

UNIVERSIDAD DE GRANADA

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN



**ANÁLISIS DE LA INTUICIÓN SOBRE EL AZAR EN ALUMNOS DE
EDUCACIÓN PRIMARIA**

Trabajo Fin de Grado

Autor: Antonio José Benavides Reyes

GRANADA, 2015

RESUMEN

El trabajo que presento describe una experiencia de enseñanza sobre el azar, llevada a cabo en mi fase de prácticas en un aula de Educación Primaria con alumnos de quinto curso. El interés del tema se justifica por su importancia para la formación del estudiante y por las dificultades que se presentan en su enseñanza y aprendizaje, principalmente debido a las experiencias aleatorias vividas por los alumnos, que hacen forjar teorías previas que no suelen ser ciertas e influyen en su aprendizaje.

Comenzamos el trabajo con una breve explicación de la importancia del tema, resumimos brevemente las investigaciones más destacadas en enseñanza y aprendizaje del azar y la probabilidad, destacando la importancia del trabajo por proyectos en el aula, y presentamos un breve análisis curricular de este contenido en la etapa de primaria, donde dirigimos la experiencia que hemos diseñado.

A continuación, describimos la planificación de la experiencia de enseñanza: objetivos, contenidos y competencias, metodología, etc.; analizamos los resultados de los alumnos con la experiencia; realizamos una reflexión sobre la práctica llevada a cabo, que completamos con la valoración de la idoneidad didáctica del proceso de enseñanza según una herramienta que se ha desarrollado en la investigación en didáctica de la matemática (Godino, 2011) y finalizamos con unas conclusiones sobre el trabajo realizado.

Palabras clave: Azar, intuición, experimento aleatorio, Educación primaria.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN.....	7
2. FUNDAMENTACIÓN	7
2.1. Marco curricular	10
3. PLANIFICACIÓN DE LA EXPERIENCIA DE ENSEÑANZA	12
3.1. Destinatarios	12
3.2. Objetivos del proyecto.....	13
3.3. Contenidos y competencias a desarrollar	13
3.4. Metodología y recursos empleados	13
3.4.1. El cuestionario	15
3.4.2. Actividades de ampliación o refuerzo	16
3.5. Evaluación del progreso del alumno en la experiencia de enseñanza	16
4. ANÁLISIS DE LA EXPERIENCIA REALIZADA	17
4.1. Actividades sobre la intuición de los alumnos en una experiencia aleatoria.....	17
4.2. Valoración de la idoneidad de la experiencia de enseñanza.....	23
5. CONCLUSIONES.....	24
6. REFERENCIAS	25
7. ANEXOS.....	27

1. INTRODUCCIÓN

El trabajo que presento describe una experiencia de enseñanza llevada a cabo sobre el azar y la probabilidad en Educación Primaria, más concretamente en el tercer ciclo. La elección de este tema se debe a la importancia que adquiere el azar en nuestro día a día y en la formación de nuestros alumnos, que son futuros ciudadanos (MECD, 2014). Su utilidad en nuestra vida, ya sea para el tiempo laboral o para el tiempo de ocio, hace que nos ayude para un desarrollo personal. Por otra parte, el azar y la probabilidad, y en general la estadística, permiten al alumno comprender otros temas del currículo, por ejemplo, temas del área de Ciencias de la Naturaleza o Sociales, además de servir de especialización posterior en el mismo tema u otros relacionados con la estadística.

De la investigación consultada sobre este tema he podido comprobar que probabilidad y azar son temas difíciles para los estudiantes con respecto a otros contenidos de la asignatura de Matemáticas, hecho que puede deberse a la fuerza que tienen las ideas previas de los niños y niñas sobre el azar. Aunque las dificultades también las muestran los maestros pues investigaciones actuales como la de Gómez-Torres (2014) o Mohamed (2012) muestran dificultades y sesgos en los futuros profesores, donde predominan estrategias aritméticas más que el propio razonamiento probabilístico y en la mayoría de los casos cometen errores.

Así es que nos ha motivado que enfoquemos este trabajo hacia una reflexión sobre la experiencia de enseñanza llevada a cabo con este contenido. Por una parte el Prácticum me ofrece esta posibilidad de experimentar la docencia y también he contado con el apoyo y ayuda de mi tutora de prácticas, pues en todo momento se ha mostrado partidaria de que yo mismo explicase a los alumnos y gestionase la clase.

El trabajo que presento se estructura del siguiente modo: explicamos brevemente la importancia del tema, haciendo hincapié en el currículum y las indicaciones sobre su enseñanza y aprendizaje; describimos el diseño de la experiencia de enseñanza; presentamos los resultados del análisis de la experiencia llevada a cabo; y finalizamos con una reflexión sobre la práctica llevada a cabo y unas conclusiones.

2. FUNDAMENTACIÓN

Desde hace unos años eran sólo algunos pocos investigadores los que se interesaban por la enseñanza y el aprendizaje de la estadística, cambio radical al que estamos

experimentando en la actualidad. Recientemente, la estadística se ha incorporado de forma generalizada al currículo de Matemáticas de la enseñanza primaria (MECD, 2014; Consejería de Educación, 2015; NCTM, 2000), lo cual ha impulsado la investigación y el desarrollo curricular en el campo específico de la estadística, y en especial, en esta etapa educativa.

El interés por la enseñanza estadística viene enlazado al feroz desarrollo de la estadística como ciencia y como una herramienta relevante en la investigación. La técnica y la vida profesional, habiendo sido impulsada por la época de las tecnologías que estamos viviendo, conllevan una gran demanda de formación en esta materia. Esta necesidad puede desembocar en un enfoque de su enseñanza como cúmulo de reglas y procedimientos que sirven para ofrecer un producto, pero desde la investigación educativa se advierte que la estadística es más que una práctica y tiene un razonamiento propio. Se trata de educar a personas que sean capaces de valerse por sí mismas en su vida diaria, es lo que actualmente se denomina “alfabetización estadística”:

Alfabetización estadística es la capacidad de comprender y evaluar críticamente los resultados estadísticos que impregnan nuestra vida cotidiana - junto con la capacidad de apreciar las contribuciones que el pensamiento estadístico puede hacer en las decisiones públicas y privadas, profesionales y personales (Wallman, 1993, p. 1).

Por ello se reclama un enfoque de la enseñanza de la estadística que contemple el razonamiento en los datos y los hechos que suceden como contenido propiamente dicho y no tanto el enfoque tradicional, ya que los alumnos poseen dificultades de aprendizaje con respecto a los conceptos estadísticos que no se arreglan con reglas establecidas.

Nuestro trabajo se centra en el concepto de azar y en investigaciones previas se muestra que los alumnos usan estrategias no probabilísticas cuando argumentan o transmitir una conclusión acerca de alguna situación. Estas estrategias son adquiridas, en gran medida, por experiencias propias en su vida cotidiana y les ayudan a tomar decisiones (Godino, Batanero y Cañizares, 1991). Un ejemplo de dificultad muy común que podemos encontrar relacionada con este tema es la representatividad, que se da cuando el alumno asigna la probabilidad a un suceso en el que se basa en la semejanza del mismo con respecto a la población de la cual se extrae o en la similitud de éste con el proceso por medio del cual se generan los resultados (Godino, Batanero y Cañizares, 1991).

En este sentido, Fischbein (1989) hace hincapié en el papel fundamental de los modelos intuitivos a la hora del razonamiento matemático y su desarrollo, incluyendo en el aprendizaje la resolución de problemas: “*Muchas dificultades de los estudiantes en*

ciencias y matemáticas son debidas a la influencia de modelos tácitos intuitivos, que actúan en forma incontrolada en el proceso de razonamiento”.

Es necesario, por tanto, que los alumnos adquirieran un adecuado sentido estocástico que lo entendemos como la expresión de un uso instruido de los contenidos comprendidos en el bloque de estadística y probabilidad, donde se formulan preguntas cuya respuesta no está determinada de modo concluyente, para después recoger, organizar y presentar datos de diversa índole con los cuales interpretarlas para inferir conclusiones (Ruiz Hidalgo y Serrano, 2015).

Batanero (2013) propone para este fin un modelo de trabajo que engloba el propuesto por otros investigadores donde el sentido estadístico se concibe como el vínculo de tres elementos: (1) las ideas estadísticas fundamentales tienen que ser comprendidas a un nivel aceptable por parte del alumnado, estas ideas aparecen en cualquier situación donde se aplica la estadística, y son adecuadas a cualquier nivel educativo ya que pueden ser enseñadas en diferentes niveles; (2) se debe requerir competencia de análisis de datos, que hoy en día es relativamente simple ya que estamos en la época de la tecnología; y (3) adquirir un adecuado razonamiento estadístico, lo que resulta más complicado de transmitir.

Con la intención de desarrollar un adecuado razonamiento probabilístico en nuestros alumnos partimos de investigaciones previas que identifican dificultades en su aprendizaje entre las que destacamos (Godino, Batanero y Cañizares, 1991):

- Representatividad, el sujeto asigna la probabilidad a un suceso basándose en la semejanza de dicho suceso con la población en la que se extrae o bien por la similitud del proceso por el que se generan los resultados.
- Disponibilidad, consiste en realizar predicciones con respecto a la probabilidad de un suceso basándose en el grado de facilidad con la que es posible recordar o construir ejemplificaciones del mismo.

Como comentamos anteriormente, el azar es un tema que está diariamente en nuestras vidas y que por ello mismo debemos de tener un conocimiento adecuado sobre él para poder interpretar lo que sucede en nuestro entorno.

A continuación describimos las indicaciones que las directrices curriculares nos dan para la enseñanza y aprendizaje del azar y probabilidad en Educación Primaria.

2.1. Marco curricular

El tema de azar y probabilidad se enseña en las escuelas desde primer curso de primaria. En la nueva Ley de Educación (MECD, 2014) el azar y la probabilidad se encuentra en el Bloque 5: “Estadística y probabilidad”, del siguiente modo: “*Análisis crítico de las informaciones que se presentan mediante gráficos estadísticos. Carácter aleatorio de algunas experiencias. Iniciación intuitiva al cálculo de la probabilidad de un suceso.*”(MECD, 2014, p.19393); y los criterios de evaluación más relacionados son:

3. Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro, más o menos probable) de situaciones sencillas en las que intervenga el azar y comprobar dicho resultado.
4. Observar y constatar que hay sucesos imposibles, sucesos que con casi toda seguridad se producen, o que se repiten, siendo más o menos probable esta repetición.
5. Identificar, resolver problemas de la vida cotidiana, adecuados a su nivel, estableciendo conexiones entre la realidad y las matemáticas y valorando la utilidad de los conocimientos matemáticos adecuados y reflexionando sobre el proceso aplicado para la resolución de problemas. (MECD, 2014, p.19393).

El desarrollo de estos contenidos en la normativa, bajo la Ley Orgánica de la Mejora Educativa (MECD, 2014) no se ha separado por cursos, pero se puede ver su estructura en la orden por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la Educación primaria (MEC, 2007), donde los contenidos sobre azar y probabilidad aparecen en el Bloque 4: “Tratamiento de la información, azar y probabilidad” del siguiente modo:

Primer Ciclo (6 - 7 años): Distinción entre lo imposible, lo seguro y aquello que es posible pero no seguro, y utilización en el lenguaje habitual, de expresiones relacionadas con la probabilidad. Participación y colaboración activa en el trabajo en equipo y el aprendizaje organizado a partir de la investigación sobre situaciones reales. Respeto por el trabajo de los demás.

Segundo Ciclo (8 - 9 años): Valoración de los resultados de experiencias en las que interviene el azar, para apreciar que hay sucesos más o menos probables y la imposibilidad de predecir un resultado concreto. Introducción al lenguaje del azar. Constatación del carácter aleatorio de algunas experiencias. Confianza en las propias posibilidades, y curiosidad, interés y constancia en la interpretación de datos presentados de forma gráfica.

Tercer Ciclo (10 - 11 años): Presencia del azar en la vida cotidiana. Estimación del grado de probabilidad de un suceso. Utilización del lenguaje adecuado para describir experiencias relacionadas con el azar. Valoración de la necesidad de reflexión, razonamiento y perseverancia para superar las dificultades implícitas en la resolución de problemas. Confianza en las propias posibilidades e interés por utilizar las herramientas tecnológicas en la comprensión de los contenidos funcionales.

En el nivel curricular autonómico (Consejería de Educación, 2007) los contenidos de probabilidad se ubican en el Núcleo Temático 6, “Tratamiento de la información, azar y probabilidad” donde se establecen varias indicaciones como la finalidad del núcleo temático, que es interpretar los fenómenos ambientales y sociales de su entorno más

cercano a través de las matemáticas, y la relación o transversalidad de la enseñanza de las matemáticas con otros núcleos temáticos.

Así mismo se indica que una de las maneras de introducir las nociones de azar y probabilidad es a través del juego. El alumnado deberá tener la capacidad suficiente para razonar diferentes resultados de experimentos sencillos haciendo útil las estrategias necesarias. Este apartado se contempla de esta manera: *“Los juegos de azar proporcionan ejemplos que permitirán introducir las nociones de probabilidad e incertidumbre”* (Consejería de Educación, 2007, p. 22).

La formación de nuestros alumnos se basa en el desarrollo de competencias, entendiendo por competencia un *saber hacer* en diversos contextos, es decir: *“capacidades para aplicar de forma integrada los contenidos propios de cada enseñanza y etapa educativa, con el fin de lograr la realización adecuada de actividades y la resolución eficaz de problemas complejos”* (MECD, 2014, p. 19351). Se considera un concepto tan importante como el procedimiento de aprender dicho concepto, y por tanto enseñar por competencias se trata de:

[...] una combinación de habilidades, prácticas, conocimientos, motivación, valores éticos, actitudes, emociones, y otros componentes sociales y de comportamiento que se movilizan conjuntamente para lograr una acción eficaz. Se contemplan, pues, como conocimiento en la práctica, un conocimiento adquirido a través de la participación activa en prácticas sociales que, como tales, se pueden desarrollar tanto en el contexto educativo formal, a través del currículo, como en los contextos educativos no formales e informales. (MECD, 2014, p. 19350).

Las competencias se concretan en siete: competencia en comunicación lingüística; competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología; competencia digital; competencia en aprender a aprender; competencias sociales y cívicas; competencia en el emprendimiento y sentido de iniciativa; y por último, competencia en concienciación y expresión cultural (MECD, 2014). Las tareas propuestas en nuestra experiencia de enseñanza contribuirán a su desarrollo, siendo las más destacadas:

- Competencia en comunicación lingüística: se trata de incorporar un lenguaje matemático apropiado y preciso según las expresiones habituales de los alumnos. El modo de desarrollar esta competencia se realizará a través de las descripciones verbales realizadas por los alumnos en los razonamientos y los procesos que realice, cuando estén atentos a las exposiciones de los compañeros, etc.; lo que repercutirá en la comprensión de los conceptos a la vez que mejorará sus destrezas comunicativas.
- Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología: La ciencia conlleva el estudio de situaciones o fenómenos donde encontramos el azar como margen

de incertidumbre, y aunque menos, se trabaja la tecnología a través de Internet con el uso de applets. La competencia que más se desarrolla es la matemática.

- Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor: ya que las cuestiones en la experiencia se plantean como situaciones abiertas, y se proponen como verdaderas cuestiones para los alumnos, que deberán razonar y planificar su resolución.
- Competencia en aprender a aprender: ésta se ve muy influenciada debido a que gran parte de la experiencia es de carácter individual y se favorece la reflexión, además se trabaja la intuición del alumno con lo que se fomentará su necesidad por mejorar y aprender de aquello que ha vivenciado y necesite reforzar o le falte por aprender, cómo y para qué o por qué.

3. PLANIFICACIÓN DE LA EXPERIENCIA DE ENSEÑANZA

Este proyecto surge de mi interés por el tema de estadística y probabilidad y su importancia en la formación de nuestros niños y niñas. Por otra parte, considero necesario disminuir, en la medida de lo posible, las dificultades que se presentan en su enseñanza, como se muestra en algunas de las investigaciones previas que se han descrito anteriormente.

Nos centramos en el concepto de azar por ser una noción fundamental en el desarrollo de otros contenidos posteriores como espacio muestral o suceso (simple o compuesto), así como el propio desarrollo del razonamiento del niño. Para ello diseñamos una experiencia de enseñanza que desarrolle el concepto del azar a través de la realización de un experimento como es el lanzamiento de una moneda. Esta experiencia permitirá mostrar las intuiciones que los alumnos de Educación Primaria tienen sobre el tema, a la vez que ellos mismos realicen el análisis de los datos obtenidos mediante la elaboración de gráficos y generen un autoconcepto de su formación en cuanto al azar.

3.1. Destinatarios

La experiencia se dirige a alumnos de quinto curso de Educación Primaria, principalmente, porque damos por adquiridas habilidades y destrezas en la construcción de gráficos estadísticos que se habrán trabajado en segundo ciclo. Aún así, la formación de los alumnos y su madurez en el trabajo por proyectos determinará si incluirla en segundo ciclo de Educación Primaria.

La muestra con la que se ha llevado a cabo esta experiencia está formada por 24 alumnos (17 niños y 7 niñas), con edades entre los 10 y 12 años, que realizan sus estudios

en un colegio concertado en Granada. La formación de los alumnos en estadística es pobre y, según su tutora, el tiempo que dispone es limitado ya que la enseñanza de otros temas ocupa más de lo previsto.

3.2. Objetivos del proyecto

Como objetivo general nos planteamos el diseño de una experiencia de enseñanza que de muestra de las intuiciones que tienen los alumnos sobre el azar para hacerles responsables de su aprendizaje. Este objetivo general se desglosa en los siguientes objetivos específicos:

- O1. Realizar un experimento aleatorio sencillo del que se recojan datos y se apliquen técnicas y conceptos estadísticos básicos.
- O2. Apreciar la utilidad de las representaciones gráficas para obtener conclusiones sobre experimentos aleatorios y para analizar datos obtenidos en una investigación
- O3. Apreciar la utilidad de los resúmenes estadísticos para obtener conclusiones sobre experimentos aleatorios y para analizar datos obtenidos en una investigación
- O4. Hacer reflexionar al alumno sobre sus intuiciones sobre un experimento aleatorio sencillo como es el lanzamiento de una moneda.
- O5. Transmitir a los alumnos un razonamiento estadístico apropiado.

3.3. Contenidos y competencias a desarrollar

El tema en que nos centraremos es el azar y los contenidos en que nos basamos para alcanzar los objetivos anteriormente expuestos son:

- Carácter aleatorio de algunas experiencias. Presencia del azar en la vida cotidiana.
- Posibilidades de ocurrencia (suceso elemental) en una experiencia aleatoria.
- Sucesos equiprobables.
- Secuencia aleatoria de resultados de una experiencia.
- Gráfico de puntos y de barras
- Introducción al concepto de distribución de una variable estadística
- Resúmenes estadísticos: mínimo, máximo, moda.

3.4. Metodología y recursos empleados

Los niños están rodeados de experiencias aleatorias y mucho más en relación al juego, donde echan a suertes comenzar una partida, eligen las posibilidades de ganar o perder de manera equitativa, etc. La influencia del entorno hace que el niño tenga adquiridas ideas relativas del azar y que aprecie que hay experiencias en las cuales es posible decir con

toda seguridad lo que va a ocurrir y otras en que no.

Nos basamos en los principios didácticos que sugiere Vecino (2008) para trabajar la aleatoriedad en Educación primaria, entre los que destacamos:

- Aprovechar el entorno del niño con intención de acercarle situaciones del mundo combinatorio y del azar.
- Enmarcar situaciones propuestas de un campo de experimentación donde se puedan observar las distintas posibilidades de combinación, las distintas posibilidades de un determinado resultado, diferentes formas de registro y la organización de resultados.
- Desarrollar un vocabulario específico de los contenidos que se desean introducir, que va desde expresiones coloquiales a expresiones propias.
- Desarrollar todas las series de posibilidades de representación asociadas para facilitar la organización de datos, lectura de datos, determinación de frecuencias, etc.
- Organizar la secuenciación de las tareas propuestas al alumno de manera que el trabajo en grupo se convierta en una constante y así acercar al alumno a tareas problemáticas donde la mayoría de las situaciones estén ligadas a la aleatoriedad.

Bajo estos principios, desarrollaremos una metodología similar a la desarrollada por proyectos (Batanero, 2001), lo que supone una manera de trabajar en la que los niños construyen su propio aprendizaje complementando sus ideas previas, afrontando los retos que se le plantean y analizando los resultados obtenidos, que no son solo números sino números en un contexto determinado con significado para el alumno. El trabajo con proyectos presenta varias ventajas (Batanero y Díaz, 2011):

- Permiten contextualizar la estadística y darle utilidad pues si los datos surgen de un problema, son datos con significado y tienen que ser interpretados.
- Los proyectos refuerzan el interés, y más si son los alumnos los que eligen el tema.
- Se aprende mejor qué son datos reales y se introducen ideas que no adquieren igual significado que con datos inventados como precisión, variabilidad o medición.

Con todo ello, planificamos nuestra enseñanza sobre el azar a través del lanzamiento de una moneda, experiencia fácil de llevar al aula. La utilidad de esta experiencia es manifestada por autores como Cañizares (1997), Vecino (2008), o Cascallana (1988) que indican que a partir de juegos o experiencias de este tipo los alumnos consiguen aprender el concepto de azar de una manera intuitiva. Se trata de que a partir de juegos de probabilidad, los niños vayan formalizando un pensamiento lógico acorde a la realidad.

La experiencia que presentamos con este trabajo es definida por Cascallana (1988) como un recurso asequible y con suficientes posibilidades de acierto. También Cañizares

(1997) muestra la utilidad de llevar este experimento al aula puesto que el carácter aleatorio de un fenómeno será apreciado por el niño a través de la observación de diferentes aspectos de su entorno, siendo fácil de producir en un aula. También Batanero (2013) indica que este tipo de experiencias son más beneficiosas ya que los niños aprenden a través de la experiencia propia, y como mencionamos anteriormente, estas experiencias dan al niño no sólo conocimientos técnicos sino también estratégicos.

El modo de trabajar será eminentemente en grupo, salvo cuando cada uno de ellos lance su moneda de manera individual o rellenen los cuestionarios que les facilitamos. Se debatirán en gran grupo las ideas que tienen los alumnos sobre el propio experimento en cuanto a los posibles resultados que podemos obtener, si podemos decir con seguridad qué ocurrirá en un posible lanzamiento, etc.

Será el alumno el que evidencie, por su propia experiencia, si conceptos que ya tenían asimilados sobre el azar son o no adecuados. Tratamos de ofrecer un aprendizaje significativo, donde ellos mismos relacionen las ideas previas que tenían con los nuevos conocimientos que se trabajan, aportándoles coherencia y complementándolos con otros conocimientos como es la construcción y el análisis de gráficos estadísticos.

Organizamos dos secuencias de enseñanza: en la primera trabajamos las ideas previas sobre el azar a través de preguntas sobre lo que esperan que ocurra al lanzar una moneda y en la segunda se comparan estas intuiciones con los resultados obtenidos en diez lanzamientos sucesivos de la moneda en la clase.

3.4.1. El cuestionario

Utilizamos un cuestionario en nuestra enseñanza para que el alumno lo rellene a medida que avanzamos. No se trata de un instrumento de evaluación diseñado bajo unas hipótesis previas que delimiten una investigación. Se trata de recoger en una hoja de registro información con una doble intención: por una parte servir al alumno para recoger sus datos y poder representar sus gráficos; y por otra parte, servirnos de complemento a nuestra observación directa del desarrollo de la experiencia.

Para cada secuencia de enseñanza diseñamos un cuestionario. El cuestionario 1 se utiliza en la primera secuencia de enseñanza, donde se pregunta por los posibles resultados de un lanzamiento, si es posible decir con seguridad qué resultado se puede obtener en un lanzamiento, y que escriban una secuencia inventada de diez lanzamientos de la moneda de forma que otra persona piense que se ha realizado de verdad (Ver Anexo I).

En el segundo día se realizan varios lanzamientos sucesivos de la moneda y se pide al alumno que interprete este fenómeno. Se pregunta por diferentes posibilidades de resultados de lanzamientos y que relacione su intuición y la de la clase con el hecho de haber lanzado realmente la moneda (Ver Anexo II).

3.4.2. Actividades de ampliación o refuerzo

Es útil que los estudiantes refuercen y amplíen contenidos del tema de azar de modo autónomo en casa. Por una parte, el alumno puede replicar el lanzamiento de la moneda en casa tantas veces como quiera y recoger los resultados en tablas que pueda graficar. Por otra parte, proponemos el uso de applet que ayudan en este propósito.

Seleccionamos tres applets (de entre los que hemos encontrado en Internet) donde se visualizan los lanzamientos de una moneda y que puede reforzar los contenidos vistos en clase: (applet 1) <https://www.random.org/coins/?num=10&cur=60-esp.5ptas> y (2) <http://ntic.educacion.es/w3/eos/MaterialesEducativos/mem2010/labazar/index.html>.

También podemos graficar estos resultados y compararlos con la distribución normal en el siguiente enlace (3): <http://www.rossmanchance.com/applets/OneProp/OneProp.htm>, trabajando contenidos mucho más avanzados.

3.5. Evaluación del progreso del alumno en la experiencia de enseñanza

La evaluación de los alumnos se realizará mediante la observación de sus comentarios e intervenciones en los debates y la revisión de los cuestionarios que completen. Realizaremos preguntas en clase que permitirán evidenciar sus ideas y razonamientos, recogiendo los progresos más destacados en el diario del maestro.

Se valorará si los alumnos son capaces de distinguir entre una secuencia realizada de forma aleatoria o una secuencia realizada de forma real, y además del concepto de azar, valoramos la construcción e interpretación del diagrama de puntos o barras de las variables analizadas. La evaluación será eminentemente formativa pues no realizaremos examen y con las aportaciones de los alumnos en los debates podremos seguir sus avances. Utilizamos como criterios de evaluación (MEC, 2007; MECD, 2014):

- Hacer estimaciones sobre el resultado del lanzamiento de una moneda (posible, imposible, seguro, más o menos probable).
- Recoger y registrar información cuantificable.
- Realizar, leer e interpretar gráficas de puntos y barras
- Reflexionar sobre el proceso aplicado para la resolución de tareas comunicando la

información.

- Expresar de forma clara, limpia y ordenada las actividades realizadas.
- Establecer conexiones entre la realidad o la vida cotidiana y las matemáticas, valorando la utilidad de los conocimientos matemáticos.

Utilizaremos preguntas basadas en medidas como el máximo, mínimo y moda, que son fáciles de observar en las gráficas y ayudan a interpretar la distribución de los datos.

4. ANÁLISIS DE LA EXPERIENCIA REALIZADA

La experiencia de enseñanza fue implementada en la fase de prácticas con ayuda de una docente del área de Matemáticas del colegio en el que he hecho mis prácticas y de un observador en prácticas. La estructura llevada a cabo ha sido, en primer lugar, mi estudio previo sobre el tema, que he resumido brevemente en los apartados anteriores; en segundo lugar, el desarrollo de las dos sesiones de enseñanza donde los alumnos rellenaron los cuestionarios (Ver Anexos I y II) y finalmente, el análisis de los resultados y la redacción de las conclusiones que hemos generado.

En este apartado describimos los resultados de la experiencia llevada a cabo con los niños y niñas en cuanto a sus logros en las tareas propuestas. Consideramos necesario acompañar los resultados de los alumnos a la valoración de nuestra propia práctica pues, como indican las directrices curriculares: *“Los maestros evaluarán tanto los aprendizajes del alumnado como los procesos de enseñanza y su propia práctica docente, para lo que establecerán indicadores de logro en las programaciones docentes.”* (MECD, 2014, p. 19357). A continuación mostramos los resultados de los alumnos en el desarrollo de la misma y cuando completaron el cuestionario, así como una reflexión de la propia experiencia.

4.1. Actividades sobre la intuición de los alumnos en una experiencia aleatoria

La experiencia que diseñamos resultó de gran interés a los alumnos porque la dinámica de clase a la que están acostumbrados es el libro de texto y tomar apuntes en el cuaderno donde resuelven las tareas propuestas por la maestra.

Comenzamos la primera sesión preguntando si alguna vez habían lanzado una moneda, y la mayoría contestaron que sí. Pedimos que la lancen una vez en clase para experimentar el resultado (primera pregunta del cuestionario) y que contesten a las primeras cuatro preguntas del cuestionario, que describimos a continuación:

C1.2. Si lanzas de nuevo la moneda, ¿obtendrás otra vez el mismo resultado? ¿Por qué?

Esperamos que el alumno conteste que es posible obtener el mismo o distinto resultado pues el experimento se reproduce en las mismas condiciones que el anterior y no tiene memoria de lo ocurrido. En contra de lo esperado, encontramos muchas respuestas incorrectas pues atribuyen a la suerte o la casualidad lo que ocurrirá “*Sí, porque puede ser que alguna vez tengas suerte y te salga lo mismo dos veces*” [PFC], “*Sí, porque ha dado la casualidad*” [MET], o que corresponde que salga lo contrario: “*No, porque a mí nunca me salen dos seguidas iguales*” [PLFP] y en algunos casos, que dependerá de cómo la tires la moneda: “*Sí, porque si la tiro igual que antes saldrá lo mismo*” [CGM]. De las respuestas que consideramos correctas los alumnos aluden a las mismas posibilidades de salir cara o cruz: “*Sí, porque tenemos la misma posibilidad que salga lo mismo*” [AAC].

C1.3. ¿Sabes cuántos resultados diferentes podemos obtener cuando lanzamos la moneda? ¿Por qué?

Todos los alumnos salvo uno contestaron correctamente que podemos obtener dos posibles resultados: cara y cruz. Valoramos como parcialmente correctas las respuestas en que los alumnos dieron la posibilidad de caer de canto en la mesa pues es poco probable que ocurra ya que en este caso la moneda rodaría y finalmente caería bien de cara bien de cruz.

C1.4. ¿Crees que antes de lanzar una moneda podrías decir, con seguridad, cuál será el resultado que obtendrás? ¿Por qué?

Se espera que los alumnos indiquen que no se puede con seguridad adivinar qué resultado obtendrán. Es una pregunta similar a la 2 pero que no está sujeta al lanzamiento obtenido anteriormente. Esperábamos unos resultados similares a los de la cuestión C1.2 pero ahora la mayoría de los alumnos la han contestado correctamente, salvo uno que ha indicado: “*Sí, al 28%*” [PFC]. Algunos alumnos, como el anterior, se han aventurado a indicar la probabilidad de lo que ocurrirá, cuyas respuestas hemos categorizado como parcialmente correctas pues indican que no es posible saberlo con seguridad a pesar de indicar porcentajes de ocurrencia incorrectos: 0%, 10%, 55%, 65% y 75% distintos del 50% que es el correcto. Estos resultados, aunque mejores que los obtenidos en la cuestión 1.2, son preocupantes porque los alumnos muestran dificultades al asignar la probabilidad como grado de ocurrencia a sucesos equiprobables, a pesar de que los alumnos perciben la aleatoriedad del experimento.

En la siguiente Tabla 1 se resumen los resultados de las primeras preguntas del cuestionario donde podemos observar que los alumnos tienen bien asimiladas las

preguntas C1.3 y C1.4, siendo totalmente contrarios los resultados en la pregunta C1.2, donde sólo poco más de la mitad de la clase ha contestado correctamente.

Tabla 1. Respuestas (y porcentajes) a las preguntas del cuestionario 1.

	Correcta	Incorrecta	Parcialmente Correcta	Total de alumnos
C1.2	13 (54.2)	11 (45.8)	0	24(100)
C1.3	16 (66.6)	1 (4.2)	7 (29.2)	24(100)
C1.4	17 (70.8)	1 (4.2)	6 (25)	24(100)

Una vez debatido las respuestas de los alumnos a las cuestiones anteriores los alumnos contestan a la siguiente pregunta:

C1.5. ¿Crees que podemos escribir los resultados de los 10 lanzamientos de la moneda (sin lanzarla realmente, sino como tú pienses que saldrían) de forma que otras personas piensen que has lanzado la moneda de verdad? ¿Por qué?

Esperamos que respondan que sí pueden escribir una secuencia de lanzamientos de forma que parezca aleatoria y así lo hagan en la tabla que incluimos al final del cuestionario 1 (Ver Anexo 1). Pedimos que cuenten las caras y cruces que han puesto y pondremos en común los resultados de todos los alumnos para comparar sus producciones. El maestro construirá en la pizarra la distribución de frecuencias de la variable “número de caras” mediante un diagrama de puntos. Posteriormente indica que en lugar de puntos podemos realizar un gráfico de barras como el que se muestra en la Figura 1. Los alumnos también construyen el mismo gráfico en el revés de su hoja y todos lo hacen correctamente, principalmente porque el de muestra del maestro esta en la pizarra.

En la siguiente sesión comenzamos lanzando diez veces consecutivas la moneda, y tras contar las caras y cruces obtenidas compartimos los resultados. Con los datos de la clase los alumnos construirán, como en el día anterior, el diagrama de barras correspondiente a la variable “número de caras”. Ellos compararán los gráficos obtenidos (Figura 1) y esperamos que adviertan las diferencias.

Los gráficos de los alumnos son en su mayoría parcialmente correctos (6 alumnos, 25 %) pues colocan el eje vertical pero los puntos no se corresponden con los valores del eje. Sólo tres alumnos han construido el gráfico de barras: dos lo hacen correctamente (8.3 %) y uno con error (4.2%) pues olvida completar el eje vertical. En definitiva, consideramos la construcción de gráficos satisfactoria pues finalmente construyeron correctamente el 70.8 % de los alumnos aunque los alumnos tienen dificultades para representar un gráfico de barras, siendo más cómodo representar el de puntos, y no siempre lo construyen correctamente.

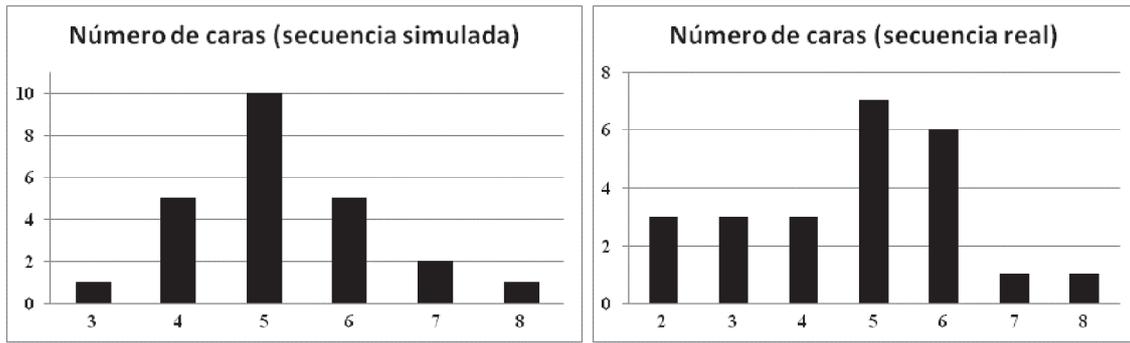


Figura 1. Representación de la variable “número de caras” de las secuencias simulada y real de clase

La comparación de las gráficas de la distribución de la variable “número de caras” según la secuencia simulada y real muestra que en la secuencia real no es tan acampanada como ellos proponían. Se espera que surja el concepto de *racha* y si no surge este concepto el maestro evidenciará el interés por observarlo. Tras contar la longitud de la racha más larga en la secuencia simulada y en la real damos tiempo a que valoren sus producciones. En la experiencia no se realizaron las gráficas de la racha más larga por falta de tiempo, pero se explicó en clase de manera general, en la que los alumnos participaron añadiendo cual fue su racha más larga. Aún así, incluimos la Figura 2 para visualizar las secuencias que propusieron los alumnos, que tienden a proponer rachas más cortas que lo que ocurre en la realidad. Podemos evidenciar la fuerza del sesgo de la representatividad en la variabilidad en las muestras pequeñas donde se espera que las proporciones se establezcan en pocos lanzamientos.

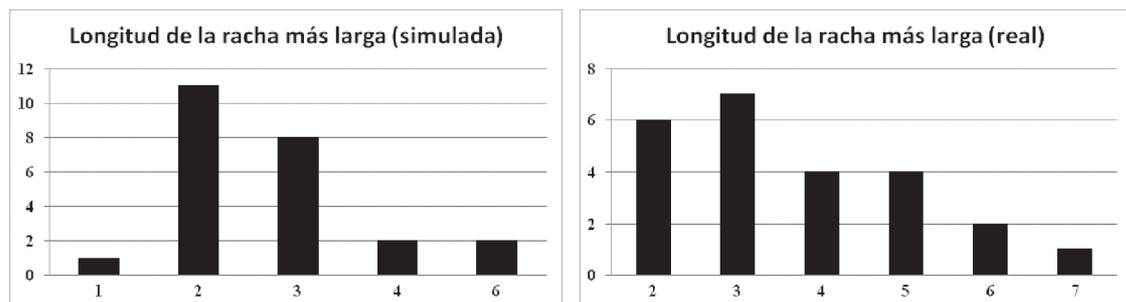


Figura 2. Representación de la variable “longitud de la racha más larga” en las secuencias simulada y real

Pedimos a los alumnos que rellenen las preguntas siguientes en el cuestionario con la intención de obtener información de la experiencia vivida.

C2.1. ¿Podríamos distinguir si una secuencia de lanzamientos de una moneda es aleatoria o es inventada, por ejemplo, como la que te inventaste ayer? ¿Por qué?

Esperamos que los alumnos indiquen que en la secuencia simulada las rachas son muy cortas mientras que en la secuencia real son más largas, encontrando que la proporción de caras y cruces no tiene por qué asociarse a 0,5. En esta pregunta los alumnos mostraron dificultad, quizá por no saber expresarse correctamente, por lo que categorizamos sus respuestas como parcialmente correctas ya que aluden a la misma posibilidad de salir cara o cruz: “*Sí, porque puede ser cara o cruz*” [SMR] o bien a que una la hicieron inventada y la otra realmente: “*Sí, porque han salido totalmente diferentes porque ayer nos lo inventamos y hoy no porque teníamos una moneda*” [PLFP]. Los alumnos que contestaron que no pueden distinguirse las secuencias aleatoria y real se categorizaron como respuestas incorrectas.

C2.2. ¿Tenemos que obtener exactamente 5 caras y 5 cruces para que una secuencia de 10 lanzamientos de una moneda sea aleatoria? ¿Podríamos obtener 1 caras y 9 cruces? ¿y 2 caras y 8 cruces? ¿y 8 caras y 2 cruces? ¿Por qué?

Esperamos que los alumnos contesten con argumentos basados en el azar e indiquen que no tiene por qué obtenerse 5 caras y 5 cruces en la secuencia real, pudiendo encontrar 1 cara y 9 cruces, 2 caras y 8 cruces o bien 8 caras y 2 cruces. Los alumnos contestan todos correctamente que no tenemos que encontrar 5 caras y 5 cruces en la secuencia real, categorizando una respuesta como parcialmente correcta pues no precisa sobre el caso “5 caras 5 cruces” y contesta en general que puedes obtener lo que sea. Algunos alumnos muestran dificultades en valorar las otras posibilidades de ocurrencia encontrando cuatro alumnos que contestan incorrectamente, por ejemplo: “*No porque no te puede salir solo una cara; No porque no te puede salir solo dos caras; No porque no te pueden salir solo dos cruces*” [AAC]. Añadir que los alumnos contestana las opciones de 1 cara y 9 cruces, 2 caras y 8 cruces y 8 caras y 2 cruces, generalmente, del mismo modo.

C2.3. Después de todos los gráficos que has construido, contesta razonadamente a la siguiente pregunta: ¿Tiene tu clase buena intuición para adivinar una secuencia aleatoria de 10 lanzamientos de una moneda? ¿Por qué?

Esta pregunta cierra la experiencia pues es donde el alumno reflexiona sobre los gráficos construidos en cuanto a las intuiciones que la clase posee. Se espera que señale que no han sido del todo acertados en las secuencias simuladas y que han inventando secuencias de rachas cortas y alternando mucho las posibilidades para que hubiese equilibrio (sesgo de la representatividad). Sólo tres alumnos han contestado correctamente como por ejemplo [EGE]: “*No, porque hay mucha diferencia de un gráfico a otro*” aunque en su mayoría han contestado de manera incorrecta pues no se basan en

los gráficos construidos y generalmente se basan en su intuición o la suerte: “No, porque no es muy fácil saber lo que vas a sacar” [JAR] o “Sí, porque algunos tienen suerte y algunos no” [NFS]. Consideramos respuestas parcialmente correctas cuando se basan en las gráficas elaboradas aunque con errores, pues no analizan la distribución de la variable completamente sino que se fijan, generalmente, en la moda, y con errores, como por ejemplo: “No, porque casi todos pusieron 5 y esta vez salieron casi la mitad de 5” [JFJH].

En la siguiente Tabla 2 se resumen los resultados de las preguntas según el grado de corrección. Podemos observar que la pregunta C2.1, no está bien asimilada debido a que un gran número de alumnos contesta de manera incorrecta, siendo sólo 3 alumnos los que contestan de forma correcta. La pregunta sobre obtener 5 caras y 5 cruces (C2.2a), está bien asimilada debido a que todos los alumnos, salvo uno, contestan correctamente, siendo más complicado razonar sobre las otras opciones (C2.2b y C2.2c). En cuanto al modo de razonar si la clase tiene buena intuición (C2.3), la gran mayoría contesta de manera errónea basándose en la suerte o sus ideas previas.

Tabla 2. Respuestas (y porcentajes) a preguntas del cuestionario 2.

	Correcta	Incorrecta	Parcialmente Correcta	Total de alumnos
C2.1	3 (12.5)	13 (54.2)	8 (33.3)	24(100)
C2.2a	23 (95.8)	0	1(4.2)	24(100)
C2.2b	20 (83,3)	4 (16,7)	0	24(100)
C2.2c	20 (83,3)	4 (16,7)	0	24(100)
C2.3	3 (12.5)	15 (62.5)	6 (25)	24(100)

Finalizamos pidiendo a los alumnos escribir lo que hayan aprendido en la experiencia. Las respuestas se resumen en la Tabla 3, donde se observa que se ha valorado mucho la experiencia de lanzar la moneda.

Tabla 3. Categorías de respuestas (y porcentajes) del alumno según su aprendizaje en la experiencia.

Respuestas de los alumnos al interés de la práctica	Frecuencia
No es fácil adivinar; La intuición algunas veces acierta	7(29.2)
Da igual aleatorio o inventado	1(4.2)
Pensar más rápido	1(4.2)
Tener probabilidades en el azar	1(4.2)
Ha obtener información	1(4.2)
Monedas importantes	9 (37.3)
Lo que hemos hecho es interesante	1(4.2)
La suerte para lanzar	2 (8.3)
Ayudar al profesor de prácticas	1(4.2)

4.2. Valoración de la idoneidad de la experiencia de enseñanza

En este apartado incluimos una valoración de mi experiencia de enseñanza basándonos en una herramienta de análisis presentada por Godino (2011). Se trata de una pauta de análisis que aporta indicadores para valorar la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, entendiendo como tal la unión de diferentes componentes (epistémica, cognitiva, mediacional, interaccional, afectiva y ecológica) cuyo análisis, en conjunto, aporta información del proceso seguido (Godino, 2011, p. 18): “*La teoría de la idoneidad didáctica trata de interrelacionar las distintas facetas que intervienen en el diseño, implementación y evaluación de procesos de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas.*”. Presentamos a continuación el análisis de cada uno de sus componentes.

Idoneidad epistémica: entendida como el grado en que los contenidos implementados en el proceso de enseñanza representan bien los contenidos de referencia. Observamos que con respecto a este tipo de idoneidad se han cumplido todos sus componentes pues se propusieron situaciones en las cuales se generaron problemas para los alumnos, además del uso de diferentes modos de expresión matemática. Destacar que en las situaciones que se promovieron para los alumnos, ellos tenían que argumentar las respuestas.

Idoneidad cognitiva: entendida en términos de si los contenidos implementados son adecuados para los alumnos, es decir, están en la zona de desarrollo potencial de los alumnos. Cabe destacar que en el componente de conocimientos previos, los alumnos no poseían un elevado nivel para el estudio del tema. Con respecto a las adaptaciones a las diferencias individuales, se proponen actividades de ampliación y refuerzo (Ver Sección 3.4.2) que el alumno realizará si así lo requiere.

Idoneidad mediacional: entendida como el grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje. En este apartado también se han cumplido la gran parte de su componentes, destacando que el único inconveniente fue el tiempo que me dejaron para realizar la experiencia, a pesar de ello, tanto el horario de los alumnos, el número y distribución y el aula han permitido llevar un buen desarrollo de la misma.

Idoneidad afectiva: entendida como el grado de implicación, interés y motivación de los alumnos. La experiencia del lanzamiento de la moneda causó gran interés en los alumnos, destacando la participación del alumnado en todo el proceso.

Idoneidad interaccional: entendida como el grado en que los modos de interacción

permiten identificar y resolver conflictos de significado y favorecen la autonomía en el aprendizaje. Observamos que con respecto a este tipo de idoneidad se han cumplido la mayoría de sus componentes con tareas que tienen un interés para los alumnos, en la que se promueve la participación en las actividades y en la que se resalta las cualidades estéticas y la precisión de las matemáticas.

Idoneidad ecológica: entendida como el grado de adaptación curricular, socio-profesional, apertura a la innovación y conexiones intra e interdisciplinares. En esta idoneidad se ven reflejados los contenidos, su implementación y la evaluación, que se corresponden con las directrices curriculares. Destacar también que los contenidos favorecen la formación de los estudiantes.

La experiencia de enseñanza se llevó a cabo bajo la supervisión de dos observadores: mi tutor de prácticas y otro profesor en prácticas. Sus comentarios han valido para hacer una evaluación más ajustada a la realidad vivida y que complementara la mía propia, pues yo mismo fui el que desempeñé la labor de profesor en la experiencia.

Esta experiencia me ha servido personalmente para abrir un abanico de posibilidades a la hora de impartir clases como futuro docente y seguir formándome. Me sirvió para que mi tutora valorara mi modo de trabajar con los alumnos, donde ellos pudieran trabajar el tema de una forma más cercana y así comprender de una manera adecuada el azar. La tutora de prácticas me expresó sus felicitaciones por haber llevado a cabo mi proyecto con su clase ya que nunca se hubiera atrevido.

Algunas sugerencias de mejora que puedo realizar, si volviera a realizar esta experiencia, sería añadir más días a la experiencia (al menos dos), ya que por la falta de tiempo no se pudo trabajar como hubiésemos querido las graficas de barras, sobre todo la de rachas. También añadir que la moneda tuvo sólo 10 lanzamientos, por agilizar las sesiones de trabajo, y lo conveniente sería tirarla más veces para que los alumnos pudieran ver una secuencia más larga.

Uno de los puntos fuertes considerados de la experiencia pueden ser los materiales, que han ayudado bastante a la hora de evaluar las intuiciones de los alumnos y a la vez han ayudado a los alumnos a plasmar sus ideas y expresarse de manera libre, lo que condiciona de manera positiva a la hora de expresarse matemáticamente.

5. CONCLUSIONES

Ha sido una experiencia muy gratificante como futuro docente haber desarrollado este trabajo de investigación ya que he ampliado mi conocimiento en el tema, y

principalmente he podido llevar a cabo un proyecto en el que he podido analizar todos los datos y así tener una visión más ajustada del problema.

Una de las cualidades que destaco de esta experiencia es que los alumnos estuvieran motivados y participativos en la clase, es decir, implicados en la experiencia, en la que algunos alumnos, a pesar de no poseer un elevado nivel del tema, también pudieron participar aportando ideas positivas al grupo.

A modo de síntesis, en primer lugar, he podido comprobar la importancia del azar en nuestro día a día y su utilidad, ya que nos servirá para preparar a nuestros alumnos en diferentes situaciones que se le presenten en su vida cotidiana.

En segundo lugar, gracias a la evaluación de esta experiencia, podemos observar que los temas son difíciles de comprender para los alumnos debido a las respuestas incorrectas plasmadas en los cuestionarios, y que en la mayoría de los casos se deben a ideas previas. Por ello, este tipo de experiencias son útiles para su formación.

Por último, evaluar nuestra actividad es lo que nos ha permitido pararnos a pensar qué hemos hecho y por qué, si hemos conseguido lo que queríamos en los alumnos y si hemos desempeñado adecuadamente nuestra función como maestros. Los resultados de estos momentos de reflexión son los que me han motivado a seguir trabajando en una mejora de mi profesión, principalmente desde mí mismo como docente, que seguro repercutirá en la mejora de la formación de mis alumnos.

6. REFERENCIAS

- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática.
- Batanero, C. y Díaz, C. (2004). El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. En J. Patricio Royo (Ed.), *Aspectos didácticos de las matemáticas* (pp. 125-163). Zaragoza: ICE.
- Batanero, C. y Díaz, C. (2011), *Estadística con proyectos*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática.
- Batanero, C. (2013). Sentido estadístico: Componentes y desarrollo. En J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga (Eds.) *Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (pp. 55-61). Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

- Cañizares, M. J. (1997). *Influencia del razonamiento proporcional y combinatorio y de creencias subjetivas en las intuiciones probabilísticas primarias*. Tesis Doctoral no publicada. Universidad de Granada.
- Cascallana, M. T. (1988). *Iniciación a la matemática: Materiales y recursos didácticos*.
- Consejería de Educación. (2007). *Orden de 10 de agosto de 2007, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en Andalucía*. Sevilla: Autor.
- Consejería de Educación. (2015). Decreto 97/2015, de 3 de marzo, por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Andalucía.
- Godino, J. D. (2011). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Conferencia presentada en el *XIII CIAEM-IACME*, Recife, Brasil.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Cañizares, M. J. (1991). *Azar y probabilidad: fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Granada
- MEC. (2007). ORDEN ECI/2211/2007, de 12 de julio, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la Educación primaria.
- MECD. (2014). Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. Madrid: Autor
- Mohamed, N. (2012). *Evaluación del conocimiento de los futuros profesores de educación primaria sobre probabilidad*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: VA.
- Ruiz Hidalgo, J. F. y Serrano, L. (2015). Sentido estocástico. En P. Flores y L. Rico (Coords.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria* (pp. 169-184). Madrid: Ed. Pirámide.
- Vecino, F. (2008). El desarrollo del pensamiento aleatorio en Educación Primaria. En M.C. Chamorro (coord.) *Didáctica de las matemáticas* (pp. 329-333)
- Wallman, K. K. (1993). Enhancing statistical literacy: Enriching our society. *Journal of the American Statistical Association*, 88 (421), 1-8.

Nombre y Apellidos: _____

Edad: _____ años. Centro: _____

VAMOS A TRABAJAR CON LA ESTADÍSTICA Y LA PROBABILIDAD

En la clase de hoy vamos a trabajar con una moneda. Vamos a lanzarla y cuando caiga a la mesa observaremos el resultado obtenido.

1. Lanza una moneda al aire y cuando caiga a la mesa observa el resultado obtenido.

En un lanzamiento de la moneda el resultado ha sido:

2. Si lanzas de nuevo la moneda, ¿obtendrás otra vez el mismo resultado? ¿Por qué?

3. ¿Sabes cuántos resultados diferentes podemos obtener cuando lanzamos la moneda? ¿Por qué?

4. ¿Crees que antes de lanzar de nuevo la moneda podrías decir, con seguridad, cuál será el resultado que obtendrás? ¿Por qué?

Ahora vamos a imaginar que lanzamos una moneda al aire 10 veces consecutivas.

5. ¿Crees que podemos escribir los resultados de los 10 lanzamientos de la moneda (sin lanzarla realmente, sino como tú pienses que saldrían) de forma que otras personas piensen que has lanzado la moneda de verdad? ¿Por qué?

Escribe, en la siguiente tabla, los resultados que crees que pueden salir si lanzases 10 veces una moneda. No olvides codificar bien los resultados:

CARA (si se observa una figura)= **C** y **CRUZ** (si se ve el número del valor de la moneda) = **X**

TABLA 1: En la siguiente tabla apuntarás los resultados que CREES QUE SALDRÁN si lanzases 10 veces una moneda:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Suma el número total de CARAS que has obtenido: _____ Suma el número total de CRUCES que has obtenido: _____

Nombre y Apellidos: _____

Edad: _____ años. Centro: _____

SEGUIMOS TRABAJANDO LA ESTADÍSTICA Y LA PROBABILIDAD

En la clase de hoy vamos a lanzar, de verdad, una moneda al aire. La lanzarás 10 veces consecutivas y anotarás en la siguiente tabla el resultado de **CARA = C** o bien de **CRUZ = X** que hayas obtenido.

TABLA 2: En la siguiente tabla apuntarás los resultados de los 10 LANZAMIENTOS consecutivos.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Suma el número total de CARAS que has obtenido: _____ Suma el número total de CRUCES que has obtenido: _____

1. ¿Podríamos distinguir si una secuencia de lanzamientos de una moneda es aleatoria o es inventada, por ejemplo, como la que te inventaste ayer? ¿Por qué?

2. ¿Tenemos que obtener exactamente 5 caras y 5 cruces para que una secuencia de 10 lanzamientos de una moneda sea aleatoria? ¿Podríamos obtener 1 caras y 9 cruces? ¿y 2 caras y 8 cruces? ¿y 8 caras y 2 cruces? ¿Por qué?

3. Después de todos los gráficos que has construido, contesta razonadamente a la siguiente pregunta:
¿Tiene tu clase buena intuición para adivinar una secuencia aleatoria de 10 lanzamientos de una moneda? ¿Por qué?

4. ¿Qué has aprendido?