



*UGR*

Universidad  
de **Granada**

**TRABAJO DE FIN DE GRADO**

**GRADO EN EDUCACIÓN PRIMARIA**

**PROYECTO: MANIPULATIVOS EN EL AULA DE  
ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD PARA EDUCACIÓN  
PRIMARIA**

**Jennifer Almirón Castaño**

## ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN .....	1
2. MARCO CURRICULAR.....	2
3. INVESTIGACIONES PREVIAS .....	3
4. PROYECTO: JUEGOS PROBABILÍSTICOS .....	5
4.1. Muestra y situación sociocultural .....	5
4.2. Descripción de las actividades .....	6
4.2.1. Actividad con bolas.....	6
4.2.2. Actividad con dados.....	7
4.2.3. Actividad con monedas.....	8
5. ANÁLISIS DEL PROYECTO .....	9
5.1 Actividad con bolas .....	9
5.2. Actividad con dados .....	12
5.3. Actividad con monedas.....	15
6. CONCLUSIONES.....	17
REFERENCIAS .....	19

## RESUMEN

Las matemáticas siempre han sido esa asignatura pendiente de la mayoría del alumnado, pero, ¿cuál es el motivo? Quizá algunos defiendan que el problema está en la asignatura en sí y sus contenidos y por otro lado, los hay que defienden que el problema está en la forma de enseñarla.

El objetivo de este proyecto es poner en juego y analizar diferentes materiales manipulativos para abordar el tema de estadística y probabilidad. Con este proyecto se darán a conocer las intuiciones y nociones probabilísticas de los alumnos de un curso determinado, además de facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje de aquellos contenidos referidos a dicho tema. Todo esto se llevará a cabo mediante una metodología motivadora y activa, en la que el alumno construye significativamente su propio aprendizaje.

### 1. INTRODUCCIÓN

La Probabilidad y Estadística es un tema que atrae a los niños pero que siempre se deja para final de curso, provocando esto que en numerosas ocasiones no se vea con profundidad dicho tema. Las nociones que tienen los alumnos sobre probabilidad y estadística cada vez son menores y esto puede deberse a la falta de conocimientos por parte del profesorado y la falta de recursos didácticos que motiven la enseñanza-aprendizaje de este tema.

El cometido de este trabajo es buscar y analizar diferentes recursos manipulativos que sirvan como recursos didácticos para apoyar el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos relacionados con la probabilidad y estadística. Por lo tanto, este trabajo cuenta con tres objetivos principales:

1. Buscar aquellos recursos manipulativos que faciliten el aprendizaje de la probabilidad y estadística.
2. Utilizar dichos recursos en el aula de primaria, poniéndolos a prueba.
3. Analizar la eficacia de estos recursos a la hora de adquirir conocimientos de probabilidad y estadística, evaluándolos uno a uno.

A los motivos señalados anteriormente, Serradó, Azcárate y Cardeñoso (2006) añaden la falta de tiempo para ver todos los temas y por consecuencia no ver el tema de probabilidad y estadística ya que siempre se coloca al final del temario. Como docentes, la profesión requiere cumplir con el currículo base y los contenidos marcados en el BOE, incluyendo en estos contenidos los referidos a estadística y probabilidad.

La finalidad de este trabajo es facilitar información a los docentes o futuros docentes acerca de recursos y estrategias metodológicas disponibles a la hora de enseñar estadística y probabilidad en el aula de primaria, haciendo que tanto enseñanza como aprendizaje sean más amenas y los alumnos disfruten jugando mientras aprenden esos contenidos que siempre se suelen pasar por alto. Es por esta razón por la que el proyecto se llevará a cabo con 26 alumnos y un maestro en un aula de primaria, a final del tercer trimestre, para comprobar de primera mano la funcionalidad de estos recursos y el uso que se le puede dar tanto por parte de los alumnos como del maestro del aula.

## 2. MARCO CURRICULAR

Tal es la importancia de la estadística, que en el currículo oficial se le ha dedicado el quinto bloque de contenidos a ésta llamado *Estadística y Probabilidad*

En el Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria, concretamente dentro del “Bloque 5. Estadística y Probabilidad”, se recogen tanto los contenidos específicos, como los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la probabilidad, que se mencionan a continuación:

Tabla 1. Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
-Carácter aleatorio de algunas experiencias. -Iniciación intuitiva al Cálculo de la probabilidad de un suceso.	- Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro, más o menos probable) de situaciones sencillas en las que intervenga el azar y comprobar dicho resultado.  - Observar y constatar que hay sucesos imposibles, sucesos que con casi toda seguridad se producen, o que se repiten, siendo más o menos probable esta repetición.	-Identifica situaciones de carácter aleatorio.  - Realiza conjeturas y estimaciones sobre algunos juegos (monedas, dados, cartas, lotería...).  - Resuelve problemas que impliquen dominio de los contenidos propios de estadística y probabilidad, utilizando estrategias heurísticas, de razonamiento (clasificación, reconocimiento de las relaciones, uso de contraejemplos), creando conjeturas, construyendo, argumentando, y tomando decisiones, valorando las consecuencias de las mismas y la conveniencia de su utilización.

Especificando un poco más, se desglosa a continuación los contenidos de probabilidad, por ciclos, haciendo hincapié en aquellos que pertenecen al segundo y tercer ciclo de primaria:

➤ *Segundo ciclo:*

- Sucesos posibles y sucesos imposibles.
- Realización de estimaciones sobre algunos juegos y sucesos.
- Confianza en las propias posibilidades y curiosidad, interés y constancia en la interpretación de datos presentados de forma gráfica.
- Curiosidad por comparar los resultados de las estimaciones y la realidad en algunos sucesos.

➤ *Tercer ciclo:*

- Carácter aleatorio de algunas experiencias.
- Iniciación intuitiva al cálculo de la probabilidad de un suceso.
- Valoración de la importancia de analizar críticamente las informaciones que se presentan a traves de gráficos estadísticos.

### **3. INVESTIGACIONES PREVIAS**

Según Holmes (2002), ya en 1961 la enseñanza de la estadística y la probabilidad se implantó en el currículo de forma opcional para aquellos estudiantes ingleses, con edades comprendidas entre los 16 y los 19 años, que querían especializarse en matemáticas. Este mismo autor, junto con el equipo con el que realizó el proyecto School Council Project (Holmes, 1980) argumenta que existe la necesidad de iniciar la enseñanza de la estadística desde los primeros cursos de primaria, ya que ayuda a adquirir la capacidad para leer e interpretar tablas y gráficos, fomenta el razonamiento crítico, es útil profesionalmente y ayuda a comprender los temas restantes del currículo. Todo ello ha dado lugar a que aumente el interés por aprender y enseñar estadística lo antes posible para adquirir así una *cultura estadística*.

Tal y como se indica en el proyecto GAISE (Franklin y col., 2007) la estadística tiene un objetivo principal que es el de ayudar a aprender los elementos básicos del pensamiento estadístico, es decir, la necesidad e importancia de los datos, la omnipresencia de la variabilidad y la cuantificación y explicación de la misma. Watson (2006) defiende la importancia de que los alumnos se enfrenten a problemas de

estadística enmarcados en un contexto concreto y significativo para aprender así, de una forma más eficaz, dichos elementos del pensamiento estadístico.

El razonamiento estadístico es una parte esencial del aprendizaje de la estadística y que, además, integra cinco componentes fundamentales, que según Wild y Pfannhuch (1999) son: reconocer la necesidad de los datos, la transnumeración, la percepción de la variación, el razonamiento con modelos estadísticos y la integración de la estadística y el contexto.

Para adquirir estos componentes del razonamiento estadístico, una buena opción es el trabajo en clase mediante proyectos. Con este método, primero se plantea un problema para posteriormente decidir sobre los datos que se quieren recoger. Una vez recogidos estos datos, se analizan y se obtienen unas conclusiones sobre el problema que se planteó al principio.

Existen una serie de razones que defienden el uso de proyectos para la enseñanza de estadística. Esas razones son las siguientes:

- Como señalan Anderson y Loynes (1987), la estadística es inseparable de sus aplicaciones, y su justificación final es su utilidad en la resolución de problemas externos a la propia estadística.
- Aplicar los conocimientos matemáticos es una habilidad compleja y difícil ya que requiere, además de conocimientos técnicos, conocimientos estratégicos. En los libros de texto sólo se encuentran ejercicios del primer tipo, mientras que en los proyectos se combinan ambos mediante la realización de preguntas tales como (Graham,1987): ¿Cuál es mi problema? ¿Necesito datos? ¿Cuáles? ¿Cómo los obtengo? ¿Qué significa este resultado en la práctica?

Según Holmes (2002) los alumnos se ven beneficiados al trabajar la estadística mediante proyectos ya que esta técnica les permite contextualizar la estadística, refuerza su interés, comprenden mejor qué son los datos reales y les muestra que la estadística no se reduce a contenidos meramente matemáticos.

Cualquiera que sea el proyecto que se elija para trabajar en el aula, este debe de tener las siguientes características: ser realista, abierto y apropiado al nivel del alumno.

Para empezar con un proyecto lo primero que se debe hacer es plantear un problema que sea práctico y que comparta las mismas características mencionadas anteriormente.

Tras la fase de planteamiento del problema, se inicia la siguiente fase en la que se plantean preguntas sobre el problema. Esta fase es una de las más difíciles y es por ello que el profesor ayuda a los alumnos a pasar de un tema general a una pregunta que pueda contestarse.

Existe una lista de puntos a tener en cuenta a la hora de plantear esas preguntas:

- ¿Qué quieres probar? ¿Qué tienes que medir/observar/ preguntar?
- ¿Qué datos necesitas? ¿Cómo encontraras tus datos? ¿Qué harás con ellos?
- ¿Crees que puede hacerlo? ¿Encontrarás problemas? ¿Cuáles?
- ¿Podrás contestar tu pregunta? ¿Para qué te servirán los resultados?

No todos los datos se consiguen con la información que el profesor proporciona, por lo que los alumnos tendrán que recoger esos datos que le faltan de diversas fuentes y mediante variadas técnicas, poniendo así en juego la competencia digital, entre otras.

## **4. PROYECTO: JUEGOS PROBABILÍSTICOS**

### **4.1. Muestra y contexto sociocultural**

#### *➤ Entorno Urbano*

El centro en el que se ha realizado el proyecto es el C.E.I.P. Caminillo. Este centro se sitúa en la localidad granadina de Loja, la cual se encuentra a unos 60 kilómetros de la capital. En esta localidad podemos encontrar cinco colegios de Educación Infantil y Primaria, además de tres Institutos de Educación Secundaria. El centro escolar se sitúa en pleno centro de la localidad, por lo que a él acuden alumnos de familias con un nivel socio-económico medio.

#### *➤ Alumnado*

Se trata de un centro escolar de línea dos. En cada clase hay una media de ratio de 25 alumnos. El proyecto ha sido realizado concretamente a los alumnos de 5º curso de Educación Primaria. Esta clase cuenta con 26 alumnos, dos de ellos con NEE con retraso cognitivo, que reciben apoyo en las áreas instrumentales.

En este caso el proyecto lo han realizado los 26 alumnos, incluidos los alumnos con NEE

## 4.2. Descripción de las actividades

A continuación se explican una serie de juegos y actividades que sirven de ayuda a los alumnos para la comprensión de conceptos relacionados con la probabilidad. Además, se pretende observar la intuición probabilística que presentan los alumnos ante cada actividad. Para dichas actividades, se han utilizado cuatro materiales manipulativos comúnmente conocidos en actividades de probabilidad. Estos son: bolas de colores, dado de seis caras y monedas.

### 4.2.1. ACTIVIDAD CON BOLAS

- *Título:* ¡Atrapa la bola!
- *Número de participantes:* todo el grupo y se dividen en cuatro equipos.
- *Edad:* entre 10 y 12 años.
- *Espacio:* la pista de fútbol.
- *Material:* Dos cajas de diferente tamaño y bolas de diferentes colores.
- *Descripción:* En esta actividad se mezclan el tradicional juego del pañuelo y la probabilidad. La variante del juego es que en vez de usar un pañuelo se usarán dos cajas con bolas de diferentes colores. En cada caja habrá dos bolas verdes, dos bolas azules, dos bolas amarillas y una bola rosa. Cada color tiene un valor distinto, tal y como se puede observar en la figura 1

Verde	1 punto
Azul	2 puntos
Amarillo	3 puntos
Rosa	4 puntos

Figura 1. Tabla de puntos

Por lo tanto en cada caja habrá 7 bolas, tal y como se puede ver en la figura 2, con un total de 16 puntos.



Figura 2. Cajas y bolas.

Empezaremos dividiendo al grupo en cuatro equipos, que serán divididos al azar mediante la utilización de pinzas de colores.

En la mitad del campo se situarán dos de estos equipos y los otros dos equipos esperarán su turno jugando a la rayuela. En mitad del campo, entre los dos equipos, se situará el maestro y las dos cajas de bolas. Se pedirá a los alumnos que se enumeren del 1 al 6 y se les explicará que en el momento en el que escuchen su número deberán ir corriendo a donde se encuentran las cajas. El primero que llegue de los dos equipos coge una bola de la caja que escoja sin mirar y el jugador del equipo contrario deberá coger una bola de la otra caja. Las bolas se las mostrarán al maestro, el cual anotará los puntos que consigue cada equipo.

Tras el juego se sentarán todos alrededor del maestro y contestarán a una serie de preguntas.

El truco del juego es que los alumnos deben poner en juego los conocimientos sobre probabilidad para ganar, ya que si de una caja ya han sacado la bola rosa, que tiene la mayor puntuación, esa bola ya no volverá a estar más ahí, y por tanto deberán acudir a la otra caja e intentar coger la bola rosa. Se pretende con este juego que los alumnos vayan observando en todo momento en qué caja hay más puntos, y por tanto, más posibilidades de ganar.

#### **4.2.2. ACTIVIDAD CON DADOS**

- *Título:* Carrera de caballos
- *Número de participantes:* dos equipos
- *Edad:* 10-12 años
- *Espacio:* clase
- *Material:* tablero, dos dados y una ficha para cada jugador.
- *Descripción:* Se trata de una carrera en la que participan 12 caballos. El movimiento de los caballos queda determinado por los resultados obtenidos al lanzar dos dados. Tras cada tirada se suman las puntuaciones de los dados y avanza un lugar el caballo que ocupa la casilla cuyo número coincide con dicha suma.

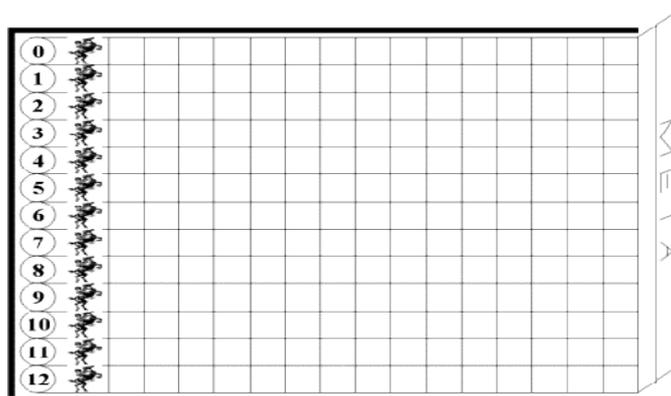


Figura 3. Tablero de carrera de caballos

Antes de empezar a jugar se le entrega a cada grupo un tablero, dos dados, y las tablas para anotar los resultados. Tras esto se les indicará a los alumnos que deben apostar por un caballo y anotarlo.

Una vez hechas las apuestas se da comienzo el juego: se lanzan sucesivamente los dos dados y se suman las cantidades; se moverá el caballo que ocupe la posición de la suma obtenida. Así hasta que uno de los caballos llega a la meta. En este juego se va a practicar además las tablas de frecuencia, por lo que los alumnos deben ir anotando los números que van saliendo para, al finalizar cada carrera, elaborar una tabla de frecuencias. Esta tabla de frecuencias servirá para, posteriormente, analizar el juego entre todos. Al terminar la partida se anotan los resultados y tras esto se vuelve a repetir el proceso.

Finalmente se analizará la actividad con todos los alumnos conjuntamente con el fin de que comprendan los resultados que se han obtenido.

#### 4.2.3. ACTIVIDAD CON MONEDAS

- *Título:* Gran Premio Mateprix.
- *Número de participantes:* 3
- *Edad:* 10-12 años
- *Espacio:* clase
- *Materiales:* tablero, una moneda y tres fichas diferentes.
- *Descripción:* Se harán grupos de tres y se les entregará un tablero como el de la figura 6, tres fichas diferentes, una moneda y las tablas para anotar los resultados a cada grupo.

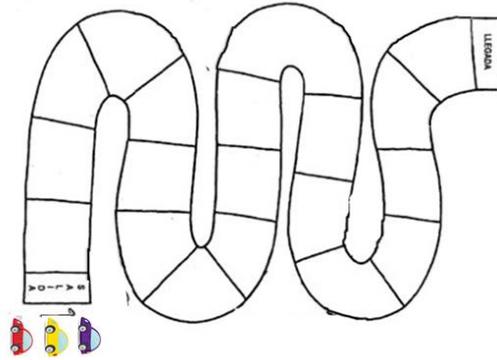


Figura 4. Tablero de carrera de coches

A continuación, se explica el juego a toda la clase de la siguiente forma: “En la línea de salida se encuentran situados tres coches: uno morado, uno amarillo y otro rojo. Estos coches no tienen motor, por lo que se mueven siguiendo una estrategia: el coche de color morado se moverá cuando, al lanzar dos veces la moneda, una vez salga cara y otra cruz; el de color amarillo lo hará cuando salga dos veces cruz y, el de color rojo, lo hará cuando salga dos veces cara.”

Cada uno de los jugadores elige su coche. En caso de que no haya acuerdo, se realiza un sorteo para asignar los coches a los jugadores. A continuación comienza el juego, conforme a las reglas que se indican más arriba. Al terminar el juego se anota el número de la casilla en la que está situado cada coche al finalizar la carrera.

Se repiten los pasos del apartado anterior dos o tres veces más: cada equipo disputará un mínimo de tres carreras.

Finalmente se analizará la actividad conjuntamente para que los alumnos comprendan porqué se han obtenido esos resultados.

## 5. ANÁLISIS DEL PROYECTO

### 5.1. Actividad con bolas

Tras el juego se dio paso a una ronda de preguntas para, entre todos, analizar el juego, con la finalidad de comprobar la intuición probabilística que tienen los alumnos sobre sucesos probables e improbables.

A continuación se da paso a mostrar las preguntas y las respuestas de los alumnos:

1. *¿Qué posibilidad hay de sacar una bola naranja de las cajas?*

A esta pregunta todos contestaron correctamente indicando que sacar una bola naranja era un suceso imposible ya que en las cajas solo había bolas verdes, azules, amarillas y rosas.

2. *¿De qué hay más probabilidad, de sacar una bola amarilla o una bola rosa?*

Con esta pregunta se pretende comprobar que los alumnos no confunden el valor de las bolas con la cantidad de bolas que había en cada caja.

Todos contestaron que había más probabilidad de sacar una bola amarilla, ya que en cada caja había dos bolas de ese color, mientras que solo había una bola rosa en cada caja.

3. *¿Influye el tamaño de la caja en la probabilidad de sacar cualquier bola?*

Aquí se buscaba comprobar que no confundían el tamaño de la caja con la probabilidad de sacar cualquier bola. A esta pregunta no todos contestaron correctamente, ya que algunos defendía que la probabilidad de sacar, por ejemplo la bola rosa, aumentaba en la caja pequeña con respecto a la grande; otros tantos abogaban por lo contrario. La mayoría de los alumnos que contestaron correctamente, explicaron a los demás por qué no influye el tamaño de la caja en la probabilidad.

4. *¿Por qué intentabais llegar primero?*

Con esta pregunta se pretendía ver si los alumnos realmente intentaban llegar primero por algún motivo concreto o simplemente por el hecho de ser primeros en una carrera.

Ante esta pregunta, casi todos los alumnos contestaron lo mismo: “para poder escoger caja”. Otros tantos, indicaron que no les importaba llegar los primeros ya que sabían que iban a coger bola igualmente.

5. *¿Cuándo escogíais la caja al llegar primero, lo hacíais con algún motivo o lo hacíais al azar?*

Con esta pregunta se buscaba conocer cuál era el pensamiento que tenían los alumnos en el momento en el que se le indicaba que debían escoger caja. De esta forma se podía averiguar si jugaban con alguna estrategia o si, por el contrario, carecían de ella.

Casi el 80% de los alumnos argumentaban que si escogían caja, podían elegir aquella que tuviera las bolas con más puntos. Por tanto aquí se puede deducir que la mayoría de los alumnos jugaban con la estrategia de ir contando las bolas que iban saliendo y las que quedaban en cada caja. Además, entre compañeros de equipo se ayudaban a contar las bolas. Que los alumnos siguieran esta estrategia era una de las principales finalidades del juego.

#### 6. *¿Qué habéis aprendido con el juego?*

Esta pregunta se realizó con el fin de que los alumnos reflexionaran sobre el juego y lo que podían aprender con él. Ésta ha sido la pregunta con las repuestas más variadas, aquí muestro algunas:

- “Es importante jugar en equipo ya que entre todos llevábamos el recuento de las bolas”
- “Podemos aprender jugando y pasándolo muy bien”
- “Las matemáticas pueden ser divertidas”
- “Algunos juegos tienen su truco y lo importante es pensar cuál será ese truco para poder ganar”
- “Hay que pensar antes de actuar”
- “Los maestros dedican mucho tiempo preparando actividades para motivarnos a aprender y eso hay que valorarlo”

#### ✓ **¿Es eficaz este recurso?**

Para valorar si este recurso es eficaz, se han tenido en cuenta los siguientes puntos:

- *Dificultad de elaboración del material:* esta actividad ha requerido la elaboración manual por parte del docente de los materiales que se han necesitado, tanto las cajas como las bolas y la cartulina, ya que estos materiales no se encontraban en el centro. Los materiales utilizados son muy comunes y por lo tanto no ha habido dificultad para encontrarlos ni para su elaboración.
- *Aprendizaje por parte de los alumnos:* con estos recursos manipulativos se ha creado una actividad en la que los alumnos han podido visualizar aquellos conceptos relacionados con la probabilidad, tales como suceso imposible, seguro y posible. Además, para poder ganar, debían utilizar su intuición probabilística. Una vez finalizada la actividad todos comprendieron mucho mejor los conceptos

mencionados anteriormente. El docente también aprende con esta actividad, ya que ve cómo los alumnos piensan e intuyen.

- Motivación: en todo momento los alumnos han estado muy motivados haciendo esta actividad, ya que para ellos era un juego muy divertido. Por parte del docente también hay motivación, ya que se emplea una forma distinta e innovadora de enseñar, en la cual los alumnos juegan mientras aprenden, sin apenas darse cuenta de ello.
- Inconvenientes: el único inconveniente de esta actividad es que requiere que se realice en un espacio amplio, ya sea el patio o el gimnasio del centro. En el caso de que ambos estén ocupados la actividad se tendría que realizar otro día y por tanto la programación de aula se verá afectada.

Teniéndose en cuenta todos estos puntos, este recurso manipulativo se puede considerar como eficaz y útil, siempre y cuando se planee con tiempo.

## **5.2. Actividad con dados**

Al finalizar la actividad se realizaron las siguientes preguntas a los alumnos. Con ellas se pretendía, principalmente, conocer la capacidad de razonar de los alumnos sobre la probabilidad de sacar diferentes sumas al lanzar dos dados.

A continuación, se muestran las preguntas y respuestas obtenidas por los alumnos:

### *1. ¿Por qué motivo habéis elegido el primer caballo?*

Esta pregunta se realizó para averiguar si los alumnos habían elegido con algún criterio el caballo con el que iban a hacer la primera carrera.

Para elegir caballo se les indicó que podían coincidir varias personas con el mismo caballo, ya que, de lo contrario, se obligaba a asignar un caballo a cada alumno, teniendo esto dos desventajas; la primera era que no todos estaban contentos con el número del caballo; y la segunda y más importante, es que si se hubiese hecho de ese modo no se podría conocer las intenciones del alumno a la hora de elegir caballo.

Ante esta pregunta muchos contestaron que habían elegido el número al azar, otros indicaron que el número que habían elegido era su número favorito. Llama la atención que varios alumnos eligieron el caballo número 1, a pesar de conocer las instrucciones del juego con antelación; esto lleva a pensar que no eran conscientes de las reglas del juego, y por tanto no pensaron que el caballo número 1 era imposible que se moviese.

2. *¿Hay algún caballo que no se haya movido de su posición inicial en todas las carreras? ¿Por qué ocurre esto?*

Esta pregunta se realizó con el fin de que los alumnos observaran que no todos los caballos se movían.

A esta pregunta todos contestaron que el caballo 0 y el caballo 1 no se movían y que eso se debía a que, al lanzar dos dados, la suma mínima era  $1+1=2$ ; por lo tanto esos caballos nunca iban a moverse.

3. *¿Crees que todos los caballos tienen las mismas posibilidades de ganar? En caso negativo, ¿qué caballos crees que tienen más posibilidades? ¿Sabrías decir por qué sucede eso?*

Al realizar esta pregunta, y a modo de recordar lo visto el año anterior en clase, se elaboró una tabla de frecuencias. Se pidió a cada grupo que anotara durante las carreras la posición en la que quedaba cada caballo, para que, llegado este momento lo indicara y se anotara en la pizarra. Finalmente, en la tabla de frecuencias, se pudo ver que unos caballos se habían movido más que otros.

Por lo tanto, a esta pregunta contestaron que no todos tienen las mismas posibilidades de ganar, ya que el caballo 7 había ganado 3 de las 4 veces mientras que el caballo 2 sólo se había movido 5 veces en las 4 carreras. Se les preguntó por qué sucedía eso y no supieron contestar. Para explicarles esto, se elaboró una tabla como la de la figura 9.

RESULTADO	SUMAS
0	X
1	X
2	(1+1)
3	(1+2), (2+1)
4	(1+3), (2+2), (3+1)
5	(1+4), (2+3), (3+2), (4+1)
6	(1+5), (2+4), (3+3), (4+2), (5+1)
7	(1+6), (2+5), (3+4), (4+3), (5+2), (6+1)
8	(2+6), (3+5), (4+4), (5+3), (6+2)
9	(3+6), (4+5), (5+4), (6+3)
10	(4+6), (5+5), (6+4)
11	(5+6), (6+5)
12	(6+6)

Figura 5. Tabla de sumas al lanzar dos dados

4. Al lanzar los dados y sumar los puntos, ¿hay sumas que aparecen más a menudo que otras o salen todas más o menos con la misma frecuencia?

Esta pregunta la contestaron correctamente ya que con la pregunta anterior se les explicó las diferentes combinaciones que hay para cada suma y pudieron observar que los caballos de los extremos (2 y 12) tienen menos combinaciones de sumas que los caballos del centro (6, 7 y 8).

5. ¿Has mantenido tu apuesta en todas las carreras? ¿Por qué?

Con esta pregunta se pudo observar tres tipos de respuesta:

- Algunos de aquellos que perdían en las carreras optaban por cambiar al caballo que ganaba en la anterior carrera, argumentando que el caballo que habían elegido no era una buena opción y preferían cambiar a otro y probar suerte.
- Otros de los que perdían seguían manteniendo su apuesta por el mismo caballo, argumentando que no siempre iba a ganar el mismo caballo y puede que en la siguiente carrera fuera su caballo el ganador.
- Los que ganaban siempre se quedaban con su caballo, argumentando que si ya había ganado una vez, ¿por qué no iba a hacerlo más?

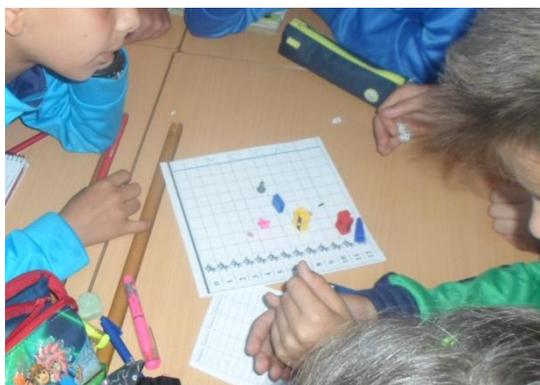


Figura 6. Actividad realizada en clase

✓ **¿Es eficaz este recurso?**

Para valorar si este recurso es eficaz, se han tenido en cuenta los mismos puntos que para la actividad anterior:

- Dificultad de elaboración del material: esta actividad apenas ha requerido una elaboración previa, ya que sólo se debía imprimir el tablero y buscar los dados.

- Aprendizaje por parte de los alumnos: con estos recursos manipulativos se ha creado una actividad en la que los alumnos han podido visualizar aquellos conceptos relacionados con la probabilidad , tales como suceso imposible, seguro y posible; y de la estadística: tabla de frecuencias y moda. Además, para poder ganar, debían utilizar su intuición probabilística. Una vez finalizada la actividad todos comprendieron mucho mejor los conceptos mencionados anteriormente.El docente también aprende con esta actividad, ya que ve cómo los alumnos piensan e intuyen.
- Motivación: en todo momento los alumnos han estado muy motivados haciendo esta actividad, ya que para ellos era un juego muy divertido. Por parte del docente también hay motivación, ya que se emplea una forma distinta e innovadora de enseñar, en la cual los alumnos juegan mientras aprenden, sin apenas darse cuenta de ello.
- Inconvenientes: uno de los inconvenientes de esta actividad es que los alumnos no sumen correctamente los dados por la velocidad del juego, y por tanto no obtener los resultados que se esperan.

Analizando los pros y contras de esta actividad, hay que decir que es un recurso muy eficaz y bastante útil.

### **5.3. Actividad con monedas**

Al finalizar la actividad con los alumnos se da paso a su análisis. Para ello se han utilizado las siguientes preguntas con el fin de conocer si los alumnos han razonado sobre la probabilidad que tiene cada coche de moverse:

1. *¿Con qué motivo habéis escogido el coche en la primera carrera? ¿Y en las siguientes?*

La mayoría eligieron el coche por su color favorito, aunque otros lo eligieron pensando en la probabilidad que podía tener ese coche para ganar, argumentando que los que se movían con doble cara o doble cruz era más difícil que se moviesen. En las siguiente carreras, la mayoría quería cambiar al coche morado, porque se movía más veces que los demás.

2. *¿Te parecen justas las reglas del juego? ¿Por qué?*

A esta pregunta todos contestaron que no eran justas porque unos coches se movían muchas más veces que otros y, para que las reglas fuesen justas, todos los coches se deberían de mover, más o menos, la misma cantidad de veces.

3. *¿Crees que todos los coches tienen las mismas posibilidades de ganar la carrera? ¿Por qué crees que ocurre esto?*

Todos acertaron a decir que no todos tienen las mismas posibilidades de ganar, ya que, como antes ciertamente contestaron, unos se mueven más veces que otros; concretamente el coche morado, que era el que se movía cuando salía una vez cara y otra cruz, era el que tenía más posibilidades de ganar.

A la pregunta “¿Por qué crees que ocurre esto?” no todos contestaron correctamente, de hecho, sólo 9 de los 26 alumnos contestaron correctamente. La respuesta errónea más común era la siguiente:

*“Se mueven menos los coches que, al lanzar la moneda dos veces, esas dos veces el resultado es el mismo, porque esto es más difícil que pase que si al lanzar la moneda salen dos resultados distintos”*

Sin embargo, aquellos alumnos que contestaron bien a la pregunta se ayudaron con el ejemplo de la actividad con dados (carrera de caballos) para explicarlo:

*“Se mueve más el coche morado, porque, al igual que el caballo número 7 tenía más formas de que al sumar los dados diera 7, este coche tiene más formas de moverse que los demás. Mientras que el coche rojo solo se mueve cuando el resultado es doble cara y el amarillo es doble cruz, el coche morado se mueve tanto cuando sale cara/cruz como cruz/cara; es decir, de 4 posibilidades, el coche morado se mueve con dos de ellas y los demás con solo una.”*

Con esta respuesta, todos los alumnos lo entendieron y compararon esta actividad con la actividad de la carrera de caballos y comprendieron aún mejor los resultados obtenidos.

✓ **¿Es eficaz este recurso?**

Para valorar si este recurso es eficaz, se han tenido en cuenta los mismos puntos que para la actividad anterior:

- *Dificultad de elaboración del material:* esta actividad apenas ha requerido una elaboración previa, ya que sólo se debía imprimir el tablero y buscar las monedas.
- *Aprendizaje por parte de los alumnos:* con estos recursos manipulativos se ha creado una actividad en la que los alumnos han podido visualizar aquellos conceptos relacionados con la probabilidad y estadística. Además, para poder ganar, debían utilizar su intuición probabilística. Con esta actividad los alumnos recordaron lo visto en la actividad con dados. El docente también aprende con esta actividad, ya que ve cómo los alumnos piensan e intuyen.
- *Motivación:* en todo momento los alumnos han estado muy motivados haciendo esta actividad, ya que para ellos era un juego muy divertido. Por parte del docente también hay motivación, ya que se emplea una forma distinta e innovadora de enseñar, en la cual los alumnos juegan mientras aprenden, sin apenas darse cuenta de ello.
- *Inconvenientes:* uno de los inconvenientes de esta actividad es que los alumnos tienen que repartirse los coches y esto puede generar disputas ya que varios querrán el mismo coche. Otro de los inconvenientes es que esta actividad sólo ha servido como complemento, ya que se realizó después de la “carrera de caballos” la cual tiene una dinámica de juego muy parecida.

Analizando las ventajas e inconvenientes de este recurso, también se puede decir que es eficaz y útil.

## **6. CONCLUSIONES**

Con este trabajo se ha pretendido llevar a cabo un proyecto de estadística y probabilidad en un aula del tercer ciclo de primaria. El proyecto ha consistido en utilizar diferentes recursos y materiales para abordar los contenidos relacionados con el Bloque 5 del área de Matemáticas: “Estadística y Probabilidad”, además de comprobar las ideas previas de los alumnos y sus intuiciones probabilísticas. Con este proyecto se han cumplido cada

uno de los 3 objetivos que se pretendían conseguir con este trabajo de la siguiente forma:

*Objetivo 1: Buscar aquellos recursos manipulativos que faciliten el aprendizaje de la probabilidad y estadística.*

Mediante la búsqueda de los mejores recursos manipulativos para la enseñanza de probabilidad y estadística, se han conseguido realizar tres actividades significativas. Para la elaboración de dichas actividades ha sido necesario consultar el currículo oficial básico de educación primaria, centrándonos en la nueva normativa LOMCE.

*Objetivo 2: Utilizar dichos recursos en el aula de primaria, poniéndolos a prueba.*

*Objetivo 3: Analizar la eficacia de estos recursos a la hora de adquirir conocimientos de probabilidad y estadística, evaluándolos uno a uno.*

Una vez elaboradas las actividades, se han llevado al aula del tercer ciclo con todo los materiales que requería cada una. Con cada una de estas actividades se ha podido comprobar, por un lado las intuiciones probabilísticas que tienen los alumnos, poniéndolos a prueba en cada una de las actividades realizadas. Además se han podido conocer las ideas previas y los contenidos que habían estudiado en cursos anteriores. Y, por otro lado, la eficacia de las actividades ya que han contribuido a la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje, facilitando este proceso tanto a alumnos como al propio maestro. En todo este proceso se ha puesto en juego la motivación de los alumnos por aprender, ya que con el uso de este proyecto, tal y como defendían Batanero y Díaz (2004) y Batanero et al. (2011), se rompe con la enseñanza tradicional y se apuesta por una enseñanza innovadora, en la que los niños pueden aprender divirtiéndose y comprobando, por ellos mismos, todo aquello que se explica en clase mediante juegos; de esta forma el aprendizaje es mucho más significativo.

Con este proyecto se ha demostrado que los alumnos, en general, tienen unos conocimientos previos escasos sobre estadística y probabilidad, afectando ello a su intuición probabilística. Además, queda constancia de que los contenidos relacionados con estadística y probabilidad resultan mucho más fáciles de comprender siempre y cuando vayan acompañados de algún recurso manipulativo o actividad dinámica; por ello es importante destacar el uso de proyectos en el aula.

## REFERENCIAS:

- Anderson, C. W. y Loynes, R. M. (1987). *The teaching of practical statistics*. New York: Wiley.
- Batanero, C. y Díaz, C. (2004). El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. En J. P. Royo (Ed.) *Aspectos didácticos de las matemáticas*.
- Batanero, C., Díaz, C., Arteaga, P. y Contreras, J.M. (2011). Enseñanza de la Estadística a través de Proyectos. En C. Batanero y C. Díaz (Eds.). *Estadística con proyectos*. Granada.
- Boletín Oficial del Estado (2014). *Real Decreto por el que se establece el currículo básico para la educación primaria*. Núm. 52. p. 19349.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M, y Scheaffer, R. (2005). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A Pre-K-12 curriculum framework*. Alexandria, VA: American Statistical Association. Online: [www.amstat.org/Education/gaise/](http://www.amstat.org/Education/gaise/).
- Graham, A. (1987). *Statistical investigations in the secondary school*. Cambridge: The Open University Centre for Mathematics Education.
- Holmes, P. (1980). *Teaching Statistics. 11-16*. Sloug: Foulsham Educational.
- Holmes, P. (2002). Some lessons to be learnt from curriculum developments in statistics. En B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching of Statistics*. [CD-ROM]. Ciudad del Cabo: International Association for Statistical Education.
- Watson, J. M. (2006). *Statistical literacy at school: Growth and goals*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.

**WEBGRAFÍA:**

Matemáticas. Gobierno de Aragón. Departamento de Industria e Innovación. [http://educativa.catedu.es/44700165/aula/archivos/repositorio/5250/5260/html/ud15/juegos\\_de\\_azar.html](http://educativa.catedu.es/44700165/aula/archivos/repositorio/5250/5260/html/ud15/juegos_de_azar.html)