UNIVERSIDAD DE GRANADA

Doctorado en Educación

ETNOMATEMÁTICAS EN ARTESANÍAS DE TRENZADO Y CONCEPCIONES SOBRE LAS MATEMÁTICAS EN LA FORMACIÓN DOCENTE

Tesis Doctoral

Veronica Albanese

Dirigida por:

Dr. Francisco Javier Perales Palacios

Dra. María Luisa Oliveras Contreras

Granada, 2014

Editor: Editorial de la Universidad de Granada
Autor: Veronica Albanese
D.L.: GR 2205-2014
ISBN: 978-84-9083-289-9

UNIVERSIDAD DE GRANADA

Facultad de Ciencias de la Educación

Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales

ETNOMATEMÁTICAS EN ARTESANÍAS DE TRENZADO Y CONCEPCIONES SOBRE LAS MATEMÁTICAS EN LA FORMACIÓN DOCENTE

Memoria de TESIS DOCTORAL, realizada bajo la dirección del Doctor Francisco Javier Perales y la Doctora María Luisa Oliveras en el Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Granada, que presenta Dª. **Veronica Albanese** para optar al grado de Doctor en el Programa de Doctorado de Ciencias de la Educación.

Fdo. Veronica Albanese

Vº Bº de los Directores,

Dr. Francisco Javier Perales   Dra. María Luisa Oliveras

Reconocimientos:

Esta investigación ha sido financiada por el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de España con una beca FPU (código de referencia AP2010-0235)

Se ha realizado en el seno del Grupo de Investigación *Etnomatemática, Formación de Profesores y Didáctica* del Plan Andaluz de Investigación Desarrollo e Innovación de la Junta de Andalucía, referencia HUM502.

La doctoranda Veronica Albanese y los directores de la tesis Francisco Javier Perales y María Luisa Oliveras garantizamos, al firmar esta tesis doctoral, que el trabajo ha sido realizado por la doctoranda bajo la dirección de los directores de la tesis y, hasta donde nuestro conocimiento alcanza, en la realización del trabajo, se han respetado los derechos de otros autores a ser citados, cuando se han utilizado sus resultados o publicaciones.

Asimismo, certificamos que

- ✓ Veronica Albanese es co-autora de todos y cada uno de los artículos publicados/aceptados para su publicación o en evaluación, compendiados en esta memoria en los Capítulos 2, 3, 4, 5 y 6.
- ✓ Veronica Albanese es autora principal en todos ellos y, por tanto, los trabajos de elaboración de todos y cada uno han sido parte de su formación como investigadora.
- ✓ Todos y cada uno de los artículos compendiados en esta memoria son originales y no han sido utilizados por ninguno de sus autores en otras tesis doctorales.

Granada, 15 de Septiembre de 2014

Directores de la Tesis

Fdo.: Francisco Javier Perales   Fdo.: María Luisa Oliveras

Doctoranda

Fdo: Veronica Albanese

AGRADECIMIENTOS

“Gracias a la vida que me ha dado tanto
Me dio el corazón que agita su marco
Cuando miro el fruto del cerebro humano,
Cuando miro al bueno tan lejos del malo,
Cuando miro al fondo de tus ojos claros.”
(Violeta Parra)

Ai miei genitori, mi avete insegnato a seguire i miei sogni e mi avete sempre appoggiato, da vicino e da lontano, nelle piú strampalate decisioni.

A mio fratello, mi hai mostrato con il tuo esempio il valore della libertá.

A mis amigos en Granada, Emi, Nati y Mariel habéis sido mis compañeras y consejeras, no solo de trabajo. A Ana, Carol y Carola gracias por estar siempre disponibles a escucharme delante de una tapita.

A mis amigos en Argentina, me habéis calentado el ánimo en los largos agostos invernales. A Katrin, Daniela (y Yuri), Nata, Elsa, admiro y aprendo de la energía con la que os enfrentáis a la vida.

A Argentina, que con su tango, su gente y finalmente sus rulos, me ha cambiado y conquistado el corazón.

A todas las personas que me han acompañado a lo largo de este camino y que han compartido conmigo algún pequeño tramo, Lara, Fer, Giusy, Daniel, Antonio, ¡gracias por estar! En esta aventura de investigación he conocido a muchos que me han apoyado y han permitido que mi trabajo siguiera adelante. Unas gracias especiales a todos los artesanos que con una disponibilidad infinita han satisfecho mi ansia de conocer.

Last but not least, a mis directores sin los cuales este trabajo no habría existido. A María Luisa, gracias por iniciarme a la Etnomatemática, me abriste la mente y me enseñaste a luchar por lo que hago. A Javier, gracias por acogerme bajo tus alas protectoras y confiar en mí desde el principio, sin conocerme.

TRENZAS

Trenzas, seda dulce de tus trenzas,
luna en sombra de tu piel
y de tu ausencia...

Trenzas, que me ataron en el yugo de tu amor,
yugo casi blando de tu risa y de tu voz.

Fina, caridad de mi rutina,
me encontré tu corazón
en una esquina...

Trenzas, de color del mate amargo,
que endulzaron mi letargo gris...
¿A dónde fue tu amor de flor silvestre?
¿A dónde, a dónde fue después de amarte?
Tal vez mi corazón tenía que perderte
y así mi soledad se agranda por buscarte...

¡Y estoy llorando así, cansado de llorar;
trenzando a tu vivir,
con trenzas de ansiedad, ¡sin ti...!
¡Por qué tendré que amar y al fin partir?

Trenzas, seda dulce de tus trenzas,
luna en sombra de tu piel
y de tu ausencia...

Trenzas, nudo atroz de cuero crudo,
que me ataron a tu mudo adiós...

¿A dónde fue tu amor de flor silvestre?
¿A dónde, a dónde fue después de amarte?
Tal vez mi corazón tenía que perderte
y así mi soledad se agranda por buscarte...

¡Y estoy llorando así, cansado de llorar;
trenzando a tu vivir,
con trenzas de ansiedad, ¡sin ti...!
¡Por qué tendré que amar y al fin partir?

Letras de Homero Expósito

“[For mathematics] *the metaphor of a braid*
of many strands and fibres
is more appropriate than
that of a river with tributaries”

“[Para las matemáticas] *la metáfora de una trenza*
de muchos hilos y cordeles
es más apropiada que
la de un río con afluentes”

Bill Barton,
The language of mathematics

RESUMEN

En esta investigación doctoral se presenta un conjunto de estudios realizados dentro del marco de la Etnomatemática.

La primera parte se centra en el estudio, a través del trabajo de campo etnográfico, de las matemáticas implícitas y del pensamiento matemático involucrado en la realización de artesanías de trenzado. Para ello se elabora un instrumento metodológico que se ajusta al objeto de estudio y después, a través del concepto de etnomodelo, se interpreta el pensamiento matemático que se evidencia en el lenguaje artesanal específico.

La segunda parte del trabajo está dedicada a las concepciones epistemológicas sobre las matemáticas, lo que implica adoptar una perspectiva etnomatemática. Se proponen talleres sobre las matemáticas en las artesanías de trenzado en la formación docente con el propósito de incidir en las concepciones de los participantes sobre las matemáticas y se definen unas dimensiones para caracterizar tales concepciones desde la perspectiva etnomatemática.

ABSTRACT

In this PHD research we show a set of studies realized within the framework of the Ethnomathematics.

The first part of the work focuses, through ethnographic fieldwork, on the study of the implicit mathematics and mathematical thinking involved in performing braid crafts. This requires a methodological tool that fits the object of the study and then, through the concept of ethnomodel, the mathematical thinking which is evident in the specific craft language is interpreted.

The second part of the work is devoted to the epistemological conceptions of mathematics that involves taking an ethnomathematics perspective. Mathematics workshops about mathematics in braid crafts are proposed in teacher education in order to influence participants' conceptions about mathematics and some dimensions are defined to characterize such conceptions from an ethnomathematics perspective.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

INTRODUCCIÓN

Esta memoria es el producto de una investigación doctoral en Etnomatemática que se defiende bajo el formato de recopilación de artículos. Por esta razón, después de un capitulo introductorio, el corpus central del documento está compuesto por cinco artículos, tres de los cuales están aceptados y publicados -o cuya publicación es inminente- en revistas de impacto del índice ISI.

La investigación gira alrededor de dos focos de interés, uno antropológico, relacionado con las matemáticas o formas de pensar matemáticamente que entran en juego en la labor artesanal del trenzado; y otro educativo, respecto a las concepciones que se evidencian en la formación docente (inicial o permanente) sobre la naturaleza de las matemáticas tras la participación en talleres sobre las matemáticas encontradas en las artesanías de trenzado.

Proporcionamos aquí el listado de los artículos, haciendo referencia a su contenido y, en los tres primeros casos, a la revista en donde se ha publicado o está por publicar; en los dos últimos, a la revista en donde se encuentra sometido a evaluación.

Añadimos en los anexos otras publicaciones (revistas científicas y labor de divulgación en periódicos) relacionadas con el trabajo doctoral que no cumplen con los requisitos de indexación necesarios para formar parte del corpus principal de la tesis y las comunicaciones a los congresos internacionales en donde se han presentado partes de la investigación en curso a la comunidad científica.

Articulo 1.

Oliveras, M. L., y Albanese, V. (2012). Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado: un modelo metodológico para investigación. *Bolema*, *26*(44), 1295-1324.

Se desarrolla un instrumento de análisis etnográfico y matemático para algunas artesanías de trenzado.

Articulo 2.

Albanese, V., Oliveras, M. L., y Perales, F. J. (2014). Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado: Aplicación de un Modelo Metodológico elaborado. *Bolema*, *28*(48), 1-20.

Se presenta el análisis de sendos ejemplares de dos artesanías de trenzado utilizando el instrumento propuesto en el artículo anterior.

Articulo 3.

Albanese, V., y Perales, F. J. (2014). Pensar Matemáticamente: una Visión Etnomatemática de la Práctica Artesanal Soguera. *RELIME*, *17*(3), *en prensa*.

Se estudia el pensamiento matemático que rige las representaciones de una de las artesanías estudiadas, con especial atención a describir el punto de vista de los artesanos.

Articulo 4.

Albanese, V., y Perales, F. J. Concepciones de profesores de matemáticas en formación y en activo desde una perspectiva etnomatemática. En proceso de evaluación por la revista *Cultura y Educación*.

Se describe el desarrollo de un taller basado en una de las artesanías investigadas y se estudian las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas que los participantes en el taller manifiestan, analizándolas respecto a unas dimensiones definidas en la perspectiva etnomatemática.

Articulo 5.

Albanese, V., Perales, F. J., y Oliveras, M. L. Matemática y lenguaje: concepciones de los profesores sobre las matemáticas, una mirada desde la etnomatemática. En proceso de evaluación por la revista *Educação e Pesquisa*.

Se describe el desarrollo de un taller basado en la otra artesanía de trenzado investigada y, de forma análoga al artículo anterior, se estudian las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas que los participantes manifiestan.

CAPÍTULO 1

PRESENTACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

1.1. INTRODUCCIÓN

En este primer capítulo nos planteamos proporcionar una panorámica de entrada a la lectura de este documento. Para ello relatamos las motivaciones de algunas elecciones fundamentales que condicionaron el desarrollo de esta tesis. Posteriormente realizamos una revisión de las aportaciones teóricas presentes en la literatura respecto a la Etnomatemática, el programa de investigación donde se enmarca este trabajo. Apuntamos asimismo algunos rasgos de la metodología etnográfica utilizada. Finalmente detallamos los objetivos y describimos la estructura organizativa de la investigación y su desarrollo presentamos el organigrama de la memoria (Figura 1.1) cuyos elementos se irán aclarando a lo largo de este capítulo y en particular se detallan en la sección 1.6.

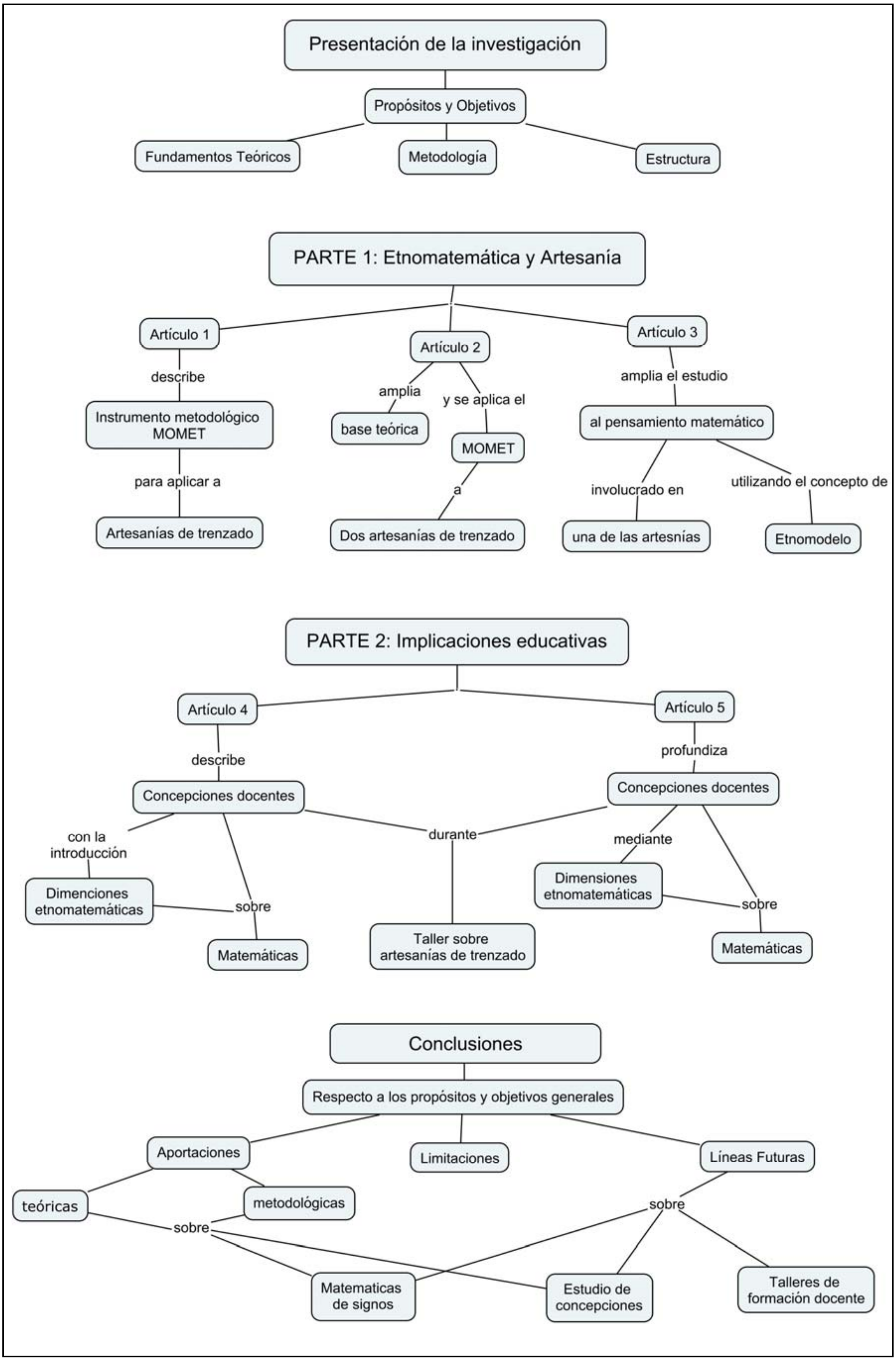


Figura 1.1. Organigrama general de la tesis.

1.2. MOTIVACIÓN

En este apartado referimos algunas de las circunstancias que han determinado el desarrollo de este trabajo doctoral y damos razones para las decisiones estructurales fundamentales que se han tomado durante el planteamiento de la investigación.

1.2.1 Motivación personal

El contexto geográfico de esta investigación ha sido Argentina. La elección de desarrollar el estudio en este país ha sido influenciada por varias circunstancias. La primera y principal es de carácter personal: en el momento de empezar el doctorado -y realizar los primeros pasos en el mundo de la investigación- me encontraba en la ciudad de Buenos Aires trabajando en una escuela secundaria como profesora de matemáticas. Este suceso, en su momento, ha condicionado que la primera parte de la investigación se estableciera en el entorno artesanal argentino, facilitando el acceso a este. La otra circunstancia ha sido dictada por la misma naturaleza del estudio: una vez trabajado con artesanías argentinas, se ha decidido realizar los talleres en la formación docente en el mismo país para que la aplicación educativa lo fuera en relación con el entorno, respetando cierta coherencia con la perspectiva etnomatemática que insiste en la importancia de una educación culturalmente contextualizada. También en esta segunda parte mi experiencia previa en el país, los conocimientos de las costumbres y algunos contactos anteriores, han facilitado que pudiera llevar a cabo los talleres de formación docente.

Otro acontecimiento de carácter personal concierne a la elección del tipo de artesanía a estudiar. Desde la adolescencia había estado muy atraída por los quehaceres manuales que implicaban cualquier forma de tejido y trenzado, aprendiendo a bordar, hacer croché, utilizar las agujas, realizar pulseras con varias técnicas, siempre fascinada por los ingeniosas maneras en que estas técnicas se traducían en lenguaje escrito -bajo la forma de esquemas, dibujos y códigos- en los periódicos especializados del macramé. Cuando se ha presentado la ocasión de entrar en contacto con unos artesanos que elaboraban varias formas de trenzados, me ha entusiasmado mucho con la idea. Definitivamente podemos afirmar que mi interés personal y mis anteriores destrezas en las manualidades han sido muy provechosos a la hora de realizar la inmersión en el entorno artesanal.

Por último mencionamos la decisión de trabajar sobre las concepciones en la formación docente. Esta ha sido dictada por la propia experiencia en los estudios de la primera parte, durante la cual yo misma he madurado un cambio de concepciones respecto a la naturaleza de las matemáticas. El proceso de investigación etnográfico suele tener repercusiones en los investigadores, y eso es lo que me ha ocurrido. La toma de conciencia de la importancia de ese cambio ha sido el motor principal de la elección de intervenir en la formación docente en ese sentido.

1.2.2 Motivación contextual

Argentina es un país de mezclas y contrastes. Su idiosincrasia cultural se constituye durante los siglos por el encuentro de una gran variedad de culturas, entre las cuales, por razones históricas, se hallan las de los numerosos pueblos originarios que habitaban la región antes del siglo XVI. En los últimos cinco siglos la inmigración de personas de varias nacionalidades, empezando por los españoles como conquistadores, no ha cesado de enriquecer la multiculturalidad de este vasto país.

A principio del siglo XX, se intensifica la inmigración desde Italia y España, cuyas influencias culturales son particularmente fuertes en la provincia de Buenos Aires. Durante las dos guerras mundiales Argentina fue meta de la emigración europea que huía de la persecución, de los conflictos y después de la pobreza: por todo el país se encuentran comunidades y pueblos de habla alemana o de otras hablas eslavas.

Para proporcionar solo un ejemplo relacionado con el desarrollo de nuestro trabajo, nombramos la figura del *gaucho*. El gaucho es un símbolo de la identidad argentina que se consolida en el siglo XVIII y XIX. Generalmente se representa como un criollo, es decir un mestizo, y se le suele asignar algunas costumbres de los pueblos originarios, por ejemplo en su relación mística con la naturaleza y su atuendo; lleva una vida semi-nómada y se distingue por su carácter rebelde y la necesidad de libertad. Es un hábil jinete y se vincula con las actividades económicas de la producción de vacuno, entre las cuales la utilización del cuero. De aquí su relación con la artesanía.

En el año 1994 Argentina se declara constitucionalmente como país multicultural y pluriétnico, reconociendo la preexistencia étnica y cultural de los Pueblos Indígenas y la presencia de comunidades de emigrantes de varios países, garantizando el respeto a sus identidades, así como el derecho a una educación bilingüe e intercultural. Se propone el patrimonio cultural folklórico como fuente de inspiración de una educación más significativa y contextualizada (De Guardia, 2013) y en la ley de educación del 2006 se promueve la integración de los diversos saberes socioculturales con el saber universal (Albanese, Santillán y Oliveras, 2014[1]).

1.3. PROPÓSITOS Y OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

La investigación se enmarca en el programa de Etnomatemática y pretende abarcar los dos aspectos de gran interés para esta línea: el antropológico y el educativo, en relación a las matemáticas.

Los **propósitos generales** de la investigación son:

> *PG.1 Describir la realización de algunas artesanías (de trenzado) que, desde la perspectiva etnomatemática, tengan algún potencial educativo.*

---

[1] En esta publicación, que se encuentra en los anexos, realizamos una revisión de las directrices legislativas de la reforma del 2006, en vigor en el momento del desarrollo de la investigación y las ponemos en relación con los ideas promovidas por la Etnomatemática en la Educación.

PG2 Incidir en las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas, desde la perspectiva etnomatemática, en la formación docente a través de talleres sobre las matemáticas en artesanías de trenzado.

Y los **objetivos generales de la investigación**, los dos primeros relativos al PG.1, y el último al PG.2, son:

OG.1 Describir artesanías de trenzado identificando los constructos matemáticos implícitos.

OG.2 Caracterizar cómo el artesano piensa matemáticamente su propia práctica.

OG.3 Explicitar y caracterizar las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas de profesores en formación y en activo tras la participación en talleres sobre las matemáticas en unas artesanías de trenzado.

En la siguiente Tabla 1.1 se manifiesta la temporalización de las fases de los estudios relacionados con el alcance de cada objetivo general.

Cabe precisar que *los potenciales educativos desde la perspectiva etnomatemática* del propósito PG.1 son deliberadamente indefinidos porque se van delineando a lo largo de la investigación emergente en cuanto se concreta el PG.2.

	Ene 2011	Feb 2011	Mar 2011	Abr 2011	May 2011	Jun 2011	Jul 2011	Mar 2012	Abr 2012	May 2012	Jun 2012	Jul 2012
Revisión literatura												
Desarrollo metodología												
Trabajo de campo												
Análisis de datos												
Redacción artículo							TFM/Art 1					Art 2

	Ago 2012	Sep 2012	Oct 2012	Nov 2012	Dic 2012	Ene 2013	Feb 2013	Mar 2013	Abr 2013	May 2013	Jun 2013	Jul 2013
Revisión literatura												
Desarrollo metodología												
Trabajo de campo												
Análisis de datos												
Redacción artículo						Art 3						

	Ago 2013	Sep 2013	Oct 2013	Nov 2013	Dic 2013	Ene 2014	Feb 2014	Mar 2014	Abr 2014	May 2014	Jun 2014	Jul 2014
Revisión literatura												
Desarrollo metodología												
Trabajo de campo												
Análisis de datos												
Redacción artículo							Art 4			Art 5		
Redacción Tesis												

OG.1 OG.2 OG.3 Cierre

Tabla 1.1 *Temporalización de las fases de la investigación que responden a cada objetivo general*

1.4. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

En esta sección sintamos algunas bases teóricas para el desarrollo general de la investigación. Empezamos con algunos datos históricos sobre el surgimiento de la Etnomatemática para enfrentarnos a la cuestión que la teoría está en construcción. Describimos algunos modelos teóricos que indican el relativismo cultural como base filosófica de este programa de investigación. Proporcionamos nuestra propia identificación de dos posturas en las indagaciones etnomatemáticas. Finalmente revisamos diversas maneras de relacionar la Etnomatemática a la educación para argumentar nuestro planteamiento al respecto. Un mapa de los fundamentos se presenta a continuación (Figura 1.2).

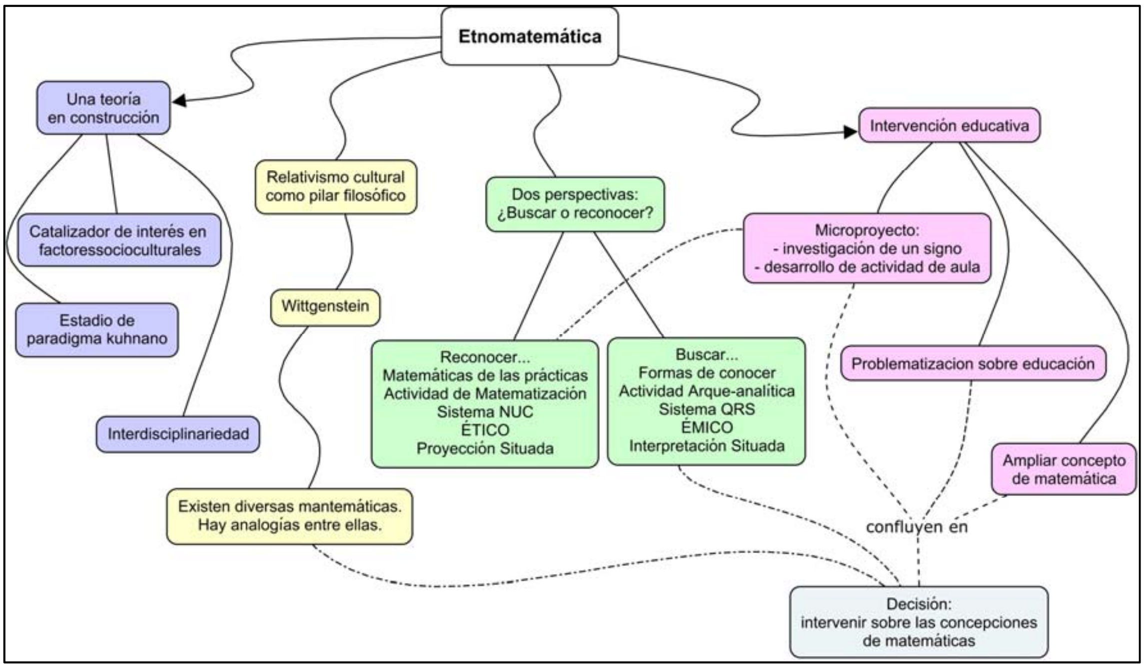


Figura 1.2. Mapa de los fundamentos teóricos.

1.4.1 El programa de Etnomatemática

El trabajo realizado se inserta en el programa de investigación de Etnomatemática. La Etnomatemática nace por el encuentro de investigadores interesados en el estudio de las matemáticas presentes en las prácticas de, y desarrolladas por, grupos culturales determinados (tanto gremios como pueblos). D'Ambrosio propone considerar estas matemáticas diversas -diferentes de la reconocida por el mundo académico- como etnomatemáticas[2] (D'Ambrosio, 1985), con la idea de abarcar bajo esta denominación las diversas terminologías (con sus respectivas matices) usadas anteriormente:

[2] En el desarrollo de la tesis entendemos las etnomatemáticas (en minúsculo y plural) como las diversas matemáticas ligadas a los factores socioculturales, que son el objeto de estudio de la Etnomatemática (con mayúsculo y singular) que es el programa de investigación que las estudia.
Cabe destacar que más tarde el mismo D'Ambrosio considera la matemática académica como una de las etnomatemáticas.

sociomatemática, matemática espontánea, matemática informal, matemática oprimida, matemática no estandarizada, matemática popular, matemática codificada en el Saber-Hacer, matemática oral, matemática implícita, matemática no profesional, matemática contextualizada, matemática folk, matemática indígena (Sebastiani, 1997; Gerdes, 2001), multimatemáticas vivas (Oliveras, 2006).

Entonces la Etnomatemática surge para catalizar y dar voces a estos investigadores convencidos de la necesidad de valorar las formas diferentes de hacer matemáticas que se desarrollan dentro de los diversos contextos socioculturales en respuesta a las pulsiones del hombre de conocer para supervivir y trascender (D'Ambrosio, 2008).

La intención de la Etnomatemática es abarcar desde lo general, desde una teoría, algo que está profundamente ligado a lo particular, ya que por su carácter sociocultural el interés del programa se sitúa en la particularidad del contexto. En diferentes partes del mundo las situaciones sociales y políticas son diversas y así de diversas resultan ser las implicaciones de la Etnomatemática, por ejemplo como instrumento de lucha y reivindicación social -el movimiento de los "sin tierra" en Brasil (Knijnik, Wanderer y Oliveira, 2005)-, de valorización cultural -los conocimientos matemáticos de los pueblos indígenas de Costa Rica (Gavarrete, 2012)-, de educación intercultural -el proyecto europeo IDMAMIN (Favilli, César y Oliveras, 2004)-.

Por esta razón una cuestión ahora en auge entre los investigadores etnomatemáticos consiste en la existencia (o no) de una teoría etnomatemática: el debate se inicia cuestionando si esta teoría debería (o no) existir y en tal caso cómo debería ser.

Sebastiani (1991) decide examinar el estado teórico de la Etnomatemática desde la conceptualización de desarrollo de la ciencia de Kuhn. El estadio anteriormente mencionado respecto a las diversas terminologías coincidiría con el de *pre-paradigma*, durante el cual pequeños grupos de investigadores, en su mayoría aislados, empieza a estudiar temas similares.

Según esta conceptualización, después de esta fase, a través de las comunicaciones entre estos grupos, se va delineando un área de interés común y se define un *paradigma*. El paradigma puede evolucionar en cuanto la comunidad científica debate sobre él hasta llegar a un acuerdo. El paradigma es el elemento decisivo para que la disciplina científica se convierta en una *ciencia normal*; este es el último estadio y se alcanza refinando, expandiendo y articulando el paradigma existente acompañado por herramientas metodológicas y teóricas. La comunidad científica estudia los fenómenos de la disciplina hasta que la capacidad de explicación del paradigma se termina. A este punto se verifica una crisis que da lugar a una revolución científica a través del nacimiento de otros paradigmas (Kuhn citado en Rohrer, 2010).

Rohrer (2010) propone considerar la Etnomatemática en el estadio de paradigma, proponiendo como tal la afirmación de Gerdes (citado en Rohrer, 2010) sobre la Etnomatemática como campo de investigación que estudia la influencia de los factores sociales y culturales en el desarrollo de la matemática y en la educación matemática, y teniendo en cuenta la existencia de las múltiples matemáticas que en cierto modo son específicas de cada determinada cultura.

Además nosotros consideramos que la comunidad científica no ha llegado todavía a un consenso definitivo sobre la teoría etnomatemática porque, como ya comentamos, las exigencias de los diferentes contextos socioculturales son diversas, entonces en cada realidad particular se persiguen unos fines distintos y se necesitan unos instrumentos metodológicos y teóricos distintos. Por esta misma razón tampoco creemos que sea necesario alcanzar un acuerdo a nivel global si no percibimos que constituye un carácter intrínseco de la Etnomatemática el de adaptarse, también a nivel teórico y metodológico, a las condiciones del entorno que se estudia.

Miarka (2011) llega a unas conclusiones parecidas en su rigurosa investigación fenomenológica. Entrevistando a cinco investigadores relevantes[3] del área de Etnomatemática, pone de manifiesto las semejanzas y diferencias de sus ideologías teóricas y sus actuaciones metodológicas, apuntando a lo positivo que, para muchos de los entrevistados, es esta diversidad y variedad que permite responder a las especificidad de los contextos y finalidades de los estudios y a las historias personales de los investigadores; y concluye que la Etnomatemática es un área en construcción con fuertes influencias de otras disciplinas.

Rohrer y Schubring (2013), insertándose en la reflexión de Sebastiani, para explicar por qué no se puede todavía afirmar que la Etnomatemática haya alcanzado la madurez teórica para definirse como teoría -o ciencia natural en el sentido de Kuhn- proponen hacer referencia a una conceptualización de la interdisciplinariedad. Según Heckhausen (citado en Rohrer y Shubring 2013) la interdisciplinariedad se describe como una exploración científica de un sujeto homogéneo que produce nuevos conocimientos. La integración, síntesis o contraste de conceptos, modelos y teorías de diferentes disciplinas sirve para generar relaciones genéricas entre disciplinas, desarrollar nuevas herramientas teóricas o puede dar vida a nuevos paradigmas. Existen seis tipos de interdisciplinariedad ordenados según su nivel de madurez:

> *Indiscriminate interdisciplinarity*, consisting of all encyclopedic endeavors, *pseudo-interdisciplinarity*, consisting of disciplines which share the same analytical tools, *auxiliary interdisciplinarity*, consisting of one discipline borrowing the methods from another, *compositeinter disciplinarity*, consisting of quite diverse disciplines which seek to solve his torical contingencies, *supplementary interdisciplinarity*, consisting of disciplines which partially overlap creating a supplementary relationship, and *unifying interdisciplinarity*, consisting of those disciplines which have an increased consistency in their subject matter as well as in their theoretical integration levels (Heckhausen, citado en Rohrer y Shubring, 2013, pp. 82).

Rohrer y Shubring (2013) proponen considerar la Etnomatemática en un estadio de *interdisciplinariedad suplementaria* que ya que contempla una cierta integración teórica, por lo menos en los supuestos básicos de disciplinas que se entrelazan y sobreponen parcialmente, y crean relaciones suplementarias sobre un objeto común.

---

[3] Relevantes en términos bibliométrico con respecto a las citas obtenidas en los congreso brasileños de educación matemática. Estos son: D'Ambrosio, Sebastiani, Knijnik, Gerdes y Barton.

En este sentido, existen numerosas propuestas de autores que consideran la Etnomatemática como la intersección de diversas disciplinas: la historia de la matemática con la educación matemática (D'Ambrosio, 2008; Bishop, 2000); la antropología de la matemática con la educación matemática (Gerdes, 1988; Barton, 1996); la historia con la filosofía de las matemáticas, teniendo implicaciones educativas (D'Ambrosio, 2012); la modelización matemática con la educación matemática y la antropología cultural (Rosa y Orey, 2013). Las componentes más recurrentes son la antropología de la matemática y la educación matemática, y estas son las dos áreas que más nos interesan en esta tesis doctoral ya que podemos identificar en nuestro trabajo una primera parte más próxima de la antropología matemática cultural y una segunda parte más directamente ligada a la educación.

Cabe destacar que hay visiones que involucran un número mayor de disciplinas como la que consideramos en el próximo párrafo.

1.4.2 Relativismo Cultural

En este apartado proporcionamos una panorámica sobre los aportes teóricos de diversos investigadores al marco de la Etnomatemática y que han sido fundamentales para el desarrollo de esta tesis doctoral.

Como punto de partida consideramos el modelo MEDIPSA, desarrollado por Oliveras (1996). Esto es un modelo de fundamentos teóricos para la investigación sobre formación de profesores en etnomatemáticas desde el estudio de matemáticas en artesanías andaluzas que constituye la tesis doctoral de la investigadora.

El modelo MEDIPSA (sigla correspondiente a Matemáticas, Epistemología, Didáctica, Investigación, Psicología, Sociología y Antropología) integra un conjunto multidisciplinar de teorías que hunden sus raíces en una misma concepción relativista y contextualizada de la naturaleza del conocimiento y su relación con la realidad.

El MEDIPSA hunde sus raíces en cuestiones epistémicas, sociológicas y antropológicas, respectivamente, sobre la naturaleza del conocimiento, la raíz del fenómeno educativo y, sobre todo, el *relativismo de lo real*. La realidad no es única, se construye socialmente a través de diversas realidades contextualizadas en las distintas culturas. El ser humano no es separable de su estructura social, por lo tanto el conocimiento no puede ser extraído de su contexto sociocultural porque la realidad es conocida y comprendida en función de la significación que el grupo cultural le atribuye socialmente. El lenguaje mismo y los símbolos son válidos en relación a las interacciones internas entre elementos del grupo.

Los fines de la investigación son describir e interpretar una situación específica que se crea en un determinado escenario, mirando todos los aspectos y las interacciones en perspectiva holística. Este proceso implica entender la sociedad como un todo dinámico, articulado por sujetos que interactúan en un medio. Las conjeturas elaboradas se verifican y refinan cíclicamente con sucesivas recogidas de datos, para ello se elige una metodología etnográfica.

Las teorías, desarrolladas en diferentes disciplinas bajo las mismos presupuestos relativistas y que en su conjunto forman el modelo MEDIPSA (Oliveras, 1996), una de las cuales es la Etnomatemática, constituyen las raíces ideológicas de la investigación que presentamos en este trabajo doctoral[4].

Aquí recordamos que, respecto a la postura epistemológica del MEDIPSA, el conocimiento se considera inseparable de sus productores y de su proceso de producción, contextualizado en la comunidad que lo genera y que, solo ella, puede evaluarlo. La epistemología de la matemática ha abandonado el dogmatismo lógico hacia el *escepticismo pragmático* que la ve como un lenguaje social. El concepto de verdad es relativo, hundido en la cultura; la validez depende del contexto. Esta postura se basa en la evolución de la teoría del lenguaje de Wittgenstein: en la primera etapa de su pensamiento “este autor sustenta que las palabras reflejan el mundo exterior, los objetos, a los que se lea da un status ontológico. Luego el lenguaje es la imagen del mundo. (…) Posteriormente Wittgenstein rechazó su teoría del lenguaje como interpretación del mundo y establece otra teoría del significado basada en el uso público del lenguaje y en la noción de juegos lingüísticos, lo que indica su cambio en la concepción del mundo y del proceso cognoscitivo interactiva o epistemológicamente transaccional” (Oliveras, 1996, p. 85), en donde se inserta una visión relativista ligada a los factores socioculturales.

Ahora miramos otros aportes teóricos desde la Etnomatemática que han surgido posteriormente a este modelo y que han tenido una fuerte influencia en el desarrollo de esta investigación.

Barton (1999) llama la atención sobre la necesidad de los etnomatemáticos de encontrar unas bases filosóficas que admitan la existencia simultánea de matemáticas culturalmente diferentes. Relatamos su análisis de algunas posiciones filosóficas sobre la naturaleza de las matemáticas en relación con la perspectiva etnomatemática.

El realismo o platonismo considera los objetos matemáticos como preexistentes en el mundo de las ideas; el hombre se acerca a estas ideas con sus facultades humanas, así que una visión cultural de la matemática se puede admitir en el realismo como expresión de la insuficiencia del hombre en alcanzar el mundo ideal, pues la matemática es una aproximación a la verdad y cualquier matemática cultural se puede medir según su proximidad a esta verdad.

El aristotelismo ve la matemática como el fruto de la abstracción de la mente humana respecto al mundo físico y la visión kantiana la ve como el poder organizador de la mente; ambas posiciones se esfuerzan para rechazar cualquier posibilidad de relativismo y de ellas nacen las corrientes del logicismo, intuicionismo y formalismo que responden a la pregunta sobre cómo garantizar la verdad de la matemática, indicando los criterios respectivamente de la lógica universal, el poder universal de la intuición y la comprensión universal de la forma.

[4] Estas teorías que se han abordado más ampliamente en el trabajo Fin de Master (Albanese, 2011).

Los neorrealistas, Lakatos y los casi empiristas no se ocupan del estado de la matemática sino que están más interesado en qué hacen realmente los matemáticos, pero estas posiciones, centradas en lo humano, llevan los factores sociales y culturales en la filosofía de la matemática y se empiezan a enfrentar con la cuestión del relativismo.

Bachelard describe una noción de objetividad históricamente relativa, es decir, cualquier objetividad es ilusoria porque depende del momento histórico en donde se desarrolla; aquí se acepta una relatividad cultural pero se pospone a una idea de progresión histórica, cuando lo pasado es inadecuado se produce una mejora de la objetividad.

Los neorrealistas, los fallibilistas y los casi empiristas aceptan la relatividad cultural pero resuelven el encuentro entre dos matemáticas diferentes optando por la visión *mejor*, según criterios, respectivamente, no especificados, de la contradictoriedad -las matemáticas terminan contradiciéndose una con la otra y se opta por la menos contradictoria-, o de la experiencia y utilidad.

Después de este análisis, Barton (1999) señala a la filosofía de Wittgenstein como una posible solución a la necesidad de la Etnomatemática de justificar la existencia simultánea de diversas matemáticas. Wittgenstein sostiene que la matemática no es una descripción de la realidad ni una ciencia útil, sino es un sistema cuyas proposiciones son reglas que dan sentido al sistema, y se crea como una *forma de hablar*. Nuestro interés como etnomatemáticos tendría que centrarse en investigar estas reglas, la manera en que funciona este sistema y sus elementos en el lenguaje que le da vida. Para ello desarrolla una nueva definición de matemáticas como sistema QRS, del cual hablaremos más extensamente en el siguiente párrafo y declara estar interesado en el lenguaje y el pensamiento más que en la ontología o epistemología (Barton, 2012).

Finalmente, Barton (1999) ofrece una motivación a las semejanzas de las diversas matemáticas entre sí y a su capacidad como herramienta de comprensión de la realidad: las matemáticas evolucionan en respuesta al entorno y de la manera que corresponde al contexto en el que se vive. D'Ambrosio (2012) propone también la dinámica de los encuentros culturales como una posible razón de las semejanzas de las diversas matemáticas, esto es, cuando dos sistemas diversos entran en contacto, los elementos de un sistema pasan al otro y a veces hasta los dos sistemas llegan a fusionarse y nace un nuevo sistema de la mezcla de elementos de los dos anteriores.

Otras autoras que se enfrentan a la cuestión de la relatividad cultural de la Etnomatemática, y ambas la resolvieron apuntando a la filosofía de Wittgenstein, son Vilela (2010) y Knijnick (2012).

Vilela (2010) expresa unas ideas muy parecidas a las de Barton (1999). Ella busca una base filosófica para la Etnomatemática que incluya y explique la presencia de diversas matemáticas y la coexistencia de diferentes concepciones de racionalidad y, como propuesta interesante en este sentido, indica la filosofía de Wittgenstein. Según ella, se pueden evidenciar dos aspectos de la filosofía de Wittgenstein que se acercan a la Etnomatemática, uno es que el significado se sitúa dentro de las prácticas lingüísticas, ya que el lenguaje es parte del contexto en que se desarrolla: la matemática, interpretada según la teoría de los juegos del lenguaje de Wittgenstein, resulta ser un sistemas de reglas y procedimientos, y como la estructura misma del lenguaje permite estructurar la realidad, la matemática -como lenguaje- organiza la experiencia, determina los significados y plasma la realidad.

El otro aspecto que Vilela (2010) identifica –de nuevo de manera similar a lo que dice Barton (1999)- es que si bien la práctica determina significados diferentes, estos se parecen. La explicación está ligada a que la estructura del sistema lingüístico es dirigida por la *gramática*, que es un modo de ver y leer el mundo; la gramática es dinámica sin ser arbitraria, es una experiencia cristalizada dictada por la práctica, una lente sobre la realidad que detecta la regularidad de las formas de la vida de la comunidad más que regular la existencia de ellas. En otras palabras, es el intento de interpretar un reflejo de la realidad -o unas realidades similares- que hace que estos sistemas se parezcan.

Knijnick (2012) profundiza en algunas nociones wittgensteinianas y su uso para fundamentar teóricamente la Etnomatemática. Ella subraya que, en la filosofía de Wittgenstein, el significado de las palabras se determina en el uso que se hace de ellas en la práctica, los *juegos de lenguaje* y las reglas que los constituyen dependen de las maneras en que se usa el lenguaje. Estos juegos de lenguajes se deberían entender dentro de las *formas de vida* (el contexto, la cultura) donde se generan y están ligados a la práctica. Las reglas mencionadas componen la *gramática*, que es la racionalidad, construida e inventada, que permite al lenguaje articularse dentro de las formas de vida y establecer que lógica se debe aceptar. Todo esto fundamenta una visión relativista que sugiere ver las etnomatemáticas como lenguajes estrechamente relacionados a la cultura del contexto donde se desarrollan.

Knijnick (2012), pues, apela al constructo de *semejanza de familia* para justificar que atribuimos a todos estos lenguajes y las prácticas relacionadas el adjetivo de matemáticos, porque estos se asemejan entre sí, pero faltan en su discurso razones para la existencia de estas semejanzas. Finalmente, Knijnick (2012) alude a la inconmensurabilidad de las diversas matemáticas, es decir, los juegos de lenguaje, una vez alejados de su formas de vida, pierden significado; esto implica que no hay posibilidad de *crear puentes* entre diversas matemáticas.

Cabe destacar que todos estos autores sugieren respuestas respecto a los dos asuntos más difíciles de compenetrar de la Etnomatemática: el reconocimiento de la existencia de diversas matemáticas y el reconocimiento de las analogías intrínsecas en ellas.

1.4.3 Evolución del programa

Nosotros proponemos la identificación de dos posturas dentro de la continua y dinámica evolución del programa de Etnomatemática. La primera entiende las etnomatemáticas como *las matemáticas de las prácticas culturales* y la segunda ve las etnomatemáticas como diversas *forma de conocer*: por un lado en muchas prácticas de varias culturas se presentan conceptos y constructos que se pueden reconocer como matemáticos, desde el punto de vista de la matemática escolar; por otro lado, la valoración de las ideas de otras culturas implica la búsqueda de estas formas diversas que los grupos culturales construyen para sobrevivir y trascender (D'Ambrosio, 2008). En definitiva, por una parte se *reconocen* matemáticas en las prácticas de grupos culturales identificados (D'Ambrosio, 1985; Barton, 1996) y por otra se *buscan* nuevas formas de conocer y hacer matemáticas que son características de una cultura, identificando la Etnomatemática con la investigación de las formas, maneras (ticas) de conocer, entender y relacionar con (matema) el entorno (etno) (D'Ambrosio, 2008).

Entonces la Etnomatemática, a partir de su propósito inicial de reconocer ideas y prácticas matemáticas en grupos culturales diversos, abarca después estudios más amplios que focalizan en la manera en que el contexto social, político y cultural influye en los procesos de generación, organización y comunicación del conocimiento (D'Ambrosio, 2012).

Registramos que la postura de las etnomatemáticas como matemáticas en las prácticas culturales es históricamente la primera que surge en las definiciones de Etnomatemática, y también es la primera que generalmente se manifiesta en los trabajos de los autores cuya visión abarca las dos posturas -el presente trabajo, como explicaremos más adelante, es un ejemplo de ello-. De manera indirecta el mismo D'Ambrosio (2012) lo reconoce cuando afirma que el programa nace para el reconocimiento de las ideas y prácticas matemáticas de diferentes grupos culturales, para después ir *más allá* y abarcar una visión más amplia del conocimiento que dé sentido a las comparaciones entre las etnomatemáticas de diferentes grupos culturales.

Ahora nos interesamos en aquellos autores que nos permiten delinear *las diferencias entre estas dos posturas*.

Después de un amplio análisis de las definiciones existentes hasta ese momento, Barton (1996) propone considerar la Etnomatemática como el estudio de conceptos y prácticas –que, según el investigador, son matemáticos- articulados y utilizados por los grupos culturales. El autor identifica cuatro actividades (Barton, 1996) que caracterizan el trabajo del investigador matemático, y entre ellas, conforme con la definición sobredicha, se encuentra la actividad de *matematización*, que consiste en describir las prácticas culturales bajo la lente de la cultura del investigador; por otro lado reconoce que los etnomatemáticos perpetran también actividades *arqueológico–analíticas* en donde describen las prácticas a través de la visión de la cultura estudiada. Unos años más tarde, reforzando este último concepto, Barton (1999, 2008) propone una visión más amplia de la matemática como sistema QRS (system of quantity, relation and space aspects): es decir, todo sistema que abarca los aspectos relacionales, cuantitativos y espaciales de la experiencia humana. Los sistemas QRS se diferencian de los sistemas NUC (Near Universal-Conventional system) que indican las matemáticas convencionales y casi universales del mundo escolar o académico. En la primera definición evidenciamos que las etnomatemáticas son esos elementos de las prácticas culturales que el investigador *reconoce* como matemáticos, es decir, según su sistema NUC, mientras en la nueva definición como sistemas QRS se destaca una atención a la *búsqueda* de las formas de conocer y pensar el mundo real que cada cultura desarrolla de su propia manera.

En la terminología de Rosa y Orey (2012, 2013) estas dos posturas se reflejan en la dicotomía ético y émico, característica de los antropólogos. Una perspectiva *émica* se asume cuando se mira desde las dinámicas y relaciones internas al grupo cultural, es decir, que las descripciones y análisis se hacen desde los esquemas y categorías conceptuales internos al propio grupo cultural que se estudia y respetando su percepción y comprensión de la realidad; aquí prevalece el respeto hacia las distintas formas de conocer, o sistema QRS, de otras culturas y el intento de no desnaturalizar estas formas a través de la visión del investigador. Al contrario, en una perspectiva *ética* se expresan esquemas y categorías conceptuales externas a la cultura que se está estudiando y la descripción se realiza según los constructos apropiados y significativos desde el punto de vista del investigador, que suele representar la visión de la comunidad científica que a menudo no coincide con la visión propia de la cultura en cuestión. En esta perspectiva ética prevalece la necesidad de crear puentes entre dos culturas y de interpretar una en término de la otra; se percibe el riesgo de alterar y modificar el punto de vista nativo, pero predomina la intención de establecer una comunicación entre las dos culturas, una traducción que permita el acercamiento, y aunque no la compenetración, por lo menos la posibilidad de poder relacionarse. Finalmente compartimos con estos autores la importancia de un enfoque mixto entre estas dos perspectivas.

En el mismo proceso de investigación que presentamos en esta memoria de tesis doctoral nosotros hemos adoptado las dos perspectivas partiendo de la idea de Albertí (2007): primero nos centramos en la *proyección matemática* desde la mirada del investigador -desde su matemática académica- sobre la práctica artesanal (perspectiva ética), pues hemos asumido que esta mirada se reconozca como una *interpretación matemática situada* solo cuando se tengan evidencias de que la misma se maneja dentro del gremio artesanal que es el grupo cultural que se estudia (perspectiva émica).

1.4.4 La Etnomatemática en la educación: evolución de esta investigación doctoral

El proyecto de investigación que diseñamos al iniciar este trabajo doctoral contemplaba la realización de Microproyectos. A posteriori, y volveremos sobre ello más adelante, afirmamos que la tesis en sí misma se puede mirar como un único Microproyecto realizado en profundidad. Pero vamos por orden y explicaremos primeramente en qué consiste un *Microproyecto*.

En Etnomatemática la educación matemática se considera desde una perspectiva social y cultural, más bien como enculturación lógico-matemática (Bishop, 1999). El proceso de enculturación se puede asociar al de entrar en una cultura o “enraizar en una cultura” (Gavarrete, 2012, p. 96). Se trata de una forma de educación en donde no se presenta un proceso de instrucción entendido como trasmisión pasiva de conocimiento por parte de un experto; la enculturación es una manera de aprender que involucra la experiencia directa y la investigación. Para ello, primero Bishop y después Oliveras, proponen la realización respectivamente de proyectos (Bishop, 1999[5]) y Microproyectos

[5] Del 1999 es la traducción al español del original en inglés del 1991.

Etnomatemáticos (Oliveras, 1996; Oliveras, 2005; Oliveras, 2008) que vinculen la matemática con el conocimiento cultural. Bishop (1999) promueve la realización de trabajos en pequeños grupos con niños de primaria en donde se descubran las matemáticas en relación a algún artefacto o práctica cultural. Análogamente, el trabajo con Microproyectos integrados, cooperativos, basado en Etnomatemáticas, propuesto por Oliveras (1996) en formación inicial de profesores de primaria, aglutina los saberes matemáticos alrededor de un signo cultural, un rasgo o elemento tangible o intangible de la cultura, con potencialidades matemáticas que tienen que ser exploradas por el docente antes de proponerla en el aula de primaria.

La estructura de un Microproyecto suele organizarse en dos partes (Oliveras, 2005; Gavarrete, 2012; Martínez, 2007): la primera está constituida por una investigación etnográfica en torno al signo cultural donde el docente primero justifica la elección del signo y después realiza una aproximación etnográfica al conocimiento experto del signo, para llevar a cabo un posterior análisis de las potencialidades matemáticas; en la segunda parte, a partir de una reflexión sobre el proceso investigador y los resultados sobre las etnomatemáticas encontradas, se identifica un aspecto del signo cultural alrededor del cual se plantea una actividad de aula que el docente realice con los niños.

Este es una de las formas en que se puede introducir la Etnomatemática en el contexto de la formación docente, y es una posible respuesta al principal desafío de los investigadores etnomatemáticos en este momento de la evolución del programa, desafío que consiste es definir el rol de la Etnomatemática en la educación matemática (Gavarrete, 2013).

A este propósito consideramos relevante retomar la reflexión de País (2011) sobre las críticas -y contradicciones- que se han avanzado hacía la Etnomatemática respecto a su enfoque epistemológico y, lo que nos interesa más aquí, respecto a las implicaciones educativas.

Detrás de cada crítica y respuesta, analiza País (2011), se sitúa una diversa posición del investigador en relación al rol de la escuela y de la matemática respecto a la sociedad:

1. Muchas veces no se encuentra lugar para la Etnomatemática en las escuelas porque explícita o implícitamente se propende por una neutralidad de la educación y una idea da la matemática *value-free* (libera de valores).
2. La necesidad de uniformizar el saber, donde la etnomatemática no cabe ya que su implementación sería motivo de exclusión, se basa en una imagen de escuela que sirve para formar una sociedad global, orientada al mercado, donde se tiende a la igualdad (en el sentido de uniformizar saberes) y no a la equidad (en el sentido de ofrecer unos mismos derechos valorando la diversidad).
3. Si se utilizan los conocimientos locales como curiosidades folclóricas o como punto de partida para llegar a las matemáticas académicas es porque se cree que la matemática escolar es superior, o más desarrollada, de los otros conocimientos.

4. La afirmación de que todo intento de llevar las diversas etnomatemáticas a la escuela resulta forzado y descontextualizado depende generalmente de la convicción de que los conocimientos locales son inconmensurables respecto a la matemática escolar.

Nosotros, concordando con País (2011), rechazamos algunas de estas posiciones (1, 2) porque las consideramos contrarias a las posiciones filosóficas de la Etnomatemática y creemos que las otras se rigen por la falta de diálogo entre las posturas ética y émica anteriormente explicadas.

Entonces, respecto a las posibles implicaciones de la Etnomatemática en el currículo, consideramos las que Adam, Alangui y Barton (2003) plantean y que País (2011) resume en:

> Ethnomathematics can appear in schools as an approach to mathematics; as a particular content distinct from the conventional mathematical concepts taught in schools; as a stage in the progression of mathematical thinking; and as awareness that classrooms are situated in a cultural context (Adam, Alangui y Barton citados en País, 2011, p. 221).

Desde el punto de vista de nuestro análisis ético-émico, la primera opción se inserta en una postura ética, la segunda y tercera se sitúan en la postura émica y finalmente la cuarta opción consideramos se acerca a una visión que toma conciencia de sendas posturas ética y émica. Nuestro trabajo se inserta en esta última opción, y en particular perseguimos la toma de conciencia de que la matemática de la clase debe considerarse como situada en un contexto cultural. Exploramos primero lo que cada postura implica para la educación.

La postura ética, donde las etnomatemáticas son entendidas como matemáticas en la práctica, permite hacer comparaciones y crear puentes entre diversas matemáticas así que se presta bien a las investigaciones que tienen fines de diseño de tareas para la enseñanza obligatoria y que buscan contextualizaciones con sentido. En estas investigaciones se pone énfasis en las matemáticas curriculares como producto social y cultural que se genera para resolver los problemas que surgen en la realidad de la vida cotidiana.

La postura émica de las etnomatemáticas como forma de pensar se presta bien a la reflexión sobre la naturaleza epistemológica de las matemáticas, a veces con un interés antropológico marcado: se adopta en las propuestas educativas de impronta investigativa en cursos de formación docente con el propósito de generar la reflexión y enculturación a través de la vivencia de las experiencias indagatorias. Hay que tener en cuenta la postura émica también cuando se trabaja en entornos multiculturales e interculturales y en presencia de grupos socioculturales que conservan una fuerte identidad (por ejemplo en Gavarrete, 2012).

Ahora bien, País (2011) plantea una implicación más profunda para la educación reconociendo la Etnomatemática como un fuerte instrumento de crítica y problematización de la sociedad y sosteniendo que esto debería reflejarse en una crítica al sistema educativo, madurando una trasformación de la organización escolar actual. En este sentido, por ejemplo, en lugar de centrarse en llevar los conocimientos locales a las escuelas, propone la problematización con la comunidad del conocimiento de las competencias que se necesitan in situ, con la idea de crear entornos educativos alternativos fuera de lo escolar (País y Mezquita, 2013). Además, identifica como principal desafío de la Etnomatemática la creación de una competencia para entender y cambiar el mundo y la creación de un sistema que haga de esta una competencia relevante para la educación (País, 2013).

Finalmente cabe destacar la existencia de posiciones distintas respecto a la relación de la Etnomatemática con la educación matemática que se manifiesta en las entrevistas del trabajo de Miarka (2011). Barton y Gerdes coinciden que las potencialidades de la Etnomatemática van más allá del campo educativo y más que restringirse a la educación es limitativo. Ambos perciben en la Etnomatemática la posibilidad de una expansión sin bien con matices diferentes: Gerdes persigue una ampliación de la matemática -que para él es una ciencia única y en expansión- como región de conocimiento mientras Barton valoriza la expansión del horizonte de comprensión de la matemática como concepto, sosteniendo que la Etnomatemática nos ayuda a comprender mejor que es matemática y ampliar su concepción. Y en con esta idea de Barton que nosotros emprendemos nuestro trabajo pero sí lo enfocamos en relación a la educación. De hecho el mismo Barton alerta que los educadores (mucho más de los matemáticos profesionales) son los que presentan una visión muy limitada del concepto de matemática porque quedan ligado a la concepción que se vislumbra generalmente en los currículos de educación básica y secundaria.

La contribución que desde esta investigación queremos aportar se sitúa en la siguiente dirección: para cambiar la educación empezamos a actuar cambiando las creencias de los docentes sobre las matemáticas. Adoptar una visión tan novedosa de la educación, como la que propone País (2011), está íntimamente ligado a la toma de conciencia de los profundos cambios epistemológicos de la perspectiva etnomatemática que relatamos en los párrafos anteriores y que para Barton (en la entrevista a Miarka, 2011) es la mayor potencialidad de la Etnomatemática, en término de la expansión de la concepción de matemática. Entender y aceptar la magnitud de tales cambios no es fácil para los investigadores (lo hemos comprobado recientemente, revisando las críticas) y menos todavía tiene que serlo para los docentes.

Para ello optamos por abandonar la idea de involucrar a los docentes en un trabajo con Microproyectos y decidimos, a raíz del estudio del signo cultural del trenzado, desarrollar un taller que tuviera el propósito de incidir en las concepciones de los docentes (en formación y en activo) sobre la naturaleza de las matemáticas.

1.5. METODOLOGÍA ETNOGRÁFICA

En este apartado apuntamos a las características principales de la metodología etnográfica adoptada para la realización de todos los trabajos que componen esta memoria de tesis doctoral.

> La etnografía es el estudio descriptivo de la cultura de una comunidad, o de alguno de sus aspectos fundamentales, bajo la perspectiva de comprensión global de la misma (Aguirre, 1995, p. 3).

La etnografía persigue la descripción y reconstrucción analítica de carácter interpretativo de la cultura y formas de vida del grupo social investigado; en particular se realizan *microetnografías*, que son estudios etnográficos interesados por una situación social dada, para diferenciarlos de la macroetnografía, cuya unidad de análisis es la sociedad compleja (Rodríguez, Gil y García, 1996).

La etnografía es una metodología que nace para las investigaciones en antropología cultural y, por lo menos en principio, su intención es no modificar ni influir en el entorno que se estudia. En educación se realizan microetnografía de pequeños grupos de trabajo con el interés de indagar las opiniones y creencias de la gente (Sandín, 2003) o para la evaluación de experiencias novedosas de tipo curricular (Martínez, 1990). En este caso no siempre se respecta ese principio de no modificar el contexto de trabajo ya que el interés puede ser evaluar la introducción de cambios en el sistema educativo.

Atkinson y Hammersley (1994) destacan algunos de rasgos de la etnografía:

1. el particular interés en explorar la naturaleza de un fenómeno social particular,
2. una tendencia a trabajar con datos en origen no estructurados,
3. un número de casos pequeño, si no único,
4. análisis de datos que implica una interpretación explicita de los significados y de las funciones de las acciones humanas.

Añadimos a estos, un diseño flexible que se va generando *in situ*, el interés por el punto de vista nativo y por la parte tácita o implícita del conocimiento cultural que afecta la conducta y la comunicación (Rodríguez et al., 1996).

Ponemos de manifiesto que la etnografía se distingue por su esencia *naturalista*, en el sentido que estudia situaciones que ocurren y personas que actúan en su propio contexto natural (Adler y Adler, 1994; Angrosino, 2012), y por su esencia *holista*, ya que estudia fenómenos en su complejidad global (Goetz y LeCompte, 1988). Así que resulta una tarea indispensable la de permanecer en el escenario un tiempo suficiente y realizar observaciones directas de los fenómenos estudiados, ya que “en etnografía el instrumento de investigación es el etnógrafo” (Hammersley y Atkinson, 1994, p. 178).

El diseño etnográfico es de tipo emergente (Angrosino, 2012; Cohen, Manion y Morrison, 2000), o sea, surge, se trasforma y evoluciona con la experiencia del investigador en el entorno del campo. Las técnicas empleadas son la observación participante, no participante y la entrevista etnográfica. La observación permite al etnógrafo entrar y entender la situación *in situ*, en su contexto, y de manera directa; es preferentemente de tipo *no-estructurado*, porque las hipótesis se generan *in situ* (Cohen et al., 2000), así como los instrumentos, códigos y esquemas, a través de una focalización progresiva.

La entrevista etnográfica es una entrevista en profundidad y no estructuada (Rodríguez et al., 1996), es decir, que no hay un esquema rígido de preguntas sino que la entrevista sigue el flujo natural de una conversación entre pares, una situación de diálogo entre iguales (Vázquez y Angulo, 2003). Tiene un carácter informal, abierto y flexible: da cabida a digresiones. Para realizar las entrevistas etnográficas se han considerado también las sugerencias de Spradley (1979).

Las raíces teóricas de la observación participante se sitúan en el enfoque del interaccionismo simbólico (Adler y Adler, 1994; Goetz y Le Compte, 1988), cuyos supuestos básicos son:

> - Las personas viven en un mundo de significados aprendidos que se codifican como símbolos y que se comparten mediante interacciones en un grupo social dado.
> - Los símbolos son motivadores, en el sentido de que impulsan a las personas a llevar a cabo sus actividades. (Angrosino, 2012, p. 24).

Para las entrevistas se considera el enfoque etnometodológico, que se propone explicar cómo se construye, mantiene y eventualmente cambia el sentido de la realidad de un grupo. Sus supuestos principales son:

> - La interacción humana es reflexiva, lo que significa que las personas interpretan claves (como la palabras, los gestos, el lenguaje corporal o el uso del espacio y el tiempo) para mantener una visión común de la realidad (…).
> - La información es indexa, [principio de la indexabilidad] lo que significa que tiene significado dentro de un contexto particular (Angrosino, 2012, p. 29).

Entre otros principios relevantes nombramos la confianza en una reciprocidad de perspectiva: se supone que las experiencias son intercambiables aun cuando se sabe que se viene de lugares diferentes; y el uso del principio del etcétera: en cualquiera interacción se deja mucho sin decir. Estos principios revelan la naturaleza inconsciente de la interacción y apuntan a que el trabajo del investigador consiste en “sacar a la luz estos significados encubiertos” (Angrosino, 2012, p. 30). Esto implica que se favorezca una investigación observacional frente a las entrevistas, ya que es difícil obtener que los actores hablen de cosas que dan por supuestas. Los métodos observacionales se proponen estudiar los micro-intercambios más diminutos y algunos apuntan al lenguaje como base fundamental del orden social, “ya que es el vínculo de la comunicación que sostiene ese orden” (Ibid.).

Los criterios de validez de una investigación cualitativa son múltiples. Aquí aspiramos a la “cristalización” (Moral, 2006), que consiste en una evolución de la triangulación. Triangular es presentar simultáneamente múltiples visiones de la realidad con el propósito de conseguir objetividad, cristalizar es ver secuencialmente múltiples realidades, “proporciona una comprensión de los temas, parcial, dependiente y compleja” (Richardson, citado en Moral, 2006, p. 159). La idea es presentar el proceso de investigación especificando los puntos de vista y las motivaciones de las decisiones: no se promueve una interpretación sesgada sino entender la realidad de cada significado que un acontecimiento puede adquirir según, y dependiendo de, la perspectiva desde la cual se aborda. Herramienta fundamental de la cristalización es la *reflexividad*, el proceso de subjetividad crítica a través del cual el investigador toma consciencia de sí mismo como indagador y los participantes son animados a reflexionar sobre las razones de sus actuaciones.

1.6. ESTRUCTURA DE LA INVESTIGACIÓN

La estructura del trabajo se organiza a través de una espiral etnográfica (Sandín, 2003) de manera análoga a la investigación doctoral de Gavarrete (2012). Como ya destacamos, la etnografía suele seguir un modelo cíclico y se caracteriza por ser de tipo emergente. La espiral es una buena representación visual de esa estructura (Figura 1.3).

En cada ciclo de la espiral se vuelven a definir propósitos e instrumentos, se generan nuevos interrogantes que contribuyen a una focalización progresiva del análisis mediante las sucesivas recogidas de información. En el proceso etnográfico en espiral hay un continuo diálogo entre la revisión teórica, la recogida de datos y el análisis; la interpretación y reflexión sobre los resultados de un ciclo dictan los objetivos del ciclo siguiente.

Para lograr los propósitos generales descrito en la sección 1.3, la investigación se organiza en dos partes, cada una para alcanzar a un propósito general, abarcando los cuatro ciclos de la espiral etnográfica que se relacionan a los objetivos generales (Figura 1.3).

En la **primera parte** se insertan los estudios de índole antropológica que ocupan los dos primeros ciclos de la espiral – abarcando respectivamente los objetivos generales OG.1 y OG.2- que investigan la realización de dos artesanías de trenzado, una originaria de la región de Salta, en el Norte de Argentina, y otra procedente de la provincia de Buenos Aires, esta última conocida como soguería.

La **segunda parte** ocupa los dos últimos ciclos *paralelos* de la espiral, en ella se involucra más directamente la educación y se proponen dos talleres bajo la forma de seminarios a dos grupos de profesores en formación y en activo. Los ciclos son paralelos porque la investigación se lleva a cabo de manera paralela en los dos talleres y ambos responden al objetivo general OG.3. En particular cada ciclo corresponde a uno de los dos talleres que se construyen cada uno alrededor de una de las artesanías de trenzado estudiadas y desde los resultados obtenidos respectivamente en las investigaciones anteriores. Los talleres se diseñan para alcanzar el propósito general PG.2 de incidir en las concepciones de los docentes sobre la naturaleza de las matemáticas a través de la reflexión sobre el quehacer matemático intrínseco a la práctica artesanal, y el objetivo de la investigación consiste en evaluar estas concepciones bajo una perspectiva etnomatemática.

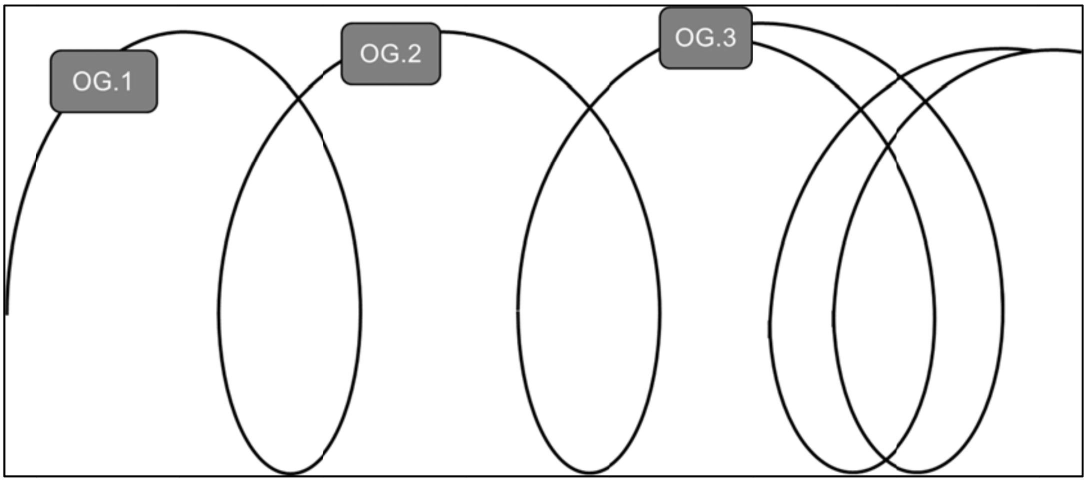


Figura 1.3. Espiral etnográfica que estructura la investigación.

1.6.1 Desarrollo y claves para la lectura de la memoria

En la síntesis del desarrollo de la investigación doctoral que aquí realizamos nos centramos principalmente en las conexiones entre los diferentes ciclos de la espiral que nos proporcionan algunas claves para la lectura de los artículos que componen el corpus central de la memoria (Figura 1.4).

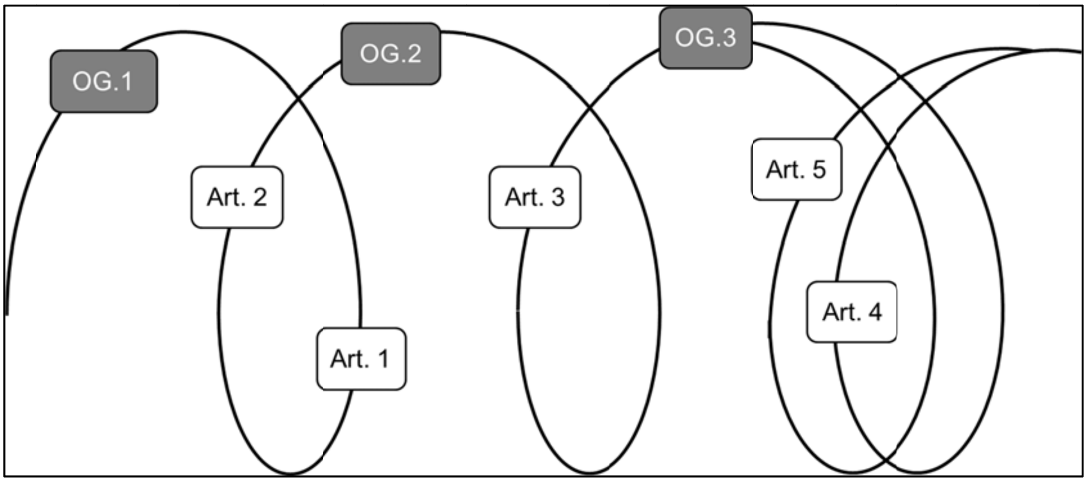


Figura 1.4. Redacción de los artículos en la espiral etnográfica que estructura la investigación.

En el estudio correspondiente al primer ciclo de la espiral, que responde al objetivo OG.1, se realiza una breve inmersión en el campo, con observación no participante y entrevistas con un artesano de la región de Salta y vendedores de artesanías de la feria más grande de Buenos Aires. Entendiendo la Etnomatemática como el estudio de prácticas matemáticas de grupos culturales determinados (Barton, 1996), la investigación se ha centrado en las matemáticas implícitas en la realización del trenzado. Para este análisis se desarrolla un instrumento metodológico que llamamos MOMET constituido por unos factores de descripción de la metodología etnográfica (MET) y una modelización matemática (MOM) para la elaboración del trenzado que se basa en la utilización de grafos (**Articulo 1** en el Capítulo 2).

El análisis proporciona evidencias para distinguir que en la artesanía de Salta la proyección matemática generada se puede considerar una interpretación situada ya que el mismo artesano salteño la maneja, mientras para la segunda artesanía, la de Buenos Aires, la modelización no resulta ser situada en el sentido de que los artesanos sogueros la desconocen y utilizan otros sistemas para representar su práctica (**Articulo 2** en el Capítulo 3).

De esta reflexión se genera el objetivo OG.2 que guía el estudio correspondiente al segundo ciclo de la espiral. La Etnomatemática se reconceptualiza como las formas de pensar y entender socialmente los aspectos cuantitativos, relacionales y espaciales de la realidad (Barton, 2008), y se prospecta como matemático cualquier tipo de lenguaje que involucre estos aspectos. Entonces se realiza una nueva inmersión en el campo artesanal, esta vez en la comunidad soguera de la ciudad de Buenos Aires. A través de la observación participante en dos cursos de artesanía se aprende cómo los artesanos piensan matemáticamente su práctica y se descubre el lenguaje que desarrollan y manejan para comunicarse en su labor. El análisis de los datos de la observación y de unas entrevistas a los tres maestros artesanos que dan estos cursos permite confirmar que el lenguaje encontrado es situado, es decir, que los mismos artesanos se manejan con este (**Articulo 3** en el Capítulo 4).

Esta progresiva sensibilización de la investigación hacia los profundos cambios epistemológicos sobre la concepción de las matemáticas como producto social y cultural que implica adoptar una perspectiva etnomatemática, conlleva la decisión de plantear estos cambios en el campo de la educación. Para ello se realiza una revisión de los documentos legislativos en Argentina, quedando de manifiesto que estos fomentan y promueven una visión sociocultural del conocimiento acompañada por un aprendizaje constructivista y en conexión con el contexto, y finalmente se evidencia la importancia de actuar en la formación de profesores (**Albanese, Santillán y Oliveras, 2014**).

Así, en la segunda parte de la investigación que cubre los ciclos tercero y cuarto -paralelos- de la espiral etnográfica, se propone la construcción y realización de dos talleres para la formación docente direccionados por el propósito PG.2. En los talleres se intenta concienciar los participantes sobre sus propias concepciones respecto a la naturaleza de las matemáticas e incidir en ellas a través de la experiencia directa y creativa de modelización de trenzas artesanales.

Los dos talleres abordaron, respectivamente, cada una de las artesanías estudiadas.

Durante los dos talleres se desarrolla una etnografía educativa, o etnografía de aula, con el objetivo (OG.3) de evaluar las concepciones que los profesores en formación y en activo van manifestando (**Artículos 4 y 5**, respectivamente, en los Capítulos 5 y 6). Se analizan las observaciones de los docentes considerándolas como evidencias de sus concepciones, interpretándose estas últimas según unas dimensiones de la perspectiva etnomatemática que vienen definidas a través de un proceso inductivo emergente, dialéctico con la teoría. Finalmente se delinea una hipótesis de progresión del desarrollo de las concepciones que manifiestan los participantes, siempre basándose en las dimensiones definidas.

En el siguiente esquema mostramos la estructura del documento (Figura 1.5).

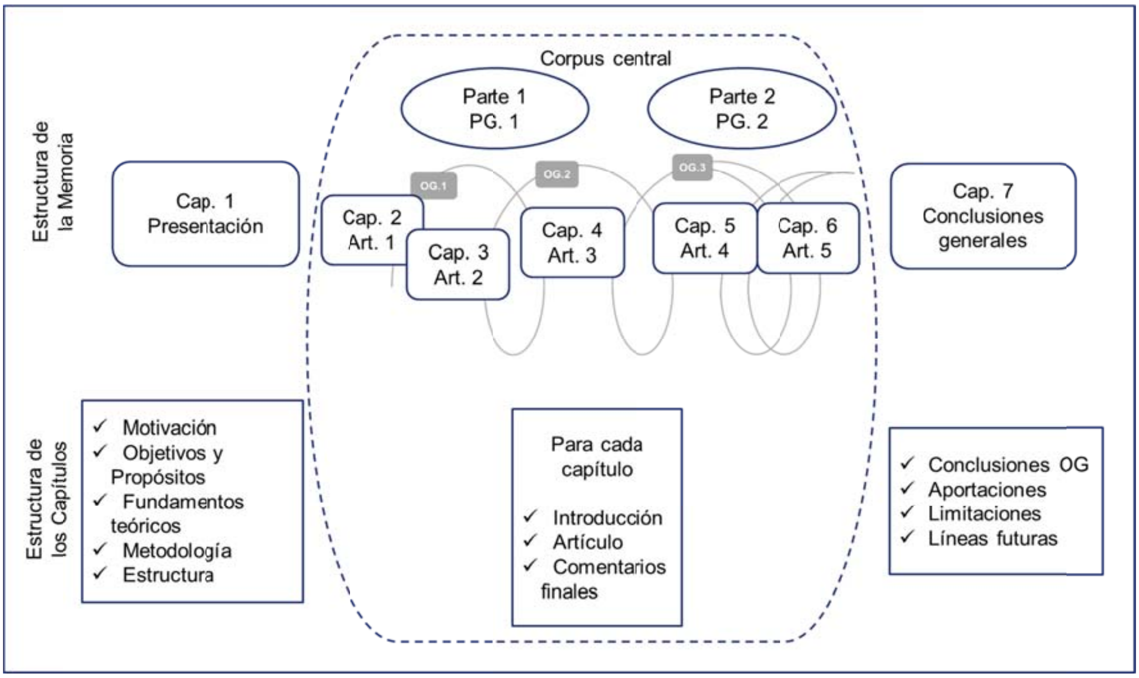


Figura 1.5. Esquema de la estructura de la memoria.

Esta síntesis de la memoria nos proporciona la visión global para poder afirmar que la tesis en sí se puede considerar como un Microproyecto, ya que en los estudios de la primera parte se investiga un signo cultural argentino, las artesanías de trenzado, buscando sus potenciales educativos, y en la segunda parte se diseñan actividades para incorporarla al aula. La diferencia con las propuestas anteriores concierne a los actores: en lugar de los docentes, aquí es la investigadora que realiza la etnografía del signo cultural, y las actividades diseñadas son para la formación docente, en vez de para las aulas de la educación obligatoria.

1.7. CONCLUSIONES AL CAPÍTULO

Esperamos con esta panorámica haber proporcionado al lector algunas claves de lectura para desenvolverse en los siguientes capítulos del trabajo que están constituidos por los artículos que componen el corpus central del documento.

Consideramos de cierto valor para el programa de Etnomatemática la revisión teórica en la cual proponemos explorar la evolución de sus fundamentos respecto a una nueva visión de *matemáticas en las prácticas* y *forma de pensar*, confrontando nuestras perspectivas de investigación con las de diversos autores, lo ético y émico de Rosa y Orey (2012), el sistema QRS y sistema NUC de Barton (1999, 2008), la proyección matemática y la interpretación situada de Albertí (2007), que reflejan la dicotomía entre *reconocer* y *encontrar* matemáticas.

Ponemos de manifiesto la importancia de la metodología etnográfica y del carácter emergente de la investigación para la determinación de la misma, y valoramos la metáfora de la espiral para la organización del trabajo.

REFERENCIAS

Adam, S., Alangui, W., & Barton, B. (2003). A comment on: Rowlands and Carson "Where would formal, academic mathematics stand in a curriculum informed by Ethnomathematics? A critical review". *Educational Studies in Mathematics, 52*, 327–335.

Adler, P. A., & Adler, P. (1994). Observational Tecniques. En N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative Research* (377-392). California: Sage Publications.

Albanese, V., Santillán, A., & Oliveras, M. L. (2014). Etnomatemática y formación docente: el contexto argentino. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 7*(1), 198-220.

Albertí, M. (2007). *Interpretación matemática situada de una práctica artesanal*. Tesis doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona, España.

Aguirre, A. (1995). Etnografía. En: Aguirre, A. (Ed.) *Etnografía. Metodología cualitativa en la investigación sociocultural* (3-20). Barcelona: Marcombo.

Angrosino, M. (2012). *Etnografía y observación participante en Investigación Cualitativa*. Barcelona: Morata.

Atkinson, P., & Hammersley, M. (1994). Ethnography and Participant Observation. En: Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (Eds.). *Handbook of qualitative Research* (248-261).California: Sage Publications.

Barton, B. (2012). Preface to "Ethnomathematics and Philosophy". In H. Forgasz y F. D. Rivera (Eds.), *Towards Equity in Mathematics Education: Gender, Culture, and Diversity* (227-229). Berlin: Springer.

Barton, B. (2008). *The language of mathematics: Telling mathematical tales*. Melbourne: Springer.

Barton, B. (1999). Ethnomathematics and Philosophy. *ZDM, 31*(2), 54-58.

Barton, B. (1996). Making sense of ethnomathematics: Ethnomathematics is making sense. *Educational Studies in Mathematics, 31*(1), 201-233.

Bishop, A. J. (2000). Enseñanza de las matemáticas: ¿cómo beneficiar a todos los alumnos? En N. Gorgorió, J. Deulofeu, y A. J. Bishop (Eds.), *Matemáticas y Educación Retos y Cambios desde una Perspectiva Internacional* (pp. 35-56). Barcelona: Graó.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2000). *Research methods in education*. London: Routledge Falmer.

Colobrans, J. (2001). *El doctorando organizado*. Zaragoza: Mira Editores.

D'Ambrosio, U. (2012). The Program Ethnomathematics: theoretical basis and the dynamics of cultural encounters. *Cosmopolis, 3-4*, 13-41.

D'Ambrosio, U. (2008). *Etnomatemática - Eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. México: Limusa.

D'Ambrosio, U. (1985). *Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. For the learning of Mathematics, 5*(1), 44-48.

De Guardia, J. A. (2013).*Cuestiones del FOLKLORE*: *Patrimonio Cultural Folklórico Perspectivas para su entendimiento*. Salta (Argentina): Editorial Portal de Salta.

Favilli, F., César, M., & Oliveras, M. L. (2004). *Projecto IDMAMIM: Matemática e intercultura* (CD-Rom). Pisa: Universidad de Pisa.

Hammersley, M., & Atkinson, P. (1994). *Etnografía: Métodos de investigación*. Barcelona: Paidós.

Gavarrete, M. E. (2013). La Etnomatemática como campo de investigación y acción didáctica: su evolución y recursos para la formación de profesores desde la equidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 6*(1), 127-149.

Gerdes, P. (2001). Ethnomathematics as a new research field, illustrates by studies of mathematical ideas in African history. In J. J. Saldaña (Ed.), *Science and Cultural Diversity. Filling a Gap in the History of Science* (pp. 11-36). Cuadernos de Quipu, México: Sociedad Latinoamericana de Historia de las Ciencias y la Tecnología.

Gerdes, P. (1988). On culture, geometrical thinking and mathematics education. *Educational studies in mathematics, 19*(2), 137-162.

Goetz, J. P., & Le Compte, M. D. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Ediciones Morata.

Knijnik, G. (2012). Differentially positioned language games: ethnomathematics from a philosophical perspective. *Educational Studies in Mathematics, 80*, 87–100.

Knijnik, G., Wanderer, F., & Oliveira, C.J. (2005).Cultural Differences, Oral Mathematics, and Calculators in a Teacher Training Course of the Brazilian Landless Movement. *ZDM, 37*(2), 101-108.

Martínez, M. (2007). *La investigación cualitativa etnográfica en educación*. México: Editorial Trillas.

Miarka, R. (2011) *Etnomatemática: do ôntico ao ontológico.* Tesis doctoral. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, Brasil.

Moral, C. (2006). Criterios de validez en la investigación cualitativa actual. *Revista de investigación educativa, 24*(1), 147-164.

Oliveras, M. L. (2006). *Etnomatemáticas. De la multiculturalidad al mestizaje*. En J. Giménez, J. M. Goñi, & S. Guerrero (Eds.), *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 117-149). Barcelona: Graó.

Oliveras, M. L. (2005). Microproyectos para la educación intercultural en Europa. *Revista UNO, 38*, 70-81.

Oliveras, M. L. (2008, July). *Microprojets for intercultural education.* Paper presented at the 11th International Congress on Mathematics Education (ICME 11), Monterrey, México. Recuperado de http://tsg.icme11.org/document/get/728

Oliveras, M. L. (1996). *Etnomatemáticas. Formación de profesores e innovación curricular*. Granada: Comares.

País, A. (2013). Ethomathematics and the limits of culture. *For the learning of Mathematics*, *33*(3), 2-6.

País, A. (2011). Criticisms and contradictions of ethnomathematics. *Educational Studies in Mathematics, 76*(2), 209-230.

País, A., & Mesquita, M. (2013). Ethnomathematics in non-formal educational settings: the Urban Boundaries project. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 6*(3), 134-144.

Rodríguez, G., Gil, J., & García, E. (1996). *Metodología de la investigación cualitativa*. Granada: Ediciones Aljibe.

Rohrer, A. (2010). *Ethnomathematics - new approaches to its theory and application*. PhD thesis. Fakultat fur Mathematik. Universität Bielefeld, Germany. Recuperado de: http://pub.uni-bielefeld.de/publication/2301791

Rohrer, A. V., & Schubring, G. (2013). The interdisciplinarity of ethnomathematics: challenges of ethnomathematics to mathematics and its education. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *6*(3), 78-87.

Rosa, M., & Orey, D. C. (2013). Ethnomodeling as a Research Theoretical Framework on Ethnomathematics and Mathematical Modeling. *Journal of Urban Mathematics Education, 6*(2), 62-80.

Rosa, M., & Orey, D. C. (2012).The field of research in ethnomodeling: emic, ethical and dialectical approaches. *Educacao e Pesquisa*, *38*(4), 865-879.

Sandín, M. P. (2003). *Investigación cualitativa en educación. Fundamentos y tradiciones*. Madrid: McGraw-Hill.

Sebastiani, E. (1997). *Etnomatemática: uma proposta metodológica*. Río de Janeiro: Universidade Santa Úrsula.

Sebastiani, E. (1991). Por uma Teoria da Etnomatemática. *Bolema*, *6*(7), 30-35.

Spradley, J. P. (1979). *The ethnographic interview*. New York: Holt, Rinehart and Winston.

Vázquez, R., & Angulo, F. (2003). *Introducción a los estudios de casos: los primeros contactos con la investigación etnográfica*. Málaga: Ediciones Aljibe.

PARTE 1

ETNOMATEMÁTICA Y ARTESANÍA

INTRODUCCIÓN

Los siguientes tres capítulos, constituidos por los primeros tres artículos que componen esta memoria de tesis doctoral (Figura P.1), abarcan las investigaciones de impronta antropológica que se sitúan en el entorno artesanal y que responden al propósito general (PG.1) de describir la realización de algunas artesanías (de trenzado) que, desde la perspectiva etnomatemática, tengan algún potencial educativo.

En la estructura de estas publicaciones es evidente el proceso de maduración de la investigación que va delineándose y adquiriendo consistencia dentro del programa de Etnomatemática.

Para hacer más explícito este proceso, cada capítulo empieza con una *presentación* del artículo que tiene la finalidad de ubicar la publicación en la estructura general de la tesis y culmina con una sección de *comentarios finales* en donde se precisa el contenido del artículo en relación al desarrollo general de la investigación.

En la sección correspondiente a cada artículo se han respetado los requerimientos de la revista respecto al empleo de las normas de citación y las referencias -incluyendo las normas relativas al formato requerido por ellas- (APA o ABNT), mientras que en el texto se ha unificado el formato al de la memoria.

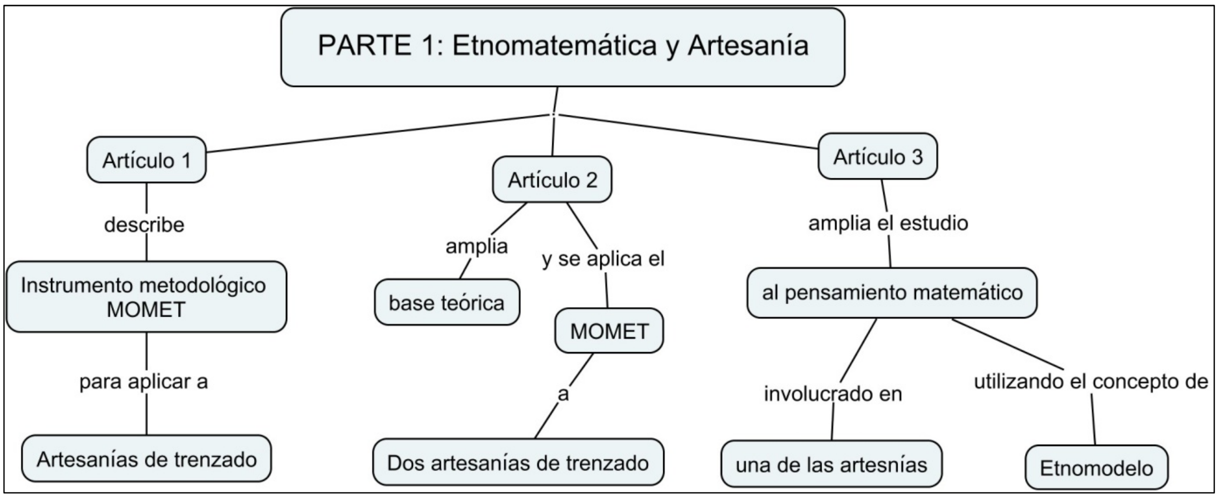


Figura P.1. Organigrama de la Parte 1.

CAPÍTULO 2

EL INSTRUMENTO METODOLÓGICO *MOMET*

2.1 PRESENTACIÓN

El Artículo 1 relata una primera parte del estudio representado por el primer ciclo de la espiral etnográfica (Figura 2.1) y constituye una producción procedente de la reelaboración del Trabajo Fin de Master (TFM) o tesis de Master (Albanese, 2011). El Master, en los actuales planes de estudios españoles, constituye el punto obligado de partida para el trabajo doctoral y abarca un año de duración.

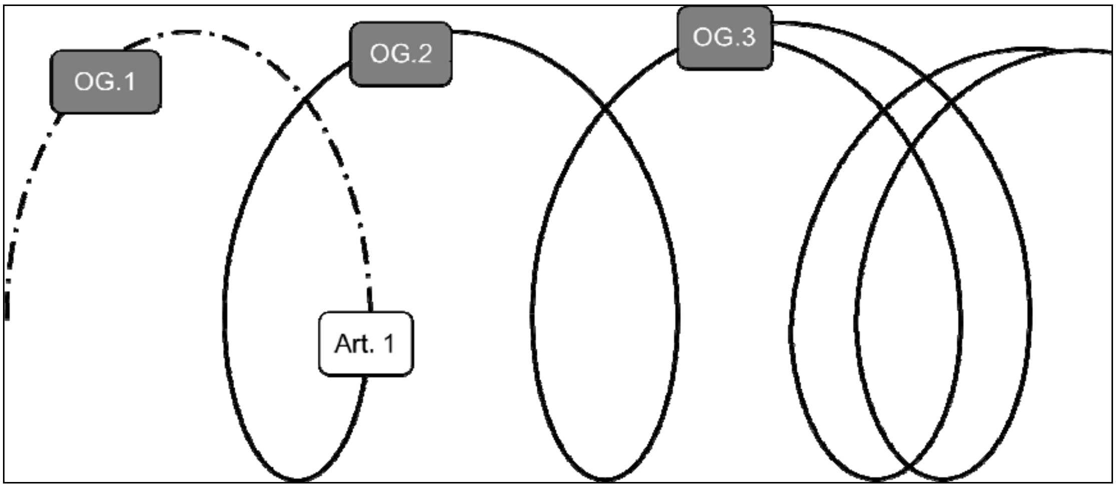


Figura 2.1. Espiral etnográfica que organiza la investigación. En línea discontinua se indica lo que corresponde a la primera parte del primer ciclo que se relata en el Artículo 1.

En el documento se presenta una panorámica sobre la línea de investigación de Etnomatemática y, especialmente, se deja constancia de unos primeros elementos que forman parte de nuestro marco teórico, como los conceptos de cultura, microcultura, una primera aproximación a la noción de educación y unos puntos de contactos entre la Etnomatemática y la filosofía de Wittgenstein.

Un atento estudio de los antecedentes respecto al estudio de signos culturales, preferentemente artesanales, llevados a cabo por diversos investigadores etnomatemáticos, y la primera inmersión en el campo con el artesano de la región de Salta como informante clave, nos han proporcionado, respectivamente, inspiración e informaciones para desarrollar un instrumento metodológico (el MOMET) ajustado a nuestro objeto de estudio: el trenzado.

Cabe destacar que en el momento de redactar el documento, transcurrido un año de haber iniciado esta investigación, no se había madurado todavía una visión de conjunto de la investigación a realizar. Por esta razón, y como en todo desarrollo de una investigación, sobre todo etnográfica de carácter emergente, hay varios elementos presentes en el artículo que han sido considerados con posterioridad, pero también algunos que han sido obviados a la hora de seguir con la investigación. Las motivaciones de estas elecciones tomadas con posterioridad serán explicadas en el párrafo de comentarios finales que cierra este capítulo.

2.2 ARTÍCULO 1

Oliveras, M. L., y Albanese, V. (2012). Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado: un modelo metodológico para investigación. *Bolema,26*(44), 1295-1324.

Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado: Un Modelo Metodológico para Investigación.

Ethnomathematics in Braiding Crafts: A Methodological Model for Research.

María Luisa Oliveras

Veronica Albanese

Resumen

El área temática del Proyecto de Investigación, parte del cual exponemos en este artículo, es Etnomatemática. El propósito de investigación es la caracterización y valoración del conocimiento socio-cultural, implícito en la práctica diaria. En el contexto geográfico de Argentina, investigamos la matemática implícita en artesanías de *trenzados*, elaborando para esto un *método propio de análisis etnomatemático*. El *instrumento metodológico MOMET* que se crea para este *estudio interpretativo formal* de artesanías de trenzado tiene en cuenta dos aspectos: el producto final de la labor artesanal analizado en su complejidad global y el proceso que se lleva a cabo para realizarlo. La herramienta metodológica elaborada está constituida por dos componentes: un *Método de análisis etnográfico (MET*) y un *Modelo de análisis matemático* (MOM). El conjunto de los dos nos proporciona el instrumento metodológico MOMET, que permite la *Modelización Etnomatemática* de las artesanías de trenzado.

Palabras-Clave: Etnomatemáticas. Artesanías de Trenzados. Análisis Etnográfico. Modelización Matemática. Método de investigación.

Abstract

We present part of a research project from the field of Ethnomathematics. The purpose of the research is to characterize and assess the socio-cultural knowledge implicit in daily practice. The geographical context is Argentina. We investigated the mathematics implicit in braiding craftwork, producing a proper method for this ethnomathematical analysis. The methodological instrument, called MOMET, created for this "formal interpretative study" of braiding craftwork, focused on two aspects: the final product of the craftwork analysed in its overall complexity, and the process carried out to create it. The methodological tool developed consists of two components: an ethnographic analysis method (MET) and a mathematical analysis model (MOM). Together they compose the MOMET methodological tool, which enables Ethnomathematical modelling of braiding craftwork.

Keywords: Ethnomathematics. Braiding craft. Ethnographic Analysis. Mathematical Modelling. Research Method.

1. Introducción

La Etnomatemática es un paradigma holístico, contextualizado en un movimiento que aglutina teoría y práctica, en los campos: epistemológico, matemático, investigativo, educativo y social. Actúa y estudia la manera en que los grupos culturales elaboran, comprenden y utilizan conceptos, estructuras o significados, que el investigador considera como matemáticos, en el desarrollo de su cultura. Los grupos están constituidos por personas que actúan en el desempeño de sus profesiones, y en la vida cotidiana, lo que les mantiene como individuos y como grupo.

Las posibilidades investigadoras de este campo fueron declaradas por D'Ambrosio en el ICME 5 (International Congress on Mathematical Education) del 1984, él marcó el interés de las cuestiones sociales y culturales en la Educación Matemática (D'AMBROSIO, 1985).

En este artículo exponemos parte de un *Proyecto de Investigación,* que se inserta como parte del trabajo doctoral de la segunda autora (ALBANESE, 2011), y que se propone de relacionar el entorno social con la educación matemática y en particular la artesanía con la matemática, considerando ambas como productos culturales.

La posición epistemológica que fundamenta a la Etnomatemática es la Cognición Situada y el Relativismo Social, que ven el conocimiento matemático ligado al contexto en que se produce y transmite.

Desde 1998, en que se celebró el Primer Congreso Internacional de Etnomatemáticas ICEm1, en la Universidad de Granada (España), organizado por una de las autoras, María Luisa Oliveras (OLIVERAS; FERNÁNDEZ; FUENTES, 1998), el foro de debate internacional de este Grupo de Investigación ISGEM, (International Study Group on Ethnomathematics) se ha mantenido e incrementado con numerosos investigadores y profesores, que han producido y expuesto sus trabajos en los tres Congresos Internacionales siguientes, celebrándose en 2010 el último, el ICEm4 (Fourth International Conference on Ethnomathematics), en la Universidad de Touson, Maryland (USA).

En otros congresos internacionales de educación matemática, como el ICME (especialmente en el último ICME11 de 2008), CIAEM y RELME, se ha manifestado un gran desarrollo de este campo, que incluye un panorama muy amplio de estudios etnográficos, multiculturales, epistemológicos, sociales, educacionales y de formación de agentes educativos para la educación formal y no formal.

Cabe destacar la relevancia que los aspectos multiculturales han adquirido en la sociedad europea y en la educación a nivel mundial.

Esta preocupación actual por la no exclusión de los grupos culturales minoritarios y por la interculturalidad como forma de desarrollo social, hace que nuestro núcleo temático tenga importancia desde el punto de vista de la educación, como proceso de configuración de la nueva generación de ciudadanos.

Ciudadanos que tienen inmersa dentro del conjunto de sus competencias, habilidades, conocimientos, valores y creencias, la capacidad de pensar matemáticamente de forma contextualizada, como una parte esencial de su cultura (OLIVERAS, 1996, 1999, 2006).

2. Objeto y objetivos de la Investigación

El propósito de esta investigación es plantear una cuestión de carácter social en relación con la ciencia: la valoración del conocimiento socio-cultural, implícito en la práctica diaria, que es desaprovechado por la ciencia y la educación.

El contexto geográfico de la investigación es Argentina.

El campo técnico en que se sitúa la investigación es la artesanía, existiendo precedentes de investigación en este campo (OLIVERAS, 1996).

Entendemos como artesanía la labor de creación o decoración, de manera predominantemente manual y artística, de objetos de utilidad práctica en la sociedad.

Tratamos de encontrar artesanías que tengan suficiente potencial matemático para lograr aplicaciones educativas posteriores a niveles básico y técnico-profesional, conectando, así, la ciencia con el desarrollo de la población en sus competencias laborales.

Concretamente serán objeto de investigación las artesanías de *trenzado*, término con el que identificamos las artesanías de tejido en las cuales predomine una dimensión, cuyos productos son: *cordeles, trenzas, o fajas*.

Las *trenzas* son productos de un tipo de tejido simple que se realiza solo con las manos. Los *cordeles* son más complejos, involucran un mayor número de hilos, y, para tejerlos, se utilizan aparatos suplementarios que permiten disponer y mantener los hilos separados en círculos o colocados sobre los lados de un cuadrado.

Las *fajas* se desarrollan en plano y se realizan con pequeños telares donde se posiciona la urdimbre y se teje la trama entre los hilos pares e impares de la urdimbre.

Los objetivos de la investigación son:

O.1 Describir y contextualizar artesanías de *trenzados* y estudiarlas, identificando los constructos matemáticos implícitos en ellas.

O.2 Crear un instrumento metodológico de *análisis etnomatemático* que se ajuste al interés del estudio y a la tipología específica del objeto estudiado.

La necesidad de crear un método propio nace de la especificidad del producto a analizar, dentro del campo etnomatemático, y de la dificultad de encontrar metodologías existentes para este tipo concreto de estudio.

El propósito de la investigación es realizar un estudio etnográfico y cualitativo de tipo interpretativo formal (O.1). A tal fin se presenta la necesidad de crear un instrumento metodológico de análisis que tenga en cuenta tanto el contexto cultural, como la forma propia del objeto, poniendo de manifiesto el contenido matemático inmerso en su elaboración y uso cultural, se pretende analizar algunos casos, con el objetivo a largo plazo de elaborar una aplicación en la educación, estructurada sobre los hallazgos de la investigación etnomatemática previa, en forma de *Microproyectos interculturales Etnomatemáticos* (OLIVERAS, 1996, 1997, 2008b).

Los objetivos específicos que se abordan en la parte del proyecto que se presenta en este artículo son: O.1.1 Elegir algunas artesanías de *trenzados* y describir el desarrollo del trabajo artesanal desde el punto de vista etnográfico. O.1.2 Identificar las matemáticas implícitas presentes en el producto, *el cordel o trenza*. O.1.3 Describir el proceso de trenzar, desde el punto de vista matemático formal.

Para ello nos proponemos: O.2.1 Crear un método para el análisis etnográfico de la artesanía.O.2.2 Elaborar un procedimiento de análisis que, a través de la matemática formal, *modelice* el producto y el proceso.

En la caracterización de los objetivos específicos se considera la existencia de dos niveles de lenguajes matemáticos: el informal o implícito del contexto artesanal y el formal o explícito del contexto escolar-académico.

En el objetivo O.1.2 se quiere establecer una conexión o puente entre el objetivo O.1.1 de investigación etnográfica focalizada en el ámbito social de la microcultura artesanal, y el objetivo O.1.3 de modelización matemática propia de la microcultura académica.

La intención del objetivo O.2.1 - *Crear un método para el análisis etnográfico* - es la de reflejar los propósitos expresos en los O.1.1 y O.1.2, es decir por una parte documentar por escrito y gráficamente, el proceso de producción de estos productos, que por pertenecer a una microcultura primordialmente oral, y cuya transmisión es *presencial*, no tienen documentos escritos que expliquen todo su proceso de creación, desde los materiales empleados al uso social que tienen en cierto entorno geográfico, pasando por todo el proceso de elaboración; todo ello es de gran interés para nosotros desde el punto de vista etnográfico, ya que consideramos que estos objetos son *signos culturales* a través de los cuales podemos conocer una parte de las culturas ancestrales pervivientes hoy, aunque muy amenazadas por los procesos de globalización.

Paralelamente, es nuestra intención descubrir las formas de pensar de los artesanos que se inducen de sus formas de hacer y que traduciremos al lenguaje formal matemático, para poner de manifiesto la etnomatemática, o *matemática viva* (OLIVERAS, 2006), que actúa de forma implícita en la vida profesional de los artesanos, como parte importante de su vida social. Esta es la intención manifestada en el objetivo O.2.2, que es la de desarrollar el objetivo O.1.3.

En suma, con este detallado conjunto de objetivos lo que esperamos lograr es:

a) conocer la matemática implícita en las artesanías de *trenzados* y

b) elaborar para esto un método propio de análisis etnomatemático.

3. Contexto

Se ha recogido la información a través de una *inmersión en el campo* en dos escenarios de dos regiones geográficas y culturales distintas de Argentina.

Se ha realizado, en primer lugar, un periodo de *observación no participante*, en el que se ha contactado con la cultura artesanal, representada por un grupo de artesanos, y con uno de ellos muy especial, por ser, a su vez, matemático, físico y profesor universitario que, actualmente, también enseña en una Escuela de Artesanos, y es nuestro *informante clave*. Esta escuela y su entorno ya eran conocidos por las investigadoras y han sido visitados en esta ocasión por una de ellas, en una *observación no participante*, enfrentando el rol de aprendiza artesana y miembro de la comunidad, conviviendo en una de sus casas, y escuchando y debatiendo de forma continuada sobre la producción artesanal y su función social, que es la base de la que parte nuestra investigación.

Otro escenario del que se ha tomado información es una feria de artesanos que se realiza en Mataderos, un barrio popular de Buenos Aires, allá se conversó con los artesanos y se realizaron algunos aprendizajes de tejidos con cuero.

En la estancia de trabajo de campo realizada en la Escuela de Artesanías de Cafayate**,** ciudad situada en la región de Salta, noreste de Argentina (donde imparte docencia el profesor Luis Alberto Castagnolo, que ha sido nuestro informante clave), se han recibido clases y se han recopilado varios ejemplares de trenzas y cordeles, así como algunos artefactos utilizados como complementarios en el tejido artesanal de dichos objetos. Ejemplares trenzados y artefactos, junto a los trabajos previos del profesor Castagnolo, constituyen un punto de apoyo clave para nuestra modelización.

Adjuntamos algunas fotos, para que el lector pueda conocer aspectos concretos de los objetos artesanales que han sido estudiados con el método creado y aquí expuesto.

Figura 1 – La Carta

El aparato que denominamos la *carta* (Figura 1) es un cuadrado de madera con un agujero en el centro, y unos pequeños cortes en los lados para mantener los hilos en las diversas posiciones. El Profesor Castagnolo llamaba a este aparato con el nombre *marudai,* y lo utilizaba situado encima de un soporte o pie (Figura 2), lo que permite trenzar cordeles con más eficacia.

Figura 2 - La Carta en su soporte

El trenzado del *Lápiz* (Figura 3), que llamamos *doble rombo,* también ha sido modelizado. Este cordel viene producido en modalidad de trenzado con la utilización de la *carta*.

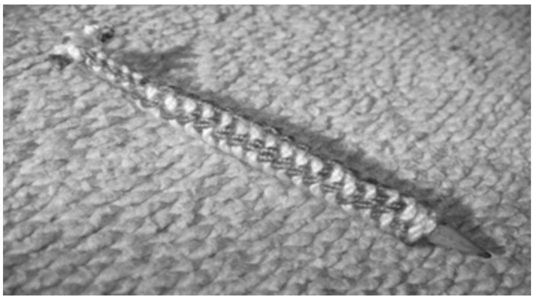


Figura 3 - Ejemplar 1 *Lápiz*

A este ejemplar 1 le llamamos *Lápiz*, porque el cordel se desarrolla alrededor de un núcleo o *corazón* vacío, donde la artesana 1 ubica un lápiz. Ella es muy rápida en reconocer cualquier otro diseño que tenga esa característica.

Figura 4 - Ejemplar 2 *Soga*

La *Soga* (Figura 4) se usa para atar animales sin que se dañe su piel. Tiene de largo unos 3 metros, un grosor de 2 centímetros de diámetro, esta trenzado en hilos de lana de colores marrón y blanco.

Al trenzado de la *Soga* lo llamamos *Estrella de 16*, o de *cuadrados con inversión*, se realizan pequeños trozos de espirales en sentido invertido.

Figura 5 - Ejemplar 3 *Látigo*

El *Látigo* (Figura 5) tiene de largo un metro y grosor de un centímetro y medio de diámetro. Es del color natural del cuero crudo, o sea marrón claro. Se usa para manejar a los animales, caballos especialmente.

Llamamos al trenzado del Látigo*: Trenza redonda de dos a dos,* y su modelización, como la de los restantes ejemplares, ha sido muy interesante, si bien no podemos exponerla aquí por falta de espacio. Exponemos al final solo un caso de modelización matemática, el correspondiente al diseño más sencillo de los estudiados.

4. Cultura y microcultura

4.1. Cultura.

Realizamos un pequeño análisis conceptual del término *Cultura*, como el fundamento principal de nuestra posición epistemológica, en la que el conocimiento no es general sino que depende de la cultura.

A partir de la definición de la enciclopedia Encarta, elegida porque incluye los diversos matices que contiene el término, siguiendo su evolución epistemológica, se analiza el uso que hacen diferentes autores y se declara cual es la interpretación a la que nos referimos en nuestra investigación.

La definición del término Cultura de la enciclopedia Encarta (2009) es:

> cultura. (Del lat. cultūra). f. cultivo. || 2. Conjunto de conocimientos que permite a alguien desarrollar su juicio crítico. || 3. Conjunto de modos de vida y costumbres, conocimientos y grado de desarrollo artístico, científico, industrial, en una época, grupo social, etc. || 4. ant. Culto religioso. || ~ física. f. Conjunto de conocimientos sobre gimnasia y deportes, y práctica de ellos, encaminados al pleno desarrollo de las facultades corporales. || ~ popular. f. Conjunto de las manifestaciones en que se expresa la vida tradicional de un pueblo.

Analizando estas definiciones desde el punto de vista histórico se reconoce el recorrido y el desarrollo del término. De su origen latino con significado de cultivo (1), el término empieza a abarcar significados más amplios cuando Cicerone acuña la expresión *cultura corpi et animi*, adquiriendo, así, las matices de formación - desarrollo personal - a través de prácticas corporales (física) y logrando conocimiento para un juicio crítico (2). En el Medievo, siendo la formación estrechamente ligada al ámbito religioso, se extiende a este sentido (4). De aquí a expresar tradiciones (no solo religiosas) del pueblo se llega al significado que se considera en esta investigación por el término cultura (3) y que reinscribimos utilizando las palabras del filósofo Tylor: “cultura es aquel todo complejo que incluye el conocimiento, las creencias, el arte, la moral, el derecho, las costumbres, y cualesquiera otros hábitos y capacidades que el hombre adquiere en cuanto miembro de la sociedad” (QUINTANILLA, 1976, p. 104). En nuestro concepto de Cultura (OLIVERAS, 1996), consideramos tres aspectos complementarios que la caracterizan, compartidos con los autores citados y son:

1 Aspecto semiótico-cognitivo (lo que tiene que ver con símbolos, expresión, lenguaje, comunicación). Compartimos la concepción de Geertz (citado en

OLIVERAS, 1996, p. 53): una cultura es un “grupo ordenado de símbolos y significantes con los que la gente construye el sentido de los hechos de su vida”.

2 Aspecto socio-político (organización del trabajo, distribución del poder, relaciones sociales). Cultura es, además de los significados compartidos, las estructuras sociales y de poder, según expresa Borba (1990, p. 42): “lo que el hombre ha añadido al mundo, con el trabajo, la lucha creativa y recreativa”.

3 Aspecto tecnológico (artefacto-producto). La visión de cultura incluye también “trabajos y producción creadoras, el fractal de las obras y técnicas creadas por el ser humanos” (UÑA; HERNÁNDEZ, 2004, p. 319).

4.2 Microcultura.

Entendemos como *Microcultura*, una cultura restringida a un ámbito social o geográfico minoritario, no relativo a una región geográfica extensa, sino a un entorno socio-geográfico pequeño delimitado, o bien referente a la cultura de un gremio (artesanal), o profesión (profesor, investigador), o a un grupo de edad (niños) (OLIVERAS, 2006; D'AMBROSIO, 2008).

En el contexto de esta investigación se consideran dos microculturas: la *microcultura artesanal*, expresión del ámbito socio-profesional de la artesanía de trenzado, que se desarrolla en algunas regiones delimitadas de Argentina; la *microcultura académica*, expresión del ambiente socio-profesional constituidos por las Universidades, los investigadores y, en general, por los que se indican como científicos de impronta occidental.

El intento es crear un puente lingüístico entre la manera de expresión informal de la microcultura artesanal y el lenguaje de la microcultura académica, que indicamos como formal. La investigadora asume el rol de traductora y propone una reelaboración lingüística en términos académicos de lo que ella interpreta que ocurre en el proceso de realización del producto artesanal, a nivel de la matemática viva en el pensamiento y acción del artesano, o sentido etnomatemático de este profesional (OLIVERAS, 1996).

5. Fundamento teórico y enfoque de la investigación

En las últimas dos décadas la pérdida de universalidad de las matemáticas y la consideración creciente del condicionamiento del contexto sociocultural en sus prácticas, ha dado impulso a una nueva área de investigación cuyos padres se pueden indicar en D’Ambrosio y Bishop, que hablan respectivamente de Etnomatemática y Enculturación Matemática. Otras investigaciones en estas temáticas son, nombrándolas entre muchas, los aportes de Ascher (1991), Gerdes (1998), Eglash (1997) y Barton (1996).

Por otra parte, en Argentina se está desarrollando un creciente interés hacia la influencia de la cultura, y de las culturas, en la didáctica, en búsqueda de nuevas maneras de hacer matemáticas en las aulas (SANTILLÁN; ZACHMAN, 2009; SANDELLA, 2004). Los países latino- americanos son promotores de programas interculturales, como la Educación Intercultural Bilingüe (EIB), que nacen con el intento de responder a la demanda de diálogo y complementariedad entre la cultura de origen de la población indígena y las culturas occidentales procedentes de la migración, en nombre de una educación de la diversidad o educación inclusiva (BOLÍVAR, 2004).

Las prácticas matemáticas: contar, medir, localizar, explicar, diseñar, jugar, son herramientas indispensables para la idealización y la producción de artesanías y para lograr la traducción de las etnomatemáticas subyacentes en ellas a otras expresiones matemáticas (D´AMBROSIO, 2008; BISHOP, 1991).

Un aporte epistemológico muy actual es el proporcionado por Vilela (VILELA, 2010) que propone, reafirmando lo dicho por Oliveras (OLIVERAS, 1996, 2006), asociar la filosofía de Wittgenstein y la Etnomatemática, en la búsqueda de un punto de partida para una fundamentación teórica de las reflexiones etnomatemáticas.

Una base filosófica de la Etnomatemática debe incluir y explicar la presencia de diferentes sistemas matemáticos y la coexistencia de diferentes concepciones de racionalidad. El enfoque no metafísico de Wittgenstein, que considera la matemática como un conjunto de enunciados normativos, en lugar de descriptivos, es una propuesta interesante en este sentido. Hemos dicho que la Etnomatemática estudia, antropológicamente, como la matemática es utilizada en prácticas específicas. Si se interpreta la matemática según la teoría de los juegos del lenguaje de Wittgenstein, resulta que no es una descripción de la realidad, pero un sistema de reglas y procedimientos. El conocimiento no es un producto único, universal y eterno, sino más bien un proceso que se desarrolla en la práctica, que adquiere sentido en la utilización, en la situación. A propósito del lenguaje, Wittgenstein afirma que "la estructura del lenguaje estructura la realidad" (Wittgenstein citado en VILELA, 2010; p. 347), es el lenguaje el que organiza la experiencia y determina los significados, es la esencia de este sistema de símbolos con reglas que plasma la realidad. Lo que existe depende de la manera en que se expresa, se interpreta y se entiende la realidad. Los significados nacen en el uso, según Wittgenstein.

Se pueden subrayar dos aspectos de la filosofía de Wittgenstein que se acercan a la etnomatemática, uno es lo que se acaba de presentar, que el significado es inserto o incluido en las prácticas lingüísticas, ya que el lenguaje es parte del contexto en que se desarrolla el significado. El otro consiste en el aspecto no metafísico del conocimiento, que considera los significados no fijos y determinados, sino contextualizados, condición indispensable para admitir la posibilidad de que existan varias prácticas matemáticas culturalmente diferentes.

La cultura y la educación, como proceso de desarrollo de esa cultura, están muy relacionadas en nuestro marco de referencia conceptual o fundamentos, pero debemos aclarar nuestro concepto de educación.

Hay dos concepciones antipodales, o totalmente opuestas, de la educación: la escuela como un negocio, que responde a la mentalidad mercantil del neoliberalismo, y la escuela como un derecho. En el primer caso, la escuela es uno de los bienes para comprar, cuya calidad depende de las posibilidades económicas del cliente; la educación reproduce, así, la sociedad, y tiende a mantener las divisiones sociales. Aquí, las escuelas adquieren autonomía, en nombre de la calidad, y el Estado va perdiendo su rol de asegurar igualdad formal en término de cohesión y equidad (BOLÍVAR, 2004). La otra visión *romántica* o de la inclusión, ve la escuela como un derecho, tiende, al contrario, a integrar a la ciudadanía en unos principios y valores comunes, compatiblemente con el reconocimiento de las diferencias, con el ideal de una socialización integradora a la vez que preservadora de las identidades; tiende a hacer de todos unos incluidos sociales y llenar los vacíos de la desigualdad, se propone cambiar el orden social preestablecido (ESCUDERO; GONZALEZ; MARTINEZ, 2009).

En la perspectiva de la inclusión se identifican dos pilares sobre los cuales se basa el cambio en la concepción de la educación (TEDESCO, 2011): *aprender a vivir juntos* y *aprender a aprender*. *Aprender a vivir juntos* significa que la escuela debe proporcionar los valores éticos para la convivencia en una sociedad que se hace cada día más compleja y multicultural, fomentar la cohesión social, el dialogo, el respeto hacia el diferente. *Aprender a aprender* recoge el abandono de la idea de la educación como transmisión del conocimiento y la nueva necesidad de aprender cómo enfrentarse al enorme volumen de información disponible y en continua creación, de aprender a seleccionar, evaluar, asimilar y utilizar rápidamente las novedades, o sea de comprender y operar sobre el saber. Todo esto incluye la capacidad de una reconversión profesional continua que requiere un aprendizaje permanente a lo largo de toda la vida.

El rol de una escuela comprehensiva, que mire a la inclusión, es proporcionar a todos ese conjunto de conocimientos, destrezas y valores compartidos por los ciudadanos, que son necesarios para la vida en sociedad.

El interculturalismo, como política educativa y social, se preocupa de conjugar la diversidad socio-cultural y las diferencias individuales, mediante la formación en una socialización intercultural. "El currículo ha de ser rediseñado de manera que incluya también los saberes, conocimientos y valores, de la cultura originaria" (BOLÍVAR, 2004, p. 33), también en matemáticas incluyendo etnomatemáticas, o matemáticas vivas en las culturas o microculturas de los alumnos presentes en el aula, ya que el currículo de matemáticas no es neutral sino que juega un importante papel en la inclusión y en la interculturalidad de la educación (OLIVERAS, 1996, 2006, 2008a).

6. Antecedentes del estudio

Son antecedentes previos de este trabajo de estudio etnomatemático y educativo, en su conjunto, las investigaciones de Oliveras, en su tesis doctoral (OLIVERAS, 1996), y su aplicación al proyecto IDMAMIM, financiado por el programa COMENIUS de la Unión Europea, para la educación intercultural y la formación de los profesores (OLIVERAS, 1997, 2006, 2008b).

En Argentina se encuentran varias formas de artesanías del tejido, pervivientes e históricas (FIADONE, 2003; SERVETTO; CASTILLA; NAVARRO; VAQUERO, 1998); un ejemplo de artesanía de trenzado es el trenzado en cuero, cuyas raíces históricas se encuentran en la cultura gaucha criolla (OSORNIO, 1934; FLORES, 1960; FONTANA, 1988; FAUDONE, 2003), y tomaremos este escenario para nuestros estudios por su relevancia cultural.

Por lo que concierne el estudio de las matemáticas en los tejidos, nombramos como antecedentes: el trabajo sobre la textura de las alfombras en la artesanía andaluza de Oliveras, (OLIVERAS, 1996); la producción de cestería en el pueblo Ticuna (DA COSTA, 2009); el estudio sobre la fabricación de manillas por las indígenas de la etnia Ticuna (PARRA, 2003). Como antecedentes metodológicos nombramos, nuevamente, los citados de Oliveras (1996, 2006) y Parra (2003); el trabajo de De Bengoechea (DE BENGOECHEA, 2009), y Bolaños (BOLAÑOS, 2009). Nos interesa de manera especial el trabajo de Parra, por la parte que se refiere a la modelización matemática de la trama del tejido, ya que analiza una elaboración de tejido que, más adelante, caracterizamos como modalidad de tejido *anudados*. Él recoge 5 tipos de nudos y describe el diseño a través de algoritmos utilizando como lenguaje un pseudo-código de molde informático.

Subrayamos que no hemos encontrado investigaciones que traten el tema de los objetos definidos como *cordeles* y *trenzas* desde el punto de vista etnográfico y matemático.

A este propósito señalamos la Obra de los Ascher sobre los Quipu (ASCHER, 1981) por marcar la relevancia histórica que la creación de cuerdas ha tenido en las culturas andinas precolombinas y por el interés, desde el punto de vista matemático, que este artefacto ha despertado, destacando, por primera vez, el potencial precisamente matemático que contiene.

Observamos que los Quipu no entran en la definición de objeto de este trabajo por no tener una dimensión dominante: aunque constituidas por cuerdas, su característica principal es la relación que une distintos tramos de cuerdas, sin embargo se piensa en la posible incorporación de los Quipu en el trabajo posterior de aplicación educativa, dentro del proyecto que constituye nuestra investigación doctoral.

Indicamos, también, la relevancia que este estudio adquiere en la óptica de preservar signos importantes de la tradición artesanal. Hoy en día la preocupación de muchos (por ej. FUENTES, 2011) es que se va perdiendo la identidad cultural y la cercanía a los valores del pasado.

Hemos estudiado, también, el trabajo de Owen (1995) para tomar como herramienta, en la parte de modelización, lo que él usa y que se adapta a nuestro objeto de estudio, como se expone en Albanese (2011).

Nuestro trabajo se desarrolla según una estructura parecida a la de las investigaciones apenas citadas en:

- la búsqueda de una metodología de análisis que se ajuste a un objeto de estudio específico;
- en dicha metodología la definición de *fases* (OLIVERAS, 1996), que aquí serán llamados *factores,* que ayudan a realizar el análisis, tanto etnográfico como matemático;
- la elección del objeto que sea un *signo*, una expresión relevante, o sea un artefacto característico de una microcultura.

Y trata de conectar dos microculturas, como ya hemos indicado, partiendo de ejemplares encontrados en el contexto y de los aportes metodológicos de los antecedentes sobre los que hicimos un trabajo creativo de un nuevo método, que pasamos a exponer.

7. Diseño de la investigación y Método MOMET elaborado

7.1 Diseño y Método.

El diseño de esta investigación es del siguiente tipo:

- *no experimental,* porque no se interviene activamente, intencionalmente para modificar las situaciones observadas sino que se considera el entorno en su natural complejidad;
- también es *trasversal*, ya que los datos se consideran recogidos durante un mismo momento observatorio; y
- es *exploratorio*, ya que se trata de una primera aproximación mediante el estudio de varios casos.

Tal diseño constituye una estructura o formato adecuado para la idea pretendida de realizar una modelización de cierto *signo* del contexto de las artesanías en términos matemáticos formales.

Se elige una metodología etnográfica por su adecuación a los objetivos de la investigación y por la ventaja que este tipo de método de investigación proporciona, o sea, la flexibilidad y apertura que le otorga su orientación naturalista y fenomenológica, con la constante atención al contexto sociocultural que caracteriza la componente *etnográfica* de esta la investigación.

El *instrumento metodológico MOMET* que se crea para este estudio interpretativo formal de artesanías de trenzado tiene en cuenta dos aspectos:

- ✓ el objeto o producto final de la labor artesanal, analizado en su complejidad global y
- ✓ el proceso que se lleva a cabo para construir el objeto artesanal.

La idea es desarrollar un método para realizar la investigación desde el punto de vista etnográfico y, después, desde el punto de vista de la matemática formal (producto y proceso, respectivamente).

Esta herramienta metodológica que hemos elaborado está constituida, entonces, por dos componentes, por un Método de análisis ETnográfico (MET) y por un Modelo de análisis matemático o tipo de MOdelización Matemática (MOM). El conjunto de los dos nos proporciona el instrumento metodológico que denominamos MOMET.

Ponemos de manifiesto que, por su especificidad, a una definición teórico-conceptual del *objeto de investigación*, se prefiere una descripción operativa, o sea una caracterización del mismo a través de *casos* o ejemplos paradigmáticos concretos que indicaremos como *ejemplares*. Una recopilación de cordeles y trenzas permitirá, así, delimitar el contexto artesanal referente y construir, de manera inductiva y realística, una descripción del objeto, que valga como definición ejecutiva para los fines del estudio. Analizamos estos ejemplares mediante la aplicación del MOMET.

Entonces, como unidad de análisis se considera *el ejemplar* concreto y real tomado. Solo en un estadio posterior del análisis se identificarán patrones y se establecerán relaciones entre ejemplares.

7.2 MET: Método de análisis Etnográfico

Está compuesto por delimitación descriptiva de los *factores clave emergentes del objeto situado en su entorno cultural*, necesarios para definir dicho objeto y expresados en forma genérica aplicable a todos los ejemplares, de modo que tienen un carácter definitorio y modelizador.

Así que, empezamos describiendo los factores sobre los cuales se basa el estudio etnográfico para, posteriormente, indicar dónde y cómo interviene la modelización matemática.

Vamos a identificar estos factores claves de la metodología del análisis etnográfico (MET):

1. Factor de *caracterización*. Se refiere a la descripción, como forma de definición del objeto de estudio, del *ejemplar*, y está constituido por tres variables:

   a. Proveniencia histórico geográfica del ejemplar;

   b. Rápida descripción o explicación verbal sucinta del mismo;

   c. Imagen o representación visual estática (Figura) o dinámica (video) de él.

2. Factor *utilidad*. Se indica en este ángulo descriptivo:

   a. Para qué acción (en la construcción, en la industria, en la agricultura, con animales, etc.) se utiliza y

   b. Donde (lugar geográfico o contexto macro: en Argentina, en la Pampa, etc.; o bien lugar social o contexto micro: la casa, el campo, el taller, etc.) cada *ejemplar* de cordel es utilizado.

3. Factor *material*. Se consideran varios aspectos de los materiales empleados en la construcción del objeto artesanal que se estudia, *cordeles y trenzas* en este caso:

   a. Se considera la *cualidad* natural del material (por ejemplo cuero, algodón, lana, etc.) o *naturaleza* del material; y se describen aquellos materiales que se pueden emplear juntos en el mismo objeto;

   b. Se estudia cómo se realiza la *preparación* de los materiales, o sea si hay unos procesos previos preparatorios del material: para teñir, cortar o ablandar los materiales, seleccionarlos, etc. antes de comenzar la tarea artesanal de trenzar.

   c. Las *propiedades físicas* de los materiales, la resistencia, la flexibilidad, el peso, la maleabilidad, dureza, color, etc., que están muy relacionados con el factor cualidad o naturaleza de los materiales constitutivos.

4. Factor *modalidad de tejido*. Se analizan los tipos de tejido, o forma en que se mezclan las fibras, cabos o hilos:

   a. Se distingue, en primer lugar, entre las labores de mezclar hilos que presentan nudos, o *anudados* (PARRA, 2003), y las que

   b. No presentan nudos, o *trenzados.* La modalidad *trenzado* tiene la peculiaridad de que, en cualquier punto, si se deja sin atar la madeja se va soltando, se desarma, o sea se separan los cabos o hilos que la forman. Esto no ocurre en los anudados.

   c. Una categoría emergente acá es la del *cortado e insertado,* o sea los ejemplares que presentan hilos que vienen cortados para que otros hilos puedan atravesarlos.

   d. Otra categoría emergente es la que llamamos *tejido,* o sea cuando, además de no haber nudos, se puede distinguir entre trama y urdimbre (las fajas).

   e. Las *herramientas* que se manejan para el tejido, si son las solas manos, o hay el uso de artefactos suplementarios como telares de varios tipos, (véanse el aparato llamado la *carta*, en la Figura 1). El uso de las manos, y, a veces, de los pies en los telares, interviene esencialmente en la definición de las artesanías.

Para la modelización matemática que sigue este factor es esencial: de aquí en adelante, o sea para el sucesivo o siguiente factor: *el Diseño*, se van a considerar solo los ejemplares cuya modalidad de tejido es el *trenzado,* ya que focalizamos el estudio en este tipo de objetos.

El uso de herramientas o aparatos puede intersecar con varias modalidades de tejido.

5. Factor *diseño*. Este es el factor que caracteriza *el proceso de trenzar*. Acá se consideran:

   a. El *número de hilos*, donde por hilo se entiende el cabo, la unidad primordial de la fibra que se va trenzando;

   b. El *número de colores*, si hay distintos, y *cuantos hilos* hay por cada color;

   c. La *forma* predominante del ejemplar que se va tejiendo, o sea la *visión global* (BOLAÑOS, 2009) o de conjunto del objeto que se va produciendo (cuadrado, redondo, lineal, etc.);

   d. La *manera* de trenzar, la secuencia de acciones que se tienen que cumplir para llegar a realizar el trenzado, *el proceso dinámico* de la acción artesanal de trenzar, propia del ejemplar.

   e. La *trama* del trenzado, el producto desde el punto de vista estático, el esquema que configura ese objeto.

Otros factores a considerar en un análisis completo, pero que por razones de tiempo no desarrollamos en detalle para los ejemplares que tratamos en este trabajo, son:

6. Factor *dimensión*.

Ya hemos identificado las artesanías de trenzado como las artesanías cuyo producto está caracterizado por su desarrollo en *una dimensión*, digamos la longitud (o largueza), que predomina sobre las otras dos. Se consideran, entonces:

   a. La extensión según esta dimensión predominante. Si son objetos cortos o pequeños en esa dimensión o por el contrario son largos o grandes.

   b. Relación de la extensión, con el grosor, el uso y el diseño de trenzado.

Se consideran también elementos relevantes, por razones sociales, los factores siguientes:

7. Factor *tiempo*.

   a. Cuanto se tarda en trenzar una secuencia mínima, por un artesano experto;

   b. El tiempo empleado en terminar un producto, o la durada del producto.

8. Factor *económico*.

   a. El coste del producto, neto, la ganancia esperada y el precio comercial (si hay precios establecidos), productos considerados caros o baratos.

   b. Quien le pone el precio de venta, (el artesano/a o el comerciante si son diferentes personas) y sobre qué se realiza la estimación (consumo energético, materiales, tiempo empleado, producto deteriorado, etc.) y

   c. Cómo se estima el precio (con anotaciones, considerando facturas de gastos realizados, utilizando calculadora, teniendo en cuenta solo las necesidades de dinero inmediatas), por parte de los artesanos.

7.3 MOM: Modelización Matemática

La conexión entre los aspectos etnográficos y matemáticos que estudiamos en esta sección se realiza a nivel del factor 5 o *diseño* y se centra en el proceso activo de trenzar. Vamos a desarrollar una modelización teórica que traduzca, en el lenguaje de la matemática formal, el diseño del trenzado, y, precisamente, a partir de la manera activa de realizar la acción de trenzar.

Realizamos el análisis en dos momentos, considerando primero el proceso según su desarrollo en *sección horizontal*, imaginando mirar la trenza o el cordel en construcción desde el punto de vista de la cola, o sea de donde los hilos están a punto de ser trenzados.

Después, observamos el recorrido de los hilos según la *sección vertical*, mirando el diseño en el producto ya terminado, según la dimensión longitudinal mayor.

7.3.1 Sección Horizontal - Modelización con grafos

El lenguaje de la matemática formal que utilizamos ahora en la modelización de la sección horizontal es el de la Teoría de Grafos.

Un grafo $|V|$ es un par ordenado $G=(V,E)$, donde V es un conjunto de vértices o nodos, y E es un conjunto de arcos o aristas, que relacionan estos nodos. Se considera finito y se llama orden de G al número de vértices de V, indicado $|V|$.

Consideramos la definición de Chacón (2005) que, inspirándose en Brualdi (1997), dice:

> Un grafo G es un par G=(V,E), donde V es un conjunto finito (vértices, nodos) y E es un multiconjunto de pares no ordenados de vértices, denotados por {x,y}, que se denominan lados, aristas, etc. En este caso decimos que x, y son extremos de {x,y}. Denotamos V(G) por el conjunto de vértices del grafo G y por E(G) el conjunto de lados del grafo G. Además V(G) y E(G) denotan el número de vértices y el número de aristas de G respectivamente.
>
> Puesto que E es un multiconjunto es posible que existan pares repetidos, en este caso G tiene lados múltiples. También es posible que algún par no ordenado de E tenga el mismo vértice repetido, en este caso decimos que el lado es un lazo (loop) o bucle. Cuando existen lados múltiples y/o lazos decimos que G es un multigrafo. Si no hay lados múltiples ni lazos decimos que es un grafo simple. Un digrafo G es un par G = (V, E) donde V es un conjunto de vértices y E es un multiconjunto de pares ordenados. Los lados se denotan por pares *ordenados*, *(u, v)* denota el lado dirigido que tiene como vértice inicial a *u* y como vértice terminal a *v*. (CHACÓN, 2005, p. 1; itálico del autor).

Añadimos otra definición, de Rosen, que insiste en la idea importante de aristas múltiples y multígrafo, nuestra concepción de grafo reúne a las diferentes definiciones.

> Un *grafo simple* G(V,E) consta de V, un conjunto no vacío de *vértices*, y de E, un conjunto de pares no ordenados de elementos distintos de V. A esos pares se les llama *aristas*.
>
> […]. Los grafos simples no bastan para modelar esta situación. En lugar de grafos simples, emplearemos multígrafos, que constan de vértices y de aristas no dirigidas entre estos vértices, pero admitiendo la existencia de aristas múltiples entre pares de vértices. […] Esto hace que la definición de multígrafo es un poco más complicada.
>
> Un *multígrafo* G(V,E) consta de un conjunto V de vértices, un conjunto E de aristas y una función *f* de E en $\{\{u,v\} \mid u,v \in V,\ u \neq v\}$. Se dice que las aristas e_1 y e_2 son *aristas múltiples* o *paralelas* si $f(e_1)=f(e_2)$. […]
>
> Un grafo dirigido (V, E) consta de un conjunto V de vértices y de un conjunto E de aristas que son pares ordenados de elementos de V. (ROSEN, 2004, p. 504-505; itálico del autor).

En la modelización que presentamos, los vértices o nudos representan las posiciones de los hilos a punto de ser trenzados, los indicaremos con letras minúsculas. Los arcos o aristas representan los movimientos de los hilos, respecto a la posición, que el artesano tiene que hacer cumplir a los hilos para crear la trama.

Estudiamos la *secuencia mínima de movimientos* que se van repitiendo y que caracterizan, unívocamente, el trenzado.

Distinguimos varias fases, que denominamos *movimiento mínimo, paso y secuencia simple o compuesta*, y las modelizamos en dos momentos o situaciones: *Sección horizontal* y *Sección Vertical*, veamos la conceptualización de esto.

En la Sección horizontal definimos:

a. *Movimiento mínimo*: es el movimiento que involucra dos o más hilos que intercambian sus posiciones; el conjunto de hilos es el mínimo tal que cada cabo del conjunto, en su movimiento, vaya ocupando una posición dejada vacía por el movimiento de otro cabo del conjunto y, a su vez, deje una posición vacía que sea ocupada por otro cabo del conjunto. Se describe en el grafo a través de un circuito simple. Esta caracterizado por:

i. Cuantas y cuales posiciones se intercambian, o mejor dicho, lo que se intercambian son los hilos que se encuentran en determinadas posiciones. Aclaramos que, por razones de claridad y fluidez del discurso, de aquí en adelante con *posiciones* nos referimos a los hilos que se encuentran en las posiciones determinadas en el paso en cuestión.

ii. Un sentido horario o anti horario.

b. *Paso*: un paso del proceso de trenzar es el máximo conjunto de movimientos mínimos tal que cada vértice no pertenece a más de un movimiento. Un paso se representa en un único grafo en el que aparecen eventualmente más circuitos no conectados. Está caracterizado por

i. Números de movimientos mínimos que constituyen el paso.

ii. Orden de los movimientos mínimos.

c. *Secuencia simple o compuesta*: si la secuencia mínima se describe con un solo paso, es suficiente un solo grafo para describirla (simple); si la secuencia incluye más de un paso, se necesita más de un grafo para describirla (compuesta).

Señalamos que todos los grafos de cada paso tienen la misma estructura (o esqueleto), o sea, en términos técnicos, el grafo *vacío* asociado, cuyo conjunto de aristas es nulo, es el mismo. Esto significa que, si a cada grafo de cada paso le *quitamos* las aristas, obtenemos siempre el mismo grafo vacío, que acá llamamos *grafo estructura*. El *grafo estructura* está determinado por el diseño. Los grafos estructuras que consideramos son todos cuadrados, o sea los vértices o nudos se disponen sobre los lados de un cuadrado.

Observamos que en este estadio del análisis no nos interesan particularmente los colores de los hilos, sino cómo se disponen los hilos, si son de distintos colores, en el momento de iniciar el trabajo, influye mucho sobre la apariencia final del cordel. Así que, cuando vayamos a analizar ejemplares concretos constituidos con hilos de dos o más colores, damos la *disposición inicial* de los hilos, según los colores, en el *grafo estructura*.

Para aclarar el concepto, hacemos un ejemplo con la *trenza simple de tres hilos*, la clásica trenza del pelo, en el párrafo siguiente.

7.3.2 Sección Vertical - Modelización combinatoria

Ahora vamos a utilizar el lenguaje de la combinatoria como lenguaje de la matemática formal para seguir modelizando *el proceso* de trenzar. Dado un conjunto finito de elementos, llamado V, una permutación es una correspondencia (o aplicación) biyectiva de V en sí mismo, $p: V \rightarrow V$, a veces indicada como reordenamiento. El conjunto de las permutaciones en V con la operación de composición forma un grupo, indicado S_V.

Se llama ciclo, y se indica $\sigma = (x_1, x_2, \dots , x_n)$, la permutación que manda cíclicamente cada elemento en su sucesivo, o sea x_i en x_{i+1} hasta x_n en x_1, mientras deja fijos los que no aparecen. Si el ciclo contiene solo dos elementos se llama transposición. Dos ciclos se dicen disjuntos si no comparten ningún elemento de V. Cada elemento del grupo de permutaciones se puede escribir como composición de ciclos disjuntos (la composición, si los ciclos son disjuntos, es simplemente una yuxtaposición). Así que, para expresar las permutaciones vamos a utilizar la notación de composición de ciclos disjuntos.

Volvemos a las trenzas. Los grafos utilizados en la sección anterior nos permiten detectar de qué manera se realiza la acción de trenzar en función de una posición inicial de los hilos y de una secuencia de intercambios de estas posiciones. Esta misma secuencia se puede presentar a través de la combinatoria expresando los movimientos mínimos, o sea los circuitos, como ciclos del grupo de permutaciones S_V (donde V es el conjunto de nudos del grafo estructura) y describiendo los pasos con otros elementos del grupo de permutaciones que salen de la composición de estos ciclos.

Se observa que, de esta manera, no se incluye la información sobre la colocación de las posiciones, o sea el grafo estructura, y se puede perder la información sobre el sentido, (horario o anti horario), del circuito que involucra solo dos posiciones.

En analogía a lo visto para la modelización con grafos, ahora se encuentran las mismas fases.

a. *Movimiento mínimo*: ya hemos visto que a cada circuito del grafo se asocia un ciclo, caracterizado por:

i. Cuantas y cuales posiciones se cambian.

ii. El sentido. Vamos aclarando que si el ciclo está compuesto por más de dos elementos, $(x_1, x_2, \dots , x_n)$, el sentido del circuito asociado es de x_1 a x_2 , … , hasta x_n; esto implica que el sentido queda unívocamente determinado por la escritura del ciclo, una vez noto el grafo estructura, o sea la ubicación de los vértices o nudos en el espacio, (el circuito queda horario o anti horario según como se diseñan los vértices en el grafo de base que he llamado grafo estructura).

Si el ciclo es una transposición, asumimos la siguiente convención: si suponemos que $x_1<x_2$ (en el ordenamiento alfabético), entonces un circuito entre x_1, x_2 en sentido horario será (x_1, x_2); un circuito x_1, x_2 en sentido anti horario será (x_1, x_2).

b. *Paso*: se representa con un elemento del grupo S_V que resulta, eventualmente, de la composición de más de un ciclo. Se caracteriza por:

i. Número de ciclos que lo constituyen.

ii. Se considera el orden en el que aparecen escritos los ciclos como el orden de ejecución de los movimientos.

c. *Secuencia simple o compuesta*: si la secuencia mínima se describe con un solo paso, es suficiente una sola permutación para describirla (simple); si la secuencia incluye más de un paso, se necesita más de una permutación (compuesta).

8. Caso de la trenza simple de tres hilos

Aplicando el MOMET hacemos un ejemplo con la *trenza simple de tres hilos*, la clásica trenza del pelo.

8.1 Sección horizontal: Grafos

Se trata de una secuencia compuesta, en particular está formada por dos pasos, así que se necesitan dos grafos para describirla. Llamamos a las posiciones de los hilos con las letras minúsculas *a,b,c*. En este caso, los nudos los visualizamos así: *a* sobre el lado horizontal arriba del cuadrado, *b* sobre el lado vertical de la derecha y *c* sobre el lado vertical de la izquierda.

Los dos pasos de la secuencia son, en el orden siguiente: el primero constituido por un circuito simple horario entre las posiciones *a* y *b*; el segundo constituido por un circuito simple anti horario entre las posiciones *a* y *c.* La aclaración del punto (a.i.), del párrafo anterior, significa que las letras *no se mueven*, o sea, quedan asociadas a la posición, así que, en pasos sucesivos, siguen refiriéndose al mismo nudo del *grafo estructura* asociado al diseño (Figura 6).

Figura 6 – Grafos de la trenzas simple**.**

8.2 Sección vertical: Combinatoria

En el ejemplo que estamos analizando, de la trenza simple de tres hilos, el proceso de Modelización Vertical se describe a través de una secuencia compuesta de dos permutaciones de $S_{\{a,b,c\}}$ cada una constituida por una sola transposición;

$p_1 = (a,b)$,

$p_2 = (a,c)$.

De aquí en adelante, utilizamos la notación p_i para los pasos o permutaciones, y σ_{ij} para los ciclos o movimientos mínimos de p_i , donde el primer índice indica el paso de pertenencia y el segundo el orden de los ciclos en la permutación que representa el paso. Cuando el paso p_i está constituido por un solo ciclo, indicamos el ciclo directamente con p_i . Se observa que, en este caso de la trenza simple, siendo p_2 una trasposición con cambio anti horarios, la letras están en orden (alfabético) decreciente.

Recordamos que, en cada paso, las letras siguen asociadas a las mismas posiciones, los que *se mueven* son los hilos.

Ahora, ponemos de manifiesto las razones por las cuales este segundo análisis ha sido nombrado como *Sección Vertical*. Si numeramos los hilos, asignándoles los números naturales 1, 2, …, |*V*|, es posibles seguir el recorrido de los hilos en la trama de la trenza según la sección vertical. Para ejecutar el cambio de posiciones de los hilos que se realiza durante un *paso*, se aplica a los números la permutación que representa el paso. Vamos a explicar cómo: la permutación que caracteriza el paso es expresada en función de las letras que indican las posiciones, así que, en realidad, para describir un determinado paso se tiene que cruzar la permutación con la información sobre las posiciones en las cuales se encuentran los hilos justo antes de realizarlo. Se genera, así, una nueva permutación, esta vez en función de los números que indican los hilos, sustituyendo a cada letra el número del cabo que en ese momento ocupa la posición indicada por la letra.

Realizamos este procedimiento en una tabla. Las primeras |*V*| columnas son las posiciones, así que en las primeras |*V*| celdas de cada línea se ponen los números de los hilos que ocupan las correspondientes posiciones. La |*V*|+1 columna contiene la permutación que caracteriza el paso a aplicar a la configuración descrita en las anteriores columnas en términos de las posiciones. La última columna representa la permutación para aplicar a la configuración en función de los números de los hilos. La tabla termina cuando se consigue de vuelta la configuración inicial.

Sigue la tabla T1 de la *Trenza simple de 3 cabos*, que hemos llamado *del pelo*:

Tabla T1 - de la *Trenza simple de 3 cabos (Tabla de datos de elaboración propia)*

a	***b***	***c***	p_i	***Paso específico***
1	2	3	$p_1 = (a,b)$	(1,2)
2	1	3	$p_2 = (a,c)$	(2,3)
3	1	2	$p_1 = (a,b)$	(3,1)
1	3	2	$p_2 = (a,c)$	(1,2)
2	3	1	$p_1 = (a,b)$	(2,3)
3	2	1	$p_2 = (a,c)$	(3,1)
1	2	3	-	-

9. Conclusiones

En nuestra investigación, por su enfoque metodológico y su objetivo, las conclusiones son fruto de una introspección final sobre algunos puntos clave que se han aclarado con lo aportado mediante el trabajo de investigación.

Tras la reflexión y un posterior debate se llegó a las conclusiones siguientes:

a) El artesano tiene que ser capaz, en cada momento, de reconocer en qué punto se encuentra, entonces registra este recorrido, aunque no conscientemente, o con metaconocimiento de lo que está haciendo, sino en forma de *Rutina* y no representa sus acciones en estos términos formales.

b) Se puede entender o definir el cordel *ejemplar* como *representante de una clase de equivalencia* determinada por un cierto *diseño*, en la que existen muchos cordeles, que pertenecen a distintas *artesanías*, pero a efectos del trenzado, visto matemáticamente, son equivalentes. Tomamos uno como representante, para analizarlo y poder definir *la clase* en términos matemáticos, diciendo que todos los cordeles que tienen esa modelización son equivalentes. Etnográficamente, puede que no sean equivalentes para el uso social, aunque tengan igual tipo de trenzado, si cambia el material, por ejemplo el cuero por algodón o por seda. Por eso la unidad de análisis matemático es *el ejemplar*, que luego se generaliza al modelizarla, y se particulariza mediante los otros factores que no son su estructura matemática, pero que son esenciales para *una artesanía*.

c) Una *artesanía* puede tener ejemplares no equivalentes, es decir con distintos tipos de trenzados. Pero esto hay que definirlo y fundamentarlo en el seguimiento de esta investigación, encontrando:

1- una definición social de cada *artesanía*,
2- *ejemplares* diversos matemáticamente de cada artesanía,
3- *ejemplares* de diferentes artesanías y sus modelos matemáticos,
4- Agrupamientos de los *ejemplares* por su modelo y por su artesanía.
5- Un método para la modelización de ejemplares cualesquiera.

d) Dentro de lo que se ha podido encontrar en la primera fase del trabajo de campo, por ahora, hablamos solo de ejemplares concretos y de artesanía de trenzado en general, sin pretender distinguir entre diferentes artesanías, que se estudiarán en la continuación de esta investigación, en la tesis doctoral.

Entre las reflexiones finales o hallazgos queremos incluir el gran impacto personal sentido con esta investigación por las dos investigadoras, los aprendizajes personales realizados durante el proceso de la investigación, que como investigación Etno-Matemática ha involucrado globalmente sus vidas, no solo su intelecto.

Y, especialmente, queremos mostrar nuestro agradecimiento y rendir un homenaje a los artesanos y artesanas, que mantienen vivas las matemáticas insertadas de forma implícita en los objetos culturales, que ellos hacen con tanto conocimiento y esfuerzo y que enseñan a hacer con tanta generosidad.

Esta investigación está soportada por una Beca FPU (código de referencia AP2010-0235) del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de España, concedida a la investigadora V. Albanese.

Referencias

ALBANESE, V. **Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado**. 2011. 73 f. Tesis no publicada (Máster en Didáctica de la Matemática) – Facultad de Educación, Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, Granada, España, 2011.

ASCHER, M.; ASCHER R. **Code of the Quipu**: a study in media, mathematics and culture. Ann Arbor, MI: The University of Michigan Press, 1981.

ASCHER, M. **Ethnomathematics, a multicultural view of mathematical idea.** California: Pacific Grove, Brooks & Colé, 1991.

BARTON, B. Making sense of ethnomathematics: Ethnomathematics is making sense. **Educational Studies in Mathematics**, Hidelberg (Alemania), v. 31, n. 1, p. 201-233, Sep, 1996.

BISHOP, A. **Mathematical enculturation**: A cultural perspective on mathematics education. Dordrecht, Holland: Kluwer Academic Pub, 1991.

BOLAÑOS, J. **Una visión etnomatemática de las pintaderas canarias**. 2009. 104 f. Tesis no publicata (Máster en Didáctica de la Matemática) – Facultad de Educación, Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, Granada, España, 2009.

BOLÍVAR, A. Ciudadanía y escuela pública en el contexto de diversidad cultural. **Revista Mexicana de Investigación Educativa**. México D.F. v. 9, n. 20, p. 15-38, Jul-Sep, 2004.

BORBA, M. Ethnomahtematics and Education. **For the Learning of Mathematics**, Fredericton (Canada), v. 10, n. 1, Jan, p. 39-43. 1990.

BRUALDI, R. A. **Introductory Combinatorics.** North-Holland: Elsevier, 1997.

CHACÓN, J. L. **Introducción a la Teoría de Grafos.** Matemática Discreta. 2005. Disponible en: http://webdelprofesor.ula.ve/ciencias/jlchacon/materias/discreta/grafos.pdf. Último acceso el: 29/10/2012.

DA COSTA, L. M. **Los tejidos y las tramas matemáticas**. El tejido ticuna como soporte para la enseñanza de las matemáticas. 2009. 184f. Tesis (Maestría en Estudios Amazónicos) - Universidad Nacional de Colombia, Amazonia, 2009.

DE BENGOECHEA, N. **Etnomatemáticas, métodos y objetos culturales**. 2009. 85 f. Tesis no publicata (Máster en Didáctica de la Matemática) – Facultad de Educación, Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, Granada, España, 2009.

DE LOS SANTOS, A. M. **Artesanías con cuero.** Buenos Aires: Grulla, 2004.

D'AMBROSIO, U. Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. **For the learning of Mathematics**, Fredericton (Canada), v. 5, n. 1, p. 44-48, Jan, 1985.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática**: Eslabón entre las tradiciones y la modernidad. México: Limusa, 2008.

EGLASH, R. When Math Worlds Collide: Intention and Invention in Ethnomathematics. **Science, Technology, & Human Values**, Pittsburgh (U.S.A.), v. 22, n. 1, p. 79-97, Jan, 1997.

MICROSOFT ENCARTA. **Enciclopedia Encarta**. Washington. Microsoft Corporation. 2009. DVD

ESCUDERO, J. M.; GONZÁLEZ, M. T.; MARTÍNEZ, B. El fracaso escolar como exclusión educativa: comprensión, políticas y prácticas. **Revista iberoamericana de educación**, Madrid, v. 50, n. 2, p. 41-64, May-Aug, 2009.

FAUDONE, H. **El arte gaucho del cuero crudo**. Valencia: Editora Valencia, 2003.

FIADONE, A. **El diseño indígena argentino**. Buenos Aires: la Marca editora, 2003.

FLORES, L. A. **El guasquero:** trenzados criollos**.** Buenos Aires: Cesarini Hermanos, 1960.

FONTANA, A. **La artesanía tradicional del cuero en la Mesopotamia Argentina**. Paraná, Argentina: Editorial Entre Ríos, 1988.

FUENTES, C. C. Algunos Procedimientos y Estrategias Geométricas Utilizadas por un Grupo de Artesanos del Municipio de Guacamayas en Boyacá, Colombia. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática,** Pasto (Colombia), v.4, n.1, p. 55-67, Jan, 2011.

GERDES, P. On culture and mathematics teacher education. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Hidelberg (Alemania), v. 1, n. 1, Jan, p. 33-53, 1998.

OLIVERAS, M. L. **Etnomatemáticas. Formación de profesores e innovación curricular**. Granada: Comares, 1996.

OLIVERAS, M. L. Mathematics and craftwork in Andalusia an antropological-didactic study. **Isgem Newsletter**, Syracuse (U.S.A.)**,** v. 13, n.1, p. 3-5, Nov, 1997.

OLIVERAS, M. L.; FERNÁNDEZ, J.; FUENTES, J. (Eds.). Etnomatemáticas y educación Matemática. Construyendo un Futuro Equitativo. In: PRIMER CONGRESO INTERNACIONAL DE ETNOMATEMÁTICAS, ICEm1, 1998, Granada. **Actas…** Granada, Universidad de Granada. 1998. CD-ROM.

OLIVERAS, M. L. Ethnomathematics and Mathematical Education. **International Reviews on Mathematical Education,** Jahrgang, v. 3, n. 3, p. 85-91, June, 1999.

OLIVERAS, M. L. Etnomatemáticas. De la multiculturalidad al mestizaje. En: Giménez, J.; Goñi J. M.; Guerrero S. (Eds.) **Matemáticas e interculturalidad**. Barcelona: Graó, 2006, p.117-149.

OLIVERAS, M. L. Model for Research on Multiculturality in Mathematics Education. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION –ICME, 11th, 2008, Monterrey. **Proceedings…** Monterrey, 2008a. Topic Study Group 33: mathematics education in a multilingual and multicultural environment.

OLIVERAS, M. L. The IDMAMIM Project is "Innovation in Didactics for Mathematics in Multicultural contexts, with Immigrant and Minority pupils". In: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION –ICME, 11th, 2008, Monterrey. **Proceedings…** Monterrey, 2008b. Topic Study Group 33: mathematics education in a multilingual and multicultural environment.

OSORNIO, M. **Trenzas gauchas.** Buenos Aires: Hemisferio Sur, 1934.

OWEN, R. **Braids:** 250 patterns from Japan, Peru & beyond. Loveland Colo: Interweave Press, 1995.

PARRA, A. **Acercamiento a la Etnomatemática**. 2003. 156f. Tesis (Licenciatura en Matemática) Departamento de Matemáticas, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, 2003.

QUINTANILLA, M. A. **Diccionario de filosofía contemporánea**. Salamanca: Editorial Sígueme, 1976.

ROSEN, K. H. **Matemática Discreta y sus aplicaciones**. 5ª Edición. Madrid: McGraw-Hill Interamericana, 2004.

SANDELLA, O. La geometría en las danzas folklóricas argentinas. En: Díaz, L. (Ed.) **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa vol. 17**, Buenos Aires, Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, 2004, p. 801-806.

SANTILLÁN, A.; ZACHMAN, P. Una experiencia de capacitación en Etnomatemática. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, Pasto (Colombia), v. 2, n. 1, p. 27-42, Jan-Jul, 2009.

SERVETTO, L.; CASTILLA, C.; NAVARRO, M.; VAQUERO, A. **La artesanía en la zona andina argentina.** Córdoba: Universidad de Córdoba, 1998.

TEDESCO, J. C. Los desafíos de la educación básica en el siglo XXI. **Revista Iberoamericana de Educación**. Madrid, n. 55, p. 31-47, Jan-Abr, 2011.

UÑA, O.; HERNÁNDEZ, A. **Diccionario de Sociología**. Madrid: Editorial ESIC, 2004.

VILELA, D. S. Discussing a philosophical background for the ethnomathematical program. **Educational Studies in Mathematics**, Hidelberg (Alemania), v. 75, n. 3, p. 345-358, Dec, 2010.

2.3 COMENTARIOS FINALES

En el cierre de este capítulo queremos precisar algunas de las afirmaciones realizadas a lo largo del Artículo 1 que, como ya mencionamos en la presentación del capítulo, no han formado parte o han tenido diversas interpretaciones y repercusiones en la continuación de la investigación. Vamos a hacerlo en el orden de su aparición en el texto.

En uno de los objetivos específicos se plantea la identificación de matemáticas (constructos matemáticos) implícitos en la artesanía. En este momento vemos la Etnomatemática bajo su matiz de reconocimiento de *matemáticas en las prácticas culturales* (Sección 1.3.3 Capítulo 1), donde las matemáticas que nos interesan se caracterizan en términos de la matemática escolar o sistema NUC.

Siguiendo en el párrafo de objetivos se afirma que "el objetivo a largo plazo (es) de elaborar una aplicación en la educación, estructurada sobre los hallazgos de la investigación etnomatemática previa, en forma de *Microproyectos interculturales Etnomatemáticos*". Como ya señalamos en el Capítulo 1 (párrafo 3.4), el proyecto doctoral inicial contemplaba la realización de Microproyectos en la formación docente. Las observaciones respecto al rol de la Etnomatemática en la educación y la reflexión sobre cómo iban cambiando mis propias concepciones sobre las matemáticas durante el proceso de investigación del signo, me han proporcionado la idea de recrear la experiencia vivida en este campo a beneficio de una formación docente orientada a cuestiones sobre la naturaleza de las matemáticas, el alcance de los factores sociales y culturales en el desarrollo de las matemáticas y su implicación en el proceso educativo. Para esto se opta para la implementación de los talleres que se relatan en los artículos 4 y 5 (Capítulos 5 y 6).

En el párrafo de contexto se presentan algunos ejemplares y se nombra el tipo de trenzado, algunos de ellos serán analizados en detalle en el próximo artículo 2 (Capitulo 3), otros en el artículo publicado en el 2012 que insertamos en el anexo A.2 Artículo 7, y unos ejemplares más quedan registrados en el Trabajo Fin de Master (Albanese, 2011).

A propósito de la Modelización Matemática, con la perspectiva adquirida al final de la investigación y que presentamos en el Capítulo 1 (párrafo 3.3), podemos afirmar que, <u>en el caso del artesano de Salta</u>, la modelización respecto a la sección horizontal que involucra los grafos, constituye una interpretación situada realizada, mientras la modelización de la sección vertical que involucra las permutaciones es una proyección matemática no situada. Volveremos sobre esto en el capítulo siguiente.

En las conclusiones se menciona la posibilidad de considerar clases de equivalencia entre los ejemplares de trenzas, a nivel de la modelización matemática del diseño. Esta hipótesis, que es matemáticamente valida, no se ha considerado para la continuación del trabajo. La principal razón para esta decisión es la siguiente: en cuanto se ha ido madurando una gradual toma de conciencia de los aspectos ético y émico en la investigación etnomatemática, se ha estimado que la dirección hacia la cual nos llevaba esta hipótesis implicaba alejarse *demasiado* de la perspectiva émica, mientras nuestro interés se iba focalizando más en la forma en que los artesanos piensan su propia práctica (Articulo 3 en el Capítulo 4).

Además, cuando escribimos este primer trabajo, la información que se encontraba en nuestras manos respecto a la artesanía soguera (la que emplea el cuero y cuyos informantes son del entorno de Buenos Aires) era bastante escasa; a posteriori del estudio más profundizado que realizamos (Capítulo 4) podemos afirmar que la estructura de los trenzados, y entonces de los diseños, es muy diferente entre los ejemplares de las dos artesanías con las que trabajamos y conjeturamos que no se hallen ejemplares que tengan la misma modelización del diseño.

Finalmente, cabe precisar que hasta el momento de redactar la versión final de esta memoria se ha celebrado, en Julio del 2014, otro congreso internacional de Etnomatemática (ICEM5) en la Ciudad de Maputo, Mozambique, en donde se ha presentado a la comunidad de investigadores presentes los resultados de los estudios que componen este trabajo doctoral.

CAPÍTULO 3

APLICACIÓN DEL *MOMET*

3.1 PRESENTACIÓN

El Artículo 2 describe la segunda y última parte del estudio representado por el primer ciclo de la espiral etnográfica (Figura 3.1).

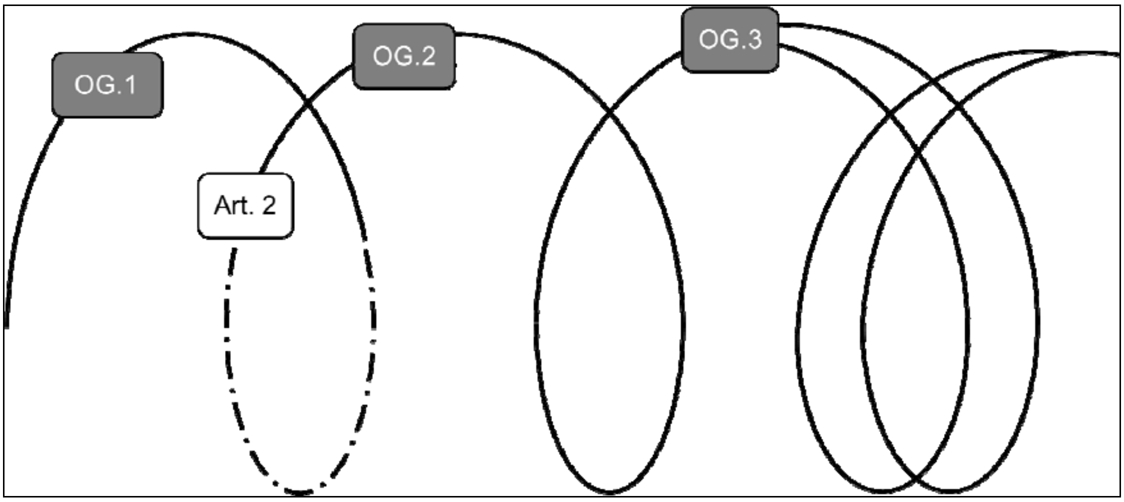


Figura 3.1. Espiral etnográfica que organiza la investigación. En línea discontinua se indica lo que corresponde a la segunda parte del primer ciclo que se relata en el Artículo 2.

En el documento se sigue la línea marcada en el artículo anterior, en concreto se amplían los fundamentos teóricos considerando principalmente unas aportaciones que sirven de base para la interpretación de las actuaciones del investigador, respecto de las perspectivas que se van asumiendo en relación a las culturas involucradas en el estudio. Posteriormente se presentan aplicaciones del instrumento metodológico construido, el MOMET, a dos ejemplares de artesanías de trenzado, cada uno proveniente de uno de los entornos considerados (la artesanía de cordeles de la región de Salta, y la artesanía soguera de Buenos Aires).

El análisis de los factores del MET hace evidente la diferencia entre estas dos artesanías de trenzado, diferencia que se concreta en el entorno de la elaboración de la artesanía y en el uso de los productos artesanales, en el material empleado y, punto clave, en la manera de trenzar.

Respecto al capítulo anterior se delinea una mirada más precisa del trabajo presente y futuro, sobre todo se perfilan los rasgos germinales de las perspectivas émica y ética en términos de la interpretación matemática situada y la proyección matemática (o interpretación no situada) de Albertí (2007), así como las actividades del investigador etnomatemático que define Barton (1996).

En particular se hace hincapié en que la modelización de la sección horizontal, si bien es una interpretación situada en el caso de la artesanía de Salta, no hay ninguna evidencia que resulte situada para la artesanía soguera, de hecho las pocas informaciones que se tienen hasta ese momento indican que no lo es. El estudio del segundo ciclo de la espiral (Artículo 3 en el Capítulo 4) nos permitirá confirmar esta hipótesis.

3.2 ARTÍCULO 2

Albanese, V., Oliveras, M. L., y Perales, F. J. (2014). Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado: Aplicación de un Modelo Metodológico elaborado. *Bolema*, *28*(48), 1-20.

Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado: Aplicación de un modelo metodológico elaborado

Ethnomathematics in Braiding Crafts: Application of the methodological model

Veronica Albanese

María Luisa Oliveras

Francisco Javier Perales

Resumen

En un artículo precedente hemos presentado el desarrollo de un modelo o *instrumento metodológico* de investigación, denominado *MOMET* (OLIVERAS; ALBANESE, 2012) construido para el estudio etnográfico y etnomatemático específico de artesanías de trenzado. En el presente trabajo vamos a mostrar cómo hemos aplicado este mismo instrumento a dos ejemplares paradigmáticos de cordeles, productos de dos artesanías de trenzado. El trabajo etnográfico ha requerido una inmersión en el campo de cada uno de los dos escenarios artesanales. El análisis interpretativo y la aplicación del instrumento metodológico han hecho posible un estudio etnográfico sistemático de las matemáticas presentes en el proceso de trenzado.

Palabras-Clave: Etnomatemáticas. Artesanías de Trenzados. Etnografía. Modelización Matemática. Instrumento metodológico.

Abstract

In a previous article we showed the development of a methodological model or tool for research named MOMET (OLIVERAS; ALBANESE, 2012) constructed for the ethnographical and ethnomathematical study of braiding crafts. In the present work we will show how to apply this methodological tool to two paradigmatic examples of braids products of two different braiding crafts. The ethnographical work required an immersion in the field in each of the two craft scenarios. The interpretative analysis and the application of methodological tool have made possible a systematic ethnographical study of the mathematics involved in the process of braiding.

Keywords: Ethnomathematics. Braiding Crafts. Ethnography. Mathematical Modelling. Methodological tool.

1. Introducción

Vamos a dar una caracterización de la Etnomatemática con un matiz algo diferente respecto de la visión clásica de D'AMBROSIO (2008), que las entiende como: los modos, estilos, artes y técnicas (Ticas) de explicar, aprender, conocer, relacionarse con (Matema) el ambiente natural, social y cultural (Etno). Enfocamos la investigación partiendo de la definición de Etnomatemática de Barton (1996a): "Ethnomathematics is a research program of the way in which cultural groups understand, articulate and use the concepts and practices which we describe as mathematical, whether or not the cultural group has a concept of mathematics" (BARTON, 1996a, p. 214).

Así que concebimos la Etnomatemática como un campo de investigación que intenta describir y comprender los modos en los cuales las ideas que el investigador llama matemáticas, son entendidas, articuladas y utilizadas por personas que no comparten esa misma concepción de matemáticas. Barton puntualiza que esta definición es *cultural* (*culturally specific*) en el sentido de que los términos de *mathematics* y *mathematical* dependen tanto de quien los está utilizando – el *we* de la definición que se refiere al investigador – como de la práctica y del grupo que se está describiendo.

El objeto de investigación se corresponde con las artesanías de trenzado. Consideramos por artesanía la labor de creación o decoración, de manera predominantemente manual y artística, de objetos de utilidad práctica en la sociedad. Por artesanías de trenzado entendemos las artesanías de tejido en las cuales predomine una dimensión. En particular, en este momento, consideramos cordeles o trenzas que se realizan en modalidad de *trenzado simple;* es decir, que no presentan nudos; poseen la peculiaridad de que, en cualquier punto, si se deja sin atar la madeja se va soltando, los hilos que la forman se separan desarmando la estructura del cordel o trenza (OLIVERAS; ALBANESE, 2012).

Este artículo es fruto de un trabajo más amplio que constituye la investigación doctoral de una de las autoras. El proyecto incluye un estudio de las prácticas matemáticas presentes en la elaboración artesanal del trenzado desde el punto de vista etnográfico, de los conceptos matemáticos relacionados con dichas prácticas, y una posterior propuesta didáctica de educación matemática basada en los resultados obtenidos. Aquí presentamos algunos hallazgos de la investigación etnográfica.

El objetivo general de esta parte de la investigación de carácter etnográfico, tema objeto del presente documento, es describir artesanías de *trenzado* y estudiarlas identificando los constructos matemáticos implícitos en ellas.

Los objetivos específicos son: O.1) crear un instrumento metodológico de *análisis etnomatemático* que se ajuste al interés del estudio y a la tipología específica del objeto estudiado; O.2) Aplicar el instrumento metodológico creado a unas artesanías de trenzado.

Hemos tratado ya en detalle, en un artículo precedente (OLIVERAS; ALBANESE, 2012), la creación del instrumento metodológico MOMET (O.1) constituido por un Método Etnográfico (MET) y una Modelización Matemática (MOM). Aquí resumimos los rasgos principales del instrumento metodológico y presentamos la aplicación del MOMET a dos artesanías de trenzado (O.2).

2. Antecedentes

Una investigación pionera en la búsqueda de ideas matemáticas en el desarrollo del trabajo artesanal es la de Millroy (1991), quien realizó un estudio etnográfico de la labor de unos carpinteros de Cape Town en Sudáfrica.

Más recientes son las investigaciones recopiladas por Palhares (2008) que han tenido lugar en Portugal. Entre otras, nombramos las que están relacionadas con la búsqueda de matemáticas en las tareas artesanales realizadas por los carpinteros en la construcción de barcos y por los herreros en la producción de herramientas de cobre.

Acercándonos a nuestro objeto de investigación, entre los investigadores etnomatemáticos que se han dedicado a artesanías de tejidos, destacamos primero el trabajo de Oliveras sobre la realización de las alfombras andaluzas (OLIVERAS, 1996; OLIVERAS; FAVILLI; CÉSAR, 2004). Señalamos otros dos estudios colombianos, uno sobre los patrones geométricos de los tejidos de las mochilas Arhuacas realizados por Aroca (2008), y el otro de Fuentes (2011) que trata de la geometría en la elaboración de cestos. A propósito de la cestería, recordamos las investigaciones de Gerdes en Mozambique (GERDES, 2001) y en la Amazonia Peruana (GERDES, 2003).

Ya que nuestra investigación se focaliza en la manera de realizar el trenzado, un antecedente importante es el trabajo de Parra (2003) que se centra en ideas matemáticas presentes en el proceso de fabricación de manillas por los indígenas de la etnia Ticuna, en la Amazonia.

Cabe, asimismo, destacar el trabajo de Albertí (2007) sobre la identificación de matemáticas en la ornamentación arquitectónica del pueblo Toraja en una isla de Indonesia. Es de interés la organización de la observación de la práctica artesanal en tres niveles de aproximación: la obra-acabada, la obra-en-curso y la obra-explicada, que reelaboramos cómo: producto terminado, proceso de elaboración y descripción etnográfica participativa.

3. Fundamentos Teóricos

La Etnomatemática, según la definición elegida, es un programa de investigación cuyo objeto es el modo en que grupos culturales entienden, articulan y utilizan conceptos y prácticas que nosotros, como investigadores, consideramos matemáticos.

Así se concibe que la matemática es un producto cultural (BISHOP, 1999). En esta perspectiva la noción de cultura tiene un rol central. La cultura se manifiesta como *telarañas* de significados que el hombre ha hilado y que sirven para construir el sentido de los hechos de la vida (GEERTZ, 1973, apud OLIVERAS, 1996). Esto se concreta en: 1) mentifactos: la lengua, los signos, lo mítico, las tradiciones artísticas y el folklore; 2) sociofactos: aspectos vinculados a las relaciones entre individuos; 3) artefactos: aspectos de la tecnología material (OLIVERAS; ALBANESE, 2012; GAVARRETE, 2009).

En este contexto reflexionamos sobre algunos aspectos que surgen de manera natural: ¿Cuál es el rol del investigador en relación a las diversas perspectivas culturales que tiene que manejar, la propia y la de grupo estudiado? ¿Cómo puede el investigador conciliar estas perspectivas en el desarrollo de su investigación?

Los conceptos y prácticas que el investigador etnomatemático estudia son parte de la cultura del grupo que se observa. Pero el hecho de considerarlos matemáticos tiene que ver con el punto de vista de la cultura del investigador. Entonces, éste juega el rol de intérprete, de traductor entre las dos culturas que maneja en su investigación. El investigador "…es un mediador entre dos mundos: interpreta el universo estudiado para hacerlo comprensible a aquel del que proviene. Este proceso es influenciado por la tradición cultural y la formación del investigador" (OLIVERAS, 1996, p. 37).

Estudiar los modos en que otra cultura percibe conceptos y prácticas es un ejercicio de interpretación de una cultura a otra (BARTON, 1996a). Los etnomatemáticos crean puentes entre las matemáticas (académico-formales) y las ideas o prácticas de otras culturas (BARTON, 1996b).

Este último autor (BARTON, 1996b) reconoce cuatro tipos de actividades que el investigador etnomatemático tiene que llevar a cabo en el desarrollo de su trabajo, y cada una tiene una postura diferente según la perspectiva de la cultura respecto a la cual se enfoca (si la del investigador o la del grupo cultural que se estudia) y de los principios de la disciplina que determinan el punto de vista de la actividad:

1. *Actividad descriptiva*: se describen las prácticas y concepciones objeto de estudio; la descripción, en la medida de lo posible, se hace en el contexto de la cultura del grupo, se trata de evitar el lenguaje técnico para limitar la influencia de la cultura del investigador, de modo que la descripción resulte lo más natural posible. El propósito es, aquí, identificar las estructuras que pueden ser de interés, pero bajo una perspectiva antropológica.

2. *Actividad arqueológico – analítica*: se sacan a la luz los aspectos matemáticos pero desde la perspectiva de la cultura del grupo. Una posibilidad de realizar esta tarea es entender las implicaciones matemáticas que se sitúan en el origen de la práctica, o sea, cuándo se ha elaborado y cómo fue su evolución. Esta búsqueda es de tipo arqueológico porque implica reconstruir la historia de la práctica para identificar los principios matemáticos presentes en su formulación.

3. *Actividad de matematización*: ahora se revela la estructura matemática desde la perspectiva del investigador. Es aquí que se realiza una traducción del material cultural encontrado en la terminología de las matemáticas formal o analítica (damos por supuesto, para esta investigación, que la cultura del investigador sea la occidental académica). El foco puede ser doble: la creación de *nuevas* matemáticas o la reinterpretación dentro de la cultura original en vista de una mejor comprensión de ésta.

4. *Actividad creativo – sintética*: se opera a nivel de una reflexión meta-matemática. Se incentiva un cambio de las concepciones epistemológicas sobre las matemáticas. Estas

investigaciones, por un lado, necesitan como presupuesto la posibilidad de un cambio en las concepciones sobre la universalidad, certeza y racionalidad absoluta de las matemáticas, mientras, por otro lado, llevan consigo como resultado la realidad de este cambio: la asunción de la diversidad cultural lleva a la aceptación de concepciones diametralmente opuestas.

Se está generando, así, un pensamiento postmoderno en torno a las matemáticas, conceptualizándolas en un modo etnomatemático en el sentido de Oliveras (2000), o sea: vivo, no estático y depositado solo en las teorías escritas, sino funcionando como una forma personal de pensar, que genera un producto social, cultural, utilizado al resolver problemas cotidianos, y manifestado en lenguajes (artesanales, gremiales, científicos) no exclusivamente formales. La ciencia matemática es uno de los tipos de matemáticas posibles, pero no la única (OLIVERAS, 2000, 2006).

Lograr una metodología de investigación que sea operativa y consistente, fusionando las actividades definidas por Barton (1996b), es parte de nuestro trabajo, y lo han hecho otros investigadores como Albertí (2007), definiendo la Interpretación Matemática Situada (ISM):

> En toda práctica artesanal existen unos mecanismos prácticos de producción basados en una serie de reglas y pautas secuenciadas temporalmente. Entiendo que son estos mecanismos productivos los que generan un sistema conceptual en la mente de quienes los aplican, los artesanos, basado en las abstracciones mentales de las reglas prácticas de los mecanismos o sistemas de producción. Este es el sistema que hay que sacar a la luz. (…) De allí que cualquier intento de identificación de matemáticas deba pasar ineludiblemente por visualizar la obra, observar el proceso de trabajo y conversar con los autores (ALBERTÍ, 2007, p. 85).

Cabe destacar que la modelización matemática es considerada una reelaboración lingüística, en términos matemáticos, de conceptos que ya están en la mente del artesano, pero que él no expresa en los términos del mundo científico, sino en su propio lenguaje o jerga profesional, siendo el investigador el detector de tales formas de pensamiento artesanal y su *traductor* hacia los interesados en conocerlas desde la cultura científica (ALBANESE, 2011).

En el presente trabajo se combinan actividades descriptivas, arqueológico-analíticas y de matematización (BARTON, 1996b), en la búsqueda de Interpretaciones Matemáticas.

4. Instrumento metodológico MOMET

Ya hemos manifestado que el instrumento metodológico MOMET ha sido presentado en un artículo precedente (OLIVERAS; ALBANESE, 2012). Describimos ahora, brevemente, en qué consiste. El MOMET consta, primero, de un Método Etnográfico, es decir, compuesto de unos factores que describen, definen y caracterizan el ejemplar pragmático de cordel o trenza que constituye nuestra unidad de análisis y la artesanía a la que pertenece:

1. Factor de *Caracterización*. Es el factor definitorio por excelencia, incluye: (a) la procedencia histórico-geográfica del ejemplar; (b) una descripción del mismo; y (c) la imagen o representación visual (fotografía).

2. Factor *Utilidad*. Trata del *para qué* se utiliza y dónde, en qué ocasión o escenario social.

3. Factor *Material*. Considera los materiales empleados en la construcción del objeto artesanal. Implica la cualidad o naturaleza del material, su preparación previa a la tarea artesanal de trenzar, las propiedades físicas.

4. Factor *Modalidad de tejido*. Omitimos las modalidades de tejidos ya que, como anticipamos en el planteamiento, vamos a tratar solo la de *trenzado simple*. Consideramos las eventuales *herramientas* que se manejan para el tejido.

5. Factor *Diseño*. Este es el factor que caracteriza *el proceso de trenzar*. Aquí se consideran el número de hilos, sus colores, la forma o visión global del producto terminado, la manera de trenzar, o proceso dinámico, y la trama del trenzado, o visión del producto desde el punto de vista estático.

Presentamos, ahora, la modelización matemática, el MOM.

La conexión entre los aspectos etnográficos y matemáticos que estudiamos en esta sección se realiza a nivel del factor 5 o *Diseño,* y se centra en el proceso activo de trenzar y en la trama del trenzado. Vamos a desarrollar una modelización teórica que traduzca, en el lenguaje de la matemática formal, el diseño del trenzado, y, precisamente, a partir de la manera activa de realizar la acción de trenzar.

Estudiamos la *secuencia mínima de movimientos* que se van repitiendo y que caracterizan unívocamente el trenzado; distinguimos varias fases, que denominamos *movimiento mínimo, paso y secuencia (simple o compuesta)*, y las modelizamos de dos maneras: primero, con el lenguaje de Teoría de grafos; después, con el lenguaje de la Combinatoria.

Definimos seguidamente los conceptos básicos del lenguaje matemático formal que utilizamos: el grafo, la permutación, el ciclo.

Un *grafo* $|V|$ es un par ordenado $G = (V,E),$ donde V es un conjunto de vértices o nodos, y E es un conjunto de arcos o aristas, que relacionan estos nodos. Se considera V finito y se llama orden de G al número de vértices de V, indicado $|V|$.

Dado un conjunto finito de elementos, llamado V, una *permutación* es una correspondencia (o aplicación) biyectiva de V en sí mismo, p: $V \to V$, a veces indicada como reordenamiento. El conjunto de las permutaciones en V con la operación de composición forma un grupo, indicado S_V.

Se llama *ciclo*, y se indica $\sigma = (x_1, x_2, \ldots , x_n)$, a la permutación que manda cíclicamente cada elemento en su sucesivo, o sea x_i en x_{i+1} hasta x_n en x_1, mientras deja fijos los que no aparecen. Si el ciclo contiene solo dos elementos se llama transposición. Dos ciclos se dicen disjuntos si no comparten ningún elemento de V. Cada elemento del grupo de permutaciones se puede escribir como composición de ciclos disjuntos (la composición, si los ciclos son disjuntos, es simplemente una yuxtaposición). Así que para expresar las permutaciones vamos a utilizar la notación de composición de ciclos disjuntos.

Realizamos el análisis de la *secuencia mínima de movimientos*, según la modelización con los grafos y con la combinatoria.

Imaginemos mirar la trenza o el cordel en construcción desde el punto de vista de la cola, o sea, de donde los hilos están a punto de ser trenzados. En la modelización con grafos, los vértices o nudos representan las posiciones de los hilos a punto de ser trenzados, los indicaremos con letras minúsculas. Los arcos o aristas representan los movimientos de los hilos, respecto a la posición, movimientos que el artesano tiene que hacer cumplir a los hilos para crear la trama.

Los grafos permiten detectar de qué manera se realiza la acción de trenzar en función de una posición inicial de los hilos y de una secuencia de intercambios de estas posiciones[6].

a. *Movimiento mínimo*: es el movimiento que involucra dos o más hilos que intercambian sus posiciones; el conjunto de hilos es el mínimo tal que cada hilo del conjunto, en su movimiento, vaya ocupando una posición dejada vacía por el movimiento de otro hilo del conjunto y, a su vez, deje una posición vacía que sea ocupada por otro hilo del conjunto. En el grafo se describe a través de un circuito simple. En combinatoria a cada circuito se asocia un ciclo. El sentido horario o anti horario del circuito se refleja en el ciclo por el orden de los elementos. Si el ciclo es una transposición, asumimos la siguiente convención: suponiendo que $x_1<x_2$ (en el ordenamiento alfabético), un circuito entre x_1, x_2 horario será (x_1, x_2); un circuito x_1, x_2 anti horario será (x_2, x_1).

b. *Paso*: un paso del proceso de trenzar es el máximo conjunto de movimientos mínimos tal que cada vértice no pertenece a más de un movimiento. Un paso se representa en un único grafo, en el que aparecen, eventualmente, más circuitos no conectados. En combinatoria se representa con un elemento del grupo S_V que resulta, eventualmente, de la composición de más de un ciclo. Se considera el orden en el que aparecen escritos los ciclos como el orden de ejecución de los movimientos.

c. *Secuencia simple o compuesta*: si la secuencia mínima se describe con un solo paso, es suficiente un solo grafo para describirla y, entonces, una sola permutación; si la secuencia incluye más de un paso, se necesita más de un grafo y, entonces, más de una permutación para describirla (compuesta).

Señalamos que todos los grafos relativos al mismo ejemplar de cordel o trenzas, en términos técnicos, tienen la misma estructura (o esqueleto), el grafo *vacío* asociado, cuyo conjunto de aristas es nulo. Observamos que en este estadio del análisis no nos interesan particularmente los colores de los hilos, lo importante es cómo se disponen y si son de distintos colores, en el momento de iniciar el trabajo, porque esto influye sobre la apariencia final del cordel. Así que, cuando vayamos a analizar ejemplares concretos constituidos con hilos de dos o más colores, daremos la *disposición inicial* de los hilos, según los colores, en el *grafo estructura*.

[6] Cabe destacar que los que se intercambian son los hilos que se encuentran en determinadas posiciones, Por razones de claridad y fluidez del discurso, de aquí en adelante con *posiciones* nos referimos a los hilos que se encuentran en las posiciones determinadas en el paso en cuestión.

5. Metodología

El trabajo realizado se enmarca en la investigación cualitativa y, en particular, en el enfoque de la etnografía, que persigue la descripción y reconstrucción analítica de carácter interpretativo de la cultura y formas de vidas del grupo social investigado (RODRÍGUEZ GÓMEZ; GIL FLORES; GARCÍA JIMÉNEZ, 1996).

La investigación se ha desarrollado en dos escenarios distintos que nos han proporcionado informaciones sobre dos artesanías de trenzado:

1. Una inmersión en el campo realizada en la región de Salta, con el informante clave Alberto José Castagnolo (artesano, profesor y científico matemático), quien nos ha ofrecido poder indagar sobre la artesanía de cordeles de lana de oveja, originariamente practicada por los pastores salteños.

2. Unos contactos con artesanos en Buenos Aires, en la feria de artesanía de Mataderos y en el Museo Criollo, que nos han aportado informaciones acerca de la soguería, una artesanía de trenzado del cuero, originariamente practicada por los gauchos criollos que se ocupaban del ganado en la Pampa argentina.

Consideramos las actuaciones de la investigadora bajo las perspectivas de Barton (1996b) y Oliveras (1996), y de la modelización matemática realizada – el MOM – (ALBANESE, 2011; OLIVERAS; ALBANESE, 2012; ALBANESE; OLIVERAS; PERALES, 2012).

5.1 En Salta

En la inmersión realizada en el citado campo se ha conducido un estudio de los tres niveles siguientes: *obra acabada o producto terminado*, *proceso de elaboración*, *descripción etnográfica participativa* (OLIVERAS, 1996) en analogía con los tres niveles de Alberti (2007), nombrados anteriormente.

Puntualizamos el tipo de recogida de datos que se ha llevado a cabo por cada nivel:

- obra-acabada o producto terminado: recolección de ejemplares, fotografías.
- proceso de elaboración: observación no participante del proceso de trenzar del artesano, toma de videos.
- descripción etnográfica participativa: observación no participante, notas de campo y fotografías del material de enseñanza del artesano-matemático.

La aplicación de la modelización con grafos del MOM, (ALBANESE, 2011; OLIVERAS; ALBANESE, 2012; ALBANESE; OLIVERAS; PERALES, 2012) a la artesanía salteña se puede considerar, en la terminología de Barton (1996b), como la fusión de la actividad de matematización con la actividad arqueológico–analítica.

Ya que las prácticas mismas del informante artesano daban evidencia de su utilización del concepto matemático de grafo (CASTAGNOLO, 2012), la Interpretación Matemática que se realizó del proceso de trenzar (sección horizontal) es fruto de una *Actividad creativo – sintética* a nivel de una reflexión meta-matemática (BARTON, 1996b), en este caso especial, compartida con el artesano.

No se tienen todavía evidencias, a partir de las actuaciones de los artesanos, a propósito de la modelización que conlleva el concepto combinatorio de permutación. Se considera, entonces, la aplicación de la parte combinatoria del MOM, como fruto de una actividad de *matematización* (BARTON, 1996b), es decir, se ha realizado una interpretación no situada.

5.2 En Buenos Aires

Las actuaciones de aplicación del *MOM*, en la modelización realizada del objeto y del proceso con ejemplares de la artesanía soguera bonaerense, apuntan a la actividad de *matematización* (BARTON, 1996b). Tenemos informaciones del nivel relativo al producto finalizado, analizando materiales prevenientes del campo en forma de ejemplares recolectados, y escasa información sobre el proceso de producción, esencialmente a través de libros de texto sobre el arte gaucho de trenzado en cuero (OSORNIO, 1934).

Uno de los propósitos próximos de la investigación es averiguar si en la artesanía soguera los productores artesanos expresan sus prácticas de algunos modos simbólicos, comparables o no con el MOM, lo que pretendemos obtener mediante una *etnografía participante*, en el citado escenario bonaerense.

6. Resultados del análisis interpretativo

El análisis interpretativo ha sido realizado aplicando el MOMET a cada unidad de análisis, constituida por el ejemplar de cordel o trenza recolectado en el campo. Aquí presentamos el análisis de dos ejemplares, cada uno perteneciente a uno de los escenarios estudiados hasta el momento actual.

6.1 Ejemplar 1: el Lápiz

Empezamos el análisis con uno de los primeros ejemplares encontrados en nuestra investigación de campo: el Lápiz.

1. (*Caracterización*). La ciudad de Cafayate se encuentra en la región de Salta, que está situada en el noreste de Argentina. En esta región de cerros, valles y quebradas, la naturaleza todavía domina un escenario espectacular de luz y de rocas de miles de colores. La gente vive en pueblos pequeños y la vida sigue los ritmos dictados por la naturaleza. La atención hacia la importancia histórico-cultural y económica de las artesanías tiene como resultado la presencia de una escuela de manualidades, donde contactamos con el Profesor Castagnolo, y visitamos un mercado artesanal, donde, atendiendo a un banco, conocimos una alumna del Profesor Castagnolo que nos proporcionó el *Lápiz* (Figura F1). Describimos el ejemplar, justificando el nombre que le hemos dado. Es un lápiz porque el cordel se desarrolla alrededor de un corazón vacío donde la artesana ubicó un lápiz que resulta así forrado por el cordel. Notamos que la artesanía del *Lápiz*, conociendo el libro de Owen (1995), era rápidamente capaz de indicar qué tipos de diseño se podían utilizar para hacer lápices, caracterizados por un corazón vacío adentro del cual se podía insertar un lápiz para que resultara forrado por el cordel.

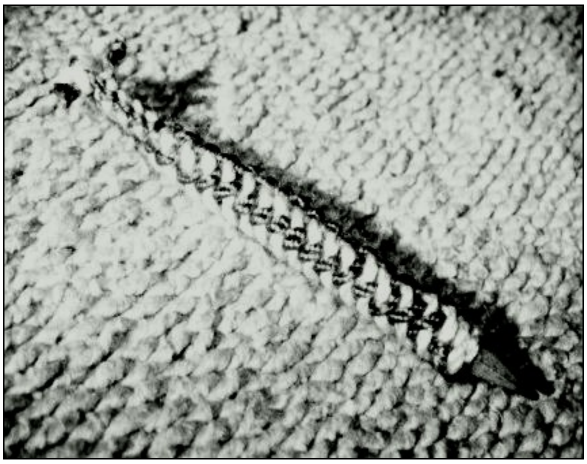


Figura F1 – Fotografía del ejemplar 1: el Lápiz

2. (*Utilidad*). El uso de este cordel es decorativo pero recubre un objeto de utilidad concreta como un lápiz.

3. (*Material*). El material que se utiliza es lana de oveja. Los hilos se compran ya teñidos de distintos colores, de un grosor de dos milímetros de diámetro. La preparación del hilo consiste en cortar un trozo que sea el doble de la longitud requerida para después *torcer* el hilo. Este proceso se realiza de la siguiente manera: manteniendo el hilo extendido, se tuercen las dos extremidades en sentido contrario hasta que el hilo, apenas lo sueltas un poco, empieza a torcerse solo; después se juntan las dos extremidades y se deja que se tuerza sobre sí mismo. Así el hilo queda más grueso y más compacto.

4. (*Modalidad*). Este cordel viene producido con la utilización de un aparato suplementario que denominamos *carta*. La *carta* es un cuadrado de madera con un agujero en el centro y unos pequeños cortes en los lados, para mantener los hilos en las diversas posiciones.

Desde el punto de vista etnográfico, cabe destacar que el Profesor Castagnolo llamaba a este artefacto con el nombre *marudai*, pero leyendo el libro de Richard Owen (1995) con él, constatamos que el *marudai* es la versión redonda de la *carta* sin cortes en los lados. El Profesor Castagnolo prefiere enseñar y utilizar la *carta* por la mayor facilidad de manejo (Figura F2 y F3).

Figura F2 - Fotografía de la carta en uso

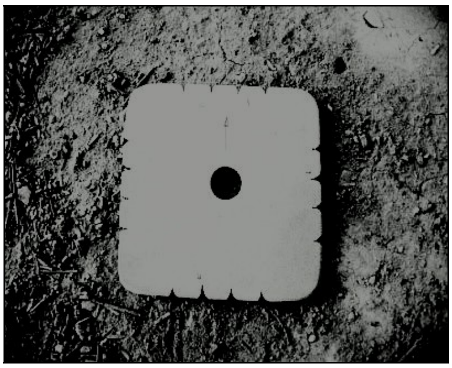


Figura F3 - detalle de la estructura de la carta

5. (*Diseño*). El diseño del *Lápiz* lo llamamos *doble rombo*. El grafo estructura está constituido por 8 nudos o vértices ya que los hilos utilizados para trenzar son 8. Los ocho nudos se disponen dos por cada lado de un cuadrado imaginario, y se nombran en sentido horario,

partiendo del primero arriba a la izquierda como *a, b, c, d, e, f, g, h*. La secuencia que modeliza el proceso de realización es simple y su único paso se ejemplifica por un grafo constituido por dos circuitos de cuatro nudos, el Grafo de la Figura F4. El primer circuito, en sentido horario, involucra los nudos *a, c, e, g*, el segundo circuito es anti horario e involucra los nudos *b, d, f, h*.

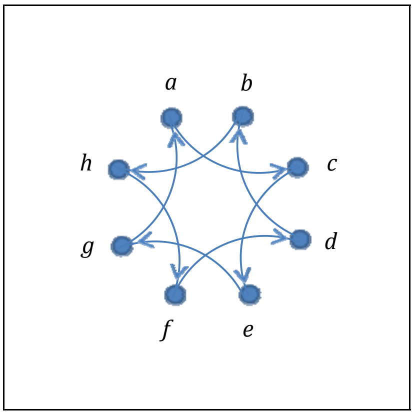


Figura F4 - Grafo del paso p_1, del proceso de realización del Lápiz

En combinatoria la secuencia que describe el paso está formada por una sola permutación en $S_{\{a,b,c,d,e,f,g,h\}}$, constituida por dos ciclos:

$$p_1 = (a, c, e, g)\ (h, f, d, b).$$

Numeramos, ahora, los hilos. Como los hilos son de dos colores, azul claro y azul oscuro, surge la necesidad de aclarar cuál es la configuración inicial de los colores. En este caso, los hilos impares (1,3,5,7), que al principio ocupan las posiciones *a, c, e, g*, son de color azul claro, mientras los hilos pares (2,4,6,8), que al principio ocupan las posiciones *b, d, f, h,* son de color azul oscuro.

Ahora, vamos a numerar los hilos de la configuración inicial de manera tal que el hilo posicionado en el nudo *a* sea el hilo 1, el del nudo *b* sea el hilo 2, etc. De aquí en adelante siempre utilizamos esta convención para numerar los hilos de la configuración inicial.

Para ejecutar el cambio de posiciones de los hilos que se realiza durante un paso, se aplica a los números la permutación que representa el paso. Vamos a explicar cómo: la permutación que caracteriza el paso es expresada en función de las letras que indican las posiciones, así que, en realidad, para describir un determinado paso se tiene que cruzar la permutación con la información sobre las posiciones en las cuales se encuentran los hilos, justo antes de realizarlo. Se genera, así, una nueva permutación, esta vez en función de los números que indican los hilos, sustituyendo a cada letra el número del hilo que en ese momento ocupa la posición indicada por la letra.

Para seguir el recorrido de los hilos en la trama aplicamos a la configuración inicial la permutación que describe el paso. Esta operación permite escribir lo que denominamos *paso específico,* o sea, una permutación de $S_{\{1,2,3,4,5,6,7,8\}}$, cuyos elementos representan los hilos que se encuentran en las posiciones correspondiente de la configuración donde se aplica la permutación. Siguiendo el procedimiento, registramos los resultados en la tabla T1:

Tabla T1 – Recorrido de los hilos, el Lápiz.

a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	p_i	Paso específico
1	2	3	4	5	6	7	8	$p_1 = (a, c, e, g)\ (h, f, d, b)$	(1,3,5,7) (8,6,4,2)
7	4	1	6	3	8	5	2	$p_1 = (a, c, e, g)\ (h, f, d, b)$	(6,1,2,5) (3,8,7,4)
5	6	7	8	1	2	3	4	$p_1 = (a, c, e, g)\ (h, f, d, b)$	(5,6,1,2) (4,3,8,7)
3	8	5	2	7	4	1	6	$p_1 = (a, c, e, g)\ (h, f, d, b)$	(2,5,6,1) (7,4,3,8)
1	2	3	4	5	6	7	8	-	-

Observamos que, siendo la secuencia simple constituida por una permutación de orden cuatro, aplicando el paso cuatro veces volvemos a la configuración inicial.

6.2 Ejemplar 2: el Látigo

Introducimos algunos detalles del entorno socio-histórico de los trabajos en cuero.

1. (*Caracterización*). Las vacas y los caballos eran animales desconocidos a los pueblos originarios indígenas. Fueron los conquistadores europeos los que los llevaron a Argentina, introduciendo así el uso o la utilización del cuero. Los *gauchos*, a veces denominados como *criollos* porque la mayoría eran hijos de inmigrantes europeos o, a lo sumo, mestizos, eran habitantes semi-nómadas de la Pampa o del llano argentino, que se ocupaban de criar vacas en vaquerías, o sea, áreas de campo reservadas al ganado, sin vigilancia, zonas generalmente delimitadas por ríos. Los gauchos se movían principalmente a caballo. Hoy en día, la palabra *gaucho* indica, en general, los hombres que trabajan en el campo, que se ocupan del ganado bovino y son muy hábiles a caballo.

Así que la labor artesanal en cuero – la artesanía soguera – tiene históricamente un origen utilitario europeo, pero después, en Argentina, se fue abriendo en la dirección de una marcada vena artística. La intención de los artesanos argentinos de decorar los objetos que iban fabricando hizo que los productos en cuero se desarrollaran en un sentido ornamental. Una visita el Museo Criollo de los Corrales de Mataderos, un barrio popular en el sur de la ciudad de Buenos Aires, nos proporcionó una amplia muestra de cordeles en cuero con diferentes Diseños.

El ejemplar que elegimos analizar es un *Látigo*. Lo conseguimos en un puesto de la feria de los domingos de Mataderos. El cordel tiene un metro de longitud y un diámetro de un centímetro y medio. Es del color natural del cuero crudo, o sea marrón claro (Figura F5).

- Fotografía del Ejemplar 2, el Látigo

2. (*Utilidad*). El *Látigo*, también dicho castigador, sirve tanto para incitar el caballo a la carrera como para instigar a las vacas a juntarse en manada, dos acciones primordiales en la actividad del gaucho.

3. (*Material*). Como ya hemos indicado, el material de los hilos es el cuero, es decir, piel de vaca. Para realizar el cordel se juntan, por una extremidad, dos tiras o cintas de cuero de dos centímetros de ancho y dos milímetros de espesor. Cada tira se corta longitudinalmente en cuatro *hilos* de medio centímetro de ancho. Por lo que concierne a la preparación del material, es interesante observar que el cuero se trata con grasa de vaca para que no se seque, ni se

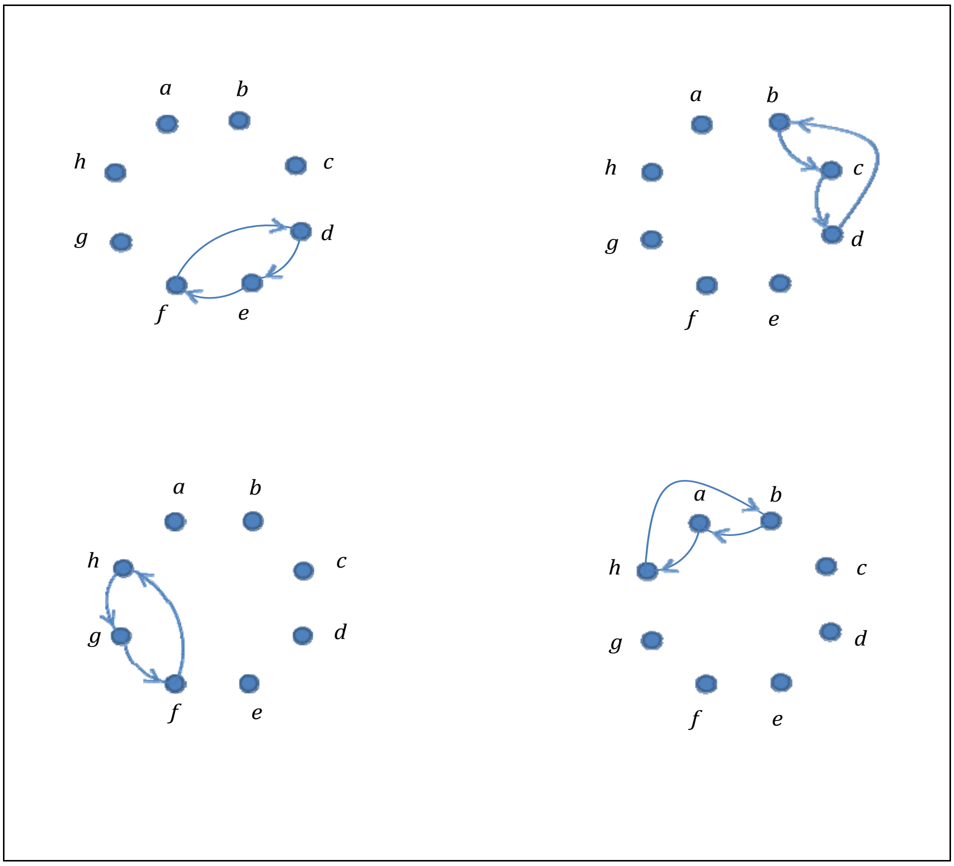
moje (impermeabilidad), sino que se endurezca manteniéndose al mismo tiempo más elástico y más durable. La elección de este material debe su conveniencia precisamente a la resistencia unida a la flexibilidad y durabilidad.

4. (*Modalidad*). La parte del mango, de unos cuarenta centímetros de largo, es más gruesa y más dura porque tiene un corazón de cuero que hace el cordel más rígido; mientras en la parte final, la que golpea el animal, el cordel está vacío, así que resulta más flexible para que no lastime el animal. Se realiza sin aparatos suplementarios.

5. (*Diseño*). Llamamos al diseño del látigo, *Trenza redonda de dos a dos*, más adelante explicaremos el porqué de este nombre.

Observamos que, siendo todos los hilos del color del cuero, no hay que especificar la disposición inicial.

El grafo estructura es el mismo del ejemplar precedente ya que se trenzan 8 hilos. El proceso de realización se modeliza por una secuencia compuesta por cuatro circuitos de tres que involucran, cada uno, tres vértices consecutivos (o sea que, en nuestra notación, tienen letras consecutivas en orden alfabético). Dicho proceso consiste, en orden, en un circuito horario entre los hilos de posición *d, e, f*; un circuito antihorario que involucra los nudos *d, c, b*; un circuito antihorario entre *g, h, f*; y un circuito horario que involucra *a, b, h*. Estos circuitos están representados en los Grafos de la Figura F6.



FiguraF6– Grafos del proceso de realización del Látigo, respectivamente de los pasos p_1, p_2, p_3 y p_4

En combinatoria se escriben las cuatro permutaciones de $S_{\{a,b,c,d,e,f,g,h\}}$:

$$p_1 = (d, e, f),$$

$$p_2 = (d, b, c),$$

$$p_3 = (h, f, g),$$

$$p_4 = (a, h, b).$$

Observamos que en p_1, las primeras dos letras del ciclo son $d < e$ porque el circuito es horario; como en p_4, hay $a < h$. Mientras p_2, p_3, que son en sentido antihorario, tienen respectivamente $d > b$ y $h > f$.

Si nos fijamos en la definición que hemos dado de paso, los circuitos p_2, p_3 que acabamos de describir se pueden yuxtaponer en un único paso porque no comparten ningún vértice o nudo. Por razones de claridad hemos preferido, aquí, dejarlos primero separados, dándoles el nombre de s*emipasos*. Ahora, la yuxtaposición nos proporciona el paso $p_{2\text{-}3} = (d, b, c)\ (h, f, g)$ cuyo grafo resulta ser el siguiente (Figura F7).

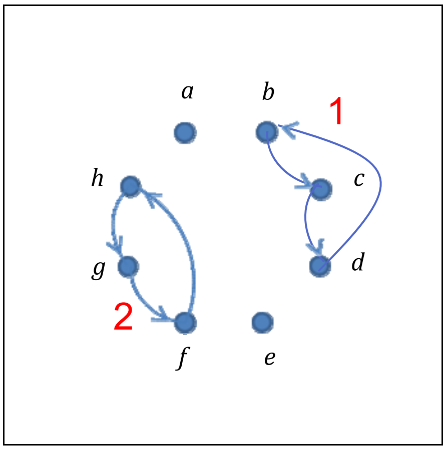


Figura F7 - Grafo del paso $p_{2\text{-}3}$ del proceso de realización del Látigo

Así que el proceso de realización es una secuencia compuesta constituida de un paso p_1, un paso $p_{2\text{-}3}$, y un último paso p_4.

Numerando, ahora, los hilos, describimos en la tabla T2 el recorrido de los hilos. En este caso no buscamos en la tabla cuándo se consigue de vuelta la configuración inicial, pero ponemos de manifiesto otra característica interesante, su afinidad con la trenza simple del pelo descrita en Oliveras y Albanese (2012).

Tabla T2 - Recorrido de los hilos, el Látigo.

a	***b***	***c***	***d***	***e***	***f***	***g***	***h***	p_i	**Paso específico**
1	2	3	4	5	6	7	8	$p_1 = (d, e, f)$	(4,5,6)
1	2	3	6	4	5	7	8	$p_{2\text{-}3} = (d, b, c)\ (h, f, g)$	(6,2,3) (8,5,7)
1	6	2	3	4	8	5	7	$p_4 = (a, h, b)$	(1,7,6)
6	7	2	3	4	8	5	1	-	-

En general, la mayoría de los diseños de los cordeles de cuero que hemos encontrado en la muestra del museo de Mataderos tienen esta afinidad con la trenza del pelo. Todo el proceso se concreta en movimientos que involucran prácticamente los hilos externos, si pensamos la posición de los hilos, no de forma redonda como hicimos hasta ahora, sino lineal. El hilo externo (o sea, que se encuentra a una extremidad) se mueve hacia el centro del grafo, pasando abajo y arriba (lo que determina el sentido) un cierto número de hilos. En la trenza simple, el movimiento se realiza pasando arriba al hilo cercano (uno) hacia el centro. En el caso específico de este látigo, en cambio, se pasa debajo de los dos cercanos y después arriba de los siguientes dos. En nuestra modelización, los pasos de dos en dos modelizan el movimiento de un hilo externo, el primer paso (y el tercero) es el pasaje abajo de los dos cercano y el segundo (y el cuarto) es el pasaje arriba de los siguientes dos. Notamos, así, que en la tabla p_1, p_2 describen el pasaje del hilo 6 abajo del 4 y 6 y después arriba del 2 y 3; mientras p_3, p_4 describen el pasaje del hilo 7 abajo del 8 y 5 y después arriba del 1 y 6.

De esta semejanza con el proceso de la trenza nace el nombre del diseño (*trenza de dos a dos*), que no está relacionado con la forma geométrica del grafo como en el ejemplo anterior, sino que registra precisamente la analogía con la trenza y el número de hilos *abajo y arriba,* como acabamos de explicar.

7. Reflexiones finales

El presente trabajo responde a los propósitos de la investigación de hallar conceptos y prácticas matemáticas en la labor artesanal del trenzado, y establecer una metodología adecuada para ello. Proporciona una descripción concreta de la aplicación del instrumento metodológico MOMET, mostrando la eficacia del tal instrumento en el estudio etnográfico y matemático del trenzado.

Consideramos que una de las principales áreas de expansión de esta investigación es la relativa a la formación de profesores de matemáticas y al desarrollo curricular de los programas de matemáticas de los niveles de educación obligatoria y secundaria. Dicho desarrollo, contextualizado en la cultura local, es objetivo presente en las directrices curriculares de la mayoría de los países hoy día.

El propósito futuro sería trabajar ideas matemáticas, acercando a los alumnos a la realidad artesanal, revalorizando la importancia social y cognitiva de la actividad productiva manual; en definitiva, enculturarles en las matemáticas (BISHOP, 1999), enseñándoles a reconocer objetos matemáticos en entornos diferentes a los escolares.

Agradecimientos

Deseamos expresar nuestro agradecimiento a los colaboradores en el trabajo de campo por su valiosa aportación, en particular al Profesor Castagnolo y a su familia por su paciencia, hospitalidad y disponibilidad.

Agradecemos el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de España, que soporta esta investigación con una Beca FPU (código de referencia AP2010-0235) concedida a la doctoranda V. Albanese.

Referencias

ALBANESE, V. **Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado**. 2011. 73f. Tesis no publicada (Máster en Didáctica de la Matemática) – Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, Granada, 2011.

ALBANESE, V.; OLIVERAS, M. L.; PERALES, F. Modelización matemática del trenzado artesanal. **Revista Épsilon**, Córdoba (España), v. 29, n. 81, p. 53-62, Dic. 2012.

AROCA, A. Análisis a una Figura Tradicional de las Mochilas Arhuacas: comunidad Indígena Arhuaca. Sierra Nevada de Santa Marta, Colombia. **BOLEMA**, Rio Claro (São Paulo), v. 21, n. 30, p. 162-180, Ago. 2008.

ALBERTÍ, M. **Interpretación matemática situada de una práctica artesanal**. 2007. 379 f. Tesis (Doctorado en Didáctica de la Matemática y de la Ciencias Experimentales) – Facultad de Educación, Universidad Autónoma de Barcelona, Barcelona, 2007.

BARTON, B. Making sense of ethnomathematics: Ethnomathematics is making sense. **Educational Studies in Mathematics**, Heidelberg (Germany), v. 31, n. 1, p. 201-233, Sep, 1996a.

BARTON, B. **Ethnomathematics:** Exploring Cultural Diversity in Mathematics. 1996. 341f. Thesis (Doctor of Philosophy in Mathematics Education) – Department of Mathematics, University of Auckland, Auckland (New Zealand), 1996b.

BISHOP, A. J. **Enculturación Matemática**. Barcelona: Paidós, 1999.

CASTAGNOLO, A. La Etnomatemática Subyacente en los Textiles. **Journal of Mathematics and Culture**, Toledo (United States), v. 6, n. 1, p. 119-134, Mar. 2012.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática**: Eslabón entre las tradiciones y la modernidad. México: Limusa, 2008.

FUENTES, C. C. Algunos Procedimientos y Estrategias Geométricas Utilizadas por un Grupo de Artesanos del Municipio de Guacamayas en Boyacá, Colombia. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, San Juan de Pasto (Colombia), v. 4, n. 1, p. 55-67, Mar. 2011.

GAVARRETE, M. **Matemáticas, Culturas y Formación de Profesores en Costa Rica**. 2009. 73f. Tesis no publicada (Máster en Didáctica de la Matemática) – Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, Granada, 2009.

GERDES, P. Níjtyubane - Sobre algunos aspectos geométricos da cestaria Bora na Amazonia peruana. **Revista Brasileira de História da Matemática**, São Paulo, v. 3, n. 6, p. 3-22, Oct. 2003.

GERDES, P. Symmetry aspects of Mavuku baskets among the Makhuwa (Mozambique). **Symmetry: Culture and Science**, Budapest (Hungary), v. 12, n. 1-2, p. 87-114, 2001.

MILLROY, W. L. An ethnographic study of the mathematical ideas of a group of carpenters. **Learning and Individual Differences**, New Haven (Connecticut), v. 3, n. 1, p. 1-25, Feb, 1991.

OLIVERAS, M. L.; ALBANESE, V. Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado: Un Modelo Metodológico para Investigación. **BOLEMA**, Rio Claro (São Paulo), v. 26, n. 44, p. 1295-1324, Dic. 2012.

OLIVERAS, M. L. Etnomatemáticas. De la multiculturalidad al mestizaje. En: GIMÉNEZ, J.; GOÑI, J. M.; GUERRERO, S. (Ed.). **Matemáticas e interculturalidad**. Barcelona: Graó, 2006, p. 117-149.

OLIVERAS, M. L.; FAVILLI, F.; CÉSAR, M. **Projecto IDMAMIM**: Matemática e interculturalidad. [3 cd-Roms: La zampoña, Os batiques y Las alfombras]. Pisa: Universidad de Pisa, 2004. CD-ROM.

OLIVERAS, M. L. Etnomatemáticas. En: FUENTES, J.; OLIVERAS, M. L. (Ed.). **Matemáticas en la Sociedad**. Granada: Repro-digital, 2000, p. 39-50.

OLIVERAS, M. L. **Etnomatemáticas. Formación de profesores e innovación curricular**. Granada: Comares, 1996.

OSORNIO, M. **Trenzas gauchas**. Buenos Aires: Hemisferio Sur, 1934.

OWEN, R. **Braids:** 250 patterns from Japan, Peru y beyond. Loveland (Colorado): Interweave Press, 1995.

PALHARES, P. **Etnomátematica**. Um Olhar sobre a Diversidade Cultural e a Aprendizegem Matemática. Ribeirão (Portugal): Ediçoes Humus, 2008.

PARRA, A. **Acercamiento a la Etnomatemática.** 2003. 156f. Tesis (Licenciatura en Matemática) – Departamento de Matemáticas, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, 2003.

RODRÍGUEZ GÓMEZ, G.; GIL FLORES, J.; GARCÍA JIMÉNEZ, E. **Metodología de la investigación cualitativa.** Granada: Ediciones Aljibe, 1996.

3.3 COMENTARIOS FINALES

La aplicación del MOM a los ejemplares de la artesanía de Salta, como el *Lapíz* descrito en este artículo y otros cuantos detallados en Albanese, Oliveras y Perales (2012) -texto que se encuentra en el anexo A.1 Artículo 6- nos permite afirmar que todos los grafos asociados a los diversos diseños presentan algunas peculiaridades y respetan unos patrones o reglas comunes.

Mencionamos brevemente algunos de estos patrones: las trenzas que se realizan tienen siempre un número de hilos que es múltiplo de 4, la explicación etnográfica de esto es que se usan el mismo número de hilos por cada lado del cuadrado de *la carta*. Los grafos son simétricos, en el sentido de que tienen varios ejes de simetría, además de que no se alteran por la rotación respecto a un ángulo recto, o múltiplo de ello (Figura 3.2) –si bien en algún caso se pueden invertir los sentidos-. Se reconoce una alternancia en la distribución del sentido en los diferentes ciclos que puede componer un paso, el artesano explica esto por la necesidad de que la trenza no salga torcida.

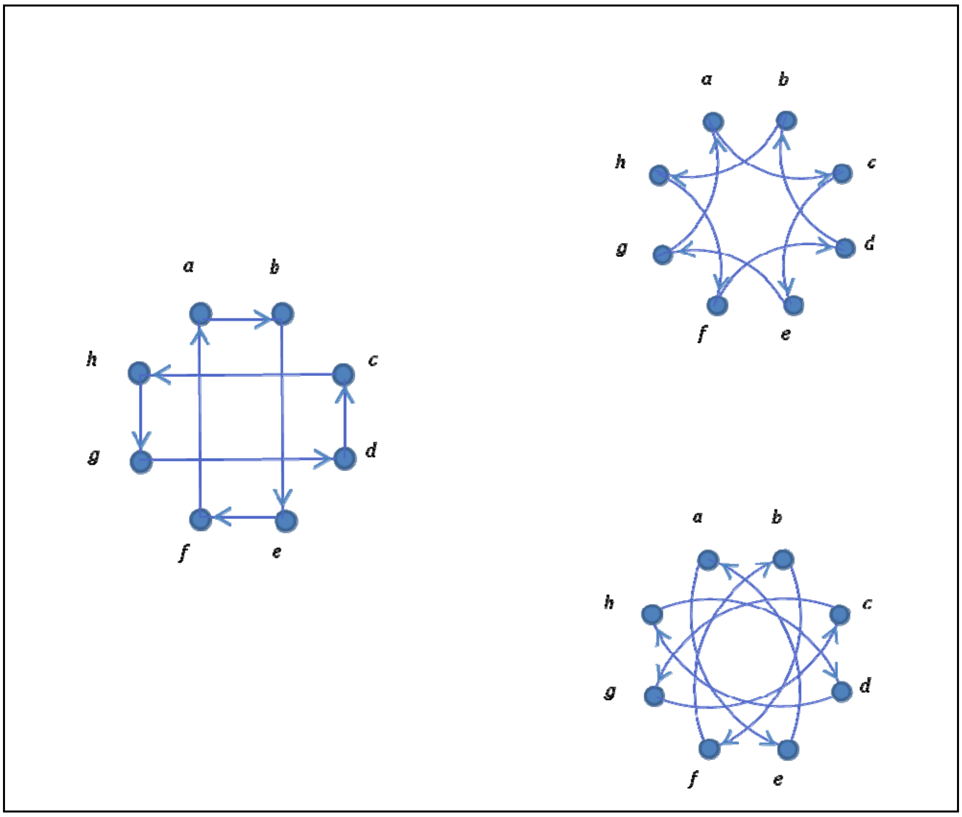


Figura 3.2. Grafos de las trenzas de 8 recolectadas en trabajo de campo.

Es importante hacer referencia a estos patrones por dos razones:

→ La última fase del taller sobre la artesanía de Salta que se plantea en el Artículo 4 (Capítulo 5) se basa en el reconocimiento de estos patrones en los grafos asociados a todas las trenzas de 8 hilos recolectadas en el campo (Figura 3.2), para después respetar estos mismos patrones cuando se inventen trenzas de 16 hilos.

→ Estos patrones que acabamos de manifestar no se respetan en absoluto en los grafos de los diseños de los ejemplares de la artesanía soguera, hecho que nos lleva a afirmar, primero que estas trenzas son estructuralmente diversas, y en segundo lugar se refuerza, junto con las evidencias que hasta al momento tenemos, la hipótesis de que los artesanos sogueros manejan otras representaciones de su propia práctica artesanal.

Esta última observación abre espacio al planteamiento del siguiente ciclo de investigación.

CAPÍTULO 4

PENSAR MATEMÁTICAMENTE LA ARTESANÍA

4.1 PRESENTACIÓN

El Artículo 3 narra la investigación realizada en el segundo ciclo de la espiral etnográfica (Figura 4.1).

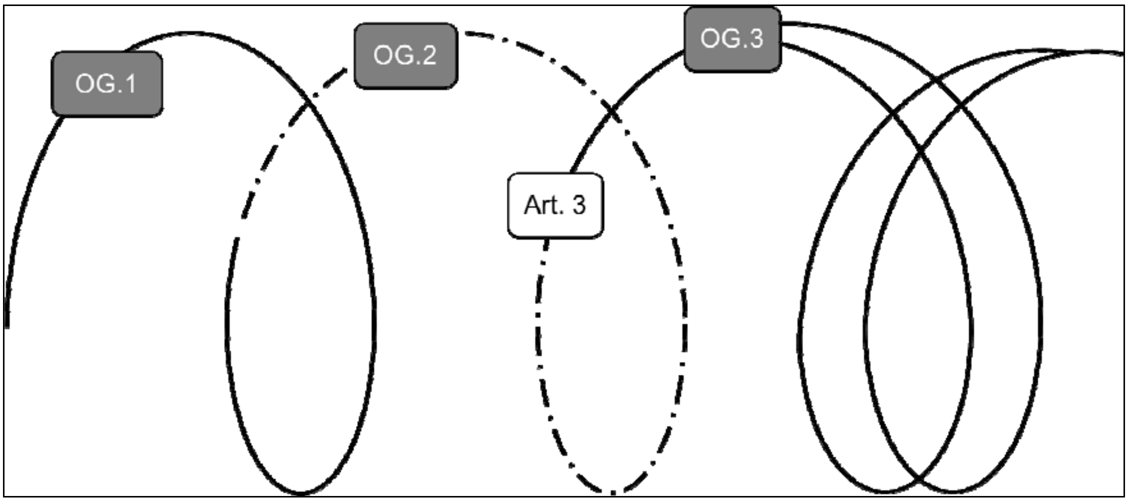


Figura 4.1. Espiral etnográfica que organiza la investigación. En línea discontinua se indica lo que corresponde al tercer ciclo que se relata en el Artículo 3.

En el curso del precedente ciclo de investigación ha surgido la necesidad de profundizar en la forma en que los artesanos sogueros piensan matemáticamente su propia práctica, así que este es el objetivo del estudio que ahora nos planteamos.

Precisamos que en este estudio, a diferencia del ciclo precedente de la espiral, las matemáticas, a las que nos referimos con el *matemáticamente* del objetivo, adquieren una connotación más amplia y abarcan cualquier sistema QRS, como se irá delineando en la publicación, es decir, adoptamos la postura que ve la Etnomatemática como el estudio, y la búsqueda, de diversas *formas de conocer*.

Para investigar el pensamiento matemático de los artesanos nos preguntamos primariamente cómo poder alcanzar el pensamiento y cómo establecer cuándo éste se puede considerar matemático. Las soluciones a estas cuestiones las encontramos, respectivamente, en la psicología cognitiva que nos indica el lenguaje como fuente de información del pensamiento y en las posiciones que algunos etnomatemáticos asumen respecto a lo que son las matemáticas.

La atención para el punto de vista émico nos lleva a realizar una investigación etnográfica. Así que revisamos las indicaciones metodológicas de varios expertos y llevamos a cabo una segunda inmersión en el campo artesanal, esta vez invirtiendo un tiempo relativamente largo en la búsqueda de las formas de pensar de los artesanos. En definitiva, consideramos el concepto de etnomodelo como clave en el análisis de estas formas de pensar.

De hecho en el trabajo seguimos, sin conocerla a priori, una de las indicaciones de Barton (en la entrevista a Miarka, 2011) para reconocer matemáticas en una práctica cultural. Considerando la estrecha relación del lenguaje con la matemática, mejor dicho con el pensar matemáticamente, él propone poner atención al uso técnico de palabras particulares en el lenguaje del grupo estudiado, para ver si hay un sistema matemático involucrado, porque es probable que exista un lenguaje especializado que lo acompañe. Y esto es exactamente lo que hicimos.

Finalmente ponemos de manifiesto que en el artículo que sigue nos centramos en el análisis de los etnomodelos que identificamos en la elaboración de sortijas y pasadores. Estos son productos diversos de las trenzas que eran nuestro primer objeto de interés. Para ello, después del artículo, añadimos una sección de *complementos a la publicación* en donde dejamos constancia del análisis de la información relativa a las trenzas. Completar el análisis de las trenzas es indispensable porque el desarrollo del taller que describimos en el Artículo 5 (Capítulo 6) se basa en los resultados sobre las trenzas.

4.2 ARTÍCULO 3

Albanese, V., y Perales, F. J. (2014). Pensar Matemáticamente: una Visión Etnomatemática de la Práctica Artesanal Soguera. *RELIME*, *17*(3), *en prensa.*

Pensar Matemáticamente: Una Visión Etnomatemática de la Práctica Artesanal Soguera.

Thinking Mathematically: An ethnomathematics view of the art and crafts practice of *Soguería*.

Veronica Albanese

Francisco Javier Perales

RESUMEN. La presente investigación se plantea el estudio de las formas de pensar matemáticamente que un gremio artesanal, el de la artesanía soguera de la ciudad de Buenos Aires, ha desarrollado para organizar y llevar a cabo su práctica. . Una revisión de la literatura sobre pensamiento, matemáticas y cultura permite establecer los fundamentos teóricos del trabajo y sus raíces en el programa de Etnomatemáticas. Dado que el interés se sitúa en el punto de vista de los artesanos, se realiza una investigación etnográfica. Del análisis de las representaciones de la práctica manifestadas por los artesanos emerge el pensamiento matemático de los mismos estructurado en etnomodelos.

Palabras clave: Etnomatemáticas, artesanía, etnografía, etnomodelo, pensamiento matemático.

ABSTRACT. This research shows the study of ways of thinking mathematically that a craft guild (the artisan of leather rope work in Buenos Aires) has developed to organize and carry out his practice. A review of literature on thinking, mathematics and culture allows us to set the theoretical foundations of the work and its roots in the ethnomathematics program. Since the interest is from the point of view of the artisans, ethnographic research is done. From the analysis of the representations of practice expressed by the artisans, mathematical thinking emerges from the same structured in the ethnomodels..

Key words: Ethnomathematics, art and crafts, ethnography, ethnomodels, mathematical thinking.

RESUMO. A presente pesquisa trata do estudo das formas de pensar matematicamente que um grêmio artesanal - o do artesanato de trançado de couro cru da cidade de Buenos Aires - desenvolveu para organizar e realizar a sua prática. Uma revisão da literatura sobre pensamento, matemática e cultura permite estabelecer os fundamentos teóricos do trabalho e suas raízes no programa de Etnomatemática. Dado que o interesse se situa no ponto de vista dos artesãos, realizou-se uma pesquisa etnográfica. Da análise das representações da prática manifestada pelos artesãos, emerge o pensamento matemático dos mesmos, estruturado em etnomodelos.

Palavras-chave: Etnomatemática, artesanato, etnografia, etnomodelo, pensamento matemático.

RÉSUMÉ. Cette recherche a pour objet l'étude de différents types de pensée mathématique que les artisans de la corderie (*Soguería*) à Buenos Aires ont développée pour organiser et mettre en pratique son artisanat. Une révision de la littérature sur la pensée, les mathématiques et la culture permet d'établir les fondements théoriques du travail et ses racines dans le programme d'Ethnomathématiques. Vu que l'intérêt est centré sur le point de vue des artisans, une recherche ethnologique a été menée. De l'analyse des représentations manifestées par les artisans sur leur pratique, émerge leur pensée mathématique structurée en ethno-modèles.

Mots clés: Etnomathématiques, artisanat, ethnographie, etno-modèle, pensée mathématique.

1. Problemática de la investigación

1.1. Etnomatemática y Educación

Las Etnomatemáticas nacen para reconocer y valorizar las ideas y prácticas de grupos culturales diversos pero como programa de investigación evolucionan para proponer una visión más amplia del conocimiento y para estudiar cómo y por qué los individuos generan, organizan y comparten este conocimiento (D'Ambrosio, 2012); de aquí que la etimología de la palabra Etnomatemáticas esté relacionada con los modos, estilos, artes y técnicas, -las Ticas- de explicar, aprender, conocer, relacionarse con -Matema- el ambiente natural, social y cultural -Etno- (D'Ambrosio, 2008).

Enfocamos la investigación partiendo de la definición de Barton y desarrollando sus implicaciones teóricas y metodológicas:

> Ethnomathematics is a research program of the way in which cultural groups understand, articulate and use the concepts and practices which we describe as mathematical, whether or not the cultural group has a concept of mathematics (Barton, 1996a, p. 214).

Varios autores concuerdan en que los estudios etnomatemáticos abarcan investigaciones en antropología de la matemática y en educación matemática (Bishop, 2000; Gerdes, 1988; Barton, 1996a; D'Ambrosio, 2008). Bishop expone los intereses que conectan estas dos áreas:

> - Resaltar la naturaleza matemática de prácticas relevantes en comunidades y sociedades.
> - Desarrollar la comprensión del conocimiento matemático subyacente en dichas prácticas.
> - Desarrollar la aplicabilidad, la efectividad y la eficiencia de dichas prácticas.
> - Desarrollar conocimiento matemático generalizable a partir el conocimiento matemático local (Bishop, 2000, p. 42).

En particular aquí apuntamos a la matemática escondida, *congelada* en la artesanía (Gerdes, 1998). Nos proponemos aprender las técnicas de producción artesanales y entender las estructuras de los objetos producidos desde la perspectiva de su construcción. Las formas tradicionales de los objetos son producto de la experiencia y de la sabiduría acumuladas por los artesanos. Estos hacen matemáticas cuando inventan las técnicas de producción; los aprendices piensan matemáticamente cuando aprenden, estas técnicas de producción, reinventándolas. Así que focalizaremos en los procesos de organización y aplicación de los conocimientos matemáticos de una cultura artesanal (Ortiz-Franco, 2004).

Como etnomatemáticos compartimos estos principios (Gerdes, 1996):

- adoptar un concepto amplio de matemáticas,
- enfatizar la implicación de factores socioculturales en la enseñanza, aprendizaje y desarrollo de las matemáticas,
- las técnicas y verdades matemáticas son un producto cultural,
- buscar elementos y actividades culturales como puntos de partida para hacer y elaborar matemáticas en la escuela,
- interpretar desde la perspectiva social la educación matemática, de manera que sea un instrumento de reflexión sobre la realidad.

La investigación que aquí presentamos elabora los aspectos antropológicos de un proyecto más amplio que abarcará luego aspectos más directamente educativos.

1.2. Contexto y objetivos

La problemática que nos interesa abordar en esta investigación atiende las formas de organizar y estructurar el conocimiento que unos artesanos utilizan para desempeñar su trabajo. Entendemos como artesanía la labor de creación o decoración, predominantemente manual y artística, de objetos de alguna utilidad en la comunidad (Oliveras & Albanese, 2012).

En esta investigación nos situamos en la microcultura del gremio artesanal de los sogueros argentinos, artesanos que trabajan el cuero crudo y fabrican originariamente aperos de montar para los caballos y otras herramientas típicas de la dotación tradicional del gaucho. Destacamos que la artesanía elegida tiene diversas denominaciones: *soguería*, utilizada en la región de Buenos Aires; *guasquearía*, término de origen quichua, utilizado en el interior de Argentina y en la costa; o *artesanía en cuero crudo*, por el tipo de material empleado. Dado que el contexto geográfico del estudio es la ciudad de Buenos Aires, aquí se utilizará el término soguería. En particular, presentaremos los resultados sobre la realización de pasadores y sortijas, también llamados corredores, con tientos cortados de lonjas de cuero crudo de potro o chivo.

El objetivo que nos planteamos es caracterizar cómo el artesano **piensa matemáticamente** su propia práctica. Nuestro interés es entender las formas de pensar matemáticas que la comunidad artesanal desarrolla y comparte para la organización y modelización de su práctica.

2. Marco Teórico

2.1. Antecedentes

Los gremios artesanales proporcionan muchos puntos de reflexión a los etnomatemáticos. Partimos de precedentes como los trabajos del equipo portugués de Pahlares (2008), las artesanías andaluzas de Oliveras (1996) o la cestería de Gerdes (1988) y Gavarrete (2012); los cuales nos indujeron la idea de acercarnos a los artesanos preguntándoles el porqué de sus prácticas. Otras investigaciones de Aroca (2008) y de Parra (2003) sobre la realización de tejidos de pueblos originarios nos proporcionaron información sobre los intentos de modelización de esas prácticas. Los trabajos previos sobre artesanías de trenzado en Argentina de Albanese (2011), Oliveras y Albanese (2012), y Albanese, Oliveras y Perales (2012; 2014) constituyeron el punto de partida de esta investigación.

Por otra parte consideramos importante la investigación de Millroy (1991) con carpinteros que, como la de Oliveras (1996), establece fases en la práctica artesanal siguiendo los ritmos naturales del proceso.

La investigación antropológica de Pinxten (1987) con los Navajos supone una piedra angular para la reconceptualización sociocultural del espacio. Utilizamos el método de Pinxten para explicar la orientación del espacio de los artesanos en términos de relación entre sujeto que mira y el objeto que se mira. A su vez, Barton (2008a), mientras hablaba de los sistemas tradicionales de navegación en el Pacifico, proporciona una concepción dinámica del movimiento y del espacio: la posición se determina de acuerdo con el punto en el cual se encuentran en el recorrido de su viaje (Path Navigation). Esto difiere de la visión estática clásica, donde la posición se determina con las coordenadas en un plano cartesiano (Position Navigation).

Puesto que el propósito de este estudio es comprender la forma de pensar de los artesanos, lo haremos intentando desvelar cómo modelizan y organizan su propia práctica, es decir, cómo matematizan su propia realidad. Para ello emplearemos el concepto clave de etnomodelos, acuñado por Rosa y Orey (2011), esto es, modelos culturales, herramientas para la comprensión de la realidad de grupos culturales:

> Ethnomodels can be considered as external representations that are precise and consistent with the scientific and mathematical knowledge that is socially constructed and shared by members of specific cultural groups. From this perspective, the primary objective for the elaboration of ethnomodels is to translate the mathematical ideas, concepts, and practices developed by the members of distinct and diverse cultural groups (Rosa & Orey, 2011, p. 6).

Por otro lado un modelo matemático de un fenómeno puede considerarse como “un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que traducen, de alguna forma, el fenómeno en cuestión” (Bassanezi & Biembengut, 1997, p. 65). A su vez, la modelización matemática es “el arte de traducir un fenómeno determinado o problemas de la realidad en un lenguaje matemático: el modelo matemático” (Hein & Biembengut, 2006, p. 1), es decir, el proceso de elaboración del modelo matemático.

Aunque los conceptos anteriores han tenido un significado ligado al de la educación matemática formal, como etnomatemáticos nos proponemos desvelar el modelo que un grupo cultural construye para la resolución de problemas (Scandiuzzi, 2002), centrándonos en el pensamiento matemático de dicho grupo. La modelización sirve como estrategia de investigación del pensamiento matemático del grupo cultural para desarrollar, posteriormente a la investigación antropológica, una educación matemática basada en otros codificadores distintos a los empleados en el lenguaje de las matemáticas académicas.

Conhecer, entender e explicar um modelo ou mesmo como determinadas pessoas ou grupos sociais utilizaram ou utilizam-no, pode ser significativo, principalmente, porque nos oferece uma oportunidade de “penetrar no pensamento” de uma cultura (Bienbengut, citado en Rosa & Orey, 2003, p. 3).

En las aulas de matemáticas promovemos valorizar y comprender la influencia de la cultura sobre las maneras de pensar, crear, comunicar y trasmitir matemáticas (Rosa & Orey, 2003).

2.2. Prácticas y Matemáticas

Las Etnomatemáticas intentan describir y entender los modos en los cuales las ideas –matemáticas, según el investigador– son entendidas, articuladas y utilizadas por personas que no comparten la misma concepción de matemáticas (Barton, 1996a). En esta definición se resalta que el hecho de determinar lo que es matemático depende de la cultura del investigador. Este viste el rol de intérprete, de traductor entre las dos culturas que maneja en su investigación, la suya y la del grupo que estudia (Oliveras, 1996; Barton, 1996a). Esta perspectiva ha tenido sus críticas porque aceptar que existen diversas matemáticas (D’Ambrosio, 2012) implica la posibilidad que interpretaciones y puentes entre las dos puedan resultar forzados. Como en todo estudio cultural, aquí se presenta la dificultad de entender e interpretar las categorías y herramientas de otra cultura, distinta de la del investigador. ¿Cómo resolvemos esta aparente contradicción? Por un lado, nos proponemos profundizar en los presupuestos teóricos que están en la base del punto de vista del investigador; por el otro, a través de una metodología etnográfica, nos planteamos penetrar en el pensamiento de los artesanos buscando mantener una perspectiva *emic*, es decir, respetando dinámicas y relaciones internas del grupo cultural estudiado, en oposición a una perspectiva *etic*, en donde se expresan esquemas y categorías conceptuales externas a la cultura (Rosa & Orey, 2012).

Empezamos entonces aclarando cómo concebimos las siguientes nociones:

1) la noción de práctica,
2) la visión de matemáticas que consideramos a lo largo de la investigación.

La **práctica** es determinada por el contexto sociocultural en el cual se constituye en respuesta a las necesidades de la gente (Albertí, 2007). Está relacionada con la especificidad de los problemas u obstáculos que emergen en ese grupo. La práctica incluye una metodología de resolución basada en la trasformación de un problema complejo en uno más simple, hasta llegar a la solución.

> Por práctica me refiero a una actividad construida socialmente y organizada en torno a ciertos objetos comunes; una práctica comprende dominios de conocimiento necesario y tecnologías determinadas que incluyen sistemas de símbolos (Scribner, 2002, p. 293).

Además, la práctica implica y necesita la existencia de una comunidad de práctica.

La práctica es un hacer, una acción que existe con relación al contexto que le proporciona una estructura y un significado. La experiencia adquiere así un significado negociado y compartido por los participantes de la comunidad, constituida por personas que interactúan y se comprometen a realizar la práctica (Lave & Wenger, 1991).

Ya mencionamos que los etnomatemáticos suelen trabajar con una visión amplia de las **matemáticas**. ¿En qué sentido ampliamos la concepción de matemáticas?, ¿hasta qué punto se puede ampliar esta visión sin perder la esencia de las matemáticas?, ¿cuál es entonces esta esencia? En los párrafos responderemos a estas preguntas.

Valorizamos una actividad matemática analógica en oposición con la actividad matemática analítica (Davis & Hersh, 1988). En esta última predomina el material simbólico, se considera difícil y fatigosa, necesita una preparación específica, son pocas las personas que la hacen y requiere constante verificación por parte de la comunidad matemática. La actividad matemática analógica es más fácil y rápida, utiliza pocos o ningún símbolo, está al alcance de casi todos, no requiere excesivo esfuerzo aunque pueda resultar de una cierta complejidad cuando se trata de adquirir un dominio intuitivo de un sistema complejo. Por otro lado, sus resultados no siempre se expresan en palabras, sino en *comprensión*, *intuición* u *ojo clínico*. Albertí (2007) subraya el carácter experimental, asequible y carente casi por completo de símbolos de las matemáticas analógicas respecto de la argumentación lógico-deductiva, las ecuaciones o lo simbólico de las matemáticas analíticas. Como investigadores etnomatemáticos buscamos soluciones analógicas que predominan en la práctica artesanal, una solución analógica con una justificación argumentada es efectivamente clasificable como una solución matemática.

Barton (2004) propone unas pautas para considerar una práctica de tipo matemático, diciendo que el conocimiento que implica tiene que ser de alguna forma sistematizado, formalizado y relacionado con cantidades, espacio y relaciones. Esto sucede si los que realizan la práctica son capaces de discutir, formular hipótesis y convencerse mutuamente sobre aspectos relacionados con el sistema de conocimiento cuando esté alejado de la práctica. No necesariamente se trata de explicaciones que incluyen formalización escrita, sino que es suficiente con que exista alguna forma oral de sistema formal.

> Replac[e] the words 'mathematics' (or 'mathematical') with the phrase "(concerning) a system for dealing with quantitative, relational, or spatial aspects of human experience", or "QRS-system" for short. Thus any system that helps us deal with quantity or measurement, or the relationships between things or ideas, or space, shapes or patterns, can be regarded as mathematics. (…) If I want to talk about the smaller, formal, conventional world of academic mathematics as it is exemplified in schools and universities all over the world, then I will use the words "near-universal, conventional mathematics", or "NUC-system" to refer to it (Barton, 2008a, p. 10).

En esta investigación buscamos un pensamiento matemático que esté relacionado con una actividad matemática analógica e implique la construcción de matemáticas en el sentido del *QRS-system*.

En este sentido Albertí (2007) crea un método para identificar matemáticas en una práctica artesanal, la *Interpretación Matemática Situada* (ISM). Ésta estructura la práctica artesanal en tres niveles de aproximación: obra-acabada, obra-en-curso y obra-explicada. En su investigación el observador realiza en primera instancia una *proyección matemática*, es decir, reconoce en la contemplación de un producto (obra-acabada) o en la observación de un proceso (obra-en-curso) que puede haber cierta actividad matemática analógica por parte del artesano. Esta interpretación matemática se reconoce como *situada*, esto es, se confirma como propia de los artesanos sólo cuando se observa en los tres niveles, incluyendo las explicaciones de los artesanos (la obra-explicada).

Nuestra investigación también abarca consideraciones sobre los tres niveles anteriores, pero sin distinguirlos. No se considera conveniente separar los hallazgos conseguidos de la mera observación (obra-acabada y obra-en-curso), y los resultados de la participación activa en la interacción con los artesanos (obra-explicada): los etnomodelos surgen del diálogo continuo entre estos niveles de aproximación.

2.3. Pensamiento, cultura y lenguaje

Profundizamos ahora sobre el *entender, articular y utilizar* de la definición de Barton (1996a) y qué significa el *pensar matemáticamente* del objetivo inicial que nos planteamos.

¿Cómo se articula el pensamiento?, ¿cómo es compartido por la comunidad de práctica? La psicología cognitiva analiza cómo las representaciones organizan las formas de pensar y cómo el lenguaje permite compartirlas en la comunidad a través de la comunicación.

"La representación, o sistema de representaciones, es un conjunto de reglas mediante las cuales se puede conservar aquello experimentado en diferentes acontecimientos" (Bruner, 1984, p. 122). La representación es selectiva y bien lejos de ser única. Entender una situación implica tener varias representaciones de la misma y poder traducir de una representación a otra.

Aquí consideramos los tipos de representaciones como evidencias explícitas de "tipos de pensamiento", como sugiere Presmeg (2006, p. 223), y no desde el punto de vista ontogenético como etapas del desarrollo cognitivo. Las representaciones que interactúan en el pensamiento son la representación enactiva, icónica y simbólica: conocer algo por medio de la acción, a través de un dibujo o una imagen mental, o mediante formas simbólicas como el lenguaje (Bruner, 1984, p. 122). Bruner se refiere a estos también como sistemas de procesamiento de la información mediante los cuales los seres humanos construyen modelos de la realidad (Bruner, 1988, p. 45).

La conexión principal entre pensamiento y cultura se concreta en el lenguaje.

El lenguaje nace con la función primaria de hacer posible la comunicación y el intercambio social: se desarrolla para responder a la necesidad de interacción en la comunidad y permite que se forme el conocimiento compartido por la comunidad de práctica.

El lenguaje influye en la percepción y organiza la experiencia: para la manipulación de representaciones o modelos de la realidad, el hombre suele recurrir a "prótesis intelectuales, que son herramientas que proporciona la cultura. El lenguaje es la principal de ellas" (Bruner, 1988, p. 75). La cultura, estructurando el lenguaje, ayuda al hombre a servirse de su potencial intelectual y estimula el desarrollo de las capacidades de la mente (Vygotsky, 1995; Bruner, 1988; D'Ambrosio, 2008; Bishop, 1999).

En la comunicación, "para comprender el lenguaje de los otros, no es suficiente comprender las palabras; es necesario entender su pensamiento" (Vygotsky, 1995, p. 194). Cuando se llega a comprender el lenguaje, se ha entrado en el pensamiento de la comunidad sociocultural, se comparte, se piensa de la misma manera; esto se consigue con un proceso de enculturación (Bishop, 1999; Gavarrete, 2012), que permite compartir sistemas de signos y significados dentro de la comunidad.

Poniendo todavía más énfasis en la conexión entre la matemática y el lenguaje, se puede llegar a identificar la matemática con el lenguaje que se utiliza para hablar de los aspectos cuantitativos, espaciales y relacionales de la realidad (Barton, 2008b).

Resumiendo, en este apartado de fundamentos teóricos examinamos aspectos de la definición de Etnomatemáticas relativos al objeto del estudio –la práctica artesanal–, la concepción de matemáticas de la cual partimos, pues profundizamos sobre la postura investigativa etnomatemática. Concretamente, en el análisis realizado, consideramos las representaciones como evidencias del pensamiento, y destacamos elementos y características del lenguaje porque creemos constituye la herramienta para compartir, y a través del cual se manifiesta la cultura. Nos interesan los aspectos de la cultura relativos al pensamiento matemático y los identificamos en los etnomodelos.

En la Figura 1 mostramos las relaciones entre los principales conceptos que hemos adoptado.

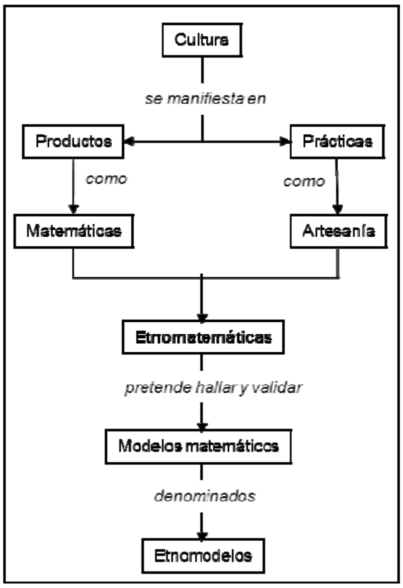


Figura 1. *Esquema de los elementos teóricos de la investigación*

3. Metodología

La etnografía es un enfoque de la investigación cualitativa (Rodríguez, Gil & García, 1996) que nace con la antropología y se define en estrecha conexión con el concepto de cultura (Aguirre, 1995). Hacer etnografía es describir una cultura, entender la manera de vivir de un grupo desde el punto de vista de sus miembros, los nativos (Spradley, 1979).

A su vez, las raíces teóricas de la observación participante se sitúan en el enfoque del interaccionismo simbólico, cuyo supuesto básico es que "las personas viven en un mundo de significados aprendidos que se codifican como símbolos y que se comparten mediante interacciones en un grupo social dado" (Angrosino, 2012, p. 24).

La etnografía se distingue por su esencia *naturalista,* ya que estudia situaciones que ocurren y personas que actúan en su propio contexto natural (Angrosino, 2012), y *holista*, en cuanto aborda fenómenos en su complejidad global.

En particular aquí realizamos una *microetnografía*, una etnografía interesada por una situación social dada, diferenciándola de la macroetnografía, cuya unidad de análisis es la sociedad compleja. La microetnografía se ocupa de pequeñas unidades o actividades específicas dentro de una organización (Spradley, citado en Rodríguez et al., 1996).

Realizamos un estudio de caso, para esta etapa del diseño de investigación se elige el objeto de indagación (Stake, 1994; Cohen, Manion & Morrison, 2000; Rodríguez et al., 1996). El estudio de caso se propone abarcar "la particularidad y la complejidad de un caso singular" (Stake, 1998, p. 11). La selección del caso es aquí impuesta por la naturaleza de la investigación. El criterio primario es escoger el caso sobre el que se espera aprender más, "el equilibrio y la variedad son importantes, pero la oportunidad para aprender resulta clave y esencial" (Stake, 1998, p. 19).

Nuestro interés es entrar en contacto directo con artesanos, verlos en acción, y sobre todo estudiar su manera de actuar, pensar sus actuaciones y explicarlas. Entonces decidimos acercarnos a los artesanos acostumbrados a hablar de su labor al exponer sus acciones, poner de manifiesto sus conceptos y enseñar sus prácticas, es decir, los denominados *maestro-artesano*. El maestro-artesano es quien, además de realizar la labor artesanal, se dedica a impartir clase de artesanía.

Los criterios de selección de los casos analizados fueron: la accesibilidad a los mismos, es decir el hecho de que impartan talleres de soguería o trenzado en la ciudad de Buenos Aires; la experiencia, medida en años de prácticas y años de enseñanza; el reconocimiento por la comunidad artesanal, concretado en participación a exposiciones, publicaciones y espacios virtuales de la comunidad de sogueros de Buenos Aires.

Se decide así la participación en cursos de artesanía, en donde la investigadora misma adquiere el rol de aprendiz, para comprender los significados que se construyen y se comparten en la interacción (Angrosino, 2012) a través de un proceso de enculturación y observar, en su entorno natural, estas interacciones.

El diseño, como en toda etnografía, es flexible y se va generando *in situ*, el interés está en el punto de vista nativo y la parte tácita o implícita del conocimiento cultural que afecta la conducta y la comunicación (Rodríguez et al., 1996). Tarea indispensable es permanecer en el escenario un tiempo suficiente y realizar observaciones directas de los fenómenos estudiados: "en etnografía el instrumento de investigación es el etnógrafo" (Hammersley & Atkinson, 1994, p. 178). De la experiencia del investigador en el entorno del campo emergen, se trasforman y evolucionan las hipótesis, los instrumentos, los códigos y esquemas interpretativos (Cohen, Manion & Morrison, 2000) a través de un proceso de focalización progresiva.

La estancia de campo que proporciona la toma de datos consistió en una inmersión de 10 semanas en el entorno artesanal bonaerense durante el invierno austral del 2012.

Se consideran dos cursos: uno impartido por el maestro-artesano C y el otro impartido conjuntamente por los maestros-artesanos A y B. Ambos cursos son desarrollados en forma de taller. Los maestros-artesanos siguen a cada alumno individualmente, es decir, se acercan, le muestran lo que tiene que hacer y después lo dejan trabajar mientras se dedican a otro. Los alumnos poseen experiencias y niveles muy diferentes.

Los datos se recogen en forma de un diario de campo (Vázquez & Angulo, 2003) de la investigadora como observadora participante. Son parte del diario las notas de campo, recopiladas justo después de las clases sobre la base de apuntes rápidos tomados en el momento y recuerdos de la vivencia, separando las manifestaciones de los maestros-artesanos y las reflexiones de la investigadora en su rol de aprendiz y en su rol de etnógrafa. Se toman notas y fotos de la realización de las prácticas como *tareas para la casa* y se recolectan los artefactos producidos. Además se realizan entrevistas no estructuradas cuyas grabaciones se transcriben.

3.1. Fases de la investigación

Momento clave de la investigación etnográfica es el acceso al campo (Angrosino, 2012): se tiene que realizar de manera que el investigador sea aceptado. El sentido común es el principal aliado del etnógrafo en este proceso. Aquí realizamos una "negociación de entrada" (Vázquez y Angulo, 2003, p. 21) con la cual la investigadora informa a los participantes sobre su identidad y propósitos. Además se firma un consentimiento informado por escrito con cada maestro-artesano involucrado en el estudio.

Las primeras dos semanas constituyen la fase de *vagabundeo* (Goetz & LeCompte, 1988). Aquí se decide ampliar el objeto de estudio (inicialmente las trenzas) incluyendo sortijas y pasadores, por el interés expresado por los mismos maestros-artesanos al enterarse de los objetivos de la investigación.

En las siguientes tres semanas se familiariza con el lenguaje técnico específico del entorno, no sin cierta dificultad; en esta fase se identifican las palabras más usadas por los maestros-artesanos para describir sus acciones, y se investigan los significados contextualizados (Angrosino, 2012) que éstas adquieren en la práctica artesanal, lo que más adelante consideramos el nivel simple de los etnomodelos. La sexta y séptima semanas consolidan la capacidad de la investigadora de entender la práctica críticamente, el manejo del lenguaje, la habilidad de captar rápidamente nuevas informaciones y se accede a lo que consideraremos el nivel superior de los primeros etnomodelos. En la octava semana, se realiza una relectura analítica de los datos recogidos (pre-análisis); con un trabajo reflexivo, se toma consciencia del proceso de enculturación vivenciado: de aquí se conforma la hipótesis emergente sobre la forma de pensar de los artesanos con la elaboración de etnomodelos (véase apartado de análisis). La novena y décima semanas confirman y refinan la hipótesis emergente y surge lo que presentaremos como el último etnomodelo.

Las entrevistas se realizan después de la inmersión en el campo, son de tipo no estructurado y en profundidad (Rodríguez et al., 1996). No hay un esquema rígido de preguntas sino que la entrevista sigue el flujo natural de una conversación entre pares (Vázquez & Angulo, 2003). Tiene un carácter informal, abierto y flexible, da cabida a digresiones (Spradley, 1979; Angrosino, 2012).

Las entrevistas tienen el objetivo de aclarar detalles sobre la hipótesis emergente y averiguar si los artesanos efectivamente vivencian así sus prácticas. Aquí se actúa en búsqueda de una "validez comunal" (Moral, 2006, p. 156) fomentando un proceso de reflexión por los mismos maestros-artesanos.

Esta fase es clave para la validez de la investigación. Los criterios de validez de una investigación cualitativa son múltiples. Aquí aspiramos a la cristalización (Moral, 2006), que consiste en una evolución de la triangulación. Mientras triangular consiste en presentar simultáneamente múltiples visiones de la realidad con el propósito de conseguir objetividad, cristalizar consiste en ver secuencialmente múltiples realidades, aspirando a "una comprensión de los temas, parcial, dependiente y compleja" (Richardson, citado en Moral, 2006, p. 159). Para la cristalización resulta indispensable aclarar y distinguir los roles y los puntos de vista que se consideran en cada momento de la investigación; y es importante la "validez comunal", que consiste en la búsqueda del consenso entre los miembros de la comunidad.

La Tabla I resume las características de la investigación.
.

TABLA I

Contexto de la investigación	
Geográfico	*Ciudad de Buenos Aires, Argentina*
Cultural	*Gremio de la artesanía soguera*
Social	*Estudio de casos: 3 maestros-artesanos en 2 cursos*
Temporal	*10 semanas de inmersión en el campo*
Técnico	– *Instrumentos: observación participante, entrevista etnográfica.* – *Datos: diario de campo, recolección de material didáctico y artefactos producidos, fotos, grabaciones de las entrevistas.*

Detalle del contexto de la investigación.

4. Análisis y Resultados

El análisis es el proceso de extraer sentido de los datos. La finalidad del análisis es comprender e interpretar la realidad tal y como es entendida por los participantes. En el análisis de datos etnográficos, sobre todo cuando las técnicas empleadas suponen una alta implicación del investigador en la realidad estudiada, el mejor instrumento de análisis es el propio investigador, ya que llega a formar parte de la realidad y a conocerla desde adentro (Gil Flores, 1994).

Consideramos el análisis de datos cualitativos como técnica que utiliza la categorización "para organizar conceptualmente y presentar la información, más interesada por el contenido de las categorías y su interpretación que por las frecuencias de los códigos, y tradicionalmente no asociadas a técnicas cuantitativas" (Rodríguez et al., 1996, p. 201). Entonces el propósito es organizar, manipular y recuperar los segmentos significativos (Coffrey & Atkinson, 2003).

Aquí realizamos primero un proceso de codificación como reducción, esto es, un proceso de simplificación y reducción de los datos, útil para estructurarlos así como para gestionar y facilitar su recuperación; aquí los códigos se mantienen generales y en número pequeño.

Después, con las categorías generales de particular interés, realizamos una codificación como complicación; esta es una técnica útil "para expandir, transformar y reconceptualizar los datos abriendo más posibilidades analíticas" (Coffrey & Atkinson, 2003*,* p. 49), útil también para interrogarlos más, tratar de identificar y especular sobre ellos. Aquí la codificación busca ir más allá de los datos, que se piense de manera creativa con ellos; los códigos son más específicos y de tipo analítico-interpretativos. Es por tanto que se involucran de manera decisiva las acciones de interpretación de la investigadora y los conocimientos madurados en el proceso de enculturación vivenciado.

A continuación presentamos el análisis descriptivo de la interacción didáctica, donde se emplea un sistema de categorías a priori basado en los tipos de representaciones de Bruner (1984, 1988), que proporcionan un cuadro detallado de la fuente de la información (importante para la cristalización); sigue el análisis interpretativo sobre cómo los maestros-artesanos conciben, piensan y representan su propia práctica, donde surge la hipótesis emergente de los etnomodelos.

4.1. Interacción didáctica

La enseñanza es el contexto, el medio que proporciona las *interacciones* entre maestro-artesano y aprendices. Los objetivos de la investigación no abarcan la capacidad o metodología didáctica del maestro-artesano, pero ésta mediatiza el acceso a la información. En clase, el maestro-artesano presenta su conocimiento ya organizado, estructurado por la reflexión *didáctica*. El aprendiz por su parte ejercita un rol activo en determinar la dinámica de las interacciones. Llamamos entonces interacción didáctica a estos intercambios de conocimientos entre maestro-artesano e investigadora-aprendiz.

Para descubrir la forma de pensar la práctica artesanal por parte de los artesanos, focalizamos sobre aspectos relativos a las representaciones que los maestros-artesanos revelan, y a través de las cuales se concreta la interacción didáctica.

Bruner considera las representaciones como herramientas fundamentales en los procesos educativos, la educación tiene que "inculcar habilidades y fomentar la representación de la propia experiencia y del conocimiento" (Bruner, 1984, p. 124), y parte indispensable del aprendizaje es el desarrollo del pensamiento:

> Las disciplinas de aprendizaje representan no solo conocimientos codificados, sino formas de pensamiento, hábitos de la mente, supuestos implícitos, rutas abreviadas y estilos de humor que nunca llegan a manifestarse de modo explícito (Bruner, 1988, p. 82).

Considerando las representaciones enactivas –en relación a una acción–, icónicas y simbólicas de Bruner (1988; 1984), con el soporte del programa informático MAXQDA7, realizamos un análisis de datos cualitativos del diario de campo. Consideramos que una unidad de interacción didáctica corresponde a un momento en que el maestro-artesano se acerca e interactúa con la investigadora-aprendiz, analizándose el tipo, o los tipos, de representación que manifiesta.

Presentamos en la Figura 2 la relación entre maestros-artesanos, en las columnas, y las representaciones manifestadas, en las filas. La dimensión y el color de los cuadrados en las celdas proporcionan una imagen visual de la presencia y frecuencia relativa de los códigos cruzados. Las observaciones sobre las entrevistas no están incluidas en esta Figura, pero se consideran en la interpretación.

Figura 2. *Relaciones entre tipo de representaciones y maestros-artesanos.*

Revisando los fragmentos recuperados se realiza la interpretación.

El **maestro-artesano A** manifiesta prevalencia de representaciones simbólicas orales: sus indicaciones suelen consistir en reglas de procedimientos que la investigadora-aprendiz entiende por la enculturación en el lenguaje técnico-específico de la artesanía. Las representaciones enactivas se manifiestan durante las primeras clases y sólo al principio de las mismas, para que se *entienda el mecanismo* y después siguen indicaciones orales: *utiliza la misma lógica de...* Las representaciones icónicas y simbólicas-escritas son poco utilizadas durante las clases, la Figura 2 se refiere al recurso de material de la revista *El Chasque surero*. En cambio, en la entrevista, el maestro-artesano A responde activamente a la invitación de la investigadora de interactuar con representaciones distintas de la representación simbólica oral necesaria por el diálogo. De hecho realiza pasadores y sortijas para soportar sus explicaciones y representaciones simbólicas e icónicas escritas (Figura 7) en el cuaderno de notas de la investigadora.

El **maestro-artesano B** manifiesta prevalencia de representaciones simbólicas escritas: se crea durante las clases material explicativo, tablas donde se ordenan las pasadas en subidas, bajadas y bordes (una realizada en el cuaderno de campo de la investigadora: Figura 5), lista de pasadas con indicaciones escritas (Figura 4); se recurre a fotocopias de materiales didácticos previos, a menudo con representaciones icónicas. El material fotocopiado consiste en artículos de la revista *El Chasque surero*, o material didáctico fruto de la colaboración del maestro-artesano B con A y con otros alumnos. Aclaramos que durante el análisis se decide codificar este material según quién recurre a él, explicándolo; cuando ya no hay necesidad de explicaciones por el éxito de la enculturación, el material se codifica según quién lo proporciona. El maestro-artesano B manifiesta preferentemente representaciones enactivas durante las primeras clases, éstas se van perdiendo a medida que se recurre más a las otras representaciones. A diferencia de las clases, durante la entrevista el maestro-artesano B no utiliza representaciones distintas a la representación simbólica oral.

La interacción con el **maestro-artesano C**, como se observa en la Figura 2, es distinta. Éste declara que se aprende *mirando y copiando*. Coherente con esto, la mayoría de interacciones se concretan en representaciones enactivas. La investigadora-aprendiz tiene que *aprender a mirar*. En el diario de campo se recogen breves indicaciones de representaciones simbólicas orales, así, en las primeras clases, el maestro-artesano C describe algo de lo que hace, así como en las últimas, cuando la investigadora insiste más para obtener explicaciones orales. No hay evidencia de manifestaciones escritas en la interacción, aunque hay constancia de las grandes habilidades de dibujante del maestro-artesano.

4.2. Hipótesis emergente

Del análisis de las representaciones manifestadas por los maestros-artesanos en la interacción didáctica, se delinea el pensamiento matemático artesanal estructurado en etnomodelos. En principio, estos emergen de un proceso de reflexividad de la investigadora-aprendiz sobre su propia enculturación. Después, en el diario de campo y en las entrevistas, se buscan las informaciones proporcionadas por los maestros-artesanos de manera directa, escuchadas y recogidas fielmente por la investigadora antes de una reelaboración propia.

Se identifican tres fases en la práctica: 1) la armadura, que corresponde a la urdimbre del tejido con telar; 2) los aumentos, que sirven para tupir la armadura; 3) los retejidos, que corresponden a la trama del tejido (vimos dos tipos: esterilla y pluma).

Aunque no se consideraron parte del corpus de informaciones procesado en el análisis, se recogieron varias publicaciones sobre artesanía soguera. Éstas se revisaron para verificar si los etnomodelos postulados se presentan en la literatura de la comunidad artesanal (validez comunal).

Cada etnomodelo posee dos niveles de complejidad y se indica con la expresión más utilizada por los maestros-artesanos para referirse a ese tipo de forma de pensar (Tabla II). No hay uniformidad de terminología técnica. El nivel más simple consiste en las palabras clave cuya utilización plasma, induce y sugiere la modelización más compleja que se presenta sólo rara vez de manera explícita (Vygotsky, 1995). Esta modelización de nivel superior consiste en reconocer reglas y patrones que permiten determinar el proceso de realización de la práctica artesanal, basada en los conceptos clave contenidos en el nivel simple. Estas reglas y patrones son matemáticos, en el sentido del *QRS-system* (Barton 2008a, 2008b) y los etnomodelos representan aspectos espaciales, relativos y cuantitativos de la práctica artesanal.

En el análisis consideramos, en el nivel simple, las evidencias de la utilización de las palabras clave por parte de los maestros-artesanos y, en el nivel complejo, cuando los maestros-artesanos hacen referencia directa a que la manera de guiarse en el trabajo, la cual se basa en patrones y reglas relacionados con ese etnomodelo.

TABLA II

Etnomodelos	Explicación nivel simple	Explicación nivel complejo
Sobre/Bajo	*Nombra la pasada según donde (si arriba o debajo) y cuantos tientos se pasan*	*La lista de pasadas se ordena por subida y bajada en tablas o gráficos sinusoidales y se reconocen progresiones matemáticas en esta lista*
Seguir la cola	*Se copian las pasadas del tiento del de al lado*	*Se establece una de las vueltas anteriores como referencia y se procede siguiéndola a la par o al contrario*
Partir pares	*Cuando hay un par o juntada, esto se parte*	*Patrones y reglas que evidencian cuándo partir los pares*
Obra acabada	*Idea de la forma final, del diseño del producto terminado*	*Realizar el trabajo pensando en cómo se tiene que ver la forma final*

Resumen de los etnomodelos

Ponemos de manifiesto que: a) cada artesano tiene su preferencia por uno u otro etnomodelo (Figura 3); b) cada etnomodelo conviene en unas fases de la práctica artesanal más que en otras; c) los etnomodelos están fuertemente relacionados y se pasa fácilmente de uno a otro.

En las observaciones que siguen se comentan algunas distinciones entre las entrevistas y la interacción didáctica pero en la Figura 3 se muestran los resultados conjuntamente.

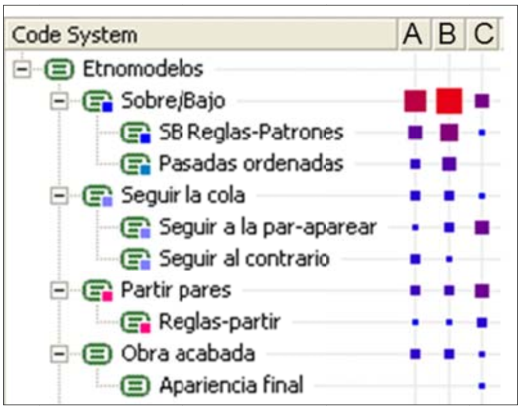


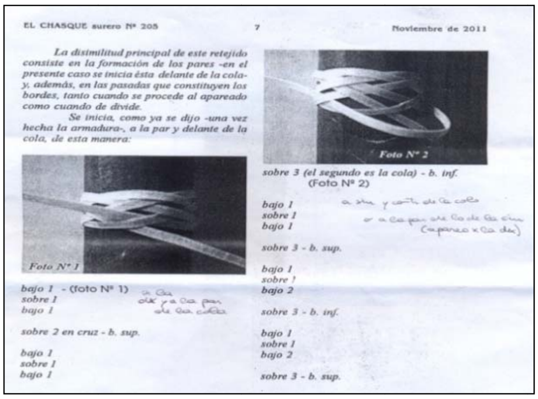
Figura 3. *Relaciones entre etnomodelos y maestros-artesanos.*

El orden de presentación de los etnomodelos coincide con el orden cronológico en el que se manifestaron durante la práctica artesanal y, a su vez, con la enculturación de la investigadora en el manejo de estos. Además revela una manera de conectarlos.

4.2.1 Sobre /Bajo

Este etnomodelo resalta la idea geométrica de transversalidad. El nivel simple consiste en la representación simbólica *Sobre n, Bajo m,* o $(+\,n,\ -m)$, donde $n,\ m$ son números naturales del conjunto $\{1,2,3\}$. El tiento, tirita de cuero crudo –o mejor dicho la extremidad del tiento que trabaja–cuando se cruza transversalmente con otro puede taparlo a la vista pasando sobre, o hacer que el otro lo tape pasando bajo (Pinxten, 1987). Observamos que *Sobre n, Bajo m* es una abreviación de *pasar sobre n, pasar bajo m*, y se llaman *pasadas*. Otra manera de expresar el mismo concepto es *pisa 2, levanta 2* (Entrevista con B).

El espacio se orienta según la posición del palito que se mantiene vertical. El tiento crea una sinusoide que gira alrededor del palito en sentido horario (cada giro completo se llama *vuelta*). El nivel más complejo del etnomodelo consiste en organizar las pasadas en subidas, bajadas y bordes (en términos matemáticos son tramos de la sinusoide con tangente de pendiente respectivamente positiva, negativa y nula). Esto se logra a través de elementos simbólicos, con anotaciones al margen del listado de las pasadas (Figura 4) u ordenando el listado en una tabla (Figura 5); o se consigue mezclando elementos simbólicos e icónicos, colocando las pasadas en un esquema visual tipo sinusoide (Figura 6) o zig-zag (Figura 7).


EL CHASQUE surero Nº 205 — 7 — Noviembre de 2011

La disimilitud principal de este retejido consiste en la formación de los pares -en el presente caso se inicia ésta delante de la cola- y, además, en las pasadas que constituyen los bordes, tanto cuando se procede al apareado como cuando de divide.

Se inicia, como ya se dijo -una vez hecha la armadura-, a la par y delante de la cola, de esta manera:

Foto Nº 1

bajo 1 - (foto Nº 1)
sobre 1
bajo 1

sobre 2 en cruz - b. sup.

bajo 1
sobre 1
bajo 1

Foto Nº 2

sobre 3 (el segundo es la cola) - b. inf.
(Foto Nº 2)

bajo 1
sobre 1
bajo 1

sobre 3 - b. sup.

bajo 1
sobre 1
bajo 2

sobre 3 - b. inf.

bajo 1
sobre 1
bajo 2

sobre 3 - b. sup.

Figura 4. *Material proporcionado en clase por el maestro-artesano B: listado de pasadas con anotaciones al margen.*

Figura 5. *Del cuaderno de campo: tabla creada por el maetro-artesano B sobre el retejido pluma.*

Este etnomodelo, por su estructura y el impacto visual de su escritura, permite una visión global del proceso que hace posible el reconocimiento de patrones numéricos, tipo la presencia de progresiones en el listado de las pasadas y patrones geométricos, concretados en reglas como *siempre subo como he bajado*.

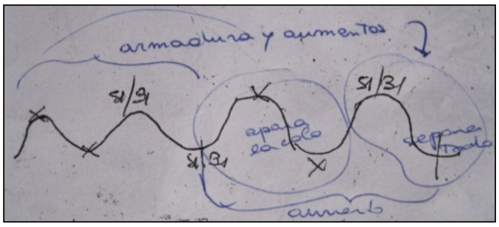


Figura 6. *Material proporcionado en clase por el maestro-artesano B: pasadas sobre sinusoide.*

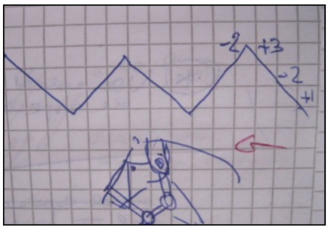


Figura 7. *Notas del maestro-artesano A, escrita en la entrevista:pasadas sobre zig-zag.*

Además, en su nivel simple, este etnomodelo es el preferente en las manifestaciones de todos los maestros-artesanos y se emplea en todas las fases de la práctica por su versatilidad. En el nivel complejo está presente en el maestro-artesano A y es el más utilizado por el maestro-artesano B, como él mismo reconoce en la entrevista (Figura 3).

4.2.2 Seguir

Este etnomodelo resalta la idea geométrica de paralelismo: la pasada de una subida nunca se cruza con tramos de vueltas anteriores que iban también subiendo, sino que se siguen manteniéndose al lado; lo mismo sucede en la bajada. El nivel simple consiste en *seguir la cola*, ya que generalmente se hace referencia a la cola o guía que constituye la primera vuelta, y se pasa a la derecha –antes o delante, ya que el sentido es horario– o a la izquierda –después o detrás–de esa vuelta.

Figura 8. *Seguir la cola o guía por la derecha a la par, apareando en una subida.*

Figura 9. *Seguir la cola o guía por la izquierda al contrario o separando en una bajada.*

La idea del nivel superior consiste en tomar como referencia una de las vueltas anteriores que corre al lado (paralela) e ir siguiéndola siempre a la par (apareando): si esa vuelta tiene una pasada, por ejemplo *Sobre 1*, volver también *Sobre 1* (Figura 8), o bien siempre haciendo lo contrario (separando) si la pasada correspondiente de la vuelta al lado es *Sobre 1*, pasar *Bajo 1* (Figura 9). La imagen geométrica de paralelismo es el pilar del etnomodelo.

Las expresiones que los maestros-artesanos emplean para referirse a este modelo son *aparear*, *formar pares*, *seguir a la par*; y al revés *desaparear*, *separar*, *seguir al contrario*, *partir a lo largo*. Menos comunes son *amichar/desamichar*, *juntar/desjuntar*.

Este etnomodelo, a nivel simple, está presente en los tres maestros-artesanos. A nivel complejo, el maestro-artesano A declara que es *la lógica el mecanismo* de la práctica en realizar la armadura y los aumentos y lo explica en detalle. El maestro-artesano B reconoce este etnomodelo en la entrevista, pero manifiesta su preferencia por el anterior y en la interacción didáctica casi no lo utiliza. El maestro-artesano C se refiere a menudo a la idea de aparear o formar pares en los retejidos (Figura 3).

4.2.3 Partir pares

Aquí vuelve a prevalecer una visión trasversal. A un nivel simple, *partir el par* significa llegar exactamente en el medio de dos pasadas anteriores trasversales que van juntas, es decir, apareadas, con un *Sobre n* o con un *Bajo m*; se dice respectivamente partir *entrando* (Figura 10) o *saliendo* del par.

Figura 10. *Partir el par* entrando*, en el retejido pluma de un pasador simple.*

Un nivel más complejo consiste en dejarse guiar, durante el avance del proceso, por reglas como la de *cada vez que encuentro un par lo parto*, o *cada bajada hay un par más para partir*, de las cuales resultan patrones numéricos en la lista de las pasadas del etnomodelo *Sobre/Bajo*, y patrones geométricos sobre el comportamiento del sinusoide, por ejemplo conocimientos sobre el periodo de una curva. Otras expresiones, que aclaran la distinción con el *separar* del etnomodelo anterior, son *partir en cruz* (Entrevista con C), *partir perpendicular* (Entrevista con A), que resaltan el concepto geométrico de transversalidad e intersección.

Este etnomodelo sirve en los retejidos y es manifestado, en sus dos niveles, con frecuencia y por los tres maestros-artesanos de manera uniforme (Figura 3). En la entrevista el maestro-artesano C indica este como su etnomodelo de preferencia.

4.2.4 El diseño final

Este etnomodelo es, a nivel simple, el reconocimiento de los patrones geométricos que se observan en la trama de la obra-acabada (Alberti, 2007). Por ejemplo, la armadura completa es *toda por uno y uno*. En los retejidos terminados no resultan pares, el retejido esterilla tiene *las líneas* en horizontal y el pluma en vertical (Figura 11) porque se forman unas V cuyos vértices se alinean respectivamente por el ecuador (término artesanal para decir circunferencia) o por la dirección vertical del palito.

Figura 11. *Líneas horizontales y verticales, respectivamente, en retejidos esterilla y pluma.*

El nivel complejo de este etnomodelo consiste en dejarse guiar, en la realización de las pasadas, por la imagen mental de cómo tiene que aparecer el trabajo al final.

El nivel simple es reconocido por los tres artesanos y suele emplearse para evaluar si la realización del objeto finalizado es exitosa. El nivel complejo se atribuye al maestro-artesano C (Figura 3): en la entrevista declara que *las mismas pasadas te van cantando* por dónde ir; es decir, la realización, procede según cómo va quedando y cómo tiene que quedar.

5. Reflexiones finales

En nuestra experiencia de campo hemos observado y vivenciado cómo el contexto y el entorno influyen, plasman las formas de pensar que estos artesanos construyen para organizar y llevar a cabo su trabajo. En el análisis partimos de las representaciones enactivas e icónicas y del lenguaje simbólico que constituyen los modos de comunicación y permiten compartir estas formas de pensar. Hemos reconocido en el habla de los artesanos muchos rasgos del lenguaje interior de Vygotsky (1995) que sugiere como medio revelador del pensamiento, pues hemos identificado en el constructo de etnomodelo la manera en que se manifiesta el pensamiento matemático de los artesanos.

La descripción detallada del diseño, aclarar los roles de los participantes, mantener la perspectiva de los artesanos, buscar su consenso en el continuo confronto durante la interacción didáctica y después en las entrevistas, son todos procedimientos que aportan a la cristalización del proceso de investigación con la finalidad de contribuir a la validez de la misma.

Consideramos que los resultados satisfacen el objetivo inicial, ya que postulamos haber identificado algunos etnomodelos que concretan formas de pensar matemáticamente que la comunidad artesanal desarrolla para realizar su propia práctica. Postulamos que pertenecen a la comunidad porque reconocemos en cada maestro-artesano manifestaciones de todos los etnomodelos a nivel simple y de la mayoría a nivel complejo; además verificamos la presencia de aquellos en todas las publicaciones de la comunidad artesanal que hemos podido revisar y asistimos a conversaciones entre artesanos en la Exposición de la Sociedad Rural. Queda pendiente profundizar más en cómo los etnomodelos se relacionan entre sí.

Evidenciamos la contribución de este trabajo a las investigaciones etnomatemáticas por el novedoso uso de los etnomodelos. Estos se podrían emplear para caracterizar el pensamiento matemático de otros gremios artesanales. Observamos que la concepción del espacio y del movimiento de los artesanos sogueros es similar a la de los navegantes del Pacífico de Barton (2008a). El etnomodelo *Seguir* facilita informaciones sobre la ruta a seguir y los etnomodelos *Sobre/Bajo* y *Partir* proveen datos sobre cómo recorrer esa ruta.

Constatamos la escasa concordancia entre la complejidad del pensamiento matemático puesta de manifiesto en la estructura de los etnomodelos que manejan los maestros-artesanos y la cultura académica de los mismos. El maestro-artesano C posee el quinto grado de Educación Primaria y el maestro-artesano A declara su escasa pasión hacia la matemática escolar. Además se recogieron comentarios sobre la gran habilidad de algunos artesanos a pesar de ser casi analfabetos. Los maestros-artesanos relataron experiencias de aprendices con alto grado de escolaridad que tenían muchas dificultades para entender y aprender la práctica artesanal. Estas observaciones nos hacen reflexionar sobre la limitada trascendencia de la educación formal actual y el potencial educativo que tendría para la misma lograr aplicaciones curriculares del trabajo artesanal.

Destacamos que la elección de considerar las matemáticas como *QRS-system* (Barton, 2008a, 2008b) conlleva a nivel educativo:

- La necesidad de un posicionamiento contextualizado
- Una atención al pensamiento, a la modelización, con relación a la realidad del entorno.
- Una actitud investigativa en la metodología educativa.
- Una postura epistemológica que considera las matemáticas creadas por la actividad humana y, por tanto, un producto sociocultural.

Somos conscientes del gran desafío que será realizar una propuesta curricular que involucre esta concepción de las matemáticas y del cambio epistemológico que tal propuesta tiene que implicar (Albanese, Santillán & Oliveras, 2014), pero coincidimos con Bruner (1988) en que el desarrollo del pensamiento es parte indispensable del aprendizaje:

> Las disciplinas de aprendizajes representan no solo conocimientos codificados, sino formas de pensamiento, hábitos de la mente, supuestos implícitos, rutas abreviadas y estilos de humor que nunca llegan a manifestarse de modo explícito (p. 82).

Reconocimientos

A los maestros-artesanos, Guillermo Cava, Rubén Blanco, Luis (Luicho) Flores, por la pasión que ponen en su trabajo, por la generosidad intelectual con la cual han compartido sus conocimientos y sus prácticas, por valorar y creer en la investigación en curso y por la amistad y el afecto que han manifestado a la investigadora.

Al Ministerio de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de España, que hizo posible esta investigación concediendo una Beca FPU (código de referencia AP2010-0235) a la doctoranda V. Albanese.

Bibliografía

Aguirre, A. (1995). Etnografía. En A. Aguirre (Ed.), *Etnografía. Metodología cualitativa en la investigación sociocultural* (pp. 3-20). Barcelona, España: Marcombo.

Albanese, V. (2011). *Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado* (Tesis de Master no publicada). Universidad de Granada, Granada, España.

Albanese, V., Oliveras, M. L. y Perales, F. J. (2012). Modelización matemática del trenzado artesanal. *Revista Epsilon*, *29*(81), 53-62.

Albanese, V., Oliveras, M. L. y Perales, F. J. (2014). Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado: Aplicación de un Modelo Metodológico elaborado. *Boletim de Educação Matemática, 28*(48), 1-20. doi: 10.1590/1980-4415v28n48a01

Albanese, V., Santillán, A. y Oliveras, M. L. (2014). Etnomatemática y formación docente: el contexto argentino. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, *7*(1), 198-220. Recuperado de http://revista.etnomatematica.org/index.php/RLE

Albertí, M. (2007). *Interpretación matemática situada de una práctica artesanal* (Tesis Doctoral no publicada). Universidad Autónoma de Barcelona, Barcelona, España. Recuperado de http://hdl.handle.net/10803/4712

Angrosino, M. (2012). *Etnografía y observación participante en Investigación Cualitativa.* Barcelona, España: Morata.

Aroca, A. (2008). Análisis a una Figura Tradicional de las Mochilas Arhuacas: comunidad Indígena Arhuaca. Sierra Nevada de Santa Marta, Colombia. *Boletim de Educação Matemática, 21*(30), 71-83.

Barton, B. (1996a). Making sense of ethnomathematics: Ethnomathematics is making sense. *Educational Studies in Mathematics, 31*(1), 201-233. doi: 10.1007/BF00143932

Barton, B. (1996b). *Ethnomathematics: Exploring Cultural Diversity in Mathematics* (Tesis Doctoral no publicada). University of Auckland, New Zealand. Recuperado de https://researchspace.auckland.ac.nz/handle/2292/2332

Barton, B. (2004). Mathematics and Mathematical Practices: Where to Draw the Line? *For the Learning of Mathematics, 24*(1), 22-24. doi:10.1007/s10857-009-9110-7

Barton, B. (2008a). *The language of mathematics: Telling mathematical tales*. Melbourne, Victoria: Springer.

Barton, B. (2008b). Cultural and Social Aspects of Mathematics Education: Responding to Bishop's Challenge. En P. Clarkson y N. Presmeg (Eds.), *Critical Issues in Mathematics Education* (pp. 121–133). New York, EE.UU: Springer.

Bassanezi, R. y Biembengut, M. (1997). Modelación matemática: una antigua forma de investigación, un nuevo método de enseñanza. *Revista de didáctica de las matemáticas*, (32), 13-25.

Bishop, A. J. (2000). Enseñanza de las matemáticas: ¿cómo beneficiar a todos los alumnos? En N. Gorgorió, J. Deulofeu y A. J. Bishop (Eds.), *Matemáticas y Educación Retos y Cambios desde una Perspectiva Internacional* (pp. 35-56). Barcelona, España: Graó.

Bishop, A. J. (1999). *Enculturación Matemática*. Barcelona, España: Paidós.

Bruner, J. S. (1984). *Acción, pensamiento y lenguaje*. Madrid, España: Alianza Psicología.

Bruner, J. S. (1988). *Desarrollo cognitivo y educación*. Madrid, España: Morata.

Coffey, A. y Atkinson, P. (2003). *Encontrar el sentido a los datos cualitativos*. *Estrategia complementaria de investigación*. Medellín, Colombia: Editorial Universidad de Antioquia.

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2000). *Research methods in education*. London: Routledge Falmer.

D'Ambrosio, U. (2012). The Program Ethnomathematics: theoretical basis and the dynamics of cultural encounters. *Cosmopolis. A Journal of Cosmopolitics, 3-4*, 13-41.

D'Ambrosio, U. (2008). *Etnomatemática - Eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. D.F., México: Limusa.

Davis, P. J. y Hersh, R. (1988). *Experiencia matemática*. Barcelona, España: Editorial Labor y Ministerio de Educación y Ciencia.

Gavarrete, M. E. (2012). *Modelo de aplicación de etnomatemáticas en la formación de profesores indígenas de Costa Rica* (Tesis Doctoral no publicada). Universidad de Granada, Granada, España.

Gerdes, P. (1996). Ethnomathematics and mathematics education. En A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & C. Laborde (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 909-943). Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Gerdes, P. (1988). On culture, geometrical thinking and mathematics education. *Educational Studies in Mathematics, 19*(2), 137-162. doi: 10.1007/BF00751229

Gil Flores, J. (1994). *Análisis de datos cualitativos. Aplicación a la investigación educativa*. Barcelona, España: PPU, S. A.

Goetz, J. P. y Le Compte, M. D. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa.* Madrid, España: Ediciones Morata.

Hammersley, M. y Atkinson, P. (1994). *Etnografía: Métodos de investigación.* Barcelona, España: Paidós.

Hein, N. y Biembengut, M. (2006, marzo). *Modelaje matemático como método de investigación en clases de matemáticas*. Comunicación presentada en el V Festival Internacional de Matemática, Puntarenas, Costa Rica. Recuperado de http://www.cientec.or.cr/matematica/pdf/P-2-Hein.pdf

Lave, J. y Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. New York, EE.UU: Cambridge University Press.

Millroy, W. L. (1991). An ethnographic study of the mathematical ideas of a group of carpenters. *Learning and Individual Differences, 3*(1), 1-25. doi: 10.1016/1041-6080(91)90002-I

Moral, C. (2006). Criterios de validez en la investigación cualitativa actual. *Revista de Investigación Educativa, 24*(1), 147-164. doi: 10.4321/S1132-12962009000200012

Oliveras, M. L. y Albanese, V. (2012). Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado: un modelo metodológico para investigación. *Boletim de Educação Matemática, 26*(44), 1295-1324. doi: 10.1590/S0103-636X2012000400010

Oliveras, M. L. (1996). *Etnomatemáticas. Formación de profesores e innovación curricular*. Granada: Comares.

Ortiz-Franco, L. (2004). Testimonios sobre la cultura matemática en países latinoamericanos: prolegómenos a las etnomatemáticas en Mesoamérica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 7*(2), 171-185.

Palhares, P. (2008). *Etnomátematica. Um Olhar sobre a Diversidade Cultural e a Aprendizegem Matemática*. Ribeirao, Portugal: Edições Húmus.

Pinxten, R. (1987). *Navajo Indian Geometry*. Ghent, Bélgica: Commuication and cognition.

Parra, A. (2003). *Acercamiento a la Etnomatemática* (Tesis de Licenciatura). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia. Recuperado de http://etnomatematica.org/trabgrado/acercamientoalaetnomatematica.pdf

Presmeg, N. C. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics. En A. Gutiérrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future* (pp. 205–235). Rótterdam, Netherlands: Sense Publishers.

Rodríguez, G., Gil, J. y García, E. (1996). *Metodología de la investigación cualitativa*. Granada, España: Ediciones Aljibe.

Rosa, M. y Orey, D.C. (2012). The field of research in ethnomodeling: emic, ethical and dialectical approaches. *Educação e Pesquisa, 38*(4), 865-879. doi: 10.1590/S1517-97022012000400006

Rosa, M. y Orey, D. (2011, Junio). *Ethnomodeling: The Pedagogical Action of Ethnomathematics as a Program*. Comunicación presentada en el XIII Conferencia Interamericana de Educaçao Matemática, CIAEM. Recife, Brasil. Recuperado de http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/2805/1231

Rosa, M. & Orey, D.C. (2003). Vinho e queijo: etnomatemática e modelagem. *Boletim de Educação Matemática, 16*(20), 1-16.

Scandiuzzi, P.P. (2002). Água e Óleo: modelagem e etnomatemática. *Boletim de Educação Matemática*, *15*(17), 52-58.

Scribner, S. (2002). La mente en acción: una aproximación funcional al pensamiento. En M. Cole, Y. Engeström y O. Vázquez (Eds.), *Mente, cultura y actividad* (pp. 290-302). Oxford: Oxford University Press.

Spradley, J. P. (1979). *The ethnographic interview*. New York, EE.UU.: Holt, Rinehart and Winston.

Stake, R. E. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Madrid, España: Morata.

Stake, R. E. (1994). *Case Study*. California, EE.UU.: Sage Publications.

Vázquez, R. y Angulo, F. (2003). *Introducción a los estudios de casos*: los primeros contactos con la investigación etnográfica. Málaga, España: Ediciones Aljibe.

Vygotsky, L. S. (1995). *Pensamiento y lenguaje*. Buenos Aires, Argentina: Ediciones Fausto.

4.3 COMPLEMENTOS A LA PUBLICACIÓN

Completamos la información proporcionada en este artículo con todo lo relativo a las trenzas, ya que hasta ahora el análisis referido en la publicación se ha centrado en otras producciones artesanales diversas de trenzas, esto es, las sortijas y los pasadores.

Para ello, presentamos aquí los resultados del análisis cualitativo de los datos relativos a las trenzas, y, en particular, vamos a considerar:

→ Las fases naturales de la labor artesanal de las trenzas.

→ Los etnomodelos que identificamos en las explicaciones de los artesanos sobre las trenzas, que se diferencian ligeramente de los vistos anteriormente. En particular haremos hincapié en el sistema QRS (Barton, 2008) y en el lenguaje asociado que los artesanos desarrollan y utilizan para organizar la elaboración de las trenzas y comunicarse sobre ella.

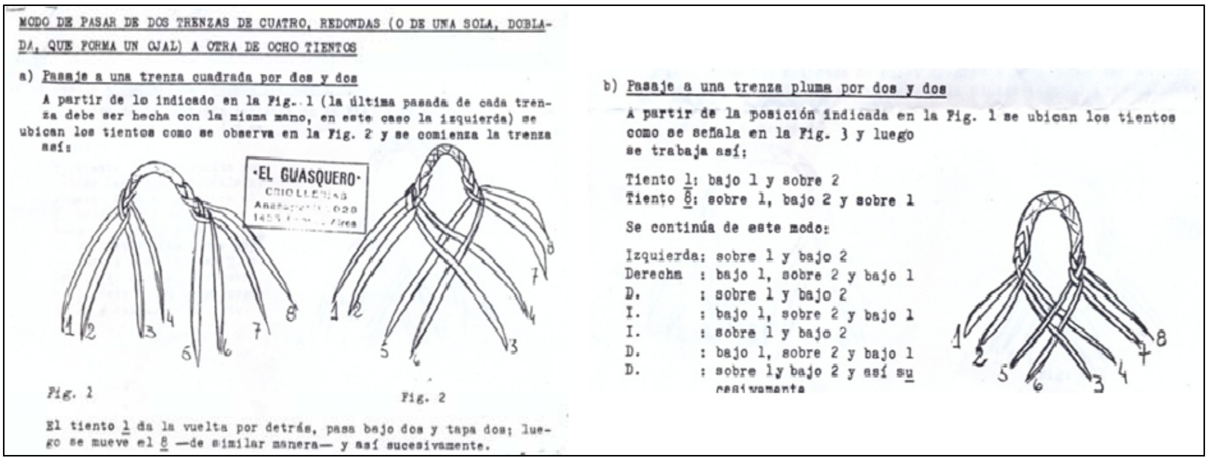
En el proceso de realización de las trenzas se distinguen *dos fases*. La primera caracteriza el principio, cómo se van disponiendo los tientos cuando se empieza el trabajo, la *disposición inicial*. La fase sucesiva es la del *trenzado* propiamente dicho, que consiste en ir tejiendo la trama de la trenza según unos patrones establecidos y de forma reiterativa.

Los etnomodelos (Rosa y Orey, 2012), como ya describimos en el artículo anterior, emergieron del proceso de aprendizaje de la investigadora-aprendiz. Inicialmente destacamos dos etnomodelos empleados por los artesanos y, en un segundo momento, cuando ya se puso la atención en las actuaciones de los artesanos y se realizaron las entrevistas, se confirmó la existencia de un tercero (Tabla 4.1).

Etnomodelos	**Descripción**
Etnomodelo D (dibujo)	Dibujo, o serie de dibujos, que representa los tientos que se van trenzando.
Etnomodelo SB (Sobre/Bajo)	Secuencia de pasadas que describen el proceso de trenzado: la mano que trenza (I o D) y el recorrido del tiento, respecto a los otros tientos, (p. ej. S2 B1).
Etnomodelos R (Reglas)	Las múltiples reglas, o patrones matemáticos, que rigen el etnomodelo SB. Permiten inventar nueva trenzas, reconocer si las pasadas describen una trenza que *salga bien*, o que termina saliendo igual que otra.

Tabla 4.1. *Descripción de los etnomodelos para las trenzas*

Etnomodelo D (D de Dibujo): aquí son protagonistas las representaciones icónicas ya que un dibujo refigura los tientos a punto de ser trenzados. Los tientos se dividen en dos subconjuntos, uno a la derecha (las rectas de los tientos tienen pendiente positiva /) y uno a la izquierda (las rectas con pendiente negativa \) según la mano que los sujeta (Figura 4.2). El proceso se representa con una secuencia de dibujos que indican los momentos sucesivos del trenzado. Los elementos simbólicos que pueden acompañar a los dibujos son las etiquetas de los tientos con letras o números. Se suele recurrir a este etnomodelo generalmente para la fase de la disposición inicial y cuando se explica a aprendices principiantes.



MODO DE PASAR DE DOS TRENZAS DE CUATRO, REDONDAS (O DE UNA SOLA, DOBLADA, QUE FORMA UN OJAL) A OTRA DE OCHO TIENTOS

a) Pasaje a una trenza cuadrada por dos y dos

A partir de lo indicado en la Fig. 1 (la última pasada de cada trenza debe ser hecha con la misma mano, en este caso la izquierda) se ubican los tientos como se observa en la Fig. 2 y se comienza la trenza así:

Fig. 1

Fig. 2

El tiento 1 da la vuelta por detrás, pasa bajo dos y tapa dos; luego se mueve el 8 —de similar manera— y así sucesivamente.

b) Pasaje a una trenza pluma por dos y dos

A partir de la posición indicada en la Fig. 1 se ubican los tientos como se señala en la Fig. 3 y luego se trabaja así:

Tiento 1: bajo 1 y sobre 2
Tiento 8: sobre 1, bajo 2 y sobre 1

Se continúa de este modo:

Izquierda: sobre 1 y bajo 2
Derecha : bajo 1, sobre 2 y bajo 1
D. : sobre 1 y bajo 2
I. : bajo 1, sobre 2 y bajo 1
I. : sobre 1 y bajo 2
D. : bajo 1, sobre 2 y bajo 1
D. : sobre 1 y bajo 2 y así sucesivamente

*Figura 4.2***.** Material proporcionado por los artesanos A y B con dibujos de trenzas, una cuadrada (a) y una chata (b).

Etnomodelo SB (SB de Sobre/Bajo): aquí prevalece el lenguaje simbólico (Bruner, 1984; 1988), se basa en la convención implícito-tácita de que *se trenza el tiento externo del lado de la mano que trabaja*. La mano que trabaja se indica con I de Izquierda y D de Derecha. Un tiento externo trabaja una *pasada* hasta llegar a su nueva posición, después se pasa a otro tiento externo, el de la otra mano -para las trenzas más comunes (Tabla 4.1)-, o el nuevo externo del mismo lado -para las trenzas patrias, donde se trabaja dos veces con la misma mano (Figura 4.3)-. La pasada siempre es hacia el centro, partiendo del mismo extremo del tiento que trabaja, cuando la trenza es chata (se dice impropiamente *por delante*), mientras que si la trenza es redonda o cuadrada se *pasa por detrás* y se empieza a contar los tientos de la pasada por el extremo opuesto. En particular, si la pasada es, por ejemplo S2 B1, esto significa sobre (S) dos tientos, cubriéndolos a la vista de quien trenza, y bajo (B) un tiento, escondiendo el tiento que trabaja por debajo, con respecto a quien trenza, contando siempre desde el extremo hacia el centro.

Trenzas de tientos impares	Etnomodelo SB artesanal
Trenza de 3	I D ~ I D S1 S1 B1 B1
Trenzas de 5	I D I D S2 S1 S1 B1 S1 B1
Trenzas de 7	I D I D S3 S3 S2 B1 S2 B1 I D I D S1 B2 S1 B2 S1 B1 S1 S1 B1 S1

Tabla 4.2. *Tabla ejemplificadora del etnomodelo SB para trenzas de tientos impares*

A veces S y B se sustituyen con los símbolos más “+” y menos “-” (Figura 4.3). Se suele utilizar este etnomodelo para la fase del trenzado, cuando se manejan un número de tientos elevado (más de 4 o 6) y cuando se supone que los interlocutores ya tienen cierto manejo de la labor de trenzar.

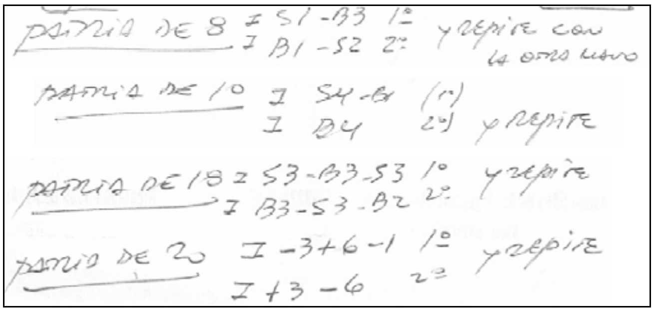


*Figura 4.3***.** Material proporcionado por el artesano B con pasadas de trenzas patrias.

Consideramos que en este etnomodelo SB se desarrolla un sistema QRS (Barton, 2008) propio que el gremio artesanal acepta y maneja para describir las trenzas y es compartido por los artesanos, porque lo pudimos observar también en algunas publicaciones propias de la comunidad artesanal soguera (Osornio, 1934).

Etnomodelos R (R de Reglas): estos etnomodelos abarcan las observaciones de los artesanos acerca de reglas lógicas que rigen los patrones numéricos que se repiten en el trenzado, o las relaciones que se establecen entre el número de tientos y las trenzas posibles con esa cantidad de tientos. Podemos considerar estos etnomodelos como de un nivel superior o más complejo ya que para manejarlos se necesita llegar a una comprensión profunda del lenguaje del etnomodelo SB y cierto grado de abstracción de tipo matemático combinatorio.

Proporcionamos algunos ejemplos que comentaron los artesanos.

→ El reconocimiento de los patrones que rigen el lenguaje artesanal permite inventar trenzas útiles, porque respectar esos patrones implica que la trenza respeta unas pautas de simetría y por ende es resistente. Esto se debe a que una trenza que no respeta esas pautas -según los artesanos- *es fea y no sirve*, porque es más débil, se rompe, ya que los tientos se tensan de manera distinta.

→ Al aumentar el número de tientos aumentan las posibilidades de realizar diferentes trenzas y esto involucra un pensamiento combinatorio. Sin embargo, algunas trenzas terminan siendo iguales, como las dos trenzas de 3 en la primera fila de la Tabla 4.2.

→ Hay relaciones numéricas entre el número de tientos y la suma de los tientos que se involucran en una pasada según el tipo de trenza (chata, redonda o patria), además estas relaciones son muy diferentes si el número de tientos con los cuales se trabaja es par o impar. En particular, con un número n impar de tientos las pasadas de las trenzas chatas suelen involucrar (n-1)/2 tientos (Tabla 4.2).

Cabe destacar que el etnomodelo S/B, ejemplificado en la Tabla 4.2, junto con las reglas o patrones que acabamos de mencionar, constituyen el lenguaje artesanal al cual hacemos referencia en el Artículo 5 (Capítulo 6) y que será el contenido del taller que proponemos en la formación docente.

4.4 COMENTARIOS FINALES

El estudio recién relatado nos permite responder con más conocimiento de causa a algunos interrogantes dejados abiertos en el ciclo precedente. La formulación del pensamiento matemático artesanal con el soporte de los etnomodelos nos proporciona suficiente información para confirmar la hipótesis de que la modelización matemática realizada en el MOM es una proyección matemática sobre la práctica y no es situada en la artesanía soguera, sin embargo ha sido el soporte del conocimiento etnomatemático de la investigadora que le ha capacitado para realizar una interpretación situada, en la fase posterior.

Además, la gran diferencia en las formas de trenzar de estas dos artesanías, que se refleja en la diversidad de formas de pensar matemáticamente esta práctica, nos ha dado un conocimiento que ha permitido modificar el propósito planteado en el primer artículo de buscar una forma única de modelizar las artesanías de trenzado. Desde la Etnomatemática valoramos las diversas formas de pensar matemáticamente que cada gremio desarrolla y consideramos enriquecedor estudiar estas diversas formas respecto a la perspectiva émica.

Entonces estos estudios sobre las artesanías de los primeros ciclos de la espiral proporcionan el tema concreto alrededor del cual desarrollar los talleres, pero de ellos, en particular por el cambio de perspectiva que acabamos de mencionar, surge también la reflexión alrededor de la naturaleza de las matemáticas que se vuelve el propósito de las intervenciones en la formación docente, diseñadas para la segunda parte de la investigación constituida por los últimos dos ciclos paralelos de la espiral etnográfica.

En otras palabras, *el potencial educativo* al que nos referimos en el propósito general PG.1 de la sección 1.3 del Capítulo 1, al principio se veía en relación a algún contenido matemático del currículo, como podía ser la definición de grafo que se incluye en el MOM, pero durante el proceso de investigación su significado se mueve hacia un interés por la reflexión sobre qué es matemáticas. Así pues se establece cual es este *potencial educativo desde la perspectiva etnomatemática*: el trabajo con matemáticas en artesanías de trenzado ofrece la posibilidad de concienciar e incidir sobre las concepciones respecto a la naturaleza de las matemáticas.

.

PARTE 2

IMPLICACIONES EDUCATIVAS

INTRODUCCIÓN

Los siguientes dos capítulos, constituidos por los últimos dos artículos que componen esta memoria de tesis doctoral (Figura P.2), abarcan las investigaciones de impronta educativa que involucran unas intervenciones en la formación docente para lograr el propósito PG.2 y responden al objetivo general OG.3 de explicitar y caracterizar las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas de profesores en formación y en activo tras la participación en talleres sobre las matemáticas en unas artesanías de trenzado.

El trabajo que se presenta en los dos capítulos se realiza de manera paralela en cuanto a los tiempos y al desarrollo de la metodología de análisis.

Será de interés poner a confrontar los dos estudios, si bien no se pretende compararlos por las diferencias entre los talleres propuestos y los contextos de intervención.

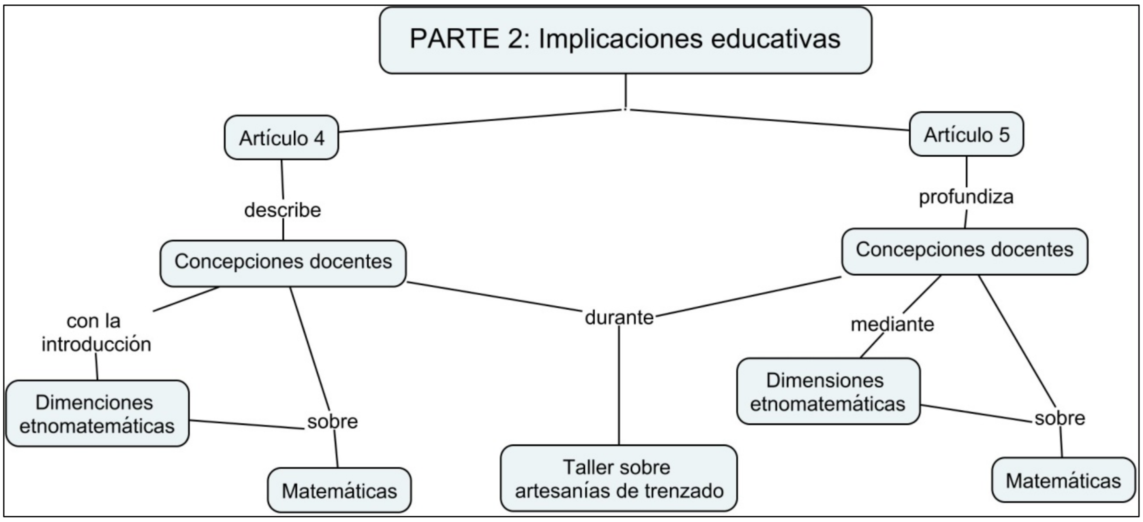


Figura P.2. Organigrama de la Parte 2.

CAPÍTULO 5

CONCEPCIONES DESDE LA ETNOMATEMÁTICA I

5.1 PRESENTACIÓN

El Artículo 4 describe el estudio representado por el tercer ciclo (uno de los dos paralelos) de la espiral etnográfica (Figura 5.1).

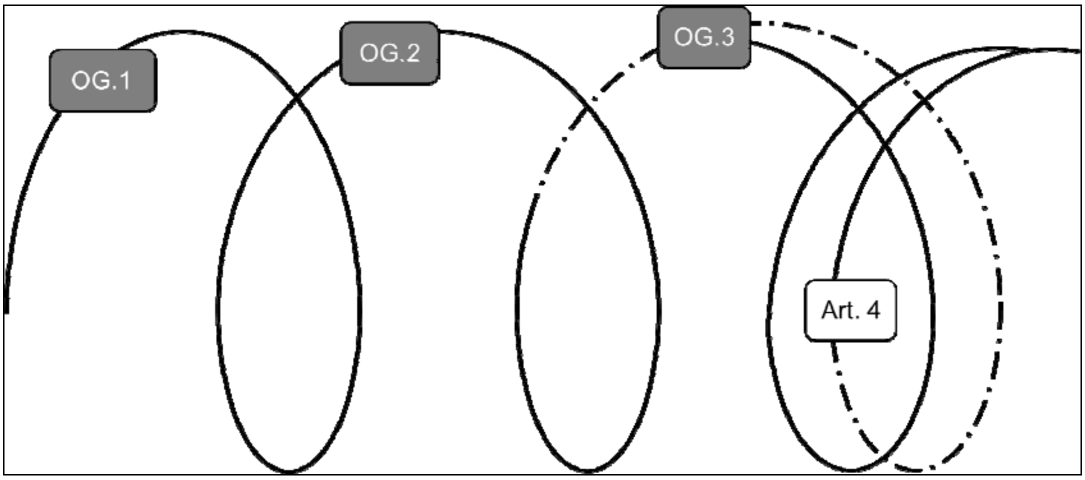


Figura 5.1. Espiral etnográfica que organiza la investigación. En línea discontinua se indica lo que corresponde al tercer ciclo, uno de los dos paralelos, que se relata en el Artículo 4.

A partir de los resultados de la investigación del primer ciclo de la espiral, se propone una intervención en la formación docente bajo la forma de un taller que se inserta en un curso de la Carrera de Profesorado en Matemáticas de la Universidad de Buenos Aires.

En particular, el taller -inspirado en un proceso de creación de la modelización dentro de la comunidad del gremio artesanal- se orienta hacia la *sección horizontal* del MOM, la modelización matemática con grafos, del instrumento que desarrollamos en los Artículos 1 y 2 (Capítulos 2 y 3), partiendo de la aplicación a un ejemplar de la artesanía de Salta fácil de elaborar, cuyo grafo es la *cruz simple* y que se describe en la publicación de Albanese, Oliveras y Perales (2012) que se encuentra en el anexo A.2 Artículo 7. La idea es no proporcionar a los participantes en el taller las informaciones sobre la implicación de los grafos, simplemente se les enseña de manera *enactiva* -es decir, mostrándoles cómo se hace a través de la acción- la elaboración de la trenza en cuestión con el uso de la *carta*, y se les deja crear representaciones de esta labor, primero individualmente y después en pareja y de manera consensuada. En un momento posterior a la puesta en común de las representaciones consensuadas de cada pareja se introduce y trabaja con la modelización con grafos.

Cabe aclarar que aquí consideramos la modelización matemática como el proceso de elaboración de un modelo matemático, entendido este como un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que traduce el fenómeno en cuestión (Albanese, Oliveras y

Perales, 2012), para comprenderlo y poder actuar sobre ello, controlándolo y eventualmente modificándolo.

El modelo se apoya en una representación del fenómeno real cuyo interés es simplificarlo, detectando las características (o variables) de relevancia a considerar para el modelo. La construcción de un modelo suele partir de la elaboración de una representación del fenómeno para después desarrollar las relaciones matemáticas que permiten comprenderlo y controlarlo, a través de un proceso de validación continuo con la realidad.

En la publicación que sigue, distinguimos entre la modelización del MOM, que ha pasado por un proceso de validez por la comunidad artesanal y produce un modelo cuyos patrones y reglas se utilizan para manejarse en la realización de las trenzas, de las representaciones que elaboran los participantes, que son intentos de simplificar el fenómeno, pero sin llegar a desarrollar el conjunto de relaciones matemáticas necesarias para que sea un modelo efectivo para la comprensión y control del proceso de trenzar.

Volviendo al taller, el propósito es que los participantes vivencien unos momentos del proceso de estudio de las trenzas y levanten cuestiones sobre la naturaleza de las matemáticas. El objetivo de la investigación que se presenta, realizada a través de una etnografía educativa del taller, es caracterizar las concepciones de los participantes sobre las matemáticas que se manifiestan durante el taller.

5.2 ARTÍCULO 4.

Albanese, V., y Perales, F. J. Concepciones de profesores de matemáticas en formación y en activo desde una perspectiva etnomatemática. *En proceso de evaluación por la revista Cultura y Educación.*

Concepciones de profesores de matemáticas en formación y en activo desde una perspectiva etnomatemática.

Beliefs of pre–service and in service mathematics teachers from an ethnomathematical perspective.

Veronica Albanese

Francisco Javier Perales

Resumen

La perspectiva etnomatemática implica cambios epistemológicos sustanciales en la concepción de las matemáticas respecto a la tradición positivista. En esta investigación nos centramos sobre un taller diseñado y desarrollado bajo la perspectiva etnomatemática para profesores en formación y en activo, analizando sus observaciones relacionadas con las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas que manifiestan tras la participación en dicho taller. Para ello identificamos unas dimensiones características de la Etnomatemática y las utilizamos para analizar las observaciones de los participantes que consideramos como evidencia de sus concepciones. Finalmente formulamos una "hipótesis de progresión" para interpretar las referidas concepciones en relación a su mayor o menor acercamiento a las dimensiones propias de la Etnomatemática.

Palabras clave: etnomatemática, formación de profesores, concepciones, taller docente.

Abstract

The ethnomathematical perspective implies important epistemological changes about the conception of mathematics respect to the positivist tradition. In this research we focus on a workshop for pre-service and in-service teachers designed and developed under an ethnomathematical perspective, analysing their observations concerning the conception about the nature of mathematics that they manifest after the participation in the mentioned workshop. We identify some dimensions that characterize the Ethnomathematics and we use them to analyse the participants' observations that we consider as evidences of their beliefs. Finally we formulate a "hypothesis of progression" to interpret the aforementioned beliefs in relation to their degree of approach to the specific dimensions of ethnomathematics.

Keywords: Ethnomathematics, teacher education, conceptions, teacher workshop.

Agradecimientos

Al Ministerio de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de España, que hizo posible esta investigación concediendo una Beca FPU (código de referencia AP2010–0235) a la doctoranda V. Albanese de la Universidad de Granada.

1. Planteamiento

La Etnomatemática hunde sus raíces en diversos estudios antropológicos sobre las matemáticas de pueblos indígenas y nace para reconocer y describir las ideas y prácticas de diferentes grupos culturales, pueblos originarios pero también gremios y comunidades con características definidas (D'Ambrosio, 1985; Barton, 1996). Más tarde, en el intento de dar sentido a la confrontación de diferentes perspectivas etnomatemáticas, su propósito se extiende hasta abordar una visión amplia del conocimiento matemático en relación con su desarrollo en las distintas culturas (D'Ambrosio, 2012) a fin de explicar por qué y cómo individuos diversos revelan diferentes intereses, talentos, habilidades y estrategias para generar, organizar y compartir dicho conocimiento. Esta nueva perspectiva se alimenta de las contribuciones de diversas disciplinas que comparten una postura relativista (Oliveras y Albanese, 2012) y de diferentes perspectivas teóricas como la cognición situada y el constructivismo (Ruiz-Bikandi y Camps, 2007).

1.1 Antecedentes

Debido a los cambios epistemológicos que implica la perspectiva etnomatemática, muchos investigadores –nosotros entre ellos– llevan a cabo seminarios, cursos y talleres de Etnomatemática para la formación docente, con el objetivo común de concienciar a los docentes sobre la naturaleza de las matemáticas como producto social y cultural y, directa o indirectamente, incidir en sus concepciones o creencias epistemológicas. Exponemos algunos ejemplos precedentes en orden cronológico.

- ✓ Oliveras (1996), en su amplio trabajo de investigación doctoral, utiliza la realización de Microproyectos sobre artesanías andaluzas en cursos de formación de profesores, persiguiendo, entre otros, el objetivo de "concienciar a los futuros profesores de sus creencias sobre la naturaleza del conocimiento matemático" (p. 172). A este propósito muestra que los futuros profesores manifiestan cambios de concepciones respecto a las matemáticas y a sus entornos de aprendizaje, logrando nuevas concepciones en donde se integran "tanto los conocimientos del entorno cultural como los aportes tecnológicos y del lenguaje formal" (p. 236).

- ✓ Gerdes (1998) reflexiona sobre la necesidad de despertar la consciencia de las bases sociales y culturales de las matemáticas en la formación docente. En el contexto mozambiqueño, apunta a la importancia de que los futuros docentes aprendan a reconocer raíces matemáticas en su propia cultura y en las otras culturas africanas.

- ✓ Presmeg (1998) persigue en sus cursos que los futuros docentes estadounidenses tomen conciencia de que la matemática es un producto cultural y eso implica que aprendan a afirmar, valorar y aprovechar en su futura vida profesional los asuntos relativos a la diversidad cultural y a la relación de la matemática con la realidad social.

- ✓ Aroca (2010) consigue en su seminario sobre Etnomatemática que los estudiantes colombianos se dieran cuenta de “que no existe una sola matemática y que las matemáticas son un producto cultural que tiene sentido, para ‘la gente de la calle’, solo en contextos particulares” (p. 94).
- ✓ Gavarrete (2012), en un curso con maestros en formación de entornos indígenas de Costa Rica, promueve concepciones relativistas sobre las matemáticas que integren el conocimiento tradicional académico con el conocimiento cultural indígena aplicado a diversas actividades de la vida cotidiana de dichas comunidades.

1.2 Objetivo

Siguiendo la línea marcada por estos autores, llevamos a cabo un taller para un grupo de profesores en formación y en activo de la Universidad de Buenos Aires, con el propósito de incidir en sus concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas.

El objetivo de la investigación se concreta en analizar las observaciones de estos profesores relacionadas con las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas tras el taller propuesto.

Para ello identificaremos en la perspectiva etnomatemática unas dimensiones que la caracterizan y que utilizaremos para analizar las observaciones de los participantes que consideramos como evidencia de sus concepciones.

Finalmente formulamos una hipótesis de progresión del desarrollo de las concepciones de los profesores en formación (García, 1999) y en activo según la incorporación de las dimensiones mencionadas.

1.3 Relevancia

El contexto geográfico de la investigación es Buenos Aires por dos razones: 1) el taller se centra en una artesanía argentina y 2) las orientaciones legislativas argentinas en el ámbito de la educación se asientan en principios que son compartidos con la Etnomatemática. Resumimos aquí este segundo punto que abordamos con más amplitud en otra publicación (Albanese, Santillán y Oliveras, 2014) y más adelante detallaremos el taller.

En el año 2006 se aprueba en Argentina la ley de Educación Nacional, vigente en el momento de esta investigación. En los documentos legislativos se promueve un modelo de enseñanza–aprendizaje que refleje la construcción del conocimiento por parte de los científicos profesionales. Esto conlleva la participación activa por parte del alumnado, el trabajo en equipo, la exploración y la modelización de la realidad, el desarrollo de un sentido crítico hacia la información recibida. Además se promueven contenidos curriculares socialmente significativos y contextualizados en un continuo diálogo con la realidad y la vida cotidiana; se apuesta por una integración equilibrada de los saberes socioculturales con el saber universal, abriendo espacios para la valorización de los conocimientos locales, de la cultura de los pueblos originarios pero también de las comunidades rurales y de los gremios.

Asimismo existen investigaciones sobre las concepciones o creencias de formadores y profesores en activo y en formación que destacan cierto desequilibrio entre los propósitos legislativos y la realidad. Una encuesta a los 696 formadores de profesores de matemáticas de todo el territorio argentino revela la importancia que muchos reconocen en proporcionar una concepción de las matemáticas como un producto histórico, cultural y socialmente construido; sin embargo, en la misma encuesta se pone de manifiesto la discrepancia entre estas intenciones y las actuaciones de los formadores, por ejemplo cuando en los cursos de historia de las matemáticas terminan valorando más el aspecto motivacional en lugar de la reflexión epistemológica (Sessa, 2011).

Otra encuesta a 35 docentes del Profesorado en Matemática de la Universidad Nacional del Noreste Argentino revela que casi el 70% muestra una marcada postura formalista en cuanto a sus creencias sobre la naturaleza del conocimiento (Caputo y Denazis, 2010). Asimismo, un estudio con docentes y estudiantes de la carrera de formación del profesorado de secundaria de una Universidad pública argentina destaca que los docentes de disciplinas específicas (matemáticas, biología, educación física), a diferencia de los de las disciplinas pedagógicas, poseen una concepción de la enseñanza más bien tradicional, focalizada en el docente, el conocimiento y la transmisión, y que ésta es la concepción que los estudiantes manifiestan (De la Cruz, Pozo, Huarte y Scheuer, citados en Briceño, 2013).

2. Marco Teórico

Nuestro propósito es estudiar las concepciones de profesores en formación y en activo en relación con la visión que la Etnomatemática proporciona respecto a la naturaleza de la matemática. Para esto en los siguientes párrafos nos centramos en:

- → las dimensiones de la Etnomatemática que poseen implicaciones en forjar una concepción constructivista y relativista de las matemáticas.
- → la noción de concepción o creencia.

2.1 Etnomatemáticas: dimensiones e implicaciones educativas

En los siguientes párrafos consideramos los aportes de algunos investigadores etnomatemáticos para sistematizar las diversas dimensiones que proponemos y que resultan fundamentales para nuestro trabajo. Cabe destacar que estas dimensiones están profundamente interconectadas y que su separación se realiza solo para manejarlas a la hora de diseñar la experiencia que aquí describimos y analizar posteriormente los datos. Además veremos cómo investigadores etnomatemáticos han señalado las directrices que cada dimensión implica para el contexto educativo, ciñéndonos a la formación docente.

Dimensión práctica

En la definición de Etnomatemática (D'Ambrosio, 2008) como los estilos, artes y técnicas (Ticas) de explicar, entender, gestionar y conectar con (Matema) el entorno natural y social (Etno), se apunta al conocimiento matemático como instrumento de comprensión y manejo de la realidad. Dicho conocimiento se desarrolla en respuesta a la necesidad de tomar decisiones, y surge a partir de representaciones y modelos de la realidad que responden a la percepción del tiempo y del espacio (D'Ambrosio, 2008). La matemática es entonces una forma de conocer para desempeñar las actividades cotidianas, actuar en el contexto que nos rodea, controlándolo para eventualmente modificarlo.

En esta dimensión práctica confluyen elementos de las dimensiones conceptuales y cognitivas que define D'Ambrosio (2008) y que se refieren respectivamente a las matemáticas como instrumento para representar y modelizar la realidad, y a las matemáticas como estructuras organizativas de la experiencia; además reconocemos el primer nivel del concepto de multimatemáticas vivas de Oliveras (2006) que concibe la matemática como una forma personal de pensar que dirige las acciones del individuo.

Respecto al contexto educativo, esta dimensión práctica implica desarrollar la relación de la matemática con la realidad, valorizando su origen en las prácticas concretas del quehacer cotidiano, así como su utilización para la manipulación del entorno dado que favorece experiencias significativas que ajustan contenidos y patrones de instrucción a los intereses y estilos de aprendizaje de los estudiantes (Shirley, 2001). Metodológicamente se promueve una nueva manera de aprender que involucra la experiencia directa y la investigación (D'Ambrosio, 2008), se vivencian las actitudes matemáticas, el contacto y la participación en la indagación matemática (Oliveras, 1996; Presmeg, 1998) para desarrollar habilidades críticas hacia el entorno. Estas últimas consideraciones son ampliamente reconocidas cuando se habla de las ciencias en general pero difícilmente aceptadas cuando se trata de matemáticas.

Dimensión social

Barton (2012) propone interpretar la matemática como un sistema de significados a través del cual un grupo de personas da sentido a cantidad, relaciones y espacio. Los sistemas son construidos por comunidades que comparten una misma visión de la realidad y consensúan códigos comunes. Esta perspectiva valora la importancia del lenguaje que permite la comunicación dentro del grupo y se fundamenta en las reflexiones teóricas de Barton (2012) y Knijnik (2012), que coinciden en indicar a Wittgenstein como filósofo de referencia y a su "juego de lenguaje" como concepto clave para mirar a las matemáticas como sistema, como lenguaje socialmente compartido y cuya exploración tiene que centrarse en el funcionamiento y el uso. Además, esta visión hunde sus raíces en el concepto de comunidad de práctica desarrollado por Lave y Wenger (1991).

En esta dimensión social confluyen el segundo nivel de multimatemáticas vivas de Oliveras (2006), que concibe las matemáticas como producto sociocultural, elaborado por personas que interactúan en un medio social y llegan a consensuar el uso de un sistema de normas y significados compartidos. Asimismo entran en juego los elementos de la dimensión política de D'Ambrosio (2008, 2012), dado que en la comunicación y el proceso que lleva al consenso están involucrados factores de poder.

Las implicaciones para el contexto educativo están ligadas al constructivismo social, es decir, a una metodología que valore la construcción del conocimiento con el trabajo en pequeños grupos llegando al acuerdo sobre una interpretación compartida de las experiencias (Aroca, 2010; Oliveras, 1996; Presmeg, 1998).

Dimensión cultural

La Etnomatemática establece una relación profunda entre las matemáticas y las culturas. Partimos de la idea de que el locus de la matemática es la mente colectiva de la especie humana; el origen de la matemática se sitúa en la cultura, el cuerpo de conductas y pensamientos de la humanidad (White, citado en Gavarrete, 2012).

Uno de los elementos clave de esta postura es que existen diferentes matemáticas y que sus diferencias dependen precisamente de las diversas culturas en donde se constituyen. Desde el punto de vista filosófico se acepta una forma de relativismo que permite la coexistencia de diferentes matemáticas. D'Ambrosio (2008) se refiere principalmente a una visión histórica, esto significa que admite una evolución de las matemáticas debida al desarrollo en el tiempo de las culturas; sin embargo, Barton (2012) insiste en la necesidad de justificar filosóficamente que existen *contemporáneamente* diferentes matemáticas, y que estas no están subordinadas unas a las otras, es decir, que no existe una jerarquía de desarrollo.

Cabe destacar que estas matemáticas, si bien aparecen como diferentes, tienen algo en común que nos permite llamarlas a todas matemáticas. D'Ambrosio (2008), como Bishop (1999), reconoce que toda matemática se genera a partir de unas actividades universales comunes a todas las culturas –contar, medir, localizar, etc.–, mientras Barton (2008) indica cantidad, espacio y relaciones como aspectos de la realidad a los cuales hacen referencia los diversos sistemas. Además, ambos (Barton, 2012; D'Ambrosio, 2012) resuelven este asunto de una doble forma: por un lado, observan que la realidad –el entorno que es punto de partida para la generación de matemáticas– es la misma, a pesar de que es vista e interpretada de forma diferente por los esquemas culturales; por otro lado, apuntan a la dinámica de los encuentros entre culturas, es decir, cuando dos sistemas culturales distintos entran en contacto, las maneras de comunicar y de practicar se van trasladando de un sistema a otro y puede que estos se fusionen. Según Barton (2012) el hecho de que prevalezcan elementos de un sistema no depende de ningún criterio externo de validez, sino solo del proceso humano, y aquí D'Ambrosio (2008) apunta el rol del poder. Knijnik (2012) afirma una posible inconmensurabilidad entre las distintas matemáticas y utiliza el concepto de *semejanzas familiares* de Wittgenstein para justificar las analogías que comparten todas las matemáticas.

En esta dimensión cultural confluyen la dimensión histórica –con las aclaraciones del párrafo anterior– y la dimensión epistemológica de D'Ambrosio (2008), además de elementos de la dimensión política porque se involucra el rol del poder. Hay influencia del tercer nivel de multimatemáticas vivas de Oliveras (2006), aunque este se reinterpreta de forma mucho más amplia: Oliveras (2006), fotografiando la sociedad occidental, describe que el proceso a través del cual un conocimiento se convierte en ciencia está a cargo de la cultura académica. Nosotros apuntamos a abrir perspectivas y reconocer el valor de ciencia también a conocimientos que son validados por otras culturas, que pueden tener otros criterios de validez, otras lógicas, otras racionalidades.

Para el contexto educativo estas reflexiones conducen a introducir propuestas que trabajen con grupos culturales que mantienen diferentes visiones de las matemáticas, abordando la variedad de contenidos, pensamientos y aportes matemáticos de los mismos (Shirley, 1998). Ello podría permitir abordar trabajos de investigación sobre algún aspecto del bagaje cultural propio o de una cultura cercana al entorno de los estudiantes, así como promover el desarrollo de ideas matemáticas a partir de ello (Bishop, 1999; Gavarrete, 2012; Oliveras, 1996). En el trabajo de campo se aprende la importancia para el aprendizaje de los factores socioculturales –como el contexto, las relaciones interpersonales, la motivación, las necesidades y las oportunidades– (Gerdes, 1998).

En la Figura 1 presentamos un esquema de las dimensiones recién definidas en relación a las dimensiones de D'Ambrosio (2008) y la visión de multimatemáticas vivas de Oliveras (2006).

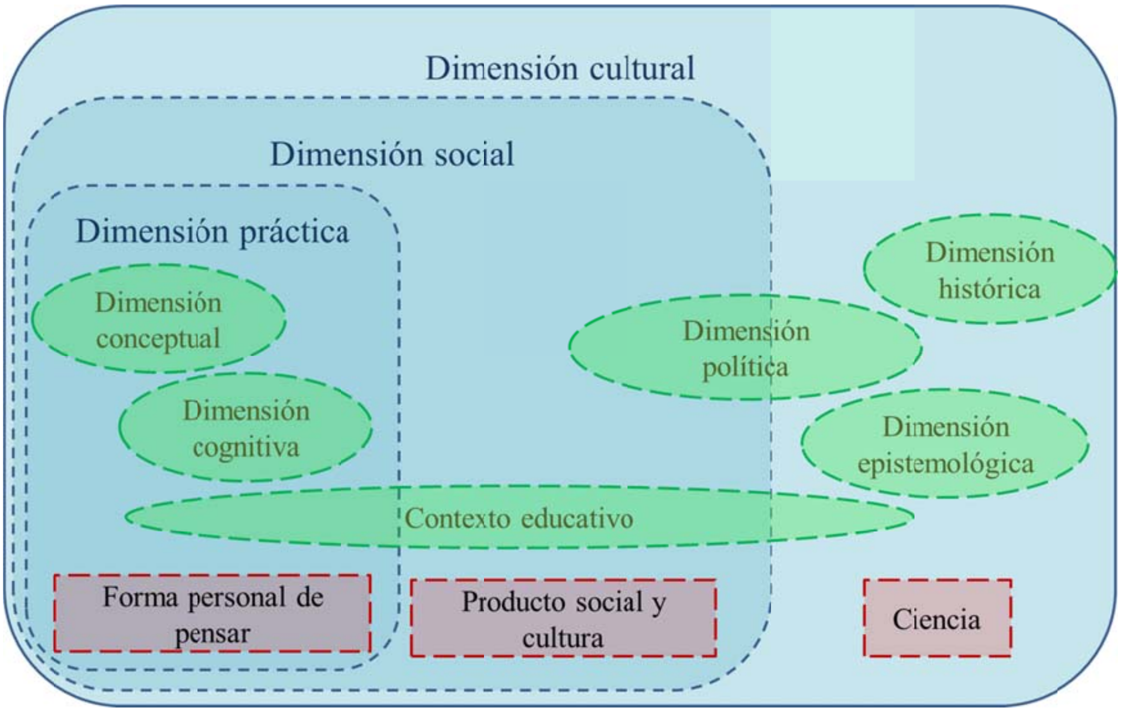


Figura 1. Esquema de relaciones entre las dimensiones de la Etnomatemática de D'Ambrosio (2008), los niveles de multimatemáticas vivas de Oliveras (2006), y las dimensiones que consideramos en nuestro trabajo.

Finalmente notamos que las dimensiones práctica y social son compartidas con otros enfoques socioculturales de la Educación Matemática, como la Educación Matemática Crítica (Valero y Skovsmose, 2012), la Socioepistemología (Cantoral, 2013) y la Teoría de la Objetivación (Radford, 2013), mientras la dimensión cultural es característica de la perspectiva etnomatemática.

2.2 Concepciones sobre la naturaleza del conocimiento

Para delinear el concepto de creencia o concepción hay que aclarar su relación con el conocimiento. Insertándose en la visión de Ponte (1994), que afirma que creencias y concepciones son parte del conocimiento, Ponte y Chapman (2006) proponen las siguientes definiciones:

- ✓ Conocimiento: unas redes de conceptos, imágenes y habilidades inteligentes del ser humano.
- ✓ Creencias: las verdades personales inconvertibles que son idiosincráticas, derivadas de la experiencias o de la fantasía, con un fuerte componente afectiva y evaluativa.
- ✓ Concepciones: la estructura organizativa subyacente de los conceptos, con una naturaleza esencialmente cognitiva.

Integrando las visiones de Pajares (1992) con las de Ponte (1994) podemos establecer que las creencias no requieren consistencia interna, son más inflexibles y menos dinámicas que otras partes del conocimiento, tienden a perpetrarse a pesar de contradicciones causadas por el tiempo, la escuela, la razón o la experiencia; las concepciones son estructuras organizativas subyacentes, el substrato conceptual, y se estructuran en sistemas de representaciones que se adquieren a lo largo del proceso de transmisión cultural. Pajares (1992) resalta la connotación afectiva y valorativa de las creencias ligadas a los sentimientos en relación a la experiencia con el objeto de las creencias y afirma que el carácter afectivo, evaluativo y episódico de las creencias hace que se conviertan en filtros a través del cual todo nuevo fenómeno se interpreta. Ambas, creencias y concepciones, juegan un papel esencial en el pensamiento y en la acción. Nosotros, como otros autores (por ejemplo Briceño, 2013), optamos por no distinguir aquí entre creencias y concepciones.

Existen dos elementos claves para lograr un cambio de creencias: la duda y la evidencia (Cooney, 2001). Una vez que hay una duda, se aceptan las condiciones para construir una evidencia. El elemento de duda es una pieza esencial en ese proceso. Ahora, ¿qué tipo de experiencias pueden producir evidencias para un cambio? Las experiencias son unos de los principales elementos para formar las creencias, que se refuerzan y consolidan si la experiencia es coherente con ellas. Cuando se presenta una contradicción entre experiencias y creencias se crea una duda y esta genera nuevas ideas. Las ideas son las producciones del individuo que trata de resolver la contradicción y son evidencias de un cambio de creencia en curso (Peña y Flores, 2005).

Marín y Benarroch (citados en Briceño, 2013) distinguen las creencias sobre naturaleza de la ciencia (NdC), sobre aprendizaje de la ciencia (AdC) y sobre enseñanza de la ciencia (EdC). La investigación que aquí presentamos se centra en creencias sobre naturaleza de la ciencia y, en particular, sobre las matemáticas.

3. Metodología de la investigación

3.1 El taller

El taller que realizamos se inserta en la línea propuesta por Oliveras (1996): se centra en el estudio de un signo cultural, es decir, un rasgo o elemento de una cultura o microcultura determinada que contenga algún potencial matemático, para después diseñar tareas y realizar actividades alrededor del signo.

El signo cultural que elegimos es una artesanía de la región de Salta en Argentina; su potencial matemático ha sido indagado en investigaciones anteriores (Oliveras y Albanese, 2012; Albanese, Oliveras y Perales, 2014). La investigación etnográfica en el entorno artesanal ha proporcionado una modelización matemática del trenzado que presenta grandes posibilidades para su uso educativo (Albanese, Oliveras y Perales, 2012).

El taller se diseña como una sesión de un curso para profesores en formación y en activo; se valida con una experiencia piloto previa, realizada en un curso de Etnomatemática del Máster en Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada impartido por la Dra. Oliveras, y, concretamente, se lleva a cabo con un grupo de 14 participantes, compuesto por los 12 estudiantes y las dos profesoras, del curso optativo de “Taller de Modelización y Producción Matemática” de la carrera de Profesorado en Matemáticas de la Universidad de Buenos Aires.

Se emplea una metodología innovadora de corte investigativo en donde los participantes construyen y consensúan una modelización creativa de la realización de un trenzado simple. La innovación está tanto en la metodología, basada en la experiencia directa y en el trabajo en pequeños grupos, como en el contenido que dirige la atención hacia tareas concretas. La construcción de fichas de trabajo y de material manipulativo toma inspiración del trabajo de Gavarrete (2012) y Oliveras y Gavarrete (2012).

El taller se organiza en tres momentos, cada uno centrado en una o más fichas (Cuadro 1): (A) presentación de la Etnomatemática a través de la puesta en común de observaciones sobre la lectura de fragmentos seleccionados de varios autores (Barton, 1996; Bishop, 1999; D’Ambrosio, 2008; Gerdes, 1996); (B) realización y representación de trenzas; (C) puesta en común de observaciones finales sobre el trabajo realizado y sus implicaciones epistemológicas, acompañada por un cuestionario final abierto con 5 preguntas.

El momento central (B), focalizado en la actividad artesanal, se compone de 4 fases. Cada fase se caracteriza por una interacción distinta entre los participantes: primero se trabaja de forma individual, después los participantes trabajan en pequeños grupos y al final los grupos interaccionan para la puesta en común de los resultados de cada grupo (Cuadro 1). Estas son descritas a continuación.

A. Reflexión introductoria: interacción entre todos los participantes.
B. Actividad práctico–creativa:
- Fase 1. Descripción de la realización del trenzado: individual.
- Fase 2. Representación creativa consensuada: en pequeños grupos.
- Fase 3. Confrontación de las representaciones y de la modelización artesanal: interacción entre los grupos.
- Fase 4. Reconocimiento patrones trenzas de 8 para inventar trenzas de 16: interacción entre todos e individual.

C. Reflexión conclusiva: interacción entre todos los participantes.

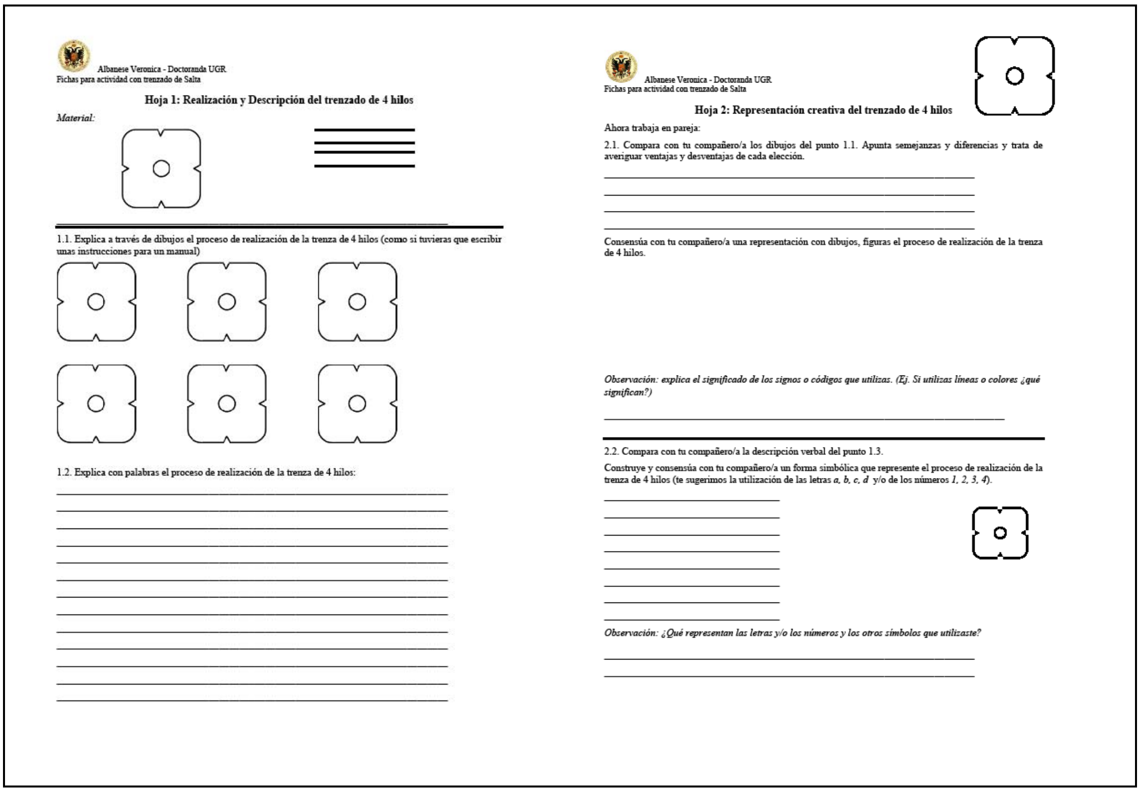
Cuadro 1: Desarrollo de la actividad con las interacciones

Fase 1: se proporcionan a los participantes las herramientas necesarias para la realización de un trenzado simple (Albanese, Oliveras y Perales, 2012). Entonces se les solicita que, individualmente, describan el proceso, primero de manera gráfica–icónica y después con palabras (Hoja 1 de la Figura 2).

Fase 2: se realiza una representación creativa dirigida hacia la construcción de una modelización (Hoja 2 de la Figura 2), es decir, a partir de la descripción individual realizada anteriormente, los participantes llegan a un consenso dentro del grupo sobre una representación icónica y después simbólica que sintetice y describa el proceso de trenzado, para ello reflexionan críticamente sobre las ventajas y limitaciones de las decisiones tomadas en la utilización de las notaciones.

Fase 3: en la puesta en común de las representaciones consensuadas se promueve una nueva reflexión sobre las decisiones tomadas por cada grupo. Finalmente se presenta la modelización artesanal del trenzado de 4 hilos que involucra el concepto matemático de grafo.

Fase 4: Se propone a los participantes la modelización artesanal de tres trenzas de 8 hilos (Albanese, Oliveras y Perales, 2012): el reconocimiento de patrones en los grafos que las representan les permite después inventar grafos de trenzas de 16 hilos.



Albanese Veronica - Doctoranda UGR
Fichas para actividad con trenzado de Salta

Hoja 1: Realización y Descripción del trenzado de 4 hilos

Material:

1.1. Explica a través de dibujos el proceso de realización de la trenza de 4 hilos (como si tuvieras que escribir unas instrucciones para un manual)

1.2. Explica con palabras el proceso de realización de la trenza de 4 hilos:

Albanese Veronica - Doctoranda UGR
Fichas para actividad con trenzado de Salta

Hoja 2: Representación creativa del trenzado de 4 hilos

Ahora trabaja en pareja:

2.1. Compara con tu compañero/a los dibujos del punto 1.1. Apunta semejanzas y diferencias y trata de averiguar ventajas y desventajas de cada elección.

Consensúa con tu compañero/a una representación con dibujos, figuras el proceso de realización de la trenza de 4 hilos.

Observación: explica el significado de los signos o códigos que utilizas. (Ej. Si utilizas líneas o colores ¿qué significan?)

2.2. Compara con tu compañero/a la descripción verbal del punto 1.3.

Construye y consensúa con tu compañero/a un forma simbólica que represente el proceso de realización de la trenza de 4 hilos (te sugerimos la utilización de las letras *a, b, c, d* y/o de los números *1, 2, 3, 4*).

Observación: ¿Qué representan las letras y/o los números y los otros símbolos que utilizaste?

Figura 2. Las Hojas 1 y 2 diseñadas para la actividad práctico–creativa.

En las fases de la actividad se reflejan las dimensiones mencionadas anteriormente: dado que las creencias se forman con la experiencia (Cooney, 2001), los participantes vivencian las dimensiones práctica, social y cultural. En la Fase 1 y 4 se hace hincapié en la dimensión práctica de las matemáticas como herramienta para entender la realidad y organizar la experiencia; en la Fase 2 se pone énfasis en la dimensión social de consensuar y compartir las producciones matemáticas dentro de la comunidad; mientras en la fase 3 se insiste en la dimensión cultural, en las diferentes formas de pensar matemáticamente y se reconoce a la cultura artesanal como una cultura creadora de conocimiento.

3.2 Enfoque de la investigación

La investigación se plantea como una etnografía educativa, es decir, una etnografía de pequeños grupos de trabajo o de clases (Goetz y LeCompte, 1988). Se elige la etnografía por su afinidad con la perspectiva etnomatemática, así como por el interés de investigar actitudes, opiniones y creencias de la gente (Woods, 1987).

3.3 Instrumentos

Los datos recogidos consisten en grabaciones audiovisuales, después trascriptas, notas de campo de la investigadora que dirige la actividad, hojas de evaluación de las dos profesoras del Curso y fichas de trabajo de todos los participantes que incluyen el cuestionario abierto. Esta variedad de datos, característica de las investigaciones cualitativas y en particular de la etnografía, es fundamental para garantizar la triangulación y por consiguiente la validez de la investigación (Goetz y LeCompte, 1988).

Consideramos las observaciones de los participantes como evidencias de las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas, de forma análoga a las ideas de Peña y Flores (2005). Realizamos un análisis cualitativo de los datos basado en el análisis de contenido (Cabrera, 2009) de las transcripciones y de las respuestas al cuestionario final con el apoyo del programa MAXQDA7.

Los códigos descriptivos son inductivos. Las categorías de orden superior determinadas por las dimensiones práctica, social y cultural se obtienen a través de un proceso cíclico inductivo–deductivo: su observación y primer esbozo nace durante un pre–análisis o "análisis especulativo" (Woods, 1987, p. 136), y su refinamiento se realiza en contraste con los fundamentos teóricos mencionados anteriormente que, a su vez, están organizados por estas dimensiones.

4. Resultados y su análisis

Describimos algunos resultados sobre la puesta en común inicial con las observaciones a las lecturas (Fase A, Cuadro 1); algunos resultados sobre la puesta en común final con observaciones orales (Fase C, Cuadro 1); y, con más detalle, presentamos los resultados sobre las respuestas escritas al cuestionario final. En el análisis nos centramos en los aspectos relacionados con las dimensiones de la Etnomatemática que mencionamos en el marco teórico, señaladas ahora como categorías *Práctica, Social* y *Cultural*.

4.1 La puesta en común inicial

En la Figura 3 se representan los resultados del análisis de la puesta en común inicial en donde los participantes manifiestan sus observaciones a las lecturas propuestas sobre Etnomatemática. Los códigos de los participantes se utilizan para conservar el anonimato de estos. Aclaramos que "Di" y "Ve" son las profesoras del curso.

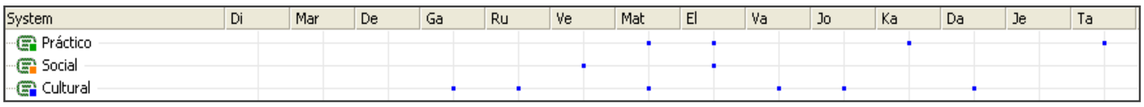


Figura 3. Matriz de códigos generada por MAXQDA7 para la puesta en común inicial entre las categorías *Práctica-Social-Cultural*, en las filas, y los participantes, en las columnas (quien no tiene marcas es porque no interviene).

Seis participantes reconocen que la Etnomatemática estudia las distintas matemáticas que surgen en las culturas–la categoría *Cultural*– pero todos hacen referencia al texto propuesto sin manifestar opiniones. Algunos ponen énfasis en la relación de la matemática con situaciones reales –la categoría *Práctica*–, mencionando ejemplos de su experiencia personal; uno nombra el interaccionismo –categoría *Social*– como construcción colectiva del conocimiento (concepto ausente en las lecturas propuestas). Destacamos que solo 2 participantes hacen observaciones que ponen en relación explícitamente varias dimensiones y, en ambos casos, sucede en relación al problema educativo: uno observa que diversos gremios (médicos y psicólogos) utilizan diferentes matemáticas según las necesidades contextuales que su profesión les impone; otro manifiesta que la construcción social de la matemática está ligada a situaciones que surgen en distintos contextos concretos y sugiere aprovecharlos para despertar el interés de los estudiantes, para proporcionarles un "*para qué sirve*" la matemática.

Destacamos que solo unos pocos participantes, que ya venían con inquietudes provenientes de experiencias anteriores, realizan observaciones profundas y manifiestan dudas, críticas y comentarios personales a los documentos propuestos.

4.2 La puesta en común final

La figura 4 muestra que la puesta en común posterior a la actividad es mucho más rica.

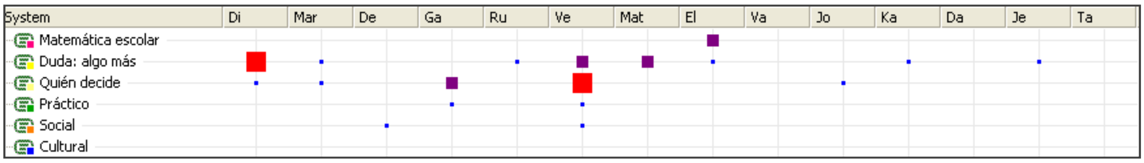


Figura 4. Matriz de códigos para la puesta en común final, generada por MAXQDA7. En las columnas se representan los participantes, en las filas los códigos definidos para esta puesta en común (los que no entran en las categorías definidas) y las categorías Práctica-Social-Cultural (quien no tiene marcas es porque no interviene).

Aquí se manifiestan códigos relacionados con el surgir de *dudas*, evidencia que muestra la existencia de un choque entre las concepciones de los participantes y las nuevas dimensiones introducidas con el taller (Cooney, 2001). Una intervención defiende con insistencia partir y centrarse en la matemática escolar y en los conceptos que esta define. Varios participantes (8/14), en contraposición a este comentario, consideran que la matemática es *algo más* respecto a la concepción escolar-académica y que va *más allá* de los conceptos; alguien formula explícitamente la pregunta *¿qué es matemáticas?* Esta cuestión conlleva la problemática, destacada por algunos (5/14), de *quién decide* si en una práctica dada hay matemática y cuál es la autoridad que lo determina, si la comunidad misma o un observador externo. Estas mismas preguntas existen en la literatura teórica de la Etnomatemática y varios investigadores las responden de diversas formas (Rosa y Orey, 2012; Barton, 2008; Albanese y Perales, 2014).

Finalmente reconocemos dos observaciones que ponen énfasis en la matemática como instrumento para sistematizar la experiencia y para resolver problemas reales (categoría *Práctica*), y dos observaciones a propósito de que las ideas surgen en la interacción y se necesita acuerdo (categoría *Social*). No se denotan observaciones sobre la categoría *Cultural*, a pesar de ser la más presente en la puesta en común inicial. Esto avala lo que ya advertimos anteriormente: la dimensión cultural parece haber sido percibida pero no interiorizada por los participantes.

4.3 El cuestionario abierto

En la tabla 1 resumimos los códigos inductivos, obtenidos en el análisis del cuestionario final, distribuidos por ítem y por categoría.

Ítem / Categoría	1. Pensamiento matemático	2. Naturaleza matemática	3. Aspectos Etnomatemática	4. Metodología	5. Potencialidades
Práctica	*→Modelizar situación real*	*→Modelizar cotidiano* *→Patrones*	*→Experiencia, investigación* *→Matemática de la práctica*	*→Experiencia concreta* *→Motivador*	*→Cotidiano para escolar* *→Matemática de/para realidad*
Social	*→Acuerdo*	*→Construcción social*	*→Colectivo y consenso*	*→Grupo*	*→Interacciones sociales*
Cultural		*→Otras matemáticas*	*→Distintas matemáticas*	*→Punto de vista distinto*	*→Pensar distinto*

Tabla 1. *Tabla de los códigos inductivos de las respuestas al cuestionario, reagrupadas por categoría–dimensión y por respuesta*

Describiremos a continuación los códigos inductivos elaborados por cada ítem de acuerdo a lo que se observa en la Figura 5, que recoge su presencia en las respuestas de los participantes.

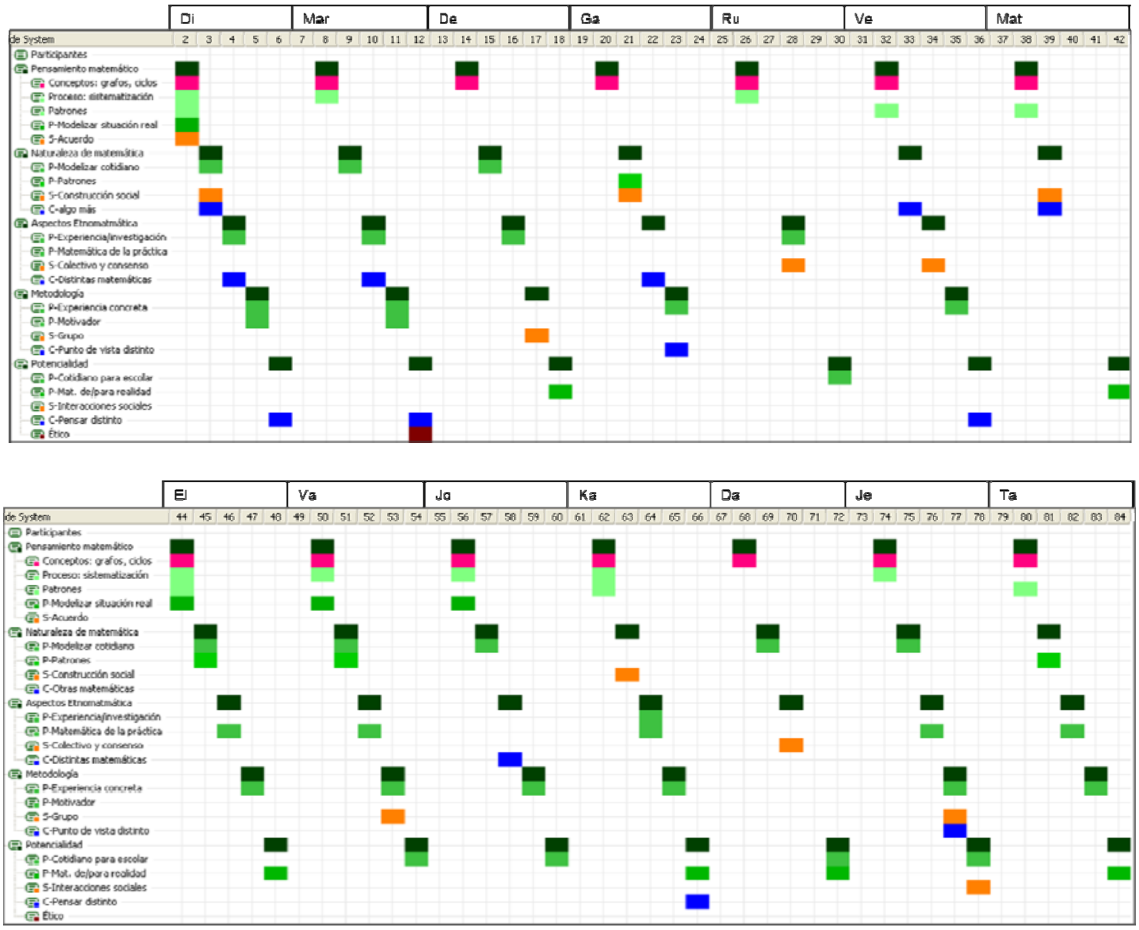


Figura 5. Delineador de códigos generado por el MAXQDA7 para las respuestas al cuestionario abierto final. En las columnas se muestran los participantes y en las filas los códigos, reagrupados por pregunta. Nótese que a cada celda se le asocia un color verde si el código correspondiente pertenece a la categoría Práctica, naranja si pertenece a la categoría Social y azul si pertenece a la categoría Cultural.

1 ¿Qué pensamiento matemático has puesto en juego al realizar, representar e inventar trenzas?

Los 14 participantes comienzan enumerando los *conceptos* matemáticos: *grafos* y elementos de *combinatorias* como permutaciones. Pero solo 3 de ellos se limitan a eso. Los otros 11 amplían la respuesta detallando *procesos* como generalización, modelización, sistematización (8/14) y el reconocimiento y la aplicación de *patrones*, relaciones y regularidades. En ambos casos queda implícita, pero existe, una conexión con el mundo real; 4 de estos participantes hacen después referencia explícita a la matemática como herramienta para *modelizar una situación real* y prever el comportamientos de casos más generales (categoría *Práctica*). Destacamos una sola observación que manifiesta la categoría *Social*, indicando la presencia de distintas representaciones y la importancia de establecer un *acuerdo*.

2 ¿Qué implicaciones sobre la naturaleza de las matemáticas conlleva esta actividad?

Diez participantes de los 13 que contestan a esta pregunta observan que la actividad evidencia la importancia de la matemática para modelizar situaciones cotidianas, representar la realidad y también reconocer y controlar las relaciones y los patrones para manejar casos generales (categoría *Práctica*). Cuatro participantes destacan la categoría *Social*: la matemática es una ciencia socialmente construida, es intrínseca a la actividad humana, se transforma a lo largo de la historia y reconocen el rol de las instituciones en indicar dónde existe matemática. Finalmente, 3 participantes manifiestan evidencias de la categoría *Cultural*: 2 de ellos indican que hay que considerar *algo más* de la matemática *escolar y clásica*, y uno insiste en la convivencia de diferentes representaciones valorando la forma de pensar de cada uno.

3 ¿Qué aspectos trabajados desde la Etnomatemática has vivenciado?

Diez de los 13 participantes contestan a esta pregunta. Como elementos de la Etnomatemática destacan, respecto a la categoría *Práctica*, la experiencia directa y la investigación (5 de ellos) y el partir de un elemento concreto como una artesanía para evidenciar la capacidad de la matemática de reflexionar sobre la realidad (6 de ellos). Dos respuestas apuntan a la categoría *Social*, valorando el trabajo en pequeños grupos y la construcción colectiva a través del consenso. Por último, en 4 respuestas hay evidencia de la categoría *Cultural* en término de la existencia de otros saberes, no escolares pero igualmente útiles, ligados a ciertas prácticas y desarrollados en determinadas culturas según sus necesidades y tradiciones.

4 ¿Considerás[7] que has "experimentado" un proceso de enculturación? ¿Qué aspectos de la experiencia te parecieron relevantes en relación a la metodología de trabajo?

Diez de las 11 respuestas a esta pregunta se centran en la importancia de la categoría *Práctica*: partir de lo concreto, empezar de una experiencia práctica y real como es la de realizar trenzas poniéndose en el lugar de los artesanos, uno de ellos reconociendo explícitamente como enculturación la investigación de un signo cultural. Dos participantes destacan además la fuerte componente motivadora de la experiencia. Tres participantes opinan sobre el peso del carácter interpersonal del trabajo en pequeños

[7] Conjugación característica en Argentina para la segunda persona singular "vos".

grupos y la construcción de un consenso (categoría *Social*). Dos respuestas hacen referencia a la categoría *Cultural* reconociendo la valoración de la existencia de diversos puntos de vista y distintas maneras de construir conocimiento.

5 ¿Qué potencialidad con fines educativos ves en este tipo de trabajo?

Destacamos la variedad de observaciones que caracterizan las 13 respuestas a esta pregunta. De las 10 que insisten en la categoría *Práctica* reconocemos dos líneas, 5 respuestas apuntan a la posibilidad de partir de un tema práctico y situaciones concretas variadas para introducir temas escolares, 6 respuestas (en un caso se presentan los dos códigos) indican las potencialidades de este tipo de actividad para presentar la matemática como realmente útil en situaciones cotidianas y para evidenciar la matemática intrínseca en ciertas prácticas concretas. Un solo participante valora las potencialidades de las interacciones sociales (categoría *Social*) y 4 participantes formulan observaciones sobre la categoría *Cultural*: la importancia de aprender a pensar distinto (abrir la mente), en el sentido de fomentar la creatividad, apreciar la variedades de ideas emergentes y desestructurar la forma de dar clase del profesorado. Finalmente destacamos la formulación ética de una respuesta que indica esta actividad como medio de inclusión para culturas minoritarias (color rojo).

Reconocemos que, en general, los códigos de las categorías *Social* y *Cultural* están mucho menos presentes que los de la categoría *Práctica*, como se denota en la Figura 5, y volviendo a las respuestas se nota que, especialmente la dimensión cultural, se manifiesta en las observaciones siempre de forma más o menos indirecta, las ideas vienen delineadas pero no completamente desarrolladas.

4.4 La hipótesis de progresión del desarrollo de las concepciones

Analizamos ahora la presencia de las categorías *Práctica, Social* y *Cultural* en las respuestas de cada participante (Figura 5).

Por la forma en que van apareciendo evidencias de las dimensiones social y cultural en las observaciones de los participantes, avanzamos una *hipótesis de progresión* del desarrollo de las concepciones (García, 1999) en relación al grado de incorporación de las dimensiones descritas.

Resaltamos la fuerte presencia de códigos de la categoría *Práctica* en todos los participantes y notamos el equilibrio de aparición de las categorías *Social* y *Cultural* que contrasta con nuestro inicial análisis teórico, que parecía sugerir una subordinación de la dimensión social respecto a la cultural. En la Tabla 2 se describen las etapas propuestas.

	Etapa 1	Etapa 2	Etapa 3	Etapa 4
Descripción	Presentan muchas evidencias de aspectos relativos a la dimensión práctica, pero falta el reconocimiento de las otras dimensiones, o estas no vienen aceptadas.	Surgen *dudas* sobre la concepción académica de la matemática y hay un primer acercamiento a las dimensiones social y cultural, pero estas son más bien esbozadas.	Manifiestan un cambio: levantan inquietudes hacia la búsqueda de un *algo más* en la concepción de las matemáticas y después integran nociones teóricas con la experiencia práctica, resolviendo las inquietudes generadas para formular implicaciones educativas de las nuevas dimensiones.	Presentan concepciones relativistas que parecen asentadas desde antes: hay un alto nivel de interiorización de las tres dimensiones que se demuestran profundamente articuladas entre ellas.

Tabla 2. *Descripción de las etapas de desarrollo de las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas*

1. Dos participantes se encuentran en esta etapa ("Ta" y "El"): en sus respuestas manifiestan solo códigos de la categoría *Práctica*. Nos llama la atención el caso de "El" que parece rechazar las dimensiones social y cultural, de hecho ausentes en su cuestionario: a pesar de la inicial preocupación por las implicaciones educativas relacionadas con la dimensión social, su siguiente intervención en la puesta en común es a favor del reconocimiento de la sola matemática académica.
2. Seis participantes presentan en la puesta en común final categorías relacionada a las dudas y, en las respuestas al cuestionario, apenas perfilan elementos de las dimensiones social o cultural en una sola respuesta.
3. Tres participantes ("Mar", "Je", "Ka") en la puesta en común reconocen que la matemática va *más allá* de lo académico y manifiestan observaciones relacionadas con las categorías social y/o cultural en dos respuestas al cuestionario y –excepto uno– presentan ambas categorías.
4. Tres participantes realizan observaciones sobre las dimensiones social y cultural en 3 o más respuestas. Durante la puesta en común, generan el dilema sobre *quién decide* lo que es, o no es, matemática y esto demuestra una buena interiorización de las concepciones relativistas. En las respuestas al cuestionario se detecta una elevada articulación de las tres dimensiones que se presentan, además, bien interrelacionadas. Mientras dos son las profesoras del curso, cuya experiencia y reflexión es bien profunda de acuerdo a su trayectoria, evidenciamos el caso de "Ga" que en la puesta en común final y en las respuestas al cuestionario insiste en los puntos de vistas distintos determinados por la cultura y el entorno.

5. Reflexiones Finales

Consideramos que con el análisis realizado hemos cumplido el objetivo de examinar las concepciones de los profesores en formación y en activo que participaron en el taller a través del estudio de las observaciones orales y escritas que realizaron. Para alcanzar el objetivo ha sido fundamental la definición de las dimensiones práctica, social, cultural que, desde la Etnomatemática, nos han proporcionado las herramientas para interpretar las observaciones de los profesores. La concreción de estas dimensiones pensamos que constituye un logro de la fundamentación teórica del trabajo y su utilidad ha sido después confirmada en el análisis de los datos, ya que nos han permitido describir en su casi totalidad las observaciones de los participantes.

Destacamos que el taller sobre la modelización del trenzado se ha revelado un entorno muy fructífero para que los participantes tomaran conciencia y realizaran observaciones que pusieran en evidencia sus concepciones sobre *qué es matemática*. Además, por la riqueza de la puesta en común y la variedad de las respuestas, podemos afirmar que talleres de este tipo permiten abarcar muchos aspectos de la amplia concepción de las matemáticas que se maneja desde la Etnomatemática.

Finalmente mencionamos una posible línea de continuación del trabajo respecto a la hipótesis de progresión que realizamos describiendo cuatro etapas según el grado de incorporación de elementos de las dimensiones definidas en las concepciones de los participantes.

Referencias

ALBANESE, V., OLIVERAS, M. L., & PERALES F. J. (2012). Modelización matemática del trenzado artesanal. *Epsilon*, *29*(81), 53-62.

ALBANESE, V., OLIVERAS, M. L., & PERALES, F. J. (2014). Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado: Aplicación de un Modelo Metodológico elaborado. *Bolema*, *28*(48), 1-20.

ALBANESE, V., SANTILLÁN, A., & OLIVERAS, M. L. (2014). Etnomatemática y formación docente: el contexto argentino. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *7*(1), 198-220.

ALBANESE, V., & PERALES, F. J. (2014). Pensar Matemáticamente: Una Visión Etnomatemática de la Práctica Artesanal Soguera. *RELIME*, *17*(3), en prensa.

AROCA, A. (2010). Una experiencia de formación docente en Etnomatemáticas: estudiantes afrodescendientes del Puerto de Buenaventura, Colombia. *Educaçao de Jóvens e Adultos, 28*(1), 87-96.

BARTON, B. (1996). Making sense of ethnomathematics: Ethnomathematics is making sense. *Educational Studies in Mathematics, 31*(1), 201-233.

BARTON, B. (2008). *The language of mathematics: Telling mathematical tales*. Melbourne: Springer.

BARTON, B. (2012). Ethnomathematics and Philosophy. In H. FORGASZ & F D. RIVERA (Eds.), *Towards Equity in Mathematics Education: Gender, Culture, and Diversity* (pp. 231-240). Berlin: Springer.

BISHOP, A. J. (1999). *Enculturación Matemática*. Barcelona: Paidós.

BRICEÑO, J. J. (2013). *La argumentación y la reflexión en los procesos de mejora de los profesores universitarios colombianos de ciencia en activo*. (Tesis doctoral inédita). Universidad de Granada, Granada.

CABRERA, I. (2009). El análisis de contenido en la investigación educativa: propuesta de fases y procedimientos para la etapa de evaluación de la información. *Pedagogía Universitaria, 14*(3), 71-93.

CANTORAL, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. Barcelona: Gedisa.

CAPUTO, L., & DENAZIS, J. M. (2010). Algunas concepciones epistemológicas de docentes de un profesorado en matemática. En H. BLANCO (Ed.), *Acta de la VIII Conferencia Argentina de Educación Matemática* (pp. 476-482). Buenos Aires: Sociedad Argentina de Educación Matemática.

COONEY, T. J. (2001). Considering the paradoxes, perils, and purposes of conceptualizing teacher development. En F. L. LIN, & T. J. COONEY (Eds.), *Making sense of mathematics teacher education* (pp. 9-31). Dordrecht: Kluwer Academic.

D'AMBROSIO, U. (2012). The Program Ethnomathematics: theoretical basis and the dynamics of cultural encounters. *Cosmopolis. A Journal of Cosmopolitics, 3-4*, 13-41.

D'AMBROSIO, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the learning of Mathematics, 5*(1), 44-48.

D'AMBROSIO, U. (2008). *Etnomatemática – Eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. México: Limusa.

GARCÍA, J. E. (1999). Una hipótesis de progresión sobre los modelos de desarrollo en Educación Ambiental. *Investigación en la escuela, 37*, 15-32.

GAVARRETE, M. E. (2012). *Modelo de aplicación de etnomatemáticas en la formación de profesores indígenas de Costa Rica.* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, Granada. Recuperado de http://www.redalyc.org/pdf/335/33524579005.pdf

GERDES, P. (1996). Ethnomathematics and mathematics education. En A. J. BISHOP (Ed.), *International handbook of mathematics education* (pp. 909-943). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

GERDES, P. (1998). On culture and mathematics teacher education*. Journal of Mathematics Teacher Education, 1*(1), 33-53.

GOETZ, J. P., & LECOMPTE, M. D. (1988).*Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Morata.

KNIJNIK, G. (2012). Differentially positioned language games: ethnomathematics from a philosophical perspective. *Educational Studies in Mathematics, 80*(1-2), 87-100.

LAVE, J., & WENGER, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. New York: Cambridge University Press.

OLIVERAS, M. L. (1996). *Etnomatemáticas. Formación de profesores e innovación curricular*. Granada: Comares.

OLIVERAS, M. L. (2006). Etnomatemáticas. De la multiculturalidad al mestizaje. En J. GIMÉNEZ, J. M. GOÑI, & S. GUERRERO (Eds.), *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 117-149). Barcelona: Graó.

OLIVERAS, M. L., & ALBANESE, V. (2012). Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado: un modelo metodológico para investigación. *Bolema, 26*(44), 1295-1324.

OLIVERAS, M. L., & GAVARRETE, M. E. (2012). Modelo de aplicación de etnomatemáticas en la formación de profesores para contextos indígenas en Costa Rica. *Relime, 15*(3), 339-372.

PAJARES, M. F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research*, *62*, 307-332.

PEÑAS, M., & FLORES, P. (2005). Procesos de reflexión en estudiantes para profesor de matemáticas. *Enseñanza de las ciencias, 23*(1), 5-6.

PONTE, J. P. (1994). Mathematics Teachers' Professional Knowledge. En J. P. PONTE & J. F. MATOS (Eds.), *Proceeding of the 18th PME International Conference, vol. 1* (pp. 195-210). Lisbon, Portugal.

PONTE, J. P., & CHAPMAN, O. (2006). Mathematics Teacher's Knowledge and Practice. En A. GUTIÉRREZ, & P. BOERO (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: past, present and future* (pp. 461-494). Roterdham: Sense.

PRESMEG, N. (1998). Ethnomathematics in Teacher Education. *Journal of Mathematics Teacher Education 1*(1), 317-339.

5.3 COMENTARIOS FINALES

En el cierre de este capítulo hacemos hincapié en la manera de realizar el análisis, mientras en el cierre del próximo capítulo pondremos a confrontar los resultados de las dos intervenciones en la formación docente.

Entonces aquí insistimos en la importancia de la definición de las dimensiones que identificamos en la Etnomatemática. Las dimensiones se definen a través de un proceso dialógico entre la teoría y el análisis, por ello consideramos las categorías asociadas a las dimensiones como emergentes del proceso de investigación pero con unas sustanciales raíces en la teoría. Las categorías son una herramienta potente de organización e interpretación de las concepciones de las matemáticas de los participantes miradas desde una perspectiva etnomatemática.

Este trabajo constituye un precedente significativo para quienes se proponen estudiar las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas desde una perspectiva etnomatemática y puede ser un punto de partida para identificar los cambios epistemológicos que el programa de Etnomatemática implica.

CAPÍTULO 6

CONCEPCIONES DESDE LA ETNOMATEMÁTICA II

6.1 PRESENTACIÓN

El Artículo 5 describe el estudio representado por el cuarto ciclo (uno de los dos paralelos) de la espiral etnográfica (Figura 6.1).

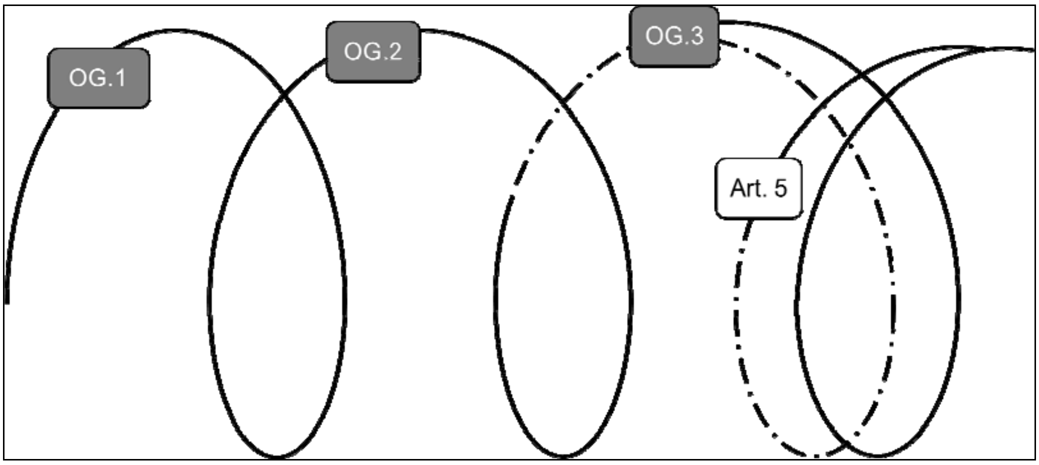


Figura 6.1. Espiral etnográfica que organiza la investigación. En línea discontinua se indica lo que corresponde al cuarto ciclo, uno de los dos paralelos, que se relata en el Artículo 5.

A partir de los hallazgos de la investigación del segundo ciclo de la espiral, se propone una intervención en la formación docente bajo la forma de un taller optativo organizado por el Espacio Pedagógico de la Universidad Nacional de La Plata.

En particular, el taller -inspirado por el proceso de descubrimiento del lenguaje artesanal durante la inmersión en el campo- se centra en el manejo del etnomodelo S/B de las trenzas que detallamos en la sección de *complementos a la publicación* del Artículo 3 (Capítulo 4), y que, en la publicación que sigue, denominamos también como lenguaje artesanal. Primero proporcionamos a los participantes unos hilos y la representación –según el etnomodelo S/B- de una trenza simple sin explicarles cómo interpretar este lenguaje. Después de unos intentos, cuando hayan elaborado unas hipótesis de interpretación, se les presentan representaciones de trenzas más complejas (con un número más elevado de hilos) para que comprueben sus hipótesis. Solo en un momento posterior, cuando ya muchos hayan descubierto cómo funciona el lenguaje, se les explica a todos y se trabaja con ello para estudiar los patrones y reglas (etnomodelo R) que rigen el modelo que se encuentra detrás de este lenguaje y utilizarlo para inventar nuevas trenzas.

En analogía al Artículo precedente, se analizan las concepciones sobre las matemáticas que se evidencias en las observaciones de los participantes, a través de las dimensiones *práctica, social y cultural* que identificamos y definimos en la perspectiva etnomatemática.

6.2 ARTÍCULO 5.

Albanese, V., Perales, F. J., y Oliveras, M. L. Matemática y lenguaje: concepciones de los profesores sobre las matemáticas, una mirada desde la etnomatemática. *En proceso de evaluación por la revista Educação e Pesquisa.*

Matemáticas y lenguaje: concepciones de los profesores sobre las matemáticas, una mirada desde la etnomatemática

Veronica Albanese

Francisco Javier Perales

María Luisa Oliveras

Resumen

El objetivo de la presente investigación es describir y analizar las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas de un grupo de docentes en formación y en activo de una universidad argentina, tras la participación en un taller sobre trenzado artesanal. En el taller se promueve una visión de las matemáticas bajo una perspectiva sociocultural, y en particular etnomatemática, presentando el lenguaje matemático utilizado por los artesanos. En el documento se destaca primero la importancia a nivel legislativo de la oportunidad de introducir elementos de la cultura (como la artesanía) en la educación y la necesidad de preparar a los docentes para ello. Tras el taller los participantes responden unas preguntas abiertas sobre las implicaciones de la actividad realizada en la naturaleza del conocimiento matemático. Aquí se presenta un primer análisis descriptivo de las respuestas de los docentes; después se realiza un análisis interpretativo. Se utilizan unas dimensiones que se han generado desde la teoría etnomatemática a fin de analizar las concepciones de los participantes sobre la naturaleza de las matemáticas bajo esta perspectiva sociocultural. Asimismo se proponen unas etapas que constituyen una hipótesis de progresión del desarrollo de las concepciones sobre las matemáticas.

Palabras clave: etnomatemática, formación de profesores, concepciones sobre matemática, artesanía.

Agradecimientos

Al Ministerio de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de España, que hizo posible esta investigación concediendo una Beca FPU (código de referencia AP2010–0235) en la Universidad de Granada.

1. Introducción

Esta investigación se enmarca en la perspectiva etnomatemática, una línea de investigación de la educación matemática que hunde sus raíces en los estudios antropológicos de las matemáticas practicadas en entornos culturales determinados (D'AMBROSIO, 2008).

En la segunda mitad del siglo XIX los antropólogos fueron conscientes de que entre las manifestaciones intangibles o inmateriales de las culturas se apreciaban también formas diversas de hacer matemáticas. Cuando entre los educadores matemáticos empezaron a difundirse las ideas promovidas por el constructivismo educativo y el relativismo epistemológico del conocimiento, algunos investigadores empezaron a mirar con gran interés estos antecedentes antropológicos. Los etnomatemáticos se dedican a descubrir estos quehaceres matemáticos que subyacen a la práctica de grupos culturales determinados, para después integrar estas diferentes formas de hacer y ver matemáticas en el sistema educativo.

En nuestra investigación nos proponemos trabajar esta relación que existe entre las manifestaciones culturales y la forma de hacer matemáticas, en concreto consideramos la elaboración de una artesanía de trenzado y la forma de conceptualizar esta práctica desarrollada por parte de ese gremio artesanal.

El objetivo de la presente investigación es describir y analizar las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas de un grupo de docentes en formación y en activo de la Universidad Nacional de La Plata (Argentina), tras la participación en un taller sobre trenzado artesanal.

Destacamos primero la importancia de este tópico a nivel legislativo, y después a partir de las recomendaciones de algunos expertos en el tema de patrimonio cultural sobre la oportunidad de trabajar elementos culturales en la educación y la necesidad de preparar a los docentes para ello. Revisaremos algunos conceptos teóricos para fundamentar la investigación y concretaremos las dimensiones que, desde una perspectiva etnomatemática, nos permitirán analizar las concepciones de los participantes sobre la naturaleza de las matemáticas. Asimismo propondremos unas etapas que constituirán una hipótesis de progresión del desarrollo de las concepciones sobre las matemáticas.

2. Relevancia y Justificación

2.1 Ley de Educación Argentina

Desde el año 1994 Argentina se ha declarado constitucionalmente como país multicultural y multiétnico, reconociendo la presencia de pueblos indígenas, garantizando el respecto de la identidad cultural y promulgando leyes para proteger la pluralidad cultural e impulsar el desarrollo de una educación intercultural (DE GUARDIA, 2013).

La ley de Educación Nacional del 2006 y los documentos relacionados con la reforma vigente en el momento del desarrollo de esta investigación impulsan una visión relativista del saber, entendiendo esta legislación como una integración equilibrada del saber universal con los saberes socioculturales locales, valorizando la cultura de los pueblos originarios y los conocimientos contextualizados de las comunidades rurales y de los gremios (ALBANESE; SANTILLÁN; OLIVERAS, 2014).

Además, en las directrices legislativas se promueve una visión constructivista de la educación asociando el proceso de enseñanza y aprendizaje al desarrollo del conocimiento por parte de los científicos. Esta perspectiva implica la participación activa de los estudiantes en la construcción del conocimiento, la introducción de contenidos significativos y relacionados con el contexto y la vida diaria, así como la investigación y modelización de la realidad del entorno (ALBANESE; SANTILLÁN; OLIVERAS, 2014).

La reforma educativa insiste en que un punto clave para la realización de estos cambios es la formación del profesorado. Por esto se plantea una reorganización de los institutos y programas de formación docente insertando o dando más espacios a asignaturas como, por ejemplo, Epistemología e Historia del conocimiento científico, y contenidos relacionados con metodologías experimentales y en conexión con la vida cotidiana (ALBANESE; SANTILLÁN; OLIVERAS, 2014).

2.2 Patrimonio cultural y educación

Ahora consideraremos cómo las prácticas artesanales, entre otros elementos del bagaje folclórico, representan un rol no secundario en la definición de la identidad cultural de un pueblo y destacaremos la importancia que se le puede otorgar a nivel educativo.

La UNESCO declara que uno de los cinco ámbitos de las manifestaciones del patrimonio cultural inmaterial o intangible es el de las técnicas artesanales tradicionales (ROTMAN, 2006). Por otro lado, De Guardia (2013) pone de manifiesto el interés que Argentina ha dedicado en el último siglo al rescate de su patrimonio cultural inmaterial, en particular el folclore. A este propósito citamos los subsidios que el fondo nacional proporciona a las investigaciones y a la producción artesanal, y mencionamos el impulso de mercados artesanales en todas las provincias, los más famosos en Buenos Aires. De hecho el autor referido sostiene que el patrimonio cultural no es lo que se conserva en los museos sino lo que se crea y recrea en cada manifestación -sea un plato de comida, una pieza de artesanía, una fiesta folclórica- en el continuo proceso de construcción de una identidad que involucra las tradiciones de los antepasados al servicio de situaciones del presente. Entonces la cuestión no es tanto preservar sino establecer políticas y acciones promovidas por el Estado que equilibren "la distribución de poder, permitiendo que las representaciones de distintos grupos sociales adquieran validez" (ROTMAN, 2006, p. 109). En el marco de estas políticas, nosotros consideramos que es importante la valoración de esta identidad a lo largo del proceso educativo.

El mismo De Guardia (2013), director y coordinador nacional del Consejo Federal del Folklore de Argentina (COFFAR), declara que para la salvaguardia del patrimonio cultural es imprescindible que sus usos sociales se reflejen en la esfera educativa. A este propósito, promueve la introducción de la Cultura Popular y la Tradición en la práctica educativa a todos los niveles, desde la primaria hasta la universidad, en pro de una educación emancipadora, pluralista y destinada a incluir e integrar a todos los sectores, especialmente a los más vulnerables. Y más, pone en guardia contra el minimizar el uso de prácticas folclóricas como expedientes para salir del paso en la organización de actos escolares u otras actividades extraescolares, y afirma que “desde la educación infantil al bachillerato, se debería impartir danza, música, artesanías, teatro, literatura, lingüística regional, comidas típicas o regionales” (De Guardia, 2013, p. 31). Finalmente llama la atención sobre la escasa preparación del corpus docente para la puesta en práctica de tales propuestas.

Y es justamente en el contexto de la formación de profesores, en particular de matemáticas, que planteamos nuestra intervención.

3. Marco Teórico

3.1 Antecedentes

Consideraremos los antecedentes que se han centrado sobre la introducción en el entorno educativo de algunos signos culturales pertenecientes al contexto donde se desarrolla el curso. Por signo cultural entendemos cualquier rasgo o manifestación, tangible o intangible –es decir material o inmaterial–, de una cultura presente en el contexto del centro, dominante o minoritaria, que se puede explotar a nivel educativo (OLIVERAS, 1996; GAVARRETE, 2012).

Uno de los primeros educadores matemáticos que propuso el empleo de elementos del contexto cultural del alumnado en la educación fue Allan Bishop (1999[8]). Este autor define el concepto de enculturación matemática como un modelo de educación basado en la idea de introducir al alumno en la cultura con metodologías por proyectos y trabajo en pequeños grupos.

Relataremos ahora experiencias, presentes en la literatura etnomatemática, que se refieren a talleres o cursos para la formación de profesores que se han llevado a cabo alrededor del potencial educativo de alguna manifestación cultural y cuyo objetivo era, entre otros, incidir en las concepciones de los participantes sobre la naturaleza de las matemáticas.

[8] Traducción al español del original en inglés del año 1991.

Oliveras (1996), en su trabajo doctoral, plantea actividades para la formación inicial de maestros de primaria a partir de un trabajo de corte investigativo y en pequeños grupos sobre algunas artesanías del contexto geográfico andaluz, logrando que los maestros cambien sus concepciones sobre las matemáticas integrando los conocimientos socioculturales con los académicos formales.

Presmeg (1998) desarrolla un curso para profesores en formación donde se trabaja en el aula con signos culturales presentes en la literatura y, además, cada futuro profesor investiga un elemento de su propio bagaje cultural. Esta autora consigue que los profesores tomen conciencia de que la matemática es un producto cultural.

En el curso llevado a cabo por Gerdes (1998) con futuros profesores en Mozambique se replantea la concepción de matemáticas a partir de la visión de los albañiles que construyen las casas y de los cálculos que realizan los guerrilleros para apuntar cuando disparan, insistiendo en la importancia de reconocer las raíces matemáticas en la cultura.

A los maestros originarios de los cabécares de Costa Rica, Gavarrete (2012) les propone trabajar actividades que involucran los clasificadores numéricos que caracterizan la forma de contar de esa cultura, con el fin de promover una visión relativista de las matemáticas que considere el conocimiento indígena además del académico.

En la formación de profesores en Israel, Massarwe, Verner y Bshouty (2010) fomentan una actividad creativa de construcción geométrica de las ornamentaciones islámicas para profundizar en conocimientos geométricos y superar las barreras culturales, valorando las contribuciones y la riqueza que cada cultura aporta al desarrollo de conocimientos matemáticos.

En esta investigación también nos proponemos desarrollar un taller alrededor de un signo cultural, eligiendo la elaboración artesanal del trenzado soguero típico de la provincia de Buenos Aires, Argentina. Unas investigaciones etnográficas previas en el entorno artesanal han permitido estudiar este signo y sus potencialidades para la educación (ALBANESE; OLIVERAS; PERALES, 2012; OLIVERAS; ALBANESE, 2012; ALBANESE; OLIVERAS; PERALES, 2014; ALBANESE; PERALES, 2014).

3.2 Fundamentos para el taller: desde los etnomodelos a las matemáticas como lenguaje

La Etnomatemática se interesa por la modelización matemática viéndola como una herramienta poderosa para penetrar en el pensamiento matemático del grupo cultural estudiado. El concepto clave para el análisis del trenzado artesanal en nuestra investigación previa (ALBANESE; PERALES, 2014) ha sido el de etnomodelos (ROSA; OREY, 2012). Estos son instrumentos pedagógicos que distintos grupos culturales desarrollan para facilitar la comprensión de sistemas de la realidad:

> [E]thnomodels are accurate external representations consistent with scientific knowledge, which is socially constructed and shared by the members of specific cultural groups. According to this perspective, the primary objective for developing ethnomodels is to translate the procedures involved in the mathematical practices

> present in the systems drawn from reality, which are symbolic systems organized by the internal logic of the members of these cultural groups (ROSA; OREY, 2012, p. 870).

En este sentido, uno de los etnomodelos que proceden de la investigación previa (ALBANESE; PERALES, 2014) proporciona un sistema simbólico que sigue la lógica propia de los artesanos para la práctica de trenzar. El taller se centra en presentar y trabajar con este nuevo sistema tratando de sacar a la luz su lógica y el porqué de esta.

A este sistema simbólico nos referimos más adelante como lenguaje artesanal porque el concepto clave para el desarrollo del taller es el de *sistema QRS* que define Barton (2008a, 2012) para llegar a conceptualizar las matemáticas como un lenguaje. Barton propone:

> Replac[e] the words 'mathematics' (or 'mathematical') with the phrase "(concerning) a system for dealing with quantitative, relational, or spatial aspects of human experience", or "QRS-system" for short. Thus any system that helps us deal with quantity or measurement, or the relationships between things or ideas, or space, shapes or patterns, can be regarded as mathematics (BARTON, 2008a, p. 10).

Es decir, este autor llega a identificar las matemáticas con el lenguaje que se utiliza para hablar de los aspectos cuantitativos, espaciales y relacionales de la realidad.

> [Mathematics] is the way we understand quantitative, spatial and relational aspects of our world – it is the language we use to speak of these things and understand them better. Under such a definition, any system that achieves this outcome might be legitimately regarded as mathematics, whether it is found in a school mathematics textbook or in an artisan's language and hands (BARTON, 2008b, p. 124).

Afirma que "Mathematics emerges from its communication" (BARTON, 2008a, p. 87), que los sistemas matemáticos se crean para que sea posible comunicarse sobre estos mismos y que, a través del lenguaje, las matemáticas son un producto sociocultural.

3.3 Fundamentos para la investigación: concepciones epistemológicas sobre las matemáticas.

En esta investigación nos planteamos abordar en la formación docente, a partir de un taller práctico, la concepción de las matemáticas desde una perspectiva no tradicional y, en particular, etnomatemática.

En la literatura científica encontramos varios estudios sobre las concepciones de los docentes. Considerando la clasificación realizada por Marín y Benarroch (2009) -que distinguen las creencias sobre naturaleza de la ciencia (NdC), sobre aprendizaje de la ciencia (AdC) y sobre enseñanza de la ciencia (EdC)- en nuestro análisis nos centramos únicamente en las concepciones sobre la naturaleza de la ciencia, entendiendo estas como las concepciones sobre la naturaleza, construcción y desarrollo del conocimiento, en nuestro caso matemático.

Estudiando los enfoques de investigación sobre creencias o concepciones acerca de la naturaleza de la ciencia, se encuentran tres líneas (MARÍN; BENARROCH; NÍAZ, 2013):

→ Enfoque epistemológico basado en la forma en que el conocimiento científico se genera, con sus valores y supuestos.

→ Enfoque cognitivo: basado en las ideas y supuestos que los estudiantes adquieren sobre la ciencia.

→ Enfoque Ciencia–Tecnología–Sociedad, basado en las actitudes.

Acorde con la visión de estos autores, compartimos con Briceño (2013) el asumir un enfoque híbrido entre lo epistemológico y lo cognitivo:

> [Consideramos] la NdC como un concepto amplio, que engloba multitud de aspectos, incluyendo cuestiones como qué es la ciencia; cuál es su funcionamiento interno y externo; cómo construye y desarrolla el conocimiento que produce; qué métodos emplea para validar y difundir este conocimiento; qué valores están implicados en las actividades científicas; cuáles son las características de la comunidad científica, qué vínculos tiene con la tecnología, la sociedad y la cultura, etc. (BRICEÑO, 2013, p. 53).

En síntesis, nos interesa la visión de los estudiantes respecto a qué es, cómo se genera, se valida y difunde el conocimiento.

Algunos autores diferencian las concepciones de las creencias. Por ejemplo Ponte (1994) y Ponte y Chapman (2006) afirman que las creencias son verdades personales derivadas de la experiencia o de la fantasía, que no requieren consistencia interna y juegan un papel afectivo y evaluativo, mientras las concepciones son estructuras organizativas subyacentes a los conceptos y son de naturaleza cognitiva, pero ambas condicionan fuertemente el pensamiento y la acción. Nosotros optamos por no distinguir entre creencias y concepciones.

Cooney (2001) concuerda en que la creencia implica una disposición a actuar de cierta manera bajo cierta circunstancia, determina el comportamiento en un tiempo y contexto específico; sin embargo, establece la siguiente distinción: mientras el conocimiento implica tener evidencias del hecho que se afirma conocer, las creencias o concepciones residen en la memoria episódica y entran en juego cuando se presenta algún fallo en las evidencias. Además, Cooney (2001) puntualiza que para conseguir un cambio de concepciones es imprescindible despertar primero una duda; esto permite construir las premisas para la aceptación de un cambio en la creencia.

En ese sentido, Mansour (2008) afirma que las creencias actúan como organizadores previos del conocimiento, y el conocimiento influye en las creencias siempre y cuando llegue a interactuar con ellas. Asimismo Pajares (1992) resalta la connotación afectiva y valorativa de las creencias ligadas a los sentimientos, en relación a la experiencia con el objeto de las creencias.

Algunas características de las creencias destacadas por Pajares (1992) son:

→ Las creencias tienden a perpetuarse, superando contradicciones causadas por la razón, el tiempo, la escuela o la experiencia.

→ Los individuos desarrollan un sistema de representaciones que estructura todas las creencias adquiridas a lo largo del proceso de transmisión cultural.

→ Conocimiento y creencias están interrelacionados, pero el carácter afectivo, evaluativo y episódico de las creencias hace que se conviertan en filtros a través del cual todo nuevo fenómeno se interpreta.

En conclusión, aceptamos por concepciones ese conjunto de verdades personales y estructuras organizativas, derivadas de la experiencia y no siempre consistentes, que juega un papel afectivo, evaluativo y cognitivo, actuando como filtro en la visión de la realidad y condicionando el pensamiento y la acción.

Finalmente consideramos como manifestaciones de estas concepciones lo que se evidencia en las *ideas* que los participantes en la investigación revelan con sus observaciones orales y escritas, de manera análoga a lo que se plantea en Peña y Flores (2005).

3.4 Fundamento para la investigación: dimensiones de la Etnomatemática

En la interpretación de las concepciones manifestadas por los participantes interviene el programa de Etnomatemática. Aquí describimos cuáles son las dimensiones de la perspectiva etnomatemática que nos proporcionan elementos sobre la naturaleza de las matemáticas y que nos proponemos abordar en el taller, si bien lo hacemos de forma indirecta a través de la práctica. Estas dimensiones se generaron durante nuestro análisis interpretativo de las concepciones de los participantes al taller. Podemos afirmar que son emergentes de la investigación y surgieron de un proceso cíclico en donde interactuaron momentos de análisis con momentos de reflexión teórica. Aquí presentamos dicha reflexión que nos sirvió para la determinación de las dimensiones. Cabe destacar que las definidas por D’Ambrosio (2008) sirven para sentar las bases para el programa de Etnomatemática que desarrollamos, extrayendo de ellas las concepciones de matemáticas que conllevan.

Nuestros conceptos de partida, como ya hemos mencionado, son los etnomodelos y el lenguaje. Vamos a ir desglosando diferentes implicaciones de la relación de las matemáticas con el lenguaje y, a partir de ahí, describiremos las dimensiones que rigen nuestro análisis.

Dimensión práctica

Una de las actividades matemáticas universales que Bishop (1999) define, la de “Explicar” (p. 71), se relaciona de manera directa con el lenguaje. “Explicar es tan universal como el lenguaje y, sin duda, tiene una importancia básica para el desarrollo matemático” (Ibid., p. 78). En la actividad matemática universal de Explicar se reconocen los rasgos característicos del lenguaje como la atención en las “abstracciones y formalizaciones” y en “exponer las relaciones existentes entre unos fenómenos” (Ibid.).

En este sentido, la primera dimensión que consideramos es la *dimensión práctica*. En esta incluimos todas las visiones de las matemáticas *como herramienta que el hombre desarrolla para relacionarse, entender, manejar y eventualmente modificar su entorno*, como se deduce de la definición de D’Ambrosio (2008); además pensamos en las matemáticas como *instrumento de sistematización, como creadora de (etno)modelos de* *interpretación de la realidad y como identificadora de patrones que rigen los elementos del entorno y la relación entre ellos.*

Puntualizamos que en esta dimensión confluyen dos aspectos, por un lado las matemáticas como fuente de representaciones y abstracciones de la realidad –para entenderla–, que corresponde a la dimensión cognitiva de D'Ambrosio (2008), donde subyace una idea de matemáticas como medio de conocer la realidad, por el otro el rol de estas matemáticas como medio de control sobre la realidad –una vez entendida, se puede actuar sobre ella–, esta es la dimensión conceptual de D'Ambrosio (2008) que ve la matemática como medio de supervivencia y trascendencia.

Dimensión social

En línea con lo anterior, Vygotsky (1995) considera que al hombre, para vivir, no le es suficiente valerse sólo del cerebro y de las manos, sino que le son indispensables los instrumentos productos del entorno sociocultural. La vida material del hombre está mediatizada por los instrumentos concretos y, de la misma manera, también su actividad psicológica está mediatizada por elementos que el grupo social proporciona al individuo en las interacciones y en la convivencia: la matemática, como el lenguaje, son parte de estos elementos.

De aquí surge la segunda dimensión de la Etnomatemática que nos interesa destacar, que llamaremos en adelante *dimensión social*. En ella consideramos la visión de *las matemáticas como construcción consensuada de un conjunto de reglas y normas dentro de un grupo de personas que decide compartirlas.* La clave de esta dimensión es la necesidad de que exista un consenso y un grupo que comparte los aspectos matemáticos consensuados.

La dimensión política de D'Ambrosio (2008) se relaciona con esta porque la comunicación y el consenso se llevan a cabo a través de las jerarquías de poder.

Dimensión cultural

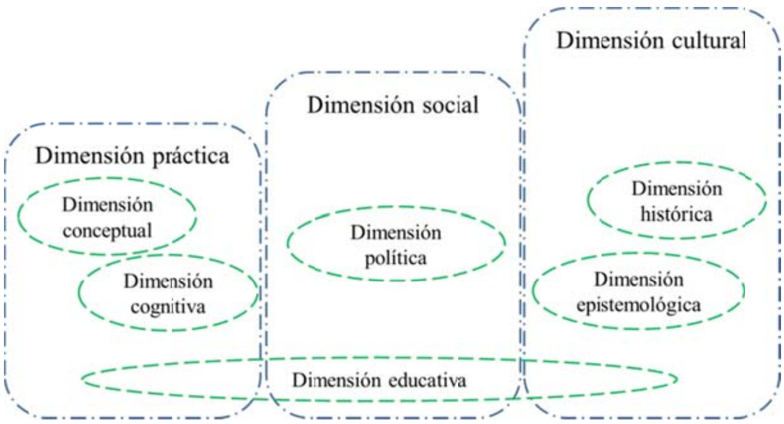
Allan Bishop fue uno de los primeros educadores matemáticos en tomar en consideración cómo diferentes lenguajes influyen de manera distinta sobre el pensamiento y el desarrollo de las ideas matemáticas (BISHOP, 1979). D'Ambrosio (2005) pone énfasis en que los procesos de comunicación, de manera análoga al desarrollo del lenguaje, se dan de manera diferente en las diversas culturas y a lo largo del tiempo; además, las culturas evolucionan de forma dinámica y este dinamismo repercute en las manifestaciones matemáticas. Barton (2012) subraya la necesidad, dentro de la perspectiva Etnomatemática, de adoptar la existencia de una relatividad cultural, es decir, la coexistencia de saberes culturalmente diferentes y la importancia de aceptar y valorizar las formas de matematizar culturalmente diferentes (Barton insiste en dar una connotación fuerte de verbo a la actividad de matematizar). Esto no significa rechazar cierto carácter universal de la naturaleza del conocimiento matemático, aunque se consideran los elementos *universales* no como objetos (círculos, conjuntos, teoremas) sino como características del pensamiento, tales como la racionalidad o la lógica. Por otro lado, Knijnik (2012) relaciona estas diferentes matemáticas con los *juegos de* *lenguaje* de Wittgenstein e intuye una posible inconmensurabilidad entre ellas. En la visión de Barton (2008) esto se debe a que las lógicas o racionalidades también tienen raíces culturales y pueden no ser *traducibles* de una cultura a otra.

De esta reflexión toma forma la tercera dimensión, que llamamos *dimensión cultural*. En ella queda involucrada toda concepción de las matemáticas fuertemente ligada a su origen en la cultura, de aquí la idea de que existen tantas matemáticas como culturas y, en consecuencia, la *toma de conciencia de la existencia de diversas matemáticas, dependiendo del desarrollo de diferentes sistemas o lenguajes en respuesta a las diferentes necesidades que surgen en cada contexto cultural.*

Esta dimensión es una ampliación de las dimensiones histórica y epistemológica de D'Ambrosio (2008), él se centra en la evolución histórica de las matemáticas y en el dinamismo del desarrollo de la misma a través de los encuentros culturales justificando la existencia de diversas matemáticas a lo largo del tiempo, y nosotros añadimos las consideraciones de Barton (2008) sobre la existencia simultánea de diversas matemáticas.

Consideramos la dimensión educativa de D'Ambrosio (2008) como trasversal ya que pensamos que este proceso de reflexión constituye en sí mismo un acto educativo.

Figura 1 – Esquema dimensiones



Esquema de las relaciones entre las dimensiones de D'Ambrosio, en los ovales, y las que definimos nosotros, las dimensiones práctica, social y cultural.

Finalmente ponemos de manifiesto que estas dimensiones están intrínsecamente relacionadas entre sí, tanto que son inclusivas, es decir, desde el punto de vista teórico y de la definición podemos considerar que la dimensión cultural incluye a la social y ésta a la práctica; el hecho de destacar y matizar cada uno de los aspectos descritos tiene la única finalidad de facilitar el posterior trabajo de análisis.

4. Metodología

El taller "Pensamientos Matemáticos en las trenzas artesanales", motivo de la presente investigación, se realizó como seminario optativo organizado por el Espacio Pedagógico de la Facultad de Ciencias Exactas y estaba dirigido a Licenciados y Profesores en Ciencias (es decir, profesores en formación y en activo) de la Universidad de La Plata.

El seminario se caracterizó por la variedad de perfiles profesionales de los participantes. Siete de los 13 totales provenían de estudios matemáticos y físicos, pero encontramos también licenciados en química, farmacia y astronomía, involucrados en actividades académicas relacionadas con la educación matemática y/o en la enseñanza secundaria de ciencias exactas.

La metodología investigativa adoptada en este estudio es la etnografía educativa (GOETZ; LECOMPTE, 1988). El corpus de datos se compone de las grabaciones audiovisuales de la sesión del taller y las notas de campo de la investigadora que impartió el taller, de las fichas completadas por los participantes a lo largo de las actividades propuestas, y de unas fichas de evaluación sobre el taller que fueron rellenadas por dos de las participantes que actuaron, además, como coordinadoras para la organización del seminario

4.1 Descripción del taller

El taller se desarrolló a partir de la elaboración de unas trenzas que se realizan en la artesanía soguera, artesanía argentina de origen gauchesco que trabaja el cuero crudo y cuyos productos son principalmente las herramientas para montar a caballo.

Un atento estudio etnográfico anterior a la preparación del taller permitió investigar los etnomodelos que los artesanos manejan en su propia práctica para comunicarse entre ellos y para trasmitir su labor a los aprendices (ALBANESE; PERALES, 2014). En el taller se eligió afrontar el tema de las trenzas por la facilidad de realización respecto a otros artefactos y se escogió presentar el etnomodelo por ser el que más potencialidades *etno*matemáticas presenta, dado que genera un lenguaje específico de símbolos, letras y números que permite representar el proceso de trenzar (Figura 2).

La actividad que actúa como disparadora de las implicaciones epistemológicas que examinamos en las observaciones sobre la naturaleza de las matemáticas, surge de la idea de recorrer, aunque de forma simplificada, la experiencia directa vivida anteriormente por una de las autoras de este trabajo al investigar las trenzas en el trabajo de campo en el entorno artesanal, centrándose en este caso sobre el lenguaje que los artesanos manejan para representar las trenzas y se llevó a cabo con el apoyo de fichas expresamente construidas al efecto. La investigadora se tuvo que enfrentar en su momento con el lenguaje artesanal sin conocer su interpretación y a través de la práctica de trenzar fue relacionando las actuaciones con los códigos del lenguaje.

El taller se organizó en tres momentos (Cuadro 1): (A) novedades y expectativas sobre la Etnomatemática a partir de la lectura de fragmentos seleccionados de varios autores (BARTON, 1996; BISHOP, 1999; D'AMBROSIO, 2008; GERDES, 1996); (B) actividad práctico-creativa sobre el trenzado; y (C) reflexión final sobre el trabajo realizado y sus implicaciones epistemológicas a través de un cuestionario abierto con cuatro preguntas. De hecho estudiamos las implicaciones epistemológicas en términos de las concepciones que se forman los participantes respecto a la naturaleza de las matemáticas.

Cuadro 1 - Organización del taller propuesto.

A. Reflexión introductoria: novedades y expectativas.
B. Actividad práctico–creativa:
Fase 1. Interpretar el lenguaje.
Fase 2. Reconocer los patrones.
Fase 3. Inventar nuevas trenzas.
C. Reflexión conclusiva: implicaciones epistemológicas.

Describiremos seguidamente las fases de la actividad práctico-creativa (B). La técnica del trenzado consiste en una generalización de la realización de la conocida trenza simple de tres (la clásica trenza del pelo) con el empleo de un mayor número de hilos. Se proporcionó a los participantes un conjunto de *cuerdecitas* para que durante todo el tiempo pudieran ir probando y realizando materialmente las trenzas. Entonces, partiendo de la trenza de tres, se mostró su representación a través de un lenguaje totalmente desconocido para los participantes y la actividad propuesta consistió en tratar de interpretar el significado de los códigos (1.1 de la Figura 2), para después aplicarlo y comprobar esta interpretación con la representación de trenzas de 5. Durante esta fase surgieron diversas posibles interpretaciones, algunas de las cuales perdieron sentido al aplicarlas a los casos de trenzas de 5, y se guió a los participantes, individualmente y en grupo, hacia la que finalmente es la interpretación que coincide con la de los artesanos (I y D están por izquierda y derecha e indican la mano que trabaja agarrando el tiento externo de su lado, los signos ± seguidos por números determinan las pasadas, respectivamente sobre o bajo el número de tientos indicado). Tras ello se animó a los participantes, solos y después en pareja, a que identificasen y sacasen a la luz todos los patrones sobre los cuales se rige el funcionamiento de este lenguaje, lo que les ayudó a adquirir y manejar la técnica de trenzar de los artesanos sogueros. Esta fase estuvo en parte centrada en el estudio y comprensión del lenguaje en sí (1.3 de la Figura 2) y en parte guiada y relacionada con la realización práctica de las trenzas (1.2, 2.1 y 2.2 de la Figura 2). Una vez que los participantes se fueron familiarizando con el nuevo lenguaje se les pidió que inventaran trenzas de 7, para después incitarles a que encontraran todas las posibles trenzas de 7 que se podían realizar con esta técnica y las representaran con este lenguaje, respetando los patrones encontrados anteriormente. En esta última fase quedaron involucrados algunos conceptos básicos de combinatoria, como las permutaciones y todas las formas de componer un número entero como suma de enteros.

Figura 2 - Fichas del taller

Albanese Veronica – Universidad de Granada (UGR) Universidad Nacional de La Plata (UNLP)
Fichas para taller de trenzas gauchas

Hoja 1: las trenzas gauchas

Material:

En artesanía son tiras de cuero de un grosor de medio milímetro y de ancho unos 2 milímetros.

Trenza del pelo

1.1 ¿Sabes hacer la trenza del pelo?__________

Los artesanos sogueros la describen así:

I	D
+1	+1

Trata de interpretar este lenguaje

Ahora resolvemos el "misterio"...

Trenzas de 5 (por delante)

Trenza de 5 tientos por 2

I	D
+2	+2

Trenza de 5 tientos por 1 y 1

I		D	
+1	-1	+1	-1

Ahora realiza esta trenza

I	D
-2	-2

1.2 Confronta esta última con las anteriores. ¿Qué puedes observar?________________________

1.3 ¿Qué aspectos en común tienen todas estas trenzas?

Albanese Veronica – Universidad de Granada (UGR) Universidad Nacional de La Plata (UNLP)
Fichas para taller de trenzas gauchas

Hoja 2: Reflexión y creación

Ahora trabaja en pareja:

2.1 ¿Hay algún tipo de simetría?

2.2 Realiza esta trenza de 5 tientos:

I		D
+1	-1	+2

¿Qué pasa?

¿Te gusta? ¿La usarías? Explica

2.3 Inventa trenzas de 7 tientos

¿Cuántas se te ocurren?

¿Habrás otras?

¿Las que escribiste son todas distintas?

2.4 ¿Estuviste experimentando con los tientos o te ayudó pensar en el lenguaje de los artesanos? ¿Por qué?

2.5 ¿Sobre la base de qué observaciones contestas a las pregustas anteriores?

Fichas de elaboración propia diseñada para la realización del taller.

5. Resultados

Realizamos un análisis de datos cualitativos (COFFREY; ATKINSON, 2005) basado en un análisis de contenido (CABRERA, 2009) de las respuestas de los participantes a las preguntas abiertas, propuestas en las fichas antes y después del taller práctico. Recordamos que consideramos estas respuestas como evidencias de las concepciones de los participantes (Peña y Flores, 2005).

Una primera categorización descriptiva de las respuestas se realiza para reducir y codificar la información; a cada concepto expresado en las respuestas -constituido por uno o dos frases- se asigna un código (y en adelante indicamos directamente como códigos a estas categorías de primer orden) con el propósito de reconocer analogías o temas y pautas comunes. A esta sigue una segunda categorización más interpretativa en un proceso de diálogo con las reflexiones teóricas que describimos anteriormente. Aquí los códigos se reagrupan inductivamente, donde es posible, en categorías de orden superior (en adelante simplemente categorías) que se van delineando como las dimensiones Práctica, Social y Cultural, respectivamente señalizadas con los colores verde, naranja y azul en las Figuras 3 y 4 (véase Tabla 1). Aclaramos que algunas respuestas contenían más de un concepto, con lo que se le asociaron más códigos.

Tabla 1 – Relación de los códigos con las categorías y las preguntas.

Ítem / **Categoría**	Novedoso	1. Pensamiento matemático	2. Naturaleza matemática	3. Metodología	4. Potencialidades
Práctica	------------	*→Sistematizar, abstraer* *→Patrón*	*→Experiencia precede lo formal*	*→Experiencia práctica* *→Lenguaje sistematizador*	*→Metodología*
Social	*→Matemática dinámica* *→Creación "no científica"*	*→Lenguaje*	------------	*→Vivencia constructiva*	*→Historicidad*
Cultural	*→Contexto cultural y matemática* *→Diversas matemáticas culturales*	------------	*→Este lenguaje es matemático (aprox.)* *→Relatividad del lenguaje* *→Valor cultural* *→ Diversas matemáticas*	*→Complejidad y no unicidad*	*→Formas de pensar de otros* *→Distintas matemáticas*

Tabla de elaboración propia de los códigos descriptivos de las respuestas a las preguntas abiertas, reagrupadas por categoría–dimensión y por respuesta.

5.1 Antes del taller: aspectos novedosos

Antes del taller se pide a los participantes que comenten las lecturas sobre Etnomatemática que han realizado, identificando los aspectos que consideran novedosos respecto a la experiencia anterior de cada uno (Figura 3).

Figura 3- Relación de códigos y participantes para el ítem inicial

de System	MCa	MEs	MO	GA	MA	SA	MEu	AC	EG	MCe	LA	JU	MX
Participantes													
Novedoso													
S-Matemática dinámica			•					•		•			
S-Creación "no cientifica"				•					•			•	
C-Contexto cultural y Matemática					•		•			•	•		•
C-Diversas matemáticas culturales		•											
No responde	•					•							

Matriz de códigos del ítem inicial, generada por MAXQDA7. En las columnas se representan los participantes, en las filas los códigos definidos para este ítem y las categorías Social y Cultural están determinadas por los colores respectivamente naranja y azul.

Excepto los dos participantes que no contestan, todos (los 11 restantes) indican aspectos que se pueden reconducir a las categorías Social y Cultural. Adentro de la categoría Social, tres hacen referencia al carácter dinámico de las matemáticas que se desaloja de la perspectiva etnomatemática, en contraste con el carácter estático, estructurado y rígido da la visión previa que tenían; otros tres consideran como novedosa la visión de las matemáticas construidas por el hombre, y dos de ellos enfatizaron la posibilidad de la creación de matemáticas por no científicos.

Respecto a la categoría Cultural: a cinco participantes les resulta novedoso pensar en las matemáticas en relación con el contexto cultural de las personas, y todos ellos apuntan al campo de la educación; un participante destaca la posibilidad de concebir y aplicar diversas matemáticas según el entorno social, cultural e histórico.

5.2 Después del taller:

Analizamos ahora las respuestas a las cuatro preguntas del cuestionario abierto que proporcionamos a los participantes al finalizar el taller.

¿Has puesto en juego pensamiento matemático en realizar e inventar trenzas?

Con esta pregunta quisimos indagar en qué visión de las matemáticas han experimentado los participantes durante el taller.

Cuatro respuestas hacen referencia a herramientas de cálculo y combinatoria, mencionando las permutaciones y la composición de un entero como suma de enteros, que entran en una visión tradicional de las matemáticas (en amarillo en la Figura 4).

Respecto a la categoría Práctica, se detectan cuatro referencias a la sistematización y abstracción de una situación concreta y tres referencias al descubrimiento y uso de patrones para entender y controlar la realidad; las siete respuestas donde se nombra la interpretación o uso de un lenguaje siguen estando relacionadas con una visión funcional de las matemáticas para el manejo en y de la realidad.

Un participante contesta sin proporcionar información relevante.

¿Qué implicaciones sobre la naturaleza de las matemáticas conlleva esta actividad?

La intención es que los participantes reflexionen sobre *qué es matemáticas*.

Tres respuestas destacan elementos del método científico en el hacer matemáticas, insertándose en la visión tradicional de las matemáticas como ciencia académica; en este sentido estas respuestas no se consideran como evidencias de una perspectiva etnomatemática y por ello no se insertan en ninguna de las dimensiones que hemos definido para las concepciones a partir de la perspectiva etnomatemática. Lo mismo ocurre con otras tres respuestas que indican una reconceptualización de las matemáticas sin especificar en qué sentido (en rosa en la Figura 4).

Dos respuestas indican que la experiencia precede al momento de formalización (categoría Práctica).

Finalmente describimos los códigos que consideramos en la categoría Cultural: tres respuestas declaran que el lenguaje trabajado en el taller es *también* matemático y consideramos esta observación como una primera aproximación a aceptar la existencia de diversas matemáticas (en azul claro porque representa una aproximación a la categoría Cultural); encontramos dos referencias explicitas a la relatividad del lenguaje, una al valor cultural de los conocimientos y finalmente una referencia explícita a la existencia de múltiples y diversas matemáticas.

¿Qué aspectos te parecieron relevantes en relación a la metodología de trabajo?

La idea es que los participantes tomen conciencia de cómo llegan a formular las reflexiones anteriores a través de la metodología planteada.

Un participante indica como elemento relevante el *enfrentarse a lo no acostumbrado*, manifestando la conciencia de un cambio.

Respecto a la categoría Práctica, dos respuestas apuntan a la experiencia práctica como aspecto relevante de la metodología, y otras seis hacen referencia a la interpretación y/o desarrollo del lenguaje como instrumento para entender, simplificar y manipular la complejidad de la realidad a través del control de las reglas o patrones.

Dos respuestas presentan características de la categoría Social, revelando la importancia de la vivencia en el trabajo grupal y de la identificación de la actividad con la construcción del conocimiento por parte de los estudiantes.

Una respuesta muestra varios matices de la categoría Cultural, además se relaciona con elementos de las otras categorías: *darse cuenta que un lenguaje simbólico no es único e universal e incluso puede tener varias interpretaciones que se relacionan con experiencias previas y con la capacidad de imaginar de cada individuo. Muy interesante utilizar un caso cotidiano y evidenciar la complejidad de las matemáticas, que se acompañan del entorno social, cultural, histórico, personal* (respuesta del participante).

Finalmente dos participantes contestan a la pregunta sin aportar información interesante para la investigación.

¿Qué potencialidad con fines educativos ves en este tipo de trabajo?

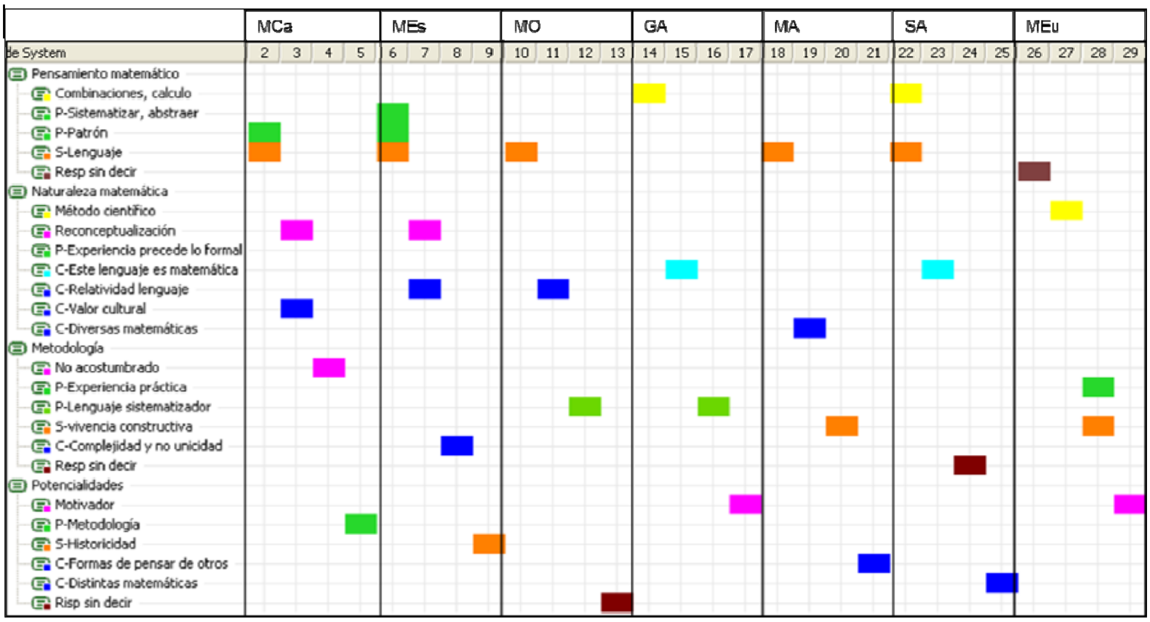
Aquí el propósito es que los participantes relacionen los cambios que manifiestan sobre la concepción de matemáticas con el campo de la educación.

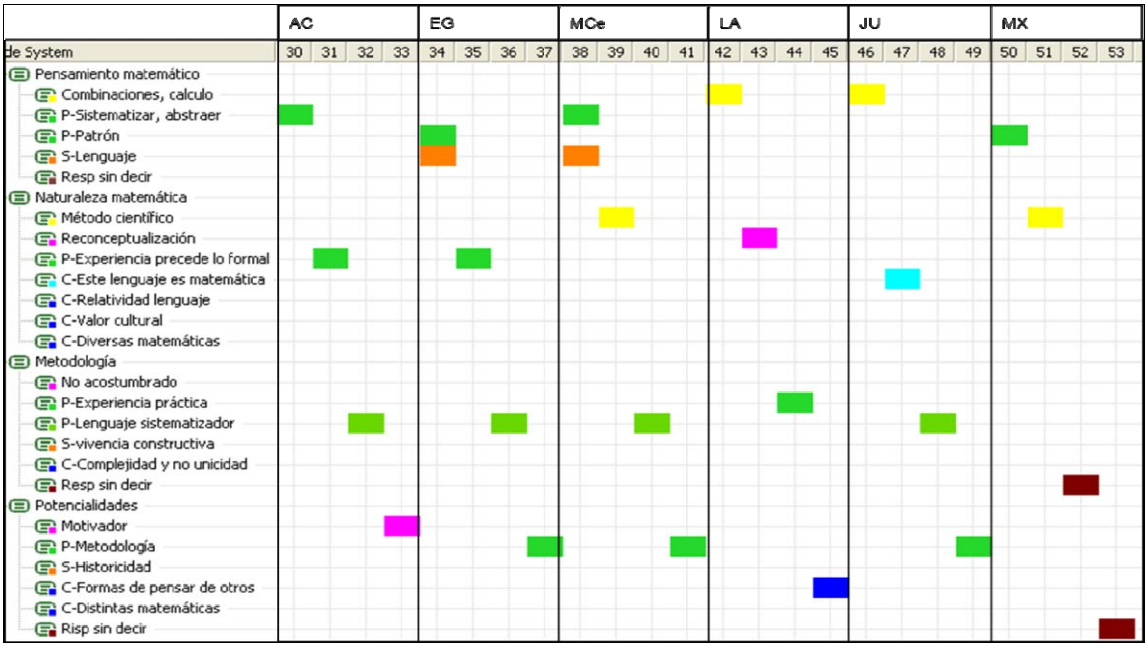
Tres respuestas se limitan a evidenciar la potencialidad motivadora de este tipo de experiencia. Cuatro respuestas indican las ventajas de la metodología en relación al aspecto práctico y funcional de las matemáticas en las actividades cotidianas (Categoría Práctica). Una respuesta resalta la importancia de la toma de conciencia de la historicidad de la formulación de las matemáticas debida a factores prácticos y humanos (categoría Social). Tres respuestas apuntan a la categoría Cultural: dos ponen en evidencia el respeto hacia las formas de pensar de otros y una explicita la importancia de ver distintas matemáticas.

Finalmente dos participantes no aportan información relevante.

Ponemos de manifiesto que, a pesar de los aspectos novedosos relativos a las categorías Social y Cultural que se reconocieron a priori respecto a la actividad (Figura 3), menos de la mitad de los participantes lograron realmente enfatizar sobre los matices de las respectivas dimensiones en la reflexión a posteriori de la actividad (Figura 4).

Figura 4 – Relación de los códigos con los participantes para las preguntas del cuestionario final.





Delineador de códigos generado por el MAXQDA7 para las respuestas al cuestionario abierto final. En las columnas se muestran los participantes y en las filas los códigos, reagrupados por pregunta. Nótese que a cada celda se le asocia un color de tonalidad verde si el código correspondiente pertenece a la categoría *Práctica*, naranja si pertenece a la categoría *Social* y azul si pertenece a la categoría *Cultural*. El amarillo indica las respuestas que se insertan en una visión tradicional de la matemática, el rosa las que sugieren un cambio sin determinar en qué sentido y el marrón indica las respuestas que no aportan información relevante.

Ahora identificamos unos perfiles entre los participantes interpretando las tablas de la Figura 4 por columnas. Avanzamos así una *hipótesis de progresión* de desarrollo de las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas según la perspectiva etnomatemática, describiendo unas etapas de desarrollo (Tabla 2) de forma análoga a la que se plantea en García (1999) y se retoma en Briceño (2013). Ponemos énfasis en la presencia de las categorías Social y Cultural en las respuestas de los participantes como elemento decisivo para determinar esas etapas.

Tabla 2- Descripción de los perfiles o etapas de desarrollo de las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas.

	Etapa 1	**Etapa 2**	**Etapa 3**	**Etapa 4**
Descripción	Se muestra conciencia de la dimensión Práctica de las matemáticas pero no se presentan evidencias del reconocimiento de las dimensiones social y cultural.	Se intuye una ruptura respecto a las concepciones tradicionales anteriores, pero las nuevas ideas no consiguen tomar forma definida y quedan esfumadas.	Se evidencian aspectos importantes de las dimensiones social y cultural y se precisa la relación con el uso lenguaje, pero falta una visión concreta sobre las potencialidades educativas.	Se manifiestan concepciones complejas y coherentes, que integran elementos de las tres dimensiones en relación con la experiencia vivida.

Tabla de elaboración propia.

Etapa 1. Más de la mitad de los participantes (siete de los 13) manifiesta casi exclusivamente elementos de la dimensión Práctica en sus concepciones de las matemáticas, y cuando detectamos algún indicio de reconocimiento de las otras dimensiones esto es apenas esbozado.

Etapa 2. Dos participantes ("SA" y "LA") muestran en el desarrollo de las respuestas una progresiva apertura hacia la posibilidad de concepciones que consideren lo sociocultural, en particular parten de una concepción tradicional del pensamiento matemático, después muestran una apertura al cambio sobre la naturaleza de las matemáticas y terminan reconociendo algún aspecto de la dimensión cultural en las implicaciones educativas. Pero este proceso es un punto de partida ya que las ideas quedan delineadas pero no desarrolladas.

Etapa 3. Dos participantes ("MCa" y "MO") presentan concepciones sobre el pensamiento y la naturaleza de las matemáticas que integran la dimensión cultural con las otras dimensiones social y práctica, pero no consiguen concretar unas implicaciones educativas para estas *nuevas* concepciones que manifiestan.

Etapa 4. Dos participantes ("MEs" y "MA") resaltan aspectos de las dimensiones sociales y culturales en todas las respuestas, mostrando unas concepciones complejas y coherentes sobre las matemáticas y, además, proponen posibles implicaciones educativas.

Finalmente ponemos de manifiesto que los participantes cuya formación profesional provenía directamente de la licenciatura en matemáticas se encuentran todos en la Etapa 1, mientras en las etapas superiores se hallan los profesionales de la educación matemática cuya origen formativo es de otras ciencias, como química, farmacia o física. Creemos que esto se debe al profundo grado de arraigo de las concepciones tradicionales que se suelen proporcionar en la formación matemática: la dimensión práctica, ya asumida en otras disciplinas científicas, es el primer paso para los matemáticos, mientras científicos de otras disciplinas parten aventajados y van desarrollando más rápidamente los aspectos sociales y culturales.

Ponemos de manifiesto que, a pesar de ver desde el punto de vista teórico ciertas relaciones de implicación entre las dimensiones, en muchos casos estas no fueron evidenciadas por los participantes.

6. Reflexiones finales

En el taller hemos propuesto un contexto propicio para que afloren las concepciones -respecto a la perspectiva *etnomatemática*- de un grupo de profesores en formación y en activo de una universidad argentina. En este documento, partiendo de la perspectiva etnomatemática, presentamos una visión amplia que engloba las dimensiones práctica, social y cultural para formar la idea de unos conocimientos no rígidos sino en continua evolución, que dependen de los factores contextuales y socioculturales y que son diferentes según las situaciones que el grupo que los genera y comparte tiene que enfrentar. El desafío del estudio ha consistido en presentar esta visión a través de un ejemplo concreto que recalca la experiencia precedente vivida durante la investigación en el campo artesanal. El análisis de las concepciones manifestadas por los participantes, sobre todo en comparación con los aspectos que ellos consideraron novedosos respecto a su visión anterior, nos indica que pudimos incidir en esas concepciones ya que muchos reflexionaron sobre la naturaleza de las matemáticas poniendo en discusión su visión previa.

Consideramos que cumplimos el objetivo de la investigación de analizar las concepciones de los participantes tras la realización del taller: para ello hemos construido un marco de interpretación a partir de la teoría con la definición de las dimensiones y lo hemos utilizado en el análisis cualitativo de las respuestas a unas preguntas abiertas. La hipótesis de progresión en etapas de desarrollo de las concepciones nos permitió conseguir una visión global del grupo de participantes, aunque somos conscientes de que hay que seguir trabajando en esa dirección para refinar esa hipótesis.

Destacamos que la mayoría de los participantes lograron relacionar la concepción de matemáticas con la de un lenguaje, pero poco menos de la mitad alcanzaron a hacer explicitas todas las implicaciones sociales y culturales de esta observación.

Finalmente notamos que la gran diversidad de figuras profesionales que acudieron al taller proporcionó una variedad inesperada de perspectivas que, por un lado, enriquecieron la interrelación entre los participantes y por otro provocaron que la atención a veces se dispersara hacia otros asuntos de la organización universitaria.

Por último indicamos como posible línea de investigación futura el estudio de las implicaciones pedagógicas de la Etnomatemática que conlleva concepciones sobre la Enseñanza y el Aprendizaje de la Ciencia (EdA, AdC).

Bibliografía

ALBANESE, V.; SANTILLÁN, A.; OLIVERAS, M. L. Etnomatemática y formación docente: el contexto argentino. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, San Juan de Pasto (Colombia), n. 7, v. 1, p. 198-220, Abr. 2014.

ALBANESE, V.; PERALES, F. J. Pensar Matemáticamente: Una Visión Etnomatemática de la Práctica Artesanal Soguera. **RELIME**, Mexico DF, v. 17, n. 3, en prensa, Nov. 2014.

ALBANESE, V.; OLIVERAS, M. L.; PERALES, F. J. Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado: Aplicación de un Modelo Metodológico elaborado. **Bolema**, Rio Claro (São Paulo), v. 28, n. 48, p. 1-20, Abr. 2014.

ALBANESE, V.; OLIVERAS, M. L.; PERALES F. J. Modelización matemática del trenzado artesanal. **Revista Epsilon**, v. 29, n. 2, p. 53-62, Dic. 2012.

BARTON, B. Making sense of ethnomathematics: Ethnomathematics is making sense. **Educational Studies in Mathematics**, Hidelberg (Alemania), v. 31, n. 1, p. 201-233, Sep. 1996.

BARTON, B. **The language of mathematics**: Telling mathematical tales. Melbourne: Springer, 2008a.

BARTON, B. Cultural and Social Aspects of Mathematics Education: Responding to Bishop's Challenge. In: CLARKSON, P.; PRESMEG, N. (Eds.). **Critical Issues in Mathematics Education**. New York: Springer, 2008b. p. 121-133.

BARTON, B. Preface to "Ethnomathematics and Philosophy". In: FORGASZ, H.; RIVERA, F. D. (Eds.).**Towards Equity in Mathematics Education:** Gender, Culture, and Diversity. Berlin-Heidelberg: Springer, 2012. p. 227-229.

BISHOP, A. J. Visualising and Mathematics in a Pre-Technological Culture. **Educational Studies in Mathematics**, Hidelberg (Alemania), v. 10, n. 2, p. 135-146, May. 1979.

BISHOP, A. J. **Enculturación Matemática**. Barcelona: Paidós, 1999.

BRICEÑO, J. J. **La argumentación y la reflexión en los procesos de mejora de los profesores universitarios colombianos de ciencia en activo**. 2013. 456f. Tesis (Doctorado en Ciencia de la Educación) – Departamento de Didáctica de la Ciencias Experimentales, Universidad de Granada, Granada, 2013.

CABRERA, I. El análisis de contenido en la investigación educativa: propuesta de fases y procedimientos para la etapa de evaluación de la información. **Pedagogía Universitaria**, Cuba, v. 14, n. 3, p. 71-93, 2009.

COFFREY, A.; ATKINSON, P. **Encontrar el sentido a los datos cualitativos**. Estrategia complementaria de investigación. Alicante: Editorial Universidad de Alicante, 2005.

COONEY, T. J. Considering the paradoxes, perils, and purposes of conceptualizing teacher development. In: LIN, F. L.; COONEY, T. J. (Eds.). **Making sense of mathematics teacher education**. Dordrecht: Kluwer Academic, 2001. p. 9-31.

D'AMBROSIO, U. The Program Ethnomathematics: theoretical basis and the dynamics of cultural encounters. **Cosmopolis,** Bousval (Bélgica), n. 3-4, p. 13-41, Oct. 2012.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática** - Eslabón entre las tradiciones y la modernidad. México: Limusa, 2008.

D'AMBROSIO, U. (2005). Society, culture, mathematics and its teaching. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 1, p. 99-120, Jan. 2005.

DE GUARDIA, J. A. **Cuestiones del FOLKLORE**: Patrimonio Cultural Folklórico Perspectivas para su entendimiento. Salta (Argentina): Editorial Portal de Salta, 2013.

GARCÍA, J. E. Una hipótesis de progresión sobre los modelos de desarrollo en Educación Ambiental. **Investigación en la escuela**, Sevilla, n. 37, p. 15-32, 1999.

GAVARRETE, M. **Matemáticas, Culturas y Formación de Profesores en Costa Rica**. 2013. 734f. Tesis (Doctorado en Ciencia de la Educación) – Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, Granada, 2012.

GERDES, P. Ethnomathematics and mathematics education. In: BISHOP, A. J. (Ed.). **International Handbook of Mathematics Education.** Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996. p. 909-943.

GOETZ, J. P.; LECOMPTE, M. D. **Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa**. Madrid: Ediciones Morata, 1998.

MANSOUR, N. The experiences and Personal Religious Beliefs of Egyptian science teachers as a framework for understanding the shaping and reshaping of their beliefs and practices about Science–Technology–Society (STS). **International Journal of Science Education**, New York, v. 30, n. 12, p. 1605–1634, Sep. 2008.

MARÍN, N.; BENARROCH, A.; NÍAZ, M. Revisión de consensos sobre naturaleza de la ciencia. **Revista de Educación**, Madrid, v. 361, p. 117–140, May. 2013.

MARÍN, N.; BENARROCH, A. Desarrollo, validación y evaluación de un cuestionario de opciones múltiples para identificar y caracterizar las visiones sobre la naturaleza de la ciencia de profesores en formación. **Enseñanza de las Ciencias**, Barcelona, v. 27, n. 1, p. 89-108, 2009.

MARONESE, L. **La Artesanía Urbana como Patrimonio Cultural**. Buenos Aires: Comisión para la Prevención del Patrimonio Histórico de la Ciudad de Buenos Aires, Secretaría de Cultura, 2004.

MASSARWE, K.; VERNER, I.; BSHOUTY, D. An Ethnomathematics Exercise in Analyzing and Constructing Ornaments in a Geometry Class. **Journal of Mathematics and Culture**, Toledo (United States), v. 5, n. 1, p. 1-20, Feb. 2010.

OLIVERAS, M. L. **Etnomatemáticas. Formación de profesores e innovación curricular**. Granada: Comares, 1996.

OLIVERAS, M. L.; ALBANESE, V. (2012). Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado: un modelo metodológico para investigación. **Bolema**, Rio Claro (São Paulo), n. 26, v. 44, p. 1295-1324, Dic. 2012.

PAJARES, M. F. Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. **Review of Educational Research**, Newbury Park (CA), v. 62, n. 3, p. 307–332, Sep. 1992.

PEÑAS, M.; FLORES, P. Procesos de reflexión en estudiantes para profesor de matemáticas. **Enseñanza de las Ciencias**, Barcelona, v. 23, n. 1, p. 5-16, 2005.

PONTE, J. P.; CHAPMAN, O. Mathematics Teacher's Knowledge and Practice. En: GUTIÉRREZ, A.; BOERO, P. (Eds.). **Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: past, present and future**. Rotterdam: Sense, 2006. p. 461-494.

PONTE, J. P. Mathematics Teachers' Professional Knowledge. En: PONTE, J. P.; MATOS, J. F. (Eds.), **Proceeding of the 18th PME International Conference, vol. 1**. Lisbon, Portugal, 1994. p. 195-210.

ROSA, M.; OREY, D. C. The field of research in ethnomodeling: emic, ethical and dialectical approaches. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 38, n. 4, p. 865-879, Oct. 2012.

ROTMAN, M.B. Patrimonio cultural y prácticas artesanales Concepciones gubernamentales locales y Definiciones institucionales internacionales. **Ilha Revista de Antropologia**, Santa Catarina (SC, Brasil), v. 8, n. 1-2, p. 97-115, 2006.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamiento y lenguaje**. Buenos Aires: Ediciones Fausto, 1995.

6.3 COMENTARIOS FINALES

Nos proponemos aquí realizar un contraste entre las dos intervenciones que describimos, una en el presente capítulo, que indicamos de la UNLP -porque se llevó a cabo en la Universidad Nacional de La Plata, UNLP- y otra en el capítulo anterior, que llamamos de la UBA -porque se llevó a cabo en la Universidad de Buenos Aires, UBA-.

Comenzamos por lo resultados. Lo que más resalta de la lectura de estos es la distribución de los participantes en las etapas de la hipótesis de desarrollo de las concepciones: en la UBA, casi la mitad de los participantes se sitúan en la etapa 2 (6 sobre 14), dos en la etapa 1 y las etapas 3 y 4 tienen tres participantes cada una; en la UNLP, poco más de la mitad de los participantes se encuentran en la etapa 1 (7 sobre 13), y las otras etapas tienen dos participantes cada una. Además, en general, en la UBA las respuestas eran más complejas, como se evidencia de la presencia de varios códigos por cada respuesta. Por el contrario, en las respuestas obtenidas en la UNLP rara vez se hace referencia a más de un código, y hasta hay respuestas que no proporcionan información relevante para la investigación.

De estas observaciones se destaca que los participantes de la UBA manifiestan un desarrollo de las concepciones un poco más avanzado respecto a los participantes de la UNLP. Esto a primera vista puede parecer sorprendente ya que el grupo en la UBA era conformado mayoritariamente por estudiantes de profesorado, es decir, docentes en formación, mientras en la UNLP prevalían los docentes en activo.

Pero una visión más de cerca del grupo y del entorno de trabajo que se crea en las dos instituciones nos proporciona otros aspectos de contexto de las dos implementaciones que pueden haber incidido en los resultados.

En la UBA el grupo de participantes está constituido por estudiantes que cursan una materia de la carrera de Profesorado. En el momento de llevar a cabo el taller las clases se encuentran casi al final del semestre y los participantes vienen trabajando juntos desde hace cuatro meses; el grupo está muy unido -la investigadora tiene la oportunidad de realizar un pequeño seguimiento del curso-. Las charlas informales mantenidas con las profesoras del curso, que se revelaron muy disponibles, proporcionaron información añadida sobre sus propias trayectorias y las de sus estudiantes. Asimismo las profesoras, durante la participación en el taller, actúan de guía y mediadoras en los debates.

Cabe destacar además que este curso donde se inserta el taller es muy afín por metodología y contenidos al taller. De hecho, el trabajo se desarrolla mediante descubrimiento, con una orientación investigativa: los estudiantes se enfrentan a algún tema de matemáticas presente en aspectos de la naturaleza, de la sociedad o de la misma matemática y se hacen sus propias preguntas al respecto que intentan responder con pequeñas investigaciones (algunos temas son: las ecuaciones de las olas de sonido en relación con las notas musicales, la relaciones aritméticas en los parámetros de belleza de arquitectura y escultura antigua, las relaciones geométricas en la perspectiva, los aspectos matemáticos del cálculo de interés de los préstamos bancarios, problemas de sistemas de ecuaciones cuadráticas con resolución gráfica en Geogebra). Este clima abierto hacia el planteamiento de cuestiones sin preguntas -ni respuestas- prefijadas, es tierra fértil para la buena acogida del tipo de trabajo propuesto en el taller; asimismo algunos de los temas tratados ya implican una concienciación de la que llamamos *dimensión práctica* de las matemáticas.

En la UNLP los participantes pertenecen al Espacio Pedagógico de la Facultad de Ciencias Exactas, tienen trayectorias muy diversas pero todos están vinculados con la enseñanza de las matemáticas, en segundaria o en diferentes carreras de la Universidad. Se percibe mucha curiosidad por la posibilidad de participar en el taller y, sobre todo, se percibe mucho entusiasmo en la idea de compartir experiencia. Esto provoca por momento que el debate se desvíe hacia futuras propuestas de encuentros dentro del Espacio Pedagógico. Aquí las expectativas son más concretas hacia *recetas* de cómo mejorar la enseñanza y la metodología del taller encuentra cierta resistencia por parte de los que provienen de una formación más directamente matemática. La mayoría del grupo no se conoce, al principio la atmósfera no es del todo relajada, se nota cierta timidez en las intervenciones. Con la introducción del trabajo manual la tensión se va diluyendo, aunque una participante al inicio rechaza la idea de realizar las trenzas citando su torpeza, hasta que una compañera llevar adelante el trabajo con ella. Como ya destacamos en la publicación, existe una cierta mejor acogida, entre los que provienen de una formación científica no matemática, de la metodología propuesta en el taller y una más fácil aceptación de las dimensiones social y cultural de la naturaleza de las matemáticas, quizás debido a que estas dimensiones son ya aceptadas e incorporadas en la formación académica en química, física, astronomía, etc.

Asimismo, hay leves diferencias en la definición de las etapas debidas a los contextos diferentes de las dos intervenciones que en parte acabamos de mencionar. Por ejemplo, en la etapa 4 de la UBA se pudo identificar que las concepciones parecían asentadas desde antes del taller, también por el conocimiento que se alcanza del grupo gracias a los seguimientos y a los aportes de las profesoras del curso. En la UNLP no se llegó a conocer tan bien la experiencia previa de los participantes, así pues no se pudo realizar ninguna hipótesis de ese tipo.

Finalmente cabe destacar que los dos talleres son diversos, en la UBA se pretende recrear la manera en que se elabora la modelización dentro de la comunidad del gremio, mientras en la UNLP se pretende recrear la forma en que desde la investigación etnográfica se llega a conocer el lenguaje artesanal. Esto también puede haber influido algo en los resultados.

Recordamos que ambos talleres tienen el propósito de incidir en las concepciones desde una perspectiva etnomatemática, perspectiva que detallamos en términos de las dimensiones práctica, social y cultural. Cabe mencionar que todos los participantes llegan a reconocer la dimensión práctica y, en sendas intervenciones, los participantes que alcanzan las etapas 3 y 4, si bien no son muchos (6 sobre 14 en la UBA, y 4 sobre 13 en la UNLP), demuestran que los talleres ofrecen un entorno propicio para la reflexión sobre la implicaciones de las dimensiones social y cultural en la naturaleza y desarrollo de las matemáticas.

CAPÍTULO 7

CONCLUSIONES DE LA INVESTIGACIÓN

7.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo recogemos las conclusiones relativas a una visión de conjunto del trabajo doctoral (Figura 7.1), procurando por lo tanto no reiterar en exceso las conclusiones parciales incluidas en los artículos que conforman los diferentes capítulos de esta memoria.

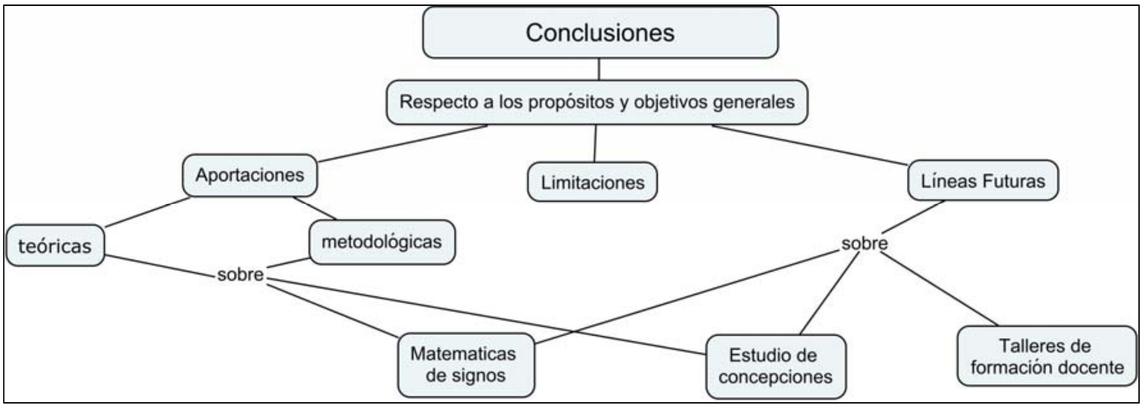


Figura 7.1. Organigrama de las conclusiones.

7.2 CONCLUSIONES RESPECTO A LOS OBJETIVOS GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN

En la sección 1.3 del Capítulo 1 nos planteamos un conjunto de propósitos y objetivos generales para esta investigación. Vamos a mencionar las conclusiones relativas a cada uno de ellos.

Partiremos de los objetivos de la **primera parte de la investigación**, de índole antropológica, y lo haremos por los objetivos OG.1 y OG.2 relacionados con el PG.1.

En el **objetivo OG.1** nos proponíamos *describir artesanías de trenzado identificando los constructos matemáticos implícitos*. Este objetivo se alcanza con el estudio relativo al primer ciclo de la espiral etnográfica y, exactamente, en los Artículos 1 y 2 de los Capítulos 2 y 3, a través del cumplimiento de objetivos específicos que se definen a lo largo de las publicaciones. Para concretar la referida descripción, se identifican unos factores (el MET) que proporcionan un retrato etnográfico de algunos ejemplares paradigmáticos seleccionados de trenzas o cordeles pertenecientes a las dos artesanías consideradas. Para hacer *explicitas* las matemáticas de las artesanías de trenzado - matemáticas entendida en el sentido del sistema NUC- se construye una modelización matemática (el MOM) que involucra los conceptos de grafos y permutaciones.

En el **objetivo OG.2** nos proponíamos *caracterizar cómo el artesano piensa matemáticamente su propia práctica*. Para lograr este objetivo se desarrolla el estudio del segundo ciclo de la espiral etnográfica relatado en el Artículo 3 y sus complementos que constituyen el Capítulo 4 de esta memoria. De hecho, caracterizamos el pensamiento matemático de unos representantes escogidos de la artesanía soguera determinando los etnomodelos -matemáticos en el sentido de sistema QRS- que describen la manera en que los artesanos formulan y manejan su labor a través de un lenguaje propio.

Finalmente, podemos concluir que, con los objetivos OG.1 y OG.2, hemos alcanzado el **propósito general PG.1** de describir la realización de algunas artesanías (de trenzado) que, desde la perspectiva etnomatemática, tengan algún potencial educativo. En el primer ciclo de la espiral se consigue una descripción de las artesanías desde la etnografía y desde una modelización matemática formal; en el segundo ciclo de la espiral se consigue una descripción de la realización de la artesanía respecto al pensamiento matemático de los artesanos. Desde la perspectiva etnomatemática, en esta primera parte de la investigación se abordan las posturas ética y émica y se reflexiona sobre *qué es matemáticas*. El conjunto de estas reflexiones proporciona la clave para determinar cuál es el potencial educativo que nos proponemos explotar en la segunda parte de la investigación. Esto se concreta en una intervención en la formación docente que se enfoca a las concepciones respecto a la naturaleza de las matemáticas partiendo de un taller práctico de elaboración de trenzas artesanales para investigar las matemáticas implícitas y el pensamiento matemático de esta labor.

En la **segunda parte de la investigación** alcanzamos el **objetivo OG.3** de *explicitar y caracterizar las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas de profesores en formación y en activo tras la participación en talleres sobre las matemáticas en unas artesanías de trenzado*. Este objetivo se consigue en los dos últimos ciclos paralelos de la espiral, y exactamente en los Artículos 4 y 5, respectivamente de los Capítulos 5 y 6 de esta memoria. Para evaluar las concepciones de los participantes en los talleres, se definen tres dimensiones relacionadas con la naturaleza de las matemáticas que se encuentran en la perspectiva etnomatemática. Estas dimensiones son el instrumento interpretativo de las concepciones de los participantes. Además se proponen unas etapas de desarrollo de las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas relacionadas con la presencia de las dimensiones y se sitúan los participantes en estas etapas.

Con los resultados logrados en la evaluación de las concepciones podemos afirmar de manera indirecta que alcanzamos parcialmente el **propósito general PG.2** de incidir en las concepciones de los docentes a través de la realización de los talleres. En ambos estudios de los ciclos 3 y 4 de la espiral se lleva a cabo una confrontación entre las concepciones manifestadas tras el taller con, respectivamente, la puesta en común inicial y lo que los participantes consideraban como novedades respecto a su visión previa sobre las matemáticas[8]. Esta confrontación nos proporciona indicios de cambio

[8] Si bien no en los términos estrictos de un pre-test y post-test, que no se suelen utilizar en la etnografía

de concepciones en un cierto número de participantes, sobre todo respecto a la integración a distintos niveles de elementos de las dimensiones social y cultural.

7.3 APORTACIONES DE LA INVESTIGACIÓN

Las investigaciones etnomatemáticas, coherentemente con sus fundamentos, se proponen antes que todo considerar y valorar el contexto sociocultural como factor determinante para el completo diseño de investigación. Esto provoca que la especificidad de las condiciones de contexto necesite por parte del investigador una gran flexibilidad en cuanto al manejo de los antecedentes teóricos y a la aplicación de las metodologías.

Una característica muy peculiar de estas investigaciones es entonces la originalidad tanto de las aportaciones teóricas como de las aportaciones en cuanto a los diseños e instrumentos de investigación empleados.

Destacamos aquí las aportaciones que, en nuestro rol de creadores, consideramos más relevantes y originales del trabajo que hemos presentado en esta memoria.

7.3.1 Aportaciones para el marco de la Etnomatemática

En el estudio de las matemáticas de signos culturales

Reconocemos y hacemos explícitas -adoptándolas además en la primera parte de la investigación, la de índole antropológica- las dos posturas de la Etnomatemática vista como reconocimiento de las *matemáticas de las prácticas culturales* y búsqueda de diversas *formas de conocer*. Un aporte significativo al marco de la Etnomatemática, detallado en la sección 1.3.3 del Capítulo 1, es la compenetración entre las teorizaciones de varios autores respecto a estas posturas que hemos definido: las actividad de matematización y arqueo-analítica (Barton, 1996), los sistemas QRS en contraposición con el sistema NUC (Barton, 2008), las perspectivas ética y émica (Rosa y Orey, 2012), la interpretación matemática situada y la proyección matemática (Alberti, 2007).

En el estudio de las concepciones

En los Artículos 4 y 5, respectivamente de los Capítulos 5 y 6, se delinea la definición de las dimensiones *práctica*, *social* y *cultural* para la identificación de los matices que la naturaleza de las matemáticas adquiere en la perspectiva etnomatemática. Este es un importante aporte de síntesis de las concepciones que se adoptan cuando se trabaja en este marco sociocultural y permite vislumbrar la riqueza y complejidad de esta perspectiva. Insistimos en que, si bien la definición de estas dimensiones es fruto de la investigación, las ideas germinales ya existen en el marco de la Etnomatemática como pudimos manifestar en las fundamentaciones teóricas de los artículos citados.

7.3.2 Aportaciones para la metodología de investigación etnomatemática

El desarrollo general de la investigación sigue el modelo de la espiral etnográfica cuya introducción en la investigación en Etnomatemática ha sido propuesta por Gavarrete (2012). Nuestro trabajo se inserta en la misma línea porque el modelo de la espiral etnográfica permite mostrar de forma gráfica cómo los estudios de los distintos ciclos están interconectados y cómo los ciclos sucesivos surgen del proceso de *reflexividad* etnográfica de los alcances y hallazgos de los ciclos precedentes.

Cabe destacar que también Parra (2011) hace referencia a una espiral metodológica en su investigación etnomatemática, si bien con matices diferentes ya que su interés se sitúa en la participación activa, en todas las fases del proceso de investigación, de la comunidad indígena *nasa* con la que él trabaja.

En las matemáticas de signos culturales

En los primeros dos ciclos de la espiral desarrollamos dos diversas metodologías, respondiendo a las dos distintas posturas de la Etnomatemática que vamos adoptando. El desarrollo del instrumento metodológico MOMET representa una aportación relevante para las investigaciones etnomatemáticas de otras artesanías. El instrumento en sí no es aplicable a otros objetos de estudio, por la especificidad de sus componentes, que se ajustan a las artesanías de trenzado, pero sí se puede tomar inspiración de ello para la elaboración de instrumentos que se adapten a diversos objetos, basándose en la idea de los factores que caracterizan el objeto, las fases de su elaboración y la modelización matemática que realiza el investigador como puente entre su visión etnomatemática y la que se intuye detrás de las explicaciones o representaciones de los artesanos.

Asimismo consideramos que constituye un aporte valioso la manera en que caracterizamos el pensamiento matemático artesanal en relación con el lenguaje que desarrollan los artesanos, en el contexto de su labor, utilizando el concepto de *etnomodelo*. Este concepto es relativamente joven en el marco de la Etnomatemática[9] y hasta ahora no conocemos otros estudios en donde se haya utilizado como parte integrante y decisiva de la metodología investigativa.

En el estudio de las concepciones

Cabe destacar que el trabajo proporciona aportes a distintos niveles relacionados con las concepciones en la formación docente.

Respecto a la metodología educativa se propone el desarrollo de talleres basados en la investigación y la vivencia directa de la implicación de las matemáticas con los quehaceres de los gremios -artesanales en nuestro caso- para enfrentarse a la cuestión de qué es matemática y cómo se genera el conocimiento partiendo de la experiencia activa en estos procesos recreados en el aula.

Precisamos que el mismo proceso de reconocimiento y/o búsqueda de matemáticas en signos culturales[10] constituye un acto educativo, en el sentido de que entendemos como

[9] Rosa y Orey empiezan a hablar de *ethnomodeling* en el 2010, y recién en la publicación del 2012 definen el *ethnomodel.*

[10] Nos referimos al que presentamos en esta memoria con el trenzado, si bien lo mismo se puede afirmar de las propuestas realizadas con profesores en formación, tanto inicial como permanente, en Oliveras (1996, 2008b), Gavarrete (2012) y Oliveras y Gavarrete (2012).

parte de la educación la sensibilización del docente -o futuro tal- hacia la posibilidad de ver y encontrar matemáticas en contextos y formas diferentes de los académicos tradicionales, y hacia el hecho de que las matemáticas, como otras ciencias, son inventadas y construidas por comunidades y sociedades que necesitan manejar los aspectos cuantitativos relacionales y espaciales de manera acorde a su idiosincrasia cultural.

Respecto a la metodología de investigación de las concepciones, destacamos que esta investigación proporciona contribuciones relevantes en cuanto al proceso y al producto: la interpretación a través de la definición de las dimensiones es un aporte metodológico importante para la realización de un proceso dialógico entre la teoría y el análisis que lleva a la definición de las dimensiones. Además, las mismas dimensiones, como producto, resultan un aporte importante porque se pueden utilizar en futuro para las evaluaciones de las concepciones sobre las matemáticas desde una perspectiva etnomatemática.

Asimismo consideramos valiosa la culminación de la evaluación en la definición de unas etapas que conjeturan una hipótesis de desarrollo de las concepciones sobre matemáticas en relación con las dimensiones definidas.

7.4 LIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN

Al tratarse ésta de una investigación de índole etnográfica, su interés se focaliza en el estudio de los casos considerados, sean estos los ejemplares paradigmáticos, los maestros artesanos o los dos grupos que participaron a los talleres. En este tipo de investigación no se pretende realizar generalizaciones. Como ya mencionamos, la especificidad del objeto de estudio hace que esta investigación no sea replicable en el sentido estricto de las palabras, sino más bien se puede tomar inspiración, por ejemplo, de los instrumentos o talleres desarrollados aquí para la realización de otros instrumentos o talleres que se adapten al objeto de estudio considerado.

La investigación etnográfica también se caracteriza por la falta de objetividad del proceso de investigación y por las limitaciones inherentes a su carácter emergente. Respecto a sendas cuestiones hemos optado por registrar todos los puntos de vista y las decisiones que se han adoptado durante el proceso completo, explicando en cada caso las razones de las mismas a la búsqueda de una validez por cristalización, tanto en los artículos que forman parte del corpus de la investigación como en los comentarios que los complementan en cuanto Capítulos de la presente memoria.

Cabe enumerar como una limitación de esta investigación la escasa profundización -respecto a otros trabajos doctorales- de las cuestiones tratadas. Esto se explica porque, al tratar temas tan variados, se presenta la necesidad de repartir entre ellos el tiempo disponible.

7.5 LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURAS

En el estudio de las matemáticas de signos culturales

Respecto al trenzado, un posible seguimiento de nuestro trabajo relacionado con el PG.1 es el estudio de otras artesanías de trenzado. Aquí nos limitamos a indagar *solo* dos artesanías, circunscribiendo nuestra elección a las artesanías que se elaboran en Argentina. Ampliando el contexto geográfico de la investigación se pueden trabajar con otras artesanías. Se abre un abanico de posibilidades:

→ Ampliar la muestra de trenzados que se modelizan a través de grafos (MOM). Con este propósito, dejamos constancia de la existencia en la cultura china de trenzados parecido a lo que hemos encontrado en la región de Salta y conjeturamos, basándonos en unas observaciones de Owen (1995), que en el lenguaje chino se puede aplicar el MOM;

→ Partiendo de los factores del MET, si no se puede aplicar el MOM, sí es factible buscar otras Modelizaciones Matemáticas diferente del MOM: recordamos que nos ceñimos, en cuanto al factor 4 del MET, a la *modalidad* de *trenzado,* dejando de lado otras modalidades como el *anudado,* el *cortado e insertado* y el *tejido*.

→ Profundizar en el estudio del pensamiento matemático artesanal a través de los etnomodelos en la artesanía soguera. Destacamos que solo aludimos a la relación entre los etnomodelos identificados pero no conseguimos entender el razonamiento matemático que hay detrás de la construcción de la tabla que se menciona en el artículo de Flores (2012)[11].

Asimismo sería interesante investigar sobre otros signos culturales partiendo de la dicotomía *matemáticas en las practicas* (o ético) y *formas de conocer* (o émico) que ha guiado nuestra investigación, focalizando en la indagación de los etnomodelos que rigen la elaboración (si es un rasgo tangible) o práctica (si es un rasgo intangible) del signo cultural dentro de la comunidad a la que el signo pertenece.

En la realización de talleres para la formación docente

La investigación llevada a cabo para alcanzar el PG.2 proporciona muchas posibilidades de líneas futuras.

Un interés que tenemos en el futuro próximo es la realización de un curso sobre la naturaleza de las matemáticas desde la Etnomatemática, en donde implementar ambos talleres diseñados.

Otra línea futura se centra en el diseño de cursos para la formación docente en los que se reflexione sobre *qué es matemática* desde la indagación sobre las matemáticas presentes en otros signos culturales (de hecho, hemos comenzado a trabajar en la formación inicial de docentes de primaria con las danzas folclóricas).

[11] Artículo de una revista especializada de soguería en donde uno de los artesanos comenta mi trabajo con ellos. La nota se encuentra escaneada en el anexo A.4 Nota del Chasque Surero.

Una pregunta abierta, que insinuamos en Albanese, Oliveras y Perales (2012), concierne a la posibilidad de aprender la noción de Grafo a través de la elaboración de trenzas (el MOM).

En el estudio de las concepciones

La definición de las dimensiones para interpretar las concepciones sobre las matemáticas abre una línea de trabajo del estudio de las concepciones desde una perspectiva Etnomatemática.

A este propósito, hace falta refinar la descripción de estas dimensiones, ampliando la revisión literaria respecto a los autores etnomatemáticos que manifiestan ideas propias sobre la naturaleza epistemológica de las matemáticas.

Queda por comprobar si la hipótesis de desarrollo de las concepciones en etapas se verifica también con un seguimiento de los participantes a más largo plazo.

Además se puede pensar en diseñar talleres para trabajar sobre las concepciones de las matemáticas, pero esta vez partiendo de la definición de las dimensiones.

BIBLIOGRAFÍA GENERAL

Adam, S., Alangui, W., & Barton, B. (2003). A comment on: Rowlands and Carson “Where would formal, academic mathematics stand in a curriculum informed by Ethnomathematics? A critical review”. *Educational Studies in Mathematics, 52,* 327–335.

Adler, P. A., & Adler, P. (1994). Observational Tecniques. En N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative Research* (377-392). California: Sage Publications.

Aguirre, A. (1995). Etnografía. En: Aguirre, A. (Ed.), *Etnografía. Metodología cualitativa en la investigación sociocultural* (3-20). Barcelona: Marcombo.

Albanese, V. (2011). *Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado.* Tesis de Master. Universidad de Granada, Granada.

Albanese, V., y Perales, F. J. (2014). Pensar Matemáticamente: Una Visión Etnomatemática de la Práctica Artesanal Soguera. *RELIME*, *17*(3), en prensa.

Albanese, V., Oliveras, M. L., y Perales, F. J. (2014). Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado: Aplicación de un Modelo Metodológico elaborado. *Bolema*, *28*(48), 1-20.

Albanese, V., Oliveras, M. L., y Perales, F. J. (2012). Modelización matemática del trenzado artesanal. *Revista Epsilon*, *29*(81), 53-62.

Albanese, V., Santillán, A., y Oliveras, M. L. (2014). Etnomatemática y formación docente: el contexto argentino. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *7*(1), 198-220.

Albertí, M. (2007). *Interpretación matemática situada de una práctica artesanal*. Tesis doctoral. Barcelona: Universidad Autónoma de Barcelona.

Angrosino, M. (2012). *Etnografía y observación participante en Investigación Cualitativa.* Barcelona: Morata.

Aroca, A. (2010). Una experiencia de formación docente en Etnomatemáticas: estudiantes afrodescendientes del Puerto de Buenaventura, Colombia. *Educaçao de Jóvens e Adultos, 28*(1), 87-96.

Aroca, A. (2008). Análisis a una Figura Tradicional de las Mochilas Arhuacas: comunidad Indígena Arhuaca. Sierra Nevada de Santa Marta, Colombia. *Bolema, 21*(30), 71-83.

Ascher, M. (1991). *Ethnomathematics, a multicultural view of mathematical idea***.** California: Pacific Grove, Brooks & Colé.

Ascher, M., & Ascher R. (1981). *Code of the Quipu: a study in media, mathematics and culture.* Ann Arbor, USA: The University of Michigan Press.

Atkinson, P., & Hammersley, M. (1994). Ethnography and Participant Observation. En: Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (Eds.). *Handbook of qualitative Research* (248-261).California: Sage Publications.

Barton, B. (2012). Ethnomathematics and Philosophy. In H. Forgasz, & F D. Rivera (Eds.), *Towards Equity in Mathematics Education: Gender, Culture, and Diversity* (pp. 231-240). Berlin: Springer.

Barton, B. (2012). Preface to "Ethnomathematics and Philosophy". In H. Forgasz, & F. D. Rivera (Eds.), *Towards Equity in Mathematics Education: Gender, Culture, and Diversity* (pp. 227-229). Berlin: Springer.

Barton, B. (2008a). *The language of mathematics: Telling mathematical tales*. Melbourne: Springer.

Barton, B. (2008b). Cultural and Social Aspects of Mathematics Education: Responding to Bishop's Challenge. En P. Clarkson, y N. Presmeg (Eds.), *Critical Issues in Mathematics Education* (pp. 121–133). New York: Springer.

Barton, B. (2004). Mathematics and Mathematical Practices: Where to Draw the Line? *For the Learning of Mathematics, 24*(1), 22-24.

Barton, B. (1999). Ethnomathematics and Philosophy. *ZDM, 31*(2), 54-58.

Barton, B. (1996a). Making sense of ethnomathematics: Ethnomathematics is making sense. *Educational Studies in Mathematics, 31*(1), 201-233.

Barton, B. (1996b). *Ethnomathematics: Exploring Cultural Diversity in Mathematics* (Tesis Doctoral). University of Auckland, New Zealand. Recuperado de https://researchspace.auckland.ac.nz/handle/2292/2332

Bassanezi, R., y Biembengut, M. (1997). Modelación matemática: una antigua forma de investigación, un nuevo método de enseñanza. *Revista de didáctica de las matemáticas, 32*, 13-25.

Bishop, A. J. (2000). Enseñanza de las matemáticas: ¿cómo beneficiar a todos los alumnos? En N. Gorgorió, J. Deulofeu, y A. J. Bishop (Eds.), *Matemáticas y Educación Retos y Cambios desde una Perspectiva Internacional* (35-56). Barcelona: Graó.

Bishop, A. J. (1999). *Enculturación Matemática*. Barcelona: Paidós.

Bishop, A. J. (1991). *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education*. Dordrecht, Holland: Kluwer Academic Pub.

Bishop, A. J. (1979). Visualising and Mathematics in a Pre-Technological Culture. *Educational Studies in Mathematics*, *10*(2), 135-146.

Bolaños, J. (2009). *Una visión etnomatemática de las pintaderas canarias*. Tesis de Master. Universidad de Granada, Granada.

Bolívar, A. (2004). Ciudadanía y escuela pública en el contexto de diversidad cultural. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, *9*(20), 15-38.

Borba, M. (1990). Ethnomahtematics and Education. *For the Learning of Mathematics*, *10*(1), 39-43.

Briceño, J. J. (2013). *La argumentación y la reflexión en los procesos de mejora de los profesores universitarios colombianos de ciencia en activo*. Tesis doctoral. Universidad de Granada, Granada.

Brualdi, R. A. (1997). *Introductory Combinatorics***.** North-Holland: Elsevier.

Bruner, J. S. (1988). *Desarrollo cognitivo y educación*. Madrid: Morata.

Bruner, J. S. (1984). *Acción, pensamiento y lenguaje*. Madrid: Alianza Psicología.

Cabrera, I. (2009). El análisis de contenido en la investigación educativa: propuesta de fases y procedimientos para la etapa de evaluación de la información. *Pedagogía Universitaria, 14*(3), 71-93.

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. Barcelona: Gedisa.

Caputo, L., & Denazis, J. M. (2010). Algunas concepciones epistemológicas de docentes de un profesorado en matemática. En H. Blanco (Ed.), *Acta de la VIII Conferencia Argentina de Educación Matemática* (pp. 476-482). Buenos Aires: Sociedad Argentina de Educación Matemática.

Castagnolo, A. (2012). La Etnomatemática Subyacente en los Textiles. *Journal of Mathematics and Culture*, *6*(1), 119-134.

Chacón, J. L. (2005). *Introducción a la Teoría de Grafos. Matemática Discreta*. Disponible en: http://webdelprofesor.ula.ve/ciencias/jlchacon/materias/discreta/grafos.pdf.

Coffrey, A.; Atkinson, P. (2005). *Encontrar el sentido a los datos cualitativos*. *Estrategia complementaria de investigación*. Alicante: Editorial Universidad de Alicante, 2005.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2000). *Research methods in education*. London: Routledge Falmer.

Colobrans, J. (2001). *El doctorando organizado*. Zaragoza: Mira Editores.

Cooney, T. J. (2001). Considering the paradoxes, perils, and purposes of conceptualizing teacher development. En F. L. Lin, & T. J. Cooney (Eds.), *Making sense of mathematics teacher education* (pp. 9-31). Dordrecht: Kluwer Academic.

Da Costa, L. M. (2009). *Los tejidos y las tramas matemáticas*. *El tejido ticuna como soporte para la enseñanza de las matemáticas*. Universidad Nacional de Colombia, Amazonia.

D'Ambrosio, U. (2012). The Program Ethnomathematics: theoretical basis and the dynamics of cultural encounters. *Cosmopolis, 3-4*, 13-41.

D'Ambrosio, U. (2008). *Etnomatemática* - *Eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. México: Limusa.

D'ambrosio, U. (2005). Society, culture, mathematics and its teaching. *Educação e Pesquisa, 31*(1), 99-120.

D'Ambrosio, U. (1985). *Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. For the learning of Mathematics, 5*(1), 44-48.

Davis, P. J., y Hersh, R. (1988). *Experiencia matemática*. Barcelona: Editorial Labor y Ministerio de Educación y Ciencia.

De Bengoechea, N. (2009). *Etnomatemáticas, métodos y objetos culturales*. Tesis de Master. Universidad de Granada, Granada.

De Guardia, J. A. (2013).*Cuestiones del FOLKLORE*: *Patrimonio Cultural Folklórico Perspectivas para su entendimiento*. Salta (Argentina): Editorial Portal de Salta.

De Los Santos, A. M. (2004). *Artesanías con cuero***.** Buenos Aires: Grulla.

Eglash, R. (1997). When Math Worlds Collide: Intention and Invention in Ethnomathematics. *Science, Technology, & Human Values*, *22*(1), 79-97.

Escudero, J. M., González, M. T., & Martínez, B. (2009). El fracaso escolar como exclusión educativa: comprensión, políticas y prácticas. *Revista iberoamericana de educación*, *50*(2), 41-64.

Faudone, H. (2003). *El arte gaucho del cuero crudo.* Valencia: Editora Valencia.

Favilli, F., César, M., & Oliveras, M. L. (2004). *Projecto IDMAMIM: Matemática e intercultura* (CD-Rom). Pisa: Universidad de Pisa.

Fiadone, A. (2003). *El diseño indígena argentino.* Buenos Aires: la Marca editora.

Flores, L. (2012). Trabajos en soga y matemática. *El Chasque surero, 216*, 8-10.

Flores, L. A. (1960). *El guasquero: trenzados criollos***.** Buenos Aires: Cesarini Hermanos.

Fontana, A. (1988). *La artesanía tradicional del cuero en la Mesopotamia Argentina.* Paraná, Argentina: Editorial Entre Ríos.

Fuentes, C. C. (2011). Algunos Procedimientos y Estrategias Geométricas Utilizadas por un Grupo de Artesanos del Municipio de Guacamayas en Boyacá, Colombia. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática***,** *4*(1), 55-67.

García, J. E. (1999). Una hipótesis de progresión sobre los modelos de desarrollo en Educación Ambiental. *Investigación en la escuela, 37,* 15-32.

Gavarrete, M. E. (2013). La Etnomatemática como campo de investigación y acción didáctica: su evolución y recursos para la formación de profesores desde la equidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 6*(1), 127-149.

Gavarrete, M. E. (2012). *Modelo de aplicación de etnomatemáticas en la formación de profesores indígenas de Costa Rica.* Tesis doctoral. Universidad de Granada, Granada. Recuperado de http://www.redalyc.org/pdf/335/33524579005.pdf

Gavarrete, M. (2009). *Matemáticas, Culturas y Formación de Profesores en Costa Rica*. Tesis de Master. Universidad de Granada, Granada.

Gerdes, P. (2003). Níjtyubane - Sobre algunos aspectos geométricos da cestaria Bora na Amazonia peruana. *Revista Brasileira de História da Matemática, 3*(6), 3-22.

Gerdes, P. (2001). Symmetry aspects of Mavuku baskets among the Makhuwa (Mozambique). *Symmetry: Culture and Science*, *12*(1-2), 87-114.

Gerdes, P. (2001). Ethnomathematics as a new research field, illustrates by studies of mathematical ideas in African history. In J. J. Saldaña (Ed.), *Science and Cultural Diversity. Filling a Gap in the History of Science* (pp. 11-36). Cuadernos de Quipu, México: Sociedad Latinoamericana de Historia de las Ciencias y la Tecnología.

Gerdes, P. (1998). On culture and mathematics teacher education*. Journal of Mathematics Teacher Education, 1*(1), 33-53.

Gerdes, P. (1996). Ethnomathematics and mathematics education. En A. J. Bishop (Ed.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 909-943). Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Gerdes, P. (1988). On culture, geometrical thinking and mathematics education. *Educational studies in mathematics, 19*(2), 137-162.

Gil Flores, J. (1994). *Análisis de datos cualitativos. Aplicación a la investigación educativa*. Barcelona: PPU, S. A.

Goetz, J. P., & Le Compte, M. D. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Ediciones Morata.

Hammersley, M., y Atkinson, P. (1994). *Etnografía: Métodos de investigación.* Barcelona: Paidós.

Hein, N., y Biembengut, M. (2006, marzo). *Modelaje matemático como método de investigación en clases de matemáticas*. Comunicación presentada en el V Festival Internacional de Matemática, Puntarenas, Costa Rica. Recuperado de http://www.cientec.or.cr/matematica/pdf/P-2-Hein.pdf

Knijnik, G. (2012). Differentially positioned language games: ethnomathematics from a philosophical perspective. *Educational Studies in Mathematics, 80*(1-2), 87-100.

Knijnik, G., Wanderer, F., & Oliveira, C.J. (2005).Cultural Differences, Oral Mathematics, and Calculators in a Teacher Training Course of the Brazilian Landless Movement. *ZDM, 37*(2), 101-108.

Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. New York: Cambridge University Press.

Mansour, N. (2008). The experiences and Personal Religious Beliefs of Egyptian science teachers as a framework for understanding the shaping and reshaping of their beliefs and practices about Science–Technology–Society (STS). *International Journal of Science Education*, *30*(12), 1605–1634.

Marín, N.; Benarroch, A. (2009). Desarrollo, validación y evaluación de un cuestionario de opciones múltiples para identificar y caracterizar las visiones sobre la naturaleza de la ciencia de profesores en formación. *Enseñanza de las Ciencias, 27*(1), 89-108.

Marín, N., Benarroch, A., & Níaz, M. (2013). Revisión de consensos sobre naturaleza de la ciencia. *Revista de Educación, 361*, 117–140.

Maronese, L. (2004). *La Artesanía Urbana como Patrimonio Cultural.* Buenos Aires: Comisión para la Prevención del Patrimonio Histórico de la Ciudad de Buenos Aires, Secretaría de Cultura.

Martínez, M. (2007). *La investigación cualitativa etnográfica en educación*. México: Editorial Trillas.

Massarwe, K., Verner, I., & Bshouty, D. (2010). An Ethnomathematics Exercise in Analyzing and Constructing Ornaments in a Geometry Class. *Journal of Mathematics and Culture, 5*(1), 1-20.

Miarka, R. (2011) *Etnomatemática: do ôntico ao ontológico.* Tesis doctoral. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, Brasil.

Millroy, W. L. (1991). An ethnographic study of the mathematical ideas of a group of carpenters. *Learning and Individual Differences, 3*(1), 1-25.

Moral, C. (2006). Criterios de validez en la investigación cualitativa actual. *Revista de Investigación Educativa*, *24*(1), 147-164.

Oliveras, M. L., & Albanese, V. (2012). Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado: un modelo metodológico para investigación. *Bolema, 26*(44), 1295-1324.

Oliveras, M. L., & Gavarrete, M. E. (2012). Modelo de aplicación de etnomatemáticas en la formación de profesores para contextos indígenas en Costa Rica. *Relime*, *15*(3), 339-372.

Oliveras, M. L. (2008, July). *Model For Research On Multiculturality In Mathematics Education*. Paper presented at the 11th International Congress on Mathematics Education (ICME 11), Monterrey, México. Recuperado de http://tsg.icme11.org/document/get/618

Oliveras, M. L. (2008, July). *Microprojets for intercultural education.* Paper presented at the 11th International Congress on Mathematics Education (ICME 11), Monterrey, México. Recuperado de http://tsg.icme11.org/document/get/728

Oliveras, M. L. (2006). Etnomatemáticas. De la multiculturalidad al mestizaje. En J. Giménez, J. M. Goñi, & S. Guerrero (Eds.), *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 117-149). Barcelona: Graó.

Oliveras, M. L. (2005). Microproyectos para la educación intercultural en Europa. *Revista UNO, 38*, 70-81.

Oliveras, M. L. (2000). Etnomatemáticas. En J. Fuentes & M. L. Oliveras (Ed.). *Matemáticas en la Sociedad* (pp.39-50). Granada: Repro-digital.

Oliveras, M. L. (1999). Ethnomathematics and Mathematical Education. *International Reviews on Mathematical Education*, *3*(3), 85-91.

Oliveras, M. L. (1997). Mathematics and craftwork in Andalusia, an antropological-didactic study. *Isgem Newsletter*, *13*(1), 3-5.

Oliveras, M. L. (1996). *Etnomatemáticas. Formación de profesores e innovación curricular*. Granada: Comares.

Oliveras, M. L., Fernández, J., & Fuentes, J. (Eds.) (1998). Etnomatemáticas y educación Matemática. Construyendo un Futuro Equitativo. *Actas del I Congreso Internacional De Etnomatemáticas*. Granada: Universidad de Granada. [CD-ROM].

Ortiz-Franco, L. (2004). Testimonios sobre la cultura matemática en países latinoamericanos: prolegómenos a las etnomatemáticas en Mesoamérica. *RELIME*, *7*(2), 171-185.

Osornio, M. (1934). *Trenzas gauchas.* Buenos Aires: Hemisferio Sur.

Owen, R. (1995). *Braids: 250 patterns from Japan, Peru y beyond.* Loveland (Colorado): Interweave Press.

País, A. (2011). Criticisms and contradictions of ethnomathematics. *Educational Studies in Mathematics, 76*(2), 209-230.

País, A. (2013). Ethomathematics and the limits of culture. *For the learning of Mathematics, 33*(3), 2-6.

País, A., & Mesquita, M. (2013). Ethnomathematics in non-formal educational settings: the Urban Boundaries project. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *6*(3), 134-144.

Pajares, M. F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research*, *62*, 307-332.

Palhares, P. (2008). *Etnomátematica. Um Olhar sobre a Diversidade Cultural e a Aprendizegem Matemática*. Ribeirao, Portugal: Ediçoes Humus.

Parra, A. (2011). *Propiedad intelectual y pertinencia social en etnomatemática. (Observaciones metodológicas).* Comunicación presentada en la XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM), Recife, Brasil. Recuperado de http://www.lematec.net/CDS/XIIICIAEM/artigos/1070.pdf

Parra, A. (2003). *Acercamiento a la Etnomatemática.* Tesis de Licenciatura. Universidad Nacional de Colombia, Bogotá. Recuperado de http://etnomatematica.org/trabgrado/acercamientoalaetnomatematica.pdf

Peñas, M., & Flores, P. (2005). Procesos de reflexión en estudiantes para profesor de matemáticas. *Enseñanza de las ciencias*, *23*(1), 5-6.

Pinxten, R. (1987). *Navajo Indian Geometry*. Ghent: Commuication and cognition.

Ponte, J. P. (1994). Mathematics Teachers' Professional Knowledge. En J. P. Ponte & J. F. Matos (Eds.), *Proceeding of the 18th PME International Conference, vol. 1* (pp. 195-210). Lisbon, Portugal.

Ponte, J. P., & Chapman, O. (2006). Mathematics Teacher's Knowledge and Practice. En A. Gutiérrez, & P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: past, present and future* (pp. 461-494). Roterdham: Sense.

Presmeg, N. C. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics. En A. Gutiérrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future* (pp. 205–235). Rótterdam, Netherlands: Sense Publishers.

Presmeg, N. (1998). Ethnomathematics in Teacher Education. *Journal of Mathematics Teacher Education 1*(1), 317-339.

Quintanilla, M. A. (1976). *Diccionario de filosofía contemporánea*. Salamanca: Editorial Sígueme.

Rodríguez Gómez, G., Gil Flores, J., y García Jiménez, E. (1996). *Metodología de la investigación cualitativa*. Granada: Ediciones Aljibe.

Rodríguez, G., Gil, J., & García, E. (1996). *Metodología de la investigación cualitativa*. Granada: Ediciones Aljibe.

Rohrer, A. (2010). *Ethnomathematics - new approaches to its theory and application*. PhD Dissertation. Universität Bielefeld, Germany. Recuperado de: http://pub.uni-bielefeld.de/publication/2301791

Rohrer, A. V., & Schubring, G. (2013). The interdisciplinarity of ethnomathematics: challenges of ethnomathematics to mathematics and its education. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 6*(3), 78-87.

Rosa, M., & Orey, D. C. (2013). Ethnomodeling as a Research Theoretical Framework on Ethnomathematics and Mathematical Modeling. *Journal of Urban Mathematics Education, 6*(2), 62-80.

Rosa, M., & Orey, D. C. (2012).The field of research in ethnomodeling: emic, ethical and dialectical approaches. *Educacao e Pesquisa, 38*(4), 865-879.

Rosa, M., & Orey, D. C. (2011, Junio). *Ethnomodeling: The Pedagogical Action of Ethnomathematics as a Program*. Comunicación presentada en el XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM), Recife, Brasil. Recuperado de http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/2805/1231

Rosa, M., & Orey, D. C. (2003). Vinho e queijo: etnomatemática e modelagem. *Bolema*, (20), 1-6.

Rosen, K. H. (2004). *Matemática Discreta y sus aplicaciones* (5ª Edición). Madrid: McGraw-Hill Interamericana.

Rotman, M. B. (2006). Patrimonio cultural y prácticas artesanales Concepciones gubernamentales locales y Definiciones institucionales internacionales. *Ilha Revista de Antropologia*, *8*(1-2), 97-115.

Sandella, O. (2004). La geometría en las danzas folklóricas argentinas. En L. Díaz (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa vol. 17* (pp. 801-806). Buenos Aires: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Sandín, M. P. (2003). *Investigación cualitativa en educación. Fundamentos y tradiciones*. Madrid: McGraw-Hill.

Santillán, A., & Zachman, P. (2009). Una experiencia de capacitación en Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 2(1), 27-42.

Scandiuzzi, P. P. (2002). Água e Óleo: modelagem e etnomatemática. *Bolema*, (17), 52-58

Scribner, S. (2002). La mente en acción: una aproximación funcional al pensamiento. En M. Cole, Y. Engeström, & O. Vázquez (Eds.), *Mente, cultura y actividad* (pp. 290-302). Oxford: Oxford University Press.

Sebastiani, E. (1997). *Etnomatemática: uma proposta metodológica*. Río de Janeiro: Universidade Santa Úrsula.

Sebastiani, E. (1991). Por uma Teoria da Etnomatemática. *Bolema*, *6*(7), 30-35.

Servetto, L.; Castilla, C.; Navarro, M.; Vaquero, A. (1998). *La artesanía en la zona andina argentina*. Córdoba: Universidad de Córdoba.

Spradley, J. P. (1979). *The ethnographic interview*. New York: Holt, Rinehart and Winston.

Stake, R. E. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Morata.

Tedesco, J. C. (2011). Los desafíos de la educación básica en el siglo XXI. *Revista Iberoamericana de Educación*, *55*, 31-47.

Uña, O.; Hernández, A. (2004). *Diccionario de Sociología*. Madrid: Editorial ESIC.

Vázquez, R., & Angulo, F. (2003). *Introducción a los estudios de casos: los primeros contactos con la investigación etnográfica*. Málaga: Ediciones Aljibe.

Vilela, D. S. (2010). Discussing a philosophical background for the ethnomathematical program. *Educational Studies in Mathematics*, *75*(3), 345-358.

Vygotsky, L. S. (1995). *Pensamiento y lenguaje*. Buenos Aires: Ediciones Fausto.

ANEXOS IMPRESOS

Anexo1 Artículo 6
Anexo 2 Artículo 7
Anexo 3 Publicaciones de divulgación en el diario “Granada Hoy”
Anexo 4 Nota del Chasque Surero
Anexo 5 Comprobantes de publicación de artículos
Anexo 6 Listado de presentaciones a congresos

ANEXO 1 ARTÍCULO 6

Albanese, V., Santillán, A., y Oliveras, M. L. (2014). Etnomatemática y formación docente: el contexto argentino. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 7*(1), 198-220.

Etnomatemática y formación docente: el contexto argentino

Ethnomathematics and teachers training: the Argentinian context

Veronica Albanese, Alejandra Santillán, Maria Luisa Oliveras

Resumen

En este artículo de revisión proporcionamos los elementos por los cuales consideramos importante desarrollar cursos de formación docente, con enfoque etnomatemático en su contenido y metodología, en el contexto argentino. Para esto nos proponemos: explorar algunas de las posturas teóricas existentes para la Etnomatemática; indagar metodologías innovadoras presentes en la literatura de cursos de formación para maestros y profesores en Etnomatemática y justificar con una revisión de la literatura en varias direcciones la oportunidad y factibilidad de realizar tales cursos en Argentina. Punto central del trabajo será la revisión de las directrices legislativas vigentes en Argentina y su conformidad con la perspectiva etnomatemática.

Palabras clave: Etnomatemática; Formación Docente; Estado del arte; Educación contextualizada; Legislación educativa.

Abstract

In this review article we provide the elements for which we consider important to develop teacher training courses with an ethnomathematical perspective in content and methodology in Argentine. For this we claim: to explore some of the existing theoretical ethnomathematical positions; to explore innovative methodologies in the literature of teacher training courses in Ethnomathematics; and to justify, by means of a literature review in several directions, the opportunity and feasibility of such courses in Argentina. The core of this work will be the reviewing the existing legislative guidelines in Argentina and its compliance with an ethnomathematical perspective.

Key words: Ethnomathematics; Teacher education; State of the Art; Contextualized education; Educational law.

1. Introducción

En este documento presentamos un trabajo sistemático de revisión documental dirigido a la realización de un curso específico para la formación docente en perspectiva etnomatemática en Argentina. A través de la revisión de una amplia bibliografía en diferentes direcciones, planteamos consideraciones sobre la factibilidad y oportunidad de introducir, en cursos de formación inicial y permanente de maestros y profesores, propuestas que consideren una visión sociocultural del pensamiento matemático.

Para ello sentaremos las bases teóricas y metodológicas para el desarrollo de cursos en Etnomatemática[12] para la formación docente; después, a modo de focalización progresiva, desglosaremos las direcciones de revisión para alcanzar nuestro objetivo de analizar la oportunidad y factibilidad de tal propuesta en el contexto latinoamericano y, en particular, nos interesa el contexto argentino (Figura 1).

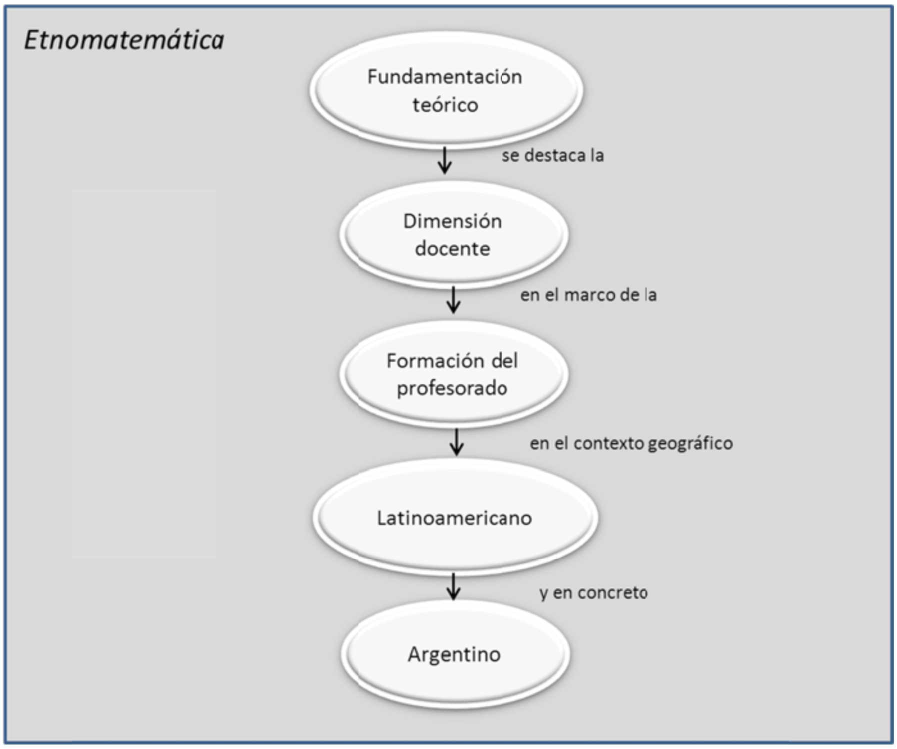


Figura 1. Contextualización del trabajo.

El propósito del presente trabajo no es describir la propuesta del curso que pretendemos llevar a cabo, sin embargo para una evaluación apropiada de su oportunidad y factibilidad consideramos necesario apuntar a sus características fundamentales que son las siguientes: en el curso nos proponemos fomentar en los docentes la reflexión sobre la naturaleza y origen de las Matemáticas en un contexto práctico y con una perspectiva cultural. Eje central del curso será la búsqueda y reconocimiento de etnomatemáticas en manifestaciones de la cultura argentina para generar una reflexión a posteriori sobre "qué es matemático". La metodología del curso busca promover en el futuro profesor capacidades investigadoras, reflexiones epistemológicas y herramientas de planteamiento de un tipo de didáctica participativa y activa, que facilite la construcción y contextualización sociocultural del conocimiento.

2. Etnomatemática y Matemáticas

La base teórica de la investigación se sitúa en el programa de Etnomatemática. Varios autores han establecido las raíces de este enfoque en una visión de las Matemáticas como un producto social y cultural (Bishop, 1999; D'Ambrosio, 2008; Oliveras, 1996; Rosa y Orey, 2011).

En las últimas dos décadas la pérdida de universalidad de las Matemáticas y la consideración creciente del condicionamiento del contexto sociocultural en sus

[12] Utilizaremos "Etnomatemática", en singular y mayúscula, para indicar el programa de investigación, y etnomatemáticas, en plural y minúscula, cuando nos refiramos a las diferentes formas de matemáticas que determina el contexto social y cultural (etno).

prácticas, han dado impulso a un área de investigación, la Etnomatemática, cuyo iniciador fue el investigador y matemático brasileño Ubiratan D'Ambrosio. D'Ambrosio inicialmente define etnomatemáticas como las matemáticas practicada por grupos culturales identificables (D'Ambrosio, 1985), después señala a las etnomatemáticas como los modos, estilos, artes y técnicas (Ticas) de explicar, aprender, conocer, relacionarse con (Matema) el ambiente natural, social y cultural (Etno) (D'Ambrosio, 2008) con el propósito de incorporar una concepción más amplia del conocimiento que admita la existencia de etnomatemáticas diversas. La justificación teórica de la existencia de muchas Matemáticas se alimenta de las contribuciones de varias disciplinas.

Nosotros consideramos como punto de partida de nuestros fundamentos el modelo MEDIPSA –sigla por Matemáticas, Epistemología, Didáctica, Metodología de investigación Interpretativa, Psicología, Sociología y Antropología– (Oliveras, 1996), que recoge un sistema compatible de principios teóricos de las disciplinas mencionadas que componen un modelo coherente fundamentado en cuestiones antropológicas, epistémicas y sociológicas, respectivamente, sobre el relativismo de la realidad, la naturaleza del conocimiento y la raíz del fenómeno educativo. La realidad no es única, se construye socialmente a través de diversas realidades contextualizadas en las distintas culturas. El ser humano no es separable de su estructura social y el conocimiento emerge en un contexto sociocultural porque un objeto (en su sentido más extenso) es conocido, comprendido en función de la significación que el grupo cultural le atribuye socialmente, por lo que no puede ser abstraído o separado de dicho contexto. El lenguaje mismo y los símbolos son válidos en relación a las interacciones internas entre elementos del grupo (Oliveras, 1996).

En este trabajo también tenemos en consideración una caracterización sociológica de las etnomatemáticas como *multimatemáticas vivas* (Oliveras, 2006). ¿En qué sentido son *multi* y *vivas*? Creemos que las etnomatemáticas son *multi* porque especificamos tres distintos niveles de etnomatemáticas dependiendo del foco en el sujeto que las hace: 1) una *forma personal-individual de pensar*; 2) un *producto social y cultural*; 3) una *ciencia.* En su base hay personas que piensan y cada una tiene una forma individual de pensar matemáticamente (nivel 1). Pero las personas viven, actúan e interactúan en un entorno sociocultural que condiciona sus formas de pensar, así que cuando ellas se agrupan crean una producción culturalmente elaborada que implica el uso consensuado de un sistema de normas y significados compartidos (nivel 2). Obviamente hay múltiples grupos y contextos donde las personas se reúnen, y eso hace que se desarrollen múltiples productos socioculturales. Cuando aquellas son profesionales dedicados especialmente al estudio de las Matemáticas, estas comunidades de expertos generan unos productos socioculturales que, por su formalidad, adquieren la connotación de ciencia. Hay que aclarar que los científicos no siempre "crean" la ciencia, a veces más bien la validan, formalizando los productos socioculturales de comunidades de no científicos para que logren la connotación de ciencia (nivel 3). O sea, hay personas que sin ser científicos crean nuevos temas de etnomatemáticas, que para formar parte de la ciencia matemática han de ser formalizados por matemáticos profesionales (Oliveras, 2006; D'Ambrosio, 2008; Rosa y Orey, 2003). Estos procesos del pensamiento personal, de crear productos socioculturales y de generar ciencia, son procesos que fluyen en continua evolución, y continúan vigentes en la realidad cotidiana; es en este sentido que los consideramos *vivos*.

En esta perspectiva la noción de cultura tiene un rol central. La cultura está constituida por telarañas de significados, grupos ordenados de símbolos a través de los cuales el hombre construye el sentido de los hechos (Geertz, citado en Oliveras, 1996). Sus manifestaciones se concretan en 1) mentifactos: la lengua, lo mítico, las tradiciones artísticas y el folklore; 2) sociofactos: aspectos vinculados a las relaciones entre individuos; y 3) artefactos: aspectos de la tecnología material (Albanese, 2011; Gavarrete, 2009, 2012).

Consideramos además relevante la visión filosófica desarrollada por Barton. Él reconoce que la Etnomatemática se basa en una versión de relativismo matemático que permite la existencia de más de una forma de matemática (Barton, 1996), y con este propósito asume una postura wittgensteiniana que pone énfasis en el lenguaje y el pensamiento (Barton, 2012). Sostiene que la Matemática llega a existir cuando hablamos de ella y, en la manera en que hablamos cambian las cuestiones que nos preguntamos. Propone sustituir el término Matemática por “Sistema QRS, un sistema de significados a través del cual un grupo de personas da sentido a cantidad, relaciones y espacio” (Barton, 1999, p. 56, traducción propia), “un sistema que trata de los aspectos cuantitativos relacionales y espaciales de la experiencia humana” (Barton, 2008, p. 10, traducción propia). Cada grupo cultural desarrolla su propio sistema QRS según el entorno natural y el contexto social, y, para entenderlo, hay que focalizar en la manera en que se usa y funciona este lenguaje y en las ideas y concepciones que se encuentran a la base de este funcionamiento (Barton, 1999).

Finalmente destacamos los aportes de Knijnik (2012) que también pone énfasis en la estructura del lenguaje, basándose en Wittgenstein. Ella considera que las prácticas matemáticas se asocian a los juegos de lenguaje constituidos por reglas que dan forma a una gramática específica; esta gramática refleja la racionalidad matemática del grupo cultural que hace uso de esos juegos de lenguaje (Knijnik y Wanderer, 2012).

3. Objetivos

El objetivo central de este trabajo consiste en evaluar la factibilidad y la oportunidad de realización de un curso de formación de maestros y profesores, con la perspectiva etnomatemática, en el contexto de la educación argentina. Se consideran los objetivos específicos siguientes (Figura 2):

O.1. Describir algunas aportaciones de la literatura mundial sobre cursos para la formación docente, inicial y continua, en perspectiva etnomatemática, centrándose en las indicaciones sobre metodología y contenidos.

O.2. Identificar, mediante una revisión actualizada de la producción del área, los cursos y seminarios con enfoque etnomatemático realizados en Latinoamérica.

O.3 Indagar en las investigaciones realizadas en Argentina que se proponen encontrar etnomatemáticas en manifestaciones de la cultura argentina, de las que surjan posibles contenidos para el curso.

O.4. Evaluar la conformidad del enfoque etnomatemático presentado con las orientaciones legislativas educativas vigentes en Argentina.

Estas son las direcciones que seguiremos en la revisión.

Figura 2. Esquema de los objetivos.

4. Metodología de la revisión

Se ha realizado una búsqueda bibliográfica de publicaciones que guardan relación con la Etnomatemática.

La búsqueda para los objetivos O.1, O.2 y O.3 se ha realizado en revistas científicas, actas de congresos realizados en Latinoamérica durante los últimos diez años, textos específicos e Internet a través de los motores de búsqueda www.google.com y www.scholar.google.com. Para el objetivo O.4 se han tomado los documentos oficiales publicados en la Web del Ministerio de Educación (http://portal.educacion.gov.ar), del Ministerio de Ciencias, Tecnología e Innovación (http://www.educaciencias.gov.ar) y del Instituto Nacional de Formación Docente (http://cedoc.infd.edu.ar) de la República Argentina.

De las publicaciones encontradas se han seleccionado las relativas a los objetivos específicos de este trabajo.

Para el objetivo O.1 se han considerado las investigaciones a nivel mundial que promueven y describen cursos de Etnomatemática para la formación docente, inicial y continua, y que presentan detalles específicos en cuanto a metodología y contenidos.

Para el O.2 se ha abordado como un estado de la cuestión que, sin tener la pretensión de ser completo, sí posee la intención de proporcionar una mirada a lo que se está desarrollando en varios países de Latinoamérica sobre temas de Etnomatemáticas llevados a las aulas. Sabemos de la existencia de otras experiencias de formación docente en Etnomatemática, pero no están todavía documentadas a nivel investigativo. Se ha decidido no considerar los trabajos realizados en Brasil por su singularidad. Ello se debe a la fuerte influencia que el desarrollo de la Educación Popular de Freire y la presencia tan relevante de la Etnomatemática han poseído, y consideramos que esto ha creado un contexto muy específico respecto a los países hispanohablantes.

Para el objetivo O.3 se ha llevado a cabo una búsqueda de trabajos sobre etnomatemáticas en manifestaciones culturales relevantes de la cultura argentina. El propósito es disponer de un abanico de posibilidades que permita justificar el desarrollo de actividades didácticas basadas en la búsqueda o reconocimiento de etnomatemáticas en este país.

Para el O.4 se ha realizado un estudio de todos los documentos legislativos encontrados referentes a la última reforma educativa argentina iniciada en el 2006 para averiguar si, según las indicaciones oficiales, se considera valorable el enfoque etnomatemático y por consiguiente un curso basado en este enfoque. Además consideramos algunas investigaciones precedentes realizadas en Argentina, que, a la luz de las orientaciones legislativas, detectan la relevancia y la oportunidad de inducir cambios en las concepciones epistemológicas de los profesores sobre la Matemática.

5. Algunos hallazgos

5.1. Cursos de Etnomatemática para formación docente en la literatura

Algunos referentes de investigaciones sobre la realización de cursos fundamentados en la perspectiva etnomatemática nos proporcionan indicaciones acerca de cómo plantear nuestra propuesta a nivel metodológico y de contenido (Tabla 1).

Autor	Contenido	Metodología
Bishop, 1995, 1996, 1999	Practicas invariantes en las culturas (contar, medir, localizar, dibujar, explicar jugar).	Trabajo por proyecto en pequeños grupos.
Oliveras, 1995, 1996	Investigar etnomatemáticas de un signo cultural (rasgo característico de una cultura o microcultura).	Microproyecto por pequeños grupos: investigación etnográfica de etnomatemáticas y desarrollo de una tarea didáctica relacionada.
Presmeg, 1998	Búsqueda del potencial matemático para la educación de etnomatemáticas de la literatura (componente práctica). Búsqueda de etnomatemáticas en una actividad personalmente significativa (componente investigativa).	Participación grupal a actividad cultural (componente práctica). Trabajo de investigación personal (componente investigativa).
Gerdes, 1998	Matemática de la vida diaria de la población (gremios). Búsqueda de matemáticas "congeladas" en objetos artesanales.	Presentaciones sobre los saberes previos. Trabajo de investigación individual.
Shirley, 1998, 2001	Diferentes visiones de las matemáticas de los grupos culturales.	Experiencias significativas ajustadas a los intereses y estilos de los futuros docentes.
Aroca, 2010	Analizar prácticas y saberes matemáticos autóctonos.	Proyectos por grupos, investigación cualitativa.
Gavarrete, 2012	Conocimiento matemático cultural.	Observación guiada y colectiva de etnomatemáticas propias. Microproyectos individuales.

Tabla 1. *Antecedentes de referencia sobre cursos de Etnomatemática en la formación docente* presentados *en orden cronológico*[13]

Bishop (1999) desarrolla una propuesta para trabajar etnomatemáticas en la educación; esta propuesta se fundamenta en el reconocimiento de prácticas invariantes presentes en distintas sociedades y culturas: contar, medir, localizar, diseñar, jugar y explicar. La idea es que estas prácticas invariantes son generadoras de conocimiento matemático dentro de la comunidad que las realiza. De forma parecida propone que en las aulas se pueden trabajar, como contenidos curriculares, estas mismas prácticas para resaltar y

[13] El libro de Bishop "Mathematical enculturation" original en inglés es del 1991, aquí citamos la versión traducida al español del 1999.

desarrollar este conocimiento matemático. El mismo autor (Bishop, 1995, 1998) propone una metodología de trabajo por proyectos realizados por pequeños grupos.

Quien desarrolla con más detalle esta metodología es Oliveras (Oliveras, 1995, 1996, 2005; Oliveras y Albanese, 2011; Oliveras y Gavarrete, 2012), que define los Microproyectos Etnomatemáticos como proyectos integrados, cooperativos, basados en etnomatemáticas y de corta duración (unas semanas). Sus principales investigaciones se realizan en la formación de maestros de primaria y preferiblemente durante el período de práctica, cuando los futuros maestros empiezan a tener contacto con los niños. El futuro maestro elige y analiza previamente un signo cultural, es decir, un rasgo característico de alguna de las culturas presentes y representadas en el aula, indagando sus potencialidades matemáticas. Después el futuro maestro diseña y, en la medida de lo posible, realiza y evalúa unas actividades que aglutinan los saberes matemáticos alrededor del signo cultural elegido, con el fin de desarrollar en los niños estos conocimientos matemáticos implicados en las prácticas relacionadas con el signo (Favilli, César y Oliveras, 2004).

Otros autores hablan de las ventajas de esta metodología didáctica, a pesar de que en sus trabajos no encontramos la misma terminología de Microproyectos alrededor de signos culturales. Shirley (2001) y Rosa y Orey (2013) sostienen que la Etnomatemática puede aportar contextos significativos a los cursos de formación docentes pero apuntan también a las innovaciones metodológicas que esta perspectiva puede aportar, a través del uso experiencias significativas para ajustar contenidos y patrones de instrucción a los intereses y estilos de aprendizajes de los estudiantes. Además Shirley (1998) resalta las ventajas de poder trabajar con grupos culturales que tienen diferentes visiones de las matemáticas, abordando la variedad de contenidos, pensamientos y aportes matemáticos de los mismos. La investigación de elementos o aspectos del bagaje cultural propio o cercano (Aroca, 2010; Presmeg, 1998; D'Ambrosio, 1988) permite vivenciar la importancia de los factores socioculturales para el aprendizaje, como el contexto y las relaciones interpersonales; se vivencia la diversidad de los procesos de construcción de ideas matemáticas: imitación, ensayo-error o guía de un experto (Gerdes, 1998). El trabajo investigativo que se propone en esta metodología didáctica promueve un compromiso fuerte y culturalmente responsable, desarrolla actitudes positivas hacia las Matemáticas y habilidades para la convivencia en entorno multiculturales (Verner,# Massarwe y Bshouty, 2013). El trabajo en pequeños grupos contribuye al desarrollo del sentido de ciudadanía, "entendida como comunidad de convivencia en el respeto de la diversidad" (Albanese, 2011, p. 19) y proporciona experiencias de una construcción compartida y consensuada del conocimiento, integrando la experiencia directa del trabajo de campo con la realización de lecturas tomadas de la literatura educativa intercultural, etnomatemática y antropológica, que son fuente de ejemplificación y reflexión.

Ponemos de manifiesto que los autores citados coinciden en trabajar contenidos relacionados con aspectos matemáticos presentes en el bagaje cultural del contexto, utilizando una metodología activa y participativa en donde se promueve que los participantes lleven a cabo alguna tarea de corte investigativo en etnomatemáticas. El curso que nos planteamos se inserta en esta línea.

5.2. Etnomatemática y Educación en Latinoamérica

La influencia de la Etnomatemática se puede ubicar a diferentes niveles del sistema educativo. Aquí consideramos solo los del nivel universitario y de la formación de profesores inicial y continua, que consideramos más acordes con nuestros objetivos.

En México se desarrollaron varios programas de Bachillerato Integral Comunitario, (BIC) que promueven una educación intercultural en los pueblos indígenas (Pérez Díaz, 2008), mientras a nivel de formación inicial de profesores en la Universidad Pedagógica Nacional del Distrito Federal existe una *Licenciatura en educación indígena*, donde se imparte un curso de *Matemática y Educación Indígena* que incluye un módulo de Etnomatemática (Universidad Pedagógica Nacional, 2010).

En Colombia se ha llevado a cabo un seminario de Etnomatemática en la Universidad del Valle en Santiago de Cali, destinado a los estudiantes de la Licenciatura en Matemática y Física del cercano pueblo de Buenaventura (Aroca, 2010). Este trabajo es un punto de referencia importante para el curso que nos proponemos desarrollar porque se describen los proyectos de investigación que los estudiantes realizan buscando etnomatemáticas de gremios artesanales.

En Venezuela se ha realizado una experiencia de capacitación en Etnomatemática a docentes de Educación Básica originarios de tres comunidades indígenas en el Estado Amazonas (Martínez, 2012). Los docentes han desarrollado proyectos inspirados en objetos y prácticas propios de la cultural para el desarrollo de propuestas didácticas (Martínez, González, Martínez y Oliveras, 2013).

En Costa Rica, el programa Siwä-Pakö promovió en 2011, a nivel de formación continua, un *Bachillerato de I y II ciclo con énfasis en Lengua y Cultura Cabécar*, donde se impartió un *Curso de Etnomatemáticas para formar Maestros de Entornos Indígenas (CEMEI)* (Gavarrete, 2012; Oliveras y Gavarrete, 2012). El modelo concebido para este curso (MOCEMEI), que emplea la metodología de Microproyectos, es un referente de primer orden para este trabajo.

En Argentina, en la Universidad Nacional del Noreste en Chaco, se realizaron, a nivel de formación continua, experiencias de capacitación de docentes en Etnomatemática (Santillán y Zachman, 2009). Posteriormente, a nivel de formación inicial, se introdujeron, en el tercer año del profesorado de matemática, experiencias didácticas para reconsiderar la construcción del conocimiento matemático bajo una perspectiva sociocultural con enfoque Etnomatemático (Santillán, 2011).

5.3. Etnomatemáticas en manifestaciones de la cultura argentina

Como ya mencionamos, el curso que queremos realizar tiene como eje central la búsqueda de etnomatemáticas en manifestaciones de la cultura argentina. Por ello creemos importante revisar investigaciones existentes sobre etnomatemáticas de elementos de la cultura argentina. Destacamos entonces las que constatan la presencia de Geometría en las danzas folklóricas (Sardella, 2004), en varias manifestaciones artísticas y decorativas de las culturas indígenas (Sardella, 2001) y en los diseños textiles de los pueblos indígenas (Micelli y Crespo, 2011). Además se encuentran varias formas de artesanías, tradicionales y urbanas (Fiadone, 2003; Servetto, Castilla, Navarro y Vaquero, 1998; Maronese, 2004) y, en algunas, como en las artesanías de trenzados (Osornio, 1934; Flores, 1960), se ha detectado presencia de etnomatemáticas (Albanese, 2011; Oliveras y Albanese, 2012; Castagnolo, 2012; Albanese, Oliveras y Perales, 2012; Albanese, Oliveras, Rodríguez, 2012; Albanese, Perales y Oliveras, 2014). En el gremio de los albañiles de la provincia de Rio Negro se ha reconocido el empleo de numerosas técnicas de construcciones geométricas, mediciones y cálculo propias de la cultura de este gremio (Fioriti, 1999; Fioriti y Gorgorió, 2006).

5.4. Ley de Educación y su impacto en la formación docente

En el año 2006 se aprueba en Argentina la Ley de Educación Nacional, vigente en el momento de desarrollo de esta investigación, que imprime a todo el sistema educativo grandes cambios con la meta de otorgar homogeneidad a las políticas educativas muy diferenciadas que existían en el país. Ello conllevó una gran proliferación legislativa a nivel nacional y provincial, y se instituye un ente coordinador que se ocupa de homogeneizar la formación docente, el Instituto Nacional de Formación Docente (ISFD). Seguidamente exponemos lo más pertinente para nuestro trabajo.

La constitución en el 2007 de la *Comisión Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de las Ciencias Naturales y la Matemática* (Comisión Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de las Ciencias Naturales y la Matemática, 2007) responde a una de las prioridades de las políticas educativas puestas en marcha el año anterior. Del Informe final de agosto del 2007 se infiere que el foco de las innovaciones se sitúa en asociar el proceso de educación, visto como construcción del conocimiento, al proceso que ha llevado a la construcción del mismo por parte de los científicos profesionales:

> Se exige un replanteo profundo de las formas en que la enseñanza ha sido desarrollada tradicionalmente. Al respecto, esta comisión estima que una de las tesis centrales que debe orientar la enseñanza es que las ideas que produce la ciencia están indisolublemente ligadas con la forma en que son producidas (Comisión Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de las Ciencias Naturales y la Matemática, 2007, p. 10).

La Comisión sostiene que la educación tradicional, que consiste en una trasmisión de conocimiento, ignora el proceso de la generación de las ideas por parte de la comunidad científica. Se apunta a que la educación siga el cambio de paradigma que ha llevado el pensamiento científico positivista hacia una concepción constructivista del conocimiento. Entonces se promueve la tesis de que "la construcción del conocimiento científico en el aula debe reflejar de alguna manera la construcción del conocimiento científico por los investigadores profesionales" (Comisión Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de las Ciencias Naturales y la Matemática, 2007, p. 11).

En esta nueva concepción de la enseñanza "el alumno elabora o construye en forma activa su conocimiento y deja de ser un recipiente pasivo a la espera de material que le llega de afuera. Y el docente debe convertirse en facilitador y guía de este aprendizaje activo de sus alumnos" (Comisión Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de las Ciencias Naturales y la Matemática, 2007, p. 11). En el Informe se insiste también en la idea de recuperar la actividad de modelización que se relaciona con el desarrollo de la capacidad de abstracción, la experimentación y el trabajo en equipo. La Comisión alerta que las experiencias innovadoras "se centran en el campo de las ciencias y solo unas pocas en el campo de la matemática" (Comisión Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de las Ciencias Naturales y la Matemática, 2007, p. 19) y llama la atención sobre la necesidad de incluir contenidos curriculares socialmente significativos y contextualizados respecto a la vida cotidiana, de una incentivación en la búsqueda y análisis crítico de la información. Además releva que en las innovaciones curriculares juegan un papel fundamental la formación docente (inicial y continua) y la conexión de esta con la investigación educativa.

Otra fuente de reflexión es el documento que recoge los *Núcleos de Aprendizaje Prioritarios* (Consejo Federal de Cultura y Educación, 2006) relativos al nivel medio, o Tercer Ciclo de la Educación General Básica, por la materia de Matemática. Por Núcleos de Aprendizaje Prioritarios se entiende "un conjunto de saberes centrales, relevantes y significativos, que incorporados como objetos de enseñanza, contribuyan a desarrollar, construir y ampliar las posibilidad cognitivas, expresivas y sociales que los niños ponen en juego y recrean cotidianamente en su encuentro con la cultura" (Consejo Federal de Cultura y Educación, 2006, p. 12).

En el documento se percibe la relevancia que adquiere la interculturalidad, y se advierte que por cultura diversa no se entiende solo la de los pueblos originarios, sino también la de sectores de poblaciones rurales y urbanas, sin olvidar la amplia presencia de comunidades culturales de descendencia europea fruto de los importantes flujos migratorios del Siglo XX:

> Se impone asumir un enfoque intercultural que privilegie la palabra y dé espacio para el conocimiento, valoración y producción cultural de poblaciones indígenas del país y de las más variadas formas de expresión cultural de diferentes sectores en poblaciones rurales y urbanas. La educación intercultural y el bilingüismo debe reconocer interacción y diálogo, en no pocos casos conflictivos, entre grupos culturalmente diversos en distintas esferas sociales (Consejo Federal de Cultura y Educación, 2006, p. 11).

Se recomiendan contextos ricos y variados para promover el sentido crítico y la creatividad. Se nota la intención clara de complementar el, así dicho, saber universal, con los diversos saberes socioculturales hacia una integración equilibrada:

> Las propuestas de enseñanza deberán buscar un equilibrio y una integración entre saberes de carácter universal y aquellos que recuperan los saberes sociales construidos en marcos de diversidad socio-cultural; entre saberes conceptuales y formas diversas de sensibilidad y expresión; entre dominios y formas de pensar propios de saberes disciplinarios específicos y aquéllos comunes que refieren a cruces entre disciplinas y modos de pensamiento racional y crítico que comparten las diferentes áreas/disciplinas objeto de enseñanza (Consejo Federal de Cultura y Educación, 2006, p. 14).

En los Lineamentos Curriculares Nacionales para la Formación Docente Inicial del 2007 (Consejo Federal de Educación, 2007) se insiste en la necesidad de que la práctica docente se realice en armonía con las dimensiones de los contextos socioculturales locales. El docente tiene que comprometerse a reflexionar, comprender y entonces vincular su enseñanza a las culturas y sociedades contemporáneas. Se entiende “la docencia como práctica de mediación cultural reflexiva y crítica, caracterizada por la capacidad para contextualizar las intervenciones de enseñanza en pos de encontrar diferentes y mejores formas de posibilitar los aprendizajes de los alumnos” (Consejo Federal de Educación, 2007, p. 8).

En este sentido el docente necesita ampliar su horizonte cultural más allá de los contenidos estrictamente curriculares, considerando las diversidades de contextos existentes a nivel local, para poder organizar situaciones de aprendizaje dialogando con la realidad, utilizando el contexto sociocultural como fuente de enseñanza y haciendo que los alumnos se involucren de manera activa en su propio proceso de aprendizaje.

Se destaca la importancia de la actividad de campo en las escuelas y en la comunidad para desarrollar la capacidad de observación, análisis y sistematización de las informaciones relevadas: “el campo de la formación en la práctica constituye un eje integrador en los diseños curriculares, que vincula (…) al análisis, reflexión y experimentación práctica en distintos contextos sociales e institucionales”. (Consejo Federal de Educación, 2007, p. 17). Las prácticas, además que espacio de aprendizaje, tienen que ser ocasión de experimentar alternativas de actuación y de implementar innovaciones. Pero también en las clases mismas del Instituto de formación es importante que se experimenten diferentes construcciones metodológicas, que se vivan experiencias distintas de aprendizajes de las disciplinas, según el nivel y modalidad para el que se quiera formar el docente. La idea es que “los futuros docentes tenderán a enseñar de la forma en que se les ha enseñado. Por ello, es importante favorecer la posibilidad de experimentar modelos de enseñanza activos y diversificados en las aulas de los Institutos” (Consejo Federal de Educación, 2007, p. 22).

Esta última concepción es válida también por la Matemática. Manifestaciones de los mismos formadores en enseñanza de la Matemática confirman que se suele enseñar de la misma forma en que se ha recibido esa enseñanza. Bajo la convicción que el aula del Instituto de formación docente juega el papel formativo de referencia en acto, los formadores manifiestan la intención de "enseñar como después se quiere que (los profesores en formación) enseñen" (Sessa, 2011, p. 67). A pesar de la sensibilidad al problema, hay casos en que se registra incoherencia entre la intención y la actuación de los formadores. Todo esto se desprende de los resultados sobre la *Encuesta para los formadores de los Institutos de Formación Docente de las carreras de Profesorados en Matemática* (Sessa, 2011) llevada a cabo en el 2009 por un equipo de especialistas en enseñanza de la Matemática, coordinado por la Doctora Carmen Sessa.

Presentamos otros resultados de esta encuesta que consideramos muy pertinentes por la relevancia que adquieren estas observaciones para el trabajo que se presentará. Se destaca que un 72% de la población de formadores del país (la muestra es de 696 formadores) se plantea el problema de presentar en sus clases "algún tipo de actividad artesanal y exploratoria para cada tema concreto y cada proceso de enseñanza" y de "abordar procesos de formalización con participación plena de los alumnos a partir de la exploración" (Sessa, 2011, p. 34). Más de la mitad de los formadores registra la relación de la Matemática con sus aplicaciones y reconoce esta ciencia como un producto histórico y sociocultural. Un 7% de formadores enfatiza sobre el rol activo de los alumnos, la importancia de la interacción colectiva en el aula, y la mirada crítica del docente sobre sus propias prácticas.

En la encuesta se trata de cómo se imparten los cursos de metodología de investigación recomendados por los Lineamientos (Consejo Federal de Educación, 2007). Los resultados destacan un panorama variado y fructífero que delinea la presencia de un espacio importante de reflexión sobre los procesos de enseñanza perfilados como asuntos a estudiar, que deja entrever una actitud positiva hacia la investigación educativa.

Otro aspecto del que hemos recabado información en el contexto argentino está relacionado con las concepciones epistemológicas del profesorado sobre la Matemática, puesto que la Reforma favorece una postura epistemológica relativista acorde con el curso que proponemos.

Examinando el informe del grupo de trabajo coordinado por Sessa (2011) se encuentra que de los cursos de Epistemología e Historia de la Matemática dictados en la formación docente, porque están promovidos por la Reforma Educativa antes mencionada, se debería vislumbrar cuánto llega a la clase de las actuales concepciones sobre la relación del pensamiento matemático con el contexto sociocultural en el que se desarrolla. La idea es que en estos cursos se divulgue que:

> …la Matemática es una construcción social, colectiva, y que los resultados de la comunidad de matemáticos de una época, sus "productos", son productos culturales. La producción Matemática es vista entonces como un aporte a la cultura en la cual esa comunidad está inmersa y, al mismo tiempo, se reconoce condicionada por esa cultura en cuanto al tipo de problemas que enfrenta, los modos de trabajo y el tipo de regulaciones y normas (Sessa, 2011, p. 134).

Sin embargo, los resultados de la encuesta a los formadores de todo el país han marcado una tendencia diferente porque una buena parte de los formadores ha manifestado la preferencia de utilizar la historia de la Matemática como una simple herramienta de motivación, mientras la dimensión histórica de la Matemática ofrecería una ocasión especial para presentarla como una producción social y cultural. A la vez que permitiría los trabajos interdisciplinares, a los que se intenta instalar en las instituciones educativas. Si se expone la multiplicidad de formas, procedimientos, enfoques o normas que son productos del proceso contextualizado en diversos momentos (situaciones históricas y geográficas), se priva a la Matemática de la connotación de conocimiento eterno y universal. En analogía se podría replantear la clase como un entorno donde se construye cooperativamente Matemática entendida como una producción, de impronta sociocultural, en evolución adentro del contexto (Sessa, 2011).

Finalmente señalamos la encuesta de Caputo y Denazis (2010) a docentes del Profesorado en Matemática de la Universidad Nacional del Noreste Argentino. Ellos destacaron que casi el 70% (de 35) muestra unas marcadas posturas formalistas, algunas más platónicas y otras racionalistas, mientras el restante, poco más del 30%:

> …ostenta posturas propias de la posmodernidad, tales como que la validación del conocimiento científico se basa, no en la lógica de justificación, sino en el acuerdo y consenso de la comunidad científica correspondiente, una tendencia al relativismo cognitivo (para el cual no existen verdades absolutas) y la influencia de las pautas culturales del contexto histórico – social en la generación del conocimiento científico (Caputo y Denazis, 2010. p. 476).

A la vista de estos resultados consideramos que es preciso promover cambios epistemológicos y metodológicos en los colectivos docentes para que se ajusten al enfoque de la Reforma Educativa, motivo por el cual creemos que nuestra propuesta de curso es pertinente y relevante.

6. Conclusiones

Consideramos que lo que los resultados de nuestra búsqueda responden a los objetivos planteados. La amplia revisión de antecedentes nos ha permitido identificar unas referencias teóricas de la perspectiva etnomatemática, y respondiendo al objetivo O.1, conseguimos algunas indicaciones en metodología y contenido para desarrollar cursos de formación docente en esta perspectiva.

Con estas bases averiguamos la factibilidad y oportunidad de realizar tales cursos en Argentina. Con respecto al objetivo O.2, nombramos investigaciones precedentes, realizadas en Latinoamérica, que presentan experiencias de aula en formación docente en la perspectiva etnomatemática y que presentan muchos aspectos de interés para el objetivo planteado. Respondiendo al objetivo O.3, encontramos también evidencias de la presencia de etnomatemáticas en manifestaciones de la cultura argentina e intuimos posibilidades de ampliar esta muestra.

Con respecto al objetivo O.4, observamos que el enfoque etnomatemático resulta conforme a las directrices legislativas que promueven una visión constructivista y relativista de las Matemáticas y la importancia del contexto sociocultural en su aprendizaje, y se ha detectado una clara invitación a que se intervenga en los cursos de formación de profesores para promover este tipo de enseñanza.

Desde las investigaciones sobre las concepciones epistemológicas de los profesores se intuye la necesidad de que se actúe en la formación con la intención de mostrar concepciones de las Matemáticas que tengan en cuenta una impronta sociocultural de construcción contextualizada del conocimiento, proponiendo alternativas a la visión epistémica y didáctica tradicional que apuntan principalmente al euclidianismo y a un aprendizaje mnemónico.

Creemos poder llevar a cabo una propuesta de aula en perspectiva etnomatemática, en tanto que no contradice a la legislación sino que, por el contrario, coincide con sus principios fundamentales. Para la implementación del curso consideramos muy valorables los aportes de las experiencias de las investigaciones realizadas en etnomatemáticas y en formación de profesores. Creemos que con estas experiencias previas disponemos de las herramientas conceptuales y metodológicas para crear un modelo contextualizado de un curso que se adapte a los requerimientos de las instituciones encargadas de la formación de profesores de matemáticas del país.

Agradecimientos

Agradecemos el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de España, que soporta esta investigación con una Beca FPU (código de referencia AP2010-0235) concedida a la doctoranda V. Albanese de la Universidad de Granada.

Referencias bibliográficas

Albanese, V. (2011). *Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado.* Tesis de Maestría no publicada. Granada (España): Universidad de Granada.

Albanese, V., Oliveras, M. L. y Perales, F. J. (2014). Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado: Aplicación de un Modelo Metodológico elaborado. *Bolema*, *28*(48), en prensa.

Albanese, V., Oliveras, M. L. y Perales F. J. (2012). Modelización matemática del trenzado artesanal. *Revista Epsilon*, *29*(81), 53-62. Recuperado de http://thales.cica.es/epsilon/sites/thales.cica.es.epsilon/files/revistas2/revista81_4.pdf

Albanese, V., Oliveras, M. L. y Rodríguez, M. C. (2012) Etnomatemáticas en Artesanías de trenzado: aspectos metodológicos. En R. Flores (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol. 25. (pp. 301-308). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C. Recuperado de http://www.clame.org.mx/documentos/alme25.pdf

Aroca, A. (2010). Una experiencia de formación docente en Etnomatemáticas: estudiantes afrodescendientes del Puerto de Buenaventura, Colombia. *Educaçao de Jóvens e Adultos*, *28*(1), 87-96. Recuperado de http://www.etnomatematica.org/publica/articulos/afrodescen.pdf

Barton, B. (2012). Preface to "Ethnomathematics and Philosophy". In H. Forgasz, y F. D. Rivera, (Eds.), *Towards Equity in Mathematics Education: Gender, Culture, and Diversity* (pp. 227-229). Berlin: Springer.

Barton, B. (2008). *The language of mathematics: Telling mathematical tales*. Melbourne: Springer.

Barton, B. (1999). Ethnomathematics and philosophy. *ZDM, 31*(2), 54-58. Recuperado de http://www.emis.de/journals/ZDM/zdm992a2.pdf

Barton, B. (1996). Making sense of ethnomathematics: Ethnomathematics is making sense. *Educational Studies in Mathematics, 31*(1), 201-233. Recuperado de http://link.springer.com/article/10.1007/BF00143932

Bishop, A. J. (1999). *Enculturación Matemática*. Barcelona: Paidós.

Bishop, A. J. (1998). Equilibrando las necesidades matemáticas de la educación general con las de la instrucción matemática de los especialistas. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, *27*, 25-37. Recuperado de http://revistasuma.es/IMG/pdf/27/025-037.pdf

Bishop, A. J. (1995). Educando a los "culturizadores matemáticos". *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas, 6*, 7-12. Recuperado de http://uno.grao.com/revistas/uno/006-matematicas-y-ejes-transversales/educando-a-los-culturizadores-matematicos

Caputo, L. y Denazis, J. M. (2010). Algunas concepciones epistemológicas de docentes de un profesorado en matemática. En H. Blanco (Ed.). (2010). *Acta de la VIII Conferencia Argentina de Educación Matemática*. (pp. 476-482). Argentina: SOAREM. Sociedad Argentina de Educación Matemática. Recuperado de http://www.soarem.org.ar/Documentos/CAREMVIII%20-%202010.pdf

Castagnolo, A. (2012). La Etnomatemática subyacente en los textiles. *Journal of Mathematics and Culture, 6*(1), 119-134. Recuperado de http://nasgem.rpi.edu/pl/journal-mathematics-culture-volume-6-number-1-focus-issue-icem4

Comisión Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de las Ciencias Naturales y la Matemática (2007). *Mejorar la enseñanza de la Ciencias y de la Matemática: una Prioridad Nacional*. Argentina: Ministerio de Educación, Ciencias y Tecnología. Recuperado de http://portal.educacion.gov.ar/files/2009/12/Mejoramiento-de-la-ense%C3%B1anza.pdf

Consejo Federal de Cultura y Educación (2006). *Núcleos de Aprendizajes Prioritarios.* Argentina: Ministerio de Educación Ciencia y Tecnología. Recuperado de http://www.me.gov.ar/curriform/nap.html

Consejo Federal de Educación (2007). *Lineamientos Curriculares Nacionales para la Formación Docente Inicial*. Argentina: Ministerio de Educación Ciencias y Tecnología. Recuperado de http://www.me.gov.ar/consejo/resoluciones/res07/24-07-anexo01.pdf

D'Ambrosio, U. (2008). *Etnomatemática. Eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. México: Limusa.

D'Ambrosio, U. (1988). Etnomatemática se ensina? *Bolema, 3*(4), 43-46. Recuperado de http://www.etnomatematica.org/publica/articulos/etnomatematica%20se%20ensena_DAmbrosio.pdf

D'Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the learning of Mathematics, 5*(1), 44-48.

Favilli, F., César, M. y Oliveras, M. L. (2004). *Proyecto IDMAMIM: Matemática e intercultura*. Pisa: Universidad de Pisa. [3 CD: La zampoña, Os batiques e Las alfombras].

Fiadone, A. (2003*). El diseño indígena argentino.* Buenos Aires: Marca editora.

Fioriti, G. (1999). *Conocimiento geométrico de los obreros de la construcción: conocimiento situado versus conocimiento escolar*. Tesis de doctorado no publicada. Barcelona: Universidad Autónoma de Barcelona.

Fioriti, G. y Gorgorió, N. (2006). Conocimiento geométrico situado en el contexto del trabajo. En J. M. Goñi (ed.), *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 99-116). Barcelona: Graó.

Flores, L. A. (1960). *El guasquero: trenzados criollos.* Buenos Aires: Cesarini Hermanos.

Gavarrete, M. E. (2009) *Matemáticas, Culturas y Formación de Profesores en Costa Rica.* (Tesis de Maestría no publicada). Universidad de Granada: España.

Gavarrete, M. E. (2012). *Modelo de aplicación de etnomatemáticas en la formación de profesores indígenas de Costa Rica*. (Tesis doctoral). Universidad de Granada: España. Recuperado de http://www.redalyc.org/pdf/335/33524579005.pdf

Gerdes, P. (1998). On culture and mathematics teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education, 1*(1), 33-53.

Knijnik, G. (2012). Differentially positioned language games: ethnomathematics from a philosophical perspective. *Educational Studies in Mathematics, 80*(1-2), 87-100. Recuperado de http://link.springer.com/article/10.1007/s10649-012-9396-8

Knijnik, G. y Wanderer, F. (2012). Preface to "Cultural Differences, Oral Mathematics and Calculators in a Teacher Training Course of the Brazilian Landless Movement". In H. Forgasz, y F. D. Rivera, (Eds.), *Towards Equity in Mathematics Education: Gender, Culture, and Diversity* (pp. 241-244). Berlin: Springer.

Maronese, L. (2004). *La artesanía urbana como patrimonio cultural*. Buenos Aires: Comisión para la Prevención del Patrimonio Histórico de la Ciudad de Buenos Aires, Secretaría de Cultura. Recuperado de http://www.folkloretradiciones.com.ar/literatura/temas_10.pdf

Martínez, O. J. (2012). Una experiencia de capacitación en Etnomatemática, en docentes indígenas venezolanos. *Journal of Mathematics and Culture*, *6*(1), 286-295. Recuperado de http://nasgem.rpi.edu/pl/journal-mathematics-culture-volume-6-number-1-focus-issue-icem4

Martínez, A. M., González, A., Martínez, O. y Oliveras, M. L. (2013). *Etnomatemáticas en el diseño y construcción de un instrumento musical "cuatro". Propuesta didáctica para el desarrollo del currículo escolar.* Poster presentado en la 27 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, Buenos Aires, Argentina. Recuperado de http://www.etnomatematica.org/home/wp-content/uploads/2013/08/poster_venezuela.pdf

Micelli, M. L. y Crespo, R. (2011). La geometría entretejida. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática,* *4*(1), 4-20. Recuperado de http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3643890

Oliveras, M. L. (2006). Etnomatemáticas. De la multiculturalidad al mestizaje. En: Giménez, J., Goñi J. M., y Guerrero S. *Matemáticas e interculturalidad* (117-149). Barcelona: Graó.

Oliveras, M.L. (2005). Microproyectos para la educación intercultural en Europa. *Revista UNO, 38*, 70-81. Recuperado de http://www.grao.com/revistas/uno/038-la-ensenanza-de-las-matematicas-y-la-construccion-europea/microproyectos-para-la-educacion-intercultural-en-europa

Oliveras, M. L. (1996). *Etnomatemáticas. Formación de profesores e innovación curricular*. Granada: Comares.

Oliveras, M.L. (1995). Artesanía andaluza y matemáticas, un trabajo transversal con futuros profesores. *Revista UNO, 6,* 73-84. Recuperado de http://www.grao.com/revistas/uno/006-matematicas-y-ejes-transversales/artesania-andaluza-y-matematicas-un-trabajo-transversal-con-futuros-profesores

Oliveras, M. L. y Albanese, V. (2012). Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado: un modelo metodológico para investigación. *Bolema,* 26 (44), 1295-1324. Recuperado de http://www.scielo.br/pdf/bolema/v26n44/10.pdf

Oliveras, M. L. y Albanese, V. (2011). Ethnomathematical Microproject: Educating with the Community. En J. Diez Palomar y C. Kanes (Eds.), *Family and Community in and Out of the Classroom: Ways to improve mathematics' achievement* (97-100). Barcelona: Universitat Autònoma de Barcelona. Recuperado de http://publicacions.uab.es/pdf_llibres/CON0009.pdf

Oliveras, M. L. y Gavarrete, M. E. (2012). Modelo de aplicación de Etnomatemáticas en la Formación de Profesores para Contextos Indígenas en Costa Rica. *RELIME, 15*(3), 339-372. Recuperado de http://www.redalyc.org/pdf/335/33524579005.pdf

Osornio, M. (1934). *Trenzas gauchas.* Buenos Aires: Hemisferio Sur.

Pérez Díaz, F. (2008). *El Bachillerato Integral Comunitario, un modelo educativo de nivel medio superior de los pueblos originarios en Oaxaca, México: un análisis curricular*. Tesis de Maestría no publicada. Distrito Federal, México: Instituto Latinoamericano de la Comunicación Educativa. Recuperado de http://nayuujk.com/documentos/tesis/doc_details/1-analisis-curricular-de-un-modelo-educativo-de-nivel-medio-superior-de-los-pueblos-originarios

Presmeg, N. (1998). Ethnomathematics in Teacher Education. *Journal of Mathematics Teacher Education 1*(1), 317–339.

Rosa, M. y Orey, D.C. (2013). Culturally Relevant Pedagogy as an Ethnomathematical Approach. *Journal of Mathematics and Culture, 7*(1), 74-97. Recuperado de http://nasgem.rpi.edu/files/30327

Rosa, M. y Orey, C. (2011). Ethnomathematics: the cultural aspects of mathematics. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 4*(2), 32-54. Recuperado de http://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/3738356.pdf

Rosa, M. y Orey, D.C. (2003). Vinho e queijo: etnomatemática e modelagem. *Bolema, 20*, 1-6. Recuperado de http://www.somaticaeducar.com.br/arquivo/material/142008-11-01-16-07-09.pdf.

Santillán, A. (2011). Aportes para la construcción de una historia de la matemática: Experiencia en el profesorado de matemática en la Universidad Nacional del Chaco Austral, Argentina. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 4*(1), 40-45. Recuperado de http://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RLE/article/view/29

Santillán, A. y Zachman, P. (2009). Una experiencia de capacitación en Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 2(1), 27-42. Recuperado de http://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RLE/article/view/14/14

Sardella, O. (2004). La geometría en las danzas folklóricas argentinas. En L. Díaz (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 17* (pp. 801-806). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C. Recuperado de http://www.clame.org.mx/acta.htm

Sardella, O. (2001). La Geometría en la Argentina indígena. Época prehispánica. *Números*, *45*, 21-32. Recuperado de http://www.sinewton.org/numeros/numeros/45/Articulo02.pdf

Servetto, L., Castilla, C., Navarro M., & Vaquero, A. (1998). *La artesanía en la zona andina argentina*. Córdoba (Argentina): Universidad de Córdoba.

Sessa, C. (2011). *Informe acerca de la "Encuesta para los formadores de los Institutos de Formación Docente de las carreras de profesorado en Matemática".* Buenos Aires: Ministerio de Educación. Recuperado de http://repositorio.educacion.gov.ar:8080/dspace/handle/123456789/96990

Shirley, L. (1998). Ethnomathematics in teacher education. En M. L. Oliveras y J. Fuentes (eds.), *Ethnomathematics and mathematics education: building an equitable future. Proceedings of First International Conference on Ethnomathematics* (CD-ROM). Granada, Spain.

Shirley, L. (2001). Ethnomathematics as a fundamental of instructional methodology. *ZDM, 33*(3), 85-87. Recuperado de http://link.springer.com/article/10.1007%2FBF02655699

Universidad Pedagógica Nacional (2010). *Matemática y educación Indígena*. México: Universidad Pedagógica Nacional. Recuperado de http://biblioteca.ajusco.upn.mx/pdf/guias/mei1.pdf

Verner, I., Massarwe, K. y Bshouty, D. (2013). Constructs of engagement emerging in an ethnomathematically-based teacher education course. *Journal of Mathematical Behavior, 32*, 494-507.

ANEXO 2 ARTÍCULO 7

Albanese, V., Oliveras, M. L., y Perales, F. J. (2012). Modelización matemática del trenzado artesanal. *Revista Epsilon, 29*(81), 53-62.

Modelización matemática del trenzado artesanal

Mathematical Modelling of craft braid/braiding

Veronica Albanese

María Luisa Oliveras

Francisco Javier Perales

Resumen

En este trabajo presentamos una modelización matemática de la realización del trenzado de origen artesanal con la intención de proporcionar a los profesores de matemáticas y a los maestros ideas y sugerencias para elaborar propuestas para el aula. Las ideas que desarrollamos se han generado durante una investigación etnográfica y etnomatemática de dos escenarios artesanales. Aquí resumimos los hallazgos más importantes del análisis etnomatemático que han consistido en la elaboración de un modelo matemático de la realización del trenzado que se basa en la utilización de los grafos y del lenguaje de la combinatoria.

Palabras clave: Etnomatemática, Modelización Matemática, trenzado.

Abstract

We present a mathematical modeling of the realization of craft braiding with the intention of providing to mathematics teachers some ideas to develop proposals for the classroom. The ideas developed were generated during an ethnographical and ethnomathematical study of two craft scenarios. Here we summarize the main findings of the ethnomathematical analysis which consisted in a mathematical model of the realization of the braiding, based on the use of graphs and combinatorial language.

Key words: Ethnomathematics, Mathematical Modeling, Braiding.

1. Introducción

La Etnomatemática constituye una línea de investigación que abarca la antropología y la educación matemática en búsqueda de una manera diferente y más incluyente de hacer y considerar las matemáticas concebidas como un producto cultural (Bishop, 1999). En la Educación matemática esto se refleja en el objetivo de un aprendizaje significativo relacionado con el entorno social y cultural. El rol del docente se vuelve el del *enculturador matemático,* que valoriza el saber cotidiano y profesional y, en general, el saber inicial de los alumnos y su funcionalidad, los recursos contextualizados y el empleo del lenguaje natural además del simbólico (Bishop, 1999; Oliveras, 2005, 2006; Oliveras y Gavarrete, 2012).

El punto de partida del trabajo ha sido encontrar artesanías que tengan suficiente potencial matemático para lograr algunas aplicaciones educativas a niveles básico y técnico-profesional, conectando así la educación con el desarrollo de competencias laborales y de la vida diaria. Un trabajo pionero en este ámbito es el de Oliveras (1996).

Presentamos aquí una modelización matemática que ha surgido de una investigación etnográfica de algunas artesanías de trenzado (Oliveras y Albanese, 2012). Entendemos por *trenzado* la manera de realizar cordeles o trenzas entrelazando unos hilos, sin hacer nudos. Estos cordeles o trenzas tienen la peculiaridad de que, en cualquier punto, si se deja sin atar la madeja se va soltando, los hilos que la forman se separan, desarmando la estructura del cordel o trenza.

Uno de los Objetivos generales de la investigación es:

O.1 Describir artesanías de trenzado y estudiarlas identificando los constructos matemáticos implícitos en ellas.

En este documento desarrollamos uno de los objetivos específicos que se enuncia así:

O.2 Realizar una modelización matemática del trenzado artesanal.

2. Etnomatemática, Modelización Matemática y Educación

Partiremos de sendas definiciones respecto de Modelo y Modelización:

"*Un modelo matemático de un fenómeno es un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que traducen, de alguna forma, el fenómeno en cuestión*." (Bassanezi y Biembengut, 1997: 65).

"*La Modelización Matemática consiste en el arte de traducir un fenómeno determinado o problemas de la realidad en un lenguaje matemático: el modelo matemático*." (Hein y Biembengut, 2006).

Es decir, la modelización matemática es el proceso de elaboración del modelo matemático.

Las Etnomatemáticas consideran la modelización matemática como una herramienta clave del proceso de construcción del conocimiento (D'Ambrosio, 2008). En su interés por la contextualización del conocimiento y por la transmisión de un saber funcional a la solución de problemas reales a través de un aprendizaje significativo, destacan la importancia de la modelización porque comporta una mejor comprensión de las prácticas matemáticas, sea según el sistema matemático convencional, sea el sistema de pensamiento matemático de un determinado grupo cultural (Rosa y Orey, 2003).

Los investigadores en Etnomatemáticas suelen validar un modelo que un determinado grupo cultural construye para la resolución de un problema que aparece, procurando entender el modelo desarrollado por el grupo; ellos van al campo para conocer y entender la manera de resolver un problema por un grupo cultural (Scandiuzzi, 2002).

La educación en perspectiva etnomatemática sitúa su foco de interés en el pensamiento matemático del grupo cultural considerado, que construye el modelo y la validación se realiza según los criterios del sistema matemático informal. En esta visión, la manipulación de modelos como estrategia de investigación del pensamiento matemático de los grupos culturales, a fin de desarrollar una educación matemática basada en otros codificadores. En este sentido:

> *"Conocer, entender y explicar un modelo o cómo determinadas personas o grupos sociales lo utilizan, puede ser significativo, principalmente, porque nos ofrece una oportunidad de penetrar el pensamiento de una cultura u obtener una mejor comprensión de sus valores"* (Bienbengut, citado en Rosa y Orey, 2003, p. 3, traducción propia).

Así que en las aulas de matemáticas se valoriza y comprende la influencia de una determinada cultura sobre las maneras de pensar, comunicar y trasmitir matemáticas.

En una entrevista, D'Ambrosio expone que las Etnomatemáticas son una manera de hacer Educación Matemática, una educación que no consiste en pasar al alumno el conocimiento congelado en los libros, sino que es "*una práctica, una cosa viva, hacer matemáticas dentro de las necesidades ambientales, sociales y culturales* " (Blanco, 2008, p. 22). Y en otra entrevista (D'Ambrosio y Rosa, 2009) expresa su convicción, a propósito del potencial educativo del estudio de prácticas de grupos culturales diferentes, de que contribuye al desarrollo de valores como el respeto hacia otras culturas, y en el caso específico de nuestro trabajo, el respeto de las labores manuales como la artesanía (Oliveras y Albanese, 2012).

3. El modelo matemático

Definimos los conceptos básicos del lenguaje matemático formal que utilizamos en nuestro estudio: el grafo, la permutación, el ciclo.

1. Un *grafo* $|V|$ es un par ordenado $G = (V, E)$, donde V es un conjunto de vértices o nodos, y E es un conjunto de arcos o aristas, que relacionan estos nodos. Se considera V finito y se llama orden de G al número de vértices de V, indicado $|V|$.
2. Un *circuito simple* en un grafo es una sucesión de nudos conectados por aristas, donde no se encuentra dos veces el mismo nudo, a excepción del primero y último que coinciden.
3. Dado un conjunto finito de elementos, llamado V, una *permutación* es una correspondencia (o aplicación) biyectiva de V en sí mismo, $p: V \rightarrow V$, a veces indicada como reordenamiento. El conjunto de las permutaciones en V con la operación de composición forma un grupo, indicado S_V.
4. Se llama *ciclo*, y se indica $\sigma = (x_1, x_2, \dots , x_n)$, la permutación que manda cíclicamente cada elemento en su sucesivo, o sea x_i en x_{i+1} hasta x_n en x_1, mientras deja fijos los que no aparecen. Si el ciclo contiene solo dos elementos se llama transposición. Dos ciclos se dicen disjuntos si no comparten ningún elemento de V. Cada elemento del grupo de permutaciones se puede escribir como composición de ciclos disjuntos (la composición, si los ciclos son disjuntos, es simplemente una yuxtaposición). Así que para expresar las permutaciones vamos a utilizar la notación de composición de ciclos disjuntos.

Para realizar el análisis imaginamos mirar la trenza o el cordel en construcción desde el punto de vista de la cola, o sea de donde los hilos están a punto de ser trenzados. En la modelización con grafos, los vértices o nudos representan las posiciones de los hilos a punto de ser trenzados, estas posiciones las indicaremos con letras minúsculas, mientras en el estudio posterior de los recorridos de los hilos, a estos los representamos con números. Los arcos o aristas representan los movimientos de los hilos, respecto a la posición en la cual se encuentran en el momento de realizar el movimiento, que el artesano tiene que hacer cumplir a los hilos para crear la trama.

El trenzado toma forma repitiendo el mismo *paso*. El paso está constituido por unas unidades más simples que lo componen, los *movimientos mínimos*.

Los grafos permiten detectar de qué manera se realiza la acción de trenzar en función de una posición inicial de los hilos y de sucesivos intercambios de estas posiciones. Cabe destacar que lo que se intercambian son los hilos que se encuentran en determinadas posiciones. Por razones de claridad y fluidez del discurso, de aquí en adelante con "posiciones" nos referimos a los hilos que se encuentran en las posiciones determinadas en el paso en cuestión.

a. *Movimiento mínimo*: es el movimiento que involucra dos o más hilos que intercambian sus posiciones; el conjunto de hilos es el mínimo tal que cada hilo del conjunto, en su movimiento, vaya ocupando una posición dejada vacía por el movimiento de otro hilo del conjunto y, a su vez, deje una posición vacía que sea ocupada por otro hilo del conjunto. En el grafo se describe a través de un circuito simple. En combinatoria a cada circuito se asocia un ciclo. El sentido horario o anti horario del circuito se refleja en el ciclo por el orden de los elementos. Si el ciclo es una transposición, asumimos la siguiente convención: suponiendo que $x_1 < x_2$ (en el ordenamiento alfabético), un circuito entre x_1, x_2 horario será (x_1, x_2); un circuito x_1, x_2 anti horario será (x_2, x_1).

b. *Paso*: un paso del proceso de trenzar es el máximo conjunto de movimientos mínimos tal que cada vértice no pertenece a más de un movimiento. Un paso se representa en un único grafo en el que aparecen eventualmente más circuitos no conectados. En combinatoria se representa con un elemento del grupo S_V que resulta, eventualmente, de la composición de más de un ciclo. Se considera el orden en el que aparecen escritos los ciclos como el orden de ejecución de los movimientos.

Señalamos que todos los grafos relativos al mismo trenzado tienen la misma estructura (o esqueleto), en términos técnicos, el grafo *vacío* asociado, cuyo conjunto de aristas es nulo, es el mismo. Utilizamos la convención de disponer los nudos sobre los lados de un cuadrado. Ya que trataremos casos de 4 y 8 hilos, encontraremos respectivamente uno o dos nudos por lado.

Cabe destacar que algunos trenzados se realizan con una secuencia de pasos distintos. En este documento vamos a presentar solo trenzados elaborados con una secuencia simple donde la repetición de un único paso permite la construcción de la trenza o cordel.

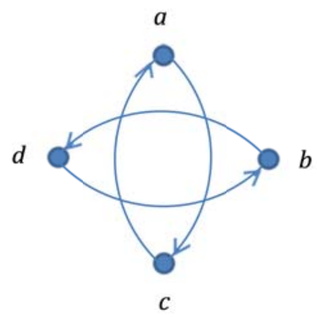
4. Modelización Matemática de cordeles: algunos ejemplos con cuatro y ocho hilos

Presentamos en este apartado cómo realizar la modelización matemático-formal de algunos trenzados de cordeles, haciendo una reelaboración de los esquemas utilizados por Richard Owen (Owen, 1995), bajo la guía y las explicaciones proporcionadas por el Profesor Castagnolo durante una inmersión en el campo realizada en la región de Salta, Argentina. El nombre que hemos elegido para cada trenzado se refiere a la forma del grafo asociado. Ponemos de manifiesto que en este trabajo presentamos el análisis matemático y consideramos solo la manera en que se trenza, omitiendo cualquier referencia a los hallazgos de carácter etnográfico.

La cruz simple de 4 hilos

Vamos a presentar la modelización del proceso de realización del trenzado que llamamos *la cruz simple* de cuatro hilos. El *grafo estructura* está constituido por cuatro nudos, correspondientes a los cuatro hilos, posicionados cada uno sobre *un lado* del cuadrado, que nombramos en sentido horario *a, b, c, d*, y colocamos con los lados en posiciones vertical y horizontal, partiendo del nudo situado arriba. El paso está compuesto por dos movimientos mínimos, el primer movimiento mínimo a realizar es el intercambio, en sentido horario, de los hilos que ocupan las posiciones *a, c*. El segundo movimiento mínimo es el intercambio en sentido anti horario de los hilos que ocupan las posiciones *b, d*. En el grafo estos se visualizan como dos circuitos de dos que se disponen como una cruz (de aquí el nombre). El grafo que representa el paso es el grafo *G1.*

Grafo *G1*: Grafo del trenzado "*cruz simple*".



En combinatoria este paso se representa con una permutación p_1 en $S_{\{a,b,c,d\}}$ compuesta por dos transposiciones $\sigma_{1,1} = (a, c)$ y $\sigma_{1,2} = (d, b)$. Observamos que $\sigma_{1,2}$ siendo en sentido anti horario, tiene las letras en orden alfabético decreciente.

Así que, de $p_1 = \sigma_{1,1}\ \sigma_{1,2}$, se obtiene

$$p_1 = (a, c)\ (d, b).$$

Ahora vamos a numerar los hilos de la configuración inicial de manera tal que el hilo posicionado en el nudo *a* sea el hilo 1, el del nudo *b* sea el hilo 2, etc. De aquí en adelante siempre utilizamos esta convención para numerar los hilos de la configuración inicial. Para seguir el recorrido de aquellos en la trama aplicamos a la configuración inicial la permutación que describe el paso. Así que la permutación en función de las letras, o sea de las posiciones, se reescribe en función de los números, o sea de los hilos (en la tabla *T1* es la última columna de la derecha) y se aplica a la configuración inicial obteniendo una nueva configuración que se describe en la línea sucesiva de la tabla referida.

Tabla T1: Recorrido de los hilos del trenzado "*cruz simple*"

a	***b***	***c***	***d***	p_i	**Paso específico**
1	2	3	4	$p_1 = (a, c)\ (d, b)$	(1,3) (4,2)
3	4	1	2	$p_1 = (a, c)\ (d, b)$	(3,1) (2,4)
1	2	3	4	-	-

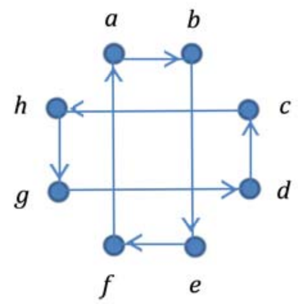
Observamos que el número de veces que tenemos que repetir el paso para volver a la configuración inicial coincide con el orden de la permutación que describe el paso.

La cruz de cuadrados de 8 hilos

Tratamos ahora la modelización del trenzado denominado *la cruz de cuadrados.* El grafo estructura consta de ocho nudos dispuestos dos por cada lado del cuadrado, que nombramos en sentido horario, partiendo del primero arriba a la izquierda *a, b, c, d, e, f, g, h*.

El único paso se representa con un grafo que está formado por dos circuitos de cuatro nudos; el primer circuito en sentido horario involucra los nudos *a, b, e, f*; el segundo en sentido anti horario involucra los nudos *c, d, g, h*.

Grafo *G2*: Grafo del trenzado "*cruz de cuadrados*".



En combinatoria, el paso está descrito por la permutación de $S_{\{a,b,c,d,c,d,e,f\}}$ que se constituye por yuxtaposición de los dos ciclos $\sigma_{1,1}=(a,\ b,\ e,\ f)$ y $\sigma_{1,2}=(h,\ g,\ d,\ c)$, es decir

$$p_1= (a, b, e, f)\ (h, g, d, c),$$

Numerando los hilos en la configuración inicial como hemos convenido, realizamos la tabla *T2*, que describe el recorrido de los hilos en la trama.

Tabla T2: Recorrido de los hilos del trenzado "*cruz de cuadrados*".

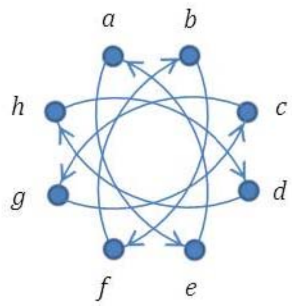
a	***b***	***c***	***d***	***e***	***f***	***g***	***h***	p_i	**Paso específico**
1	2	3	4	5	6	7	8	$p_1= (a, b, e, f)\ (h, g, d, c)$	(1,2,5,6) (8,7,4,3)
6	1	4	7	2	5	8	3	$p_1= (a, b, e, f)\ (h, g, d, c)$	(6,1,2,5) (3,8,7,4)
5	6	7	8	1	2	3	4	$p_1= (a, b, e, f)\ (h, g, d, c)$	(5,6,1,2) (4,3,8,7)
2	5	8	3	6	1	4	7	$p_1= (a, b, e, f)\ (h, g, d, c)$	(2,5,6,1) (7,4,3,8)
1	2	3	4	5	6	7	8	-	-

Observamos que con cuatro aplicaciones del paso se alcanza de vuelta la configuración inicial y apreciamos de nuevo que cuatro es también el orden de la permutación, compuesta de dos ciclos de cuatro, que describe el paso.

La estrella de 8 hilos

El trenzado de la estrella se basa en el mismo *grafo estructura* del trenzado precedente, ya que también se realiza con 8 hilos. El paso se visualiza con un grafo constituido por cuatro circuitos de dos. En el orden tenemos un circuito horario entre los nudos *b, f*; un circuito horario entre los nudos *d, h*; un circuito anti horario entre los nudos *a, e*; un circuito anti horario entre los nudos *c, g*.

Grafo *G1*: Grafo del trenzado "*estrella*".



En combinatoria encontramos una única permutación en $S_{\{a,b,c,d,c,d,e,f\}}$ correspondiente al único paso que queda de la yuxtaposición de las cuatro transposiciones:

$$p_1 = (b, f)\ (d, h)\ (e, a)\ (g, c).$$

Construimos entonces la tabla *T3* que describe el recorrido de los hilos:

Tabla T3: Recorrido de los hilos en el trenzado "*estrella*".

a	***b***	***c***	***d***	***e***	***f***	***g***	***h***	p_i	**Paso específico**
1	2	3	4	5	6	7	8	$p_1= (b, f)\ (d, h)\ (e, a)\ (g, c)$	(2,6) (4,8) (5,1) (7,3)
5	6	7	8	1	2	3	4	$p_1= (b, f)\ (d, h)\ (e, a)\ (g, c)$	(6,2) (8,4) (1,5) (3,7)
1	2	3	4	5	6	7	8	-	-

Observamos que aquí también, para volver a la configuración inicial, tenemos que realizar un número de pasos análogo al orden de la permutación que representa el paso.

5. Consideraciones finales

El propósito del trabajo aquí presentado es proporcionar a los Profesores de Matemática y a los Maestros unas herramientas de reflexión sobre las relaciones de las matemáticas con la cultura. Ponemos de manifiesto una vez más que nuestra intención ha sido estimular la creatividad del docente en la organización de su propia tarea profesional. Hemos pretendido exponer los hallazgos conseguidos en la modelización matemática del trenzado, en lugar de desarrollar una propuesta curricular concreta y detallada, convencidos que la originalidad y la propia experiencia personal pueden aportar nuevas perspectivas al momento de llevar estas ideas al aula.

Agradecimientos
Esta investigación está soportada por una Beca FPU (código de referencia AP2010-0235) del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de España, concedida a la investigadora V. Albanese (Orden EDU/3445/2011, del 30 de noviembre, publicado en el B.O.E. n. 305 del 20-12-2012).

Bibliografía

Albanese, V. (2011). *Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado*. Tesis de Master no publicada. Granada, Universidad de Granada.

Bassanezi, R. y Biembengut, M. (1997). Modelación matemática: una antigua forma de investigación, un nuevo método de enseñanza. *Revista de Didáctica de las Matemáticas,* (32), 13-25.

Bishop, A. (1991). *Enculturación Matemática.* Barcelona: Paidós.

Blanco, H. (2008). Entrevista al profesor Ubiratan D'Ambrosio. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 1*(1), 21-25.

Castagnolo, A. (2012). La Etnomatemática Subyacente en los Textiles. *Journal of Mathematics and Culture, 6*(1), 119-134.

D'Ambrosio, U. (2008). *Etnomatemática - Eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. México: Limusa.

Hein, N. y Biembengut, M. (2006). Modelaje matemático como método de investigación en clases de matemáticas. En: M. Murillo (presidente), *Memorias del V festival internacional de matemática*, 1-25.

Oliveras, M. L. y Albanese, V. (2012). Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado: Un Modelo Metodológico para Investigación. *Bolema*, 26(44), en prensa.

Oliveras, M. L. y Gavarrete, M. E. (2012). Modelo de Aplicación de Etnomatemáticas en la Formación de Profesores para Contextos Indígenas en Costa Rica. *RELIME,* en prensa.

Oliveras, M. L. (2005). Microproyectos para la educación intercultural en Europa. *UNO Revista de Didáctica de las Matemáticas 38*, 70-81.

Oliveras, M. L. (2006) Etnomatemáticas. De la multiculturalidad al mestizaje. En: Giménez, J., Goñi J. M., y Guerrero S. (Ed.) *Matemáticas e interculturalidad* (117-149). Barcelona, España: Graó.

Oliveras, M. L. (1996). Etnomatemáticas. Formación de profesores e innovación curricular. Granada: Comares.

Owen, R. (1995). *Braids: 250 patterns from Japan, Peru y beyond*. Loveland, Colo: Interweave Press.

Orey, D. y Rosa, M. (2004). Ethnomathematics and the theaching and learning mathematics from a multicultural perspective. En: Favilli, F. (Ed.) *Prooceding of the 10th Internacional Congress of Mathematics Education* (pp. 139-148). Copenhagen: Tipografia Editrice Pisana.

Rosa, M. y Orey, D.C. (2003). Vinho e queijo: etnomatemática e modelagem. *Bolema*, *SP*(20), 1-6.

Scandiuzzi, P.P. (2002). Água e Óleo: modelagem e etnomatemática. *Bolema,* (17), 52-58.

ANEXO 3 PUBLICACIONES DE DIVULGACIÓN EN EL DIARIO "GRANADA HOY"

14 Martes 19 de Noviembre de 2013 | GRANADA HOY

GRANADA

CIENCIAABIERTA

Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales

● Algunos pueblos, e incluso gremios, utilizan unas matemáticas muy distintas a las que se ven en la escuela

Etnomatemática: una forma diferente de mirar a las **matemáticas**

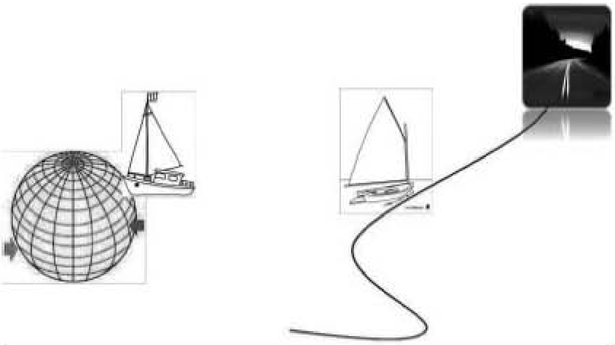
Verónica Albanese

No resulta fácil hablar de un campo donde la primera traba se encuentra en su propia denominación. Cuando pregunto a algunas personas a qué les suena esta palabra, la respuesta más frecuente es "Será matemática de las etnias…". La intuición popular no se aleja demasiado de la realidad aunque no sea exactamente así. La Etnomatemática nace de estudios antropológicos que se enfocan en cómo manejan los conceptos matemáticos algunos grupos culturales determinados, generalmente pueblos originarios aislados o con escasos contactos con la sociedad 'occidental'. Los antropólogos descubrieron que algunos grupos culturales, tanto pueblos indígenas como también gremios, utilizaban unas matemáticas que parecían muy distintas de las que estamos acostumbrados a entender comúnmente y a ver en la escuela. ¿Pero puede ser que existan distintas matemáticas? ¿Puede ser que ese sistema de conocimientos exacto, riguroso y platónico que estamos acostumbrados a pensar como 'La Matemática' no sea único? La respuesta es SÍ. Parece increíble, ¿verdad?

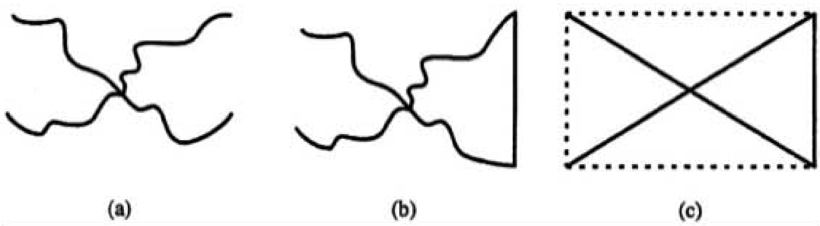
Hay un gran salto que afecta a la propia base de esta nueva concepción sobre las matemáticas. Se pasa de una postura positivista, que ve la ciencia como el lugar de las verdades absolutas, hacia una postura relativista, en donde lo que ahora parece verdad depende de cómo y hacia qué se mira. La idea que subyace en los fundamentos de la Etnomatemática es que las matemáticas son productos culturales. Eso significa que, de la misma manera en que el idioma –las palabras, la estructura gramatical– cambia de una cultura a otra, así las matemáticas –los conceptos y las relaciones entre ellos– pueden cambiar, no solo de un lugar geográfico a otro, sino también de un momento histórico a otro.

Si las matemáticas son el producto de un proceso social y cultural, ello significa que se desarrolla y se modifica con el tiempo, y refleja la visión de la realidad que se adopta en la época y en el lugar en que usa esas matemáticas, respondiendo a las necesidades que la sociedad impone.

En esta perspectiva, las matemáticas son una forma de comprender el entorno para poder entenderlo, modificarlo o prever lo que va a suceder. Pero si son diferentes, ¿cómo podemos llamarlas de la misma manera?, ¿cuál es el rasgo común que nos permite definirlas todas como matemáticas? Las matemáticas se caracterizan por el hecho de tratar de cantidades y espacio, y de generar sistemas que permiten realizar algunas actividades comunes a todas las culturas, tales como contar, medir, localizar, diseñar (en el sentido de manejar formas y modelos), etc.



Muchos pescadores (por ejemplo de Indonesia) imaginan el espacio organizado según las rutas que conocen.



Para hacer un rectángulo basta atar dos cuerdas en las respectivas mitades (a), después dos extremidades a un palo (b) y ponerlas en tensión (c).

La idea que subyace bajo este concepto es que las matemáticas son productos culturales

Sabemos que a veces algunos conceptos no son expresables en el otro idioma

Uno de los propósitos de la Etnomatemática es buscar los puentes que se pueden trazar entre esas distintas matemáticas. ¡Lo mismo pasa cuando tratamos de comunicar con una persona de otra cultura y de otro idioma! Tenemos que hacer un gran esfuerzo para traducir, sabemos que a veces algunos conceptos no son expresables en el otro idioma, y que en el intento de explicarlos podemos alterarlos. Conscientes de los riesgos, pero también de los beneficios que esto puede producir, siempre los investigadores etnomatemáticos actuamos guiados por un profundo respeto hacia el otro y su bagaje cultural.

En la educación matemática todo esto se materializa en la búsqueda de un aprendizaje más significativo, que sea contextualizado en la realidad sociocultural de la escuela y tome en consideración las 'otras' matemáticas que existen en la vida cotidiana de los estudiantes. ¡Ojo!, que estas otras matemáticas que encontramos no son evoluciones que se hallan en un estadio más primitivo, sino sistemas de conocimientos que simplemente se desarrollan de manera diferente, en respuesta a necesidades también diferentes.

Veamos algunos ejemplos: en el gremio de los albañiles se maneja mucho lo construcción de formas geométricas y, cuando no se dispone de herramientas, hay que hacerse de los recursos que el entorno ofrece. Entonces miren la forma ingeniosa de construir un rectángulo: atan dos cuerdas en las respectivas mitades (a), después dos extremidades a un palito (b) y las ponen en tensión (c). Detrás de esta construcción está la concepción de rectángulo como cuadrilátero cuyas semidiagonales son iguales, en lugar de la definición clásica-escolar de cuadrilátero con todos ángulos rectos y lados opuestos iguales.

Veamos otro ejemplo, la navegación marítima: hoy en día la utilización de los GPS implica una concepción del espacio terrestre como una gran grilla de meridianos y paralelos, y para saber dónde estamos necesitamos las coordenadas y un mapa; pero muchos pescadores (por ejemplo de las islas indonesias del Pacifico) utilizan otro sistema, ellos conocen rutas, senderos marinos –para aprovechar las corrientes–, e imaginan el espacio organizado según esas rutas. Lo mismo nos pasa a nosotros cuando tenemos que ir de Málaga a Granada, no sabemos nuestra posición exacta en el mapa, pero conocemos la autovía y sabemos a qué altura estamos cuando pasamos Ríofrío, y que nos faltan unos 40 minutos para llegar. Así los pescadores saben que cuando pasan una cierta roca, les faltan unos 20 remos más para volver a casa.

Estos son solo un par de ejemplos de cómo la definición de formas y la organización del espacio se adaptan a los recursos y a las necesidades del entorno, y de cómo se pueden mirar las matemáticas, con la mente más abierta a las posibilidades de otras culturas.

Bajo esta perspectiva, llevamos a cabo en la actualidad una investigación sobre las etnomatemáticas de algunos oficios artesanales argentinos y sobre la forma en que ciertas culturas locales podrían utilizarse en la formación didáctica de nuevos profesores y en la actualización de los que se hallan en activo.

GRANADA

CIENCIAABIERTA

Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales

● Un problema geométrico puede ser la ocasión para tomar conciencia de los condicionamientos del contexto sobre la forma de hacer matemática

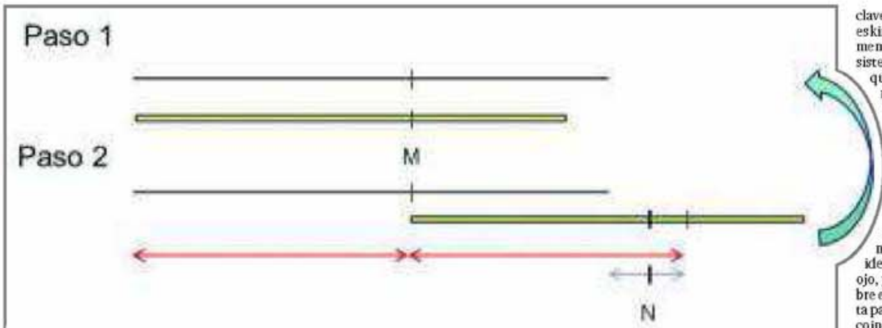


FIGURA 2

Curiosidades matemáticas: dividir por la mitad un segmento

Veronica Albanese

Plantearse las posibles resoluciones de un simple problema geométrico puede ser la ocasión para tomar conciencia de los condicionamientos del contexto sobre nuestra forma de hacer matemática, considerando para ello las herramientas que el entorno nos proporciona y los conocimientos que se adquieren de la cultura en la que estamos inmersos.

Imaginemos una tarea que se nos puede presentar cualquier día en la casa: colgar un cuadro. Para eso tenemos que encontrar el punto medio del lado superior del marco y clavar allí la argolla. ¿Cómo lo haríamos? Pensémoslo un poco y tratemos de fijarnos en las herramientas concretas y las habilidades mentales que necesitaríamos para ello.

Lo primero que se nos puede ocurrir es realizar una medición

> Colgar un simple cuadro requiere resolverlo con estrategia aritmética o desde la geometría

y resolver el problema aritméticamente. Los pasos a realizar serían: conseguir un metro, medir el largo, una vez obtenido el valor dividirlo por dos realizando una operación aritmética y volver a medir con el metro cuál es la mitad del largo inicial. Ahora fijémonos en cuáles son las herramientas que hemos necesitado: indispensable es un metro, después una calculadora o, quizás, papel y lápiz por si necesitamos hacer el cálculo por escrito. Esto en la sociedad occidental es lo más común debido a la costumbre que tenemos, desde los primeros años de escolarización, de medir a través del sistema métrico decimal y resolver operaciones aritméticas.

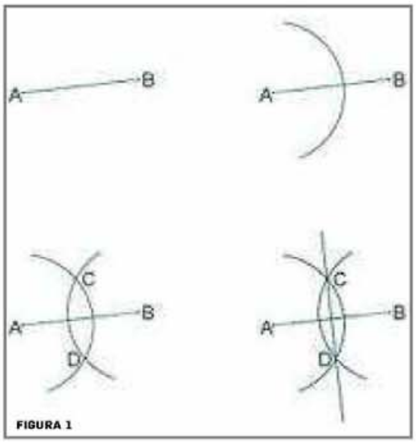


FIGURA 1

Otra posible estrategia que nos enseñan en la escuela, esta vez desde la geometría o el dibujo técnico. Consiste en conseguir una regla y un compás, abrir este último 'a ojo' a más de la mitad del segmento, puntear la varilla (la pata) con la aguja en un extremo del segmento, trazar con la mina de la otra varilla un arco de circunferencia y realizar la misma operación punteando en la otra extremidad manteniendo la misma abertura del compás. Una vez trazados estos dos arcos de circunferencia de igual radio, con centro en los extremos, se unen sus intersecciones con la regla para obtener una recta que pasa por el punto medio (que se llama recta mediatriz). Para realizar este procedimiento, además de un compás, es necesario que el segmento sea dibujado en un papel para poder trazar los arcos de circunferencias [Figura 1].

Ahora, ¿qué pasa si no disponemos de ninguna de las herramientas para realizar las estrategias anteriores, por ejemplo ni metro ni compás? Si tenemos a mano algún hilo de un material flexible, o una tira de papel, podemos acercar el hilo al segmento a dividir, cortar un trocito de hilo que sea de la misma longitud del segmento a dividir, doblarlo en dos para así saber y marcar cuál es su mitad, finalmente volver a acercar el hilo al segmento y ver sobre el segmento cuál es su punto medio.

Ahora me gustaría contarles cómo lo hacen algunos artesanos de un pueblo indígena de Indonesia, los Torajas, que no están familiarizados ni con el metro ni con el compás, y no disponen de muchos materiales flexibles, pero necesitan dividir segmentos por la mitad muchas veces cuando realizan retículas sobre las cuales pintan las decoraciones geométricas de las fachadas de sus casas. La palabra clave para entender lo que hacen es kira-kira, es decir, aproximadamente. El método kira-kira consiste en un método recurrente que proporciona aproximaciones sucesivas a la solución del problema de partir un segmento en dos partes iguales. Se necesitan un asta –los artesanos torajas utilizan un listón de bambú– y un lápiz. Los pasos son [Figura 2]: 1, acercar el asta al segmento a dividir haciendo coincidir sus extremos por el lado izquierdo, identificar el punto medio M, a ojo, y marcarlo sobre el asta y sobre el segmento; 2, deslizar el asta para que su extremo izquierdo coincida con la marca del segmento; en este punto, si la marca del asta no coincide exactamente con el extremo derecho del segmento, se realiza una nueva marca N en lo que se considera, de nuevo a ojo, el centro de esta diferencia –que es nada más que el error de la primera aproximación–. Entonces se repite el procedimiento desde el principio con el paso 1) considerando la nueva marca N en lugar de M. El procedimiento reiterativo termina cuando, una vez deslizado el asta, la marca coincide con el extremo derecho del segmento, lo que significaría que ya no hay error. Este método, que a una primera lectura parece un poco engorroso, resulta al contrario ser muy rápido y efectivo a la hora de utilizarlo (¡pruébenlo ustedes mismos!). Además, los artesanos suelen ser bastante precisos en las aproximaciones a ojo, así que necesitan reiterar el método pocas veces (rara vez más de una). Las ventajas del método kira-kira consisten en usar herramientas

> El método kira-kira obtiene la solución a partir un segmento en dos partes iguales

que están al alcance fácilmente en todo momento y lugar, proporcionar un grado de precisión alto y escasa posibilidad de error, no necesitar conocimientos teóricos respecto a la medida a la aritmética, sino solo una mínima habilidad manual y capacidad de estimación visual.

Por deber de crónica, el método kira-kira ha sido documentado en una investigación doctoral de la Universidad Autónoma de Barcelona realizada por Miquel Albertí Palmer en Etnomatemática, una línea de investigación que estudia la implicación de los factores sociales y culturales en la Educación Matemática.

ANEXO 4 NOTA DEL CHASQUE SURERO

TRABAJOS EN SOGA Y MATEMÁTICA

Sé que a más de uno le resultará extraño el título de esta nota. Espero que, en su transcurso, pueda aclararlo y se hagan comprensibles los motivos que me llevaron a escribirla y a titularla de este modo.

Pero empecemos por el principio.

Todo comienza en los primeros días de agosto de este año, durante la última Exposición Rural de Palermo.

En esos días se acercó a Rubén Blanco, al local compartido por varios artesanos (Pablo Lozano, Gustavo Kagel, Diego Solís, Armando Deferrari entre otros), una joven señorita que lo buscaba para tomar clases de sogas.

En ese momento Rubén le indicó dónde dictábamos las clases, su costo, etc. y así convinieron que tomaría clase los dos turnos (4 horas) porque quería aprender, todo lo que le fuese posible, en los dos meses que estaría en nuestro país.

Verónica Albanese, así se llama esta niña, es una joven italiana (romana), que habla en perfecto castellano, algo aporteñado, a pesar de estar cursando un posgrado en la Universidad de Granada, España.

Su carrera de grado la habilita para ser docente de matemática; y su tesis para culminar su curso de posgrado se basa en la aplicación de las técnicas de los trabajos en soga para la enseñanza de matemática.

La docente, tutora de su tesis, aplicó las técnicas de algunos tejidos en telar para facilitar la enseñanza de la matemática a sus alumnos.

En un viaje anterior a nuestro país, Verónica tuvo oportunidad de ver varios trabajos en sogas que llamaron su atención. Esto hizo que uniera su interés por la enseñanza de esta ciencia dura (que con este tipo de trabajos se pretende "ablandar") con la experiencia de su tutora y el interés generado por los trabajos en soga.

Así es como, en el receso de verano, decide volver a nuestros pagos para intentar aprender algo de los trabajos en sogas y ver la factibilidad de utilizarlos en su tesis para la enseñanza.

Llegó a nosotros por la generosa recomendación de la Sra. Adela Bancalari (quien en su momento fuera alumna de papá), en razón de haberse sentado juntas en el vuelo de Madrid a Buenos Aires, y conversando, nuestra tesista le contó las razones de su viaje.

Alumnos y docentes del curso de sogas.

A medida que el tiempo pasa creo cada vez menos en las casualidades y más en las causalidades.

Si bien todos quienes trabajamos algo en sogas intuimos o vemos que en muchos de ellos hay progresiones o fórmulas matemáticas aplicables a variados trabajos, sólo algunos elegidos las han aplicado. A modo de ejemplo puedo contarles una tabla de doble entrada (en un eje el número de bordes y en el otro la cantidad de tientos en el corte) para ver cuáles pasadores son posibles, desarrollada por dos queridos y brillantes alumnos de papá, Mario Páez de

la Torre y Luis Uranga, en la que encontraron muchos conocidos y se ocuparon de hacer algunos posibles y que eran desconocidos.

Lo curioso, lo relevante, lo sorprendente, tanto para Rubén como para mí y los alumnos compañeros con quienes compartió las clases, fueron la prolijidad y habilidad manual sumadas a su particular manera (matemática) de resolver los trabajos que le fuimos enseñando. Así fue como aprendió y dedujo con instrucciones básicas gran cantidad y variedad de trabajos resolviéndolos correcta y muy rápidamente; mucho más que cualquier otro alumno que yo haya tenido o conocido.

Los trabajos que más le atrajeron, por su posible utilización para su trabajo de tesis universitaria, fueron la sortija común y la de rebenque, los pasadores de una y más vueltas, la bomba zurda con sus respectivos y diferentes retejidos plumas y esterillas. Una vez aprendidas las armaduras sacaba los retejidos deductivamente según las indicaciones que le dábamos.

En su primera clase aprendió la sortija con su retejido por 2 y por 3, la armadura del pasador de una vuelta y sus retejidos esterilla por 2 y 2 y pluma por las orillas de afuera y de adentro, y en la última se entretuvo con la trenza patria comenzando con 20 tientos y haciendo diferentes variantes mientras disminuía la cantidad de tientos hasta llegar a 9.

Fue realmente un placer haberla tenido estos dos meses con nosotros, y estoy seguro que al "viejo" Flores le hubiera gustado mucho conocerla, tanto por su simpatía, como por su habilidad y forma de analizar y resolver los problemas con muy pocas indicaciones.

Le deseamos mucho éxito en su tesis, y que le sirva para ser mejor en su trabajo, utilizando las técnicas que pudimos transmitirle en este corto tiempo. Para nosotros también fue un aprendizaje tenerla de alumna, sabemos ahora que existen y son posibles otras maneras, las deductivas, las matemáticas, de encarar los desafíos que nos propone esta artesanía.

Siempre que intentamos enseñar algo, sabemos por experiencia, que nosotros también aprendemos. En este caso también fue así, y aprendimos mucho.

LUICHO FLORES

ANEXO 5 COMPROBANTES DE PUBLICACIÓN DE ARTÍCULOS

En esta sección insertamos los comprobantes de publicación o aceptación de los artículos publicados o en proceso de publicación que componen la primera parte del corpus central de la memoria.

Aquí la primera página del Artículo 1 del Capítulo 2.

ISSN 0103-636X

Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado: un modelo metodológico para investigación

Ethnomathematics in Braiding Crafts: a methodological model for research

María Luisa Oliveras*
Veronica Albanese**

Resumen

El área temática del Proyecto de Investigación, parte del cual exponemos en este artículo, es Etnomatemáticas. El propósito de investigación es la caracterización y valoración del conocimiento socio-cultural, implícito en la práctica diaria. En el contexto geográfico de Argentina, investigamos la matemática implícita en artesanías de *trenzados*, elaborando para esto un *método propio de análisis etnomatemático*. El *instrumento metodológico MOMET* que se crea para este *estudio interpretativo formal* de artesanías de trenzado tiene en cuenta dos aspectos: el producto final de la labor artesanal analizado en su complejidad global y el proceso que se lleva a cabo para realizarlo. La herramienta metodológica elaborada está constituida por dos componentes: un *Método de análisis etnográfico (MET)* y un *Modelo de análisis matemático* (MOM). El conjunto de los dos nos proporciona el instrumento metodológico MOMET, que permite la *Modelización Etnomatemática* de las artesanías de trenzado.

Palabras-Clave: Etnomatemáticas. Artesanías de Trenzados. Análisis Etnográfico. Modelización Matemática. Método de investigación.

* Doctora en Matemáticas. Universidad de Granada (UGR). Investigadora y Profesora Titular de Didáctica de la Matemática en Universidad de Granada (UGR). Facultad de Ciencias de la Educación. Granada, España. Dirección Postal: Campus Cartuja s/n 18079. Granada. España. *E-mail:* oliveras@ugr.es

** Doctoranda en Educación por la Universidad de Granada (UGR), España. Facultad de Ciencias de la Educación. Dirección Postal: Campus Cartuja s/n 18079. Granada. España. *E-mail:* very_alba@hotmail.it

Bolema, Rio Claro (SP), v. 26, n. 44, p. 1315-1344, dez. 2012

Aquí la primera página del artículo 2 del Capítulo 3.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a01

Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado: aplicación de un modelo metodológico elaborado

Ethnomathematics in Braiding Crafts: application of a methodological model

Veronica Albanese*
María Luisa Oliveras**
Francisco Javier Perales***

Resumen

En un artículo precedente hemos presentado el desarrollo de un modelo o *instrumento metodológico* de investigación, denominado *MOMET* (OLIVERAS; ALBANESE, 2012) construido para el estudio etnográfico y etnomatemático específico de artesanías de trenzado. En el presente trabajo vamos a mostrar cómo hemos aplicado este mismo instrumento a dos ejemplares paradigmáticos de cordeles, productos de dos artesanías de trenzado. El trabajo etnográfico ha requerido una inmersión en el campo de cada uno de los dos escenarios artesanales. El análisis interpretativo y la aplicación del instrumento metodológico han hecho posible un estudio etnográfico sistemático de las matemáticas presentes en el proceso de trenzado.

Palabras-Clave: Etnomatemáticas. Artesanías de Trenzados. Etnografía. Modelización Matemática. Instrumento metodológico.

Abstract

In a previous article we showed the development of a methodological model or tool for research named MOMET (OLIVERAS; ALBANESE, 2012) constructed for the ethnographical and ethnomathematical study of braiding crafts. In the present work we will show how to apply this methodological tool to two paradigmatic examples of braids products of two different braiding crafts. The ethnographical work required an immersion in the field in each of the two craft scenarios. The interpretative analysis and the application of methodological tool have made possible a systematic ethnographical study of the mathematics involved in the process of braiding.

Keywords: Ethnomathematics. Braiding Crafts. Ethnography. Mathematical Modelling. Methodological tool.

* Doctoranda en Educación de la Universidad de Granada, España. Investigadora y Profesora contratada por la Universidad de Granada, España. Dirección postal: Campus Cartuja 18071, Granada, España. *E-mail*: very_alba@hotmail.it.
** Doctora en Didáctica de las Matemáticas por la Universidad de Granada, España. Investigadora y Profesora Titular de Didáctica de la Matemática en la Universidad de Granada, España. Dirección postal: Campus Cartuja 18071, Granada, España. *E-mail*: oliveras@ugr.es.
*** Doctor en Física por la Universidad de Granada, España. Investigador y Profesor Catedrático de Didáctica de la Ciencias Experimentales en la Universidad de Granada, España. Dirección postal: Campus Cartuja 18079, Granada, España. *E-mail*: fperales@ugr.es.

Bolema, Rio Claro (SP), v. 28, n. 48, p. 1-20, abr. 2014 1

Y la constancia de publicación del Artículo 3 del Capítulo 4.

Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa **Relime**

Dirección Editorial

Asunto: Constancia de Publicación

Ref. Relime: CONST-PUBL/2014/127

Veronica Albanese
Francisco Javier Perales
Facultad de Ciencias de la Educación – España

Por medio de la presente constancia, me complace informarles que el Comité de Redacción dictaminó que el manuscrito que propusieron para su publicación, titulado:

"Una visión etnomatemática de la práctica artesanal soguera"

ha sido aceptado para su publicación. El artículo se publicará en uno de los próximos volúmenes de nuestra revista.

Agradecemos su interés por publicar en *Relime*.

Se extiende la presente constancia a los diecisiete días del mes de abril de dos mil catorce.

Cantoral U.

Dr. Ricardo Cantoral Uriza
Director Editorial

Oficina # 101, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav del IPN
Avenida Instituto Politécnico Nacional # 2508 ❑ 07360, San Pedro Zacatenco, México DF ❑ MÉXICO
Teléfono: (52) 55 – 57.47.60.07 ❑ Telefacsimil: (52) 55 – 57.47.38.23 ❑ relime@clame.org.mx

ANEXO 6 LISTADO DE PRESENTACIONES A CONGRESOS

Albanese, V. (2014, julio). History of a PhD thesis in Ethnomathematics. Comunicación presentada en el 5th International Congress of Ethnomathematics (ICEM 5), Maputo, Mozambique.

Albanese, V., Perales, F. J., y Oliveras, M. L. (2014, julio). Artesanías de trenzado y Etnomatemática. Comunicación presentada en el 5th International Congress of Ethnomathematics (ICEM 5), Maputo, Mozambique.

Gavarrete, M. E., y Albanese, V. (2014, julio). Etnomatemáticas de signos culturales: su incidencia en la formación docente. Poster presentado en el 5th International Congress of Ethnomathematics (ICEM 5), Maputo, Mozambique.

Santillán, A., y Albanese, V. (2014, julio). La capacitación en etnomatemática en la trayectoria de la formación de maestros. Un caso en Argentina. Comunicación presentada en el 5th International Congress of Ethnomathematics (ICEM 5), Maputo, Mozambique.

Albanese, V. y Perales, F. J (2014, junio). Concepciones epistemológicas sobre la matemática desde una perspectiva etnomatemática. Comunicación presentada en el II International Congress of Educational Sciences and Development, Granada, España.

Albanese, V., y Gavarrete, M. E. (2014, junio). Formación docente intercultural a partir de Etnomatemáticas. Poster presentado en el II International Congress of Educational Sciences and Development, Granada, España.

Albanese, V., Perales, F. J., y Oliveras, M. L. (2014, junio). Etnomatemáticas en artesanías de trenzados. Desarrollo de una tesis doctoral según la espiral etnográfica. Comunicación presentada en las Jornadas Doctorales de la Universidad de Granada, Granada, España.

Albanese, V., y Perales, F. J. (2013, julio). Etnomatemáticas de las trenzas gauchas. Comunicación presentada en la 27ª Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME 27), Buenos Aires, Argentina.

Albanese, V., Perales, F. J., y Oliveras, M. L. (2013, julio). Actividad reflexiva sobre modelización etnomatemática del trenzado. Comunicación presentada en la 27ª Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME 27), Buenos Aires, Argentina.

Gavarrete, M. E., y Albanese, V. (2013, julio). Etnomatemáticas: matemáticas en las prácticas y forma de conocer. Poster presentado en la 27ª Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME 27), Buenos Aires, Argentina.

Albanese, V., Oliveras, M. L., y Perales, F. J. (2012, Septiembre). Formar en Etnomatemáticas al Futuro Profesorado. Comunicación presentada en la Décima Conferencia Argentina de Educación Matemática (CAREM X), Buenos Aires, Argentina.

Oliveras, M. L. y Albanese, V. (2012). Ethnomathematical Microproject: Educating with the Community. In J. Diez Palomar, & C. Kanes (eds.), *Family and Community in and Out of the Classroom: Ways to improve mathematics' achievement* (97-100). Barcelona: Universitat Autònoma de Barcelona. Proocending of the Family Math for Adult Learning.

Albanese, V., Oliveras, M. L. y Rodríguez, M. C. (2012) Etnomatemáticas en Artesanías de trenzado: aspectos metodológicos. En R. Flores (ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol. 25. (301-308) México, DF: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

ANEXO 7. RIASSUNTO ESTESO DELLA TESI

Questa memoria è il risultato di un dottorato di ricerca in Etnomatematica, che si presenta sotto forma di un insieme di pubblicazioni. Dopo un capitolo introduttivo, il corpus centrale del documento è costituito da cinque articoli che descrivono i quattro studi che compongono la ricerca. Questa si organizza attorno a due campi di interesse, uno antropologico, relazionato con la matematica o le diverse forme di pensare matematicamente che entrano in gioco nel lavoro artigianale della fabbricazione di trecce e cordoni, e uno educativo, che considera le concezioni sulla natura della matematica evidenziate nella formazione (iniziale o continua) degli insegnanti dopo la partecipazione a un seminario che tratta aspetti della matematica manifesti nell'artigianato.

La ricerca si svolge in Argentina, un paese pieno di contrasti: da secoli la sua idiosincrasia culturale è caratterizzata dall'incontro di diverse culture, tra le quali spiccano le numerose popolazioni indigene che abitavano la regione da prima del XVI secolo. Negli ultimi cinque secoli l'immigrazione di persone di diversa nazionalità, a cominciare dai conquistatori spagnoli, non ha smesso di arricchire la multiculturalità di questo vasto paese.

Nell'anno 1994 l'Argentina si dichiara costituzionalmente un paese multiculturale e multietnico, riconoscendo l'identità etnica e culturale delle popolazioni indigene e delle comunità di immigranti, provenienti da vari paesi, presenti sul territorio. Il patrimonio folcloristico viene proposto come fonte di ispirazione per un'educazione contestualizzata e significativa e la legge sull'educazione del 2006 promuove l'integrazione dei diversi saperi socioculturali con il sapere universale.

Una panoramica storica della comparsa della Etnomatematica è utile, per descrivere alcuni modelli teorici che indicano il relativismo culturale come base filosofica di questo programma di ricerca. Della revisione teorica riscattiamo l'interpretazione fornita per l'evoluzione del programma etnomatematico: infatti distinguiamo due visioni, una centrata nello studio della *matematica nella pratica* e l'altra centrata nello studio della *forma di pensare in matematica*. Mettiamo a confronto la nostra proposta con quelle di diversi altri autori, come i posizionamenti etico ed emico, il sistema QRS e NUC, la *proiezione matematica* e l'*interpretazione situata*, notando che tutti riflettono la dicotomia tra *riconoscere* la matematica o *trovare* una nuova matematica. Infine passiamo in rassegna diverse possibilitá di mettere in relazione la Etnomatematica con l'educazione e giustifichiamo il nostro approccio rispetto a questa relazione.

La struttura del documento si organizza attorno a una spirale etnografica. L'etnografia, metodologia che utilizziamo per condurre la ricerca, segue un andamento ciclico ed è di tipo emergente. La spirale racchiude questa caratteristica ed è una buona rappresentazione visuale di questo modello.

In ogni ciclo della spirale si ritorna a definire gli obbiettivi e gli strumenti della ricerca, sorgono nuovi interrogativi che contribuiscono alla *progressiva focalizzazione* dei successivi momenti di analisi delle informazioni raccolte. Nel processo etnografico a spirale c'è un continuo dialogo tra la revisione teorica, la raccolta di dati e l'analisi; l'interpretazione e la riflessione dei risultati ottenuti in un ciclo dettano gli obiettivi del ciclo successivo.

I propositi generali della ricerca, che, come abbiamo preannunciato, girano intorno ai due campi di interesse della Etnomatematica - quello antropologico e quello educativo - sono:

> *PG.1 Descrivere la realizzazione di determinati prodotti artigianali (trecce e cordoni) che, dal punto di vista della Etnomatematica, contengono potenziale educativo.*
>
> *PG.2 Incidere sulle concezioni della natura epistemologica della matematica, dal punto di vista della Etnomatematica, nella formazione docente organizzando seminari sulla matematica presente nell'artigianato citato.*

Per raggiungere questi due propositi, la ricerca si articola in due parti, che coprono i quattro cicli della spirale etnografica che a loro volta corrispondono ai quattro studi che compongono l'intera ricerca.

La prima parte comprende i due studi antropologici che indagano sulla elaborazione di due tipi di artigianato, provenienti rispettivamente dalla provincia di Salta e dalla provincia di Buenos Aires (quest'ultima detta *sogheria*). Il primo studio risponde all'obiettivo generale OG.1 di *descrivere l'artigianato per individuare i costrutti matematici impliciti*. Durante una breve immersione nel campo artigianale si utilizzano due tecniche etnografiche: l'osservazione non partecipante e le interviste non strutturate. Durante questa fase di studio si intende la Etnomatematica come lo studio delle pratiche matematiche di alcuni gruppi culturali, la ricerca si concentra sulla matematica implicita nella realizzazione dell'attivitá artigianale. Durante l'analisi ci si rende conto che, nel caso del primo artigianato studiato, la *proiezione matematica* riconosciuta nell'attività artigianale si può considerare una *interpretazione situata* nel senso che gli stessi artigiani si riferiscono a quei costrutti matematici individuati; mentre nel caso del secondo artigianato, quello di Buenos Aires, la *modellizzazione* realizzata non è situata perché gli artigiani fanno riferimento a un altro sistema di rappresentazione quando fabbricano le trecce.

Da quest'ultima riflessione sorge il secondo obbiettivo generale OG.2, che consiste nel *caratterizzare come l'artigiano pensa matematicamente la propria attività*; questo si raggiunge nel secondo studio. Qui la Etnomatematica si riconcettualizza come il modo o la tecnica di pensare e di intendere socialmente gli aspetti quantitativi, relazionali e spaziali della realtà e si considera matematico qualsiasi linguaggio che si riferisca a questi aspetti. Quindi si realizza una nuova immersione nel campo artigianale, questa volta nella comunità *soghera* di Buenos Aires.

Questa crescente consapevolezza dei profondi cambiamenti epistemologici rispetto alla natura della matematica come costruzione sociale e culturale che si assume quando si lavora in una prospettiva etnomatematica, comporta la decisione di indurre questa stessa consapovolezza nel campo educativo. Una revisione dei documenti legislativi in vigore in Argentina, ci porta alla conclusione che la politica educativa tende a mettere in risalto una visione socioculturale del sapere, promuove un apprendimento costruttivista e relazionato al contesto, e in più insiste sull'importanza di agire nella formazione degli insegnanti.

Cosí prende il via la seconda parte della ricerca che comprende gli ultimi due studi. Entrambi rispondono all'obiettivo generale OG.3 di *rendere esplicite e caratterizzare le concezioni sulla natura della matematica degli insegnanti* dopo la partecipazione ad alcuni seminari sulla matematica nell’artigianato. Si organizzano due seminari per due gruppi di insegnanti in formazione e in attività. Ogni seminario si costruisce sui risultati ottenuti in uno dei due studi sull’artigianato. I seminari vengono preparati per raggiungere il suddetto proposito generale PG.2. Per studiare le concezioni dei participanti si definiscono tre dimensioni che caratterizzano la prospettiva etnomatematica rispetto alla natura della matematica. Queste dimensioni costituiscono lo strumento di interpretazione di riferimento per l’analisi.

Concludiamo che la metodologia etnografica e il carattere emergente del processo di ricerca sono cruciali per lo sviluppo del lavoro come lo è la metafora spirale per l’organizzazione dell’esposizione.

La ricerca in Etnomatematica, in linea con i suoi principi, si propone innanzitutto di prendere in considerazione il contesto socioculturale come fattore determinante per il disegno del progetto di ricerca. Ciò richiede, da parte del ricercatore, una grande capacità di adattamento alle condizioni specifiche del contesto e una grande flessibilitá nella gestione dei precedenti teorici e delle metodologie impiegate.

Una caratteristica peculiare di queste indagini è quindi l'originalità sia dei contributi teorici sia dei contributi relativi al disegno e agli strumenti di ricerca utilizzati.

ANEXO 8. CONCLUSIONI DELLA RICERCA

A8.1 INTRODUZIONE

In questo capitolo raccogliamo le conclusioni relative a una visione d’insieme della ricerca, evitando così di insistere sulle conclusioni parziali che sono già state presentate negli articoli che costituiscono i diversi capitoli di questo documento.

A8.2 CONCLUSIONI RISPETTO AGLI OBBIETTIVI GENERALI DELLA RICERCA

Nella sezione 1.3 del Capitolo 1 abbiamo descritto un serie di propositi e obbiettivi generali. Vediamo le conclusioni relative a ognuno di essi.

Cominciamo con gli obbiettivi della prima parte della ricerca, che ricordiamo erano di indole antropologica.

Rispetto all’OG.1, durante la *descrizione dell'artigianato con l’intenzione di individuare i costrutti matematici impliciti*, precisamente negli articoli 1 e 2 dei capitoli 2 e 3, si identificano alcuni fattori (MET) che forniscono un ritratto etnografico di alcuni esemplari paradigmatici di trecce o cordoni selezionati tra i due tipi di artigianato considerati. Qui, per rendere esplicita la matematica dell’artigianato, si intende la matematica nel senso del sistema NUC (Barton, 2008) e si costruisce un modello matematico (MOM) che fa riferimento ai concetti di grafico e permutazione. Questo strumento, il MOMET, si può prendere come fonte di ispirazione per la costruzione di altri modelli di analisi di elementi culturali (Oliveras, 1996).

Con l’OG.2 volevamo *caratterizzare come l'artigiano pensa matematicamente la sua attività*. Raggiungiamo questo obbiettivo nell’articolo 3 del capitolo 4, caratterizzando il pensiero matematico di alcuni maestri artigiani *sogheri* attraverso la determinazione degli *etnomodelli* (Rosa e Orey, 2012) ai quali essi fanno riferimento e che gli permettono di formulare e gestire il loro lavoro per mezzo di un linguaggio specifico. Qui la matematica è intesa come sistema QRS (Barton, 2008). Sottolineamo l’originalità della nostra idea di usare gli etnomodelli per analizzare il pensiero matematico.

In questa prima parte della ricerca abbiamo raggiunto il proposito PG.1; dal punto di vista della Etnomatematica, esploriamo entrambi i posizionamenti etico ed emico (Rosa e Orey, 2012) e riflettiamo su *che cos’è la matematica*. Queste esperienze ci forniscono la chiave per determinare il potenziale educativo che intendiamo sfruttare nella seconda parte della ricerca. Quindi prende forma la decisione di intervenire nella formazione docente puntando alle concezioni sulla natura della matematica, partendo da un seminario pratico sulla fabricazione di trecce e cordoni per studiare la matematica implicita e il pensiero matematico che sta dietro a quest’attività. Questa è la nostra proposta per risolvere la questione del ruolo della Etnomatematica nella didattica della matematica, un tema di grande interesse nell’attualità per la comunità dei ricercatori in Etnomatematica.

Nella seconda parte della ricerca si affronta l'obiettivo OG.3 di *rendere esplicite e caratterizzare le concezioni sulla natura della matematica degli insegnanti*. Questo obbiettivo si raggiunge negli ultimi due cicli paralleli della spirale, precisamente negli articoli 4 e 5 dei capitolo 5 e 6. Per studiare le concezioni dei partecipanti ai seminari (Ponte e Chapman, 2006), definiamo tre dimensioni legate alla natura della matematica dal punto di vista della Etnomatematica. Queste dimensioni costituiscono lo strumento interpretativo delle concezioni dei partecipanti e un contributo significativo allo studio del quadro teorico della Etnomatematica. Infine si distinguono alcuni livelli nell'evoluzione delle concezioni della natura della matematica legati alla presenza di queste dimensioni.

Dai risultati ottenuti nell'analisi delle concezioni possiamo concludere che abbiamo raggiunto almeno parzialmente il proposito generale PG.2 di *incidere sulle concezioni degli insegnanti* realizzando dei seminari. In entrambi gli studi si mettono a confronto le osservazioni iniziali dei partecipanti riguardanti le novità che la Etnomatematica introduce rispetto alla loro visione anteriore con le concezioni che si manifestano dopo la realizzazione dei seminari. Questo riscontro ci fornisce gli indizi per affermare che, nella maggior parte dei partecipanti, si produce un cambio di concezioni rispetto alla matematica, soprattutto attraverso l'integrazione a diversi livelli delle dimensioni sociale e culturale.

A8.3 CONTRIBUTI DELLA RICERCA

La ricerca in Etnomatematica, coerentemente con i suoi principi, si propone innanzitutto di prendere in considerazione il contesto socioculturale come fattore determinante per il disegno del progetto di ricerca. Ciò richiede, da parte del ricercatore, una grande capacità di adattazione alle condizioni specifiche del contesto e una grande flessibilità nella gestione dei precedenti teorici e delle metodologie impiegate.

Una caratteristica peculiare di queste indagini è quindi l'originalità sia dei contributi teorici sia dei contributi in quanto al disegno e agli strumenti di ricerca utilizzati.

Sottolineiamo ora quelli che, come autori, ci sembrano i contributi piú importanti e originali tra quelli che abbiamo proposto in questa memoria.

A8.3.1 Contributi per il quadro teorico della Etnomatematica

Nello studio della matematica di elementi culturali

Nella prima parte della ricerca, quella antropologica, abbiamo esplorato le due posizioni della Etnomatematica che abbiamo visto al principio: il riconoscimento della *matematica delle pratiche culturali* e la scoperta di diverse *forme di pensare in matematica*. Una parte significativa del nostro contributo al quadro teorico della Etnomatematica, che descriviamo nei dettagli nel paragrafo 1.3.3 del capitolo 1, è il rapporto tra le teorie di diversi autori per quanto riguarda queste posizioni che abbiamo definito: l'attività di matematizzazione e archeo-analitica (Barton, 1996), i sistemi QRS in contrasto con il sistema NUC (Barton, 2008), i posizionamenti etico ed emico (Rosa e Orey, 2012), l'interpretazione matematica situata e la proiezione matematica (Alberti, 2007).

Nello studio delle concezioni

Negli articoli 4 e 5, rispettivamente capitoli 5 e 6, si delineano le dimensioni pratica, sociale e culturale per identificare le sfumature che la natura della matematica acquista dal punto di vista della Etnomatematica. Si tratta di un importante contributo di sintesi dei concetti che vengono presi in considerazione quando si lavora in questo ambito socio-culturale e offre uno spiraglio sulla ricchezza e la complessità di questo approccio. Sottolineiamo che, anche se la definizione di queste dimensioni è un risultato delle indagini, le idee germinali esistevano già dentro la Etnomatematica, come abbiamo potuto manifestare nella sezione di precedenti teorici degli articoli citati.

A8.3.2 Contributi alla metodologia di ricerca in Etnomatematica

L'andamento della ricerca segue il modello a spirale che Gavarrete (2012) ha proposto e introdotto per prima nella ricerca in Etnomatematica. Il nostro lavoro si inserisce nella stessa linea dato che il modello a spirale visualizza graficamente come gli studi dei diversi cicli siano connessi poiché i successivi cicli nascono dal processo di *riflessione etnografica* sull'applicazione dei risultati dei cicli precedenti.

Anche Parra (2011) fa riferimento ad una spirale metodologica nella sua ricerca etnomatematica, peró con sfumature ben diverse, infatti il suo interesse sta nella partecipazione attiva in tutte le fasi del processo di studio, di tutti i membri della comunità indigena Nasa con la quale lavora.

Nella matematica di elementi culturali

Nei primi due cicli della spirale impieghiamo due diverse metodologie, rispondendo alle esigenze delle due diverse posizioni in Etnomatematica che abbiamo adottato. La costruzione dello strumento metodologico MOMET rappresenta un contributo significativo alla ricerca etnomatematica di altre manifestazioni artigianali. Lo strumento in sé non è applicabile ad altri oggetti di studio, la specificità dei suoi componenti impedisce che si possa adattare ad altri oggetti artigianali, però si può prendere spunto da questo per la costruzione di strumenti che si adattino ad altri oggetti, basandosi sull'idea dei fattori che caratterizzano l'oggetto, o sulle fasi della sua fabbricazione o sulla modellizzazione matematica che il ricercatore realizza come un ponte tra la sua visione etnomatematica e quella che si intuisce dietro alle spiegazioni degli artigiani.

Inoltre riteniamo che il concetto di etnomodello costituisca un prezioso contributo per caratterizzare il pensiero matematico dell'artigiano, relazionandolo con il linguaggio proprio che questi utilizzano nel loro contesto di lavoro. Questo concetto è relativamente nuovo nel campo della Etnomatematica e finora non conosciamo nessun altro studio che lo abbia utilizzato come parte integrante e fondante della metodologia di ricerca.

Nello studio delle concezioni

Nel nostro lavoro si possono riconoscere contributi a diversi livelli in relazione alle concezioni nella formazione docente.

Per quanto riguarda la metodologia didattica si propongono i seminari basati sull’esperienza di ricerca; questi presentano un coinvolgimento diretto della matematica, nelle produzioni artigianali nel nostro caso, per affrontare la questione di *cos’è la matematica* e come si genera il sapere per mezzo dell'esperienza attiva in questi processi che vengono ricreati in classe.

È importante sottolineare che consideriamo il *riconoscimento* e/o *ritrovamento* di matematica in elementi culturali[8] di per sè un atto educativo, nel senso che intendiamo come parte dell'educazione il fatto che gli insegnanti si rendano conto che è possibile incontrare matematica in contesti e forme diversi dagli accademici, e che la matematica, come le altre scienze, è stata inventata e costruita dalle comunità sociali per gestire gli aspetti quantitativi, relazionali e spaziali, d’accordo con le loro idiosincrasie culturali.

Per quanto riguarda la metodologia di studio delle concezioni, evidenziamo che questa ricerca fornisce un contributo significativo in termini di processo e di prodotto: l'interpretazione per mezzo della definizione delle dimensioni è un importante contributo metodologico alla realizzazione di un processo dialettico tra la teoria e l’analisi. Inoltre, le stesse dimensioni come prodotto, sono un contributo importante perché si possono utilizzare in futuro per analizzare le concezioni sulla matematica dal punto di vista della Etnomatematica.

Una nota di merito va infine alla determinazione dell’ipotesi sui livelli di evoluzione dei participanti che riguarda le concezioni della matematica rispetto alle dimensioni definite.

A8.4 LIMITAZIONI DELLA RICERCA

Essendo la nostra una ricerca etnografica, l'interesse sta nel studiare i casi considerati, siano essi gli esemplari paradigmatici di trecce, i maestri artigiani o i due gruppi che hanno partecipato ai seminari. Questo tipo di ricerca non pretende di arrivare a generalizzare. Come già detto, la specificità della materia fa sì che questa ricerca non sia replicabile nel senso stretto della parola, ma piuttosto si possa prendere spunto, ad esempio, dagli strumenti o seminari qui elaborati per costruire altri strumenti o seminari che si adattino all'oggetto e all’obbiettivo dello studio in questione.

La ricerca etnografica è caratterizzata dalla mancanza di obbiettività e dalle limitazioni inerenti al suo carattere emergente. Per far fronte a entrambi, abbiamo deciso di registrare tutti i punti di vista e le decisioni che vengono prese durante l'intero processo, spiegando ogni volta i motivi e le ragioni, tanto durante lo svolgimento di ogni studio come nei commenti complementari a ogni capitolo del presente documento, cosí da garantire la *cristallizzazione* come criterio di validazione.

[8]In particolare ci stiamo riferendo all’artigianato che abbiamo presentato, però lo stesso vale per le proposte realizzate in Oliveras (1996, 2008b), Gavarrete (2012) e Oliveras e Gavarrete (2012).

Un’altra limitazione di questa ricerca è la scarsa profondità, rispetto ad altri dottorati di ricerca, con la quale si affrontano le questioni trattate. Questo dipende dalla varietà di campi toccati che ci obbliga a ripartire tra di essi il tempo a disposizione.

A8.5 PROSPETTIVE FUTURE DI RICERCA

Nello studio della matematica di elementi culturali

Rispetto all’artigianato della fabbricazione di trecce e cordoni, una possibile continuazione del nostro lavoro è perseguire il proposto PG.1 studiando altri tipi di artigianato. Qui ci siamo limitati a studiare solo due tipi di artigianato, restringendo il nostro campo a prodotti artigianali argentini. Si potrebbe ampliare il raggio geografico considerato includendo altri tipi di artigianato. Quindi si apre un’amplia gamma di possibilità:

→ Arricchire il campione di trecce o cordoni che abbiamo modellizzato per mezzo dei grafici (MOM). A tal fine, vale la pena ricordare l'esistenza nella cultura cinese di un tipo di artigianato simile a quello che abbiamo trovato nella regione di Salta e ipotizziamo, sulla base di alcune osservazioni di Owen (1995), che anche al caso cinese si potrebbe applicare il MOM;

→ Nel caso in cui ci si trovasse di fronte a un artigianato dove non fosse possibile applicare il MOM, si potrebbe partire dai fattori del MET e cercare una modellizzazione matematica differente: per esempio ricordiamo che noi ci siamo limitati a considerare la modalitá *intrecciato* rispetto al fattore 4 del MET, trascurando altre modalità che includono nodi, l’inserimento di un filo in un altro e i tessuti fatti con il telaio.

→ Approfondire lo studio del pensiero matematico dell’artigiano soghero per mezzo degli etnomodelli. Ricordiamo che abbiamo fatto un’allusione alle relazioni tra gli etnomodelli identificati, ma non abbiamo avuto tempo per capire il ragionamento matematico che sta dietro alla costruzione della tabella di cui parla l'articolo di Flores (2012)[9].

Sarebbe interessante studiare anche altri elementi culturali partendo dalla stessa dicotomia *matematica nella pratica* (o posizionamento etico) e *forma di pensare in matematica* (o posizionamento emico) che ha guidato la nostra ricerca, prendendo come riferimento gli etnomodelli per mezzo dei quali si gestisce la elaborazione (se sono elementi tangibili) o pratica (nel caso siano intangibili) dell’elemento culturale dentro la comunità a cui appartiene.

Nei seminari per la formazione docente

La ricerca condotta per soddisfare il proposito PG.2 offre diverse possibilità per future prospettive di ricerca.

[9] Articolo di una rivista specializata dell’artigianato della sogheria dove uno degli artigiani racconta il mio lavoro con loro. È stato inserito nell’allegato A.4 *Nota del Chasque Surero*.

Nel prossimo futuro pensiamo di realizzare un unico corso sulla matematica dal punto di vista della Etnomatematica, che includa entrambi i seminari che abbiamo disegnato.

Un'altra prospettiva di ricerca per il futuro riguarda la costruzione di corsi per la formazione docente nei quali riflettere su *cos'è la matematica* partendo dallo studio della matematica presente in altri elementi culturali (in realtà, abbiamo già iniziato a lavorare nella formazione di futuri maestri di scuola elementare con una danza popolare).

Una questione irrisolta, che abbiamo accennato in Albanese, Oliveras e Perales (2012), riguarda la possibilità di imparare la nozione di grafico partendo dalla realizzazione di trecce (MOM).

Nello studio delle concezioni

La definizione delle dimensioni per interpretare le concezioni sulla matematica apre una prospettiva di ricerca sullo studio delle concezioni dal punto di vista della Etnomatematica.

A questo proposito sarebbe interessante migliorare la descrizione di queste dimensioni, arricchendo la revisione della letteratura per quanto riguarda gli autori etnomatematici che esprimono punti di vista sulla natura epistemologica della matematica.

Resta da stabilire se l'ipotesi sull'evoluzione delle concezioni si verifica anche in un controllo a lungo termine dei partecipanti.

Inoltre si potrebbe provare a disegnare seminari per trattare le concezioni sulla matematica, peró stavolta partendo dalle dimensioni qui definite.