

Conhecimento de futuros professores do 1.º e 2.º ciclo para ensinar probabilidades

Prospective primary teachers' knowledge to teach probability

José António Fernandes¹, María M. Gea² y Carmen Batanero²

¹Universidade do Minho, ²Universidade de Granada

Resumo

O estudo aqui apresentado teve por objetivo averiguar o conhecimento de futuros professores dos primeiros anos de escolaridade para ensinar probabilidades. Participaram no estudo 62 estudantes, futuros professores do 1.º e 2.º ciclo do ensino básico, que se encontravam a frequentar o 2.º ano do curso de Licenciatura em Educação Básica numa universidade do Norte de Portugal. Foi proposta uma tarefa para os estudantes resolverem, com duas questões: na primeira determinava-se a probabilidade de um acontecimento e na segunda averiguava-se a correção ou incorreção das resoluções de três alunos da mesma questão. Em termos de resultados, salienta-se o fraco desempenho dos estudantes, a existência de vários conflitos semióticos e a determinação correta da probabilidade repercutiu-se, mais frequentemente, na classificação correta das resoluções dos alunos.

Palavras-chave: futuros professores dos primeiros anos; conhecimento para ensinar; probabilidades.

Abstract

This study was aimed to evaluate the prospective primary teachers' knowledge to teach probability. The study included 62 students, prospective primary teachers, who were attending the 2nd year of the Bachelor's Degree in Basic Education at a university in the North of Portugal. The students were given a task to solve, with two questions: in the first one, they should determine the probability of an event and in the second, it is necessary to find out the correctness or incorrectness of three students' resolutions to the first question. Our results emphasize the poor performance of the prospective teachers, as well as the existence of several semiotic conflicts. The correct determination of probability was most often reflected in the correct classification of the students' resolutions.

Keywords: prospective primary school teachers; knowledge to teaching; probability.

1. Introdução

As Probabilidades constituem um tema útil no dia a dia das pessoas, representam um saber instrumental para outras disciplinas, constituem um conhecimento necessário a diferentes profissões e intervêm na tomada de decisões (Gal, 2005). No caso da Estatística, as Probabilidades desempenham um papel central na compreensão de qualquer procedimento inferencial. Esta ligação entre as Probabilidades e a Estatística, em termos de programas escolares, geralmente, têm-se refletido no estudo destes dois tópicos dentro de um único tema, tal acontece em Portugal no tema de Organização e Tratamento de Dados (Ministério da Educação e Ciência, 2013). Atualmente, este tema faz parte dos programas escolares de matemática de todos os anos escolares, desde o início do ensino básico até ao final do ensino secundário.

Consequentemente, a visibilidade desta temática, que se tem verificado nos últimos tempos, sobretudo no âmbito escolar, tem-se refletido num aumento significativo da investigação educacional relativa às questões da aprendizagem dos alunos em

Fernandes, J. A., Gea, M. M. y Batanero, C. (2017). Conhecimento de futuros professores do 1.º e 2.º ciclo para ensinar probabilidades. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en, enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html

estocástica. Contudo, apesar de menos frequente, o alargamento do estudo deste tema a todos os alunos durante toda a escolaridade recomenda a realização de investigação no âmbito do ensino e, portanto, sobre professores ou professores em formação (Batanero, 2009; Batanero, Chernoff, Engel, Lee e Sánchez, 2016).

Assim, no contexto da investigação educacional, este texto tem por objetivo estudar o conhecimento de futuros professores do 1.º e 2.º ciclo do ensino básico para ensinar probabilidades, especialmente relacionado com as facetas epistémica e cognitiva desse conhecimento (Godino, Batanero e Font, 2007). Nas secções seguintes apresenta-se a fundamentação teórica do estudo, o método utilizado, os resultados obtidos e, finalmente, referem-se as conclusões do estudo e fazem-se algumas considerações finais sobre as implicações do estudo para o ensino do tema de Probabilidades.

2. Fundamentação teórica

2.1. Marco teórico

Shulman (1986) foi pioneiro no estudo da questão do conhecimento que o professor precisa de ter para ensinar, tendo distinguido diferentes componentes: conhecimento do conteúdo; conhecimento pedagógico geral; conhecimento do currículo e conhecimento pedagógico do conteúdo. Destes componentes, Shulman dá particular destaque ao conhecimento pedagógico do conteúdo, que consiste nas formas de representar e formular o conteúdo de modo a torná-lo compreensível ao aluno. O interesse por este tipo de conhecimento deriva da ligação que se estabelece entre o conhecimento do conteúdo e a prática de ensino, o que significa que as discussões sobre o conteúdo devem ser relevantes para o ensino e que as discussões sobre o ensino devem garantir que se dê atenção ao conteúdo.

Godino e seus colaboradores apresentam o modelo de Enfoque Onto-semiótico do conhecimento e instrução matemática (Godino e Batanero, 1994; Godino, Batanero e Font, 2007), que aborda os problemas didático-matemáticos com diferentes ferramentas, e no qual se assume que o conhecimento surge das práticas matemáticas (operativas e discursivas) que o sujeito realiza para resolver uma situação-problema. Estas práticas têm um carácter dual, podendo ser considerado o seu significado de um ponto de vista institucional (no nosso caso, a escola) ou de um ponto de vista pessoal (uma pessoa que enfrenta uma situação-problema) (Godino e Batanero, 1994).

Para além da dualidade *institucional-pessoal*, é também relevante para o nosso estudo a dualidade *expressão-conteúdo*, que permite confrontar os significados dos objetos que intervêm nas funções semióticas, isto é, os significados institucionais de referência e os pessoais. Nesse processo de comparação, a verificação de discrepâncias entre esses significados, ou seja, entre os significados institucional e pessoal (Godino e Batanero, 1994), conduz à identificação de conflitos semióticos.

Em Godino (2009) podemos encontrar uma diversidade de facetas do conhecimento para ensinar, a que nos referimos a seguir: *epistémica*, refere-se aos conhecimentos matemáticos do contexto institucional em que se realiza o processo de estudo e à distribuição no tempo dos diversos componentes do conteúdo (problemas, linguagens, procedimentos, definições, propriedades e argumentos); *cognitiva*, refere-se aos conhecimentos pessoais dos alunos e à progressão das aprendizagens; *afetiva*, diz respeito aos estados afetivos (atitudes, emoções, crenças e valores) de cada aluno em relação aos objetos matemáticos e ao processo de estudo seguido; *mediacional*, relativa

aos recursos educativos e à atribuição do tempo às distintas ações e processos; *interacional*, refere-se aos padrões de interação entre o professor e os alunos e à sua sequencialização orientada para a fixação e negociação de significados; *ecológica*, refere-se ao sistema de relações com o contexto social, político e económico, que suportam e condicionam o processo de estudo.

Considera-se, ainda, que as facetas epistémica e cognitiva, nas quais se foca o presente estudo, são as facetas-chave do seu modelo de formação do professor (Godino, 2009), postulando para elas um ponto de vista antropológico e semiótico, em que a atividade humana adquire significado mediante ações das pessoas para resolver situações-problema.

2.2. Antecedentes

Comparativamente com os estudos envolvendo alunos, a investigação sobre professores ou futuros professores é mais recente e menos extensa, sobretudo quando nos situamos nos primeiros anos de escolaridade.

No caso do ensino primário, Begg e Edwards (1999) verificaram que cerca de dois terços dos professores em serviço e em formação, de um total de 36, considerava todos os acontecimentos como igualmente prováveis e muito poucos compreendiam o conceito de independência. Também Fernandes e Barros (2005), no seu estudo com 37 futuros professores do 1.º e 2.º ciclo, verificaram dificuldades dos futuros docentes em formular acontecimentos, em compreender acontecimentos compostos e frequentemente recorriam a um raciocínio aditivo para comparar probabilidades.

Contreras, Estrada, Díaz e Batanero (2010), num estudo com 69 futuros professores do ensino primário, sobre o cálculo da probabilidade simples, composta e condicionada a partir de dados apresentados numa tabela de dupla entrada, concluíram que os futuros professores tiveram uma grande dificuldade no cálculo da probabilidade condicionada e conjunta e alguns desses futuros professores aderiram à falácia da condicional transposta (trocar o acontecimento condicionante com o condicionado) e à falácia da conjunção (atribuir à probabilidade da interseção de dois acontecimentos um valor superior à probabilidade de um desses acontecimentos).

Num estudo com futuros professores dos primeiros anos de escolaridade, Fernandes, Viseu e Gea (2016) constataram que os futuros professores, excetuando o caso da probabilidade simples, demonstraram um desempenho muito limitado: 60% nos itens de definição de acontecimentos certos; 72% nos itens de probabilidade simples; 56% nos itens de probabilidade condicionada e 26% nos itens de probabilidade conjunta. Segundo estes autores, quando se trabalha no contexto da extração com ou sem reposição, como aqui aconteceu, a maior dificuldade dos alunos na probabilidade conjunta pode dever-se ao facto deste conceito ser mais elaborado do que o conceito de probabilidade condicionada.

Fernandes, Batanero, Correia e Gea (2014) observaram que as dificuldades dos futuros professores consistiram em combinar erradamente os valores de probabilidades, em que se destaca a aplicação da operação de adição em vez da de multiplicação, em considerar apenas a probabilidade de uma das duas ordens possíveis e em determinar o valor de probabilidade de um acontecimento.

Mais recentemente, Fernandes, Gea e Batanero (2016) realizaram um estudo com futuros professores do 1.º e 2.º ciclo, em que era proposta uma tarefa de cálculo de

probabilidades em experiências compostas, como acontece no presente estudo. Confirmou-se novamente o baixo desempenho dos futuros professores, com percentagens de respostas corretas inferiores a 40% e cujos principais erros resultaram da dificuldade em relacionar probabilidades de experiências simples com probabilidades em experiências compostas, de não considerar a não reposição na experiência ou de não atender à ordem para identificar os resultados da experiência composta. Finalmente, no trabalho de Vásquez e Alsina (2015), utilizando o marco do conhecimento didático-matemático de Godino (2009), concluiu-se que os professores do ensino primário do Chile revelaram um conhecimento insuficiente nas diferentes categorias que compõem esse conhecimento.

3. Método

O estudo, aqui apresentado, teve por objetivo averiguar o conhecimento de futuros professores dos primeiros anos para ensinar probabilidades. Participaram na investigação 62 estudantes que se encontravam a frequentar o 2.º ano do curso de Licenciatura em Educação Básica, de uma universidade do Norte de Portugal. À entrada na universidade, estes estudantes tinham uma formação muito variada em matemática, o que explica que muitos deles tenham declarado ter dificuldades a matemática; especificamente 64,5% declararam ter dificuldades ou muitas dificuldades, 33,9% declararam ter poucas dificuldades, e apenas 1,6% declararam não ter dificuldades.

No âmbito do estudo, os participantes resolveram várias tarefas sobre probabilidades, que foram administradas num contexto de avaliação formal em sala de aula, das quais, por razões de espaço, é aqui estudada apenas uma (Figura 1).

a) Num grupo de 25 pessoas, 10 são homens e 15 são mulheres. Escolhem-se, ao acaso, <i>duas</i> pessoas do grupo das 25 pessoas. Qual a probabilidade de obter um homem e uma mulher?	
b) Apresentam-se, a seguir, as respostas A, B e C, dadas por três alunos a esta tarefa. Classificar as respostas dos alunos em corretas ou incorretas. No caso das respostas incorretas, explicar os erros cometidos pelos alunos.	
A:	$P(\text{homeme mulher}) = \frac{10}{25} \times \frac{15}{25} = \frac{150}{625} = \frac{6}{25}.$ <input type="checkbox"/> Correta <input type="checkbox"/> Incorreta Erros:
B:	$P(\text{homeme mulher}) = \frac{15}{25} \times \frac{10}{25} + \frac{10}{25} \times \frac{15}{25} = \frac{150}{625} + \frac{150}{625} = \frac{300}{625} = \frac{12}{25}.$ <input type="checkbox"/> Correta <input type="checkbox"/> Incorreta Erros:
C:	$P(\text{homeme mulher}) = \frac{10}{25} + \frac{15}{24} + \frac{15}{25} + \frac{10}{24} = \frac{41}{40} + \frac{41}{40} = \frac{41}{20}.$ <input type="checkbox"/> Correta <input type="checkbox"/> Incorreta Erros:

Figura 1. Enunciado da tarefa proposta aos futuros professores

A tarefa é formada por duas questões: a questão a) que se refere à faceta de conhecimento epistémico e a questão b) que se refere à faceta de conhecimento cognitivo (Godino, 2009). Na altura em que os futuros professores resolveram a tarefa, eles já tinham estudado o tema de Probabilidades. Por outro lado, tendo em vista prevenir que as respostas dos futuros professores, na questão a), fossem influenciadas pelas resoluções A, B e C, apresentadas na questão b), optou-se por administrar separadamente as duas questões. Assim, os estudantes começaram por resolver a questão a), que foi recolhida antes de lhes ser dada a questão b).

Finalmente, em termos de análise de dados, estudámos as resoluções dos estudantes quanto ao tipo de resposta (correta e incorreta) e quanto aos erros cometidos, usando tabelas para resumir as frequências obtidas.

4. Conhecimento para ensinar dos futuros professores

Na Tabela 1 apresentam-se as frequências de respostas corretas e erradas, bem como as não respostas, apresentadas pelos participantes nos itens da tarefa proposta (ver Figura 1).

Tabela 1. Frequência (%) dos tipos de resposta em a) e nos itens fechados de b)

Resposta	a)	b)		
		A	B	C
Correta	26(41,9)	56(90,3)	45(72,6)	54(87,1)
Incorreta	35(56,5)	6(9,7)	17(27,4)	7(11,3)
Não resposta	1(1,6)	—	—	1(1,6)

Na questão a) era pedido aos futuros professores para determinarem a probabilidade de um acontecimento composto, tendo-se verificado que menos de metade deles foram capazes de o fazer corretamente. Em relação a estas respostas corretas, dez estudantes recorreram apenas a cálculos numéricos (Figura 2) e dezasseis recorreram também à descrição das diferentes possibilidades através de um diagrama de árvore (Figura 3).

25 pessoas — 10 homens (H)
25 mulheres (M)

$$P(\text{obter um homem e uma mulher}) = \frac{10}{25} \times \frac{15}{24} + \frac{15}{25} \times \frac{10}{24}$$

$$= \frac{150}{600} + \frac{150}{600} = \frac{15}{60} + \frac{15}{60} = \frac{30}{60} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Figura 2. Resposta do estudante E18 à questão a)

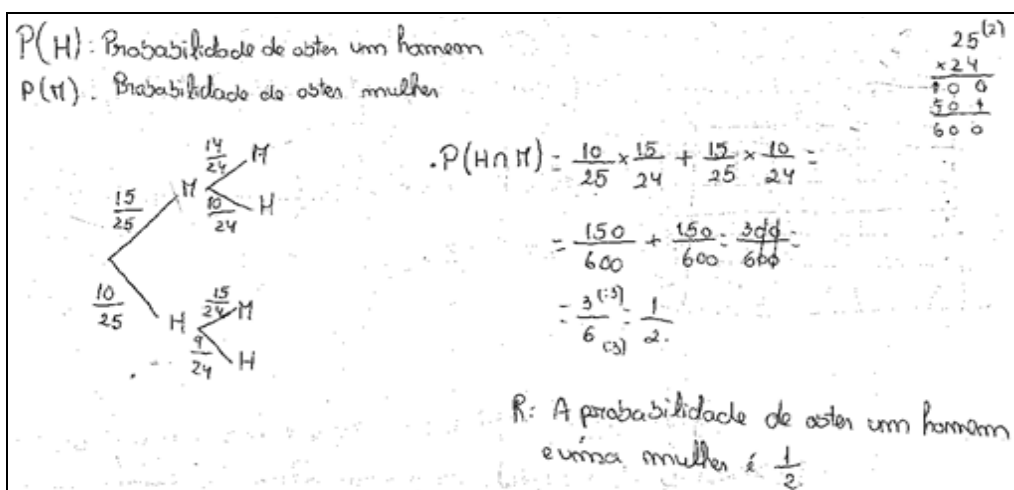


Figura 3. Resposta do estudante E30 à questão a)

Relativamente às respostas incorretas, foram vários os conflitos semióticos experimentados pelos futuros professores, conforme se pode constatar na Tabela 2, onde vários deles demonstraram mais do que um tipo de conflito semiótico.

Tabela 2. Frequência (%) dos tipos de conflito semiótico na questão a)

Conflito semiótico	Frequência (%)
Reposição	28(45,2)
Não ordem	12(19,4)
Probabilidades simples	4(6,5)
Adicionar probabilidades	3(4,8)
Fórmula da probabilidade conjunta	1(1,6)
Não inteligível	2(3,2)
Não resposta	1(1,6)

De entre os conflitos semióticos dos futuros professores destacam-se, pela sua frequência, a reposição, não atender à ordem e determinar probabilidades simples. Na Figura 4 observamos que o estudante E8 cometeu simultaneamente os conflitos semióticos de reposição e de não ordem.

Handwritten student work for Figure 4:

$$P(\text{obter homem}) = \frac{10}{25}$$

$$P(\text{obter mulher}) = \frac{15}{25}$$

$$P(\text{obter homem e mulher}) = \frac{10}{25} \times \frac{15}{25} = \frac{150}{25}$$

Figura 4. Resposta do estudante E8 à questão a)

Já na Figura 5 verificamos que o estudante E6 determinou as probabilidades simples, em percentagem, dos acontecimentos “obter homem” e “obter mulher”, não as combinando para obter a probabilidade conjunta pedida, o que revela não ter assimilado o conceito de probabilidade conjunta ao confundi-lo com o de probabilidade simples.

Handwritten student work for Figure 5:

Homens: 10, Mulheres: 15, 25 total

Homem

$$25 - 100\%$$

$$10 - x\%$$

$$x = \frac{100 \times 10}{25} = \frac{1000}{25} = 40\%$$

Mulheres

$$25 - 100\%$$

$$15 - x\%$$

$$x = \frac{100 \times 15}{25} = \frac{1500}{25} = 60\%$$

R.: A probabilidade de obter Homem é de 40% e de obter mulher é de 60%.

Figura 5. Resposta do estudante E6 à questão a)

Tal como já foi referido antes, na resolução da questão a), vários futuros professores cometeram mais do que um tipo de conflito semiótico: oito estudantes cometeram simultaneamente os conflitos semióticos de reposição e de não ordem (Figura 4) e três estudantes cometerem os conflitos semióticos de reposição, de não ordem e de adicionar probabilidades (Figura 6).

A probabilidade de obter um homem e uma mulher é dada por:

$$P(H=H) = \frac{10}{25} + \frac{15}{25} = \frac{25}{25} = 1$$

$$P(HUM) = \frac{10}{25} + \frac{15}{25} = \frac{25}{25} = 1$$

Figura 6. Resposta do estudante E11 à questão a)

Nos itens fechados da questão b), em que era pedido aos alunos para decidirem se cada uma das resoluções atribuídas a três estudantes era correta ou incorreta, observa-se pela Tabela 1 que a percentagem de respostas corretas foi de 90,3%, 72,6% e 87,1%, respetivamente para A, B e C. Conclui-se, assim, que o desempenho dos futuros professores na classificação das resoluções dadas, como correta ou incorreta, foi claramente melhor do que nas suas próprias resoluções da mesma tarefa (questão a).

Quando se pediu aos futuros professores para identificarem os erros nos itens abertos da questão b), em geral, observou-se uma considerável diminuição do seu desempenho. Na Tabela 3 apresentam-se as frequências dos erros identificados pelos futuros professores em cada uma das três resoluções apresentadas.

Tabela 3. Frequência (%) dos tipos de erro nos itens abertos da questão b)

Erro	Frequência (%)		
	A	B	C
Reposição	5(8,1)	37(59,7)	11(17,7)
Não ordem	28(45,2)	3(4,8)	3(4,8)
Reposição e não ordem	19(30,6)	—	—
Cálculos	1(1,6)	—	2(3,2)
Adicionar probabilidades	1(1,6)	2(3,2)	40(64,5)
Probabilidade superior a 1	—	—	2(3,2)
Sem erros	8(12,9)	19(30,6)	9(14,5)
Não inteligível	—	2(3,2)	—
Não resposta	—	—	1(1,6)

Na resolução A, apresentada no enunciado da tarefa, observam-se dois erros: o erro de reposição e o erro de não consideração da ordem, e pela Tabela 3 verifica-se que apenas 30,6% dos futuros professores identificou simultaneamente estes dois erros, enquanto 53,3% identificou apenas um desses erros. Salienta-se ainda que 12,9% dos futuros professores não identificou qualquer erro, considerando correta a resolução.

Na resolução B, apresentada no enunciado da tarefa, observa-se apenas o erro de reposição. Neste caso, a maioria dos futuros professores (59,7%) identificou o erro, salientando-se também a elevada percentagem de futuros professores (30,6%) que considerou correta a resolução do aluno B, ao não identificar qualquer erro na sua resolução.

Por último, na resolução C, apresentada no enunciado da tarefa, observam-se dois erros: a adição das probabilidades (em vez da multiplicação) e a atribuição de um valor superior a um à probabilidade. Nesta situação, a maioria dos participantes (64,5%) identificou o erro de adicionar as probabilidades, mas apenas dois (3,2%) reconheceram

que o valor da probabilidade não pode assumir um valor superior a um. Destaca-se, ainda, que nenhum futuro professor identificou os dois erros simultaneamente e vários deles (14,5%) consideraram que a resolução C está correta.

Observa-se ainda uma ligeira discrepância entre as percentagens de respostas identificadas como incorretas (que constam da Tabela 1) e as percentagens de respostas sem erros (que constam da Tabela 3), o que se deveu ao facto de alguns futuros professores não terem identificado erros para algumas respostas que classificaram como incorretas.

Seguidamente, estudámos a influência dos tipos de respostas (correta e errada) dadas pelos estudantes na questão a) nas respostas corretas dos itens fechados da questão b), o que corresponde a verificar se os estudantes identificaram corretamente cada uma das três resoluções dos A, B e C, apresentadas no enunciado da tarefa, como correta ou incorreta, em função de ter respondido corretamente ou incorretamente à questão a). Deste modo, pretendemos averiguar a existência de alguma relação entre as facetas epistémica e a cognitiva do conhecimento. Na Tabela 4 encontram-se registadas as percentagens obtidas.

Tabela 4. Percentagens de respostas corretas na questão b) segundo o tipo de resposta (correta e incorreta) dada na questão a)

Tipo de resposta de a)	% de respostas corretas de b)		
	A	B	C
Correta	96,2	100	96,2
Incorreta	88,6	51,4	82,4

Pela análise da Tabela 4 verifica-se que, de entre os estudantes que tinham previamente dado uma resposta correta ou incorreta na questão a), foram aqueles que tinham dado uma resposta correta os que, de modo sistemático, mais frequentemente classificaram corretamente as resoluções dos alunos. Em termos de percentagens, a discrepância é superior no caso da resolução B, o que significa que muitos estudantes não reconheceram o erro de reposição que surgia nessa resolução.

Considerando as variáveis tipo de resposta (correta e incorreta) na questão a) e número total de respostas corretas na parte fechada da questão b), aplicámos o teste de qui-quadrado, tendo-se observado diferenças estatisticamente significativas entre as respetivas frequências ($p=0,000$). De seguida, sendo as variáveis dependentes, calculámos o valor do coeficiente de correlação de Spearman, tendo-se obtido o valor $\rho=0,711$, com um nível de significância $p=0,000$. Assim, podemos concluir que um melhor conhecimento ao nível da faceta epistémica repercutiu-se também num melhor conhecimento ao nível cognitivo.

5. Conclusões e implicações

Em síntese, na questão a), relativa à faceta epistémica do conhecimento (Godino, 2009), foram menos de metade (41,9%) os estudantes que foram capazes de responder corretamente, destacando-se os conflitos semióticos de reposição, de não ordem, de determinação de probabilidades simples e de adicionar probabilidades. Este fraco desempenho dos futuros professores nesta questão, que envolve a determinação de uma probabilidade conjunta, bem como os erros cometidos pelos alunos na questão b),

aparece documentado na literatura prévia (e.g., Fernandes, Batanero, Correia e Gea, 2014; Fernandes, Gea e Batanero, 2016).

Na questão b), relativa ao conhecimento da faceta cognitiva (Godino, 2009) e ao conhecimento pedagógico (Shulman, 1986), observa-se uma melhoria do desempenho dos estudantes. Em consequência, poderia pensar-se que os estudantes tiveram um melhor desempenho na faceta cognitiva do que na faceta epistémica. Contudo, essa conclusão não é robusta uma vez que quando foi pedido aos futuros professores para identificarem os erros cometidos nas resoluções apresentadas no enunciado da tarefa (questão), a percentagem dos que responderam corretamente diminuiu drasticamente.

Finalmente, os futuros professores que determinaram corretamente a probabilidade do acontecimento, na questão a), mais frequentemente classificaram corretamente as resoluções apresentadas no enunciado da tarefa (questão b). Adicionalmente, observou-se um valor do coeficiente de correlação de Spearman relativamente forte, e estatisticamente significativo, entre o tipo de resposta (correta e incorreta) na determinação da probabilidade, da questão a), e o número total de respostas corretas na classificação das resoluções apresentadas no enunciado da tarefa, na questão b).

Uma vez que os estudantes não tinham tido qualquer formação no âmbito da didática de Probabilidades, apenas tinham frequentado uma disciplina em que tinham estudado o tema de Probabilidades ao nível do conteúdo, portanto numa perspetiva epistémica, parece que o melhor conhecimento dos estudantes desse conteúdo reflete-se positivamente no seu conhecimento pedagógico do conteúdo (Shulman, 1986). Assim, podemos perspetivar o melhor conhecimento do conteúdo como um meio para beneficiar o desenvolvimento do conhecimento pedagógico do conteúdo.

Agradecimentos: Este trabalho é financiado pelo CIEd — Centro de Investigação em Educação, UID/CED/01661/, Instituto de Educação, Universidade do Minho, através de fundos nacionais da FCT/MCTES-PT; Proyecto EDU2013-41141-P y EDU2016-74848-P (MEC) e grupo FQM126 (Junta de Andalucía).

Referências

- Batanero, C. (2009). Retos para la formación estadística de los profesores. Em J. A. Fernandes, M. H. Marinho, F. Viseu y P. F. Correia (Orgs.), *Actas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 52-71). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Batanero, C., Chernoff, E., Engel, J., Lee, H. e Sánchez, E. (2016). *Research on teaching and learning probability*. ICME-13 Topical Surveys. New York: Springer.
- Begg, A. e Edwards, R. (1999). Teachers' ideas about teaching statistics. Paper presented at the *Annual Meeting of the Australian Association for Research in Education and the New Zealand Association for Research in Education*. Melbourne, Australia.
- Contreras, J. M., Estrada, A., Díaz, C. e Batanero, C. (2010). Dificultades de futuros profesores en la lectura y cálculo de probabilidades en tablas de doble entrada. Em M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo y T. A. Sierra, (Eds.), *Investigación en educación matemática XIV* (pp. 271-280). Lleida: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Fernandes, J. A., Viseu, F. e Gea, M. M. (2016). O conhecimento de probabilidades de futuros educadores e professores dos primeiros anos. Em L. G. W. Coan y M. T.

- Moretti (Orgs.), *Aplicações matemáticas com tecnologias de informação e comunicação* (pp. 123-142). Florianópolis, SC: Editora Insular.
- Fernandes, J. A., Gea, M. M. e Batanero, C. (2016). Conocimiento de futuros profesores de Educación Primaria sobre probabilidad en experiencias compuestas. Em J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández e A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 217-225). Málaga: SEIEM.
- Fernandes, J. A., Batanero, C., Correia, P. F. e Gea, M. M. (2014). Desempenho em probabilidade condicionada e probabilidade conjunta de futuros professores do ensino básico. *Quadrante*, XXIII(1), 43-61.
- Fernandes, J. A. e Barros, P. M. (2005). Dificuldades de futuros professores do 1º e 2º ciclos em estocástica. Em *Actas do V Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática* (CIBEM). Porto (Portugal): Faculdade de Ciências.
- Gal, I. (2005). Towards “probability literacy” for all citizens: building blocks and instructional dilemmas. Em G. JONES (Ed.), *Exploring probability in schools: challenges for teaching and learning* (pp. 39-63). New York, NY: Springer.
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNIÓN — Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31.
- Godino, J. D. e Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Godino, J. D., Batanero, C. e Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.
- Ministério da Educação e Ciência. (2013). *Programa de matemática para o ensino básico*. Lisboa: Autor.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Vásquez, C. e Alsina, C. (2015). El conocimiento del profesorado para enseñar probabilidad: un análisis global desde el modelo del conocimiento didáctico-matemático. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 7, 27-48.