

**UNIVERSIDAD DE GRANADA**

**Facultad de Ciencias de la Educación**



**INTUICIONES PROBABILÍSTICAS EN EL TERCER CICLO DE  
EDUCACIÓN PRIMARIA**

**Trabajo Fin de Grado en Educación Primaria**

**Pablo Ramal Martín**

**Granada, 2014**

## INDICE

### RESUMEN

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1. INTRODUCCIÓN.....</b>                     | <b>3</b>  |
| <b>2. MARCO CURRICULAR.....</b>                 | <b>3</b>  |
| <b>3. INVESTIGACIONES PREVIAS.....</b>          | <b>6</b>  |
| <b>4. ESTUDIO DE CONOCIMIENTOS PREVIOS.....</b> | <b>8</b>  |
| <b>4.1. Descripción de la muestra.....</b>      | <b>8</b>  |
| <b>4.2. Descripción del cuestionario.....</b>   | <b>8</b>  |
| <b>4.3. Resultados del cuestionario.....</b>    | <b>13</b> |
| <b>5. CONCLUSIONES.....</b>                     | <b>18</b> |
| <b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>                        | <b>19</b> |

## RESUMEN

Este trabajo consiste en una evaluación de algunas nociones probabilísticas de alumnos de tercer ciclo de Educación Primaria. El trabajo se ha llevado a cabo a partir de la muestra de alumnos donde se ha realizado las prácticas a partir de unos ítems clásicos de algunos estudios con resultados probados dentro de esta área. Después de obtener los resultados, estos se comparan con los resultados obtenidos por Cañizares (1997).

### 1. INTRODUCCIÓN

De las nociones e intuiciones probabilísticas va a depender si los alumnos comprenden e interpretan la realidad que les rodea. Por esta razón el profesorado debe de conocer maneras de evaluar deficiencias en los estudiantes para poder tratarlas.

Los objetivos pretendidos con este trabajo son:

- *Objetivo 1:* Comprobar los resultados de unos ítems clásicos de evaluación de conocimientos probabilísticos con mis alumnos de prácticas.
- *Objetivo 2.* Comparar los resultados obtenidos con mis alumnos con la investigación de Cañizares (1997).

### 2. MARCO CURRICULAR

En este apartado se tratará el Marco Curricular en el que se encuentra el trabajo, presentando un resumen de la organización curricular de España, además de una comparación directrices curriculares, las orientaciones aportadas por el NTCM y el Proyecto GAISE relacionadas con la importancia de la probabilidad en la Educación Primaria.

#### **La probabilidad en el currículo español de educación primaria**

El currículo español está, en primer lugar, dictado a nivel nacional por los Decretos de Enseñanzas Mínimas, por parte del Ministerio de Educación y Ciencia. A nivel autonómico cada comunidad completa estas directrices. En el actual plan de estudios, la estadística y probabilidad se programan dentro de un Bloque Completo destinado al tema, que se inicia desde el primer ciclo de la educación primaria. Resumimos a continuación estas orientaciones curriculares.

### *Decreto de Enseñanzas Mínimas del Ministerio de Educación y Ciencia*

En este Decreto (MEC, 2006) se incluye la probabilidad en el bloque 4, Tratamiento de la información, azar y probabilidad, que se presenta conectado con problemas que implican a otras áreas de conocimiento. Este documento indica que el trabajo en este Bloque ha de incidir de forma significativa en la comprensión de las informaciones presentes en los medios de comunicación y contribuir a que los estudiantes valoren los conocimientos estadísticos.

El Ministerio de Educación y Ciencia (MEC, 2006), en el bloque Tratamiento de la información, azar y probabilidad incluye los siguientes contenidos específicos, sobre azar y la probabilidad en la Educación Primaria:

- *Primer Ciclo (6 - 7 años)*: Carácter aleatorio de algunas experiencias. Distinción entre lo imposible, lo seguro y aquello que es posible pero no seguro, y utilización en el lenguaje habitual, de expresiones relacionadas con la probabilidad.
- *Segundo Ciclo (8 - 9 años)*: Valoración de los resultados de experiencias en las que interviene el azar, para apreciar que hay sucesos más o menos probables y la imposibilidad de predecir un resultado concreto. Introducción al lenguaje del azar.
- *Tercer Ciclo (10 - 11 años)*: Presencia del azar en la vida cotidiana. Estimación del grado de probabilidad de un suceso.

Se señala que los juegos de azar proporcionan ejemplos que permitirán introducir las nociones de probabilidad e incertidumbre. Para la probabilidad se pretende que el alumnado sea capaz de razonar sobre los posibles resultados de un experimento aleatorio sencillo, que asignen probabilidades a sucesos equiprobables o no, utilizando distintas estrategias sobre técnicas de conteo. También se propicia la asignación frecuencial, a partir de experimentos organizados en la clase, que permiten enlazar estadística y probabilidad.

Encontramos también en este documento los siguientes criterios de evaluación relacionados con la probabilidad:

- *Primer Ciclo*: Se pretende evaluar si los niños y las niñas están familiarizados con conceptos y términos básicos sobre el azar: seguro, posible, imposible.
- *Tercer Ciclo*: Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro, más o menos probable) de situaciones sencillas en las

que intervenga el azar y comprobar dicho resultado. Además, se comprobará que hay sucesos imposibles, sucesos que se producen con casi toda seguridad, o que se repiten, siendo más o menos probable esta repetición. Estas nociones estarán basadas en la experiencia.

La evaluación considerará además de los aspectos propios de la clasificación y representación de datos, la capacidad para deducir relaciones entre ellos y, sobre todo, la deducción de conclusiones y estimaciones a partir de los datos representados.

#### *Directrices de la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía*

Como ejemplo de normativa autonómica, comentamos las directrices de la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía (2007), por su parte, remite a estos mismos contenidos cuando describe el Bloque 5 que incluye en el currículo de matemáticas con el título Tratamiento de la información, azar y probabilidad.

Se indican las importantes conexiones de este bloque con las establecidas en el Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre (MEC 2006): Bloque 1, Números y operaciones; Bloque 2, La medida: estimación y cálculo de magnitudes; Bloque 3, Geometría. También se sugieren que sus contenidos sólo adquieren su pleno significado cuando se presentan en conexión con actividades que implican a otras áreas de conocimiento.

La principal finalidad de este núcleo temático es que los alumnos comiencen a interpretar los fenómenos ambientales y sociales de su entorno cercano a través de las matemáticas y en especial de la estadística y la probabilidad. Los alumnos deben ser conscientes de los fenómenos de distinta naturaleza que suceden a su alrededor y que aparecen en los medios de comunicación. Esto ayuda a entender las matemáticas como una disciplina que ayuda a interpretar la realidad y a actuar sobre ella de forma responsable, crítica y positiva. Las múltiples aplicaciones de dichas disciplinas se extienden a todos los campos de la actividad humana. Ello ocasiona un amplio reconocimiento social, constatado por su creciente presencia en el aprendizaje de otras materias, el mercado laboral y el ambiente cultural.

Todas estas razones hacen que la promoción de su aprendizaje en todos los niveles educativos sea una imprescindible meta de carácter cultural.

### 3. INVESTIGACIONES PREVIAS

Este apartado está destinado para recoger un breve resumen de las investigaciones anteriores sobre el razonamiento probabilístico en niños en las que se ha apoyado el trabajo realizado.

La enseñanza de la probabilidad ha sido un tema muy influenciado por los estudios y las teorías de Piaget. Desde el punto de vista de Piaget, la enseñanza de la probabilidad se basa en el cálculo combinatorio, realizada desde un enfoque clásico. Este plantea que para el aprendizaje de la probabilidad es necesario la realización de experimentos con posteriores recogidas y análisis de datos y estimación de probabilidades de sucesos.

Autores como Batanero, Henry y Parzysz (2005) distinguen como principales, tres enfoques para medir la probabilidad: el enfoque clásico (Laplace, 1825/1995), el enfoque frecuencial (Von Mises, 1928/1952) y el enfoque subjetivo (Lindley, 1980). Actualmente algunas investigaciones están empezando a tratar el enfoque frecuencial, pero la mayoría de las investigaciones sobre la probabilidad se centran en el enfoque clásico (Laplace, 1825/1995). Dentro del enfoque clásico hay dos tipos de investigaciones cognitivas de la medición de la probabilidad: Uno de ellos centrado en los estudiantes, viendo la probabilidad desde una perspectiva cualitativa (más/menos probable). El otro tipo, evalúa a los alumnos desde por un razonamiento cuantitativo sobre la probabilidad (probabilidad de un suceso, comparaciones de probabilidad, probabilidad de ajustes y probabilidades condicionales).

Como algunos de los textos clásicos más significativos sobre el desarrollo de la cognición probabilística son los de Piaget e Inhelder (1951) y Fischbein (1975), los cuales presentan diferencias importantes.

Piaget e Inhelder (1951) hablan de tres etapas del desarrollo cognitivo de los niños: una etapa preoperacional (entre los 4 y 7 años), una de operaciones concretas (entre los 7 u los 11 años) y una de operaciones formales (a partir de los 12 años). El orden de estas etapas es inalterable, aunque sí que puede variar la edad en la que diferentes niños, o uno mismo, alcanza diferentes contenidos. La transición entre etapas se lleva a cabo mediante procesos de asimilación y acomodación. Un concepto central de esta teoría es la idea de operación.

Fischbein (1975), en lugar de tender a definir el nivel de desarrollo en que se encuentra el niño, pretende más bien un análisis del efecto de la instrucción en el proceso de aprendizaje, concediéndole además, una gran importancia a la intuición. Señala que hay intuiciones o cogniciones que son correctas, pero no siempre estas expresan verdades confirmadas objetivamente.

Estas principalmente son las investigaciones de Cañizares (1997), a su vez apoyado en Green (1982) y Fischbein y Gazit (1984), de las cuales se han tomado los instrumentos utilizados, dirigidos a alumnos sin instrucción de probabilidad previa. Este trabajo se dividió en dos fases:

Una primera en la que realizó un estudio comparativo de estos dos instrumentos clásicos de evaluación pensados para alumnos que aún no han recibido instrucción en probabilidad (Green, 1982, y Fischbein y Gazit, 1984). El primero (Green 1982), permite situar a los alumnos en un nivel de razonamiento probabilístico, contando con una amplia gama de contenidos probabilísticos, según las teorías de Piaget e Inhelder (1951). Green (1983) encontró algunas estrategias de razonamiento en los niños, mediante un test de evaluación de intuiciones probabilísticas, por ejemplo en contextos de comparación entre urnas, en el que escogen la bolsa con mayor número de bolas, la de mayor número de casos favorables, la de mayor diferencia entre casos favorables y desfavorables o la de mayor proporción entre casos favorables y desfavorables. El segundo (Fischbein y Gazit 1984), algo más limitado, está más enfocado a evaluar el uso de elementos subjetivos en la asignación de probabilidades por parte de los niños.

Cañizares concluyó de su comparación entre estas dos investigaciones que el test de Fischbein y Gazit contenía elementos no contemplados en el de Green y construyó un nuevo instrumento de evaluación a partir de algunos ítems de Green (en especial, los de comparación de probabilidades) y el test completo de Fischbein y Gazit. Este nuevo instrumento se pasó a alumnos de tercer ciclo de educación primaria y primer ciclo de educación secundaria.

Otro de los estudios revisados para realizar este trabajo es el de Mohamed (2006), el cual ya revisó estas investigaciones antes nombradas y continuó con esa línea de investigación que venimos siguiendo, orientándose a evaluar el conocimiento del contenido matemático y didáctico correspondiente a probabilidad de futuros profesores de educación primaria. De este modo, esta investigación consta de dos cuestionarios,

uno para los profesores en formación, y otro con respuestas de alumnos a 4 problemas de probabilidad, y en el que hay preguntas para los profesores en formación.

#### **4. ESTUDIO DE CONOCIMIENTOS PREVIOS**

##### **4.1 Descripción de la muestra**

El cuestionario propuesto ha sido llevado a cabo en el C.E.I.P. Los Llanos, a alumnos del tercer ciclo de Educación Primaria, concretamente en tres clases de 5º de Educación Primaria, siendo la muestra de un total de 52 alumnos entre las tres clases. El colegio está situado en Monachil, un pueblo situado entre la Vega de Granada y Sierra Nevada. Es un centro público, laico y mixto de línea 2 que cuenta educación primaria e infantil y con diversos proyectos como pueden ser: TIC 2.0, coeducación, espacio de paz,...

La recogida de datos se llevó a cabo durante el periodo de prácticas de 4º de Grado en Educación Primaria en el segundo trimestre correspondiente al curso 2013-2014 y la actividad se le presentó a los niños como una parte dentro de la materia de Matemáticas y aparentemente la gran mayoría respondió con buena predisposición e interés.

##### **4.2 Descripción del cuestionario**

Las preguntas de las que se ha compuesto el cuestionario forman parte de un instrumento de evaluación tomado de (Fischbein y Gazit 1984), de Green (1983). Estos ítem han sido utilizados en investigaciones previas en las que han sido evaluados y han dado resultados probados. Posteriormente, otros estudios que se han revisado, también utilizaron estos ya nombrados, como pueden ser Cañizares (1997) o Mohamed (2006). El instrumento se prueba con una muestra de estudiantes (52 en este caso). Las respuestas de cada estudiante a cada problema podrán depender de algunos factores como el interés, cansancio y otros.



**Ítem 1:** En una caja hay 4 bolas rojas, 3 verdes y 2 blancas. ¿Cuántas bolas debe uno sacar para estar seguros de que se obtendrá una bola de cada color?

**¿Qué se evalúa?:** A través de este ítem se persigue evaluar si el alumno comprende el concepto de suceso seguro. Para un autor como Fischbein, la comprensión del concepto de suceso seguro entraña una mayor dificultad que el de suceso probable. Al mismo tiempo, este ítem, podría servir para observar la capacidad combinatoria del alumno, que deberá enumerar diferentes posibilidades que podría encontrarse cuando extrae bolas de la urna.

**Contexto:** Se trata de un contexto discreto en el que se van extrayendo bolas de una urna sin reemplazamiento, de tal modo que la composición de la urna, ira variando cada vez que se lleve a cabo una extracción, haciendo así cada caso dependiente del anterior.

**Respuesta:** El tipo de respuesta de este ítem es abierta.

**Espacio muestral:** El espacio muestral en este caso variará porque la composición de la urna se modifica en cada extracción, por lo tanto las probabilidades irán cambiando. Encontramos tres sucesos que debido a la composición de la urna no son equiprobables.

**Posibles problemas:** Podría suceder una mala comprensión de la pregunta por parte del alumno y que este entienda que la pregunta pide el número menor de bolas para que sea posible obtener los tres colores (confundiendo la noción “posible” y “seguro”) respondiendo “tres bolas”. Es posible que el alumno no sea capaz de razonar para poder enumerar todas las posibilidades.

**Ítem 2:** Una clase de matemáticas tiene 13 niños y 16 niñas. Cada nombre de los alumnos se escribe sobre un trozo de papel. Todos los trozos se ponen en un sombrero. El profesor saca uno sin mirar. Señala la frase correcta:

(A) Es más probable que el nombre sea de un niño que de una niña \_\_\_\_

(B) Es más probable que el nombre sea de una niña que de un niño \_\_\_\_

(C) Es igual de probable que sea un niño que una niña \_\_\_\_

(D) No lo sé \_\_\_\_

**¿Qué se evalúa?:** Se evaluará la capacidad de comparar probabilidades de los sucesos en un experimento simple en el que los resultados no son equiprobables. Así podemos evaluar si el alumno es capaz de discriminar entre sucesos que no tienen la misma probabilidad y sucesos que si la tienen.

**Contexto:** Se trata de un contexto en el que se realizarán extracciones al azar. Un muestreo utilizando papeles que llevan escrito la palabra “niña” o “niño” (16 niñas y 13 niños).

**Respuesta:** En este ítem la respuesta es de múltiple elección, como un tipo test.

**Espacio muestral:** Los posibles resultados de este ítem son que salga niño o niña, por lo que es necesario comparar entre estos dos posibles sucesos los cuales no son equiprobables debido a que dentro de la urna hay más papeles de un tipo que del otro.

**Posibles problemas:** Puede ocurrir que para contestar se comparen cantidades absolutas en lugar de llevar un adecuado razonamiento proporcional y dar así la respuesta correcta. También el alumno puede considerar que son sucesos equiprobables entendiéndolo que se le pide la probabilidad que tiene cada persona de la clase de salir sin atender a si es niño o niña.

**Ítem 3:** En una bolsa se ponen 4 bolas rojas, 4 azules y 2 verdes, y después se mezclan. Se sacan tres bolas fuera, resultando 2 rojas y 1 azul. A continuación sacamos otra bola sin echar las anteriores. ¿De qué color es más probable que sea?

(A) El rojo tiene mayor probabilidad \_\_\_\_

(B) El azul tiene mayor probabilidad \_\_\_\_

(C) El verde tiene mayor probabilidad \_\_\_\_

(D) Todos los colores tienen la misma probabilidad \_\_\_\_

(E) No lo sé \_\_\_\_

**¿Qué se evalúa?:** Evaluaremos la capacidad para determinar cuál es el caso más probable en un ensayo que depende de los ensayos anteriores puesto que se trata de extracción sin reemplazamiento, así que estaremos hablando de probabilidad condicional.

**Contexto:** Se trata de un contexto discreto en el que hay tres posibles resultados no equiprobables a la hora de extraer.

**Respuesta:** En este ítem la respuesta es de múltiple elección, como un tipo test.

**Espacio muestral:** Los posibles resultados en este ítem son 3, los cuales no son equiprobables debido a la composición de la urna.

**Posibles problemas:** Podrían surgir problemas debido a que no se contemple que las extracciones que son sin reemplazamiento y cambian la composición de la urna, y con ello las probabilidades de los posibles sucesos. También Puede ocurrir que para contestar se comparen cantidades absolutas en lugar de llevar un adecuado razonamiento proporcional y dar así la respuesta correcta, aunque hay que tener los cambios en la composición de la urna.

**Ítem 4:** Una ficha redonda es roja por una cara y verde por la otra. Se sostiene con la cara roja hacia arriba y se lanza al aire. Da vueltas en el aire y después cae al suelo. ¿Qué cara tiene más posibilidades de salir? ¿O, piensas que no hay ninguna diferencia entre las dos? Señala la respuesta correcta:

(A) La cara roja tiene más posibilidades \_\_\_\_

(B) La cara verde tiene más posibilidades \_\_\_\_

(C) No hay ninguna diferencia \_\_\_\_

(D) No lo sé \_\_\_\_

**¿Qué se evalúa?:** Se evalúa la comparación de las probabilidades de un experimento con dos posibles sucesos y la capacidad por parte del alumno para aplicar el principio de indiferencia.

**Contexto:** Se trata de una moneda con dos caras, una de cada color, y se realiza un solo lanzamiento de esta al aire.

**Respuesta:** En este ítem la respuesta es de múltiple elección, como un tipo test.

**Espacio muestral:** Hay dos posibles resultados, los cuales son equiprobables debido a la simetría física de la moneda.

**Posibles problemas:** El enunciado puede llevar a una distracción debido a que el alumno preste atención a las relaciones casuales (sostener con la cara roja hacia arriba), lo cual tendría influencia en la predicción del resultado del experimento. También podría elegirse una de las caras por predilección hacia uno de los colores de forma subjetiva.

**Ítem 5:** Cuando se lanza un dado ¿qué número o números son más difíciles de obtener?  
¿O son todos iguales?

*¿Qué se evalúa?:* Con este ítem se pretende evaluar la aplicación del principio de indiferencia por parte de los alumnos.

*Contexto:* Se trata de un contexto discreto, consistente en el lanzamiento de un dado.

*Respuesta:* El tipo de respuesta de este ítem es abierta.

*Espacio muestral:* El espacio muestral se compone de seis posibles sucesos equiprobables debido a la simetría física del dado.

*Posibles problemas:* Es posible que los alumnos tengan creencias previas sobre la suerte o sobre si hay números con mayores probabilidades de salir. Se puede observar si el alumno relaciona “simetría física” con equiprobabilidad de ocurrencia.

**Ítem 6:** Una moneda se lanza al aire cinco veces y sale CARA las cinco veces. Señala la frase que consideres correcta:

- (A) La próxima vez es más probable que otra vez salga CARA \_\_\_\_
- (B) La próxima vez es más probable que salga CRUZ \_\_\_\_
- (C) La próxima vez es igual de probable que salga CARA o CRUZ \_\_\_\_
- (D) No lo sé \_\_\_\_

*¿Qué se evalúa?:* Con este ítem tenemos que evaluar la percepción de la independencia entre una serie de ensayos diferentes que se llevan a cabo bajo unas mismas condiciones.

*Contexto:* Se trata de un lanzamiento de monedas. Se menciona en el enunciado el resultado de varios lanzamientos anteriores.

*Respuesta:* En este ítem la respuesta es de múltiple elección, como un tipo test.

*Espacio muestral:* Hay dos posibles resultados, los cuales son equiprobables debido a la simetría física de la moneda.

**Posibles problemas (estrategia):** El hecho de mencionar los resultados de los cinco últimos lanzamientos podría influir en la predicción del alumno si este se ve influenciado por esta información.

### 4.3 Resultados del cuestionario

Tras pasar el cuestionario anteriormente confeccionado por la muestra de 52 alumnos de 5º de educación primaria de distintas clases, hemos recogido en unas sencillas tablas el número de alumnos que ha dado cada respuesta y que porcentaje supone ese número sobre el total de la muestra, para así poder sacar algunas conclusiones de forma más sencilla. En cada una de las tablas, la respuesta correcta se representa con el fondo de la celda en color verde.

**Ítem 1:** En una caja hay 4 bolas rojas, 3 verdes y 2 blancas. ¿Cuántas bolas debe uno sacar para estar seguros de que se obtendrá una bola de cada color?

| Resp.  | 1     | 2 | 3      | 4     | 5     | 6      | 7     | 8     | 9      | NS/SC |
|--------|-------|---|--------|-------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|
| Ítem 1 | 1     | - | 12     | 2     | 2     | 17     | 1     | 3     | 10     | 4     |
|        | 1,92% |   | 23,08% | 3,84% | 3,84% | 32,69% | 1,92% | 5,77% | 19,23% | 7,69% |

Este problema es el único de este cuestionario que está tomado de Fischbein y Gazit (ítem 1) y que también se incluye en el cuestionario de Cañizares (ítem 1). El problema es de enumeración del espacio muestral, concepto suceso seguro y capacidad combinatoria. Como podemos observar, este ítem ha sido respondido de forma correcta por un porcentaje muy bajo de alumnos, esto se puede deber a diversos motivos como que no sea adecuado para alumnos de 5º de primaria, si no que este más enfocado a estudiantes algo más mayores. Responder “3 bolas” se ha repetido hasta en doce ocasiones (23,08 % de la muestra), esto puede deber a un mal entendimiento de la pregunta por parte del alumno, el cual ha contestado con cuantas bolas podríamos sacar una de cada color en lugar de con cuantas bolas estaríamos seguros de sacar una de cada color (no diferenciación entre suceso probable y suceso seguro). Pero el resultado más repetido fue “6 bolas”, el cual contestaron diecisiete alumnos (32,79 % de la muestra), siendo bastante curioso el razonamiento llevado a cabo por la mayoría de estos, los cuales llegaban a esta conclusión tras hacer la suma del número de bolas de cada color

después de restar una bola de cada color ( $4 \text{ bolas rojas} - 1 = 3 \text{ bolas rojas}$ ,  $3 \text{ bolas verdes} - 1 = 2 \text{ bolas verdes}$ ,  $2 \text{ bolas blancas} - 1 = 1 \text{ bola blanca}$ .  $3 + 2 + 1 = 6 \text{ bolas}$ ). Tan solo 3 alumnos fueron capaces de contestar de la forma más correcta el problema (8 bolas), y diez, de dar una respuesta que sería válida pero no la más correcta (9 bolas, es decir, todas), en ninguno de estos casos (responder 8 o 9 bolas) se da un argumento, únicamente se contesta con el número. En los resultados de Cañizares de este ítem en 5º de educación primaria, el resultado que más se repite es el de “3 bolas” (41,7 % de la muestra) y el segundo más frecuente es “6 bolas” (25 % de la muestra). Comparándolo con los resultados obtenidos en nuestra experiencia, comprobamos que también son las dos respuestas que más se repiten en nuestros alumnos aunque con diferentes porcentajes.

**Ítem 2:** Una clase de matemáticas tiene 13 niños y 16 niñas. Cada nombre de los alumnos se escribe sobre un trozo de papel. Todos los trozos se ponen en un sombrero. El profesor saca uno sin mirar. Señala la frase correcta:

(A) Es más probable que el nombre sea de un niño que de una niña \_\_\_\_

(B) Es más probable que el nombre sea de una niña que de un niño \_\_\_\_

(C) Es igual de probable que sea un niño que una niña \_\_\_\_

(D) No lo sé \_\_\_\_

| Resp.  | A     | B      | C      | D     |
|--------|-------|--------|--------|-------|
| Ítem 2 | 1     | 40     | 10     | 1     |
|        | 1,92% | 76,92% | 19,23% | 1,92% |

Este ítem está tomado de Green (ítem 2), también figura en el cuestionario de Cañizares (ítem 10). Es un problema de asignación de probabilidades en el caso de sucesos no equiprobables. En este ítem se pide a los alumnos que diferencien cuál es el suceso más probable entre 2 posibilidades no equiprobables. Como se puede observar, una gran cantidad de los alumnos de la muestra dieron la respuesta correcta (76,92 %). Muchos de los alumnos que eligieron la opción correcta, llegarían a esta conclusión simplemente con comparar cantidades absolutas de niños y niñas. En los resultados de Cañizares sobre este ítem en 5ª de educación primaria, el 55,6 % de los alumnos dieron la opción

correcta, un porcentaje algo menos alto que en nuestros resultados. La segunda respuesta más repetida, en ambas experiencias es la opción “C”, que es la que dice que los dos sucesos son equiprobables, pudiendo significar que los alumnos que eligieron dicha opción entiendan erróneamente que al ser un suceso impredecible, también es equiprobable.

**Ítem 3:** En una bolsa se ponen 4 bolas rojas, 4 azules y 2 verdes, y después se mezclan. Se sacan tres bolas fuera, resultando 2 rojas y 1 azul. A continuación sacamos otra bola sin echar las anteriores. ¿De qué color es más probable que sea?

(A) El rojo tiene mayor probabilidad \_\_\_\_

(B) El azul tiene mayor probabilidad \_\_\_\_

(C) El verde tiene mayor probabilidad \_\_\_\_

(D) Todos los colores tienen la misma probabilidad \_\_\_\_

(E) No lo sé \_\_\_\_

| Resp.  | A          | B            | C           | D            | E          |
|--------|------------|--------------|-------------|--------------|------------|
| Ítem 3 | 3<br>5,77% | 28<br>53,85% | 6<br>11,45% | 13<br>19,23% | 2<br>3,84% |

Este ítem está tomado de Green (ítem 18) y también se encuentra recogido en el cuestionario de Cañizares (ítem 11). Es un problema de asignación de probabilidades en extracciones sin reemplazo. Este ítem, aunque parecido al anterior, requiere un mayor razonamiento proporcional, ya que el niño tiene que comparar tres posibles sucesos no equiprobables y tener en cuenta que el enunciado habla de una extracción previa sin reemplazamiento que modifica la composición de la urna. En este caso, entra el juego el suceso previo el cual hace que la siguiente extracción dependa de la anterior y se podrá comprobar si los alumnos tienen en cuenta la información previa y si el nuevo suceso es tratado como dependiente de los anteriores. Se puede observar como más de la mitad de los alumnos de la muestra (53,85 %) han sido capaces de dar la respuesta correcta, resultado muy parecido al obtenido por Cañizares (50 %). La otra opción con mayor número de respuestas es la opción “D”, que es la opción de la equiprobabilidad, pudiendo sugerir que los alumnos entienden que al ser muy pequeña la diferencia de bolas de diferentes colores que componen la urna, no influye significativamente a la hora de tener mayor o menor probabilidad.

**Ítem 4:** Una ficha redonda es roja por una cara y verde por la otra. Se sostiene con la cara roja hacia arriba y se lanza al aire. Da vueltas en el aire y después cae al suelo. ¿Qué cara tiene más posibilidades de salir? ¿O, piensas que no hay ninguna diferencia entre las dos? Señala la respuesta correcta:

- (A) La cara roja tiene más posibilidades \_\_\_\_
- (B) La cara verde tiene más posibilidades \_\_\_\_
- (C) No hay ninguna diferencia \_\_\_\_
- (D) No lo sé \_\_\_\_

| Resp.         | A     | B     | C      | D      |
|---------------|-------|-------|--------|--------|
| <b>Ítem 4</b> | 1     | 5     | 38     | 8      |
|               | 1,92% | 9,61% | 73,08% | 15,38% |

Este ítem esta tomado de Green (ítem 1) y en este caso, este ítem no se encuentra recogido en el estudio de Cañizares. Es un problema que pone a prueba la capacidad del alumno de aplicar el principio de indiferencia y es un problema de múltiple elección en la respuesta. Posiblemente la preferencia sobre un determinado color ha sido un distractor algo más determinante en la el trabajo de Green que en el nuestro. En el caso de Green, un 68,1 % de la muestra dio la respuesta correcta. En nuestra muestra este porcentaje es algo mayor, 73,08%. Hay que tener en cuenta que el tamaño de nuestra muestra es bastante más reducido que el tamaño de la muestra de Green.

**Ítem 5:** Cuando se lanza un dado ¿qué número o números son más difíciles de obtener? ¿O son todos iguales?

| Resp.         | Todos iguales | 3 y 4 | 4, 3 y 2 | 6     | 6 y 1 | 6 y 5 | No cont. |
|---------------|---------------|-------|----------|-------|-------|-------|----------|
| <b>Ítem 5</b> | 40            | 1     | 1        | 3     | 1     | 5     | 1        |
|               | 76,92%        | 1,92% | 1,92%    | 5,77% | 1,92% | 9,61% | 1,92%    |

Este ítem esta tomado de Green (ítem 4) y no se recoge en el cuestionario de Cañizares. Este ítem sirve para comprobar las preferencias por un resultado en un experimento aleatorio simple, en un contexto de dados. Este problema era de respuesta abierta y por tanto podría haber dado lugar a una mayor variedad de respuestas, pero solo se han



registrado 7 respuestas distintas en los niños de nuestra muestra. En el caso de Green, se puede comprobar como la respuesta “6” es el mayor distractor, aunque un 75,8% de la muestra dio la respuesta correcta. En nuestro caso, muy similar a Green, un 76,92 % de la muestra dio la respuesta correcta (todos tienen la misma probabilidad), pero en nuestro caso la respuesta “5 y 6” fue el mayor distractor, constituyendo un 9,61 % de las respuestas. En general, aunque en nuestro caso con una muestra menor, los resultados obtenidos en este ítem son muy parecidos a los obtenidos por Green en niños ingleses.

**Ítem 6:** Una moneda se lanza al aire cinco veces y sale CARA las cinco veces. Señala la frase que consideres correcta:

- (A) La próxima vez es más probable que otra vez salga CARA \_\_\_\_
- (B) La próxima vez es más probable que salga CRUZ \_\_\_\_
- (C) La próxima vez es igual de probable que salga CARA o CRUZ \_\_\_\_
- (D) No lo sé \_\_\_\_

| Resp.  | A     | B     | C      | D     |
|--------|-------|-------|--------|-------|
| Ítem 6 | 4     | 3     | 41     | 4     |
|        | 7,69% | 5,77% | 78,85% | 7,69% |

Este ítem está tomado de Green (ítem 5) y no aparece en el cuestionario de Cañizares. En este hay que tener en cuenta el distractor del enunciado que menciona el resultado de las últimas 5 experiencias. En nuestro caso, Tabla 1, se esperaba que un mayor porcentaje de alumnos cayeran en esta distracción del enunciado, pero los porcentajes de respuestas correctas obtenidos han sido muy buenos, similares a los obtenidos por Green, 78,85% hemos obtenido nosotros, 78 % obtuvo Green. Los porcentajes son casi idénticos aunque la muestra tomada por Green era bastante mayor que la nuestra.

Tabla 1. Porcentajes de acierto en los 6 ítems

| <b>Ítem</b> | <b>Porcentaje de acierto</b> |
|-------------|------------------------------|
| 1           | 5,77 %                       |
| 2           | 76,92 %                      |
| 3           | 53,85 %                      |
| 4           | 73,08 %                      |
| 5           | 76,92 %                      |
| 6           | 78,85 %                      |

## 5. CONCLUSIONES

Con este trabajo se ha pretendido hacer una evaluación de intuiciones probabilísticas en alumnos que no han recibido instrucción previa sobre probabilidad, concretamente sobre alumnos del tercer ciclo de Educación Primaria de un colegio. Para ello se ha diseñado un cuestionario con unos ítems en los que se incluye de forma implícita el uso de algunos conceptos matemáticos.

El cuestionario diseñado para llevar a cabo este trabajo se ha confeccionado a partir de una selección de ítems que se recogían en cuestionarios de otras investigaciones, concretamente Green (1981) y Fischbein y Gazit (1984).

Una vez pasado este cuestionario por nuestra muestra y habiendo plasmado los resultados en tablas para facilitar y clarificar el acceso a esta información, se ha procedido a realizar una comparación de resultados con los anteriormente obtenidos por Green (1981), Fischbein y Gazit (1984) y Cañizares (1997).

Tras la comparación de resultados, he podido concluir, que en líneas generales, los resultados obtenidos han sido muy parecidos a los que se obtuvieron en las investigaciones anteriormente nombradas. Concretamente en los alumnos han presentado más dificultades en alguno de los ítems del cuestionario propuesto, respondiendo así de forma errónea.

Después de este estudio, he llegado a la idea de que sería posible introducir ciertos aspectos o conceptos de la probabilidad con más precocidad en el currículo de educación primaria, dándole así algo más de peso a la probabilidad dentro del sistema educativo actual, en el cual se trata de un modo mucho más leve de lo que se podría.

Para realizar cambios de este tipo e introducir antes la probabilidad en la educación primaria también sería necesaria una cuidadosa planificación.

## **BIBLIOGRAFÍA**

Batanero, C., Henry, M. y Parzysz B. (2005). *The nature of chance and probability. Exploring Probability in School* (pp. 15-37).

Cañizares, M. J. (1997). *Influencia del razonamiento proporcional y combinatorio y de creencias subjetivas en las intuiciones probabilísticas primarias*. Tesis Doctoral. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. España.

Consejería de Educación. Junta de Andalucía (2007). *ORDEN de 10 de agosto de 2007, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía*.

Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probability thinking in children*. Dordrecht: Reidel.

Fischbein, E. y Gazit, A. (1984). Does the teaching of probability improve probabilistic intuitions? *Educational Studies in Mathematics*, 15, 1-24.

Green, D. R. (1982). *Probability concepts in school pupils aged 11-16 years*. Ph. Dissertation. University of Loughborough

LOE (2006). *Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria*.

LOMCE (2014). *Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria*

Mohamed, N. (2006). *Evaluación del conocimiento de los futuros profesores de educación primaria sobre probabilidad*. Tesis Doctoral. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. España.

Piaget, J. e Inhelder, B. (1951). *La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant*. París: Presses Universitaires de France.