

# Conhecimentos matemáticos de um grupo de professores do quarto e quinto anos sobre frações: uma análise sob a perspectiva do Enfoque Ontosemiótico

## Mathematical knowledge of Fractions in a group of 4<sup>th</sup> and 5<sup>th</sup> grades teachers: analysing the epistemic and cognitive components from the Onto-Semiotic approach

Maria Elaine dos Santos Soares e Carmen Teresa Kaiber

Universidade Luterana do Brasil

### Resumo

Este artigo apresenta resultados de uma investigação referente aos conhecimentos matemáticos manifestado por um grupo de professoras de quarto e quinto anos de uma escola da rede pública da cidade de Pelotas/RS, Brasil. Apresentam-se, aqui, análises de uma tarefa relativa a Frações. A pesquisa, de base qualitativa, buscou respaldo nos componentes epistêmico e cognitivo da Idoneidade Didática, nível de análise proposto no Enfoque Ontosemiótico. Análise da produção do grupo referente a tarefa, evidenciou que em relação ao conhecimento comum do conteúdo, e em cada um dos componentes do conhecimento especializado, se fizeram presentes conflitos conceituais referente ao significado parte-todo de frações, ficando evidenciado, também, um domínio elementar referente as distintas representações de frações, bem como as conversões entre as mesmas.

**Palavras-chave:** Idoneidade didática, enfoque ontosemiótico, frações.

### Abstract

This study presents results of assessing the mathematical knowledge manifested by a group of 4<sup>th</sup> and 5<sup>th</sup> grades teachers of a state school in the city of Pelotas, Rio Grande do Sul, Brazil. The object of study was a sequence of activities about Fractions. This qualitative research was based on the epistemic and cognitive components of Didactical Suitability, with an analysis level s proposed by the Onto-Semiotic Approach. The analysis of the teachers' performance in the task assigned revealed, the existence of conceptual conflicts about the meaning of part-whole in fractions, concerning the common knowledge of content, as well as each of the specialized knowledge components, The findings also show that teachers master the elementary knowledge about different representations of fractions as well as the conversions thereof.

**Keywords:** Didactical suitability, onto-semiotic approach, fractions.

## 1. Introdução

Os conhecimentos matemáticos manifestados, em seu trabalho docente, por professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental<sup>1</sup>, nas escolas brasileiras, têm sido alvo de reflexões e investigações as quais apontam para inquietações com relação às atividades matemáticas desenvolvidas nos cursos de formação inicial destes professores (Curi e Pires (2008); Curi (2004); Nacarato, Passos e Carvalho (2004)). Tais inquietações remetem a necessidade crescente da realização de investigações as quais permitam entendimentos e reflexões sobre a questão. Neste contexto, o presente artigo destaca aspectos de uma pesquisa realizada com o objetivo

---

<sup>1</sup> Anos Iniciais do Ensino Fundamental refere-se à etapa da Educação Básica brasileira correspondente aos 1º, 2º, 3º, 4º e 5º anos (6 a 10 anos de idade).

Soares, M. A. y Kaiber, C. (2017). Conhecimentos matemáticos de um grupo de profesores de quarto e quinto anos sobre Frações: uma análise sob a perspectiva do Enfoque Ontosemiótico. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en, [enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html](http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html)

de investigar os conhecimentos didáticos matemáticos mobilizados por professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, referente ao desenvolvimento de conceitos e procedimentos pertinentes ao estudo de Frações. Participaram da pesquisa dezesseis professoras, de quarto e quinto anos, que atuam na rede pública de ensino da cidade de Pelotas/RS, Brasil, as quais faziam parte, também, de uma proposta de formação continuada.

Analisa-se, neste artigo, uma das tarefas propostas em uma sequência de atividades sobre Frações, tomando como referência, inicialmente, o quantitativo de respostas corretas, não corretas, ou sem solução, apresentadas pelas docentes e, posteriormente, os pressupostos da Idoneidade Didática no âmbito do Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS), particularmente no que se refere às dimensões epistêmica e cognitiva. O encaminhamento das análises põe em foco os aportes teóricos propostos por Godino (2009, 2011), Godino *et al* (2009) e Godino, Batanero e Font (2008), entre outros trabalhos realizados no âmbito do EOS.

## 2. Sobre números fracionários

A ideia de Fração começa com a necessidade de dividir um todo em partes iguais. Tal ideia está inserida no cotidiano, seja por repartir igualmente um conjunto de objetos ou em situações de partilha (um terço de uma herança), em medir certa quantidade de uma grandeza, que não seja múltiplo da unidade de medida (meio quilograma, um quarto de litro), em períodos de tempo (um quarto de hora, meio dia), ou ainda, na música, nas relações entre notas e compassos, entre outras aplicações (Cid, Godino e Batanero, 2004). No entanto, Llinares e Sánchez (1988) ressaltam que, mesmo com as necessidades diárias do uso de frações, o conhecimento dos números naturais exerce influência sobre os aspectos do processo de ensino e aprendizagem desse conteúdo, levando o professor e o aluno a cometerem equívocos.

As Frações proporcionam diferentes significados, conforme sejam as informações contextuais e as práticas matemáticas nas quais estão inseridas. Cid, Godino e Batanero (2004) apontam algumas situações que remetem à ideia de Fração - significado de divisão (parte-todo), de medida (fracionamento da unidade), de transformação (operador), de divisão não inteira (quociente) - todos utilizados no contexto de uso numérico. O significado de divisão não inteira aparece também no uso de Fração no contexto algébrico, na solução de uma equação, quando o resultado da divisão não é um número inteiro. O número fracionário também pode ser utilizado como razão, aplicado na representação de probabilidade e porcentagens.

No que se refere ao significado parte-todo, bastante usado nos primeiros anos de estudo de Frações, Llinares e Sánchez (1988) apontam que se trata de uma relação quando um todo, contínuo ou discreto, é dividido em partes iguais, isto é, equivalentes como quantidade de superfície (todo contínuo) ou quantidade de objetos (todo discreto) e considera-se uma ou algumas dessas partes. Assim, se um total  $q$  é dividido igualmente, a Fração  $\frac{p}{q}$  significa dizer que desse total, considera-se  $p$  dessas partes.

## 3. Sobre o Enfoque Ontosemiótico

O Enfoque Ontosemiótico é definido como um marco teórico que surgiu no âmbito da Didática da Matemática, no início dos anos noventa, com o propósito de comparar marcos teóricos existentes, superar algumas limitações para, por fim, articular diferentes

noções teóricas sobre o conhecimento, o ensino e a aprendizagem matemática (Godino, Batanero e Font, 2008). De acordo com os autores,

O ponto de partida do EOS é a formulação de uma ontologia de objetos matemáticos que contemple o triplo aspecto da Matemática: como atividade socialmente compartilhada de resolução de problemas, como linguagem simbólica e sistema conceitual logicamente organizado (Godino, Batanero e Font, 2008, p.12).

Ainda, segundo os autores, as noções teóricas do EOS podem servir tanto como ferramenta de análise e reflexão de uma proposta educativa, como para a orientação e a elaboração da mesma, podendo, ainda, serem utilizadas, pelo professor, na própria prática docente.

O conjunto de noções teóricas que compõem o EOS inclui cinco níveis de análise do processo de ensino e aprendizagem, aplicáveis a um processo de estudo matemático planejado ou implementado: sistema de práticas, configuração de objetos e processos matemáticos, trajetórias didáticas, dimensão normativa e idoneidade<sup>2</sup> didática (Font, Planas e Godino, 2010, p. 92).

Godino, Font e Wilhelmi (2008) apontam que os quatro primeiros níveis de análise são ferramentas para uma didática descritiva-explicativa. Já o último nível de análise, a Idoneidade Didática, constitui-se, segundo Godino (2009), em um instrumento de passagem de uma didática descritiva-explicativa a uma didática normativa, permitindo avaliar e orientar a prática docente na sala de aula, visando a melhoria na qualidade das atividades docentes.

A idoneidade didática de um processo de instrução matemática refere-se à articulação coerente e harmônica de seis dimensões: epistêmica, cognitiva, interacional, mediacional, afetiva e ecológica. Essas dimensões são citadas disjuntas para facilitar uma apreciação mais detalhada, porém, interação entre si e podem ser percebidas a partir de distintos graus de adequação (alta, média, baixa) (Godino, 2011). A Figura 1 apresenta um esquema que destaca as distintas dimensões da Idoneidade Didática, bem como seus graus de adequação.

No diagrama, a Idoneidade Didática e suas dimensões estão representadas por um hexágono regular

[...] correspondente a um processo de estudo pretendido ou planejado, donde, *a priori*, se supõe um grau máximo das idoneidades parciais. O hexágono irregular interno corresponderia às idoneidades efetivamente alcançadas na realização do processo de estudo. Situam-se na base as idoneidades epistêmica e cognitiva, ao considerar que o processo de estudo gira em torno do desenvolvimento de conhecimentos específicos (Godino, 2011, p. 06, tradução dos autores).

Assim, para que seja alcançada uma alta idoneidade em um processo de estudo, torna-se necessário que essas distintas dimensões ou idoneidades parciais estejam bem estruturadas correspondendo, individualmente, a altas idoneidades. Muito embora se perceba a necessidade e importância da interação de todas as dimensões, o presente trabalho está focado na abordagem das dimensões epistêmica e cognitiva, motivo pelo qual as mesmas vão merecer destaque.

---

<sup>2</sup> Em Godino, Batanero e Font (2008), o termo *idoneidad* é traduzido como *adequação*. Já em Andrade e Kaiber (2014), as autoras optam por utilizar *idoneidade* por considerarem que melhor condiz com o significado de *idoneidad* no âmbito do EOS, tradução esta que será utilizada no presente artigo.

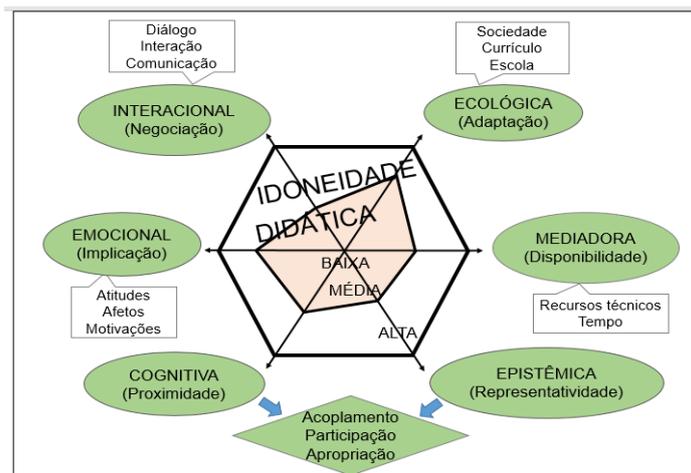


Figura 1. Dimensões da idoneidade didática

Fonte: Godino (2011). Tradução dos autores.

A idoneidade epistêmica refere-se ao conhecimento matemático relativo ao contexto institucional em que se realiza o processo de estudo, isto é, o conhecimento compartilhado dentro das instituições ou em comunidades de práticas. Está relacionada ao grau de representatividade dos significados institucionais, pretendidos ou implementados, com relação a significados de referência. Atrelado à idoneidade epistêmica, a idoneidade cognitiva, de acordo com o autor, expressa o grau em que esses mesmos significados pretendidos/implementados estão na zona de desenvolvimento potencial dos sujeitos, bem como, a proximidade dos significados pessoais atingidos em relação aos pretendidos/implementados (Godino, 2009).

A noção de idoneidade cognitiva, apontada por Godino (2009), inclui a noção de idoneidade epistêmica, pela similaridade dos respectivos componentes. Ressalta, ainda, que ao se propor uma tarefa aos alunos (no caso dessa investigação, professores), emerge um protocolo de respostas e argumentos desses alunos, em que tais respostas e argumentos (configuração cognitiva) podem ser comparados às soluções previstas (configuração epistêmica), possibilitando determinar o grau de alcance dos objetivos pretendidos.

No âmbito da idoneidade epistêmica, três vertentes são ressaltadas por Godino (2009), as quais servem para avaliação e reflexão sobre o conhecimento do conteúdo: o conhecimento comum do conteúdo, no qual o indivíduo resolve as tarefas com suficiente conhecimento; o conhecimento especializado do conteúdo, no qual o indivíduo elabora a configuração de objetos e processos, referidos anteriormente (linguagens, conceitos e proposições, procedimentos e argumentos), colocados nas soluções possíveis das tarefas; e o conhecimento ampliado do conteúdo, no qual o indivíduo identifica possíveis generalizações das tarefas e conexões com outros temas. Para que se eleve o grau da idoneidade epistêmica, torna-se necessário que se aumente o grau de idoneidade em cada um desses componentes.

#### 4. Procedimentos metodológicos

A investigação junto aos professores, que encaminhou discussões, reflexões e ações no desenvolvimento de um processo de formação continuada, se deu mediante o denominado Instrumento Exploratório de Investigação, o qual teve um importante papel, servindo, também, para avançar em questões relativas ao conhecimento do

conteúdo de Frações. Esse documento continha uma sequência de atividades composta por vinte e cinco tarefas relativas ao estudo de Frações: representação, significado e operações com frações exploradas em contexto contínuo e contexto discreto.

Particularmente, neste artigo, apresentam-se dados relativos a uma dessas tarefas (Atividade IV, Tarefa 5), considerando-se: indicadores quantitativos referentes às respostas corretas, não corretas e sem apresentação de solução; análise epistêmica, sob a perspectiva do EOS, referente ao conhecimento comum do conteúdo e configuração de objetos primários (componentes) presentes no conhecimento especializado do conteúdo; análise cognitiva, relacionada aos mesmos elementos da idoneidade epistêmica e ao componente erros e conflitos semióticos.

### 5. Uma análise do conhecimento de frações sob a perspectiva epistêmico-cognitiva

A tarefa, aqui apresentada, está sendo analisada sob a perspectiva epistêmico-cognitiva no âmbito do Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (Godino (2009, 2011)). Apresenta como variável para análise a representação numérica de uma determinada Fração que deve ser associada a representações figurais, no contexto contínuo e discreto. Contempla uma situação-problema em que se apresentam diversas representações figurais, triangulares e circulares, no contexto contínuo divididas em quatro, ou múltiplo de quatro, partes, nas quais é solicitado colorir a região correspondente a Fração  $\frac{1}{4}$ , quando a figura pode representar uma Fração. Também contém conjuntos de entes discretos, possíveis, ou não, do registro figural da mesma Fração. A Figura 2 apresenta a referida tarefa.

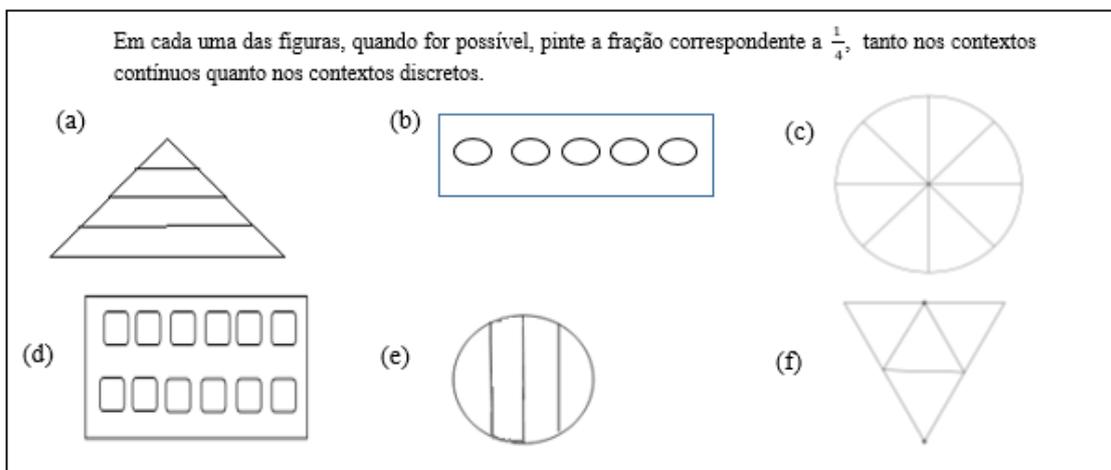


Figura 2. Tarefa analisada

A tarefa conta com 6 itens, cuja finalidade é identificar a fração  $\frac{1}{4}$ , considerando cada uma das representações figurais. A primeira figura é de um triângulo dividido em quatro partes distintas, não caracterizando partes de uma fração. A segunda refere-se a cinco entes discretos que não podem ser subdivididos em quatro, ou múltiplos de quatro, subconjuntos. A figura do item (c) refere-se a um círculo dividido em oito partes iguais e representar a fração pedida, significa pintar duas dessas partes. O item (d) conta com doze entes discretos, os quais deverão ser subdivididos em quatro subconjuntos de três elementos. O item (e) apresenta uma região circular dividida em quatro partes distintas, não caracterizando uma divisão fracionária e, por fim, o item (f) apresentar uma região

triangular dividida em quatro triângulos menores iguais entre si, caracterizando partes de uma fração.

- Indicadores quantitativos

A ideia inicial é identificar como as professoras transitam nas diferentes formas de representação de frações, as quais, segundo Godino e Neto (2013), além de contribuir para a melhoria nos processos de ensino e aprendizagem, elevam a idoneidade epistêmica. A Tabela 1 mostra os quantitativos de respostas referentes a cada item da tarefa.

Tabela 1. Indicadores quantitativos da tarefa

Item	Item (a)		Item (b)		Item (c)		Item (d)		Item (e)		Item (f)	
	F	%	F	%	F	%	F	%	F	%	F	%
Corretas	11	68,7	16	100	10	62,5	8	50	11	68,8	16	100
Não corretas	5	31,3	0	0	6	37,5	8	50	5	31,3	0	0
Total	16	100	16	100	16	100	16	100	16	100	16	100

Conforme pode ser observado na Tabela 1, o item (d) que se refere a entes discretos foi acertado por, somente, 50% do grupo.

- Análise Epistêmica: conhecimento comum e especializado do conteúdo

A tarefa apresentada busca a conversão da representação numérica da fração  $\frac{1}{4}$  para a representação figural, nos contextos contínuo e discreto, quando esses podem representar partes iguais de uma fração. No que se relaciona ao conhecimento comum do conteúdo, reporta-se às ideias de Pino-Fan e Godino (2015), entendendo-se que as professoras que integram o processo investigativo seriam capazes de resolver a tarefa, tendo em vista que a mesma faz parte do nível de ensino relativo ao trabalho docente de cada uma delas. Ademais, o problema é elementar, figurando entre um dos aspectos geralmente bastante trabalhado quando do estudo de frações (passar da escrita numérica para a representação figural).

Com relação ao conhecimento especializado do conteúdo, apresentam-se, na Figura 3, os componentes e indicadores associados à idoneidade epistêmica da referida tarefa.

Componentes	Indicadores
Situação-Problema	Quando possível, representar graficamente a fração $\frac{1}{4}$ .
Elementos linguísticos	-Linguagem natural. -Linguagem numérica (frações) -Representação figural.
Conceitos / Propriedades	-Conceito de frações. -Significado parte-todo. -Contexto contínuo. -Contexto discreto.
Procedimentos	-Não colorir nenhuma das partes da figura de (a) e (d). -Não colorir nenhum dos entes discretos em (b). - Pintar duas partes de (c) e uma de (f), num contexto contínuo. - Colorir 3 entes em (d)

Argumentos	<ul style="list-style-type: none"> <li>- A representação figural em (a) não pode representar uma Fração, porque suas partes não são iguais.</li> <li>- Como a fração a ser representada tem denominador 4, então seriam necessários múltiplos de 4 entes discretos.</li> <li>- Representar <math>\frac{1}{4}</math> no contexto contínuo.</li> <li>- Representar <math>\frac{1}{4}</math> no contexto discreto.</li> </ul>
------------	--

Figura 3. Conhecimento especializado da tarefa

A partir da configuração dos objetos primários, é possível identificar conflitos semióticos, cuja noção é, segundo Godino *et al* (2009), uma explicação de determinados erros que são apontados pelo aluno no processo de aprendizagem do conteúdo matemático.

- **Análise Cognitiva**

A Figura 4 apresenta as respostas não corretas dos itens (a), (c), (d) e (e) da tarefa, as quais permitiram identificar possíveis conflitos semióticos.

As respostas incorretas da tarefa 1, apresentadas na Figura 6, possibilitam identificar possíveis conflitos semióticos nos itens 3(a), 3(c), 3(d) e 3(e). Em 3(a), a região triangular não está dividida em partes iguais, descaracterizando a noção de fração. Assim, o conflito semiótico está relacionado à igualdade das partes de uma Fração, justificando o erro já identificado junto aos sujeitos da pesquisa, de que Fração é só divisão em partes, não considerando a necessidade de igualdade entre as partes. Esse item, respondido de forma incorreta por 5 professoras, confirma o equívoco, quando as mesmas repetem o erro no item (e).

Já no item (c), uma professora marcou 4 partes da figura para representar  $\frac{1}{4}$ . É possível inferir que tenha confundido o denominador da fração com o número de partes a serem pintadas. Também, pouco mais de 30% não representa a fração pedida na região circular. Embora os círculos sejam bastante utilizados, em sala de aula, para representar frações no contexto contínuo, observa-se que essas representações circulares, geralmente, são divididas em n partes iguais, em que n é o igual ao denominador da fração. Como a fração tinha denominador 4 e o círculo dividido em 8 partes, é provável que essa tenha sido a dificuldade das professoras em completar a tarefa.

O item (d) foi o menos acertado, pois 50% do grupo não destacou nenhuma das partes. Esse item da tarefa é constituído por um conjunto de entes discretos, os quais devem ser subdivididos em quatro subconjuntos. Cada subconjunto corresponde a uma parte da fração. Novamente, infere-se que as professoras costumam trabalhar com entes discretos, em que o número total de objetos é igual ao denominador da fração.

Assim, considerando-se que o grupo que fez parte do processo investigativo é formado por professoras de quarto e quinto anos e que as tarefas são próprias para os referidos níveis de ensino, considerou-se que é média a idoneidade epistêmica para essa tarefa. Cabe ressaltar, novamente, as diversas representações de um objeto matemático, bem como as conversões entre elas, favoráveis aos processos de ensino e aprendizagem e para elevar a idoneidade epistêmica, ressaltadas por Godino e Neto (2013).

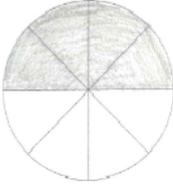
Item	Respostas Incorretas		
	Frequência	%	Respostas dadas
(a)	5	31,3	(a) 
(c)	1	6,2	(c) 
	5	31,3	Não representaram a fração $\frac{1}{4}$ na figura
(d)	8	50	Não representaram a fração $\frac{1}{4}$ na figura
(e)	5	31,3	(e) 

Figura 4. Respostas e soluções apresentadas

## 6. Considerações Finais

Seguindo os pressupostos de Godino e Neto (2013), no sentido de que para se obter idoneidade epistêmica elevada, seja necessário que todos os seus componentes tenham grau alto, julga-se relevante a atenção dispensada a esses elementos (linguagem, conceitos, propriedades, procedimentos, argumentos) em ações formativas. Consegue-se perceber, a partir das análises, que o grupo, de maneira geral, quando apresenta as soluções das tarefas, não considera os conceitos, as propriedades e, sobretudo, as várias formas de representação e o trânsito entre elas.

É comum que sejam realizados, em sala de aula, exercícios, nos quais é apresentada a representação figural e o aluno completa com a representação numérica. A tarefa, que ora se apresenta, contemplava o mesmo exercício, mas de forma inversa, ou seja, dada a representação numérica buscar todas as possibilidades de representação figural, em vários contextos. Esse ir e vir dentro do exercício caracteriza uma das dificuldades das docentes.

Considera-se que o professor dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, está apto para o ensino, quando possui o conhecimento comum do conteúdo. Entretanto, reforça-se a ideia de Godino (2009), no sentido de ser necessário e importante que o professor disponha do conhecimento especializado do conteúdo. Sem o conhecimento correto e

profundo do conceito matemático, das propriedades referentes a esse conceito e das diversas formas de representação, os procedimentos para a solução de problemas ficam engessados aos algoritmos, e argumentos que justifiquem a solução, praticamente, não existem, o que ficou fortemente evidenciado na análise apresentada.

Considerando-se os resultados obtidos na análise da dimensão cognitiva associada à tarefa, torna-se possível inferir escasso conhecimento matemático desse grupo de professoras, no que se refere ao estudo de Frações. No entanto, as análises permitiram identificar os conflitos enfrentados por esses profissionais em relação ao tema, bem como possibilitaram orientar o caminho a ser seguido em ações formativas, no sentido das mesmas contribuírem, tanto para a melhoria quanto para potencializar o conhecimento matemático desses professores.

## Referencias

- Cid, E., Godino, J.D. e Batanero, C. (2004). Sistemas Numéricos para Maestros. In: Godino, Juan. *Matemáticas para Maestros: Manual para el Estudiante*. Granada. Disponible em, <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/> Acesso em: 20 set. 2014.
- Curi, E. (2004). *Formação de professores polivalentes: conhecimentos para ensinar Matemática, crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos*. Tese Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo. Disponible en, [http://www.pucsp.br/pos/edmat/do/tese/edda\\_curi.pdf](http://www.pucsp.br/pos/edmat/do/tese/edda_curi.pdf).
- Curi, E. e Pires, C. (2008). Pesquisas sobre a formação do professor que ensina Matemática por grupos de pesquisa das instituições paulistanas. *Educação Matemática e Pesquisa*, 10(1), 151- 89.
- Font, V., Planas, N. e Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en Educación Matemática. *Infancia y Aprendizaje*. 33 (2), 89-105.
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31
- Godino, J. (2011). Indicadores de idoneidade didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En *XIII Conferência Internacional de Educação Matemática (CIAEM – IACME)*. Recife, Brasil.
- Godino, J. D., Batanero, C. e Font, V. (2008). Um Enfoque Onto-Semiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática. *Acta Scientiae*, 10(2), 7 – 37.
- Godino, J. D., Font, V. e Wilhelmi, M. R. (2008). Análisis Didáctico de Procesos de Estudio Matemático Basado en el Enfoque Ontosemiótico. Versión revisada da la Conferencia invitada en el *IV Congreso Internacional de Ensino de Matemática*. (pp.25 – 27). ULBRA, Brasil.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. e Lurduy, O. (2009). Sistemas de Prácticas y Configuraciones de Objetos y Procesos como Herramientas para el Análisis Semiótico en Educación Matemática. *Semiotic Approaches to Mathematics, the History of Mathematics and Mathematics Education*. 3 ed Meeting. Aristotle University of Thessaloniki. July 16-17.
- Godino, J. D. e Neto, T. (2013). Actividades de Iniciación a la Investigación em Educación Matemática. *UNO. Revista de Didáctica de la Matemática*, 63, 69-76.
- Llinares, S. C. e Sánchez, M. V. (1988). *Fracciones: La Relacion Parte-Todo*. Madrid: Síntesis.

- Nacarato, A. M., Passos, C. L. e Carvalho, D. L. (2004). Os graduandos em Pedagogia e suas filosofias pessoais frente à Matemática e seu ensino. *Zetetiké*, 21(12), 9 - 33.
- Pino-Fan. L. R. e Godino, J. D. (2015). Perspectiva Ampliada del Conocimiento Didácticomatemático del Profesor. *Paradigma*, 26(1), 87– 109.