combinación lineal de valores característicos que se ha empleado en la normativa (por ejemplo, AIJ, 2004; ASCE, 1987 o ASCE, 1994) es la recogida en la Ec. 4.5.

$$Y_{max,T} = max \left( max X_i + \xi \sum_{j=1}^N \tilde{X}_j \right), j \neq i; i = 1, \dots, N \quad (4.5)$$

De nuevo, la variable  $Y_{max,T}$  se caracteriza únicamente por su valor medio y el procedimiento tampoco aporta información sobre la probabilidad de que dicho valor característico sea superado. Además, el valor del coeficiente  $\xi$  no tiene un fundamento teórico riguroso y únicamente aproxima de una manera simple el grado de correlación entre las distintas acciones. La Ec. 4.5 guarda relación con la Ec. 4.4. Así, la regla del 40% ( $\xi = 0,4$ ) coincide aproximadamente con la regla SRSS, y el resultado obtenido mediante  $\xi = \pm 1$  con la regla CQC para  $\rho_{i,j} = \pm 1$  (Chen, 2015).

Del análisis de las reglas de combinación expuestas, se pueden extraer las siguientes conclusiones. Por un lado, no caracterizan la simultaneidad y la compatibilidad de las variables de una forma explícita. Como consecuencia, no aportan información clara sobre las causas que explican la aparición de valores extremos y, además, sus estimaciones se vuelven más inciertas a medida que aumenta el número de variables consideradas. Por otro lado, evalúan un valor característico de la distribución de extremos (habitualmente el valor medio) pero no aportan información sobre la probabilidad de que éste sea superado ni permiten estimar otros cuantiles de interés. Esto limita su aplicación en el diseño de obras que, por las repercusiones sociales, ambientales o económicas de su fallo, exijan el uso de métodos de diseño basados en la determinación explícita de la fiabilidad (Losada, 2002; Losada, 2010).

En este capítulo se presenta un método para evaluar la función de distribución del máximo de la resultante en  $T$  de un sistema sometido a la combinación lineal de múltiples acciones gaussianas o no gaussianas (por ejemplo, presiones netas) debidas a un mismo agente (por ejemplo, velocidad del viento). El método modela la simultaneidad y compatibilidad (esta última, por medio de la correlación) presente en la combinación del sistema de acciones, para identificar las condiciones de aparición de máximos en la resultante. El resultado se formula en términos del factor de pico de  $Y$  para facilitar su interpretación y comparación. Se expresa como un funcional de: (1) el número de acciones, (2) sus características de pico y no pico, (3) la relación entre ellas y (4) la probabilidad de no excedencia considerada. El procedimiento desarrollado se aplica al estudio de la resultante máxima sobre las distintas filas de espejos de un colector solar cilindro-parabólico.

El capítulo se organiza de la siguiente forma: en la sección 4.2 se expone la metodología seguida. En primer lugar se formula el problema, seguidamente se describen los fundamentos del modelo desarrollado y finalmente se llega a la expresión del “factor de pico extendido”. Esta parte finaliza con el desarrollo de un procedimiento de trabajo para calcular los parámetros que intervienen en el modelo y obtener los resultados. En la sección 4.3, dicho procedimiento se

aplica al estudio de las acciones máximas sobre las filas de espejos del módulo de un colector cilindro-parabólico, donde las series temporales empleadas se obtuvieron por medio de simulación numérica. En la sección 4.4 se discuten las características del modelo planteado y se compara el factor de pico obtenido con los calculados mediante otras metodologías habituales. Finalmente, en la sección 4.5 se exponen las principales conclusiones de este trabajo. Este capítulo cuenta además con 2 apéndices. En el primero se presentan los principales descriptores estadísticos y espectrales de los sistemas de acciones analizados, mientras que el segundo describen las curvas adimensionales empleadas en la aplicación del modelo al caso de estudio.

## 4.2. Metodología

### 4.2.1. Formulación del problema

#### 4.2.1.1. Objetivos y definiciones previas

Dado un conjunto de  $N$  acciones,  $X_i$ , que actúan sobre un sistema, se desea caracterizar la función de distribución del valor máximo que toma la resultante obtenida de la superposición lineal  $Y = \sum_{i=1}^N X_i$  en un tiempo  $T$ . El marco empleado para el análisis temporal es el estado, entendido como un intervalo de tiempo de duración  $T$ , que permite asegurar la estacionariedad de los descriptores estadísticos y espectrales de los procesos estocásticos que toman parte en el problema. Estos procesos pueden caracterizarse a partir de las variables aleatorias que describen sus valores instantáneos, sus picos, sus valores máximos, etc. A partir de la variable aleatoria instantánea  $Y$ , se definen las siguientes:

- Variable promediada,  $Y_{\Delta t}$ , que resulta de tomar el valor esperado de  $Y$  en intervalos consecutivos de duración  $\Delta t \ll T$ .
- Variable de picos,  $Y_p$ , que describe el máximo de la variable promediada  $Y_{\Delta t}$  entre cada dos pasos ascendentes consecutivos de la señal por su nivel medio, que se toma como referencia.
- Variable de no-picos,  $Y_{np}$ , que incluye a los valores de  $Y_{\Delta t}$  que no cumplen la definición de pico.
- Variable del máximo en  $T$ ,  $Y_{max,T}$ , que describe el valor máximo que toma la variable  $Y_{\Delta t}$  en el intervalo de tiempo considerado.

A modo de ejemplo, las variables anteriores se representan en la figura 4.2.1 para un estado de  $T = 25$  s de duración y un tiempo de promedio  $\Delta t = 0,23$  s.

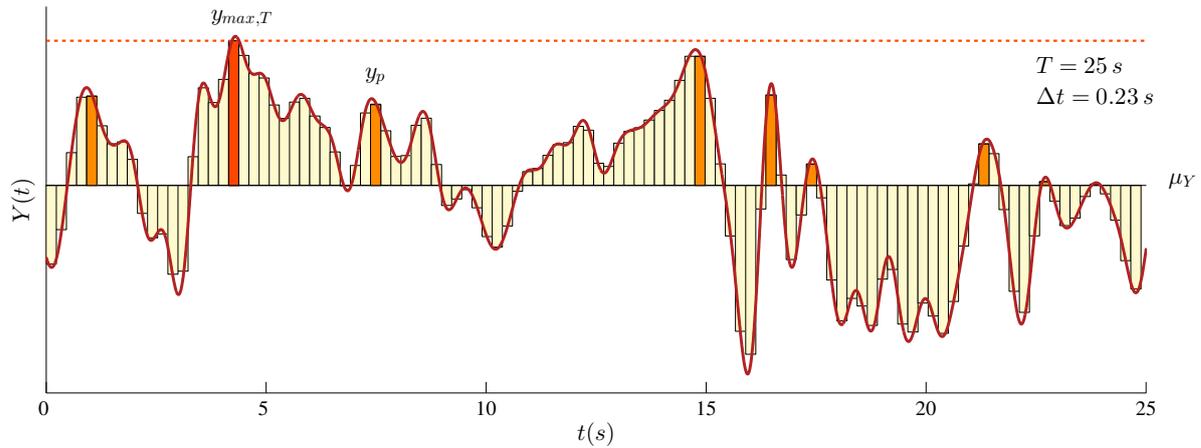


Figura 4.2.1: Serie temporal en la que se identifican las variables: (1) instantánea en línea granate, (2) de pico en naranja, (3) de no-pico en amarillo y (4) de valor máximo en T en rojo

A pesar de que las definiciones anteriores se refieren a los picos positivos, el mismo planteamiento puede aplicarse para caracterizar los picos negativos sin más que invertir la señal.

#### 4.2.1.2. Hipótesis

Por simplicidad, se asume que todas las variables  $X_i$  tienen media cero. Las hipótesis en las que se sustenta el modelo, que se discuten en el apartado 4.4.1, son las siguientes:

1. El marco de análisis temporal (estado) permite asumir la ergodicidad de las variables aleatorias involucradas en el cálculo.
2. Se verifica la independencia entre picos consecutivos de una misma variable aleatoria.
3. La distribución de la variable aleatoria de picos en la resultante,  $Y_p$ , puede describirse por medio de una función  $F$  biparamétrica.
4. Las variables aleatorias  $X_{p_i}$  de las distintas componentes del sistema son igualmente distribuidas.
5. Las variables aleatorias de no picos  $X_{np_i}$  de las distintas componentes del sistema son igualmente distribuidas.
6. La probabilidad de ocurrencia de un pico en un intervalo de tiempo  $\Delta t$  es la misma en todas las variables  $X_i$ .

#### 4.2.2. Bases del modelo

La distribución del máximo de  $Y$  en un intervalo  $T$  se puede obtener a partir de la distribución  $F(y_p)$  de los picos de la resultante (supuestos independientes) y su frecuencia media de picos,  $\nu_Y$  (Ec. 4.6)

$$u_{NS} = Pr\{\max(Y; T) \leq y_{u_{NS}}\} = Pr\{Y_{p_1} \leq y_{u_{NS}}, \dots, Y_{p_n} \leq y_{u_{NS}}\} = Pr\{Y_{p_1} \leq y_{u_{NS}}\} \cdots Pr\{Y_{p_n} \leq y_{u_{NS}}\} = \{F(y_{u_{NS}})\}^n \quad (4.6)$$

donde  $Y_{u_{ns}}$  representa el valor umbral de la resultante asociado a una determinada probabilidad de no superación  $u_{NS}$  de dicho máximo en  $T$ .

#### 4.2.2.1. Variables aleatorias y sus estadísticos

Dada una muestra de las acciones de pico de  $Y$ , los valores de sus componentes que dan lugar a ellos se organizan en dos clases mutuamente excluyentes: acciones de pico  $X_{p_i}$  y acciones de no pico  $X_{np_i}$ . Si se denomina  $N_s$  a la variable aleatoria que describe el número de acciones simultáneas que pertenecen a la primera clase y  $N - N_s$  a la correspondiente a la segunda, es posible aplicar las relaciones entre estadísticos descritas en el capítulo 2. De este modo, la variable  $Y_p$  puede explicarse, sin pérdida de generalidad, a partir de la contribución de las acciones de pico,  $X_{p_i}$  que actúan simultáneamente sobre un número aleatorio de componentes,  $N_s$ , más la contribución de las  $N - N_s$  acciones de no pico,  $X_{np_i}$ , restantes. (Ec. 4.7).

$$Y_p = \sum_{i=1}^{N_s} X_{p_i} + \sum_{i=1}^{N-N_s} X_{np_i} = \mathcal{X}_p + \mathcal{X}_{np} \quad (4.7)$$

A modo de ejemplo, la Figura 4.2.2 muestra un sistema compuesto por tres variables (series 1 a 3) y la resultante de su combinación lineal (serie 4). En cada una de ellas se resaltan los intervalos  $\Delta t$  en los que se producen valores de pico. Se observa que todos los picos que se producen en la resultante se deben a la acción simultánea de picos en  $N_s = 1$  (en el primer y quinto pico de  $Y$ ) o  $N_s = 2$  componentes (en los picos restantes).

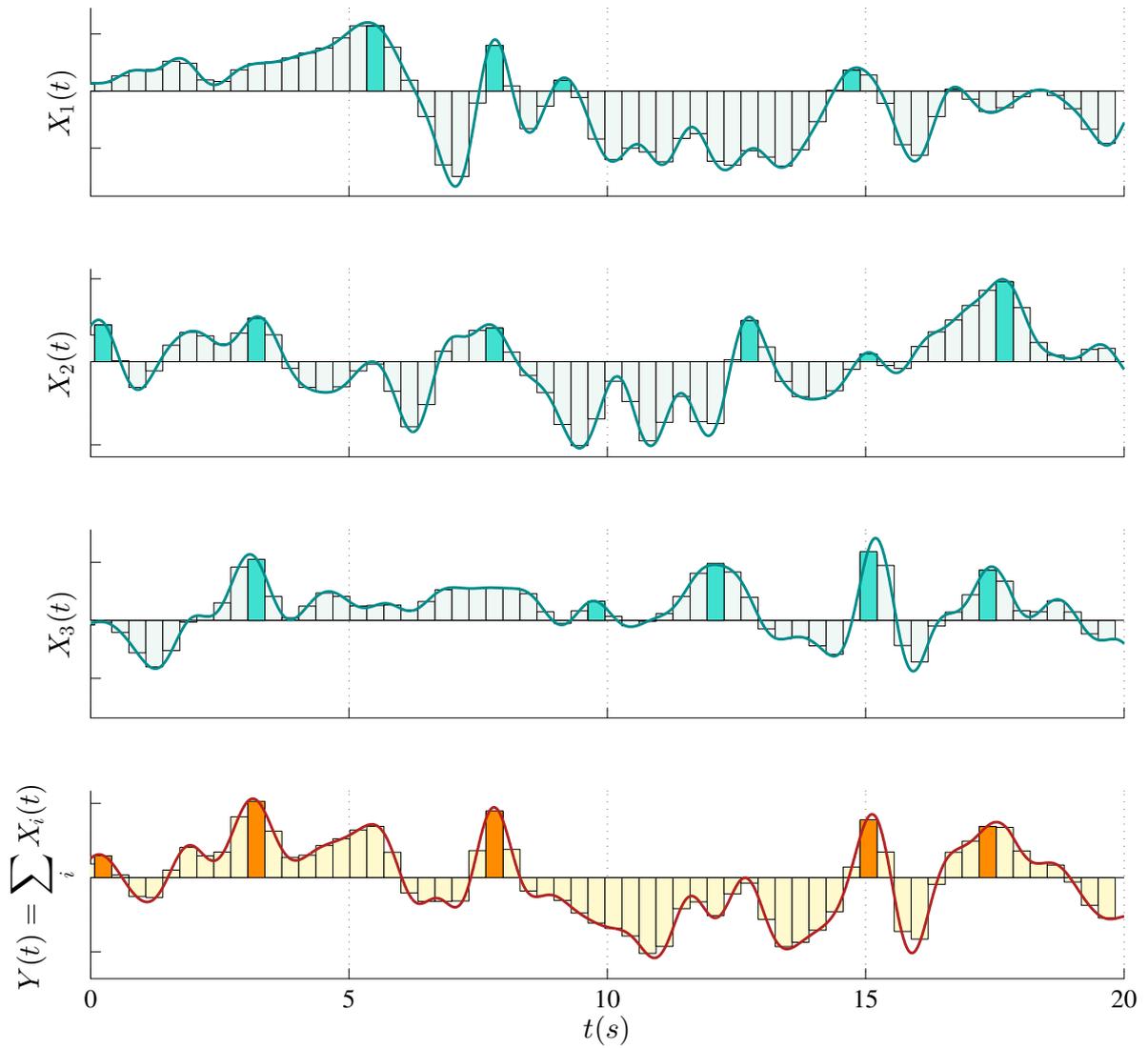


Figura 4.2.2: Serie temporal en la que se identifican los picos en las componentes de un sistema con múltiples variables (series 1 a 3) y en la resultante de su combinación lineal (serie 4)

Las variables aleatorias que describen a la suma de las componentes de cada clase  $X_{p_i}$  y  $X_{n_{p_i}}$  se denominan, respectivamente,  $\mathcal{X}_p$  y  $\mathcal{X}_{n_p}$ . Las relaciones que ligan los estadísticos de la resultante y la contribución de cada clase son las obtenidas en el apartado 2.2.2 y, para el desarrollo de este capítulo, se expresan como Ec. 4.8 y Ec. 4.9).

$$\mu_{Y_p} = \mu_{\mathcal{X}_p} + \mu_{\mathcal{X}_{n_p}} \quad (4.8)$$

$$\sigma_{Y_p}^2 = \sigma_{\mathcal{X}_p}^2 + \sigma_{\mathcal{X}_{n_p}}^2 + 2\rho_{\mathcal{X}_p, \mathcal{X}_{n_p}} \sigma_{\mathcal{X}_p} \sigma_{\mathcal{X}_{n_p}} \quad (4.9)$$

Con las hipótesis del apartado 4.2.1.2, las relaciones entre los estadísticos de las clases y las componentes recogidas en el apartado 2.2.2 (Ec. 2.1 y Ec. 2.2) se pueden reescribir como Ec. 4.10 a Ec. 4.13,

$$\mu_{\mathcal{X}_p} = \mu_{N_s} \mu_{X_p} \quad (4.10)$$

$$\mu_{\mathcal{X}_{np}} = \mu_{X_{np}} (N - \mu_{N_s}) \quad (4.11)$$

$$\sigma_{\mathcal{X}_p}^2 = \left( \mu_{N_s} \sigma_{X_p}^2 + \mu_{X_p}^2 \sigma_{N_s}^2 \right) + \psi_p \quad (4.12)$$

$$\sigma_{\mathcal{X}_{np}}^2 = \left[ (N - \mu_{N_s}) \sigma_{X_{np}}^2 + \mu_{X_{np}}^2 \sigma_{N_s}^2 \right] + \psi_{np} \quad (4.13)$$

donde los sumandos  $\psi_p$  y  $\psi_{np}$  representan el efecto de las relaciones de compatibilidad entre valores simultáneos de una categoría determinada y responden al último sumando de la Ec. 2.2.

#### 4.2.2.2. Simultaneidad de ocurrencia

Las hipótesis formuladas permiten caracterizar la simultaneidad de las variables de cada clase mediante un modelo Binomial  $N_s \sim Binom(\beta_1, \beta_2)$ , con  $\beta_1 = N$  tal y como se indica en el corolario del apartado 2.2.3. Por tanto, las expresiones de su valor medio y varianza se indican en la Ec. 4.14 y la Ec. 4.15.

$$\mu_{N_s} = N \beta_2 \quad (4.14)$$

$$\sigma_{N_s}^2 = N \beta_2 (1 - \beta_2) \quad (4.15)$$

#### 4.2.2.3. Distribución de picos de la resultante

Conocido el valor medio y la varianza de la distribución de picos (Ec. 4.8 y Ec. 4.9), es posible ajustar una función biparamétrica  $F(y_p)$  a los picos de la resultante por medio del método de los momentos. En consecuencia, la distribución de picos de la resultante puede expresarse de forma general como un funcional del número de variables considerado ( $N$ ), los descriptores estadísticos de las variables de pico ( $\mu_{X_p}, \sigma_{X_p}$ ) y de no pico ( $\mu_{X_{np}}, \sigma_{X_{np}}$ ), los parámetros de correlación ( $\psi_p, \psi_{np}$ ), el parámetro de la binomial que describe la simultaneidad de picos ( $\beta_2$ ) y la correlación entre el sumatorio de las acciones de pico y de no pico ( $\rho_{\mathcal{X}_p, \mathcal{X}_{np}}$ ).

#### 4.2.3. Factor de pico de Davenport extendido

El factor de pico definido por Davenport (1964) expresa la relación entre el valor medio de la distribución del máximo en  $T$  y la desviación típica de la variable instantánea (Ec. 4.1). En una variable gaussiana, la distribución del máximo en  $T$  presenta poca dispersión por lo que su valor medio permite, en general, una caracterización suficiente de  $Y_{max,T}$ . Además, la probabilidad de no superación asociada a este valor es conocida (0.57). En el caso de variables no gaussianas, lo anterior no se verifica de manera general, sin embargo el factor de pico se sigue refiriendo al valor medio independientemente de su probabilidad de superación. En estos casos tanto la representatividad del factor de pico como su utilidad como valor de referencia o comparación queda en entredicho.

A partir de la distribución del máximo en T (Ec. 4.6), se define un “factor de pico extendido” similar al de Davenport (1964), pero donde el valor característico de la distribución de  $Y_{max,T}$  no es el valor medio, sino el valor asociado a la probabilidad de no superación  $u_{NS}$  deseada. Teniendo en cuenta Ec. 4.6, la expresión del factor de pico extendido,  $g_{u_{NS}}$ , se obtiene por medio de Ec. 4.16,

$$g_{u_{NS}} = \frac{F^{-1}\left(u_{NS}^{\frac{1}{v_Y T}}\right)}{\sqrt{\sigma_X^2 N [1 + (N-1)\overline{\rho_{X_i X_j}}]}} \quad (4.16)$$

donde  $\mu_Y$  es el valor medio de la resultante y  $\overline{\rho_{X_i X_j}}$  viene dado por

$$\overline{\rho_{X_i X_j}} = \frac{2}{\sigma_X^2 (N^2 - N)} \sum_{i \neq j}^N Cov(X_i, X_j)$$

y  $F(y) = F(y; N, \mu_{X_p}, \sigma_{X_p}, \psi_p, \mu_{X_{np}}, \psi_{np}, \beta_2, \rho_{X_p X_{np}})$ . Nótese que en el desarrollo se ha trabajado, por conveniencia, con acciones de media cero y, en consecuencia,  $\mu_Y = 0$ . A continuación, se deducen las expresiones para el factor de pico extendido en algunos casos de interés.

#### 4.2.3.1. Expresión para algunos casos particulares

##### Solución para variable gaussiana de banda estrecha

Una situación relevante se produce cuando  $Y$  es gaussiana y de banda estrecha. En tal caso, se demuestra que los valores de pico  $Y_p$  se distribuyen siguiendo una expresión tipo Rayleigh de parámetro  $\theta$ . La probabilidad del valor máximo en un tiempo T se ajusta, en consecuencia, a Ec. 4.17.

$$u_{NS} = Pr[Y_{max,T} \leq y_{u_{NS}}] = \left[1 - \exp\left(-\frac{y_{u_{NS}}^2}{2\theta^2}\right)\right]^n \quad (4.17)$$

El factor de pico extendido asociado a Ec. 4.17 queda expresado en términos de la probabilidad de no superación escogida,  $u_{NS}$ , y de su parámetro  $\theta$  por medio de Ec. 4.18.

$$g_{u_{NS}} = \frac{y_{u_{NS}} - \mu_Y}{\sigma_Y} = \frac{\theta}{\sigma_Y} \sqrt{-2 \ln(1 - u_{NS}^{1/n})} \quad (4.18)$$

Finalmente, haciendo uso de la relación  $\mu_{Y_p} = \theta \sqrt{\frac{\pi}{2}}$  y Ec. 4.8, Ec. 4.10 y Ec. 4.11 se llega a la expresión del factor de pico extendido (Ec. 4.19) como funcional de las características medias de las componentes, de la importancia de la simultaneidad y de la frecuencia media de picos.

$$g_{u_{NS}} = \frac{\mu_{N_s}}{\sigma_Y} \left[ \mu_{X_p} + \mu_{X_{np}} \left( \frac{N}{\mu_{N_s}} - 1 \right) \right] \sqrt{-\frac{4}{\pi} \ln(1 - u_{NS}^{1/n})} \quad (4.19)$$

De la relación anterior se deduce el papel de la simultaneidad (Ec. 4.20) o de la proporción entre los valores medios de  $X_p$  y  $X_{np}$  de las componentes (Ec. 4.21) en el factor de pico extendido de la resultante.

$$\frac{g_{u_{NS}}(\mu_{N_s} = N)}{g_{u_{NS}}(\mu_{N_s} = 0)} = \frac{\mu_{X_p}}{\mu_{X_{np}}} \quad (4.20)$$

$$\frac{g_{u_{NS}}(\mu_{X_{np}} \approx \mu_{X_p})}{g_{u_{NS}}(\mu_{X_{np}} \ll \mu_{X_p})} = \frac{N}{\mu_{N_s}} = \frac{1}{\beta_2} \quad (4.21)$$

### Solución si la variables de picos es de tipo Weibull

El factor de pico extendido  $g_{u_{NS}}$  asociado a una distribución de Weibull para los picos,  $F(y_p) \sim W(\lambda, k)$ , queda expresado en términos de la probabilidad de no superación escogida en el intervalo T,  $u_{NS}$ , y de sus parámetros de escala  $\lambda$  y forma  $k$ , por medio de la Ec. 4.22.

$$g_{u_{NS}} = \frac{y_{u_{NS}}}{\sigma_Y} = \frac{\lambda}{\sigma_Y} \left[ -\ln \left( 1 - u_{NS}^{\frac{1}{\lambda}} \right) \right]^{\frac{1}{k}} \quad (4.22)$$

Los parámetros de la distribución se relacionan con los estadísticos de  $Y_p$  por medio de Ec. 4.8 a Ec. 4.15, resolviendo el sistema dado por la Ec. 4.23 y la Eq 4.24.

$$\frac{\sigma_{Y_p}^2}{\mu_{Y_p}^2} = \frac{\Gamma(1 + \frac{2}{k}) - \Gamma^2(1 + \frac{1}{k})}{\Gamma^2(1 + \frac{1}{k})} \quad (4.23)$$

$$\mu_{Y_p}^2 = \lambda \Gamma \left( 1 + \frac{1}{k} \right) \quad (4.24)$$

Como resultado,  $\lambda$  y  $k$  pueden expresarse como funcionales de los descriptores estadísticos del sistema de acciones  $\mu_{x_p}$ ,  $\mu_{x_{np}}$ ,  $\sigma_{x_p}^2$ ,  $\sigma_{x_{np}}^2$  y  $\rho_{x_p, x_{np}}$ . Por su parte, el factor de pico extendido se establece como condición de cierre,  $g_{u_{NS}} = g\{\sigma_Y; v_Y; \lambda, k; u_{NS}\}$ , que controla la relación entre las características de las tres variables aleatorias involucradas en el problema: instantánea (por medio de  $\sigma_Y$ ,  $v_Y$ ), de picos (por medio de  $\lambda$ ,  $k$ ) y del máximo en T (por medio de  $u_{NS}$ ).

### Solución para una única componente

Finalmente, si  $N = 1$ , la distribución binomial del número de picos simultáneos degenera en una de Bernoulli, al tiempo que  $\mu_{X_{np}}^2$  y  $\sigma_{X_{np}}^2$  se anulan. Esto conduce a las identidades  $\mu_{Y_p} = \mu_{X_p}$  y  $\sigma_{Y_p}^2 = \sigma_{X_p}^2$ . Si, además, Y es gaussiana, la expresión de Rice (1944) para la frecuencia media de pasos ascendentes por un cierto umbral,  $v_u^+$ , se transforma en Ec. 4.25.

$$v_u^+ = v_0^+ \exp \left( -\frac{u^2}{2\sigma_Y^2} \right) \quad (4.25)$$

Llegado este punto, si el umbral es lo bastante elevado como para poder asumir que cada superación es un suceso de Poisson, y el tiempo considerado es suficientemente alto, entonces, la distribución del valor máximo toma la forma dada en Ec. 4.26.

$$Pr [Y_{max,T} \leq y_{u_{NS}}] = exp \left[ -v_0^+ T exp \left( -\frac{y_{u_{NS}}^2}{2\sigma_Y^2} \right) \right] \quad (4.26)$$

Esta distribución pertenece a la familia de una de extremos generalizada de Tipo I (Gumbel), y es la usada por Davenport (1964) para obtener la expresión del “factor de pico”. Por tanto, el factor de pico extendido converge a la solución de Davenport (1964) cuando  $u_{NS} = 0,57$  y las hipótesis de partida permiten expresar los parámetros de la distribución de picos únicamente en función de la frecuencia media de picos  $v_0^+$ , dada por la expresión de Rice (1944).

#### 4.2.4. Obtención de los parámetros del modelo y resultados

La formulación descrita permite obtener el factor de pico extendido de la resultante de la superposición lineal de N acciones y expresarlo como un funcional de las características de éstas y de su interacción. A su vez, el valor de estas características depende del tiempo de promedio  $\Delta t$ , tal y como se explica en el apartado 4.2.1.1.

El modo en que los parámetros del modelo evolucionan con  $\Delta t$  depende de las características de las señales y, en consecuencia, de las propiedades del agente en el estado y de las cualidades geométricas y mecánicas del sistema. Por otro lado, dado que la distribución de  $Y_{max,T}$  es única, el valor de  $\Delta t$  aglutina información acerca del modo en que la resultante responde a las acciones sobre sus componentes. De esta manera, valores altos de  $\Delta t$  son característicos de sistemas con tiempos de respuesta largos donde, debido a su tipología estructural, los valores instantáneos de las componentes no son capaces de afectar a la respuesta total. En el extremo opuesto, valores muy bajos de  $\Delta t$  son característicos de aquellos sistemas que responden de manera casi instantánea a la variación de las componentes.

Para evaluar el efecto del tiempo de promedio, es preciso identificar la evolución de todos los parámetros con  $\Delta t$ . Esto requiere contar con series simultáneas de las distintas componentes, de duración suficiente para identificar los descriptores y caracterizar su evolución. Fuentes de información adecuadas para efectuar este análisis previo son ensayos en túnel de viento o simulaciones numéricas del sistema analizado. Además, esta información permite seleccionar la distribución biparamétrica para los picos de la resultante que mejor se ajuste al caso de estudio y fijar un criterio para elegir el valor de  $\Delta t$ .

El uso de descriptores de estado como factores de dimensionalización para expresar la evolución de los parámetros del modelo con  $\Delta t$  permite extender el análisis a distintas condiciones de los agentes forzadores. Esto facilita su incorporación a estudios de fiabilidad de sistemas en su vida útil mediante cálculo de la probabilidad de fallo por estados. A continuación se efectúa un resumen del procedimiento propuesto.

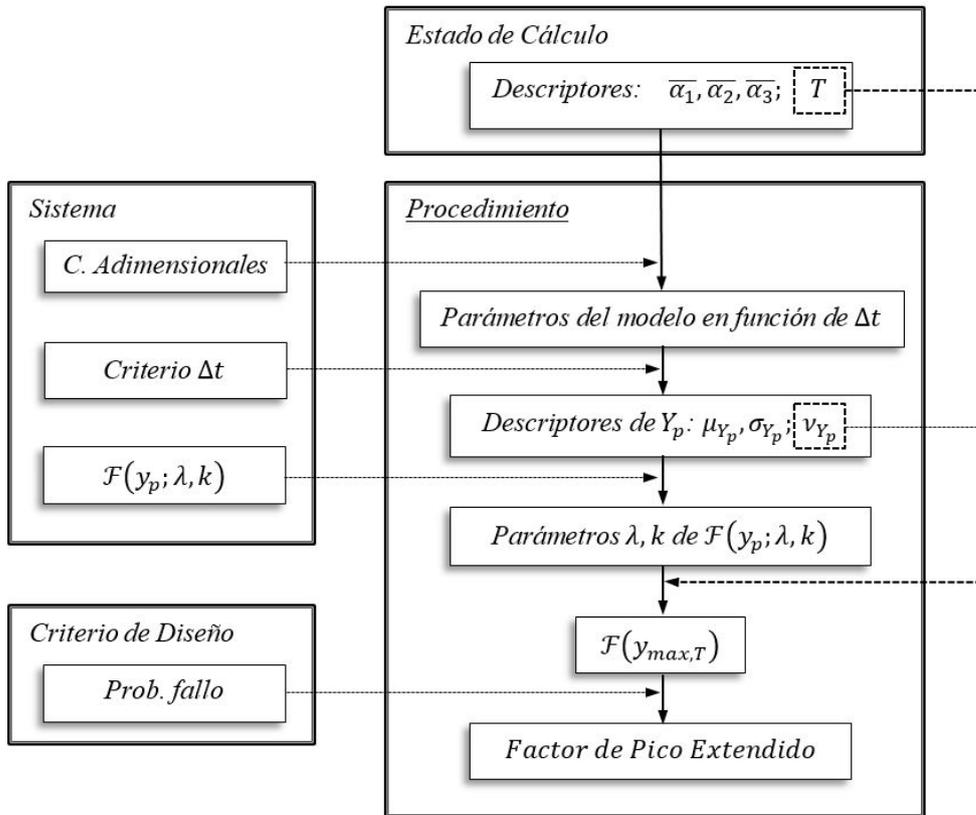


Figura 4.2.3: Esquema del procedimiento de trabajo

### 1. Identificación de las características del sistema

- a) Identificación de los factores de adimensionalización característicos del sistema.
- b) Obtención de las curvas adimensionales de la evolución con  $\Delta t$  de cada parámetro del modelo.
- c) Selección de una función de distribución biparamétrica adecuada para la variable de picos de la acción resultante.
- d) Selección del intervalo  $\Delta t$  adecuado a las características de las señales analizadas y su combinación.

### 2. Obtención de resultados

- a) Obtención de los parámetros del modelo a partir de los descriptores del estado de cálculo y las curvas adimensionales.
- b) Obtención de los estadísticos de la distribución de picos de la resultante mediante Ec. 4.8 a Ec. 4.15.
- c) Obtención de los estimadores de los parámetros de la distribución de picos mediante el método de los momentos.
- d) Obtención del número de picos de la resultante a partir de los descriptores de estado, la curva adimensional de  $v_Y$  y la duración  $T$  del estado.

- e) Obtención de la función de distribución de los valores máximos de la acción resultante en el estado de cálculo por medio de Ec. 4.6.
- f) Obtención del factor de pico extendido correspondiente a la probabilidad de no excedencia deseada por medio de Ec. 4.16.

### 4.3. Cálculo de acciones extremas sobre las filas de un colector cilindro-parabólico

#### 4.3.1. Descripción del sistema

Las plantas de colectores solares cilíndrico-parabólicos se encuentran entre las tipologías de aprovechamiento de energía térmica solar más utilizadas. Estas instalaciones se organizan siguiendo patrones repetitivos de estructuras modulares con sucesivas escalas de agregación (espejos, filas de espejos, módulos y colectores) donde la resultante en cada una de ellas se obtiene de la composición de las acciones sobre los elementos de la escala inferior. Así, el conjunto presenta variabilidad temporal (impuesta por el agente), variabilidad vertical (en función de la mayor o menor cercanía de los elementos al suelo) y variabilidades longitudinal y transversal (en función de la mayor o menor proximidad a los contornos de la instalación).

El método propuesto se aplica al cálculo de las acciones máximas horizontales debidas al forzamiento del viento sobre las distintas filas de espejos del módulo externo de un colector, que se supone una estructura rígida. La duración del estado de viento se ha escogido, arbitraria, de 10 min. El colector se sitúa en el extremo izquierdo de la instalación y la inclinación del eje de su parábola es de  $30^\circ$  por debajo de la horizontal. Se estudia una fila representativa de las acciones medias en el interior del campo de colectores de acuerdo con Hosoya y col. (2008).

Las series temporales de acciones se han obtenido por medio de la simulación numérica de la interacción del viento sobre un campo de colectores solares. El modelo numérico emplea el método de lattice-Boltzmann, y se ha ejecutado de acuerdo con Mier-Torrecilla, Herrera y Doblare (2014). Los efectos de la turbulencia se reproducen por medio de un modelo LES (Large Eddy Simulation) tipo Wall Adapting Local Eddy-Viscosity (WALE). En el contorno de entrada se definen condiciones de flujo de viento correspondientes a terreno abierto, que se ajustan a los perfiles potenciales de velocidades medias e intensidad turbulenta dados por Ec. 4.27 y Ec. 4.28, donde  $v_{ref} = 40m/s$  y  $I_e = 0,2$  son, respectivamente, la velocidad media y la intensidad de turbulencia a una altura de referencia  $z_{ref} = 10m$ . Por su parte, la turbulencia en el contorno de entrada se asume isotrópica y se ajusta a un espectro de tipo Von Kármán (ESDU, 2001). Como resultado de la simulación se obtienen series temporales de 212.5 s de duración de las acciones netas sobre cada uno de los espejos con un intervalo de muestreo  $dt = 0,0046s$ .

$$\bar{v}_e(z) = \bar{v}_{ref} \left( \frac{z}{z_{ref}} \right)^{0,154} \quad (4.27)$$

$$I_e(z) = I_{ref} \left( \frac{z_{ref}}{z} \right)^{0,167} \quad (4.28)$$

El comportamiento del modelo ha sido previamente validado en túnel de viento para verificar que reproduce adecuadamente la variabilidad espacio-temporal de las magnitudes de interés (Mier-Torrecilla, Herrera y Doblaré, 2014; Andre, Mier-torrecilla y Wüchner, 2015). En la figura 4.3.1 se muestra una vista del dominio computacional, en la que se indica la posición del módulo analizado y la dirección de incidencia del viento con respecto al eje longitudinal de la instalación.

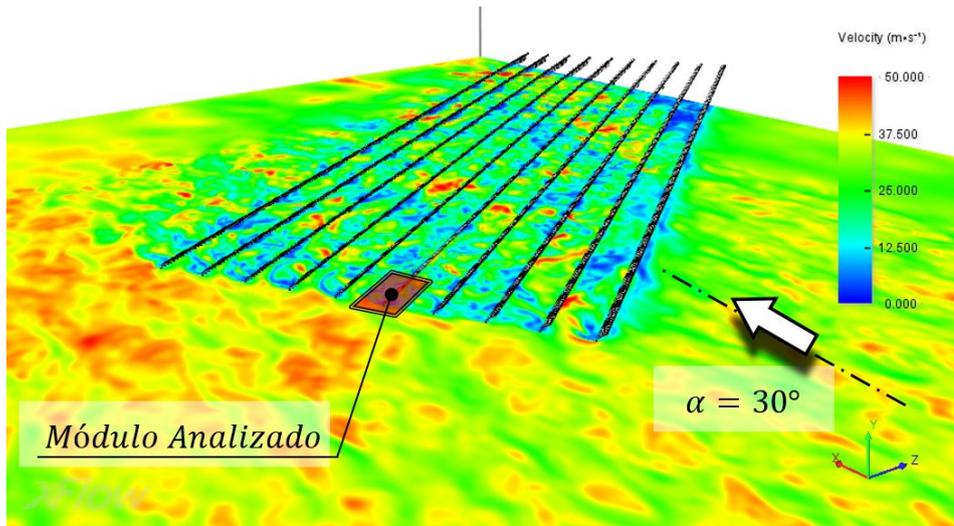


Figura 4.3.1: Vista del dominio computacional con información de la velocidad instantánea. Se indica la posición del módulo analizado y la dirección de incidencia del viento

#### 4.3.2. Casos de estudio

Se analizan cuatro casos diferentes. En cada uno de ellos se evalúa la fuerza horizontal resultante sobre una de las 4 filas de espejos de un módulo de un colector solar cilindro-parabólico, como combinación lineal de las acciones (no gaussianas) sobre los 7 espejos que la componen. En la figura 4.3.2 se muestra un esquema de la geometría del módulo y se indica la fila correspondiente a cada caso.

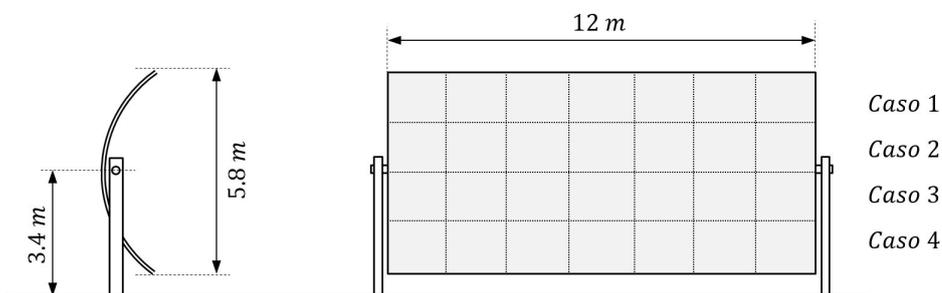


Figura 4.3.2: Geometría del módulo analizado

Cada situación analizada presenta (en función de la cota de sus espejos y de su condición central o de borde) características distintivas con respecto a la magnitud, la distribución estadística y la frecuencia de sus acciones. Asimismo, al tratarse de un colector situado en un extremo del

campo, también se aprecia cierta variabilidad lateral en los descriptores de las cargas sobre los espejos de una misma fila.

### 4.3.3. Características del sistema

#### 4.3.3.1. Factores de adimensionalización

Se selecciona un conjunto de descriptores de estado capaces de caracterizar la variabilidad espacio-temporal de las acciones sobre el sistema en cada uno de los casos analizados. Los factores empleados (Tabla 4.3.1) identifican propiedades medias (estadísticas y espectrales) del conjunto de acciones, sin perjuicio de la existencia de otras opciones más apropiadas, por ejemplo en sistemas cuyo comportamiento dinámico no sea despreciable. En concreto, se emplean los valores medios de la varianza ( $\overline{\sigma_{X_i}^2}$ ), la correlación entre las acciones instantáneas ( $\overline{\rho_{X_i X_j}}$ ), y la frecuencia media de pico ( $\overline{v_{X_i}}$ ) (obtenida por medio de la expresión de Rice, 1944), para caracterizar, respectivamente, la variabilidad intrínseca de las acciones, la variabilidad espacial y la variabilidad temporal. Cabe destacar que todos ellos se puedan obtener directamente a partir de las variables instantáneas y sus relaciones.

Caso	$\overline{\sigma_{X_i}^2}$	$\overline{\rho_{X_i X_j}}$	$\overline{v_{X_i}}$
Fila 1	8.151E+04	0.465	0.832
Fila 2	2.632E+05	0.568	0.734
Fila 3	3.368E+05	0.626	0.638
Fila 4	2.847E+05	0.680	0.640

Tabla 4.3.1: Valor de los descriptores de estado  $\overline{\sigma_{X_i}^2}$ ,  $\overline{\rho_{X_i X_j}}$  y  $\overline{v_{X_i}}$  en los casos analizados, con sus unidades según el Sistema Internacional.

#### 4.3.3.2. Curvas características

Las relaciones entre los parámetros del modelo ( $\mu_{X_p}, \sigma_{X_p}, \psi_p, \mu_{X_{np}}, \psi_{np}, \beta_2, \rho_{X_p X_{np}}, v_Y$ ) y el valor del tiempo de promedio  $\Delta t$  se establecen por medio de expresiones adimensionales, que se han definido a partir de las características de los casos estudiados. A modo de ejemplo, la figura 4.3.3 muestra, para la magnitud  $\psi_{np}$ , los datos de cada caso y su ajuste a una expresión adimensional con sus bandas de confianza del 95%. En el eje de abscisas se adimensionaliza con la duración característica T del estado analizado y en el eje de ordenadas con la magnitud  $\left[ \overline{\sigma_{X_i}^2 \overline{\rho_{X_i X_j}}} \right]$ , representativa de la variabilidad del proceso y el grado de correlación entre las acciones. Los pasos seguidos en este estudio para caracterizar las curvas así como una tabla con sus principales características, se incluyen en el Anexo C.

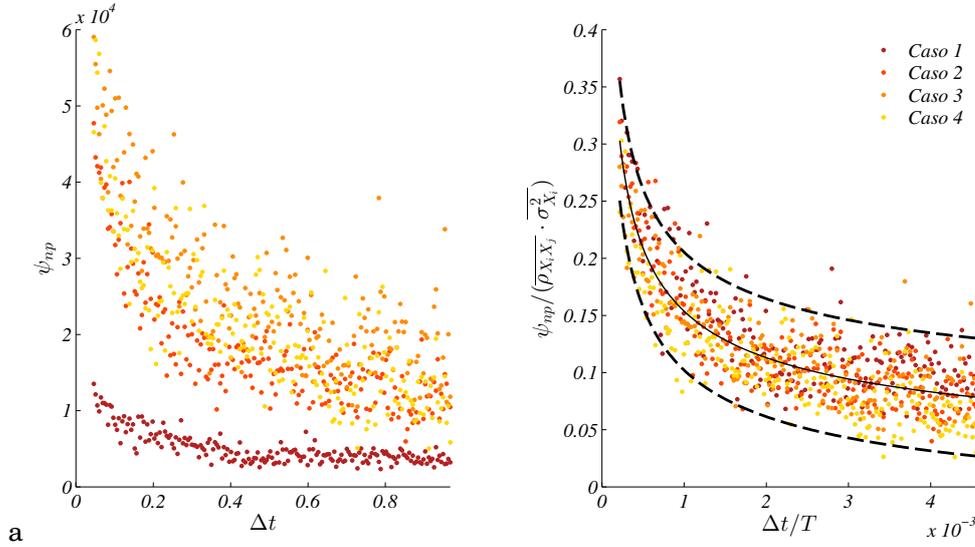


Figura 4.3.3: Panel izquierdo: Variación del factor  $\psi_{np}$  con el tiempo de promedio  $\Delta t$ . Panel derecho: expresión adimensional de la curva característica de  $\psi_{np}$  con sus bandas de confianza del 95%.

#### 4.3.3.3. Función biparamétrica para la distribución de picos

La selección de la función de distribución biparamétrica más adecuada es una parte relevante del método. Para ello debe prestarse atención a las características de los datos (simetría, límites, forma de las colas, etc.). También debe considerarse el número mínimo de realizaciones independientes recomendadas para estimar los parámetros de las distintas distribuciones.

En este estudio se emplea una distribución de Weibull biparamétrica,  $F(y_p) \sim W(\lambda, k)$ , para modelar los picos, donde  $\lambda$  es el factor de escala y  $k$  el de forma. Para procesos gaussianos de banda estrecha, la teoría predice una distribución de Rayleigh para  $Y_p$ . Con este punto de partida, varios autores (por ejemplo, Newland, 2005; Baquerizo y Losada, 2000; Huang y col., 2013 o Vílchez y col., 2016) encuentran en la distribución de Weibull un modelo más general en el que degenera el anterior a medida que la variable  $Y$  se aparta de las hipótesis que lo sustentan. Por otro lado, la función de distribución de Weibull es la más ampliamente usada en la literatura especializada para modelar el comportamiento estadístico de la velocidad del viento debido a su flexibilidad y a su dependencia de dos únicos parámetros (Tuller y Brett, 1984). Adicionalmente, esta decisión no es rechazada en los casos estudiados por el test de Kolmogoroff-Smirnoff (Smirnoff, 1939; Kolmogoroff, 1941) sobre la variable  $Y_p$ , con un nivel de significación del 5%.

#### 4.3.3.4. Criterio para el tiempo de promedio $\Delta t$

En el caso de estudio, la selección de  $\Delta t$  se plantea como un dilema entre dos condiciones antagónicas. En primer lugar, se debe garantizar que  $\Delta t$  sea representativo de la escala de fluctuación de los máximos de las señales analizadas. Un número adimensional adecuado en los casos analizados para caracterizar esta escala es  $\delta = \Delta t \sqrt{\overline{X_i}}$ . El valor de  $\delta$  da una idea del número medio de picos que se producen en las señales en el  $\Delta t$  considerado. Si, siguiendo a Davenport (1964), la ocurrencia de un pico es un suceso poissoniano, entonces, la probabilidad que se produzca más de uno en  $\Delta t$  (Ec. 4.29) debe ser baja.

$$Pr\{n > 1\} = 1 - \exp(-\delta)(1 + \delta) \quad (4.29)$$

En segundo lugar, se supone la hipótesis razonable de que la aparición de picos en la resultante se debe principalmente a la ocurrencia de valores de pico sobre los espejos. En tal caso, el valor de  $\Delta t$  puede acotarse inferiormente imponiendo una probabilidad baja de observaciones de  $Y_p$  asociadas a  $N_s = 0$  (Ec. 4.30),

$$Pr\{N_s = 0\} = (1 - \beta_2)^N \quad (4.30)$$

donde  $\beta_2$  es el parámetro de la distribución binomial.

Con base en estos criterios, el factor adimensional  $\delta$  se puede determinar como un valor en el entorno del mínimo de la suma de las curvas dadas por Ec. 4.29 y Ec. 4.30, tal y como se muestra en la Figura 4.3.4.

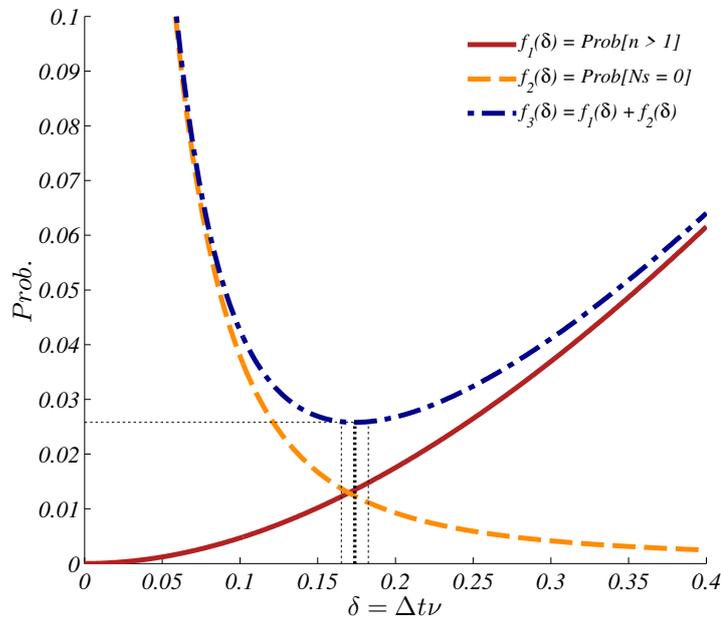


Figura 4.3.4: Expresión gráfica del criterio de selección del parámetro adimensional  $\delta$

Los valores de  $\delta$  calculados de este modo (0.20, 0.18, 0.18 y 0.17) permiten obtener los resultados del modelo para los parámetros de la distribución de picos  $k$  y  $\lambda$ , la frecuencia media de picos  $\nu_Y$  y el factor de pico extendido  $g_{u_{NS}}$  tal y como se describe en los siguientes apartados.

#### 4.3.4. Resultados

##### 4.3.4.1. Parámetros de la distribución de picos y frecuencia de picos

Las curvas de variación con el factor adimensional  $\delta = \Delta t \overline{\nu_{X_i}}$  de los parámetros de la distribución de Weibull,  $W(\lambda, k)$ , y de la frecuencia media de picos en la resultante se obtienen por medio de las funciones adimensionales descritas en el apartado anterior. Para ello se hace uso de los

descriptores de estado ( $\overline{\sigma_{X_i}^2}$ ,  $\overline{\rho_{X_i X_j}}$  y  $\overline{v_{X_i}}$ ) característicos de cada conjunto de acciones (Ec. 4.8 a Ec. 4.15, y Ec. 4.23 y Ec. 4.24).

Los resultados, con sus bandas de confianza del 95% obtenidas mediante el método delta, se muestran en la figura 4.3.5. La comparación entre éstos y los valores procedentes de las simulaciones (en naranja) pone de relieve la buena concordancia entre ambos. Los parámetros de la muestra se han evaluado por medio de un ajuste por máxima verosimilitud de los picos de la resultante a una distribución de Weibull (Kottegoda y Rosso, 2008), y la frecuencia de picos por medio de los momentos espectrales y la expresión de Rice (1944). Se destaca en rojo el valor correspondiente al tiempo de promedio  $\Delta t$  obtenido mediante el criterio descrito en el apartado 4.3.3.4.

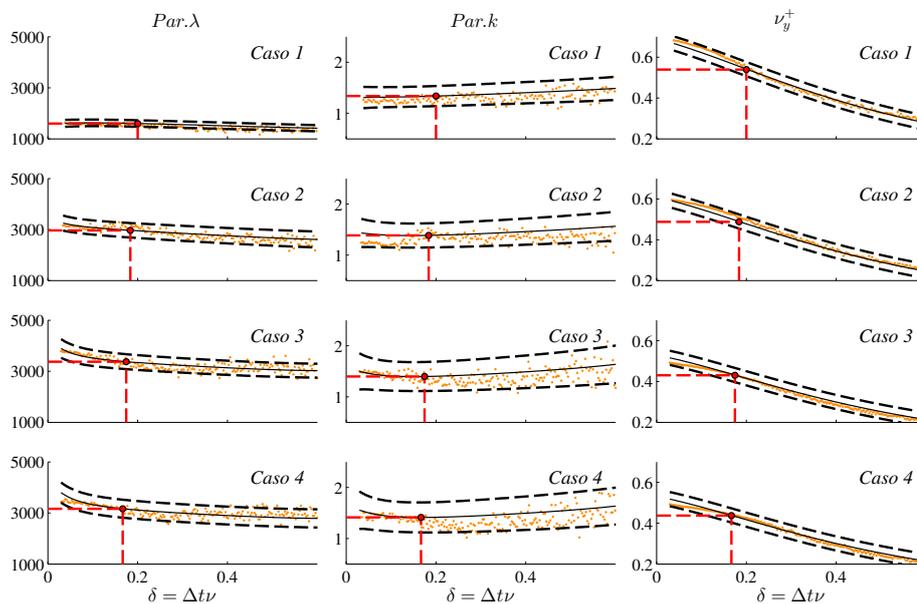


Figura 4.3.5: Variación con el tiempo de promedio adimensional,  $\delta$ , de los descriptores de la variable de picos de la resultante: factor de escala (izquierda), factor de forma (centro) y frecuencia de pasos ascendentes por cero (derecha). En negro valores calculados con sus bandas de confianza del 95%, en naranja valores de la simulación y en rojo, valor característico

#### 4.3.4.2. Cálculo del factor de pico extendido

A partir de los parámetros de ajuste a la distribución de Weibull y de la frecuencia de picos (figura 4.3.5) es posible obtener el factor de pico extendido correspondiente a distintas probabilidades de no excedencia por medio de la Ec. 4.22. La figura 4.3.6 muestra la variación de este factor con el parámetro adimensional  $\delta = \Delta t \overline{v_{X_i}}$ , así como sus intervalos de confianza del 95% obtenidos mediante el método delta, para unas probabilidades de no excedencia arbitrarias de 0.57, 0.75 y 0.95. El valor de 0.57 se escoge como representativo por ser el correspondiente al valor máximo esperado de una señal gaussiana, de acuerdo con las expresiones de Davenport (1964). De nuevo se señala en rojo el valor correspondiente al tiempo de promedio  $\Delta t$  obtenido mediante el criterio descrito en el apartado 4.3.3.4.

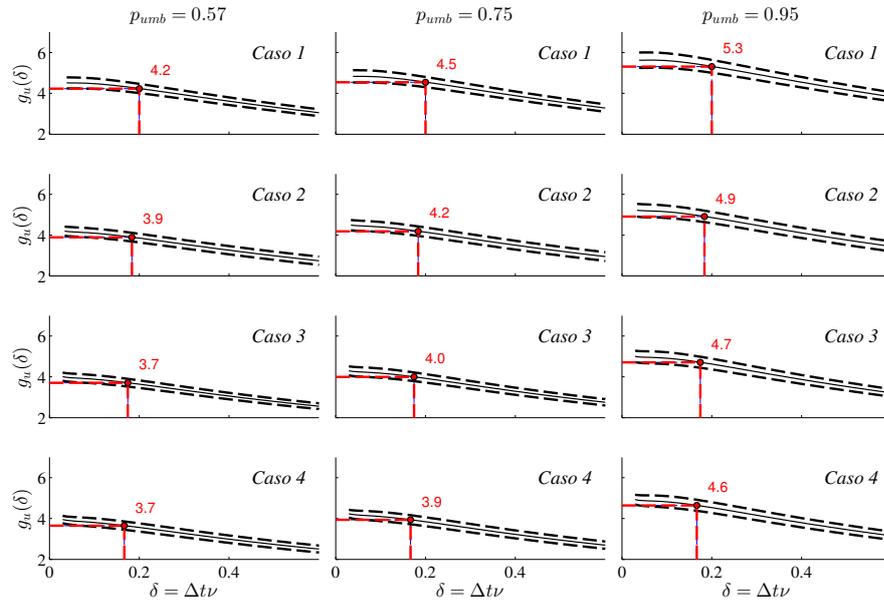


Figura 4.3.6: Variación con el tiempo de promedio adimensional,  $\delta$ , de los factores de pico extendidos de la resultante asociados a las probabilidades de no superación de 0.57 (izquierda), 0.75 (centro) y 0.95 (derecha). En negro valores calculados con sus bandas de confianza del 95 %, y en rojo, valor obtenido de aplicar el criterio  $\Delta t$ .

### 4.3.5. Análisis de resultados

El planteamiento seguido permite cuantificar la influencia sobre el factor de pico extendido de la resultante tanto de las características relevantes de las acciones individuales como de su interacción. Para ello se evalúa el efecto que tiene en el resultado el considerar despreciables a los sucesivos parámetros que intervienen en el modelo. En este análisis, los parámetros  $\lambda$  y  $k$  de la distribución de Weibull se aproximan de acuerdo con Bissell (1988). Por otro lado, los parámetros del modelo binomial  $N_s \sim Binom(N, \beta_2)$  permiten efectuar una estimación de la importancia de la simultaneidad en la aparición de valores de pico de la resultante sobre el conjunto del sistema.

Respecto a las características de las acciones, se comprueba que la principal contribución al factor de pico extendido se debe a las variables de pico de las componentes,  $X_{pi}$ . Éstas aportan, en promedio, el 70 % del valor medio de la distribución de picos de la resultante y el 55 % de su varianza. No obstante, la contribución de las variables de no pico,  $X_{npi}$  no resulta despreciable e ignorarla conduce a reducciones del factor de pico de entre el 20 % y el 30 %, según el caso.

La influencia de la combinación de acciones incluye la caracterización del efecto de la simultaneidad y la compatibilidad. En el sistema estudiado se comprueba que la ocurrencia de un pico en la resultante se produce cuando se presentan de forma simultánea eventos de  $X_{pi}$  en un promedio de tres espejos, lo que supone algo más del 40 % de la superficie total de la fila. Además, en torno al 65 % de todos los picos de la resultante se deben a eventos de  $X_{pi}$  actuando simultáneamente sobre el 43 % de la superficie total. Esto aporta un orden de magnitud de la dimensión espacial de los vórtices que afectan al sistema y un primer valor de referencia para el diseño. Por otro lado, los parámetros de correlación  $\psi_p$  y  $\psi_{np}$  contribuyen con el 47 % de  $\sigma(\mathcal{X}_p)^2$  y el 62 % de  $\sigma(\mathcal{X}_{np})^2$ , respectivamente. Finalmente, la hipótesis de variables no correlacionadas

reduce el factor de pico en un 32%.

## 4.4. Discusión del modelo

### 4.4.1. Alcance e hipótesis

La mayoría de las hipótesis empleadas en este modelo se basan en supuestos habituales en la práctica ingenieril. La primera restricción impone el análisis en un intervalo de tiempo (estado) en el que los procesos estudiados puedan asumirse como ergódicos. Este intervalo de tiempo depende, por lo general, de las características del agente forzador. Así, por ejemplo, cuando el agente es el viento, como en el caso analizado, es usual considerar estados de entre 10 y 30 minutos, dependiendo de las condiciones atmosféricas.

En segundo lugar, la hipótesis de variables igualmente distribuidas y con ocurrencia de picos equiprobable exige definir escalas espaciales de estudio con cierta homogeneidad y donde las acciones consideradas procedan de una misma combinación de agentes forzadores. El acuerdo existente entre los resultados obtenidos mediante el modelo y los procedentes del análisis de los datos disponibles (figura 4.3.5) evidencian que las dimensiones del colector analizado y la presencia del viento como principal agente forzador aportan las condiciones necesarias para desarrollar el planteamiento descrito en este artículo. Por otro lado, los resultados del test de Kolmogoroff-Smirnoff (Smirnoff, 1939; Kolmogoroff, 1941) efectuados sobre la muestra de  $Y_p$  no rechazan el uso de la distribución de Weibull empleada.

Finalmente dos exigencias prácticas para la aplicación del modelo son, por un lado, la necesidad de poder caracterizar muestras de picos lo suficientemente grandes para que tengan representatividad estadística y, por otro, que dichos picos sean independientes. La definición de pico empleada adopta un compromiso entre ambas que, en el caso analizado, permite trabajar muestras del orden de 100 datos, supuestos independientes, en cada componente a partir de unos 3.5 minutos de simulación.

### 4.4.2. Relación entre el factor de pico extendido y las características de la resultante

El factor de pico extendido vincula las características de la variable instantánea  $Y$ , los parámetros de su distribución de picos  $Y_p$ , y la probabilidad de no superación de  $Y_{max,T}$ . Las relaciones que se establecen abren una vía para explorar la mejora del comportamiento del sistema considerado (por ejemplo, maximizando  $u_{NS}$ ) actuando sobre las características del conjunto de acciones ( $\sigma_{\mathcal{X}_p}^2, \sigma_{\mathcal{X}_{np}}^2, \rho_{\mathcal{X}_p \mathcal{X}_{np}}, \mu_{\mathcal{X}_p}, \mu_{\mathcal{X}_{np}}$ ) que controlan los parámetros de la distribución de extremos.

A continuación se evalúa el efecto de los distintos factores que intervienen en el cálculo del factor de pico extendido. La figura 4.4.1 muestra la influencia (a) de la variación de las características de  $Y_p$  (parámetros de ajuste de  $Y_p \sim W(\lambda, k)$  y frecuencia media de picos,  $v_Y$ ) y (b) de las características del sistema de acciones y su combinación. Los resultados se han obtenido reevaluando el factor de pico frente a pequeñas modificaciones de los parámetros del modelo y adimensionalizando con respecto a la situación original, denotada mediante un asterisco. En los dos paneles se muestran los resultados correspondientes al Caso 1, tomado como representativo del resto.

El panel izquierdo muestra el efecto preponderante de los parámetros  $\lambda$  y  $k$  sobre  $v_Y$ . Por otro lado, la importancia relativa de los efectos de  $\lambda$  y  $k$  varía en función de si son sobreestimados o subestimados. En el caso de subestimación  $k$  predomina sobre  $\lambda$ . Así, el efecto de  $k$  aumenta el factor de pico de forma exponencial, mientras que el efecto de  $\lambda$  lo hace disminuir de forma lineal. Por el contrario, en caso de sobreestimación, el efecto de  $\lambda$  provoca un incremento lineal indefinido del factor de pico mientras que el efecto de  $k$  lo acota en 50% de su valor original.

El panel derecho muestra la influencia de las variaciones en las características del sistema de fuerzas  $\mu_{X_p}, \mu_{X_{np}}, \sigma_{X_p}^2, \sigma_{X_{np}}^2, \psi_p, \psi_{np}, \beta_2$ , y  $\rho_{X_p, X_{np}}$  sobre el factor de pico. En todos ellos se observa una sensibilidad baja del resultado a variaciones significativas de su valor. Esto se debe en parte a que su variación provoca cambios de  $k$  y  $\lambda$  en el mismo sentido, y estos contribuyen en sentido contrario a la variación del factor de pico, como se observa en el panel izquierdo. Destaca sobre los demás la influencia del parámetro de la binomial,  $\beta_2$ , y las características de las variables de pico  $\mu_{X_p}, \psi_p$  y  $\sigma_{X_p}^2$ .

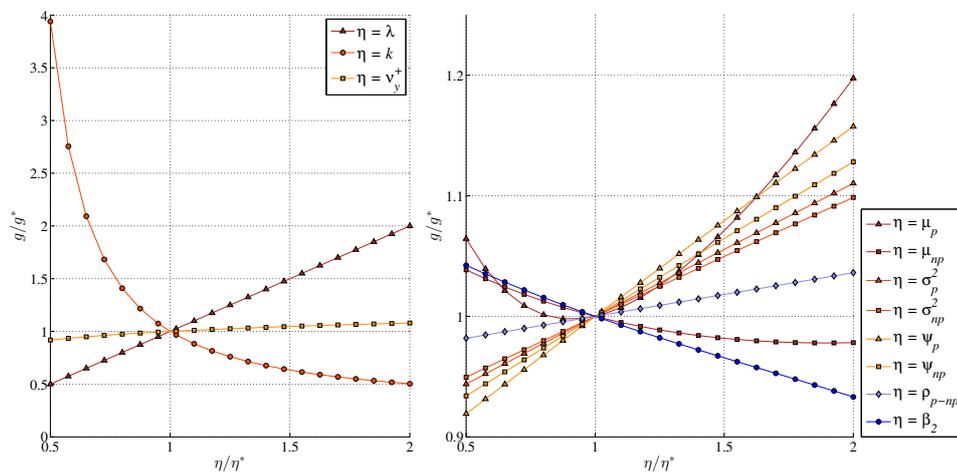


Figura 4.4.1: Variación del factor de pico extendido con los parámetros del modelo. Panel izquierdo características de  $F(y_{max}, T)$ . Panel derecho: características del sistema de acciones.

### 4.4.3. Comparación con otros métodos

Los resultados se comparan con los obtenidos mediante otras técnicas habituales, que pueden clasificarse en dos grupos. El primero incluye los métodos que evalúan de forma directa el factor de pico sobre la resultante. Por tanto, no incorporan al resultado información sobre la variabilidad de introducida por la superposición aleatoria de las acciones. El segundo incluye los métodos que incorporan al cálculo información sobre las componentes y modelan el modo en el que los valores extremos se combinan. Para efectuar la comparación, todos los factores de pico del primer grupo se evalúan para una probabilidad de no superación de 0.57 (los métodos del segundo grupo no permiten evaluar la variable correspondiente a una probabilidad de no superación dada).

El primer grupo incluye los métodos de Kwon y Kareem (2011), Sadek y Simiu (2002), un método basado en el ajuste de una curva de traslación analítica entre los espacios gaussiano y no gaussiano y un método basado en la traslación de los cuantiles de las funciones de distribución de dichos espacios. Los métodos de Kwon y Kareem (2011) y Sadek y Simiu (2002) son adecuados

para procesos cuyo valor de curtosis es mayor a 3. La función de traslación analítica usada para el ajuste de cada caso se seleccionó atendiendo al valor de curtosis de los datos (Ding y Chen, 2014). Finalmente, para la traslación de la función de distribución se ajustó una generalizada de Pareto (GPD) a la cola superior de los datos.

El segundo grupo incluye los métodos de Turkstra (1970) y 4 variantes del método CQC. Para aplicar la “regla de Turkstra”, se usó la desviación típica de cada señal como valor de acompañamiento. Para aplicar la regla CQC, los valores  $\bar{X}_{imax,T}$  de cada componente fueron calculados siguiendo los métodos del primer grupo. Éstos se designan como  $CQC_{DC}$ ,  $CQC_{KK}$ ,  $CQC_{SS}$  y  $CQC_{GPD}$ , para las combinaciones basadas, respectivamente, en Ding y Chen (2014), Kwon y Kareem (2011), Sadek y Simiu (2002) y la traslación del modelo GPD.

La figura 4.4.2 presenta los resultados de los diferentes métodos expresados en relación con el factor de pico de Davenport (Davenport, 1964), que se toma como referencia ( $g_{ref}$ ). Los casos estudiados se ordenan de acuerdo con la figura 4.3.2, es decir, de la fila de espejos superior (caso 1) a la inferior (caso 4). En cada caso, el factor de pico de Davenport se indica a la derecha. Los métodos del primer y segundo grupo se representan, respectivamente, en colores oscuros y claros. El color se usa para distinguir entre los métodos que están en su rango de validez (azul) y los que no (rojo).

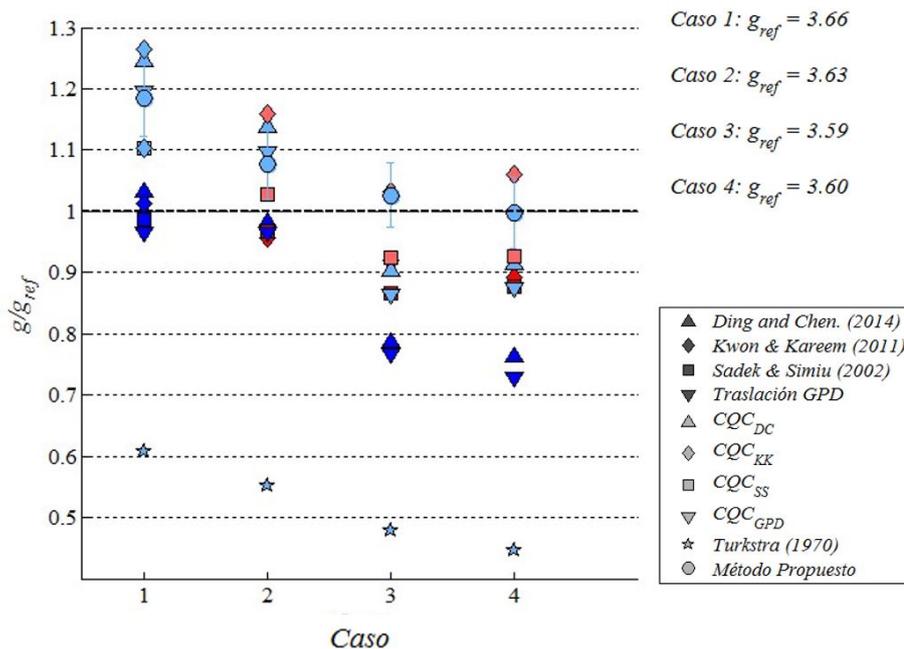


Figura 4.4.2: Relación entre el factor de pico evaluado mediante distintos métodos y el de Davenport (1964)

Todos los métodos muestran una fuerte tendencia decreciente en el factor de pico desde el caso 1 (fila superior) al caso 4 (fila inferior), como consecuencia de la variación en las características de la cola superior de la resultante. La evolución de la asimetría y la curtosis (tabla B.0.1) refleja cómo las colas superiores se hacen más cortas del caso 1 al 4. Por otro lado, los métodos que

no incorporan información acerca del sistema de acciones y su combinación (primer grupo) dan lugar a factores de pico que, en promedio, son un 13% inferiores a sus contrapartidas del segundo grupo. Esto sugiere que información relevante sobre la cola superior se pierde cuando sólo se considera la resultante, especialmente cuando los intervalos de medida son pequeños.

El método propuesto se representa con sus bandas de confianza para un nivel de de significación del 5%. Los resultados son consistentes con aquellos que consideran ambos, la variabilidad de las componentes (en general, asumidas como no Gaussianas) y la variabilidad debida al modo en que se combinan (métodos CQC).

#### 4.4.4. Validación mediante simulaciones de Monte Carlo

Para probar la validez del método propuesto más allá de su consistencia con otros, es necesario contar con un valor de referencia. Para ello se ha recurrido a la simulación, mediante técnicas de Monte Carlo, de secuencias de 10 min de las acciones simultáneas sobre los espejos de la fila superior del colector (caso 1). Se han empleado dos procedimientos diferentes y en cada uno de ellos se ha simulado un total de 12000 experimentos.

El primer procedimiento se basa en la simulación de procesos aleatorios Gaussianos multivariados y ergódicos (Deodatis, 1996) para, seguidamente, efectuar una traslación de los máximos de cada simulación entre los espacios gaussiano y no gaussiano. La traslación se efectúa por medio del ajuste de la cola superior del proceso no-gaussiano a una distribución generalizada de Pareto. El segundo procedimiento (Yang y Gurley, 2015) directamente simula procesos estacionarios no gaussianos haciendo uso de un modelo polinómico de Hermite.

La figura 4.4.3 muestra los resultados del modelo propuesto (en azul con los intervalos de confianza para un nivel de significación del 5%) y los modelos empleados en el apartado 4.4.3 como comparación (en rojo). Los resultados de las simulaciones se representan con línea discontinua para Deodatis (1996) y de punto-rama para Yang y Gurley (2015) y muestran un mejor ajuste con los métodos del grupo 2 de la figura 4.4.2.

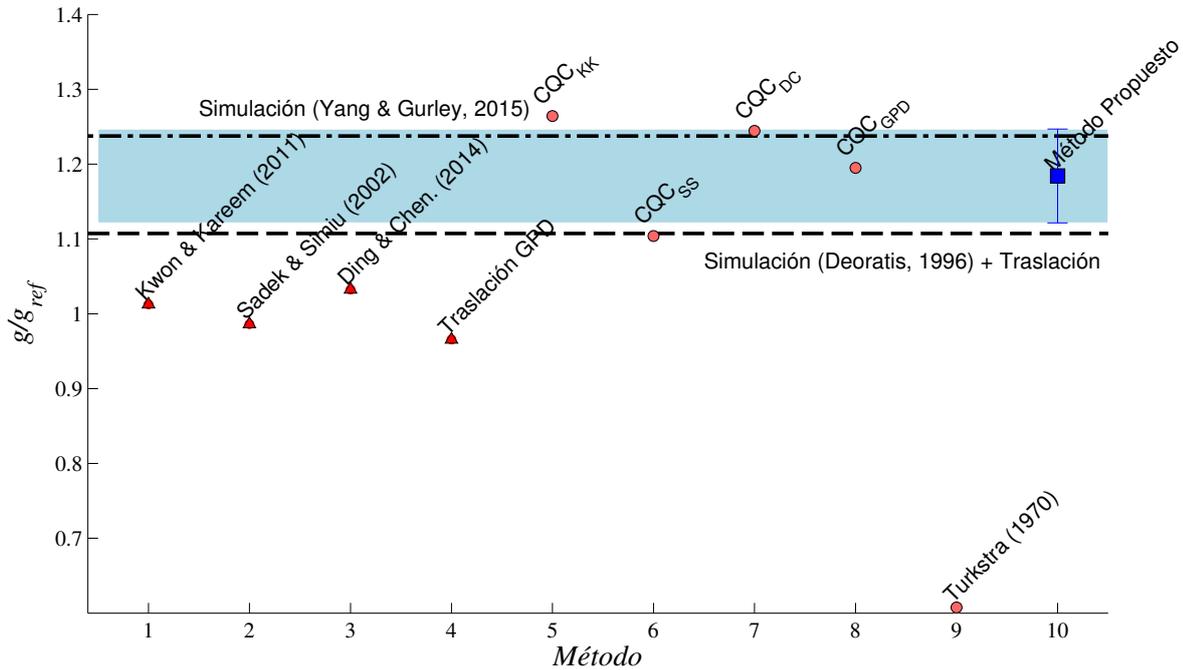


Figura 4.4.3: Comparación de los resultados de los distintos métodos con los obtenidos a partir de simulaciones de Montecarlo siguiendo Deoratis (1996) (línea discontinua) y Yang y Gurley (2015) (línea de punto- raya) (Caso 1)

El método propuesto se mantiene consistente con los resultados de las simulaciones y constituye un complemento a este tipo de técnicas. Aunque estas últimas destacan por su sencillez, el primero facilita la comprensión de los fenómenos que conducen a la ocurrencia de valores extremos. En cualquier caso, la elección de la aproximación más apropiada depende del propósito del estudio.

## 4.5. Resumen y conclusiones

Este capítulo desarrolla un método de trabajo para caracterizar la distribución de los extremos en  $T$ ,  $F(y_{max,T})$ , de la combinación lineal de un número finito,  $N$ , de variables aleatorias (gaussianas o no gaussianas) debidas a un agente común. La distribución  $F(y_{max,T})$  se expresa en términos de un “factor de pico extendido” que, dada una probabilidad de superación, establece la relación entre el valor  $y_{max,T}$  correspondiente y los estadísticos media y desviación típica de la resultante. Este factor vincula las características de la variable instantánea, los parámetros de su distribución de picos, y la probabilidad de no superación de un determinado umbral en  $T$ .

El modelo empleado explica los picos en la resultante a partir de una clasificación de las variables de la componentes en categorías mutuamente excluyentes, la simultaneidad entre ellas y los valores que son compatibles. Esto permite incorporar al resultado información tanto de la variabilidad intrínseca de las distintas componentes como la introducida durante su combinación. Se derivan las siguientes conclusiones de este trabajo:

1. La contribución de cada componente a la aparición de picos en la resultante puede discriminarse de forma eficaz por medio de la agrupación de los datos en categorías mutuamente excluyentes de valores de pico y valores de no pico. Con base en esta distinción, la aparición de picos en la resultante queda explicada a partir de la acción simultánea de picos en un número aleatorio de componentes,  $N_s$ , más la contribución de las  $N - N_s$  restantes.
2. La probabilidad de que en un intervalo de tiempo  $\Delta t$  se presenten picos de forma simultánea en  $N_s$  componentes puede explicarse mediante un modelo binomial  $N_s \sim Binom(\beta_1, \beta_2)$ . El parámetro  $\beta_1 \in \mathbb{N}$  representa el número de acciones que toman parte en la combinación lineal y el parámetro  $\beta_2 \in [0, 1]$  la probabilidad de que se presente un pico en una de ellas en el intervalo de tiempo  $\Delta t$ .
3. El marco temporal en el que se define la simultaneidad queda fijado por el tiempo de promedio  $\Delta t$ , representativo de la escala de fluctuación de los picos de la resultante. Este parámetro incorpora información acerca del modo en que la resultante responde a las acciones sobre sus componentes: valores de  $\Delta t$  pequeños son característicos de sistemas con tiempos de respuesta bajos, con una simultaneidad reducida y donde los valores de combinación de las componentes son cercanos a los instantáneos. Por el contrario, valores de  $\Delta t$  elevados son característicos de sistemas con tiempos de respuesta grandes, con alta simultaneidad y unos valores de combinación atenuados.
4. Una falta total de correlación ( $\psi = 0$ ), reduce el modelo al caso particular de la suma de un número aleatorio de variables aleatorias independientes. Situaciones de correlación no nula  $\psi \neq 0$  restringen la compatibilidad entre los valores que pueden tomar las acciones y contribuyen, respectivamente, a aumentar o disminuir la varianza de la distribución de picos de la resultante respecto al caso de variables independientes.
5. Dada una configuración estructural, la evolución de los parámetros del modelo con el tiempo de promedio  $\Delta t$  se puede expresar por medio de curvas adimensionales. Se encuentra adecuado el uso de descriptores de estado representativos de la variabilidad intrínseca, espacial y temporal de los procesos considerados como parámetros de adimensionalización.
6. El método propuesto se aplica al cálculo de las acciones máximas en un estado de viento sobre las cuatro filas de espejos de un colector cilindro-parabólico. Las acciones sobre los espejos son no gaussianas y presentan variabilidad vertical y transversal en sus descriptores tanto estadísticos como frecuenciales; aun así, se muestra válida la hipótesis de variables idénticamente distribuidas. Las diferencias existentes en el sistema de acciones de los cuatro casos analizados pueden expresarse en términos de tres magnitudes: su varianza media, característica de la variabilidad intrínseca del proceso; la correlación media entre las acciones instantáneas, característica de la variabilidad espacial y, la frecuencia media de picos, característica de la variabilidad temporal. Finalmente, el parámetro del modelo,  $\Delta t$ , puede seleccionarse por medio de dos condiciones antagónicas: probabilidad baja de que se produzca más de un pico en  $\Delta t$  y probabilidad baja de observaciones de pico en la resultante asociadas a  $N_s = 0$ .
7. En el caso estudiado, el método de trabajo aporta información relevante sobre las propiedades que influyen en la distribución de  $F(y_{max}, T)$ : (1) la principal contribución al factor de pico se debe a las acciones de pico sobre los espejos que componen el sistema; (2) desprestigiar la contribución de las acciones de no pico conduce a reducciones del factor de pico entre el

20% y el 30%; (3) en promedio, la aparición de picos en la resultante se debe a la presencia de picos simultáneos en el 43% de los espejos y, (4) los factores de correlación entre acciones  $\psi_p$  y  $\psi_{np}$  contribuyen, respectivamente, con el 47% de la varianza de las acciones de pico y el 62% de la varianza de las acciones de no pico. Además, hipótesis de variables no correlacionadas conduce a una reducción del factor de pico del 32%.

8. La comparación con otros métodos muestra que los resultados son congruentes con aquellos que consideran tanto la variabilidad propia de las componentes (supuestas, en general, no gaussianas), como introducida durante su combinación. Los métodos que no incorporan información sobre las características que rigen la combinación (pero sí la no gaussianidad) devuelven, en promedio, factores de pico un 13% inferiores. Finalmente, el factor de pico de (Davenport, 1964) no es capaz de captar variabilidad entre los distintos casos.

Los resultados muestran que el planteamiento propuesto constituye, dentro del ámbito de validez de sus hipótesis, una herramienta adecuada para la elección de las acciones de cálculo y aporta una mejor comprensión de los mecanismos que desembocan en la aparición de los valores extremos. La caracterización completa de la función de distribución  $F(y_{max,T})$  facilita, además, su aplicación al diseño basado en la cuantificación explícita de la probabilidad de fallo por estados.

Parte de los contenidos de este capítulo han sido publicados en la revista *Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics* bajo el título “The extended Davenport peak factor as an extreme-value estimation method for linear combinations of correlated non-Gaussian random variables” (Folgueras y col., 2016).

## Lista de símbolos empleados

---

$N_s$	Número de picos simultáneos en un intervalo de tiempo $\Delta t$
$X_i$	Valor instantáneo de la componente $i$ -ésima de la acción resultante
$X_{\Delta t i}$	Valor de $X_i$ promediada a intervalos de tiempo regulares $\Delta t$
$X_{imax,T}$	Valor máximo que toma $X_{\Delta t i}$ en un intervalo de tiempo $T$
$X_{p_i}$	Valor de pico de $X_{\Delta t i}$ , condicionada a la ocurrencia de un pico en la resultante
$X_{np_i}$	Valores de no pico de $X_{\Delta t i}$ , condicionada a la ocurrencia de un pico en la resultante
$\mathcal{X}_p$	Valor del sumatorio de $X_{p_i}$ en un intervalo de tiempo $\Delta t$
$\mathcal{X}_{np}$	Valor del sumatorio de $X_{np_i}$ en un intervalo de tiempo $\Delta t$
$Y$	Valor instantáneo de la resultante de la composición de otras $N$ acciones $X_i$
$Y_{\Delta t}$	Valor de $Y$ promediada a intervalos de tiempo regulares $\Delta t$
$Y_{maxT}$	Valor máximo que toma $Y_{\Delta t}$ en un intervalo de tiempo $T$
$Y_p$	Valor de pico de $Y_{\Delta t}$
$Y_{np}$	Valor de no pico de $Y_{\Delta t}$
$N$	Número de acciones que actúan sobre el sistema
$T$	Duración del estado de cálculo
$g$	Factor de pico (Davenport, 1964)
$u_{u_{NS}}$	Factor de pico extendido asociado a una probabilidad de no excedencia de $u_{NS}$
$m_i$	Momento espectral de orden $i$
$n$	Número de picos de una variable aleatoria en un estado de duración $T$
$t$	Tiempo
$\Gamma(x)$	Función gamma de $x$
$\gamma$	Constante de Euler-Mascheroni ( $\gamma \approx 0,5772$ )
$v_u^+$	Frecuencia media de pasos ascendentes sobre un umbral $u$
$\psi$	Factor de compatibilidad de las variables consideradas

---

**Parte III**

**Conclusiones**



## CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

### 5.1. Conclusiones

#### 5.1.1. Objetivo general

Como objetivo general de esta Tesis se planteó el desarrollo de metodologías y herramientas capaces de aportar al ingeniero un conocimiento más profundo de las causas que subyacen en la aparición de eventos extremos y que faciliten su labor de análisis y diseño de obras sometidas a la acción de los agentes naturales. Para alcanzarlo se definió un marco de trabajo general que permitió el estudio de dos cuestiones de interés, relativas a la combinación de agentes extremos en la ingeniería: la primera relacionada con el modelado de los extremos de solicitaciones de carácter direccional y la segunda con la estimación de los máximos por estados en sistemas multivariados en los que las componentes tienen un origen común. El primero de estos estudios se trasladó a la definición de un procedimiento objetivo para la elección de sectores direccionales que limita las principales fuentes de incertidumbre involucradas en el cálculo de la fiabilidad de una obra sometida a agentes naturales cuyos valores extremos varían con la dirección. A partir del segundo, se extendió el uso del “factor de pico” a la resultante de la acción conjunta de múltiples variables con un origen común, incorporando información acerca del modo en que se combinan sus componentes, así como de la probabilidad de no superación de los extremos estimados.

Las principales conclusiones obtenidas se organizan de acuerdo con los objetivos específicos planteados en la sección 1.2.

#### Objetivo específico 1

*Desarrollar un marco de trabajo que permita analizar las relaciones estadísticas que se dan entre las variables que se combinan y su resultante, y que sea consistente con los procedimientos recogidos en los códigos y normativas.*

Se modela el resultado de la combinación de múltiples variables aleatorias bajo la hipótesis

de que los efectos totales pueden obtenerse como la suma de los parciales. Este planteamiento es compatible con las reglas combinación de acciones empleadas habitualmente en ingeniería, que se basan en representar el efecto de dicha combinación de un modo puramente aditivo, donde la simultaneidad de las variables se pondera por medio de coeficientes que tienen en cuenta su concomitancia. La principal novedad del planteamiento propuesto consiste en que clasifica a las variables en grupos mutuamente excluyentes en función de propiedades definidas a priori por el ingeniero. El resultado de la combinación puede entonces describirse por las características de cada clase definida y por el número de variables de cada una que actúan de manera simultánea.

El planteamiento desarrollado es adecuado para su propósito ya que cuenta con las siguientes cualidades. En primer lugar, que sus definiciones se establecen en los mismos términos que usa la ingeniería para abordar el problema de la combinación (variables simultáneas y valores compatibles), lo que facilita su adaptación o su comparación con otros métodos ya establecidos. En segundo lugar, que es general. Así, partiendo de las premisas establecidas (combinación lineal de variables y clases mutuamente excluyentes), su uso se extiende a una gran variedad de problemas y cuenta con un amplio margen para la definición de simplificaciones y de soluciones particulares. Finalmente, que es versátil y permite al ingeniero definir, a partir de sus conocimientos del problema analizado, las circunstancias o clases que sean relevantes para su estudio.

El enfoque propuesto expresa los vínculos entre las variables en términos de las relaciones entre sus valores medios y sus momentos centrados. Definidas las clases de interés, se establecen dos niveles jerárquicos de relaciones. El primer nivel describe aquellas que se dan entre las variables que pertenecen a una misma clase y la contribución total y aislada de dicha clase a la resultante. El segundo nivel expresa el modo en que elementos de distintas clases se relacionan entre sí. Finalmente, la simultaneidad se expresa como el número de variables de una misma clase que actúan en un intervalo de tiempo dado. El análisis de los términos de estas relaciones permite interpretar la importancia relativa de las combinaciones entre variables que cumplan la propiedad de pertenecer a una clase. Esto favorece la identificación de aquellos cuyo peso sea despreciable y ayuda a modelar el problema con base en la mínima cantidad de información necesaria.

## **Objetivo específico 2**

*Analizar el efecto de la definición de sectores en las relaciones entre extremos direccionales y omnidireccionales.*

Se identifica que la segregación por sectores de una muestra omnidireccional añade a las muestras de picos direccionales puntos “neo-emergentes” que no pertenecen a la muestra omnidireccional. Si el umbral se mantiene constante, estos puntos introducen dependencia entre los valores extremos de los sectores. Si, por el contrario, el umbral se hace variable entre sectores, además de los puntos anteriores pueden incorporarse otros, independientes, pero que quedan fuera del régimen omnidireccional de valores de tormenta.

Las expresiones que cuantifican el efecto de incorporar estos puntos a la muestra omnidireccional se pueden expresar en términos de los números adimensionales que las dominan. Éstos establecen relaciones entre los estadísticos de los puntos “neo-emergentes” y los valores POT pertenecientes al régimen omnidireccional.

### Objetivo específico 3

*Estudiar las consecuencias de los criterios de decisión para la selección de sectores en el diseño de obras sometidas a solicitudes de carácter direccional.*

Se obtiene, en primer lugar, que el resultado de modelar el comportamiento extremo direccional de los agentes naturales depende de los sectores direccionales empleados para el cálculo. En segundo lugar, que una selección de sectores de forma ajena a las propiedades extremas de los datos afecta negativamente a la confianza en las estimaciones en las que se apoya el diseño. Así, se desaconseja el uso injustificado de sectores de igual amplitud. En tercer lugar, que el valor umbral que caracteriza los eventos extremos es determinante en los resultados del ajuste del modelo extremal, por lo que se recomienda la selección de umbrales específicos adecuados para cada sector. Finalmente, que la decisión acerca de los sectores direccionales afecta al coste y a la fiabilidad de las obras y puede condicionar la viabilidad de un proyecto de inversión.

Por tanto, se recomienda integrar al proceso de diseño metodologías que cuantifiquen o limiten la incertidumbre introducida por esta decisión. Éstas deben considerar de forma global (1) la validez del modelo empleado para caracterizar el comportamiento extremal de las muestras sectoriales, (2) la bondad de la estimación de los parámetros del modelo, (3) la capacidad de cada modelo para representar el comportamiento extremal en la totalidad de la amplitud del sector correspondiente y (4) la validez de la hipótesis de trabajo de acerca de la dependencia entre extremos sectoriales.

### Objetivo específico 4

*Identificar un conjunto de variables adecuado para describir la formación de valores de pico en la resultante de un conjunto de acciones simultáneas con un origen común.*

Se encuentra que la contribución de las componentes a la aparición de picos (máximos entre pasos ascendentes por el valor medio) en la resultante puede caracterizarse de forma adecuada por medio de la agrupación de los datos en categorías mutuamente excluyentes de valores de pico  $X_p$  y valores de no pico  $X_{np}$ . Las propiedades estadísticas de los picos de la resultante pueden expresarse a partir de los descriptores media y varianza de  $X_p$  y  $X_{np}$ , la estadística del número de elementos de cada categoría que actúan de forma simultánea y la compatibilidad entre unos y otros expresada en términos de correlación entre variables.

Para caracterizar la simultaneidad entre acciones de pico es preciso definir el marco temporal en el que se manifiesta. Para ello se ha empleado el tiempo de promedio  $\Delta t$ , representativo de la escala de fluctuación de los picos de la resultante. Este parámetro incorpora información acerca del modo en que la resultante responde a las acciones sobre sus componentes: valores de  $\Delta t$  pequeños son característicos de sistemas con tiempos de respuesta bajos, con una simultaneidad reducida y donde los valores de combinación de las componentes son cercanos a los instantáneos. Por el contrario, valores de  $\Delta t$  elevados son característicos de sistemas con tiempos de respuesta grandes, con alta simultaneidad y unos valores de combinación atenuados.

### Objetivo específico 5

*Analizar y modelar las relaciones entre las acciones locales con un origen común y los valores extremos de su resultante.*

La aparición de picos en la resultante se puede modelar a partir de la acción simultánea de picos en un número aleatorio de componentes,  $N_s$ , más la contribución de las  $N - N_s$  restantes. La compatibilidad entre las variables definidas se expresa por medio de su correlación.

La probabilidad de que en un intervalo de tiempo  $\Delta t$  se presenten picos de forma simultánea en  $N_s$  componentes se puede explicar mediante un modelo binomial  $N_s \sim Binom(\beta_1, \beta_2)$ . El parámetro  $\beta_1 \in \mathbb{N}$  representa el número de acciones que toman parte en la combinación y el parámetro  $\beta_2 \in [0, 1]$  la probabilidad de que en un intervalo de tiempo  $\Delta t$  se presente un pico en una de ellas.

Una falta total de correlación, reduce el modelo al caso particular de la suma de un número aleatorio de variables aleatorias independientes. Situaciones de correlación no nula restringen la compatibilidad entre los valores que pueden tomar las acciones y contribuyen, respectivamente, a aumentar o disminuir la varianza de la distribución de picos de la resultante respecto al caso de variables independientes.

Cuando un proceso es gaussiano y de banda estrecha, la teoría predice que sus valores de pico siguen una distribución de Rayleigh. Se comprueba que una distribución de Weibull es adecuada para modelar el comportamiento estadístico de estos picos a medida que la variable se aparta de las hipótesis establecidas.

La evolución de los parámetros del modelo con el tiempo de promedio  $\Delta t$  se puede expresar por medio de curvas adimensionales. Se encuentra adecuado el uso como parámetros de adimensionalización de descriptores de estado representativos de la variabilidad intrínseca, espacial y temporal de los procesos considerados.

### Objetivo específico 6

*Aplicar los desarrollos efectuados a situaciones de interés práctico para la ingeniería civil.*

El procedimiento desarrollado para la selección de sectores direccionales se aplica al estudio de las velocidades de viento de diseño en un emplazamiento situado en la desembocadura del Río de la Plata. Seleccionadas otras alternativas habituales, se analizan las consecuencias sobre la probabilidad de fallo en vida útil de la obra de aplicar unas u otras. Se observa que ninguna de las divisiones obtenidas mediante criterios tradicionales cumplió con los requisitos impuestos a la cantidad mínima de información necesaria para cuantificar la validez de los ajustes y a la compatibilidad de los datos con los modelos empleados. También muestran valores peores en los indicadores propuestos. Se concluye que el método propuesto proporciona una herramienta objetiva que ofrece mayores garantías para el dimensionamiento que el uso de los criterios tradicionales ya que (1) permite asegurar que la división por direcciones utilizada cumple con las hipótesis de trabajo del modelo direccional (y, por tanto, el proceso de cuantificar la incertidumbre en la estimación de valores de diseño se aplica dentro de su rango de validez) y (2) busca minimizar la incertidumbre en la estimación de valores de diseño.

El método de trabajo para la estimación de los valores extremos de la resultante de la combinación lineal de un conjunto de variables simultáneas con origen común se aplica a la evaluación de las acciones del viento sobre las filas de espejos de un colector cilindro-parabólico. Se obtiene que los resultados obtenidos son consistentes con los de aquellos métodos que consideran

tanto la variabilidad propia de las componentes como introducida durante su combinación. Sin embargo, el método propuesto aporta información adicional acerca de la probabilidad de superación de los valores extremos, e información relevante sobre las circunstancias que conducen a la aparición de dichos extremos (contribución de cada categoría definida, efecto de la correlación entre variables y estadística del número de acciones simultáneas que desencadenan la aparición de valores de pico en la resultante).

## 5.2. Futuras líneas de investigación

A continuación se señala un conjunto de líneas de investigación que surgen de varios aspectos abordados durante el desarrollo de este Tesis y que han quedado abiertos. Éstas se relacionan con los bloques principales en los que se ha estructurado este trabajo.

### **Extensión del estudio de la combinación de componentes y clases al efecto sobre los parámetros de las distribuciones de extremos de su resultante**

Para permitir el ajuste de funciones de distribución de uno a tres parámetros por el método de los momentos, se han caracterizado las relaciones que ligan las componentes y sus clases con la media y los momentos centrados de orden 2 y 3 de la resultante. Sin embargo, para ciertos valores de sus parámetros, los estadísticos de los modelos de extremos no están perfectamente definidos. En estos casos resulta más conveniente efectuar los ajustes mediante otros métodos como, por ejemplo el los momentos ponderados (Hosking, Wallis y Wood, 1985; Hosking y Wallis, 1987). La alternativa que se plantea es expresar las relaciones entre componentes y resultante en términos de estos parámetros y evaluar su influencia sobre ciertos cuantiles de interés.

### **Influencia de la selección de sectores en los criterios de diseño de obras cuya vulnerabilidad varía con el ángulo de incidencia del agente**

En el caso de que tanto las manifestaciones extremas del agente como la vulnerabilidad de la obra varíen con el ángulo de incidencia, la importancia de la direccionalidad no sólo radica en la posibilidad de efectuar diseños más eficientes, sino que es necesaria para caracterizar adecuadamente la respuesta de la obra y su probabilidad de fallo. Aunque tanto el agente como los coeficientes de respuesta de la obra son variables aleatorias, un enfoque habitual consiste en asignar valores deterministas a estos últimos por medio de sus máximos sectoriales (ver, por ejemplo, Simiu y Scanlan, 1996). Incluso con esta simplificación, la selección de sectores debe hacerse atendiendo, no sólo al agente, sino también a la orientación de la obra y a sus propiedades. Además, se hace especialmente relevante el estudio del efecto de la dependencia introducida por el desplazamiento entre sectores adyacentes de los máximos del agente.

### **Estimación de valores extremos debidos a la combinación de variables aleatorias con distinto origen**

Como extensión del trabajo desarrollado en los capítulos 2 y 4, se plantea el análisis de las relaciones de compatibilidad y simultaneidad entre los extremos de variables que no presentan un origen común y que, por tanto, cuentan con propiedades estadísticas diferenciadas. Un problema de interés por su relevancia social y económica es el estudio la influencia sobre la cota de inundación de distintas variables que confluyen en una zona costera (por ejemplo, marea meteorológica, marea astronómica, oleaje o descarga fluvial), como el gran número de

publicaciones recientes sobre el tema (Mazas y col., 2014; Zheng y col., 2014; Wahl y col., 2015; Masina, Lamberti y Archetti, 2015, etc.). En este caso, al reto de modelar la combinación de las variables extremas se suma la necesidad de evaluar la no linealidad de su manifestación conjunta.

**Parte IV**  
**Apéndices**





## Gráficos de Diagnóstico

Para evaluar la capacidad de los modelos para representar las características de las poblaciones que describen, se juzga el grado de acuerdo con los datos empleados para su ajuste. Para ello se recurre a los gráficos de diagnóstico estándar tipo P-P y Q-Q y al gráfico de períodos de retorno.

El gráfico de probabilidades (P-P) representa la probabilidad empírica de los datos frente al valor predicho por el modelo. La probabilidad empírica se evalúa por medio de la expresión de Weibull (1939)

$$\tilde{F}(x) = \frac{i}{n+1}$$

donde  $i$  es la posición de cada dato una vez ordenados y  $n$  el número total de ellos. El gráfico de cuantiles (Q-Q) contiene la misma información que el anterior, pero expresada en términos de la variable. Finalmente, el gráfico de períodos de retorno, expresado en escala logarítmica, muestra la tendencia de los valores extremos frente a los datos disponibles. Las bandas de confianza corresponden al nivel de significación del 0.05 y se han obtenido mediante técnicas de “bootstrapping”.

Cada figura muestra los gráficos indicados referidos a los valores extremos de las poblaciones contenidas en los distintos sectores. Cada figura corresponde a uno de los criterios evaluados.

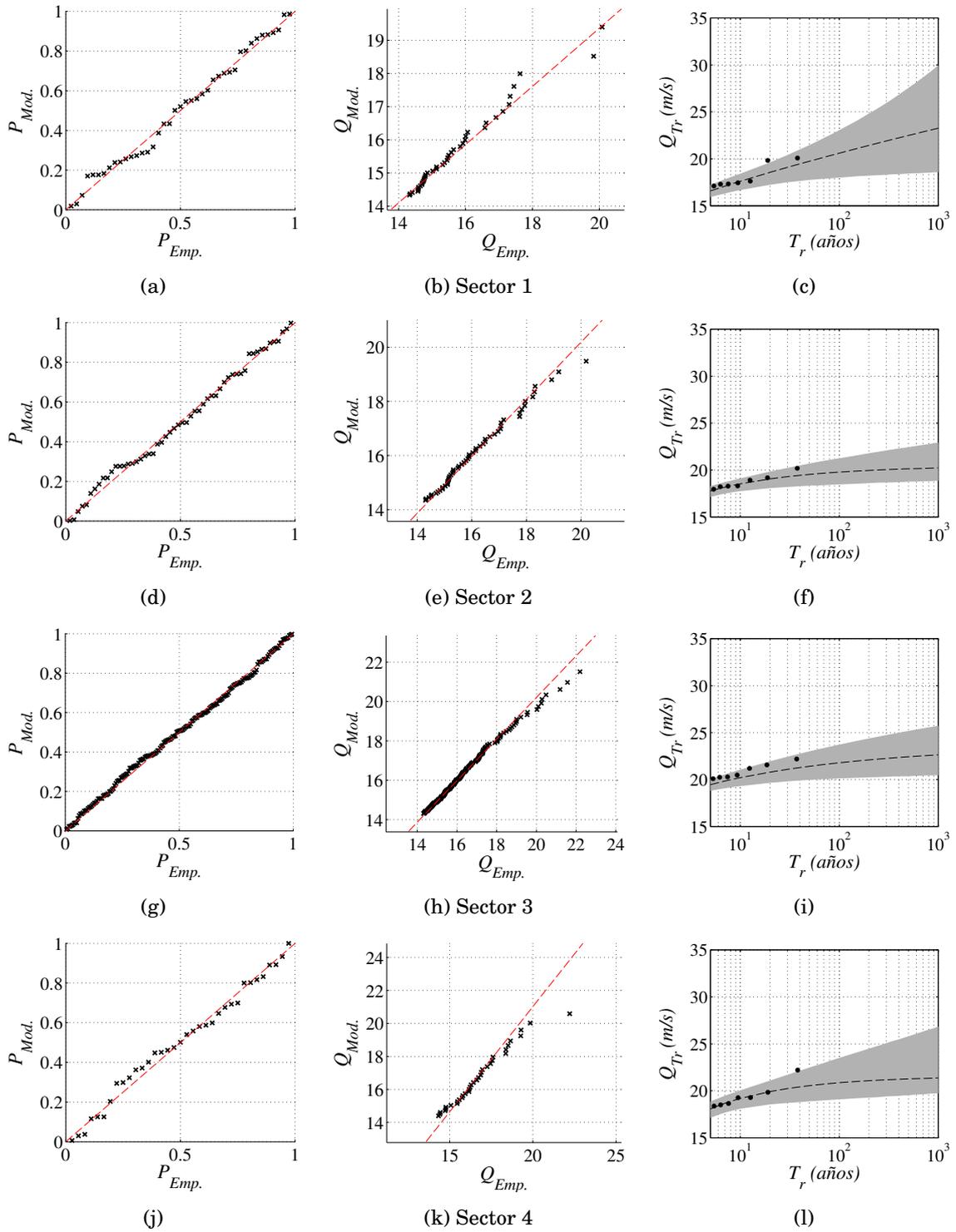


Figura A.0.1: Gráficos de diagnóstico por sectores (Criterio T90)

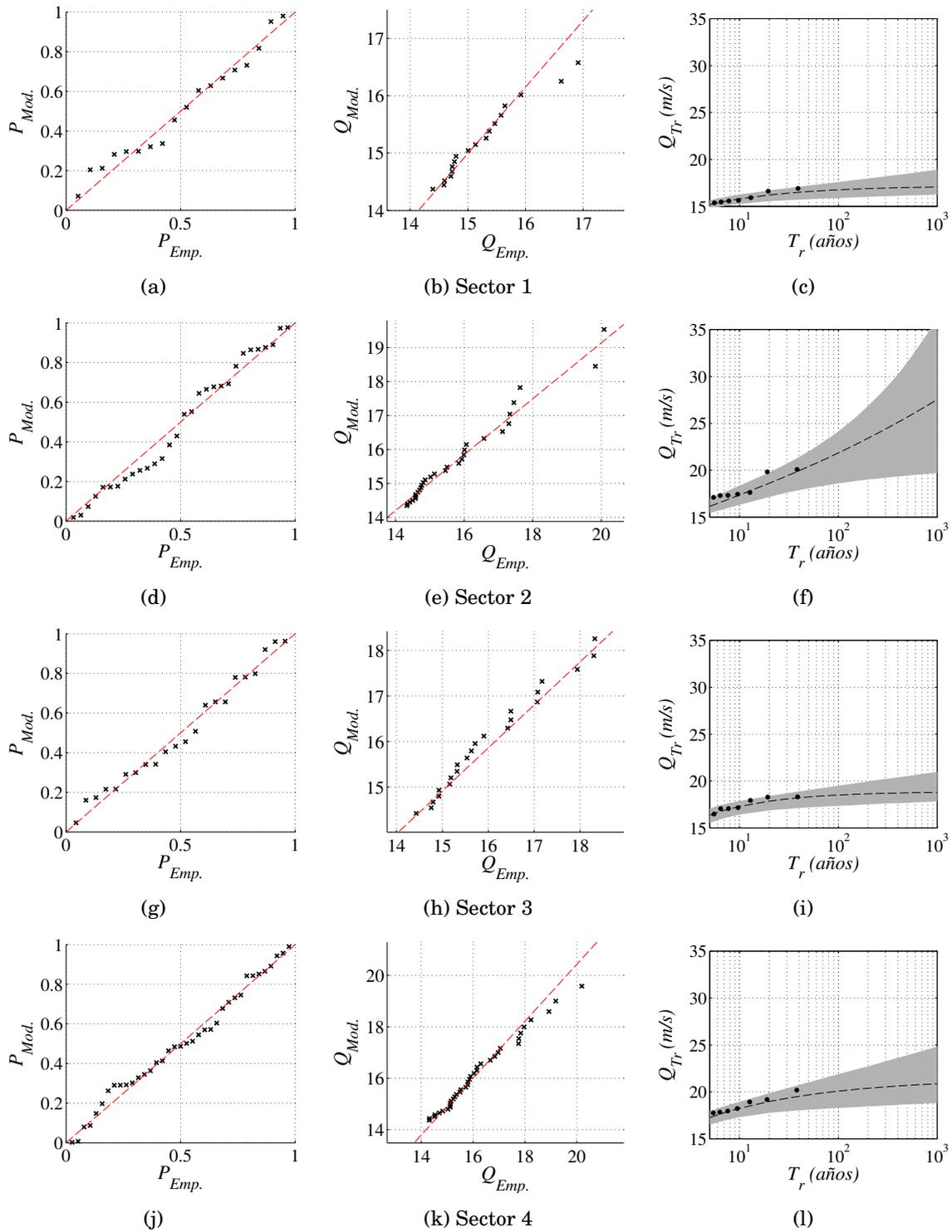


Figura A.0.2: Gráficos de diagnóstico por sectores (Criterio T45: sectores 1 a 4)

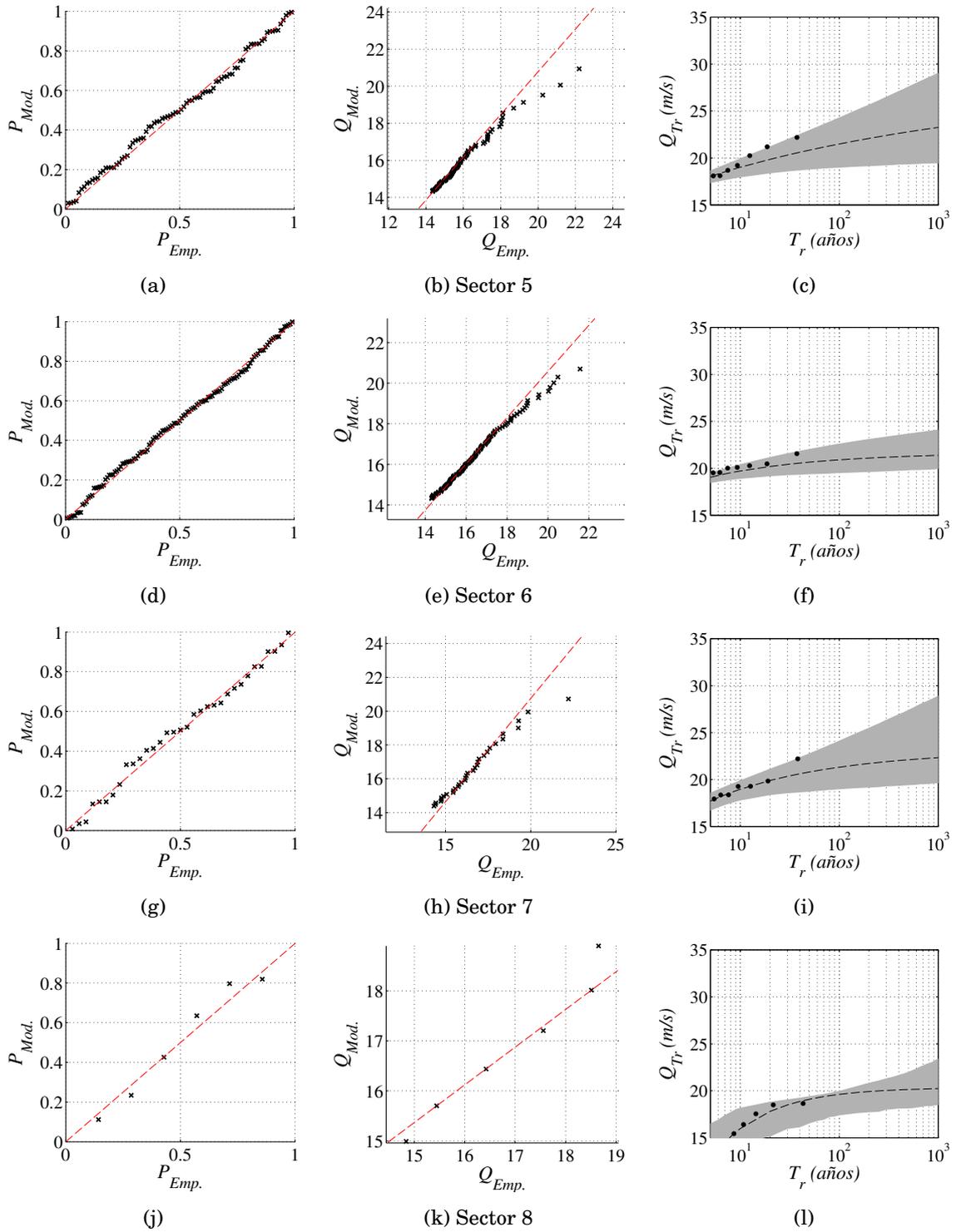


Figura A.0.3: Gráficos de diagnóstico por sectores (Criterio T45: sectores 5 a 8)

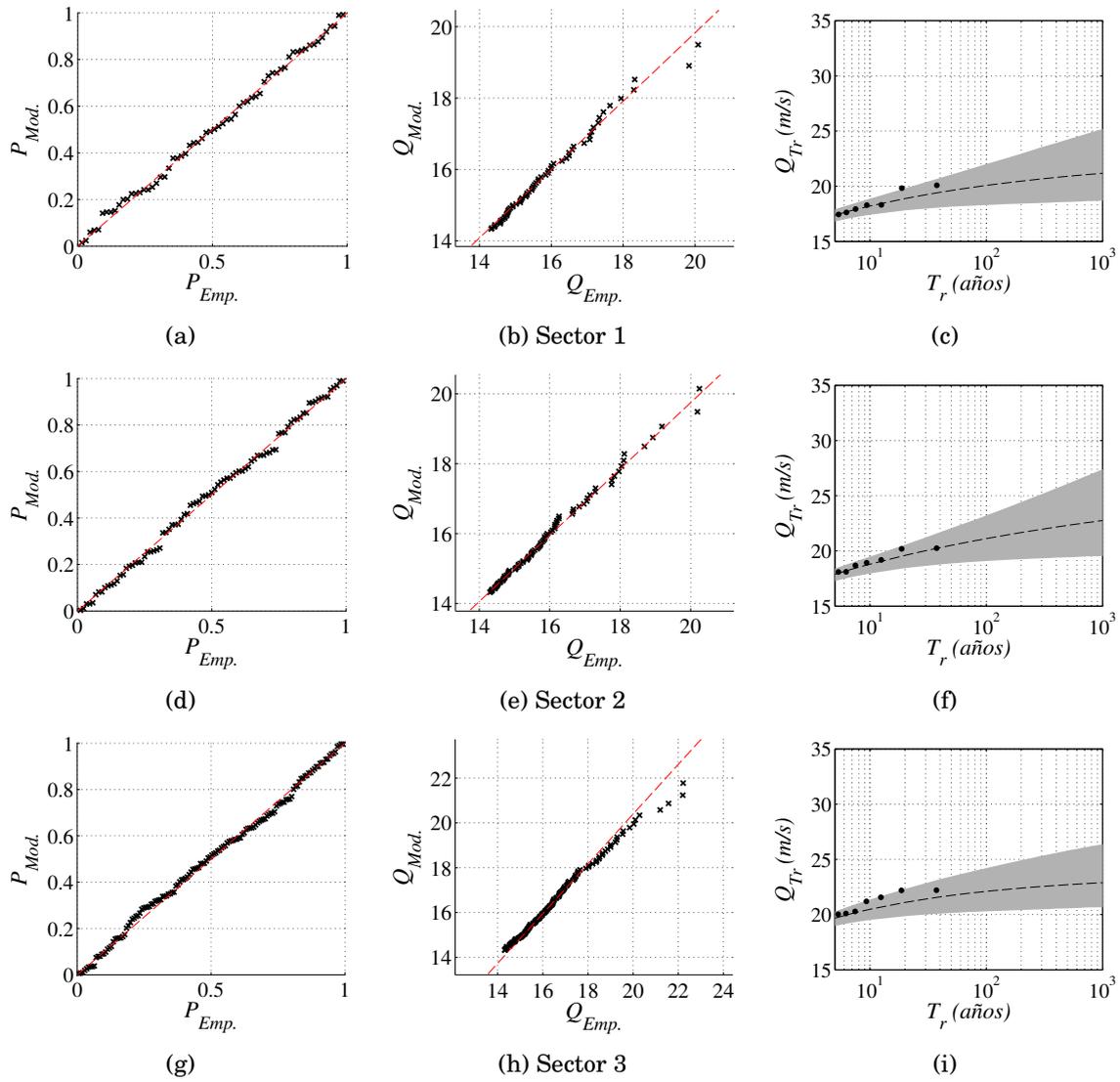


Figura A.0.4: Gráficos de diagnóstico por sectores (Criterio C0)

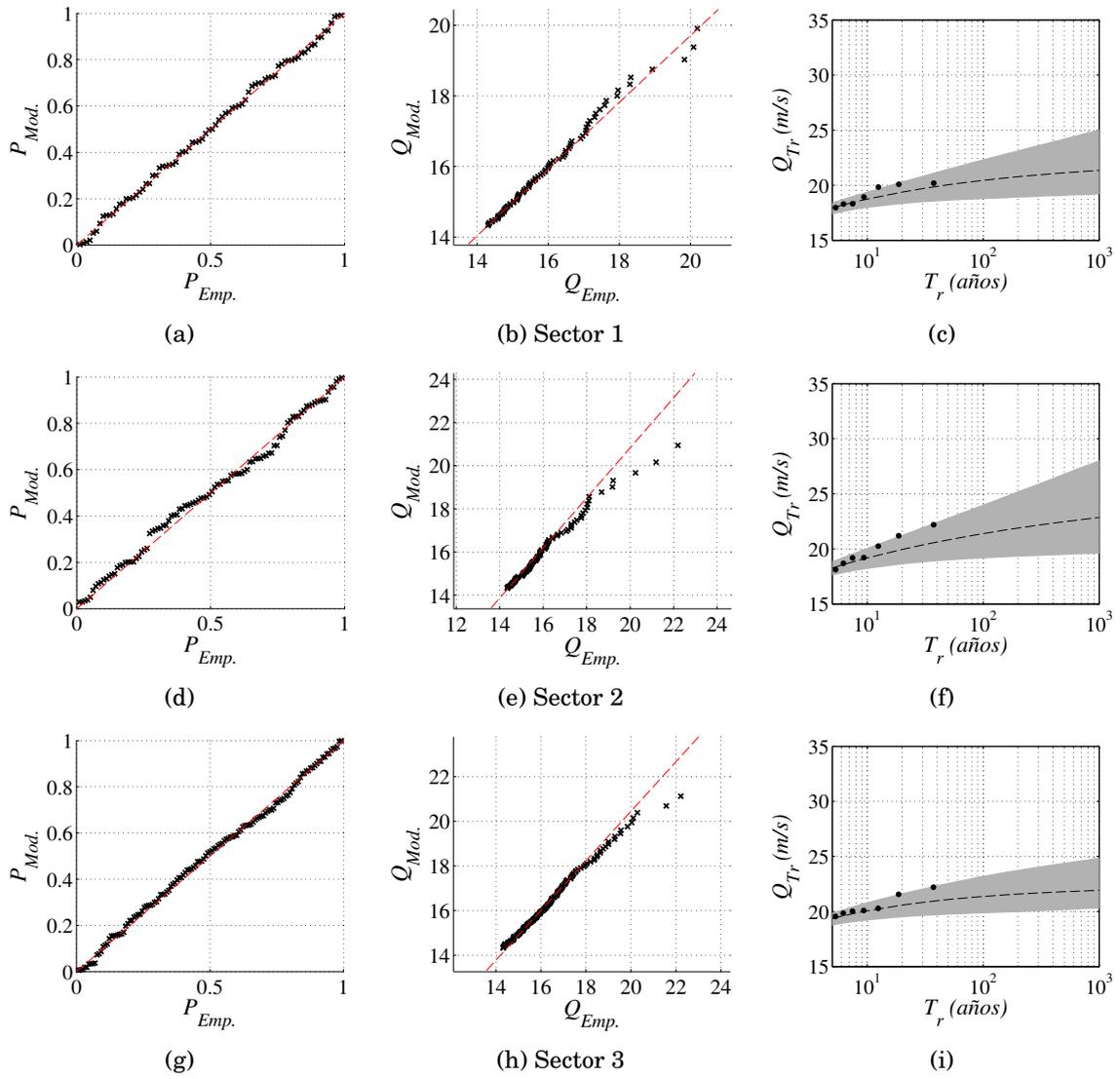


Figura A.0.5: Gráficos de diagnóstico por sectores (Criterio C1)

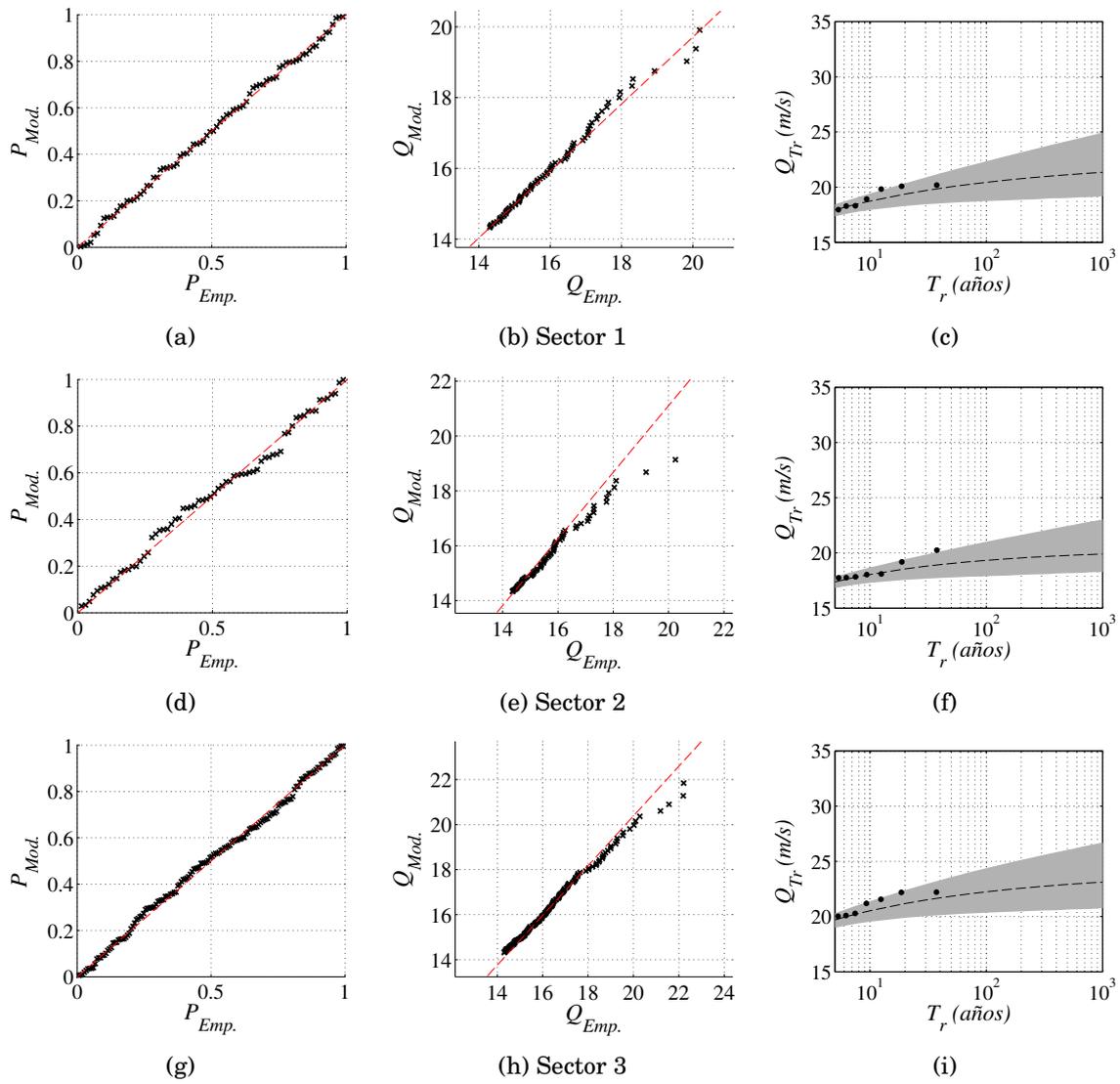


Figura A.0.6: Gráficos de diagnóstico por sectores (Criterio C2)

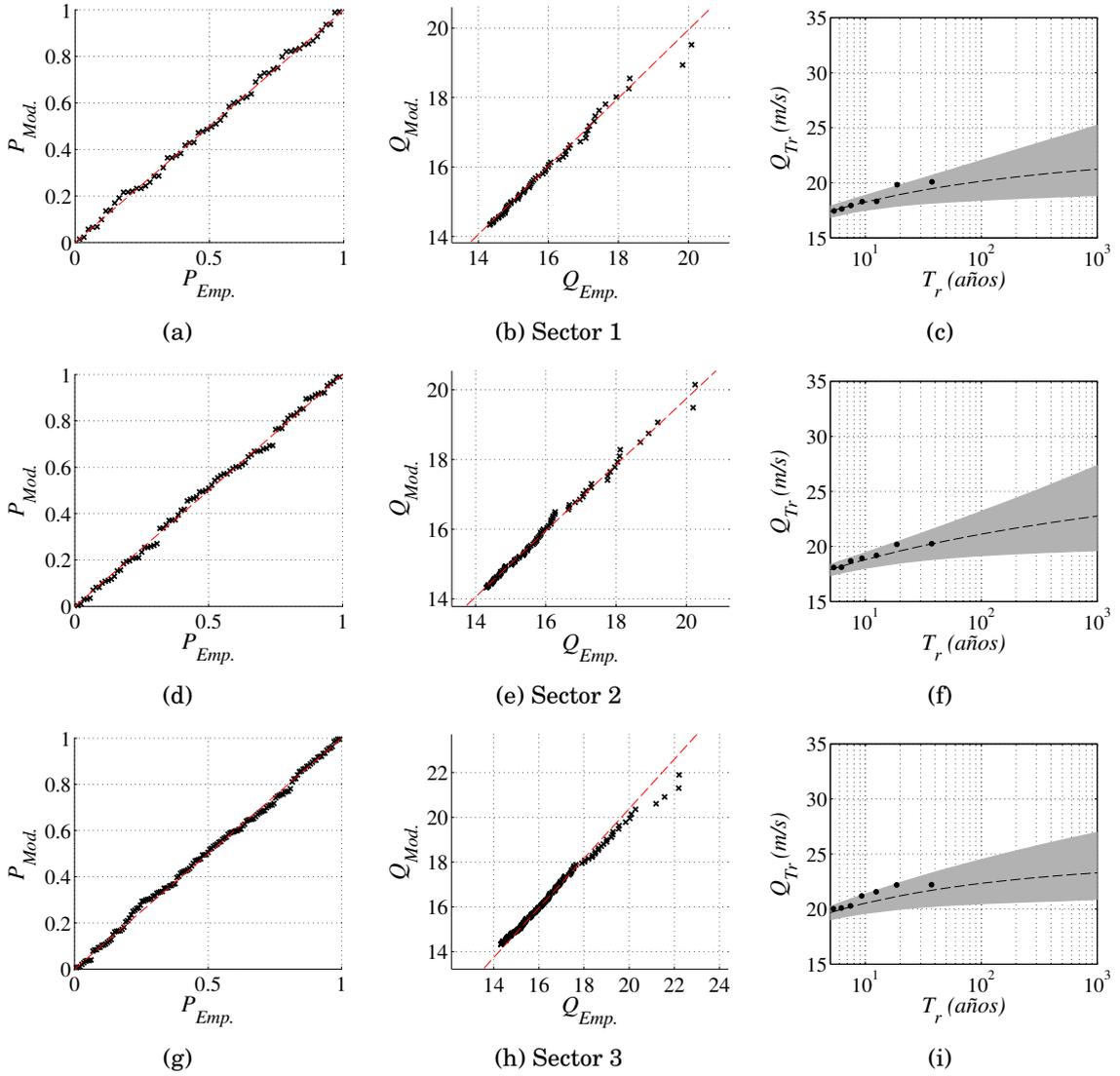


Figura A.0.7: Gráficos de diagnóstico por sectores (Criterio C3)

## Descriptores de las acciones y su resultante

Se detallan características relevantes, tanto estadísticas como espectrales, de las acciones y su resultante. En todos los casos la duración de las series es  $T = 212,5$  s y el intervalo de muestreo  $dt = 0,0046$  s. Los descriptores caracterizados son los que siguen:

1.  $\sigma$ : Desviación típica de la señal instantánea.
2.  $\gamma_3$ : Coeficiente de asimetría de la señal instantánea.
3.  $\gamma_4$ : Coeficiente de curtosis de la señal instantánea.
4.  $\nu$ : Frecuencia de picos  $\nu = \sqrt{\frac{m_2}{m_0}}$

Se indican también los factores de pico asociados a una probabilidad de no excedencia de 0.57 evaluados mediante los métodos de Davenport (1964) ( $g_{Dav}$ ), Kwon y Kareem (2011) ( $g_{KK}$ ), Sadek y Simiu (2002) ( $g_{SS}$ ), Ding y Chen (2014) ( $g_D$ ) y el basado en la traslación de la función de distribución de la cola superior de los datos ajustada a una GPD ( $g_{GPD}$ ).

Descriptor	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$Y$
CASO 1								
$\sigma$	2.55E+05	2.59E+05	2.58E+05	2.72E+05	3.03E+05	3.21E+05	3.21E+05	1.47E+06
$\gamma_3$	-4.70E+02	-4.31E+02	-3.17E+02	9.11E+00	4.22E+02	5.88E+02	6.29E+02	-6.21E+01
$\gamma_4$	2.91E+03	3.01E+03	3.64E+03	3.96E+03	4.24E+03	4.43E+03	3.80E+03	3.08E+03
$\nu$	3.49E+02	4.63E+02	7.22E+02	1.03E+03	1.16E+03	1.08E+03	1.02E+03	7.44E+02
$g_{Dav}$	3,45	3,53	3,65	3,74	3,78	3,76	3,74	3,66
$g_{KK}$	2,60	2,78	3,35	6,34	4,94	5,91	5,17	3,70
$g_{SS}$	2,61	2,86	3,42	4,04	4,61	4,86	5,03	3,61
$g_D$	2,27	2,86	3,86	4,71	5,48	6,03	5,25	3,78
$g_{GPD}$	2,18	3,02	3,66	4,08	4,80	6,40	5,09	3,53
CASO 2								
$\sigma$	4.92E+05	4.89E+05	4.71E+05	4.94E+05	5.24E+05	5.60E+05	5.54E+05	2.85E+06
$\gamma_3$	-3.40E+02	-3.34E+02	-2.73E+02	-2.05E+01	2.25E+02	4.00E+02	4.75E+02	-3.45E+01
$\gamma_4$	2.60E+03	2.75E+03	3.03E+03	3.72E+03	3.72E+03	3.84E+03	3.48E+03	2.88E+03
$\nu$	3,438	3,504	3,646	3,723	3,729	3,704	3,701	6.69E+02
$g_{Dav}$	3,44	3,50	3,65	3,72	3,73	3,70	3,70	3,63
$g_{KK}$	2,78	2,87	3,23	6,04	4,47	4,65	4,80	3,47
$g_{SS}$	2,66	2,72	3,17	3,96	4,11	4,41	4,65	3,51
$g_D$	2,73	2,57	3,34	4,37	4,88	5,37	4,89	3,57
$g_{GPD}$	2,87	2,61	3,45	3,69	4,25	5,43	4,97	3,50
CASO 3								
$\sigma$	6.52E+05	6.35E+05	5.65E+05	5.20E+05	5.27E+05	5.50E+05	5.99E+05	3.35E+06
$\gamma_3$	-3.21E+02	-3.21E+02	-3.22E+02	-2.50E+02	-8.75E+01	2.22E+02	3.27E+02	-1.74E+02
$\gamma_4$	2.35E+03	2.59E+03	2.88E+03	3.30E+03	3.69E+03	3.29E+03	3.05E+03	2.71E+03
$\nu$	3.02E+02	4.18E+02	6.29E+02	7.57E+02	7.80E+02	8.03E+02	7.78E+02	5.85E+02
$g_{Dav}$	3,40	3,50	3,61	3,66	3,67	3,68	3,67	3,59
$g_{KK}$	2,66	2,84	3,03	3,37	5,51	4,30	4,44	3,30
$g_{SS}$	2,48	2,53	2,85	3,35	3,76	4,13	4,37	3,11
$g_D$	2,35	2,22	2,68	3,33	3,92	4,25	4,19	2,83
$g_{GPD}$	2,33	2,21	2,69	3,02	3,69	4,07	3,92	2,76
CASO 4								
$\sigma$	5.98E+05	5.95E+05	5.30E+05	4.91E+05	4.75E+05	4.78E+05	5.52E+05	3.18E+06
$\gamma_3$	-2.22E+02	-3.16E+02	-2.88E+02	-2.38E+02	-1.39E+02	2.54E+01	2.88E+02	-2.30E+02
$\gamma_4$	2.61E+03	2.74E+03	2.85E+03	3.21E+03	3.63E+03	3.44E+03	3.13E+03	2.92E+03
$\nu$	4.73E+02	4.99E+02	6.00E+02	7.23E+02	6.94E+02	7.11E+02	7.82E+02	6.12E+02
$g_{Dav}$	3,53	3,55	3,60	3,65	3,64	3,65	3,67	3,60
$g_{KK}$	3,11	2,97	3,07	3,37	4,39	5,86	4,37	3,21
$g_{SS}$	3,01	2,73	2,89	3,28	3,57	3,96	4,25	3,16
$g_D$	2,63	2,47	2,72	3,32	4,07	4,14	4,04	2,75
$g_{GPD}$	2,56	2,44	2,69	3,26	4,02	3,99	3,35	2,63

Tabla B.0.1: Descriptores principales de los sistemas de acciones y su resultante



## Curvas características adimensionales

A continuación se describen los pasos seguidos para obtener las curvas características de los casos estudiados:

1. El valor de cada parámetro evaluó en 200 intervalos de promedio crecientes entre 0.05 s y 1.00 s.
2. Mediante inspección visual se identificó una familia de curvas adecuada para representar la evolución de cada parámetro con  $\Delta t$ . Los tipos de curvas empleadas son polinómicas, potenciales y racionales.
3. Las curvas se adimensionalizaron por medio de los parámetros indicados en el apartado 4.3.3.1. La frecuencia media de picos ( $k_3 = \overline{v_{X_i}}$ ) se encontró adecuada para adimensionalizar las magnitudes temporales de las curvas de las variables de pico. Para las variables de no-pico se empleó el tiempo de medida. La varianza media ( $k_1 = \overline{\sigma_{X_1}^2}$ ) se usó para escalar las magnitudes con dimensiones de fuerza. Finalmente, la correlación media entre acciones instantáneas ( $k_2 = \overline{\rho_{X_i X_j}}$ ) se usó para mejorar el ajuste.
4. Se seleccionaron aquellos parámetros que conducen a un menor valor del coeficiente de determinación  $R^2$  del ajuste.

En la tabla C.0.1 se el tipo de curva empleado y el coeficiente de determinación del ajuste.

Parámetro	$\zeta_{ad}$	$\Delta t_{ad}$	Curva	$R^2$
$\beta_2$	$\zeta k_2^{-1/2}$	$\Delta t k_3^{-1}$	Racional	0.9346
$\mu_{\mathcal{X}_p}$	$\zeta k_1^{-1/2} k_2^{1/2}$	$\Delta t k_3^{-1}$	Potencial	0.8449
$\mu_{\mathcal{X}_{np}}$	$\zeta k_1^{-1/2} k_2^{-1}$	$\Delta t/T$	Racional	0.7769
$\sigma_{\mathcal{X}_p}^2$	$\zeta k_1^{-1} k_2^2$	$\Delta t k_3^{-1}$	Potencial	0.8806
$\sigma_{\mathcal{X}_{np}}^2$ (*) (1)	$\zeta k_1^{-1}$	$\Delta t/T$	Potencial	0.8515
$\sigma_{\mathcal{X}_{np}}^2$ (*) (2)	$\zeta k_1^{-1}$	$\Delta t/T$	Polinómica	0.8294
$\psi_p$	$\zeta k_1^{-1} k_2^{-1}$	$\Delta t k_3^{-1}$	Racional	0.3170
$\psi_{np}$	$\zeta k_1^{-1} k_2^{-1}$	$\Delta t/T$	Potencial	0.7567
$\rho_{\mathcal{X}_p \mathcal{X}_{np}}$	$\zeta$	$\Delta t/T$	Polinómica	0.0263
$\nu_Y$	$\zeta k_3^{-1}$	$\Delta t/T$	Racional	0.9876

Tabla C.0.1: Descripción de las curvas adimensionales

## BIBLIOGRAFÍA

- AIJ (2004). *AIJ Recommendations for Loads on Buildings*. AIJ-RLB-2004. Architectural Institute of Japan. ISBN: 4818904597.
- API (2000). *API RP 2A-WSD: Recommended Practice for Planning, Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms-Working Stress Design*. Vol. 21. American Petroleum Institute.
- ASCE (1987). *Seismic Analysis of Safety-Related Nuclear Structures and Commentary on Standard for Seismic Analysis of Safety Related Nuclear Structures*. New York: American Society of Civil Engineers, págs. 1-101. ISBN: 0-87262-582-6.
- (1994). *Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures*. New York: American Society of Civil Engineers, págs. 1-135. ISBN: 0-87262-904-X.
- Anderson, T. W. y Darling, D. A. (1952). “Asymptotic theory of certain 'goodness-of-fit' criteria based on stochastic processes”. En: *Annals of Mathematical Statistics* 23.2, págs. 193-212. ISSN: 0003-4851, 2168-8990. DOI: 10.1214/aoms/1177729437.
- Andre, M., Mier-torrecilla, M. y Wüchner, R. (2015). “Numerical simulation of wind loads on a parabolic trough solar collector using lattice Boltzmann and finite element methods”. En: *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 146, págs. 185-194. ISSN: 0167-6105. DOI: 10.1016/j.jweia.2015.08.010.
- Balkema, A. A. y Haan, L. de (1974). “Residual Life Time at Great Age”. En: *The Annals of Probability* 2.5, págs. 792-804. ISSN: 0091-1798. DOI: 10.1214/aop/1176996548.
- Baquerizo, A. y Losada, M. A. (2000). “Wave height to depth ratio in front of coastal structures”. En: *Proceedings of Coastal Structures*, págs. 1-3.
- Beersma, J. J. y Buishand, T. A. (2004). “Joint probability of precipitation and discharge deficits in the Netherlands”. En: *Water Resources Research* 40.12, págs. 1-11. ISSN: 00431397. DOI: 10.1029/2004WR003265.
- Bissell, A. F. (1988). “Parameter estimation for the two-parameter weibull distribution using sample statistics and the Jack-Knife”. En: *Quality and reliability engineering international* 4.1, págs. 21-25. ISSN: 07488017.

- Cartwright, D. E. y Longuet-Higgins, M. S. (1956). "The Statistical Distribution of the Maxima of a Random Function". En: *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. Vol. 237. 1209. The Royal Society, págs. 212-232. ISBN: 00804630. DOI: 10.1098/rspa.1956.0173.
- Castillo, E. (2012). *Extreme value theory in engineering*. Elsevier, 389 p. ISBN: 0-12-163475-2.
- Chen, X. (2015). "Revisiting combination rules for estimating extremes of linearly combined correlated wind load effects". En: *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 141.0, págs. 1-11. ISSN: 0167-6105. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jweia.2015.02.002>.
- Coles, S. G. (2001). *An introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*. Springer, pág. 221. ISBN: 1852334592. DOI: 10.1007/978-1-4471-3675-0.
- Coles, S. G. y Walshaw, D. (1994). "Directional Modelling of Extreme Wind Speeds". En: *Journal of the Royal Statistical Society. Series C: Applied Statistics* 43.1, págs. 139-157. ISSN: 00359254. DOI: 10.2307/2986118.
- DNV (2010). *DNV-RP-C205: Environmental Conditions and Environmental Loads*. Det Norske Veritas.
- Davenport, A. G. (1964). "Note on the distribution of the largest value of a random function with application to gust loading". En: *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*. Vol. 28. 2. Thomas Telford, págs. 187-196.
- Davison, A. (2003). *Statistical Models*. Vol. 11. Cambridge University Press, pág. 726. ISBN: 978-0-521-77339-3. DOI: 10.1017/CB09781107415324.004.
- De Michele, C., Salvadori, G., Passoni, G. y Vezzoli, R. (2007). "A multivariate model of sea storms using copulas". En: *Coastal Engineering* 54.10, págs. 734-751. ISSN: 03783839. DOI: 10.1016/j.coastaleng.2007.05.007.
- Dee, D. P. y col. (2011). "The ERA-Interim reanalysis: Configuration and performance of the data assimilation system". En: *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 137.656, págs. 553-597. ISSN: 00359009. DOI: 10.1002/qj.828.
- Deodatis, G. (1996). "Simulation of ergodic multivariate stochastic processes". En: *Journal of Engineering Mechanics* 122(8).8, págs. 778-787. ISSN: 07339399. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9399(1996)122:8(778).
- Ding, J. y Chen, X. (2014). "Assessment of methods for extreme value analysis of non-Gaussian wind effects with short-term time history samples". En: *Engineering Structures* 80, págs. 75-88. ISSN: 01410296. DOI: 10.1016/j.engstruct.2014.08.041.
- ESDU (2001). *Characteristics of atmospheric turbulence near the ground. Part II, Single point data for strong winds (neutral atmosphere)*. IHS ESDU, págs. 1-42. ISBN: 978 0 85679 526 8.

- Engmann, S. y Cousineau, D. (2011). "Comparing distributions: the two-sample Anderson-Darling test as an alternative to the Kolmogorov-Smirnoff test". En: *Journal of Applied Quantitative Methods* 6.3, págs. 1-17.
- Ewans, K. y Jonathan, P. (2008). "The Effect of Directionality on Northern North Sea Extreme Wave Design Criteria". En: *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering* 130.4, pág. 041604. ISSN: 08927219. DOI: 10.1115/1.2960859.
- Favre, A.-C. (2004). "Multivariate hydrological frequency analysis using copulas". En: *Water Resources Research* 40.July 2015, págs. 1-12. ISSN: 0043-1397. DOI: 10.1029/2003WR002456.
- Fisher, R. A. y Tippett, L. H. C. (1928). "Limiting Forms of the Frequency Distribution of the Largest or Smallest Member of a Sample". En: *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* 24.02, págs. 180-190. ISSN: 0305-0041. DOI: 10.1017/S0305004100015681.
- Folgueras, P., Solari, S., Mier-Torrecilla, M., Doblaré, M. y Losada, M. A. (2016). "The extended Davenport peak factor as an extreme-value estimation method for linear combinations of correlated non-Gaussian random variables". En: *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 157, págs. 125-139. ISSN: 01676105. DOI: 10.1016/j.jweia.2016.07.014.
- Forristall, G. Z. (2005). "On the Use of Directional Wave Criteria". En: *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering* 130.5, págs. 272-275. ISSN: 0733950X. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-950X(2004)130:5(272).
- Framiñan, M. B., Etala, M. P., Acha, E. M., Guerrero, R. A., Lasta, C. A. y Brown, O. B. (1999). "Physical characteristics and processes of the Río de la Plata estuary". En: *Estuaries of South America* 2, págs. 161-194.
- Gnedenko, B. (1943). "Sur La Distribution Limite Du Terme Maximum D'Une Serie Aleatoire". En: *Annals of Mathematics* 44.3, págs. 423-453. ISSN: 0003486X. DOI: 10.2307/1968974.
- Gong, K. y Chen, X. Z. (2014). "Estimating extremes of combined two Gaussian and non-Gaussian response processes". En: *International Journal of Structural Stability and Dynamics* 14.03, pág. 1350076. ISSN: 0219-4554. DOI: 10.1142/S0219455413500764.
- Guerrero, R. A., Acha, E. M., Framiñan, M. B. y Lasta, C. a. (1997). "Physical oceanography of the Río de la Plata Estuary, Argentina". En: *Continental Shelf Research* 17.7, págs. 727-742. ISSN: 02784343. DOI: 10.1016/S0278-4343(96)00061-1.
- Hawkes, P. P. J., Gouldby, B. P. B., Tawn, J. A. y Owen, M. W. (2002). "The joint probability of waves and water levels in coastal engineering design". En: *Journal of Hydraulic Research* 40.3, págs. 241-251. ISSN: 0022-1686. DOI: 10.1080/00221680209499940.
- Holmes, J. (1985). "Wind action on glass and Brown's integral". En: *Engineering Structures* 7.4, págs. 226-230. ISSN: 01410296. DOI: 10.1016/0141-0296(85)90001-X.

- Hosking, J. R., Wallis, J. R. y Wood, E. F. (1985). "Estimation of the Generalized Extreme-Value Distribution by the Method of Probability-Weighted Moments". En: *Technometrics* 27.3, págs. 251-261. ISSN: 00401706. DOI: 10.1080/00401706.1985.10488049.
- Hosking, J. y Wallis, J. (1987). "Parameter and Quantile Estimation for the Generalized Pareto Distribution". En: *Technometrics* 29.3, págs. 339-349. ISSN: 00401706. DOI: 10.1198/016214507000000932.
- Hosoya, N, Peterka, J. A., Gee, R. C. y Kearney, D (2008). *Wind Tunnel Tests of Parabolic Trough Solar Collectors*. Inf. téc. National Renewable Energy Laboratory (NREL), pág. 133.
- Huang, M. F., Lou, W., Chan, C. M., Lin, N. y Pan, X. (2013). "Peak Distributions and Peak Factors of Wind-Induced Pressure Processes on Tall Buildings". En: *Journal of Engineering Mechanics* 139.12, págs. 1744-1756. ISSN: 0733-9399. DOI: 10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0000616.
- ISO (2005). *ISO 19901-1:2005: Petroleum and natural gas industries - Specific requirements for offshore structures - Part 1: Metocean design and operating considerations*. International Organization for Standards.
- Jonathan, P. y Ewans, K. (2007). "The effect of directionality on extreme wave design criteria". En: *Ocean Engineering* 34.14-15, págs. 1977-1994. ISSN: 00298018. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2007.03.003.
- Jonathan, P., Ewans, K. y Forristall, G. (2008). "Statistical estimation of extreme ocean environments: The requirement for modelling directionality and other covariate effects". En: *Ocean Engineering* 35.11-12, págs. 1211-1225. ISSN: 00298018. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2008.04.002.
- Jones, M., Randell, D., Ewans, K. y Jonathan, P. (2016). "Statistics of extreme ocean environments: Non-stationary inference for directionality and other covariate effects". En: *Ocean Engineering* 119, págs. 30-46. ISSN: 00298018. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2016.04.010.
- Kareem, A, Zhao, J y Tognarelli, M. A. (1995). "Surge response statistics of tension leg platforms under wind and wave loads: A statistical quadratization approach". En: *Probabilistic Engineering Mechanics* 10.4, págs. 225-240. ISSN: 02668920. DOI: 10.1016/0266-8920(95)00018-6.
- Kareem, A. y Zhao, J (1994). "Analysis of Non-Gaussian Surge Response of Tension Leg Platforms Under Wind Loads". En: *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering* 116.3, págs. 137-144. ISSN: 0892-7219. DOI: 10.1115/1.2920142.
- Katz, R. W., Parlange, M. B. y Naveau, P. (2002). "Statistics of extremes in hydrology". En: *Advances in Water Resources* 25.8-12, págs. 1287-1304. ISSN: 03091708. DOI: 10.1016/S0309-1708(02)00056-8.
- Kiureghian, A. D. (1981). "Structural Response to Stationary Excitation". En: *Journal of the Engineering Mechanics Division* 106.December 1980, págs. 1195-1213.

- Kolmogoroff, A (1941). “Confidence limits for an unknown distribution function”. En: *Annals of Mathematical Statistics* 12, págs. 461-463. ISSN: 0003-4851. DOI: 10.1214/aoms/1177731684.
- Kottegoda, N. T. y Rosso, R. (2008). *Applied Statistics for Civil and Environmental Engineers*. Blackwell Malden, MA, pág. 718. ISBN: 9781405179171.
- Kwon, D. K. y Kareem, A. (2011). “Peak Factors for Non-Gaussian Load Effects Revisited”. En: *Journal of Structural Engineering* 137.12, págs. 1611-1619. ISSN: 0733-9445. DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000412.
- Lawless, J. F. (2002). *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*. 2.<sup>a</sup> ed. Wiley Series in Probability and Statistics. Wiley-Interscience. ISBN: 0471372153,9780471372158.
- Losada, M. Á. (2002). *ROM 0.0: General Procedure and Requirements in the Design of Harbor and Maritime Structures*. Puertos del Estado, págs. 1-202. ISBN: 84-88975-30-9.
- (2010). *ROM 1.0: Breakwaters Recommendations (Part I: Calculation and Project Factors. Climatic Agents)*. Puertos del Estado, págs. 1-520. ISBN: 978-84-88975-75-1.
- (2016). *ROM 1.1: Maritime works recomendations. Breakwaters. (Writing in progress)*. Puertos del Estado.
- Masina, M., Lamberti, A. y Archetti, R. (2015). “Coastal flooding: A copula based approach for estimating the joint probability of water levels and waves”. En: *Coastal Engineering* 97, págs. 37-52. ISSN: 03783839. DOI: 10.1016/j.coastaleng.2014.12.010.
- Mazas, F., Kergadallan, X., Garat, P. y Hamm, L. (2014). “Applying POT methods to the Revised Joint Probability Method for determining extreme sea levels”. En: *Coastal Engineering* 91, págs. 140-150. ISSN: 03783839. DOI: 10.1016/j.coastaleng.2014.05.006.
- Melchers, R. E. (1999). *Structural Reliability Analysis and Prediction*. Willey, págs. 1-456. ISBN: 978-0-471-98771-0.
- Méndez, F. J., Menéndez, M., Luceño, A. y Losada, I. J. (2006). “Estimation of the long-term variability of extreme significant wave height using a time-dependent Peak Over Threshold (POT) model”. En: *Journal of Geophysical Research: Oceans* 111.7. ISSN: 21699291. DOI: 10.1029/2005JC003344.
- Mier-Torrecilla, M., Herrera, E. y Doblaré, M. (2014). “Numerical Calculation of Wind Loads over Solar Collectors”. En: *Energy Procedia* 49, págs. 163-173. ISSN: 1876-6102. DOI: 10.1016/j.egypro.2014.03.018.
- Minetti, J. y Vargas, W. (1990). “Comportamiento del borde anticiclónico subtropical en Sudamérica. II Parte”. En: *Rev. Geofis* 33, págs. 177-190.
- Naess, A. (1989). “A study of linear combination of load effects”. En: *Journal of Sound and Vibration* 129.1, págs. 83-98.

- Naess, A y Røyset, J. Ø. (2000). "Extensions of Turkstra's rule and their application to combination of dependent load effects". En: *Structural safety* 22.2, págs. 129-143. ISSN: 0167-4730. DOI: 10.1016/S0167-4730(00)00004-7.
- Newland, D. (2005). *An introduction to random vibrations, spectral and wavelet analysis*. Dover Publications Inc, págs. 1-477. ISBN: 978-0486442747.
- Peng, X., Yang, L., Gavanski, E., Gurley, K. y Prevatt, D. (2014). "A comparison of methods to estimate peak wind loads on buildings". En: *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 126, págs. 11-23. ISSN: 01676105. DOI: 10.1016/j.jweia.2013.12.013.
- Pickands, J. (1975). "Statistical inference using extreme order statistics". En: *The Annals of Statistics* 3.1, págs. 119-131.
- Pillai, S. y Tamura, Y. (2007). "Generalized peak factor and its application to stationary random processes in wind engineering applications". En: *Proceedings of the 4th national conference on wind engineering*. Structural Engineering Research Centre, págs. 447-484.
- Rice, S. O. (1944). "Mathematical Analysis of Random Noise". En: *Bell System Technical Journal* 23.3, págs. 282 -332. DOI: 10.1002/j.1538-7305.1944.tb00874.x.
- Robinson, M. E. y Tawn, J. A. (1997). "Statistics for Extreme Sea Currents". En: *Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics)* 46.2, págs. 183-205. ISSN: 00359254.
- Sadek, F. y Simiu, E. (2002). "Peak Non-Gaussian Wind Effects for Database-Assisted Low-Rise Building Design". En: *Journal of Engineering Mechanics* 128.5, págs. 530-539. ISSN: 0733-9399. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9399(2002)128:5(530).
- Sartini, L., Mentaschi, L. y Besio, G. (2015). "Comparing different extreme wave analysis models for wave climate assessment along the Italian coast". En: *Coastal Engineering* 100, págs. 37-47. ISSN: 03783839. DOI: 10.1016/j.coastaleng.2015.03.006.
- Scarrott, C. y MacDonald, A. (2012). "A review of extreme value threshold estimation and uncertainty quantification". En: *REVSTAT - Statistical Journal* 10.1, págs. 33-60. ISSN: 16456726.
- Simionato, C., Meccia, V., Guerrero, R., Dragani, W. y Nuñez, M (2007). "Rio de la Plata estuary response to wind variability in synoptic to intraseasonal scales: 2. Currents' vertical structure and its implications for the salt wedge structure". En: *Journal of Geophysical Research: Oceans* 112.C7.
- Simiu, E. y Scanlan, R. H. (1996). *Wind Effects on Structures - Fundamentals and Applications to Design*. New York: John Wiley & Sons New York: John Wiley & Sons, pág. 688. ISBN: 0471121576.

- Simiu, E., Hendrickson, E. M., Nolan, W. A., Olkin, I. y Spiegelman, C. H. (1985). "Multivariate Distributions of Directional Wind Speeds". En: *Journal of Structural Engineering* 111.4, págs. 939-943. ISSN: 0733-9445. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1985)111:4(939).
- Smirnoff, H. (1939). "Sur les Écarts de la Courbe de la Distribution Empirique". En: *Receuil Mathématique* 6, págs. 3-26.
- Smith, R. (2001). *Environmental Statistics*. Inf. téc. University of North Carolina, pág. 377.
- Solari, S. y Losada, M. A. (2012). "A unified statistical model for hydrological variables including the selection of threshold for the peak over threshold method". En: *Water Resources Research* 48.10. ISSN: 00431397. DOI: 10.1029/2011WR011475.
- Solari, S., Egüen, M. y Losada, M. Á. (2016). "Threshold estimation using goodness of fit p-value". En: *Manuscript submitted for publication*.
- Solari, S. y Losada, M. Á. (2016). "Simulation of non-stationary wind speed and direction time series". En: *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 149, págs. 48-58. ISSN: 01676105. DOI: 10.1016/j.jweia.2015.11.011.
- Thompson, P., Cai, Y., Reeve, D. y Stander, J. (2009). "Automated threshold selection methods for extreme wave analysis". En: *Coastal Engineering* 56.10, págs. 1013-1021. ISSN: 03783839. DOI: 10.1016/j.coastaleng.2009.06.003.
- Tuller, S. E. y Brett, A. C. (1984). "The Characteristics of Wind Velocity that Favor the Fitting of a Weibull Distribution in Wind Speed Analysis". En: *Journal of Climate and Applied Meteorology* 23.1, págs. 124-134. ISSN: 0733-3021. DOI: 10.1175/1520-0450(1984)023<0124:TCOWVT>2.0.CO;2.
- Turkstra, C. J. (1970). *Theory of Structural Design Decisions*. Solid Mechanics Division, University of Waterloo, págs. 1-124.
- Turkstra, C. J. y Madsen, H. O. (1980). "Load Combinations in Codified Structural Design". En: *Journal of the Structural Division* 106.12, págs. 2527-2543. ISSN: 00448001.
- Vanmarcke, E. H. (1975). "On the Distribution of the First-Passage Time for Normal Stationary Random Processes". En: *Journal of Applied Mechanics* 42.1, págs. 215-220. ISSN: 00218936. DOI: 10.1115/1.3423521.
- Vera, C. S., Vigliarolo, P. K. y Berbery, E. H. (2002). "Cold season synoptic-scale waves over subtropical South America". En: *Monthly Weather Review* 130.3, págs. 684-699.
- Vílchez, M., Clavero, M., Baquerizo, A. y Losada, M. A. (2016). "An approximation to the statistical behavior of wind waves in front and from the toe of the structure to the toe of the crown of non-overtopped breakwaters". En: *Manuscript submitted for publication*.

- Wahl, T., Jain, S., Bender, J., Meyers, S. D. y Luther, M. E. (2015). "Increasing risk of compound flooding from storm surge and rainfall for major US cities". En: *Nature Climate Change* 5, July, págs. 1-6. ISSN: 1758-678X. DOI: 10.1038/nclimate2736.
- Weibull, W. (1939). "A statistical theory of strength of materials". En: *Journal of applied mechanics* 151, págs. 1-45.
- Wilson, E. L., Der Kiureghian, A. y Bayo, E. P (1981). "A replacement for the SRSS method in seismic analysis". En: *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 9, págs. 18-194. ISSN: 00988847. DOI: 10.1002/eqe.4290090207.
- Winterstein, S. R. (1988). "Nonlinear vibration models for extreme and fatigue". En: *Journal of Engineering Mechanics* 114.10, págs. 1772-1790. ISSN: 0733-9399. DOI: 10.1061/\%28ASCE\%290733-9399\%281988\%29114\%3A10\%281772\%29.
- Yang, L. y Gurley, K. R. (2015). "Efficient stationary multivariate non-Gaussian simulation based on a Hermite PDF model". En: *Probabilistic Engineering Mechanics* 42, págs. 31-41. ISSN: 18784275. DOI: 10.1016/j.probenmech.2015.09.006.
- Yang, L., Gurley, K. R. y Prevatt, D. O. (2013). "Probabilistic modeling of wind pressure on low-rise buildings". En: *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 114, págs. 18-26. ISSN: 01676105. DOI: 10.1016/j.jweia.2012.12.014.
- Zheng, F., Westra, S., Leonard, M. y Sisson, S. A. (2014). "Modeling dependence between extreme rainfall and storm surge to estimate coastal flooding risk". En: *Water Resources Research* 50.3, págs. 2050-2071.