



Universidad de Granada
Departamento de Didáctica de la Matemática
Facultad de Ciencias de la Educación

Tesis doctoral

El Sistema Métrico Decimal en libros de texto de matemáticas en España durante la segunda mitad del siglo XIX (1849-1892)

D. Miguel Evelio Picado Alfaro

Granada, octubre de 2012

Editor: Editorial de la Universidad de Granada
Autor: Miguel Evelio Picado Alfaro
D.L.: GR 2317-2014
ISBN: 978-84-9083-364-3

Universidad de Granada
Departamento de Didáctica de la Matemática
Facultad de Ciencias de la Educación

El Sistema Métrico Decimal en libros de texto de matemáticas en España durante la segunda mitad del siglo XIX (1849-1892)

Informe final de tesis doctoral presentado por D. Miguel Evelio Picado Alfaro en el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada

D. Miguel Evelio Picado Alfaro

Dr. Luis Rico
Director

Dr. Bernardo Gómez
Director

Granada, octubre de 2012

El trabajo de tesis doctoral se realizó dentro del Grupo de Investigación *Didáctica de la matemática. Pensamiento Numérico* de la Universidad de Granada, del Plan Andaluz de Investigación de la Junta de Andalucía (FQM-193), en las líneas de investigación *Historia y educación matemática* y *Diseño, Desarrollo e Innovación en el Currículo de Matemáticas*. El autor fue becario de la Junta de Becas de la Universidad Nacional y de la Comisión Nacional para Investigaciones Científicas y Tecnológicas del Ministerio de Ciencia y Tecnología de la República de Costa Rica.

A Miguel Picado (Q.E.P.D) y Carmen María Alfaro

Agradecimientos

Concluida esta etapa de formación profesional y crecimiento personal agradezco infinitamente a Dios por la fortaleza espiritual, causa de la perseverancia y la motivación con que conté durante estos años de estudio y trabajo de investigación.

En especial a mis padres. A mi padre Miguel, que en vida fue el apoyo y el amigo sincero de sabios consejos. Papi, he culminado lo que por meses esperaste y no has podido contemplar; donde estés lo comparto contigo, es nuestro logro. A mi madre Carmen María, por la paciencia y la fuerza que siempre me ha transmitido; mami esto es para ti. A ambos, agradezco las oraciones, los buenos deseos y el inmenso cariño manifestado desde siempre.

A mis directores de tesis. Al Dr. Luis Rico del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada por permitirme realizar este estudio bajo su dirección, por orientarme durante cuatro años de trabajo e inculcarme los valores y las cualidades de un investigador. Sus enseñanzas me han hecho un mejor profesional. Igualmente al Dr. Bernardo Gómez del Departament de Didáctica de la Matemática de la Universitat de Valencia por sus valiosos aportes al estudio.

A la Universidad Nacional de Costa Rica por darme la oportunidad de crecer como profesional y financiar mis estudios de posgrado. En especial a los funcionarios de la Junta de Becas, la Escuela de Matemática y la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales por su apoyo, sus atentas consideraciones y trato amable.

A la Comisión Nacional para Investigaciones Científicas y Tecnológicas del Ministerio de Ciencia y Tecnología de Costa Rica por su respaldo. A los funcionarios encargados del seguimiento a mi desempeño profesional durante esta estancia, gracias por la atención cordial y por su gentileza.

A la Dra. Ana Paula Florêncio Aires de la Universidade de Tras-os-Montes e Alto Douro de Portugal, al Dr. Ángel Ruiz Zúñiga de la Escuela de Matemática y Centro de Investigaciones Matemáticas y Metamatemáticas de la Universidad de Costa Rica y al Dr.

Tomás Ortega del Rincón del Departamento de Análisis Matemático y Didáctica de la Matemática de la Universidad de Valladolid por participar como expertos en la elaboración de informes de este trabajo de investigación.

A los profesores del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada por sus enseñanzas. A Martín Reyes por su atención amable a mis múltiples solicitudes. A los compañeros del equipo editorial de la revista PNA por confiar en mí. A la Dra. María Consuelo Cañadas por su motivación y constantes palabras de aliento.

También agradezco al Dr. José Manuel Leonardo de Matos y demás funcionarios de la Unidade de Investigaçãõ em Educaçãõ e Desenvolvimento y del Departamento de Matemática de la Faculdade de Ciências e Tecnologia de la Universidade Nova de Lisboa por su profesionalismo, amabilidad y buen trato durante mi experiencia en este centro de estudios.

A los funcionarios de la Biblioteca de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada. Su atenta disposición facilitó enormemente mi trabajo como investigador. Así mismo, a los funcionarios de la Biblioteca Nacional de España, del Archivo General de la Administración y de la Biblioteca General de la Universidad de Granada por su paciencia, colaboración y atención a mis solicitudes. A Nicolás García y Rafael Bertos, su simpatía fue un estímulo alentador durante mis días en la Facultad de Educación.

A mis familiares, amigos, amigas, compañeros y compañeras de trabajo en Costa Rica por el apoyo y los buenos deseos durante esta experiencia. Con un sentimiento especial agradezco a mi hermana Rita Picado y mis sobrinos Esteban, Beatriz y César Evelio. A Zeydi Chávez, Andrea Ortiz, Yamil Fonseca, Ivannia Rodríguez, Julieta Sánchez y Alba Fernández por su apoyo y palabras de ánimo.

A quienes he conocido en Granada por darme el privilegio de disfrutar su simpatía, entusiasmo, amistad y conocimientos de vida. En especial a Nielka Rojas, Paul Kauffman y Judi Kauffman por su cariño, apoyo y compañía. Para todos y todas un abrazo afectuoso.

Tabla de contenido

Índice de figuras	ix
Índice de tablas.....	xiii
Resumen	1
Abstract	19
Presentación	35
CAPÍTULO 1. Planteamiento de la investigación	39
1.1. Propósito de la investigación.....	39
1.1.1. Delimitación histórica.....	40
1.2. Caracterización de la investigación.....	40
1.2.1. Investigación en didáctica de la matemática.....	41
1.2.2. Investigación histórica	41
1.2.3. SMD y el cambio curricular.....	42
1.3. Implantación del SMD en España	43
1.3.1. Dinámica del cambio curricular.....	43
1.3.2. Fuentes primarias y textos escolares de matemáticas.....	44
1.3.3. Interrogantes previas.....	46
1.3.4. Problema de investigación	46

1.4. Objetivos de la investigación	47
1.4.1. Objetivo general.....	47
1.4.2. Objetivos específicos	47
1.5. Conjeturas para la investigación	47
CAPÍTULO 2. Antecedentes históricos	49
2.1. Un panorama general sobre las antiguas medidas.....	49
2.1.1. Períodos del proceso evolutivo metrológico.....	50
2.1.2. El trasfondo social de la medida	51
2.1.3. Longitud y otras magnitudes.....	52
<i>Patrones e invariabilidad</i>	53
<i>Comercio, precio y medida</i>	54
2.2. La introducción de los pesos y medidas en España	55
2.2.1. Antecedentes históricos	55
<i>Tentativas de unificación en España</i>	55
2.2.2. El sistema de medidas castellanas o españolas.....	56
2.3. Ciencia y sociedad en la España del siglo XIX.....	57
2.3.1. Contextos político, económico y social en España en el siglo XIX	57
<i>El ámbito político del siglo XIX</i>	58
<i>El ámbito económico del siglo XIX</i>	59
2.3.2. Desarrollo de la ciencia en España	60
2.4. Gestación del SMD en la Francia revolucionaria.....	64
2.4.1. La unificación metrológica en Francia	65
2.5. SMD e implantación en España en el siglo XIX.....	66
2.5.1. Los preliminares históricos de una ley de unificación de pesas y medidas en España.....	67
2.5.2. El contexto posterior a la promulgación de la Ley de 19 de Julio de 1849	70
2.5.3. La enseñanza y difusión de las nuevas pesas y medidas	71
<i>Procedimientos para la enseñanza del SMD en España</i>	71
<i>Difusión del SMD en otros ámbitos sociales</i>	72
2.5.4. Textos preliminares en la enseñanza del SMD en España.....	72
<i>El texto de Gabriel Ciscar y Ciscar</i>	73
<i>El texto de José Mariano Vallejo y Ortega</i>	74
2.6. Estudios realizados sobre el SMD en España	75

2.6.1. Investigaciones y estudios sobre el SMD	75
<i>El estudio de Manuel Basas Fernández</i>	75
<i>El estudio de Gustavo Puente Feliz</i>	76
<i>El estudio de Antonio Ten Ros</i>	77
<i>El estudio de José Vicente Aznar García</i>	78
2.6.2. Trabajos de divulgación.....	79
<i>La publicación de Juan Gutiérrez Cuadrado y José Luis Peset</i>	79
<i>Breve historia de la metrología de Emilio Prieto</i>	80
<i>La publicación de José Antonio de Lorenzo Pardo</i>	81
CAPÍTULO 3. Marco teórico.....	83
3.1. Una aproximación matemática.....	83
3.1.1. Las nociones de magnitud, cantidad, unidad, número y medida en el siglo XIX. 84	
<i>Magnitud</i>	84
<i>Cantidad</i>	85
<i>Unidad</i>	85
<i>Número</i>	86
<i>Medida</i>	87
3.1.2. Pesas y medidas	87
3.1.3. Los números decimales.....	88
3.1.4. El Sistema Métrico Decimal	90
3.2. Una aproximación curricular.....	90
3.2.1. La Educación Matemática	91
3.2.2. La investigación en Educación Matemática	91
3.2.3. Currículo y cambio curricular.....	94
3.2.4. El Sistema Educativo español.....	97
<i>El panorama educativo previo a 1849</i>	98
3.2.5. Los planes de estudio para la primera y segunda enseñanza entre 1849 y 1892 .. 99	
3.2.6. Sobre la formación de maestros en el siglo XIX	103
<i>Las Escuelas Normales en España</i>	103
<i>Los planes de estudio en las Escuelas Normales</i>	103
3.2.7. La medida en la Educación Matemática	106
3.2.8. La enseñanza del SMD en el currículo de matemáticas	106
<i>Una evolución político-educativa sobre el SMD</i>	107

<i>Ley de Pesas y Medidas de 19 de Julio de 1849: el vínculo Aritmética-SMD</i>	107
<i>Ley de Instrucción Pública de 9 de Septiembre de 1857</i>	108
<i>Ley de Pesas y Medidas de 8 de Julio de 1892</i>	110
3.3. El libro de texto y la enseñanza del SMD	111
3.3.1. Reflexiones generales sobre el texto.....	111
3.3.2. Los libros de texto.....	112
3.3.3. El SMD en los textos escolares españoles	113
<i>Los libros de texto para la formación de maestros</i>	115
3.3.4. Análisis de textos antiguos de matemáticas.....	116
3.4. Una aproximación histórica	117
3.4.1. Algunas ideas sobre historia	117
3.5. La historia en la Educación Matemática	118
3.5.1. Investigaciones del uso de la historia en Educación Matemática.....	119
3.5.2 La historia y la enseñanza de las matemáticas.....	120
3.5.3. El profesor y la historia de las matemáticas	122
3.6. Investigación histórica y educación matemática.....	123
3.6.1. Sobre la investigación histórica	123
3.6.2. Investigación histórica en Educación Matemática.....	125
3.6.3. Una propuesta de método histórico	127
<i>Planteamiento de la investigación</i>	127
<i>Selección de las fuentes</i>	129
<i>Análisis de las fuentes seleccionadas</i>	129
<i>Interpretación de los datos</i>	129
<i>Comunicación de los resultados</i>	130
3.7. Balance teórico.....	130
CAPÍTULO 4. Diseño de la investigación.....	133
4.1. Planteamiento de la investigación	133
4.1.1. Períodos y etapas históricas	134
<i>Contextualización política y educativa: 1833-1898</i>	134
<i>Legislación metrológica en España: 1849-1892</i>	134
<i>Etapas históricas</i>	135
4.2. Selección de las fuentes.....	136
4.2.1. Búsqueda y localización de las fuentes.....	136

4.2.2. Criterios para la selección de textos	137
<i>Criterios para la primera fase de selección de textos</i>	137
<i>Criterios para la segunda fase de selección de textos</i>	138
4.2.3. El proceso de selección de textos: primera fase	139
<i>Libros de texto del estudio de Aznar (1997)</i>	139
<i>Libros de texto del estudio de Picado (2009)</i>	140
<i>Libros de texto complementarios al estudio de Picado (2009)</i>	140
<i>Otros estudios considerados</i>	140
<i>Libros de texto del estudio de Vea (1995)</i>	140
<i>Textos del estudio de Del Olmo, et al. (1996)</i>	141
<i>Textos del estudio de Carrillo (2005)</i>	141
4.2.4. La selección final: segunda fase	142
4.3. Análisis de las fuentes seleccionadas	143
4.3.1. Las técnicas de análisis	144
<i>Sobre el análisis conceptual</i>	145
<i>La técnica del análisis de contenido</i>	145
<i>Sobre el análisis didáctico</i>	146
4.3.2. Esquema para el registro de datos.....	147
<i>Bloque 1: datos de la estructura del libro de texto</i>	147
<i>Bloque 2: datos de contenido sobre el SMD</i>	148
4.3.4. La crítica histórica	151
4.3.5. Categorías de análisis.....	151
4.3.6. Descripción de categorías y unidades de análisis	151
<i>Caracterización del autor</i>	151
<i>Caracterización de la estructura</i>	152
<i>Caracterización del contenido</i>	153
4.4. Interpretación de los datos.....	157
4.5. Comunicación de los resultados	157
CAPÍTULO 5. Análisis y discusión.....	159
5.1. Libros de texto editados para la enseñanza del SMD en la etapa de promulgación legal, inserción estatal y difusión educativa.....	160
5.1.1. Textos para la instrucción primaria (1849-1867)	160
5.1.2. Textos para la segunda enseñanza (1849-1867)	174

5.1.3. Textos para la formación de maestros (1849-1867)	187
5.2. Libros de texto para la enseñanza del SMD en la etapa de iniciativas de generalización del SMD	199
5.2.1. Texto para la instrucción primaria (1868-1879).....	200
5.2.2. Texto para la segunda enseñanza (1868-1879).....	205
5.2.3. Texto para la formación de maestros (1868-1879).....	212
5.3. Libros de texto para la enseñanza del SMD en la etapa de legalidad y obligatoriedad ..	219
5.3.1. Texto para la instrucción primaria (1880-1892).....	219
5.3.2. Texto para la segunda enseñanza (1880-1892).....	225
5.3.3. Textos para la formación de maestros (1880-1892)	231
CAPÍTULO 6. Resultados.....	247
6.1. Del análisis conceptual del SMD	247
6.1.1. Noción de magnitud.....	247
6.1.2. Noción de cantidad	248
6.1.3. Noción de unidad	248
6.1.4. Noción de número.....	249
6.1.5. Noción de medida	249
6.1.6. Noción de número natural.....	249
6.1.7. Noción de número fraccionario	250
6.1.8. Noción de fracción decimal	250
6.1.9. Noción de número decimal	250
6.1.10. Concepción de SDN.....	251
6.1.11. Concepción de sistema antiguo de pesas y medidas.....	251
6.1.12. Noción de metro.....	251
6.1.13. Concepción de SMD.....	252
6.1.14. Unidades de medida.....	252
6.1.15. Múltiplos y submúltiplos	253
6.1.16. Mapa conceptual	254
6.2. Tablas comparativas por etapa histórica según el nivel educativo.....	256
6.2.1. El SMD en los libros de texto para la instrucción primaria durante 1849-1892	256
6.2.2. El SMD en los libros de texto para la segunda enseñanza durante 1849-1892 ..	261

6.2.3. El SMD en los libros de texto para la formación de maestros durante 1849-1892	266
6.2.4. Sobre los autores de los libros de texto para la enseñanza del SMD durante 1849-1892	271
6.2.5. Sobre la estructura de los libros de texto para la enseñanza del SMD durante 1849-1892	272
CAPÍTULO 7. Conclusiones.....	275
7.1. El contexto histórico, las fuerzas determinantes en la implantación del SMD y los autores de los libros de texto.....	275
7.1.1. Sobre el contexto histórico	276
7.1.2. Sobre las fuerzas para el cambio.....	276
7.1.3. Sobre la legislación para el cambio curricular en el sistema educativo.....	277
7.1.4. Sobre las etapas históricas	277
7.1.5. Sobre los autores	278
7.1.6. Conjeturas	279
7.2. Inclusión del SMD en el currículo de matemáticas para la instrucción primaria, la segunda enseñanza y la formación de maestros	279
7.2.1. La estructura conceptual	280
7.2.2. Los sistemas de representación.....	280
7.2.3. Los aspectos fenomenológicos	281
7.2.4. Los aspectos teleológicos y cognitivos.....	281
7.2.5. Los aspectos para la instrucción	281
7.3. El vínculo entre el SMD y el SDN presente en los libros de texto	282
7.3.1. Conjeturas	283
7.4. Los indicadores de evolución y la caracterización del tratamiento dado al SMD en libros de texto de matemáticas en la segunda mitad del siglo XIX.....	284
7.4.1. Indicadores para la instrucción primaria.....	284
7.4.2. Indicadores para la segunda enseñanza	285
7.4.3. Indicadores para la formación de profesores	287
7.4.4. Conjeturas	288
7.5. Aportes de la investigación	289
7.6. Limitaciones de la investigación	290
7.7. Posibles líneas de investigación	290
CHAPTER 7. Conclusions.....	291

7.1. The Historic Context, the Determining Forces in the Establishment of the MS and the Authors of the Textbooks.....	291
7.1.1. About the Historical Context.....	292
7.1.2. About the Forces for Change.....	292
7.1.3. About the Legislation for Curricular Change in the Educational System	293
7.1.4. About the Historical Stages	293
7.1.5. About the Authors.....	294
7.1.6. Conjectures	295
7.2. Inclusion of the MS in the Mathematics Curriculum for Primary Education, Secondary Education, and Teacher Training	295
7.2.1. The Conceptual Structure	296
7.2.2. The Systems of Representation.....	296
7.2.3. The Phenomenological Aspects.....	296
7.2.4. Teleological and Cognitive Aspects	297
7.2.5. Instructional Aspects.....	297
7.3. The Connection Between the MS and the Decimal Numbering System Found in Textbooks.....	297
7.3.1. Conjectures	299
7.4. Indicators of Development and Characterization of the MS Treatment Given to Mathematics Textbooks in the Second Half of the Nineteenth Century.....	299
7.4.1. Indicators for Primary Education.....	300
7.4.2. Indicators for Secondary Education.....	301
7.4.3. Indicators for Teacher Training	302
7.4.4. Conjectures	303
Referencias.....	305

Índice de figuras

<i>Figura 1.</i> Significados de las medidas de antaño	51
<i>Figura 2.</i> Retrato de Gabriel Ciscar y Ciscar	61
<i>Figura 3.</i> Porción de meridiano entre Dunkerque y Barcelona.....	66
<i>Figura 4.</i> Proceso de implantación del SMD en España en el siglo XIX	78
<i>Figura 5.</i> Investigación en didáctica de la matemática y otras áreas de la investigación ...	93
<i>Figura 6.</i> Fuerzas que actúan en el cambio curricular.....	95
<i>Figura 7.</i> Investigaciones en Educación Matemática e Historia de la Matemática: el papel del profesor	122
<i>Figura 8.</i> El método histórico para Salkind, González y Sierra y Ruiz	127
<i>Figura 9.</i> El método histórico según Aróstegui y Cardoso	128
<i>Figura 10.</i> Campo de investigación en Historia de la Educación Matemática.....	131
<i>Figura 11.</i> Carátula del libro primero.....	160
<i>Figura 12.</i> Índice de contenidos del libro primero	161
<i>Figura 13.</i> Clases y unidades del SDN.....	162
<i>Figura 14.</i> Unidades de medida del SMD	163
<i>Figura 15.</i> Metro lineal, cuadrado y cúbico por el modo verbal	164
<i>Figura 16.</i> Representación gráfica del metro cúbico.....	165
<i>Figura 17.</i> Representación tabular de una suma de números métricos	165
<i>Figura 18.</i> Medición de terrenos con la unidad métrica área	165
<i>Figura 19.</i> Mapa conceptual para el SMD en el libro primero.....	166
<i>Figura 20.</i> Carátula del libro segundo	167
<i>Figura 21.</i> Índice de contenidos del libro segundo	168

<i>Figura 22.</i> Breve presentación del SMD	170
<i>Figura 23.</i> Procedimientos para operar con números métricos	172
<i>Figura 24.</i> Representaciones gráfica y tabular	173
<i>Figura 25.</i> Mapa conceptual para el SMD en el libro segundo	173
<i>Figura 26.</i> Ejercicios teóricos y prácticos para operar con el SMD	174
<i>Figura 28.</i> Carátula del libro tercero	175
<i>Figura 27.</i> José Mariano Vallejo y Ortega	175
<i>Figura 29.</i> Índice de contenidos del libro tercero	176
<i>Figura 30.</i> Correspondencias ponderales	179
<i>Figura 31.</i> Procedimiento para el cálculo de reducciones	180
<i>Figura 32.</i> Mapa conceptual para el SMD en el libro tercero	181
<i>Figura 33.</i> Índice de contenidos del libro cuarto	182
<i>Figura 34.</i> Carátula del libro cuarto	182
<i>Figura 35.</i> Felipe Picatoste y Rodríguez	183
<i>Figura 36.</i> Presentación de las unidades para las medidas de longitud	185
<i>Figura 37.</i> Modo tabular para la representación de medidas ponderales	185
<i>Figura 38.</i> Mapa conceptual para el SMD en el libro cuarto	186
<i>Figura 39.</i> Unidades métrico-decimales en el cálculo del volumen de un cono	187
<i>Figura 40.</i> Carátula del libro quinto	187
<i>Figura 41.</i> Índice de contenidos del libro quinto	188
<i>Figura 42.</i> Definición de múltiplos y submúltiplos	191
<i>Figura 43.</i> Múltiplos y submúltiplos para las medidas de capacidad	191
<i>Figura 44.</i> El metro en un problema de trueque	192
<i>Figura 45.</i> Utilización de conceptos geométricos	192
<i>Figura 46.</i> Situación físico-natural en la presentación del gramo	193
<i>Figura 47.</i> El metro en una situación de compra de productos	193
<i>Figura 48.</i> Mapa conceptual para el SMD en el libro quinto	194
<i>Figura 49.</i> Carátula del libro sexto	195
<i>Figura 50.</i> Juan Cortázar y Cortázar	197
<i>Figura 51.</i> Modos verbal y simbólico-numérico	198
<i>Figura 52.</i> Mapa conceptual para el SMD en el libro sexto	199
<i>Figura 53.</i> Carátula del libro séptimo	200
<i>Figura 54.</i> Representación tabular del SMD	203
<i>Figura 55.</i> Procedimiento para la reducción de unidades superficiales	204
<i>Figura 56.</i> Procedimiento para la multiplicación de unidades métricas	204
<i>Figura 57.</i> Mapa conceptual para el SMD en el libro séptimo	205
<i>Figura 58.</i> Carátula del libro octavo	206

<i>Figura 59.</i> Vicente Rubio y Díaz	208
<i>Figura 60.</i> Exposición del metro cuadrado y el área.....	210
<i>Figura 61.</i> Unidades de volumen	211
<i>Figura 62.</i> Mapa conceptual para el SMD en el libro octavo.....	211
<i>Figura 63.</i> Ejercicios propuestos.....	212
<i>Figura 64.</i> Carátula del libro noveno	213
<i>Figura 65.</i> Índice de contenidos del libro noveno	214
<i>Figura 66.</i> Vinculación de unidades métricas a la geometría y el álgebra.....	216
<i>Figura 67.</i> Situaciones de cálculo aritmético	217
<i>Figura 68.</i> Situaciones de venta de productos y cálculo aritmético	217
<i>Figura 69.</i> Modos tabular y simbólico para las unidades métricas	217
<i>Figura 70.</i> Instauración del SMD	218
<i>Figura 71.</i> Mapa conceptual para el SMD en el libro noveno	218
<i>Figura 72.</i> Carátula del libro décimo	220
<i>Figura 73.</i> Representación verbal de conceptos.....	223
<i>Figura 74.</i> Contexto técnico para la presentación del área	223
<i>Figura 75.</i> Mapa conceptual para el SMD en el libro décimo	224
<i>Figura 76.</i> Carátula del libro décimo primero.....	225
<i>Figura 77.</i> Índice de contenidos libro décimo primero	226
<i>Figura 78.</i> Joaquín María Fernández y Cardín.....	226
<i>Figura 79.</i> Procedimiento para la reducción de medidas	229
<i>Figura 80.</i> Modo gráfico para la presentación de la vara cúbica	229
<i>Figura 81.</i> Modo tabular en la representación de unidades.....	229
<i>Figura 82.</i> Situación comercial y técnica en la presentación de tareas	230
<i>Figura 83.</i> Mapa conceptual para el SMD en el libro décimo primero.....	231
<i>Figura 84.</i> Carátula del libro décimo segundo	232
<i>Figura 85.</i> Medidas métrico-decimales en los conceptos preliminares.....	234
<i>Figura 86.</i> Noción de fracción, quebrado y número decimal.....	235
<i>Figura 87.</i> Formación de múltiplos y submúltiplos	236
<i>Figura 88.</i> Exposición de las medidas de capacidad.....	236
<i>Figura 89.</i> Situaciones comerciales en la presentación de tareas.....	237
<i>Figura 90.</i> Mapa conceptual para el SMD en el libro décimo segundo	237
<i>Figura 91.</i> Sugerencia metodológica propuesta	238
<i>Figura 92.</i> Carátula del libro décimo tercero	238
<i>Figura 93.</i> Estilo narrativo y catecismo en la presentación de conceptos.....	240
<i>Figura 94.</i> Procedimiento de reducción para las unidades métricas	242
<i>Figura 95.</i> Modo tabular para la presentación de equivalencias	243

<i>Figura 96.</i> Contextos matemático y comercial.....	243
<i>Figura 97.</i> Mapa conceptual para el SMD en el libro décimo tercero	244
<i>Figura 98.</i> Mapa conceptual general de la incorporación del SMD en los libros de texto analizados	255
<i>Figura 99.</i> Complemento del mapa conceptual general: representaciones y contextos....	256

Índice de tablas

Tabla 1. <i>Unidades castellanas de longitud</i>	57
Tabla 2. <i>Proyectos para la unificación del sistema metrológico en España</i>	69
Tabla 3. <i>Tipos de presiones y barreras en el cambio curricular</i>	96
Tabla 4. <i>Normativa educativa para primaria y secundaria entre 1849 y 1892</i>	99
Tabla 5. <i>Aritmética en planes de estudio para la segunda enseñanza</i>	101
Tabla 6. <i>Tipos de Escuelas Normales (Real decreto de 1849)</i>	104
Tabla 7. <i>Enseñanza de la aritmética en las Escuelas Normales desde 1843 hasta 1892</i> .	104
Tabla 8. <i>Selección inicial de textos</i>	141
Tabla 9. <i>Clasificación de textos por nivel educativo según etapa</i>	142
Tabla 10. <i>Textos seleccionados por nivel educativo</i>	143
Tabla 11. <i>Registro y organización de la información sobre estructura del texto</i>	148
Tabla 12. <i>Contenido del texto: preliminares y objetivos</i>	148
Tabla 13. <i>Contenido del texto: conceptos, procedimientos, representaciones y contextos</i>	149
Tabla 14. <i>Contenido del texto: limitaciones y tareas</i>	150
Tabla 15. <i>Distribución de libros de texto seleccionados por etapa histórica</i>	159
Tabla 16. <i>Contenidos del libro sexto</i>	196
Tabla 17. <i>Contenidos del libro séptimo</i>	201
Tabla 18. <i>Contenidos del libro octavo</i>	206
Tabla 19. <i>Contenidos del libro décimo</i>	221
Tabla 20. <i>Lista de múltiplos y submúltiplos</i>	223
Tabla 21. <i>Contenidos del libro décimo segundo según el texto de Mariano Faisa</i>	232

Tabla 22. <i>Contenidos del libro décimo tercero</i>	239
Tabla 23. <i>Presentación de las unidades principales del SMD</i>	253
Tabla 24. <i>Contenidos conceptuales según niveles de complejidad en los libros de texto para la instrucción primaria</i>	257
Tabla 25. <i>Contenidos procedimentales según niveles de complejidad en los libros de texto para la instrucción primaria</i>	259
Tabla 26. <i>Representaciones, contextos y tareas en textos para la instrucción primaria</i> ..	260
Tabla 27. <i>Finalidades, objetivos y limitaciones en textos para la instrucción primaria</i> ..	261
Tabla 28. <i>Contenidos conceptuales según niveles de complejidad en los libros de texto para la segunda enseñanza</i>	262
Tabla 29. <i>Contenidos procedimentales según niveles de complejidad en los libros de texto para la segunda enseñanza</i>	264
Tabla 30. <i>Representaciones, contextos y tareas en textos para la segunda enseñanza</i>	265
Tabla 31. <i>Finalidades, objetivos y limitaciones en textos para la segunda enseñanza</i>	265
Tabla 32. <i>Contenidos conceptuales según niveles de complejidad en los libros de texto para la formación de maestros</i>	266
Tabla 33. <i>Contenidos procedimentales según niveles de complejidad en los libros de texto para la formación de maestros</i>	269
Tabla 34. <i>Representaciones, contextos y tareas en textos para la formación de maestros</i>	270
Tabla 35. <i>Finalidades, objetivos y limitaciones en textos para la formación de maestros</i>	270
Tabla 36. <i>Cualidades de los autores de los libros de texto</i>	271
Tabla 37. <i>Características de los textos según su estructura y estilo</i>	272

El Sistema Métrico Decimal en libros de texto de matemáticas en España durante la segunda mitad del siglo XIX (1849-1892)

Resumen

Se presenta un resumen del estudio realizado. Los apartados mantienen el orden de presentación de los capítulos que conforman el informe final de investigación.

Planteamiento de la investigación

La investigación tuvo como propósito realizar un estudio sobre la introducción de las unidades de pesas y medidas del Sistema Métrico Decimal (SMD) en el Sistema Educativo español durante la segunda mitad del siglo XIX. Para ello, consideramos la inclusión y tratamiento de estas unidades métricas en textos escolares de matemáticas de la época. El estudio se centró en el período 1849-1892, enfocando la selección de textos editados desde la promulgación de la *Ley de Pesas y Medidas del 19 de julio de 1849*, para el establecimiento en España de un único sistema de pesas y medidas, hasta la *Ley del 8 de julio de 1892* con la que se oficializó la declaración de obligatoriedad de uso de las unidades de pesas y medidas de este sistema.

El estudio es una investigación cualitativa-descriptiva (Bisquerra, 1989) en el marco de la investigación histórica en educación matemática (Van Dalen y Meyer, 1971). Su desarrollo forma parte de dos áreas investigativas: la Didáctica de la Matemática y la Historia de la Matemática. Se llevó a cabo dentro del Grupo de Investigación “Didáctica de la Matemática: Pensamiento Numérico (FQM-193)” de la Universidad de Granada en las líneas de investigación *Historia y educación matemática y Diseño, desarrollo e innovación en el currículo de matemáticas* (Rico, et al., 1997) con el apoyo de la Universidad Nacional y la

Comisión Nacional para Investigaciones Científicas y Tecnológicas del Ministerio de Ciencia y Tecnología de la República de Costa Rica.

A partir de diversos enfoques curriculares, matemáticos y de acontecimientos históricos se construyó el problema de investigación. Éste sentó su base en dos cuestionamientos: ¿con qué tratamiento se atendió al SMD en el Sistema Educativo español en el período comprendido entre 1849 y 1892? y ¿qué características didácticas tuvieron los libros de texto de matemáticas, como documentos para llevar a cabo la reforma curricular planteada en este sistema educativo, ante la adopción de un nuevo sistema de pesas y medidas?

Mediante el análisis de documentos oficiales, planes y libros de texto de matemáticas, la investigación permitió profundizar en el estudio de la reforma curricular acaecida para llevar a cabo la implantación del SMD en España. También posibilitó el análisis didáctico de dichos documentos mediante la consideración de la estructura conceptual de este sistema, los modos utilizados para su representación y utilización, y las estrategias de enseñanza propuestas para su comprensión y aplicación como parte del proceso de difusión de un nuevo sistema de pesas y medidas. De esto se desprenden cuatro razones generales que dan soporte a la racionalidad del estudio: histórica, conceptual, curricular y didáctica.

- Tratar el problema desde una perspectiva histórica rescata los acontecimientos sociales que rodearon la implantación, la enseñanza, el aprendizaje y el uso del SMD y contribuye a establecer afirmaciones sobre su evolución y desarrollo en un determinado período.
- Con el estudio se establece la estructura conceptual utilizada para la inclusión y difusión de este sistema en los establecimientos de enseñanza y las particularidades que ésta presenta, como estructura matemática y respecto a otros contenidos aritméticos, en algunos libros de texto usados en la instrucción primaria, la segunda enseñanza y la formación de maestros en las escuelas normales.
- El estudio faculta indagar en los planes de estudio de la época las directrices emitidas sobre pesas y medidas y su vinculación con determinados contenidos matemáticos. Aproxima al cambio curricular, a las reformas educativas propiciadas por la implantación del SMD y por las dificultades surgidas para su adopción estandarizada en España. Atrae identificar y describir las dinámicas que impulsan y se oponen al nuevo sistema, a su integración en las actividades comunes, y las medidas legales y oficiales promulgadas para atender estas fuerzas.
- El estudio muestra las variantes en los modos de enseñanza, las concepciones hacia el aprendizaje y las estrategias de instrucción utilizadas para la enseñanza del SMD en los primeros cuarenta años de su incorporación oficial en los planes de estudio de matemática. Resalta los propósitos, las metodologías, las dificultades y las tareas utilizadas y propuestas para el aprendizaje de las unidades de pesas y medidas métrico-decimales por parte de niños y jóvenes, y en la formación y capacitación de maestros para su enseñanza.

El logro de evidencias para responder al problema de investigación se orientó desde un objetivo general: Estudiar los cambios curriculares ocurridos durante el período 1849-1892, a raíz de la implantación del SMD en España, su contexto, sus implicaciones educativas y su concreción en los libros de texto de matemáticas para estudiantes de primaria, estudiantes de

secundaria y la formación de maestros en las escuelas normales. Este objetivo se desglosó en objetivos específicos para el logro particular de los aspectos considerados y la verificación de una serie de conjeturas.

Contexto histórico

El origen de la medida y su evolución en el desarrollo cultural, económico, comercial, social y científico de los grupos humanos fueron dos puntos de interés para el estudio. Su abordaje aproximó a una visión social de la ciencia en la que se ubican las matemáticas y dentro de las cuales destacamos el SMD.

Por mucho tiempo las pesas y las medidas respondieron a una serie de necesidades de grupos humanos en un contexto particular relacionadas con la comparación de cantidades en los ámbitos comercial y político. La ciencia y sus avances propiciaron un entendimiento de las pesas y medidas, específicamente con la introducción del SMD, como un producto de la actividad científica. Desde las necesidades y dificultades comerciales, políticas y mercantiles, producto de la expansión territorial y política de las sociedades, las pesas y medidas constituyeron factores que desembocaron en la búsqueda de soluciones a la diversidad metrológica que culmina con el establecimiento del metro. Siguiendo a Kula (1980), uno de los aspectos más relevantes en el intento por comprender el origen y desarrollo de la medida es tener presente que la clave para explicar su diversidad en las sociedades de antaño no estriba en comprender el carácter convencional, sino su significado y el trasfondo social que las acompaña.

En el caso de España, previo a la implantación del SMD, el sistema antiguo de pesas y medidas se caracterizó por una variedad de medidas y patrones diferentes entre sí, arbitrarios y sin una norma establecida para su división o aumento. Con la llegada del siglo XIX se concluyó en España con un proceso de unificación de las medidas castellanas de más de 400 años. Esta igualación, que conservaba la tradición antropométrica, suponía una unificación de los valores y las proporciones de las unidades para las medidas lineales, de superficie, capacidad y peso hasta entonces diversas y arbitrarias en todo el Reino.

Durante este siglo España se encontró en una crisis política y económica, que sin duda conllevó a una situación desalentadora en campos como la educación y la ciencia. Se experimentaba una época de cambio ideológico, un cambio social y político en busca de una libertad comercial y de una defensa de la libertad, la seguridad, la propiedad y la igualdad. Factores como la cercanía geográfica con Francia y las diversas guerras acaecidas hicieron que las relaciones con el resto de Europa no fueran las más alentadoras y mantuvieran a España siempre retrasada respecto del progreso y los avances en la región.

Internamente, el gobierno español requirió asegurar y hacer valer su poder sobre el pueblo y los Señoríos. La economía debió recuperarse y reorganizarse a través de mejoras en la agricultura y la industria. Socialmente, empezaba a surgir un cambio en el predominio de las clases sociales: el pueblo luchaba y reclamaba por la igualdad, la libertad y la justicia, por recuperar la confianza en la práctica mercantil y erradicar los abusos señoriales a los que por años había sido sometido. Así, unificar las medidas con la adopción del SMD significaría un mejoramiento de las relaciones con otras naciones europeas, aseguraría la igualdad de trato

comercial entre ciudadanos, permitiría el control absoluto del Gobierno en materia tributaria, mercantil y comercial y se convertiría en la solución para erradicar las injusticias comerciales a las que eran sometidos los pobladores y pequeños productores.

La Ley de Pesas y Medidas de 19 de Julio de 1849 marcó el punto de inicio del proceso de introducción legal del SMD en España. Su introducción permitió la adopción de una sintaxis que además de relacionar las diferentes unidades entre sí combatía el lenguaje leguleyo, comprensible por unos pocos, que a la postre fue una de las batallas más difíciles a las que tuvo que hacer frente el nuevo sistema.

El gobierno dispuso crear toda la infraestructura necesaria para la implantación de la nueva metrología. Destacan las disposiciones para el cumplimiento del Artículo 11º de la Ley, sobre la enseñanza del SMD en las escuelas de instrucción primaria. De manera implícita a la elaboración de libros de texto para los primeros niveles educativos, la instrucción de los niños en las unidades métricas en los establecimientos de educación constituyó uno de los procedimientos más relevantes y efectivos en el proceso de implantación del SMD. No obstante, a pesar de su inclusión en los planes de estudios y los diversos textos escolares, el SMD tuvo que lidiar con una serie de obstáculos metodológicos para su adopción en este ámbito. La enseñanza de las pesas y medidas tradicionales no estaba abandonada del todo; las medidas españolas aún formaban parte de la realidad social de los pobladores. Los maestros no contaban con más material didáctico que el mismo texto; la falta de colecciones reales de pesos y medidas en la escuela primaria dificultaba enormemente la aplicación práctica de las nuevas unidades. Cerca de medio siglo tuvo que transcurrir para que España legalmente tuviese implantado de manera obligatoria el SMD, obligatorio desde 1º de julio de 1880 y sancionada esta obligatoriedad con la Ley de 8 de julio de 1892.

Nuestro estudio ha sido precedido por investigaciones relacionadas con el SMD, su implantación en España y sobre el análisis de textos históricos. Entre estos, *Introducción en España del Sistema Métrico Decimal* (Basas, 1962), un estudio narrativo, completo y de buen leer que detalla lo acontecido en España durante la adopción del SMD. Puente (1982) presenta un breve y detallado estudio sobre el proceso de implantación del SMD en España. Aznar (1997) constituye unos de los más completos y cuidadosos estudios sobre la unificación de las pesas y medidas en España. Previo a este trabajo, identificamos *El sistema métrico decimal y España* (Ten, 1989) con una exposición de la participación española en los trabajos de establecimiento del metro como unidad fundamental de un nuevo sistema de pesas y medidas universal.

Marco teórico

Desde una perspectiva educativa, las investigaciones pretenden encontrar respuestas para problemas didácticos basados en conocimientos particulares. En nuestro caso, caracterizar el cambio curricular, es decir, la reforma ocurrida en el sistema educativo de la época ante la adopción de un nuevo conocimiento científico y matemático.

A partir de una aproximación matemática destacamos las investigaciones y los trabajos sobre el origen y la evolución de los conocimientos matemáticos. Indagar sobre la manera de

hacer presente el SMD como estructura matemática en la educación matemática del siglo XIX y los elementos que lo conforman y relacionan con otras estructuras.

Desde nuestro enfoque, una tercera tendencia, la histórica, se convierte en el canal para establecer una conexión entre las disciplinas educativa y matemática y las implicaciones de las circunstancias sociales en este enlace. Así, educación, matemática e historia se integran en la historia de la educación matemática, nuestro campo de investigación (Figura A).

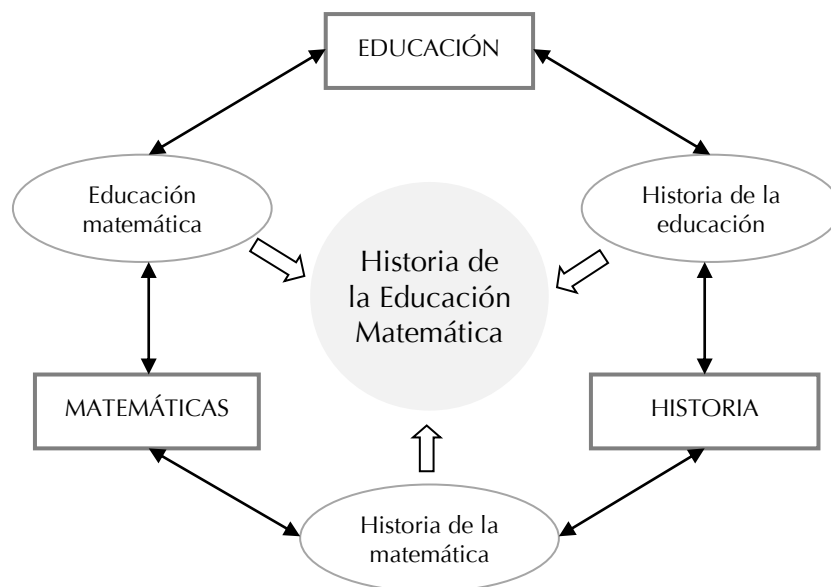


Figura A. Campo de investigación en Historia de la Educación Matemática

De esta forma, nuestro estudio se construye sobre planteamientos vinculados a la matemática, considerando aspectos generales como área temática y ciertas especificidades como disciplina que incluyen el SMD como estructura matemática (Centeno, 1997; Escolano y Gairín, 2007; Gómez, 1999, 2010; Gordon-Childe, 1979; Høyrup, 1994; Rico, 1996, 1998; Rico, et al., 1985).

También, incorpora ideas que aproximan el estudio a una perspectiva histórica y que puntualizan la investigación histórica como técnica en el estudio de procesos propios de la Educación Matemática (De Guzmán, 2007; Gómez, 2003; Gutiérrez, 1991; Furinghetti, 2002, 2007; Katz, 1997; Kragh, 1989; Maz, 2005; Maz, et al, 2006; Ruíz, 2003; Sierra, 1997, 2000; Sierra, et al, 1999).

Finalmente, reúne los planteamientos que lo ubican en el marco de la investigación histórica en Educación Matemática en España, y del método histórico como la metodología de investigación seleccionada (Aróstegui, 2001; Cardoso, 2000; Cohen y Manion, 2002; González y Sierra, 1997; Grajales, 2002; Ruíz, 1997; Salkind, 1999).

Se entiende la educación matemática como el campo en que se recogen las ideas, los conocimientos y los procesos vinculados con la construcción, las formas de representación y los modos de transmisión y valoración del conocimiento matemático.

En la historia de la matemática encontramos los registros y relatos sobre el origen de las matemáticas, su desarrollo, usos y aplicaciones en diferentes campos y contextos del saber humano a lo largo del tiempo. La historia de las matemáticas, en especial aquella que mira

hacia la historia de la medida y del uso de unidades para la medición en contextos particulares, nos proporciona los registros necesarios para indagar sobre la implantación del SMD y su tratamiento como estructura matemática.

De manera similar, en la historia de la educación, destacando las investigaciones en esta área, encontramos datos que muestran los progresos y retrocesos en los procesos de enseñanza y aprendizaje en una determinada área del conocimiento, sus componentes y particularidades culturales, destacando varios conceptos o técnicas.

En síntesis, nuestro estudio se edifica sobre la plataforma de la educación matemática mediante la aplicación del método histórico. Esta forma de llevar a cabo el estudio permitirá un enlace entre educación y matemática mediante el empleo de técnicas de investigación histórica utilizadas en estudios sobre historia de la educación matemática.

Diseño de la investigación

La investigación sigue el método histórico. Desde los planteamientos de autores como Aróstegui (2001), Cardoso (2000), González y Sierra (1997), Ruíz (1997) y Salkind (1999) se establecieron cinco fases para su organización y desarrollo. Estas son:

1. *Planteamiento de la investigación*, que incluye la elección del tema y su delimitación, la definición y justificación del problema, el planteamiento de objetivos y conjeturas y el establecimiento de etapas históricas como parte de la contextualización del estudio. Estas últimas se definieron en el estudio previo (Picado, 2009) e identifican tres momentos en la implantación del SMD durante el período 1849-1892:

- Promulgación legal, inserción estatal y difusión educativa (1849-1867)
- Iniciativas de generalización (1868-1879)
- Legalidad y obligatoriedad (1880-1892)

2. *Selección de las fuentes*, que involucra la búsqueda, localización, revisión y clasificación de libros de texto de matemáticas vinculados con la enseñanza del SMD en España durante la segunda mitad del siglo XIX. Comprende la definición de criterios de selección, la comprobación de la autenticidad y legitimidad de los documentos y la valoración de la exactitud de su contenido.

3. *Análisis de las fuentes seleccionadas*, incluye la selección de herramientas y técnicas de análisis para el estudio de las fuentes. Se definen en esta fase los focos de atención y las categorías de análisis.

4. *Interpretación de los datos*, para sintetizar los datos extraídos de las fuentes mediante el análisis y el establecimiento de afirmaciones sobre el problema, los objetivos y las conjeturas.

5. *Comunicación de los resultados*, que corresponde a la exposición de los logros y alcances del estudio.

Selección de las fuentes

Para localizar las fuentes se consideró la búsqueda de estas en estudios previos y centros de documentación. Se tomaron en cuenta los libros de texto considerados y seleccionados en los

estudios de Aznar (1997), Carrillo (2005), del Olmo et al, (1996), Picado (2009) y Veá (1995). Estos estudios han seleccionado y tratado con libros de texto editados para la enseñanza de la aritmética o la difusión del SMD en España durante el siglo XIX. Los centros de documentación, como bibliotecas universitarias, históricas o públicas y otros sitios de información, nos han proporcionado el complemento a los listados de libros con que se cuenta de los estudios previos. Destacamos de estos centros la Biblioteca Nacional de España en Madrid, la Biblioteca General de la Universidad de Granada y el Archivo General de la Administración en Alcalá de Henares.

El número considerable de fuentes llevó a la definición de criterios de selección para controlar y reducir de manera conveniente y razonada la muestra sobre la cual se erigió la fase de análisis. La selección de textos tuvo dos fases: una selección inicial de textos y otra fase para elegir los textos finalmente analizados.

La primera fase de selección consideró criterios como (a) fecha y lugar de publicación, (b) título con la denominación SMD, (c) la enseñanza como finalidad, (d) disponibilidad, y (e) originalidad del libro del texto. La segunda fase se llevó a cabo a partir de criterios como (f) representatividad del libro de texto en las etapas históricas, (g) autor: profesión y relevancia, (h) contenido del texto, e (i) estilo del documento. La Tabla A muestra el número de textos seleccionados en la primera fase mediante la aplicación de los criterios (a), (b), (c).

Tabla A. *Primera fase de selección de textos*

Procedencia	Picado (2009)	Aznar (1997)	Veá (1995)	Del Olmo (1996)	Carrillo (2005)	Total
Localización	92	422	53	16	18	595
Aplicación criterios	21*	63	35	8	12	139
Comparación	11	51	35	5	12	114

Nota. * = se incluyen 12 textos seleccionados del estudio y 9 textos de la búsqueda complementaria.

Verificar la originalidad y disponibilidad de los documentos fue el paso a seguir, mismo que permitió la reducción del número de documentos y continuar con la segunda fase para la selección final de los textos.

Previo a estas comprobaciones y como enlace con los criterios de la siguiente fase, se clasificaron estos textos según el nivel diana y la etapa histórica en la que se ubican (Tabla B). Esta organización permitió una visión más precisa de la cantidad de textos elegibles por etapa y nivel educativo.

Seleccionado un primer grupo de textos (114 documentos), el paso siguiente correspondió a verificar su disponibilidad y originalidad. La disponibilidad se comprobó con la búsqueda de los textos en diferentes catálogos electrónicos de centros de documentación de registros históricos como bibliotecas. Los catálogos consultados pertenecen a la Biblioteca Nacional de España y centros universitarios como la Universidad de Barcelona, la

Universidad de Granada, la Universidad de Salamanca, la Universidad de Valencia y, la Universidad de Zaragoza. También se consultaron sitios web como el Catálogo de RABEL–Red de Bibliotecas de Castilla y León¹; el Catálogo Colectivo del Patrimonio Bibliográfico Español² y la Red de Bibliotecas Universitarias³. Una vez ubicadas las fuentes se visitaron los centros de documentación. Esto para comprobar y contrastar la originalidad del documento y verificar la representatividad fiel de la versión digital de algunos de los textos.

Tabla B. *Clasificación de textos por nivel según etapa*

Nivel/etapa	1849 – 1867	1868-1879	1880-1892	Total
Primaria	33	8	12	53
Secundaria	18	11	11	40
Maestros	16	1	4	21
Total	55	20	27	114

Junto a la comprobación de la originalidad de los textos se llevó a cabo una primera revisión de su contenido. Este examen, a partir de las categorías de análisis definidas, procuraba identificar la representatividad del contenido y con ello la selección final de los textos. De esta forma, teniendo en cuenta los criterios descritos, se seleccionaron cuatro libros de texto para la instrucción primaria, cuatro para la segunda enseñanza y cinco para la formación de maestros en las Escuelas Normales. Estos son:

Para la instrucción primaria:

- Lorenzo Trauque (1854). Aritmética decimal y demostrada para uso de las escuelas primarias (...).
- Dos profesores (1860). Aritmética para uso de los niños.
- Juan Posegut Dasen (1875). Compendio de aritmética con el nuevo sistema de pesas, medidas y monedas.
- Dolores Montaner (1889). Tratado de aritmética teórico-práctica con la explicación del sistema métrico decimal para uso de las escuelas primarias de primera enseñanza elemental y superior.

Para segunda enseñanza:

- Felipe Picatoste (1861). Principios y ejercicios de aritmética y geometría
- Vicente Rubio y Díaz (1872). Elementos de matemáticas. Aritmética y álgebra.
- Joaquín Fernández y Cardín (1880). Elementos de matemáticas.
- José Mariano Vallejo y Ortega (1855). Compendio de matemáticas puras y mixtas.

Para la formación de maestros:

- Joaquín Avendaño (1852). Elementos de aritmética.

¹ <http://rabel.jcyl.es/cgi-bin/abnetopac/O7488/IDb29a33f2?ACC=101>.

² <http://www.mcu.es/bibliotecas/MC/CCPB/index.html>.

³ <http://www.rebiun.org/buscador/>.

- Juan Cortázar (1856). Tratado de aritmética.
- Ramón de Bajo e Ibáñez (1877). Nociones de aritmética y álgebra.
- Luis Sevilla González (1890). Explicación de aritmética. Arreglada al programa de la escuela normal superior de maestras de la provincia de Murcia.
- Antonio Marín y Rus (1892). Programa de aritmética para uso de las alumnas de la Normal de Maestras de Málaga.

Análisis de las fuentes

El análisis de los libros de texto se realizó a partir de los fundamentos de varias técnicas interrelacionadas, de las que singularizamos el análisis conceptual, el análisis de contenido y el análisis didáctico (Bardin, 1977; Berelson, 1952; Cohen y Manion, 2002; Gómez, 2002, 2007; Rico, 1997a, 1997b, 2006, 2007, 2012; Krippendorff, 1990; Lupiáñez, 2009; Rico, 2001; Rico, et al, 2008).

Al no contar con variables independientes, dadas las características de nuestro estudio, retomando la metodología de investigaciones previas como Maz (2005) y Picado (2009), se consideraron focos de información para el análisis de los documentos. Estos focos se constituyeron en las categorías primarias de análisis e incluyen la caracterización del autor, la caracterización de la estructura del texto y la caracterización del contenido.

Para la caracterización del autor se consideraron dos categorías: información personal e información profesional. La caracterización de la estructura del texto se orientó a la información propia de la obra como libro de texto (su forma y los datos que lo identifican). La caracterización del contenido se efectuó a partir de la información referente al contenido matemático en el texto sobre el SMD y a aspectos de índole general y didáctica.

Las unidades de análisis para la caracterización del autor incluyeron: nombre completo (personal); profesión(es) u oficio(s), sitio de formación, vínculo con personas o instituciones significativas para la matemática, publicaciones (profesional). Para la caracterización de la estructura se consideraron: año y edición, números de ediciones, lugar e imprenta, nivel(es) educativo(s) diana, extensión y distribución del contenido, tipo de texto y estilo de presentación, referencias.

La caracterización del contenido contó con el mayor número unidades de análisis. Introducción histórica, conocimientos previos, datos y normas legales, impacto social (categoría de Preliminares); tipos de fines, modo de entender el aprendizaje (Finalidades); objetivos declarados, objetivos implícitos (Objetivos); nociones de número, número fraccionario, fracción decimal, números decimal, número racional, sistema decimal de numeración, magnitud, tipos de magnitud, unidad, cantidad, medida, sistema antiguo de pesas y medidas, SMD, metro, unidades básicas definidas, múltiplos y submúltiplos, unidad monetaria (Conceptos); operaciones aritméticas, conversiones (Procedimientos); expresiones verbal, simbólica, ilustración o gráfica, tablas o cuadros, instrumentos (Representaciones); usos natural, científico, comercial, matemático, social, técnico (Contextos); dificultades, errores (Limitaciones); ejemplos presentados, ejercicios propuestos, secuencias de enseñanza, materiales (Tareas).

En cada libro de texto se identificaron y describieron estos aspectos, según el nivel educativo, a partir de las etapas históricas. Los datos extraídos permitieron elaborar un mapa conceptual para caracterizar la inclusión del SMD como estructura matemática dentro de cada texto. También se elaboraron tablas para resaltar similitudes y diferencias entre los libros de texto a lo largo del período.

Resultados

El análisis de los documentos seleccionados permitió identificar tendencias para presentar las ideas sobre el SMD que caracterizan su tratamiento en libros de texto de matemática en la segunda mitad del siglo XIX.

Desde el caso específico del SMD, su inclusión en los textos se orientó por intenciones de tipo científico, político, terminológico o innovador, o bien por una combinación de estos enfoques. En cuanto al metro y las unidades principales del sistema, el primero se destacó por su presentación desde el enfoque científico, con una tendencia de tipo etimológico o instrumental en algunos de los libros; la forma en que se expusieron las unidades de medida se caracterizó por la cantidad de unidades presentadas y las formas en que se definieron. Sobre los múltiplos y submúltiplos se reconocieron dos perspectivas para su exposición: etimológica y numérico-decimal, siendo la primera la más común en los libros de texto analizados. En algunos casos, éstas se integraban una a la otra.

En cuanto a los niveles y las etapas históricas, se identificaron algunas características para los libros de texto. Presentamos algunas de estas características representativas para cada nivel.

Sobre los libros de texto para primaria

Desde un nivel de complejidad conceptual (Costello y Küchemann, 1983; Hiebert y Lefevre, 1986; Rico, 1995), se detectó en los libros de texto una constante en la incorporación de términos y convenios con cierta inestabilidad en la presentación de notaciones y resultados. La forma de exponer el SMD presentó una detallada evolución. En los primeros años de su implementación se reconoció un interés por divulgar ampliamente sus unidades hasta la etapa de generalización, lo que interpretamos como un indicador de los posibles resultados de su enseñanza y los logros en materia de divulgación. En el nivel de estructuras, se reconocieron el SDN, el SMD y los diversos tipos de medidas. Estas estaban provistas de conceptos propios y relaciones entre ellos, así como de la aplicación de las operaciones aritméticas.

El conocimiento procedimental mantuvo una uniformidad e intensidad similar en las dos etapas iniciales. A partir de 1880 los textos presentaron una menor presencia en la presentación expresa de procedimientos. Entre 1880 y 1892 destacó, en los tres niveles de complejidad, el escaso número de procedimientos en la presentación del SMD, así como el fomento para el desarrollo de destrezas y la utilización de algunas estrategias aritméticas en los primeros 30 años de implementación del nuevo sistema.

Las situaciones con que se incorporó el SMD a la enseñanza buscaron un acercamiento de la nueva metrología a la realidad inmediata de los escolares. Éstas se identificaron en las

etapas de promulgación y generalización. Un indicador explícito del propósito educativo-político de su inclusión en la instrucción primaria y la sociedad.

El predominio del modo verbal (escrito) y el uso de los modos simbólico y tabular ocurrieron en todo el período. En este aspecto, resaltaron las pocas representaciones gráficas incluidas en los libros de texto de aritmética conforme avanzaba el proceso de transición. Las tareas se fundamentaron en cuestiones, ejemplos y ejercicios, dándose una divergencia en las secuencias que resaltaban los modelos deductivo e inductivo mediante variaciones en el orden de presentación de éstas respecto a las ideas teóricas.

Sobre los libros de texto para la segunda enseñanza

En este nivel se reafirma el SMD como una nomenclatura novedosa a partir de la etapa de generalización. Su organización conceptual para la segunda enseñanza conservó los conceptos y procedimientos básicos que lo componían, diferenciada entre los periodos por aspectos como la definición de la unidad para la ponderación, los enfoques para la presentación del metro —se mantuvieron el científico e instrumental como los fundamentales— o la introducción de los múltiplos y submúltiplos. Se reconoció una unificación o continuidad en cuanto a la presentación de hechos, conceptos y estructuras; salvo algunas variaciones menores.

En los textos se fomentó el desarrollo de destrezas y el desarrollo y la aplicación de estrategias de resolución con algunas aproximaciones al nivel de razonamiento a partir de soportes gráficos.

El lenguaje verbal fue el sistema de representación con mayor presencia en la transmisión de conocimientos aritméticos, seguido de la escritura numérica y la organización tabular que facilitaba la presentación de conceptos y las relaciones entre ellos. Los contextos natural y comercial, junto a situaciones científicas y matemáticas, enmarcaron a lo largo del período la estructura conceptual del SMD; esto mediante situaciones que mostraban la utilidad del sistema en el entorno social, la necesidad y el aprendizaje requerido ante el cambio.

Sobre los libros de texto para la formación de maestros

Sobre el SMD, se identificaron particularidades en cuanto a las formas de presentación en cada una de las etapas históricas. El sistema era una estructura novedosa, derivada del SDN y del establecimiento de una unidad única de longitud, el metro. Esta condición prevaleció durante su promulgación y generalización; al término del siglo XIX se enfatizó en calificativos reglamentarios que reflejaban las últimas disposiciones gubernamentales para su implantación definitiva y uso obligatorio.

Como estructura matemática, el SMD se componía de una unidad fundamental, unidades principales y secundarias (múltiplos y submúltiplos) para cada una de las especies de medida consideradas. Estas unidades “interactuaban” a partir de su derivación métrica y las equivalencias establecidas mediante las fracciones decimales, propiamente del SDN que resaltaron el vínculo establecido entre ambos sistemas.

Un aspecto interesante fue el uso reiterado de las pesas y medidas antiguas en las tareas de cálculo y su permanencia en el contenido de los textos hasta la conclusión del periodo. Su utilización se mantuvo hasta la etapa de obligatoriedad sustentando el arraigo hacia el sistema antiguo y el difícil proceso de incorporación y aceptación del SMD en la sociedad española del siglo XIX.

Los libros de texto enfocaron procedimientos, alternadamente en las etapas, para el cálculo con unidades métricas, su lectura y escritura y la reducción de unidades, sin una presentación uniforme en el período para este nivel de enseñanza. Sin embargo, destacó el desarrollo de destrezas y el uso de estrategias para la resolución de problemas (ejercicios).

Mediante los modos verbal, simbólico y tabular, los autores presentaron los conceptos y procedimientos relacionados con el SMD. Las representaciones gráficas no se utilizaron en los libros de texto. La presentación de conceptos y procedimientos, propios del nuevo sistema, se realizó mediante situaciones que se enmarcaban en lo natural, comercial, matemático y técnico, con algunas aproximaciones al contexto social principalmente en las dos etapas iniciales.

Sobre los autores de los libros de texto analizados

Los datos han permitido reconocer a los maestros de instrucción primaria y profesores la elaboración de libros de texto para uso en el mismo nivel educativo. La segunda enseñanza y la formación de profesores estuvieron provistas de libros de texto a cargo de profesionales de las matemáticas y la educación superior. Eran expertos en matemáticas, cuyos conocimientos y reconocimiento académico les permitió la publicación de libros para niveles superiores de ésta y otras áreas de la educación en España. La particularidad se mantuvo en cada una de las etapas históricas en que se han analizado los libros de texto permitiendo una caracterización en cuanto a las cualidades profesionales de los autores de textos para la enseñanza del SMD entre 1849 y 1892.

Sobre la estructura de los libros de texto

La caracterización de la estructura de los libros de texto utilizados para la enseñanza del SMD incluye diferencias en cuanto al estilo de redacción y la organización de los contenidos. Para primaria se usó el estilo pregunta-respuesta y el SMD fue un apartado previo a la exposición de las fracciones; en secundaria y la formación de maestros, la narración, incorporando el SMD después de una preparación en fracciones tanto comunes como decimales. Estas particularidades por nivel se mantuvieron durante las tres etapas. Los textos, en un marco general, se asemejaban en su intencionalidad. Eran textos para la enseñanza, para el aprendizaje de una determinada materia que habían adaptado su contenido a tal fin.

Conclusiones

Las conclusiones del estudio se presentan en el informe escrito a partir de los objetivos específicos y las conjeturas planteadas. A continuación se exponen de forma general las ideas centrales sobre los resultados de la investigación.

La desafortunada realidad de los primeros treinta años del siglo XIX, junto a los impulsos para la renovación científica, educativa y social a mediados del siglo, influyó notablemente en las iniciativas y movimientos para un cambio en la metrología española. El SMD irrumpió en España como solución a múltiples desacuerdos y desavenencias, como un componente cardinal en los procesos de cambio para la recuperación política, social, económica, educativa y científica.

La realidad social condujo a la necesidad de coordinar la diversidad de dominios económicos existentes y unificar las bases comerciales del poder político; promovió iniciativas para acabar con la ausencia de criterios reguladores en las transacciones comerciales a nivel local; estableció una normativa para encauzar el avance de la ciencia en España y detener sus retrocesos; acabó con los impedimentos políticos e ideológicos para un progreso en la enseñanza; y promovió iniciativas para insertar a España en el desarrollo científico, educativo y comercial europeo de la época.

A pesar de enfrentar resistencias para su implantación fueron estos acontecimientos integrantes de un contexto social, en la mayoría de sus expresiones, que contribuyeron y allanaron la entrada del SMD en España derivando en un cambio en el Sistema Educativo para la enseñanza de las matemáticas.

Los autores de los libros de texto pueden clasificarse por su desempeño en dos grupos: (a) maestros de instrucción primaria y (b) profesionales de las matemáticas y la educación superior. El primero de los grupos encierra a maestros y maestras en ejercicio, o en otras ocupaciones educativas, que elaboraron textos como materiales didácticos para sus clases y el nivel educativo en que se desempeñaron. El segundo incluye formadores de maestros, matemáticos formadores o en cargos político-educativos; sus textos se dirigieron en su mayoría a los niveles de segunda enseñanza y la formación de maestros en el campo de las matemáticas y otros campos del conocimiento. A pesar que la fase de selección de los textos demandaba autores relacionados con la educación, estudiar aspectos de su vida personal y profesional permitió identificar las particularidades descritas, irreconocibles a partir de su vínculo a la educación. Los autores procedieron según la regulación establecida por la ley. Pero además, impulsaron una cultura científica para la difusión de los conocimientos. Como maestros, difundieron el conocimiento matemático en las aulas; como políticos, promovieron cambios para mejorar la educación; como matemáticos, destacaron el desarrollo de la ciencia.

La promulgación de la Ley de Pesas y Medidas de 19 de Julio de 1849 hizo oficial la introducción del SMD en España y en el Sistema Educativo. Nuestro estudio ha permitido verificar que su inclusión en los libros de texto, con algunas particularidades de forma y contenido, fue efectiva desde 1849. Con más precisión, desde 1852 el SMD formó parte del contenido de los textos para la instrucción primaria; su adaptación a los textos de aritmética se expandió a la segunda enseñanza y a la formación de maestros, nivel al que se incorporó por la necesidad de capacitar a quienes deberían de instruir a los niños en sus primeros años de formación matemática.

La estructura conceptual, las representaciones, los contextos y los aspectos cognitivos y de instrucción utilizados para presentar el SMD en los libros de texto fueron variables según el nivel educativo y la etapa histórica. Sin embargo, los textos presentaron el SMD atendiendo a una estructura matemática compuesta de los conceptos básicos de sus unidades principales,

superiores e inferiores, las equivalencias decimales y la vinculación con conceptos y principios aritméticos. Las representaciones se realizaron mediante el modo verbal que predominó entre los otros modos para la incorporación extensa de las ideas. En un segundo nivel de utilización estuvieron el simbólico y el tabular para una organización numérica y simplificada de los conceptos, y la descripción de instrumentos de medida. El modo gráfico, para la representación de unidades métricas, fue una excepción en una minoría de textos. Las situaciones con mayor representatividad en los textos para la aplicación de conceptos y procesos sobre el SMD se circunscribieron en los contextos matemático, comercial, técnico y natural. Las primeras se referían a cálculos aritméticos en el establecimiento de reducciones y equivalencias y la forma de operar con dichas unidades; las comerciales y técnicas mostraron el uso y la aplicabilidad de las unidades de pesas y medidas en la compra y venta de mercancías y productos y en prácticas de construcción, agrimensura, industria textil y topografía; la última ha destacado por la definición del gramo a partir del metro en condiciones físico-naturales específicas. De esta forma, los textos atendieron al vínculo inmediato del SMD con las matemáticas y el comercio.

Los fines formativo, político y cultural tuvieron un predominio en los propósitos de los autores para la elaboración de los textos analizados. El fin social, también presente, tuvo una menor incidencia de aparición que contrasta con la inclusión de ejemplos y ejercicios que ilustraban la aplicación social de sistema.

Los autores enfocaron la transmisión del SMD mediante la acción de enseñar o instruir de los maestros, profesores y formadores y el aprendizaje de los estudiantes. No obstante, al incorporarse en libros de aritmética previamente elaborados no recibió la misma atención que otros conocimientos matemáticos propios de la aritmética, limitando su extensión social. Los autores proyectaron un aprendizaje de la aritmética centrado en la numeración y las operaciones básicas.

El método de aprendizaje por excelencia fue el memorístico. En las aulas, el SMD se hizo común por la aprehensión memorística de su nomenclatura y la aplicación práctica de sus unidades en diversos problemas mecánicos. Sin embargo, destacó en la segunda enseñanza la intención de un método práctico, es decir, centrado más en la aplicabilidad de las nuevas unidades que en la retención de términos.

Las limitaciones manifestadas por los autores subrayaron la dificultad de comprensión de la nueva nomenclatura metrológica, la comprensión del enunciado de un problema y la aprehensión de definiciones extensas. Principalmente fueron dificultades lingüísticas y de interpretación a las que se aunaron algunas para el cálculo, la reducción o las equivalencias entre unidades.

La instrucción del SMD se caracterizó por la presentación, por parte del maestro, de especificaciones conceptuales y terminológicas. Estas se acompañaron de ejemplos ilustrativos para el uso y aplicación de las nuevas unidades de pesas y medidas y del planteamiento de ejercicios como medios de valoración del aprendizaje.

Secuencialmente, la enseñanza del SMD se propuso en los textos desde la presentación de conceptos, la especificación, ejemplificación y aplicación de procedimientos y el planteo de ejercicios.

La relación entre SDN y SMD se ha visualizado desde dos perspectivas. Primero, la relación conceptual y procedimental entre la numeración decimal y la definición de las unidades métrico-decimales superiores e inferiores (múltiplos y submúltiplos). Segundo, el enlace entre el SMD y los contenidos aritméticos abordados en los textos.

A pesar de la diferencia en su nomenclatura, el SMD aventajó al Sistema de Medidas de Castilla en la definición de sus unidades con la numeración decimal. Los denominados “números métricos” se asociaban a los números y las fracciones decimales ampliamente conocidos y utilizados por los españoles. El conocimiento de principios sobre la numeración decimal fue básico para la comprensión conceptual y procedimental de las unidades métrico-decimales; la incorporación del SMD en libros de texto para la enseñanza de las matemáticas fue efectiva, pero no exclusiva como temática metrológica; se ha reconocido en los textos un patrón para presentar los contenidos de aritmética que se diversificó al introducir el SMD dentro de los contenidos establecidos para la enseñanza de esta disciplina matemática.

En cuanto a la identificación de indicadores que caractericen la evolución del SMD durante el período, desde nuestra perspectiva, los textos para la instrucción primaria presentaron una involución en la manera de abordar el SMD. Hubo una disminución de los contenidos y procedimientos abordados y de las representaciones, ejemplos y ejercicios mostrados conforme sucedieron las etapas; hay un estancamiento en el aprendizaje memorístico.

Para la segunda enseñanza, los libros de texto mostraron un desarrollo uniforme del SMD durante las etapas históricas del período en estudio. Aunado a esto, la inclusión de descripciones de instrumentos de medición, el fomento de un aprendizaje práctico, la exposición significativa de ejemplos, el planteo de ejercicios y la inclusión de situaciones técnicas en las etapas segunda y tercera que amplían el uso del sistema fueron, desde nuestra perspectiva, indicadores de un progreso en la forma de tratar el SMD en la segunda enseñanza.

Los textos para la formación de maestros mostraron una estabilidad en la manera de presentar el SMD. Abordado conceptualmente con amplitud, se acompañó en las tres etapas por procedimientos, ejemplos y ejercicios que ilustraron su utilidad, por ideas externas a su estructura que enfatizaron en su origen, legalidad y los beneficios sociales que acarrea. El tratamiento del SMD para este nivel fue constante. No se identificó una evolución o una involución significativa que recalcar.

Aportes, limitaciones y posibles líneas de investigación

El estudio contribuye a particularizar la forma de presentar el SMD como una estructura matemática. Se describen los conceptos y procedimientos, las representaciones y los contextos y modos de uso, así como las aplicaciones de las unidades métrico-decimales utilizadas para abordar, en libros de texto de matemáticas, este sistema durante el período de 43 años transcurridos para su implantación en España.

En el campo de la metrología el estudio se convierte en un complemento, desde una perspectiva didáctica, de las investigaciones históricas relativas al establecimiento del SMD en España. Como se expone en el Apartado 2.6.1, los estudios de Aznar (1997), Basas (1962),

Puente (1982) y Ten (1989) destacan este proceso desde diversas perspectivas: científica, histórica, económica. Nuestro estudio es un aporte a estas investigaciones desde la didáctica. Hemos analizado libros de texto incluidos en algunos de estos estudios y en otros, como fuentes de difusión de un nuevo sistema de pesas y medidas en el marco de la enseñanza de la aritmética. La revisión de literatura y el análisis preliminar (Picado, 2009) han permitido definir, dentro del período seleccionado, tres etapas históricas para la unificación de la metrología española que proporcionan más especificidad a la cronología establecida por Aznar (1997).

Desde un enfoque curricular, se han descrito y subrayado diversos aspectos del Sistema Educativo español en el siglo XIX. Hemos caracterizado la reforma, los cambios curriculares ocurridos a raíz de la implantación del SMD mediante la identificación de las fuerzas a favor y las barreras en contra del cambio. Aunado a esto, hemos seleccionado y caracterizado libros de texto para la enseñanza del SMD en tres niveles educativos: la instrucción primaria, la segunda enseñanza y la formación de maestros. En los documentos, se han reconocido particularidades que describen y establecen tendencias en la forma de presentar conceptos matemáticos, procedimientos, representaciones y aplicaciones para las unidades métrico-decimales y en la manera de exponer el SMD como estructura matemática. También, se han identificado orientaciones en aspectos cognitivos e instruccionales: el modo de concebir el aprendizaje, las dificultades y errores de los estudiantes reconocidos por los autores de los libros de texto (la mayor parte maestros y profesores) y las metodologías sugeridas por dichos autores y utilizadas por los maestros para la enseñanza del SMD, todo esto en una época y lugar particulares.

En cuanto a la metodología de investigación, se han implementado técnicas de análisis novedosas para el estudio de textos antiguos. Destaca la definición de categorías a partir de determinados componentes del análisis didáctico (análisis de contenido, análisis cognitivo y análisis de instrucción) para el estudio de los textos. Hemos establecido y mejorado criterios para un proceso de selección de las fuentes en este tipo de investigación histórica.

La carencia de conocimiento sobre la historia de España fue en un inicio una barrera para abordar de manera ágil y rápida los aspectos vinculados al contexto histórico de la investigación. Se requirió de una intensa búsqueda y lectura de literatura para lograr adentrarse en las distintas esferas del contexto político y social imperante en este país durante el siglo XIX.

Durante las fases de selección y análisis de las fuentes, la falta de disponibilidad de textos por su estado físico que, igualmente, impidió la realización de una copia digitalizada, limitó el acceso a las fuentes documentales seleccionadas en la etapa inicial del proceso. Por su parte, la lejanía a los centros de documentación como la BNE en Madrid y el AGA en Alcalá de Henares ralentizó en ciertos momentos el avance en la fase de análisis de los libros de texto.

Como futuras líneas de investigación derivadas de la metodología utilizada, los hallazgos y los resultados obtenidos destacamos cuatro de ellas, específicas en los ámbitos español e internacional.

- Estudiar el tratamiento del SMD en períodos posteriores a los delimitados en el estudio. En este sentido, se pretende continuar con el análisis de libros de texto para la

enseñanza del SMD y, en su defecto, del Sistema Internacional de Medidas (SI), en el siglo XX y primeros años del siglo XXI, posibilitando una caracterización completa de la evolución en la enseñanza del sistema.

- Estudiar los cambios en la organización del currículo de matemática en el Sistema Educativo español ocurridos con el establecimiento del SI por la Conferencia General de Pesos y Medidas en 1960.
- Estudiar el currículo de matemáticas actual, enfocando la enseñanza de las pesas y las medidas por medio de la utilización de aspectos históricos de la metrología española y sus particularidades (semejanzas y diferencias) respecto a las tendencias definidas en nuestro estudio.
- Estudiar las reformas curriculares, mediante el análisis de libros de texto, vinculadas a la adopción del SMD en otros países, singularmente los iberoamericanos con los que compartimos cultura e historia.

The Metric System in Mathematics Textbooks in Spain During the Second Half of the Nineteenth Century (1849-1892)

Abstract

We present a summary of the study undertaken. The sections follow the presentation order of the chapters that make up the final research report.

Research Approach

The research's purpose was to conduct a study on the introduction of the Metric System's (the MS) units of weights and measures in the Spanish education system during the second half of the nineteenth century. To do this, we look at how these decimal-metric systems were included and used in mathematics textbooks of the time. The study concentrated on the period of 1849-1892, focusing on the selection of texts published after the enactment of the Weights and Measures Act of July 19, 1849, which established in Spain a single system of weights and measures, to the Law of July 8, 1892 which formalized the mandatory use of units of weights and measures of the MS.

This study is a qualitative-descriptive research (Bisquerra, 1989) in the context of historical research in mathematics education (Van Dalen & Meyer, 1971). Its development forms part of two areas of research: Teaching of Mathematics and History of Mathematics. It was conducted as a part of the Research Group Didactic of Mathematics. Numerical Thinking (FQM-193), of the University of Granada, in the lines of research: History and Mathematics Education and, Design, Development, and Innovation in the Curriculum in Mathematics (Rico, et al., 1997), with support from the Scholarship Board of the National University and

the National Commission for Scientific and Technological Research of the Ministry of Science and Technology of Costa Rica.

From various curriculum and mathematical approaches, as well as historical events, we built the research proposition. This was based on two questions: What treatment was granted the MS in the Spanish educational system in the period from 1849 to 1892?, and what didactic characteristics did the mathematics textbooks have as documents for carrying out the curriculum reform proposed in this educational system in light of the adoption of a new system of weights and measures?

By analysis of official documents, educational plans and mathematics textbooks, the research allows studying the curriculum reform that occurred after the introduction of the MS in Spain. Also, it allows the didactic analysis of those documents by considering the conceptual structure of the system, the means used for representing and using the MS, and the teaching-strategies proposed for its understanding and implementation as part of the dissemination of a new system of weights and measures. This gives rise to four general reasons that support rationale of the study: historical, conceptual, curricular and didactic.

- Treating the proposition from a historical perspective captures the social happenings surrounding the implementation, teaching, learning, and use of the MS, and helps to establish claims about its evolution and development over a given period.
- The study provides the conceptual structure used for including and disseminating the MS in educational institutions and the peculiarities that this presents as a mathematical structure, and in respect to other arithmetic content in textbooks used in primary and secondary schools, as well as teacher training in Normal Schools.
- The study allows inquiry into the curricula of the time, the guidelines issued on weights and measures and their linkage to specific mathematical content. It addresses the curriculum changes, the educational reforms caused by the implementation of the MS and the difficulties in adopting a new metrological system in Spain. The study seeks to identify and describe the dynamics that drive and oppose the new system, its integration into common activities, and the legal means enacted to address these issues.
- The study shows the variations in teaching modes, the concepts about learning and the strategies for teaching the MS in the first forty years of its formal incorporation into the mathematical curriculum in Spain. Also, it highlights the purposes, methodologies, learning difficulties, and tasks used by children and youth for learning the new units of weights and measures, and the training of teachers for its teaching.

The evidence gained to address the research propositions was directed by a general objective: Studying, over the period 1849-1892, the curricular changes that occurred as a result of the adoption of the MS in Spain, its context, its educational implications, and its incorporation in mathematics textbooks for primary and secondary students, and the training of teachers in Normal Schools. This objective was broken down into specific objectives for the particular benefit both of the aspects considered and the verification of a series of conjectures.

Historical Context

The origin of the measures taken and their evolution in the cultural, economic, commercial, social and scientific development of human groups are two particular points of interest for the study. Its approach introduces a social view of science that includes mathematics, within which the MS is highlighted.

For a long time, weights and measures were a result of a range of needs of human groups in a particular context. They were related to the comparison of quantities in the commercial and political spheres. Science and its developments led to an understanding of weights and measures, specifically with the introduction of the MS as a product of scientific activity. From commercial, policy and mercantile needs and difficulties, product of territorial and political expansion of societies, weights and measures became factors that led to the search for solutions to metrological diversity culminating in the establishment of the meter. According to Kula (1980), one relevant aspect in the attempt for understanding the origin and development of measure is remembering that the key to explaining its diversity in ancient societies is to understand not the conventional character but its meaning and the social background that accompanies it.

In Spain, prior to the implementation of the MS, the old system of weights and measures was characterized by a variety of sizes with different and arbitrary patterns, without an established rule for their division or increase. With the advent of the nineteenth century, a process in Spain for the unification of the more than 400 year-old Castilian measures came to an end. This unification, which preserved the traditional anthropometry, implied a unification of the values and proportions of the units for linear measure, area, capacity and weight hitherto diverse and arbitrary throughout the Kingdom.

During this century Spain was in a political and economic crisis, which undoubtedly led to a grim situation in fields like education and science. It experienced a period of ideological, political and social changes in search of free commerce and defence of social freedom, security, property and equality. Others factors such as geographical proximity to France and several wars resulted in relations with the rest of Europe that were not the most encouraging and kept Spain behind the general progress of others in the region.

Internally, the Spanish government was required to secure and enforce its power over the people and the regional powers. The economy should have been able to recover and reorganize itself through improvements in agriculture and industry. Socially, a change began to emerge out of the prior domination of social classes: the common people fighting and calling for equality, freedom and justice to restore confidence in commercial practice and eradicate abuses to which for years they had been submitted. Thus, unifying the measures through the adoption of the MS meant an improvement of relations with other European nations; it would ensure equal treatment trade between citizens; it would allow full control by the government in taxation, trade and business, and it would become the solution for eliminating trade injustices to the population in general and to small business.

The Weights and Measures Act of July 19, 1849 marked the legal starting point in the process of the introducing the MS in Spain. Its introduction led to adopting a syntax that

would both relate the different units together and combat the legal language, understood by few, which was one of the most difficult battles that the new system faced.

The Government decided to create the necessary infrastructure for the implementation of new metrology. Noteworthy were the provisions for complying with Article 11 of the Law about teaching of the MS in primary educational institutions. Implicit to the elaboration of textbooks for the primary education levels, teaching children about decimal-metric units in educational establishments was one of the most relevant and effective activities for implementing the MS. However, despite its inclusion in the curriculum and mathematics textbooks, the MS had to deal with methodological obstacles for its adoption in this area. The teaching of traditional weights and measures was not entirely abandoned; the Spanish measures were still part of the social reality of the people. Teachers did not have teaching materials in addition to the same texts and the lack of new collections of weights and measures in primary school greatly complicated the practical application of the new units. Nearly half a century had to elapse until Spain adopted, in obligatory fashion, the MS, mandatory from July 1, 1880 on, and reaffirmed in the Act of July 8, 1892.

Our study was preceded by the MS-related research, its implementation in Spain and on the analysis of historical texts. Among these, *Introducción en España del Sistema Métrico Decimal* [Introduction of the Metric System in Spain] (Basas, 1962), is a thorough narrative and a good read, detailing the study of what happened in Spain during the adoption of the MS. Puente (1982) presents a brief and detailed study of the implementation process of the MS in Spain. Aznar (1997) is one of the most complete and careful studies on the unification of weights and measures in Spain. Prior to this study, we identify *El sistema métrico decimal y España* [The Decimal Metric System and Spain] (Ten, 1989), with an explanation of Spanish participation in the work of establishing the meter as the fundamental unit in a new system of universal weights and measures.

Theoretical Framework

From an educational perspective, research tries to find answers to problems based on particular knowledge. In our case it was to portray the curriculum change, that is, the reform that occurred in the education system in a specific period because of the adoption of new scientific and mathematical knowledge.

From a mathematical approach, we highlight the research and studies on the origin and evolution of mathematical knowledge. We also inquire about how to present the MS as a mathematical structure in nineteenth century mathematics education and the elements that comprise it and relate it to other structures.

In our approach, a third trend, the historical, becomes the channel to establish a connection between education and mathematics and the social implications of this link. Thus, education, mathematics and history are integrated into the history of mathematics education, our field of research (Figure A).

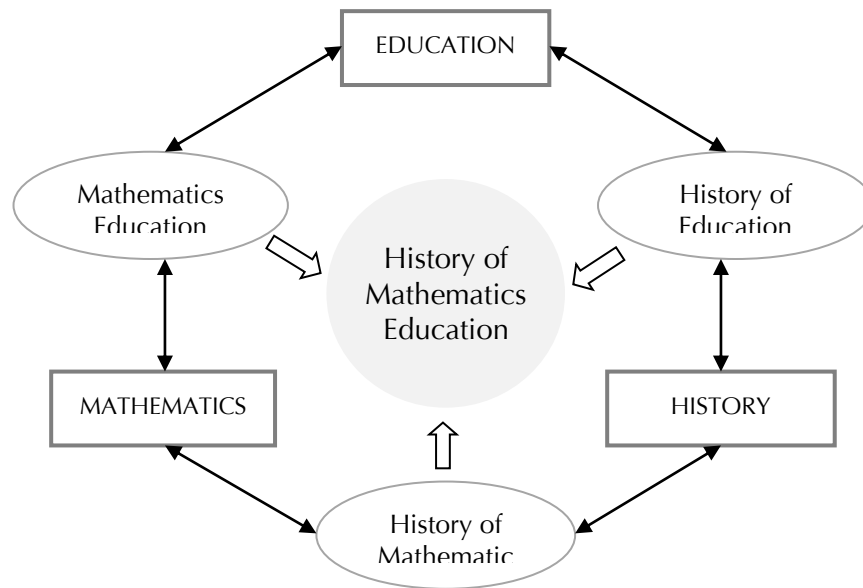


Figure A. Research field in the History of Mathematics Education

In this way, our study is built on approaches related to mathematics, taking into account general aspects as its subject area, and certain specific subjects as disciplines that includes the MS as a mathematical structure (Centeno, 1997; Escolano & Gairín, 2007; Gómez, 1999, 2010; Gordon Childe, 1979; Høyrup, 1994; Rico, 1996, 1998, Rico et al., 1985).

It also incorporates ideas that bring our study closer to a historical perspective, including the highlighting of historical research as a technique for study methods involved in mathematics education (De Guzmán, 2007; Gómez, 2003; Gutiérrez, 1991; Furinghetti, 2002, 2007; Katz, 1997; Kragh, 1989; Maz, 2005; Maz et al., 2006; Ruiz, 2003; Sierra, 1997, 2000; Sierra et al., 1999).

Finally, the study puts together approaches that place our study in the field of historical research of mathematics education in Spain, and the historical method as the research methodology selected (Aróstegui, 2001; Cardoso, 2000; Cohen & Manion, 2002; Gonzalez & Sierra, 1997; Grajales, 2002; Ruiz 1997; Salkind, 1999).

Mathematics education is understood as the field that reflects the ideas, knowledge and processes related to construction, the forms of representation and modes of transmission and assessment of mathematical knowledge.

In the history of mathematics we find the records and accounts about the origin of mathematics, its development, uses and applications in different fields and contexts of human knowledge over time. The history of mathematics, especially the history of measure and the use of measurement units in particular contexts, provides us the records necessary to investigate on the implementation of the MS and its treatment as a mathematical structure.

Similarly, in the history of education, by highlighting the research in this area we can find data that show the progress and setbacks in the teaching and learning processes in a particular area of knowledge, its components and cultural particularities, highlighting several concepts or techniques.

In summary, our study builds on the platform of mathematics education by applying the historical method. This way of carrying out the study will allow a link between education and

mathematics through the use of historical research techniques used in studies on the history of mathematics education.

Research Design

The investigation follows the historical method. From the approaches of authors such as Aróstegui (2001), Cardoso (2000), Gonzalez and Sierra (1997), Ruiz (1997), and Salkind (1999), five steps for its organization and development are established. These are:

1. *Approach to research*, which includes the choice of topic and its delimitation, the definition and justification of the problem, approach objectives and conjectures, and the establishment of historical stages as part of the contextualization of the study. The latter were defined in the previous study (Picado, 2009) and they identify three stages in the implementation of the MS during the period 1849-1892:

- Enactment of law, state insertion and educational dissemination (1849-1867)
- Initiatives of generalization (1868-1879)
- Legality and enforcement (1880-1892)

2. *Selection of sources*, involving searching for, locating, reviewing and classifying mathematics textbooks related to the teaching of the MS in Spain during the second half of the nineteenth century. It includes the definition of selection criteria, checking the authenticity and legitimacy of the documents and evaluating the accuracy of their content.

3. *Analysis of the selected sources*, which includes the selection of tools and analysis techniques for studying the sources. In this phase the foci of attention and the categories of analysis are defined

4. *Interpretation of data*, to synthesize the data from sources through analysis and establishing statements on the problem, objectives and conjectures.

5. *Reporting of results*, relating to the explanation of achievements and the extent of the study.

Selection of Sources

Locating the sources required searching for these documents in previous studies and documentation centres. It took into account the books considered and selected in studies of Aznar (1997), Carrillo (2005), del Olmo et al., (1996), Picado (2009), and Vea (1995). These studies were selected and processed with textbooks edited for the teaching of arithmetic or dissemination of the MS in Spain during the nineteenth century. Documentation centres like university libraries, historical or public libraries and other information sites, provided sources to complement the lists of books mentioned in the above studies. These centres include the National Library of Spain in Madrid, the Library of the University of Granada and the General Archive of the Administration in Alcalá de Henares.

The number of sources led to the definition of selection criteria to control and reduce, in a convenient and reasonable manner, the sample on which the analysis phase was based. The selection of texts had two phases: an initial selection of texts and another phase to choose the texts ultimately to be analyzed. The first selection phase considered criteria as (a) date and

place of publication, (b) title with the name the MS, (c) teaching as the purpose of the text, (d) availability, and (e) originality of the textbook. The second phase was carried out based on criteria such as (f) representativeness of the textbook in the historical stages, (g) author's profession and relevance, (h) text content, and (i) style of the document. Table A shows the number of selected texts in the first phase by applying the criteria (a), (b), (c). Checking the originality and availability of the documents was the next step, which allowed reducing the number of documents and continuing the second phase to the final selection of the texts.

Table A. *First phase of texts selection*

Provenance	Picado (2009)	Aznar (1997)	Vea (1995)	Del Olmo (1996)	Carrillo (2005)	Total
Localization	92	422	53	16	18	595
Application of criteria	21*	63	35	8	12	139
Comparison	11	51	35	5	12	114

Note. * = includes 12 texts selected from the study and 9 texts of additional search.

Prior to these findings and as a link with the criteria of the next phase, these texts were classified according to the target level and the historical period in which they are found (Table B). This organization allowed a clearer view on the number of eligible textbooks according to the educational level and historical stage.

Table B. *Classification of texts by educational level and historical stage*

Level/stage	1849 – 1867	1868-1879	1880-1892	Total
Primary	33	8	12	53
Secondary	18	11	11	40
Training	16	1	4	21
Total	55	20	27	114

Having selected a first group of texts (114 documents), the next step was to check their availability and originality. Availability was accomplished by searching for texts in different electronic catalogues of documentation centres and libraries of historical records. The catalogues consulted were the National Library of Spain and university libraries such as the University of Barcelona, University of Granada, University of Salamanca, University of Valencia, and University of Zaragoza. Websites were also consulted as the RABEL-Red catalogue of Libraries of Castile and Leon⁴, the Union Catalogue Spanish Bibliographic Heritage⁵ and the Network of University Libraries⁶. Once the sources were located, the

⁴ <http://rabel.jcyl.es/cgi-bin/abnetopac/O7488/IDb29a33f2?ACC=101>.

⁵ <http://www.mcu.es/bibliotecas/MC/CCPB/index.html>.

⁶ <http://www.rebiun.org/buscador/>.

documentation centres were visited. This allowed us to contrast and check the originality of the document and verify the faithful representation of the digital version of some of the texts.

Along with checking the originality of the texts, a first review of their content was carried out. This test, based on defined categories of analysis, sought to identify the representativeness of the content and then do the final selection of the texts. Thus, taking into account the criteria described, we selected four textbooks for primary education, four for secondary education and five for the training teachers in Normal Schools. These are:

For primary education:

- Lorenzo Trauque (1854). *Aritmética decimal y demostrada para uso de las escuelas primarias (...)* [Decimal arithmetic and demonstration for use in primary schools...].
- Dos profesores (1860). *Aritmética para uso de los niños* [Arithmetic for use in primary schools].
- Juan Posegut Dasen (1875). *Compendio de aritmética con el nuevo sistema de pesas, medidas y monedas* [Compendium of arithmetic with the new system of weights, measures and coins].
- Dolores Montaner (1889). *Tratado de aritmética teórico-práctica con la explicación del sistema métrico decimal para uso de las escuelas primarias de primera enseñanza elemental y superior* [Treaty of theoretical and practical arithmetic with the explanation of the metric system for use in both primary and higher education].

For secondary education:

- Felipe Picatoste (1861). *Principios y ejercicios de aritmética y geometría* [Principles and exercises of arithmetic and geometry].
- Vicente Rubio y Díaz (1872). *Elementos de matemáticas. Aritmética y algebra* [Elements of mathematics: Arithmetic and Algebra].
- Joaquín Fernández y Cardín (1880). *Elementos de matemáticas* [Elements of mathematics].
- José Mariano Vallejo y Ortega (1855). *Compendio de matemáticas puras y mixtas* [Compendium of pure and mixed mathematics].

For training teachers:

- Joaquín Avendaño (1852). *Elementos de aritmética* [Elements of arithmetic].
- Juan Cortázar (1856). *Tratado de aritmética* [Treatise of arithmetic].
- Ramón de Bajo e Ibáñez (1877). *Nociones de aritmética y algebra* [Notions of arithmetic and algebra].
- Luis Sevilla González (1890). *Explicación de aritmética. Arreglada al programa de la escuela normal superior de maestras de la provincia de Murcia* [Explanation of arithmetic. Adapted to the Normal School program for training teachers in the Province of Murcia].
- Antonio Marín y Rus (1892). *Programa de aritmética para uso de las alumnas de la Normal de Maestras de Málaga* [Arithmetic program for use by students of the Normal School of teachers of Málaga].

Analysis of sources

The analysis of the textbooks was made from the foundations of several interrelated techniques, of which we highlight conceptual analysis, content analysis and didactic analysis (Bardin, 1977; Berelson, 1952; Cohen & Manion, 2002; Gómez, 2002, 2007; Rico, 1997a, 1997b, 2006, 2007, 2012; Krippendorff, 1990; Lupiáñez, 2009; Rico, 2001; Rico et al., 2008).

In the absence of independent variables, given the characteristics of our study, and using the methodology of previous investigations as Maz (2005) and Picado (2009), we considered some foci of information to analyze the documents. These foci were the primary categories of analysis and they included the author's portrayal, the portrayal of text structure and portrayal of the content.

For the portrayal of the author, two categories were considered: personal information and professional information. The portrayal of the structure of the text was oriented towards information on the work itself as a text (its form and the data that identify it). The portrayal of the content was carried out from the information about the mathematical content in the text (on the MS) and aspects of a general and didactic nature.

The units of analysis for the portrayal of the author included: full name (personal), profession (s) or job (s), place of formal training, bond with people or institutions related to mathematics, and publications (professional). For portrayal of the structure the following were considered: year and edition, number of editions, place of printing, level (s) of education accomplished, range and distribution of content, type of text and style of presentation, and references.

The portrayal of the content had the biggest number of units of analysis. Historical introduction, preliminary knowledge, data and legal norms, social impact (Preliminaries category); types of aims, ways of understanding the learning process (Finalities); stated goals, implicit objectives (Objectives); ideas about numbers, fractional numbers, decimal fractions, decimal numbers, rational numbers, decimal number system, magnitude, types of magnitude, unit, quantity, measure, the old system of weights and measures, The MS, meter, basic units, multiples and submultiples, currency unit (Concepts); arithmetic operations, conversions (Procedures); verbal expressions, symbolization, illustrations or graphics, tables, instruments (Representations); natural, scientific, commercial, mathematical, social, or technical uses (Contexts); difficulties, mistakes (Limitations); examples presented, exercises proposed and sequences of teaching, materials (Tasks).

These aspects were identified and described in each textbook according to educational level, starting from the historical stages. The data obtained permitted the building of a conceptual map to portray the inclusion of the MS as a mathematical structure within each text. Some data tables were also developed to highlight similarities and differences between the textbooks over the course of the period.

Results

The analysis of the selected documents permitted the identification of trends in presenting the ideas that characterize the treatment of the MS in mathematics textbooks in the second half of the nineteenth century.

Since the specific case of the MS, its inclusion in the texts was guided by scientific, political, terminological, and innovative approaches, or by a combination of these. As for the meter and the main units of the system, the first one is highlighted by its presentation from a scientific approach, with a tendency to the etymological or instrumental approach in some of the books. The presentation of the units was characterized by the number of units presented and the ways they were defined. Regarding multiples and submultiples, two orientations for their presentation were recognized: etymological and numeric-decimal, the first one being more common in the textbooks analyzed. In some cases, these were integrated with each other. In terms of educational levels and historical stages, we identified various characteristics of textbooks. Here are some of these representative characteristics for each level.

Regarding textbooks for primary education

From a level of conceptual complexity (Costello & Küchemann, 1983; Hiebert & Lefevre, 1986; Rico, 1995), we found in the textbooks a constant in the incorporation of terms, and general agreement with some variation in the presentation of notations and results. The way of explaining the MS shows a detailed evolution. In the early years of its implementation an interest in disclosing the new units was recognized until the stage of popularization, which we interpret as an indicator of the possible teaching outcomes and achievement in its popularity. At the level of structures, the Decimal Numbering System (the DNS) was recognizable, as was the MS and the various types of measures. These were supplied with their own concepts and relationships between them, as well as the application of arithmetic operations.

Procedural knowledge maintains a similar uniformity and intensity in the two initial stages. From 1880 on, the texts dedicated less time to presentation of procedures. Between 1880 and 1892, it stressed at all three levels of complexity a lesser number of procedures explaining the MS. Also, it highlighted the development of math skills and use of some arithmetic strategies resulting from the first 30 years of implementing the new system.

The situations with which the MS was incorporated into teaching sought to link new metrology to the immediate reality of the schools. These were identified in the stages of adoption and generalization. We considered this an explicit indicator of the political and educational purpose for including the MS in primary education and in society.

The dominance of the verbal mode (written) and the use of symbolic and tabular modes occurred throughout the period. In this, the few graphic representations included in textbooks of arithmetic during the process of transition were highlighted. The tasks were based on problems, examples and exercises, showing divergence in the sequences that highlight the deductive and inductive models, by variations in the order of presentation of the tasks with respect to theoretical ideas.

Regarding textbooks for secondary education

At this level, the MS was reaffirmed as a new nomenclature starting with the stage of generalization. Its conceptual organization for secondary education retained the basic concepts and procedures that make it up, highlighting some differences between periods due to some aspects such as the definition of the unit for weighting, the approaches for presenting the meter—the scientific and instrumental approaches were maintained as fundamentals—or the introduction of multiples and submultiples. A unification or continuity in the presentation of facts, concepts and structures was recognized, except for some minor variations.

The texts encouraged the development of skills and application of resolution strategies with some approaches to the reasoning level from graphic media. Verbal expression was the primary system used in the transmission of arithmetical knowledge, followed by numeral writing and tabular organization which facilitated the presentation of concepts and relationships between them. Natural and commercial contexts, along with scientific and mathematical situations framed, throughout the period, the conceptual structure of the MS by presenting situations that show the usefulness of the system in the social environment, the need for it, and the learning required for change.

Regarding textbooks for training teachers

Regarding the MS, some particularities about the forms of presentation in each of the historical stages were identified. The system was a novel structure derived from the DNS and the establishment of a single unit of length: the meter. This was the prevailing condition during its enactment and consequent spread over the course of the two first stages. At the end of the nineteenth century it was emphasized in legal qualifiers that reflect the latest government arrangements for final implementation and mandatory use.

As a mathematical structure, the MS consisted of a fundamental unity, primary and secondary units (multiples and submultiples) for each kind of measurement considered. These units "interacted" from their metrical derivation and the equivalences established with decimal fractions belonging to the DNS that highlighted the link between both systems.

An interesting aspect was the repeated use of ancient weights and measures for calculating and their permanence in the content of the text until the end of the period. Their use continued to this stage of becoming obligatory, which maintained a preference toward the old system and the difficult process of inclusion and acceptance of the MS in the Spanish society of the nineteenth century.

The textbooks highlighted some procedures, alternately in historical stages, to calculate with metric units, their reading and writing and the reduction of units, without a uniform presentation during the period in this level of teaching. However, they stressed skill development and use of strategies to solve problems (exercises).

Through verbal, symbolic, and tabular modes, the authors presented the concepts and procedures related to the MS. Graphical representations were not used in these textbooks. The meaning of concepts and procedures specific to the new system was done through situations

that were part of the natural, commercial, mathematical and technical context, with some approaches to the social context mainly in the two first stages.

Regarding the authors of analyzed textbooks

The data allows the recognition of primary teachers and teachers as authors of textbooks for use in their particular educational level. Secondary education and teacher training levels had textbooks elaborated by professionals of mathematics and higher education. They were experts in mathematics, whose knowledge and academic recognition allowed them the publication of books for higher levels of mathematics teaching and other areas of education in Spain. The peculiarity was maintained in each of the three historical stages that have been used to analyze textbooks. This allowed us characterize the authors of texts for the teaching of the MS between 1849 and 1892 in terms of professional qualities.

Regarding the structure of analyzed textbooks

Characterization of the structure of the textbooks used for teaching the MS included differences in style of writing and content organization. For primary education the question-answer style was used and the DNS was a prior section to the presenting of the fractions. The texts for secondary education and teacher training used the storytelling style and they incorporated the MS after preparation in common and decimal fractions. These features were maintained by level throughout the three historical stages. The texts, in a general sense, were similar in their intentions. They were texts for teaching, for the learning of a specific subject that had adapted their content to those purposes.

Conclusions

The conclusions of the study are presented in a written report arising from the specific objectives and proposed conjectures. Next, the principal ideas regarding the results of the study will be explained.

The unfortunate reality of the first thirty years of the nineteenth century, together with the developments of the scientific, educational and social renewal in the middle of the century, greatly influenced in the initiatives and movements for a metrological change in Spanish society. The MS burst into Spain as a solution to many disagreements and disputes, a central component in the processes of change to political, social, economic, educational and scientific recovery.

The social reality led to the need to coordinate the diversity of economic domains and unify the commercial bases of political power. This promoted some initiatives to address the lack of regulatory criteria in commercial transactions at the local level. It established some rules to guide the progress of science in Spain and stop its setback. It ended the political and ideological impediments to progress in education, and promoted some initiatives to insert Spain into the scientific, educational and commercial developments of Europe over this time.

Despite facing resistance to its implementation, these happenings were pieces of a social context, in most of its expressions, which contributed to and paved the entry of the MS in Spain, resulting in a change in the education system for teaching mathematics.

The authors of the textbooks can be classified for their performance into two groups: (a) primary school teachers, and (b) mathematicians and teachers in higher education. The first group contains practicing teachers, or people in other educational occupations. They elaborated texts and teaching materials for their class and educational level in which they worked. The second group includes teacher educators, mathematicians, and teachers in some political-educative positions. Their texts were aimed mostly at levels of secondary education and training of teachers in the field of mathematics and other fields of knowledge. Although the selection phase of the texts called for authors related to education, studying aspects of their personal and professional life enabled us to identify and describe particularities unrecognizable from their link to education. The authors proceeded according to the rules laid down by law. But also, they promoted a culture for the dissemination of scientific knowledge. As teachers, they propagated mathematical knowledge in the classroom; as politicians, they promoted changes to improve education; and, as mathematicians, highlighted the development of science.

The enactment of the Weights and Measures Act of July 19, 1849 made official the introduction of the MS in Spain and in the Educational System. Our study has verified that its inclusion in textbooks, with some peculiarities in their form and content, was effective from 1849 on. More precisely, since 1852 the MS was part of the content of the textbooks for primary education; its adaptation to the texts of arithmetic expanded to secondary education and teacher training, a level to which it was incorporated by the need to train those who should instruct children in the early years of mathematical instruction.

The conceptual structure, representations, contexts, cognitive aspects and aspects of instruction used to present the MS in textbooks vary according to educational level and the historical stage. However, the texts presented the MS as a response to a mathematical structure formed with the basic concepts of its main units, their multiples and submultiples; the decimal equivalences and linking them with arithmetical concepts and principles.

The representations were made through the verbal mode that predominates among other means of extensive incorporation of ideas. At a second level of use were the symbolic and tabular modes to organize the concepts numerically, and describe some measuring instruments. The graphic mode for the representation of decimal-metric units was an exception in a minority of texts. Situations with greater representation in textbooks for the application of concepts and processes on the MS were limited in mathematical, commercial, technical and natural contexts. The former referred to arithmetical calculus in establishing equivalences and reductions and how to operate these units; the commercial and technical contexts demonstrated the use and applicability of the units of weights and measures in the buying and selling of goods and products and in construction practices, surveying, textile industry and topography; the last one highlighted by the definition of the gram arising from the meter in specific natural-physical conditions. Thus, the textbooks supported the link of the MS with mathematics and trade.

Formative, political and cultural purposes predominated in the intentions of the authors for producing the textbooks analyzed. The social purpose, also present, had a lower incidence of appearance that contrasted with the inclusion of examples and exercises that illustrated the social application of the system.

The authors focused on the transmission of the MS by the action of teaching or instruction of teachers, professors and trainers and in student learning. However, when this incorporation was made into previously-developed arithmetic texts, the MS did not receive the same attention as other mathematical knowledge in arithmetic, which limited its social outreach. The authors suggested learning arithmetic focused in the presentation of numbers and basic operations.

The method of learning par excellence was memorization. In classrooms, the MS became familiar by rote learning of nomenclature and practical application of its units in various mechanical problems. However, in secondary education, the intention of a practical method was highlighted, i.e., a method focused more on the applicability of the new units than in mental retention of the terms.

The limitations expressed by the authors stressed the difficulty of understanding the new nomenclature, the understanding the problem statement and getting a grasp of extensive definitions. Mainly, they were linguistic difficulties and of interpretation, to which was added some calculation, reduction or equivalence between units.

The instruction of the MS was characterized by the teacher presenting conceptual and terminological specifications. These were accompanied by examples that illustrated the use and application of new the units of weights and measures and exercises as a means of learning assessment. Sequentially, the teaching of the MS is determined in the texts from the presentation of concepts, specification, exemplification and application of procedures and the use of exercises.

The relationship between the DNS and the MS has been viewed from two perspectives. The first perspective is about the conceptual and procedural relationship between decimal numbering and definition of the decimal-metric units (multiples and submultiples). The second one refers to the link between the MS and the arithmetic contents dealt with in the texts.

Despite the difference in nomenclature, the MS proved superior to the Castile Measurement System in the definition of its units with decimal numbering. The so-called "metric numbers" were associated with numbers and decimal fractions widely known and used by Spaniards. Knowing the principles of the decimal numbering was basic to the conceptual and procedural understanding of the decimal-metric units. The incorporation of the MS in textbooks for the teaching of mathematics was effective, but not exclusive as a metrological theme. A pattern was recognized in the texts for presenting the contents of arithmetic that became diversified when the MS was introduced within the contents established for the teaching of this mathematical discipline.

In terms of identifying indicators that characterize the evolution of the MS during the period, from our perspective, the texts for primary education had a regression in the approach to the MS. Throughout the stages there was a decrease of the content and procedures covered

and of the representations, examples and exercises shown. There was stagnation in rote learning.

For secondary education, textbooks showed a uniform development of the MS in the historical stages of the study. Added to this were included descriptions of measuring instruments, the promotion of practical learning, the significant exposure of examples, posing metrological exercises and the inclusion of technical situations in the second and third phases, extensions of the use of the system that are, from our perspective, indicators of progress in the way of treating the MS in secondary education.

The texts for teacher training showed a stability in the way of presenting the MS. Extensively and conceptually addressed, they were accompanied, in the three stages, by procedures, examples and exercises that illustrate its usefulness, by means of other ideas (out of its mathematical structure) that emphasized the origin, legality and social benefits it brings. Treatment of the MS for this educational level was constant. It did not identify an evolution or involution significant enough to emphasize.

Contributions, limitations and possible lines of research

The study contributes to particularize how to present the MS as a mathematical structure. The concepts and procedures, representations, contexts, and the modes of use are described, as well as the applications of the decimal-metric units used to address, in math textbooks, this scheme during the period of the 43 year-long implementation in Spain.

In the field of metrology this study complements, from an educational perspective, the historical research on the establishment of the MS in Spain. As is discussed in Section 2.6.1, the studies of Aznar (1997), Basas (1962), Bridge (1982) and Ten (1989) highlight this process from various perspectives: scientific, historical, and economic, among others. Our study is a contribution to this research from a teaching perspective. We have analyzed textbooks included in some of these studies and others, as sources of the dissemination of a new system of weights and measures within the framework of the teaching of arithmetic. The literature review and preliminary analysis (Picado, 2009) helped to define, within the selected period, three historical stages for the unification of the Spanish Metrological System providing more specificity to the chronology established by Aznar (1997).

From a curricular approach, some aspects of the Spanish Educational System in the nineteenth century have been described and emphasized. We have characterized the reform, the curriculum changes that occurred following the implementation of the MS by identifying the forces for and barriers against change. Added to this, we have selected and characterized textbooks for the teaching of the MS in three levels: primary education, secondary education and teacher training. In the documents, some particularities have been recognized that describe orientations in how to present mathematical concepts, procedures, representations and applications of the decimal-metric units, and the way of showing the MS as a mathematical structure. Also, some orientations in cognitive and instructional aspects are identified: how to understand the learning, the difficulties and student errors recognized by the authors of textbooks (mostly teachers) and the methodologies suggested by these authors and used by teachers to teach the MS in a particular time and place.

Regarding research methodology, innovative analysis techniques have been implemented for the study of ancient texts. The definition of categories from certain components of the didactic analysis (content analysis, cognitive analysis and analysis of instruction) for the study of texts has been stressed. Improved criteria has been established for the selection process of the sources in this type of historical research.

The lack of knowledge about the history of Spain was initially a barrier to tackle in a rapid and agile manner some aspects related to the historical context of the investigation. This required an intensive search and reading of literature for penetrating different areas of the political and social situation in this country during the nineteenth century.

During the stages of selection and analysis of the sources, the lack of availability of texts because of their physical state prevented the making of digital copies and also limited the access to documentary sources selected in the initial phase of selection. For this part, the distance to the centres of documentation, like the BNE in Madrid and the AGA in Alcala de Henares, slowed progress in the analysis phase of the textbooks.

For future lines of investigation, derived from the methodology used, we highlight four of the findings and results, both in Spanish and international contexts.

- Study the treatment of the MS in posterior periods to those defined in the study. In this sense, we want to continue with the analysis of textbooks for the teaching of the MS and, if in its absence, the International System of (SI), in the twentieth and early twenty-first century, allowing for a complete description in the evolution of its teaching of the system.
- Study the changes in the organization of the mathematics curriculum in the Spanish education system occurring with the establishment of the SI by the General Conference of Weights and Measures in 1960.
- Study the current mathematics curriculum, focusing on the teaching of weights and measures through the use of historical aspects of the Spanish metrology and its particularities (similarities and differences) with respect to the trends identified in our study.
- Study the curriculum reforms (by means of analyzing mathematical textbooks) linked to the adoption of the MS, particularly other Iberian-American countries with whom we share culture and history.

Presentación

La utilización de pesas y medidas se ha constituido en una actividad ubicua, común para los hombres y mujeres cuando se desempeñan en ámbitos diversos de la cotidianidad como el comercio, la ciencia, la educación y, también, la vida familiar. Pesar y medir son actividades antiguas y actuales. Tan arcaicas como el mismo origen de la humanidad y tan modernas como su uso diario, que realizamos sin tomar conciencia de todo el proceso de selección intelectual y de cambio social ocurrido que condujo al establecimiento y difusión de sus técnicas y de sus unidades.

Nacemos y nos desarrollamos en contextos en los que el *metro* es un elemento más del entorno cuyos usos cotidianos son parte del legado de nuestra sociedad, de nuestros antepasados. En la escuela se nos instruye sobre la medida, los tipos y el uso de unidades; en el hogar y la vida diaria ponemos en práctica estos conocimientos al momento de pesar o medir.

Centrados en esta realidad miramos hacia el manejo de las unidades del sistema de pesas y medidas y su enseñanza en España. Esta visión nos conduce a abordar una diversidad de aspectos en torno a ellas: su origen e historia, su utilización y los procesos para su enseñanza y aprendizaje. Estas dos últimas actividades nos hacen resaltar los cambios curriculares para su inclusión social, los métodos de enseñanza, los modos de presentación y los entornos elegidos para su aplicación práctica, el vínculo con el sistema decimal de numeración, las dificultades para su aprendizaje, la elaboración de unidades didácticas y los materiales didácticos empleados para su enseñanza.

La diversidad de temas, junto a la predilección por la investigación histórica, nos lleva a una selección y a echar una mirada al pasado, al inicio, a identificar la Reforma Política que cambió de manera significativa las formas de abordar el sistema de pesas y medidas en el currículo de matemática en España. Esto sienta la base de un estudio histórico a partir del cual analizar los aspectos que caracterizan históricamente la inclusión, el tratamiento y la

evolución del Sistema Métrico Decimal (SMD) en el Sistema Educativo español como punto de inicio para futuras investigaciones abocadas al estudio de las reformas educativas en España y los cambios en temas didácticos vinculados con el sistema metrológico oficial.

La investigación expuesta en esta memoria aborda el tratamiento dado al SMD en el Sistema Educativo español a partir de las características didácticas de libros de texto de matemáticas, como documentos para la reforma curricular planteada en este sistema educativo ante la adopción de un nuevo sistema de pesas y medidas.

El estudio se inició con una aproximación al tema de investigación en el año 2009. Este acercamiento, materializado en la memoria de investigación tutelada “Tratamiento del Sistema Métrico Decimal en texto de matemáticas en España durante el periodo 1849-1892”, constituyó el trabajo final del Programa de Máster en Didáctica de la Matemática presentado ante el Departamento con el mismo nombre.

El tema tratado, al igual que los métodos y técnicas de investigación utilizados, hacen que el estudio se encuadre en las líneas de investigación *Historia y Educación Matemática y Diseño, Desarrollo e Innovación en el Currículo de Matemáticas* desarrolladas por el Grupo de Investigación *Didáctica de la Matemática Pensamiento Numérico*, del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

La memoria se organiza en siete capítulos. El Capítulo 1 expone el planteamiento de la investigación detallando la delimitación del tema, los cuestionamientos, la definición del problema y su justificación, el planteamiento de los objetivos y las conjeturas.

El Capítulo 2 se dedica al contexto histórico de la investigación. Describe aspectos sobre la metrología, su origen e introducción en España subrayando el SMD. Detalla los contextos político, económico, social, científico y educativo de este país en el siglo XIX que caracterizan el entorno histórico en que ocurrió el cambio de sistemas metrológicos y la reforma en el Sistema Educativo.

El marco teórico de la investigación se presenta en el Capítulo 3. En este hacemos una selección de conceptos, ideas y principios teóricos de estudios preliminares realizados por autores y expertos para encuadrar nuestro trabajo desde la matemática, la educación y la historia, áreas que sustentan nuestro campo de estudio: la Historia de la Educación Matemática.

El Capítulo 4 se centra en el diseño de la investigación. Éste se presenta a partir de las fases de la metodología de investigación seleccionada, su descripción y ejecución. Se especifican las etapas históricas identificadas en el estudio preliminar (Picado, 2009) para la selección de textos sobre el SMD en la segunda mitad del siglo XIX, el proceso de selección y los aspectos generales para el análisis de las fuentes, la interpretación y comunicación de los resultados.

El Capítulo 5 presenta y describe el análisis de los datos obtenidos a partir de los libros de texto seleccionados. La información se organiza a partir de las etapas históricas y los tres niveles educativos: primaria, secundaria y formación de maestros, a lo largo del período delimitado para el estudio. Aquí se recogen los datos correspondientes a las categorías de análisis definidas en el cuarto capítulo para cada uno de los libros de texto.

El Capítulo 6 expone los resultados del estudio. Se describen las tendencias reconocidas para la presentación de conceptos, la caracterización de los autores y la estructura de los documentos estudiados. Incluye también diversas tablas para organizar los datos en el periodo histórico considerado según las etapas históricas y cada nivel educativo.

Las conclusiones del estudio se presentan en el Capítulo 7 destacando el logro de los objetivos y la verificación de las conjeturas planteadas. Incorpora los aportes y limitaciones del estudio y las posibles líneas de investigación.

Las referencias y los anexos conforman los apartados finales. También, se adjunta a esta memoria un CD con la versión digital de los libros de texto analizados correspondientes a los últimos trece anexos.

CAPÍTULO 1

Planteamiento de la investigación

1.1. Propósito de la investigación

Esta investigación tuvo como propósito realizar un estudio sobre la introducción de las unidades de pesas y medidas del SMD en el Sistema Educativo español durante la segunda mitad del siglo XIX. Para ello consideramos la inclusión y tratamiento de estas unidades métricas en textos escolares de matemáticas de la época. El estudio se centró en el período 1849-1892, enfocando la selección de textos editados desde la promulgación de la *Ley de Pesas y Medidas del 19 de julio de 1849*, para el establecimiento en España de un único sistema de pesas y medidas, hasta la *Ley del 8 de julio de 1892* que oficializó la declaración de obligatoriedad de uso de las unidades de pesas y medidas de este sistema.

Correspondió a un estudio histórico sobre un cambio en el currículo de matemáticas, cuyas fuentes primarias fueron los libros de texto de matemáticas utilizados para la enseñanza del SMD en la educación primaria, en la educación secundaria y en la formación de maestros del periodo mencionado⁷. Nos propusimos llevar a cabo este estudio a partir de la búsqueda, revisión y selección de textos. El trabajo con los libros que resultaron seleccionados se llevó a cabo según tres técnicas: análisis conceptual, análisis de contenido y análisis didáctico, siguiendo categorías previamente establecidas. Estas técnicas permitieron abordar los textos desde una perspectiva educativa como documentos curriculares (Gómez, 2002; Lupiáñez, 2009; Rico, 2001; Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez, 2008).

⁷ Los términos educación primaria, instrucción primaria o primera enseñanza; y, educación secundaria o segunda enseñanza se utilizan de manera indistinta.

1.1.1. Delimitación histórica

Históricamente, con la promulgación de la *Ley de Pesas y Medidas del 19 de julio de 1849* comenzó en España la obligación de difundir entre los ciudadanos las nuevas pesas y medidas que, según la normativa establecida, regirían a partir de 1852. La necesidad de divulgación de las nuevas disposiciones conllevó a la elaboración de una gran variedad de documentos, tales como los textos para la enseñanza primaria, para la enseñanza secundaria y para la formación superior, manuales para el comercio y documentos de difusión de las normativas legales. Estos documentos promovieron la atención hacia los requerimientos de carácter técnico en cuanto al uso y aprovechamiento del SMD; contribuyeron a su conocimiento e implantación, a la capacitación y formación de los ciudadanos españoles en el uso de las nuevas unidades de pesas y medidas; mostraron la planificación y el tratamiento didáctico del SMD llevado a cabo en España, para dar cauce a los nuevos conocimientos, mediante los textos de matemáticas en el período 1849-1892. Por razones propias de la historia de España encuadramos este periodo en la época comprendida entre 1833 y 1898, desde el inicio de la Monarquía Liberal hasta la Crisis del 98.

La revisión y elección de textos de matemáticas y autores de la época se centró en el periodo 1849-1892. Estas fuentes primarias se seleccionaron a partir de las tres etapas que se detallan en el Capítulo 4, definidas en Picado (2009). La primera etapa comienza con la promulgación de la ley de 19 de julio de 1849 y comprende la inserción de las nuevas pesas y medidas en las dependencias del estado y su difusión en los establecimientos educativos (1849-1867); la segunda corresponde a las iniciativas de generalización del sistema métrico decimal en España (1868-1879); la tercera etapa corresponde a la legalidad y obligatoriedad del uso definitivo de las unidades de pesas y medidas del SMD establecida por la Ley de 8 julio de 1892 (1880-1892).

De esta división temporal se desprendieron algunos de los criterios utilizados en la elección de textos. Se escogieron textos relacionados con la educación matemática en tres niveles específicos: textos para la educación primaria, para la educación secundaria, y textos editados para la formación de maestros en las Escuelas Normales, y se consideraron los autores de dichos textos de matemáticas para la enseñanza del SMD en España, sus características y contextos profesionales en la segunda mitad del siglo XIX para identificar posibles influencias ideológicas y académicas en la elaboración de los documentos.

1.2. Caracterización de la investigación

El estudio se realizó dentro del Grupo de Investigación “Didáctica de la Matemática: Pensamiento Numérico (FQM-193)”, de la Universidad de Granada. Este grupo forma parte del Plan Andaluz de Investigación Desarrollo e Innovación de la Consejería de Educación y Ciencia de la Junta de Andalucía, al que se integran investigadores de las Universidades de Málaga, Almería, Córdoba y Granada.

Desarrolla una línea de indagación y estudio en Didáctica de la Matemática sobre los fenómenos de enseñanza, aprendizaje y utilización de conceptos numéricos, algebraicos y analíticos, tanto en el medio escolar como en el medio social. El campo general en que se desenvuelve la investigación en Pensamiento Numérico y Algebraico comprende el

estudio de los diferentes sistemas cognitivos y culturales con que los seres humanos asignan y comparten significado utilizando diferentes estructuras numéricas, algebraicas y del análisis. (Rico, Castro, Castro, Coriat y Segovia, 1997, p. 282)

Su base conceptual se fundamenta en aspectos como (a) la construcción del conocimiento matemático como parte de la sociedad y la cultura, en la que la educación matemática es clave en la transmisión de significados y valores en la sociedad; (b) una reflexión sobre el conocimiento numérico en determinadas ramas de la matemática mediante el uso de estructuras conceptuales; (c) la atención y solución de los problemas surgidos de la evaluación escolar en matemáticas, considerando el currículo como un plan operativo con diferentes niveles de reflexión e implementación; (d) la orientación psicológica de las investigaciones, enfocadas en el estudio de errores y dificultades en los estudiantes para la comprensión del conocimiento numérico en los distintos campos conceptuales; y (e) la formación del profesor de matemáticas.

1.2.1. Investigación en didáctica de la matemática

Los fenómenos sobre los que trabajan los investigadores en didáctica de la matemática contemplan las relaciones de comunicación, los modos de entender y conocer, los procesos de construcción y los actos de comprensión que se expresan mediante la cantidad, la regularidad, la forma y otras estructuras matemáticas (Rico, 2012; p. 54).

El propósito planteado y los interrogantes que orientaron el estudio sitúan esta investigación en dos líneas: Historia y Educación Matemática y, Diseño, Desarrollo e Innovación en el Currículo de Matemáticas, singularmente en los procesos de cambio curricular. Sobre estas dos líneas trabaja el Grupo de Investigación *Didáctica de la Matemática. Pensamiento Numérico* (<http://fqm193.ugr.es/>), en las cuales se ubica este trabajo.

Enmarcamos el estudio en la tradición crítica de la investigación en didáctica de la matemática ya que revisa la praxis y propone comprender la naturaleza del pensar, enseñar y aprender matemáticas. Su orientación es interpretativa y trata de explicar críticamente los fenómenos que estudia.

1.2.2. Investigación histórica

La línea de investigación *Historia y Educación Matemática* aborda aspectos relacionados con la evolución de los conceptos matemáticos y su presentación en los libros antiguos de texto, las aportaciones didácticas, sociales y matemáticas de los autores españoles y las influencias epistemológicas en la construcción de las matemáticas y su enseñanza en España.

Esta línea examina la construcción y difusión del conocimiento matemático como un fenómeno social y cultural e indaga sobre el papel de la enseñanza en la transmisión de nuevos conocimientos. Desde esta perspectiva se contempla la incorporación de las nuevas unidades de pesas y medidas en el Sistema Educativo de la España del XIX.

Indagar en la historia de las matemáticas permite una reconstrucción de la evolución y difusión del SMD en un período histórico determinado. Posibilita identificar las ideas políticas, sociales, científicas y culturales que sostuvieron estos procesos en la sociedad

española del siglo XIX, y registrar las relaciones establecidas en diversos contextos con las nuevas unidades de medida (Maz, 2000). Esto contribuye a entender el desarrollo histórico de los procedimientos y conocimientos métricos, junto con la comprensión del papel de la educación matemática en la difusión del SMD en España.

El estudio lo ubicamos en el marco de la investigación histórica en educación, específicamente en historia de la educación matemática (Van Dalen y Meyer, 1971). Siguiendo la clasificación propuesta por Bisquerra (1989), corresponde a una investigación básica, cualitativa–descriptiva en el campo de la investigación histórica y bibliográfica.

1.2.3. SMD y el cambio curricular

La introducción del SMD a mediados del siglo XIX significó una variación considerable en las costumbres de la sociedad española en los ámbitos comercial, administrativo, educativo, científico y social. Este cambio repercutió en las ideas y en las prácticas sobre medición y cuantificación de los españoles, provocando un giro en los conceptos, usos y hábitos que habían predominado hasta entonces en las actividades metrológicas.

La introducción con carácter normativo de las nuevas unidades de pesas y medidas hizo necesario elaborar y divulgar nuevas disposiciones legales, organizar y difundir los conocimientos que estructuraban el nuevo sistema metrológico, y sistematizar y regular las normas para su aplicación. La decisión política para la universalización y difusión del nuevo sistema se llevó a cabo por el Estado y se articuló por medio de las administraciones públicas de la época. Este proceso transcurrió a lo largo de varias décadas, destacando el período comprendido entre 1849 y 1892, que estuvo marcado por las leyes de pesas y medidas promulgadas en esos años, a las que nos hemos referido.

El acontecer de las situaciones sociales, políticas, económicas, mercantiles y científicas ocurridas en torno a la implementación del SMD constituyó un aspecto relevante para nuestra investigación, ya que mostraría el contexto en que transcurrió este cambio. Nuestro estudio enfocó el cambio curricular que puso en marcha el Artículo 11 de la Ley de Pesas y Medidas de 19 de julio de 1849, como uno de los instrumentos para la propagación del nuevo sistema metrológico en la sociedad española mediante el Sistema Educativo:

En todas las escuelas públicas ó particulares, en que se enseñe ó deba enseñarse la aritmética ó cualquiera otra parte de las matemáticas, será obligatoria la del sistema legal de medidas y pesas y su nomenclatura científica, desde primero de Enero de mil ochocientos cincuenta y dos, quedando facultado el Gobierno para cerrar dichos establecimientos siempre que no cumplan con aquella obligación. (Ministerio de Comercio, Instrucción y Obras Públicas [MCIOP], 1868)

Desde esta perspectiva, el Sistema Educativo español debió atender los requerimientos de orden normativo y legal que implicaban al Gobierno en la puesta en práctica de ésta y otras disposiciones emanadas en la ley de pesas y medidas de 1849. Las exigencias políticas en cuanto a la optimización de recursos para la introducción del SMD en la enseñanza de las matemáticas condujeron a un cambio en el currículo de matemáticas de la época.

Optando por una aproximación para el estudio de los cambios curriculares desde la perspectiva de Howson, Keitel y Kilpatrick (1982; pp. 1-8), postulamos que las

modificaciones curriculares conllevan cambios en las metas, en los contenidos, los métodos de enseñanza y los medios de valoración definidos. Es decir, en la época considerada, este cambio debió reflejarse mediante variaciones en los programas escolares y en las expectativas sobre su aprendizaje, no sólo para el SMD, sino también para los temas de Aritmética conexos. Los cambios deberían apreciarse en los contenidos de los documentos seleccionados para la enseñanza de las matemáticas y en la relación de las nuevas unidades con otros bloques de contenidos de matemáticas. Igualmente, los cambios deberían detectarse en las formas de organizar y abordar la enseñanza para el logro de los nuevos fines, así como en la reforma o planteamiento de sugerencias para evaluar los nuevos aprendizajes. Cuestiones como estas nos propusimos abordar en nuestro estudio al adoptar la perspectiva mencionada.

Las exigencias políticas no suelen ser las únicas fuerzas que presionan hacia un cambio curricular en la enseñanza de las matemáticas. Como se detalla en Rico, Sánchez y Llinares (1997; pp. 213-219), un cambio curricular viene impulsado por fuerzas diversas que inciden en su puesta en práctica. Tales fuerzas pueden tener origen social, provenir de cambios producidos en las matemáticas, debidas a nuevos planteamientos educativos o a fuertes deseos y necesidades de innovación. Surgen, así mismo, resistencias a los cambios y rechazos hacia las reformas del currículo de matemáticas. La oposición puede producirse por motivos de valoración, por la negativa a modificar las relaciones de poder, por cuestiones de tipo práctico o bien por motivos de inseguridad u otras razones psicológicas.

1.3. Implantación del SMD en España

En el contexto de esta investigación, la promulgación de la Ley de 19 de Julio de 1849 por el Gobierno de Isabel II marcó el punto de mayor intensidad en la presión política en respuesta a la urgencia por una unificación de pesas y medidas para combatir los abusos comerciales y mercantiles de que eran objeto los ciudadanos españoles, insertar a España en la modernización científica y tecnológica de la época, e incrementar los intercambios comerciales, entre otros.

Nos propusimos estudiar el cambio curricular que se produjo en estos años en términos de las fuerzas y resistencias que surgieron en torno a la implantación del SMD en España y que están documentadas.

1.3.1. Dinámica del cambio curricular

Adoptar el metro como unidad única y fundamental del nuevo sistema, del que derivan el resto de las unidades para las magnitudes de superficie y volumen, y sus consecuentes de peso y capacidad, produjo un efecto de claridad, sencillez y eficacia en las transacciones comerciales que impulsó la búsqueda de soluciones ante la artificiosidad e ineficacia derivadas de la diversidad metrológica previa en España. Este cambio significó un avance en el desarrollo de las matemáticas como disciplina aplicada y en los modos de presentar estos conocimientos, lo cual desencadenó una dinámica de cambio en España para el currículo escolar de matemáticas.

Desde el punto de vista matemático, la estrecha relación entre el SMD y el Sistema Decimal de Numeración (SDN) ejerció una marcada influencia en la organización del

currículo de matemáticas. El dominio del SDN, como sistema numérico común empleado en la sociedad y sobre el cual se edificó la enseñanza de la Aritmética de la época, facilitó la introducción del SMD. Por otra parte, el estudio de las fracciones decimales tomó prioridad en relación con el estudio general de los números fraccionarios.

También se dio cauce al deseo de mejorar las relaciones en el comercio internacional. La unificación de pesas y medidas se convirtió en un medio para este propósito y, de alguna manera, significó una mayor participación de España en el desarrollo científico, matemático y comercial de Europa.

En otro orden de ideas, la reforma curricular encontró barreras, en miras de la introducción del SMD, en los planes de enseñanza. Entre ellas destacó el arraigo social de las medidas antiguas, denominadas medidas de Castilla. Este hecho constituyó un impedimento difícil de superar en la adopción de las nuevas pesas y medidas en España. A pesar de la necesidad y el reclamo por una unificación metrológica que erradicara las injusticias y dificultades en el ámbito comercial, no resultó sencillo llevar a la práctica la utilización de unas nuevas pesas y medidas, desconocidas. La reforma implicó un cambio en las ideas y en las prácticas cotidianas de comerciantes y ciudadanos.

Desde otro punto de vista, la unificación de pesas y medidas significó una pérdida de poder, de las prerrogativas y privilegios que algunos poderes locales mantenían por motivo de los impuestos y ganancias comerciales derivadas de los cambios de unidades entre unos territorios y otros. Los adversarios de los cambios trataron de impedir la difusión del nuevo sistema y de sus ventajas, lo cual supuso inconvenientes e impedimentos para la formulación y puesta en marcha de la correspondiente reforma curricular.

Nos interesamos por mostrar las dificultades para la enseñanza y puesta en práctica de los nuevos conocimientos metrológicos que enfrentaron los maestros y profesores, quienes pudieron no contar, en un inicio, con suficiente preparación para la enseñanza del nuevo sistema de pesas y medidas. A esto pudo contribuir la falta de documentos y materiales escolares adecuados para atender a los requerimientos de la reforma. Igualmente, quisimos detectar si la inseguridad de los ciudadanos ante lo desconocido, que el uso de las nuevas pesas y medidas pudo provocar, actuó como causa de rechazo.

La resultante de las fuerzas mencionadas, favorables y opositoras, mostraría cómo el Sistema Educativo de la época contribuyó a la implantación de la nueva política sobre pesas y medidas. El panorama descrito hizo que, en primera instancia, nos interesáramos por indagar sobre la forma en que se produjo este cambio curricular, resultado de la introducción en España del SMD en el Sistema Educativo.

1.3.2. Fuentes primarias y textos escolares de matemáticas

Estudiar una reforma curricular no puede llevarse a cabo sin fuentes documentales primarias que aporten información sobre la propuesta planteada y acrediten su puesta en práctica.

La reforma curricular a la que se dedica este estudio tuvo lugar; estableció y llevó a cabo un cambio en los planes para la formación matemática de los estudiantes de primaria y de secundaria, así como en los planes de estudio para maestros mediante la inclusión del SMD. Según nuestro marco teórico (Capítulo 3), si tal cambio se produjo tuvo lugar mediante

una nueva organización de la enseñanza de las matemáticas, que se reflejó en sus objetivos, contenidos, métodos de enseñanza y evaluación.

Los documentos de la época que fueron aprobados legalmente (leyes, reales decretos u órdenes y planes de estudio) no contemplaron explícitamente tales cambios y no cabría esperar que los expresaran mediante la actual terminología curricular. Los textos legales no utilizaron estos anacronismos. La mayor parte de los textos proporcionaron un marco general organizativo, que estableció la inclusión del SMD como parte de los contenidos de la aritmética escolar para la instrucción en educación primaria y secundaria.

Indiscutiblemente fueron los libros de texto —los documentos de uso común en el salón de clase— los que mostraron con detalle la inclusión de las nuevas pesas y medidas en los contenidos de Aritmética. Esto es, la unidad fundamental, las diversas unidades de medida, los múltiplos y divisores, las tablas de conversión, los procedimientos para un uso correcto de los nuevos vocablos y unidades, los ejemplos y ejercicios de uso cotidiano en los que se deberían aplicar las nuevas pesas y unidades.

Los libros de texto proporcionan uno de los vehículos más relevantes en los procesos de difusión y transmisión del conocimiento matemático a lo largo de la historia. Gómez (2008) afirma que los libros de texto “son los registros disponibles del conocimiento matemático que la institución escolar ha transmitido, en un momento determinado de la historia” (p. 2). Pero no sólo transmiten información sobre contenidos. Como expresa Vea (1995):

La información, que se desea conocer sobre la enseñanza en un momento histórico, se obtiene con bastante precisión a través de los libros de texto utilizados.

La importancia de completar la información educativa a través de los contenidos reflejados en las obras que servían para la docencia es mayor, si cabe, al no reflejarse claramente en las diferentes órdenes legislativas los programas concretos de las distintas asignaturas.

Más todavía, aun siendo los textos legales explícitos, la necesidad de establecer los desarrollos reales de la legalidad vigente —e incluso de contrastar ésta con otros puntos de referencia— se puede realizar a través de las obras que los profesores van escribiendo a lo largo del tiempo. (p. 33)

Por ello, los textos en esta etapa del siglo XIX desempeñaron un papel relevante como medios, por excelencia, para establecer, describir, presentar y divulgar el currículo o parte relevante de él. Los textos son escritos que reflejan los conceptos matemáticos que en la época eran parte indispensable de la formación de niños, jóvenes y adultos, es decir, textos de matemáticas. Pero los textos son también, y principalmente, documentos curriculares que ameritan un análisis específico para estudiar el cambio curricular ocurrido en España con la implantación del SMD.

De esta forma, recurrimos a una selección de textos de matemáticas, como documentos curriculares, empleados para la enseñanza del SMD en los establecimientos de educación primaria y secundaria y en la Escuela Normal —para la formación de maestros— editados en el período 1849–1892.

Esta orientación metodológica llevó a realizar un análisis de los textos desde la perspectiva del contenido matemático, para reconocer, describir y caracterizar la estructura conceptual, las representaciones y las situaciones en que se enmarca el SMD como estructura

matemática. También implicó un análisis didáctico, fundado en los principios de la línea diseño, desarrollo e innovación en el currículo de matemática; es decir, un estudio de las expectativas, limitaciones, oportunidades y tareas de aprendizaje planteadas para abordar didácticamente la investigación. Esto precedido de un análisis conceptual para reconocer y poner en realce las concepciones matemáticas predominantes en el período seleccionado.

1.3.3. Interrogantes previas

Las consideraciones expuestas llevaron al planteamiento de interrogantes iniciales para esta investigación. Estas son:

- ¿Qué impacto ejerció la inclusión del SMD en el currículo de las matemáticas escolares en España en la segunda mitad del siglo XIX?
- ¿Qué fuerzas impulsaron las reformas curriculares sucedidas en España entre 1849 y 1892 para la adopción del SMD y qué resistencias se opusieron a estos cambios?
- ¿Cómo se caracteriza estructural y conceptualmente el SMD en el período 1849 – 1892 en España a partir de los libros de texto de matemáticas seleccionados?
- ¿Cuál es la relación entre el Sistema Decimal de Numeración y el SMD, que se mostró en los manuales escolares de matemáticas de la época?
- ¿Cuáles eran los modos de representación y los contextos utilizados para exponer las unidades de pesas y medidas del SMD en España en los libros de texto de este período?
- ¿Cuáles expectativas, oportunidades y limitaciones sobre el aprendizaje de las unidades de pesas y medidas se establecen e identifican en los libros de texto de matemáticas editados en España entre 1849 y 1892?
- ¿Qué tipo de tareas y materiales se reconocen para el aprendizaje del SMD en los libros de texto de matemáticas seleccionados?
- ¿Cuáles regularidades estructurales, cognitivas e instruccionales se detectan en los libros seleccionados para estudiar la introducción del SMD?
- ¿Cuáles características específicas se identifican en los libros de texto para Primaria, Secundaria y Escuela Normal? ¿Cuáles semejanzas y diferencias entre ellos?

1.3.4. Problema de investigación

Los marcos histórico, curricular y matemático descritos, al igual que las inquietudes previas, permitieron constituir nuestro problema de investigación sobre la base de dos cuestionamientos:

¿Con qué tratamiento se atendió al SMD en el Sistema Educativo español en el período comprendido entre 1849 y 1892?, y ¿qué características didácticas tuvieron los textos de matemáticas, como documentos curriculares, para llevar a cabo la reforma planteada ante la adopción de un nuevo sistema de pesas y medidas?

1.4. Objetivos de la investigación

Para la investigación se propuso un objetivo general, que se desglosó en una serie de objetivos específicos.

1.4.1. Objetivo general

Estudiar los cambios curriculares ocurridos durante el período 1849-1892, por motivo de la implantación del SMD en España, su contexto, sus implicaciones educativas y su concreción en los libros de texto de matemáticas para estudiantes de primaria, estudiantes de secundaria y formación de maestros en las Escuelas Normales.

1.4.2. Objetivos específicos

1. Caracterizar los contextos social, político, económico, cultural, científico y académico en que tuvo lugar la implantación del SMD en España en la segunda mitad del siglo XIX.
2. Describir las fuerzas que impulsaron y se opusieron al nuevo sistema de pesas y medidas, junto con la incidencia en su implantación.
3. Ubicar los autores de libros de texto de matemáticas editados en España entre 1849-1892 en el medio académico, ocupacional, científico y social y su influencia en el cambio.
4. Describir y analizar la estructura conceptual con que se presentó el SMD en libros de texto de matemáticas editados en España en el período 1849-1892.
5. Describir la relación planteada entre el Sistema Decimal de Numeración y el SMD en los libros de texto editados en España en el período 1849-1892.
6. Describir y analizar los sistemas de representación utilizados para la presentación del SMD en textos de matemáticas editados en España entre 1849 y 1892.
7. Describir y analizar los contextos y situaciones mediante los que se presentó el SMD en libros de texto de matemáticas en España en el período 1849-1892.
8. Detallar las expectativas, limitaciones y oportunidades sobre el aprendizaje de las unidades de pesas y medidas presentes en libros de texto de matemáticas editados en España entre 1849 y 1892.
9. Caracterizar los materiales y las tareas de aprendizaje del SMD consideradas en libros de texto de matemáticas editados en España entre 1849 y 1892.
10. Identificar indicadores que muestren la evolución en los libros de texto vinculados con la implantación del SMD en España en la segunda mitad del siglo XIX y sus posibles tendencias.

1.5. Conjeturas para la investigación

Como consecuencia de los interrogantes planteados, de la caracterización del estudio en las líneas de investigación descritas, de las fuentes primarias con las que se trabajaría y de los objetivos planteados, el investigador llevó a cabo su trabajo buscando interpretaciones para las siguientes presunciones:

1. Los contextos social, económico, cultural, político, científico y académico en España favorecieron la introducción del SMD en el Sistema Educativo durante la segunda mitad del siglo XIX.
2. Los libros de texto de matemáticas editados en España entre 1849 y 1892 para la enseñanza del SMD en Primaria, Secundaria y la formación de maestros en las Escuelas Normales dieron respuesta efectiva a los cambios curriculares necesarios para la difusión de este sistema en los establecimientos educativos.
3. La inclusión del SMD en el currículo de matemáticas del Sistema Educativo español entre 1849 y 1892 significó una reorganización de los contenidos de Aritmética en los libros de texto editados para enseñanza Primaria, enseñanza Secundaria y para la Escuela Normal.
4. La inclusión del SMD en los contenidos de Aritmética respondió a un vínculo con el Sistema Decimal de Numeración que se puede caracterizar evolutivamente, según tuvo lugar la reforma curricular.
5. Los libros de texto de matemáticas editados en España para la enseñanza del SMD en Primaria, Secundaria y la formación de maestros en las Escuelas Normales pueden caracterizarse mediante etapas, tendencias y contenidos durante el período 1849-1892.
6. Los libros de texto de matemáticas editados en España entre 1849 y 1892 presentan un desarrollo progresivo y una mejor organización de las ideas matemáticas relacionadas al SMD y su vínculo con la Aritmética.
7. Existen características comunes relativas a la estructura conceptual, los sistemas de representación, la fenomenología, las expectativas sobre el aprendizaje, sus limitaciones, las oportunidades, materiales y tareas para la enseñanza del SMD en España durante 1849-1892, o al menos se pueden detectar en los libros de texto analizados.

CAPÍTULO 2

Antecedentes históricos

El origen de la medida y su evolución en el desarrollo cultural, económico, comercial, social y científico de los grupos humanos constituyeron puntos de interés en esta parte del estudio. Abordar estos temas nos aproximaba a una visión social de la ciencia, donde se ubican las matemáticas y dentro de las cuales destacamos el SMD, y mostraba los diversos intentos sociales e intelectuales y la diversidad de dificultades que rodearon la unificación de los sistemas de pesas y medidas en las sociedades antiguas.

Las pesas y las medidas respondieron a una serie de necesidades de grupos humanos en un contexto particular relacionadas con la comparación de cantidades en los ámbitos comercial y político. La ciencia y sus avances propiciaron un entendimiento de las pesas y medidas, específicamente con la introducción del SMD, como un producto de la actividad científica. Desde las necesidades y dificultades comerciales, políticas y mercantiles, producto de la expansión territorial y política de las sociedades, las pesas y medidas constituyeron factores que desembocaron en la búsqueda de soluciones a la diversidad metrológica que culminó con el establecimiento del metro como unidad fundamental de un nuevo sistema de medidas.

Este capítulo presenta los datos sobre el contexto social dentro del cual desarrollamos el estudio. Se inicia con aspectos globales sobre las medidas para luego delimitar y abordar la realidad española del siglo XIX dentro de la que se enmarca el proceso de implantación del SMD.

2.1. Un panorama general sobre las antiguas medidas

Las prácticas empíricas como contar, repartir, distribuir y ordenar los bienes e instrumentos de la vida social y familiar facilitaron la introducción de técnicas para medir adecuadas a una existencia social con sentido y civilizada, y no a la simple existencia bruta (Wartofsky, 1987).

Gordon-Childe (1979) caracteriza la evolución económica y política de las culturas y la civilización. Resalta, entre otros aspectos, las formas de organizar el conocimiento matemático y el establecimiento de normas para pesar y medir mediante la construcción de patrones para la comparación de longitudes y cantidades. Por ejemplo, en situaciones cotidianas como ajustar la cuerda a un arco y el hacha a su mango y para las transacciones comerciales.

Las medidas y el uso de instrumentos se han relacionado con la resolución de problemas cotidianos señalando actividades como el desarrollo de la propiedad, la organización del trabajo y de los servicios (producción, guerra, caza y artes de la vida ordinaria de las sociedades primitivas) junto a la institución de clases sociales y su formalización en el derecho y la teoría política, al desarrollo del arte y la observación y registro de hechos recurrentes en el ordenamiento de la vida de las sociedades agrícolas, como los fenómenos que han dado lugar a demandas de las que surgen las técnicas y los conceptos de la medida (Kula, 1980; Rossi, 2009; Wartofsky, 1987).

Siguiendo a de Lorenzo (2000, p. 1) “la medida siempre actúa de intermedia entre el hombre y su realidad, es la que relaciona al hombre con su entorno”. La medida brota como respuesta a las actividades humanas surgidas de las necesidades de la existencia práctica en las que el intelecto del hombre y la comparación entre objetos, tamaños y formas tienen un significado y una influencia significativa. El perfeccionamiento de estos conceptos básicos de medida es una de las mayores creaciones del hombre que con frecuencia aporta los instrumentos para el cambio tecnológico y la transformación de las sociedades (Wartofsky, 1987).

2.1.1. Períodos del proceso evolutivo metroológico

Kula (1980) caracteriza el desarrollo de las medidas desde dos períodos evolutivos: el de las medidas antropométricas, relacionado con el establecimiento de parámetros de medición, y el de productividad y funcionalidad de las medidas, vinculado a los usos dados a las medidas y los intereses comerciales.

En el primero, el hombre forma su sistema de medidas a partir de elementos de la naturaleza y de su cuerpo estableciéndolos como los primeros estándares para medir. Estos patrones singularizan este período como el inicio de los procesos evolutivos de las nociones metroológicas y se distinguen entre los propios del cuerpo humano y aquellos que abarcan varios de los anteriores. A pesar de su comodidad, de estar disponibles (a la mano) para todo hombre y de ser comprendidas universalmente, este sistema de medidas no escapa a las dificultades en torno a su exactitud. Los intentos por superar estas limitaciones condujeron a reiteradas mediciones para establecer un común denominador y al establecimiento de múltiples mediante la experiencia empírica de las generaciones, acciones realizadas en cada región geográfica debido a las diferencias entre tamaños que mantenían la diversidad metroológica.

El segundo de los períodos se vincula con la búsqueda de las condiciones, objetos y resultados de la labor humana. Se incluyen en éste las relaciones entre unidades y técnicas de producción y rendimiento del trabajo, la funcionalidad de la medida, el nivel de las fuerzas

productivas, la calidad del producto y la necesidad del consumo⁸. Como se aprecia, ya no se trata de buscar y definir patrones o unidades de medidas, generalmente asociadas a la longitud y al peso, sino de un uso práctico de los patrones ante las necesidades y demandas sociales y mercantiles.

2.1.2. El trasfondo social de la medida

Un aspecto relevante en el intento por comprender el origen y desarrollo de la medida es tener presente que la clave para explicar su diversidad en las sociedades de antaño no estriba en comprender el carácter convencional, sino su significado y el trasfondo social que las acompaña. Fiel a esta perspectiva, Kula (1980) afirma que “los fenómenos inherentes a la relación del hombre con las medidas se convierten en expresión simbólica de muchos elementos de la *filosofía social* de los pueblos” (p. 11). La Figura 1 muestra algunos de estos significados y su relación con los ámbitos social, religioso y político.

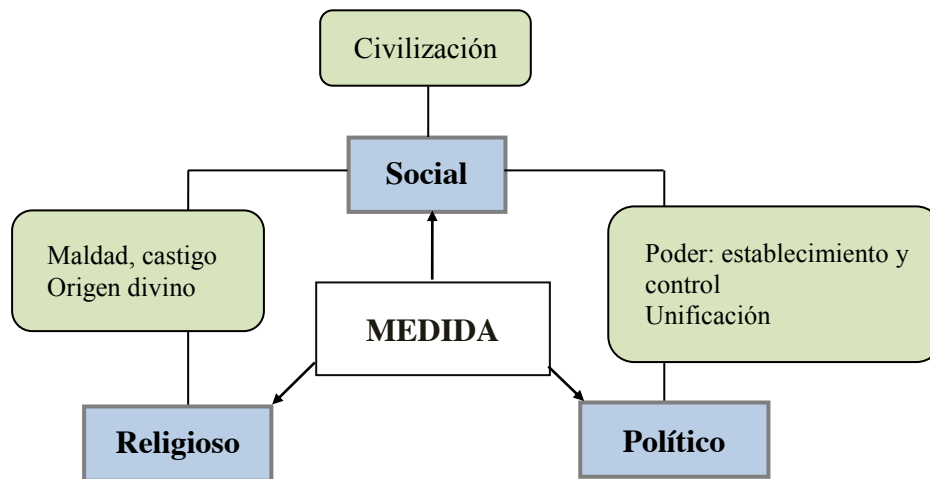


Figura 1. Significados de las medidas de antaño

Desde el ámbito social, antiguamente, el conocimiento y uso de las medidas constituyó un símbolo y sinónimo de civilización. El dominio y uso de las medidas alejaba de la incultura, de la barbarie.

Con tendencia hacia los aspectos religiosos y las creencias, la medida era considerada por algunos como una actividad cuyo origen se remonta al pecado original⁹. Se señala el uso de las medidas como delito metrológico si éste intermedia en la obtención de beneficios y ganancias injustas. La medida era el instrumento de justicia que Dios, Yahvé, Mahoma u otros dioses utilizarían en el fin de los días para pesar las acciones humanas, donde la balanza juega un papel simbólico.

El calificativo divino para el origen de las medidas puede encontrarse en civilizaciones como la egipcia, la griega y la romana, que atribuyeron este origen a sabios y seres míticos. Incluso este tipo de creencias aparecen en los siglos XVIII y XIX, cuando para algunos

⁸ Algunos de estos ejemplos pueden apreciarse en Kula (1980).

⁹ Autores como Kula (1980) atribuyen su origen a Caín, hijo de Adán y Eva.

hombres la medida era un acto en contra de la voluntad de un ser supremo o un elemento vinculado con la salud y la cura de enfermedades.

Políticamente, a las medidas se les asignó un carácter normativo. El poder político en las sociedades antiguas tendía a unificar las medidas en los territorios bajo su jurisdicción y a establecer castigos y penas a los contraventores. Esta prerrogativa política —de poder— en el establecimiento de medidas ocurrió en cada sociedad y en las que históricamente fueron surgiendo de la independencia política, económica y social. Acaeció una soberanía metrológica, caracterizada por el establecimiento de medidas y el control de su utilización, que trajo consigo múltiples sistemas de pesas y medidas en espacios geográficos pequeños y cercanos.

2.1.3. Longitud y otras magnitudes

La relación entre las medidas antropométricas con la magnitud longitud no impidió el surgimiento de patrones para otros tipos de magnitudes y el entendimiento racional de los mismos.

La conexión entre el hombre civilizado de nuestros días y las medidas es producto de un pensamiento abstracto y cuantitativo altamente desarrollado. De todas las características presentes en cada objeto en sus diversas composiciones y estados, abstraemos una sola. Y como resultado, objetos cualitativamente diferentes (el paso humano, el paño para el vestido, el camino a la ciudad, la altura del árbol) poseen un solo denominador común: la longitud. (Kula, 1980, p. 115)

Siguiendo a este autor, la concepción de las magnitudes, en particular la longitud, posee su origen en el desarrollo de las ideas sobre el pensamiento matemático y el entendimiento de las características de los objetos.

En los albores de la revolución científica, las ideas de Descartes sobre los fundamentos del pensamiento racional diferencian lo pensante y lo corpóreo. El pensamiento constituye la naturaleza de la sustancia pensante; la extensión en largo, ancho y profundidad constituye la naturaleza de la sustancia corpórea.

La naturaleza del cuerpo no consiste en el peso, la dureza, el calor o cualidades semejantes sino en la sola extensión. Al proceder así percibiremos que la naturaleza de la materia, o del cuerpo considerado en general, no consiste en ser una cosa dura, pesada, coloreada o que afecte de algún modo los sentidos, sino tan sólo en ser una cosa extendida en largo, ancho y profundidad. (Descartes, 1995, p. 73)

Con un fundamento predominante en estas ideas se desarrolló la revolución científica en los siglos XVI y XVII. En este periodo de transformaciones y logros destacó el auge acelerado de la observación y la experimentación, la idea de un orden racional y matemático en la naturaleza y el ensanchamiento del universo por los descubrimientos astronómicos. A este pensamiento moderno se asoció la noción de longitud, la medida de la longitud, vinculada a ese estado físico del ser, a la sustancia corpórea.

El dominio teórico y práctico de la medida de longitudes se convirtió en una de las herramientas culturales básicas del hombre civilizado, como son la lectura, la escritura y la aritmética básica (el SDN y las cuatro operaciones).

Immanuel Kant en su obra de 1787, “Crítica de la razón pura”¹⁰, atiende la cuestión sobre el conocimiento de lo que nos rodea y la aborda desde dos elementos específicos: lo dado, lo otorgado, y lo que ponemos nosotros, nuestro aporte. El material del mundo, lo dado, es un material informe, desordenado, un caos, que ponemos en orden por las formas de sensibilidad que nos son propias: el espacio y el tiempo, dos condiciones de nuestra capacidad de conocer a las que tienen que someterse los objetos que aprehendemos sensorialmente para llegar a ser conocidos por nosotros. De esta forma, la noción de longitud responde a un ordenamiento de las cosas del mundo, al entendimiento y el establecimiento de sus características para su aprehensión sensorial dentro del espacio.

Sobre otras magnitudes, desde la Alta Edad Media y hasta el establecimiento del SMD a finales del siglo XVIII, la medida de superficies agrarias estuvo centrada en dos procesos o *agro-técnicas* que funcionaron simultáneamente en toda Europa: la medición según el tiempo de trabajo humano y la medición según la cantidad de granos sembrados. A pesar que estas características de los sistemas metrológicos antiguos parecen imperfectas, es necesario tener presente el sentido social de las mismas y no desvalorizar su utilidad. Su foco era la calidad y no la cantidad de superficie, implicando además un equilibrio entre el hombre, la tierra y el clima. Aunado a esto, la determinación de la unidad básica de medición de la superficie agraria se caracterizó por necesidades y factores sociales como el consumo familiar y el requerimiento de asegurar la reproducción de los animales para el arado, las ambiciones del latifundio feudal y la política del Estado.

Kula (1980) reconoce una tercera forma de medición de las superficies agrarias relacionada con la extensión de tierra para la subsistencia del campesino y su familia; es decir, por la necesidad de consumo y reproducción. Similarmente, las condiciones de la producción, los intereses económicos y las necesidades sociales fomentaron el establecimiento de una diversidad de unidades de medida para la capacidad y el peso de productos. De esta forma, el establecimiento de medidas a partir de estos factores o necesidades sociales fomentó y condujo a la diversidad de patrones y unidades de medida de los sistemas metrológicos anteriores al SMD.

Patrones e invariabilidad

Garantizar la conservación de los patrones fue uno de los puntos esenciales social y políticamente en la evolución de las medidas. El control social ejercido por los consumidores era primordial y se lograba por la exposición pública de patrones en los sitios de comercio. Las autoridades, por su parte, se aseguraban que los patrones fuesen elaborados con materiales caros, para evitar su falsificación, y guardados en templos para asignarles una garantía sagrada. Las medidas debían caracterizarse por su antigüedad e inmutabilidad. Sin embargo, en muchos casos su duración o permanencia fue una variable dependiente de la autoridad central, de la ideología imperante.

Manteniendo el enfoque de Kula (1980), la invariabilidad de las medidas se diferencia según la situación política de las sociedades donde fueron creadas y definidas. Las sociedades libres eran capaces de defender y preservar sus medidas, no así las que se encontraban bajo la

¹⁰ Versión castellana (Kant, 2005).

autoridad de la nobleza. Otros factores como la situación geográfica, las relaciones mercantiles, el carácter funcional de las medidas y sobre todo la desigualdad de poder entre grupos sociales influyeron decisivamente en la variabilidad de las medidas.

Tradicionalmente, las medidas como característica propia de las sociedades en que fueron inventadas e implementadas tendían a perdurar y mantenerse invariables, formaban parte de la ideología y la identidad de una sociedad. Sin embargo, la aparición de factores principalmente económicos impulsó su variabilidad y con ello la diversidad de patrones de pesas y medidas en una misma esfera social, es decir, en una nación, ciudad, poblado e incluso un vecindario. A nivel político local se intentaba controlar esta invariabilidad de patrones pero no así una unificación.

Comercio, precio y medida

La situación mercantil en Europa, antes de la entrada en vigor del SMD, se caracterizó por una serie de abusos y derechos del comerciante que, desde algunos puntos de vista, resultaban un tanto cuestionables. Por ejemplo, en la sociedad feudal la medida no era fija sino que sufría alteraciones según los intereses comerciales.

En otras regiones, las diferencias en la medida favorecieron la invariabilidad del precio según las épocas estacionales y los cambios en el peso de algunos productos debidos al tiempo. Sin embargo, se nota cierto grado de razonabilidad en el establecimiento de estas disposiciones: en África occidental, por ejemplo, se aplicaba una medida para los granos después de la cosecha y otra para antes de la siembra pues su peso no era el mismo en distintos momentos del año.

Un dato interesante es que a pesar de la gran diversidad de medidas las relaciones entre comerciantes, de centros tradicionalmente unidos por el intercambio mercantil, facilitó la unificación de ciertas medidas. Estas buenas relaciones posibilitaron que en ocasiones el productor aplicara las medidas de sus clientes.

El precio fue un elemento fundamental en este tipo de sistema mercantil: era el mecanismo que actuaba como común denominador en los factores que intervenían en las transacciones comerciales. La situación contraria sucedió en la sociedad industrial, donde la medida permaneció invariable y el precio era el elemento oscilador. Esta particularidad constituyó una de las mayores dificultades en el intento por unificar medidas y pesas en una escala geográfica mayor. La aplicación de una medida única anularía estas formas de comercio arraigadas en la mentalidad de estas sociedades preindustriales a lo largo de varios siglos.

En síntesis, las diferencias entre lugares de compra y venta, entre regiones con excedentes alimenticios y aquellas con autoabastecimiento insuficiente, entre comercio minorista y mayorista, se reflejaron en la diversidad de pesas y medidas con una invariabilidad en el precio y una variabilidad en las medidas.

El paso a seguir es analizar y describir las tendencias unificadoras de las medidas tradicionales, los conflictos generados por tales iniciativas, las diferentes opiniones y los beneficios y perjuicios de su implantación.

2.2. La introducción de los pesos y medidas en España

Diversas enciclopedias sobre la historia de España enfatizan en el origen de la cultura española, un componente, desde el punto de vista histórico, básico para nuestro estudio. Este apartado subraya con brevedad algunos aspectos de la historia metrológica de España.

2.2.1. Antecedentes históricos

Como apunta Almagro-Gorrea (2000):

El complejo panorama metrológico de la Península Ibérica en época prerromana es reflejo de la multitud de influjos recibidos a lo largo de los siglos. Tras la conquista por Roma, se fue generalizando el sistema oficial de medidas romano, aunque algunas anteriores, como la legua, la “vara castellana” o el arpende, han perdurado casi hasta la actualidad. (p. 7)

Estas ideas proporcionan una breve noción de los primeros pesos y medidas, la marcada influencia metrológica externa y la diversidad de tipos de unidades que caracterizaron la metrología española hasta mediados del siglo XIX.

El estudio de monumentos y objetos para el reconocimiento real de las unidades de pesas y medidas utilizadas en España en épocas como la Prehistoria es escaso. No obstante, se ha podido reconocer cómo la influencia de determinadas culturas, en distintos momentos históricos, sentó las bases de la diversa metrología en el territorio.

Desde el Neolítico hasta la Edad de Bronce el empleo de unidades de longitud, peso, capacidad y tiempo era común en ciertas regiones de la actual Europa Occidental. Esto, junto a la situación geográfica de la Península respecto a otras regiones cercanas, permite conjeturar sobre la utilización de estas mismas unidades en la región ibérica. La colonización fenicia introduce en gran parte del Mediterráneo una organización económica que responde a su capacidad comercial. El establecimiento de sistemas metrológicos de longitud y peso, así como un eficiente sistema de cálculo y de contabilidad, fue producto de esta organización que garantizaba el control económico y la efectividad en las transacciones comerciales.

Al surgir la cultura ibérica, la influencia de los pueblos colonizadores que frecuentaban sus costas no desapareció facilitando una adaptación o asimilación de unidades ajenas que fueron el fundamento para definir las unidades propias, como la vara castellana. Con el Imperio Romano se adoptaron los sistemas metrológicos predominantes en esta región. Empero, algunas de las unidades comunes en la Península logran perdurar y ser utilizadas hasta la actualidad.

Tentativas de unificación en España

Los primeros intentos y tendencias unificadoras de pesas y medidas en España se remontan al siglo XIII con Alfonso X quien, creyente del vínculo entre la unidad política y la unidad de pesos y medidas, en 1261 propuso la primera regulación de la metrología castellana. Este intento por lograr una unificación metrológica, y con ello una unificación monárquica, se reconoce también durante el reinado de Alfonso XI quien introdujo los marcos de Colonia y Troyes con la finalidad de dar una solución a los problemas de estafa y abuso en el comercio.

En esta misma línea, en 1435, con Juan II se adoptaron en la Monarquía de Castilla las primeras disposiciones para ordenar los pesos y medidas y someterlos a un necesario control unificador. Con los Reyes Católicos se dictó la pragmática basada en la búsqueda de someter los pesos y medidas al control de la monarquía con la que se dispuso la organización de la almotacenia y la distribución de tipos a las localidades. Y, con Felipe II se tuvo la pragmática de mayor vigencia en materia de unificación metrológica, sustentada con disposiciones de las reformas anteriores salvo algunas modificaciones. Esta búsqueda de uniformidad, racionalidad y centralización se mantuvo vigente durante siglos, en especial a partir de la segunda mitad del siglo XVIII.

El denominador común de estas reformas unificadoras fue la búsqueda de una solución a los problemas comerciales y sociales ocasionados por la diversidad metrológica y la clara convicción que se tenía de la medida como el atributo del poder necesario para un mayor control político, económico y social de los individuos por parte de los monarcas. En este sentido, Gutiérrez y Peset (1997) afirman que en la historia moderna de los medios de mensuración han prevalecido los intentos por fusionar poder, comercio, ciencia y medida.

2.2.2. El sistema de medidas castellanas o españolas

El sistema antiguo de pesas y medidas en España se caracterizó por una variedad de medidas diferentes entre sí, arbitrarias y sin una norma establecida para su división o aumento. Iniciado el siglo XIX concluyó en España un proceso de unificación de las medidas castellanas de más de 400 años. Esta igualación unificó los valores y las proporciones de las unidades para las medidas lineales, de superficie, capacidad y peso, hasta entonces diversas y desproporcionadas en todo el Reino.

El sistema unificado establecido por Carlos IV en 1801 se caracterizó por el predominio de las divisiones duodecimales y binarias y la utilización de denominaciones comunes entre los poblados españoles de la época. Las medidas lineales se definieron a partir de la *vara*. De esta, se establecieron otras medidas, superiores e inferiores, como el *pie* que constituyó el patrón fundamental para la definición de las unidades básicas restantes. La división del pie se realizó en 16 *dedos* y cada uno de estos en mitades sucesivas. El pie tuvo también una equivalencia duodecimal: 12 *pulgadas*, y la pulgada 12 *líneas*. La división binaria se aplicó sucesivamente a la vara; o bien en tercias y en mitades sucesivas de las tercias. Para las longitudes superiores —medidas itinerantes— se estableció la *legua* equivalente a 20.000 pies, entendida como el camino recorrido en una hora. La tierra se medía con el *estadal* de 4 varas o 12 pies. La Tabla 1 muestra una síntesis de las unidades de medida para la longitud y sus equivalencias respecto a la unidad principal.

Las medidas de superficie se definieron a partir del estadal. La *aranzada* y la *fanega* establecen regiones cuadradas de 20 y 24 estadales de lado respectivamente. La división duodecimal de la fanega definió el *celemín* del cual se obtuvo el *cuarto* o *cuartillo* (una cuarta parte del celemín).

Las unidades para la capacidad se establecieron según el tipo de sustancia o producto del cual se mide una cierta cantidad. Para los granos, la sal y los productos secos (áridos), se empleó la media fanega. Las medidas superiores incluyeron el *cahiz* de 12 fanegas, la fanega

de 12 celemines y mitades sucesivas del celemín hasta el *ochavillo*, un sesentaicuatavo de celemín. Los líquidos se midieron con la *cántara* o *arroba*; sus divisores se obtuvieron a partir de mitades sucesivas: media arroba, cuartilla, *azumbre*, media azumbre, cuartillo, medio cuartillo, *copa*; el *moyo* de 16 cántaras correspondió a la unidad superior. El aceite se midió con la arroba y mitades sucesivas de ésta: media arroba, cuarto, medio cuarto de arroba, *libra*, media libra, *cuarterón* o *panilla* y media panilla.

Tabla 1. *Unidades castellanas de longitud*

Medida	Equivalencia
Legua	20000 pies
Estadal	Doce pies
Braza	Seis pies
Vara	Tres pies
Pie	1
Dedo	Dieciseisavo de pie
Pulgada	Doceavo de pie
Línea	Doceavo de pulgada
Punto	Doceavo de línea

Las medidas de peso tomaron como patrón el *marco* (8 *onzas*). La libra era equivalente a dos *marcos* o 16 onzas y de ella se obtuvieron la media libra, el cuarterón y medio cuarterón, todas a partir de divisiones binarias sucesivas. Para la onza se establecieron las divisiones de media onza, *cuarta*, *ochava* o *dracma* y *adarme*. El *adarme* se dividió en tres *tomines* y cada *tomín* en 12 gramos. Una arroba de peso equivalía a 25 libras y el *quintal* a cuatro arrobas, es decir, 100 libras. Las medidas de Castilla conservaron la tradición antropométrica que por siglos caracterizó la definición de unidades de medida para las diferentes magnitudes.

2.3. Ciencia y sociedad en la España del siglo XIX

En el Capítulo 3 de esta memoria se subrayan las ideas y propuestas de autores y expertos que permiten describir y reflexionar, dentro de un marco general, sobre temáticas como el papel de la Historia y la Educación Matemática, la Historia de la Ciencia y las Matemáticas y su nexo con el desarrollo de los grupos humanos.

En este apartado específico, sintetizamos algunos datos sobre la historia de España y la historia de la ciencia en España que ayuden a entender e interpretar el contexto histórico previo al proceso de implantación del SMD en este país y permitan caracterizar desde las perspectivas política, científica, educativa y social la realidad española al momento de la adopción de un nuevo sistema de medidas y de los acontecimientos originados y sucedidos alrededor de esta adopción.

2.3.1. Contextos político, económico y social en España en el siglo XIX

La historia de España ha sido registrada y contada desde diversas perspectivas que resaltan la forma de vida de sus primeros pobladores y las cualidades de su geografía; describen los conflictos y problemáticas externas —en sus relaciones con las naciones vecinas— e internas

entre sus propios ciudadanos; y, marcan los avances y retrocesos de su desarrollo en las diversas esferas sociales (Carr, 1978; Castillo, 1990; Domínguez, 2001; Menéndez Pidal, 2002; Menéndez-Pidal, 1988; Plácido, 2009; Valdeón, Pérez y Juliá, 2003). Estos aspectos definen las primeras formas características de la cultura y la civilización española. Presentamos una reseña de algunos de estos aspectos en los ámbitos político, socio-económico, educativo y científico del siglo XIX.

El ámbito político del siglo XIX

Al finalizar el siglo XVIII, España presentaba una modernidad política, una estabilidad económica y el mayor esplendor de la ilustración española en la época (Abellán, 1981). La época, influenciada por la Ilustración, incentivó la búsqueda de mejoras en las esferas social y económica mediante un progreso en la educación.

Con el siglo XIX la situación política experimentó un desequilibrio causado por disputas monárquicas, las diferencias ideológicas y uno de los acontecimientos que más huella dejó en la historia política española: la invasión napoleónica y la consecuente guerra de independencia. Las primeras tres décadas de este siglo se caracterizaron por “un clima de permanente crisis política, administrativa e institucional, y de profunda división nacional sobre la naturaleza misma del tipo de organización política y social que se quería para España” (Fusi y Palafox, 1997). Fue una época de marcada lucha por el poder y el control estatal mediante la imposición de ideologías políticas y clericales que repercuten en la organización del sistema educativo, la economía y la convivencia social.

La frágil y corta estabilidad política lograda durante el reinado de Isabel II se truncó con su destronamiento. Este suceso puso nuevamente de manifiesto la realidad inestable que políticamente predominó a lo largo del siglo. Los conflictos internos y externos, como la crisis moral del 98 y las diferencias internas entre regiones de la Península, acabaron con este progreso y desvelaron la precariedad política característica de este siglo.

Las presiones militares, los conflictos dinásticos, las guerras civiles, las insurrecciones urbanas, las revoluciones populares y la inestabilidad gubernativa fueron acontecimientos que caracterizaron la vida política española en el siglo XIX. En palabras de Valdeón et al (2003):

No hay país, (...), que pueda estar tranquilo bajo las condiciones en que se encuentra España, donde todo es provisional, todo incierto: no hay monarquía absoluta, ni gobierno representativo, ni dictadura militar, sino una confusa mezcolanza, una situación indefinible, monstruosa, en la que no prevalece ningún principio fijo, en la que no gobierna ninguna regla. (p. 356)

El siglo XIX fue un período de incertidumbre e inestabilidad continua en la vida política de España que irrumpió en los ámbitos económico, educativo y social de los españoles. No obstante, fue precisamente este panorama de crisis política, de diferencias ideológicas, el que posibilitó recobrar la proximidad a la ciencia, reformar el sistema educativo y efectuar cambios en la economía española. La adopción del SMD fue quizás el acontecimiento más acertado para ejemplificar las consecuencias provechosas de esta disidencia.

El ámbito económico del siglo XIX

La situación política en el siglo XIX repercutió de manera directa en la economía española. Las decisiones políticas trascendieron en la implementación de reformas económicas para la activación de la agricultura, la industria y el comercio. Sin embargo, los sucesos políticos descritos hicieron que las actividades económicas (agricultura, ganadería, industria y comunicaciones) experimentaran períodos de progreso y retroceso a lo largo de estos 100 años.

La guerra de independencia paralizó la actividad económica y desarticuló el mercado interno español quedando España en una pobreza y un abandono insuperables en pocos años (Valdeón et al., 2003). Aunado a esto, el movimiento de emancipación de las colonias en América y Ultramar fracturó la economía española pasando de una situación de poder y riqueza económica a una situación de dependencia comercial europea.

Por otra parte, la diversidad de patrones para pesar y medir significó un descontrol en la economía comercial interna de España. La implantación del SMD inició un proceso de unificación y transición metrológica que abarcó por completo la segunda mitad del siglo solventando la falta de intervención estatal en el comercio interno y el pago de tributos. Los últimos cincuenta años del siglo XIX corresponden al período donde mejor se identifica un incremento en la actividad económica y en la estabilidad social de España que sucumbió con la guerra de fin de siglo.

El ámbito social del siglo XIX

La sociedad española del siglo XIX se puede caracterizar desde dos realidades. Una que describe a los políticos, a los gobernantes, preocupados por el dominio y el poder a través del sometimiento y la supresión, el olvido y el abandono de los ciudadanos, del pueblo. La otra, referida a los ciudadanos, fue una realidad de manifestaciones, de cuestionamientos al poder político y de luchas por la defensa de sus ideales y derechos inspirados en las ideas revolucionarias de la época. Se reconocen así grupos sociales diferenciados por sus nexos políticos, la situación económica y el nivel educativo de quienes los integraron.

La educación en España en el siglo XIX

Durante el siglo XIX la educación en España presentaba una decadencia continua que empezó a disminuir en las últimas décadas de este período (Ruíz, 2002). El dominio de grupos clericales sobre esta práctica restringió el acceso tanto de individuos como de nuevos conocimientos, y las crisis económicas, producto de los enfrentamientos políticos, trajeron como consecuencia un abandono de los servicios de enseñanza por parte de las autoridades políticas debido a la falta de recursos para atender la conservación del sistema educativo y el mantenimiento de los maestros (Valdeón et al, 2003).

En la educación superior, la oferta académica era reducida, totalmente opuesta a las ideas ilustradas y a las llamadas “ciencias útiles” y carente de los medios e instrumentos para una efectiva enseñanza. Siguiendo a Ruíz (2002) la universidad fue:

...una institución inanimada, carente de iniciativa propia porque todo lo recibía reglamentado del Ministerio, con una actividad científica en cierto modo tasada porque

tasadas estaban sus enseñanzas y los medios que impartía, y cuya finalidad básica consistía en preparar a los alumnos para los exámenes y en expedir títulos. (p. 352)

El acercamiento de los liberales al poder político ofreció una recuperación en materia educativa en medio de la devastación institucional —física y organizativa— que sufrió la educación en los años previos al reinado de Isabel II. Esto se reflejó en la creación y reconstrucción de centros de estudio, el fomento para la formación de maestros y los trabajos para la reorganización del sistema educativo mediante legislaciones y reformas educativas, como la Ley Moyano de 1857.

En síntesis, durante el siglo XIX España se encontró en un período de crisis política y económica, que propició una situación poco favorable para la educación y el avance de la ciencia. Fue una época de cambios ideológicos, de cambios sociales y políticos en busca de una libertad comercial y de una defensa de la libertad, la seguridad, la propiedad y la igualdad. Una época en que España —no por que así se haya querido— estuvo retrasada respecto del progreso y los avances en la región.

La unificación de medidas con la adopción del SMD permitió mejorar las relaciones con otras naciones europeas, permitió el control absoluto del Gobierno en materia tributaria, mercantil y comercial asegurando la igualdad de trato comercial entre ciudadanos, fue la solución para erradicar las injusticias comerciales a las que eran sometidos los pobladores y pequeños productores.

2.3.2. Desarrollo de la ciencia en España

Desde la perspectiva metrológica, la ciencia se ha encargado de aumentar la abstracción en la medida a través de una separación de las situaciones a las que habitualmente se encontraba atada y del reconocimiento de las matemáticas como un elemento fundamental para su utilidad y aplicabilidad (De Lorenzo, 2000).

La definición del metro como unidad fundamental del SMD fue uno de los aportes científicos del siglo XVIII al que obligatoriamente debe hacer referencia nuestro estudio. El establecimiento de este sistema es el acontecimiento más sobresaliente, desde el punto de vista científico, en la historia de la evolución de la medida que significó el paso de un lenguaje ideográfico y local a otro simbólico, unificado y universal.

Esta proeza científica y la contextualización del tema de investigación nos condujeron a resaltar los aportes realizados por científicos españoles en el proceso de definición del metro. Presentamos un marco general del desarrollo de la ciencia en España durante los últimos años del siglo XVIII y fundamentalmente en el siglo XIX.

La ciencia en España en el siglo XVIII

El desarrollo de la ciencia en España se caracteriza por procesos de crecimiento, evolución e involución (Menéndez Pidal, 2002; Vernet, 1975, 1998, 2002). Los inicios del siglo XVIII registraron una decadencia en el desarrollo de la ciencia fundamentalmente ocasionada por tres aspectos: (a) el retraso de las universidades españolas respecto a la ciencia contemporánea, alejadas por completo de la ciencia experimental; (b) la tradición en el uso de métodos de enseñanza antiguos; y, (c) la creencia de haber llegado al límite de los

conocimientos humanos explorables. Esto alimentado por las restricciones impuestas por la Iglesia y otras prohibiciones de tipo clerical.

El repunte en los progresos científicos en España, especialmente en matemáticas, ocurrió a partir de la segunda mitad del siglo. Diversas reformas en los planes de estudio, inspiradas en las ideas ilustradas, fomentaron la eliminación de trabas como la prohibición para la realización de estudios en otras naciones, la negativa a la contratación de expertos extranjeros, el rigor de la censura religiosa, la falta de nuevas instituciones universitarias adaptadas a las nuevas circunstancias y conceptos del hombre ilustrado. La creación de academias de ciencias y fundaciones de carácter didáctico como academias de matemáticas, técnicas y otras vinculadas a las ciencias naturales, contribuyó a la introducción y posterior desarrollo de la ciencia en España. Como afirma Vernet (1975), el espíritu científico y moderno había empezado a calar hondo en los hombres de ciencia de España.

El desarrollo y progreso de las matemáticas encontraron su punto de apoyo en diversas instituciones y en lo que representa una de las mayores colaboraciones españolas a la ciencia: la colaboración con Francia en la medida del arco de meridiano entre Dunkerque y Barcelona. El proyecto de medición de arcos de meridiano, por iniciativa del gobierno francés, permitió que matemáticos españoles como Jorge Juan y Santacilia y Antonio de Ulloa y de la Torre-Guiral lograran situarse entre los científicos renombrados de la época. De igual manera lo hicieron Agustín de Pedrayes y Foyo, Gabriel Ciscar y Ciscar (Figura 2), Carlos Ibáñez e Ibáñez de Íbero y José Mariano Vallejo y Ortega por sus estudios y textos sobre el SMD y otras temáticas.



Figura 2. Retrato de Gabriel Ciscar y Ciscar¹¹

La medición del arco de meridiano significó para España más que una participación de algunos de sus matemáticos y científicos. Los trabajos contribuyeron a la formación de los primeros geodestas españoles, a la introducción de la astronomía moderna en España, a la

¹¹ Rescatada de: <http://www.todocoleccion.net/litografia-gabriel-ciscar~x9154104>.

construcción de innovadores instrumentos de medición y, por supuesto, a la unificación de pesas y medidas.

La renovación de las matemáticas llegó del brazo de las nuevas instituciones pedagógicas en las que científicos españoles introdujeron en España los avances en esta área. Tal es el caso de Benito Bails cuya obra sirvió de texto a numerosos centros de estudio y fue estudiado en la formación de matemáticos españoles a fines de siglo XVIII.

La investigación científica estuvo ausente de la realidad universitaria de la época. Fue en unión con la docencia que halló un lugar en el entorno español mediante su incorporación en academias, museos y observatorios.

En la segunda mitad del siglo XVIII acontecimientos como la Política Científica de Carlos III permitieron a los científicos españoles ponerse al corriente de los avances científicos de la época gracias a la introducción y traducción de textos, la implementación de técnicas y conocimientos del extranjero. A pesar que los descubrimientos españoles carecieron de trascendencia, la ciencia empezó a instalarse en las instituciones y la sociedad españolas y, para finales de siglo, el retraso que los separaba del resto de Europa empezaba a desaparecer. De alguna manera, España iniciaba su incorporación al movimiento científico del resto de Europa.

La ciencia en España en el siglo XIX

El avance científico logrado en gran parte del siglo XVIII se interrumpió por dos situaciones: la polémica generada a finales de siglo sobre la ciencia española y los acontecimientos político-sociales ocurridos al final de la primera década del siglo XIX. La polémica giró en torno a si se había producido o no ciencia en España y a las justificaciones de sus posibles causas. En palabras de García y García (1970):

Porque si bien es verdad que muchas de las deficiencias que antaño se detectaron en nuestra filosofía, en nuestro sistema educativo y en nuestra forma de organizar el trabajo científico fueron resueltas, siempre hemos sido superados por una mayor dinámica, empuje y creación de los países vecinos y no vecinos de este pedazo de sistema solar en que habitamos. (p. 7)

Del debate sobre la polémica se rescatan tres aspectos: (a) es innegable que el progreso de la ciencia en España no fue tan productivo como en el resto de Europa lo cual se refleja en el reducido número de aportaciones hechas por científicos españoles y el marcado retraso científico; (b) la historia de la ciencia en España es una historia que ha estado fragmentada y dislocada y concuerda con un desinterés y una invención a medias en materia científica; (c) la situación político-social de España en el siglo XIX no dio tregua o espacio al avance y desarrollo de la actividad científica en otros ámbitos que no fuesen el militar, la ingeniería y la marina, situación que empezó a cambiar de rumbo a mediados de siglo con la formación de nuevos hombres de ciencia, una gestión propia de la política liberal que encontró apoyo en un largo proceso de restauración y al sentimiento social de la época.

Con el inicio del siglo XIX, en el ámbito internacional, las ciencias físicas se habían consolidado: habían conquistado los métodos modernos producto de la resurrección del

espíritu griego de libre investigación y la enajenación de ideas erróneas sin crítica incluidas en la doctrina escolástica.

Hull (1981) señala que el panorama científico presentaba una consolidación de las ciencias, con un bagaje de trabajo detallado basado en la revolución científica y una unificación esquemática de varias ciencias. Pero esto no ocurriría en España, donde la situación cambió drásticamente y el avance científico ascendente se vio seriamente afectado con el colapso de la estabilidad política y económica y las discontinuidades sociales ocurridas en las primeras décadas del siglo XIX. El avance científico, en sus distintas áreas, desapareció conduciendo a España a una realidad de carencia científica.

Desde las ideas evolucionistas sobre el desarrollo de la biología en el siglo XIX, Hull apunta que “el espíritu humano fue totalmente sacudido por el evolucionismo; la nueva idea tuvo que abrirse camino por un ambiente de violenta controversia y odiosa animosidad, con obvias perturbaciones de las concepciones políticas, filosóficas, literarias, sociológicas y religiosas” (p. 331). La reflexión parece caracterizar no sólo el desarrollo de la biología en el siglo XIX, sino el desarrollo de la ciencia en España durante el mismo periodo donde las ideas científicas intentaron abrirse camino entre controversias, guerras, levantamientos y censuras de tipo político y social con un logro poco satisfactorio.

Siguiendo a Peralta (2009) las estructuras sociopolíticas españolas causaron un daño irreparable durante el siglo al avance de la ciencia. La Guerra de Independencia afectó el desarrollo científico y técnico del país evidente en el exilio de intelectuales o el abandono de sus trabajos para atender las discordias civiles¹². Aunado a esto, la destrucción de centros de investigación llevó a la interrupción de la enseñanza, la introducción de teorías y la realización de estudios científicos.

A mediados del siglo, la situación científica mejora y los avances empezaron a retomar el cauce que seguían al término del siglo anterior, pero sin alcanzar los precedentes. Las reformas políticas, entre estas la reorganización del sistema educativo, evidenciaron el carácter utilitario de la ciencia para el progreso de la nación en industria e ingeniería. Una visión nueva para España, propia de los ilustrados, acorde con la situación científica internacional en la que el progreso de la ciencia pura se iba relacionando cada vez más con la tecnología industrial. Como apunta Peralta:

A la muerte de Fernando VII en 1833 se abre un nuevo período de la historia de la ciencia española. Durante los gobiernos de Isabel II regresa la mayor parte de los exiliados, se fundan nuevas instituciones científicas y se promueven distintas modificaciones legislativas que impulsarán el desarrollo científico. (p. 216)

En materia de investigación, la cercanía y los contactos con la universidad alemana posibilitaron su incorporación —de la ciencia— en los centros universitarios. La creación de escuelas especializadas en diversas técnicas, la reparación de centros científicos dañados, la edición de nuevos textos, la realización de estudios y la publicación de obras sobresalientes, la especialización en el extranjero de ingenieros para nutrir al profesorado de las escuelas

¹² Tal es el caso de Gabriel Ciscar, quien dejó sus trabajos para la introducción del SMD en España y su nueva nomenclatura para integrarse a la Junta de Defensa de Cartagena (Basas, 1962).

restauradas, entre otras actividades, contribuyeron a una recuperación —lenta— en el desarrollo de la ciencia en todas sus áreas.

La segunda mitad del siglo XIX muestra un incremento en el desarrollo de las matemáticas en España, caracterizado fundamentalmente por la labor de los ingenieros militares, la publicación de textos y revistas y la búsqueda de una modernización matemática.

Balance del desarrollo de la ciencia en España

Concluimos este apartado apuntando que la ciencia en España en los siglos XVIII y XIX presentó cuatro momentos trascendentales en su desarrollo y evolución. Primero, una decadencia absoluta en la primera mitad del siglo XVIII marcada por el tradicionalismo y el clericalismo. Segundo, un progreso significativo, quizás el más sobresaliente en los dos siglos en mención, a partir de 1750 y hasta 1808, caracterizado por un auge en matemáticas, ciencias naturales y técnicas y la colaboración con otras naciones en expediciones y estudios científicos, que se vio seriamente afectado por la Guerra de Independencia. El tercero, entre 1808 y 1834, marcó el regreso a la decadencia y el retroceso de los primeros años del siglo XVIII. Por último, las diversas acciones para la recuperación de la sociedad española, fuertemente azotada por las guerras, en muchos de sus ámbitos —entre ellos y fundamentalmente el económico y al que se anexan, por inclusión, el educativo y el científico— permitieron una modesta recuperación en la actividad científica e investigativa, sin la obtención manifiesta de grandes descubrimientos, que empezaría a mostrar claros rasgos de un lento repunte con la llegada del siglo XX. Así,

La ciencia del último cuarto de nuestro siglo XIX y en su transición al XX formó parte de un continuo, muy a ras de suelo, aunque con una ligerísima pendiente iniciada a mediados del siglo XIX, que permitió una modesta, aunque clara, recuperación pero ya en las primeras décadas del siglo XX. (Martín, 2002, p. 295)

A pesar de esto, como apuntan Rico y Sierra (1991), llegado el siglo XX el atraso científico español, especialmente en matemáticas, aún se encontraba latente en la sociedad científica y era la causa de un lento y frágil avance en las actividades propias de la Educación Matemática.

Esta deficiencia impidió también, de forma momentánea, una integración completa de España en organizaciones y comisiones internacionales de índole educativa como la Comisión Internacional sobre Educación Matemática. El tiempo y las diversas iniciativas para subsanar estas carencias han generado una preocupación por la actividad matemática educativa conformándose en todo un campo de estudio para la formación de profesores y la investigación educativa en las últimas décadas.

2.4. Gestación del SMD en la Francia revolucionaria

Por su interés para nuestro estudio realizamos una reseña sobre los acontecimientos sucedidos en Francia que estimularon y dieron pie a la definición del metro y a la creación y establecimiento del SMD, objeto de nuestra investigación.

2.4.1. La unificación metrológica en Francia

El origen del SMD se marcó en Francia y contó con la participación de científicos de otras naciones que, de alguna manera, vienen a diversificar su “paternidad” (Puente, 1982, p. 102). Los inicios de un sistema invariable basado en el círculo máximo de la tierra, el meridiano, tuvieron su génesis en los trabajos y propuestas de Gabriel Mouton en el siglo XVII que pretendían considerar que “un minuto de ese arco sería la medida fundamental de longitud, a la que denominó Miliar” (pp. 102-103). Una iniciativa, sin éxito, que mantuvo con vida el ánimo por una reforma unificadora en el sistema de medidas francés.

En 1791 la Academia de las Ciencias de París nombró una comisión para establecer una unidad de medida única. Dicha comisión, en 1792, presentó ante la Asamblea de Francia el proyecto con el cual se desestimaba la utilización de la longitud del péndulo que bate segundos como la medida reguladora y se optaba por adoptar un modelo basado en la Naturaleza, definiéndose de esta forma la nueva unidad de medida como la diezmillonésima parte del cuadrante de meridiano terrestre y a la que se le otorgó el nombre de metro, e iniciando el proceso —sin concluir— para la unificación metrológica mundial. Con la aprobación del proyecto, por parte de la Asamblea de Francia, y de la que Carlos Mauricio de Talleyrand fue uno de sus más importantes defensores, se iniciaron ese mismo año los trabajos para la medición del arco de meridiano comprendido entre Dunkerque Norte y Barcelona Sur elegido por razones científicas como las mediciones previas realizadas a este fragmento de meridiano (Ten, 2000) (Figura 3). Esta labor se encomendó a los astrónomos franceses Jean Baptiste Delambre y Pierre François Méchain quienes, con ayuda de ingenieros, científicos y matemáticos de otras naciones —con alianza a Francia o neutrales—, se dedicaron a cumplirla desde 1792 hasta 1798.

Una vez finalizados los trabajos de medición del meridiano, en 1798, se convocó a científicos de distintas naciones a formar parte de la Comisión de Pesas y Medidas que, en 1799, fijó el valor definitivo de la nueva unidad de medida, el metro. De esta forma, surgió un sistema “que toma como unidad de medición fenómenos astronómicos independientes del hombre” (Kula, 1980, p. 4).

Francia adoptó el SMD en 1799. El sistema se concibió como la solución a los impedimentos y obstáculos de los sistemas de medición tradicionales (abusos en el pago de los tributos y en las transacciones comerciales, la variedad de medidas entre provincias y la falsificación de patrones). El panorama fue alentador pero no inmune a dificultades propias de las resistencias de las masas populares ocasionadas por la supresión de los sistemas tradicionales. En palabras de Ten (2000):

La reforma no consistía solo en cambiar un número por otro. El verdadero problema era hacer que toda la sociedad aceptase la nueva longitud como propia, con sus múltiplos y submúltiplos de nombres extraños... y se atreviera a pronunciarlos ante sus vecinos y a usarlos en sus transacciones. El verdadero problema era también que la sociedad de la época aprendiese la aritmética y la notación decimales... (p. 3)

El rechazo a la utilización de las nuevas medidas llevó, en 1813, a retornar al uso de las medidas antiguas y fue hasta 1840 cuando se instituyó definitivamente el SMD en la nación. En España sucedieron situaciones similares que, aunadas al temor de la fuerte resistencia

social de un pueblo acostumbrado por años a diversos sistemas de medidas, ralentizaron la introducción del SMD hasta medio siglo después desde su creación.



Figura 3. Porción de meridiano entre Dunkerque y Barcelona (Alder, 2003)

2.5. SMD e implantación en España en el siglo XIX

Esta parte describe el contexto histórico de España (político, económico y social) en materia metrológica durante la primera mitad del siglo XIX, destacando las tentativas de unificación de pesas y medidas, la adopción y posterior implantación del SMD desde mediados de siglo.

2.5.1. Los preliminares históricos de una ley de unificación de pesas y medidas en España

En 1801 se cerró un capítulo de tendencias unificadoras basadas en las unidades de medida tradicionales y su nomenclatura castellana. Con la Ley de Pesas y Medidas de 19 de Julio de 1849 se inició el proceso de introducción y transición de las antiguas medidas al SMD desembocando en la unificación metrológica que rige actualmente en España. Presentamos una reseña de los acontecimientos previos a la promulgación legal para la adopción del SMD en España y parte del contexto posterior a su implantación.

La aparición del SMD en España

La participación de Gabriel Ciscar y Agustín de Pedrayes en la Convención Internacional del Metro en París para la definición del metro fue sin duda el punto de partida del proceso de adopción del SMD en España. A su regreso a España en 1800, Ciscar presentó una propuesta al gobierno español que, junto al proyecto de Agustín Canellas¹³, constituyó la primera formalización de ideas para la adopción del SMD en el país. Ambas propuestas abordaban aspectos como los inconvenientes del uso diversificado de unidades de medida en el comercio y las ciencias, el carácter científico del metro, su invariabilidad, la simplificación de las operaciones, su fácil rectificación y la misma participación de españoles en su definición.

Pero pesaron más las dificultades y los problemas que ocasionaría la adopción del SMD que las cualidades de perfección del nuevo prototipo de medida y la solución a los problemas metrológicos. Carlos IV recogió en la pragmática de 26 de enero de 1801 la tradición histórica de las tentativas anteriores y estableció un sistema de *medidas españolas* que dejaba de lado el nuevo ideal metrológico originado con la Revolución Francesa. Su intención fue evitar conflictos sociales generados por diferencias ideológicas y políticas con Francia que contaba ya con un sistema unificado de medidas.

A pesar que su introducción oficial se da a mediados de siglo, el SMD no estuvo del todo ausente durante el tiempo de vigencia de las medidas españolas. La literatura científica (textos de matemáticas, física, química, geografía y astronomía, los tratados comerciales y la prensa española [incluida la científico-técnica]) incluyeron las unidades métrico-decimales para el tratamiento de su contenido.

Las relaciones comerciales con Francia y la trascendencia del SMD en el campo científico nos hacen considerar que su ausencia en la vida cotidiana de los españoles fue parcial, introduciéndose al menos en pequeños sectores de la sociedad. Se prescindía de equivalencias entre medidas españolas y las métrico-decimales, útiles en las transacciones comerciales entre los dos países. El nuevo sistema se incluyó de forma anexada en textos de aritmética o como tema central de algunos documentos como la *Explicación del sistema decimal ó métrico francés* de José Mariano Vallejo y Ortega editado en 1840.

Las ideas de una nueva unificación metrológica no desaparecieron durante este período de la metrología española iniciado con la pragmática de 1801. Para el trienio liberal, la

¹³ Profesor de cosmografía y náutica y miembro de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona.

sociedad española se encontraba inmersa en una nueva situación socio-política de alguna manera sensibilizada, en sus poderes políticos, hacia la unificación de pesas y medidas.

Una nueva propuesta de Ciscar —contraria a su primer escrito de 1800— planteó la conservación de la metrología tradicional modificando ligeramente las unidades principales: el metro sería la base de las medidas tradicionales, garantizando con ello su invariabilidad. Así mismo, en 1821, Salvador Ros y Renart¹⁴ presentó una propuesta que aceptaba el SMD con nombres en castellano (Ros, 1821). En 1835 José Radón propuso la “decimalización” de la metrología de Castilla según los principios del SMD. Las propuestas de Carlos Martí y Joaquín Ezquerro pretendieron reformar la metrología española a partir de los principios de unificación ingleses y de la definición del pie en función del metro, respectivamente. La última, aseguraba la invariabilidad de la unidad fundamental y la conservación de la nomenclatura castellana. Una descripción más detallada de estos proyectos se puede consultar en Aznar (1997, 133-168).

Este período histórico nos llevó a identificar una tendencia basada en presentación de proyectos variados para una reforma metrológica. Por un lado, propuestas para solucionar con prontitud las dificultades en las transacciones comerciales debido a la desigualdad de pesas y medidas y atender las preocupaciones científicas ante el problema de la diversidad. Por otro, proyectos para manifestar el rechazo hacia un nuevo sistema francés en defensa de la identidad nacional y la unidad en la Monarquía.

De las contrapropuestas destaca la de Vicente Vázquez Queipo (Vázquez, 1847), el adversario más fuerte del SMD en la contienda por su adopción en España. Su planteamiento procuró un sistema para la conservación de las medidas y nombres tradicionales que conjugara sus múltiplos y submúltiplos a las necesidades del comercio y de la ciencia. Es decir, combinaba las unidades tradicionales con las convencionales y procuraba una correlación sencilla entre las diversas magnitudes físicas con la unidad lineal. Técnicamente, su planteamiento constituyó un firme rechazo al SMD adoptado ya por países como Bélgica y Holanda y sus citas en la propuesta, como las describe Aznar (1997), fueron “de verdadera erudición histórica... para la fundamentación de su sistema de pesos” (p. 136). La Tabla 2 sintetiza las propuestas más singulares de estos proyectos.

En su mayoría, las propuestas reconocieron en el SMD la capacidad de resolver ciertos problemas sociales; sin embargo, recalcan el rechazo al sistema como un producto francés y el apoyo a la conservación de la metrología tradicional.

Luego de esta serie de extensos debates, en que los partidarios del sistema no se cansaban de enaltecer su origen y los beneficios que traería la adopción de las unidades métrico-decimales y sus opositores no cesaban en su lucha para la conservación de la metrología tradicional y la identidad nacional, a mediados de siglo la situación política, social, científica y mercantil de España cambió el panorama en torno a un nuevo planteamiento para la reforma métrica: un cambio definitivo de los sistemas tradicionales por el SMD.

¹⁴ Matemático catalán miembro de la Real Academia de Ciencia y Artes de Barcelona.

Tabla 2. *Proyectos para la unificación del sistema metrológico en España*

Título	Propuesta
Gabriel Ciscar y Ciscar	
<i>Memoria elemental sobre los nuevos pesos y medidas decimales fundados en la Naturaleza</i> (1800)	Mantener una nomenclatura castellana para las pesas y medidas. Rechazar los neologismos greco-latinos. Aceptar las equivalencias de sus comparaciones con los prototipos del SMD
Agustín Canellas	
<i>Proyecto sobre una medida universal sacada de la Naturaleza y principalmente adecuada para España</i> (1803)	Adoptar el metro como medida línea. Formar un sistema de medidas, con términos castellanos, derivado del metro sin seguir la filosofía decimal manteniendo las equivalencias antiguas
Salvador Ros y Renart	
<i>Memoria sobre el más adecuado sistema métrico decimal que puede adoptarse para uniformar las monedas, peso y medidas que se usan en España</i> (1821)	Adoptar el SMD con nombres en castellano
José Radón	
<i>Apuntes para un proyecto de arreglo de medidas, pesas y monedas</i> (1835)	Decimalización del sistema de pesas y medidas de Castilla a partir de los principios del SMD
Carlos Martí y de Resequín	
<i>Memoria acerca de las bases que pudieran adoptarse para igualar los pesos y medidas en España según las leyes de la nación</i> (1840)	Reformar la metrología de Castilla a partir de la unificación inglesa en 1824
Joaquín Ezquerro del Bayo	
<i>Exposición al Señor Ministro de la Gobernación sobre el arreglo definitivo de las medidas longitudinales y de peso en España</i> (1845)	Conservar las pesas y medidas de Castilla y garantizar su invariabilidad mediante la reestructuración del sistema tomando el pie definido en función del metro
Vicente Vázquez Queipo	
<i>Proyecto de ley para la uniformidad y reforma del sistema métrico monetario de España</i> (1847)	Crear un nuevo sistema de pesas y medidas castellanas. Mantener la nomenclatura y unidades antiguas, con equivalencias a las necesidades del comercio y la ciencia

Nota. SMD = Sistema Métrico Decimal.

Con la reforma constitucional de 1845 las fuerzas políticas giraron en torno a la búsqueda de una modernización estatal. La unificación de pesas y medidas se convirtió en una iniciativa para el desarrollo de la economía española y en la herramienta óptima para su control,

habilitando una igualdad comercial y científica en un entorno internacional de países que basaban su sistema de pesas y medidas en el metro. Para el momento de su adopción en España, el SMD gozaba de un privilegio y reconocimiento científico en la esfera internacional.

La situación científica de la época, referida esencialmente a los intentos por reinsertar a España en el avance de la ciencia en Europa mediante el asociacionismo científico, propició igualmente la adopción del SMD. La apertura cultural y científica obtenida con la reorganización de los estudios universitarios; la creación de escuelas técnicas; la constitución de la Real Academia de Ciencias Exactas y Naturales; la fundación del Observatorio Astronómico de Madrid; la realización de ambiciosos proyectos científicos; y, la misma inclusión del SMD en la bibliografía científica.

En el ámbito mercantil permanecieron los reclamos por una solución a la problemática en las transacciones económicas, tomaba fuerza la idea del surgimiento de un mercado nacional y ocurriría la reforma unificadora monetaria basada en el sistema decimal promulgada con la Ley de 15 de abril de 1848. Estos acontecimientos ejemplifican la influencia de un poder científico y de una presión social que desembocaron en la adopción del SMD (Aznar, 1997).

Finalmente, luego de debatir en las Cortes y de estudiar tres propuestas para una reforma metrológica: (a) adoptar el sistema francés con sus voces científicas, (b) adoptarlo con una terminología castellana, (c) conservar la metrología tradicional y arreglarla a las bases científicas, se consideró que en los tres casos las dificultades para su difusión serían similares salvo que en las dos últimas no se lograría una inserción completa a la metrología internacional. De esta forma, el 25 de junio de 1849 se aprobó el proyecto de ley presentado por la Comisión Oficial, sancionado posteriormente por Isabel II como Ley de Pesas y Medidas el 19 de julio de 1849, que proponía la adopción del SMD con sus voces científicas y abandonar de esta forma la metrología tradicional española.

2.5.2. El contexto posterior a la promulgación de la Ley de 19 de Julio de 1849

En el Capítulo 3 se expone la Ley de Pesas y Medidas de 19 de julio de 1849 como uno de los dictámenes para la enseñanza del SMD. Trataremos ahora aspectos significativos posteriores a esta disposición legal que caracterizan el contexto en el cual se desarrolló la enseñanza de las nuevas pesas y medidas.

La introducción en España del SMD, al igual que en el resto de países que lo adoptaron, permitió la adopción de una sintaxis que además de relacionar las diferentes unidades entre sí combatía el lenguaje leguleyo que a la postre fue una de las barreras más difíciles a las que tuvo que hacer frente el nuevo sistema (De Lorenzo, 2000).

Gutiérrez y Peset (1997) sostienen que “el cambio del sistema de medidas supone cambios sociales y políticos muy importantes” (p. 10). Efectivamente, la introducción del nuevo sistema de medidas en España condujo a una serie de cambios en estos dos campos, más evidentes en la esfera social. La sanción legal de Isabel II no acabó con los debates y las posiciones opuestas para la entrada en vigor del SMD; por el contrario, estas se fortalecieron

con las múltiples dificultades presentadas en las acciones para su implantación. Las limitaciones del Estado para establecer mecanismos de control, las esperadas dificultades y negativas para la adopción de un sistema ajeno a las costumbres españolas y los inconvenientes en la fabricación de los nuevos tipos de medidas, figuraron como causas de la serie de aplazamientos ocurridos desde la promulgación de la Ley hasta la sanción legal de obligatoriedad de uso de pesas y medidas métrico-decimales en 1892 (Aznar, 1997).

Ante este panorama, el gobierno dispuso crear toda la infraestructura necesaria para la implantación de la nueva metrología. En el campo de la ciencia, la creación de la Comisión de Pesas y Medidas para la resolución de problemas científicos derivados del proceso de implantación del nuevo sistema; tuvo a su cargo la adquisición de prototipos e instrumental científico, su reproducción y distribución provincial, y la elaboración de tablas de equivalencias entre las medidas tradicionales y las métrico-decimales. En el plano educativo, el fiel cumplimiento de lo dispuesto en el Artículo 11º de la Ley, sobre la enseñanza del SMD en las escuelas. El poder político y la autoridad del gobierno se reflejaron en la conformación de cuerpos de fieles almotacenes para controlar el uso de las nuevas unidades en el comercio, en la labor de los gobernantes de provincia y en la inclusión de las nuevas unidades en lo referente a la administración pública.

La metrología tradicional inició así su lento ocaso que culmina con su desaparición. El carácter significativo y funcional de las medidas españolas desaparece, al igual que en los demás países que adoptaron el SMD, y surge su significado convencional que garantizó su invariabilidad.

Cerca de medio siglo tuvo que transcurrir para que España tuviese implantado de manera obligatoria el SMD —obligatorio desde 1º de julio de 1880 y sancionada esta obligatoriedad con la Ley de 8 de julio de 1892—. La situación no debe resultar extraña; el fuerte vínculo entre las medidas antiguas y la cultura social española, que por siglos las hizo formar parte de sus costumbres y tradiciones, se impuso a lo novedoso. Aunque el ideal colectivo de la tradición de la época se mostraba más fuerte que el ideal de un grupo pequeño de visionarios políticos y científicos, logró pesar más el carácter universal del SMD, su armonía con el sistema de numeración decimal utilizado en el mundo civilizado y su beneficio para sacar a España de la anarquía métrica en la que se encontraba inmersa.

2.5.3. La enseñanza y difusión de las nuevas pesas y medidas

En este apartado se recalcan aspectos sobre los procedimientos de enseñanza y las acciones para la difusión del SMD posterior a su establecimiento legal en España. Esto complementa y da cierre a la descripción del contexto social, en sus distintos ámbitos, en el que ocurre la implantación del sistema.

Procedimientos para la enseñanza del SMD en España

De manera simultánea a la elaboración de libros de texto para los primeros niveles educativos, la instrucción de los niños en las unidades métricas en los establecimientos de educación constituyó uno de los procedimientos más relevantes y efectivos en el proceso de implantación del SMD. No obstante, a pesar de su inclusión en los planes de estudios y los

diversos textos escolares, el SMD tuvo que superar una serie de dificultades metodológicas para su adopción en el ámbito educativo.

La enseñanza de las pesas y medidas tradicionales no estaba abandonada del todo en los centros de enseñanza; las medidas españolas aún formaban parte de la realidad social de los pobladores. Los maestros no contaban con más material didáctico que el mismo libro de texto; la falta de materiales y colecciones reales de pesos y medidas en la escuela primaria dificultaron enormemente la explicación, comprensión y empleo práctico de las nuevas unidades. Esta carencia se suplió con la presentación gráfica de pesas y medidas, su forma y dimensiones en los libros de texto como método de enseñanza. Otro factor en contra, desde el punto de vista didáctico que pudo haber ocurrido por la falta de colecciones reales, lo constituyó la enseñanza memorística de problemas de conversión de medidas (Picado, 2009).

El SMD encontró un lugar en la sociedad española mediante la enseñanza de las matemáticas —la aritmética en particular— y con ello en los textos escolares y aquellos editados para diversos ámbitos que requerían de su conocimiento. Sin embargo, al igual que en las Cortes, las plazas comerciales y los hogares, encontró en los centros de enseñanza fuertes opositores a su pronta implantación.

Los autores de textos, conscientes de esta situación, optaron por incluir cuadros explicativos con un tamaño considerable para lograr en los estudiantes una familiarización y un reconocimiento de las nuevas pesas y medidas ausentes en la mayoría de los textos escolares.

Difusión del SMD en otros ámbitos sociales

Además de la inclusión del nuevo SMD en el Sistema Educativo español, como parte del currículo matemática, el Gobierno se encontró en la obligación de garantizar la difusión de éste en los restantes ámbitos sociales. Se optó por la exposición pública de las distintas unidades de medidas del SMD a través de carteles y se creó la Cátedra del SMD para la especialización en el tema.

En este sentido generalizador, otro de los mecanismos fue la elaboración y venta de manuales con información teórica y las tablas de equivalencias establecidas para cada provincia, tablas que se convirtieron en los documentos más comunes fuera del ámbito escolar. Por su parte, la reforma monetaria realizada a mediados de siglo logra un importante paso en la familiarización de los pobladores en la aritmética decimal. La nueva moneda tuvo un valor didáctico en la implantación del SMD: “cada moneda en circulación transmite un mensaje a quien la posee, es una lección del sistema métrico, además de convertirse en un tipo exacto de peso o de medida que sin duda será utilizado en muchas transacciones comerciales” (Aznar, 1997, p. 343).

2.5.4. Textos preliminares en la enseñanza del SMD en España

Dos de los textos con mayor trascendencia en España para la enseñanza, divulgación y difusión del SMD, de especial atención para este estudio, son *Memoria elemental sobre los nuevos pesos y medidas decimales, fundados en la naturaleza* de Gabriel Ciscar y Ciscar

(1800) y *Explicación del sistema decimal ó métrico francés*¹⁵ de José Mariano Vallejo y Ortega (1840).

El primero de ellos constituye, quizás, la primera obra escrita con la que se expusieron en España las nuevas unidades del recién establecido en Francia SMD. Obra que, por su indiscutible relevancia con el tema, ha sido tomada en consideración para diversos estudios por autores como Aznar (1997) y Basas (1962).

Por su parte, la obra de Vallejo fue uno de los principales referentes para la enseñanza del SMD y para la elaboración de múltiples textos como tratados, manuales y cartillas para su difusión en el ámbito educativo español.

El texto de Gabriel Ciscar y Ciscar

Esta obra es uno de los documentos que obligatoriamente debe tomarse en consideración al tratar el SMD y su introducción en España. Como se indica y aprecia en el texto original, el autor realizó una distribución de sus ideas y de los datos en cinco capítulos. En estos, expuso el origen de las medidas métricas; explicó las nuevas unidades y las relaciones entre ellas con una nomenclatura castellana; mostró las denominaciones adoptadas en Francia y las razones para adoptar una terminología castellana; expuso las razones para adoptar el nuevo sistema y los modos de replicar a las objeciones que podrían surgir con su introducción.

La intención de Ciscar fue convencer sobre el origen y el carácter científico de la nueva medida —el metro, o *medidera* como propone llamarlo— partiendo del problema de la diversidad metrológica en España, una de las situaciones que más propició los abusos sobre los pobladores y perjudicó el control del gobierno sobre los tributos y la labor de científicos.

Dentro de los aspectos que llaman la atención en este texto destacan: (a) la manera sencilla con la que el autor presenta y explica las relaciones entre la unidad fundamental y las unidades básicas para las diferentes magnitudes (superficie, capacidad y peso) así como las relaciones decimales entre cada unidad básica y las medidas mayores y menores; (b) la exposición de la nomenclatura adoptada por Francia y sus homólogas en castellano —según su propuesta—; (c) las razones para la adopción del sistema, resaltando la participación española en la medición del meridiano como en la definición de la unidad fundamental, y los argumentos para rebatir posibles opiniones en contra a la adopción del sistema métrico dado el caso de su adopción en España.

Indiscutiblemente, el haber sido pionero en la importación de conocimientos sobre el SMD y el estilo utilizado para su presentación escrita, hicieron del texto de Ciscar una referencia indispensable para la elaboración de otros textos en el proceso de difusión del nuevo sistema en España.

¹⁵ El título impreso en la obra es *Explicación del sistema decimal ó métrico francés, que por ley de 4 de julio de 1837, se ha mandado establecer en Francia, y está rigiendo allí desde 1 de enero de 1840 sobre las unidades de pesas, medidas y monedas; correspondencia de las expresadas unidades francesas con las españolas, y de las españolas con las francesas; y modo de hacer la reducción de unas á otras.*

El texto de José Mariano Vallejo y Ortega

La inclinación didáctica de Vallejo (Maz, Torralbo y Rico, 2006; Puig, 2006; Vea, 1995) se pone de manifiesto en su *Explicación del sistema decimal o métrico francés*. Desde la introducción se procura para el lector un mayor entendimiento del contenido de la obra que inicia con la presentación de las razones por las cuales debía adoptarse en España el SMD y, fundamentalmente, por la que debía difundirse este conocimiento entre la población.

El texto fue un reflejo de la actividad didáctica propuesta por Vallejo en obras como *Aritmética de Niños escrita para uso de las escuelas del reino* y que podemos traducir como una enseñanza de interacción verbal de pregunta y respuesta entre el profesor y el estudiante, con cierta tendencia al aprendizaje memorístico.

Por otra parte, el texto respondió a los acontecimientos ocurridos en Francia con la declaratoria de obligatoriedad de uso del SMD en 1837 más que a la propia realidad española aún ajena a su implementación y uso. Aunque Vallejo intentó realizar una contextualización sobre los acontecimientos que han rodeado el surgimiento del SMD enfocando su origen científico, las nuevas unidades para las magnitudes de longitud, superficie, solidez, peso y capacidad y la nomenclatura adoptada, la base del texto se constituyó sobre dos fundamentos: (a) una serie de ejemplos para ilustrar las situaciones más comunes —según su criterio— que requerían la utilización de las nuevas unidades métricas, y (b) la utilidad de las tablas de equivalencia proporcionadas para la realización de reducciones y equivalencias entre las diferentes unidades del “sistema francés” y las del “sistema español”, este último por la pragmática de 1801.

Del texto sobresalen los aspectos didácticos. Los ejemplos que lo conforman se acompañan de explicaciones para una comprensión de los procedimientos a seguir. Posiblemente, estas explicaciones fueron un aliciente en la comprensión de la nueva metrología tanto para los estudiantes como para los profesores quienes tenían a su cargo la explicación. Sobresale también el empleo de operaciones matemáticas para efectuar reducciones y equivalencias.

Otro método sería el reducir los 2 pies, 5 pulgadas y 3 líneas á líneas; los que daría 351 líneas; y como la vara se compone de 423 líneas, el número propuesto equivale á 40 varas y 351/432 de vara. Si este número lo quisiéramos reducir, así como está, á metros, multiplicaríamos el valor 0,83590575 primero por 40 y luego por 351/432, y sumariamos después los resultados. (Vallejo, 1840, p. 16)

Este fragmento del texto ejemplifica lo descrito: la explicación del procedimiento a seguir, el empleo de operaciones matemáticas y la utilización de las tablas de equivalencia proporcionadas.

La forma en que Vallejo presentó el contenido, con explicaciones claras sobre las equivalencias y el empleo de operaciones matemáticas, son quizás el mayor atractivo del texto sin desmerecer aquellos datos propios del SMD incluidos en la obra y que son la causa del discurso didáctico realizado por el autor.

En Picado y Rico (2011f) se presenta un análisis de estos textos desde la perspectiva de su contenido conceptual y procedimental, enfatizando en la estructura conceptual, los modos de representación, la fenomenología, las expectativas y las tareas propuestas para el

aprendizaje. El estudio permitió determinar una falta de formalismo en la presentación del SMD como estructura matemática; un fuerte vínculo con el SDN; la presentación del metro desde las perspectivas instrumental, científica y etimológica; el empleo de modos de representación verbal, numérico y tabular; y el predominio de contextos matemático, físico-natural y comercial para la presentación de fenómenos que ilustraban la aplicabilidad de las nuevas unidades de pesas y medidas en la época.

2.6. Estudios realizados sobre el SMD en España

Contextualizar el estudio condujo a localizar y estudiar trabajos científicos relacionados con el SMD, su implantación en España y sobre el análisis de textos históricos, que han servido de precedentes para esta investigación. Se han localizado también algunos trabajos con propósitos divulgativos relacionados con el SMD y su entrada en España.

2.6.1. Investigaciones y estudios sobre el SMD

Introducción en España del Sistema Métrico Decimal es el título del trabajo presentado por Manuel Basas Fernández en 1962. Este estudio, narrativo, completo y de buen leer, detalla lo acontecido en España durante la adopción del SMD. Gustavo Puente Feliz, en 1982, presenta un breve y detallado estudio sobre el proceso de implantación del SMD en España titulado *El sistema métrico decimal: su importancia e implantación en España*. El estudio de José Vicente Aznar García realizado como parte de su investigación de tesis doctoral, *La unificación de los pesos y medidas en España durante el siglo XIX* (1997), constituye uno de los más completos y cuidadosos sobre la unificación de las pesas y medidas en España. Previo a este trabajo, identificamos *El sistema métrico decimal y España* de Antonio Ten Ros (Ten, 1989) con una exposición de la participación española en los trabajos de establecimiento del metro como unidad fundamental de un nuevo sistema de pesas y medidas universal.

El estudio de Manuel Basas Fernández

Constituye uno de los estudios de investigación documental con más antigüedad localizados sobre el SMD y su proceso de implantación en España. Tal como indica el autor, se ubica en la línea de investigación histórico-económica, centrada en aspectos relativos a la economía desde una perspectiva histórica. A pesar de estar orientado, según se percibe, a mostrar la transformación económica de España ocurrida en el siglo XIX, la publicación proporciona una narrativa completa y una serie de datos relevantes sobre la introducción del SMD en España durante este período. Basas inicia con la breve presentación de algunos datos sobre la historia de las medidas antropométricas hasta tiempos de la Revolución Francesa y la sistematización y uniformidad de los pesos y medidas basados en un sistema científico fruto de la Naturaleza.

La figura de Gabriel Ciscar y Ciscar, uno de los mejores matemáticos de su tiempo, su aporte en la definición del metro como nueva unidad fundamental del SMD y su vinculación con el proceso de implantación en España, son enaltecidas en este documento que reconoce también a otros matemáticos españoles involucrados en este proceso. El autor continúa con la presentación de datos sobre las tentativas de unificación de pesas y medidas en España a raíz

de la diversidad metrológica existente a lo largo de varios siglos y de las unidades de las medidas antiguas y sus homólogos métrico-decimales, incluyendo la moneda decimal. El proceso de implantación se presenta con la promulgación de la Ley de 19 de julio de 1849 y con las acciones que el Gobierno procedió para su cumplimiento y las diversas estrategias implementadas para su divulgación. El autor dedica un espacio a la mención de los diversos aplazamientos y prórrogas acaecidas a raíz de los obstáculos propios de la implantación del nuevo sistema para luego concluir con la entrada en vigor —de forma obligatoria— del SMD en España.

Uno de los aspectos que más llaman la atención es el vínculo que se establece entre la realidad española de la época y los acontecimientos propios de la introducción del SMD como la suspensión de las labores de Ciscar para integrarse a la Junta de Defensa de Cartagena durante la Guerra de Independencia, la promulgación del Decreto para el establecimiento de nuevos plazos y disposiciones para la implantación del sistema por parte de Isabel II en vísperas de su destronamiento, la suspensión de estas disposiciones debido a la Revolución Democrática, las disposiciones de Amadeo de Saboya para la iniciación de la entrada en vigor y el real decreto de Alfonso XII, en los días de la Restauración Monárquica borbónica, con el que finalmente se estableció la obligatoriedad de uso de las nuevas medidas. Particularidad ausente en las enciclopedias consultadas sobre la Historia de España.

El estudio de Basas constituye una fuente interesante de información sobre la historia de la metrología en España, enfocada fundamentalmente en el siglo XIX y en la introducción del SMD. Puede catalogarse como un trabajo sistemático y coherente con una descripción completa de los acontecimientos sobre su implantación en España.

El estudio de Gustavo Puente Feliz

Desde una serie de definiciones y de la relación entre la concepción de medida y el estudio de un determinado sistema de medidas, Puente Feliz redacta un pequeño trabajo sobre el SMD para resaltar su importancia y el proceso de implantación en España.

Previo a lo que considera las tentativas de unificación, de forma similar a Basas (1962), recurre a la historia: al origen de las medidas y a la definición de las medidas tradicionales en España. La historia es, junto al SMD, protagonista en la presentación de acontecimientos que de forma cronológica y puntual muestran el devenir de la metrología española. En el texto se sistematiza todo el proceso de definición del metro en Francia, la introducción del SMD en este país y su adopción e implantación en España mediante la presentación puntual de fechas y hechos.

Si bien el trabajo no es amplio y al parecer no obedece a un trabajo exhaustivo de investigación, sino más bien a un trabajo recopilatorio y de documentación de corto plazo, debe señalarse que ha constituido una fuente de datos y referencias para la fundamentación teórica, la contextualización y los preliminares de nuestra investigación. Ha sido, junto al estudio de Aznar, el punto de partida en la búsqueda de antecedentes históricos al tema de investigación.

El estudio de Antonio Ten Ros

Dentro de los trabajos que podríamos considerar como influyentes en el estudio de Aznar (1997) se encuentra el realizado por Antonio Ten Ros. No es de extrañar que, siendo coordinador de un reconocido programa de investigación sobre la metrología española en la Unidad de Historia de la Ciencia del Instituto de Estudios Documentales e Históricos sobre la Ciencia de la Universidad de Valencia, Ten Ros haya realizado una labor de recopilación y análisis documental sobre el vínculo entre el establecimiento de un sistema unificado de medidas y la participación de científicos y profesionales españoles en esta tarea. Y es que, precisamente, este es el cometido del trabajo publicado: resaltar la participación de España en el proceso de medición del arco de meridiano entre Dunkerque y Barcelona —y su posterior prolongación a las Islas Baleares— y en la definición del metro como unidad fundamental del SMD.

Este trabajo es un breve pero meritorio reconocimiento a los profesionales (ingenieros, marinos, profesores de matemática y otros), políticos y científicos españoles participantes y colaboradores en la medición de este arco de meridiano.

Iniciando con un recuento histórico de los antecedentes a las labores de medición y la clara participación de españoles, se resaltan aspectos como el valor científico del SMD y las ideas que fundamentaron el interés por una unificación de los sistemas de pesas y medidas como “un ataque más a la barbarie feudal” (p. 102) que, medio siglo después, significa en España uno de los argumentos con más peso para la adopción de esta nueva estructura metrológica.

El estudio permite confirmar la situación científica, política y social española en los años de la Revolución Francesa, la época de la definición del SMD y la Guerra de Independencia. Una España con una política —particularmente la de orden científico— que había empezado a integrarla a las corrientes de pensamiento destacadas en Europa a finales del siglo XVIII y le alejaba del atraso cultural y científico en el que había estado inmersa décadas atrás, pero que aún le impedía concebir dentro de sus esquemas cambios de orden social y económico.

Posterior a los antecedentes, se presenta una serie de datos relacionados con la contribución española al establecimiento de un sistema unificado de pesas y medidas que tendría como uno de sus objetivos la universalidad. La recopilación y exposición de acontecimientos característicos de la historia del SMD que hace Ten Ros deja un faltante: lo relativo al propio proceso de adopción de este sistema en España. Se ha intentado entender esta ausencia con dos razones: la primera, el objetivo del estudio consiste en exponer los antecedentes, a partir de la situación ocurrida en Francia con la Revolución de 1789, de una unificación de pesas y medidas en España resaltando los nombres de los españoles involucrados en el establecimiento de una medida única basada en la Naturaleza. Con palabras del propio autor:

Con esto termina la primera parte de la historia del metro, la de su adopción, decisión política, y la de la determinación de su valor, decisión científica pero al fin también política. Con ello termina también la historia de la participación española en los orígenes del nuevo sistema francés de pesas y medidas, que, si no decisiva, sí fue, al menos, esencial para la realización de los planes trazados por la Académie des Sciences

y que, casi desconocida hasta el momento, merece, cuando se cumplen doscientos años de la revolución que la hizo posible, la reconstrucción de su integridad histórica. (Ten, 1989, pp. 117-118)

Y, segunda, la intención de un futuro proyecto para abordar todo lo referente a la introducción de este sistema en España, que, según lo expuesto, correspondería a una segunda parte de la historia del metro, pero ahora en España.

El estudio de José Vicente Aznar García

José Vicente Aznar García realizó su trabajo en la Unidad de Historia de la Ciencia del Instituto de Estudios Documentales e Históricos sobre la Ciencia de la Universidad de Valencia y forma parte de un consolidado programa de investigación emprendido por Antonio E. Ten Ros cuyo punto de partida es la reconstrucción de la historia de la metrología española en el período comprendido entre los siglos XVI y XIX.

Para nuestra investigación, este estudio constituye una de las fuentes con mayor valor en cuanto a datos y referencias sobre la unificación de pesas y medidas en España, los proyectos para la reforma metrológica y la introducción del SMD durante el siglo XIX. A lo largo de sus trece amplios capítulos se desarrolla toda una descripción de los hechos y acontecimientos que han marcado el recorrido del SMD en su implantación y puesta en vigor en España.

Aznar no omite los orígenes del SMD e inicia la presentación de su trabajo con la descripción de las iniciativas de unificación en Francia a finales del siglo XVIII y el proceso de introducción de la nueva unidad de medida en este país. Esto, lo asocia con las primeras influencias del SMD en la ordenación metrológica española en el siglo XIX, reforma que constituyó la última de las tentativas de unificación en España a lo largo de siete siglos y que recoge en el primer capítulo. Posterior a la descripción de estas tentativas para una unidad metrológica en España, ya asentado en el siglo XIX, el estudio presenta una subdivisión del siglo en períodos de tiempo caracterizados por momentos relevantes desde el punto de vista político de la Historia de España.

Los distintos acontecimientos, las características de las problemáticas estudiadas y su coincidencia con fechas particulares, permitieron a Aznar identificar y definir cuatro grandes épocas en la unificación de pesas y medidas en España (Figura 4).

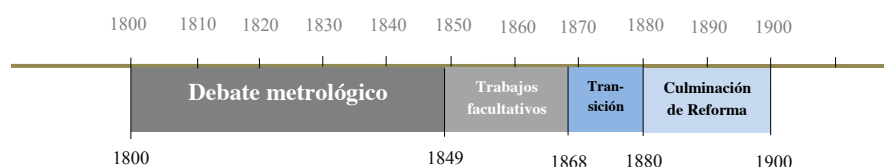


Figura 4. Proceso de implantación del SMD en España en el siglo XIX

La primera de las épocas se relaciona con los debates metrológicos comprendida desde el año 1800 hasta el 19 de julio de 1849 con la promulgación de la Ley de Pesas y Medidas. La segunda, denominada época de trabajos facultativos, abarca desde la finalización del período anterior hasta el año 1868. La tercera de las épocas se identifica como de transición y se extiende desde 1868 hasta 1880. Finalmente, se define cronológicamente el cuarto período

desde 1880 hasta 1900 denominado de aplicación definitiva y que hemos considerado como la época de la culminación de la reforma para la utilización de pesas y medidas.

Aznar realiza un trabajo de documentación, descripción y síntesis excepcional. La investigación documental realizada incluye una descripción de los textos empleados en la enseñanza del SMD en España desde 1852, incluso considera algunos previos a esta fecha como la *Explicación del sistema decimal o métrico francés* (Vallejo, 1840). La descripción de los textos la realiza a partir de una categorización de los mismos según sus autores y su finalidad. Deja de lado la realización de un análisis profundo de los conceptos, las representaciones, las situaciones y contextos, los logros esperados y las tareas incluidas y empleadas como parte de este proceso de enseñanza del SMD.

El trabajo de Aznar es un precedente científico y documental imprescindible para los estudios sobre la metrología española, específicamente sobre el SMD, que resalta aspectos políticos, sociales, económicos y educativos del período histórico considerado y que caracterizan el proceso de su implantación. Estas consideraciones hacen que, partiendo del propósito de nuestro estudio, nos hayamos interesado particularmente por esta investigación.

2.6.2. Trabajos de divulgación

Junto a los estudio expuestos, se han identificado trabajos para la divulgación entre la sociedad científica, y para la sociedad en general, que tratan sobre el SMD y su implantación en España. Estos trabajos se enfocan en la difusión de los resultados de investigaciones o son una recopilación de datos provenientes de otros trabajos más completos que se acompañan con algunos aportes y comentarios de su autor. A continuación presentamos algunos de ellos.

La publicación de Juan Gutiérrez Cuadrado y José Luis Peset

El trabajo de estos autores corresponde al vigésimo séptimo tomo de la colección *Historia de la ciencia y de la técnica* de la editorial Akal. Titulado *Metro y Kilo: el sistema métrico decimal en España*, es una recopilación de datos provenientes de escritos históricos de autores como Ciscar, Labrador, Alemany, Ros y Renart, Vázquez Queipo, Méchain-Delambre y Radón, entre otros; de documentos de orden legal como la Ley de 19 de julio de 1849; y de obras y estudios recientes como Kula (1980) y Puente (1982).

El texto presenta una descripción de las causas políticas, sociales, comerciales y económicas de la adopción de un sistema unificado de medidas. Así mismo, los autores realizan un recorrido por los acontecimientos que destacan el proceso de introducción, implantación y difusión del SMD en España y las polémicas acaecidas en torno a éste. Si bien el libro está relacionado con la implantación del SMD en España, llama la atención parte de su objetivo central: la presentación y explicación del proceso de introducción y adopción de una nueva nomenclatura en el ámbito metrológico español del siglo XIX —la otra parte correspondería a la exposición de datos históricos—. Es decir, la adopción de un nuevo sistema desde una perspectiva lingüística. Esto se evidencia cuando los autores señalan que “No resulta extraño, pues, que de nuevo replanteemos el origen de nuestro sistema métrico, a la luz de corrientes lingüísticas, que de nuevo quieren relacionar el lenguaje con la vida humana” (p. 7).

Los autores realizan un análisis descriptivo —según se aprecia— y otro gramatical —según indican— de la nomenclatura propia del SMD recurriendo a algunas de las propuestas terminológicas presentadas en la época para la adopción de las nuevas pesas y medidas. Estas propuestas incluyen la de Ciscar, Ros y Renart, Radón, Vázquez Queipo y la establecida en Francia.

Esta manera de analizar el proceso de adopción de un sistema unificado de medidas en España desde una perspectiva lingüística responde —según los autores— a puntos de vista para explicar la introducción del SMD en España: de carácter interno, que abarcan aspectos científicos y lingüísticos; de carácter externo, que igualmente mencionan, comprenden el comercio, la enseñanza o la técnica.

Como fuente de datos el texto cumple su propósito en la divulgación de esta temática. Para nuestro estudio, este trabajo merece ser considerado en el sentido del análisis lingüístico que se realiza de la nomenclatura y de la clasificación del análisis como una técnica de análisis interna del texto. También, merece ser reconocido como fuente de referencias bibliográficas y estudios previos realizados alrededor de nuestra temática.

Breve historia de la metrología de Emilio Prieto

El trabajo de Prieto (2007) forma parte de la información asequible en la página web del Centro Español de Metrología¹⁶, máximo órgano técnico en la metrología de España. El escrito presenta de forma general algunos aspectos sobre la metrología antigua previos a la introducción del metro, propiamente en los momentos de su definición, subrayando algunos aspectos de su relación con el desarrollo de la ciencia y de la sociedad: “Pero la idea de unificar pesos y medidas era, como siempre ha sido, una revolución social, tanto como científica” (p. 5).

Siendo el SMD en España lo que realmente interesa, se incluyen en el texto breves acontecimientos que caracterizan la evolución de la medida en España, enalteciendo la labor de españoles en la definición de una medida única y, sobretodo, recalcando la diversidad metrológica imperante en el país, entendida como una de las razones más fuertes para la adopción del SMD. Luego de mencionar la Ley de 19 de Julio de 1849, a la que considera como la “primera ley fundamental de la metrología española” (p. 6), el texto continúa con algunos datos sobre estos avances en el siglo XX.

Con una presentación previa de datos específicos sobre el desarrollo de la ciencia y la metrología, este trabajo intenta establecer un lazo entre ambas, mismo que reconocemos y del que estamos muy de acuerdo. Sin embargo, aunque la finalidad del texto es divulgar algunos datos históricos sobre la metrología en España, echamos en falta aquellos que social y políticamente marcaron este desarrollo, como la Guerra Civil de 1808, el exilio de matemáticos y científicos y las diferencias ideológicas imperantes. El texto es útil para tener una primera impresión —muy generalizada— de lo acontecido históricamente en materia de metrología en España —siglo XVIII y XIX—, pues su enfoque está dirigido a los logros en esta área en el siglo XX.

¹⁶ http://www.cem.es/cem/es_ES/common/pop_externo.jsp?url=../metrologia/Historia.pdf.

La publicación de José Antonio de Lorenzo Pardo

La Revolución del Metro es el título del trabajo de De Lorenzo publicado en 1998. Presenta un recorrido histórico sobre la definición del metro y el establecimiento del SMD como sistema metrológico unificado universalmente. Esta exposición de ideas se focaliza desde una perspectiva físico-matemática y se acompaña de explicaciones para, desde la física y las matemáticas, respaldar e ilustrar su valor científico.

El texto inicia con la exposición de las medidas antiguas, su razón de ser y utilidad que en tiempos remotos. Estas ideas preliminares sustentan la presentación de diversos aspectos sobre la medida, sus unidades, su utilidad y la problemática que la diversidad de los sistemas tradicionales acarrea en las actividades comunes de los individuos. El autor pone de manifiesto el valor de estas medidas tradicionales y subraya el carácter convencional del metro como unidad de medida.

La falta de uniformidad de medidas se mantiene como eje temático en buena parte de la publicación. La exposición de aspectos sobre la historia de la medida hace un recorrido por la Antigua Roma para luego describir los sistemas tradicionales de medida, destacar la pragmática de 1801 como el último de los intentos para unificar la metrología tradicional en España y enfocar un caso particular: el sistema de medidas tradicional de Galicia.

La exposición del metro y su definición; del SMD y su vínculo a la numeración decimal, sostienen el carácter histórico de la narrativa. No obstante, el enfoque físico-matemático mantiene un predominio en la presentación de las ideas. Al igual que en otros documentos, la historia del metro se muestra desde sus orígenes en la Revolución Francesa, de las propuestas para una unificación metrológica basada en la definición de una unidad única obtenida de la Naturaleza y de los trabajos de medición para su establecimiento. De estos se resaltan tres momentos: las mediciones de meridiano en Perú, las iniciativas para nuevas mediciones de meridiano en Francia y las mediciones en España, incluida la prolongación a Mallorca.

Otros apartados resaltan las iniciativas políticas para una oposición al sistema métrico en la época, los aportes de matemáticos franceses y españoles en su establecimiento, la obra de Ciscar de 1800, la construcción de los patrones para el metro y el tratamiento del tiempo como una magnitud ajena a este sistema metrológico.

La obra de De Lorenzo recapitula y divulga conocimientos sobre el origen del metro, su establecimiento y utilización. Resalta el enfoque físico-matemático con que se presentan estas ideas. Constituye una fuente de datos históricos sobresalientes, ilustraciones y explicaciones que ponen de manifiesto el vínculo del autor con áreas como la Física y la Historia de las Ciencias.

Hasta aquí, nos hemos aproximado al SMD desde ámbitos externos que justifican y contextualizan su definición científica y su posterior adopción en España. Abordar y exponer estas ideas desde los acontecimientos políticos, económicos, científicos y sociales ocurridos en España durante el siglo XIX, sumergen la investigación en una necesaria realidad histórica: la realidad española al momento de la incorporación de las nuevas unidades de pesas y medidas métrico-decimales en el currículo de matemática como parte de la reforma llevada a cabo en el Sistema Educativo español.

CAPÍTULO 3

Marco Teórico

El capítulo se organiza en siete apartados para enfocar las especificidades del estudio desde tres áreas principales del conocimiento: Matemáticas, Educación e Historia, que soportan y apoyan este estudio, dedicado a la Historia de la Educación Matemática y su marco metodológico. El primer apartado establece aquellas ideas vinculadas a conceptos matemáticos para un acercamiento inicial con el objeto de la investigación, el SMD. En el segundo apartado se muestran aquellas ideas que expresan la visión curricular del estudio. Se subrayan aspectos teóricos sobre el cambio curricular, el Sistema Educativo español, la enseñanza del SMD y otros vinculados a los libros de texto como documentos curriculares y fuentes de información. El tercer apartado explora las particularidades del libro de texto como instrumento para la difusión de conocimientos matemáticos y del SMD en España.

Las tres secciones siguientes exponen diversas ideas sobre la historia. El cuarto apartado se centra en abordar algunas ideas generales sobre la historia. El quinto apartado particulariza el uso de la historia en la didáctica de la matemática. Los aspectos sobre la investigación histórica, su utilización en educación matemática y el método histórico se recogen en el sexto apartado. Finalmente, el séptimo apartado muestra un balance de las ideas teóricas presentadas previamente.

3.1. Una aproximación matemática

Una aproximación matemática del problema de investigación nos dirige a reflexionar sobre la estructura conceptual del SMD en un período determinado. Esto conduce a estudiar varios conceptos vinculados a los sistemas metrológicos, sus significados e interpretaciones.

Recalcamos en este punto la idea principal de nuestra investigación: llevar a cabo un estudio histórico sobre la implantación del SMD en España durante la segunda mitad del siglo XIX, su difusión mediante el sistema educativo de la época y el papel desempeñado por los

libros de texto de matemáticas como instrumentos de la reforma curricular llevada a cabo en el ámbito educativo. Esta delimitación nos ubica en el siglo XIX, período en el cual se enmarcan las ideas siguientes sobre algunos de los conceptos mencionados.

3.1.1. Las nociones de magnitud, cantidad, unidad, número y medida en el siglo XIX

A lo largo del tiempo, nociones como magnitud, cantidad, unidad, medida y número han experimentado cambios en la forma de ser concebidas. Estos cambios han marcado rupturas en la manera de conceptualizar estas nociones matemáticas. Gómez (1999) reconoce cuatro modos de entender estos conceptos, en cuatro épocas históricas que se identifican en su evolución. Centrados en la noción de número, reconocemos cuatro periodos:

- El primero, desde los griegos hasta finales del siglo XVI, vincula la definición de número de Euclides como modelo dominante.
- El segundo se extiende hasta el siglo XVII con la ruptura de la concepción griega y la definición de número de Stevin.
- Para el siglo XVIII las definiciones de número de Newton y de magnitud de Euler — desarrollos posteriores a la definición de Stevin—, junto a las conceptualizaciones de los negativos, caracterizan el tercer punto de vista.
- El cuarto, el denominado moderno e iniciado en el siglo XIX, alimenta los desarrollos formales de la actualidad.

La delimitación de nuestro estudio hace que focalicemos las ideas del tercero y cuarto puntos de vista. Si bien no puede negarse la influencia y permanencia de las ideas de Aristóteles, Galileo, Stevin y Descartes, son los planteamientos de Euler y Newton los que, a pesar de ubicarse en la historia de los siglos XVII y XVIII, trascienden estos períodos y constituyen la fundamentación directa en las concepciones matemáticas del siglo XIX.

Describimos en este apartado las nociones predominantes sobre magnitud, cantidad, unidad, número y medida en el siglo XIX para sentar las bases para identificar tendencias conceptuales por parte de los autores de los libros de texto que son objeto de análisis.

Magnitud

Las posiciones sobre cómo entender la magnitud son diversas y apreciables en las diversas nociones que a lo largo del tiempo han definido este concepto. Ferrater (1984) apunta que la magnitud puede entenderse a partir de posicionamientos que la vinculan a una multiplicidad, mensurable, de elementos en una misma cosa; a una cantidad determinada; a una mención de los componentes de un objeto; o incluso, a la operatividad matemática.

Ubicados en la realidad matemática y filosófica del siglo XIX, enfocamos las perspectivas de Euler y Newton sobre la noción de magnitud como base para reconocer especificidades en los libros de texto para este concepto.

Newton concibió las magnitudes matemáticas a partir de movimientos constantes. A continuación el fragmento de la versión de 1761 de la obra “*Quadratura Curvarum*” en el que se identifica y ejemplifica este concepto:

*Quantitates Mathematicas non ut ex partibus quam minimis constantes, fed ut motu continuo defcriptas hic confidero. Lineae defcribuntur ac defcribendo generantur non per appofitionem partium, fed per motum continuum pun&torum; fuperficies per motum linearum; folida per motum fuperficerum; anguli per rotationem laterum; tempora per fluxum continuum...*¹⁷ (p. 3)

Desde esta perspectiva, se entiende la magnitud como el resultado del movimiento continuo entre los elementos que la componen y no un simple conjunto de partes menores.

En los “Elements of Algebra”¹⁸ de Euler, la magnitud se relaciona con aquello susceptible de aumento o disminución: “Whatever is capable of increase or diminution, is called magnitude, or quantity. A sum of Money therefore is a quantity, since we may increase it or diminish it” (p. 1).

De esta forma, consideramos dos nociones específicas para la magnitud: la newtoniana, que entiende la magnitud como el resultado de movimientos continuos, y la euleriana que reconoce una cualidad de aumentar y disminuir en los cuerpos.

Cantidad

Con el tiempo, la cantidad se vinculó a distintas circunstancias: la constitución de las cosas (Aristóteles); las relaciones matemáticas (cuantitativas) en el espacio-tiempo (Galileo); la extensión de los cuerpos (Descartes); la condición de posibilidad de una experiencia científica (Kant). Posiciones que fundamentaron otros puntos de vista o fueron el motor de discrepancias sobre este concepto y su presentación.

Desde Stevin, la noción de cantidad estaba vinculaba a la noción de magnitud, es decir, se hacía referencia a la magnitud o a la cantidad desde una misma concepción. Esta comparación terminológica se identifica en “Elements of Algebra” de Euler (1810) donde el término cantidad puede sustituirse por el término magnitud para referir a la misma noción (ver noción de magnitud). De esta forma, se toma como base la influencia de la perspectiva de Euler sobre el concepto de cantidad en los libros de texto: la posibilidad para aumentar o disminuir (como sinónimo de la magnitud).

Unidad

Por siglos, la noción de unidad ha comprendido una diversidad de posiciones y discusiones para su establecimiento. Entender la unidad desde una concepción de origen, lo primero de las cosas: lo *uno*; o la unidad como lo contrario a la pluralidad, la negación de una división del ente (Ferrater, 1982).

La perspectiva de Newton (1802) reconoce la unidad como la cantidad definida, establecida o fijada a partir de la cual se realiza una comparación con otra cantidad de la

¹⁷ Del párrafo: “Las magnitudes matemáticas no están formadas por partes tan pequeñas como sean, sino como descritas por un movimiento continuo. Las líneas están descritas y engendradas, no por la yuxtaposición de sus partes, sino por el movimiento continuo de sus puntos; las superficies, por el movimiento de las líneas; los sólidos por el movimiento de las superficies; los ángulos por la rotación de los lados; el tiempo por un flujo continuo.”

¹⁸ Segunda edición de la versión inglesa de 1810.

misma especie que da origen al número: “On entend par nombre, moins une collection de plusieurs unités qu’un rapport abstrait d’une quantité quelconque à une autre de même espèce, qu’on regarde comme l’unité”¹⁹ (p. 2).

La misma noción se identifica en el planteamiento de Euler que la concibe como la cantidad conocida o establecida para la comparación, o el establecimiento de una razón (el número), con otra cantidad.

Now we cannot measure or determine any quantity, except by considering some other quantity of the same kind as known, and pointing out their mutual relation (...)

So that the determination, or the measure of magnitude of all kinds, is reduce to this: fix at pleasure upon any one known magnitude of the same species with that which is to be determined, and consider it as the measure or unit (...) This proportion is always expressed by numbers; so that a number is nothing but the proportion of one magnitude to another arbitrarily assumed as the unit. (Euler, 1810, p. 2)

De ambas interpretaciones, se reconoce la unidad como la cantidad conocida y previamente definida que se toma como objeto de referencia para la comparación con otra cantidad de la misma especie.

Número

El concepto de número ha propiciado una variedad de cuestiones orientadas desde diferentes perspectivas ontológicas y epistemológicas. La búsqueda de argumentos sobre las características de estos entes (los números) y su origen conducen hasta los principios de la Escuela Pitagórica, las ideas de Platón y la conceptualización de Euclides sobre el número perpetuada por más de 20 siglos, cuyas propuestas, algunas similares otras contrarias, conceptualizan el número en épocas diferentes (Rico, 1998). Así, se ha entendido el número desde una relación con las cosas, una asociación a las ideas, una multitud de medida, o a la identificación de una clase.

Con proximidad al periodo delimitado para nuestro estudio, en los siglos XVII y XVIII, se reconoce una disyuntiva sobre esta conceptualización: un concepto empírico o a priori del número, una concepción a partir de relaciones entre cosas o un producto de la imaginación. Diferencias que mostraron la diversidad de posiciones en la forma de concebir el número.

Hacia una síntesis sobre la conceptualización del número en el siglo XIX, enfocamos nuevamente las posiciones de Euler y Newton. En *Arithmetica Universalis*, publicada en 1802, Newton concibe el número como la razón entre cantidades comparables que surge de la medida absoluta de las magnitudes. Bajo este entendido, el número nace de expresar la relación mensurable entre dos cantidades.

On entend par nombre, moins une collection de plusieurs unités, qu'un rapport abstrait d'une quantité quelconque à une autre de même espèce, qu'on regarde comme l'unité. Le

¹⁹De la frase: se entiende por número, no tanto una colección de muchas unidades, como una relación abstracta de una cantidad cualquiera a otra de la misma especie que se considera como unidad.

*nombre est de trois espèces, l'entier, le fractionnaire par un sous-multiple de l'unité; le sourd est incommensurable avec l'unité.*²⁰(p. 2)

Desde la postura de Euler, el número es la forma en que se representa la relación entre dos cantidades; es decir, es la razón de una magnitud a otra arbitrariamente definida como la unidad. “This porportion is always expressed by numbers; so that a number is nothing but the proportion of one magnitude to another arbitrarily assumed as the unit” (p. 2).

Medida

Aristóteles concibió la medida a partir de la exposición de la cantidad: “Medida es, en efecto, aquello por lo que se conoce la cantidad” (Metafísica. Libro X. Capítulo 1, pp. 133). Sus ideas atan la medida a la unidad y a lo discreto, en el entendido que la cantidad se conoce mediante el *uno*, la primera de cada especie. La medida, aquello por lo que primeramente se conocen las cosas, es indivisible: “aquello a lo que parece que no se le puede quitar ni añadir es la medida exacta” (Metafísica. Libro X. Capítulo 1, p. 133).

Las ideas de Euler aproximan a considerar la medida como una fase del proceso de comparación entre cantidades relativa a la noción de uno. Sus ideas ponen de manifiesto la influencia de los planteamientos aristotélicos.

Entendemos la medida desde la comparación de cantidades: es el resultado en el establecimiento de una relación mutua, de una comparación o razón, entre dos cantidades, una de ellas establecida o fijada con antelación; y, como la unidad seleccionada para tal fin.

Vemos así como, en la fundamentación matemática de estas nociones y para cada magnitud, las cantidades vienen determinadas por sus medidas, medidas que se determinan numéricamente a partir de una unidad o sistema de unidades. El orden lógico para organizar el estudio de las distintas magnitudes comienza con un sistema numérico bien estructurado (el SDN) y con un sistema de unidades convencional, coherente con el sistema de numeración. La elaboración del SMD constituyó la culminación de una necesidad intelectual puesta de manifiesto por las nociones de medida, cantidad y magnitud con las que se organizó la comprensión y control del mundo físico, sostenido por el continuo espacio-tiempo.

3.1.2. Pesas y medidas

Otros aspectos a considerar desde el enfoque matemático son las unidades de pesas y medidas, la definición del SMD como estructura matemática y su evidente relación con propiedades del SDN.

Resulta imposible separar las pesas y medidas, como objetos o instrumentos matemáticos, de las actividades sociales del hombre. Son diversos y numerosos los escritos sobre el origen de las matemáticas, su vínculo con el desarrollo de las culturas y las civilizaciones y el surgimiento de las pesas y medidas (Gillies, 1992; Gordon-Childe, 1979; Høyrup, 1994; Kula, 1980). Esta y otra bibliografía permite una selección de ideas sobre las

²⁰Del párrafo: se entiende por número, no tanto una colección de muchas unidades, como una relación abstracta de una cantidad cualquiera a otra de la misma especie que se considera como unidad. El número es de tres especies, el entero, el fraccionario y el sordo. El entero está medido por la unidad; el fraccionario por un submúltiplo de la unidad; el sordo es inconmensurable con la unidad.

pesas y medidas con una aproximación al entorno social y científico; aspectos que resaltan el carácter sociológico del estudio.

Por una parte, el surgimiento del conocimiento matemático en las primeras civilizaciones de las que guardamos memoria se caracteriza por tres focos de atención. El primero muestra las matemáticas como un conjunto de herramientas para satisfacer la necesidad social de resolver problemas; el segundo aborda la matemática como ciencia; y, el tercero se centra en la astronomía matemática (Gordon-Childe, 1979).

Contar, calcular, medir y dibujar son tareas claves en los requerimientos que plantean estos focos; por ello, estas actividades se han considerado sobresalientes en el desarrollo social de las matemáticas. Wartofsky (1987) resalta el hecho que las prácticas empíricas como contar, repartir, distribuir y ordenar los bienes e instrumentos de la vida social y familiar son los fenómenos básicos cuya organización ha facilitado la introducción de técnicas de medida adecuadas a una existencia social con sentido y civilizada.

La comparación entre objetos tomando en cuenta su longitud, anchura, peso y otras magnitudes facilitó la determinación de patrones fijos, en pesas y medidas establecidas históricamente, a partir de convenciones o consensos sociales entre individuos de cada cultura (Gordon-Childe, 1979). Concebir las medidas desde la representación de la comparación entre cantidades, y los pesos a partir de una distribución en cantidades de productos de uso común, condujo a una vinculación con la aritmética y la resolución de problemas y cuestiones en diversos ámbitos sociales (Gordon-Childe, 1979; Kula, 1980; Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales [RACEFN], 1996; Vera, 1967). De esta forma, atendemos las pesas y las medidas desde una visión matemática, como objetos matemáticos en el establecimiento de relaciones aritméticas.

3.1.3. Los números decimales

Destacar referencias temáticas sobre los números decimales podría requerir de una presentación preliminar de aspectos e ideas vinculadas a los números fraccionarios y su clasificación destacando trabajos preliminares de investigación sobre su enseñanza y aprendizaje (Figueras, 1988, 1989). Sin embargo, con la intención de profundizar en la perspectiva matemática del estudio, abordaremos algunos aspectos sobre los números decimales, su concepción y enseñanza, y su relación con las medidas de longitud, superficie, volumen y peso a lo largo del tiempo, especialmente durante el período que se estudia, con el fin de resaltar el vínculo que une a estos números con las unidades del SMD.

Centeno (1997) presenta una amplia exposición sobre el surgimiento, el desarrollo, las características y la enseñanza de los números decimales. Su propósito radica en la búsqueda de respuestas a cuestiones sobre la comprensión de estos números, su enseñanza y su utilidad en la vida cotidiana y laboral de cada individuo. El estudio aborda desde sus inicios el SDN en la civilización árabe y, posteriormente, describe su extensión en occidente, destacando los aportes de Stevin. Este último autor centra su atención en mostrar cómo los cálculos y las medidas pueden simplificarse con el uso de los decimales. Las obras de Stevin son un precedente de la relación entre los números decimales y las medidas métrico-decimales.

En *La Disme* (1585), Stevin realiza una organización posicional de los números racionales a partir de una parte entera y de razones como $1/10$, $1/100$, $1/1000$... las que designaba mediante los símbolos ①, ②, ③, ... y nombra como primera, segunda, tercera, etc., posición decimal. Con la propuesta de Napier, desde 1620 se sustituye esta notación por la actualmente conocida que introduce la “coma” para separar la parte entera de la parte decimal logrando una consolidación a partir del advenimiento del SMD.

La obra de Stevin impulsa, además de un sistema basado en una numeración decimal, un sistema de pesas, medidas y monedas basado en las divisiones decimales. Con *La Disme* los números arábigos “se convierten en la herramienta clave para expresar medidas y datos científicos” (Rico, Castro y Castro, 1985, p. 25). Los autores, al igual que Centeno (1997), reconocen esta consolidación y puntualizan la utilidad significativa de los números decimales en las actividades cotidianas, lograda fundamentalmente con la introducción del SMD.

Las necesidades sociales crecientes consolidaron la nueva adquisición conceptual: el comercio, los préstamos, la administración del estado, la guerra, la arquitectura, las necesidades demográficas y contables en general, encontraron en los nuevos números el instrumento adecuado para su expresión y para la obtención de resultados fiables a partir de los nuevos algoritmos establecidos. (Rico, Castro y Castro, 1985, p. 24)

De todos modos cualquier cambio de método es siempre muy lento y en las aritméticas destinadas a los comerciantes, los autores —incluso en pleno siglo XVIII— despreciaban el cálculo con decimales, que tenía poca utilidad, dada la arbitrariedad del sistema de medidas. Sólo cuando los países fueron adoptando el sistema métrico fue cuando el cálculo con decimales adquirió todo su interés en la vida práctica. (Centeno, 1997, p. 49)

Contextualizado en el ámbito educativo, Gómez (2010) destaca los entornos, los procedimientos para la enseñanza de los números decimales y los enfoques para organizar esta enseñanza. En palabras del autor:

Los números decimales se construyen a partir de la expresión numérica de cantidades en términos de unidades y subunidades de medida en el Sistema Métrico Decimal. La coma decimal es la marca que sirve para diferenciar la unidad principal de medida de las subunidades convencionales de medida, y actúa como el indicador que señala el paso de la una a las otras. (p. 99)

Esta reflexión muestra el vínculo entre el SDN y el SMD destacando la enseñanza y el aprendizaje de los decimales desde una situación metrológica. Así, esta aproximación a la notación decimal favorecería posibles cambios en la organización de su enseñanza en el siglo XIX, que podrán identificarse mediante el análisis de documentos elaborados en atención a la adopción del SMD en España. Siguiendo a Centeno (1997):

La progresiva adaptación del Sistema Métrico Decimal en casi todos los países del mundo favoreció la extensión de los cálculos con decimales. Estos números siguen siendo los de Stevin y conservan su carácter práctico sin una condición definida hasta finales del siglo XIX, cuando Cantor y otros matemáticos empezaron a interesarse en los fundamentos de las matemáticas. (p. 51)

De ello, resaltamos una influencia, a partir de la adopción del SMD, en los procesos de enseñanza de los decimales evidenciada incluso en la enseñanza de las fracciones (Escolano y

Gairín, 2007) y que pudo haber marcado significativamente la organización didáctica de esta temática desde entonces.

3.1.4. El Sistema Métrico Decimal

Producto de la ideología progresista y los trabajos de pensadores y científicos, el SMD respondió a la adopción de un modelo basado en la Naturaleza. El nuevo sistema “toma como unidad de medición fenómenos astronómicos independientes del hombre” (Kula, 1980, p. 4), y se establece con base en una nueva unidad de medida longitudinal, definida a partir de mediciones en el cuadrante de meridiano terrestre entre Dunkerque y Barcelona. Estas medidas dieron como resultado la definición del metro, la diezmillonésima fracción de esta longitud²¹, que inicia todo un proceso de unificación metrológico, aún no concluido, a nivel mundial. El objetivo del SMD fue la unificación y racionalización de las unidades de medición, y de sus múltiplos y submúltiplos. Las características con las que se platearon dichas unidades fueron: neutralidad, universalidad, ser prácticas y fácilmente reproducibles.

El SMD consiste en el conjunto organizado y sistemático de unidades de medida a partir de tres magnitudes básicas: longitud, masa y tiempo, que tiene por base el metro. Los múltiplos y submúltiplos de las distintas unidades de este sistema corresponden a potencias enteras de diez, las cuales han constituido la base del actual Sistema Internacional de unidades. Su utilidad en la ciencia, la industria y el comercio ha trascendido fronteras geográficas y temporales asentándolo como uno de los mayores logros de la inteligencia humana (RACEN, 1996).

La organización del SMD se llevó a cabo a finales del siglo XVIII y comienzos del XIX, a partir de las magnitudes longitud, superficie, volumen, capacidad y peso; se centró en la definición de las unidades básicas para estas magnitudes a partir de la unidad fundamental, el metro, y en el establecimiento de unidades superiores e inferiores a cada unidad básica mediante sus múltiplos y submúltiplos según las potencias enteras de base diez. El SMD significó un cambio en la nomenclatura de las pesas y medidas de antaño.

Ha de reconocerse el papel de la ciencia española en el proceso de cambio en la metrología. Como se ha indica en el Capítulo 2, la situación científica de la época (un aumento en el asociacionismo científico, la consecución de ambiciosos proyectos científicos y la inclusión de las nuevas unidades en la bibliografía científica) propició igualmente la adopción del SMD en España.

3.2. Una aproximación curricular

Desde el campo de la investigación, entendemos que la investigación educativa se encarga de responder cuestiones y problemas vinculados a la enseñanza y el aprendizaje en un determinado campo del conocimiento. La diversidad de áreas del conocimiento, junto a las características particulares establecidas y utilizadas para su enseñanza y aprendizaje,

²¹ Dado el grado de error en su determinación y la necesidad de una precisión mayor, en 1960 se realizó una redefinición del mismo aunque la definición actualmente aceptada corresponde a la de 1983 que lo describe como el trayecto recorrido por la luz en el vacío durante 1/299792458 segundos.

fragmentan el amplio campo de la educación en otras áreas de estudio con objetivos y propósitos propios como la Educación Matemática.

En lo que sigue, abordamos determinadas características de la educación matemática y la investigación en esta área, así como las especificidades político-educativas que describen el contexto social en que se enmarca el estudio.

3.2.1. La Educación Matemática

Siguiendo a Rico, Sierra y Castro (2002) el campo de la educación matemática comprende una variedad de términos y símbolos; una diversidad de acciones, técnicas, actitudes y recursos para la construcción y aplicación de los conocimientos matemáticos. Su alcance llega a la actividad del docente desde su etapa de formación hasta su papel como agente en la transmisión, explicación y comprensión de conceptos matemáticos y la formación y educación integral del estudiante en una cultura matemática.

La educación matemática se entiende a partir de tres sentidos. Primero, a partir de las matemáticas como objeto de enseñanza y aprendizaje. Segundo, como actividad educativa. Y, tercero, como disciplina científica que, mediante investigaciones metódicas y sistemáticas, permite la interpretación, predicción y actuación sobre los fenómenos propios de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Partiendo del sentido investigador descrito y tomando en consideración el método histórico, las investigaciones en esta área nos acercan al estudio de los aspectos históricos de la educación matemática. Esta cercanía ha permitido recientemente a diversos autores realizar trabajos en el campo de la investigación educativa, específicamente en áreas como la historia en la educación matemática y la historia de la educación matemática (Furinghetti, 1997; Furinghetti y Somaglia, 1998; González y Sierra, 2003; Kilpatrick, 1994). Estos últimos, similarmente, abarcan a los más específicos como por ejemplo la historia de la educación matemática en España.

3.2.2. La investigación en Educación Matemática

La investigación en educación matemática ha pasado por un largo proceso para el establecimiento de una identidad propia. Este ha requerido de la formulación de sus propias cuestiones y la definición de las formas en que deben ser tratadas. Tales acciones, llevadas a cabo por un cuerpo de matemáticos y profesores, han permitido a la investigación en educación matemática diferenciarse de otros tipos de investigación en el campo educativo. Así, podemos considerarla como un campo con forma, dirección y entidad propia (Kilpatrick, 1994).

Este tipo de investigación surgió en las universidades a comienzos del siglo XIX. Desde sus inicios, ha estado acompañada por la influencia de dos disciplinas: la Matemática misma, a cargo de matemáticos interesados en explorar la enseñanza y aprendizaje de su materia; y la Psicología que, con el estudio de patrones de desarrollo cognitivo, ha establecido la graduación escolar por edades y se ha confirmado como un elemento fundamental del currículo escolar.

Kilpatrick (1994) realiza una clasificación de los propósitos de la investigación en educación matemática según su grado de relación con distintos campos del conocimiento:

- Una investigación en educación matemática, cercana a las ciencias naturales, orientada por la tradición empírico-analítica busca explicar, precedir o controlar, es decir, persigue las metas tradicionales de la ciencia.
- Si su cercanía es con la comprensión interpretativa de una cultura, se intentan comprender los significados que tienen la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para los implicados en estos procesos.
- Si la investigación se aproxima a la sociología crítica —por medio de la investigación en acción— la investigación procura aportar al mejoramiento de la práctica docente y a la inclusión de los participantes en esta mejora.

Ya sea que la investigación en educación matemática se utilice como un medio por el cual los profesores, en formación o en ejercicio, se dediquen a buscar explicaciones o respuestas a distintos cuestionamientos y fenómenos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; responda a una relación con diversas disciplinas o campos del conocimiento; o sea el resultado de ciertas directrices políticas, debe reconocer que este dinamismo y variedad da solidez a su identidad como actividad de indagación.

Es sabido y considerado por expertos y profesionales que la didáctica de la matemática centra su atención en indagar sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a partir de la atención a distintos problemas detectados en la práctica escolar y en la formación de profesores. El estudio de estos problemas y situaciones en los ámbitos curricular, formativo y teórico es la base del trabajo conceptual y metodológico que realizan los investigadores en el área. Su propósito es proporcionar respuestas y soluciones para mejorar y transformar la práctica mediante una labor investigadora rigurosa, válida y reconocida.

La Didáctica de la Matemática se ocupa de indagar metódica y sistemáticamente sobre la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas así como proporcionar fundamentación teórica y sostener los planes para la cualificación profesional de los educadores matemáticos.

Hemos delimitado tres campos de reflexión en la educación matemática, que consideran problemas distintos y proceden de ámbitos de actuación diferenciados.

Un primer campo, el curricular, se centra en la transmisión del conocimiento y en su evaluación, es decir, estudia los problemas derivados de la enseñanza, aprendizaje y valoración de las matemáticas en el medio escolar.

Un segundo campo, el profesional, contempla la formación, preparación, actuación y desarrollo de quienes asumen la responsabilidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

El tercer campo, el científico, considera la actividad de fundamentación, teorización y experimentación que permite interpretar, predecir y actuar sobre los fenómenos derivados de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

La investigación en Didáctica de la Matemática estudia y trabaja sobre los problemas que se detectan y surgen en estos tres campos. Selecciona sus problemas en los ámbitos mencionados y se atiene a las condiciones propias de la investigación científica: indagación sistemática en un marco epistémico y con intención transformadora del medio educativo. (Rico, 2012, pp. 54-55)

Niss (1999) subraya aspectos y algunos hallazgos para entender la investigación en didáctica de la matemática como una disciplina científica y académica, limitada en tiempo y contexto, y afirma que ésta debería formar parte de la agenda de matemáticos investigadores en las distintas áreas de la matemática.

Propiamente sobre el proceso de indagación, Balacheff, Howson, Sfard, Steinbring, Kilpatrick y Sierpiska (1993) acentúan los elementos a tomar en cuenta durante la investigación en educación matemática: el objeto de estudio, los objetivos, las cuestiones y los resultados. Por su parte, Rico, Sierra y Castro (2002) delimitan y ejemplifican este campo de estudio resaltando las líneas de investigación que guían el trabajo de investigadores en España. Entre estas, diseño y desarrollo curricular; pensamiento numérico y algebraico; conocimiento y desarrollo profesional del profesor de matemáticas; historia de la educación matemática y, evaluación en matemáticas.

La diversidad de problemas y cuestiones vinculados a la didáctica de la matemática contribuye a que estos sean abordados desde distintas perspectivas o campos de investigación. Gutiérrez (1991) sostiene que la investigación en didáctica de la matemática se encuentra en una posición intermedia respecto a otros campos de investigación científica como la psicología, la matemática, la pedagogía, la sociología, la epistemología y la antropología o historia (Figura 5).

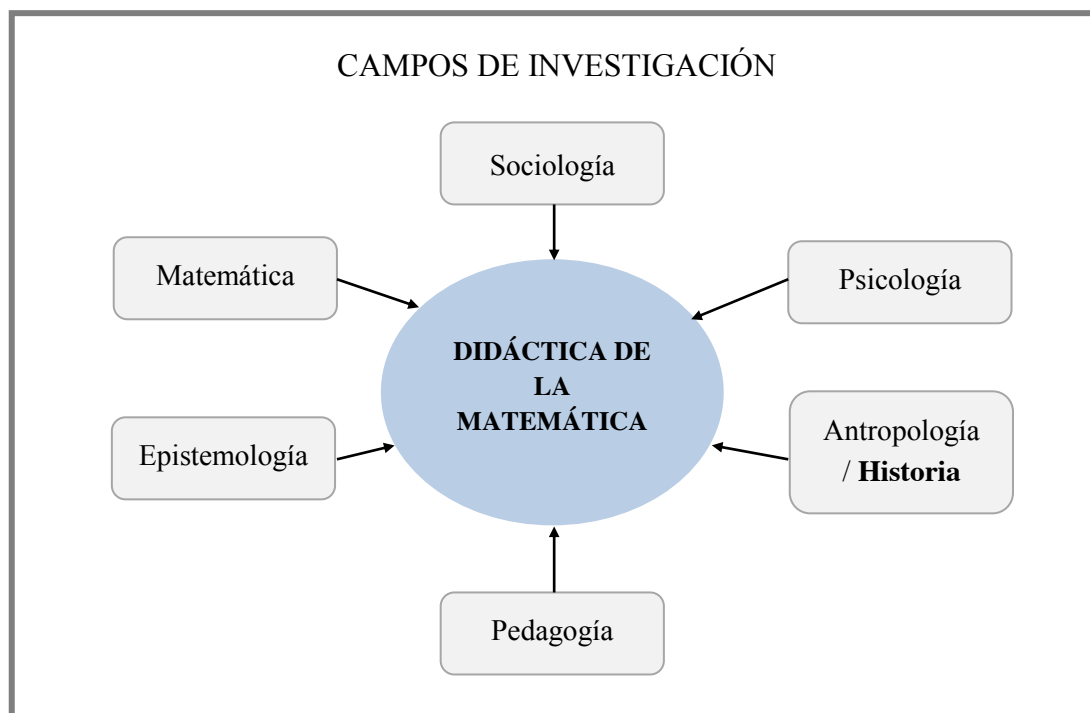


Figura 5. Investigación en didáctica de la matemática y otras áreas de la investigación

Esta aproximación entre campos permite a los investigadores en didáctica de la matemática utilizar, unir o adaptar procedimientos propios de las otras áreas de investigación a su trabajo científico según sus necesidades y puntos de vista.

Tipos de investigación en didáctica de la matemática

Como es sabido, las técnicas y métodos de la investigación educativa dan cobertura a los estudios en educación matemática. En este sentido, Sierra (2011) indica cinco campos de indagación para los estudios en educación matemática: (a) investigación descriptiva, (b) investigación experimental, (c) investigación cualitativa o interpretativa, (d) investigación histórica e (e) investigación acción.

Las investigaciones en didáctica de la matemática pueden tipificarse a partir de aspectos como la finalidad del estudio y el enfoque teórico y metodológico seleccionado para su realización. Desde un marco general, Gutiérrez (1991, pp. 160-166) sostiene que, a partir del enfoque utilizado por el investigador, se pueden distinguir dos tipos de investigaciones en didáctica de la matemática: investigaciones prácticas e investigaciones teóricas. Las primeras abarcan aquellas de recopilación de información, análisis de comportamiento e investigaciones curriculares. Las teóricas recogen aquellas que desarrollan aspectos de la historia de la enseñanza de las matemáticas —o de la matemática misma— y las que recogen los resultados de investigaciones previas sobre un tema particular para establecer algunas generalidades. Estas últimas buscan destacar el valor intrínseco de un determinado concepto matemático como componente de la cultura y han sido el encuadre utilizado por algunos investigadores para el estudio del desarrollo histórico de conceptos, la comprensión del proceso de aprendizaje o la organización de su enseñanza.

Con más precisión, Gutiérrez (1991, pp. 152-155) identifica también tres tipos de investigaciones en educación matemática: (a) trabajos dirigidos a la elaboración de teorías de enseñanza o aprendizaje de las matemáticas; (b) trabajos realizados por los profesores para el diseño y elaboración de actividades o planes de enseñanza que mejoren su eficacia —de la enseñanza— y la profundidad del aprendizaje en los estudiantes; y (c) aquellos orientados a estudiar una parte de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y que son el generador de la información que trasciende entre la comunidad internacional de investigadores en didáctica de la matemática interesada por un mismo tema. Estos últimos se señalan como los de mayor auge entre investigadores y grupos de investigación en las distintas áreas temáticas. Rico (2012, pp. 49-50) distingue estos trabajos como tradiciones en investigación a las que denomina: tradición crítica, tradición normativo-interpretativa y tradición empírico-científica, respectivamente.

3.2.3. Currículo y cambio curricular

El apartado destaca la noción de currículo, sus componentes y las particularidades de sus cambios en educación matemática. Estas ideas ubican nuestro estudio en una perspectiva educativa teórica focalizada en aspectos y reformas curriculares.

Sobre la concepción de currículo

Stenhouse (1984) destaca el currículo como aquella actividad para la planificación de una formación; es decir, constituye una propuesta para actuar en educación. Howson, Keitel y Kilpatrick (1982) han estructurado la noción de currículo, en matemáticas, desde el

planteamiento de metas, contenidos, métodos y medios de valoración, resaltando además el papel del profesor como un elemento trascendental en este proceso.

En nuestro caso, entendemos el currículo desde el planteamiento de Rico y Lupiáñez (2008) como “el plan de formación en matemáticas para los niños, jóvenes y adultos que tiene lugar en el sistema educativo de un país” (p. 34), cuyo diseño y desarrollo deberá dar respuestas a cuestiones sobre los conocimientos requeridos para esta formación, los expectativas u objetivos, las formas, medios o estrategias para llevarla a cabo y su valoración.

Sobre los cambios curriculares en matemáticas

En un marco general, las reformas curriculares en los sistemas educativos ocurren a partir de diversas cuestiones, posicionamientos y disposiciones políticas. No obstante, desde la perspectiva de autores como Howson, Keitel y Kilpatrick (1982) y Rico, Sánchez y Llinares (1997) estas reformas en el campo de las matemáticas conllevan un cambio en los cuatro componentes fundamentales del currículo; es decir en las metas, el contenido, los métodos de enseñanza y los medios de valoración definidos, que influyen directamente en el proceso de diseño y planificación de unidades didácticas y en la elaboración de textos de matemáticas para su enseñanza.

Tratar los cambios en el currículo de matemáticas, en un contexto y período determinado, conlleva no sólo al estudio de las consecuencias que ese cambio produce, sino también a los factores que inciden en ello y a la forma en que se desarrolla. Sobre este último aspecto Rico, Sánchez y Llinares (1997) apuntan que un cambio en el currículo de matemática responde a una serie de presiones y barreras a favor y en contra de esta variación (Figura 6).

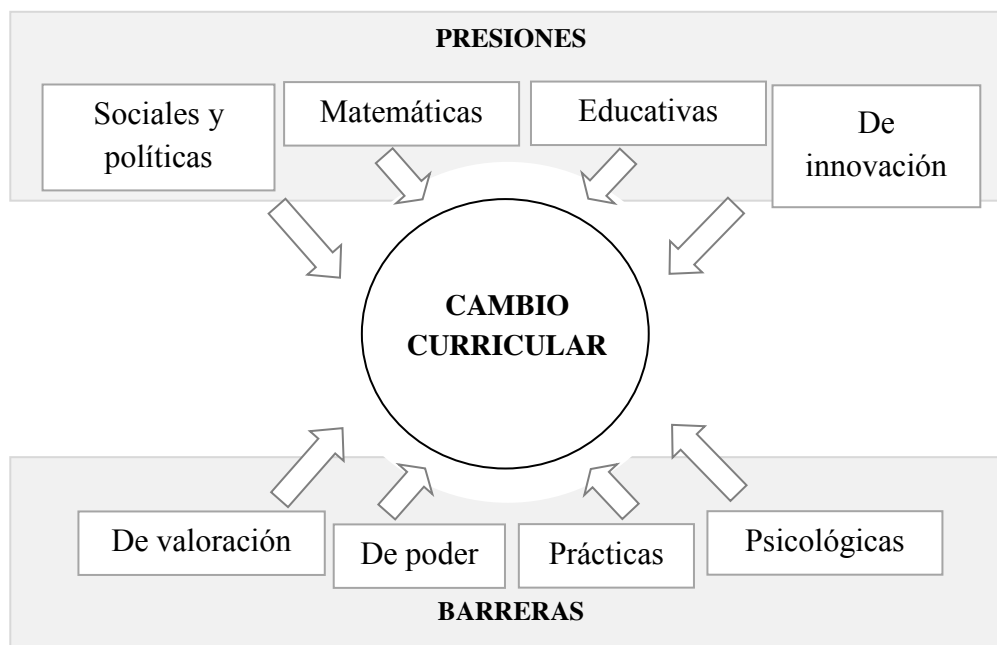


Figura 6. Fuerzas que actúan en el cambio curricular

Las presiones a favor del cambio se caracterizan desde aspectos como lo social y político, el desarrollo de las matemáticas, la educación y los deseos de renovación de los individuos en diversas áreas vinculadas con la educación matemática. La Tabla 3 muestra algunos detalles para cada una de estas presiones.

En cuanto a las barreras o fuerzas opositoras y contrarias al cambio, su origen se vincula al apego de los individuos a principios y valores culturales —distinguidos con más detalle a través de la historia—, a situaciones de poder, a una falta de un desenvolvimiento práctico y a razones psicológicas como la inseguridad y el temor por lo desconocido.

Tabla 3. *Tipos de presiones y barreras en el cambio curricular*

Cambio curricular	
Presiones	
Social y política	Planteamientos ideológicos y filosóficos <ul style="list-style-type: none"> - Movimientos de igualdad - Demandas profesionales - Desarrollo económico y tecnológico - Demandas políticas locales
Matemática	Desarrollo matemático <ul style="list-style-type: none"> - Desarrollo y organización de teorías - Nuevos modos de presentar conocimientos - Aparición de medios técnicos avanzados - Cambios en la organización de planes de estudio de niveles superiores
Educativa	Nuevas teorías educativas Resultados de investigaciones Nuevas tecnologías Importación de estrategias
Deseos de innovación	Abandono de rutinas Competitividad Planteamiento de nuevas metas Aspectos comerciales
Barreras	
De valoración	Valores o principios políticos, educativos, sociales o religiosos
De poder	Generaciones jóvenes versus generaciones de más edad Pérdida de autonomía
Prácticas	Desconocimiento de nuevos contenidos o procedimientos Falta de recursos didácticos Eliminación de conocimientos útiles Cambio de planificación
Psicológicas	Lo desconocido Errores previos y precedentes equivocados

De esta forma, las exigencias políticas no suelen ser las únicas fuerzas que presionan hacia un cambio curricular en la enseñanza de las matemáticas. Existen empujes que inciden e impulsan un cambio curricular que pueden tener su origen en grupos o movimientos sociales, en las matemáticas, en la educación o en los deseos de innovación. Y otros, resistencias, que trabajan en contra de la transformación del currículo de matemáticas, especialmente por motivos de valoración, cambios en las relaciones de poder, cuestiones de tipo práctico o motivaciones psicológicas.

Sobre el cambio curricular como un proceso analizable y valorable, los mismos autores plantean seis fases desde las cuales puede estudiarse la puesta en práctica de una innovación en el currículo de matemáticas. Estas son, la identificación de requerimientos u opciones de actuación, la formulación de un curso de acción, la negociación con grupos para su puesta en práctica, la difusión de la propuesta a partir de su exposición a grupos más amplios, la ejecución o su puesta en práctica y la evaluación mediante valoraciones consecutivas, continuas y comparativas que conduzcan al reconocimiento de nuevos problemas que puedan atenderse con otras reformas.

3.2.4. El Sistema Educativo español

Desde un marco general, Delgado (2005) describe las particularidades de la educación en España durante 1789-1975. Su estudio destaca la política educativa, la influencia de las ideas eclesiásticas, la organización institucional y las corrientes pedagógicas predominantes en cinco periodos de la historia de España: primera y segunda mitad del siglo XIX; primer tercio del siglo XX; la República y la Guerra Civil; y finalmente, el Franquismo.

En Rico, Díez, Castro y Lupiáñez (2011) encontramos una descripción del currículo de matemática para la educación obligatoria en los últimos 65 años mediante el análisis de los últimos cuatro programas de estudios para matemáticas²², enfocados desde la perspectiva curricular (sus dimensiones) y atendiendo a tres niveles de reflexión: (a) los fines de la educación; (b) la organización del sistema educativo; (c) el plan de trabajo para el profesor. Si bien, estos focos de reflexión son de indudable importancia en la enseñanza de los conocimientos matemáticos, toma realce a los efectos de nuestro trabajo la organización del sistema educativo.

Las ideas expuestas en el Apartado 3.2.3 nos proporcionan un fundamento para el estudio de la reforma curricular ocurrida en el Sistema Educativo español con la adopción del SMD, partiendo de sus causas (presiones a favor y barreras en contra), el proceso de su desarrollo y las consecuencias producidas e identificadas particularmente en las modificaciones en textos de matemáticas en la segunda mitad del siglo XIX.

Temporalmente, centramos nuestra atención en la organización del sistema educativo en la segunda mitad del siglo XIX. Esto con el propósito de identificar los cambios en los planes y libros de texto para la enseñanza primaria, secundaria y la formación de maestros debidos a la introducción del SMD. Sobre el tratamiento de las matemáticas en el currículo español resaltamos aquellas particularidades referentes a la aritmética —área que subrayamos por su vínculo con la enseñanza del SMD— a partir de una revisión de los planes de estudio comprendidos entre 1849 y 1892.

Como se ha expuesto, a partir del 19 de julio de 1849, se inició una nueva etapa en la historia metrológica de España que incide directamente en el sistema educativo de la época. La declaración de adopción del SMD dictó con firmeza que en todos los establecimientos en que se enseñaban las matemáticas se debía incluir el SMD como parte de este proceso de

²² Correspondientes a las disposiciones en la Ley de Educación Primaria (LEP) de 1945, la Ley General de Educación (LGE) de 1970, la Ley de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE) de 1990 y la Ley Orgánica de Educación (LOE) de 2006.

instrucción. La norma hizo que a partir de 1º de enero de 1852 el Sistema Educativo español incluyera dentro de sus disposiciones curriculares la enseñanza de las nuevas pesas y medidas como parte de los contenidos de aritmética.

El panorama educativo previo a 1849

En los años previos a 1849, la enseñanza en España se rigió por las disposiciones presentes en el Plan de Estudios de 4 de Agosto de 1836, con algunas modificaciones para la segunda enseñanza con los planes de estudios de 1845 y 1847.

La enseñanza primaria pública se organizaba en dos períodos: elemental y superior. El primero incluía en sus asignaturas²³ la enseñanza de los Principios de Aritmética, enfatizando las cuatro “reglas de contar por números abstractos y denominados”²⁴ (Utande, 1964, p. 18). El segundo abarcaba dos asignaturas: mayores nociones de aritmética, y principios de geometría y sus aplicaciones más usuales. Merecen atención el Plan de Instrucción Primaria de 21 de Julio de 1838 y el Reglamento de las Escuelas Públicas de Instrucción Pública elemental de 26 de Noviembre de 1838 que “fijan las bases de la primera enseñanza en la España del siglo XIX” (Vea, 1995, p. 24) enfatizando la enseñanza de la aritmética en las cuatro reglas elementales.

En cuanto a la instrucción secundaria pública, al igual que la primaria, ésta se organizó en dos períodos: elemental y superior, comprendiendo el primero los elementos de matemáticas y el segundo la misma asignatura pero con una mayor extensión. La tercera enseñanza se destinaba a diversas especialidades; entre ellas jurisprudencia, teología, medicina, farmacia y veterinaria; caminos y canales, minas, agricultura, comercio, bellas artes, artes y oficios; antigüedades, numismática y bibliografía. De ellas, las directamente relacionadas con las ciencias naturales, incluyendo las matemáticas, exigían la titulación de bachiller en ciencias²⁵ como requisito de ingreso.

Con el Plan de Estudios de 17 de Septiembre de 1845 se modificó la organización curricular para la enseñanza secundaria, así como la denominación de uno de sus cursos: elemental y de ampliación, destinándose los ejercicios de cálculo aritmético y las nociones de geometría al primer año del curso elemental y retomándose la aritmética en el cuarto año de los cinco establecidos para este período. La segunda enseñanza de ampliación se orientó a un perfeccionamiento de los conocimientos adquiridos en el período previo, el elemental, y a la preparación para los estudios en determinadas carreras. Organizada en dos bloques: letras y ciencias, se incluyó en esta última una preparación en conocimientos matemáticos.

El Plan de Estudios de 8 de Julio de 1847 para la enseñanza secundaria, unificó los dos bloques en que estaba dividida la segunda enseñanza y adoptó una única asignatura matemática denominada elementos de matemáticas.

Este es el panorama curricular más próximo que, hasta antes de la introducción del SMD, constituyó un componente del sistema educativo en España. A partir de ahora, nos

²³ Prestamos especial atención a los contenidos matemáticos, específicamente a los aritméticos.

²⁴ Se entiende por números abstractos aquellos que representan únicamente la idea de cantidad; números denominados aquellos que tienen asociada una unidad de medida.

²⁵ Titulación correspondiente a la aprobación de cursos de la enseñanza secundaria. También se establecía el Bachiller en Letras sin distinción de ramas dentro del currículo (Vea, 1995).

enfocaremos en describir los once planes de estudios para la enseñanza primaria y secundaria, emanados a lo largo del período 1849-1892, resaltando los aspectos relacionados con la enseñanza del SMD y que han puesto de manifiesto la influencia política en las reformas educativas llevadas a cabo. Luego abordamos la formación de maestros en las Escuelas Normales.

3.2.5. Los planes de estudio para la primera y segunda enseñanza entre 1849 y 1892

La historia proporciona información para la descripción de los diversos planes de estudios para la instrucción primaria y la enseñanza secundaria del período seleccionado.

La segunda mitad del siglo XIX, al igual que en el resto del siglo, muestra cómo la sociedad española se caracterizaba por una inestabilidad política a consecuencia de las diferencias ideológicas entre dos grupos sociales: absolutistas y liberales.

Sin entrar en más detalles de la situación política, para mantener nuestro interés en los cambios curriculares acaecidos entre 1849 y 1892, mencionaremos determinados hechos que marcan y reforman el currículo en España a raíz de diversos cambios en el sistema educativo.

El reinado de Isabel II abarcó los primeros 19 años del período en estudio. Este período se caracterizó por un predominio de las ideas liberales moderadas y una leve estabilidad política. Su influencia en el sistema educativo se reflejaba en las iniciativas de control tanto de los métodos como en la selección de textos oficiales para la enseñanza de las matemáticas. Con el destronamiento de Isabel II en septiembre de 1868 inició otra época política y educativa en España. El Sexenio Revolucionario, la I República y el período de La Restauración consiguieron algunas libertades y cambios para la enseñanza. Entre ellas, la eliminación del latín como asignatura obligatoria, la libertad de cátedra a los profesores que les facultaba para optar por los métodos y textos que consideraran más convenientes en la enseñanza, y sin duda, el fomento de la enseñanza de las ciencias como parte del currículo.

Este preámbulo político y educativo permite caracterizar los planes de estudios de matemáticas para estos niveles —primaria y secundaria— a partir de fuerzas políticas que incidieron directamente en su elaboración y la organización de los contenidos. Cabe resaltar que la mayoría de estos planes se orientaron a la enseñanza secundaria, nivel que presenta un desarrollo más activo respecto a la instrucción primaria e, incluso, a la Escuela Normal. La Tabla 4 muestra las directrices más relevantes sobre la enseñanza del SMD en primaria y secundaria entre 1849 y 1892.

Tabla 4. *Normativa educativa para primaria y secundaria entre 1849 y 1892*

Primaria	Secundaria
Planes de estudios de 1849 y 1850 ²⁶	
Continúa rigiéndose por las disposiciones de 1838 para este nivel ²⁷	Norma de 1849: - Aritmética para el tercer curso

²⁶ Se presentan conjuntamente pues ambos se dictan previo a la incorporación oficial del SMD en el currículo.

Tabla 4. Normativa educativa para primaria y secundaria entre 1849 y 1892

- Principios de aritmética (cuatro operaciones básicas)	- Reordenación de contenidos - No incorpora el SMD Norma de 1850 ²⁸ : - Reordenación del nivel y los contenidos - Dos cursos <i>Elementos de matemáticas</i> - No incorpora el SMD
Reglamento de estudios de 10 de septiembre de 1852	
Para esta fecha el SMD debía estar incorporado a los contenidos de aritmética de la instrucción primaria	- Estudio de las matemáticas como parte del período <i>Estudios Elementales de Filosofía</i> en dos cursos de Elementos de Matemáticas - Se incorpora el SMD
Proyecto de Ley de Instrucción Pública de 9 de diciembre de 1855 y la Ley Moyano de 1857	
Principios de Aritmética con el sistema legal de pesas y medidas (en los dos periodos: elemental y superior)	- Mantiene la enseñanza de la aritmética en este nivel - Repaso de los conocimientos del nivel anterior: incluye SMD
Planes de estudios 1858-1867	
Vigencia de las disposiciones de la Ley Moyano para este nivel	Plan de 1858: - Aumento de las asignaturas vinculadas a las matemáticas para atender deficiencias en el aprendizaje durante la instrucción primaria - Mayor control de los procesos educativos (uso de materiales y organización de los centros) Plan de 1866: - Disminución de los contenidos de aritmética (sólo primer curso)
Planes de estudios 1868-1872	
Ley de Instrucción Primaria: - Mantiene la enseñanza de los <i>Principios de aritmética</i> - Detalla la enseñanza del SMD	Plan de 1868: - Se incluye Aritmética y otras áreas matemáticas como parte de los contenidos del nivel - Desaparecen asignaturas de aplicación con vinculaciones matemáticas (Topografía, Aritmética mercantil, Dibujo lineal, entre otras)
Planes de estudios 1873-1892	
Se entiende una continuidad en la enseñanza del SMD en este nivel	Plan de 1873: - Incluye dos cursos de Matemáticas (Aritmética y Álgebra; Geometría, Poligonometría y Mecánica) aplicaciones en estos campos Plan de 1880: - Mantiene los cursos Aritmética y Álgebra, y Geometría y Trigonometría del plan de 1868.

²⁷ Plan de Instrucción Primaria de 21 de julio de 1838 y Reglamento de las Escuelas Públicas de Instrucción Primaria elemental de 26 de noviembre de 1838.

²⁸ El reglamento de 10 de septiembre de 1851 confirma estas disposiciones.

Tabla 4. *Normativa educativa para primaria y secundaria entre 1849 y 1892*

- Reintegra las asignaturas de aplicación con vinculación matemática
Norma de 1885:
- Incluye el SMD como uno de los contenidos a abordar

Nota. SMD = Sistema Métrico Decimal.

A pesar que la incorporación del SMD en libros de texto de matemáticas era evidente desde 1849, la enseñanza de las pesas y medidas en primaria y secundaria estuvo regida por el Sistema de Castilla. Hasta 1852, se dio inicio a la incorporación de las unidades métrico-decimales en el currículo de matemática para ambos niveles. Desde esta fecha, la inclusión del SMD se mantuvo constante y con mayor intensidad en el primer nivel educativo; esto como respuesta a la disposición legal de 1849.

No obstante, el SMD se afirmó también en la segunda enseñanza en el entendido que su inclusión formó parte de los contenidos de aritmética que se impartían en este nivel. La Tabla 5 resume algunos aspectos sobresalientes en cuanto a la aritmética en los planes de la segunda enseñanza entre 1836 y 1892. Esta información corrobora la presencia del SMD en los años posteriores a la instrucción primaria.

Tabla 5. *Aritmética en planes de estudio para la segunda enseñanza*

Plan de Estudios de 1836
- Se incluye Elementos de Matemáticas, sin especificaciones, en la S.E. Pública Elemental
- Para la S.E. Pública Superior se incluye Elementos de Matemáticas con mayor extensión, sin especificar detalles
Plan de Estudios de 1845
- Para la S.E. Elemental (5 años de duración) incluye ejercicios de cálculo aritmético en el primer año y Complemento de la Aritmética en cuarto año
- La S.E. de Ampliación (dividida en Letras y Ciencias que conforman la Facultad de Filosofía) incorpora Matemáticas Sublimes en la sección de Ciencias
Plan de Estudios de 1847 (modificación del anterior)
- Incorpora un curso de Elementos de Matemática
Plan de Estudios de 1849
- Se especifica la enseñanza de la Aritmética sólo en el tercer año
Plan de Estudios de 1850
- Destaca los Elementos de Matemáticas como parte del nivel, no hay una división
Plan de Estudios de 1852
- Para el período Latinidad y Humanidades no se incluye la enseñanza de conocimientos matemáticos
- Los Estudios Elementales de Filosofía incorporan Elementos de Matemática en el primer año y

Tabla 5. *Aritmética en planes de estudio para la segunda enseñanza*

una Continuación de Elementos de Matemáticas en el segundo año

Plan de Estudios de 1857
- Subraya la inclusión de Ejercicios de Aritmética de la primera enseñanza para el primer y segundo año del período educativo. En el cuarto año se incluye la denominación Aritmética

Plan de Estudios de 1858
- Establece como requisitos para el ingreso los Elementos de Aritmética propios de la Instrucción Primaria. Así mismo, la Aritmética, junto al Álgebra, serán impartidas en un curso de lección diaria, previas a cursos como el de Geometría y Trigonometría
- En los estudios de aplicación (como la agricultura) se incluye el estudio elemental de la medición de superficies, la Aritmética Mercantil, entre otras
- Es notorio el énfasis hacia la Matemática como requisito para la matrícula de otros cursos

Plan de Estudios de 1861
- Se establecen los Principios y Ejercicios de Aritmética como contenidos para el primer año; Aritmética y Álgebra hasta las ecuaciones de segundo grado inclusive para el tercer año

Plan de Estudios de 1866
- Se establece la Aritmética como asignatura del segundo trienio de la S.E. en el primer año del período

Plan de Estudios de 1868
- Se indica como en otros planes una inclusión general de la Aritmética como asignatura

Plan de Estudios de Junio de 1873
- Se describen las Matemáticas del primer curso, incluyendo los principios básicos de Aritmética, y las Matemáticas Aplicadas que comprenden las aplicaciones de la Aritmética y otras áreas

Plan de Estudios de Septiembre de 1873
- No se muestran especificaciones sobre la enseñanza de la Aritmética

Plan de Estudios de 1880
- Se especifica la Aritmética y el Álgebra como parte de los Estudios Generales
- En cuanto a los Estudios de Aplicación, estos incluyen la Aritmética Mercantil
- Los cursos de matemáticas, incluyendo las nociones aritméticas, se establecen como requisitos para otros cursos

Nota. S.E. = segunda enseñanza.

Este recorrido por un período de cambios en planes de estudio conduce a una caracterización de la educación a partir de las singularidades políticas propias de la segunda mitad del siglo XIX. Las reformas respondieron a diversas iniciativas político-educativas para la organización de la enseñanza: cambios para un mayor control de la enseñanza y los textos utilizados o, por el contrario, para una libertad de cátedra, de métodos y materiales para la enseñanza; cambios

para la incorporación de nuevos conocimientos y de las disposiciones para su enseñanza. Estos últimos, de mayor realce para la investigación, proporcionan las especificidades de la inclusión del SMD como parte del currículo para la enseñanza de las matemáticas.

3.2.6. Sobre la formación de maestros en el siglo XIX

Sierra y Rico (1996) hacen hincapié en la denominación que de manera general y oficial se ha otorgado al profesor de primaria en el Sistema Educativo español: maestro, cuya formación profesional ha estado a cargo de las denominadas Escuelas de Magisterio, conocidas antiguamente como Escuelas Normales.

Las Escuelas Normales en España

De la misma forma que la enseñanza primaria y secundaria, la formación de maestros en las Escuelas Normales en España ha experimentado una evolución desde sus inicios como respuesta a la implantación de un sistema nacional de educación por parte de las administraciones públicas. El desarrollo de estos centros de enseñanza ha sido caracterizado por autores como Escolano (1982) y Molero (1978) que, al igual que Sierra y Rico (1996), identifican cuatro períodos en su historia. El primero abarca desde 1839 con la fundación de la primera Escuela Normal hasta la Restauración en 1875. El segundo comprende el período de la Restauración (1875-1931). El tercero comprende la etapa de la II República (1931-1936). El cuarto, de 1939 a 1975, correspondiente al período franquista. Siguiendo el propósito de nuestro estudio nos centraremos en el primero y parte del segundo períodos.

La creación de la primera Escuela Normal significó una modernización en la formación de maestros incentivando la creación de otros centros para fomentar en el país el mejoramiento en las técnicas tradicionales de formación y control de los maestros de primaria y las metodologías utilizadas en la enseñanza de la aritmética, entre otros aspectos. Este dato sobre la metodología proporciona información clave en cuanto al uso de textos de Vallejo en la formación de maestros.

Los planes de estudio en las Escuelas Normales

Inicialmente, los contenidos propios de las escuelas primarias superiores complementados con aspectos para una formación pedagógica constituyeron la base de los planes de formación en las Escuelas Normales. Estos centros de formación contaban con una escuela en la que los estudiantes a maestro realizaban actividades prácticas como parte de su formación pedagógica.

Desde 1849 y hasta la Ley Moyano, estos establecimientos se organizaron en dos tipos según el perfil de salida de los futuros maestros, reconociendo la Escuela Normal Central de Madrid como la encargada de la preparación de los formadores de maestros. La Tabla 6 incluye parte de esta información resaltando los contenidos matemáticos referentes a la enseñanza de la aritmética. Como se detalla, el SMD se incluye en los planes de formación de maestros en la segunda mitad del siglo XIX.

Se ha mencionado que, conforme transcurre el tiempo, factores políticos y sociales influyeron en la organización de la educación incluida la formación de maestros. Con la Ley

Moyano, las Escuelas Normales adquirieron una diferenciación de otros centros de enseñanza y empezaron a formar parte de la globalidad del Sistema Educativo español (Carrillo, 2005). Esta legislación contemplaba cuatro titulaciones:

- Maestro Elemental para la docencia en el Ciclo Elemental de la Enseñanza Primaria
- Maestro Superior para la enseñanza en el Ciclo Superior de Enseñanza (corresponden a una extensión del grado anterior)
- Maestro Normal para la formación de maestros
- Maestras de Primera Enseñanza

Tabla 6. *Tipos de Escuelas Normales (Real decreto de 1849)*

Escuela Normal Elemental	Escuela Normal Superior
Duración de los estudios	
2 años	3 años
Perfil de salida	
Instrucción Primaria Elemental Completa	Instrucción Primaria Superior
Contenido matemático	
Aritmética en toda su extensión (regla de tres y sus derivadas) con el sistema legal de pesos y medidas	Aritmética, con el sistema legal de pesos y medidas

Los contenidos de los cursos abarcaron las materias regulares de la enseñanza primaria como la aritmética, la geometría, principios de educación y metodologías didácticas (Ministerio de Fomento [MF], 1857). Cabe destacar que la aritmética se incluyó como parte de los cursos para la primera de las titulaciones y se mantuvo para la formación de maestras de primera enseñanza para niñas, cuyos planes de estudios conservaron lo estipulado para la primera enseñanza elemental y superior con adecuaciones a la enseñanza de las niñas, reduciendo la enseñanza de la aritmética a las nociones más indispensables.

A pesar de los cambios ideológicos y la organización política durante el siglo XIX en España, los estudios en las Escuelas Normales, al igual que la instrucción primaria, no experimentaron alteraciones significativas. Como indica Carrillo (2005) hasta 1866 “el carácter de los estudios que se realizaban en las Escuelas Normales se mantuvo constante desde su creación” (p. 184). La autora sintetiza la información sobre las materias de enseñanza de matemáticas en la legislación correspondiente a las Escuelas Normales (1838-1868). La Tabla 7 expone dicha información desde 1843 hasta 1892.

Tabla 7. *Enseñanza de la aritmética en las Escuelas Normales desde 1843 hasta 1892*

Nivel	Contenidos
Reglamento de las Escuelas Normales de 1843	
Escuela Normal	5º Aritmética y sus aplicaciones, con un conocimiento general de las principales monedas, pesos y medidas que

Tabla 7. Enseñanza de la aritmética en las Escuelas Normales desde 1843 hasta 1892
se usan en las diferentes provincias de España

Reglamento de las Escuelas Normales de 1849	
Escuelas Normales Superiores	Aritmética en toda su extensión, <u>con el sistema legal de pesos y medidas</u>
Escuelas Normales Elementales	Aritmética, con el sistema legal de pesos y medidas
Programa de Enseñanza de 1853	
Primero y segundo curso	Aritmética en toda su extensión.
Tercer curso en las Escuelas Superiores	No incluye la Aritmética
Ley de Instrucción Pública de 1857	
Maestro de Primera Enseñanza Elemental	Aritmética
Maestro de Primera Enseñanza Superior	No incluye la Aritmética
Programa General de 1858	
Título Elemental (dos años de duración)	Aritmética
Título Superior (un año de duración)	Complemento de Aritmética y nociones de Álgebra

Como señala Escolano (1982), después de 1857 no se produjeron cambios en los planes y programas de las Escuelas Normales. Es hasta 1898 que se produjo una nueva reforma para la organización de estos centros. Para 1914, los programas de las Escuelas Normales incluían en el primer y segundo cursos nociones y ejercicios de aritmética y, aritmética y geometría, respectivamente. Los dos cursos restantes no abarcaban la aritmética.

El hecho que hayamos mantenido un período de tiempo fuera del límite inferior de nuestra investigación tiene la intención de poner de manifiesto el cambio en la enseñanza de los diferentes sistemas metrológicos: el de las pesas y medidas de Castilla (desde 1801) y las propias del SMD, el sistema legal desde 1849 (texto subrayado en la Tabla 7). Se aprecia en 1843 la diversidad metrológica imperante y para 1849 la unificación legal en cuanto a pesos y medidas en toda España que repercutió directamente en la enseñanza de la aritmética en las Escuelas Normales. A pesar que su inclusión en los establecimientos de enseñanza primaria y secundaria ocurrió hasta enero de 1852 la incorporación del SMD en los planes de formación se dio desde 1849. Sin duda, esta situación evidencia una preocupación por una formación anticipada de maestros para enfrentar en 1852 todo lo concerniente a la enseñanza del SMD.

Posterior a esta fecha, la enseñanza de la aritmética y del sistema legal de pesas y medidas se mantuvo invariable hasta 1892, salvo leves modificaciones como la ocurrida en 1866 cuando se restablecieron los ejercicios prácticos para la resolución de problemas de aritmética y otras asignaturas.

3.2.7. La medida en la Educación Matemática

En general y de forma indiscutible, la medida ha sido un elemento trascendental en la historia de la humanidad. El paso de la propiedad a la magnitud fue un acontecimiento decisivo para el desarrollo del conocimiento objetivo y científico. Culturalmente, ha subsanado las necesidades y requerimientos comerciales entre grupos. Al mismo tiempo, se ha impuesto como un componente clave en la organización política y social para el desarrollo de las civilizaciones. Su presencia en la evolución de las sociedades se refleja en un sinnúmero de contextos de los que destacamos el educativo. Los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas dan cobertura a aquellos en los que la medida es el objeto, el concepto o el instrumento de presentación.

Desde mediados del siglo XIX su enseñanza en España se caracterizó por la instrucción o capacitación en el conocimiento, manejo y utilización de las medidas propias del SMD. Desde diversos puntos de vista este proceso no fue fácil. Históricamente, el cambio en el uso de sistemas de pesas y medidas en España generó una serie de cambios que repercutieron directamente en la manera de enseñar la aritmética en los establecimientos de enseñanza que contrastaba con las actividades comunes fuera de estos recintos.

Los temas sobre las magnitudes y su medida fueron de difícil tratamiento para profesores y alumnos. Para los profesores debido a la falta de estrategias que implementaran la utilización de instrumentos de medida. Se dio una “metodología de la quietud” (Chamorro y Belmonte, 2000; p. 42). Para los estudiantes, fundamentalmente al enfrentarse a las tareas de conversión —pues se les lleva a la automatización más que a la comprensión— y a las definiciones modernas, didácticamente inalcanzables, dadas al metro, dejando de lado el entendimiento de conceptos previos como el valor de posición y la importancia del cero en el SDN.

Por otra parte, la enseñanza y el aprendizaje de las medidas no han estado vinculados única y exclusivamente a la expansión y trasmisión del SMD. La medida ha formado parte de los procesos didácticos para el tratamiento de objetos matemáticos en áreas como la aritmética, el álgebra, la geometría, la trigonometría, la geometría analítica y el cálculo, en la atención de conceptos y objetos como el número (Castro, Rico y Castro, 2007), los números decimales (Centeno, 1997), las fracciones (Llinares y Sánchez, 1988), la generalización algebraica (Alonso, et al., 1993; Socas, Camacho, Palarea y Hernández, 1996) y los polígonos y cuerpos sólidos (Martínez y Rivaya, 1989), entre otros.

3.2.8. La enseñanza del SMD en el currículo de matemáticas

Desde el siglo XIX, el sistema educativo ha sido considerado como el ámbito para la transmisión y recepción del conocimiento imprescindible en la producción (intelectual y económica) y el desarrollo de una cultura civilizada (Lundgren, 1992). De esta forma, podemos considerar que por más de 200 años los fines educativos, los contenidos y los procesos propuestos para la enseñanza, el aprendizaje y la puesta en práctica de estos conocimientos, han formado parte de un desarrollo social, económico y político de los grupos humanos.

Como se expuso en el Capítulo 2, la situación política y social en España, al momento de la introducción del SMD en las aulas, específicamente con la instauración de la Revolución Burguesa, propició una organización de la enseñanza y la regularización de los planes de estudio. Como afirma Aznar (1997):

Cuando el sistema métrico irrumpe en las aulas de España, sobre todo en la enseñanza primaria, la organización del aparato escolar puede contarse ya como uno de los más grandes éxitos de la burguesía liberal española que desde 1833 ha venido emprendiendo importantes reformas educativas... (p. 298)

Esta reflexión conduce a la idea que la inclusión del SMD en el currículo de Matemática para la enseñanza primaria elemental, y en niveles como la educación secundaria y la formación de maestros, no es otra cosa que el reconocimiento —por parte de las autoridades e ilustrados del momento— de la trascendencia y el impacto del mismo en el progreso y civilización del pueblo español de la época. La inclusión del SMD en el currículo de matemática en España ocurrió, recalcamos, por el efecto producido por diversas fuerzas que irrumpen en reformas curriculares como las decisiones políticas (Rico, Sánchez y Llinares, 1997).

Una evolución político-educativa sobre el SMD

Con las reformas del Duque de Rivas y de Pidal, 1836 y 1845 respectivamente, se avanzó en la universalización de la enseñanza primaria; la Ley de Instrucción Pública de 1857 abrió el camino a una pretendida modernización de la ciudadanía mediante la educación que incluía una enseñanza formal del SMD como parte de los Principios de Aritmética.

A pesar que la mayoría de las disposiciones legales estuvieron dirigidas a la organización de la enseñanza secundaria, donde la enseñanza del SMD no contó con un lugar predominante, algunas de ellas contribuyeron significativamente con la entrada de la nueva metrología en las aulas y sobre todo en la cultura de los españoles. Como señala Aznar (1997) “con su introducción en los planes de estudio de la escuela primaria y secundaria, el SMD y su nomenclatura científica pasaron a formar parte del bagaje cultural de todos los ciudadanos...” (p. 300).

Esta particularidad llevó a profundizar en una parte de la legislación educativa española del período comprendido entre las dos leyes de pesas y medidas promulgadas en el siglo XIX: la de 19 de julio de 1849 y la de 8 de julio 1892, que condujera a una visión legal de los procedimientos realizados para la enseñanza del SMD en los establecimientos educativos.

Ley de Pesas y Medidas de 19 de Julio de 1849: el vínculo Aritmética-SMD

La sanción de Isabel II en 1849 hizo oficial el SMD en España (MCIOP, 1868). El texto incluye 17 artículos y un listado de las nuevas medidas y pesas legales con sus múltiplos y divisores. Nuestra atención se centró a partir del capítulo séptimo donde inician las disposiciones o acciones legales que el Gobierno, como órgano ejecutor, debió llevar a cabo para el cumplimiento de la ley. Destacamos el artículo décimo primero sobre la enseñanza legal del SMD en España.

Art. 11.º En todas las escuelas públicas ó particulares, en que se enseñe ó deba enseñarse la aritmética ó cualquiera otra parte de las matemáticas, será obligatoria la

del sistema legal de medidas y pesas y su nomenclatura científica, desde primero de Enero de mil ochocientos cincuenta y dos, quedando facultado el Gobierno para cerrar dichos establecimientos siempre que no cumplan con aquella obligación. (p. 2)

El artículo hizo que esta ley tomara un realce significativo para nuestra investigación. Se reconocía a la escuela su función transmisora de las disposiciones gubernamentales y garante de la incorporación de las generaciones futuras en la metrología adoptada. Además, se aseguraba la inclusión del texto legal y lo referente al SMD en el Sistema Educativo español implicando con ello una serie de cambios curriculares en el área de las matemáticas y en el contenido de los textos escolares.

Con esta ley, desde el punto de vista político, se adoptó formalmente el SMD y se dispuso de las acciones que el Gobierno ejecutaría para garantizar una buena difusión de las nuevas pesas y medidas. Educativamente, la norma inició todo un proceso de cambios en el sistema educativo visibles fundamentalmente en la diversidad de libros de texto de matemáticas para la enseñanza y el aprendizaje del SMD, editados a partir de la promulgación legal.

Ley de Instrucción Pública de 9 de Septiembre de 1857

La época del Bienio Progresista (1854-1856) fue la antesala a la promulgación de la ley de instrucción pública de 9 de septiembre de 1857 (MF, 1857). La Ley Moyano, impulsada por el entonces ministro de fomento Claudio Moyano, representó la culminación de una serie de propuestas legales para una reforma educativa y el mejoramiento de la Instrucción Pública en España. Vigente hasta 1970, la ley recogía los principios de centralización administrativa, uniformidad, secularización y de una libertad limitada.

La conocida como Ley Moyano, de 1857, establece no sólo una ordenación general casi primigenia de todas las enseñanzas del sistema educativo en España, sino que constituye un marco normativo más que centenario hasta que, en 1970, con variedad de reglamentos y desarrollos intermedios, se promulga la Ley General de Educación (Montero, 2009, p. 1)

Como parte de estos antecedentes podemos citar el reglamento general de instrucción pública de 10 de julio de 1821, el plan general de instrucción pública del Duque de Rivas 1836, el plan general de estudios de 1845 (Plan Pidal) y el proyecto de ley de instrucción pública de 9 de septiembre de 1855. Montero (2009), Turin (1967) y Vea (1995) coinciden en que la Ley Moyano respondió a un esfuerzo por organizar y ordenar la enseñanza en España.

Su principal cuidado no fue pedagógico, sino administrativo. Más bien que de imponer cambios, se trata de agrupar los múltiples decretos existentes, de unificar y de asegurar a la enseñanza una base jurídica clara. Es un trabajo que busca más poner orden en la herencia del pasado que orientar el porvenir. (Turin, 1967, p. 82)

Las cuatro secciones que la componen detallan normas y aspectos relacionados con los estudios, los establecimientos de enseñanza, el profesorado público y las responsabilidades del gobierno y la administración pública. Nos referiremos a los que tienen más vinculación con nuestro estudio. En la sección primera, sobre los estudios, debemos resaltar lo estipulado en el título primero, dedicado a la primera enseñanza:

Art. 2º La primera enseñanza elemental comprende: Primero. Doctrina cristiana y nociones de Historia sagrada, acomodadas a los niños. Segundo. Lectura. Tercero. Escritura. Cuarto. Principios de Gramática castellana, con ejercicios de Ortografía. Quinto. Principios de Aritmética, con el sistema legal de medidas, pesas y monedas. Sexto. Breves nociones de Agricultura, Industria y Comercio, según las localidades (MF, 1857, pp. 9-10)

Este artículo respondía a las disposiciones del Gobierno sobre la inclusión del SMD en la enseñanza primaria. La enseñanza del SMD como parte de los principios de aritmética revela la necesidad de unificar las pesas y medidas y su aplicación en la agricultura, la industria y el comercio.

A lo largo de toda ley no encontramos otra disposición específica sobre la enseñanza del SMD en los establecimientos educativos. Esto refuerza la idea que este tema era exclusivo para la enseñanza primaria elemental debido a la conveniencia de preparar a los niños en el uso de las nuevas unidades métricas desde edades tempranas. Lo más próximo lo constituye la disposición emanada para que en la enseñanza primaria superior se realice una prudente ampliación de las materias impartidas en el nivel de enseñanza anterior. No obstante, consideramos que la declaración de obligatoriedad y gratuidad de la primera enseñanza elemental para todos los españoles (Artículo 7º, Título I, Sección Primera) (Vea, 1995) aseguró la instrucción en el conocimiento, manejo y aplicación de las pesas y medidas del sistema metrológico adoptado.

En cuanto al primer y segundo períodos de la enseñanza secundaria, la inclusión de ejercicios de aritmética y de elementos de aritmética, respectivamente, como parte de las temáticas a tratar en estos niveles podría asegurar una continuidad en la enseñanza del SMD. Sin embargo, ésta no fue tan efectiva como en la primaria, tendencia que se mantiene —o se agrava— en la formación superior. En este nivel de estudios, el nuevo sistema no formaba parte significativa de las temáticas programadas para diversas especialidades; era un conocimiento previo, obligatorio y adquirido en los niveles educativos inferiores. Esto no debe suponer una ausencia total del SMD en estos recintos para la formación profesional.

De la educación superior resaltamos lo relacionado con la formación de maestros para la primera enseñanza. Aunque no se especifica con detalle la temática comprendida, la aritmética fue uno de los estudios obligatorios para la obtención del título de maestro de primera enseñanza elemental (Art. 68, Título III, Sección Primera). Esto supone que el SMD formó parte del estudio de la preparación en esta rama de las matemáticas.

El uso de libros de texto es otro de los puntos que llamó nuestra atención. Con la Ley Moyano (Artículo 88 del Título V, Sección Primera) se dispuso que los libros de texto fueran el material didáctico obligatorio para la enseñanza de las asignaturas desde la primera enseñanza hasta el grado de Licenciado en las facultades.

En resumen, la Ley Moyano es un reflejo tangible de una de las disposiciones gubernativas para asegurar, entre otras cosas, la difusión del SMD recién adoptado en su época. Su introducción en la enseñanza primaria elemental y en los libros de texto utilizados para la enseñanza de la aritmética son ejemplos de la necesidad de expansión de las nuevas pesas y medidas en España durante el siglo XIX.

De esta forma, en fiel cumplimiento con la ley de 19 de julio de 1849 en su Artículo 11º, para 1852 se inició con la enseñanza del SMD fundamentalmente dirigida a la enseñanza primaria. Para 1857 se reafirmaron estas disposiciones y se dispuso en la Ley de Instrucción Pública que la enseñanza del SMD debía continuar formando parte de los temas impartidos en la enseñanza primaria elemental. No obstante, los sucesivos aplazamientos para la implantación del sistema restaron cierta obligatoriedad al cumplimiento de estos preceptos, y fue hasta la promulgación de la Ley de 8 de julio de 1892 cuando se consolidó la enseñanza del sistema métrico en el ámbito educativo con carácter legal y obligatorio (Carreño, 1996).

Ley de Pesas y Medidas de 8 de Julio de 1892

La continuidad en el control para una debida aplicación del SMD en la administración y la enseñanza quedó de manifiesto en la Ley de Pesas y Medidas de 8 de Julio de 1892. Su artículo primero señala que “en todos los dominios españoles regirá un solo sistema de pesas y medidas: el métrico decimal” (Ministerio de Instrucción Pública y Bellas Artes [MIPBA], 1907, p. 5). Esto muestra la disposición que legalmente se emanó para el uso obligatorio del SMD en todo el territorio español. El artículo está seguido de otros cuatro que, a diferencia de la ley de 19 de julio de 1849 en la que se presentaron el origen y los fundamentos científicos del metro como unidad fundamental del sistema, se centraron en destacar las consideraciones que la Convención del Metro en París había tomado respecto a la universalidad del SMD.

La adhesión de España a la Convención del Metro, o Tratado del Metro, del 20 de mayo de 1875 en París, proporcionó un grado mayor de formalidad en al ámbito internacional para el uso de las unidades métricas adoptadas. Esta situación fue la que estos artículos intentaron difundir, al igual que mostrar y respetar las disposiciones emanadas por la Comisión. A partir del artículo sexto, la ley se centraba en aspectos como la gestión gubernamental para el mantenimiento, control y aplicación de las nuevas unidades de pesas y medidas, y la sanción para los contraventores, detallados en el reglamento anexo de la ley.

El reglamento para la ejecución de la ley de pesas y medidas de 8 de julio de 1892 se compone de siete títulos y un total de 106 artículos. En estos se establecieron las disposiciones para la construcción y empleo de los instrumentos de medida; los contextos y situaciones en las que era obligatorio el uso de las pesas y medidas, así como del empleo de la nomenclatura del sistema; la constitución de una Comisión de Pesas y Medidas y sus funciones, destacando el nombramiento de fieles contrastes (almotacenes); la comprobación, marca y vigilancia de las pesas y medidas utilizadas en el comercio y otras actividades de canje; y, las sanciones para los contraventores. En estos artículos sobresale el papel que la ciencia había empezado a desempeñar en los ámbitos político y social, reflejo de la realidad y el progreso científico emergente en España a finales del siglo XIX.

Artículo 6º. La custodia y conservación de los prototipos nacionales del metro y del kilogramo, con el esmero y precauciones y por los medios que la ciencia aconseja y exige, así como las comparaciones que con ellos se juzgue indispensable practicar, estarán á cargo del Ministerio de Fomento, el cual guardará también, con análogas precauciones y para utilizarlos en las comparaciones usuales, los patrones que hoy posee, comparados con los prototipos internacionales.

Artículo 7º. El Ministerio de Fomento mantendrá con carácter oficial las equivalencias de las antiguas pesas y medidas de las provincias de España con las del

sistema métrico decimal, sin perjuicio de modificarlas cuando fuere necesario con la garantía científica oportuna. (pp. 6-7)

El fragmento de texto subrayado muestra cómo a nivel político se reconoció y consideró el aporte de la ciencia en el establecimiento del SMD, a partir de la definición del metro como unidad fundamental. Se otorgaba a la ciencia la exactitud y la garantía que puede dar a las medidas en uso. De estos siete artículos, sin duda acentuamos el noveno:

Artículo 9°. El uso del sistema métrico decimal y de su nomenclatura es obligatorio en los actos y documentos de todas las dependencias del Estado, de la provincia y del Municipio, lo mismo de la Península que de Ultramar, en el orden civil, militar, judicial y eclesiástico, así como en los contratos públicos y privados: es igualmente obligatoria la enseñanza del sistema en todas las Escuelas de Instrucción primaria. (p. 7)

La disposición vuelve a dejar en claro la función formadora de la escuela primaria en la metrología oficial y legal de España que desde 1852 se había desarrollado en los establecimientos de instrucción primaria (públicos y privados). Se aprecia que para la segunda enseñanza y la formación superior no se incluía ningún tipo de disposición sobre la enseñanza del SMD.

Finalmente, para recalcar la obligatoriedad de uso del SMD, la ley —en su reglamento— dispuso la derogación de los Reales Decretos, Órdenes, Disposiciones y Reglamentos dictados con anterioridad sobre “la policía y arreglo de las pesas, medidas é instrumentos de pesar que se opongan á este Reglamento” (p. 71), medida que puso fin a casi medio siglo de intentos para una unificación efectiva de pesas y medidas en España.

3.3. El libro de texto y la enseñanza del SMD

Al ser los textos los medios con mayor trascendencia en la difusión del SMD en España, dedicamos una primera reflexión a presentar algunas particularidades de la concepción del *texto* como instrumento pedagógico y la función de los libros de texto como fuentes de nuestra investigación.

3.3.1. Reflexiones generales sobre el texto

La manera de concebir el texto está sujeta a ciertas perspectivas sobre las cuales se le otorga un significado. La bibliografía permite distinguir dos enfoques: lingüístico y literario. En el primero de los casos, el texto es un conjunto de signos lingüísticos analizables, como la unidad lingüística comunicativa fundamental caracterizada por su cierre semántico y comunicativo, su coherencia profunda y superficial y por su estructuración producto de las reglas textuales y las del sistema de la lengua (Salvador, Rodríguez y Bolívar, 2004; Sánchez, 1983). La perspectiva literaria, en que centramos nuestro interés, concibe el texto escolar como aquello que se ha dicho o escrito en una obra, es decir, un texto educativo es el conjunto de escritos o contenidos con estructura común y unidad temática (Salvador et al., 2004; Sánchez, 1983).

Esta categorización posibilita una diferenciación en las formas de entender el texto. Sin embargo, las tendencias pueden encontrar un punto en común y entrelazar aspectos de ambas

perspectivas para referirse al texto de matemáticas. Siguiendo a Filloy, Puig y Rojano (2008) el texto es el resultado de una lectura, una transformación realizada en un espacio textual, cuyo objetivo no es extraer un significado inherente en este espacio textual sino producir sentido. El texto es una nueva articulación del espacio textual hecha por un individuo como resultado de la lectura realizada. Sus ideas conducen a dar sentido a un conjunto de signos partiendo de la lectura y la interpretación de un determinado objeto o sujeto informante.

Desde el enfoque de nuestra investigación, toma realce el texto a partir del enfoque literario, como lo escrito en una obra con estructura y unidad, cuya finalidad es la comunicación y difusión de una serie de datos que responden a una selección y una delimitación de información —conocimientos— producto de determinados objetivos y propósitos con carácter educativo y formativo.

3.3.2. Los libros de texto

En el ámbito educativo, entendemos los libros de texto como recursos didácticos que proporcionan u ofrecen tanto al profesor como al estudiante información estructurada relevante para un nivel, o disciplina sistematizada, y conforme a un currículo determinado. Son libros especializados por áreas o materias. El libro de texto se constituye en un componente, con una tarea auxiliar, cuya función didáctica es la de encauzar al estudiante por el camino de la observación, el conocimiento y la experimentación (Sánchez, 1983). Son uno de los factores, junto con los profesores, determinantes en el proceso educativo (Schubring, 1991).

Desde una perspectiva literaria, los libros de texto corresponden a textos con una función educativa. Salvador et al. (2004) sostienen que son textos para apoyar el aprendizaje o utilizados como guía, material didáctico y auxiliar de enseñanza para instruir en una asignatura y nivel concreto; deben incorporar las tendencias pedagógico-lingüísticas del momento, actualizarse según los avances técnicos y científicos y responder a las necesidades reales de la escuela actual (Prellezo, 2009). Cercano a esta dimensión literaria-educativa, Gómez (2011) resalta que un libro de texto es “una publicación especializada, reconocible por su contenido y porque está rotulado claramente indicando la materia que trata y, a menudo, indicando a quién va dirigido” (p. 22).

Desde un marco histórico, los libros de texto han existido de una u otra forma (tablillas de arcilla, rollos de papiro, pergaminos, vitelas o modernos libros de producción masiva). Su utilización se ha evidenciado en las escuelas de la Antigua Grecia, Roma, China, India, Sumeria y Egipto, entre otras regiones y culturas. La elaboración de estos textos se basó en la escritura a mano y su distribución estuvo limitada a grupos selectos de personas en cada sociedad hasta la invención de la imprenta a mediados del siglo XV. La elaboración masiva de textos se desarrolló primeramente en Europa y el siglo XVIII es sin duda “la época por excelencia de los libros de texto en la matemática” (Boyer, 2003, p. 577).

La colonización europea permitió extender esta ebullición textual a gran parte del resto del mundo sustituida por una producción local de textos a raíz de la independencia de las naciones. Guthrie (2003), a partir de este enfoque histórico, presenta dos consideraciones sobre los libros de texto. Primero, los libros de texto son tan universales como la

escolarización masiva formal, exceptuando algunas naciones con altos niveles de pobreza. Segundo, los libros de texto también son documentos políticos, cuyo contenido refleja una visión determinada de una sociedad, de la historia de un pueblo, de sus valores y aspiraciones, de su posición en el concierto de las naciones.

La consideración de los textos como instrumentos pedagógicos y de la implantación del sistema público de enseñanza sustenta la aparición del género manual escolar. Gómez (2011) sostiene que los manuales escolares son libros de texto utilizados en la escuela como respuesta a las necesidades del sistema de enseñanza, con una estructura, un diseño y una forma de comercialización específicos. Su surgimiento, continúa el autor, se debe a tres propósitos: primero, para compensar la falta de profesores con la formación necesaria; segundo, para dar respuesta al modelo de enseñanza simultánea frente al individual; y tercero, tienen como requisito adaptarse a las características de los estudiantes en cada uno de los niveles educativos. De esta forma, los libros de texto —o bien, los manuales escolares— mantienen una relación directa con ciertos intereses sociales, específicamente aquellos de carácter político, cultural y educativo. La transmisión permanente del conocimiento y la cultura —inclúyase historia, tradiciones y costumbres, valores, estilo de vida e ideología— y el logro de una mejor accesibilidad, y por tanto una mayor cobertura, a la educación estandarizada, entre otras, se perciben como los propósitos básicos en la elaboración de libros de texto.

Particularmente en matemáticas, al igual que en otras disciplinas, los libros de texto han sido la herramienta óptima para la transmisión y difusión del conocimiento científico y cultural. Aunado a esto, consideramos el libro de texto como un instrumento para la importación de conocimientos desde siglos atrás. Por ejemplo, Peralta (2009), sostiene que con la traducción de textos y la adaptación de obras extranjeras “poco a poco empieza a introducirse en España las nuevas teorías (...). De este modo se va teniendo acceso a la Matemática internacional...” (p. 224).

En otro orden de ideas, la construcción y transmisión de conceptos matemáticos requiere de un lenguaje adecuado, representativo o característico de este tipo de conocimiento. En este sentido, el lenguaje textual es sin duda el referente que sobresale en este proceso (Maz, 2005), de ahí que el análisis de libros de texto o manuales escolares sea una actividad acertada en la investigación en didáctica de la matemática.

Hemos descrito los libros de texto y los manuales escolares como instrumentos pedagógicos pues fueron estos, los textos de matemáticas para la enseñanza de las unidades de pesas y medidas del SMD en España en la segunda mitad del siglo XIX, las fuentes primarias para nuestra investigación.

3.3.3. El SMD en los textos escolares españoles

Las múltiples adversidades presentadas durante la implantación del SMD en España no impidieron su introducción en la escuela y la impresión de gran cantidad de textos, legales y particulares, para su difusión. Gutiérrez y Peset (1997) reconocen esta particularidad:

En cualquier caso, y pese a los problemas, el estímulo legal sirvió para dar la salida a una larga y concurrida carrera de textos divulgadores del Sistema Métrico Decimal y de

su nomenclatura francesa. Desde un círculo de instituciones públicas, de funcionarios, de técnicos, de profesionales del comercio, se propagó con rapidez a capas sociales más amplias; pero fue la enseñanza desde 1852 el vehículo principal con el que la nueva nomenclatura se introdujo en la sociedad. (p. 27)

Como se ha expuesto, gran parte del siglo XIX estuvo caracterizada por diversos cambios sociales y políticos en la sociedad española. Algunos de estos dirigidos a la uniformización del sistema educativo y la unificación de pesas y medidas. En este proceso de uniformización del sistema educativo, los libros de texto jugaron un doble papel: como medio para controlar la enseñanza impartida y como instrumento para la difusión de nuevo conocimiento, como el SMD. El libro de texto como controlador de la enseñanza impartida enfrentó algunas dificultades pues era contrario a las ideas liberales de la época: la libertad de cátedra.

En este sentido, Vea (1995) distingue dos períodos en la segunda enseñanza española del siglo XIX en cuanto al uso del libro de texto. En el primero, comprendido entre 1836 y 1868, los planes de estudio “indicaban la conveniencia de seguir libros de texto —que el propio Gobierno señalase a través de listas, elaboradas por el Real Consejo de Instrucción Pública o por la Dirección General de Estudios, que aparecerían periódicamente—” (p. 34). En el segundo, de 1868 hasta avanzado el siglo XX, se “aboga por una mayor libertad de elección por parte del profesorado con el control previo del Gobierno para la admisión de obras como *aptas* para la instrucción pública” (p. 34).

En los ámbitos político y social, los libros de texto se convirtieron en el aliado perfecto del Gobierno para la difusión del SMD en todas las esferas sociales. El libro de texto divulgativo permitió poner a disposición de una mayor capa social los conocimientos elementales del saber humano y, en particular, aquellos relacionados con la ciencia. En las escuelas de enseñanza primaria, los institutos de segunda enseñanza, la universidad y otros ámbitos sociales como el ejército, la marina y el comercio, los libros de texto estuvieron a la mano de quienes tenían a su cargo la enseñanza y quienes se disponían a su aprendizaje o aplicación.

Estudios históricos como Aznar (1997) y Picado (2009) señalan a los libros de texto como la fuente más efectiva para la propagación de la nueva legislación metrológica y todo lo concerniente a las nuevas pesas y medidas adoptadas con la implantación del SMD en España. Estos trabajos han verificado la existencia de documentos mediante los cuales identificar y caracterizar el proceso de implantación de este sistema en esta nación.

Desde la promulgación de la ley de 19 de julio 1849 se establece una eclosión de libros de texto, manuales y tablas para difundir el nuevo sistema legal. El comercio, la enseñanza, la agricultura, los requisitos técnicos y científicos, y las disposiciones legales impusieron esta proliferación de textos. En las escuelas se requerían textos y materiales para la enseñanza y el aprendizaje de las nuevas medidas; para los comerciantes se hizo necesario un dominio de tablas de equivalencias; para los funcionarios encargados de la administración pública una familiarización con las nuevas medidas; y para todo un mercado nacional, dependiente del gran mercado internacional europeo, una formación en cuanto a sus equivalencias y su uso.

En Picado (2009) se logró identificar y realizar una categorización de los libros y textos elaborados para la difusión del SMD en España: educativos, documentos legales y textos mercantiles o para el comercio. Esta categorización de textos se reconoce también en el

estudio de Aznar (1997), quien registra otras categorías como proyectos, textos de críticas, de metodología científica de precisión y de corte biográfico o histórico.

Los textos de carácter educativo presentan características propias que los diferencian. En cuanto a su contenido, algunos corresponden a libros de texto para la enseñanza de la aritmética que incluyen consideraciones sobre el SMD como las unidades de medida, la nomenclatura y las equivalencias con las unidades antiguas, pero priorizando las nociones aritméticas. Otros textos se dedican exclusivamente a la exposición del SMD. Es decir, incluyen las nociones aritméticas, como las operaciones de suma, resta, multiplicación y división por un escalar, como parte de la presentación de los diversos conceptos, ejemplos y procedimientos relacionados directamente con las unidades métricas y monetarias del nuevo sistema. Tomando en cuenta la población diana, se reconocen textos educativos para la instrucción matemática en los niveles de primaria (primordialmente), secundaria y superior. También, libros de texto para una formación autodidacta de los ciudadanos, a los que Aznar (1997) llama manuales prácticos.

Gran parte de esta renovación se fundamentó en obras seminales como la de Vallejo (1840), cuya importancia en la época hizo que sirviera de inspiración en la redacción de una gran variedad de textos escolares. De forma similar, debe reconocerse a autores como Lorenzo de Alemany y Juan Cortázar por su aporte en este tipo de producción bibliográfica y que, en el caso de Cortázar, sobresalen por su implementación de métodos y estrategias para la enseñanza del sistema legal como la introducción de elementos geométricos y el uso de pequeñas cantidades de cifras decimales en los problemas de conversión.

Los libros de texto para la formación de maestros

Sobre las Escuelas Normales, Carrillo (2005) apunta que la formación de maestros careció de textos oficiales en sus primeros años. La metodología consistía en explicaciones por parte del formador y una toma de apuntes y notas por parte de los estudiantes. Fue hasta 1852 cuando se aprobaron cuatro libros de texto específicos para ser utilizados en las Escuelas Normales y que siguieron vigentes hasta 1856, junto a las “Tablas de Logaritmos” de Vicente Vázquez Queipo. Estos fueron:

- “Compendio de matemáticas” de José Mariano Vallejo
- “Breve tratado de la aritmética decimal” de Rafael Escriche
- “Exposición del Sistema Métrico Decimal” de Melitón Martín
- “Elementos de aritmética con el nuevo sistema legal de pesas y medidas” de Joaquín Avendaño.

Con motivo de las disposiciones de la Ley Moyano, en 1861 se aprueban tres obras de uso en las Escuelas Normales: “Tratado de Aritmética, Álgebra, Geometría y Trigonometría” de Juan Cortázar; “Tratado de Aritmética, Álgebra, Geometría y Trigonometría” de Felipe Picatoste Rodríguez y el “Compendio de Matemáticas” de José Mariano Vallejo que repite su designación como libro de texto para este nivel. Las dos últimas fueron sustituidas en 1864 por los “Elementos de Matemáticas” de Acisclo Fernández Vallín y Bustillo y un ejemplar del mismo nombre de Picatoste Rodríguez, vigentes hasta 1867. Estos textos fueron también

utilizados en la segunda enseñanza y formaron parte de los listados de textos para la formación en otras enseñanzas profesionales.

3.3.4. Análisis de textos antiguos de matemáticas

Como hemos señalado, un texto histórico es un documento escrito del cual puede extraerse, a partir de la interpretación que se haga de su lectura, conocimiento sobre el pasado del ser humano. Su lectura permite la comprensión de una época histórica a partir de aquellas ideas que lo han configurado.

Desde la concepción de Lizcano (1993), las matemáticas son “una actividad estrictamente textual (...). Es en el texto donde efectivamente se producen las matemáticas” (p. 30). Estas consideraciones llevan a que el análisis de textos históricos ayuda a comprender el conocimiento impreso, especialmente el matemático, tomando como categorías de análisis aquellos conceptos, representaciones y situaciones de contexto, propias del momento histórico en el que fue elaborado y utilizado. Es decir, con el análisis de textos históricos se desentraña lo que el autor o los autores intentaron transmitir para lograr la mayor comprensión de sus contenidos. El análisis de textos matemáticos posibilita la explicación de diversos problemas en esta área (Reed, 1995).

La investigación mediante el análisis de libros de texto matemáticos, a partir de una perspectiva histórica, ha experimentado un marcado auge en los últimos años. Esto quizás, por la conciencia generada alrededor de la función formadora de los libros de texto y su función transmisora de determinados significados para la correcta comprensión de conceptos formales que presentan (Segovia y Rico, 2001). Como ejemplos, podemos mencionar trabajos como el de Maz (2005) quien, mediante el análisis de textos hitóricos, indagó sobre los números negativos en España durante los siglos XVIII y XIX; y Picado (2009) donde se abordó preliminarmente el tema de textos matemáticos en la implantación del SMD en España en la segunda mitad del siglo XIX. Contextualizados en una época más reciente, Ortiz (1998) estudió el significado de conceptos probabilísticos en libros de texto de bachillerato y, Sierra, González y López (1999) analizaron el concepto de límite funcional en libros de texto de bachillerato y curso de orientación universitaria en el período 1940-1995. En otros contextos ubicamos los trabajos de Amaral, Ralha y Gomes (2011a) y Zuin (2007, 2011) sobre la enseñanza de la medida en Portugal y la incorporación del SMD en el mismo país, respectivamente.

Finalmente, al igual que Schubring (1991), consideramos que desde una perspectiva histórica el análisis de libros de texto permite responder a cuestiones educativas que la historiografía tradicional no ha logrado explicar como lo son las reformas curriculares, los conceptos y los modos de representación de estos conceptos, las situaciones y contextos utilizados en su presentación, así como las finalidades y tareas presentadas para su aplicación; en particular, lo relacionado con la presentación del SMD en textos de matemáticas a partir de su introducción e implantación en España.

3.4. Una aproximación histórica

Durante siglos, las matemáticas se han desarrollado de forma específica. Este desarrollo ha apuntado a la evolución y el progreso de las matemáticas como disciplina. Hofmann (1961) apunta que “el pensamiento matemático ha llegado a su actual unidad formal y variedad de contenido a lo largo de un laborioso desarrollo de siglos” (p. 1). Sin embargo, resulta imposible mantener alejado el desarrollo de las matemáticas del avance de la ciencia (Hormigón, 1991; Serres, 1991; Vera, 2000a, 2000b).

La historia de la ciencia, cuando se analiza a ésta como actividad social singular, muestra su relevancia como invariante cultural a lo largo del tiempo. Así, la ciencia llega a formar parte de la historia de la cultura. En este sentido, siguiendo a Smith (1958):

*...una presentación histórica general es conveniente para relacionar el desarrollo de las matemáticas al desarrollo de la humanidad, para revelar la ciencia como una gran corriente en lugar de una masa estática, y de hacer hincapié en el elemento humano...
(p.iii)*

La especificidad de las matemáticas, de los conceptos y conocimientos en ella desarrollados y analizados, hace que el estudio particular de algunos de ellos —contextualizado y delimitado según los intereses del investigador— requiera de fuentes y registros pasados que muestren su evolución a lo largo del tiempo y del progreso matemático. Abordar el desarrollo de un determinado conocimiento matemático mediante la localización de fuentes de información, implica un acercamiento a la historia de las matemáticas; es la historia de esta disciplina la que proporciona los datos y los hechos relacionados con la evolución social, científica e ideológica de este conocimiento matemático, su enseñanza y su aprendizaje (Babini y Pastor, 1997; Bell, 1992; Boyer, 2003; Collette, 1973; Hofmann, 1961; Høystrup, 1980; Kline, 1992).

Estas ideas subrayan el vínculo entre cultura, ciencia, matemáticas y educación a partir de una visión histórica del mismo. Nos abocamos ahora a resaltar algunos aspectos propios de la historia.

3.4.1. Algunas ideas sobre historia

Bajo el planteamiento de autores como Aróstegui (2001), Best (1982), Cardoso (2000) y Kragh (1989) podemos otorgar a la historia algunas funciones y características que definen las concepciones desde las cuales abordamos nuestro trabajo.

La historia permite estudiar el pasado para entender no sólo los orígenes y el desarrollo del conocimiento en todas sus expresiones, sino también el entorno, es decir, los contextos social, político, económico, educativo, científico e intelectual donde ocurrieron los hechos o acontecimientos que dieron vida a este conocimiento. Por ejemplo, los trabajos de Babini y Pastor (1997), Bell (1992), Boyer (2003), Collette (1973), Fauvel y Gray (1991), Hofmann (1961) y Kline (1992) presentan con una explicación limitada, geográfica y temporalmente, las formas en que fue creciendo el cúmulo de conocimientos matemáticos que conocemos en la actualidad. De esta forma, la historia contribuye con la preservación y el estudio del conocimiento científico y funge un papel relevante en las actividades y el desarrollo de las ciencias en una época determinada.

Organizar el pasado en función del presente, así se ha definido la función social de la historia. La historia es el medio para mostrar lo que en el pasado ha sido realmente sobresaliente y para que el investigador destaque aquello que más se adecue a su trabajo indagador según la temática y las situaciones de su interés. La historia tiene que ayudar a comprender el presente a través del pasado y también comprender el pasado mediante el presente (Le Goff, 2011, pp. 26-31). Tal es el caso de las investigaciones sobre la funcionalidad de la historia en los procesos didácticos en el currículo de matemática (Farmaki, Klaudatos y Paschos, 2004; Fried, 2001, 2008; Furinghetti, 1997, 2002, 2004; Furinghetti y Somaglia, 1998; Katz, 1997; Tzanakis y Arcavi, 2000).

Pero, al igual que Ordóñez, Navarro y Sánchez (2005) sostienen que “la historia (...) es un diálogo con el pasado, del que somos herederos pero que ya no existe” (p. 234), no podemos considerar que sólo es un cúmulo de hechos o registros estáticos —inertes— pues este diálogo lleva a un dinamismo entre pasado y presente, entre pasado e investigador.

Es así como la historia, a través del método histórico, permite la selección, el análisis y la interpretación de ciertos conocimientos, datos, sucesos y fuentes relacionadas con una temática particular que responden a una serie de intereses para el investigador.

3.5. La historia en la Educación Matemática

Volviendo al propósito de nuestro estudio, interesa abordar las relaciones preferentes entre la historia y la educación matemática, singularmente entre los métodos de investigación histórica y la investigación en educación matemática. Reflexionamos también sobre el papel que ha jugado la historia en la educación matemática, es decir, las situaciones, los modos y las formas de inclusión de la historia en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en los diversos niveles de la educación matemática y las iniciativas en el campo de la investigación para su alcance.

En este sentido, Maz, Torralbo y Rico (2006) han hecho hincapié en la relación entre historia de las matemáticas y educación matemática mediante tres consideraciones. Primero, subrayan este vínculo como campo de investigación sobre el conocimiento y la comprensión de las maneras en que los conceptos, cuestiones y avances matemáticos han pasado a formar parte de la enseñanza de esta disciplina, así como las diversas tendencias filosóficas, políticas, sociales, económicas y culturales han influido en la manera que han sido expuestos y difundidos entre la sociedad mediante el sistema educativo. En segundo lugar resaltan el hecho que la historia de las matemáticas permite interpretar los procesos sociales y culturales que han dado sentido a los conceptos y las estructuras matemáticas que en la actualidad forman parte del sistema educativo. Por último, destacan la participación de la historia de las matemáticas en la contextualización de conceptos, su utilidad como elemento de interdisciplinariedad curricular y de motivación en el aprendizaje de las matemáticas.

Precisamente, estas consideraciones nos han llevado a pensar sobre esta relación entre historia de las matemáticas y educación matemática para presentar algunas ideas a partir de tres enfoques: las iniciativas de investigación, la didáctica y el papel del profesor.

3.5.1. Investigaciones del uso de la historia en Educación Matemática

De Guzmán (2007), Ruiz (2003) y Sierra (2000) coinciden en afirmar que el uso de la historia en la enseñanza de las matemáticas es muy limitado. Por varios años, esta ausencia se ha observado desde la escuela primaria hasta la formación de profesores de matemáticas a nivel universitario.

A pesar de este panorama, la historia de las ciencias, en este caso de las matemáticas, ha empezado a llamar la atención de profesores y mayormente de investigadores en esta área ocupando un sitio significativo “en las aproximaciones epistemológicas y educacionales alrededor de las ciencias” (Ruíz, 2003, p. 569).

Este interés ha impulsado distintas iniciativas relacionadas con la historia, la didáctica de la matemática y la investigación en este mismo campo. Entre estas, publicaciones sobre materiales históricos para la educación matemática; el uso de la historia en la enseñanza de las matemáticas; la inclusión de pasajes históricos y la utilización de un orden histórico en la explicación y desarrollo de contenidos en textos de matemáticas; y la realización de encuentros internacionales sobre historia y epistemología en la educación matemática (Sierra, 1997).

Maz et al. (2006) señalan que “en años recientes se ha producido un renovado interés en investigar sobre la utilización de la Historia de las Matemáticas en la enseñanza, provocando una eclosión de publicaciones científicas al más alto nivel dentro de la Educación Matemática” (p. 9). Estas ideas quedan plasmadas particularmente en las investigaciones en Educación Matemática realizadas en España que enmarcan los estudios sobre la historia y la enseñanza de las matemáticas desde distintas perspectivas. Destacamos los trabajos realizados en la Universidad de Valencia, la Universidad de Valladolid, la Universidad de Granada y la Universidad de Salamanca.

El interés por investigar sobre la historia y su utilidad en la didáctica de la matemática es una muestra del avance en las visiones filosóficas y su distanciamiento de los paradigmas dominantes del pasado. Siguiendo a Ruiz (2003), ha habido una modificación en la forma de percibir la naturaleza de las matemáticas y en los modos de abordar los procesos de enseñanza y aprendizaje en los distintos niveles de la Educación Matemática.

...en las matemáticas (como en las ciencias y otras áreas del conocimiento humano), los contextos de descubrimiento y justificación se penetran mutuamente. Consecuentemente, no se les puede negar a los asuntos sociales y culturales (y éticos) un impacto sobre las matemáticas y el conocimiento matemático y debe admitirse con un rol esencial y constitutivo en la naturaleza del conocimiento matemático. (Ernest, 1994, 10)

Estas consideraciones sobre el interés por la historia de las matemáticas encuentran un fundamento en varias razones. Entre ellas:

- Como disciplina, la historia de las matemáticas busca cabida en las prácticas para el progreso científico-tecnológico y cultural de las sociedades; en la práctica matemática, es un medio central para la determinación de estrategias de desarrollo; su implementación es básica en la comprensión de conceptos y métodos, perspectivas, limitaciones y posibilidades; y, en educación matemática, se relaciona con toda una

estructura cultural matemática y facilita la reflexión y el origen de ideas nuevas sobre la naturaleza de las matemáticas (Ruiz, Alfaro y Morales, 2004).

- A través de ella, los elementos del conocimiento matemático aparecen en su verdadera perspectiva; hace emerger una visión dinámica de la evolución de la matemática. Conocer la historia de las matemáticas concientiza sobre el momento y las circunstancias sociales, ambientales e ideológicas, y de los impactos que unas ciencias han ejercido sobre otras (De Guzmán, 2007).
- En la formación del matemático, proporciona una visión humana de la ciencia y la matemática, a la vez que aproxima a las personalidades de los hombres que a lo largo del tiempo han sido pilares en el desarrollo de las mismas (De Guzmán, 2007).

El surgimiento de nuevas tendencias en educación matemática, surgidas como consecuencia de los resultados de múltiples y diversas investigaciones, favorece la utilización de la historia en esta área. Se insiste en la contextualización histórica, social, cultural y empírica de la naturaleza de las matemáticas y de su enseñanza para apoyar los procesos cognitivos de los estudiantes, en los que sin duda el profesor y el libro de texto cumplen un papel fundamental.

3.5.2 La historia y la enseñanza de las matemáticas

Como hemos mencionado, distintos estudios señalan diversas formas o maneras específicas de utilizar la historia en la enseñanza de las matemáticas con el fin de ayudar a los estudiantes en la comprensión de conceptos y a los profesores en el uso de métodos de enseñanza.

Desde un marco general, la enseñanza de las matemáticas es una labor que requiere de estrategias adecuadas en el desarrollo de la clase. No es una tarea fácil y la utilización de la historia no hará que este grado de dificultad disminuya. Sin embargo, es necesario buscar los modos en los que la historia de las matemáticas contribuya a mejorar su aprendizaje (Katz, 1997).

La integración de la historia de las matemáticas en la práctica didáctica, orientada a la exploración de momentos “genéticos” de las matemáticas, es una estrategia metodológica que contribuye a que el estudiante comprenda que los errores, las dudas, la diversidad de enfoques para abordar un problema y las controversias surgidas durante la definición de conceptos matemáticos son una parte integral del desarrollo de esta ciencia y no un asunto acabado (Farmaki, Klaudatos y Paschos, 2004). Esta integración puede incluso ser un elemento clave en el establecimiento de relaciones entre disciplinas. En este sentido, Furinghetti y Somaglia (1998) apuntan que la historia de las matemáticas contribuye al establecimiento de un proceso de interdisciplinariedad en la escuela para una visión más amplia del papel de las matemáticas en el desarrollo de la humanidad y una mutua colaboración entre profesores de distintas áreas para sacar a flote la génesis de las ideas y los vínculos entre ellas (ideas y disciplinas). De esta forma, encontramos diversas aproximaciones y planteamientos que convergen en apoyar la implementación de la historia en la enseñanza de las matemáticas.

La visión filosófica que se adopte en la enseñanza de una ciencia está íntimamente ligada con su desarrollo histórico. Así, siguiendo a Protti (2004), el establecimiento de una relación entre ideas, historia y práctica educativa se convierte en una palanca teórica para la comprensión de los problemas de la enseñanza de la ciencia en sí.

Los motivos para una integración de la historia de las matemáticas en su enseñanza están dirigidos tanto al profesor como al estudiante. El profesor, al cual nos referiremos más adelante, encuentra en la historia medios para apropiarse del conocimiento matemático, ordenar la presentación de los temas, descubrir los obstáculos y las dificultades, los errores detectados en los propios matemáticos y la forma de apreciar la matemática como actividad humana. Para los estudiantes, se convierte en un elemento motivador, en el medio para conocer la génesis de los conceptos y problemas a los que han tenido que enfrentarse (Sierra, 1997).

La implementación de la historia en la enseñanza de las matemáticas pone en perspectiva el papel que a lo largo del tiempo ha jugado la matemática en el desarrollo de la humanidad. Actividades como la presentación de pasajes de la historia, la introducción y presentación de problemas, el análisis de sus respectivas soluciones históricas, la reproducción del proceso de aprendizaje de un área particular, la lectura de documentos originales de reconocidos matemáticos en la producción de conocimiento matemático incentivan el aprendizaje escolar. Impartir clases de historia de las matemáticas, elaborar materiales y proyectos con un tema histórico, explorar los errores del pasado para ilustrar técnicas y métodos de resolución, idear aproximaciones pedagógicas al tema según su desarrollo histórico y realizar proyectos relacionados con la historia de la actividad matemática local, estimulan la diversidad y riqueza de la planificación del profesor y se consideran como recursos pedagógicos para el uso de la historia de las matemáticas en su enseñanza (Sierra, 1997).

El llamado “Método Genético” defendido por matemáticos como Poincaré, Kline y Toeplitz (González, 1991) hace parte de estas estrategias metodológicas. Este método, orientado hacia una reconstrucción del ambiente psicológico que rodeó a un determinado momento creador que significó un cambio cualitativo en la historia de las matemáticas, se apoya en la repetición de situaciones trascendentales en el proceso histórico que delimitó el surgimiento de un concepto, permitiendo en los estudiantes una mayor comprensión de este.

La aplicación del método genético consiste en contextualizar históricamente, realizando una reconstrucción de la historia que haga patente el conocimiento de las preguntas y necesidades que motivaron en su momento histórico la introducción de un concepto nuevo, así como las dificultades intrínsecas inherentes al alumbramiento de algunos conceptos y a la resolución de algunos problemas, dificultades, que, como señalaba Kline se manifiestan asimismo de forma rotunda en el aprendizaje de los mismos conceptos y en la resolución de los mismos problemas. (p. 286)

La revisión bibliográfica nos ha mostrado cierta disyuntiva en cuanto a los propósitos de la utilización de la historia de la matemática en educación. Por un lado, la historia puede utilizarse mediante material didáctico al que el profesor puede recurrir en la enseñanza de las matemáticas (presentación de anécdotas o biografías de matemáticos distinguidos), es decir, ser un objeto, un instrumento para ilustrar y hacer más atractiva una sesión de clase. Por otro, la historia es el medio para el entendimiento y la comprensión de una idea difícil de la manera más adecuada y sencilla: evidenciar su origen humano.

Desde nuestro punto de vista, todo apunta a la necesidad de una combinación de estas propuestas. Sin duda, utilizar la historia de la matemática en educación, requiere del

conocimiento propio de la historia y de una adecuada selección de aspectos del desarrollo histórico del conocimiento matemático que faciliten su aprendizaje.

En síntesis, la historia puede presentarse mediante diversos relatos o materiales concretos que amenicen la clase, sin perder de vista uno de los propósitos claves de su utilización: evidenciar el gran lazo que por siglos ha unido la matemática con la humanidad. La historia pone de manifiesto como las matemáticas, que tantas dificultades cognitivas ocasionan en el estudiante, han sido el instrumento óptimo para resolver múltiples cuestiones derivando en el progreso de las sociedades en distintos campos del saber.

3.5.3. El profesor y la historia de las matemáticas

Las razones para integrar la historia de las matemáticas en su enseñanza se orientan, de manera especial, hacia el profesor y la metodología utilizada en el desarrollo de la clase. Maz (2005) ha indicado que el profesor de matemáticas es punto de encuentro entre las investigaciones en educación matemática y aquellas otras en historia de las matemáticas. El profesor constituye un vínculo entre las investigaciones en estos dos campos. Furinghetti (1997) esquematizó esta relación para analizar el papel del profesor. Esto se muestra en la Figura 7.

Del esquema, el profesor actúa como el canal de convergencia de los estímulos y las recomendaciones producidas en investigaciones en campos como la educación matemática y la historia de las matemáticas. Así mismo, es el medio para implementar los resultados de estas investigaciones en la enseñanza de las matemáticas focalizada en el mejoramiento de la actividad cognitiva de los estudiantes.

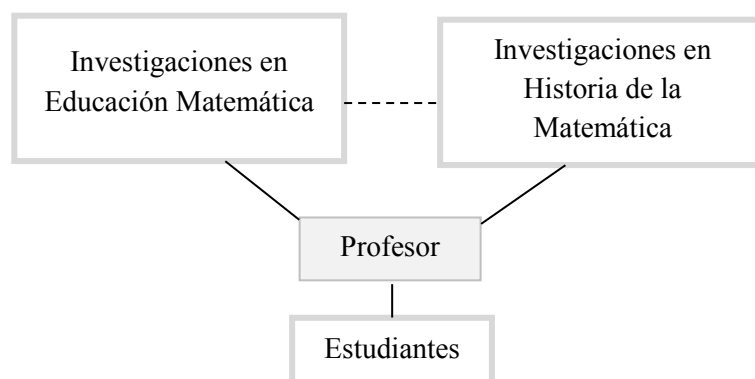


Figura 7. Investigaciones en Educación Matemática e Historia de la Matemática: el papel del profesor

Ahora, durante el proceso de enseñanza, la forma en que el profesor concibe las matemáticas constituye el punto de partida para la definición de los modos y las formas de utilizar aspectos históricos. Por ejemplo, el profesor puede inclinarse hacia las anécdotas motivadoras; o bien, hacia una planificación, según los objetivos y fines propuestos para un curso particular, que tome como base el devenir histórico de los conocimientos. En ambos casos, el profesor se ve en la obligación de saber sobre el origen y el desarrollo de las ideas y prácticas matemáticas, es decir, conocer sobre la historia de las matemáticas, para comprender mejor las dificultades del hombre en la creación de las ideas matemáticas —y con ello las de sus estudiantes— y para utilizar este conocimiento como guía en su desempeño docente (De Guzmán, 2007).

Llegamos aquí a un punto de reflexión. La integración de la historia en la enseñanza de las matemáticas requiere de un conocimiento sobre el tema por parte del profesor, mismo que se entiende como un componente de su formación académica. No obstante, siguiendo a Furinghetti (1997), esta formación en historia de las matemáticas no es uniforme, es diversa e incluso insuficiente, perjudicando y agravando los intentos por integrar la historia en la educación matemática de los estudiantes.

Partiendo de una formación básica en historia de las matemáticas, la búsqueda de estrategias de enseñanza adecuadas conduce a que el profesor identifique y planifique con antelación el enfoque y el diseño de clase que favorecerá el aprendizaje de sus estudiantes. Siguiendo a Katz (1997), utilizar la historia como componente metodológico para el desarrollo de las lecciones requerirá del profesor un conocimiento histórico con suficiente detalle para extraer los aspectos pertinentes para la organización de la clase. De esta forma, la historia de las matemáticas no debe utilizarse como una simple forma de hacer diferente una clase. El profesor de matemáticas tendrá la tarea de indagar y analizar sobre los contextos y acontecimientos que históricamente acompañaron el surgimiento y desarrollo de los conceptos matemáticos. En este sentido, Furinghetti (1997) recapitula una serie de trabajos basados en experiencias de aula, llevadas a cabo con la finalidad de establecer conexiones entre la historia y la enseñanza de las matemáticas desde distintos enfoques.

En síntesis, el profesor debe ser consciente que las motivaciones para enseñar matemáticas y la manera cómo se enseñan pueden verse influenciadas positivamente con el conocimiento de la historia. Como parte de su planificación didáctica y su trabajo en el aula, es recomendable que tenga presente consideraciones como la amplitud con que puede verse un problema a partir de un enfoque histórico, la profunda comprensión de problemas matemáticos que otorga la historia de las matemáticas, el aprendizaje activo que puede lograrse mediante el fomento de la actividad investigadora en los estudiantes, la erradicación de mitos y creencias sobre las matemáticas que obstaculizan su aprendizaje, la influencia de la fuerza creativa de las matemáticas en el desarrollo del espíritu creativo del estudiante, la humanización de las matemáticas con la exposición de los traspiés sufridos por los matemáticos y el fuerte vínculo entre matemáticas y otras ciencias, como la sociología, que permiten reconocer los esfuerzos de los hombres para el desarrollo de las matemáticas (González, 1991).

3.6. Investigación histórica y educación matemática

Abordamos en este apartado algunas ideas sobre la investigación histórica como método de indagación, de búsqueda de respuestas a cuestionamientos en distintos campos del conocimiento. Posteriormente, destacaremos su alcance en la educación matemática.

3.6.1. Sobre la investigación histórica

Investigadores y expertos han reflexionado e indagado sobre la investigación en el campo de la historia enfocando distintos aspectos relacionados con este tipo de investigación. Entre sus trabajos se distinguen aquellos para la presentación de aspectos teóricos de la historia como disciplina, como el objeto de su estudio, su finalidad y las diversas ideas sobre la objetividad

del conocimiento histórico. Estos procuran un acercamiento entre historia y ciencia presentando ideas sobre la ciencia, su historia y la introducción de la investigación historiográfica dentro de esta temática. Los trabajos de Le Goff (2011), Losee (1989) y Suárez (1977) constituyen ejemplos de ello.

Otros autores se orientan a la presentación de ideas sobre el método histórico o el método historiográfico (Aróstegui, 2001; Cardoso, 1989; Cohen y Manion, 2002; Salkind, 1999; Suárez, 1977). Caracterizan una investigación histórica a partir de la presentación de una serie de pasos que desarrollan y organizan sistemáticamente. Entre ellos destacan la elección del tema para la investigación histórica, el punto de partida, las fuentes, el sentido crítico y la interpretación.

Como una combinación entre teoría y método práctico, Aróstegui (2001) muestra, desde una perspectiva teórica, la historiografía y las características de su método, al que denomina método historiográfico. Desde su punto de vista, este método es legítimo descendiente de la ciencia social y su método.

Si, de una parte, investigar la historia es investigar una dimensión de la sociedad y, en tal sentido, el método historiográfico es una parte del método científico-social, por otra, reconstruir la historia, reconstruir ciertas historias particulares, es, a su vez, una de las alternativas metodológicas, de las prácticas, (...), con las que cuenta el conjunto de las ciencias sociales. (pp. 350-351)

Sus ideas, junto con las de otros autores, plantean la investigación histórica desde la elaboración de un plan; un plan que con toda probabilidad será modificado en el curso de la investigación y cuyo resultado final podría estar lejos de las presunciones iniciales. Esta planificación, considerada como “la previsión de adaptación del trabajo a los problemas concretos del objeto investigado” (p. 362), incluiría aspectos sobre qué se quiere conocer, el cómo conocerlo, cómo comprobar lo conocido y qué desencadenaría una serie de actividades para su alcance.

Para el investigador, la investigación histórica y la necesidad de conocer sobre su método forman parte de aquellas habilidades que debe dominar. El entendimiento de la naturaleza histórica de un fenómeno puede resultar tan importante como comprender el fenómeno en sí mismo, ya que no se lograrían evaluar ni apreciar completamente los avances en la ciencia sin entender el contexto dentro del cual sucedieron (Aróstegui, 2001; Salkind, 1999).

En un tercer apartado encontramos los trabajos que, además de presentar una metodología para la investigación histórica, plantean una concepción de la investigación histórica; es decir, sostienen diversas ideas sobre el significado de la investigación histórica como actividad en el campo de las ciencias. Fox (1987), Losee (1989) y Suárez (1977) son algunos de los autores que se refieren a este significado. Presentamos algunas de estas concepciones, junto con aquellas otras ideas implícitas expuestas en párrafos anteriores.

La investigación histórica es el “conjunto de operaciones por las que llega a la reconstrucción de un hecho histórico a partir de las huellas que dejó en las fuentes” (Suárez, 1977, pp. 23-24). Su objetivo es el conocimiento de la realidad histórica, el conocimiento del pasado, entendiendo la historia como una disciplina social interesada en los comportamientos

colectivos. Sus ideas convergen al considerar la historia integrada, entre otros elementos, por el pensamiento y las ideas, la política, la religiosidad, la economía, la cultura, las guerras y los acuerdos de paz, las distintas luchas entre clases sociales a través del tiempo. La historia pretende averiguar y describir, no demostrar, las relaciones entre los hombres del colectivo, de las sociedades humanas en constante movimiento.

Losee (1989) sostiene que la investigación histórica atiende a la necesidad de aplicar y justificar los criterios de evaluación de distintas teorías desde su origen. La incorporación de resultados pasados a teorías del presente es un punto clave en el progreso científico.

Desde la perspectiva de Fox (1987), este tipo de investigación pretende esclarecer un problema de interés actual por medio del estudio de materiales ya existentes; proporcionar nuevas explicaciones y relaciones de acontecimientos pasados por medio de la utilización de técnicas adecuadas modernas; y, buscar nuevos investigadores con la capacidad y el carácter para la toma de decisiones, con una visión amplia y detallada del objeto de estudio, cualidades con las que pueda explicar y relacionar de manera novedosa la información referida a este objeto de estudio y que se encuentra presente en los datos.

Con similitud, Cardoso (1989), Cohen y Manion (2002) y Grajales (2002) presentan distintas formas de concebir la investigación histórica. Estas convergen en acciones como la búsqueda de datos o fuentes de información vinculadas con sucesos del pasado; la descripción, el análisis y la evaluación de estos datos; y, a partir de estos, el establecimiento de interpretaciones, resultados y conclusiones.

Intentando integrar estas ideas, apuntamos que tratar con la investigación histórica exige, y a la vez permite, reflexionar sobre la historia misma, sobre las características del método histórico y las cualidades de un investigador histórico, conduce a una reflexión sobre el conocimiento, la epistemología y la teoría. Investigar en historia no es contar una serie de datos cronológicamente expuestos. Es indagar, describir y analizar datos; es ilustrar contextos y situaciones; es integrar, interpretar y evaluar. La investigación histórica permite compartir el conocimiento de la realidad histórica, en la búsqueda de explicaciones y respuestas para las diversas circunstancias y problemas de la convivencia entre los hombres.

3.6.2. Investigación histórica en Educación Matemática

Cohen y Manion (2002) atienden la comprensión de los procesos de enseñanza y aprendizaje desde el desarrollo histórico de un concepto. Sus ideas acentúan la capacidad de la historia para predecir el futuro y utilizar los acontecimientos pasados para explicar los presentes. La investigación histórica permite conocer los orígenes del sistema educativo de una nación, el surgimiento y el desarrollo de las distintas teorías y prácticas educativas; además de brindar a los educadores la posibilidad de utilizar prácticas pasadas en la evaluación de las aparecidas recientemente y contribuir a una comprensión plena de la relación entre política y educación, entre institución y sociedad, entre maestro y alumno.

Desde estas consideraciones entendemos la investigación histórica como una labor con un sentido de utilidad y de aplicación significativa en la actualidad, caracterizada por sus intentos de esclarecer problemas de interés actual en la didáctica de la matemática mediante el

estudio de materiales existentes, y diferenciada de otros tipos de investigación en educación por sus fuentes de datos, como libros de texto o documentos oficiales.

Estos acentos a la investigación histórica, su utilidad en los estudios de tipo educativo —especialmente en didáctica de la matemática— y las contribuciones que otorga a la comunidad de educadores y a los procesos educativos en general han permitido que en las dos últimas décadas investigadores como González y Sierra (2003) hayan considerado este tipo de investigación en educación como una corriente “atractiva, apasionante y fructífera” (p. 109) en el campo de la didáctica de la matemática.

La investigación histórica ha sido el objeto de estudio para diversos autores y se ha convertido en la herramienta utilizada en distintos trabajos de investigación. Entre estos las contribuciones hechas en la Universidad Europea de Verano sobre la Historia y la Epistemología de las Matemáticas [*European Summer University on the History and Epistemology of Mathematics*] y la Segunda Conferencia Internacional sobre Historia de la Educación Matemática [*Second International Conference on the History of Mathematics Education*]. Trabajos que destacan el uso de la historia en proceso didácticos desde distintos enfoques, el análisis de fuentes documentales y la historia de las matemáticas en contextos particulares, entre otros (Barbin, Kronfellner y Tzanakis, 2012; Katz y Tzanakis, 2012; Gerdes y Djebbar, 2011) que acuerpan el Grupo de Estudio Internacional sobre las relaciones entre la Historia y la Pedagogía de las Matemáticas [*International Study Group on the relations between the history and pedagogy of mathematics*]²⁹.

Particularmente en España, se destacan trabajos, algunos de ellos mencionados con anterioridad. González y Sierra (2003) presentan un método de investigación histórico en la didáctica del análisis matemático; Gómez (2003) sistematiza sobre la investigación histórica en didáctica de la Matemática; y Bruno y Martínón (2000) sobre las matemáticas escolares para la segunda enseñanza en España durante el siglo XX. Sobre la evolución histórica de tópicos matemáticos específicos sobresalen Sierra, González y López (1999) quienes abordan la evolución histórica del concepto de límite funcional en los textos de bachillerato y curso para la orientación universitaria. Y, recientemente, Maz (2005) estudia el tratamiento de los números negativos en España en los siglos XVIII y XIX; Picado (2009) trabaja sobre el tratamiento del SMD en textos de matemáticas en España en el período 1849-1892; C. López (2011) sobre la formación de maestros en aritmética y álgebra a través de los libros de texto; e I. López (2011) quien particulariza la investigación histórica al análisis sistémico de la obra de Mariano Vallejo. Todos ellos centrados en aspectos históricos de la didáctica de la matemática.

Fuera de España, los trabajos de Matos (1989, 2006, 2007) sobre la enseñanza de la matemáticas y la introducción de la matemática moderna en el sistema educativo en Portugal; el estudio de Santiago (2008) sobre los problemas de optimización en la educación secundaria en Portugal; el trabajo de Amaral, Ralha y Gomes (2011b) sobre el concepto de medida en los programas de estudio de matemáticas para la formación de profesores y la investigación de Aires (2006) sobre el concepto de derivada en la segunda enseñanza en Portugal durante el siglo XX. El estudio de Bjarnadóttir (2006) sobre la educación matemática en Islandia desde

²⁹ <http://www.clab.edc.uoc.gr/hpm/>

una perspectiva histórica y el desarrollo socio-económico, destacando una comparación con la educación matemática en Noruega, Dinamarca e Inglaterra; entre otros.

3.6.3. Una propuesta de método histórico

El método o proceso bajo el cual se lleva a cabo una investigación histórica ha sido definido y caracterizado por diversos autores (Aróstegui, 2001; Cardoso, 2000; González y Sierra, 2003; Ruíz, 1997; Salkind, 1999). Las Figuras 8 y 9 exponen las similitudes en la forma de plantear el proceso para la realización de una investigación histórica. Para nuestra investigación, hemos resumido este proceso en cinco fases: (a) planteamiento de la investigación, (b) selección de las fuentes, (c) análisis de las fuentes seleccionadas, (d) interpretación de los datos y, (e) comunicación de los resultados. Estas fases se sintetizaron para establecer la guía metodológica en el diseño y proceso de investigación llevado a cabo.

Ruíz (1997)	Salkind (1999)	González y Sierra (2003)
Planteamiento	Definición del tema	Planteamiento
Hipótesis y modelos	Hipótesis	
Fuentes histórico - educativas	Fuentes de información Autenticidad y exactitud de datos	Heurística
Análisis	Síntesis de datos	Análisis
Verificación de hipótesis	Interpretación de resultados	Hermenéutica
Síntesis explicativa		Exposición

Figura 8. El método histórico para Salkind, González y Sierra y Ruiz

Planteamiento de la investigación

Esta fase incluye la selección del tema, su delimitación, el establecimiento de un marco teórico que lo fundamente, la definición del problema de investigación y la formulación de hipótesis o conjeturas a partir de una revisión documental previa. Para la selección del tema deben considerarse aspectos como la relevancia, viabilidad, originalidad y el interés personal.

En este sentido, Vilar (1976) propone que para la delimitación del tema se consideren criterios como el espacio, el tiempo y el marco institucional sobre el cual se realizará la investigación. La selección y delimitación del tema se sigue con el establecimiento de cuestiones que darán origen al problema a tratar y responder.

Una vez definido el tema, el paso siguiente en el proceso de investigación consiste en la construcción del modelo teórico, es decir, en la definición del marco teórico en función del cual se plantearán las hipótesis heurísticas o de trabajo a ser comprobadas en etapa posterior. (Cardoso, 2000, p. 167)

Este marco teórico se sustenta en teorías y enfoques previamente establecidos y en la bibliografía sobre el estado de la cuestión a investigar. Para las hipótesis, Ruíz (1997) considera que en la investigación histórica las hipótesis no siempre son presentadas de forma explícita; en algunos casos suelen estar implícitas. Desde su concepción, fundamentada en Topolsky (1992), distingue tres tipos de hipótesis: factográficas o las elaboradas en los procesos de lectura de las fuentes, de crítica externa e interna y en el establecimiento de los hechos; explicativas, que explican hechos y formulan leyes; y de construcción que integran los datos sobre el pasado por medio de la periodización y la clasificación de los datos.

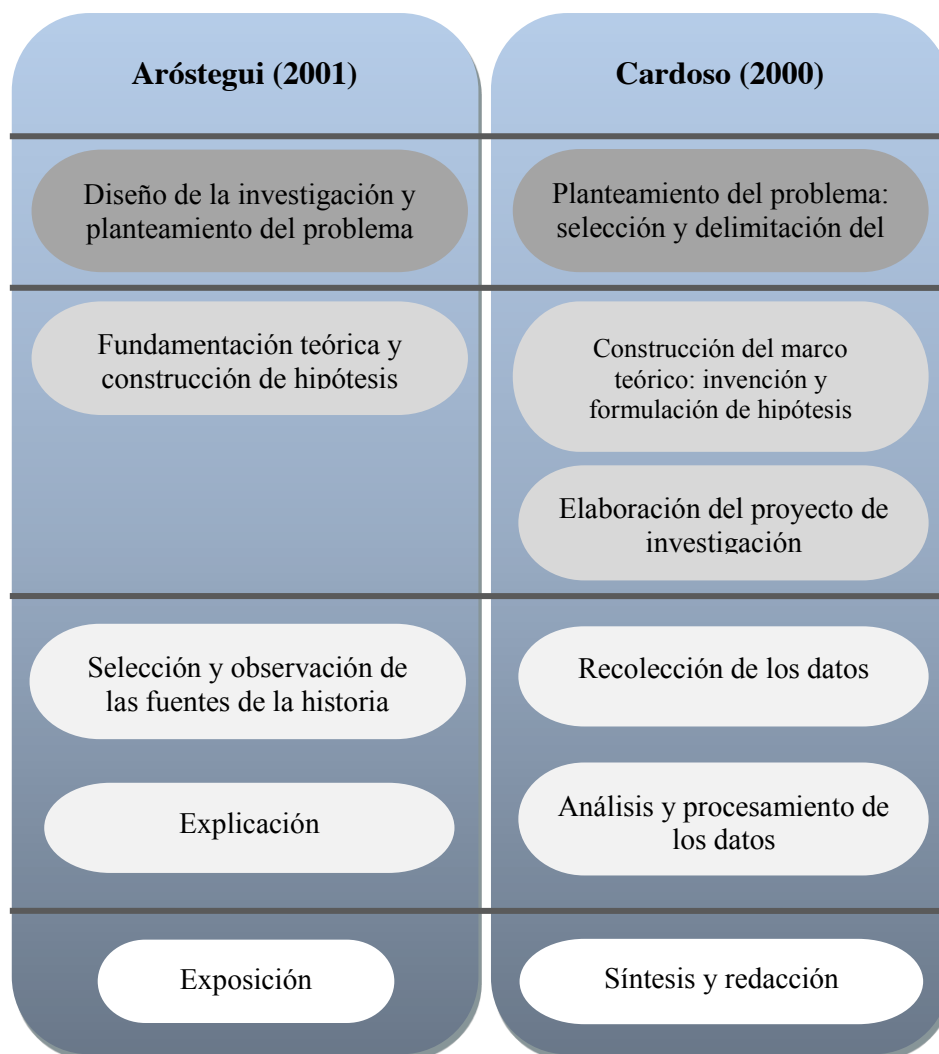


Figura 9. El método histórico según Aróstegui y Cardoso

Selección de las fuentes

La segunda fase contempla la selección de las fuentes siguiendo criterios establecidos para tal fin y que más se acerquen a la finalidad y los objetivos de la investigación. Llamada heurística (Cardoso, 2000; González y Sierra, 2003), en esta fase se llevan a cabo la búsqueda, localización y selección de las fuentes documentales correspondientes a todo documento, o cualquier tipo de registro, que proporcione información del pasado, en nuestro caso educativo, que haya sido preservado y transmitido. Localizadas las fuentes, es necesario clasificarlas y seleccionarlas con el objeto de evitar tanto los vacíos documentales como las redundancias. Esta etapa incluye la realización del proceso de crítica histórica para evaluar la autenticidad y exactitud de las fuentes.

La crítica histórica contempla una crítica externa y una crítica interna. La primera tiene como propósito la comprobación de la autenticidad del documento y la legitimidad de los datos, “se dirige a descubrir fraudes, falsificaciones, engaños, invenciones o distorsiones” (Cohen y Manion, 2002, p. 87). La crítica interna se encarga de valorar la exactitud o mérito del contenido del texto; esto implica una comprobación del crédito del autor y de la exactitud y veracidad de los datos tratados. Este proceso nos proporciona una aceptación de los datos como evidencia histórica para el trabajo de investigación.

Análisis de las fuentes seleccionadas

Una tercera fase contemplaría el análisis de los documentos elegidos como fuentes de información en la fase anterior. La fase de análisis contempla la selección de la técnica o las técnicas de análisis y la definición de categorías para la identificación y recolección de los datos relevantes para el estudio.

A partir del análisis se esperan nuevas afirmaciones, sobre los hechos a los que hacen referencia, para responder al problema y los cuestionamientos de la investigación. González y Sierra (2003) afirman que el análisis de la documentación permite estudiar el material seleccionado considerando los criterios pedagógicos e históricos que se definan para tal fin.

Si bien se ha considerado el proceso de crítica histórica de las fuentes en la fase anterior, Cardoso (2000) y Ruíz (1997) proponen que es en esta etapa en la que se realizan los procedimientos hermenéuticos de interpretación o descodificación de las fuentes y de crítica histórico-pedagógica.

Interpretación de los datos

Esta fase se destina a la interpretación de los datos recogidos en el análisis que sustentarán las respuestas a los cuestionamientos planteados. La finalidad es integrar resultados y determinar tendencias o reconocer orientaciones a partir de las cuales surjan otras cuestiones de interés (Salkind, 1999).

González y Sierra (2003) sostienen que esta fase, conocida como hermenéutica, describe la interpretación histórico-pedagógica. Para los autores, en esta fase el investigador debe buscar respuestas adecuadas a las preguntas planteadas, interpretar los datos recogidos e indicar las posibles relaciones que organizan y explican los hechos históricos analizados.

La interpretación de los datos ha sido también entendida como la construcción de una síntesis histórica o de una explicación histórica. Ambas interpretaciones se consideran como resultado de todo un proceso de investigación iniciado a partir de una visión totalizadora de un problema determinado (Cardoso, 2000). En esta construcción histórica, sea síntesis o explicación, se ubica la verificación de las hipótesis realizada a partir de la seguridad que proporcionan las fuentes evaluadas, criticadas y analizadas. Esto constituye “un momento crucial del método” (Alía, 2005, p. 43).

Comunicación de los resultados

Ruíz (1997) entiende esta fase como la última de tres tareas en la interpretación de los datos: establecimiento de los datos, explicación histórico-pedagógica y elaboración del texto. En nuestro planteamiento, esta fase tiene como finalidad comunicar los resultados y las conclusiones obtenidas a partir de los objetivos, las hipótesis o conjeturas iniciales y el análisis realizado. Pretende, además de la elaboración de un informe escrito, la difusión de los datos relevantes del estudio mediante la publicación de artículos en revistas científicas y la participación en eventos en el campo de investigación. Es decir, integrar la investigación en el campo de conocimientos científicos de un determinado contexto.

3.7. Balance teórico

En un marco general, la investigación presentada en esta memoria trata de abordar los antecedentes y la evolución del tratamiento formal, técnico y didáctico que, en un período histórico determinado, se hace de una estructura matemática, en este caso del SMD, de sus diversos modos de representación, sus contextos de uso y aplicaciones, las finalidades y tareas para su enseñanza. Así mismo, poner de manifiesto las razones que justifican la introducción del SMD en el Sistema Educativo español y su incorporación en documentos para su enseñanza a partir de la información suministrada por textos de matemáticas para los niveles de primaria, secundaria y la formación de maestros. Estas pretensiones sitúan el trabajo en la intersección de tres áreas de estudio: la matemática, la educación y la historia.

Una aproximación matemática del estudio nos hizo interesarnos por las investigaciones y los trabajos sobre el origen y la evolución de los conocimientos matemáticos. Así mismo, condujo a abordar las nociones para determinados conceptos matemáticos fundamentales para establecer y comprender el SMD e indagar sobre su presentación como estructura matemática en la educación matemática del siglo XIX, los elementos que lo conforman y aquellos que lo relacionan con otras estructuras matemáticas.

Desde la perspectiva educativa las investigaciones pretenden encontrar respuestas para problemas didácticos basados en conocimientos particulares. En nuestro caso, enfocamos la caracterización del cambio curricular; es decir, la reforma curricular acaecida en el sistema educativo de la época ante la adopción de un nuevo conocimiento científico y matemático mediante un encuadre del estudio en aspectos curriculares, de la didáctica de la matemática y de la investigación en esta área del conocimiento. Se rescataron las particularidades del currículo español durante el período histórico seleccionado mediante un análisis de la legislación metrológica y de los planes de estudio para la educación primaria, secundaria y la

formación de maestros en las Escuelas Normales, enfocando el papel del libro de texto como fuente de información y como componente en el proceso de difusión, enseñanza y aprendizaje del SMD.

La componente histórica se convirtió en el canal para establecer una conexión entre aspectos matemáticos y educativos. Es decir, desde la historia, miramos los acontecimientos matemáticos sobresalientes de una época particular, como lo fue el establecimiento del SMD y su implantación en España en el siglo XIX, y sus repercusiones en la educación, específicamente, en el Sistema Educativo español. Aunado a esto, la aproximación histórica contribuyó a poner en relieve los aportes y las investigaciones en historia de la educación matemática, a fundamentar el método de investigación y a contextualizar el estudio en la realidad social, política, económica y educativa española del siglo XIX.

De esta forma, matemática, educación e historia fueron integradas en la historia de la educación matemática, nuestro campo de investigación (Figura 10). La relación entre áreas hace sobresalir otros campos como la educación matemática, la historia de la educación y la historia de la matemática que han dado un sustento particular al estudio.

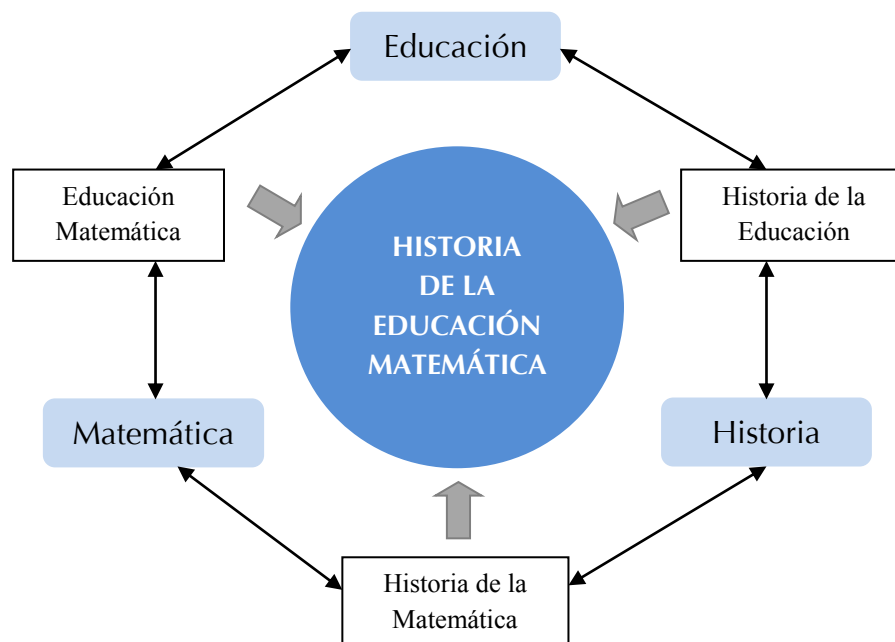


Figura 10. Campo de investigación en Historia de la Educación Matemática

Se entiende la educación matemática como el campo en que se recogen las ideas, los conocimientos y los procesos vinculados con la construcción, las formas de representación y los modos de transmisión y valoración del conocimiento matemático.

En la historia de la matemática encontramos los registros y relatos sobre el origen de las matemáticas, su desarrollo, usos y aplicaciones en diferentes campos y contextos del saber humano a lo largo del tiempo. Dentro de estos campos, la geometría, en la que históricamente se han ubicado los procesos de medición, y la aritmética, que adopta una parte de estos procesos de medición a partir de decisiones políticas, matemáticas y educativas. La historia de las matemáticas, en especial aquella que mira hacia la historia de la medida y del uso de unidades para la medición en contextos particulares, nos ha proporcionado los registros

necesarios para indagar sobre la implantación del SMD y su tratamiento como estructura matemática.

De manera similar, en la historia de la educación, destacando las investigaciones en esta área, encontramos datos acerca de los progresos y retrocesos en los procesos didácticos para una determinada área del conocimiento, sus componentes y particularidades culturales, destacando varios conceptos o técnicas (Mialaret y Vial, 2010). Negrín y Vergara (2009) apuntan que es a través de la historia de la educación que podemos “conocer sistemáticamente cómo se ha entendido en el tiempo y en el espacio el concepto y los fines de la educación, sus contenidos, agentes personales, instituciones y corrientes pedagógicas más representativas” (pp. 16-17). Con ello, procuramos información sobre la inclusión del SMD en el sistema educativo, el cambio curricular y los agentes de esta reforma, así como de su incorporación en textos escolares y su atención en los procesos didácticos.

En síntesis, nuestro estudio se edificó sobre la plataforma de las investigaciones en historia de la educación matemática. Se sostuvo a partir de la evolución y el tratamiento dado a conceptos matemáticos reseñados en la historia de la matemática, de las especificidades de la educación matemática como disciplina científica y de los registros de la historia de la educación en contextos y momentos particulares.

CAPÍTULO 4

Diseño de la investigación

En este capítulo presentamos el proceso llevado a cabo a partir de las reflexiones metodológicas introducidas en el Capítulo 3. De esta forma, presentamos la información correspondiente a las cinco fases antes establecidas con que se llevó a cabo el estudio:

- Planteamiento de la investigación
- Selección de las fuentes
- Análisis de las fuentes seleccionadas
- Interpretación de los datos
- Comunicación de los resultados

4.1. Planteamiento de la investigación

Hemos dedicado los Capítulos 1, 2 y 3 al planteamiento del estudio, su descripción y fundamentación. Aquí puntualizamos algunos aspectos claves para complementar la primera fase de la investigación.

Siguiendo a Rico (2012), “un trabajo de investigación en Didáctica de la Matemática se delimita mediante tres componentes: su encuadre teórico, su marco metodológico y su ámbito de actuación” (p. 55). Nuestro estudio forma parte de las investigaciones en historia de la educación matemática. Buscamos conocer el tratamiento que, desde un punto de vista didáctico, se dio al SMD en el Sistema Educativo español y en libros de texto de matemáticas para la enseñanza primaria, secundaria y para la formación de maestros en España en un momento histórico determinado: la segunda mitad del siglo XIX, caracterizado por la implantación de una reforma curricular.

El marco teórico del estudio se compone de tres focos: matemático, educativo e histórico, establecidos como base para esta investigación en Historia de la Educación

Matemática. Su ámbito de actuación es curricular, ya que aborda una cuestión de cambio en los programas y en su puesta en práctica. El enfoque metodológico sigue el método histórico y el de los estudios sobre cambio curricular.

4.1.1. Períodos y etapas históricas

La investigación se ha contextualizado de manera amplia en el siglo XIX, donde transcurren los acontecimientos políticos, educativos, científicos y sociales vinculados con la implantación del SMD en España. La elección de períodos para una delimitación temporal más precisa del estudio se ha llevado a cabo en dos fases determinadas por hechos históricos relevantes. La primera fase se centra en el acontecer político-educativo en la historia de España. La segunda fase responde a la legislación metrológica sobre el SMD en España.

Contextualización política y educativa: 1833-1898

De manera preliminar, a partir de las singularidades políticas y sociales de la época, el estudio se ha enmarcado dentro del período 1833-1898 limitado por dos acontecimientos políticos cuyas secuelas repercutieron en los ámbitos político, educativo y social españoles de los siglos XIX y XX: la muerte de Fernando VII en 1833 y la Guerra Hispano-estadounidense de 1898 (Artola, 1996; Carr, 2001; Fusi y Palafox, 1997; Peralta, 2009; Ruíz, 1997).

La muerte de Fernando VII dio lugar a una disputa entre liberales y absolutistas por el poder, fue el sello para la transición y el asentamiento de los liberales en el gobierno, tendencia que veía en la educación el cimiento del nuevo régimen político y el atraso respecto a otras naciones en la falta de una libertad de enseñanza.

Pero el valor de la educación para el liberalismo halla su justiprecio en el sentido político que le confiere. La generalización del sufragio universal, la participación soberana de los ciudadanos en las tareas de la nación exigen dotar al individuo de unas nociones previas imprescindibles antes de poner en sus manos instrumento tan preciado.
(Artola, 1988a, p. 570)

El nuevo régimen defendió una enseñanza pública, universal, gratuita, libre, impartida en lengua castellana y organizada en tres niveles: primaria, media y superior. Sus propuestas quedaron reflejadas en documentos que caracterizan la historia educativa de España como la Ley de Enseñanza Primaria de 1838, el Plan Pidal de 1845 y la Ley Moyano de 1857. España emprendió un camino a la renovación cultural, científica y educativa que se vio impulsado mayormente en el último tercio del siglo XIX con el inicio del sexenio democrático en 1868 y en el que jugó un papel importante la Institución de Libre Enseñanza.

La crisis de fin de siglo cambió nuevamente la realidad española y propició un ambiente regeneracionista en el acontecer del siglo XX, una actitud crítica en los jóvenes intelectuales, impulsados por ideales socialistas y anarquistas, y una transformación cultural nutrida por las tendencias modernistas francesas (Tuñón, 1992).

Legislación metrológica en España: 1849-1892

A partir de lo anterior y la consideración de las dos leyes más representativas en el proceso de implantación del SMD en España abordadas en capítulos anteriores: la Ley de Pesas y

Medidas de 19 de Julio de 1849 y la Ley de Pesas y Medidas de 8 de Julio de 1892, identificamos tres etapas para acotar y delimitar nuestra investigación.

Etapas históricas

Con la promulgación de la ley de 19 de julio de 1849 dio comienzo una sucesión de instrucciones de tipo administrativo y la asignación de diversas labores para desarrollar y cumplir con la disposición legal. Las actividades incluyeron la conformación de la Comisión de Pesas y Medidas para la identificación de la metrología tradicional de las provincias y la medición de sus unidades para su respectivo cotejo con la nueva medida legal; el inicio de la publicación de tablas de equivalencias y la distribución de colecciones de pesas y medidas para las dependencias del Estado; y, el comienzo de la organización de la almotacénia, la enseñanza y la difusión social.

No obstante, a pesar de estas iniciativas, las diferencias de opiniones, la poca agilidad administrativa, el retraso en la entrega de patrones de pesas y medidas, y la difícil tarea de establecer las equivalencias, retrasaron en varias ocasiones la entrada del vigor del nuevo sistema. Ejecutada gran parte de las disposiciones de la ley de 19 de julio de 1849, en 1868 se estableció la obligatoriedad del SMD para todos los españoles y en 1875 se dio la incorporación de España a la metrología internacional con su adhesión al Convenio Diplomático del Metro. Pese a esto, surgieron nuevos aplazamientos para la entrada en vigor de las nuevas unidades de medida.

Para 1880 se decretó la obligatoriedad en el uso de las nuevas unidades de medida adoptadas que se oficializó con la ley de 8 de julio de 1892. En este período destaca el seguimiento a los avances de la unificación de las pesas y medidas en el reino de España y la intensificación de las medidas de control en cuanto al uso de las medidas tradicionales, consideradas ilegales desde ese momento. Para inicios del siglo XX, el SMD había logrado implantarse en España a pesar de las últimas resistencias de los usuarios del sistema tradicional.

De esta manera, hemos acotado el proceso de implantación del SMD en tres etapas históricas, de interés tanto político como educativo, que permiten realizar una clasificación de los textos históricos que tratan este sistema y asegurar una representatividad de libros de texto a lo largo del período en estudio (Picado, 2009).

Etapas de promulgación legal, inserción estatal y difusión educativa: 1849-1867

Inicia con la promulgación de la ley de 19 de julio de 1849 y comprende la inserción de las nuevas pesas y medidas en las dependencias del Estado. En ella se encuentra el momento en que debía iniciar la enseñanza de las nuevas unidades de pesas y medidas en todas las instituciones educativas del Estado (1° de enero de 1852). Aquí ubicamos los primeros libros de texto editados para la enseñanza del SMD a niños y jóvenes en los establecimientos de instrucción primaria y secundaria y para la formación de maestros en las Escuelas Normales.

Etapas de iniciativas de generalización del SMD: 1868-1879

Corresponde al período de iniciativas de generalización del SMD en España. Comprende desde el momento en que se establece la obligatoriedad de uso del SMD para todos los

particulares y la publicación del reglamento correspondiente para el desarrollo de la ley de pesas y medidas, es decir, hasta el año en que se ordena nuevamente el planteamiento del SMD y se dispone extender la obligatoriedad de su uso en la Península y las posesiones de España en América y África.

Etapas de legalidad y obligatoriedad: 1880-1892

La tercera etapa definida corresponde a la legalidad y obligatoriedad del uso definitivo de las unidades de pesas y medidas del SMD. Se extiende desde 1880, cuando se proclama —por Real Decreto— la ilegalidad del uso de cualquier unidad de pesas y medidas distinta a las establecidas en el nuevo sistema, hasta 1892 cuando se dicta la ley para el regimiento de un único y definitivo sistema de pesas y medidas en España: el SMD.

4.2. Selección de las fuentes

La selección de las fuentes se realizó mediante un proceso de búsqueda, localización, revisión y clasificación de textos de matemáticas vinculados con la enseñanza del SMD en España durante la segunda mitad del siglo XIX. Este proceso incluyó la definición de criterios de selección, la comprobación de la autenticidad y legitimidad del texto, y la valoración de la exactitud de su contenido.

4.2.1. Búsqueda y localización de las fuentes

Para localizar los libros de texto se consideró la búsqueda de estos en estudios previos y centros de documentación. En cuanto a los estudios previos, se tomaron en cuenta los listados de documentos considerados y seleccionados en los estudios de Aznar (1997), Carrillo (2005), del Olmo, Rico y Sierra (1996), Picado (2009) y Vea (1995). Estos estudios han seleccionado y tratado textos editados para la enseñanza de la aritmética o la difusión del SMD en España durante el siglo XIX.

El trabajo de Aznar incluye una lista amplia de textos sobre el SMD, su enseñanza y difusión social en España durante el siglo XIX. Los trabajos de Del Olmo, et al. y Carrillo incluyen una serie de textos de aritmética para la formación de maestros en los períodos 1830–1930 y 1836–1868, respectivamente. En el estudio de Vea encontramos un listado considerable de textos de matemáticas para la enseñanza secundaria en España durante el siglo XIX. Y, a partir del trabajo de Picado, contamos con una lista de textos inicialmente elegidos para la realización del estudio piloto sobre la misma temática.

Los centros de documentación, como bibliotecas universitarias, históricas o públicas y otros sitios de información, proporcionaron el complemento a los listados de textos con que se contaba de los estudios previos. Esto mediante la consulta de catálogos electrónicos y la visita a estos centros de documentación como la Biblioteca Nacional de España (BNE) y la Biblioteca General de la Universidad de Granada (BUGR).

La BNE fue el centro documental con mayor número de consultas en la página electrónica³⁰ y visitas en su sede en Madrid durante la fase de selección de las fuentes. La

³⁰ www.bne.es.

búsqueda electrónica generó parte de la lista de los textos localizados para el proceso de selección. Localizar y revisar los documentos en la Sede de Recoletos incluyó la filiación como visitante-investigador de la BNE, la cumplimentación de fichas de solicitud y la revisión cuidadosa de cada texto para comprobar su autenticidad e identificar los datos requeridos para rellenar las plantillas elaboradas como instrumentos para la recogida de información. En algunos casos los textos fueron inaccesibles por su estado de deterioro que incluso impedía su reproducción digital. Con este proceso se consultó la disponibilidad de los 114 documentos preliminarmente seleccionados (Apartado 4.2.3) y se revisó el contenido de aquellos que fueron facilitados.

Al igual que la BNE, la BUGR fue uno de los centros documentales visitados para la selección de los textos. El procedimiento para la solicitud de textos incluyó la solicitud escrita de cada texto y su revisión en el salón destinado a investigadores.

4.2.2. Criterios para la selección de textos

La localización de los libros de texto y el considerable número con que se contaba llevaron a la definición de criterios de selección para controlar y reducir de manera conveniente y razonada la muestra sobre la cual se erigió el análisis. La selección de las fuentes se llevó a cabo en dos fases: una selección inicial de libros de texto y otra fase para elegir los documentos que finalmente se analizaron.

Criterios para la primera fase de selección de textos

Aunque un gran número de los textos —aquellos considerados en los estudios previos— habían pasado por un filtro inicial de criterios de selección se hizo indispensable reconsiderar algunos de estos criterios y definir nuevos criterios para separar desde un inicio los que más se acercaban a los objetivos del estudio. A continuación se presentan los criterios definidos para la primera y segunda fase de selección. Estos se identifican con una C seguida de un número natural entre 1 y 9.

C1. Fecha y lugar de publicación

Delimitado nuestro estudio en España en el período comprendido entre 1849 y 1892, los libros de texto debían satisfacer estas dos características: ser una publicación española (exclusivamente para la Península Ibérica, Baleares y Canarias) editada entre 1849 y 1892.

En cuanto a la fecha de publicación, se consideraría la edición más antigua dentro del período establecido. Sin embargo, de ser necesario y por efectos de disponibilidad, se planteó la posibilidad de recurrir a ediciones posteriores.

C2. Título con la denominación SMD

Los textos deberían estar directamente relacionados con el SMD. Este vínculo debía quedar explícito en el título del documento. Sin embargo, se amplió este criterio y fueron considerados textos cuyo título incluyera términos como aritmética o pesas y medidas, referidos al SMD.

C3. Finalidad: la enseñanza

Otro de los criterios definidos fue la relación directa de los textos con la enseñanza del SMD. Dado el ámbito curricular del estudio se descartaron textos elaborados con otro tipo de finalidad y priorizaron aquellos editados y aprobados para la enseñanza primaria, secundaria y la formación de maestros de matemáticas (niveles diana). Prevalció la selección de aquellos textos cuyo título indicara su uso en estos establecimientos educativos o aquellos catalogados así en estudios previos.

C4. Disponibilidad del texto

La accesibilidad al texto fue otro de los criterios considerados para el estudio. Esto aseguraba la disponibilidad y el acceso al documento cuando fuese necesario, principalmente en la fase de análisis, y la posibilidad de adquirir una reproducción impresa o digital del mismo cuando así fuese factible después de haber sido comprobada físicamente su autenticidad.

C5. Originalidad

Sin duda alguna, los libros de texto que resultaran finalmente seleccionados debían corresponder a auténticas fuentes primarias de datos históricos; es decir, ediciones originales de la época. Esto se comprobaría con una revisión palpable de los mismos en los centros de documentación donde fueran localizados.

Criterios para la segunda fase de selección de textos

La segunda fase de selección se orientó por la comprobación del cumplimiento de tres criterios más para la selección final de los libros de texto. Esta tuvo como finalidad la reducción del número de documentos que se podrían clasificar según los criterios definidos en la primera fase. Los criterios correspondientes a esta fase son:

C6. Representatividad del texto en los períodos históricos definidos

En el Apartado 4.1.1 se han detallado las etapas históricas consideradas en el período definido para el estudio. Las etapas, además de representar momentos claves en la implantación del SMD —destacando los vinculados a su enseñanza—, permitieron una distribución de los libros de texto seleccionados a lo largo del período histórico en el que hemos trabajado. De esta forma, con este criterio realizamos una selección de los documentos identificados en la fase anterior por etapa histórica.

C7. Autor: profesión y relevancia

La profesión del autor del libro de texto y la trascendencia de su trabajo en el proceso de implantación y enseñanza del SMD en España —o su trascendencia como autor de distintas obras en la época— constituyó otro criterio considerado en la selección final de las fuentes. Como se reconoció en el estudio preliminar (Picado, 2009), en un número considerable de textos de aritmética, editados a partir de 1852 para su enseñanza o aplicación en otras áreas temáticas, el profesor o el maestro asume un protagonismo en la elaboración de los libros de texto para la difusión del SMD.

En consecuencia con este protagonismo en las aulas, serán los docentes, principalmente los que ejercieron en la enseñanza primaria, los que van a dejar escritos en esta segunda mitad del siglo la mayor parte de los textos, cuyo número es, también, netamente superior al de los que fueron firmados por otros colectivos profesionales. (Aznar, 1997, p. 301)

Los autores estaban vinculados a la educación al ocupar puestos relacionados con la enseñanza de las matemáticas: profesores de educación normal, superior y elemental; maestros de instrucción primaria o primaria superior; profesores universitarios o incluso miembros de comisiones de maestros. (Picado, 2009, p. 170)

Por ello, se han seleccionado libros de texto cuyos autores se vinculen directamente al Sistema Educativo y cuyos aportes hayan tenido un alto reconocimiento. En cuanto a su trascendencia en la época, ésta se define a partir de información localizada en recursos como enciclopedias y diccionarios, centros de documentación, páginas web o estudios anteriores.

C8. Contenido del texto

Uno de los aspectos finales para la selección de las fuentes fue su contenido. Se seleccionarían libros de texto con un contenido relevante según las categorías de análisis. Es decir, se priorizó en la selección de documentos con diversidad de conceptos y definiciones, representaciones, fenómenos y contextos, expectativas, oportunidades y limitaciones de aprendizaje y tareas propuestas.

C9. Estilo del documento

El estudio previo (Picado, 2009) identifica estilos de documentos comúnmente empleados en la elaboración de textos para la difusión del SMD. Estos son el Compendio, la Cartilla, el Manual, la Explicación, las Tablas y el Tratado. Como un último criterio para la selección, se priorizó en estos estilos y se exceptuó cuando se carecía de textos en algunos de los niveles o etapas con esta característica. Otros estilos considerados fueron: Nociones, Elementos, Libro, Memoria, Contrato, Epítome, Lecciones, Prontuario, Principios, Cuaderno y Método. En Picado (2009) se puede consultar la descripción de cada uno de estos estilos.

4.2.3. El proceso de selección de textos: primera fase

La selección de las fuentes inició con la localización de los textos a partir de los estudios previos y de consultas a los catálogos electrónicos de centros de documentación como la BNE y la BUGC. A continuación detallamos los estudios previos y los aportes a esta fase de la investigación.

Libros de texto del estudio de Aznar (1997)

El número de documentos considerados en el trabajo de Aznar asciende a las seis centenas. A partir de este listado y de aplicar los criterios de selección definidos para la primera fase se seleccionaron 50 textos. El detalle de este primer grupo de textos se presenta en el Anexo 1.

Libros de texto del estudio de Picado (2009)

Este estudio se realizó con el análisis de 12 textos de matemáticas. Estos se fueron seleccionados de una lista de documentos constituida inicialmente de 92 ejemplares revisados uno a uno como parte de la comprobación de la crítica histórica y el inicio de la segunda fase de selección. Los textos fueron localizados en la BNE y BUGC.

En vista que la lista de 92 textos fue el resultado de la aplicación de los criterios de selección C1, C2, C4, C5 considerados para nuestro estudio, se calificó esta lista como una fuente óptima para el nuevo proceso de selección en su primera fase. La aplicación del criterio C3, sobre la enseñanza como finalidad del texto, redujo este número a once textos. Su descripción se muestra en el Anexo 1.

Libros de texto complementarios al estudio de Picado (2009)

Los once libros de texto seleccionados del estudio preliminar se complementaron con nueve documentos más identificados a partir de una nueva búsqueda en el catálogo electrónico de la BNE, realizada en agosto de 2010. Luego de descartar los seleccionados y las ediciones posteriores a la más antigua dentro del período y de la aplicación de los criterios para la primera fase de selección se incorporó un texto al listado de documentos seleccionados a partir del estudio preliminar (Anexo 1).

Otros estudios considerados

Como parte del proceso de selección se evidenció que, tanto en la búsqueda realizada para el estudio piloto y en el trabajo de Aznar (1997), los textos estaban dirigidos a los primeros cursos de la educación matemática en España (instrucción primaria). Esta particularidad junto al difícil reconocimiento de libros de texto para la educación secundaria y la formación de maestros en los catálogos consultados hicieron necesario ampliar los criterios de selección para controlar la representatividad de las fuentes en los niveles educativos de nuestro interés. De esta forma, se consideró como criterio complementario la selección de textos a partir de los documentos presentados en los estudios de Carrillo (2005), del Olmo, et al. (1996) y Vea (1995). Estos trabajos tratan un número considerable de libros de texto de matemáticas para la educación secundaria y la formación de maestros en el siglo XIX. Recalcamos que esta determinación ha sido producto de la necesidad de contar con libros de texto de matemáticas para los tres niveles educativos considerados para el estudio.

Libros de texto del estudio de Vea (1995)

La revisión del trabajo de Fernando Vea Minuesa, realizado en 1995, y la aplicación de los criterios iniciales de selección, proporcionó 35 textos en su mayoría para la educación secundaria; algunos destinados a la formación universitaria en distintas áreas (Anexo 1).

Cabe destacar que, en el estudio, se resaltan las figuras de José Mariano Vallejo y Ortega; Juan Cortázar, Acisclo Fernández Vallín y Bustillo, Alberto Lista, Joaquín María Fernández y Cardín como autores de libros de textos utilizados para la enseñanza.

Textos del estudio de Del Olmo, et al. (1996)

Este estudio sobre los textos de aritmética para la formación inicial de maestros (1800-1930) permitió y facilitó la localización de textos de Aritmética, para la formación de estos profesionales, que incluyen nociones sobre el SMD.

Propiamente sobre este estudio, la muestra inicial superaba el millar de textos; luego de la aplicación de criterios de selección definidos por los autores el número se redujo a 345. Finalmente el proceso les aportó 16 textos para su estudio. Esto describe el proceso seguido por del Olmo et al. para seleccionar sus fuentes.

En nuestro caso, de estas 16 obras se han considerado ocho —incluyendo las ediciones 6^a, 8^a, 18^a y 38^a del texto de Cortázar—. Una revisión de la lista (de 345 textos) previa a la selección final realizada por del Olmo et al., no aportó textos diferentes a los ocho seleccionados; gran parte de estos se encontraban en las listas elaboradas a partir de los tres estudios antes considerados. Finalmente, al descartar las tres últimas ediciones del texto de Cortázar con que se contaba, los textos de interés elegidos de este estudio fueron cinco (Anexo 1).

Textos del estudio de Carrillo (2005)

Este estudio identifica textos de Aritmética aprobados para las Escuelas Normales entre 1849 y 1868. La aplicación de criterios de selección conduce a una selección inicial de 12 textos para nuestra investigación (Anexo 1).

Comparar las listas de textos seleccionados en esta fase de cada uno de los estudios considerados permitió una reducción en el número total de documentos, fundamentalmente por estar incluidos en dos o más listas. La Tabla 8 expone el detalle de este proceso destacando la aplicación de criterios y la comparación entre listas.

La selección de los 114 documentos se realizó a partir de la aplicación de los tres primeros criterios definidos para la primera fase de selección y de la contrastación entre listas de documentos seleccionados. Verificar su originalidad y disponibilidad fue el paso a seguir, que permitió la reducción del número de documentos y continuar con la segunda fase para la selección final de los libros de texto.

Tabla 8. *Selección inicial de textos*

Procedencia	Aznar (1997)	Picado (2009)	Vea (1995)	Del Olmo (1996)	Carrillo (2005)	Total
Localización inicial	422	92	53	16	18	601
Aplicación criterios	63	12*	35	8	12	130
Comparación	50	12	35	5	12	114

Nota. * = incluye 11 textos seleccionados del estudio y un texto de la búsqueda complementaria.

Previo a estas comprobaciones y como enlace con los criterios de la siguiente fase, se clasificaron estos textos según el nivel diana y la etapa histórica en la que se ubican (Tabla 9).

Esta organización permitió una visión más precisa de la cantidad de textos elegibles por etapa y nivel educativo.

Tabla 9. *Clasificación de textos por nivel educativo según etapa*

Nivel/Etapa	1849 – 1867	1868-1879	1880-1892	Total
Primaria	30	8	14	52
Secundaria	15	12	14	41
Maestros	15	1	5	21
Total	60	21	33	114

Hasta ahora, el proceso descrito había permitido una selección cuidada, razonada y justificada de los documentos que serían finalmente analizados. Además, permitió controlar la selección de libros de texto a lo largo de las etapas históricas definidas y teniendo también presentes el nivel educativo.

Si bien es cierto, el autor y su relevancia en el proceso de implantación del SMD y en la educación matemática de la época, constituyeron un factor clave para la selección final de los textos, nos pareció conveniente mantener una lista amplia de autores para enfrentar posibles vacíos que pudieran aparecer en este proceso.

4.2.4. La selección final: segunda fase

Seleccionado el primer grupo de textos (114 documentos), el paso siguiente fue verificar su disponibilidad y originalidad. En un inicio, la disponibilidad se comprobó con la búsqueda de los documentos en diferentes catálogos electrónicos de centros de documentación de registros históricos como bibliotecas.

Los catálogos consultados fueron de la BNE y de centros universitarios como la Universidad de Barcelona, la Universidad de Granada, la Universidad de Salamanca, la Universidad de Valencia y la Universidad de Zaragoza. También se consultaron sitios web como el Catálogo de RABEL–Red de Bibliotecas de Castilla y León³¹; el Catálogo Colectivo del Patrimonio Bibliográfico Español³² y la Red de Bibliotecas Universitarias³³.

Una vez ubicados los textos se visitaron los centros de documentación en los que se logró ubicar las fuentes. El propósito fue comprobar y contrastar la originalidad del documento y verificar la representatividad fiel de la versión digital de algunos de los documentos.

Junto a la comprobación de la originalidad de los textos se llevó a cabo una primera revisión de su contenido. Este examen, a partir de las categorías de análisis definidas (Apartado 4.3.6), procuró identificar la representatividad del contenido y con ello la selección final de las fuentes (Anexo 2). De esta forma, teniendo en cuenta los criterios descritos, se seleccionaron 13 libros de texto. La Tabla 10 incluye el detalle de los libros seleccionados

³¹ <http://rabel.jcyl.es/cgi-bin/abnetopac/O7488/IDb29a33f2?ACC=101>

³² <http://www.mcu.es/bibliotecas/MC/CCPB/index.html>

³³ <http://www.rebiun.org/buscador/>

según el nivel educativo, presentando el nombre del autor (o autora), año y título de la publicación.

Tabla 10. *Textos seleccionados por nivel educativo*

Autor	Año	Título
Primaria		
Lorenzo Trauque	1854	Aritmética decimal y demostrada para uso de las escuelas primarias, conteniendo todas las operaciones ordinarias del cálculo aplicadas al sistema métrico, un breve compendio del cálculo antiguo, cambios, progresiones, logaritmos, y reglas de anualidad
Dos profesores	1860	Aritmética para uso de los niños
Juan Posegut Dasen	1875	Compendio de aritmética con el nuevo sistema de pesas, medidas y monedas
María de los Dolores Montaner	1889	Tratado de aritmética teórico-práctica con la explicación del sistema métrico decimal para uso de las escuelas de primera enseñanza elemental y superior
Secundaria		
José Mariano Vallejo	1855	Compendio de matemáticas puras y mistas
Felipe Picatoste	1861	Principios y ejercicios de aritmética y geometría
Vicente Rubio y Díaz	1872	Elementos de matemáticas. Aritmética y álgebra
Joaquín Fernández y Cardín	1880	Elementos de matemáticas
Escuela Normal		
Joaquín Avendaño	1852	Elementos de Aritmética
Juan Cortázar	1856	Tratado de aritmética
Ramón de Bajo e Ibáñez	1877	Nociones de aritmética y álgebra
Luis Sevilla González	1890	Explicación de aritmética. Arreglada al programa de la escuela normal superior de maestras de la provincia de Murcia
Antonio Marín y Rus	1892	Programa de aritmética para uso de las alumnas de la Normal de Maestras de Málaga

4.3. Análisis de las fuentes seleccionadas

El análisis de las fuentes es una de las fases sobresalientes que requieren de una mayor labor del investigador. Parte de esta labor es la elección de una técnica —o técnicas— de análisis que permita llegar al interior del texto, fiel a las pretensiones de la investigación. Siendo los textos históricos las fuentes de información de nuestro estudio, cabe realizar algunas consideraciones en cuanto al método de análisis de las mismas.

López-Cordón y Martínez (1978) presentan un método para el análisis y comentario de textos históricos. Su propuesta incluye cinco pasos: (a) bibliografía, (b) clasificación, (c) análisis, (d) comentario y (e) crítica. Para los dos primeros, el investigador debe contar con un dominio del tema y la documentación necesaria para el inicio del proceso. El análisis y comentario de textos históricos contempla —además de una lectura cuidadosa— el establecimiento de relaciones entre el contenido del texto y el contexto histórico en el cual fue elaborado. Estas relaciones implican una categorización de los textos en campos como la educación, la ciencia y la política; así mismo, según su naturaleza, carácter y contenido.

Propiamente el tercer paso, consiste en el análisis temático y la explicación detallada del contenido del texto. Este puede realizarse mediante tres procedimientos: el método literal, el método lógico o bien con la fusión de ambos métodos. El método literal es descriptivo: se focaliza en seguir el orden del texto con la presentación progresiva de ideas y comentarios de tipo literario. Con el método lógico se reagrupan los pasajes y las explicaciones por temas incluidos en el texto y por puntos temáticos de interés para llegar a una explicación de conjunto. El tercer procedimiento, entonces, busca mantener el orden del texto para resaltar y reagrupar los principales temas, para posteriormente desarrollar y analizar cada tema de los diferentes contenidos.

Independientemente de la elección del procedimiento de análisis, éste debe estar caracterizado por la explicación del contenido en un orden de conocimiento y comprensión creciente. Orden que se sigue mediante tres niveles:

- Un primer nivel para la definición y comprensión de términos y datos.
- El segundo nivel tiene que ver con la captación y el diseño del esquema y contenido ideológico del texto.
- Y, el tercer nivel sobre la interpretación del contenido, estableciendo un juicio y una crítica sobre el pensamiento del autor, relacionado con la temática tratada en el texto.

Estas actividades facilitan el establecimiento de límites dentro del período histórico tratado para el comentario y la explicación clara y comprensible del texto. Así mismo, las relaciones entre el contenido del texto y el proceso histórico deben contemplar la relación del texto con otros documentos análogos propios de la época.

Finalmente, el quinto de los pasos planteados por los autores: la crítica, se refiere a la verificación de la autenticidad de los textos y veracidad de los datos. Al igual que Cardoso (2000) y Ruíz (1997), el autor incluye este paso dentro de la etapa de análisis.

Orientados por el método de fusión para el análisis de libros de texto se ha requerido la elección de una técnica de análisis que facilite precisamente el establecimiento de explicaciones según el tema de nuestro interés: el SMD, a partir del contenido de los libros de texto.

4.3.1. Las técnicas de análisis

El análisis de los libros de texto se realizó a partir de los fundamentos de varias técnicas interrelacionadas, de las que singularizamos el análisis conceptual, el análisis de contenido y

el análisis didáctico. Técnicas que Rico y Fernández-Cano (2012) reconocen como niveles de análisis para la investigación en Didáctica de la Matemática.

Sobre el análisis conceptual

Abordamos el análisis conceptual desde la perspectiva de Rico (2001). Lo entendemos como el método no empírico que trata descripciones, definiciones, contraposición de textos con significados variados y enunciados simbólicos para el estudio de conceptos. Este análisis proporciona, desde la filosofía, la epistemología y la historia de la ciencia, el sentido con que se abordará la unidad central de indagación; fundamenta y clarifica los términos y conceptos considerados.

El análisis conceptual se preocupa por la naturaleza de las definiciones y del lenguaje; trata de encuadrar los términos y sus interconexiones. (...) Examina cuidadosamente la diversidad de significados, las posibilidades de conexión entre los términos y los niveles subjetivos (creencias y concepciones) y objetivos (conceptos) de cada campo conceptual. Contextualiza la definición dentro del área en que se inserta. Emplea analogías y términos evocativos en vez de pruebas, axiomas o cuantificaciones. El análisis conceptual se sirve de la historicidad. (p. 186).

El análisis conceptual, continua el autor, “es una herramienta metodológica que permite controlar la complejidad, seleccionar las opciones conceptuales idóneas y disponer del aparato teórico adecuado en una investigación” (pp. 191-192).

A partir del análisis de conceptos, términos y definiciones estudiaremos sus significados, relaciones y cambios en un periodo histórico particular, tomando en cuenta las finalidades establecidas para su transmisión y difusión en un contexto específico, para establecer las bases en el reconocimiento de particularidades y planteamientos teóricos sobre determinados conceptos en los documentos sometidos a análisis.

La técnica del análisis de contenido

La utilización del análisis de contenido como técnica de investigación social es reciente. Aunque son varias las definiciones otorgadas a ésta técnica, el análisis de contenido se orienta a la inferencia mediante el análisis y estudio sistemático, objetivo y cuantitativo —o bien cualitativo— de las ideas y mensajes manifestados en diversos documentos o registros (Bardin, 1977; Berelson, 1952; Krippendorff, 1990).

Esta concepción, aunada a consideraciones que vinculan el análisis de contenido con aspectos seleccionados de la investigación histórica en educación —como el análisis de documentos educativos y el examen del contenido de los libros de texto— (Cohen y Manion, 2002), otorga el fundamento necesario para hacer de este análisis una de las técnicas preferentes para nuestro estudio. Así, el análisis de contenido es la técnica seleccionada para “descubrir la estructura interna de la información, bien en su composición, su forma de organización o estructura, bien en su dinámica” (Pérez, 1998, p. 133), en los textos seleccionados mediante el análisis y estudio sistemático, objetivo y cualitativo de la misma según el propósito y los objetivos del estudio.

En sentido amplio, el análisis de contenido se sostiene sobre un primer nivel del análisis conceptual; ambos comparten la interpretación histórica del conocimiento matemático. Esto hace que, para presentar ambas técnicas, se identifiquen ideas similares sobre su propósito.

Específicamente, contemplamos el análisis de contenido como una herramienta técnica para establecer y estudiar, desde la didáctica, la organización e interpretación conceptual, las ideas, los conocimientos, de las matemáticas escolares que aparecen en el libro de texto tomando en cuenta el momento histórico de su elaboración —del documento— y diferentes categorías de análisis.

Por tanto, el análisis de contenido de los textos históricos se propone llevar a cabo una adecuada selección de registros para interpretar y desentrañar el conocimiento que sus autores transmiten y así esclarecer el significado que, en un momento histórico concreto, otorgan a determinados conceptos matemáticos. Esta perspectiva se sustenta en la idea de *significado de un concepto matemático* (Rico, 2012) elaborada a partir de las nociones de signo, sentido y referencia (Frege, 1984). En nuestro caso, ya que nos centramos en las matemáticas escolares, consideramos el *significado de un concepto en las matemáticas escolares* que viene establecido por su definición y por la estructura formal en que se incardina y que le dota de referencia, por el sistema o los sistemas de signos o símbolos que lo representan y por los fenómenos de los que surge y para cuya organización se han elaborado tales conceptos y estructuras a los cuales dotan de sentido (Gómez, 2007; Rico, 1997a, 1997b, 2006, 2007; Rico et al., 2008).

Sobre el análisis didáctico

Desde una perspectiva didáctica, el análisis de textos antiguos de matemáticas conlleva considerar también los fines que se pretenden con utilización en la enseñanza, las expectativas, limitaciones y oportunidades sobre el aprendizaje matemático escolar, los tipos de demandas cognitivas planteadas a los escolares así como la estrategia de su secuenciación y organización, lo cual implica nuevas categorías para el estudio, análisis e interpretación de los textos. Estas categorías constituyen las diversas componentes para llevar a cabo el análisis didáctico de los textos antiguos en estudio.

Cabe resaltar que el análisis de contenido es parte integrante del análisis didáctico, junto con el análisis cognitivo y el análisis de instrucción, principalmente (Gómez, 2002; Lupiáñez, 2009; Rico et al., 2008).

Brevemente, el análisis cognitivo se enfoca en el aprendizaje de las matemáticas por parte de los estudiantes. Su estructura incluye las expectativas, las limitaciones y las oportunidades de aprendizaje correspondiendo a tres organizadores del currículo. Estas permiten sacar a flote lo que el profesor espera que aprendan los escolares, lo que puede interferir en ese aprendizaje y aquello que posibilita un aprendizaje en los escolares. Las expectativas de aprendizaje se focalizan a partir de los objetivos específicos y las competencias consideradas en la planificación de las matemáticas escolares. Las limitaciones en el aprendizaje de las matemáticas se delimitan a las dificultades y los errores en que pueden incurrir los escolares al abordar tareas matemáticas. Las oportunidades resaltan las tareas como el suministro de opciones para el aprendizaje, su movilidad, fortalecimiento y desarrollo (Lupiáñez, 2009). De esta forma, el análisis cognitivo permite el reconocimiento de

los objetivos y las competencias; las dificultades y errores; y las tareas planteadas o propuestas para la enseñanza del contenido seleccionado en la elaboración de un texto.

Con el análisis de instrucción se estudian el diseño, selección y secuenciación de las tareas como componentes de una unidad didáctica en planificación. Este análisis recoge también aspectos sobre la gestión de aula, la utilización de materiales y recursos didácticos y la evaluación (Lupiáñez, 2009).

El análisis didáctico posibilita el análisis de documentos curriculares elaborados para la enseñanza de un determinado concepto o conocimiento matemático escolar desde las perspectivas de contenido, cognición e instrucción.

Como se ha mencionado, estas herramientas y técnicas de análisis están interrelacionadas, no son independientes. Su uso conjunto en la investigación ha tenido un auge apreciable en los últimos años (Sierra, 2010). De esta forma se ha implementado nuestro análisis de textos antiguos en educación matemática subrayando distintas herramientas técnicas para llevar a cabo tal análisis de fuentes históricas (Picado y Rico, 2011a).

4.3.2. Esquema para el registro de datos

Previo al análisis se elaboró un esquema para el registro y la organización de la información de cada libro de texto. Es decir, un instrumento para consignar y ordenar la información de cada documento a partir de dominios, categorías y unidades de análisis establecidas. En nuestro estudio, éste se estructuró en dos bloques:

- Bloque 1: para los datos propios de la estructura del libro de texto;
- Bloque 2: para los datos del contenido sobre el SMD.

Bloque 1: datos de la estructura del libro de texto

Como parte de este primer conglomerado de información se consideraron tres tipos de datos: encabezado, autor y organización del texto (Tabla 11). Esta información coincide con los tres primeros elementos del esquema utilizado por Maz (2000) con ciertas adecuaciones para nuestro trabajo.

El encabezado del texto incluyó la presentación del título completo de la obra, su año y lugar de edición. La información sobre el autor incluyó los datos relacionados con el ámbito personal y profesional del autor o autores de la obra. Entre estos, nombre completo, lugar de formación profesional, desempeño laboral, obras publicadas.

El análisis requirió ampliar la información personal y profesional de los autores que, inicialmente, había sido obtenida de los textos sometidos a análisis. Por ello, se visitó en varias ocasiones el Archivo General de la Administración (AGA), en Alcalá de Henares, donde se logró acceder al expediente personal de la mayor parte de los autores de los 13 libros de texto seleccionados para completar, con mayor precisión, la biografía y trayectoria profesional de los autores.

Las características sobre la organización del libro de texto contemplaron la descripción general del mismo: estilo, nivel diana, número de páginas, subdivisión interna del contenido, tipo de redacción y conocimientos previos considerados a la exposición del SMD.

Tabla 11. *Registro y organización de la información sobre estructura del texto*

Título		
Título:	_____	
Año:	Edición:	Lugar:
_____	_____	_____
Autor		
Nombre:	_____	
Formación:	Desempeño:	_____
Publicaciones:	_____	
Inf. adicional:	_____	
Fuentes:	_____	
Organización		
Nivel:	Nº págs.:	Nº ediciones:
_____	_____	_____
Estilo:	Redacción:	_____
Distribución interna:	_____	
Referencias:	_____	

Bloque 2: datos de contenido sobre el SMD

Para los datos sobre el contenido matemático en el texto, enfocado a la presentación del SMD, se consideraron los datos afines a la presentación de conceptos, términos, significados, procedimientos, tareas, representaciones y contextos en cada uno de los textos revisados, y la descripción de estos aspectos para estas categorías de análisis. Estos se agruparon en ocho tipos de datos: preliminares, finalidades y objetivos; conceptos, procedimientos, representaciones y contextos; limitaciones; y, tareas (Tablas 12, 13 y 14).

Tabla 12. *Contenido del texto: preliminares y objetivos*

Preliminares	
Introducción histórica	_____
Conocimientos previos	_____
Aspectos legales	_____
Impacto social	_____
Finalidades	
Tipos de fines	_____
Modo de entender el aprendizaje	_____

Tabla 12. *Contenido del texto: preliminares y objetivos*

Objetivos	
Planteados	
Implícitos	

Los preliminares se vincularon a datos introductorios de carácter histórico, legal, matemático y social previos a la presentación del SMD en el texto. Las finalidades y los objetivos refirieron a los fines curriculares y los propósitos reconocidos y planteados para la elaboración del texto y la dirección de acciones determinadas.

Tabla 13. *Contenido del texto: conceptos, procedimientos, representaciones y contextos*

Conceptos	
Noción de número	
Número fraccionario	
Fracción decimal	
Número decimal	
SDN	
Magnitud	
Unidad	
Cantidad	
Medida	
Sistema Antiguo	
SMD	
Metro	
Unidades básicas	
Múltiplos y submúltiplos	
Procedimientos	
Operaciones aritméticas	
Conversiones	
Representaciones	
Verbales	
Simbólicas	
Ilustraciones, gráficos	
Tablas o cuadros	
Instrumentos	

Tabla 13. *Contenido del texto: conceptos, procedimientos, representaciones y contextos*

Contextos	
Natural	
Científico	
Comercial	
Matemático	
Social	
Técnico	

Nota. SDN = Sistema Decimal de Numeración; SMD = Sistema Métrico Decimal.

Los conceptos destacaron hechos, conceptos y estructuras matemáticas vinculadas al SMD. Los procedimientos correspondieron a los modos de proceder para la aplicación de procesos o métodos matemáticos en el uso de las unidades métrico-decimales destacando las destrezas, los razonamientos y las estrategias.

Las representaciones se relacionaron con los signos, símbolos o modos de hacer presente un objeto, concepto o idea vinculada al SMD. Los datos agrupados en la tipología de contextos se enlazaron a fenómenos y situaciones que vinculaban el SMD con el mundo natural, cultural, social y científico. Se entiende un contexto como el entorno físico o de situación; un marco particular en que los conceptos y estructuras, en este caso matemáticas, atienden determinadas funciones y responden a ciertas necesidades como instrumentos de conocimiento.

Tabla 14. *Contenido del texto: limitaciones y tareas*

Limitaciones	
Dificultades	
Errores	
Tareas	
Ejemplos	
Ejercicios	
Secuencias	
Materiales	

Las limitaciones se vincularon a errores y dificultades que entorpecían el aprendizaje de las matemáticas. Las tareas correspondieron a actividades propuestas para la enseñanza y el aprendizaje de conceptos y procedimientos matemáticos. Estas incluyeron la presentación de ejemplos, problemas, ejercicios, secuencias y materiales.

Esta forma de extraer la información, tanto de la estructura del libro de texto como de su contenido, se complementó con algunas opiniones y comentarios del investigador con el objeto de resaltar, aclarar o ampliar las ideas mostradas por el autor de la obra indicando a su

vez la ausencia de esta información cuando así fue oportuno. Los Apartados 4.3.5 y 4.3.6 incluyen la explicación de cada una de las categorías y unidades de análisis.

4.3.4. La crítica histórica

La identificación y registro de datos se organizó mediante dominios, categorías y unidades de análisis. Algunas formaron parte del estudio previo (Picado, 2009); otras se definieron o adaptaron según el propósito de la investigación. Estas categorías constituyeron el medio para obtener los datos y figuraron como una herramienta para la comprobación de la autenticidad de las fuentes y la identificación de los contenidos a estudiar.

Best (1982), Cardoso (2000), Cohen y Manion (2002), Fox (1980), Ruiz (1997) y Salkind (1999) reconocen la necesidad de llevar a cabo un proceso de crítica histórica en las investigaciones de corte histórico que contempla una crítica externa y una interna. En nuestro estudio, la crítica externa se llevó a cabo mediante la revisión digital y física del libro de texto, comprobando su originalidad y datos como el autor, la fecha y el lugar de su impresión. La crítica interna se realizó mediante la localización y el registro de datos sobre el SMD como conceptos, procedimientos, figuras, ejemplos y ejercicios.

4.3.5. Categorías de análisis

Al no contar con variables independientes, dadas las características de nuestro estudio, y retomando la metodología de las investigaciones previas de Maz (2000, 2005) y Picado (2009), se consideraron focos de información para el análisis de los libros de texto. Estos focos se constituyeron en las categorías primarias de análisis. Incluyeron la caracterización del autor, la caracterización de la estructura del texto y la caracterización del contenido.

Para la caracterización del autor se consideraron dos categorías: información personal e información profesional. La caracterización de la estructura del documento se orientó a la información propia de la obra como libro de texto (su forma y los datos que lo identifican). La caracterización del contenido se efectuó a partir de la información referente al contenido matemático en el libro de texto sobre el SMD y a aspectos de índole general y didáctica.

4.3.6. Descripción de categorías y unidades de análisis

Para cada uno de los focos se definieron categorías que aumentaran la especificidad de los datos, su recogida y análisis. A continuación presentamos la descripción de estos criterios con sus correspondientes unidades de análisis.

Caracterización del autor

Las unidades de análisis para este foco se identificaron como CA y se definieron tanto para la categoría de información personal del autor como para la categoría de información profesional, numeradas de manera consecutiva.

Categoría de información personal

- *CA1. Nombre completo.* Para una identificación clara del autor de la obra. Se indica el nombre o nombres y apellidos del autor.³⁴

Categoría de información profesional

- *CA2. Profesión (es) u oficio(s).* Para identificar el rol o roles desempeñados por el autor del libro en el ámbito educativo y otros ámbitos.
- *CA3. Sitio de formación.* Para reconocer las instituciones donde realizó sus estudios principales. Este aspecto permitiría caracterizar el contexto científico y filosófico del autor y a partir de ello interpretar sus posturas intelectuales (Maz, 2005).
- *CA4. Vínculo con personas o instituciones significativas para las matemáticas.* Para identificar las personas que, por un alto conocimiento matemático, pudieron haber influido en la elaboración de la obra. Admite también la explicación de la posición científica del autor sobre las matemáticas y la educación (Maz, 2005).
- *CA5. Obras publicadas.* Para destacar las obras publicadas por el autor y reconocer su vínculo con la educación y la matemática.
- *CA6. Información adicional.* Para resaltar otros datos relevantes sobre el autor, no contemplados en los aspectos anteriores; incluso aquellos sin relación con la autoría de textos.
- *CA7. Fuentes documentales para ubicar al autor.* Para indicar los documentos e instituciones donde se puede ampliar la información sobre el autor.

Caracterización de la estructura

El foco de estructura se abordó de manera global para identificar peculiaridades y cambios en la forma de los libros de texto utilizados para exponer el SMD a lo largo del período. El foco se considera como la única categoría de análisis. Las unidades de análisis de la estructura del libro de texto se identificaron como CE.

- *CE1. Año y edición.* Para indicar el año en que se realizó la publicación del documento y el número de su edición. Esto permitió una ubicación correcta en la etapa histórica correspondiente.
- *CE2. Número de ediciones.* Para determinar el número total de ediciones del texto y el año de su publicación cuando fue posible la obtención de dicho dato. Esto permitiría una valoración de la obra en cuanto a su utilidad, trascendencia e impacto en la enseñanza en las etapas históricas definidas y los diversos contextos sociales del período.

³⁴ A esta unidad de análisis se agrega la identificación de la edad y el lugar de nacimiento del autor, a partir de la información en el texto o en bibliografía y documentos complementarios localizados en el AGA cuando así fue posible. No se constituyeron como unidad de análisis ya que su aparición en los textos fue escasa. Con ellas se procuraba ubicar al autor en una etapa de su desarrollo personal y su realidad histórica circundante, así como su nacionalidad y las posibles influencias ideológicas externas.

- *CE3. Lugar e imprenta.* Para mostrar el lugar, ciudad, provincia o país donde se realizó la impresión del documento y el nombre de la imprenta que tuvo a cargo esta impresión.
- *CE4. Nivel(es) educativo(s) diana.* Para definir con claridad el nivel o niveles educativos (primaria, secundaria, escuela normal) al que estaba destinado el texto.
- *CE5. Extensión y distribución del contenido.* Para indicar el número total de páginas, el número de capítulos o apartados que lo conforman y la extensión, en páginas, de estos. Permitiría una vinculación entre capítulos y una comprobación de la ubicación del SMD en la obra en relación con el resto de apartados (contenidos matemáticos).
- *CE6. Tipo de texto y estilo de presentación de la información.* Para mostrar el tipo de documento según la clasificación hecha en el estudio previo (Picado, 2009); o bien, alguna variación a partir del contenido del texto. Incluyó también la manera o modo de presentación de los datos (método interrogativo o narrativo; cuadros y tablas; explicaciones verbales detalladas).
- *CE7. Referencias.* Para mostrar las obras tomadas como referencias en la elaboración del texto o la cita de otros autores incluida en el texto.

Caracterización del contenido

El interés por utilizar las herramientas y técnicas de análisis conceptual, de contenido y análisis didáctico para el estudio de los libros de texto hizo que el número de aspectos definidos para el proceso de caracterización del contenido de estos documentos sea mucho mayor.

Este proceso de caracterización se llevó a cabo atendiendo aspectos de tipo conceptual (hechos, conceptos y estructuras) y procedimental (destrezas, razonamientos y estrategias); el estudio de las expectativas de aprendizaje (focos prioritarios, objetivos y competencias), de las limitaciones para el aprendizaje (errores y dificultades) y de las oportunidades para el aprendizaje, que se concretan en las tareas, en sus tipos y en su complejidad; y para la identificación de las funciones y secuencias de las tareas, los materiales y recursos y los aspectos temporales del trabajo que enmarcan los procesos para la enseñanza del SMD.

Las categorías y unidades de análisis se definieron a partir de los elementos propios de las técnicas de análisis expuestas, componentes del análisis didáctico. Aunado a esto, se incorporaron aspectos preliminares sobre datos históricos y legales y sobre las opiniones del autor hacia el SMD.

De esta forma, las categorías establecidas respondieron a nueve dominios de análisis: (a) Preliminares; (b) Finalidades; (c) Objetivos; (d) Conceptos; (e) Procedimientos; (f) Representaciones; (g) Contextos; (h) Limitaciones; y, (j) Tareas. A continuación se describen las unidades para cada una de estas categorías. La notación utilizada contiene CC (Caracterización del Contenido) seguida de una abreviatura para cada dominio.

Categoría de preliminares (P)

- *CC-P1. Introducción histórica.* Para mostrar la información sobre el origen del SMD. Este aspecto permitió una aproximación al contexto social con el que se concibe el nuevo sistema.
- *CC-P2. Conocimientos previos.* Para identificar las temáticas o conocimientos previos que, según el currículo o criterio del autor, se requieren para el aprendizaje de las nuevas unidades. Abordó también la relación que se establece entre el SMD y otras áreas de la matemática.
- *CC-P3. Datos y normas legales.* Para identificar aspectos relacionados con la obligatoriedad de uso de las nuevas medidas y las disposiciones gubernamentales. Este aspecto posibilitó establecer la influencia políticamente ejercida sobre los autores.
- *CC-P4. Impacto social.* Para resaltar opiniones, comentarios o ideas sobre los beneficios o perjuicios del aprendizaje y aplicación del SMD.

Categoría de finalidades (F)

La categoría abordó el planteamiento del autor sobre los fines de la elaboración del documento y los logros específicos esperados. Se pretendió caracterizar la intencionalidad de la obra (matemática, educativa, política u otra) y las justificaciones de la inclusión del SMD en el sistema educativo.

- *CC-F1. Tipos de fines.* Para mostrar el fin o fines curriculares declarados en el texto: cultural, formativo, político y social (Rico, 1997a).
- *CC-F2. Modo de entender el aprendizaje.* Para determinar el modo en que el autor concebía el aprendizaje. Éste podía ser explícito o estar implícito en la forma de presentación de las ideas.

Categoría de objetivos (O)

- *CC-O1. Objetivos declarados.* Para mostrar los logros esperados de la utilización del libro de texto en la enseñanza del SMD.
- *CC-O2. Objetivos implícitos.* Para recoger aquellos objetivos no declarados textualmente por el autor que se infieren de la revisión del libro de texto.

Categoría de conceptos (Cp)

- *CC-Cp1. Número.* Para subrayar la concepción de número a través de definiciones, significados, ejemplos o procedimientos explícitos en el texto o inferidas de su lectura. Pretendió obtener información sobre la relación que el autor establecía entre el número y las unidades del SMD.
- *CC-Cp2. Número fraccionario.* Para mostrar la noción de número fraccionario incluida en el texto y su vínculo con las pesas y medidas métrico-decimales.
- *CC-Cp3. Fracción decimal.* Para resaltar la concepción de la fracción decimal presentada por el autor. Condujo al establecimiento de relaciones con las unidades, múltiplos y submúltiplos del SMD.

- *CC-Cp4. Número decimal.* Para reconocer el concepto de número decimal en el texto. Esta unidad de análisis posibilitó el establecimiento de relaciones con las unidades, múltiplos y submúltiplos del SMD.
- *CC-Cp5. Número racional.* Para indicar el concepto de número racional propuesto por el autor en el texto. Se pretendió establecer una relación con las unidades del SMD.
- *CC-Cp6. Sistema decimal de numeración.* Para identificar y establecer relaciones con el SMD.
- *CC-Cp7. Magnitud.* Para indicar la concepción de magnitud presentada por el autor explícita en el texto o bien a partir de su lectura. La unidad de análisis pretendió establecer el vínculo entre magnitud y unidades del SMD.
- *CC-Cp8. Tipos de magnitud.* Para reconocer las magnitudes presentadas o concebidas por el autor como especies básicas del SMD. Buscó el establecimiento de relaciones entre magnitudes y realidad o necesidades sociales.
- *CC-Cp9. Unidad.* Se refiere al concepto o la definición de unidad concebida y presentada por el autor. Pretendió identificar la relación entre unidad y SMD.
- *CC-Cp10. Cantidad.* El aspecto se refiere al concepto de cantidad presentado por el autor, bien sea de manera explícita o inferida de la lectura del libro de texto. Pretendió también identificar las ideas sobre la relación entre cantidad y el SMD.
- *CC-Cp11. Medida.* Para reconocer la noción de medida utilizada por el autor. Pretendió identificar la relación entre medida y el SMD.
- *CC-Cp12. Sistema antiguo de pesas y medidas.* Para caracterizar de manera general el sistema de numeración antiguo, su arraigo social, su enseñanza y la identificación de vínculos con el SMD en el texto.
- *CC-Cp13. Sistema Métrico Decimal.* Para identificar las ideas utilizadas por el autor para describir, normar, relacionar y organizar los elementos del SMD. Pretendió la identificación de una noción general sobre el sistema y las consideraciones del mismo como estructura matemática.
- *CC-Cp14. Metro.* El aspecto pretendía identificar y transcribir el concepto y definición de metro que el autor presenta en el libro de texto.
- *CC-Cp15. Unidades básicas definidas.* Para mostrar las unidades básicas de medida presentadas para cada uno de los tipos de magnitudes consideradas por el autor como parte del SMD.
- *CC-Cp16. Múltiplos y submúltiplos.* Para identificar las unidades superiores e inferiores incluidas en el libro de texto para cada unidad básica de medida.
- *CC-Cp17. Unidad monetaria.* Para indicar la unidad monetaria, sus múltiplos y divisores, y sus denominaciones como parte del nuevo sistema.

Categoría de procedimientos (Pd)

- *CC-Pd1. Operaciones aritméticas.* Para mostrar el empleo de operaciones aritméticas para la realización de procedimientos propios de las conversiones entre unidades de medida y la solución de problemas.
- *CC-Pd2. Conversiones.* Para reconocer las estrategias procedimentales más comunes en el establecimiento de equivalencias y reducciones entre unidades del sistema antiguo y el SMD.

Categoría de representaciones (R)

- *CC-R1. Verbal.* Para indicar el uso de lenguaje verbal en la presentación del SMD.
- *CC-R2. Notación simbólica.* Para registrar la simbología utilizada para representar las unidades del SMD.
- *CC-R3. Ilustraciones, gráficos.* Para indicar la utilización de ilustraciones y gráficos como complemento de la información presentada. Pretendió el reconocimiento de figuras geométricas en la presentación del SMD. Se procuró establecer una relación entre SMD y ciertos aspectos de la geometría.
- *CC-R4. Tablas o cuadros.* Para mostrar y describir el uso dado a las tablas o cuadros como parte del contenido y la forma en que se presentan.
- *CC-R5. Instrumentos.* Para ubicar y describir los instrumentos utilizados para efectuar medidas de cantidades en cada una de las especies de medidas del SMD.

Categoría de contextos (Ct)

- *CC-Ct1. Natural.* Para resaltar situaciones sobre fenómenos físico-naturales en la presentación de las unidades del SMD.
- *CC-Ct2. Científico.* Para reconocer situaciones relacionadas a la ciencia y sus descubrimientos en la presentación de las unidades del SMD.
- *CC-Ct3. Comercial.* Para reconocer situaciones de compra, venta o intercambio de productos y artículos en la presentación de las unidades del SMD.
- *CC-Ct4. Matemático.* Para identificar situaciones propias de la matemática (conteo, numeración, proporción, cálculos, estimaciones) en la presentación de las unidades del SMD.
- *CC-Ct5. Social.* Para reconocer situaciones propias del hogar, la escuela o grupos sociales en la presentación de las unidades del SMD.
- *CC-Ct6. Técnico.* Para registrar situaciones vinculadas a la técnica (ingeniería, topografía) en la presentación de las unidades del SMD.

Categoría de limitaciones (L)

- *CC-L1. Dificultades.* Para identificar posibles dificultades, reconocidas por el autor, que distorsionaban o ralentizaban el aprendizaje de aspectos metrológicos.

- *CC-L2. Errores.* Para mostrar los errores detectados —reconocidos por el autor— o en los que incurren los estudiantes al realizar tareas vinculadas a las unidades del SMD.

Categoría de tareas (T)

- *CC-T1. Ejemplos presentados.* Para identificar los tipos de ejemplos que el autor utiliza para presentar el SMD, así como el reconocimiento de las situaciones y unidades empleadas para la exposición de ejemplos.
- *CC-T2. Ejercicios propuestos.* Para registrar los tipos de ejercicios planteados que debían ser resueltos por el lector en la presentación de la información, las situaciones y unidades utilizadas.
- *CC-T3. Secuencias de enseñanza.* Para reconocer indicaciones, sugerencias o recomendaciones hechas por el autor para la enseñanza —o el aprendizaje— sobre el uso de las nuevas unidades de medida. Pretendía identificar secuencias para la enseñanza y la ejecución de tareas.
- *CC-T4. Materiales.* Para registrar los materiales y recursos sugeridos para la enseñanza del SMD.

Cuando así fue posible, estos aspectos se identificaron en los libros de texto. Los Anexos 3-15 presentan las plantillas con la información recabada a partir de las categorías y unidades de análisis para los 13 libros de texto seleccionados. Las plantillas siguen la cronología de las etapas históricas destacando los niveles educativos.

4.4. Interpretación de los datos

La fase de interpretación se detalla en los Capítulos 5, 6 y 7 donde se muestran los datos recogidos de cada uno de los libros de texto, la organización y discusión de la información y las conclusiones del estudio.

4.5. Comunicación de los resultados

La última fase del método inició con la exposición de avances del estudio y la publicación de artículos sobre la metodología y otros estudios derivados de la investigación. El método utilizado y las particularidades de la investigación permitieron realizar estudios adicionales que ampliaron la delimitación establecida y los alcances del trabajo. Estos estudios, al igual que los avances de la investigación, fueron presentados en distintos eventos científicos nacionales e internacionales sobre Educación Matemática e Historia de la Educación Matemática.

En España, “Tratamiento del sistema métrico decimal en textos de matemáticas en España durante el período 1849-1892” presentado dentro del Grupo de Investigación en Historia de la Educación Matemática en el *XIII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)* (Picado y Rico, 2009a). “Análisis de textos históricos de matemáticas: tratamiento del sistema métrico decimal en España en la segunda mitad del siglo XIX” presentado en las *XV Jornadas de Investigación en el Aula de Matemáticas: Dimensión Histórica, Social y Cultural de las Matemáticas de la Sociedad*

Andaluza de Educación Matemática Thales (Picado y Rico, 2009b). “El sistema métrico decimal en textos de matemáticas en España en la segunda mitad del siglo XIX: una aproximación al marco teórico” (Picado y Rico, 2010a) y “Selección de textos para el estudio del sistema métrico decimal en textos españoles de matemáticas durante la segunda mitad del siglo XIX” (Picado y Rico, 2011c) en las ediciones de Salamanca y Granada del *Seminario de los grupos de investigación: Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Educación Matemática* de la SEIEM. “Avances de un estudio: el Sistema Métrico Decimal en textos de matemáticas en España durante la segunda mitad del siglo XIX (1849-1892)” (Picado y Rico, 2010b) presentado en el Seminario de Investigación del módulo del Máster de ‘Didáctica de la Matemática’ del mismo Departamento en la Universidad de Granada.

En el ámbito internacional, “La introducción en España del sistema métrico decimal: un estudio de los textos de Gabriel Ciscar y José Mariano Vallejo” (Picado, 2011) expuesto en el *I Congreso Ibero-Americano de Historia de la Educación Matemática*. “El sistema métrico decimal en textos de matemáticas en Cuba, Puerto Rico y Filipinas en la segunda mitad del siglo XIX” (Picado y Rico, 2011d) presentado en la *XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática*. “Historical Research in Mathematics Education: The Case of the Metric System in Spain” (Picado y Rico, 2011e) presentado en el *Segundo Congreso Internacional en Historia de la Educación Matemática*. Y, “Spanish heritage. The Metric System in textbooks of the Spanish Crown in the Second Half of the nineteenth century” póster presentado en el *12º Congreso Internacional sobre Educación Matemática*, Seúl, Corea.

Las particularidades del estudio y la asistencia a estos eventos han posibilitado el intercambio de ideas con expertos y allegados a la investigación histórica y el análisis de textos matemáticos. Actualmente se trabaja en colaboraciones con investigadores en Brasil y Portugal para el análisis de textos matemáticos vinculados a la enseñanza del SMD en estos países y para el reconocimiento de similitudes y diferencias con el proceso de implantación del sistema en España (Zuin y Picado, 2012).

Complementariamente se han publicado algunos artículos en revistas científicas. Entre ellos, “Análisis de contenido en textos históricos de matemáticas” en la revista *PNA* (Picado y Rico, 2011a). “La selección de textos en la investigación histórica” en la revista *Épsilon* (Picado y Rico, 2011b). “La introducción del sistema métrico decimal y los libros de texto en España” en la revista *Suma* (en prensa-a). “El sistema métrico decimal en un libro de texto de matemáticas para la instrucción primaria en las Islas Canarias en el siglo XIX” en la revista *Números* (en prensa-b) y otros actualmente sometidos a revisión.

La presentación de esta memoria da continuidad a esta fase de comunicación que continuará con la publicación de artículos y otras comunicaciones sobre los resultados finales y los alcances del estudio.

CAPÍTULO 5

Análisis y discusión

Se presentan en este capítulo los datos obtenidos de aplicar las técnicas de análisis para estudiar los libros de texto seleccionados. La información se organiza a partir de las etapas históricas establecidas en el Apartado 4.1.1, destacando el nivel educativo en el que se utilizaron. La Tabla 15 muestra la distribución de los libros de texto en cada etapa. Los Anexos 29-41 corresponden a la versión digital de las fuentes y se encuentran en el CD-Rom adjunto a esta memoria.

Para cada libro de texto, la información se organizó en tres dominios: marco general; contenido matemático y encuadre didáctico. Los datos expuestos incluyen los códigos de las categorías y unidades de análisis identificadas. Se incluyen comentarios del investigador.

Tabla 15. *Distribución de libros de texto seleccionados por etapa histórica*

Instrucción primaria	Segunda enseñanza	Formación de maestros
Etapa de promulgación legal, inserción estatal y difusión educativa: 1849-1867		
Libro 1° (Trauque, 1854)	Libro 3° (Vallejo, 1855)	Libro 5° (Avendaño, 1852)
Libro 2° (Profesores, 1860)	Libro 4° (Picatoste, 1861)	Libro 6° (Cortázar, 1856)
Etapa de iniciativas de generalización del SMD: 1868-1879		
Libro 7° (Posegut, 1875)	Libro 8° (Rubio, 1872)	Libro 9° (De Bajo, 1877)
Etapa de legalidad y obligatoriedad: 1880-1892		
Libro 10° (Montaner, 1887)	Libro 11° (Fernández, 1880)	Libro 12° (Sevilla, 1890)
		Libro 13° (Marín, 1892)

5.1. Libros de texto editados para la enseñanza del SMD en la etapa de promulgación legal, inserción estatal y difusión educativa

Se incluyen en este apartado los libros de texto editados en la etapa de promulgación legal, inserción estatal y educativa que abarca el período 1849-1867. Son seis documentos seleccionados y estudiados en esta etapa histórica.

5.1.1. Textos para la instrucción primaria (1849-1867)

Libro primero

Título: “Aritmética decimal y demostrada para uso de las escuelas primarias, conteniendo todas las operaciones ordinarias del cálculo aplicadas al sistema métrico, un breve compendio del cálculo antiguo, cambios, progresiones, logaritmos, y reglas de anuidad” (Figura 11)³⁵

Autor: Lorenzo Trauque

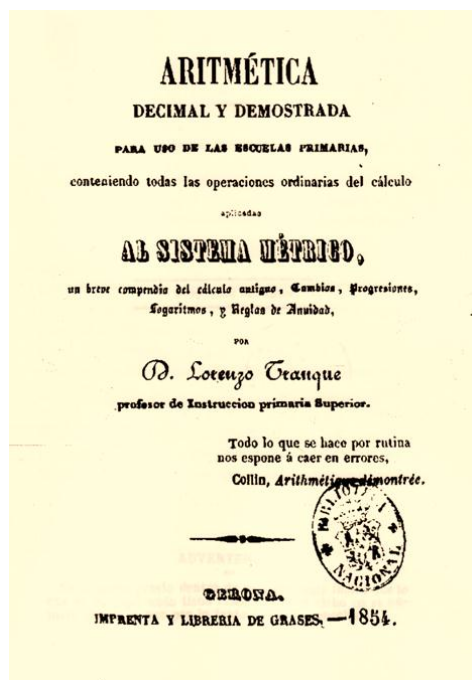


Figura 11. Carátula del libro primero

Marco general

Texto editado en 1854 [CE1] para uso de las escuelas primarias [CE4]. El documento corresponde al tipo de *Tratado*³⁶, con un estilo narrativo en la exposición de las ideas, para

³⁵ Versión digital de la carátula principal del libro de texto proporcionada por la BNE. De igual forma para los 12 documentos restantes y las imágenes presentadas de su contenido.

³⁶ El Tratado es un escrito o discurso sobre una materia determinada. Pueden ser escritos elementales o doctrinales; se utilizan para divulgar un problema científico o una disciplina. Deben redactarse según la capacidad intelectual de las personas a quienes están destinados, evitándose los tecnicismos y las discusiones doctrinales. Los tratados pueden presentar características particulares que los clasifican. Los *tratados de*

uso en la instrucción primaria [CE6]. Impreso en la Imprenta y Librería de Grases de la provincia de Gerona [CE3] con una extensión de 193 páginas organizadas en un apartado preliminar, siete capítulos y una algunas tablas de valores y equivalencias [CE5]. Los apartados describen la numeración, que acoge la exposición del SMD; las operaciones básicas con números enteros (naturales), quebrados y del sistema antiguo de pesas y medidas; razones y proporciones; progresiones y logaritmos, entre otras temáticas. La Figura 12 muestra el índice de contenidos del libro.

ÍNDICE	
	<u>Pág.</u>
<i>Definiciones preliminares y axiomas.</i>	9
<i>De los números y sus divisiones</i>	11
<i>De la numeración hablada y escrita.</i>	14
<i>De los pesos.</i>	23
<i>Escribir cantidades.</i>	25
<i>Objeto de la Aritmética y sistema métrico.</i>	27
<i>Del metro</i>	31
<i>Diferentes maneras de considerar el metro.</i>	32
<i>Del área.</i>	36
<i>Del litro.</i>	38
<i>Del gramo.</i>	39
<i>Del real.</i>	40
<i>De la adición.</i>	42
<i>Problemas de adición.</i>	47
<i>De la Multiplicación.</i>	49
<i>Tabla de multiplicar.</i>	58
<i>Problemas de multiplicar.</i>	59
<i>Elevación a potencias.</i>	60
<i>Problemas de potencias.</i>	62
<i>De la sustracción.</i>	63
<i>Tabla de restar.</i>	66
<i>Problemas de restar.</i>	67
<i>De la División.</i>	68
<i>Tabla de partir.</i>	78
<i>Problemas de partir.</i>	79
<i>Estracción de raíces.</i>	80
<i>Tabla de Potencias.</i>	81
<i>Problemas de raíces.¹</i>	84
<i>De las pruebas.</i>	85
<i>Cálculo de los quebrados.</i>	85
<i>Valuación de los quebrados.</i>	87
<i>Problemas de valuación.</i>	89
<i>Propiedad de los quebrados.</i>	90
<i>Reducir a un común denominador.</i>	92
<i>Simplificar quebrados.</i>	94
<i>Reducir enteros a la especie de su quebrado.</i>	96
<i>Poner enteros en forma de su quebrado.</i>	97
<i>Sumar quebrados.</i>	98
<i>Restar quebrados.</i>	100
<i>Multiplicar quebrados.</i>	102
<i>Partir quebrados.</i>	104
<i>Quebrados de quebrados, y extracción de raíces.</i>	105
<i>Problemas.</i>	106
<i>Cálculo antiguo.</i>	108
<i>Razones y Proporciones.</i>	116
<i>Regla de tres.</i>	121
<i>Problemas.</i>	124
<i>Regla de compañía.</i>	128
<i>Problemas.</i>	133
<i>Regla de Interés.</i>	135
<i>Id. tanto por ciento y por mil.</i>	139
<i>Descuento.</i>	140
<i>Problemas.</i>	142
<i>Regla de Aligación.</i>	144
<i>Problemas.</i>	147
<i>Reglas de Epoca comun.</i>	149
<i>Regla conjunta.</i>	151
<i>Trueques.</i>	152
<i>Taras.</i>	153
<i>Cambios.</i>	155
<i>Reducciones.</i>	155
<i>De las Progresiones.</i>	158
<i>De los Logaritmos.</i>	165
<i>Del complemento aritmético.</i>	167
<i>Uso de los logaritmos.</i>	168
<i>Reglas de Anuidad.</i>	172
<i>Calcular el logaritmo que de un número que no esté en las tablas.</i>	177
<i>Calcular el número de un logaritmo que no esté en las tablas.</i>	178
<i>De las fracciones periódicas.</i>	179
<i>Regla de tarifa ó reparto.</i>	182

Figura 12. Índice de contenidos del libro primero (pp. 184-186)

Lorenzo Trauque, el autor, se desempeñó como profesor de instrucción primaria superior, formado en la Escuela Normal de la provincia de Gerona. Su mentor Bruno Barnoya, de quien se reconoce una marcada influencia, se desempeñó como arquitecto de la Real Academia de Nobles Artes de San Fernando, fungiendo también como director de caminos y agrimensor e integrante de sociedades científicas y literarias [CA1, CA2, CA3, CA4]. Sobre el autor no ha sido posible encontrar información complementaria en los expedientes administrativos localizados en el AGA.

asignaturas son “textos que trataban una materia o asignatura bajo un plan determinado y completo (...), textos con una estructura formal y unos contenidos conformados a una determinada organización disciplinaria” (Escolano, 1996, pp. 31-32).

Contenido matemático

En un marco conceptual, se incluyen algunas definiciones preliminares a la presentación de la aritmética. De estas destaca la presentación de nociones de número y unidad [CC-Cp1, CC-Cp9] y la ausencia de definiciones para la cantidad y la magnitud. El número se concibe como “el total de unidades de que consta una cantidad”; la unidad como “el elemento primero de toda cantidad tomado como término de comparación” (p. 12). El número es clasificado a partir de su valor en entero, quebrado y mixto. El entero, entendido como número natural, se compone de unidades exactas y se clasifica en simple y compuesto; el quebrado [CC-Cp2] indica partes de la unidad y, a partir de su relación con el sistema décuplo, se clasifica en decimal [CC-Cp3] o común, concebido el primero desde dos perspectivas: primero, como “aquel cuya unidad está dividida en partes que son diez en diez veces más pequeñas”; segundo, como “aquel que tiene por denominador tácito la unidad seguida de tantos ceros como notas tenga el numerador” (p. 12). Otras clasificaciones del número se muestran en la Figura 12 que muestra el índice de contenidos³⁷.

La numeración se aborda desde la exposición del sistema décuplo con acentos en la forma de escribir y hablar con estos números. Destaca el tratamiento de las diferentes clases de unidades que lo conforman (simples, de millar, de millón, de millar de millón, de billón,...) y los órdenes (unidades, decenas y centenas) que repiten en cada clase de unidad tal como se aprecie en la Figura 13.

El SDN [CC-Cp6] se expone a partir de su nombre, entendido como decimal “porque diez es su base, y todas sus combinaciones van de diez en diez” (p. 21). Esta presentación introduce los “quebrados decimales”, concebidos también como “números decimales” [CC-Cp4] y obtenidos de disminuciones progresivas de los números de diez en diez. La exposición de los quebrados decimales contiene elementos y explicaciones concisas, permitiendo percibir más que una intención una necesidad de ejercitar en la numeración decimal previo a la exposición del SMD.

Clases de unidades.	Clases de unidades.																							
	millones.		millares.		unidades simples.		millésimas.		millonésimas.		billonésimas.													
	6	1	3	5	4	3	2	1	7	0	3	8	9	5	2	7	4	9	9	8	4			
Órdenes...	Centenas		decenas		centenas		decenas		décimas		centésimas		diez		cientos		diez		cientos		diez		cientos	

Figura 13. Clases y unidades del SDN (p. 23)

De manera particular respecto a los otros libros de texto analizados para este nivel, se expone el SMD a partir del objeto de la aritmética: “Componer, descomponer los números, y determinar el tamaño de ciertos objetos por medio de una unidad llamada medida” (p. 27).

³⁷ Se ha modificado el diseño original por razones de espacio.

Así, se entiende la medida —concepto omitido de manera expresa— como la cantidad elegida para comparar otra cantidad [CC-Cp11] y se otorga al SMD la función pragmática de la medición del tamaño de los objetos.

Se presentan seis especies de medida: “las medidas son de seis especies; á saber: de longitud, de superficie, de volumen ó capacidad, de peso, monetaria, y de tiempo” (p. 27); así, se asocia la medida con la magnitud o se establece un vínculo entre ellas. Las medidas y sus distintas especies dan pie a la presentación del SMD a partir de la necesidad de denominaciones diversas para su designación. Con esta idea se introducen cuatro características del sistema: el origen común de todas las unidades, su legalidad, la convención con el SDN y su invariabilidad [CC-P1, CC-P3, CC-P4]. Se define el sistema desde el significado de los términos métrico y decimal [CC-Cp13].

La presentación de las unidades básicas como “denominaciones dadas á la cantidad” (p. 27) relacionan la cantidad con la unidad, creándose una ligazón entre los términos medida, unidad y cantidad [CC-Cp15]. La Figura 14 muestra la unidad definida para cada especie.

<i>metro.</i>	unidad de longitud.
<i>área.</i>	unidad de superficie.
<i>metro cúbico.</i>	unidad de volumen para sólidos.
<i>litro.</i>	unidad de volumen para líquidos y sólidos, dicha de capacidad.
<i>gramo.</i>	unidad de peso.
<i>real.</i>	unidad monetaria.

Figura 14. Unidades de medida del SMD (pp. 27-28)

El metro se expone desde tres perspectivas: etimológica, instrumental y científica [CC-Cp14]: es la palabra griega que significa medida, establecido como unidad básica para las medidas de longitud que reemplaza a la vara y equivalente a la diezmillonésima parte de la longitud del cuadrante de la circunferencia terrestre del Polo Norte al Ecuador.

Los múltiplos y submúltiplos se presentan desde la aplicación de las operaciones multiplicación y división por/entre diez utilizando aspectos de la morfología lingüística para expresar sus nombres [CC-Cp16].

Cada una de las unidades básicas recibe una atención especial. Su presentación se amplía en apartados independientes que incluyen su definición formal, significado y utilidad, las medidas del sistema antiguo que reemplaza y explicaciones sobre los múltiplos y divisores. La exposición del metro, sus múltiplos y divisores —con explicaciones y ejemplos para cada uno—, sienta la base para la presentación de las unidades metro cuadrado y metro cúbico utilizables para las ampliaciones de la dimensión lineal que lo vinculan con las magnitudes superficie y volumen. El área, el litro y el gramo reciben una presentación similar, profundizando en aspectos como la singularidad de algunos múltiplos y divisores, la lectura de estas cantidades y la existencia de convenciones para la utilización de múltiplos y divisores no decimales (doble, mitad, quintuplo, entre otros).

En el caso de la moneda [CC-Cp17] se define el real como unidad básica de la que se derivan las monedas fundamentales: doblón, escudo³⁸, décima y centésima, con equivalencias

³⁸ El doblón equivale a 100 reales; el escudo a 10 reales.

decimales. Esta especie admite otras monedas, con equivalencias distintas a las decimales respecto al real, con la intención de facilitar el comercio: el duro, la peseta, el doble real, las cinco décimas, la doble y la media décima como otra clase de múltiplos y divisores. Incluir las unidades de tiempo, al igual que las monetarias, como parte del SMD obedece a una intención de proporcionar un texto con una estructura completa para las pesas y medidas más que a una derivación propia del metro de este tipo de medidas. El autor aclara que estas siguen la antigua división.

Desde el punto de vista de las categorías de análisis, la riqueza conceptual del libro de texto se complementa con la variedad de procedimientos, representaciones y fenómenos que son presentados.

La lectura y escritura de números métricos³⁹, la formación de unidades superiores e inferiores para las distintas especies de medidas, cómo efectuar operaciones aritméticas y equivalencias entre unidades de medida son los procedimientos comunes en el libro de texto. A pesar del uso de algunas unidades antiguas, sobresale la utilización de las unidades métricas como el metro, el litro, el real y las de tiempo que ilustran, entre otros, los procedimientos explicativos de las operaciones aritméticas [CC-O1]. Otra particularidad es la presentación de la adición y la multiplicación, y la potenciación como un caso de esta última, como procesos para el aumento de los números. La sustracción y la división se muestran como procesos para la disminución de números. Esta organización singulariza al libro de texto en este aspecto. Los procedimientos de los otros apartados utilizan también los números métricos para contextualizar su aplicación.

Las representaciones simbólica, gráfica y tabular son un complemento ideal para la representación predominante: la verbal (Figura 15). La utilización de expresiones verbales para la representación de conceptos y procedimientos se totaliza con símbolos numéricos y operativos, estampas gráficas (Figura 16), tablas y la descripción de instrumentos propios del SMD [CC-R1, CC-R2, CC-R3, CC-R4, CC-R5].

109 Es lineal=cuando únicamente se necesita la longitud de un objeto, prescindiendo de su ancho y de su grueso: v. g.

—Si averiguamos lo que tiene de largo una tabla, medimos su longitud aplicando el metro á lo largo de la tabla.—

110 Es cuadrado=cuando á cada punto de la línea principal que forma la longitud añadimos otra línea perpendicular para la latitud: v. g.

111 Es cúbico=cuando á las dos dimensiones de la superficie añadimos una tercera línea perpendicular á las dos, la cual señalará el grueso: v. g.

Figura 15. Metro lineal, cuadrado y cúbico por el modo verbal (pp. 33-34)

³⁹ Aquellos utilizados para la presentación de cantidades con las unidades del SMD.

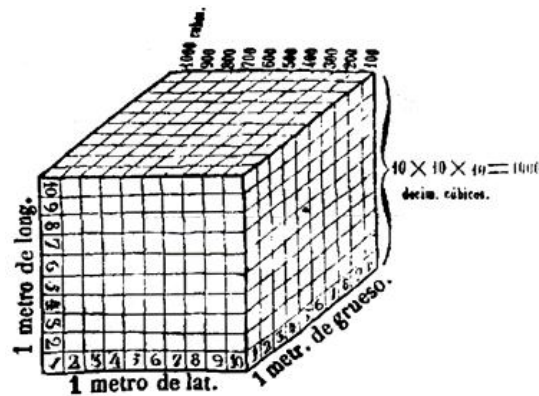


Figura 16. Representación gráfica del metro cúbico (p. 34)

La Figura 17 muestra una de las representaciones tabulares incluidas en el texto. En esta se aprecia una organización por filas de cuatro números métricos y el resultado de su suma y por columnas de términos de la suma, signos, números, dígitos y unidades. Otras presentan las equivalencias entre las medidas métricas y las antiguas españolas y las de algunas naciones con vínculos comerciales con España.

$$\begin{array}{r}
 \text{Sumandos.} \left\{ \begin{array}{l} + 476'29\frac{1}{2} \text{ metros.} \\ + 68'9 \quad \text{»} \\ + 523'26 \quad \text{»} \\ + 4'009 \quad \text{»} \end{array} \right. \\
 \hline
 \text{Suma. . . . } 1072,463 \text{ metros.} \\
 \hline
 \end{array}$$

Figura 17. Representación tabular de una suma de números métricos (p. 45)

La aplicabilidad de las unidades del SMD (conceptos) se muestra a partir de situaciones y fenómenos característicos de los contextos natural, comercial, matemático, social y técnico [CC-Ct1, CC-Ct2, CC-Ct3, CC-Ct4, CC-Ct5]. La exposición del gramo incluye elementos físico-naturales como la pureza de sustancias, la temperatura y un estado al vacío. El contexto comercial incluye situaciones como la compra y venta de vino, textiles y madera, el precio del producto. Matemáticamente, se realizan cálculos netamente aritméticos sin un contexto físico particular como el paso unidades superiores a inferiores. Desde un contexto técnico se utilizan situaciones de construcción y agrimensura (Figura 18) como el cálculo de distancias y superficies de terrenos. Situaciones como el cálculo de edades y la contextualización de situaciones en grupos sociales como “los niños de la Beneficencia” (p. 79).

Esta caracterización del contenido se sintetiza en la Figura 19, presentada como una propuesta de estructura conceptual para el texto de la que se destaca el SMD, sus elementos y las relaciones con otras subestructuras.

**XI. Un agrimensor midió el terreno siguiente:
 345 hectáreas 27 áreas (345'27 hectár.) de una parte;
 845 hectár. 09 áreas de otra; 25 hectár. 12 áreas
 de otra; y 469 hectár. 27 de otra. Cuanto terreno
 midió? = 1684 hectár. 75 áreas.**

Figura 18. Medición de terrenos con la unidad métrica área (p. 48)

Encuadre didáctico

El autor impregna en el prólogo del texto sus concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la aritmética, el SMD y el propósito de su obra. Motivado a escribir un texto que resalte y valore la aritmética como asignatura y el SMD como producto de la ciencia, “hermosísimo y aún más natural” (p. 7), Trauke propuso un método de enseñanza en el que los maestros encontrarán las estrategias adecuadas para la enseñanza del nuevo sistema metrológico.

El objetivo declarado es exponer la numeración decimal como consecuencia del sistema décuplo mediante una exposición en paralelo de teoría y práctica para el desarrollo de la memoria y la inteligencia en el niño [CC-O1]. Implícitamente, se busca exponer el SMD como un elemento necesario e integrador de la enseñanza de la aritmética, no como un apartado aislado de una temática educativa [CC-O2]. “Variado, pues, debía ser el método de inculcar sus conocimientos en las escuelas, ya que tan diferente es la nueva senda que tienen que emprender los encargados de la juventud española” (p. 7).

Con sus ideas descubre la necesidad de un cambio en la enseñanza de la aritmética y un avance en la educación que promueva la integración adecuada del SMD en el sistema educativo español.

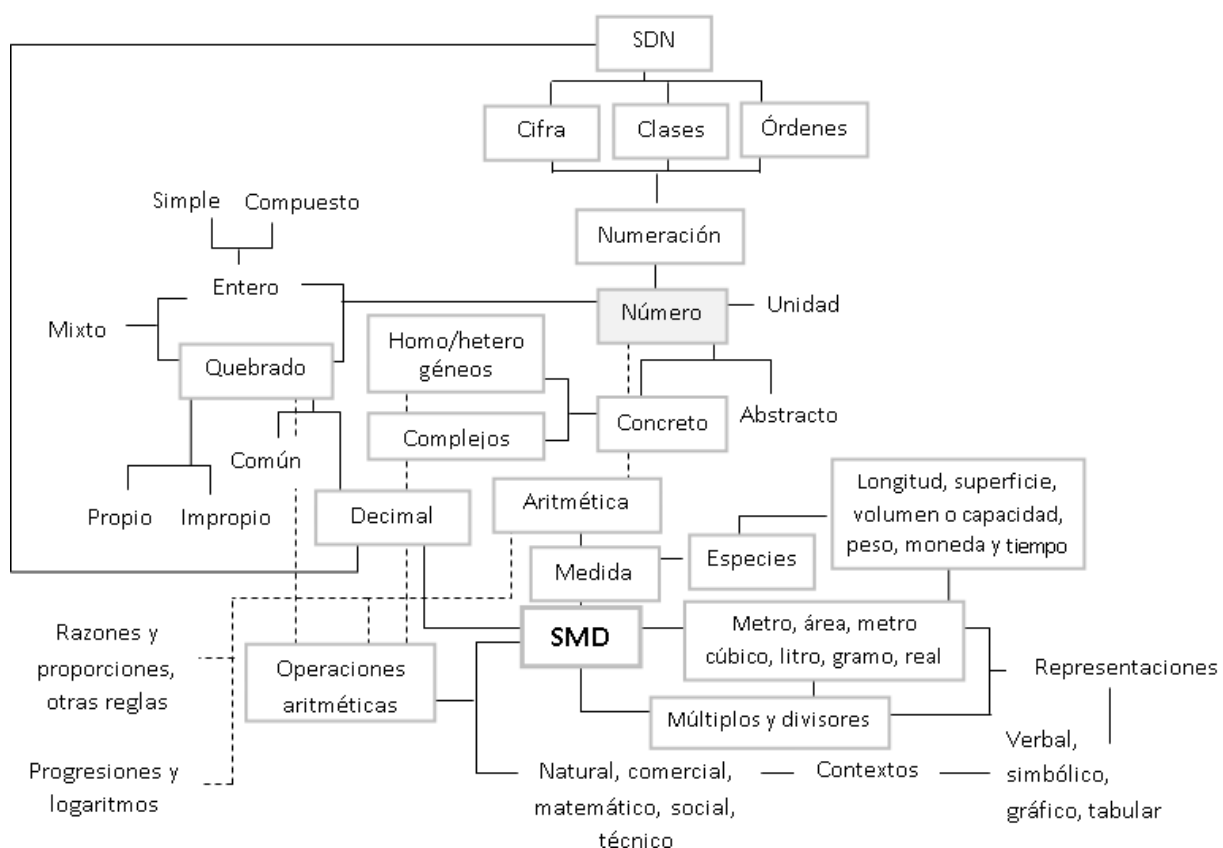


Figura 19. Mapa conceptual para el SMD en el libro primero

Orientado por los fines formativo, cultural, político y social el autor integra el SMD a la aritmética vinculando al maestro y al proceso de instrucción; promoviendo el desarrollo de la inteligencia a través de una combinación entre memoria y razonamiento [CC-F2]; y exponiendo los beneficios de un sistema único, natural, inalterable y decimal [CC-F1]. Se

propone con el texto erradicar las dificultades de comprensión del nuevo sistema por su cualidad de innovador y los nombres desconocidos que le dan forma [CC-L1].

Las tareas (ejemplos y ejercicios) son el complemento práctico para los procedimientos [CC-T1, CC-T2]. Se identifican secuencias que particularizan la presentación de tareas [CC-T3]. Entre estas, la presentación de ideas teóricas, ejemplos prácticos y ejercicios; la exposición de unidades básicas del SMD: ejemplo numérico, especie a la que pertenece, equivalencia métrica, equivalencia con su homóloga del sistema antiguo, utilidad, múltiplos y divisores; resalta también la secuencia: numeración decimal, SMD, operaciones aritméticas y números quebrados.

Libro segundo

Título: “Tratado de aritmética teórico-práctica con la explicación del sistema métrico decimal para uso de las escuelas de primera enseñanza elemental y superior”

Autores: Profesores del Ramo

Marco general

Sin una descripción explícita del nombre de los autores que permita indagar sobre su formación y otros datos propios de las categorías, su presentación como “Profesores del Ramo” responsables del libro de texto, los vincula al campo de la educación limitando su ejercicio a la enseñanza primaria en sus niveles elemental y superior [CA2]. El documento es la primera edición publicada en 1860 por la Imprenta y Librería de Lucas Polo en la provincia de Huesca [CE1, CE3] (Figura 20).

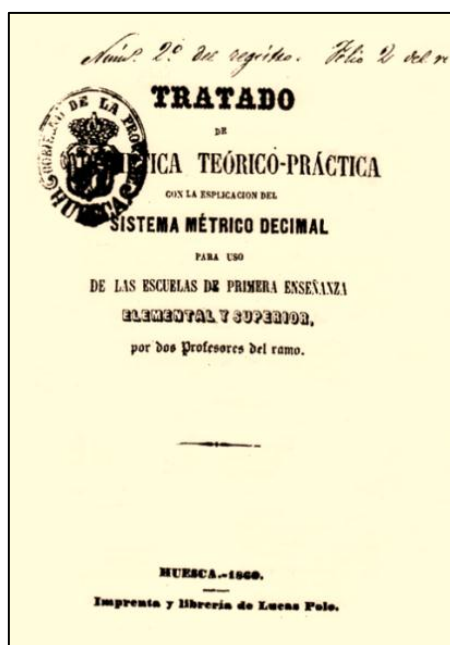


Figura 20. Carátula del libro segundo

Los autores de este tratado para la enseñanza de la aritmética y el SMD en la instrucción primaria [CE4] organizan sus 345 páginas en 16 capítulos. En estos presentan,

narrativamente, las ideas matemáticas abordadas [CE5, CE6]. La Figura 21 muestra el índice de contenidos.

INDICE.

	Pág.
Prólogo.	III
CAPITULO I. § I. Nociones preliminares. —De la cantidad, de la unidad y del número.	5
§ II. Numeracion	7
§ III. Numeracion escrita.	10
§ IV. Números decimales	13
Ejercicios acerca de la numeracion.	20
CAPITULO II. Operaciones fundamentales de la Aritmética. —§ I. De la suma.	24
Ejercicios acerca de la numeracion y de la suma.	27
Números decimales.	28
Otros ejercicios acerca de la suma.	29
Problemas acerca de la suma.	29
§ II. De la resta, ó sustraccion.	31
Números decimales.	33
Ejercicios sobre la resta.—Números enteros	35
Números decimales.	35
Decimales.	36
Problemas de restar.	37
§ III. Multiplicacion	38
Multiplicacion de números decimales.	43
Ejercicios sobre la multiplicacion.	46
Números decimales.	46
Decimales.	46
Problemas de multiplicar.	48
§ IV. Division.	49
Division de números decimales.	58
Ejercicios sobre la division.—Números enteros.	60
Division abreviada.—Números decimales.—Decimales.	64
Problemas sobre la division.	61
CAPITULO III. Sistema métrico. —§ I.	62
§ II. Nuevas medidas y pesas legales.	65
§ III. Exposicion del sistema legal de pesas y medidas.	66
Ejercicios sobre los múltiplos y divisores.	69
§ IV. Modo de ejecutar las operaciones fundamentales de las nuevas medidas.	70
Problemas sobre la adiccion de las nuevas medidas.	74
Problemas sobre la sustraccion de las nuevas medidas.	74
Multiplicacion.	74
Division.	75
CAPITULO IV. De las medidas métricas en particular. § I.—Observaciones.	77
§ II. Medidas longitudinales.—Del metro.	78
§ III. Medidas de superficie.	79
§ IV. Medidas de volumen.	83
§ V. Medidas de capacidad y arqueo para áridos y líquidos.	85
Cuadro de las dimensiones interiores de las medidas de capacidad.	87
§ VI. Medidas ponderales	88
Tabla que indica las pesas que en uso acomodadas al sistema métrico y en relacion con las de soles y de capacidad	90
Problemas.	91
CAPITULO V. Real decreto para el arreglo del sistema monetario	92
Problemas	95
CAPITULO VI. De algunas propiedades de los números. § I. Divisibilidad de los números.	97
§ II. Alteraciones de los resultados de las cuatro operaciones fundamentales, sufridas por las alteraciones de los datos.	100
§ III. Máximo comun divisor y mínimo comun múltiplo	106
CAPITULO VII. De los quebrados ó fracciones. —§ I. Nociones preliminares.	115
§ II. Siguen las nociones preliminares sobre los quebrados.	119
§ III. Conclusion de las nociones preliminares sobre los quebrados.	127
Ejercicios y problemas.	140
CAPITULO VIII. Suma, resta, multiplicacion y division de quebrados. —§ I. Suma de quebrados.	142
Ejercicios sobre la suma de quebrados y números mixtos.	145
Problemas que se resuelven por medio de la suma.	145
§ II. Resta de quebrados	146
Ejercicios sobre la resta de quebrados y números mixtos.	149
Problemas que se resuelven por medio de la resta.	149
§ III. Multiplicacion de quebrados.	150
Ejercicios sobre la multiplicacion de quebrados y números mixtos	153
Problemas que se resuelven por medio de la multiplicacion	153
§ IV. Division de quebrados.	154
Ejercicios sobre la division de quebrados y números mixtos.	156
Problemas que se resuelven por medio de la division de quebrados	156
CAPITULO IX. Ideas generales sobre la resolucion de los problemas aritméticos	157
Ejercicios.	173
CAPITULO X. Números complejos. § I. Nociones preliminares.	177
Ejercicios	182
§ II. Suma y resta de números complejos.	182
Ejercicios	186
§ III. Multiplicacion de números complejos.	186
Ejercicios	196
Division de números complejos.	196
Ejercicios	207
CAPITULO XI. Potencias y raices de los números.	
—§ I. De las potencias en general.	208
§ II. De las raices en general, y en particular de la raiz cuadrada.	211
Ejercicios	222
§ III. De la extraccion de la raiz cúbica	222
Ejercicios	228
CAPITULO XII. De las razones y proporciones. —§ I. Definiciones.	229
§ II. Principales propiedades de las proporciones.	231
§ III. Principales transformaciones de las proporciones geométricas.	239
CAPITULO XIII. Progresiones y logaritmos. § I.—De las progresiones aritméticas y geométricas.	242
Ejercicios	251
§ II. De los logaritmos.	252
Aplicaciones de los logaritmos á los cálculos aritméticos	261
CAPITULO XIV. Cuestiones que se resuelven por medio de la proporcionalidad. § I. Regla llamada de tres.	268
Ejercicios.	275
§ II. Regla de interés.	276
§ III. Regla de descuento.	282
§ IV. Regla de aligacion.	286
§ V. Regla de compañía.	291
§ VI. Anualidades sobre capitales á interés compuesto.	293
§ VII. Regla de falsa posicion.	297
CAPITULO XV. Reducion de las antiguas medidas de las del sistema métrico legal y al contrario. Formacion de tablas de correspondencia. —Regla conjunta.	301
Regla conjunta.	305
Tabla de correspondencia entre las principales medidas usadas actualmente en España, y las del sistema métrico y al contrario, segun los datos publicados por el Gobierno.—Medidas lineales.	307
Medidas superficiales.	308
Medidas de capacidad.	311
Medidas ponderales.	316
Correspondencia entre las medidas lineales métricas y las actuales. Medidas lineales.	317
Medidas agrarias.	319
Medidas de capacidad.	320
Pesas.	324
CAPITULO XVI. Ejercicios y resolucion de los problemas del texto	326

Figura 21. Índice de contenidos del libro segundo (pp. 346-350)

Los apartados exponen nociones preliminares (de la cantidad, de la unidad y del número, numeración, numeración escrita, números decimales); las cuatro operaciones fundamentales; el sistema métrico; las medidas métricas en particular; el Real Decreto para el arreglo del sistema monetario; algunas propiedades de los números; los quebrados o fracciones; las operaciones con quebrados; los números complejos (números denominados); las potencias y raíces; las razones y proporciones; las progresiones y logaritmos; aplicaciones de la proporcionalidad; la reducción de medidas antiguas españolas a las del SMD y viceversa; y finalmente, un apartado de respuestas para los ejercicios planteados en el libro de texto. Cada capítulo se compone de “párrafos” (secciones o apartados) para exponer individualmente las ideas centrales para cada temática. Cada uno finaliza con una serie de cuestiones que incentivan la evaluación de las ideas o conocimientos expuestos.

Igual que el libro primero, el SMD se introduce después de la numeración pero entre las operaciones y las fracciones comunes. Esto podría ser un indicador de prioridad en la organización de los contenidos de aritmética a raíz de la reforma curricular.

La implantación del SMD en España se fundamenta en la diversidad de tipos para pesas y medidas existentes que tanto afectaban y entorpecían los tratos comerciales. Esta situación hizo, explica el autor, que se definiera en Francia el metro como unidad de medida fundamental, única e invariable, que junto al gramo, conformaron los prototipos básicos para el establecimiento de las demás. En cuanto al proceso para la definición del metro, los autores aprovechan para reconocer la colaboración hecha por los matemáticos españoles Gabriel Ciscar y Agustín de Pedrayes a este proceso.

Son cuatro capítulos los que se destinan a su exposición: III. Sistema métrico; IV. De las medidas métricas en particular; V. Real decreto para el arreglo del sistema monetario y, XV. De la reducción de las antiguas medidas españolas a las del sistema métrico legal y al contrario. El primero (III) se dedica a la introducción histórica seguida de una presentación breve de las unidades —incluidos múltiplos y divisores— que conforman el sistema (Figura 22), la formación de las unidades superiores e inferiores, las equivalencias decimales y los modos de llevar a cabo las operaciones básicas con las nuevas medidas.

El siguiente capítulo (IV) recalca esta información y precisa en aspectos procedimentales y de representaciones de las nuevas unidades. El arreglo del sistema monetario a raíz de la adopción del SMD se enfatiza en el Capítulo V donde se exponen los 13 artículos que conforman su legislación [CC-Cp17]. Al final del libro de texto (Capítulo XV) aparece el apartado sobre equivalencias entre sistemas y las correspondencias con las unidades de medida para cada una de las provincias españolas.

Contenido matemático

Conceptualmente, el libro de texto inicia con la presentación de definiciones de cantidad, magnitud, unidad y número [CC-Cp10, CC-Cp7, CC-Cp9, CC-Cp1]. Presentadas como sinónimos, la cantidad o la magnitud se conciben como “todo lo susceptible de aumento ó disminución” (p. 5). La unidad, expuesta también como el término “tipo” (p. 5), se describe como una cantidad constante utilizada en la comparación con otra cantidad.

II.			
NUEVAS MEDIDAS Y PESAS LEGALES.			
Medidas longitudinales.		Sus múltiplos.	
85. Unidad usual. El metro, igual á la diez millonésima parte de un cuadrante de meridiano desde el polo del Norte al Ecuador. (1)		El decálitro = diez litros.	
Sus múltiplos.		El hectólitro = cien litros.	
El decámetro = diez metros.		El kilólitro = mil litros, ó una topelada de arqueo.	
El hectómetro = cien metros.		Sus divisores.	
El kilómetro = mil metros.		El decilitro = un décimo del litro.	
El miriámetro = diez mil metros.		El centilitro = un centésimo de litro.	
Sus divisores.		Medidas cúbicas ó de solidez.	
El decímetro = un décimo del metro.		El metro cúbico, y sus divisiones.	
El centímetro = un centésimo del metro.		Medidas ponderales.	
El milímetro = un milésimo del metro.		Unidad usual. El Kilógramo ó mil gramos, igual al peso en el vacío de un decímetro cúbico, ó sea, un litro de agua destilada y á la temperatura de cuatro grados centígrados.	
Medidas superficiales.		Sus múltiplos.	
Unidad usual. La área, igual á un cuadrado de diez metros de lado, ó sea cien metros cuadrados de superficie.		Quintal métrico = cien mil gramos.	
La hectárea, cien áreas, igual á diez mil metros cuadrados.		Tonelada de peso = Un millón de gramos, igual al peso del metro cúbico de agua.	
Sus divisores. La centiárea ó el centésimo de área, igual al metro cuadrado.		Sus divisores.	
Medidas de capacidad y arqueos para áridos y líquidos.		Hectógramo = cien gramos.	
Unidad usual. El litro, igual en volumen al decímetro cúbico.		Decígramo = diez gramos.	
		Gramo = peso de un centímetro cúbico ó sea mililitro de agua.	
		Decígramo = un décimo de gramo.	
		Centígramo = un centésimo de gramo.	
		Milígramo = un milésimo de gramo.	

Figura 22. Breve presentación del SMD (pp. 65-66)

Siguiendo una vinculación entre cantidad y unidad, similar a la de otros autores, el número es presentado como la “expresión de la relación entre la cantidad y la unidad”. Este vínculo entre cantidad y magnitud; y entre cantidad, unida y número se respalda en las concepciones que Newton (1802) y Euler (1810) presentan para estas cuatro nociones, lo que demuestra una influencia matemática directa de estos matemáticos, o indirecta en el caso posible de que los autores hayan utilizado como referencias textos de otros matemáticos o autores de la época. Las definiciones de número entero, fracción y número mixto tienen su génesis en la noción de número tomando como referencia la especie que lo define.

Cuando la cantidad que se compara contiene exactamente á la unidad de medida cierto número de veces, éste número se llama entero; número quebrado ó fracción, si espresa una cantidad menor que la unidad, y número mixto ó fraccionario, si espresa enteros y quebrados, ó lo que es lo mismo unidades y partes de la unidad. (p. 6)

Del párrafo se desprende también una noción de medida [CC-Cp11] vinculada a la unidad establecida en el proceso de comparación con la cantidad atendida. Por su parte, sobresale la distinción que se realiza entre fracción y número fraccionario [CC-Cp2]. Este último se entiende como la denominación para los números mixtos. La fracción o número quebrado se asocia a “todo número que representa un valor menor que uno, ó de otro modo, todo número que solo representa parte ó partes de la unidad” (p. 115) y su introducción se posterga hasta después de la exposición del SMD. Esta clasificación se complementa con la presentación de los números concreto y abstracto que, junto a la numeración y los decimales, componen la presentación inicial de las nociones básicas de la aritmética.

La presentación del SDN se particulariza a un caso del proceso general de la numeración: “formar los números, enunciarlos y escribirlos” (p. 7) en el que se han

establecido convenios de lectura y escritura de sus numerales. De ellos surgen los números dígito y compuesto. El SDN se comprende como una organización de cantidades mayores y menores (decimales) a partir de aumentos y disminuciones cada diez según la unidad [CC-Cp6].

Los números decimales toman un papel relevante en el documento [CC-Cp4]. Son números que otorgan facilidad y sencillez en el trato con cantidades. Su relevancia —o al menos la dada por los autores— es notoria en el capítulo de cálculo. Los algoritmos generales de las operaciones aritméticas se exponen con los números abstractos, enfatizando en los enteros y los decimales, para los que se proporcionan procedimientos y ejemplos ilustrativos.

El SMD ocupa un lugar significativo dentro del libro de texto. Su exposición no corresponde a un apartado yuxtapuesto o independiente del contenido. La inclusión del nuevo sistema de pesas y medidas se realiza de manera integral a las ideas iniciales sobre aritmética, presentándose como un contenido propio de esta asignatura y en hermandad con el sistema antiguo. “La práctica de la enseñanza nos ha convencido de que no es posible obtener buen fruto sin hermanar el sistema antiguo con el métrico decimal; y nuestro objeto es reunir en un solo tratado ambas doctrinas” (p. 4). Su exposición inicia con algunos aspectos de la historia metrológica de España [CC-P1] y el reconocimiento de la legalidad del sistema adoptado con la Ley de 19 de julio de 1849 [CC-Cp13, CC-P3].

El metro es presentado desde la perspectiva científica descrita anteriormente [CC-Cp14]; su presentación incluye también su definición como unidad básica para las medidas longitudinales, es decir, desde el enfoque instrumental. Estructuralmente, para los autores, el SMD se compone de las unidades de longitud: metro; superficie: área; capacidad: litro; solidez: metro cúbico; y ponderales (de peso): kilogramo [CC-Cp15] cuyos múltiplos y submúltiplos se definen a partir del significado de determinadas voces griegas y latinas (Deca, Hecto, Kilo y Miria; deci, centi y mili) y su equivalencia con cada una de las unidades básicas [CC-Cp16].

Posterior a la presentación de los quebrados decimales y el SMD, sigue la exposición de los quebrados comunes o fracciones. En estos apartados sobresale la utilización prioritaria de medidas antiguas [CC-Cp12] que contrasta con el propósito de los autores de integrar las medidas métricas a la enseñanza general de la aritmética.

Los autores enfatizan en diversos procedimientos para fortalecer la comprensión de los conceptos. Estos incluyen efectuar operaciones con números métricos (Figura 23), su lectura y escritura, reducciones entre unidades de la misma especie y equivalencias entre los dos sistemas [CC-Pd1, CC-Pd2], que al mismo tiempo subrayan la relación con el sistema decimal de numeración.

Desde el punto de vista de las representaciones, se mantiene un predominio del modo verbal para la exposición de aspectos conceptuales y procedimentales [CC-R1]. Números, signos de operación y letras (como abreviaturas) constituyen las representaciones simbólicas con más énfasis [CC-R2].

Modo de ejecutar las operaciones fundamentales de las nuevas medidas.

95. Sujetas las nuevas medidas á las subdivisiones decimales, les son aplicables los principios sentados para el cálculo de estos números.

96. La suma y la resta se ejecutarán según las reglas dadas para los números decimales, cuidando de que la coma se halle después de una misma unidad en los sumandos, y en el minuendo y en el sustraendo en su caso.

Así, para sumar ó restar, por ejemplo, 68 hectómetros, 679 milímetros y 49 metros 96 milímetros, será preciso reducir á metros los 68 hectómetros, lo que dará para primer término 6800, = 679, y ya no se presenta dificultad para ejecutar dichas operaciones por hallarse en ambas cantidades la coma después de una misma unidad, según se vé en la resolución siguiente de dichos problemas.

<i>Adición.</i>	<i>Sustracción.</i>
$\begin{array}{r} \text{m} \\ 6800 \text{ , } 679 \\ 49 \text{ , } 096 \\ \hline \text{Suma ..} 6849 \text{ , } 775 \end{array}$	$\begin{array}{r} 6800 \text{ met. , } 678 \\ 49 \text{ , } 096 \\ \hline \text{Diferencia } 6751 \text{ , } 582 \end{array}$

Figura 23. Procedimientos para operar con números métricos (pp. 70-71)

Por otra parte, las representaciones gráficas, como el metro cuadrado, y el modo tabular para la exposición de múltiplos y submúltiplos, equivalencias y correspondencias entre pesas y medidas, complementan los modos de representación empleados por los autores [CC-R3, CC-R4]. La Figura 24 muestra una representación gráfica y otra tabular.

Las situaciones que enmarcan las tareas presentadas enfatizan la relación de las nuevas unidades de medida con elementos físico naturales; en actividades de compra y venta de productos o bienes; la aplicación de operaciones aritmética básicas; y la utilización de unidades métricas en actividades como la topografía, la construcción, la agricultura y la industria textil. Es decir, se vincula el SMD con los contextos natural, comercial, matemático y técnico [CC-Ct1, CC-Ct3, CC-Ct4, CC-Ct6]. La Figura 25 muestra la estructura conceptual del SMD identificada a partir del análisis del texto.

Encuadre didáctico

Se identifican los fines formativo, político, cultural y social en la elaboración del libro de texto [CC-F1]. Desde el título, los autores recalcan la intención de su obra como un texto para las escuelas de instrucción primaria, útil tanto para el profesor en su labor educativa como para los estudiantes en el aprendizaje de conocimientos tradicionales, en este caso complementados con la introducción de conocimiento novedoso con carácter legal y de aplicación práctica en la realidad cotidiana de los estudiantes.

Además de reunir en un solo tratado el sistema antiguo y el SMD, los autores se plantean un segundo objetivo que les permita aclarar —si así lo consideran— la teoría aritmética con un número considerable de ejercicios que al mismo tiempo sirvan de apoyo a los maestros en la enseñanza de esta asignatura en las escuelas primarias [CC-O1].

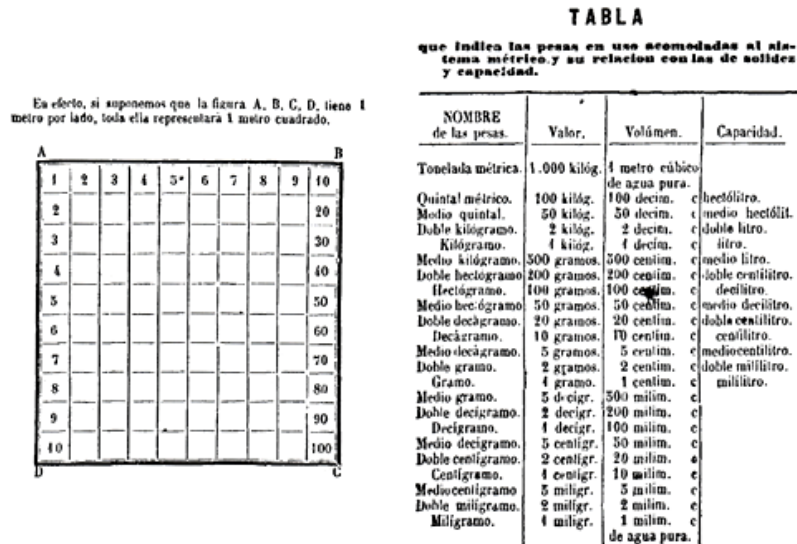


Figura 24. Representaciones gráfica y tabular (pp. 80, 90)

Las tareas expuestas, ejemplos y ejercicios —estos últimos identificados prácticamente en todo el documento al final de cada apartado— procuran una evaluación de los conocimientos tanto memorística como de comprensión y práctica [CC-T1, CC-T2]. Esto caracteriza el aprendizaje a partir de dos puntos de vista: memorístico y práctico. Sin embargo, el diseño del libro de texto sugiere una combinación de estas perspectivas [CC-F2].

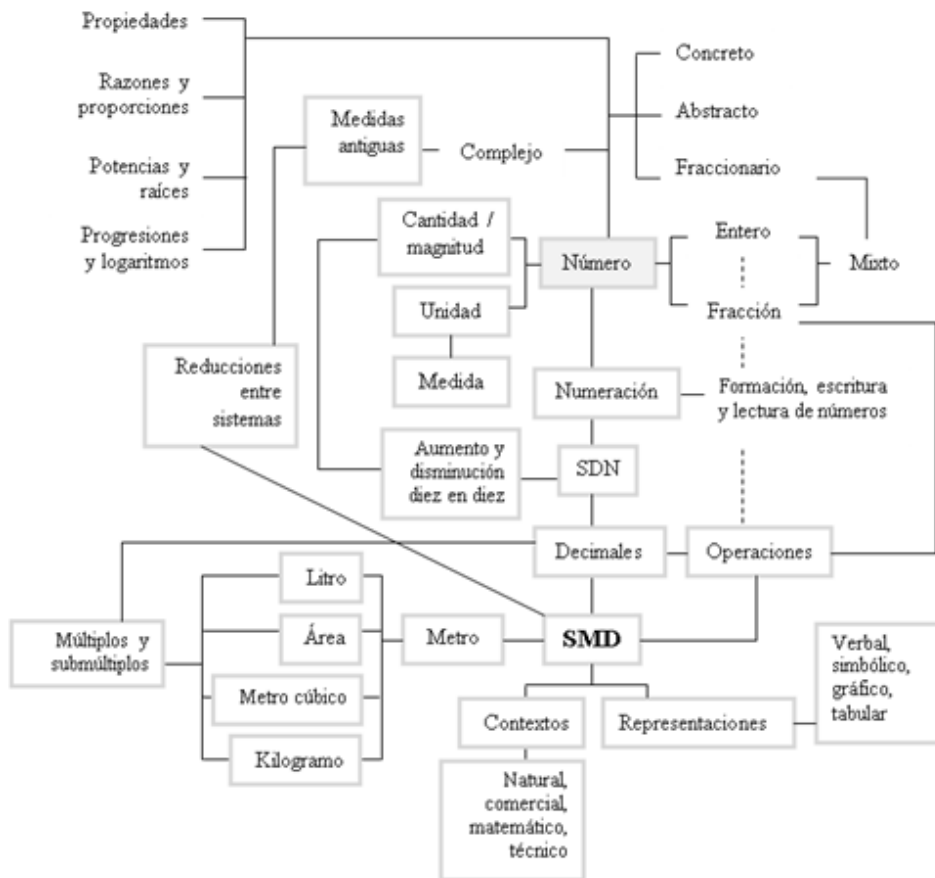


Figura 25. Mapa conceptual para el SMD en el libro segundo

Con los ejemplos se pretende aclarar las definiciones; con los ejercicios planteados se incentiva, refuerza y evalúa el aprendizaje (Figura 26) procurando además subsanar la dificultad que, para los autores, muestran los estudiantes para comprender el enunciado de un problema [CC-L1]. Esta disposición se logra identificar en la secuencia de aprendizaje con más presencia en el texto [CC-T3]: exposición de ideas teóricas, procedimientos (según la temática), ejemplos, interrogantes y ejercicios.

Interrogatorio.

95. ¿Cómo se ejecutan las cuatro operaciones fundamentales en que entran las nuevas medidas?—96. ¿Qué debe tenerse presente para efectuar la suma y la resta?—97. ¿Qué para la multiplicación y la división, aclarándolo con ejemplos?

Problemas sobre la adición de las nuevas medidas.

P. 379. Un comerciante ha vendido en un día 4 piezas de indiana siendo el tiro de la 1.^a 78 ^m 45, el de la 2.^a 69 ^m 36, el de la 3.^a 84 ^m 13 y el de la 4.^a 80 ^m 5; se desea saber la longitud total de dichas 4 piezas.

P. 380. En una ferrería se han vendido 4 partidas de acero 1.^a de 286 kilóg. 67 decág., 2.^a 496 kilóg. 86 decág., 3.^a 525 kilóg. 90 decág. y 4.^a 360 kilóg., 6 decág. ¿Cuál es el peso total del acero vendido?

Figura 26. Ejercicios teóricos y prácticos para operar con el SMD (p. 72)

5.1.2. Textos para la segunda enseñanza (1849-1867)

Libro tercero

Título: “Compendio de matemáticas puras y mixtas”

Autor: José Mariano Vallejo y Ortega

Marco general

Sobre el autor, José Mariano Vallejo y Ortega [CA1] (Figura 27)⁴⁰, destacado e ilustre matemático y pedagogo español, oriundo de Albuñuelas, Granada, realizó sus estudios en la universidad de su provincia natal [CA3], iniciándose por su propia cuenta en las ciencias matemáticas. En 1801 se desempeñó como sustituto de cátedra en la sección de matemáticas de la Real Academia de San Fernando y en 1802 obtuvo la cátedra de matemáticas, fortificación, ataque y defensa de plazas del Seminario de Nobles, logrando introducir en su clase importantes mejoras. Emigrado a Francia en 1823, se dedicó al estudio de los principales sistemas pedagógicos de Europa y a enseñar matemáticas en lugares públicos en París [CA4]. A su regreso a España, en 1832, su cometido lo constituyó la propagación de los métodos de instrucción primaria, fomentando la creación de escuelas en el reino, la ampliación de los programas de estudio y la constitución de Escuelas Normales en Madrid

⁴⁰ Imagen rescatada de <http://cientificosalcala.blogspot.com.es/>.

[CA6]. Su desempeño se extendió a otras áreas sin dejar su vínculo con la educación. Fue diputado y senador, director del gabinete geográfico, oficial mayor del archivo del Ministerio de la Gobernación, jefe de la Sección de Caminos y Canales, inspector de Instrucción Pública y director general de estudios [CA2].

En cuanto a sus publicaciones destacan “Aritmética de niños escrita para uso de las escuelas del Reino” (1804), “Tratado Elemental de Matemáticas” (1815), “Compendio de matemáticas puras y mixtas” (1819), “Complemento de dicha Aritmética” (1836), “Definiciones y extracto de las principales reglas y operaciones de la Aritmética” (1840) y “Explicación del sistema decimal o métrico francés” (1840) [CA5]. Para ampliar la información sobre este autor se puede consultar la Enciclopedia Universal Ilustrada (tomo LXVII); los trabajos de Maz, Torralbo y Rico (2006) e I. López (2011) y los sitios web http://es.wikisource.org/wiki/Manual_de_Biograf%C3%ADa:_Jos%C3%A9_Mariano_Vallejo [CA7].

El libro de texto corresponde al Tomo I de la quinta edición de la obra “Compendio de matemáticas puras y mixtas” publicada en 1819 (Figura 28). Esta impresión, hecha en Madrid en 1855 por la imprenta de los herederos del autor [CE1, CE3], organiza el contenido en siete apartados: (1) introducción, (2) aritmética: nociones preliminares, numeración, división y subdivisión de las unidades de pesas y medidas; (3) operaciones aritméticas; (4) quebrados: comunes y decimales; (5) álgebra; (6) geometría; (7) apéndice: pesas, medidas y monedas, incluido el SMD [CE5]. Los contenidos se presentan mediante la narración [CE6]. La Figura 29 presenta el índice de contenidos.



Figura 27. José Mariano Vallejo y Ortega

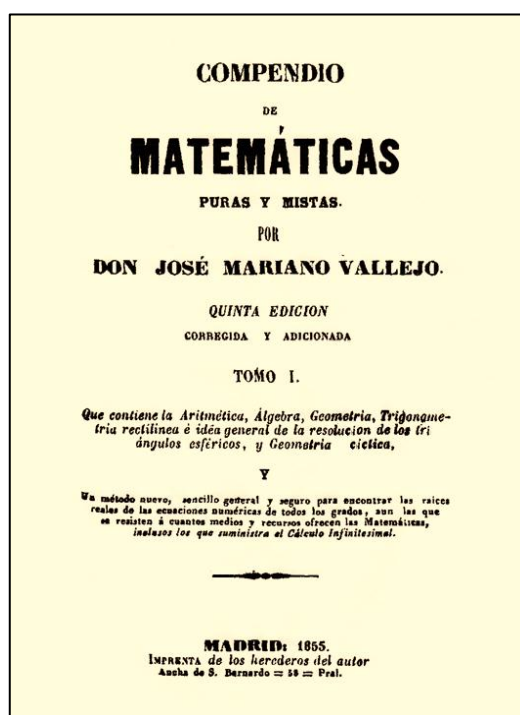


Figura 28. Carátula del libro tercero

El libro se elaboró bajo la categoría de Compendio⁴¹ con una extensión de 533 páginas. Las ideas se presentan mediante la narración y no como un conglomerado de preguntas y respuestas. Siguiendo a I. López (2011), la similitud en contenidos entre este libro y el “Tratado Elemental de Matemáticas” es notoria. De esto, se entiende la obra como un texto adaptado del escrito de 1812, con cambios apropiados para el entendimiento de aquellos ajenos a la ciencia y las matemáticas, para su utilización en centros de instrucción como la escuela secundaria [CE4]. En su contenido se identifican autores como Newton y Bourdon que podrían ser parte de las referencias utilizadas [CE7].

ÍNDICE	
<i>de las materias contenidas en este tomo.</i>	
INTRODUCCION.	Vl
ARITMÉTICA. <i>Nociones preliminares, numeracion, division y subdivision de las unidades de pesos y medidas.</i>	1
<i>De la operacion de sumar ó de la adición.</i>	12
<i>De la operacion de restar ó de la sustracción.</i>	16
<i>De la multiplicación.</i>	19
<i>De la división.</i>	29
<i>De las pruebas.</i>	44
<i>Consecuencias importantes de las operaciones espñadas.</i>	id.
<i>De los quebrados ó fracciones; de su expresion, reduccion á un comun denominador, y simplificación.</i>	47
<i>Sumar, restar, multiplicar y dividir quebrados.</i>	55
<i>De la valuacion de los quebrados.</i>	60
<i>De los quebrados ó fracciones decimales.</i>	61
<i>Sumar, restar, multiplicar y dividir decimales.</i>	66
<i>Sumar, restar, multiplicar y dividir números denominados.</i>	78
ALGEBRA. <i>Nociones preliminares.</i>	86
<i>De la suma de las cantidades algebráicas.</i>	95
<i>De la operacion de restar cantidades algebráicas.</i>	94
<i>De la multiplicacion algebráica.</i>	95
<i>De la division algebráica.</i>	98
<i>De los quebrados literales.</i>	105
<i>De la elevacion á potencias y extraccion de raices de los monomios.</i>	107
<i>De las expresiones imaginarias.</i>	115
SEGUNDA PARTE DEL ALGEBRA. <i>De la análisis algebráica, y resolucion de las ecuaciones de primer grado.</i>	116
<i>De la elevacion al cuadrado de los polinomios, y extraccion de la raíz cuadrada de las cantidades numéricas.</i>	137
<i>De la formacion de las potencias en general.</i>	143
<i>De las ecuaciones determinadas de segundo grado.</i>	144
<i>Idées generales acerca de la resolucion de las ecuaciones superiores al segundo grado.</i>	150
<i>De las razones y proporciones.</i>	168
<i>De las transformaciones que se pueden dar á una proporcion, sin que deje de subsistir proporcion.</i>	175
<i>De la regla de tres y de compania.</i>	184
<i>De las reglas de falsa posicion y de las importantisimas aplicaciones que su doctrina nos ha sugerido, proporcionándonos encontrar un nuevo método general y seguro, para resolver no solamente las cuestiones mas difíciles, sino las ecuaciones numéricas de todos los grados, que se resisten á cuantos procedimientos analíticos se han inventado hasta el dia, incluso los que suministra el Cálculo Infinitesimal.</i>	191
<i>Regla general para la resolucion de toda clase de ecuaciones numéricas por este nuevo método.</i>	209
<i>Resolucion de las ecuaciones de tercer grado.</i>	229
<i>Resolucion de las ecuaciones de cuarto grado.</i>	249
<i>Resolucion de las ecuaciones de quinto grado.</i>	267
<i>Resolucion de las ecuaciones numéricas superiores al quinto grado.</i>	289
<i>De las progresiones aritméticas y geométricas.</i>	290
<i>De los logaritmos.</i>	299
<i>Aplicacion de los logaritmos á la extraccion de las raices, y á la resolucion de las ecuaciones exponenciales.</i>	311
<i>De las ecuaciones indeterminadas de primer grado.</i>	315
<i>De las permutaciones y combinaciones.</i>	327
<i>Proposiciones importantes acerca de las cantidades constantes y variables, y de los límites.</i>	336
GEOMETRIA. <i>Nociones preliminares.</i>	346
<i>De las paralelas.</i>	371
<i>Del círculo, y de las rectas consideradas en él.</i>	386
<i>De los ángulos considerados en el círculo.</i>	390
<i>De las figuras en general, y propiedades de los cuadrilateros.</i>	396
<i>De los poligonos.</i>	399
<i>De las líneas proporcionales.</i>	403
<i>De la semejanza de las figuras.</i>	409
SEGUNDA PARTE. <i>De la estension en longitud y latitud, ó de las superficies.</i>	420
<i>De la reduccion de las superficies.</i>	437
<i>De los planos, de su poscion y de los ángulos sólidos.</i>	id.
TERCERA PARTE. <i>De los prismas y medicion de sus superficies y volúmenes.</i>	451
<i>De la pirámide, y medicion de su superficie y volúmen.</i>	461
<i>De los poliedros regulares, ó de los cinco cuerpos regulares.</i>	468
<i>De los tres cuerpos redondos.</i>	467
TRIGONOMETRÍA RECTILÍNEA.	483
<i>Resolucion de los triángulos rectángulos.</i>	499
<i>Resolucion de los triángulos oblicuángulos.</i>	502
<i>Idées generales de la resolucion de los triángulos esféricos.</i>	500
GEOMETRÍA TRÁNSITA. <i>De la medición de las líneas.</i>	511
<i>De la medición de los ángulos.</i>	513
<i>Medir alturas y distancias inaccesibles, y inaccesibles, y modo de levantar los planos topográficos.</i>	515
AVENIDUE. <i>Sobre pesos, medidas y monedas.</i>	518

Figura 29. Índice de contenidos del libro tercero (pp. 534-536)

⁴¹ El término *Compendio* se relaciona con una breve exposición escrita o de palabra de lo más substancial de aquello tratado en algún otro escrito que ha sido expuesta latamente (RAE, 2001). Escolano (1996), consideraba los compendios como textos con la misma estructura del *Epítome* pero con una extensión mayor a la de estos. Es un texto escolar, “con pequeños resúmenes de definiciones expuestas en preguntas abreviadas y en respuestas sencillas” (p. 427) sobre cada una de las materias del plan, de un modo sucinto, reducido, con lenguaje sencillo pero siempre correcto.

Contenido matemático

La noción de cantidad se presenta como la propiedad de los cuerpos de poder ser mayor o menor: “cantidad es todo lo que puede aumentar ó disminuir” (p. X), es discreta o continua, es el objeto de las ciencias matemáticas que estudian las relaciones y propiedades de la cantidad [CC-Cp10]. En el entendido que la cantidad se identifica con la magnitud, se concibe esta última como la propiedad de los cuerpos susceptible a la comparación [CC-Cp7]. Resalta la presentación de la aritmética como la ciencia que trata las cantidades discretas —la geometría las continuas o de extensión—. Esta particularidad sostiene que se incluya el SMD en los contenidos de aritmética: pesas y medidas corresponden a cantidades discretas.

La unidad se concibe como una cantidad elegida para comparar o medir entre las de su especie [CC-Cp9]. De esta noción, se entiende la medida como la acción de cotejar dos cantidades, la unidad seleccionada y la cantidad variable [CC-Cp11]. La expresión de esta medida es el número: “el agregado, reunión ó conjunto de unidades de una misma especie” (p. 1); concepción para el número entero, cuando se compone de un número exacto de unidades. De forma general, el número se presenta como “el resultado de la comparación de una cantidad cualquiera con la unidad, ó es la relación de una cantidad con la unidad.” El autor reconoce la influencia de los planteamientos de Newton en esta definición: “fue la definición que dio Neuton” (p. 8), que ata sus concepciones a las nociones predominantes en la época (Newton, 1761, 1802; Euler, 1810) [CC-Cp1].

La presentación de la aritmética da pie a la exposición del SDN mediante la expresión, composición y descomposición de los números; es decir, la formación de unidades, decenas, centenas, millares, etc. Resalta la exposición del sistema antiguo de pesas y medidas como el sistema utilizado en España [CC-Cp12] y su uso para ilustrar las operaciones de composición y descomposición numérica (establecer equivalencias entre múltiplos y divisores). Esta presentación es previa a la exposición de los números abstractos y concretos como parte de la clasificación del número realizada por el autor. Son estas unidades antiguas las utilizadas para presentar la aplicación de las operaciones en distintas situaciones.

El número quebrado, entendido también como fracción, se presenta desde la comparación de cantidades cuando la medida expresa sólo parte o partes de la unidad. Su definición se vincula a la división pues se entiende como “una división indicada del numerador por el denominador” (p. 47). El número mixto corresponde a la composición de un entero y un quebrado. El número fraccionario se entiende como la expresión fraccionaria de un número que no es expresamente un quebrado [CC-Cp2]. Los quebrados decimales se exponen como la opción para facilitar, uniformar y evitar inconvenientes en el cálculo con los quebrados. Se conciben como “unos quebrados que tienen por denominador 10; 100; 1000; etc. y en general la unidad seguida de ceros” (p. 61), generando los conceptos de décima, centésima, milésima, diezmilésima, etc. [CC-Cp3].

La presentación de las operaciones aritméticas para los enteros, posteriormente para los quebrados y quebrados decimales, junto a las formas de expresión numérica —escritura y lectura— corresponden a los procedimientos iniciales expuestos.

La exposición del SMD se relega a la sección final del texto. Esto refleja, como apuntan los editores (herederos de Vallejo), la necesidad de incorporar en esta edición las exigencias en cuanto a la introducción legal del SMD:

En efecto, publicamos el Real decreto de 15 de Abril de 1848 y la ley de 19 de Julio de 1849, que cambian esencialmente los sistema de pesas, medidas y monedas que regian desde muy antiguo, no podiamos desentendernos de introducir respecto á los mismos las variaciones establecidas por las dos mencionadas disposiciones: pero comenzada ya entónces y muy adelantada la tirada de esta edición, no era posoble intercalarlas en su lugar correspondiente, y ha sido preciso hacerlo por medio de un apéndice, que va al fin del tomo, en el cual explicamos con la mayor extensión y claridad, tanto la ley vigente sobre monedas, como el sistema de pesas y medidas que deberá regir en España desde 1.º de Ebero de 1860 (p. V).

Previo, se han presentado las nociones y rudimentos del álgebra, la geometría —destaca la medición de longitudes, superficies y volúmenes mediante la utilización de las unidades antiguas— y la trigonometría. Incorporar el sistema al final del libro de texto impide reconocer los conocimientos considerados previos a su aprendizaje.

Las nuevas pesas y medidas se presentan como aquellas que regirán a partir de 1º de enero de 1860, según la ley de 19 de julio de 1849. Para el nuevo sistema se exponen dos denominaciones: sistema decimal o métrico, en ambos casos adoptado en Francia desde 1840. Su introducción se acompaña con la breve exposición de la naturaleza de sus patrones y la relación con el SDN y de algunos datos sobre su origen, el establecimiento de su unidad fundamental y la formación de múltiplos y submúltiplos [CC-Cp13, CC-P1, CC-P3, CC-P4].

Se reconocen cinco tipos de medidas [CC-Cp8]: longitudinales, superficiales o agrarias, de capacidad y arqueo (lo que puede contener una embarcación), de solidez y pondereales, y para cada una de ellas una unidad principal.

El metro, presentado desde la concepción científica y etimológica, es la unidad principal de las medidas de longitud [CC-Cp14] de la que derivan las otras: área, litro, metro cúbico y kilogramo, esta última adoptada como la unidad usual para las medidas ponderales [CC-Cp15]. La construcción de los múltiplos y divisores sigue el proceso etimológico [CC-Cp16].

La reducida presentación teórica, la exposición de tres ejemplos sobre el establecimiento de correspondencias entre sistemas y las tablas de equivalencias anexas constituyen el conglomerado de ideas sobre el nuevo sistema. La Figura 30 muestra las equivalencias ponderales.

APÉNDICE

TABLA SÉTIMA.

PESAS.

Un quintal equivale á . . .	$\left\{ \begin{array}{l} 0,0460095 \text{ toneladas de mar.} \\ 0,460095 \text{ quintales métricos} \\ 46,0095 \text{ kilogramos.} \\ 460,095 \text{ hectógramos.} \\ 4600,95 \text{ decágramos.} \\ 46009,5 \text{ gramos.} \end{array} \right.$
Una arroba (unidad de peso) equivale á . . .	$\left\{ \begin{array}{l} 0,11502525 \text{ quintales métricos.} \\ 11,502525 \text{ kilogramos.} \\ 115,02525 \text{ hectógramos.} \\ 1150,2525 \text{ decágramos.} \\ 11502,525 \text{ gramos.} \end{array} \right.$
Una libra equivale á . . .	$\left\{ \begin{array}{l} 0,46009501 \text{ kilogramos.} \\ 4,6009501 \text{ hectógramos.} \\ 46,009501 \text{ decágramos.} \\ 460,09501 \text{ gramos.} \end{array} \right.$
Una onza equivale á . . .	28,755815 gramos.
Un adarme equivale á . . .	$\left\{ \begin{array}{l} 1,797258 \text{ gramos.} \\ 17,97258 \text{ decigramos.} \\ 179,7258 \text{ centigramos.} \\ 1797,258 \text{ miligramos.} \end{array} \right.$
Un tomin equivale á . . .	$\left\{ \begin{array}{l} 0,5990795 \text{ gramos.} \\ 5,990795 \text{ decigramos.} \\ 59,90795 \text{ centigramos.} \\ 599,0795 \text{ miligramos.} \end{array} \right.$
Un grano equivale á . . .	$\left\{ \begin{array}{l} 0,0499255 \text{ gramos.} \\ 0,499255 \text{ decigramos.} \\ 4,99255 \text{ centigramos.} \\ 49,9255 \text{ miligramos.} \end{array} \right.$

Figura 30. Correspondencias ponderales (p. 531)

Los procedimientos expuestos se enfocan en la conversión o reducción de unidades antiguas a las métrico-decimales y viceversa [CC-Pd2] (Figura 31). Los contextos reconocibles son el matemático y el natural, con la breve presentación del kilogramo que destaca la temperatura y la pureza de elementos químicos [CC-Ct4, CC-Ct1].

En el caso de las situaciones matemáticas se resalta el uso del cálculo para establecer equivalencias entre las unidades de ambos sistemas. Como secuencia de aprendizaje se reconoce la exposición de ideas teóricas seguida de ejemplos ilustrativos [CC-T3].

Los modos de representación utilizados son el verbal, el simbólico y el tabular, este último visible en la Figura 31 [CC-R1, CC-R2, CC-R4]. El simbólico, mediante la presentación de números, es una necesidad más que una intención para representar los conceptos; el tabular se utiliza en la presentación de equivalencias y correspondencias entre sistemas y en la exposición del sistema monetario que acompaña la introducción del SMD, cuya unidad principal es la peseta [CC-Cp17].

Ejemplo 1.º Quiero saber á cuántos pies españoles equivalen 87 metros. Busco en la tabla 1.ª los pies que corresponden á un metro y encuentro que son 3,5889216; multiplico este número por 87, y da el producto 312,2561792: lo que manifiesta que los 87 metros equivalen á 312 pies y 0,2561792 de pie. Creemos conveniente advertir que en general no hay necesidad de hacer las multiplicaciones con tantos guarismos decimales; pues se obtendrán los resultados con la suficiente aproximacion, tomando en el número de las tablas tantos guarismos decimales, mas uno, como guarismos enteros tiene el número que se trata de reducir; pues de este modo el error que podrá resultar se hallará generalmente en las centésimas de la unidad á que se hace la reduccion; pero siempre que se supriman algunos guarismos decimales, se tendrá cuidado de añadir una unidad al último que se toma, si el que sigue es 5 ó mayor que 5. Para aplicar esta doctrina al ejemplo propuesto, se tomarán tres guarismos decimales, que es uno mas que los que tiene el número por reducir; y en atencion á que el cuarto guarismo decimal es mayor que cinco, añadiré una unidad al tercero, que siendo 8 se convertirá en 9; multiplico, pues, 3589 por 87, y resulta 312,243, es decir, 312 pies españoles y 0,243 de pie, valor que solo se diferencia de anterior en unas siete milésimas, cantidad casi inapreciable.

Figura 31. Procedimiento para el cálculo de reducciones (p. 524)

En el libro se identifica un predominio del sistema antiguo sobre el SMD que se justifica por corresponder a la reedición de un texto elaborado durante la vigencia del sistema de pesas y medidas de Castilla. La Figura 32 expone el mapa conceptual que destaca poca vinculación del SMD con los contenidos fundamentales del texto. Únicamente la mención "...y que como las divisiones y subdivisiones de sus unidades de pesas y medidas proceden de diez en diez guardando el mismo orden que el sistema de numeración" le relaciona con la parte inicial del libro de texto sobre la formación de órdenes en la numeración.

Encuadre didáctico

Teleológicamente⁴², la obra ha sido adoptada para la enseñanza de las matemáticas. Corresponde a una edición anterior del libro de texto corregida y aumentada con los sistemas monetario y de pesas y medidas según las disposiciones correspondientes de 1848 y 1849.

Se distinguen los fines político, formativo y cultural [CC-F1]: a pesar de ser notoria la inclusión del SMD en el libro de texto como respuesta a una disposición legal, se nota la intención de preparar en la utilización de estas pesas y medidas; es decir, la presencia del SMD corresponde a una disposición política, vinculada con su enseñanza por parte de los maestros, para la difusión de este conocimiento matemático y su aplicación en las actividades comunes de los pobladores [CC-O1, CC-O2]. Sobre las tareas expuestas, se reconocen tres ejemplos específicos. Estos ilustran la manera de proceder en la conversión o reducción de unidades antiguas a las métrico-decimales y viceversa [CC-T1].

⁴² De los fines y propósitos

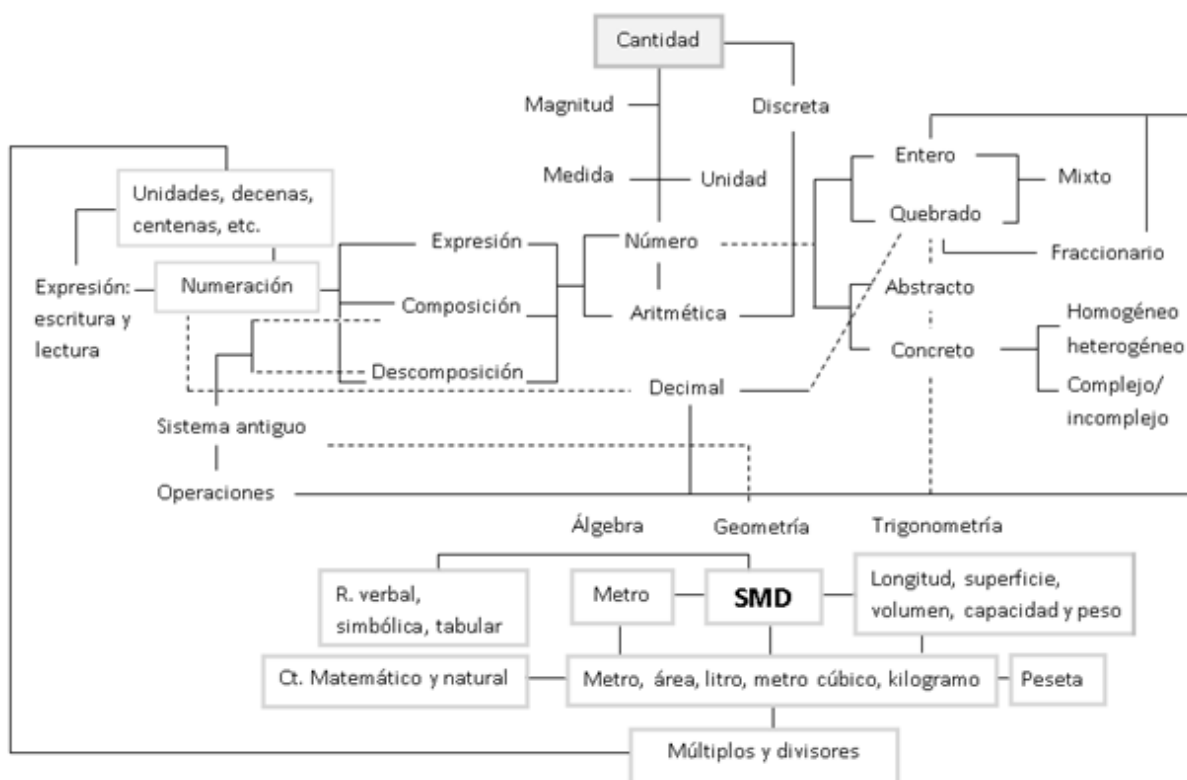


Figura 32. Mapa conceptual para el SMD en el libro tercero

Libro cuarto

Título: “Principios y ejercicios de aritmética y geometría escritos para uso de los alumnos de segunda enseñanza”

Autor: Felipe Picatoste y Rodríguez

Marco general

Publicado en Madrid en la Imprenta y Librería de D. Eusebio Aguado en 1861, esta primera edición, correspondiente al apartado de Aritmética, consta de 118 páginas distribuidas entre nociones preliminares y temas propios de esta área como numeración, operaciones, pesas y medidas antiguas, números fraccionarios, fracciones decimales, SMD, proporciones y otras reglas, tablas de reducción y cálculo de raíces [CE1, CE2, CE3, CE5].

La sección sobre geometría consta de 77 páginas en las que se abordan algunas nociones preliminares, teoría de ángulos, círculo y circunferencia, polígono, poliedros y cuerpos redondos. En la Figura 33 se expone el índice de contenidos sobre aritmética. La identificación de las categorías y unidades de análisis se centrará en este capítulo que incorpora el SMD a partir de la página 60.

INDICE.

	Págs.		
Nociones preliminares.....	1	Sustraccion de números complejos.....	52
Numeracion.....	2	Multiplicacion de números complejos.....	53
Adicion ó suma.....	3	Multiplicacion por partes alicuotas.....	56
Sustraccion ó resta.....	4	Division de los números complejos.....	57
Multiplicacion.....	6	Sistema métrico.....	60
Medidas y pesas.....	9	Operaciones con los números métricos.....	63
Division.....	11	Reduccion de medidas métricas á castellanas.....	66
Divisibilidad.....	14	Reduccion de medidas castellanas á métricas.....	68
Máximo comun divisor.....	16	Proporciones.....	70
Mínimo comun múltiplo.....	17	Propiedades de las proporciones.....	71
Quebrados ó fracciones.....	id.	Cantidades proporcionales.....	73
Simplificacion de fracciones.....	19	Regla de tres.....	74
Reduccion de quebrados á un comun denominador.....	21	Regla de tres compuesta.....	75
Adicion de fracciones.....	23	Método de reduccion á la unidad.....	79
Sustraccion de fracciones.....	25	Regla de interés.....	81
Multiplicacion de fracciones.....	28	Regla de descuento.....	86
Division de fracciones.....	30	Regla de compañía.....	88
Valuacion de fracciones.....	32	Regla de aligacion.....	90
Fracciones decimales.....	37	Regla conjunta.....	93
Adicion de números decimales.....	38	Tablas para reducir medidas métricas á caste- llanas.....	95
Sustraccion de números decimales.....	39	Tablas para reducir medidas castellanas á mé- tricas.....	99
Multiplicacion de números decimales.....	42	Raiz cuadrada.....	105
Division de números decimales.....	44	Raiz cúbica.....	111
Valuacion de fracciones decimales.....	45		
Reduccion de fracciones ordinarias á decimales.....	47		
Reduccion de fracciones decimales á ordinarias.....	47		
Números complejos.....	48		
Adicion de números complejos.....	50		

Figura 33. Índice de contenidos del libro cuarto (pp. 75-76)

El texto se elaboró bajo la categoría de *Principios*⁴³, para la enseñanza de la aritmética y la geometría para la educación secundaria, presentando un número reducido de páginas que facilitan su manipulación y el contenido requerido para esta enseñanza particular. El estilo narrativo predomina en la exposición de las ideas [CE4, CE6]. La Figura 34 muestra la carátula del documento.

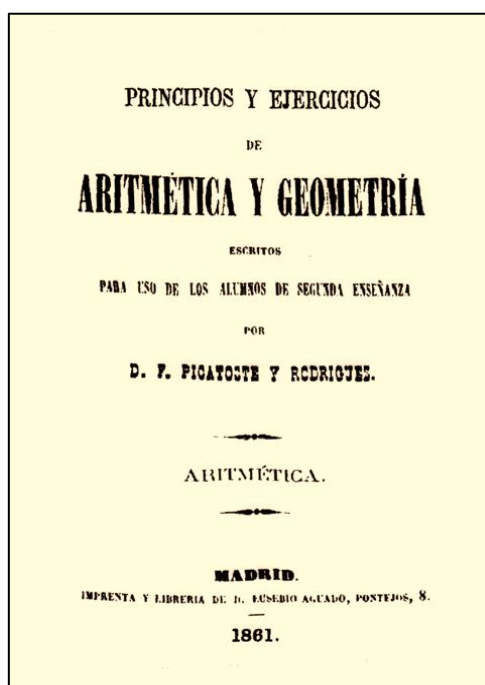


Figura 34. Carátula del libro cuarto

⁴³ Se refiere a un texto al igual que nociones, elementos, método y manual: texto pequeño con las materias esenciales de una ciencia o arte.

Sobre el autor (Figura 35)⁴⁴, Felipe Picatoste y Rodríguez (1834-1892), madrileño de nacimiento, fue uno de los personajes y autores prodigiosos de España en el siglo XIX [CA1]. Destacado por su labor para la difusión de la historia de la ciencia y trabajos científicos, se formó en derecho y ciencias en la Universidad de Madrid [CA3].

Matemático, pedagogo, periodista, político y polígrafo, inició su vínculo con la educación a mediados de siglo al ser nombrado catedrático suplente de matemáticas en el Instituto de San Isidro de la Universidad de Madrid [CA2]. A raíz de su apoyo a las ideas liberales y a la revolución de 1868, fue nombrado en 1869 jefe de negociado en el Ministerio de Fomento bajo el ministerio de Manuel Ruiz Zorrilla fomentando la creación de bibliotecas públicas y la reforma de la enseñanza [CA4]. Presidió el tribunal de oposición de las cátedras de matemáticas de Cádiz, Tortosa, Tapia y Osuna [CA6].

Sus obras sobre educación matemática incluyen “Explicación del nuevo sistema legal de pesas y medidas” (1853); “Elementos de matemáticas” (1860); “Elementos de matemáticas: geometría” (1879); “Elementos de matemáticas: aritmética” (1881), estas tres últimas declaradas libros de texto por el Real Consejo de Instrucción Pública; “El tecnicismo matemático en el Diccionario de la Academia Española” (1862); “Vocabulario matemático-etimológico” (1862) (única y primera obra de este género en España) y “Diálogos matemáticos del Bachiller Juan Pérez de Moya” (1875), entre otras para diversas asignaturas [CA5]. Puede accederse a la información sobre el autor en el AGA [caja (05) 17 32/8430 expediente 31] y en los sitios <http://www.mcnbiografias.com/appbio/do/show?key=picatoste-rodriguez-felipe>; http://es.wikipedia.org/wiki/Felipe_Picatoste [CA7]. El Anexo 16 presenta uno de los archivos revisados del expediente del autor.



Figura 35. Felipe Picatoste y Rodríguez

Contenido matemático

De la noción de cantidad se desprenden las nociones de medir y unidad: “Se llama cantidad todo lo que es susceptible de aumento ó de disminución, medir una cantidad es compararla con otra de la misma especie, que se llama unidad” (p. 1). Esta relación se complementa con la noción de número como la “reunión de unidades ó de partes de la unidad” (p. 1) [CC-Cp10, CC-Cp9, CC-Cp11, CC-Cp1]. Las nociones ponen de manifiesto concepciones aristotélicas sobre el número; las ideas de Euler (1810) sobre la cantidad; y la unidad desde ambas perspectivas.

Con la noción de número se introducen los conceptos de número entero (número natural) y número quebrado o fraccionario [CC-Cp2], los dos casos que definen un número. La Figura 38 detalla la clasificación completa que se proporciona del número.

⁴⁴ Imagen rescatada de http://books.google.es/books/about/Ultimos_escritos_de_Felipe_Picatoste.html?id=ZF0KAQAAIAAJ&redir_esc=y.

La definición de aritmética: “ciencia que enseña á espresar los números, sus propiedades, y las operaciones que con ellos se hacen” (p. 1), constituye el preámbulo a la presentación del SDN. Éste, se denomina “numeración” y se entiende como el sistema adoptado para nombrar de manera sencilla —con pocas palabras— y escribir con pocos signos todos los números que lo conforman [CC-Cp6]. Así, se introducen los diez primeros signos —sus nombres y signos de escritura— y la mecánica para la formación de órdenes superiores.

Una vez expuestos el sistema decimal [CC-Cp3], los quebrados (comunes y decimales) y los números complejos (denominados) se expone el SMD. Entendemos la existencia de razones didácticas para esta organización de los contenidos. Como apunta el autor:

Colocamos la explicación del sistema métrico despues de las cantidades decimales y números complejos, porque aunque hubiéramos deseado explicar desde el principio para que el alumno se familiarizase con su uso en los ejemplos, es imposible comprender bien sin el conocimiento de los decimales, ni puede hacerse reducción alguna entre nuestras medidas y las métricas sin saber el cálculo de los números complejos. (p. VII)

A pesar que los ejemplos presentados utilizan las unidades del sistema antiguo, las ideas reflejan la necesidad de conocimientos previos, como las fracciones decimales, para una mejor comprensión de las nuevas unidades de pesas y medidas [CC-P2]. Propiamente, el SMD, en palabras del autor:

...es el legal en España, [que] tiene por unidades las siguientes:

El metro, que es la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre.

El área, que es un cuadrado que tiene 10 metros de lado.

El metro cúbico que es un cubo () de 1 metro de altura.*

El litro, que es una vasija de la misma capacidad de un cubo que tenga de alto 1 decímetro.

*El kilogramo (**), que es el peso de 1 litro de agua destilada en el vacío, á la temperatura de 4 grados centígrados. (p. 60)*

Estas ideas reconocen la legalidad del SMD pero no su anteposición al uso de unidades del sistema antiguo [CC-Cp13] a pesar que en párrafos siguientes se reconocen y exponen sus ventajas [CC-P3, CC-P4]; identifican el metro como la longitud fruto de mediciones realizadas al meridiano terrestre [CC-Cp14]; destacan la vinculación al metro de las unidades área, metro cúbico, litro y kilogramo que forman parte del nuevo sistema [CC-Cp15]; subrayan el establecimiento de nuevos instrumentos de medida, como el patrón litro [CC-R5] y el empleo de elementos de la naturaleza en la definición de unidades como el kilogramo.

La definición de múltiplos y divisores se realiza en principio con la anteposición de palabras griegas y latinas a la unidad principal de cada medida. Su significado propicia la definición de estas unidades superiores e inferiores mediante agrupaciones decimales [CC-Cp16]. El metro se presenta como una de las unidades de las medidas de longitud equivalente a 10 decímetros. Esta particularidad acentúa una nueva forma de entender el metro ajena, en primera instancia, a las perspectivas científica, instrumental y etimológica predominantes en varios de los libros de texto analizados —durante la primera y segunda fase de selección—.

Aquí el metro es también un múltiplo, del decímetro; no es la unidad principal, situación que se repite para las demás unidades y medidas (Figura 36).

Medidas longitudinales.

1 miriámetro, que tiene.....	10 kilómetros.
1 kilómetro.....	10 hectómetros.
1 hectómetro.....	10 decámetros.
1 decámetro.....	10 metros.
1 metro.....	10 decímetros.
1 decímetro.....	10 centímetros.
1 centímetro.....	10 milímetros.

Figura 36. Presentación de las unidades para las medidas de longitud (p. 61)

Para el sistema de monedas se resaltan tres tipos: el doblón de Isabel, el escudo de plata y el real sin especificar la unidad básica ni facilitar algún dato para su identificación (el real se presenta como la equivalencia a 100 céntimos) [CC-Cp17].

Los procedimientos exponen algunas particularidades que deben subrayarse. La presentación de la operación suma se plantea desde la memorización de la tabla de sumar. Esto contrasta con el objetivo del libro de texto y con la intención práctica de algunas secciones del documento [CC-F2]: “Para sumar números dígitos es preciso saber de memoria la tabla de sumar, que contiene las sumas de estos números” (p. 3). Esto justificaría entender el aprendizaje desde una perspectiva memorística. No obstante, para las restantes operaciones el procedimiento es netamente práctico, sin hacer uso de tablas que proporcionen resultados parciales.

La exposición del sistema antiguo se vincula a la aplicación de la multiplicación en situaciones particulares como la reducción de medidas. Hasta aquí, este sistema se entiende como el oficial y de uso común en España con unidades para las medidas de longitud, superficie, volumen, capacidad, peso y tiempo [CC-Cp12]. Estas unidades se utilizan en la mayor parte de las situaciones que ejemplifican la aplicabilidad de conceptos y operaciones. Para los números métricos se presentan indicaciones y ejemplos sobre cómo efectuar las cuatro operaciones y las reducciones de medidas entre sistemas [CC-Pd1, CC-Pd2].

La representación de conceptos se realiza de manera predominante con el modo verbal. En las representaciones simbólicas predominan el uso de números, signos de operación y equivalencias. El modo tabular organiza la formación de múltiplos y divisores y el establecimiento de correspondencias y reducciones (Figura 37) [CC-R1, CC-R2, CC-R4].

Pesas.

1 miriagramo.....	10 kilogramos.
1 kilogramo.....	10 hectogramos
1 hectogramo.....	10 decagramos
1 decagramo.....	10 gramos.
1 gramo.....	10 decigramos.
1 decígramo.....	10 centigramos
1 centígramo.....	10 miligramos.

Figura 37. Modo tabular para la representación de medidas ponderales (p. 62)

Las situaciones que muestran la aplicación de las nuevas medidas enfocan actividades comerciales de compra y venta de productos y bienes, de cálculo aritmético y otras referidas al movimiento de cuerpos y elementos de la naturaleza. De esta forma, se reconocen los contextos comercial, matemático, científico y natural respectivamente [CC-Ct3, CC-Ct4, CC-Ct2, CC-Ct1]. La Figura 38 expone el mapa conceptual elaborado para el libro de texto destacando la estructura conceptual del SMD.

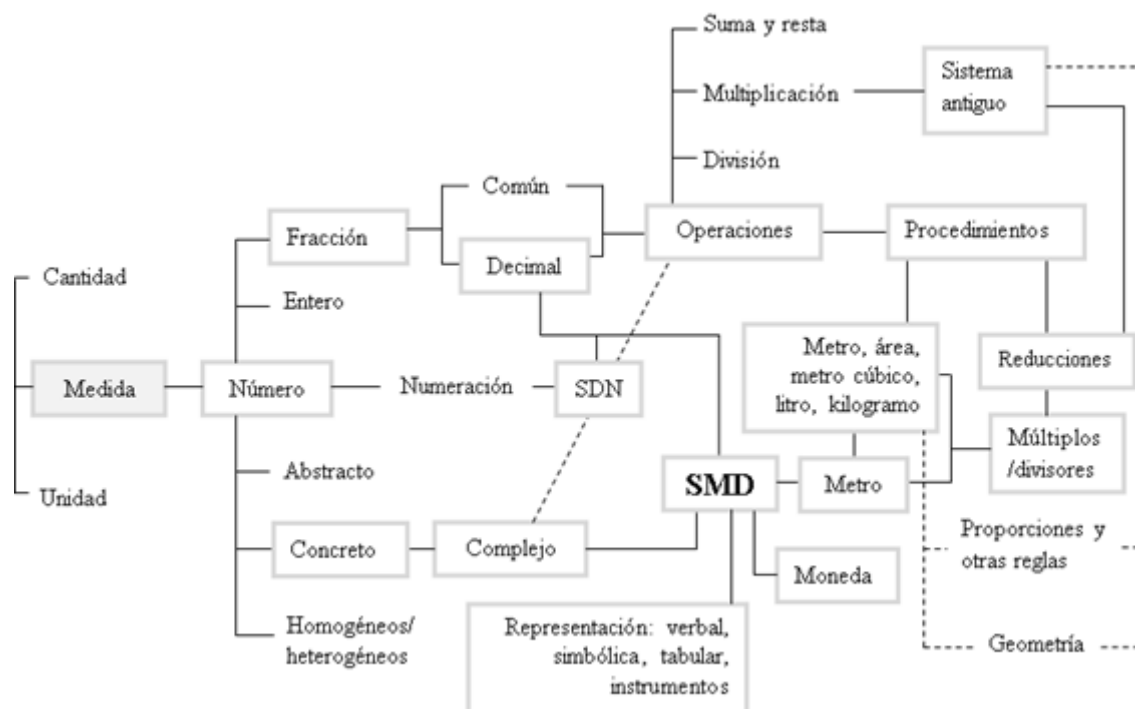


Figura 38. Mapa conceptual para el SMD en el libro cuarto

Encuadre didáctico

La obra tiene como objetivo presentar un texto de aritmética para la segunda enseñanza como texto intermedio entre los principios básicos de la enseñanza primaria y el estudio avanzado de los elementos de matemáticas según la organización del calendario escolar [CC-O1]. Esta intencionalidad se fundamenta en las disposiciones gubernamentales para la enseñanza de las matemáticas: “En efecto, el objeto de estos Principios y Ejercicios de Aritmética es presentar un texto para la asignatura del mismo nombre creada por Real orden, inserta en la Gaceta de 26 del pasado agosto” (p. III).

Adicionalmente, el libro de texto se orienta a la práctica constante y se aleja, como menciona su autor, de demostraciones rigurosas y un excesivo uso de ideas teóricas, de manera que el estudiante adquiera mayor soltura en el manejo de cálculos aritméticos. Estos propósitos, que muestran el libro como una herramienta con objetivos de enseñanza —para uso de los profesores—, para la comprensión de conocimientos —por parte de los estudiantes— y la presentación de contenidos específicos en espacios destinados a los procesos didácticos, reflejan los fines formativo, cultural, político y social descritos [CC-F1].

Las tareas utilizadas se enfocan en la presentación de ejemplos y ejercicios. Estos ilustran procedimientos y sirven de complemento para algunas ideas teóricas. Son las

propuestas prácticas para la aplicación, comprensión y evaluación de los conocimientos [CC-T1, CC-T2]. Presentar las ideas teóricas (conceptos y procedimientos), seguidas de ejemplos y el planteo de ejercicios, se identifica como la secuencia de tareas común en el libro texto [CC-T3]. Aunque hemos centrado nuestra atención en el primer libro de aritmética, cabe destacar la utilización de las unidades métrico-decimales en las tareas incluidas en el libro sobre geometría, en especial para longitudes, superficies y volúmenes. La Figura 39 presenta uno de estos casos.

149. Hallar el volumen de un cono que tiene 12 centímetros de altura, y una base de 75 centímetros cuadrados.
El volumen será

$$\frac{12 \times 75}{3} = 300 \text{ centímetros cúbicos.}$$

Figura 39. Unidades métrico-decimales en el cálculo del volumen de un cono (Lib. geometría, p. 64)

5.1.3. Textos para la formación de maestros (1849-1867)

Libro quinto

Título: “Elementos de aritmética”

Autor: Joaquín de Avendaño Bernáldez

Marco general

El texto corresponde a una obra aprobada por el Consejo de Instrucción Pública destinada a la enseñanza en las Escuelas Normales [CE4]. Esta segunda edición de 1852 [CE1], se publicó en Madrid en la imprenta de Araujo bajo la dirección de D. Antonio Cuchi [CE3] (Figura 40).

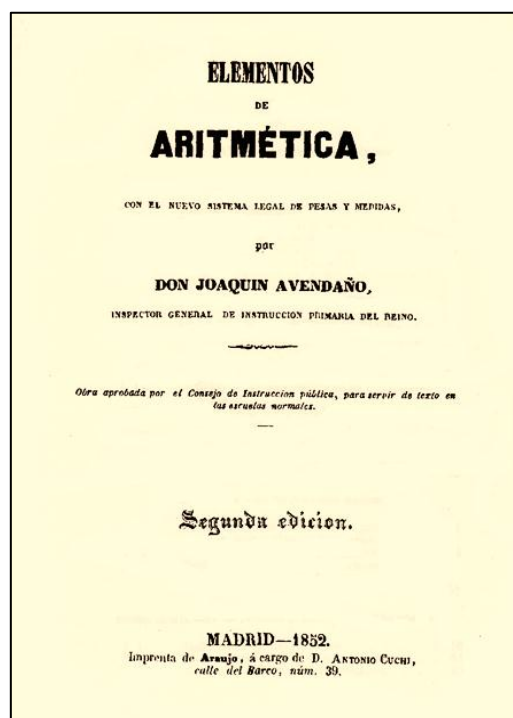


Figura 40. Carátula del libro quinto

La calificación de Elementos muestra la dedicación de la obra a los fundamentos y principios de la aritmética y su cercanía a la doctrina de Johann Heinrich Pestalozzi [CE6]: “cuando el título de una obra dedicada a la enseñanza inicia con ‘Elementos de...’, se detecta la influencia pestalozziana” (Picado, 2009, p. 65).

El libro de texto tiene una extensión de 128 páginas. Se organiza en tres partes para abordar temáticas generales: elementos de cálculo, medidas y resolución de problemas. Cada uno de estos apartados se estructura en secciones que resaltan temas más específicos [CE5]. Las ideas se exponen con el estilo narrativo. La Figura 41 muestra esta organización.

Joaquín de Avendaño Bernáldez nació en Vigo en 1812. Su formación incluyó la instrucción primaria elemental, estudio del idioma francés; latinidad, filosofía (en la Universidad Literaria de Santiago), elementos de matemáticas, teneduría de libros y nociones de comercio; italiano y portugués, derecho internacional y estudios lingüísticos y de gramática general. Se formó en educación y sistemas de enseñanza en el Colegio Normal Central de Maestros de Madrid con la instrucción de Pablo Montesinos incluyendo estudios morales y religiosos, lengua castellana, gramática general, retórica, poética y literatura; matemáticas elementales, geometría descriptiva y dibujo lineal; física experimental y química; historia natural; estudios históricos y geográficos [CA1, CA3, CA4].

INDICE.

—

PRIMERA PARTE.—ELEMENTOS DE CÁLCULO.

PRIMERA SECCION.—Números enteros.

§. I.	Nociones preliminares.	5
§. II.	De la numeración.	6
§. III.	Adición ó suma.	11
§. IV.	Sustracción.	13
§. V.	Multiplicación.	15
§. VI.	División.	21

SEGUNDA SECCION.—De las fracciones comunes.

§. I.	De las fracciones ó quebrados en general.	31
§. II.	Comparación de las fracciones ó reducción de las fracciones á un comun denominador.	34
§. III.	Simplificación de los quebrados ó reducción á su mas simple expresión.	36
§. IV.	Adición de las fracciones y de los números fraccionarios.	40
§. V.	Sustracción de los quebrados y de los números fraccionarios.	42
§. VI.	Multiplicación de los quebrados y de los números fraccionarios.	44
§. VII.	División ó de los quebrados y de los números fraccionarios.	48

TERCERA SECCION.—De las fracciones decimales.

§. I.	De las fracciones decimales en general.	51
§. II.	Adición, sustracción, multiplicación y división de los números y de las fracciones decimales.	54
§. III.	Conversión de las fracciones comunes en fracciones decimales y de las fracciones decimales en fracciones comunes.	57

SECCION CUARTA.—De las potencias y de las raíces de los números.

§. I.	Definiciones y observaciones.	59
§. II.	De la raíz cuadrada y de su extracción.	61
§. III.	De la raíz cúbica y de su extracción.	63

SEGUNDA PARTE.

PRIMERA SECCION.—Diferentes medidas.

§. I.	Medidas españolas.	67
§. II.	Medidas de tiempo.	70
§. III.	Monedas españolas anteriores á la nueva ley.	71

§. IV.	Del sistema métrico en general.	73
§. V.	De las nuevas medidas españolas de longitud, y de su correspondencia con las antiguas.	74
§. VI.	De las nuevas medidas españolas de superficie y de su correspondencia con las antiguas.	75
§. VII.	De las nuevas medidas españolas de volumen y de su correspondencia con las antiguas.	77
§. VIII.	De las nuevas medidas españolas de peso y de su correspondencia con las antiguas.	76
§. IX.	De las nuevas medidas de moneda ó sea de las nuevas monedas españolas.	80

SEGUNDA SECCION.—Cálculo de los números concretos, incomplejos y complejos.

§. I.	Ideas generales.	80
§. II.	Adición y pruebas de la adición de los números complejos.	84
§. III.	Sustracción y prueba de la sustracción de los números complejos.	85
§. IV.	Multiplicación de los números complejos.	86
§. V.	División de los números complejos.	89

TERCERA PARTE.

RESOLUCION DE PROBLEMAS POR EL METODO DE LA UNIDAD—RAZONES Y PROPORCIONES.

PRIMERA SECCION.—Métodos por medio de los cuales todos los problemas de la aritmética se resuelven por las solas combinaciones de las cuatro reglas ó sea método de la unidad.

§. I.	Problemas que se resuelven por medio de una multiplicación y de una división.—Regla de tres simple.	93
§. II.	Regla de tres compuesta.	94
§. III.	Regla de compañía y de sociedad.	97
§. IV.	Regla de interés simple.	98
§. V.	Regla de descuento.	101
§. VI.	Regla de interés compuesto.	104
§. VII.	Regla de trueque ó cambio.	106
§. VIII.	Regla de aligación ó mezcla.	107
§. IX.	Aplicación de la regla de aligación á las aleaciones metálicas.	109
§. X.	Regla de falsa posición.	110

SEGUNDA SECCION.—Proporciones y soluciones de varios problemas que se resuelven por su medio.

§. I.	De la razón aritmética y geométrica.	112
§. II.	De las proporciones en general.	114
§. III.	De la regla de tres en general.	117
§. IV.	Regla de tres simple, directa ó inversa.	118
§. V.	Regla de tres compuesta.	119
§. VI.	Regla de compañía y de sociedad.	121
§. VII.	Regla de interés.	122
§. VIII.	Reglas de cambio, aligación y falsa posición.	127

Figura 41. Índice de contenidos del libro quinto (pp. 129-131)

La trayectoria del autor en la enseñanza pública fue amplia. Por iniciativa propia, fundó un colegio de enseñanza popular, lengua francesa e italiana y matemáticas en Pontevedra. Fue nombrado profesor normal, titulación que le facultó para ejercer como profesor y director de escuelas normales. Su vinculación con la formación de maestros inició cuando Montesinos le encargó la escuela práctica normal dedicada a las prácticas de los maestros en formación. Fue director de escuelas normales e inspector general de instrucción primaria pública del Reino [CA2]. Esto le permitió realizar varias propuestas para reformar y organizar los planes de enseñanza primaria y de las escuelas normales de la época [CA6].

Dentro de sus obras destacamos “Cuadro de pesas y medidas métricas y monedas legales”⁴⁵, “Elementos de aritmética” (1852), “Curso elemental de pedagogía” (1859), junto a Mariano Carderera, y las numerosas ediciones del “Manual completo de instrucción primaria elemental y superior para uso de los aspirantes a maestros y especialmente de los alumnos de las escuelas normales de provincia” (1854). Este último, uno de los textos más representativos e influyentes en la formación de maestros [CA5]. Avendaño fallece en 1886 en Biarritz, Francia. La información sobre el autor se amplía en el Anexo 17 [CA7]. También puede complementarse en el estudio de C. López (2011) y en el expediente del autor en el AGA [caja (05)1.19 31/17243, exp. 45].

Contenido matemático

Como en la mayoría de los libros de texto, la cantidad y la unidad se conciben desde las nociones de Newton (1761, 1802) y Euler (1810). Estas se siguen de una clasificación para el número (entero, abstracto y concreto) sin apuntar una definición general para éste que vincule las nociones expuestas [CC-Cp10, CC-Cp9, CC-Cp1].

La exposición del SDN se vincula a la presentación de la numeración que destaca la escritura, lectura y formación de números (órdenes). Esta se percibe al final de las indicaciones para formar números: “El principio fundamental de esta enumeración es que diez unidades de un orden cualquiera forman una unidad del orden superior inmediato. La base de este sistema es diez, y su nombre sistema decimal” (pp. 8-9) [CC-Cp6]. La presentación de los quebrados o fracciones comunes es posterior a la exposición de las operaciones propias del cálculo aritmético con números enteros. La fracción se define como “cualquier cantidad menor que la unidad” (p. 31) cuyo origen se sitúa en la división inexacta de números (la división con resto) [CC-Cp2]. Esto resalta la tradición de enseñanza alejada de las ideas de Newton que las plantea como uno de los resultados de la medida.

Asimismo, resalta la relación que se establece entre las fracciones impropias y el concepto de número fraccionario —que corresponde al número mixto—: “si el numerador es mayor que el denominador, la fracción se llama número fraccionario (...) es pues un número fraccionario, ó un quebrado impropio, como generalmente se dice” (pp. 31-32).

Sobre las fracciones decimales, números decimales o simplemente decimales —apunta el autor—, se definen como “las fracciones compuestas de partes que van siendo de diez en diez veces menores que la unidad” (p. 51) manteniendo el término de números decimales a las

⁴⁵ El texto fue aprobado, en 1852, para uso en la instrucción primaria por la Reina Isabel II y el Real Consejo de Instrucción Pública. No se ha localizado el año de edición del documento.

fracciones decimales precedidas de una o varias unidades enteras [CC-Cp3, CC-Cp4]. La afirmación establece y resalta el vínculo entre las fracciones decimales y el SDN.

La sucesión de las fracciones decimales siguen el mismo principio de nuestra numeración, en la cual toda cifra colocada á la derecha de otra vale diez veces menos que esta. Así las fracciones decimales se forman considerando la unidad dividida en diez partes iguales... (p. 51)

La exposición del SMD se precede por un abordaje del sistema de medidas tradicionales en España. Esta mención incluye nociones como medir, unidad de medida, magnitud y clases de medida [CC-Cp11]. Vinculada a las nociones de cantidad y unidad, la acción de medir se concibe como “buscar cuántas veces una cantidad contiene á otra de la misma especie, que se toma por unidad de medida”, entendida esta última como “una cantidad conocida, tomada por término de comparación entre cantidades de una misma especie, cuyas magnitudes se quieren expresar en número” (p. 67).

Las afirmaciones sirven de complemento a las ideas iniciales, relacionan cantidad y unidad con la acción de medir que al mismo tiempo proporciona las nociones de magnitud como una cualidad medible en ciertas cantidades (géneros) y cuyo resultado es un número [CC-Cp7, CC-Cp1].

El libro de texto reconoce aspectos legales vinculados a las pesas y medidas españolas: la real orden de 26 de enero de 1801; y la ley de 19 de julio de 1849 que implantó las unidades del sistema métrico [CC-P3]. El sistema antiguo se presenta con amplitud destacando unidades y equivalencias [CC-Cp12].

El SMD [CC-Cp13] es “el nuevo sistema de medidas españolas [definido así] por ser el metro su base [llamado también] sistema legal por estar prescrito su uso en todos los actos públicos, y ser obligatorio á todos desde 1º de enero de 1860” (p. 73).

El metro se describe desde la concepción científica y etimológica [CC-P1; CC-Cp14]. Es la base del nuevo sistema del que derivan todas las medidas y su longitud es comprobable en todo tiempo y país.

Previamente a la exposición de las unidades principales del SMD, el texto reconoce clases de medida —entendidas como las magnitudes que pueden medirse en algunas cantidades—. Estas son las medidas lineales, superficiales, de volúmen o solidez y capacidad; las pesas; y las monedas para medir el dinero. Para estas, se definen las unidades principales metro, metro cuadrado y área, metro cúbico y litro, gramo y el real. Sobre las ponderales, se especifica que, por ley y la pequeñez del gramo, la unidad usual es el kilogramo. Se agregan medidas de tiempo [CC-Cp15].

“Los múltiplos y las subdivisiones de cada unidad se refieren al sistema decimal; por manera que cada unidad, diez veces mayor que la de un orden inferior, es diez veces menor que la de un orden superior” (p. 73). Con la introducción de las unidades superiores e inferiores a cada unidad principal, el autor deja en claro la relación entre el SDN y el SMD, o mejor aún, la influencia ejercida por la numeración decimal en la definición de un nuevo conjunto de pesas y medidas. Su nomenclatura proviene de palabras del griego y el latín, tal como muestra la Figura 42 [CC-Cp16].

Múltiplos.	Unidades.	Subdivisiones.
Miria significa diez mil. 10000	Metro.	Desi significa décima. 0,1
Kilo ——— mil. . . 1000	Area,	Centi ——— centésima. 0,01
Hecto ——— cien. . . 100	Metro-cúbico.	Mili ——— milésima. 0,001
Deca ——— diez. . . 10	Litro.	
	Gramo.	
	Real.	

Figura 42. Definición de múltiplos y submúltiplos (p. 74)

La presentación de múltiplos y submúltiplos se amplía y particulariza para cada una de las medidas consideradas. Así se definen respecto a la unidad principal, se presenta su equivalencia con su homóloga anterior del sistema de Castilla y se excluyen algunos por singularidades de su tamaño (Figura 43).

El kilómetro.....	{	Consta de 1000 metros. El metro equivale á un decímetro cúbico: luego el kilómetro contendrá 1000 decímetros cúbicos, ó bien un metro cúbico: esta medida equivale á 17,990874 fanegas.
El hectómetro..... (0,1 parte del K.).	{	Consta de 100 metros, que equivalen á 1,79908974 fanegas.
El decámetro.....	{	Consta de 10 metros, equivalentes á 2,156907689 celemines.
El metro.....	{	Unidad principal, equivale á un decímetro cúbico, y equivale á 3,4542523 ochavas.
El decímetro.....	{	Es la décima parte del metro, y equivale á 1,28170092 ochavillos.
El kilómetro se indica así: kl.		

Figura 43. Múltiplos y submúltiplos para las medidas de capacidad (p. 78)

El sistema monetario tiene como unidad principal el real para el que se define un múltiplo, el doblón de Isabel (100 reales) y un submúltiplo, la décima de real [CC-Cp17]. Aunado a esto, se anexan otras monedas permitidas con equivalencias no decimales.

Los procedimientos mostrados se centran en el cálculo aritmético. Las operaciones con números complejos e incomplejos, donde se esperaría al menos un uso parcial de las unidades métrico-decimales, se reservan a las unidades antiguas, privando de ejemplos que ilustren la utilidad del SMD en diversos contextos. Es en la tercera parte del texto —dedicada a la resolución de problemas—, donde el autor emplea las nuevas unidades métricas para el planteo de problemas y su resolución [CC-Pd1], relacionadas a la proporcionalidad y otras reglas, con una diversidad de situaciones cotidianas (Figura 44). También se encuentran procedimientos para la escritura y lectura de números métricos.

2. **Problema XXIV.** Un comerciante desea cambiar paño por colonia: 2 metros de paño valen tanto como 3 metros de casimiro y 5 metros de casimiro tanto como 7 metros de colonia. ¿Cuántos metros de colonia recibirá el comerciante por 60 metros de paño?

Segun la enunciacion del problema, diremos:

Un metro de paño vale $\frac{3}{2}$ metros de casimiro, y un metro de casimiro vale $\frac{7}{5}$ metros de colonia: luego un metro de paño valdrá los $\frac{3}{2} \times \frac{7}{5}$ metros de colonia ó $\frac{21}{10}$ de colonia.

Los 60 metros de paño valdrán por consiguiente 60 veces $\frac{21}{10}$ de colonia ó sea 126 metros de colonia.

Figura 44. El metro en un problema de trueque (p. 107)

La representación de conceptos está acaparada por el modo verbal [CC-R1]. Los modos simbólico y tabular son también utilizados. Estos se identifican en las expresiones numéricas, las abreviaturas, los signos para el cálculo y la organización en tablas de texto y simbología [CC-R2, CC-R4].

Tanto problemas como ejemplos hacen uso de situaciones específicas de los contextos matemático, natural, comercial y social para exponer las nuevas unidades de pesas y medidas [CC-Ct1, CC-Ct3, CC-Ct4, CC-Ct5]: uso de cálculos matemáticos y la mención de conceptos y figuras geométricas (Figura 45), exposición de condiciones físico-naturales (Figura 46) y situaciones de costo, compra y venta de productos (Figura 47). La Figura 48 expone la estructura conceptual propuesta para la exposición del SMD en el libro de texto.

1. La unidad de volúmen es el metro cúbico.
2. Un cubo es una figura geométrica que tiene la forma de un dado, y cuyas seis caras son cuadradas é iguales entre si. La solidez de un cubo, segun se demuestra en geometría, es igual á la superficie de su base multiplicada por la altura.
3. El metro cúbico es un cubo cuyas seis caras cuadradas tienen un metro de cada lado.
El decímetro cúbico es un cubo cuyas seis caras cuadradas tienen un decímetro de cada lado.
El centímetro cúbico es un cubo cuyas seis caras cuadradas tienen un centímetro de cada lado.
El milímetro cúbico es un cubo cuyas seis caras cuadradas tienen un milímetro de cada lado.

Figura 45. Utilización de conceptos geométricos (p. 77)

2 El gramo es igual á un centímetro cúbico de agua destilada á la temperatura de 4 grados sobre cero del termómetro centígrado, y pesada en el vacío.

NOTA. Se ha empleado el agua destilada, porque entonces está pura de toda otra sustancia extraña.

Se empleó á la temperatura de 4 grados del termómetro centígrado, porque el volumen de los cuerpos cambia con su temperatura. Pero el agua por una excepción notable llega á su *máximum de condensación ó de densidad* á 4 grados del termómetro centígrado; por manera que el volumen de una misma masa aumenta ó disminuye, partiendo de 4 grados centígrados sobre cero.

Se ha pesado el agua en el vacío, es decir, en un recipiente privado de aire para hacer el peso independiente de las variaciones atmosféricas.

Figura 46. Situación físico-natural en la presentación del gramo (p. 79)

Encuadre didáctico

Las tareas incluyen la presentación de ejercicios resueltos. Aunado a estos, se utilizan ejemplos que refuerzan las ideas teóricas presentadas, siguiendo la secuencia más común hasta ahora identificada: ideas teóricas, ejemplos [CC-T1, CC-T2, CC-T3].

1. Problema I. *Un metro de paño ha costado 25 reales. Hallar el precio de 3 metros.*

Múltiplicáse 25 rs. precio del metro, por el número de metros 3: el producto 75 rs. es el precio pedido.

Problema II. *Calcular el precio de un metro de paño habiendo costado 3 metros 192 rs.*

Dividáse 192 rs. por el número de metros 3: el cociente 64 es el precio buscado.

Problema III. *Un metro de paño cuesta 25 pesetas: ¿cuánto paño podremos comprar con 100 pesetas?*

Figura 47. El metro en una situación de compra de productos (p. 93)

Finalmente, queda por apuntar la falta de un objetivo declarado para la elaboración del libro de texto. Desde el punto de vista de los fines, se resaltan intenciones formativa, política, cultural y social [CC-F1], puesto que el texto se destina a la preparación de maestros, para unos contenidos y conocimientos específicos, en un centro de instrucción particular, las Escuelas Normales.

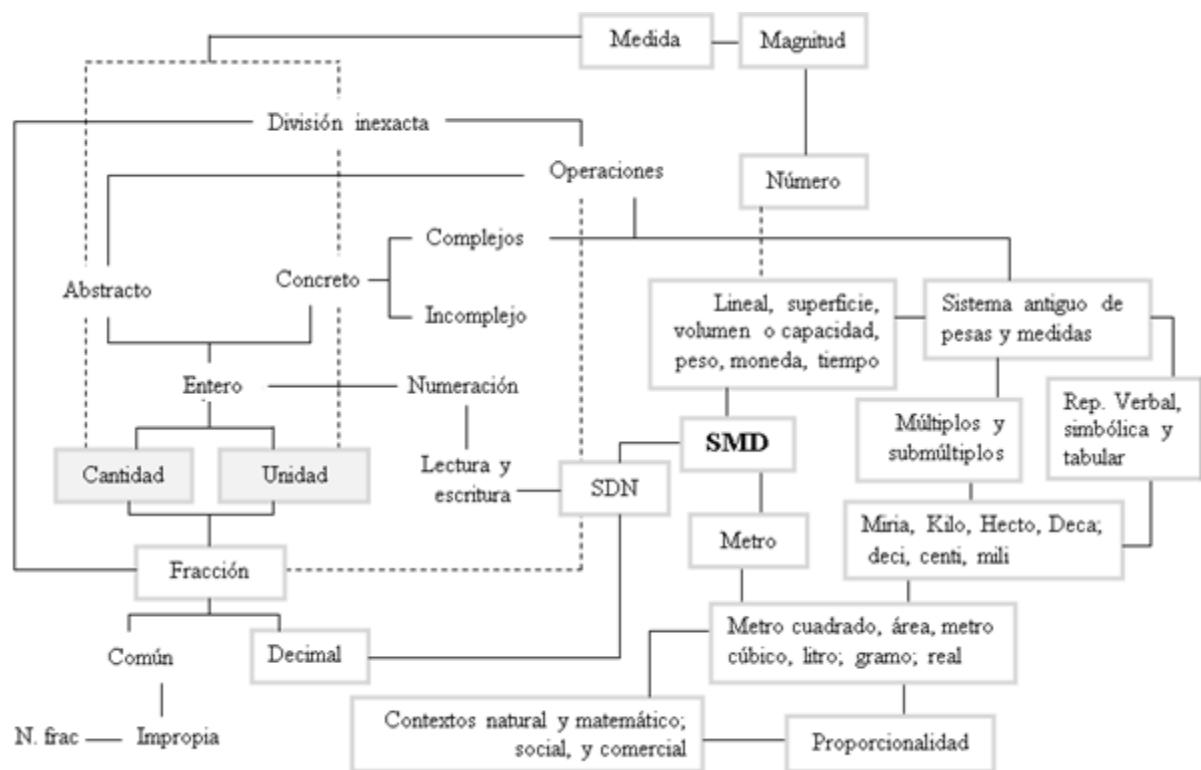


Figura 48. Mapa conceptual para el SMD en el libro quinto

Libro sexto

Título: “Aritmética práctica para uso de las escuelas primarias”

Autor: Juan Cortázar y Cortázar

Marco general

La selección de este libro, editado para las escuelas primarias, como texto para la formación en este nivel educativo se sostiene de la categorización realizada por Carrillo (2005). La autora presenta la fuente como un texto para la formación de maestros en las Escuelas Normales. Esta clasificación se refuerza con la forma en que Aznar (1997) describe el libro de texto: destaca del documento las ideas matemáticas y las propuestas metodológicas para el tratamiento del SMD. En palabras del autor, el texto es,

por su contenido y por sus métodos, el de mayor calidad y el que mejor conecta la enseñanza del nuevo sistema de medidas con la metodología actual, (...) en su texto, [el autor] introduce elementos novedosos para la enseñanza del sistema legal: elementos de geometría para entender las nuevas medidas y su sistema de múltiplos y submúltiplos –no olvidemos que las medidas decimales sólo pueden entenderse desde la geometría y no únicamente desde la aritmética como hacen la mayoría de los autores–, los problemas de conversión entre las antiguas y las nuevas los plantea siempre mediante números aproximados evitando así la excesiva proliferación de decimales poco apropiados para los escolares, plantea problemas métricos con infinitas soluciones, ... (p. 307)

Propiamente sobre la estructura del texto, el ejemplar se publica en Madrid en 1856 en la Imprenta de Don Gabriel Alhambra (Figura 49). Corresponde a la primera edición de un libro de texto para la instrucción primaria —colateralmente para la instrucción de adultos—, un pequeño tratado (“tratadito” como lo califica su autor) cuyas ideas se expresan de forma narrativa [CE1, CE3, CE4, CE6].

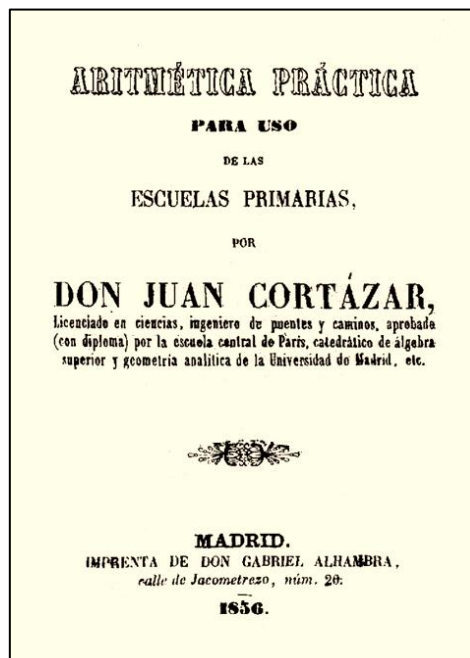


Figura 49. Carátula del libro sexto

Las 108 páginas que lo conforman se distribuyen en ocho capítulos que exponen [CE5]: numeración; las cuatro reglas u operaciones fundamentales; divisibilidad; quebrados; cantidades decimales; números complejos; proporciones y sistema métrico de medidas de longitud, capacidad, peso y superficie. El último capítulo corresponde a una exposición breve del SMD; es un apartado anexo que proporciona las equivalencias necesarias en caso que ocurra en España una adopción generalizada y definitiva de las nuevas unidades. Evidentemente, el SMD se constituye en este texto como un apartado anexo a un texto de aritmética. El índice de contenidos se presenta en la Tabla 16.

Sobre el autor, Juan Cortázar y Cortázar (Bilbao, 1809-1873) [CA1] fue matemático, ingeniero y licenciado en ciencias (Figura 50)⁴⁶. A los 22 años fue aprobado para maestro de instrucción primaria (Anexo 18). Se desempeñó como catedrático de matemáticas elementales y catedrático de álgebra superior y geometría analítica en la Universidad de Madrid.

Con la fundación de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales —establecida con la Ley Moyano en 1857—, se dedicó a la enseñanza de las matemáticas en dicho recinto hasta su retiro, años antes de su muerte [CA2].

⁴⁶ Imagen rescatada de <http://elgranerocomun.net/D-Juan-Cortazar.html>.

Tabla 16. *Contenidos del libro sexto*

Aritmética práctica	
<p>CAPÍTULO PRIMERO. Numeración</p> <ul style="list-style-type: none"> - Numeración verbal de los números enteros - Numeración escrita de los números enteros <p>CAPÍTULO SEGUNDO. Las cuatro reglas u operaciones fundamentales</p> <ul style="list-style-type: none"> - Adición de los números enteros - Sustracción de los números enteros - Multiplicación de números enteros - Medidas, pesas y monedas más usuales en España - Medidas de capacidad para los áridos - Medidas de capacidad para líquidos - Pesas - Unidades para pesar el oro y la plata - Monedas de oro - Monedas de plata - Monedas de cobre - Unidades de tiempo - Unidades de superficie - Problemas sobre la multiplicación - División o partición de los números enteros - Problemas sobre la división <p>CAPÍTULO TERCERO. Divisibilidad.</p> <p>CAPÍTULO CUARTO. Quebrados</p> <ul style="list-style-type: none"> - Numeración y transformación de los quebrados - Las cuatro operaciones con los quebrados y mixtos <p>CAPÍTULO QUINTO. Cantidades decimales</p> <ul style="list-style-type: none"> - Sumar cantidades decimales - Restar cantidades decimales - Multiplicar cantidades decimales - Dividir cantidades decimales 	<p>CAPÍTULO SEXTO. Números complejos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reducción de un número complejo a incomplexo y al contrario - Sumar número complejos - Restar número complejos - Multiplicar número complejos - División de número complejos <p>CAPÍTULO SÉPTIMO</p> <ul style="list-style-type: none"> - Proporciones - Problemas que se resuelven por una proporción - Reglas para hallar el tanto por 100 y tanto por 1000 de una cantidad - Interés simple - Interés compuesto - Descuento de letras - Cambios - Regla de compañía - Regla de aligación <p>CAPÍTULO OCTAVO</p> <ul style="list-style-type: none"> - Sistema métrico de medidas de longitud, capacidad, peso y superficie - Unidades de longitud. Equivalencias aproximadas entre las medidas más usadas de longitud de Castilla y las métricas - Medidas de capacidad para áridos y líquidos - Unidades de peso. Equivalencias aproximadas - Unidades cuadradas o de superficie. Equivalencias aproximadas. <p>Correspondencia entre las medidas y pesas de las diferentes provincias de España y las métricas, según la Comisión de Pesas y Medidas</p>

Sus estudios de latín los realizó en los franciscanos de Bilbao, culminando sus estudios generales en el Colegio de Santiago. Se graduó de ingeniero en la Escuela Central de Artes y Manufacturas de París. Luego de su paso por Inglaterra, regresa a España donde obtiene el título de catedrático de matemáticas elementales y la titulación de licenciado en ciencias [CA3, CA4].

Dentro de sus obras para la enseñanza de las matemáticas están “Tratado de aritmética” (1846), “Tratado de álgebra elemental” (1860), “Tratado de geometría elemental” (1847), “Tratado de trigonometría rectilínea y esférica, y de Topografía” (1848), “Memoria del cálculo del interés” (1843), “Tratado de geometría analítica” (1867) y el texto en cuestión [CA5], todas con múltiples ediciones. La información del autor puede ampliarse en el AGA consultando los documentos en la caja (05) 1.19 31/17777 y los sitios web: <http://elgranerocomun.net/article89.html>; http://es.wikipedia.org/wiki/Juan_de_Cort%C3%A1zar [CA7].

Contenido matemático

En cuanto a los conceptos, se exponen al inicio número entero, unidad y número quebrado seguidos del número mixto como una composición entre entero y quebrado [CC-Cp2, CC-Cp9]: “se llama número entero una sola cosa ó la reunión de varias cosas iguales ó semejantes (...) cada una de las cosas iguáles ó semejantes que componen un número entero, se llama unidad” (p. 1). La definición para las fracciones se reitera posteriormente: “se llama número quebrado, ó simplemente quebrado ó fracción una de las partes iguales en que se divide la unidad, ó la reunión de varias partes iguales de la unidad” (p. 37). Estas nociones desvelan la influencia de concepciones griegas en la definición del número entero y el quebrado.

La ausencia de conceptos como cantidad, magnitud y medida, alejan al libro de texto de una concepción general del número del que se enfoca una clasificación particular desde la noción de número entero (natural).

El SDN se expone de manera implícita [CC-Cp6]. Al igual que en otros libros de texto, se muestra de manera textual y simbólica los diez “números” que conforman su base, utilizados para la formación de órdenes (decenas, centenas,...), su escritura y lectura. Al igual que el SDN, el sistema antiguo de pesas y medidas de Castilla se presenta implícitamente, es decir, se entiende como el sistema metrológico tradicional, conocido y usual en España del que se resaltan sus elementos [CC-Cp12]. Una particularidad es su inclusión específica como parte de la operación multiplicación con números enteros. Se pone de manifiesto la relación entre la multiplicidad numérica y las conversiones entre unidades superiores e inferiores del sistema antiguo de pesas y medidas.

El concepto de fracción decimal se desprende de la presentación de los quebrados. La fracción decimal [CC-Cp3] es una clase de quebrados “que tienen por denominador la unidad seguida de uno ó mas ceros” (p. 55). A pesar de no incluirse en el contenido una definición para la cantidad, ésta aparece ligada a la exposición de lo que podríamos entender como números decimales: “llamaremos cantidades decimales á los números mixtos cuya fracción sea decimal, y también á las mismas fracciones ó quebrados decimales” (p. 55). De esta forma, se estaría concibiendo a la cantidad como un número [CC-Cp4, CC-Cp10].

El SMD corresponde al último apartado del libro de texto. Se introduce como la “colección ordenada, de medidas y pesas, [en donde] las unidades de una misma naturaleza son 10, 100, 1000 ó 1000 veces mayores ó menores que la unidad principal de cada clase” (p. 93) [CC-Cp13]. La formación de múltiplos y divisores —presentados como unidades mayores y menores que la principal— se expone desde construcciones etimológicas mediante la utilización de palabras griegas y latinas: deca, hecto, kilo, miria; y, deci, centi, mili, respectivamente [CC-Cp16]. El metro aparece como la unidad principal de las unidades de longitud que reemplaza a sus antecesoras: la vara y el pie. Su presentación incluye la definición científica [CC-Cp14].



Figura 50. Juan Cortázar y Cortázar

Como otras unidades principales el autor reconoce el litro, el gramo y el metro cuadrado [CC-Cp15]. Se excluye el metro cúbico correspondiente a las medidas de volumen por considerar que las unidades cúbicas forman parte de los contenidos de la segunda enseñanza. Este dato nos resulta relevante.

El autor procura un cumplimiento de las disposiciones curriculares para la enseñanza de la aritmética pero presenta de manera incompleta el nuevo sistema de pesas y medidas. Esta ausencia se identifica también en la presentación del sistema antiguo justificada en este caso por la poca utilidad que tienen en ámbitos fuera de la ciencia: “no he creído conveniente ocuparme de las unidades cúbicas, porque estas no ocurren sino en cuestiones científicas, y es materia de la segunda enseñanza” (p. III). La presentación del SMD finaliza con una serie de correspondencias entre las medidas y pesas de las provincias de España y las métrico-decimales.

Los procedimientos no se vinculan al SMD. Estos se indican para el cálculo aritmético con números enteros, quebrados y quebrados decimales, su lectura y escritura y la resolución de problemas.

Las representaciones mantienen el predominio del modo verbal identificándose también los modos simbólico y tabular para la exposición de expresiones numéricas, las equivalencias entre cada unidad básica considerada y las unidades mayores y menores definidas para estas [CC-R1, CC-R2, CC-R4]. La Figura 51 muestra los modos verbal y simbólico-numérico.

Metro (a) unidad principal, decámetro ó diez metros, hectómetro ó 100 metros, kilómetro ó 1000 metros, miriámetro ó 10000 metros, decímetro ó $\frac{1}{10}$ de metro, centímetro ó $\frac{1}{100}$ de metro, milímetro ó $\frac{1}{1000}$ de metro.

Figura 51. Modos verbal y simbólico-numérico (p. 95)

El contexto empleado por excelencia es el matemático, incluyendo situaciones para la aplicación del cálculo aritmético, salvo dos situaciones sobre aspectos sociales como los conflictos bélicos [CC-Ct4, CC-Ct5]. Resalta la ausencia de situaciones físico-naturales comunes para la presentación del gramo.

Se identifica una secuencia de enseñanza en la presentación de las operaciones: es común presentar la definición de la operación, el procedimiento para resolverla, algunos ejemplos, la prueba o comprobación del resultado y plantear problemas [CC-T3]. El mapa conceptual propuesto para este texto se muestra en la Figura 52.

Como se aprecia, el SMD está desvinculado del contenido del libro de texto. No se identifica algún elemento que relacione este apartado con las ideas previas. Esto muestra un libro de texto elaborado para la enseñanza de la aritmética al que fue adaptado el contenido metrológico que por ley debía enseñarse en los establecimientos de instrucción primaria.

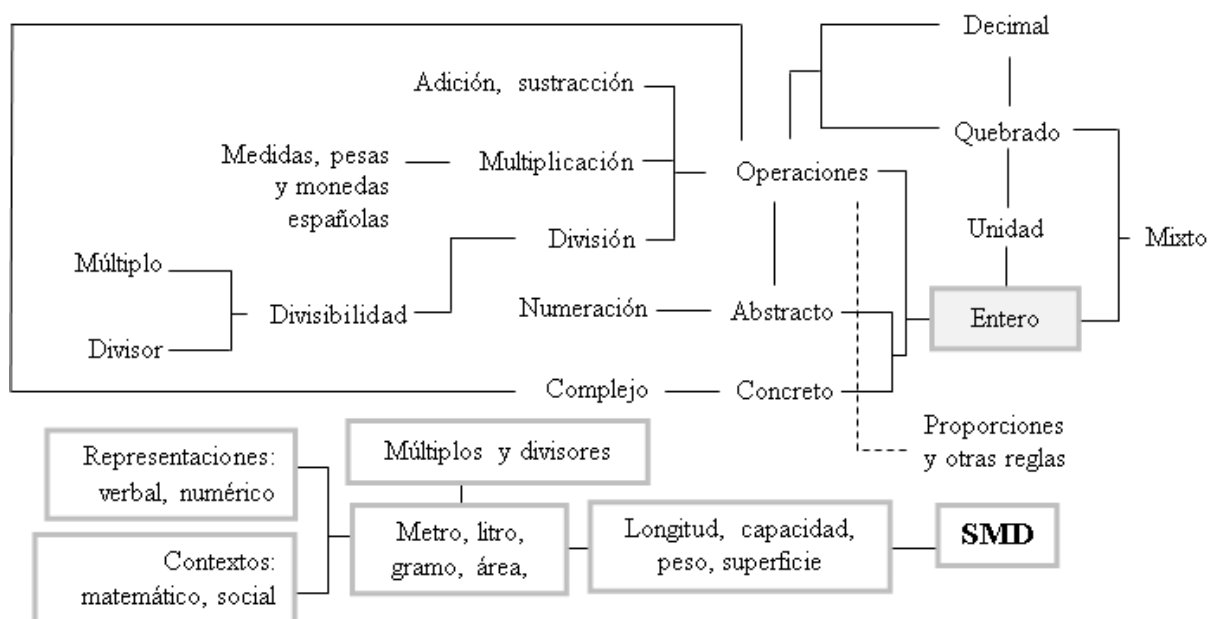


Figura 52. Mapa conceptual para el SMD en el libro sexto

Encuadre didáctico

El libro de texto sigue las finalidades formativa, política, cultural y social, reconocibles en las intenciones del autor por elaborar un texto para la enseñanza, útil para el aprendizaje de los estudiantes y la exposición de temas aritméticos enfocados a la práctica y su funcionalidad. Cabe recalcar que, si bien se exponen conocimientos de aritmética culturalmente difundidos, la intención del texto es explotar su funcionalidad mediante la práctica: “siendo el objeto de este libro la práctica de la aritmética” (p. III). No obstante, se sugiere el aprendizaje memorístico como una técnica de aprehensión de conocimientos como la definición de cada operación básica [CC-F1, CC-O1, CC-F2].

La presentación de tareas es un punto fuerte del texto. Los ejemplos mostrados y los ejercicios planteados [CC-T1, CC-T2] acompañan las ideas teóricas en cada uno de los apartados.

Otras categorías sobre la cognición nos permiten identificar dificultades que el autor reconoce en el aprendizaje de los niños. Estas se presentan en procesos como la homogenización de fracciones, la comprensión de demostraciones y el cálculo de equivalencias entre sistemas metrológicos [CC-L1].

5.2. Libros de texto para la enseñanza del SMD en la etapa de iniciativas de generalización del SMD

Se presentan los datos correspondientes a los libros de texto editados en la etapa de iniciativas de generalización del SMD comprendida entre 1868 y 1879. El proceso de selección ha establecido tres textos para esta etapa, uno por cada nivel educativo.

5.2.1. Texto para la instrucción primaria (1868-1879)

Libro séptimo

Título: “Compendio de aritmética con el nuevo sistema de pesas, medidas y monedas”

Autor: Juan Posegut Dasen

Marco general

Juan Posegut Dasen, se desempeñó como maestro de instrucción primaria [CA1, CA2]. Según su expediente en el AGA fue estudiante destacado en algunos cursos de gramática y matemática. Sus estudios los realizó en el Instituto Provincial de Málaga y la Escuela Normal Superior de Maestros de Primera Enseñanza de esta provincia.

Entre sus obras para la enseñanza de las matemáticas sobresalen “Principios generales y fundamentales de aritmética para uso de los niños que concurren a las escuelas” publicada la primera edición en 1875 y el texto en estudio; así como otros vinculados a la enseñanza de las ciencias, las letras y la lengua [CA5]. La información puede ampliarse en el Anexo 19 y el expediente del autor en el AGA [caja (5)1.19 31/19829, exp. 27].

El libro de texto se publica en 1875 en Málaga. Impreso por la Imprenta y Librería de A. Rubio con la etiqueta de *Compendio* (Apartado 5.1.2), es la quinta edición del texto, corregida para uso en las escuelas [CE1, CE2, CE3, CE4] (Figura 53).. El texto se redacta en 95 páginas. El contenido se organiza en dos secciones y estas en capítulos [CE5]. La Tabla 17 muestra los cometidos del texto. A diferencia de los libros anteriores, este libro de texto sigue el estilo catecismo siendo un texto para uso de los estudiantes.

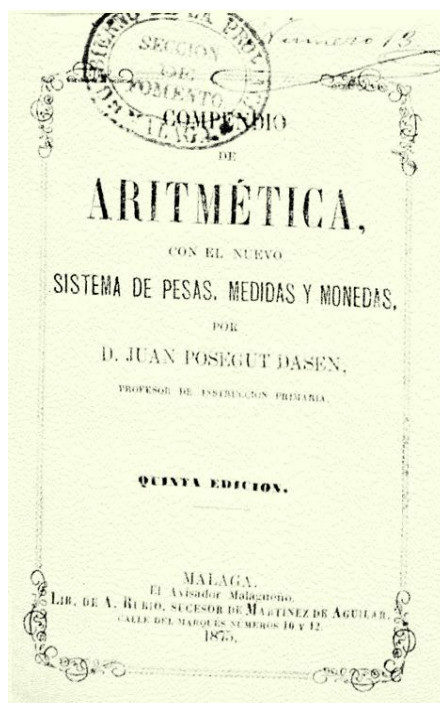


Figura 53. Carátula del libro séptimo

Contenido matemático

Posterior a la definición de Aritmética (la ciencia de los números) se presenta la cantidad como “todo lo que es susceptible de aumento ó disminución” [CC-Cp10]; la unidad es “la cantidad que se elije como medida común para compararla con otras de su especie” [CC-Cp9]; y, el número, “el resultado de la comparación de la unidad con la cantidad” (p. 5) [CC-Cp1]. Posteriormente, se mantiene el esquema común en la mayoría de los libros de texto de la época: la clasificación del número. Se describen los números entero, quebrado, quebrado de quebrado, mixto, fraccionario ó complejo, dígito y polidígito; también, abstractos, concretos, homogéneos y heterogéneos. El entero y el quebrado se entienden como la composición de unidades completas o partes de la unidad [CC-Cp1, CC-Cp2]; el concreto determina la especie de sus unidades; el complejo o fraccionario “consta de diferentes especies relativas á un mismo género” (p. 36).

Sobre el quebrado o fracción, su exposición se mantiene hasta capítulos posteriores, cuando se introduce como las “partes de la unidad expresadas en forma de división: el número que se halla sobre la línea se llama numerador, y el que está debajo denominador” (p. 55). A diferencia de lo expuesto en su texto “Principios generales y fundamentales de aritmética” (1875), donde expone el sistema decimal a partir de aumentos o disminuciones de sus unidades de diez en diez, la presentación del SDN queda implícita en el apartado referido a la formación y expresión numérica (numeración) [CC-Cp6].

Tabla 17. *Contenidos del libro séptimo*

Sección primera	
Capítulo I. Definiciones generales de la aritmética. Preliminares	Capítulo XXVI. Multiplicación de números complejos valuados en decimales
Capítulo II. De la numeración	Capítulo XXVII. División de números complejos valuados en decimales
Capítulo III. Formación de los números	Capítulo XXVIII. Tabla de las medidas, pesas y monedas del sistema métrico
Capítulo IV. Definiciones generales de las operaciones de la aritmética	Capítulo XXIX. Sistema métrico decimal
Capítulo V. Suma de números enteros	Capítulo XXX. Reducción de las unidades de pesas y medidas de Castilla a las métricas
Capítulo VI. Resta de números enteros	Capítulo XXXI. Reducción de las unidades métricas a las de Castilla
Capítulo VII. Multiplicación de números enteros	Capítulo XXXII. Reducción de números complejos a las unidades métricas
Capítulo VIII. División de números enteros	Capítulo XXXIII. Averiguación del valor de números complejos en las unidades métricas
Capítulo IX. Abreviación de las multiplicación de números enteros	Capítulo XXXIV. Averiguación del valor de una unidad métrica, sabiendo el de un número complejo
Capítulo X. De las abreviaciones de la división de números enteros	Capítulo XXXV. Suma de las unidades métricas
Capítulo XI. Pruebas de las cuatro operaciones de números enteros	Capítulo XXXVI. Resta de la unidades métricas
Capítulo XII. Uso de las cuatro operaciones de números enteros	Capítulo XXXVII. Multiplicación de la unidades métricas
Capítulo XIII. Divisibilidad de los números	Capítulo XXXVIII. División de las unidades métricas
Capítulo XIV. Determinación de los divisores de un número entero	Capítulo XXXIX. Quebrados o fracciones comunes
Capítulo XV. Máximo común divisor	Capítulo XL. Alteraciones de los quebrados
Capítulo XVI. Mínimo múltiplo común	
Capítulo XVII. Fracciones decimales	

Tabla 17. *Contenidos del libro séptimo*

Capítulo XVIII. Suma de las fracciones decimales	Capítulo XLI. Simplificación de quebrados
Capítulo XIX. Resta de las fracciones decimales	Capítulo XLII. Suma de quebrados
Capítulo XX. Multiplicación de las fracciones decimales	Capítulo XLIII. Resta de quebrados
Capítulo XXI. División de las fracciones decimales	Capítulo XLIV. Multiplicación de quebrados
Capítulo XXII. Tabla de las medidas, pesas y monedas de Castilla	Capítulo XLV. División de quebrados ⁴⁷
Capítulo XXIII. Números complejos y su reducción a incomplejos valuándolos después en decimales	Capítulo XLVII. Elevación a potencias
Capítulo XXIV. Suma de números complejos, valuados en decimales	Capítulo XLVIII. Extracción de raíces
Capítulo XXV. Resta de números complejos valuados en decimales	Capítulo XLIX. Extracción de la raíz cuadrada
	Capítulo L. Extracción de la raíz cúbica
Segunda sección	
Capítulo I. Razones y proporciones	Capítulo IX. Regla de compañía
Capítulo II. Regla de tres	Capítulo X. Regla de compañía simple
Capítulo III. Regla de tres simple	Capítulo XI. Regla de compañía compuesta
Capítulo IV. Regla de tres compuesta	Capítulo XII. Regla de aligación
Capítulo V. Regla de interés	Capítulo XIII. Regla de aligación directa
Capítulo VI. Regla de interés simple	Capítulo XIV. Regla de aligación inversa
Capítulo VII. Regla de interés compuesto	Capítulo XV. Regla de falsa posición simple
Capítulo VIII. Regla de descuento	Tablas de equivalencias

Las fracciones decimales [CC-Cp3] se definen como “los quebrados que tiene por denominador la unidad seguida de ceros” (p. 28). De esta definición derivan las nociones de décima, centésima, milésima y otras. Llama la atención que estas nociones se presentan de manera previa a la exposición de los quebrados comunes, que introduce los conceptos generales de fracción, numerador y denominador, entre otros. Este orden particulariza la presentación de las fracciones decimales al SMD y mantiene el estudio de los quebrados comunes con alguna lejanía para una mayor comprensión del nuevo sistema.

Luego de las operaciones con decimales, se incluye en una tabla la exposición de las pesas, medidas y monedas de Castilla [CC-Cp12]; un preámbulo a la presentación del SMD que además abarca los números complejos y sus operaciones.

El SMD se expone, en un inicio, mediante una representación tabular de su terminología y las equivalencias fundamentales (Figura 54). Esta exposición continúa con más detalle manteniendo el estilo de catecismo que caracteriza al texto. Así, el SMD se presenta como el conglomerado de las colecciones para las nuevas pesas y medidas dispuestas para España según la ley de 19 de julio de 1949, cuya denominación de métrico le corresponde por ser su unidad fundamental el metro, y de decimal por seguir el orden de la numeración establecida: la decimal [CC-Cp13, CC-P3].

El metro, expuesto desde la concepción instrumental y científica, es la unidad principal de longitud que junto al kilogramo, el litro, el área y el metro cúbico conforman las unidades

⁴⁷ Se identifica un error en la numeración de los capítulos al pasar del XLV al XLVII.

principales de las colecciones de las nuevas pesas y medidas [CC-Cp14, CC-Cp15], y el real la unidad básica del sistema monetario [CC-Cp17].

CAPÍTULO XXVIII.

TABLA DE LAS MEDIDAS, PESAS Y MONEDAS DEL SISTEMA MÉTRICO.

METRO.	KILÓGRAMO.
Unidad principal de longitud ó igual á las diez millonésima parte del arco del meridiano terrestre que va del Polo Norte al Ecuador. 10 metros componen 1 decámetro. 10 decámetros 1 hectómetro. 10 hectómetros 1 kilómetro. 10 kilómetros 1 miriámetro. El metro se divide, en 10 decímetros, 100 centímetros y 1000 milímetros.	Unidad principal de las ponderales, igual al decímetro cúbico de agua destilada á la temperatura de 4 grados centígrados en el vacío. 100 kilogramos componen 1 quintal métrico. 10 quintales métricos 1 tonelada de peso. El kilogramo se divide en 10 hectogramos, 100 decagramos 1000 gramos.
ÁREA.	REAL.
Unidad principal de superficie igual á 100 metros cuadrados. 100 áreas componen 1 hectárea. El área se divide en 100 partes llamadas centiáreas.	Unidad principal de monedas, segun la Real orden de 15 de Abril de 1848.
METRO CÚBICO.	MONEDA DE ORO.
Unidad principal de solidez, igual á 100 decímetros cúbicos.	El doblon de Isabel que vale 100 reales.
LITRO.	IDEM DE PLATA.
Unidad principal de volumen igual al del decímetro cúbico, ó al del centímetro cúbico. 10 litros componen 1 decálitro. 10 decálitros 1 hectólitro. 10 hectólitros 1 kilólitro. El litro se divide en 10 decilitros, 100 centilitros, 1000 mililitros.	El duro que vale 20 reales. El medio duro ó escudo de vellon 10 reales. La peseta 4 reales. La media peseta 2 reales. El real 10 décimas.
	IDEM DE COBRE.
	El medio real 5 décimas La décima de real. La doble décima, ó 2 décimas de real. La media décima ó 5 centésimas de real.

Figura 54. Representación tabular del SMD (p. 41)⁴⁸

La multiplicidad y la divisibilidad en las unidades se introducen a partir de las equivalencias decimales con la unidad principal. Sin hacer uso de los significados de los prefijos griegos y latinos, los múltiplos y divisores se explicitan en cada una de las especies de medida, señalando las particularidades para las superficiales, cúbicas y ponderales. Es una curiosidad la exposición tardía de la forma de escribir las unidades métricas y de los significados de palabras griegas y latinas en la formación de múltiplos y submúltiplos, cuando estos ya han sido utilizados anticipadamente en la presentación de conceptos [CC-Cp16].

Propiamente sobre el SMD, el texto incluye procedimientos para la reducción entre unidades, el cálculo de costos y la forma de operar con números métricos, una particularidad poco común entre los textos analizados [CC-Pd1, CC-Pd2]. La mayor parte de estos procedimientos se incluyen en situaciones concretas, como la mostrada en la Figura 55.

⁴⁸ Destaca un error en la equivalencia del metro cúbico respecto al decímetro cúbico que no se corrige en el texto.

Cómo se reducen varas cuadradas () á áreas?*

Dividiéndolas por 143,115329 de varas cuadradas que tiene el área, lo cual dará de cociente áreas.

Figura 55. Procedimiento para la reducción de unidades superficiales (p. 47)

La Figura 56 muestra el procedimiento expuesto para realizar una multiplicación con números métricos. Aunado al modo tabular para la representación de conceptos, se incluyen representaciones simbólicas (signos y números) y verbales, estas últimas con un marcado predominio sobre las otras [CC-R1, CC-R2, CC-R4]. En las Figuras 55 y 56 se identifican estos tipos de representaciones.

Cómo se multiplican las unidades métricas?

Escribiendo ambos factores lo mismo que en los decimales, y practicando la operación como tales: en el producto se separan después con un punto tantas cifras,—contando de derecha á izquierda, — como haya á la derecha de la especie en que se quiera expresar la cantidad, v. gr.: averiguar el valor de 2 kilólitros, 3 decálitros y 1 centilitro, á 5 doblones de Isabel, 2 escudos de vellon, 6 reales y 5 décimas el hectólitro. Ejemplo (1).

Figura 56. Procedimiento para la multiplicación de unidades métricas (p. 53)

Las situaciones expuestas en los ejemplos pertenecen a los contextos natural, comercial y matemático [CC-Ct1, CC-Ct3, CC-Ct4]. La temperatura y la pureza del agua forman parte de la presentación del kilogramo; el cálculo de costos en la adquisición de productos o bienes y la aplicación directa de operaciones aritméticas para reducir unidades son otras de las situaciones consideradas. La Figura 57 presenta la estructura conceptual elaborada para el libro de texto a partir de los aspectos hasta aquí mostrados.

Encuadre didáctico

El objetivo expreso del autor es contribuir al aprendizaje memorístico de los estudiantes mediante la separación de las ideas teóricas y las prácticas [CC-O1, CC-F2]. Esta forma de entender el aprendizaje queda aún más fundamentada con el estilo de catecismo (pregunta/respuesta) adoptado para la presentación de las ideas y, por tanto, para la enseñanza y el aprendizaje en la escuela primaria [CE6].

Las tareas identificadas se centran en la presentación de ejemplos. Como secuencia de aprendizaje se recurre a la exposición de definiciones (ideas teóricas), seguida de procedimientos y ejemplos que ilustran la aplicabilidad del conocimiento conceptual y procedimental [CC-T1, CC-T3] y el modelo de enseñanza utilizado.

El autor reconoce dificultades en el aprendizaje de conceptos y procedimientos por parte de los estudiantes. Estas se detectan en la frágil retentiva de conceptos (ideas teóricas) y los errores que se detectan en el proceso para reducir un quebrado común a uno decimal, es decir, el paso de la notación fraccionaria a la decimal [CC-L1, CC-L2].

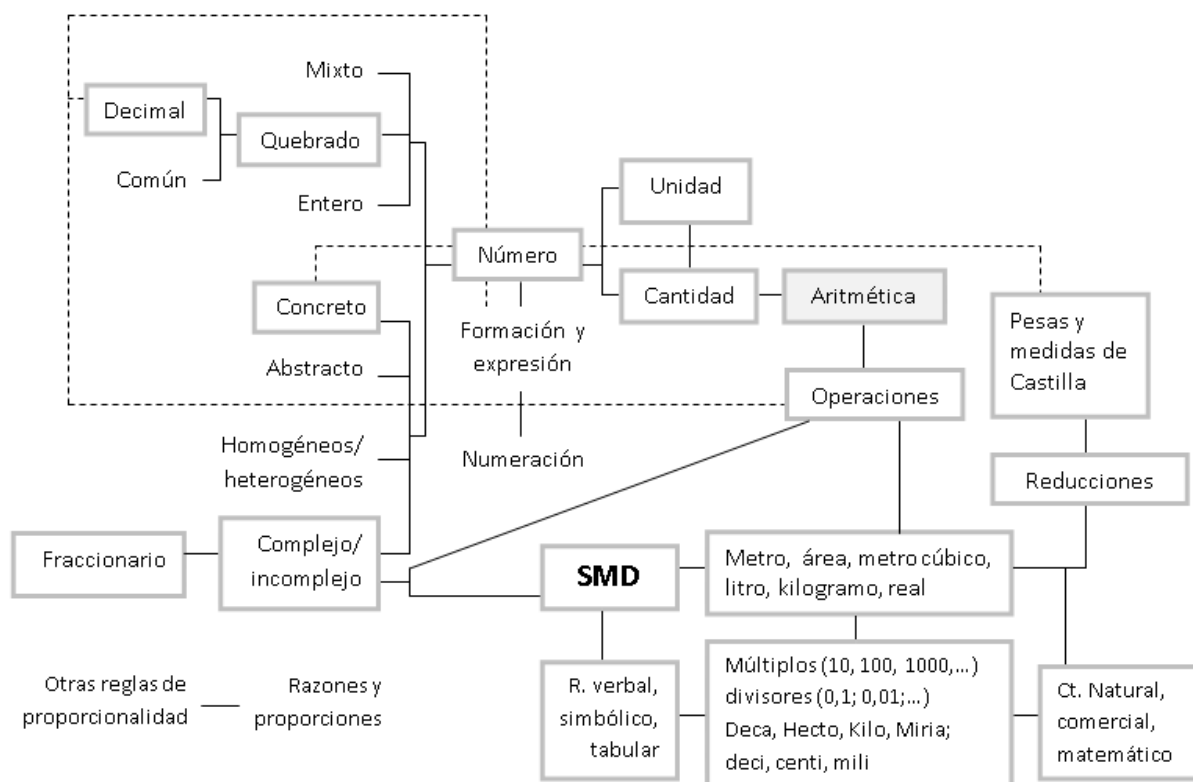


Figura 57. Mapa conceptual para el SMD en el libro séptimo

Los fines formativo y político se reconocen en la intención de elaborar un texto para la enseñanza y el aprendizaje de la aritmética en las escuelas primarias; hay un propósito de enseñanza e intervención del docente y de adquisición de conocimientos por el estudiante; el cultural y social se identifican con la instrucción en determinados conocimientos y la selección de contenidos para ser transmitidos en un espacio específico —la escuela— y cuya evaluación y utilidad se constata con la intención de un aprendizaje memorístico y el empleo de esos conocimientos en la resolución de situaciones cotidianas [CC-F1].

5.2.2. Texto para la segunda enseñanza (1868-1879)

Libro octavo

Título: “Elementos de matemáticas. Primera parte. Aritmética y Álgebra”

Autor: Vicente Rubio y Diaz

Marco general

El libro de texto se publicó en Cádiz en 1872. Es la primera edición impresa por la Imprenta de la Revista Médica de D. Federico Joly y Velasco [CE1, CE3] para la segunda enseñanza [CE4] (Figura 58). Sigue el estilo Elementos cercano a la doctrina de Pestalozzi.

Su contenido, presentado narrativamente, abarca 245 páginas organizadas en cuatro secciones: números enteros, números fraccionarios, números inconmensurables y aplicaciones del cálculo aritmético. Las secciones se dividen en libros y estos en capítulos que presentan la información seleccionada para cada temática general. La Tabla 18 recoge los contenidos del libro de texto [CE4, CE5, CE6].

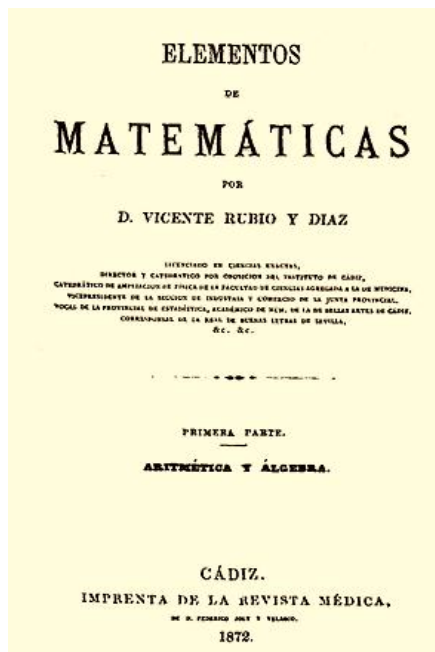


Figura 58. Carátula del libro octavo

El autor, Vicente Rubio y Díaz, nació en 1834 (Figura 59)⁴⁹. Su formación inicial la realizó en Sevilla, su ciudad natal, obteniendo el grado de ingeniero industrial. A esta se suma su titulación de licenciado en ciencias exactas. En 1862 se traslada a Londres para realizar estudios sobre los adelantos de la industria y de las artes exhibidos en la exposición universal [CA1, CA3]. Cinco años después se le nombra comisionado en la exposición universal de París.

Tabla 18. *Contenidos del libro octavo*

Aritmética	
Sección primera. Números enteros	
Libro I. Expresión de los números enteros	Capítulo VIII. Consideraciones generales acerca de las operaciones ⁵⁰
Capítulo I. Nociones preliminares	
Capítulo II. Numeración hablada	Libro III. Propiedades de los números enteros
Capítulo III. Numeración escrita	Capítulo I. Nociones preliminares
Capítulo IV. Observaciones relativas a la expresión de los números enteros	Capítulo II. Divisibilidad
	Capítulo III. Máximo común divisor
Libro II. Cálculo de los números enteros	Capítulo IV. Números primos
Capítulo I. Nociones preliminares	Capítulo V. Descomposición de un número en factores
Capítulo II. Suma o adición	Capítulo VI. Mínimo común múltiplo

⁴⁹ Imagen rescatada de <http://www.gentedecadiz.com/?p=2268>.

⁵⁰ Este capítulo se indica como VII.

Tabla 18. *Contenidos del libro octavo*

Capítulo III. Resta o sustracción	Capítulo VII. Consideraciones generales respecto a las propiedades de los números
Capítulo IV. Multiplicación	EJERCICIOS DE LA SECCIÓN PRIMERA
Capítulo V. División de los números enteros	
Capítulo VI. Elevación a potencias	
Capítulo VII. Extracción de raíces	
Sección segunda. Números fraccionarios	
Libro I. Expresión de los números fraccionarios	Capítulo VII. Extracción de raíces
Capítulo I. Nociones preliminares	Capítulo VIII. Consideraciones generales relativas al cálculo de los números fraccionarios
Capítulo II. Expresión o numeración de los quebrados ordinarios	Libro III. Propiedades de los números fraccionarios
Capítulo III. Expresión o numeración de los quebrados decimales	Capítulo I. Nociones preliminares
Capítulo IV. Observaciones acerca de la expresión de los números fraccionarios	Capítulo II. Reducción de un quebrado ordinario a decimal
Libro II. Cálculo de los números fraccionarios	Capítulo III. Reducción de un número decimal a quebrado ordinario
Capítulo I. Nociones preliminares	Capítulo IV. Igualdades fraccionarias
Capítulo II. Suma o adición	Capítulo V. Observaciones relativas a las propiedades de los números fraccionarios
Capítulo III. Resta o sustracción	EJERCICIOS DE LA SECCIÓN SEGUNDA
Capítulo IV. Multiplicación	
Capítulo V. División	
Capítulo VI. Elevación a potencias	
Sección tercera. Números inconmensurables	
Libro I. Expresión de los números inconmensurables	Capítulo II. Suma o adición
Capítulo I. Nociones preliminares	Capítulo III. Errores en el cálculo de los números aproximados
Capítulo II. Expresión aproximada de los números inconmensurables	Libro III. Propiedades de los números inconmensurables
Capítulo III. Observaciones relativas a la expresión de los números inconmensurables	Capítulo I. Nociones preliminares
Libro II. Cálculo de los números inconmensurables	Capítulo II. Algunas propiedades de los números inconmensurables
Capítulo I. Nociones preliminares	Capítulo III. Caracteres de irracionalidad
	EJERCICIOS DE LA SECCIÓN TERCERA
Sección cuarta. Aplicaciones del cálculo aritmético	
Libro I. Números concretos	
Capítulo I. Nociones preliminares	Capítulo III. Proporciones aritméticas o equidiferencias
Capítulo II. Medidas, pesas y monedas (SMD)	Libro III. Aplicaciones del principio de proporcionalidad
Capítulo III. Reducciones de números incomplejos a complejos y recíprocamente	Capítulo I. Nociones preliminares
Capítulo IV. Suma	Capítulo II. Regla de tres
Capítulo V. Operaciones con los números complejos	Capítulo III. Regla de compañía
Capítulo VI. Números sexagesimales	Capítulo IV. Regla de interés
Libro II. Comparación de los números	Capítulo V. Regla de descuento
Capítulo I. Nociones preliminares	Capítulo VI. Regla de aligación
Capítulo II. Del llamado principio de proporcionalidad	Capítulo VII. Regla conjunta
	EJERCICIOS DE LA SECCIÓN CUARTA

Se desempeñó como catedrático del Instituto de Segunda Enseñanza de Cádiz; catedrático por oposición de elementos de ciencias aplicadas y catedrático interino de geometría, trigonometría y topografía en la Escuela Industrial de la misma provincia. Fue ayudante interino en la Escuela Industrial de Sevilla, donde además fue nombrado académico corresponsal de la Real Academia de Buenas Letras. Enseñó gratuitamente en la Real Sociedad Económica de Jerez de la Frontera [CA2]. Destaca su interés por la creación de un instituto de segunda enseñanza en Cádiz.

Fue vocal de la Comisión Permanente de Estadística de Cádiz, vicepresidente de la sección de industria de agricultura, industria y comercio, director del Instituto de Segunda Enseñanza de Cádiz, presidente de la Academia provincial de Bellas Artes y de la Real Academia Gaditana de Ciencias y Letras. Actuó como juez del tribunal para la calificación de actos de oposición para las cátedras de matemáticas de los institutos de Cádiz, Canarias y Huelva; juez de la cátedra de física y química en los institutos de Cádiz, Huelva y Badajoz; juez en el tribunal para oposición a la cátedra de cosmografía, pilotaje, maniobra y dibujo en la Escuela de Náutica [CA6].



Figura 59. Vicente Rubio y Díaz

Su legado escrito incluye los textos: “Tratado elemental de geometría y trigonometría rectilínea y esférica” (1870), “Programa de aritmética y álgebra” (1870), “Programa de geometría y trigonometría” (1870), y “Aritmética para la primera enseñanza elemental y superior” (1869) y “Elementos de física experimental” (1882); algunos de ellos declarados textos en la Península y Ultramar [CA5]. Los datos sobre el autor pueden localizarse en el AGA en el expediente 24 en la caja (05) 17 32/08495. El Anexo 20 incluye parte de esta documentación.

Contenido matemático

El conocimiento conceptual se refiere a la clasificación del número. Se omiten nociones para la magnitud, la cantidad, la unidad, la medida y el mismo número. La relación entre cantidad, unidad y medida se identifica en la introducción de los números entero, fraccionario e inconmensurable. Esta clasificación descubre las ideas de Newton sobre las tres clases de número: entero, racional e irracional.

Al comparar la cantidad con la unidad que elijamos para medirla, pueden suceder tres casos:

- 1.º Que esté contenida una ó más veces exactamente la unidad en la cantidad.*
- 2.º Que esté contenida una ó más veces una parte de esta unidad en la cantidad.*
- 3.º Que no esté contenida ni la unidad ni ninguna de las partes de la unidad en la cantidad. (p. 12)*

El entero corresponde al número “que expresa una ó mas unidades enteras”; el fraccionario “expresa una ó mas partes de la unidad”; el inconmensurable “no puede expresarse exactamente ni por unidades enteras, ni por partes de la unidad” (p. 12). Como parte de esta clasificación se otorga la cualidad de mensurables a los dos primeros: entero y fraccionario

[CC-Cp1, CC-Cp2]. Sobre el número fraccionario, llamado también quebrado, debe resaltarse su vínculo con la división:

Para comprobar el origen de los números fraccionarios, (...), observemos que en la operación de dividir, se investiga precisamente cuántas veces una cantidad (el dividendo) contiene á otra (el divisor). Por tanto, la división no es mas que un medio de MEDIR el dividendo, tomando como TIPO ó medida al divisor, y siendo el cociente el que expresa la relación, es decir, las veces que el divisor está contenido en el dividendo. (p. 106)

Las ideas destacan algunas nociones sobre la medición. Se entiende por medir a la comparación entre cantidades. Por su parte, la medida se concibe como la unidad seleccionada para llevar a cabo la comparación [CC-Cp11].

Como sucede en otro de los textos analizados para este nivel educativo, el número fraccionario se concibe a partir su vínculo con las divisiones con resto: “un cociente indicado en que el numerador es el dividendo y el denominador es el divisor” (p. 107) [CC-Cp2]. Resalta además una separación del concepto de número fraccionario a partir de la medida y enfoca en el cociente de números enteros.

Los quebrados decimales se presentan a partir de expresiones fraccionarias con denominador 10, 100, 1000,... Sintéticamente, son aquellas fracciones “que tienen por denominador las potencias de la base [del sistema de numeración convencional, diez]” (p. 114) y a las que puede darse también “la forma entera” como forma de expresión [CC-Cp3].

El sistema de números decimales se presenta como complemento del sistema de números enteros. Se enfatiza en la numeración como “el sistema convencional de expresar los números”, el que usa una base diez y establece la “agrupación de unidades” (p. 13), a las que denomina decenas, centenas, de millar y de millón, y sus sucesivas [CC-Cp6].

La metrología forma parte de la aplicación del cálculo aritmético. El sistema antiguo se presenta como el sistema de pesas y medidas de Castilla según la pragmática de 1801 [CC-Cp12]. Esto resalta el adjetivo legal y la influencia política en la época para la implementación de sistemas metrológicos. La situación se reitera con el SMD. Es el sistema legal en España denominado métrico decimal debido a su unidad fundamental, el metro, y a que las unidades de cada especie se forman a partir de la multiplicación y división por potencias sucesivas de diez [CC-Cp13]. Previo al SMD se presenta la unidad (cantidad elegida para determinar el valor numérico de una cantidad cualquiera, de su misma especie, mediante una comparación) y su utilidad en la comparación de cantidades [CC-Cp9]. Este concepto da pie a la presentación de las especies de medida longitud, superficie, volumen, capacidad, peso, monetaria y de tiempo.

El SMD se construye a partir del metro y sus definiciones científica y etimológica [CC-Cp14]. Del metro derivan las unidades principales para las medidas que conforman el sistema: metro para la longitud, metro cuadrado y área para la superficie, metro cúbico para el volumen, litro para la capacidad y gramo para el peso [CC-Cp15]. Junto a los múltiplos y submúltiplos, formados de la composición de voces y palabras griegas y latinas respectivamente, se establece la nomenclatura del sistema [CC-Cp16]. El sistema monetario tiene por unidad principal la peseta [CC-Cp17]. Para este se detallan sus denominaciones

decimales y otras, no decimales, aceptadas por la legislación de 19 de octubre de 1868 [CC-P3].

La exposición independiente de cada especie de medida, su unidad principal, múltiplos y submúltiplos, se acompaña de su utilidad y particularidades. La Figura 60 incluye la exposición de esta información para la superficie. En esta se detallan las equivalencias decimales de los múltiplos y submúltiplos con la unidad metro cuadrado y la definición del área como una necesidad para la agrimensura.

Las ideas sobre el SMD se acompañan de los beneficios para su aprendizaje y aplicación, el sistema de pesas y medidas de Castilla y las relaciones entre sistemas [CC-P4]. Las operaciones aritméticas se presentan como el medio para componer y descomponer los números. Estas se utilizan en la exposición del SMD, los números complejos e incomplejos, el proceso de reducción entre ellos, la proporcionalidad y de otras reglas. Se nota una prioridad de uso de las pesas y medidas antiguas.

Unidades superficiales.

Múltiplos del metro cua- drado.	{	Mirímetro cuadr. ^o = 10000 ² = 100000000 metros cuadr. ^o		
		Kilómetro " = 1000 ² = 1000000 " "		
		Hectómetro " = 100 ² = 10000 " "		
		Decámetro " = 10 ² = 100 " "		
Unidad princip.		METRO CUADRADO = 1 ² = 1 " "		
Divisores ó submúltiplos del metro cua- drado.	{	Decímetro cuadr. ^o = 0,1 ² = 0,01 " "		
		Centímetro " = 0,01 ² = 0,0001 " "		
		Milímetro " = 0,001 ² = 0,000001 " "		

ESCOLIO.—Podemos observar, que las unidades superficiales crecen ó decrecen de 100 en 100; esto es, como el cuadrado de diez.

Con estas unidades se mide la extensión superficial de los campos, los pavimentos, las paredes, los jardines, el territorio de un pueblo, de una provincia, &c. Para pequeñas superficies se toma el centímetro cuadrado por unidad, para medianas el metro cuadrado y para medidas geográficas el kilómetro ó el mirímetro cuadrados.

En agrimensura se emplea la unidad llamada *área*, que es el decámetro cuadrado, y se usan las

Medidas agrarias.

	Hectárea = 100	áreas = 10000	metros cuadr. ^o
Unidad principal . . .	ÁREA = 1	" = 100	"
	Centiárea = 0,01	" = 1	"

Figura 60. Exposición del metro cuadrado y el área (pp. 185-186)

Los modos de representación para los conceptos son el verbal, el simbólico y el tabular [CC-R1, CC-R2, CC-R4]. La narración escrita es la forma de representación predominante en el texto que se acompaña de números para las diferentes cantidades métricas. Las formas tabulares son comunes en la presentación de equivalencias, múltiplos y submúltiplos (Figura 61). La mención del tamaño y las dimensiones de recipientes para la capacidad y las pesas para la ponderación proporciona una aproximación a la implementación y uso de instrumentos de medida [CC-R5].

Unidades de volúmen ó cúbicas.

		Miriámetro cúbico	$=10000^3$	$=1000000000000$	met. cúb.	
<i>Múltiplos del metro cúbico.</i>	}	Kilómetro cúbico	$=1000^3$	$=1000000000$		"
		Hectómetro cúbico	$=100^3$	$=1000000$		"
		Decámetro cúbico	$=10^3$	$=1000$		"
<i>Unidad princip.</i>		METRO CÚBICO	$=1^3$	$=1$		"
<i>Divisores del metro cúbico.</i>	}	Decímetro cúbico	$=0,1^3$	$=0,001$		"
		Centímetro cúbico	$=0,01^3$	$=0,000001$		"
		Milímetro cúbico	$=0,001^3$	$=0,000000001$		"

Figura 61. Unidades de volumen (pp. 186)

“El gramo es el peso que tiene en el vacío un centímetro cúbico de agua destilada y á los cuatro grados sobre el cero de termómetro centígrado” (p. 187). Esta concepción resalta el contexto natural mediante condiciones físicas adoptadas para el establecimiento de esta unidad. Junto a estas situaciones aparecen otras de cálculo aritmético, movimiento rectilíneo uniforme, costos, construcción de caminos y de tejido de telas, que dan cuenta de la utilización de los contextos matemático, científico, comercial y técnico [CC-Ct1, CC-Ct2, CC-Ct3, CC-Ct4, CC-Ct6]. La Figura 62 muestra el mapa conceptual elaborado para este libro de texto que destaca la subestructura del SMD y las ideas expuestas.

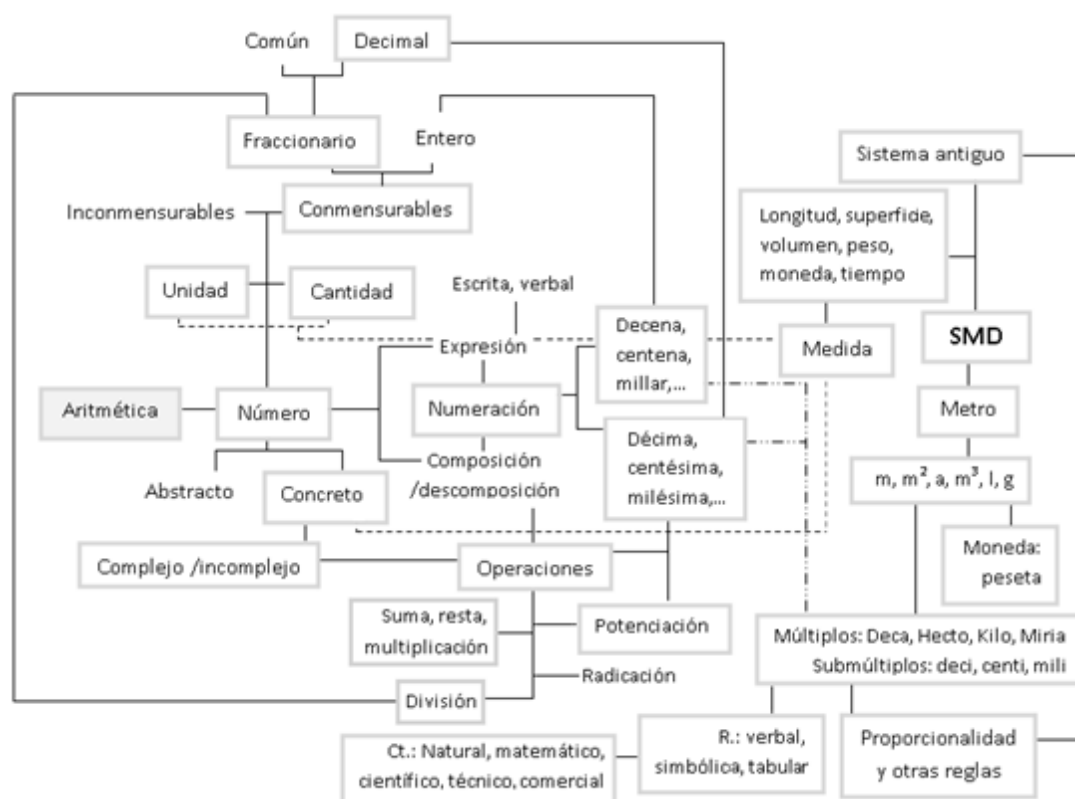


Figura 62. Mapa conceptual para el SMD en el libro octavo

Encuadre didáctico

La presentación narrativa del contenido y la inclinación hacia el aprendizaje memorístico, identificada en apartados como la presentación de la suma, responden al propósito del autor:

presentar un texto que complete su obra matemática [CC-F2, CC-O1]. Esta pretensión facilita el reconocimiento de dos fines curriculares: el formativo y el cultural. Por una parte, se persigue el aprendizaje; por otra, busca la exposición de conocimiento matemático, de contenidos [CC-F1].

Al igual que los otros textos, las tareas de aprendizaje corresponden a ejemplos y ejercicios [CC-T1, CC-T2]. En la Figura 63 se incluye una sección del apartado final de ejercicios para la tercera sección. La organización del contenido identifica un modelo de enseñanza: presentación de nociones preliminares, exposición de contenidos, procedimientos y ejemplos [CC-T3]. En cuanto a limitaciones, el autor reconoce dificultades en los apartados referidos a la proporcionalidad. Entre estos, el paso de lenguaje común al algebraico en la resolución de problemas; y errores en el cálculo de los números aproximados para los números inconmensurables [CC-L1, CC-L2]. Estos últimos sin estar relacionados con las unidades de pesas y medidas métrico-decimales.

EJERCICIOS DE LA SECCION CUARTA.

LIBRO I.

NÚMEROS CONCRETOS.

I.—Convertir á incomplejos de onzas, de libras, de arrobas y de quintales, el número complejo 4 quintales, 2 arrobas, 23 libras y 7 onzas.

II.—Convertir en complejo el incomplejo $\frac{3}{4}$ de vara.

III.—Expresar en decímetros cuadrados y centímetros cuadrados, la expresión 144 metros cuadrados.

IV.—Reducir á incomplejo de gramos la expresión 7 kilogramos, 2 hectogramos y 8 decigramos.

V.—Convertir á metros 29 varas, 8 pulgadas y 10 líneas.

VI.—Reducir á libras 12 kilogramos, 147 gramos.

VII.—Hallar cuántos kilogramos son 8 arrobas, 6 libras y 4 onzas.

VIII.—Reducir 817 kilogramos, á cada una de las unidades de peso del sistema métrico decimal.

Figura 63. Ejercicios propuestos (pp. 242)

5.2.3. Texto para la formación de maestros (1868-1879)

Libro noveno

Título: “Nociones de aritmética y álgebra”

Autor: Ramón de Bajo e Ibañez

Marco general

El libro es la primera edición publicada en 1877 [CE1] (Figura 64). Para 1910, se editaba la novena edición corregida y aumentada [CE2]. Impreso en Vitoria, Navarra, en la imprenta de Domingo Sar [CE3], se destina a la formación de maestros y maestras de las Escuelas Normales y a los estudiantes de la Academia de Bellas Artes y oficios [CE4].

El documento de 237 páginas se divide en dos secciones generales: aritmética y álgebra [CE5]. La primera, en la cual se centra nuestro interés, se organiza en una secuencia de

contenidos que abarcan nociones preliminares, numeración, operaciones aritméticas, sistema métrico, propiedades de los números enteros, quebrados y, razones y proporciones (Figura 65). Fiel a la connotación intelectualista y académica de los textos elaborados bajo el nombre de “Nociones de...”, presenta de manera narrativa las ideas que el autor intenta transmitir [CE6]⁵¹.

Oriundo de Navarra (1836), Ramón de Bajo e Ibañez [CA1] fue un ilustre matemático y profesor formado en ciencias exactas. Durante su formación coincidió con José Echegaray, matemático, literario, político e ingeniero de caminos, quien ejerció una influencia hacia la formación, la cultura humanista y las nuevas ideas liberales de la época. Su formación la realizó en la Escuela Normal de maestros de Madrid.

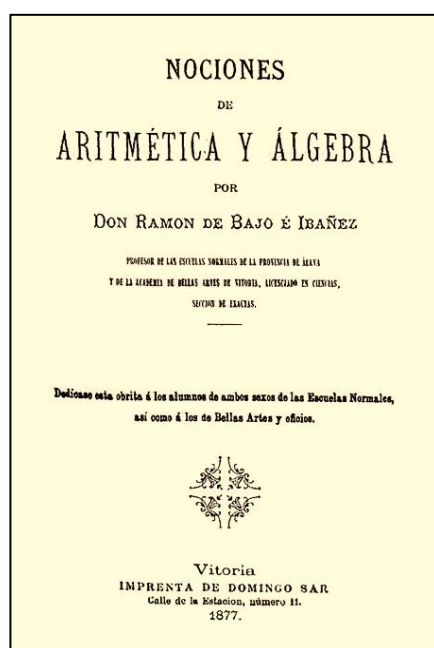


Figura 64. Carátula del libro noveno

Licenciado en esta especialidad, ejerció, en Vitoria-Gasteiz, como maestro de primera enseñanza en un colegio de su fundación. También se desempeñó como profesor de francés en la Escuela Normal superior de maestros de Navarra. Su preparación le permitió, en 1870, ser nombrado y dedicarse a la enseñanza de la aritmética y la geometría en la Academia de Bellas Artes de Pontevedra y, 18 años después, como director de la Escuela Normal de Pamplona. [CA2, CA4]. En el AGA se localiza un expediente amplio de los servicios de este autor [caja (5)1.19 31/17268, exp. 2]. El Anexo 21 corresponde a su hoja de servicios.

Entre sus obras se destacan “Nociones de Aritmética y Álgebra” de 1877, libro de texto para la formación de maestros y “Compendio de las nociones de aritmética” editado en 1881. Muere en Pamplona en 1915 [CA5].

⁵¹ La noción se entiende como el conocimiento o idea sobre un asunto en particular.

Contenido matemático

El libro de texto incluye las nociones de magnitud, cantidad, unidad, número y medida presentadas como fundamentos de la aritmética [CC-Cp7, CC-Cp10, CC-Cp9, CC-Cp11, CC-Cp1]. Se presenta la magnitud como “una cualidad cualquiera de un ser ú objeto, con tal de que por su naturaleza sea dicha cualidad susceptible de aumento ó disminución. [por su parte] Cantidad es toda magnitud comparable” (pp. 8-9). Esta forma de distinguir magnitud y cantidad es única entre los libros analizados que conciben la magnitud y la cantidad conceptualmente iguales.

En cuanto a la unidad y la acción de medir, se mantiene la adopción de las nociones de Newton y Euler referidas a estos conceptos. La medida, concebida como “el resultado de la comparación de la cantidad con la unidad”, se presenta directamente relacionada al número: “la expresión de la medida” (p. 9).

ÍNDICE.			Página
Aritmética.			
	Página.		
Dedicatoria	1	Aplicación de la descomposición en factores	98
Prólogo	3	Quadrados ordinarios	100
Nociones preliminares	7	Cálculo de los cuadrados ordinarios con los ordinarios con los ejercicios y problemas correspondientes	107
Numeración verbal	11	Reducción de fracciones ordinarias á decimales y viceversa	115
Id. escrita	13	Ejercicios	119
Ejercicios	15	Razones y proporciones	123
Numeración romana	17	Ejercicios y problemas	129
Ejemplos	18	Analisis diferencial y factorial	130
Medidas usadas actualmente	18	Reglas proporcionales	131
Adición de los números enteros, decimales, métricos y complejos	19	Regla de tres simple	131
Problemas	20	Problemas	133
Substracción de los números enteros, decimales, métricos y complejos	22	Aplicación de la regla de tres al cambio, deuda, etc.	136
Problemas	23	Regla de tres compuesta	139
Multiplicación de los números enteros y decimales	25	Problemas	141
Problemas	26	Regla de interés simple	143
División de los números enteros y decimales	24	Problemas	144
Problemas	24	Regla de interés compuesta	145
Id. de recapitulación	25	Problemas	147
Aplicaciones	25	Problemas en que se desconoce el capital y el interés	148
Elevación á potencias	29	Interés compuesto	149
Problemas	32	Problemas	150
Extracción de raíces	33	Descuento	151
Regla cuadrada	34	Problemas	153
Ejercicios	36	Tara, comision, prima de seguros, averías y trasportes	157
Regla cúbica	37	Problemas	158
Ejercicios	39	Regla de repartición proporcional	159
Sistema métrico	41	Problemas	160
Operaciones fundamentales de los números métricos, y multiplicación y división de los números complejos	42	Regla de compañía	161
Problemas	47	Problemas	162
Reducción de unidades métricas á antiguas, y viceversa	53	Regla de aligación simple	168
Problemas de medidas antiguas	55	Problemas	169
Peso específico y problemas relativo á él	59	Vencimiento común	170
Breve idea del origen del metro	61	Problemas	170
Propiedades de los números enteros	63	Regla de aligación compuesta	171
Divisibilidad de los números	65	Problemas	173
Máximo común divisor	67	Regla de aligación doble compuesta	173
Ejercicios	68	Problemas	174
Números primos	68	Regla conjunta	175
Descomposición de un número en factores primos	68	Problemas	178
		Regla de falsa posición	179
		Problemas	180
		Teorema de las cantidades comensurables y de los límites	181

Figura 65. Índice de contenidos del libro noveno (pp. 239-240)

Definido el número se presenta su clasificación a partir de la distinción entre conmensurable e inconmensurable —para los números que contienen o no una cantidad un número exacto de veces—. Se definen también número entero, quebrado o fraccionario, fraccionario decimal, mixto, abstracto, concreto, homogéneos, heterogéneos, complejo e incomplejo. Destacamos que “número entero, es el que contiene á la unidad un número exacto de veces, (...); y número fraccionario el que expresa parte ó partes de la unidad” (p. 10) [CC-Cp2]. En cuanto a las fracciones decimales sobresale que:

Cantidades ó fracciones decimales son los quebrados que tienen por denominador llamado la unidad seguida de uno ó más ceros y la coma expresa; (ésta significa unidades ó enteros, y la colocamos siempre en la parte superior, si hay otra.) Los demás quebrados se denominan comunes ú ordinarios.

En las fracciones decimales la coma indica que tienen por denominador llamado la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales haya. Así, 0'27 es una cantidad decimal, y equivale a $\frac{27}{100}$ (p. 10)

De estas concepciones, expuestas por el autor del libro, se entienden dos formas de representar las fracciones decimales (los decimales): fraccionaria, entendida como la forma a/b , y posicional [CC-Cp3, CC-Cp4].

El SDN se introduce a partir de la numeración (expresión verbal y escrita de los números) como un caso de sistema de numeración: “conjunto de principios convencionales que se han admitido para expresar los números. Son infinitos estos sistemas, si bien para nosotros los principales son: el decimal y el duodecimal” (p. 11). Corresponde al sistema generalmente utilizado [CC-Cp6].

Es aquel en que se emplean DIEZ cifras, y por consiguiente una unidad de un orden cualquiera vale diez veces más que la del orden inmediato inferior, ó de su derecha, y diez veces menos que la del orden inmediato superior, ó de su izquierda. (p. 11)

El SMD se introduce luego de la exposición de las medidas usuales (medidas para la circunferencia, el tiempo, el papel y la moneda) y del cálculo aritmético (suma, multiplicación y potencias como operaciones de composición, y resta, división y extracción de raíces como operaciones para la descomposición). “Sistema métrico es el mismo sistema decimal (26) aplicado á las unidades que se derivan de la unidad fundamental llamado metro” (p. 61). Vinculado desde el principio al SDN y al metro [CC-Cp13], como unidad fundamental, el sistema se presenta como una composición de unidades principales y subderivadas (múltiplos y submúltiplos) definidas a partir del metro. Su descripción como unidad fundamental del sistema, terminológicamente derivada del griego cuyo significado es medida, le otorga al metro cualidades instrumentales y etimológicas. A estas se añade su concepción científica [CC-Cp14].

De la unidad fundamental se establecen (derivan) las denominadas unidades principales [CC-Cp15, CC-Cp8]. Estas son: metro para las longitudes, decámetro cuadrado (área) para las superficies, metro cúbico para la solidez, litro para la capacidad de áridos y líquidos, gramo para la ponderación, y la peseta para el sistema monetario [CC-Cp17].

Los múltiplos y divisores se presentan mediante palabras griegas y latinas cuyos significados —como unidades de mayor y menor valor que la unidad principal— determinan las unidades subderivadas del sistema [CC-Cp16]. Aunado a esto, se especifican múltiplos y divisores no decimales, como el doble y la mitad, para algunas de las unidades principales. Su descripción es como sigue:

Múltiplos se llaman á las mayores que la unidad principal, y las cuatro palabras que los representan son: Miria, ó decena e millar, que equivale á 10,000; Kilo, ó unidad de millar, que equivale á 1,000; Hecto, ó centena simple, que equivale á 100; y Deca, ó decena simple, que equivale á 10.

Submúltiplos se llaman á las menores que la unidad principal, y las tres palabras que los representan son: deci, ó décima, que equivale á 10 veces menor; centi, ó centésima, que equivale á 100 veces menor, y mili ó milésima, que equivale á 1,000 veces menor que a unidad principal.

Trece son, pues, las únicas palabras á que este sistema queda reducido si se exceptúan de esta formación la Tonelada de peso (Tp) y Quintal métrico (Qm); pero como todas las demás ponderales progresan de 10 en 10. (p. 61)

El libro incluye indicaciones para aplicar las operaciones fundamentales a los números métricos [CC-Pd1]. Con una simple observación: “al verificar las operaciones fundamentales con los números métricos, conviene reducirlos á incomplejos, y para esto basta tener en cuenta cómo progresan las unidades dadas, y la escala correspondiente, aplicando después la regla de los complejos” (p. 66), el autor adapta los procedimientos para las operaciones suma, resta, multiplicación y división a las unidades del sistema.

Por su parte, el establecimiento de equivalencias o reducciones entre medidas métricas y antiguas tiene un lugar sobresaliente desde el punto de vista procedimental [CC-Pd2]. A pesar que las indicaciones son breves, y remiten a procedimientos de apartados anteriores, se rescata de estos apartados el número considerable de ejercicios propuestos para el adiestramiento en los procesos de operar y efectuar reducciones con los números métrico-decimales.

Destaca la presentación de la fórmula para el cálculo del peso de un cuerpo, que subraya la relación de las operaciones aritméticas con el cálculo del volumen de un cuerpo, el peso de un litro con la densidad de ese cuerpo y la utilidad de nociones algebraicas en el establecimiento de relaciones geométricas —y físicas— (Figura 66).

99. Cuando sabidas las reglas que dá la Geometría relativas á las áreas y volúmenes, se quiera averiguar el peso de un cuerpo, como $P=V \times D$; es decir, peso igual al volumen por la densidad, conviene tener presente que PESO ESPECÍFICO ó densidad de una sustancia, es lo que pesa un litro ó dm^3 de dicha sustancia. Queda, pues, el problema reducido á hallar el volumen del referido cuerpo en dm^3 , y después multiplicar por el peso específico; el resultado será el peso pedido.

De la fórmula $P=V \times D$ se deduce; $V=\frac{P}{D}$, y $D=\frac{P}{V}$

Figura 66. Vinculación de unidades métricas a la geometría y el álgebra (p. 79)

Complementariamente, se exponen las medidas del sistema antiguo como preámbulo a las secciones prácticas que introducen problemas con estas medidas y problemas que combinan las antiguas unidades y las métrico-decimales [CC-Cp12]. Situaciones como el cálculo aritmético simple y el cálculo de áreas y volúmenes de figuras y cuerpos geométricos, se enmarcan dentro de un contexto matemático en el cual ilustrar la utilidad del SMD (Figura 67).

74 Kg, 84 Dg, 3 dg y 4 cg. Las sumas referidas, 1.º a Kg, y 2.º a Tp.
 5 Hg, 3 Dg, 2 g y 4 cg.
 9 Qm, 7 Kg, 78 g y 6 mg.
 4 Hg, 7 Dg, 5 g y 6 cg.
 4 Kg, 7 Dg, 38 dg y 6 cg.=
 4 Hg, 16 dg, 8 cg y 5 mg.=
 6 Kg, 4 Hg, 4 Dg y 5 g.=
 8 Hg, 79 g, 5 dg y 7 cg.=
 9 Qm, 8 Kg, 3 Dg y 45 dg.=
 2 Tp, 3 Qm, 8 Kg y 15 cg.=

Figura 67. Situaciones de cálculo aritmético (p. 68)

Además, los problemas inscritos en situaciones como el establecimiento de distancias, la construcción y la industria textil; la compra y venta de bienes y productos; el pago de tributos, pasajes histórico-religiosos e histórico-políticos, dejan ver los contextos técnico, comercial y social como medios para llevar a la práctica la utilización de las pesas y medidas adoptadas (Figura 68). Cabe destacar el contexto natural que, como en otros libros de texto, se emplea en la presentación del gramo o kilogramo mediante condiciones particulares de algunos elementos físico-naturales [CC-Ct1, CC-Ct3, CC-Ct4, CC-Ct5, CC-Ct6].

6. En una caja había 37 Kg y 24 g. de azúcar, y se han vendido 238 Hg y 4 Dg; ¿cuánta azúcar queda en la caja?
 7. ¿Cuál es el área de un segmento circular menor que medio círculo, sabiendo que la del sector es de 5 Ha, 8 a y 14 ca, y la del triángulo correspondiente de 357 Dm² y 487 dm²

Figura 68. Situaciones de venta de productos y cálculo aritmético (p. 69)

Teoría y práctica se presentan mediante el modo verbal. Los símbolos, a través de números, signos, letras y abreviaturas; y las tablas, para la organización de texto y simbología, constituyen los otros dos modos para representar conceptos identificados en el texto [CC-R1, CC-R2, CC-R4]. La Figura 69 muestra el modo tabular y algunos símbolos utilizados en la representación de conceptos.

		m.						Unidad fundamental.	
		m	a ó Dm ²	m ³	l	g	p	Unidades principales.	
		Longitudinal	Superficial	Cúbica	Capacidad	Peso	Moneda		
UNIDADES MÉTRICAS	Múltiplos...	M=10,000	Mm	Mm ²	Mm ³	Ml	Mg	Unidades subderivadas.	
		K=1,000	Km	Km ²	Km ³	Kl	Kg		
		H=100	Hm	Hm ² ó Ha	Hm ³	Hl	Hg		100 p
	Submúltiplos.	D=10	Dm	Dm ² ó a	Dm ³	Dl	Dg	10 p	
		m	m ² ó ca	m ³	l	g	peseta		
		d=0'1	dm	dm ²	dm ³	dl	dg	0'1 p	
		c=0'01	cm	cm ²	cm ³	cl	cg	0'01 p	
	m=0'001	mm	mm ²	mm ³	ml	mg			
			Unidades equivalentes.						
			Grandes		Usuales.		Pequeñas		
		Tp=Kl=m ³		Kg=l=dm ³		g=ml=cm ³			

Nota. Escribimos abreviadamente todas las unidades, poniendo solamente la inicial de cada palabra, cuando esta es simple, y con las dos respectivas iniciales, si es compuesta.

Figura 69. Modos tabular y simbólico para las unidades métricas (p. 62)

Expuesta la teoría y la práctica en torno al SMD, de Bajo e Ibáñez, culmina el apartado haciendo referencia a las ventajas y el origen de este sistema [CC-P1, CC-P4]. Estas ideas resaltan el valor social y científico de su establecimiento y son un reconocimiento al trabajo realizado por astrónomos y matemáticos tanto franceses como españoles (Figura 70).

Se instituyó en Francia en 7 de Abril de 1795; se modificó ligeramente en 2 de Noviembre de 1801; se reformó en 1812, y se restableció en su primitiva sencillez en 1840. Es hoy el sistema legal de pesas y medidas de Francia, Bélgica, Holanda y algunos Estados alemanes, como el ducado de Baden; está planteado en Portugal y en España, y es muy probable que pronto le admitan las demás naciones.

Figura 70. Instauración del SMD (p. 82)

El fragmento resalta como, para 1877 (año de impresión del texto), el SMD no había podido calar totalmente en España. Era un sistema metrológico planteado —una propuesta—, no constituía el sistema de pesas y medidas de uso común de los españoles. El fragmento refleja las múltiples postergaciones que rodearon la implantación y el uso obligatorio del sistema. La Figura 71 muestra un mapa conceptual que destaca el SMD en el libro de texto.

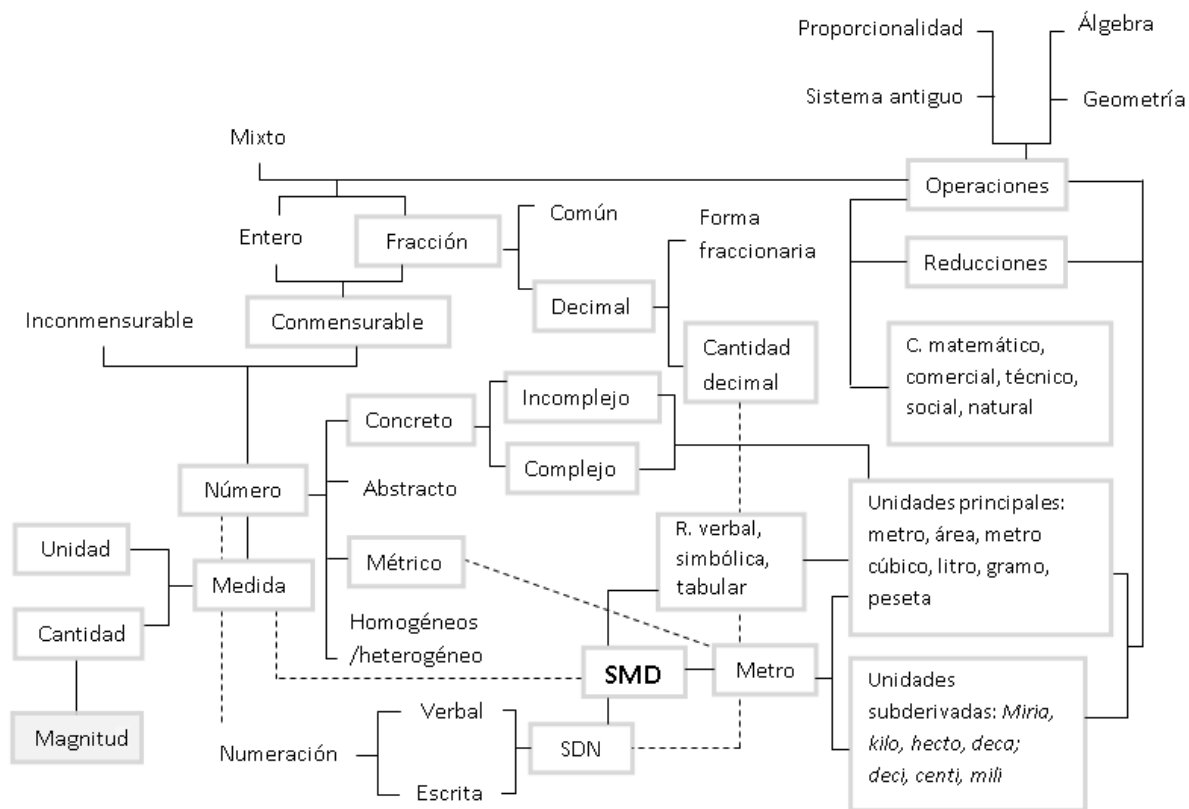


Figura 71. Mapa conceptual para el SMD en el libro noveno

Encuadre didáctico

Bajo de Ibáñez fue preciso en sus intenciones. Con el texto tenía por objetivos suplir de un texto con las condiciones didácticas de sencillez, claridad y aplicación; presentar en un mismo texto una unificación de los procedimientos para el cálculo de números enteros, decimales,

métricos y complejos; y, formar a los estudiantes en el uso de las medidas métrico-decimales, para evitar que “esta Babel, se prolongue indefinidamente” (p. VI).

Del mismo modo, como no solo es justo y razonable, sinó hasta muy útil y legal, que en toda España se usen en absoluto las nuevas medidas y pesas, sin mistificaciones de ningún género, pues dán lugar muchas veces á confusión y agiotajes, en que siempre el público es el perjudicado; á fin de que termine cuanto ántes la época que de transición se llama, para pasar de las antiguas á las modernas, hemos creído muy conveniente que en esta obrita no vea el discípulo nada relativo á las primeras, ni las relaciones que hay entre ambas, sin que esté bien enterado primeramente en cuanto concierne á las métricas. (p. VI)

El fragmento, del prólogo, pone de manifiesto la problemática sobre la diversidad de pesas y medidas, previa al SMD, y la ralentizada adopción social del nuevo sistema. Situaciones que motivaron al autor a considerar estrategias de enseñanza que contribuyeran a interiorizar en los estudiantes, más que adoptar socialmente, el SMD [CC-O1].

Las ideas reflejan un acercamiento a los fines formativo, político, cultural y social en la elaboración del libro de texto. Como documento educativo, se dedicó a la enseñanza en centros especializados para la formación de maestros. Enseñanza que también tuvo sus bases en contenidos culturalmente comunes y novedosos, para los que se establecieron estrategias particulares de su aprendizaje, entendido como una combinación de habilidades memorísticas y de ejecución para asimilar y poner en práctica [CC-F1, CC-F2].

Las tareas enfatizan la asignación de ejercicios para reforzar y proporcionar agilidad a los maestros en formación en el uso de las nuevas unidades métricas. Secuencialmente, se sigue un orden teórico-práctico: presentación de ideas y formulación de problemas [CC-T2, CC-T3]. A lo largo de la sección de aritmética, se mantiene el uso de las unidades métrico-decimales para el planteamiento de problemas (ejercicios) sobre los quebrados y la proporcionalidad. Por su parte, la sección de álgebra, en su apartado de tareas prácticas, incluye situaciones con estas unidades para enunciar problemas que se resuelven mediante el planteo de ecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita, y el cálculo de logaritmos.

5.3. Libros de texto para la enseñanza del SMD en la etapa de legalidad y obligatoriedad

El apartado expone los datos obtenidos del análisis de cuatro libros de texto en la etapa de legalidad y obligatoriedad: 1880-1892. La selección de las fuentes ha establecido un texto para los niveles de primaria y secundaria, dos para la formación de maestros.

5.3.1. Texto para la instrucción primaria (1880-1892)

Libro décimo

Título: “Aritmética para uso de los niños”

Autora: María de los Dolores Montaner y Fernández Calvillo

Marco general

El libro de texto para la instrucción primaria en esta etapa pertenece a María de los Dolores Montaner [CA1] (Figura 72). La autora del texto se desempeñó como profesora de primera enseñanza superior para la formación de los niños. Su formación la realizó en la Escuela Normal de Maestras de Málaga [CA4].

Este libro toma un realce particular al ser la única autora en el grupo de libros de texto seleccionados y una de las dos mujeres encontradas, con autoría de libros de texto en el periodo considerado durante el proceso de selección⁵². Su dedicación y compromiso con la instrucción primaria queda plasmado en las primeras páginas de la obra que exaltan las tareas diarias realizadas por los maestros en la enseñanza de las matemáticas de la que formó parte [CA2]. Dentro de sus obras se encuentra “Nociones elementales de aritmética, higiene y gramática castellana para el uso de las escuelas primarias” de 1887 [CA5]. El Anexo 22 presenta uno de los documentos encontrados en el expediente de la autora en el AGA [caja (5)1.19 31/19306, exp. 9]. El libro de texto se editó en 1889 [CE1]. Su impresión corresponde a una primera edición realizada por la imprenta de José Sánchez del Peral en Ocaña en la provincia de Toledo [CE2, CE3].

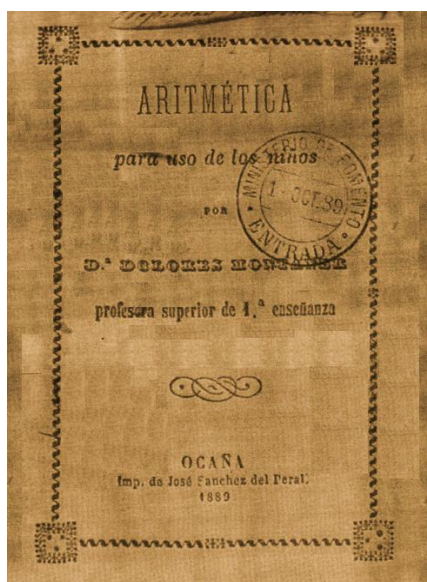


Figura 72. Carátula del libro décimo

Dedicado a la enseñanza primaria [CE4], el texto se organiza en 12 lecciones que abordan nociones sobre el número, la numeración, las cuatro operaciones básicas (lecciones III-VI), el SMD, los quebrados comunes y decimales, operaciones con quebrados comunes y decimales (lecciones IX y X), las razones y proporciones y la regla de tres [CE5]. Cada lección se conforma de una serie de preguntas con su correspondiente respuesta, cualidad de los textos elaborados en el género catecismo. Ambas características permiten considerar el libro de texto desde el estilo de *Lecciones*: un texto para los estudiantes que expone los conocimientos teóricos o prácticos dados por un maestro [CE6]. La Tabla 19 muestra los contenidos del libro de texto.

⁵² La otra autora es Florencia Sanz Baeza quien edita en 1853 el texto “Método para aprender y enseñar la aritmética decimal y el sistema métrico”.

Tabla 19. *Contenidos del libro décimo*

Programa de aritmética	
Primera parte	
Lección I. Sobre el número	Lección VIII. Quebrados comunes y decimales
Lección II. Sobre la numeración	Lección IX. Operaciones con los quebrados comunes
Lección III. Sobre la suma	Lección X. Operaciones con los decimales
Lección IV. Sobre la resta	Lección XI. Razones y proporciones
Lección V. Sobre la multiplicación	Lección XII. Regla de tres
Lección VI. Sobre la división	Tabla de sumar, restar, multiplicar y dividir
Lección VII. Sistema métrico decimal	

Sobre las categorías CC-P1, CC-P2, CC-P3 y CC-P4, el texto no incluye una presentación de aspectos históricos, legales y sociales asociados con el origen e implantación del SMD ni una presentación de conocimientos previos al aprendizaje de las nuevas unidades de pesas y medidas. Es un texto para la enseñanza y el aprendizaje de la aritmética que incluye el SMD como una de las lecciones que lo conforman para desarrollar en el aula (Lección VII, p. 13).

La revisión previa realizada en la primera fase de selección permitió considerar que la elaboración del libro de texto incorpora ideas y concepciones detalladas por otros autores en otros textos. Sin embargo, es mérito de la autora dejar plasmadas sus concepciones sobre determinados aspectos de la aritmética cuya redacción, sencilla y puntual, la diferencian de otras obras seleccionadas.

Contenido matemático

La presentación del SMD se realiza luego de seis lecciones previas. En estas se resaltan conceptos como cantidad, unidad y número [CC-Cp10, CC-Cp9, CC-Cp1] que siguen la tónica común marcada por Euler (1810).

Sobre el número, la autora amplía su exposición mediante una clasificación que destaca los números entero, quebrado y mixto. De ésta, se interpreta el número entero como el número natural. Además, se amplía la clasificación con números denominados simples y compuestos, abstractos y concretos. Estos últimos derivan los números homogéneos y heterogéneos. La clasificación se entiende de dos formas: como parte de los contenidos propios de la aritmética y como una manera de sentar las bases para una presentación del SMD desde los números concretos. En este caso obedece a la primera ya que las lecciones que organizan el texto se plantean como elementos de la primera parte del “Programa de Aritmética” (p. 5). Esto coincide con el texto de Marín y Rus (1892) para la Escuela Normal de maestras de Málaga.

El número fraccionario [CC-Cp2], denominado número quebrado, es “el que se compone de parte ó partes de la unidad” (p. 5) al que “cuando la unidad se divide en diez, cien ó mil partes iguales” (p. 16) se le denomina quebrado decimal [CC-Cp3]. La presentación de las fracciones (quebrados comunes o decimales) incluye también una descripción de la forma de representarlos numéricamente, definiendo el numerador y el denominador y proporcionando las clasificaciones de propios e impropios. Esta exposición abarca las operaciones con este tipo de números.

Resulta llamativo el orden seguido para presentar los contenidos. Previo a la exposición del SMD, las lecciones detallan aspectos sobre la numeración y el cálculo aritmético. Posterior al SMD, el texto continúa con la exposición de quebrados y quebrados decimales, con la excepción de la noción de número decimal [CC-Cp4] identificada dentro de la presentación del SMD para distinguir los divisores o quebrados decimales. La autora, además de incluir el concepto de quebrado decimal sin una exposición previa —hasta la lección siguiente—, identifica los números decimales como aquellos reconocibles “por una coma que se coloca entre ellos y la unidad” (p. 14).

La utilización de los conceptos de quebrado y número decimal para establecer los múltiplos y divisores, sin una exposición previa de los mismos, constituye un factor sobresaliente en el vínculo entre el SMD y el contenido restante. A partir del análisis, la exposición de la aritmética decimal no constituye un aspecto necesario para el adiestramiento en las unidades de pesas y medidas métrico-decimales. El SMD constituye una temática que sirve de introducción a la aritmética decimal fundamentada en definiciones y cálculos con fracciones decimales.

El SMD [CC-Cp13] se presenta como “el conjunto de reglas sobre los nuevos pesos, medidas y monedas” (p. 13) al que se le confieren las denominaciones de métrico y decimal por “ser el metro su base (...) y tener sus múltiplos y divisores de diez en diez, es decir, que aumenta y disminuye por decenas” (p. 13). De esta forma, se expone un nuevo sistema, que reemplaza la estructura metrológica antigua [CC-Cp12], desde las perspectivas científica y matemática resaltando su origen en la definición del metro [CC-Cp14] —presentado como “una medida de extensión” (p. 14) utilizada para medir y equivalente a “poco más de una vara” (p. 14)— y de la aplicación de cálculos y equivalencias decimales con números naturales.

Como estructura métrica, el sistema se compone de las unidades metro, litro, gramo y peseta —a las que se les otorga una mayor atención— complementadas con el área y metro cúbico [CC-Cp15, CC-Cp17]. Definidas como tipos de medidas para las magnitudes extensión, capacidad, peso y moneda, volumen y superficie [CC-Cp8], su presentación incluye su utilidad como unidades de medida.

Un caso particular se da con el metro, para el que se especifica que “es una medida de extensión (...) [que] sirve para medir” (p. 14) sin detallar el tipo de medida, la longitud. Esta afirmación podría permitir una generalización del metro como la unidad fundamental del sistema y de la que se definen el resto de unidades. Para las cuatro principales se establecen múltiplos y divisores [CC-Cp16] desde un proceso de construcción etimológica a su presentación conforme las equivalencias decimales (Tabla 20). El metro cúbico y el área, como medidas de volumen y superficie, no incluyen una descripción de múltiplos y divisores.

Previo a la Lección VII, sobre el SMD, se muestran nociones para las operaciones suma, resta, multiplicación y división. Dentro de estas se encuentran los procedimientos textuales para efectuarlas. Estas indicaciones operativas se retoman en la presentación de los quebrados comunes y decimales, sin incluirse como parte de la aplicación de las pesas y medidas en situaciones diversas [CC-Pd1]. Se exceptúa la explicación para la formación de palabras correspondientes a las unidades superiores e inferiores (múltiplos y divisores).

Tabla 20. Lista de múltiplos y submúltiplos

Múltiplos	Divisores
Metro	
Decámetro (10 metros)	Decímetro (décima parte del metro)
Hectómetro (100 metros)	Centímetro (centésima parte)
Kilómetro (1000 metros)	Milímetro (milésima parte)
Litro	
Decalitro (10 litros)	Decilitro
Hectolitro (100 litros)	Centilitro
Kilolitro (1000 litros)	
Gramo	
Decagramo	Decigramo
Hectogramo	Centigramo
Kilogramo	Miligramo
Peseta	
Dos pesetas	Diez céntimos
Cinco pesetas de plata	Cinco céntimos
Veinticinco pesetas de oro	Dos céntimos
	Un céntimo

El libro de texto es un manuscrito rico en representaciones verbales [CC-R1] para representar el SMD (Figura 73). Aunado a esto, el resto del documento incluye algunas simbólicas, que se concretan en la utilización de números y signos para las operaciones [CC-R2], y tabulares para presentar las operaciones aritméticas —a un nivel básico que no supera las decenas— [CC-R4].

LECCIÓN VII.

Sistema métrico decimal.

¿Qué es sistema métrico decimal?—El conjunto de reglas sobre los nuevos pesos, medidas y monedas.

¿Por qué se llama métrico?—Por ser el metro su base.

¿Y decimal?—Por tener sus múltiplos y divisores de diez en diez, es decir, que aumenta y disminuye por decenas.

Figura 73. Representación verbal de conceptos (p. 13)

El predominio de la representación verbal se refuerza con la omisión de ejemplos y ejercicios de aplicación que identifiquen fenómenos y situaciones para la exposición del SMD. Los contextos utilizados son el natural y el técnico [CC-Ct1, CC-Ct6], reconocibles únicamente en la presentación del gramo: “centilitro de agua destilada” (p. 15), y del área como una unidad de medida para la medición de terrenos (Figura 74).

¿Qué es el área?—Una medida de superficie.

¿Para qué se usa?—Por lo regular solo para medir terrenos.

Figura 74. Contexto técnico para la presentación del área (p. 15)

Reconocemos que la noción matriz del libro de texto la constituye el concepto de número. A partir de esta, se articulan una gama de conceptos y procedimientos que dan cuerpo al texto de aritmética. Esta organización revela que el único vínculo entre el contenido general del libro de texto y el SMD se establece a partir de la definición de número quebrado decimal que se incluye en la cuestión sobre la formación de múltiplos y divisores. De no haber hecho la autora esta inclusión, la lección sobre el SMD sería un apartado independiente en el texto, un agregado a un documento originalmente elaborado para la exposición de la Aritmética. La Figura 75 muestra el esquema planteado para la presentación del SMD en el libro de texto.

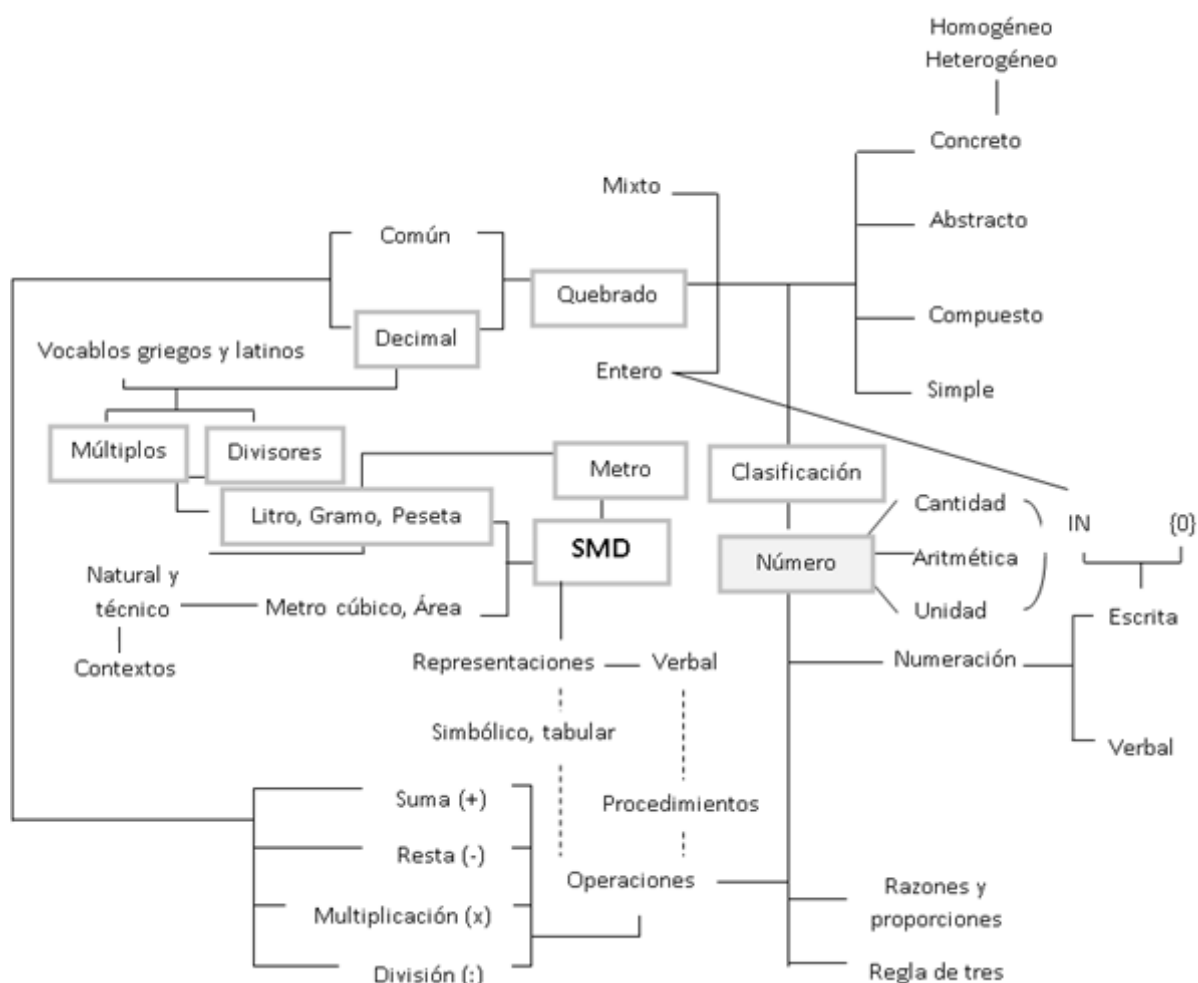


Figura 75. Mapa conceptual para el SMD en el libro décimo

Encuadre didáctico

Se reconocen los fines formativo, político y cultural [CC-F1]. Se destaca la figura y el papel de los maestros en la enseñanza de conocimientos, desde una selección de contenidos y su aprendizaje por parte de los estudiantes: “para uso de los niños” (p. carátula). Esta característica se refuerza con el objetivo planteado [CC-O1]: facilitar el estudio de la aritmética a través de la memorización de definiciones breves que actúen como base en la explicación de contenidos y la resolución de complicados ejercicios. Este objetivo, a su vez, subraya la concepción que tiene la autora sobre el aprendizaje: por repetición, memorístico [CC-F2], que coincide con el estilo del documento: lecciones.

Las tareas utilizadas corresponden a la presentación secuencial de definiciones y procedimientos verbales [CC-T3]. Desde el punto de vista de las limitaciones, se reconoce la dificultad que tienen los estudiantes para aprehender definiciones extensas.

5.3.2. Texto para la segunda enseñanza (1880-1892)

Libro décimo primero

Título: “Elementos de matemáticas. Aritmética y álgebra”

Autor: Joaquín María Fernández y Cardín

Marco general

La obra es un libro de texto para la enseñanza de la aritmética en la segunda enseñanza [CE4]. Publicado en Madrid en 1880, como undécima edición, sigue el estilo *Elementos*, exponiendo fundamentos y principios de la aritmética desde un enfoque pedagógico (Figura 76). Las ideas se presentan de manera narrativa y se organizan en dos tomos sin numeración aparente: Aritmética y Complemento [CE1, CE2, CE3, CE6, CE5].

El primero de los tomos se construye en base a contenidos sobre numeración, operaciones aritméticas, quebrados comunes, quebrados decimales, números complejos y sistema de pesos y medidas (preliminares, sistema antiguo, SMD, sistema monetario y comparación entre sistemas). El segundo expone las propiedades de los números, el máximo común divisor y mínimo común múltiplo, las reducciones entre quebrados, potenciación y radicación, y la presentación de tablas de reducción. La Figura 77 muestra el índice de contenidos. En el texto se destacan las ventajas y los beneficios del SMD, ideas que cierran el capítulo final del primer tomo [CC-P4].

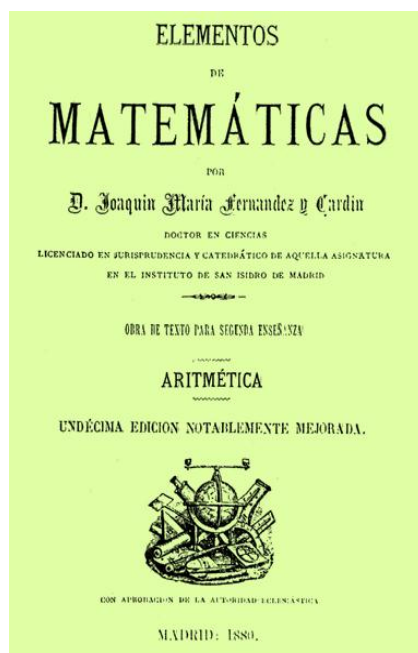


Figura 76. Carátula del libro décimo primero

Joaquín María Fernández y Cardín nació en Oviedo en 1822 (Figura 78)⁵³. Su formación incluyó estudios de latín, filosofía, aritmética y álgebra destacando en estas últimas como un estudiante sobresaliente. Sus titulaciones incluyen la de doctor en filosofía, doctor en jurisprudencia y doctor en ciencias físico-naturales; licenciado en jurisprudencia y ciencias; bachiller en filosofía y jurisprudencia [CA1, CA2].

INDICE.			
Capítulos.		Páginas.	
	INTRODUCCION.....	1	
	ARITMÉTICA.		
	PRELIMINARES.....	5	
Primero.	NUMERACION.....	6	
	NUMERACION ORAL.....	id.	
	NUMERACION ESCRITA.....	9	
II.....	OPERACIONES ARITMETICAS <i>principales</i>	14	
	Adicion de los números enteros.....	id.	
	Sustraccion ó resta.....	18	
	Multiplicacion.....	21	
	Division.....	31	
III.....	QUEBRADOS COMUNES.....	36	
	Nociones preliminares.....	id.	
	Propiedades de los quebrados.....	39	
	Reduccion de quebrados á un comun denominador.....	51	
	Simplificacion de los quebrados.....	52	
	Adicion.....	56	
	Sustraccion.....	58	
	Multiplicacion.....	61	
	Division.....	64	
	Valuacion de los mismos.....	67	
IV.....	QUEBRADOS DECIMALES.....	70	
	NUMERACION.....	id.	
	Propiedades de los números decimales.....	73	
	Adicion.....	74	
	Sustraccion.....	75	
	Multiplicacion.....	76	
	Division.....	78	
	Valuacion de estos quebrados.....	82	
V.....	NÚMEROS COMPLEJOS.....	83	
	Reduccion de un número complejo á incomplejo de una cualquiera de sus especies distinta de la inferior.....	id.	
	Adicion de los números complejos.....	84	
	Sustraccion.....	85	
	Multiplicacion (método ordinario).....	86	
	Id. método de las partes alcuotas.....	90	
	Aplicacion del método de las partes alcuotas á la multiplicacion de los números mistos incomplejos y complejos.....	94	
	Division de los números complejos.....	95	
VI.....	SISTEMA DE PESOS Y MEDIDAS.....	99	
	Preliminares.....	id.	
	Sistema antiguo.....	102	
	Nuevo sistema ó sea sistema métrico-decimal.....	104	
	Sistema monetario.....	112	
	Comparacion del antiguo y nuevo sistema.....	114	
	COMPLEMENTO.		
Primero.	PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS.....	115	
	Números primos.....	id.	
	Máximo comun divisor.....	117	
	Descomposicion de un número en factores simples.....	120	
	Mínimo comun múltiplo.....	125	
II.....	APLICACION DEL MÁXIMO COMUN DIVISOR Y MÍNIMO COMUN MÚLTIPLO Á LA TEORIA DE LOS QUEBRADOS ORDINARIOS.....	127	
	Reduccion de quebrados á su expresion más sencilla.....	id.	
	Reduccion de quebrados al menor denominador comun posible.....	129	
III.....	REDUCCION DE QUEBRADOS ORDINARIOS Á DECIMALES Y RECÍPROCAMENTE.....	132	
	Reduccion de quebrados ordinarios á decimales.....	id.	
	Reduccion de quebrados decimales á ordinarios.....	134	
	Casos en que un quebrado ordinario reducido á decimal produce fraccion exacta, periódica pura ó mista.....	138	
IV.....	ELEVACION Á POTENCIAS Y EXTRACCION DE RAICES DE LOS NÚMEROS.....	139	
	Elevacion á potencias.....	id.	
	Extraccion de raices (preliminares).....	140	
	Raiz cuadrada de los números enteros.....	143	
	Raiz cuadrada de los números decimales y aproximacion de la de los enteros que no la tienen exacta.....	152	
	Raiz cuadrada de los quebrados ordinarios y números mistos.....	154	
	Raiz cúbica de los números enteros.....	156	
	Raiz cúbica de los números decimales y aproximacion de la de los enteros que no la tienen exacta.....	163	
	Raiz cúbica de los quebrados ordinarios y números mistos.....	167	
	Tablas de reduccion.....	169	

Figura 77. Índice de contenidos libro décimo primero (pp. vii-viii)

Se desempeñó como catedrático sustituto de matemáticas elementales en la Universidad de Oviedo; catedrático de matemáticas en el Instituto de San Isidro de la Universidad de Madrid. También ocupó los puestos de secretario y vicedirector de este centro; fue juez de oposiciones de matemáticas.

Su vocación por la enseñanza le llevó a impartir clases gratuitas de geometría esférica, geometría analítica y cálculo en la Universidad de Oviedo, donde a su vez tenía a cargo la enseñanza de cálculos y mecánica. Fernández y Cardín puede catalogarse como un autor crítico; en 1870 fue separado de la enseñanza por jurar con salvedades la constitución de 1869, situación que se revierte en el mismo año al retirar sus salvedades en virtud de las explicaciones dadas por el ministro de fomento [CA6] (Anexo 23).

Sus obras incluyen “Aritmética” (1858), “Álgebra” (1858), “Geometría” (1859), “Principios de aritmética” (1862), “Elementos de matemáticas” (1880) y “Nociones de aritmética para las escuelas de instruccion primaria” (1852) [CA5] declarada libro de texto



Figura 78. Joaquín María Fernández y Cardín

⁵³ Imagen rescatada de <http://www.grabadoantiguo.com/ficha.php?id=10810>

para este nivel educativo. Sus obras “Principios de aritmética” y “Elementos de matemáticas” fueron declaradas libros de texto para la segunda enseñanza. Sus aportes intelectuales incluyeron el plano de la ciudad de Oviedo y un trabajo sobre las medidas asturianas. La información sobre el autor puede localizarse en el expediente personal del autor resguardado en el AGA en la caja (05) 17 32/08136 [CA7].

Contenido matemático

Como aspectos preliminares se incorporan concepciones para el número, la unidad y la cantidad. Este último se aborda como uno de los puntos iniciales del contenido en el apartado introductorio. Su exposición mantiene una particularidad con relación a otras concepciones reconocidas en libros de texto y trabajos de matemáticos de la época. La cantidad corresponde a “todo aquello que se concibe como compuesto de partes u divisible en ellas” (p. 1). Esta noción enfoca la concepción de Aristóteles: la cantidad discreta, y se opone de la noción común de cantidad vinculada a aumentos y disminuciones. En palabras del autor:

La definición de la cantidad ‘Todo aquello que es susceptible de aumento ó disminución’ nos parece defectuosa, por que comprende mucho más que lo definido: hay en efecto muchas cosas en las que cabe aumento ó disminución, que no pueden llevar el nombre de cantidades: todas las afecciones de la sensibilidad, los placeres, los dolores, como también los conceptos morales de bueno y malo, pueden ser mayores ó menores, pueden tener más ó menos, y sin embargo repugna el llamarles cantidades, al ménos en el sentido en que se llama cantidad á lo que es objeto de la ciencia matemática.

Juzgamos que todas las dificultades que ofrece esta definición de la cantidad, sin duda la más generalizada, nacen del carácter objetivo que la distingue. No son verdaderamente cantidades las cosas cuantas ó que se conciben como cuantas; sino que la cantidad es un concepto de la cosa y no la cosa misma. No pensemos, por consiguiente, en hallar los elementos lógicos de la buena definición de la cantidad en las cosas cuantas, sino en el entendimiento que como tales las concibe.

La definición que presentamos aquí saca sus elementos de los conceptos que el entendimiento aplica para juzgar las cosas como cuantas: estos conceptos son el de unidad, el de pluralidad y el de totalidad; todo aquello que consideramos como un todo compuesto de pluralidad de partes, es necesariamente para nosotros una cantidad; donde tales conceptos no entran, aunque la cosa en cuestión pueda tener aumento ó disminución (intensivos), como sucede en las afecciones morales, no hay cantidad en el sentido matemático. (p. 1-2)

El autor delimita el uso del término cantidad en matemáticas. Apunta la necesidad de buscar un buen uso del término y una explicación adecuada que derive una comprensión matemática apropiada del concepto. Sin duda, destaca esta aclaración y el posicionamiento del autor en una concepción antigua para elaborar el libro de texto.

Con un orden contrario a lo comúnmente expuesto, el número se presenta a partir de una totalidad: “es el todo formado de una pluralidad de unidades”, entendidas cada una de estas últimas como “la cantidad que sirve de medida al número, y á la cual se refiere como el todo á la parte” (p. 5). Nociones que internamente entrelazan los conceptos de cantidad, unidad, medida y número [CC-Cp10, CC-Cp9, CC-Cp11, CC-Cp1]. Por su parte, el número recibe diversas clasificaciones: entero y quebrado, y su reunión mixto; abstractos y concretos, y de estos últimos los complejos e incomplejos.

Las ideas sobre la numeración se presentan a partir de los números enteros —entendidos como los naturales— y una base decimal para su formación y expresión, alejándose de una exposición específica del SDN [CC-Cp6]. La clasificación del número circunscribe la exposición del número quebrado o la fracción: “un número de partes ó unidades inferiores referidas á una unidad superior por una denominación cualquiera (...) que necesita para su expresión de dos números, que se llaman numerador y denominador” (p. 47). Se entiende así la fracción como el quebrado común de cuya expresión escrita surge la notación fraccionaria [CC-Cp2]. Como particularidad de las fracciones se presentan los quebrados decimales que, manteniendo la noción inicial de número, se conciben como “una totalidad de partes ó unidades decimales” (p. 70), entendiendo como unidades decimales a las décimas, centésimas, milésimas, etc., es decir, unidades que contienen diez unidades del orden inferior inmediato [CC-Cp3].

Expuesta la clasificación numérica (enteros, quebrados, quebrados decimales y complejos) y los procesos operativos con cada uno de ellos se da paso al sistema de pesas y medidas. El sistema metrológico antiguo se acompaña de una presentación previa de conceptos y figuras geométricas (cuadrado y cubo) a las que refieren las unidades de superficie y volumen. El sistema incluye unidades de medida para longitud, capacidad, peso, superficie, volumen, dinero, tiempo y —de forma destacable— circunferencia [CC-Cp12].

El SMD corresponde al nuevo sistema definido para las medidas de longitud, capacidad, peso, superficie y volumen, conformado por las unidades metro, litro, gramo, área y metro cúbico, respectivamente [CC-Cp13, CC-Cp15]. El metro, al igual que el litro y el gramo, se expone desde el enfoque etimológico⁵⁴; su presentación incluye la concepción científica e instrumental. Del metro derivan las demás unidades del sistema [CC-Cp14] cuyos múltiplos y divisores siguen la construcción etimológica [CC-Cp16]. Sus equivalencias se presentan hacia la unidad principal y algunos de ellos sufren adaptaciones particulares —por su pequeñez y grandeza— en la ley de pesas y medidas. Esta es la única referencia localizada en el texto a la promulgación legal.

El sistema monetario tiene por unidad principal la peseta, equivalente a 100 céntimos y con un peso igual a cinco gramos. Sus denominaciones siguen el sistema decimal y los avalados por la legislación [CC-Cp17].

Previo a los procedimientos y la presentación de las operaciones básicas, se incluye el sistema antiguo de pesas y medidas, unidades que junto a las métrico-decimales son utilizadas en algunos ejemplos. La presentación de las unidades métricas —incluidos múltiplos y divisores— se complementa con procedimientos para su lectura y escritura, el establecimiento de equivalencias y la reducción de unidades (Figura 79). De igual forma se resuelven problemas con la aplicación de las operaciones aritméticas básicas [CC-Pd1, CC-Pd2].

⁵⁴ Metro es una palabra griega que significa medida; litro es el nombre de una medida de capacidad entre los griegos; gramo significa: una medida de peso.

Aunque en las tablas que preceden sólo se hallan las equivalencias de los nueve números dígitos de unidades del sistema métrico en unidades del sistema antiguo, se encuentra sin embargo con facilidad por medio de las mismas la equivalencia de otro número cualquiera mayor ó menor que los calculados.

Para mayor claridad distinguiremos dos casos: 1.º *reducir un número de unidades del sistema métrico, que sea diez, cien, mil, etc., veces mayor ó menor que los que se hallan calculados en las tablas, á unidades del sistema legal antiguo*; 2.º *reducir otro número cualquiera de unidades del nuevo sistema al antiguo.*

1.º CASO. Para resolver el primero de estos problemas observaremos que en las tablas, al frente de cada uno de los números dígitos, que expresan las unidades del sistema métrico, se encuentran sus equivalencias en unidades del sistema antiguo, expresadas por un número decimal, y que estos números se hacen diez, cien, mil, ... veces mayores ó menores corriendo la coma uno, dos, tres, ... lugares á la derecha ó á la izquierda.

Figura 79. Procedimiento para la reducción de medidas (p. 172)

Aunque las representaciones gráficas no son usadas en el apartado dedicado al SMD, el texto refiere a ilustraciones previas para ejemplificar de manera concreta unidades de medida como el metro cuadrado y el metro cúbico como la mostrada en la Figura 80.

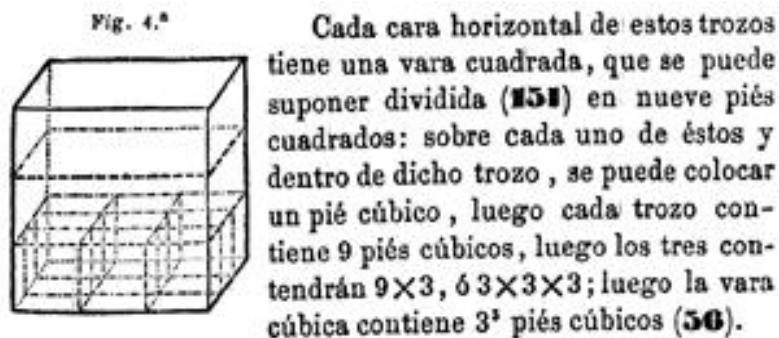


Figura 80. Modo gráfico para la presentación de la vara cúbica (p. 101)

Para la representación del SMD se emplean los modos simbólico, tabular y verbal. Esto mediante representaciones numéricas, la utilización de tablas en la presentación de las unidades y equivalencias y el texto escrito (verbal), respectivamente, éste último con un predominio sobresaliente respecto a los demás [CC-R3, CC-R2, CC-R4, CC-R1]. En la Figura 80 se identifica la utilización de lenguaje verbal, números y signos de operación. La Figura 81 incluye una representación tabular para la representación del litro, sus múltiplos y divisores.

De capacidad.		
	(Mirí-litro.	10000 lit. (°).
Múltiplos...	(Kilo-litro ó tonelada de arqueo.	1000 litros.
	(Hecto-litro.	100 litros.
	(Decá-litro.	10 litros.
Unidad usual....	litro.	
Divisores...	(Deci-litro.	0,1 de id.
	(Centi-litro.	0,01 de id.
	(Mili-litro.	0,001 de id.

Figura 81. Modo tabular en la representación de unidades (p. 106)

La presentación de litro asocia a la utilización de instrumentos de medida: “es un vaso de igual capacidad que un cubo cuyas dimensiones lineales interiores sean la décima parte del metro” (p. 105). Esto muestra una introducción a los instrumentos, a las unidades concretas de medida establecidas como parámetros para la comparación [CC-R5].

Las situaciones enfatizan en actividades comerciales y técnicas como el intercambio de productos, los trabajos de construcción y el transporte de mercancías [CC-Ct3, CC-Ct6]. En la Figura 82 se han incluido dos de estas situaciones-tarea.

1.º Un comerciante compró cuatro piezas de tela: la primera de 63,1 metros, la segunda de 209,5 id., la tercera de 100 id., la cuarta de 37,85 id., y desea saber el número de metros que las cuatro piezas componen.

1.ª pieza.....	63,4 metros
2.ª id.....	209,5
3.ª id.....	100
4.ª id.....	37,85

Resultado: 410,75 metros.

2.º En un terreno labrantío de 32,07 áreas, fué preciso destinar para edificar casa de labor 97,31 metros cuadrados, se desea saber cuánto terreno queda para cultivo.

Aquí hay que cambiar las unidades de uno de los dos modos siguientes.

32,0700 áreas	3207,00 metros cuadr.
0,9731	97,31

Resultado: 31,0969 áreas, ó sean 3109,69 metros cuadr.

Figura 82. Situación comercial y técnica en la presentación de tareas (p. 113)

Cabe mencionar la presencia de la situación natural propia de la presentación del gramo que resalta fenómenos físico-naturales como el vacío, la temperatura y el estado de pureza del elemento agua [CC-Ct1]. La Figura 83 muestra el mapa conceptual elaborado para el SMD a partir del libro de texto.

Encuadre didáctico

Sobre las tareas, se insertan ejemplos y ejercicios (problemas) para ilustrar la aplicabilidad de las nuevas unidades y la funcionalidad de los procedimientos [CC-T1, CC-T2]. Como lo indica el autor, son “problemas que facilitan la inteligencia de los sistemas métrico y monetario decimales, y demuestran sus ventajas” (p. 113).

Estas presentaciones forman parte de un propósito general. El autor pretende con el libro de texto fortalecer y nutrir en los estudiantes el entendimiento de conocimientos matemáticos útiles en diversas profesiones científicas y técnicas, conocimientos necesarios en las situaciones comunes de la vida, y que se logra con una organización ordenada, metódica y analítica de la teoría y la práctica: mediante la utilización del método analítico [CC-O1]. Así, son reconocibles las finalidades formativa, política, cultural y social del currículo: unos propósitos de aprendizaje, una metodología de enseñanza y unos conocimientos matemáticos, todo ello dentro de un entorno educativo en el que se aplican y comprueban los aprendizajes, entendidos desde una perspectiva práctica, de construcción de ideas y conocimientos. “Deja

además al entendimiento juvenil la siempre útil persuasión de hacer por sí mismo el descubrimiento á que insensiblemente se le va conduciendo” (p. iv) [CC-F1, CC-F2].

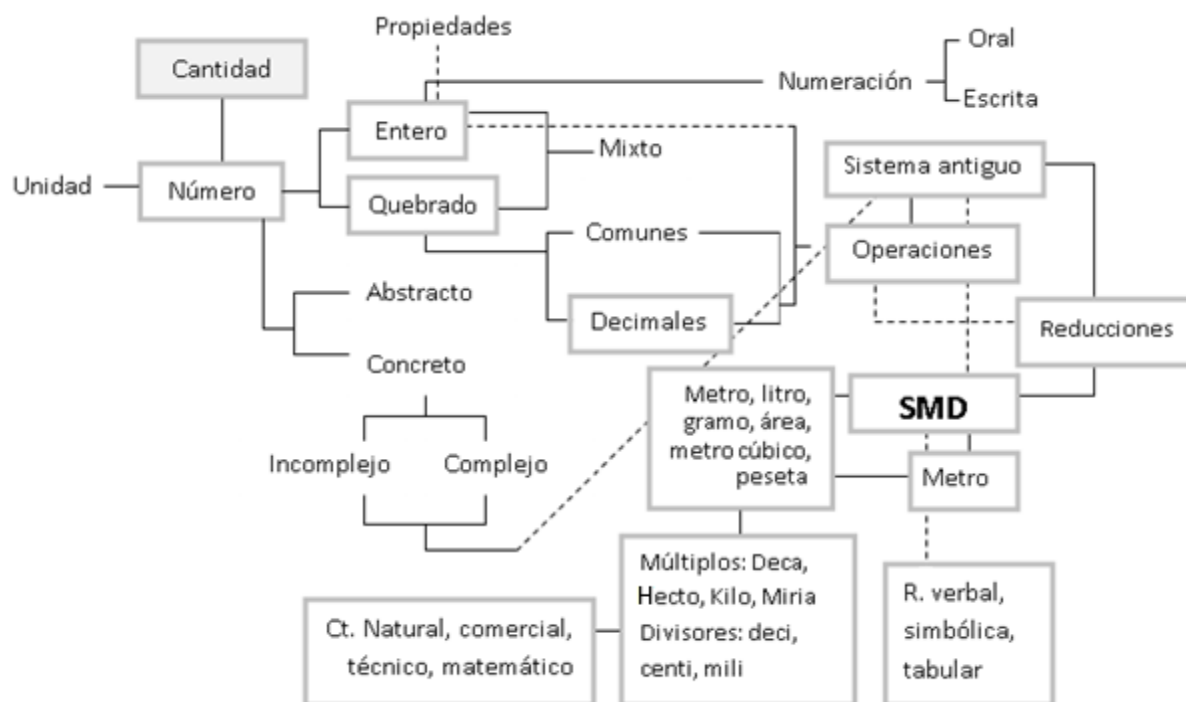


Figura 83. Mapa conceptual para el SMD en el libro décimo primero

5.3.3. Textos para la formación de maestros (1880-1892)

Libro décimo segundo

Título: “Explicación de aritmética. Arreglada al programa de la Escuela Normal de maestras de la Provincia de Murcia”

Autor: Luis Sevilla González

Marco general

La obra, primera edición de la que no se localizan ediciones posteriores, se publicó en Lorca, Murcia en 1890 como libro de texto para el primer curso de formación de maestras en la Escuela Normal Superior de Maestras [CE1, CE2, CE3, CE4] (Figura 84).

La organización de las 64 páginas, en 50 lecciones que estructuran su contenido, resalta temáticas, expresamente no definidas, que dan cuerpo al texto [CE5]. Estas podrían identificarse como: nociones preliminares, numeración y sistemas de numeración, operaciones fundamentales, números quebrados decimales y operaciones, sistema de pesas y medidas antiguas, SMD, aplicaciones de las medidas métrico-decimales. Así, las lecciones 1-2 exponen nociones como cantidad, magnitud, unidad, medida, número y su clasificación. De la lección tercera a la séptima se presenta la numeración y los sistemas de numeración. Las operaciones básicas forman parte de las lecciones 8-19. Los quebrados decimales y las operaciones con decimales tienen su espacio en las lecciones 20-24. Finalmente, el sistema antiguo de pesas y medidas, el SMD y ejercicios para su aplicación, se exponen en las

lecciones 25-29, 30-42 y 43-50, respectivamente, que dan al nuevo sistema metrológico un número considerable de lecciones dentro del programa de formación de maestras. La Tabla 21 recoge los contenidos del libro de texto a partir de las cuestiones planteadas en el “Programa de Aritmética para primer curso” (Faisa, 1887).

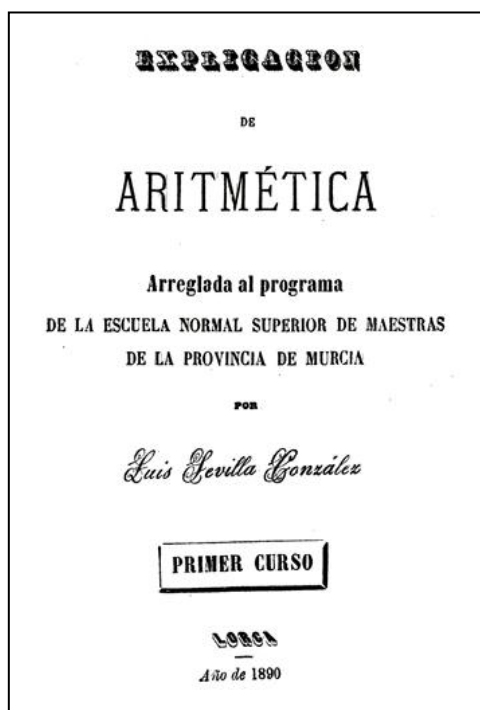


Figura 84. Carátula del libro décimo segundo

El libro de texto se elaboró con el estilo *Explicación*⁵⁵ y se redactó de forma narrativa, particularmente con respuestas a cuestiones suprimidas en su contenido [CE6]. Como indica su título, la obra es un arreglo, una adaptación de contenidos al programa de aritmética para las Escuelas Normales.

La búsqueda de fuentes permitió identificar las cuestiones en el texto “Programa de aritmética para exámenes de prueba de curso en la Escuela Normal Superior de maestras de la provincia de Murcia” de Mariano Faisa Sáez de 1887 compuesto por un número idéntico de lecciones y una serie de interrogantes propias de la aritmética y su enseñanza. Indiscutiblemente, los textos son complementarios. El libro de texto sometido a análisis tuvo por objetivo, no expreso, la preparación de maestras en el campo de la aritmética y la difusión progresiva del nuevo sistema de pesas y medidas [CC-O2].

Tabla 21. *Contenidos del libro décimo segundo según el texto de Mariano Faisa*

Aritmética	
Lección 1a. Cantidad. Tipos de cantidad. Medir	Lección 27a. Medidas de peso del sistema antiguo
Lección 2a. Unidad. Tipos de unidad. Número; clasificación del número	Lección 28a. Medidas de tiempo
Lección 3a. Aritmética. Numeración; sistemas de numeración	Lección 29a. Reducciones en el sistema antiguo
	Lección 30a. Sistema métrico de pesas y medidas

⁵⁵ Este estilo se entiende como una declaración o exposición de alguna materia, doctrina o texto con palabras claras o ejemplos, para que se haga más perceptible.

Tabla 21. *Contenidos del libro décimo segundo según el texto de Mariano Faisa*

Lección 4a. Numeración hablada	Lección 31a. Clases de unidades del sistema métrico
Lección 5a. Numeración escrita	Lección 32a. Múltiplos y submúltiplos de las unidades principales del sistema métrico
Lección 6a. Sistemas de numeración conocidos	Lección 33a. Medidas superficiales del sistema métrico
Lección 7a. Sistema de numeración romana	Lección 34a. Unidades de volumen del sistema métrico
Lección 8a. Suma o adición	Lección 35a. Unidades de capacidad del sistema métrico
Lección 9a. Prueba de la suma	Lección 36a. Unidades de peso del sistema métrico
Lección 10a. Sustracción o resta	Lección 37a. Unidades de numerarios
Lección 11a. Prueba de la sustracción	Lección 38a. Unidades de tiempo
Lección 12a. Multiplicación	Lección 39a. Reducción de unidades de longitud y volumen del sistema métrico
Lección 13a. Multiplicación de números de varias cifras	Lección 40a. Reducción de unidades de capacidad, peso y numerario del sistema métrico
Lección 14a. Abreviaciones de la multiplicación	Lección 41a. Equivalencias de las unidades cuadradas
Lección 15a. Producto indicado de varios factores	Lección 42a. Equivalencias de las unidades cúbicas
Lección 16a. División	Lección 43a. Resolución de problemas
Lección 17a. Resolución práctica del caso general de la división	Lección 44a. Resolución de problemas
Lección 18a. Usos de la división	Lección 45a. Resolución de problemas
Lección 19a. Alteraciones del cociente	Lección 46a. Resolución de problemas
Lección 20a. Fracciones decimales	Lección 47a. Resolución de problemas
Lección 21a. Alteraciones de los decimales	Lección 48a. Resolución de problemas
Lección 22a. Suma y resta de números decimales	Lección 49a. Resolución de problemas
Lección 23a. Multiplicación de números decimales	Lección 50a. Resolución de problemas
Lección 24a. División de números decimales	
Lección 25a. Sistema antiguo de pesas y medidas	
Lección 26a. Medidas de volumen	

Luis Sevilla González fue oriundo de Almería (1836) [CA1]. Se desempeñó como maestro de escuela pública elemental en Lorca y ocupó cargos similares en su provincia natal. Sus obras siguieron la programación oficial para la formación de maestros. Como textos de este dedicado maestro [CA2] se reconocen “Explicación de geometría” en 1892, “Explicación de gramática” en 1891 y “Explicación de geografía” en 1895, todas para la formación de maestras en la Escuela Normal Superior de Murcia [CA5]. Este legado define con detalle la estructuración conceptual de la enseñanza de la aritmética en la formación de maestros en la época de obligatoriedad del SMD. En el Anexo 24 se presenta la hoja de servicios del autor. La información laboral del autor puede ampliarse en su expediente [(5)1.19 32/6204, exp. 11] localizado en el AGA.

Contenido matemático

Inicialmente, los conceptos expuestos incluyen cantidad, magnitud, unidad, medida y número [CC-Cp10, CC-Cp7, CC-Cp9, CC-Cp11, CC-Cp1]. Cantidad y magnitud se conciben con similitud. La concepción de cantidad como “todo lo que puede considerarse como compuesto de partes iguales o semejantes apreciablemente distintas...” (p. 3), siendo la cantidad una composición de unidades, que aumentan o disminuyen, a partir de cualidades notables —que entendemos como magnitud— para determinados objetos, seres o entes.

Medir una cantidad ó una magnitud es compararla con otra de su misma especie, que se toma por unidad, con objeto de averiguar qué número de veces la contiene.

(...)Unidad es una de las entidades ó partes iguales ó semejantes que componen la cantidad, la cual es convencional é indivisible, que sirve de término de comparación respecto de las demás de su misma especie. (p. 4)

La vinculación entre cantidad, unidad, medida y número se hace evidente en el texto. Medir es comparar, es relacionar unidad y cantidad. De esta relación se establece la medida, cuya expresión es el número. “Número es la expresión de las unidades que componen una cantidad, ó sea la relación que existe entre la unidad y la cantidad” (p. 5). Aunado a esta noción, el número se concibe como el resultado de aumentos sucesivos de la unidad con ella misma, sin una comparación inmediata con otra cantidad. Con esto el autor introduce el concepto de infinitud del “número de los números”.

También puede decirse que proviene del aumento sucesivo de la unidad con ella misma, es decir, que por muy grande que sea un número siempre puede hacerse mayor, porque puede añadirsele una unidad más, y obtener así mismo un nuevo número; luego el número de los números es infinito. (p. 5)

Las ideas expuestas ponen de manifiesto la adopción de concepciones antiguas (griega) para presentar conceptos como cantidad que trasciende a las ideas de Newton al tratar la medición y el número.

La clasificación del número atiende a su origen (desde la expresión y la calidad), o bien a la unidad (entero, quebrado, mixto, impropio o fraccionario y quebrado de quebrado o compuesto). Los números complejos e incomplejos —clasificaciones según su calidad— refieren a especies. De esta última, atendiendo a los conceptos de nuestro interés, el número es entero cuando la unidad se contiene un número exacto de veces en la cantidad. Se considera quebrado cuando una parte o varias partes de la unidad están contenidas en la cantidad. Número fraccionario es el que, a partir de partes de la unidad, puede llegar a componer la unidad o más y en cuya representación el numerador es mayor que el denominador [CC-Cp2]. En el texto, la utilización de medidas métrico-decimales se da desde los ejemplos para la presentación de conceptos y nociones preliminares (Figura 85).

Es complejo ó denominado el que se compone de unidades de diferente especie; pero de una misma naturaleza, y que pueden reducirse á una sóla cantidad, como 8 metros, 2 decímetros, 4 centímetros y 6 milímetros, cuyas cuatro especies pueden reducirse à milímetros.
Es incomplejo el que se compone de un número ó de varios de diferentes especies, pero no de una misma naturaleza, y por ello no son reducibles á una sóla cantidad, como 3 litros, 4 Hectáreas, 5 gramos.

Figura 85. Medidas métrico-decimales en los conceptos preliminares (p. 6)

El SDN se concibe como el sistema de los quebrados decimales, establecido a partir del sistema décuplo [CC-Cp6]. Corresponde a uno de los sistemas de numeración conocidos (décuplo, decimal y romano) concebidos como el conjunto de voces y signos convencionales establecidos para la expresión y representación de números. La exposición se precede de aspectos propios de la numeración como la expresión, escritura y lectura de números, su composición y descomposición, originada desde la cantidad como “el objeto de las matemáticas, y por ende de la Aritmética” (p. 7).

Las fracciones decimales se entienden como un caso particular de números quebrados en los que el denominador corresponde a la unidad (1) seguida de ceros. La Figura 86 presenta dos fragmentos del texto sobre las nociones de fracción decimal y número decimal.

Esta manera de exponer la fracción decimal y el número decimal [CC-Cp3, CC-Cp4] es llamativa ya que se identifican ambos conceptos con la expresión numérica con expansión decimal, diferenciados en que el primero se representa también en la forma a/b .

LECCION 20.ª

1. A los números que espresan partes de la unidad, cuando ésta se divide en partes que son de diez en diez veces menores; ó sea, unos quebrados que tienen por denominador la unidad seguida de ceros. Así, la fracción decimal 0'8 y 0'04 será igual á $\frac{8}{10}$ y $\frac{4}{100}$.

5. Para leer un número decimal se lee primero la parte entera, si la tiene, y después la parte decimal como si fuese entera; pero agregándole la denominación que á su última cifra corresponda por el lugar que ocupe; para lo cual se dividirá el número en series y ordenes lo mismo que los enteros, con la diferencia de contar de izquierda á derecha. Así, el primer lugar lo ocupará la fracción decimal de primer orden, ó sean las décimas; el segundo la fracción decimal de segundo orden, ó sean las centésimas, y sucesivamente milésimas, diez milésimas, cien milésimas y millonésimas, etc.

Figura 86. Noción de fracción, quebrado y número decimal (pp. 34-35)

En el campo metrológico, el libro de texto aborda el sistema antiguo de pesas y medidas como el “conjunto de medidas y pesas usadas con anterioridad á la formación del sistema métrico decimal” (p. 40), compuesto de unidades para la longitud, la superficie, el volumen, la capacidad, el peso, el tiempo y la moneda [CC-Cp12, CC-Cp8]. El SMD se incorpora como:

...conjunto de pesas y medidas mandadas establecer en España por Ley de 19 de Julio de 1849 [cuya denominación de métrico y decimal se da] porque su unidad fundamental, base de todo el sistema es el metro, voz derivada de la griega metrun que significa medida (...) y porque sus múltiplos y submúltiplos están subordinados á la ley decimal.
(p. 46)

Esta incorporación en el texto encuadra sus beneficios —ante la diversidad metrológica imperante y la facilidad de cálculo que acarrea en el comercio—; su origen y el proceso de medición del arco de meridiano para el establecimiento del metro como unidad fundamental —destacando el papel de astrónomos franceses y matemáticos españoles—; y su legalidad como sistema de pesas y medidas en España y otras naciones europeas, conformado a partir del metro y las derivadas de éste [CC-Cp13, CC-P1, CC-P3, CC-P4].

La concepción general del sistema expone al metro desde las perspectivas etimológica, científica e instrumental [CC-Cp14]. Se detallan las unidades principales para las medidas de longitud, superficie, volumen, capacidad, peso. Estas son el metro, el área, el metro cúbico, el

litro y el gramo para las directamente vinculadas a la unidad fundamental; luego el día y la peseta para el tiempo y numerario (moneda), esta última vinculada al metro al definirse como una pieza de plata que pesa cinco gramos [CC-Cp15]. La Figura 87 muestra la formación y definición de múltiplos y submúltiplos [CC-Cp16]. Estos mantienen una presentación a partir del significado de palabras griegas y latinas.

LECCION 32.^a

1. Los múltiplos se forman anteponiendo á las unidades principales las palabras originarias del griego, *deca* que significa diez, *hecto*, *ciento*, *kilo*, mil y *miria* diez mil. Los submúltiplos ó divisores se forman, anteponiendo á las mismas unidades principales las palabras procedentes del latín *deci*, que quiere decir décima parte, *centi*, centésima y *mili* milésima.

Figura 87. Formación de múltiplos y submúltiplos (p. 49)

Expuesto el conjunto de unidades principales, múltiplos y submúltiplos, el autor dedica apartados independientes para profundizar en esta presentación, resaltando el uso de cada unidad de medida, las particularidades de uso de algunos múltiplos y submúltiplos y la función que desempeñan desde su homóloga anterior (Figura 88).

LECCION 33.

La unidad principal para medir los áridos y líquidos es el litro que ha venido á sustituir á nuestro cuartillo en los líquidos, y viene á ser el doble de éste. Su volumen es igual al de un decímetro cúbico. Los múltiplos son el decálitro, el hectolitro, y el kilolitro, conocido comunmente con el nombre de tonelada de arqueo. Sus divisores son el decilitro y el centilitro. En estas medidas hay que tener presente que en las de áridos es igual la altura que el diámetro, y en las de líquidos es doble la altura que el diámetro.

Figura 88. Exposición de las medidas de capacidad (p. 51)

La unidad monetaria legal, la peseta, cuenta con monedas para los múltiplos y divisores decimales (de diez y cien pesetas, la décima y un céntimo) y otros como la doble, cinco y 50 pesetas; los 50, cinco y dos céntimos [CC-Cp17].

Los conocimientos procedimentales enfocan las operaciones aritméticas con enteros y decimales [CC-Pd1]. Suma, multiplicación y potenciación como operaciones de composición numérica; resta y división de descomposición numérica. Los ejemplos prácticos aparecen en la multiplicación que implícitamente presentan adiciones y sustracciones. Se identifican también procedimientos para la reducción de unidades, explícitos en los problemas resueltos planteados como eje principales en las últimas lecciones del texto [CC-Pd2].

Las aplicaciones de las medidas métrico-decimales destacan situaciones de los contextos comercial y matemático (Figura 89), sin omitir la presentación del gramo mediante situaciones fisico-naturales [CC-Ct3, CC-Ct4, CC-Ct1].

6. Valiendo un metro de lienzo 3'50 pts., y de paño 6'25, ¿cuántos metros de lienzo nos han de dar por 345 de paño? $345 \times 6'25 : 3'50 =$

Multiplicando el número de metros de paño por su precio; el producto se divide por 3'50 pts. que vale el metro de lienzo, y el cociente nos dará el número de metros que podemos comprar.

7. Valiendo un quintal de azúcar 40 pts., y un hectómetro de vino 50 pts., ¿cuántos hectómetros de vino nos han de dar por 20 quintales de azúcar? $20 \times 40 : 50 =$

Multiplicando el número de quintales por su precio; el producto se divide por 50 pts. que vale el hectómetro de vino, y el cociente nos dará el número de hectómetros que podemos comprar.

Figura 89. Situaciones comerciales en la presentación de tareas (p. 64)

Se recurre a la representación verbal de conceptos, acompañada de números, signos y letras, grafías comunes para la representación de operaciones y sistemas de numeración, y representaciones tabulares para la presentación del sistema antiguo de pesas y medidas [CC-R1, CC-R2, CC-R4]. El mapa conceptual propuesto se muestra en la Figura 91.

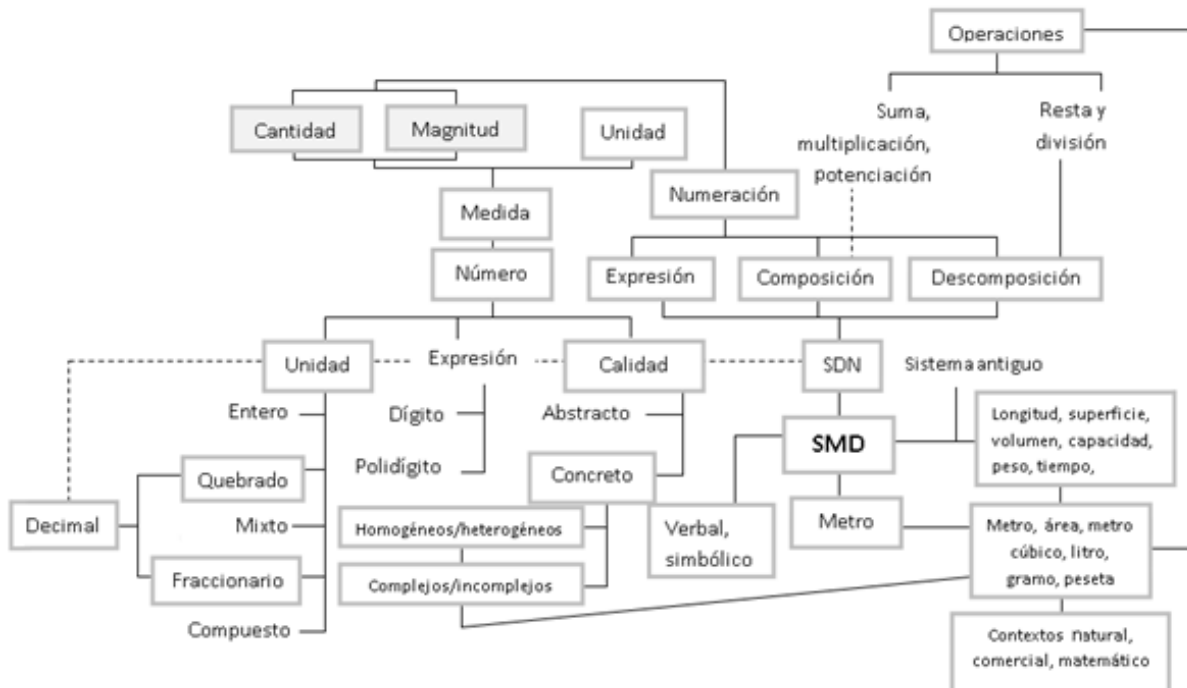


Figura 90. Mapa conceptual para el SMD en el libro décimo segundo

Encuadre didáctico

Se reconoce una intención memorística para el aprendizaje de conocimientos sobre el SMD y la aritmética en general [CC-F1]. A pesar que las últimas lecciones se dedican a la práctica de reducciones, sobresale el estilo de redacción pregunta-respuesta que incentiva la tendencia de repetición. Se reconocen los fines cultural a través de la transmisión de conocimiento matemático e histórico; el político y el formativo por la intención de elaborar un libro de texto

para la formación de maestras según el programa de estudios de este nivel, útil para el profesor o formador de las estudiantes; y el social, con la presentación de ejercicios prácticos como medios para la evaluación del aprendizaje y la utilización práctica de los conocimientos [CC-F2]. Ejemplos y ejercicios conforman las tareas propuestas por el autor para la enseñanza del SMD [CC-T1, CC-T2]. Destaca del libro de texto las sugerencias metodológicas en algunos apartados: se incentiva el uso de la pizarra para la exposición y planteamiento de ejercicios para su explicación y resolución en clase. La Figura 91 muestra uno de estos casos para la exposición y explicación de procesos de reducción de unidades de longitud.

3. (Consiste en poner un ejemplo en la pizarra y resolverlo prácticamente.)

Figura 91. Sugerencia metodológica propuesta (p. 56)

Libro décimo tercero

Título: “Programa de aritmética para uso de las alumnas de la Normal de maestras de Málaga”

Autor: Antonio Marín y Rus

Marco general

Publicado en Málaga en 1892 e impreso como primera edición por el establecimiento tipográfico de Arturo Vilabert [CE1, CE2, CE3], el libro de texto se ubica en la etapa de legalidad y obligatoriedad de uso del SMD en España (Figura 92).

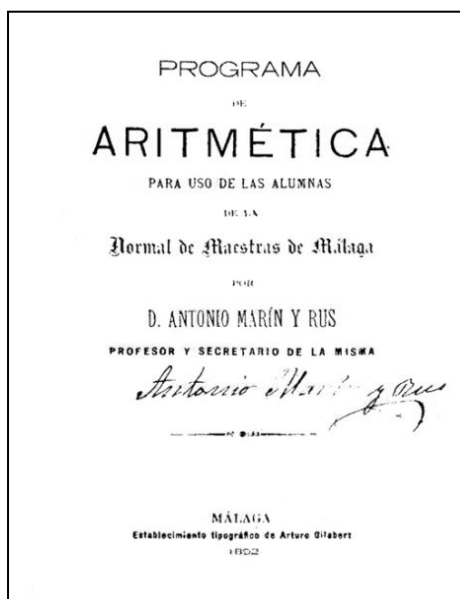


Figura 92. Carátula del libro décimo tercero

El libro de texto se compone de 108 páginas organizadas en tres partes. Estas, corresponden a los tres cursos que, según el programa de aritmética para este nivel, ordenan la formación de maestras en la Escuela Normal de Málaga [CE5, CE4]. Cada curso se organiza en 30 lecciones para exponer: (a) el cálculo de los números enteros y decimales y el sistema métrico, (b) las reglas para los quebrados ordinarios y números complejos, y (c) las potencias y raíces de números enteros, proporcionalidad y diversas reglas (de tres, compañía, interés,

descuento y aligación), junto a algunas nociones de álgebra. Cada grupo de lecciones (curso) incluye una serie de problemas. La Tabla 22 presenta el índice de contenidos.

Tabla 22. *Contenidos del libro décimo tercero*

Programa de aritmética	
Primer curso	
Aritmética. Cantidad. Magnitud. Unidad	Mover la coma
Número. Clasificación	Suma y resta de fracciones decimales
Numeración. Sistema de numeración. Numeración hablada y escrita	Multiplicación de fracciones decimales
Operaciones fundamentales y sus aplicaciones	División de decimales
Suma o adición	Números pares e impares. Múltiplo y divisor.
Resta o sustracción	Factorización numérica
Prueba para la suma y la resta	Sistema métrico decimal. Origen, ley y ventajas
Multiplicación	Nomenclatura para múltiplos y divisores
Particularidades de la multiplicación	Medidas lineales: unidad, múltiplos y divisores
Abreviaciones de la multiplicación	Medidas de superficie: unidad, múltiplos y divisores.
División	Medidas de volumen o solidez: unidad, múltiplos y divisores
Propiedades de la multiplicación y la división	Medidas de capacidad: unidad, múltiplos y divisores
Quebrados comunes y decimales	Medidas de peso: unidad, múltiplos y divisores
Quebrados homogéneos y heterogéneos	Medidas lineales del sistema antiguo
Homogenización	Medidas de capacidad del sistema antiguo
Reducción de quebrado común a decimal. Clases de la fracción decimal	Sistema monetario. Medidas de tiempo
División decimal	PROBLEMAS: relativos al cálculo de números enteros; al cálculo decimal; al sistema métrico
Segundo curso	
Quebrados o fracciones	Multiplicación de decimales
Quebrado propio e impropio. Conversión	Multiplicación de tres o más quebrados
Propiedades de los quebrados	División de quebrados
Relaciones de orden con quebrados homogéneos	División de números mixtos
Relaciones de orden con quebrados heterogéneos	División de decimales
Simplificación. Divisibilidad	Propiedades de la multiplicación con quebrados
Conversión de quebrado ordinario a decimal	Números complejos e incomplejos. Complejos métrico-decimales
Conversión de fracción decimal a quebrado ordinario	Reducción de complejo a fraccionario de la unidad principal o inferior
Suma de quebrados	Paso de número mixto a número concreto y decimal
Suma de decimales	Suma o adición de números complejos
Resta de quebrados	Resta o sustracción de números complejos
Resta de números mixtos	Multiplicación de números complejos
Resta de enteros y quebrados	División de números complejos
Resta de decimales	Potencias y raíces de números enteros
Multiplicación de quebrados	PROBLEMAS
Multiplicación de números mixtos	
Tercer curso	
Elementos de álgebra	Regla de tres directa e inversa
Monomios, binomios, trinomios y polinomios	Regla de tres compuesta
Adición y sustracción de expresiones algebraicas	Regla de sociedad o compañía
Multiplicación de expresiones algebraicas	Regla de compañía compuesta
División de expresiones algebraicas	Ejemplo particular de distribución de capital
Potencia y raíz de un número	Ejemplo particular de distribución de capital
Cuadrados y números consecutivos	Regla de interés
Cuadrados de números simples y cuadrados imperfectos	Fórmulas para la regla de interés
Extracción de raíz cuadrada de un número	Ejemplo particular de regla de interés
	Ejemplo particular de regla de interés

Tabla 22. *Contenidos del libro décimo tercero*

Razones. Razón aritmética y geométrica	Ejemplo particular de regla de interés
Proporciones. Proporción aritmética y geométrica	Ejemplo particular de regla de interés
Propiedad de la proporción aritmética	Ejemplo particular de regla de interés compuesto
Propiedad de la proporción geométrica	Regla de descuento
Particularidades de la proporción	Regla de aligación
Regla de tres	PROBLEMAS
	Tabla de correspondencias entre las antiguas medidas y pesas y las métrico decimales

Escrito con el estilo Lecciones (ver p. 186), el libro de texto expone con integridad los conocimientos necesarios para una formación aritmética acompañados por un centenar de problemas “cuyas aplicaciones han de sacar á las alumnas del estado de ignorancia en que desgraciadamente se encuentran sumidas respecto al punto de que se trata” (p. 4). Estos conocimientos se presentan combinando las cuestiones con respuestas amplias y la forma narrativa [CE6] (Figura 93). Destaca de ellas el estilo catecismo.

Lección 24. -- *Unidad usual y legal para las medidas lineales. Cuáles son sus múltiplos y cuáles sus divisores. A qué unidad reemplaza.*

La unidad usual para las medidas lineales es el metro, diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre que pasa por Paris.

MÚLTIPLOS

El miriámetro = 10000 metros.
 El kilómetro = 1000 "
 El hectómetro = 100 "
 El decámetro = 10 "

DIVISORES

Decímetro = 0'1 parte metro.
 Centímetro = 0'01 " "
 Milímetro = 0'001 " "

La unidad principal es el metro, que reemplaza á la vara.

Figura 93. Estilo narrativo y catecismo en la presentación de conceptos (p. 28)

Antonio Marín y Rus nació en Ibros, provincia de Jaen [CA1]. Realizó estudios en la Universidad Central y en la Universidad de Granada. Su formación incluyó la titulación de maestro de primera enseñanza normal en 1889. Se desempeñó como profesor y secretario de la Escuela Normal para maestras de Málaga [CA2]. El Anexo 25 corresponde al acta de examen del autor para el grado de maestro, tomada del expediente 31 en la caja (5)1.19 31/19030 ubicada en el AGA.

Contenido matemático

La primera parte del libro de texto (primer curso) inicia con dos nociones básicas de esta área: cantidad y unidad [CC-Cp9, CC-Cp10], cuyas definiciones resaltan la influencia de las concepciones de Euler en esta época. La cantidad se presenta como “todo lo que es

susceptible de aumento y disminución” (p. 5) y distinguible entre continua y discreta. La unidad es “el objeto aislado que se toma como término de comparación para referir a todas las cantidades de su misma especie. También se define diciendo que es una de las partes iguales en que se divide la cantidad” (p. 5). A pesar que la relación entre cantidad y unidad queda establecida por estas definiciones, el autor añade que la última es arbitraria y proviene de la misma naturaleza de la cantidad. Esta relación se complementa con el número concebido como la reunión de unidades o el resultado de la comparación reiterada de la unidad con la cantidad [CC-Cp1].

La clasificación del número se centra en los enteros, los quebrados y los mixtos, siendo el primero la “reunión de unidades enteras de la misma especie [número natural]” (p. 6) y el quebrado el compuesto de una o varias partes iguales de la unidad entera [CC-Cp2]. Enteros y quebrados pertenecen a la tipología de números commensurables. La clasificación aborda los números abstractos y concretos (homogéneos y heterogéneos, complejos e incomplejos) y los simples y compuestos, entendidos a partir de la cantidad de cifras que componen la escritura de los enteros.

Sobre el SDN, denominado sistema de numeración convencional, se identifica “el mecanismo de la numeración decimal” para la formación de órdenes decimales (decenas, centenas, unidades de millar,...) [CC-Cp6]. Una vez expuestas las formas de numeración se continúa con las operaciones aritméticas básicas abarcando su definición, procedimientos y propiedades con números enteros.

Los quebrados se presentan después de estas nociones dejando el cálculo de quebrados en forma fraccionaria para el segundo curso. Su exposición incluye la definición, clasificación (ordinarios y decimales) [CC-Cp3], las operaciones aplicadas con quebrados y la reducción de quebrado ordinario a decimal. Este último proceso deriva la exposición de términos como décima, centésima, milésima, diezmilésima y demás, la identificación de estas cifras como decimales, la función de la coma y el concepto de número decimal [CC-Cp4].

Previo al SMD se otorga un espacio a la paridad y la factorización numérica, destacando términos como múltiplo y divisor. La exposición del SMD [CC-Cp13] como el “conjunto de pesas y medidas, cuya base fundamental es el metro” (p. 26) se acompaña de breves ideas que caracterizan su origen, legalidad y función social. Surgido de la necesidad de unificar pesas y medidas y de establecer un sistema universal, su definición se fundamenta en la concepción científica [CC-P1, CC-Cp14]. Adoptado en España por ley de 19 de julio de 1849 [CC-P3], el sistema otorga uniformidad en las divisiones y facilidad en su expresión, así como prontitud en los cálculos de reducción [CC-P4].

Las unidades principales (metro cuadrado, área, metro cúbico, litro y gramo) para las magnitudes superficie, volumen, capacidad y peso se muestran como derivadas de la unidad fundamental [CC-Cp15]. Llama la atención la forma de presentar estas unidades. Además de definir las desde el metro, el autor se preocupa por mostrar su utilidad en situaciones reales. Para todas ellas, la utilización de prefijos griegos y latinos define en primera instancia a los múltiplos y divisores que, posteriormente, se relacionan con equivalencias decimales superiores e inferiores a cada una de las unidades principales [CC-Cp16]. El sistema antiguo de pesas y medidas [CC-Cp12] sigue a la presentación del sistema legal en España. Con

breves descripciones y equivalencias, se exponen las antiguas unidades de longitud y capacidad.

El curso continúa con la exposición de la unidad monetaria: la peseta, sus denominaciones según su material de construcción [CC-Cp17] y las unidades de tiempo. Finaliza con la presentación de 52 problemas relacionados con el cálculo de números enteros (naturales).

Como se ha apuntado, el segundo curso retoma y expone los quebrados o fracciones. Incluye lecciones dedicadas a los números complejos e incomplejos para exponer las unidades métrico-decimales como uno de los casos para este tipo de números. El programa termina con breves nociones de potenciación y radicación y con 31 problemas relacionados con el cálculo con números abstractos, la utilización de unidades de ambos sistemas y el sistema monetario vigente.

En el tercer curso se destacan aspectos introductorios al álgebra, se retoman las ideas sobre potencias y raíces del segundo curso, y se exponen nociones sobre la proporcionalidad y algunas reglas algebraicas cuya aplicación propician el planteo y resolución de ecuaciones. Las unidades métrico-decimales aparecen en el apartado de problemas; se utilizan en la presentación de situaciones reales para la aplicación y planeo de igualdades algebraicas en la resolución de problemas.

En cuanto a los aspectos procedimentales, en el primer curso se resalta cómo efectuar las operaciones básicas con números enteros (naturales) y cómo realizar correctamente la lectura y escritura de estos números. Cabe resaltar que se omiten procedimientos o indicaciones para operar con números métrico-decimales, realizar equivalencias o conversiones entre unidades de ambos sistemas. Estos se reservan para la resolución de los problemas propuestos al final del curso.

Para el segundo curso, los procedimientos enfatizan en las operaciones con quebrados comunes, decimales, mixtos y complejos, en los que se emplean fundamentalmente números del sistema antiguo de pesas y medidas; la lectura y escritura de números y cómo efectuar reducciones de números complejos e incomplejos a especies superiores e inferiores (múltiplos y divisores).

En el caso del SMD, sus unidades se emplean para ilustrar el último procedimiento [CC-T1, CC-Pd2], pasando el número dado a la unidad requerida mediante la multiplicación por 10, 100, 1000 según corresponda y ubicando las cifras según el orden establecido (Figura 94). Cabe destacar que en el segundo curso, se presentan ejemplos con unidades métrico-decimales para ilustrar los procedimientos de reducción y equivalencia.

Si el complejo dado es métrico-decimal, para reducirlo a su especie más inferior, bastará colocar las especies unas al lado de las otras de izquierda a derecha, poniendo cero donde no haya unidades y procurando que cada unidad superficial ocupe dos lugares y tres las de volumen.

Figura 94. Procedimiento de reducción para las unidades métricas (p. 62)

Las representaciones utilizadas en la exposición del SMD (primer y segundo curso) se sustentan básicamente en el modo verbal, con una presencia considerable de los modos simbólico y tabular mediante la utilización de números enteros, signos de operación y abreviaturas y tablas que exponen las equivalencias decimales de los múltiplos y divisores y las relaciones entre pesas y medidas antiguas y las del SMD [CC-R1, CC-R2, CC-R4]. Como parte de las representaciones tabulares, se anexa al final del libro de texto una tabla de equivalencias aproximadas entre las unidades antiguas y las métrico-decimales (Figura 95).

RELACIONES APROXIMADAS ENTRE LAS ANTIGUAS MEDIDAS Y PESAS Y LAS MÉTRICO DECIMALES

LONGITUDINALES	SUPERFICIALES
Una legua = 5-5727 Km.	Una legua cd. = 31-0550 km. cd.
Un Km. . . . = 0-1794 legua	Un Km. cd. . . = 0-0322 legua cd.
Una vara = 0-8359 m.	Una fg. tierra. = 0-6440 Hta. .
Un m. . . . = 1-1963 vara	Una Hta. . . . = 1-5526 fg. tierra.
Un pié = 2-7864 cm.	Una vara cd. . = 0-6987 m. cd.
Un dm. . . . = 0-3589 pie	Un metro cd. . = 1-4312 vara cd.
Una pulgada . = 2-3220 cm.	Un pié cd. . . = 7-7637 dm. cd.
Un cm. . . . = 0-4307 pulg.	Un dm. cd. . . = 0-1288 piés cd.
Una línea . . = 1-9350 mm.	Una pulg. cd. . = 5-3915 cm. cd.
Un mm. . . . = 0-5168 linea	Un cm. cd. . . = 0-1855 pulg. cd.

Figura 95. Modo tabular para la presentación de equivalencias (p. 108)

Las ideas teóricas y los problemas presentados sobre el SMD contextualizan fenómenos de tipo natural para la definición del gramo, comercial (compra y venta, precio, costo), matemático (cálculo aritmético, reducciones) y técnico como la construcción, la elaboración de textiles y la medida de distancias [CC-Ct1, CC-Ct3, CC-Ct4, CC-Ct6]. La Figura 96 muestra dos tareas en los que se utilizan los contextos comercial y matemático.

48. ¿Cuál es el valor de una fanega de garbanzos, suponiendo que 35 hectólitros han costado 3000 pesetas.

$$x = 47'58 \text{ pesetas.}$$

52. A qué equivalen en el sistema métrico (18 quintales, 2 arrobas, 5 libras?)

$$x = 853 \text{ Kgm.}, 4 \text{ Hectg.}, 8 \text{ Decg.}, 9 \text{ gram.}, 5 \text{ decig.}$$

Figura 96. Contextos matemático y comercial (p. 42)

En general, a excepción de la Lección 22 del primer curso, no hay una presentación amplia y constante de las nuevas unidades métricas. Su mejor exposición se da en los apartados de problemas para contextualizar su uso en situaciones particulares. No obstante, esta presentación es menor a la que se hace de las unidades de pesas y medidas antiguas,

persistentes aún al final del siglo XIX, en los programas de formación de maestros. La Figura 97 muestra la estructura conceptual elaborada para el texto a partir del análisis.

Encuadre didáctico

Se reconocen los fines formativo, político, cultural y social a través de la formación y preparación de maestras para la enseñanza y difusión de conocimientos matemáticos a estudiantes de nivel escolar. Una enseñanza y un aprendizaje acompañados de problemas que ilustran situaciones y fenómenos reales y cotidianos [CC-F1]. Esto sustenta, por una parte, que el aprendizaje se entienda desde un enfoque práctico. Por otra, que la forma de presentar la información, basada en el diálogo (pregunta-respuesta), apoya una visión memorística del aprendizaje [CC-F2].

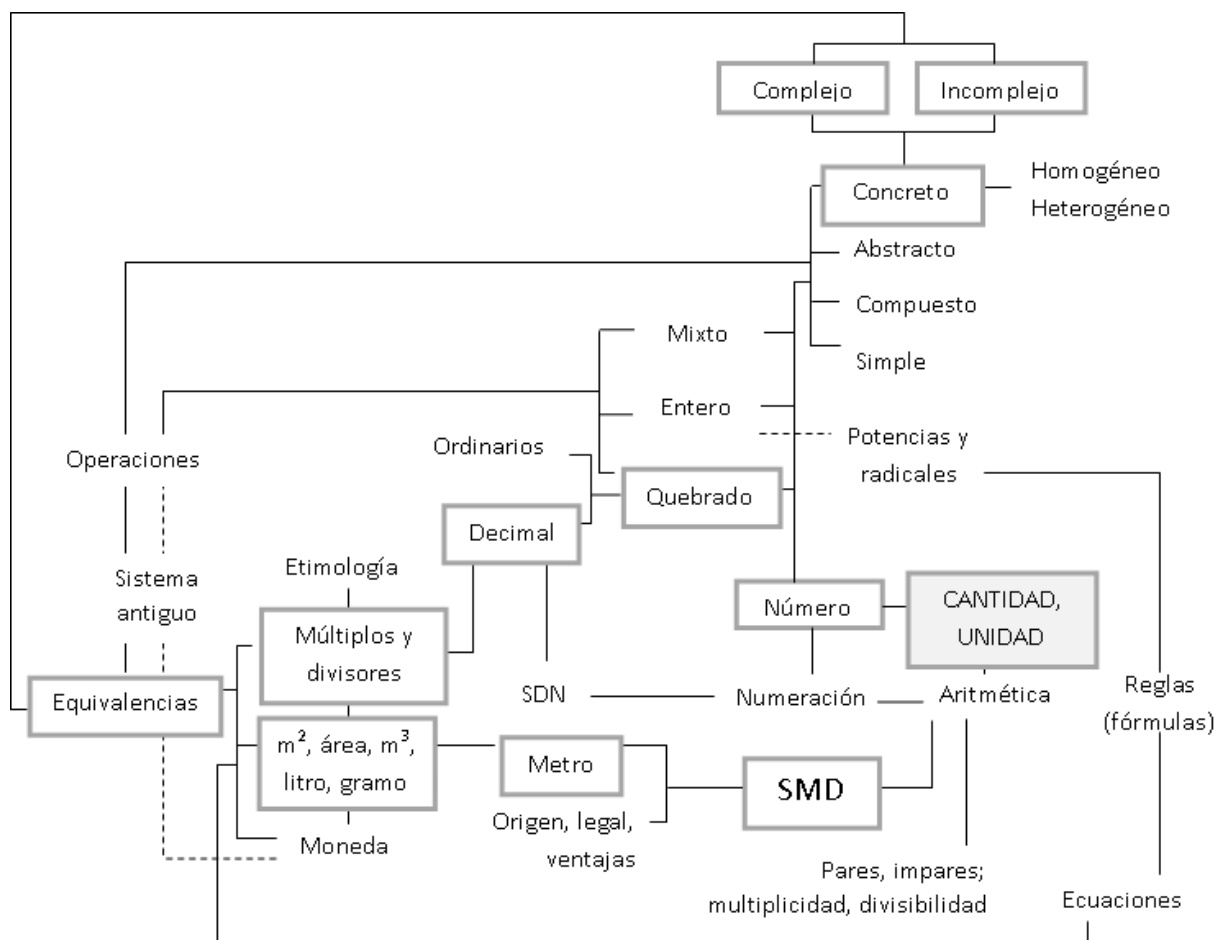


Figura 97. Mapa conceptual para el SMD en el libro décimo tercero

El objetivo del autor es proporcionar a las futuras maestras de un libro de texto según el programa de la Escuela Normal para el que es elaborado [CC-O1]. Esta información subraya el hecho que a finales del siglo XIX, el SMD se incluyó en los contenidos de aritmética para la formación de maestros, explícitamente en el primer curso y con aplicaciones en los otros dos cursos que conforman el currículo en esta área.

Las tareas se centran en la presentación de ejemplos y el planteo de ejercicios (problemas). Con el análisis, se identifican cuatro tipos de problemas [CC-T2]: de cálculo con

números abstractos, los que emplean las unidades antiguas, los que se enfocan en la presentación de las unidades métrico-decimales y aquellos que combinan la presentación de unidades. Las secuencias de instrucción también son identificables en el texto [CC-T3]. En un marco general, los cursos se proponen en lecciones y un apartado final de problemas. Las lecciones se componen de cuestiones o encabezados que se amplían con la respuesta o el desarrollo de las ideas teóricas.

CAPÍTULO 6

Resultados

El capítulo presenta los resultados obtenidos a partir del análisis de los textos. Sintetizamos afirmaciones sobre el tratamiento de conceptos, que resumimos en una serie de tablas para resaltar similitudes y diferencias entre los textos en las distintas etapas consideradas a lo largo del período en estudio y para cada uno de los niveles educativos.

6.1. Del análisis conceptual del SMD

Del análisis de los libros de texto se recogen peculiaridades sobre cómo se concibieron determinados conceptos, vinculados al SMD, durante la segunda mitad del siglo XIX. Presentamos un balance de estas especificidades para cada uno de estos conceptos.

6.1.1. Noción de magnitud

Para la presentación de la magnitud como un concepto aritmético se han distinguido tres orientaciones:

- No incluir una noción explícita definida. Constituye la opción elegida en nueve de los textos sometidos a estudio. A saber, los textos de Lorenzo Trauque, Juan Posegut, Dolores Montaner, Felipe Picatoste, Vicente Rubio, Joaquín María Fernández, Mariano Vallejo, Juan Cortázar, Antonio Marín y Rus.
- Identificar la magnitud como una cantidad, o viceversa. La magnitud se refiere a dos de las nociones identificadas para la cantidad: aquello susceptible de aumento o disminución, o todo lo compuesto de partes y divisible en ellas. Se reconoció en los textos de Profesores del Ramo y Luis Sevilla.

- Presentar la magnitud como una característica o cualidad de las especies medibles. Este concepto se reconoció derivado de las ideas de Euler expuestas en el Apartado 3.1.1. Los textos que la adoptaron pertenecen a Joaquín Avendaño y Ramón de Bajo.

6.1.2. Noción de cantidad

Se reconocieron cuatro orientaciones distintas en la inclusión de la cantidad como una de las nociones preliminares en los libros sometidos a estudio.

- No incluir una concepción específica. Sucedió en los textos de Vicente Rubio, Lorenzo Trauque y Juan Cortázar.
- Cantidad como todo aquello susceptible de aumento o disminución, que sigue el concepto propuesto por Euler. La cantidad se determina físicamente por variación de alguna característica de los objetos. Se apreció en los textos de Profesores del Ramo, Juan Posegut, Dolores Montaner, Felipe Picatoste, Joaquín Avendaño, Antonio Marín y Rus.
- Como propiedad de un cuerpo de poder ser mayor o menor que otro respecto de una cualidad. Se identifica la cantidad como una cualidad que se determina mediante comparación con otras, bien por la relación “ser mayor o igual que”, o bien por la relación “ser menor o igual que”. Las relaciones expresan una estructura entre las cantidades. José Mariano Vallejo las incluyó en su libro.
- Como aquello compuesto de partes y divisible en ellas, que puso de manifiesto la expresión de una cantidad mediante números y la influencia de concepciones griegas primitivas. Se reconoció en los textos de Joaquín María Fernández, Luis Sevilla y Ramón Bajo e Ibáñez. La cantidad se vincula al conteo y la medición.

6.1.3. Noción de unidad

Sobre las particularidades para presentar la unidad se distinguieron cuatro estilos. Tres de ellos relacionados con las nociones de Euler y Newton expuestas.

- No se indica. Este caso es específico del texto de Vicente Rubio quien omitió una noción del concepto.
- La unidad es una cantidad invariable con que se compara cualquier otra cantidad. La estructura de comparación lleva a la elección de la unidad. La unidad se relaciona a un proceso de comparación sin recurrir al concepto de medida. Los textos de Lorenzo Trauque, Profesores del Ramo y Dolores Montaner incluyeron esta noción.
- La unidad se vincula a la medida. Es la cantidad elegida para establecer la medida de cualquier otra y así poder compararlas con las de su especie. Siete autores concibieron la unidad bajo este planteamiento: Juan Posegut, Felipe Picatoste, José Mariano Vallejo, Joaquín Avendaño, Ramón de Bajo, Luis Sevilla, Antonio Marín y Rus.
- La unidad se vincula al número. Es la cantidad que permite expresar la medida de cualquier otra mediante el número, al que éste se refiere como el todo o la parte. Joaquín María Fernández y Juan Cortázar la concibieron de esta forma.

Las dos últimas se han considerado derivadas de la segunda pero se muestran independientes por la particularidad hacia la medida y el número.

6.1.4. Noción de número

Al igual que los conceptos expuestos, la forma de entender el número presentó diferencias.

- Se concibe como una agrupación o composición de unidades iguales o partes de la unidad. Esta noción la incorporaron Lorenzo Trauque, Felipe Picatoste, Vicente Rubio, Joaquín María Fernández, Mariano Vallejo y Joaquín Avendaño.
- El número es la reunión de cosas iguales o semejantes. La distinción de esta con la anterior es la cualidad de los sucesos, no se requiere la naturaleza común. Los textos de Juan Cortázar y Antonio Marín presentaron esta noción.
- El número es una relación entre unidad y cantidad. Esta postura relacionista se identificó en los textos de Juan Posegut y Dolores Montaner.
- El número es una notación, una representación, la expresión de la medida. Los textos de Profesores del Ramo, Ramón de Bajo y Luis Sevilla, que también consideraron la noción relacionista, presentaron el número desde esta perspectiva.

6.1.5. Noción de medida

Sobre la noción de medida se reconocieron tres tendencias:

- No hacer una exposición detallada de la noción.
- Su exposición se vincula a la acción de medir, a la comparación de la unidad con la cantidad. La medida es el resultado de este proceso. Felipe Picatoste, Ramón de Bajo y Luis Sevilla incluyeron esta noción en sus textos.
- La medida es la unidad establecida, el parámetro, en el proceso de comparación de cantidades. Esta noción se incluyó en el texto de Joaquín Avendaño.

6.1.6. Noción de número natural

La característica común en la presentación del número natural fue su denominación como número entero. La noción de número natural se ha entendido desde tres enfoques.

- La composición de unidades completas. Cuando la unidad está contenida un número exacto de veces en la cantidad. Lorenzo Trauque, Profesores del Ramo, Juan Posegut, Felipe Picatoste, Joaquín María Fernández, Mariano Vallejo, Ramón de Bajo, Luis Sevilla y Antonio Marín.
- La expresión de unidades completas. El número natural es una representación. Se incluyó en los textos de Dolores Montaner y Vicente Rubio.
- La reunión de cantidades homogéneas. El número entero es un conjunto, una reunión de cantidades o cosas iguales o semejantes, no necesariamente completas. Los textos de Joaquín Avendaño y Juan Cortázar presentaron esta noción.

6.1.7. Noción de número fraccionario

El número fraccionario se presentó desde el término quebrado. Sus variaciones identificaron tres orientaciones para su presentación.

- Se concibe como un símbolo para expresar o representar una parte o partes de la unidad. Esta noción se presentó en los textos de Lorenzo Trauque, Profesores del ramo, Vicente Rubio, Mariano Vallejo, Ramón de Bajo.
- Se entiende como la composición de partes de la unidad. Se identificó en los textos de Juan Posegut, Dolores Montaner, Felipe Picatoste, Joaquín María Fernández, Juan Cortázar, Luis Sevilla y Antonio Marín.
- Es una cantidad inferior a la unidad. Joaquín Avendaño la incluyó de esta forma en su texto.

6.1.8. Noción de fracción decimal

En cuanto a la fracción decimal se identificaron cuatro modos de abordaje. Estos se describieron como sigue.

- No presentar una noción de fracción decimal. Esto ocurrió en el texto de Profesores del Ramo.
- Corresponde al resultado de dividir la unidad en partes que son de diez en diez veces inferiores. Esta noción se presentó en los textos de Lorenzo Trauque, Dolores Montaner, Felipe Picatoste, Joaquín Avendaño y Antonio Marín.
- La fracción decimal es una representación simbólica particular de las fracciones a partir de un arreglo numérico del denominador (la unidad seguida de ceros). Se identificó en los textos de Juan Posegut, Vicente Rubio, Mariano Vallejo, Juan Cortázar, Ramón de Bajo y Luis Sevilla,
- Es una composición de unidades decimales. Se entiende como una totalidad de números fraccionarios obtenidos al dividir progresivamente la unidad entre diez. La noción fue incorporada por Joaquín María Fernández en su texto.

6.1.9. Noción de número decimal

La noción de número decimal fue la que más singularidades presentó en los libros de texto. Se han agrupado en seis tendencias para su presentación.

- Omitir una noción de número decimal. Esto lo hicieron Dolores Montaner, Felipe Picatoste, Vicente Rubio, Joaquín María Fernández, Ramón de Bajo y Antonio Marín.
- Desde una intención operativa. El número decimal se concibe como el cociente de dividir progresivamente los números entre diez. Esta noción fue propia del texto de Lorenzo Trauque. De forma más general, se entiende el número decimal como el cociente de dividir numerador entre denominador. Esto se reconoció en el texto de Juan Posegut.
- Desde una relación de orden. Es cualquier número inferior a la unidad. Esta noción se expuso en el texto de Profesores del Ramo.

- Desde su interpretación como sistema de representación. El número decimal es un símbolo numérico o parte de este. Se conciben como los guarismos ubicados a la derecha de la coma en la representación decimal. Mariano Vallejo y Joaquín Avendaño presentaron esta noción.
- Como particularidad numérica. Es número mixto con una fracción decimal. Esta noción la presentaron Joaquín Avendaño y Juan Cortázar.
- Desde un enfoque estructural. El número decimal es un componente del SDN. Reconocida en el texto de Luis Sevilla.

6.1.10. Concepción de SDN

Se establecieron tres orientaciones para presentar el SDN.

- No hay una exposición específica del sistema. Las ideas refieren a características y funciones generales de un sistema de numeración. Esto se identificó en la mayoría de los textos sometidos a estudio.
- Etimológica. Se detalla el significado del término decimal que lo define y de la nomenclatura que lo compone. Lorenzo Trauque presentó esta noción en su texto.
- Operativa. Sistema numérico para realizar aumentos y disminuciones, de diez en diez, en las diversas especies de unidades u órdenes de unidad. Dolores Montaner y Ramón de Bajo dieron este sentido al sistema.

6.1.11. Concepción de sistema antiguo de pesas y medidas

Sobre la exposición puntual del Sistema Antiguo de pesas y medidas en los libros de texto se ha establecido:

- Se omitió cualquier idea sobre las antiguas pesas y medidas. Los textos de Profesores del Ramo, Felipe Picatoste, Juan Cortázar, Ramón de Bajo y Antonio Marín no incorporaron ideas sobre este sistema.
- El sistema se expuso desde una perspectiva antagónica. Fue una contrariedad del sistema decimal de numeración. Se presentó en el texto de Lorenzo Trauque.
- Su exposición adujo a un carácter localista. Se entendió como el sistema de pesas y medidas de Castilla o de España. Juan Posegut, Vicente Rubio, Mariano Vallejo y Joaquín Avendaño reconocieron esta particularidad en sus textos.
- Se presenta como una circunstancia temporal. Se concibe como el sistema de pesas y medidas antiguo, el empleado con anterioridad al SMD. Se identificó en los textos de Dolores Montaner, Joaquín María Fernández y Luis Sevilla.

6.1.12. Noción de metro

Al igual que se identificó en Picado (2009), la definición de metro siguió tres planteamientos conceptuales diferentes.

- Científico. Es la unidad fundamental del sistema, de ella derivan todas las unidades principales para las diferentes medidas; es el resultado de las mediciones en el cuadrante de meridiano terrestre equivalente a la diezmillonésima parte de su longitud. Está vinculado con la aproximación física a las nociones de cantidad y de medida.
- Etimológico. El metro se presenta como la palabra griega cuyo significado es medida.
- Técnico e instrumental. El metro es la unidad principal para las medidas de longitud.

De los tres tuvo predominio el enfoque científico, el más común en el primer intento por presentar el metro como elemento fundamental del sistema.

6.1.13. Concepción de SMD

Las concepciones sobre el SMD y sobre su justificación, presentes en los libros de texto, tuvieron distinto enfoque.

- Científico. El sistema se expone como producto de la ciencia, del ingenio y el trabajo del hombre, compuesto de nuevas colecciones de pesas y medidas y las reglas decimales para su definición.
- Político. Es una norma establecida, el resultado de una disposición político-monárquica.
- Terminológico. El sistema se expone desde el significado de los términos decimal y métrico que conforman su denominación.
- Matemático. Se establece a partir del SDN. Los textos de Cortázar y Ramón de Bajo enfatizan en esta concepción.
- Innovador. Se presenta como un nuevo sistema de pesas y medidas, adoptado en Francia. Profesores del Ramo, Joaquín María Fernández y Mariano Vallejo resaltaron esta cualidad.

6.1.14. Unidades de medida

Para las unidades de medida se identificaron, preliminarmente, dos enfoques sobre la cantidad de unidades presentadas y las formas en que se definen. El primer enfoque, cuantitativo, se refleja en las tres primeras opciones. El enfoque sobre la cualidad de las medidas en las opciones cuarta y quinta.

- Desde una visión científica, las unidades que componen el SMD se presentan según el fundamento científico-matemático del sistema. Se presentan el metro, el metro cuadrado (área como el decámetro cuadrado), el metro cúbico, el litro y el gramo como las unidades principales para las magnitudes longitud, superficie, solidez, volumen y peso.
- Instrumentalmente las unidades se vinculan a su utilización más práctica en la sociedad. Se enfatiza en el kilogramo en vez del gramo para la ponderación. Tiende a reducirse el número de medidas presentadas.
- Como complemento se incorporan al SMD las unidades del sistema monetario y el tiempo.

- Las unidades se presentan desde su derivación del metro.
- Las unidades siguen una exposición etimológica a partir del significado de su denominación.

El análisis ha permitido identificar las opciones descritas para la presentación de las unidades del sistema. No obstante, cabe señalar que su presentación siguió una combinación de estas. La Tabla 23 muestra esta distribución por nivel educativo y libro de texto.

Tabla 23. *Presentación de las unidades principales del SMD*

Primaria				Secundaria				Escuelas Normales				
Trauque	Profesores	Posegut	Montaner	Picatoste	Rubio	Fernández	Vallejo	Avendaño	Cortázar	De Bajo	Sevilla	Marín
Enfoque científico												
✓	✓		✓		✓	✓		✓		✓	✓	✓
Enfoque instrumental y técnico												
✓	✓	✓		✓			✓		✓			
Enfoque extensivo												
✓		✓	✓		✓	✓		✓		✓		
Vinculo con el metro												
✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓
Significado de su denominación												
✓						✓						

Nota. ✓ = se identifica.

6.1.15. Múltiplos y submúltiplos

Para la exposición de los múltiplos y submúltiplos se reconocieron dos tendencias. En algunos casos, estas se integraban una a la otra. Su identificación se asignó según las primeras ideas con que se exponen en los textos.

- Etimológica, que establece una preponderancia del uso y significado de las palabras (griegas y latinas) utilizadas en la formación de unidades superiores e inferiores a cada unidad principal.
- Numérico-decimal, con la que se determinan los múltiplos y submúltiplos a partir de equivalencias decimales con la unidad principal.

La tendencia etimológica se identificó como la más común. Sólo los textos de Juan Posegut y Joaquín Avendaño iniciaron la presentación de estas unidades desde las equivalencias decimales.

6.1.16. Mapa conceptual

Los mapas conceptuales elaborados para cada libro de texto a partir de la identificación de conceptos matemáticos, procedimientos, representaciones y contextos para la enseñanza y el aprendizaje del SMD (Capítulo 5) permitieron resumir mediante un mapa conceptual el tratamiento y la incorporación que los autores realizaron sobre el SMD en los textos. La Figura 98 muestra gráficamente esta organización, resaltando el abordaje temático reconocido en cada uno de los libros de texto sobre el SMD y las principales relaciones establecidas con otros conceptos dentro de cada libro.

Del esquema se destacan tres áreas temáticas predominantes: conceptos aritméticos preliminares, tratamiento del SDN e introducción del SMD. A estas se incorporan dos áreas complementarias: operaciones aritméticas y sistema antiguo de pesas y medidas.

Los conceptos preliminares presentan una relación directa con el SMD mediante la clasificación y tratamiento de los números realizada por los autores y la descripción del SDN. Los procesos operativos (operaciones básicas) y las correspondencias con las unidades antiguas de pesas y medidas figuran como conectores entre las particularidades de la numeración decimal y la operatividad de las unidades métrico-decimales, reconocida en la definición de múltiplos y submúltiplos y el establecimiento de equivalencias entre sistemas.

Fuera del mapa conceptual se incluyen las representaciones y las situaciones utilizadas para ilustrar el uso de las pesas y medidas métrico-decimales. Estas se incorporan desde la presentación de las unidades principales para cada especie de medida (o magnitud), la definición de múltiplos y divisores, el establecimiento de equivalencias métricas y la aplicación de operaciones con cantidades métricas. La Figura 99 muestra esta especificidad.

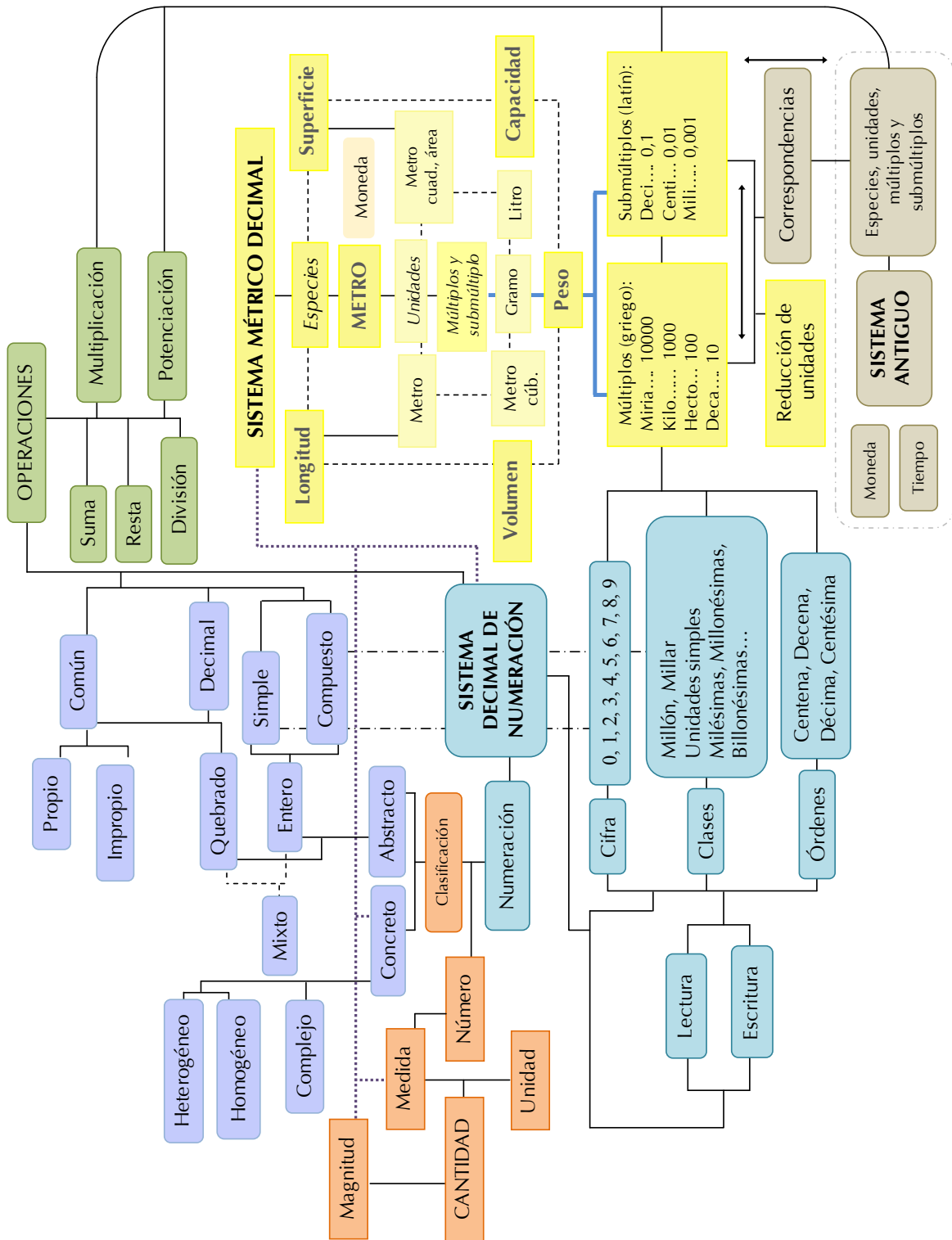


Figura 98. Mapa conceptual general de la incorporación del SMD en los libros de texto analizados

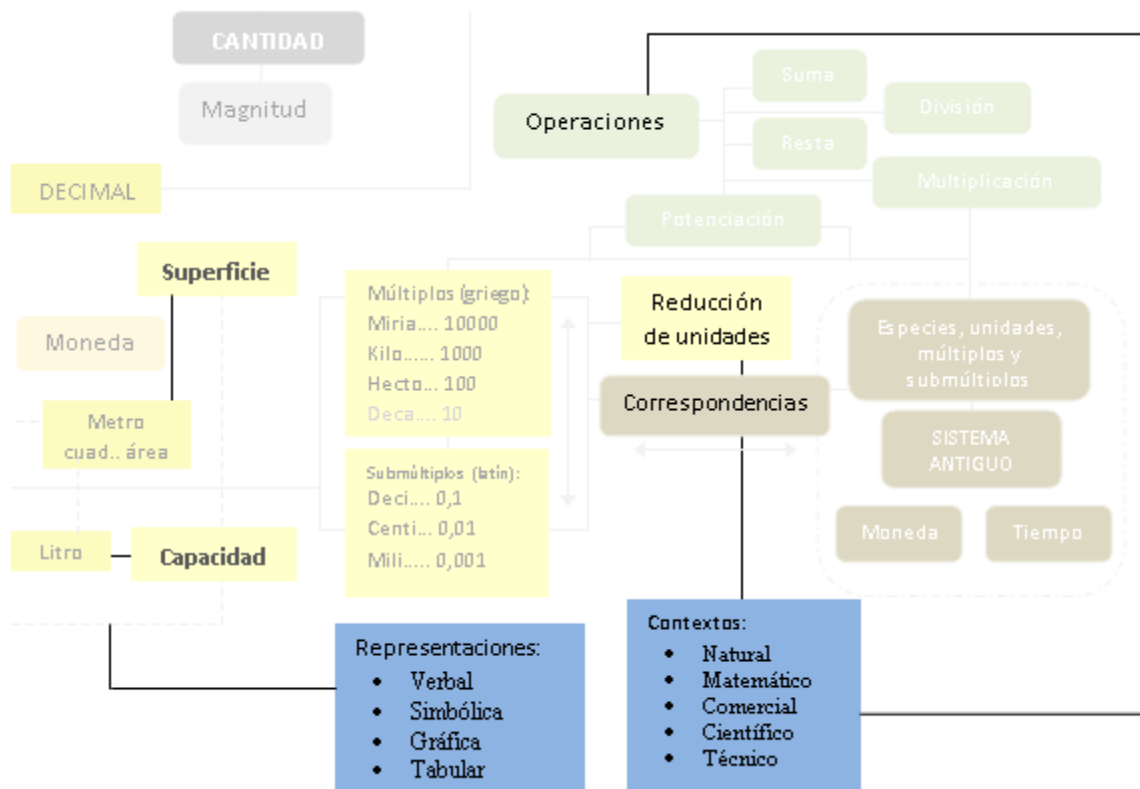


Figura 99. Complemento del mapa conceptual general: representaciones y contextos

6.2. Tablas comparativas por etapa histórica según el nivel educativo

Los datos obtenidos instaron a una comparación entre los documentos sometidos a análisis para resaltar las particularidades de su contenido, estructura y autoría en cada una de las etapas históricas.

En lo que sigue, se realiza una comparación entre los libros de texto según las unidades de análisis utilizadas. La comparación se detalla para cada uno de los niveles educativos teniendo en cuenta cada una de las etapas históricas. Se organiza mediante una serie de tablas que han permitido establecer relaciones entre los textos. Estas tablas posibilitaron una síntesis de los datos identificados, resaltando aquellos con mayor vinculación al SMD.

6.2.1. El SMD en los libros de texto para la instrucción primaria durante 1849-1892

La información recabada de los libros de texto para la instrucción primaria subraya las categorías de análisis: conceptos y procedimientos; representaciones, contextos y tareas; finalidades, objetivos y limitaciones. En un inicio, la información sobre las unidades de análisis para las categorías conceptos y procedimientos se organizó y sintetizó, por etapa histórica, en una tabla (Anexo 26).

Las Tablas 24 y 25 muestran los niveles de complejidad del conocimiento conceptual y procedimental en los textos de instrucción primaria, respectivamente, a partir de la clasificación propuesta en Bell, Costello y Küchemann (1983), Hiebert y Lefevre (1986) y Rico (1995).

Tabla 24. *Contenidos conceptuales según niveles de complejidad en los libros de texto para la instrucción primaria*

Etapa de promulgación e inserción 1849-1867	Etapa de generalización 1868-1879	Etapa de obligatoriedad 1880-1892
Hechos		
<p>Términos: cero, uno, dos,...; mayor/menor que; deca, hecto, mili, miria, deci, centi, mili; decena, centena, unidad de millar, millón, trillón,...; décima, centésima, milésima, millonésima. Doble, medio, cuarto, quintal, tonelada. Suma, multiplicación, resta, división</p> <p>Notaciones: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{10}$; x, +, -, :, =, (,), ('); 10, 100, 1000; m, m.2; rs, met. cub</p> <p>Convenios: Metro como la diezmillonésima parte del cuadrante de meridiano terrestre Definición de las unidades principales y usuales a partir del metro Forma de nombrar las unidades principales a partir del griego (metro, área, litro, gramo) Las clases de unidades y la periodicidad de los órdenes del sistema de numeración [(u, d, c), (um, dm, cm)], [(uM, dM, cM)],... Valor posicional Lectura de números enteros y decimales Tablas de sumar, restar, multiplicar, dividir, potencias Colocación de los términos de una operación Formación de múltiplos y submúltiplos con voces y palabras griegas y latinas</p>	<p>Términos: cero, uno, dos,...; mayor/menor que; deca, hecto, mili, miria, deci, centi, mili; decena, centena, unidad de millar, millón, trillón,...; décima, centésima, milésima, millonésima. Suma, multiplicación, resta, división</p> <p>Notaciones: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; $\frac{1}{2}$, $\frac{46}{100}$, $\frac{3}{1}$, ...; x, +, -, :, =, ('), (,); 10, 100, 1000; rs, ps</p> <p>Convenios: Metro: diezmillonésima parte del cuadrante de meridiano terrestre del Polo Norte al Ecuador Definición de las unidades principales y usuales a partir del metro Nombre de las unidades principales metro, kilogramo, litro, área y metro cúbico Los grados de unidades y la periodicidad de los órdenes del sistema de numeración [(u, d, c), (um, dm, cm)], [(uM, dM, cM)],... Valor posicional Lectura y escritura de números enteros y decimales Tablas de multiplicar Colocación de los términos de una operación Formación de múltiplos y submúltiplos con voces y palabras griegas y latinas Denominación “métrico” por ser el metro su unidad fundamental y</p>	<p>Términos: cero, uno, dos,..., diez, ciento, mil, millón; deca, hecto, mili, miria, deci, centi, mili; decena, centena, millar, diez mil. Suma, multiplicación, resta, división</p> <p>Notaciones: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; +, -, x, :</p> <p>Convenios: Definición de las unidades principales y usuales a partir del metro Nombre para las unidades principales (metro, área, litro, kilogramo, metro cúbico) Las clases de unidades y la periodicidad de los órdenes del sistema de numeración [(u, d, c), (um, dm, cm)], [(uM, dM, cM)],... Valor posicional Lectura de números y decimales Tablas de sumar, restar, multiplicar, dividir Colocación de los términos de una operación Formación de múltiplos y submúltiplos con voces y palabras griegas y latinas</p>

Tabla 24. *Contenidos conceptuales según niveles de complejidad en los libros de texto para la instrucción primaria*

Conceptos		
<p>“decimal” por seguir el orden de numeración</p> <p>Resultados: cada diez unidades forman un nuevo orden superior; tablas de equivalencias; las unidades cuadradas aumentan y disminuyen cada 100 unidades; las unidades cúbicas aumentan y disminuyen cada 1000 unidades</p>	<p>Resultados: cada diez unidades forman un nuevo orden superior; tablas de equivalencias</p>	<p>Resultados: cada diez unidades forman un nuevo orden superior o inferior</p>
Estructuras		
<p>Significados de cantidad, magnitud, unidad, medida, número (entero, quebrado, quebrado decimal, otros); SDN; SMD; metro, área, litro, metro cúbico, kilogramo, real</p>	<p>Significados de cantidad, unidad, número (entero, fraccionario, fracción decimal, otros); SDN; SMD; metro, área, metro cúbico, litro, kilogramo, real.</p>	<p>Significados de cantidad, unidad, número (entero, quebrado, otros); SMD; metro, litro, gramo, peseta, metro cúbico, área.</p>
<p>SDN; SMD; Especie de medidas (unidad principal, múltiplos y submúltiplos)</p>	<p>SMD; Especies de medidas (unidad principal, múltiplos y submúltiplos)</p>	

Nota. u = unidades; d = decenas; c = centenas; um = unidades de millar; dm = decenas de millar; cm = centenas de millar; uM = unidades de millón; dM = decenas de millón; cM = centenas de millón; SDN = Sistema Decimal de Numeración; SMD = Sistema Métrico Decimal; m = metro; m.2 = metro cuadrado; met. cub = metro cúbico; rs = reales; ps = pesetas.

En los libros para la instrucción primaria se identificaron conceptos y procedimientos habituales abordados para la enseñanza de la aritmética y el SMD, con una presentación variada según la etapa. Desde un marco general conceptual, los textos reflejaron la influencia de las ideas de Newton y Euler vigentes en la época.

Enmarcado en el primer nivel de complejidad conceptual, se detectó en los textos una constante en la incorporación de términos y convenios pero cierta inestabilidad en la presentación de notaciones y resultados.

La exposición de conceptos como cantidad, unidad y número mantuvo un planteamiento homogéneo durante la segunda mitad del siglo XIX. Estos tres conceptos fueron comúnmente expuestos en los preliminares de la aritmética. La magnitud se abordó desde la presentación de la cantidad, omitiendo su justificación explícita. Igual ha ocurrido con la medida que brota del proceso de comparación entre cantidades para el establecimiento del número. Los números quebrados decimales y el SMD ocuparon un espacio preponderante en los textos durante la primera etapa lo cual, en ocasiones, contrastaba con la utilización de medidas antiguas para la exposición de otras temáticas y sustentaba la idea de una integración parcial del sistema en la enseñanza de la aritmética, es decir, se presentaba como una inclusión de la nueva temática en textos previamente elaborados.

La forma de exponer el SMD presenta una detallada evolución. En los primeros años de su implementación hubo un interés por divulgar ampliamente sus unidades: su exposición incluye una subestructura para cada tipo de medida. Este propósito se mantuvo en la segunda etapa —de generalización— y se simplificó a una exposición de los términos básicos a finales de siglo. Lo interpretamos como indicador de los posibles resultados de su enseñanza y los logros en materia de divulgación. Su evolución se inició con su incorporación en los textos enfatizando su relación con el SDN y su definición a partir de una única unidad fundamental; luego continuó como una nueva nomenclatura —una terminología específica— y concluyó como un conjunto de normas establecidas —con carácter legal— para los tratos con pesas, medidas y monedas.

La presentación del metro se realizó desde tres enfoques: científico, instrumental y etimológico. Sobresale el enfoque instrumental en este nivel a lo largo del período, lo cual evidencia un progreso en el uso de términos, su origen y la comprensión de su significado. No hubo una necesidad para su significado etimológico y científico, interesaba principalmente su utilidad.

Las unidades de medida presentadas fueron metro, área, litro, metro cúbico y kilogramo. Este último se mantuvo como unidad usual para la ponderación relegando el gramo a uno de sus divisores, salvo algunas excepciones que lo definieron como la unidad principal para estas medidas. La unidad monetaria mantuvo el uso que la legislación le acreditó; desde 1880 fue la peseta la unidad principal. La inclusión de unidades de tiempo no fue común como componente del SMD. Existió una alteración en la forma de presentar múltiplos y submúltiplos. Se introducían desde la construcción de palabras y equivalencias decimales con la unidad principal, o viceversa.

En el nivel de estructuras, se reconoce el SDN, el SMD y las diversas especies de medidas. Estas estaban provistas de conceptos propios y relaciones entre ellos, así como de la aplicación de las operaciones aritméticas.

La Tabla 25 reúne los datos sobre los procedimientos incluidos en los libros para la instrucción primaria, como parte de las actividades para la enseñanza y el aprendizaje del SMD. Se resaltan los niveles destrezas, razonamientos y estrategias.

Tabla 25. *Contenidos procedimentales según niveles de complejidad en los libros de texto para la instrucción primaria*

Etapa de promulgación e inserción 1849-1867	Etapa de generalización 1868-1879	Etapa de obligatoriedad 1880-1892
Destrezas		
Escritura y lectura de números métricos	Correr la coma	
Operaciones con números métricos	Reducción de unidades	
Reducción de unidades entre sistemas	Operaciones con números métricos	
Razonamientos		
Figurativo: expresión del metro y decímetro cuadrado y cúbico		

Tabla 25. *Contenidos procedimentales según niveles de complejidad en los libros de texto para la instrucción primaria*

Estrategias	
Formación de unidades superiores e inferiores (múltiplos y submúltiplos)	Formación de múltiplos y submúltiplos
Resolución de problemas aritméticos y numéricos	Resolución de problemas

El conocimiento procedimental mantuvo una uniformidad e intensidad similar en las dos etapas iniciales. A partir de 1880 los textos han mostrado una menor presencia en la presentación expresa de procedimientos. Para los tres niveles de complejidad, la bibliografía analizada mostró el escaso número de procedimientos en la presentación del SMD entre 1880 y 1892. Destacó el fomento en el desarrollo de destrezas y la utilización de algunas estrategias aritméticas en los primeros 30 años de implementación del nuevo sistema. La información sobre las representaciones, los contextos y los aspectos cognitivos y de instrucción se presentan en las Tablas 26 y 27.

Tabla 26. *Representaciones, contextos y tareas en textos para la instrucción primaria*

Etapa de promulgación e inserción 1849-1867	Etapa de generalización 1868-1879	Etapa de obligatoriedad 1880-1892
Sistemas de representación		
Verbal, simbólico, números y signos; estampas gráficas; tablas; descripción de instrumentos	Verbal, simbólico, tabular	Verbal
Contextos y situaciones		
Natural: temperatura, pureza, estado al vacío (gramo). Comercial: compra y venta de productos y artículos. Matemático: cálculo aritmético. Social: edad, grupos sociales. Técnico: construcción y agrimensura, topografía, industria textil	Natural: temperatura, pureza del agua, estado al vacío. Comercial: cálculo de costos. Matemático: aplicación directa de operaciones aritméticas	Natural: pureza del agua. Técnico: medición de terrenos
Tareas		
Ejemplos; ejercicios. Secuencias: conceptos, ejemplos y ejercicios; ejemplo, conceptos; ejemplos, interrogantes y ejercicios	Ejemplos. Secuencias: conceptos, procedimientos y ejemplos	Secuencia: conceptos y procedimientos

Las situaciones con que se incorporó el SMD a la enseñanza buscaron un acercamiento de la nueva metrología a la realidad inmediata de los estudiantes. Éstas se identificaron en las etapas de promulgación y generalización. Un indicador explícito del propósito educativo-político de su inclusión en la instrucción primaria y la sociedad.

El predominio del modo verbal (escrito) y el uso de los modos simbólico y tabular se dieron en todo el período. En este aspecto, resaltan las pocas representaciones gráficas

incluidas en los textos de aritmética conforme avanzaba el proceso de transición. Las tareas se fundamentaron en cuestiones, ejemplos y ejercicios, dándose una divergencia en las secuencias que resaltaban los modelos deductivo e inductivo mediante variaciones en el orden de presentación de éstas respecto a las ideas teóricas.

Tabla 27. *Finalidades, objetivos y limitaciones en textos para la instrucción primaria*

Etapa de promulgación e inserción 1849-1867	Etapa de generalización 1868-1879	Etapa de obligatoriedad 1880-1892
Finalidades y objetivos		
Fines formativo, cultural, político y social. Aprendizaje memorístico-razonamiento; memorístico-práctico. Exponer la aritmética y el SMD. Uso de métodos de enseñanza innovadores	Fines F y P, C y S. Aprendizaje memorístico. Elaborar un texto de aritmética para la instrucción primaria	Fines F, P, C. Aprendizaje memorístico. Facilitar el estudio de la aritmética
Limitaciones: dificultades y errores		
Comprensión de la nueva nomenclatura metrológica. Comprensión del enunciado de un problema		Aprehensión de definiciones extensas

Nota. F = formativo; P = político; C = cultural; S = social; SMD = Sistema Métrico Decimal.

A pesar de la ausencia de una finalidad social en el ocaso del siglo, puede afirmarse que los textos consideraron los cuatro tipos de finalidades del currículo. Formativa y políticamente, los textos respondieron a una reforma para la enseñanza y el aprendizaje de la aritmética y el SMD; cultural y socialmente, se basaron en conocimientos matemáticos utilizables en diversas actividades del entorno social, adquiridos como contenidos expuestos en un contexto educativo. La ausencia específica de un fin social en los documentos para la tercera etapa corresponde quizás a la utilidad implícita, fuera del aula, que para la época tenían ya las unidades de pesas y medidas del SMD.

Las dificultades expuestas por los autores mostraban, en un inicio, el choque ideológico producido con la implantación de un nuevo sistema metrológico basado en una nomenclatura desconocida. Fueron dificultades de lenguaje e interpretación, de significado, de falta de costumbre hacia una nueva terminología. Incluso, fueron dificultades producto del método, de una enseñanza para un aprendizaje memorístico. No fueron dificultades de cálculo, de reducción y equivalencias entre unidades de medida; no correspondieron a dificultades matemáticas.

6.2.2. El SMD en los libros de texto para la segunda enseñanza durante 1849-1892

A continuación se presenta un sumario de la información recogida a partir de las unidades de análisis para los libros de texto de segunda enseñanza en España en el período descrito y las categorías de análisis definidas. Al igual que se ha hecho en el nivel anterior, los datos

proporcionan una clasificación del conocimiento conceptual y procedimental a partir de los niveles de complejidad establecidos para los dos bloques cognitivos. El Anexo 27 expone la organización tabular previa para este nivel educativo. La Tabla 28 recaba los datos sobre la estructura conceptual del SMD en los textos en las tres etapas históricas, destacando los niveles de complejidad conceptual.

Tabla 28. *Contenidos conceptuales según niveles de complejidad en los libros de texto para la segunda enseñanza*

Etapas de promulgación e inserción 1849-1867	Etapas de generalización 1868-1879	Etapas de obligatoriedad 1880-1892
Hechos		
<p>Términos: cero, uno, dos,...; decena, centena, unidad de millar, millón, trillón,...; décima, centésima, milésima, millonésima. Deca, hecto, mili, miria, deci, centi, mili. Doble, medio, cuarto, quintal, tonelada. Suma, multiplicación, resta, división</p>	<p>Términos: cero, uno, dos,...; mayor/menor que; deca, hecto, mili, miria, deci, centi, mili; decena, centena, unidad de millar, millón, trillón,...; décima, centésima, milésima, millonésima. Suma, multiplicación, resta, división</p>	<p>Términos: cero, uno, dos,..., diez, ciento, mil, millón; deca, hecto, mili, miria, deci, centi, mili; decena, centena, millar, diez mil. Suma, multiplicación, resta, división</p>
<p>Notaciones: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{39}{10000}$ (fraccionaria); $5\frac{3}{4}$ (mixta); 0,0039,... (expansión decimal); x, +, -, :, =, (,); 10, 100, 1000, 10000</p>	<p>Notaciones: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0; $\frac{1}{2}$, $2\frac{3}{4}$,... (fraccionaria, mixta); +, -, :, x, (·); =, <, >, (‘), (,); 10, 100, 1000; 1^2, 10^2, 100^2...; 0,1; 0,001,...; 7,50 (decimal); A, B, C, D,... (variables)</p>	<p>Notaciones: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; +, -, x ó (·), :, =, <, >, (,), $\frac{6}{3}$ (fraccionaria); 25,176... (decimal); 10, 100, 1000,...; $0,1^3$ (potencial)</p>
<p>Convenios: Metro como la diezmillonésima parte del cuadrante de meridiano terrestre Definición de las unidades principales y usuales a partir del metro Nombres para las unidades principales (metro, área, litro, gramo) Las clases de unidades y la periodicidad de los órdenes del sistema de numeración [(u, d, c), (um, dm, cm)], [(uM, dM, cM)],... Valor posicional Lectura de números enteros y decimales Colocación de los términos de una operación Formación de múltiplos y submúltiplos con voces y palabras griegas y latinas</p>	<p>Convenios: Metro: diezmillonésima parte del cuadrante de meridiano terrestre del Polo Norte al Ecuador Definición de las unidades principales y usuales a partir del metro Nombre de las unidades principales metro, kilogramo, litro, área y metro cúbico Los grados de unidades y la periodicidad de los órdenes del sistema de numeración [(u, d, c), (um, dm, cm)], [(uM, dM, cM)],... Valor posicional Lectura y escritura de números enteros y decimales Tablas de sumar y multiplicar (pitagórica) Colocación de los términos de una operación</p>	<p>Convenios: Metro: diezmillonésima parte del cuadrante de meridiano terrestre Definición de las unidades principales y usuales a partir del metro Nombre para las unidades principales (metro, área, litro, gramo, metro cúbico) Las clases de unidades y la periodicidad de los órdenes del sistema de numeración [(u, d, c), (um, dm, cm)], [(uM, dM, cM)],... Valor posicional Lectura y escritura de números enteros, decimales Tablas de multiplicar (pitagórica) Colocación de los términos de una operación Formación de múltiplos y submúltiplos con voces y palabras griegas y latinas</p>

Tabla 28. *Contenidos conceptuales según niveles de complejidad en los libros de texto para la segunda enseñanza*

Redondeo	Formación de múltiplos y submúltiplos con voces y palabras griegas y latinas Denominación “métrico” por ser el metro su unidad fundamental y “decimal” por seguir el orden de numeración	
Resultados: cada diez unidades forman un nuevo orden superior; cada división entre diez forma un orden inferior; tablas de equivalencias	Resultados: cada diez unidades forman un nuevo orden superior; tablas de equivalencias; las unidades cuadradas aumentan y disminuyen cada 100 unidades; las unidades cúbicas aumentan y disminuyen cada 1000 unidades	Resultados: cada diez unidades forman un nuevo orden superior, cada división entre diez forma un orden inferior; las unidades cuadradas aumentan y disminuyen cada 100 unidades; las unidades cúbicas aumentan y disminuyen cada 1000 unidades; tablas de equivalencias
Conceptos		
Significados de cantidad (discreta y continua); relación entre cantidades; comparación entre cantidades; unidad; expresión de la cantidad, número (entero, quebrado o fracción, quebrado decimal, otros); SDN; SMD; metro, área, litro, metro cúbico, kilogramo, real; longitud, superficie, capacidad, solidez, peso	Significados de cantidad, unidad, número (entero, fraccionario, conmensurable [racional], fracción decimal, concreto, otros); SDN; composición de números; SMD; metro, área, metro cúbico, litro, kilogramo, peseta; longitud, superficie, capacidad, volumen, peso, moneda, tiempo	Significados de cantidad (discreta y continua), unidad, número (entero, quebrado), otras clasificaciones numéricas; SDN; metro, litro, gramo (del griego), peseta, metro cúbico, área (del latín).
Estructuras		
Números naturales; números quebrados; quebrados decimales; SDN	Números naturales; números fraccionarios; números decimales; SMD; especies de medidas (unidad principal, múltiplos y submúltiplos)	Números naturales, quebrados; quebrados decimales, SDN; SMD; especies de medida (unidad principal, múltiplos y submúltiplos)

Nota. u = unidades; d = decenas; c = centenas; um = unidades de millar; dm = decenas de millar; cm = centenas de millar; uM = unidades de millón; dM = decenas de millón; cM = centenas de millón; SDN = Sistema Decimal de Numeración; SMD = Sistema Métrico Decimal.

En las tres épocas históricas, los conceptos de cantidad, unidad y número mostraban un posicionamiento sólido como fundamentos de la aritmética en los preliminares de la metrología. Destacó en la tercera etapa una discrepancia sobre la forma de concebir la cantidad según las concepciones matemáticas tradicionales de la época. Indicador de un compromiso hacia la originalidad de contenido, de rechazo a una ideología generalizada o de la adquisición de un nuevo paradigma conceptual.

La clasificación del número mantuvo una organización similar en las tres etapas. Subrayamos la distinción de entero, quebrado, quebrado decimal, concreto y complejo a las que se vinculaban las unidades de pesas y medidas.

Para el SMD se reafirmó el que se concibiera como una nomenclatura novedosa a partir de la etapa de generalización. Su organización conceptual para la segunda enseñanza conservaba los conceptos y procedimientos básicos que lo componen, diferenciada entre los periodos por aspectos como la definición de la unidad para la ponderación, los enfoques para la presentación del metro —se mantuvieron el científico e instrumental como los fundamentales— o la introducción de múltiplos y submúltiplos.

Se reconoció una unificación o continuidad en cuanto a la presentación de hechos, conceptos y estructuras; salvo algunas variaciones menores. En la Tabla 29 se resumen los contenidos procedimentales: las destrezas, razonamientos y estrategias identificadas.

Tabla 29. *Contenidos procedimentales según niveles de complejidad en los libros de texto para la segunda enseñanza*

Etapa de promulgación e inserción 1849-1867	Etapa de generalización 1868-1879	Etapa de obligatoriedad 1880-1892
Destrezas		
Operaciones con números métricos Reducción de unidades	Reducción de unidades Operaciones con números métricos	Lectura y escritura de números métricos Reducción de unidades, establecimiento de equivalencias Correr la coma
Razonamientos		
Figurativo: para la expresión del metro cuadrado y el metro cúbico		Figurativo: para la expresión del metro cuadrado y el metro cúbico
Estrategias		
Redondeo. Utilización de tablas de equivalencias. Resolución de problemas aritméticos y numéricos	Resolución de problemas	Resolución de problemas

En un marco general, los procedimientos se basaron en los cálculos aritméticos con unidades métrico-decimales, realizar reducciones entre unidades de la misma especie y conversiones entre unidades homólogas de los dos sistemas, y resolver problemas en situaciones particulares. La lectura y escritura de estas unidades sobresalieron como procesos a llevar a cabo en los textos de la tercera etapa. Es decir, en estos textos se fomentó el desarrollo de destrezas y el desarrollo y aplicación de estrategias de resolución con algunas aproximaciones al nivel de razonamiento a partir de soportes gráficos.

Esto concuerda con la presentación de una metrología novedosa para el tratamiento de las pesas y medidas en España y con su incorporación en los contenidos aritméticos para la educación matemática. Las Tablas 30 y 31 muestran los datos sobre las representaciones, aspectos fenomenológicos, cognitivos y de instrucción.

Tabla 30. *Representaciones, contextos y tareas en textos para la segunda enseñanza*

Etapa de promulgación e inserción 1849-1867	Etapa de generalización 1868-1879	Etapa de obligatoriedad 1880-1892
Sistemas de representación		
Verbal, simbólico y tabular	Verbal, simbólico y tabular Instrumentos de medición (descripción)	Verbal, simbólico, tabular, gráfico. Instrumentos de medición como el litro (recipiente)
Contextos y situaciones		
Natural: elementos físico-naturales. Matemático: cálculo aritmético. Comercial: compra y venta. Científico: movimiento	Natural: elementos físico-naturales. Matemático: cálculo aritmético. Científico: movimiento. Comercial: costos. Técnico: construcción de caminos y textiles	Natural: elementos de la Naturaleza. Comercial: intercambio de productos. Técnico: construcción y transporte de mercancía
Tareas		
Ejemplos, algunos ejercicios Secuencia de ideas teóricas y ejemplos, ejercicios	Ejemplos y ejercicios Secuencia conceptos-procedimientos-ejemplos	Ejemplo y ejercicios

En los textos para la segunda enseñanza, las representaciones mantuvieron el uso de los modos verbal, simbólico y tabular. El lenguaje verbal fue el sistema de representación con mayor presencia en la transmisión de conocimientos aritméticos, seguido de la escritura numérica y la organización tabular que facilitaba la presentación de conceptos y las relaciones entre ellos.

Los contextos natural y comercial, junto a situaciones científicas y matemáticas, enmarcaron a lo largo del período la estructura conceptual del SMD; esto mediante situaciones que mostraban la utilidad del sistema en el entorno social, la necesidad y el aprendizaje requerido ante el cambio. Los conocimientos abordados en este nivel educativo posibilitaron la inclusión de situaciones en el campo de la ciencia y la técnica, identificadas alternadamente en los textos según las etapas históricas. Esta diversidad contextual amplió el uso del sistema a campos del conocimiento y la práctica cotidiana, inicialmente no considerados, como introducción de su uso en las especialidades profesionales de los estudiantes al terminar la secundaria.

Las tareas sobresalientes fueron los ejemplos y los ejercicios. Con ellas, se esperaba del estudiante un mayor entendimiento de los conceptos y la aplicación de los mismos en la atención de situaciones-problema matemáticas y cotidianas.

Tabla 31. *Finalidades, objetivos y limitaciones en textos para la segunda enseñanza*

Etapa de promulgación e inserción 1849-1867	Etapa de generalización 1868-1879	Etapa de obligatoriedad 1880-1892
Finalidades y objetivos		
Fines: P, F, C, S. Aprendizaje	Fines: P, F, C. Aprendizaje	Fines: F, P, C, S. Aprendizaje

Tabla 31. *Finalidades, objetivos y limitaciones en textos para la segunda enseñanza*

práctico. Incorporar el SMD y monetario en un texto para aritmética	memorístico. Presentar un texto de matemáticas	analítico, constructivo. Fortalecer en los estudiantes los conocimientos matemáticos para su futuro profesional
Limitaciones		
Paso de lenguaje común al algebraico en la resolución de problemas sobre proporcionalidad (donde se emplean las unidades del SMD)		

Nota. F = formativo; P = político; C = cultural; S = social; SMD = Sistema Métrico Decimal.

El análisis didáctico permitió también el reconocimiento de fines político, formativo, cultural y social en los propósitos establecidos en los textos. Existió, por parte de los autores, la intención de elaborar textos para la enseñanza y el aprendizaje de la aritmética, que integraran el SMD en la preparación de los jóvenes con carácter previo a su incorporación a la vida profesional. La segunda enseñanza se vió impregnada de opciones metodológicas centradas en la práctica, el razonamiento y la construcción del conocimiento. El aprendizaje memorístico dejó de ser la estrategia de enseñanza prioritaria —sin desaparecer por completo—, los nuevos conocimientos ya no eran tan novedosos; la enseñanza buscaba ahora la puesta en práctica de lo aprendido. En las tres etapas el SMD fue un contenido estudiado para abordar desde su utilidad práctica.

A pesar de ser libros para un segundo ciclo de enseñanza, la identificación de dificultades y errores en el aprendizaje del SMD en el nivel anterior no formó parte de las observaciones de los autores, salvo algunas puntualidades sobre el reconocimiento de dificultades en la interpretación de enunciados como parte de la resolución de problemas.

6.2.3. El SMD en los libros de texto para la formación de maestros durante 1849-1892

El análisis de libros de texto utilizados en las Escuelas Normales ha permitido reconocer particularidades en la caracterización conceptual, procedimental y didáctica de estos documentos. Las Tablas 32 y 33 presentan la información detallada según los niveles de complejidad conceptual y procedimental a partir de una organización tabular previa (Anexo 28). Para las Tablas 34 y 35 se mantiene el formato de presentación de los niveles anteriores.

Tabla 32. *Contenidos conceptuales según niveles de complejidad en los libros de texto para la formación de maestros*

Etapa de promulgación e inserción 1849-1867	Etapa de generalización 1868-1879	Etapa de obligatoriedad 1880-1892
Hechos		
Términos: cero, uno, dos,..., nueve; decena, centena, unidad de	Términos: cero, uno, dos, tres,..., diez; mayor/menor que; deca,	Términos: cero, uno, dos, tres,..., diez, once, doce,..., ciento, mil,

Tabla 32. *Contenidos conceptuales según niveles de complejidad en los libros de texto para la formación de maestros*

<p>millar, millón, trillón,...; décima, centésima, milésima, millonésima. Deca, hecto, mili, miria, deci, centi, mili. Mitad, tercio, cuarto, quinto,...; Suma, multiplicación, resta, división</p>	<p>hecto, mili, miria, deci, centi, mili; tonelada, quintal; decena, centena, unidad de millar, millón, trillón,...; décima, centésima, milésima, millonésima. Suma, multiplicación, potencias, resta, división, raíces</p>	<p>millón; deca, hecto, mili, miria, deci, centi, mili; decena, centena, millar, diez mil. Suma, multiplicación, resta, división</p>
<p>Notaciones: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{10}$,... (fraccionaria); $\frac{8}{2/3}$ (mixta); 0031; 0,666... (expansión decimal); x, +, -, :, =, 10, 100, 1000, 10000</p>	<p>Notaciones: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0; $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{2}$,... (fraccionaria, mixta); +, -, :, x, (·); =, <, >; (°), (·); () ; 6^2, $(6+1)^2$; m, dm^2, Km^3, ml, dg, p, Tp, Qm; 10, 100, 1000; $\sqrt[2]{129}$; 0,1; 0,001,...</p>	<p>Notaciones: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; +, -, :, :, =, <, >, (), $\frac{3}{4}$, $\sqrt{2}$; 10, 100, 1000, 10000; 2'45, 0'222,...</p>
<p>Convenios: Metro como la diezmillonésima parte del cuadrante de meridiano terrestre Nombres para las unidades principales (metro, metro cuadrado, área, litro, gramo, metro cúbico) Las clases de unidades y la periodicidad de los órdenes del sistema de numeración [(u, d, c), (um, dm, cm)], [(uM, dM, cM)],... Lectura de números enteros y decimales Tabla de sumar, restar, multiplicar Colocación de los términos de una operación Formación de múltiplos y submúltiplos con voces y palabras griegas y latinas</p>	<p>Convenios: Metro: palabra derivada del griego, diezmillonésima parte del cuadrante de meridiano terrestre que pasa por París Definición de las unidades principales y usuales a partir del metro Nombre de las unidades principales metro, área, metro cúbico, litro, gramo, peseta Los grados de unidades y la periodicidad de los órdenes del sistema de numeración [(u, d, c), (um, dm, cm)], [(uM, dM, cM)],... Valor posicional Lectura y escritura de números enteros y decimales Colocación de los términos de una operación Formación de múltiplos y submúltiplos con significado de voces y palabras griegas y latinas y las equivalencias decimales</p>	<p>Convenios: Metro: diezmillonésima parte del cuadrante de meridiano terrestre que pasa por París Definición de las unidades principales y usuales a partir del metro Nombre para las unidades principales (metro, área, litro, gramo, metro cúbico) Las clases de unidades y la periodicidad de los órdenes del sistema de numeración [(u, d, c), (um, dm, cm)], [(uM, dM, cM)],... Valor posicional Lectura y escritura de números enteros, decimales Tablas de multiplicar (pitagórica) Colocación de los términos de una operación Formación de múltiplos y submúltiplos con voces y palabras griegas y latinas y sus equivalencias decimales</p>
<p>Resultados: cada diez unidades forman un nuevo orden superior; cada división entre diez forma un orden inferior; tablas de equivalencias</p>	<p>Resultados: cada diez unidades forman un nuevo orden superior; tablas de equivalencias; las unidades cuadradas aumentan y disminuyen cada 100 unidades; las unidades cúbicas aumentan y disminuyen cada 1000 unidades</p>	<p>Resultados: cada diez unidades forman un nuevo orden superior o inferior; las unidades cuadradas aumentan y disminuyen cada 100 unidades; las unidades cúbicas aumentan y disminuyen cada 1000 unidades; tablas de equivalencias</p>

Tabla 32. *Contenidos conceptuales según niveles de complejidad en los libros de texto para la formación de maestros*

Conceptos		
Cantidad, unidad, número, magnitud, medida; relación entre cantidades; comparación entre cantidades; unidad; expresión de la cantidad, número (entero, quebrado o fracción, quebrado decimal, otros); SDN; longitud, superficie, volumen, capacidad, peso, moneda, tiempo; SMD; metro, metro cuadrado, área, litro, metro cúbico, gramo, real	Magnitud, cantidad, extensión, unidad, medir, medida, número (conmensurable e inconmensurable; entero, fraccionario, fracción decimal, concreto, homogéneo, otros); SDN; SMD; metro, área o decámetro cuadrado, metro cúbico, litro, gramo, peseta; longitud, superficie, capacidad, volumen, peso, moneda	Significados de cantidad (continua y discreta), unidad, número (unidad, expresión, cantidad), clasificación (entero, quebrado, otros; simple o compuesto; abstracto, concreto); comparación entre cantidades; SDN; metro, litro, gramo (del griego), peseta, metro cúbico, área (del latín).
Estructuras		
Números naturales; números quebrados; quebrados decimales; SMD; cada especie de medida	Números naturales; números fraccionarios; SMD; especies de medidas (unidad principal, múltiplos y submúltiplos)	Números naturales, quebrados; quebrados, SDN; SMD; especies de medida (unidad principal, múltiplos y submúltiplos)

Nota. u = unidades; d = decenas; c = centenas; um = unidades de millar; dm = decenas de millar; cm = centenas de millar; uM = unidades de millón; dM = decenas de millón; cM = centenas de millón; SDN = Sistema Decimal de Numeración; SMD = Sistema Métrico Decimal; m = metro; dm² = decímetro cuadrado; Km³ = kilómetro cúbico; ml = mililitro; dg = decigramo; p = peso; Tp = tonelada de peso; Qm = quintal métrico.

En relación con la formación de maestros se reconoció en las tres etapas la presentación de los conceptos de cantidad, unidad y número, con algunas particularidades en la presentación de la magnitud y la medida. Al igual que en los niveles de educación primaria y secundaria, la clasificación del número destacó aspectos sobre su expresión, calidad y unidad.

En los libros de texto no hubo una presentación formal y específica del SDN, éste se expuso como la numeración convencionalmente adoptada y utilizada. Sobre el SMD se identificaron particularidades en cuanto a las formas de presentación en cada una de las etapas. El sistema era una estructura novedosa, derivada del SDN y del establecimiento de una unidad única de longitud, el metro. Esta condición prevaleció durante su promulgación y generalización; al término del siglo XIX se enfatizaba en calificativos reglamentarios que reflejan las últimas disposiciones gubernamentales para su implantación definitiva y uso obligatorio. Conviene resaltar la uniformidad en la presentación del gramo como unidad principal para la ponderación y, de manera menos uniforme, la omisión del metro cúbico y las medidas de volumen para la primaria. Esta especificidad fundamentó las ideas de una formación desde la ciencia, específica para la instrucción primaria y con el interés de mostrar la utilidad real del SMD en la ciencia y la sociedad.

Como estructura matemática, el SMD se componía de una unidad fundamental, unidades principales y secundarias (múltiplos y submúltiplos) para cada una de las especies de medida consideradas. Estas unidades “interactuaban” a partir de su derivación métrica y las equivalencias establecidas mediante los fracciones decimales, propiamente del SDN. Esto permitió subrayar el vínculo que se establece entre estos sistemas. De igual forma, se

reconocieron estructuras en la presentación de los números naturales y fraccionarios con los que se relacionaban las unidades métrico-decimales del nuevo sistema.

Desde el punto de vista de los hechos, la presentación de los múltiplos y submúltiplos tuvo un enfoque etimológico que se complementó con equivalencias decimales a partir de su significado. Las operaciones aritméticas básicas fueron el fundamento del cálculo con números métricos. Se encontró en los textos una dicotomía en cuanto a las notaciones literales: es en la segunda etapa donde se identificaron abreviaciones para la presentación de las unidades principales, sus múltiplos y submúltiplos. Las notaciones numéricas siguen el mismo patrón a lo largo del período.

Un aspecto interesante, para este nivel educativo, fue el uso reiterado de las pesas y medidas antiguas en las tareas de cálculo y su permanencia en el contenido de los textos hasta la conclusión del período. Su utilización se mantuvo hasta la etapa de obligatoriedad sustentando el arraigo hacia el sistema antiguo y el difícil proceso de incorporación y aceptación del SMD en la sociedad española del siglo XIX. La incorporación de datos sobre el origen y los beneficios del sistema fue un componente común en los textos. Al igual que las disposiciones sobre su adopción y legalización, estos datos proporcionaban a los maestros la información para sus estudiantes que el sistema político y educativo había implementado.

Tabla 33. *Contenidos procedimentales según niveles de complejidad en los libros de texto para la formación de maestros*

Etapa de promulgación e inserción 1849-1867	Etapa de generalización 1868-1879	Etapa de obligatoriedad 1880-1892
Destrezas		
Escritura y lectura de números métricos; operaciones con números complejos; reducción de unidades	Reducción de unidades Operaciones con números métricos	Lectura y escritura de números métricos Reducción de unidades, establecimiento de equivalencias
Razonamientos		
Figurativo: para la expresión del metro cuadrado y el metro cúbico		Figurativo: para la expresión del metro cuadrado, el área y el metro cúbico
Estrategias		
Resolución de problemas	Resolución de problemas	Resolución de problemas

Los textos enfocaron procedimientos, alternadamente en las etapas, para el cálculo con unidades métricas, su lectura y escritura y la reducción de unidades, sin una presentación uniforme en el período para este nivel de enseñanza. Sin embargo, destacaban el desarrollo de destrezas y el uso de estrategias para la resolución de problemas (ejercicios).

Una característica común en los textos la constituyeron los sistemas de representación. Mediante los modos verbal, simbólico y tabular, los autores presentaron los conceptos y procedimientos relacionados con el SMD. Las representaciones gráficas no se utilizaron en los libros de texto.

Tabla 34. *Representaciones, contextos y tareas en textos para la formación de maestros*

Etapa de promulgación e inserción 1849-1867	Etapa de generalización 1868-1879	Etapa de obligatoriedad 1880-1892
Sistemas de representación		
Verbal, simbólico, tabular	Verbal, simbólico, tabular	Verbal, simbólico, tabular
Contextos y situaciones		
Natural: elementos físico-naturales (alternativo). Matemático: cálculo aritmético, empleo de conceptos geométricos. Comercial: costos, compra y venta. Social	Natural: elementos físico-naturales. Matemático: cálculo aritmético, de áreas y volúmenes de cuerpos geométricos. Comercial: compra y venta. Técnico: distancias, construcción e industria textil. Social: pago de tributos, pasajes histórico-políticos	Natural: elementos físico-naturales (gramo). Comercial: compra y venta. Matemático: cálculo aritmético. Técnico: de construcción, textiles y topográficas
Tareas		
Ejemplos, ejercicios. Secuencia conceptos-ejemplos	Ejercicios para el uso de las unidades métricas. Secuencia: conceptos, ejercicios. Uso de unidades métricas en tareas algebraicas	Ejemplos y ejercicios; cuestiones de refuerzo

La Tabla 34 también evidencia lo que hasta ahora ha sido común en los textos: la presentación de conceptos y procedimientos, propios del nuevo sistema, mediante situaciones que se enmarcaban en lo natural, comercial, matemático y técnico, con algunas aproximaciones al contexto social principalmente en las dos etapas iniciales. La explicación y aplicación de los conocimientos, por parte de los maestros en formación, se incentivaba a través de ejemplos, ejercicios y cuestionamientos evaluativos prevaleciendo los dos primeras en las etapas históricas.

Tabla 35. *Finalidades, objetivos y limitaciones en textos para la formación de maestros*

Etapa de promulgación e inserción 1849-1867	Etapa de generalización 1868-1879	Etapa de obligatoriedad 1880-1892
Finalidades y objetivos		
Fines: P, F, C, S. Elaborar un texto para la enseñanza de la aritmética. Aprendizaje memorístico-práctico	Fines: F, P, C, S. Elaborar un texto didáctico, formar al estudiante en el uso de medidas métrico-decimales	Fines: P, F, C, S. Aprendizaje memorístico. Elaborar un texto para la formación de maestros
Limitaciones		
De cálculo en el establecimiento de correspondencias entre sistemas metrológicos		

Nota. F = formativo; P = político; C = cultural; S = social.

Por último, se reconocieron los fines político, formativo, cultural y social en los textos de cada etapa. Se proyectó la enseñanza y el aprendizaje de determinados contenidos matemáticos para la instrucción primaria. Los textos se elaboraron para ser utilizados en la formación de maestros, con algunas especificidades en el uso de las unidades métrico-decimales, primordialmente a través de un aprendizaje memorístico.

A pesar de ser documentos para una formación profesional en el campo de la educación, fueron prácticamente nulas las dificultades y los errores identificados —incluidos en los textos— en los procesos de aprendizaje de los niveles inferiores que posibilitarían a los futuros maestros de estrategias para su atención.

6.2.4. Sobre los autores de los libros de texto para la enseñanza del SMD durante 1849-1892

La información sobresaliente de los autores de los textos se presenta en la Tabla 36. Se destacan las unidades sobre su profesión, oficio y publicaciones. Los datos han reconocido a los maestros de instrucción primaria y profesores la elaboración de textos para uso en este nivel educativo.

Tabla 36. *Cualidades de los autores de los libros de texto*

Instrucción primaria	Segunda enseñanza	Escuelas Normales
Etapa de promulgación e inserción 1849-1867		
Profesor de instrucción primaria. Otros oficios	Matemáticos, catedráticos y pedagogos. Otros oficios, puestos políticos. Textos para otras áreas de la matemática	Matemático, catedrático en matemáticas, formador de maestros y otros profesionales, director de EE.NN. Textos para la formación de maestros y la instrucción primaria elemental y superior, para áreas de la matemática y otras áreas
Etapa de generalización 1868-1879		
Profesor de instrucción primaria. Textos de aritmética para niños y otras áreas	Catedrático en matemáticas y otras áreas. Textos para diversas áreas de la matemática	Matemático, profesor, director de EE. NN. Textos para la formación de maestros y otras áreas de la matemática
Etapa de obligatoriedad 1880-1892		
Profesor de instrucción primaria. Textos de aritmética y el ornado de los niños	Doctor en ciencias, catedráticos en matemática. Textos para diversas áreas de la matemática	Formador de maestros en las EE. NN. Otros oficios vinculados a la educación. Textos para la formación de maestros.

Nota. EE.NN = Escuelas Normales.

La segunda enseñanza y la formación de profesores estuvieron provistas de textos a cargo de profesionales de las matemáticas y la educación superior. Eran expertos en matemáticas, cuyos conocimientos y reconocimiento académico les permitieron la publicación de textos para niveles superiores de ésta y otras áreas de la educación en España. En el caso de los

textos para la formación de maestros la autoría le correspondió a profesores de las Escuelas Normales en las tres etapas, que escribían también sobre otras áreas matemáticas y educativas.

El perfil profesional de los autores según niveles educativos se mantuvo en cada una de las etapas históricas en que se han analizado los textos, lo cual ha permitido una caracterización en cuanto a las cualidades profesionales de los autores de libros de texto para la enseñanza del SMD entre 1849 y 1892.

6.2.5. Sobre la estructura de los libros de texto para la enseñanza del SMD durante 1849-1892

Las unidades de análisis sobre el estilo y la estructura de los textos proporcionaron datos como los mostrados en la Tabla 37.

Tabla 37. *Características de los textos según su estructura y estilo*

Instrucción primaria	Segunda enseñanza	Escuelas Normales
Etapa de promulgación e inserción 1849-1867		
Tratado. Estilo narrativo SMD posterior a SDN; anterior a las fracciones comunes y decimales	Tratado; Principios. Estilo narrativo. SMD apartado independiente al texto; posterior a las fracciones comunes y decimales	Elementos; Tratado. Combinación de estilo narrativo, pregunta-respuesta SMD posterior a la fracciones comunes y decimales
Etapa de generalización 1868-1879		
Compendio. Estilo pregunta-respuesta (catecismo). SMD posterior a las fracciones decimales; anterior a los quebrados comunes	Elementos. Estilo narrativo. SMD posterior a las fracciones comunes y decimales	Nociones. Estilo narrativo SMD previo a las fracciones comunes. Las fracciones decimales en las nociones preliminares sin una exposición amplia
Etapa de obligatoriedad 1880-1892		
Manual. Estilo pregunta-respuesta. SMD previo a los quebrados comunes y decimales	Elementos. Estilo narrativo SMD posterior a las fracciones comunes y decimales	Explicación. Estilo narrativo SMD posterior a las fracciones comunes y decimales

Nota. SMD = Sistema Métrico Decimal; SDN = Sistema Decimal de Numeración.

Para la instrucción primaria, los textos correspondieron a tratados, compendios y manuales. Eran textos redactados según la capacidad intelectual de un determinado grupo de personas; procuraban una exposición elemental o doctrinal de la aritmética, fueron documentos de reducida extensión para la exposición escrita de lo más representativo de una disciplina para su enseñanza.

Como se aprecia, el estilo narrativo para la exposición de la aritmética es representativo de la etapa de inserción y promulgación del SMD en primaria. No obstante, el estilo catecismo, identificado en el período, mayormente en las dos etapas finales, fue el más común para este nivel educativo. Esta particularidad, no erradicó la narración como estilo de redacción pues se conservaba para dar respuesta a las cuestiones planteadas.

Sobre la organización de los contenidos surgieron diversos aspectos. La presentación del SMD se dió de dos maneras: anterior a las fracciones decimales y a las fracciones comunes, sus representaciones y propiedades; o como punto intermedio entre ambas temáticas. El primero de los casos muestra una exposición individualizada del sistema, desvinculada de las fracciones. El segundo caso refleja la intención de separar el estudio de las fracciones en dos secciones: decimales y comunes. Las fracciones decimales, con independencia a los aspectos generales de la fracción, fueron un caso específico de la numeración, un cimiento del sistema de numeración convencional y el preámbulo al estudio y preparación en las nuevas unidades de pesas y medidas. Las fracciones comunes, correspondieron a la generalización de casos para la representación de las partes de la unidad que componen un número. Fueron una de las clasificaciones del número según la unidad.

La organización de los contenidos para la segunda enseñanza y la formación de maestros y maestras guardó ciertas similitudes entre los textos. Estos exponían la materia en estudio mediante explicaciones y ejemplos sencillos; el tipo de textos —Elementos, Nociones, Explicación— dejó entrever una cercanía a doctrinas pedagógicas. El estilo narrativo predominante dió cuenta de la connotación intelectualista y academicista que siguieron sus autores. La presentación del SMD tuvo características análogas en estos dos niveles y en el período establecido. Su presentación en los textos fue posterior a las fracciones comunes y las fracciones decimales, sólo algunos casos lo incorporaban previo a una exposición de los quebrados.

De esta forma, la caracterización de la estructura de los textos utilizados para la enseñanza del SMD incluye divergencias en cuanto al estilo de redacción y la organización de los contenidos. Para primaria se usaba el estilo pregunta-respuesta y el SMD era un apartado previo a la exposición de las fracciones; en secundaria y la formación de maestros la narración, incorporando el SMD después de una preparación en fracciones tanto comunes como decimales. Estas particularidades por nivel se mantuvieron durante las tres etapas. Los textos, en general, se asemejan en su intencionalidad. Eran textos para la enseñanza, para el aprendizaje de una determinada materia que han adaptado su contenido a tal fin.

Los resultados presentados permiten caracterizar el tratamiento dado al SMD en el sistema educativo español en la segunda mitad del siglo XIX y describir indicadores detectados en los libros de texto de matemáticas que incorporan el SMD en la enseñanza de esta disciplina en primaria, en secundaria y en la formación de maestros.

CAPÍTULO 7

Conclusiones

Se presentan en este capítulo las conclusiones del estudio. Se fundamentan en los datos, expuestos en el Capítulo 6, obtenidos del análisis de 13 textos para la enseñanza del SMD: cuatro para la instrucción primaria, cuatro para la segunda enseñanza y cinco para la formación de maestros y maestras en España durante el período 1849-1892. La información se ha organizado a partir de los objetivos planteados y las conjeturas expuestas para el estudio. Una versión en inglés de los apartados referidos a las conclusiones se presenta al final de este capítulo.

7.1. El contexto histórico, las fuerzas determinantes en la implantación del SMD y los autores de los libros de texto

Las consideraciones sobre el entorno en que sucedió la implantación del SMD, las presiones a favor y en contra detectadas y los autores de los libros de texto sometidos a estudio, corresponden a los tres primeros objetivos planteados.

Objetivo 1. Caracterizar los contextos social, político, económico, cultural, científico y académico en que tiene lugar la implantación del SMD en España en la segunda mitad del siglo XIX.

Objetivo 2. Describir las fuerzas que impulsan y se oponen al nuevo sistema de pesas y medidas, junto con la incidencia en su implantación.

Objetivo 3. Ubicar los autores de libros de texto de matemáticas editados en España entre 1849-1892 en el medio académico, ocupacional, científico y social y su influencia en el cambio.

Estos objetivos hacen referencia a aquellas condiciones que se produjeron y dieron lugar a la adopción del sistema, como son el contexto social, económico, cultural, científico y académico de España en esa época, las presiones surgidas para la reforma metrológica y el rol de los autores en estos entornos sociales.

7.1.1. Sobre el contexto histórico

Como hemos mostrado (Apartado 2.3), en la segunda mitad del siglo XIX se produjo una racionalización de la situación social en España, regulada por nuevas normas y gestionadas por nuevas instituciones administrativas. Se reconoce cierta estabilidad política, perturbada durante el Sexenio Revolucionario entre 1868 y 1874. La educación experimentó un apreciable progreso reconocido con la reapertura de centros universitarios, la creación de nuevos centros de estudios especializados y la promulgación de leyes para organizar el Sistema Educativo. Con la entrada del SMD se favoreció la unificación de pesas y medidas, se aportó racionalidad al control político, se objetó y combatió el abuso comercial y se insertó a España en el comercio internacional y los avances científicos de la época.

Los epígrafes subrayan también la devastación dejada por los conflictos dinásticos e independentistas a principios de siglo, que marcaron profundamente la sociedad española de la época. Imperó el poder, el dominio y la riqueza de determinados grupos, y la pobreza, el desamparo y sometimiento del resto de los pobladores. Acontecieron disputas entre monarcas para el ascenso al poder. Prevalecieron el abandono y las resistencias ideológicas para los cambios necesarios en el sistema educativo. El primer tercio del siglo XIX no fue el período para prolongar el auge en la ciencia logrado a finales del siglo XVIII, fue un período de retroceso y decadencia en este campo.

La desafortunada realidad política de los primeros treinta años del siglo XIX, junto a los impulsos para la renovación científica, educativa y social a mediados del siglo, influyó notablemente en las iniciativas y movimientos para un cambio en la metrología española. Así, el SMD irrumpió en España como respuesta a múltiples desacuerdos y desavenencias, como un componente cardinal en los procesos de cambio para la recuperación política, social, económica, educativa y científica.

7.1.2. Sobre las fuerzas para el cambio

La realidad social condujo a la necesidad de coordinar la diversidad de dominios económicos existentes y unificar las bases comerciales del poder político; promovió iniciativas para acabar con la ausencia de criterios reguladores en las transacciones comerciales a nivel local; estableció una normativa para encauzar el avance de la ciencia en España y detener sus retrocesos; acabó con los impedimentos políticos e ideológicos para un progreso en la enseñanza; y promovió iniciativas para insertar a España en el desarrollo científico, educativo y comercial europeo de la época.

A pesar de enfrentar resistencias para su implantación (Apartado 2.5) fueron estos acontecimientos integrantes de un contexto social, en la mayoría de sus expresiones, que contribuyeron y allanaron la entrada del SMD en España derivando en un cambio en el Sistema Educativo para la enseñanza de las matemáticas.

7.1.3. Sobre la legislación para el cambio curricular en el sistema educativo

Las evidencias sobre el cambio en el currículo de matemáticas por la introducción del SMD en el Sistema Educativo español, a partir de su implantación legal, se obtuvieron mediante el estudio del contexto político-educativo.

La promulgación de la Ley de Pesas y Medidas de 19 de Julio de 1849 hizo oficial la introducción del SMD en España y en el Sistema Educativo. Como norma educativa fue enfática: el SMD debía formar parte de los contenidos de matemáticas a partir de 1852 en todos aquellos establecimientos en que se enseñara esta asignatura. Esta ordenanza condujo a incluir el SMD en los contenidos de matemáticas. Así, se promovió su adaptación en textos de aritmética y la elaboración de nueva bibliografía para su enseñanza.

Como hemos expuesto en los Apartados 3.2.5, 3.2.6 y 3.2.8, a lo largo del período 1849-1892, los planes de estudio mostraron escuetamente la inclusión del nuevo sistema en los contenidos para la enseñanza de la aritmética. Las indicaciones en estos documentos fueron generales: impartir nociones de aritmética, o aritmética simplemente, con el sistema legal de pesas y medidas. Nuestro estudio ha permitido verificar que su inclusión en los libros de texto, con algunas particularidades de forma y contenido, fue efectiva desde 1849. Con más precisión, desde 1852 el SMD formó parte del contenido de los textos para la instrucción primaria; su adaptación a los textos de aritmética se expandió a la segunda enseñanza y a la formación de maestros, nivel al que se incorpora por la necesidad de capacitar a quienes deberían de instruir a los niños en sus primeros años de formación matemática.

7.1.4. Sobre las etapas históricas

El estudio del entorno político y educativo de España durante el siglo XIX, permitió identificar tres etapas históricas que marcaron, desde nuestra perspectiva, la implantación del SMD durante el período 1849-1892. Estas etapas vienen dadas por dos puntos de inflexión: los años 1868 y 1880, identificados y definidos a partir de acontecimientos sociales, dictámenes políticos y reformas educativas vinculadas con la instauración de las nuevas pesas y medidas en España. Entre ellas, el destronamiento de Isabel II en 1868 y la promulgación del decreto de obligatoriedad de uso del SMD en 1880 (con ello la ilegalidad de uso de pesas y medidas antiguas).

La promulgación de la Ley de Pesas y Medidas de 19 de Julio de 1849 inició un período metrológico basado en el SMD para su inclusión en la administración pública y el Sistema Educativo. Desde esta fecha y hasta 1867, las acciones del Gobierno enfocaron la difusión del SMD en las instituciones estatales y su integración en los procesos de enseñanza de las matemáticas. Se reconocen en esta etapa la reforma educativa de 1852, visible en el reglamento de estudios y los textos para la enseñanza de la aritmética, y la Ley Moyano.

Realizadas las acciones preliminares para la adopción parcial del SMD se promulgó en 1868 su extensión a todos los españoles. Inició una etapa de generalización que abarcaba la adhesión de España al Convenio Diplomático del Metro, es decir, el primer paso para la

incorporación de España en la metrología internacional. Una etapa de generalización interna (nacional) y externa (internacional).

A pesar de estar adoptado en la administración pública, incorporado en el Sistema Educativo y generalizado a los españoles y las actividades mercantiles internacionales, diversos aplazamientos retrasaron su utilización definitiva en la sociedad. En 1880 se hizo necesario decretar la obligatoriedad en el uso de las nuevas unidades, dictamen que se oficializó en 1892 con la promulgación de la Ley de Pesas y Medidas de 19 de Julio de ese año que declaró único y obligatorio el SMD como sistema metrológico de España.

De esta forma, establecemos tres etapas históricas que caracterizan el proceso de implantación del SMD en España en la segunda mitad del siglo XIX: (a) Promulgación legal, inserción estatal y difusión educativa (1849-1867); (b) Iniciativas de generalización del SMD (1868-1879); (c) Legalidad y obligatoriedad (1880-1892). Aunado a su aporte histórico a la metrología española, la organización temporal descrita constituyó uno de los componentes en el proceso de selección de fuentes.

7.1.5. Sobre los autores

En el Apartado 6.2.4 hemos especificado sobre la singularidad de los autores en la elaboración de los libros de texto. Las particularidades encontradas conducen a una clasificación, por su desempeño, en dos grupos: (a) maestros de instrucción primaria y (b) profesionales de las matemáticas y la educación superior. Todos ellos son españoles expertos en la enseñanza de las matemáticas en pleno cumplimiento de sus labores. El primero de los grupos encierra a maestros y maestras en ejercicio, o en otras ocupaciones educativas, que elaboraron textos como materiales didácticos para sus clases y el nivel educativo en que se desempeñaban. El segundo incluye formadores de maestros, matemáticos formadores o en cargos político-educativos; sus textos se dirigieron en su mayoría a los niveles de segunda enseñanza y la formación de maestros en el campo de las matemáticas y otros campos del conocimiento. Destacamos que la fase de selección de los textos demandó autores relacionados con la educación. Sin embargo, estudiar aspectos de su vida personal y profesional permitió identificar las particularidades descritas, irreconocibles a partir de su vínculo a la educación.

Por otra parte, como se ha indicado en el Capítulo 5, el análisis de los textos escolares puso de manifiesto la influencia que los autores ejercieron para implantar el SMD en la sociedad y, con ello, cumplir con la normativa y los planes de estudios de matemáticas. Por un lado, difundieron el SMD según las disposiciones legales. Por otro, concienciaron sobre las ventajas y beneficios de su adopción. Sus ideas resaltaron la naturaleza invariable del sistema, su relación con el SDN, la facilidad para realizar cálculos y reducciones, y la posibilidad de erradicar los impedimentos sociales, comerciales y científicos conocidos por la diversidad metrológica. Los autores procedieron según la regulación establecida por la ley. Pero, además, impulsaron una cultura científica para la difusión de los conocimientos. Como maestros, difundieron el conocimiento matemático en las aulas; como políticos, promovieron cambios para mejorar la educación; como matemáticos, destacaron el desarrollo de la ciencia.

Algunos, fueron simplemente ejecutores y transmisores de las disposiciones educativas. Otros dirigieron sus convicciones por el avance científico y el desarrollo comercial, el bienestar social, la libertad de cátedra y la enseñanza de las ciencias en las aulas, por cambios en los métodos de enseñanza.

7.1.6. Conjeturas

La bibliografía consultada y los datos sobre el impacto social del SMD identificados en los textos verificaron la primera de las conjeturas. Con esto ratificamos que los acontecimientos políticos y sociales, el escenario científico y académico y la situación económica de España durante el siglo XIX proporcionaron condiciones adecuadas para implantar el SMD y generar con ello un cambio en la enseñanza de las matemáticas. Nuestra argumentación ha corroborado parte de los resultados de Aznar (1997) que atribuyen al contexto histórico español de la primera mitad del siglo XIX el fundamento para una unificación metrológica mediante la efectiva adopción del SMD.

Asimismo, verificamos las modificaciones producidas en los textos de matemáticas, en nuestro caso documentos educativos, a raíz de los cambios curriculares establecidos para la difusión del SMD en los establecimientos de instrucción primaria, la segunda enseñanza y la formación de maestros en la época. La reforma curricular en matemáticas para la incorporación del SMD en el Sistema Educativo español se ha evidenciado con precisión en los libros de texto analizados que dieron respuesta efectiva a la reforma curricular.

7.2. Inclusión del SMD en el currículo de matemáticas para la instrucción primaria, la segunda enseñanza y la formación de maestros

Los aspectos conceptuales, procedimentales, representativos, fenomenológicos, cognitivos y de instrucción constituyeron uno de los mayores componentes del estudio. El establecimiento de afirmaciones al respecto se fundamentó en el logro de cinco objetivos.

Objetivo 4. Describir y analizar la estructura conceptual con que se presenta el SMD en libros de texto de matemáticas editados en España en el período 1849-1892.

Objetivo 6. Describir y analizar los sistemas de representación utilizados para la presentación del SMD en textos de matemáticas editados en España entre 1849 y 1892.

Objetivo 7. Describir y analizar los contextos y situaciones mediante los que se presenta el SMD en libros de texto de matemáticas en España en el período 1849-1892.

Objetivo 8. Detallar las expectativas, limitaciones y oportunidades sobre el aprendizaje de las unidades de pesas y medidas presentes en libros de texto de matemáticas editados en España entre 1849 y 1892.

Objetivo 9. Caracterizar los materiales y las tareas de aprendizaje del SMD consideradas en libros de texto de matemáticas editados en España entre 1849 y 1892.

Estos aspectos conceptuales, procedimentales y didácticos, utilizados para presentar el SMD en los libros de texto, son variables. Nuestras conclusiones se basan en la identificación de los atributos comunes que los identifican en cada nivel educativo, subrayando en algunos casos las diferencias sobresalientes.

7.2.1. La estructura conceptual

Incluyó conceptos preliminares a los que se vinculó el SMD. Preponderantemente, estos fueron cantidad, unidad, medida y número. De este último destacaron el número entero, quebrado o fraccionario, quebrado decimal, concreto, complejo e incomplejo como las clasificaciones directamente relacionadas al SMD: unidad fundamental, unidades principales de las medidas, múltiplos y submúltiplos. En la presentación de estos conceptos destacó la influencia de las concepciones de Euler y Newton. Algunas particularidades resaltaron el peso de la tradición griega en las concepciones de los autores.

El sistema se conformó de cinco unidades principales derivadas del metro, la unidad fundamental del sistema. Estas eran el metro, el área, el litro, el metro cúbico y el kilogramo para las especies de longitud, superficie, capacidad, volumen y peso. En el caso de la ponderación se destacó el kilogramo como unidad usual por su utilidad y el gramo como la unidad principal. Se acompañaron del real y la peseta como unidad principal del sistema de monedas —en distintos momentos de la normativa monetaria— y en algunos casos de las unidades de tiempo. Estas unidades principales contaron con equivalencias decimales superiores e inferiores. Los múltiplos equivalían a 10, 100, 1000 o 10000 unidades principales y se denominaron mediante la formación de palabras con los prefijos griegos Deca, Hecto, Kilo y Miria, respectivamente. Los submúltiplos se nombraron con los prefijos latinos deci, centi y mili para indicar la décima, centésima y milésima parte de la unidad, respectivamente.

Los procedimientos destacaron escribir, leer y operar con números métricos, formar unidades superiores e inferiores y realizar reducciones, establecer equivalencias y resolver problemas. Esto acompañado de estrategias de redondeo, correr la coma y la utilización de tablas.

Por tanto, los textos presentaron el SMD atendiendo a una estructura matemática compuesta de los conceptos básicos de sus unidades principales, superiores e inferiores, las equivalencias decimales y la vinculación con conceptos y principios aritméticos.

7.2.2. Los sistemas de representación

Las representaciones se realizaron de modo verbal. Éste predominó entre los otros modos para la incorporación extensa de las ideas. En un segundo nivel de utilización estaban simbólico y el tabular para una organización numérica y simplificada de los conceptos, y la descripción de instrumentos de medida. El modo gráfico, para la representación de unidades métricas, fue una excepción en una minoría de documentos.

7.2.3. Los aspectos fenomenológicos

Las situaciones con mayor representatividad en los libros de texto para la aplicación de conceptos y procesos sobre el SMD se circunscribieron en los contextos matemático, comercial, técnico y natural. Las primeras se referían a cálculos aritméticos en el establecimiento de reducciones y equivalencias y la forma de operar con dichas unidades; las comerciales y técnicas mostraban el uso y la aplicabilidad de las unidades de pesas y medidas en la compra y venta de mercancías y productos y en prácticas de construcción, agrimensura, industria textil y topografía; la última destacó por la definición del gramo a partir del metro en condiciones físico-naturales específicas. De esta forma, los libros de texto atendieron al vínculo inmediato del SMD con las matemáticas, el comercio, la agrimensura y otros.

7.2.4. Los aspectos teleológicos y cognitivos

Los fines formativo, político y cultural tuvieron un predominio en los propósitos de los autores para la elaboración de los libros de texto analizados. El fin social, también presente, tuvo una menor incidencia de aparición, que contrastó con la inclusión de ejemplos y ejercicios que ilustraban la aplicación social de sistema.

Los autores enfocaron la transmisión del SMD mediante la acción de enseñar o instruir de los maestros, profesores y formadores y el aprendizaje de los estudiantes. Sin embargo, al incorporarse en textos de aritmética previamente elaborados no recibió la misma atención que otros conocimientos matemáticos propios de la aritmética, limitando su extensión social. Los autores proyectaron un aprendizaje de la aritmética centrado en la numeración y las operaciones básicas.

El método de aprendizaje por excelencia fue el memorístico. La interacción solía percibirse desde el aprendizaje memorístico y la intervención del maestro: el maestro preguntaba y el estudiante respondía una única respuesta, la que daba el texto.

En las aulas, el SMD se hizo común por la memorización de su nomenclatura y la aplicación práctica de sus unidades en diversos problemas mecánicos. Sin embargo, destacó en la segunda enseñanza la intención de un método práctico, es decir, centrado más en la aplicabilidad de las nuevas unidades que en la retención de términos.

Las limitaciones manifestadas por los autores subrayaron la dificultad de comprensión de la nueva nomenclatura metrológica, la comprensión del enunciado de un problema y la aprehensión de definiciones extensas. Principalmente fueron dificultades lingüísticas y de interpretación a las que se aunaron algunas para el cálculo, la reducción o las equivalencias.

7.2.5. Los aspectos para la instrucción

La instrucción del SMD se caracterizó por la presentación, por parte del maestro, de especificaciones conceptuales y terminológicas. Estas se acompañaron de ejemplos ilustrativos para el uso y aplicación de las nuevas unidades de pesas y medidas y del planteamiento de ejercicios como medios para la evaluación del aprendizaje.

Secuencialmente, la enseñanza del SMD se propuso en los libros de texto desde la presentación de conceptos, la especificación, ejemplificación y aplicación de procedimientos, la presentación de ejemplos y el planteo de ejercicios.

7.3. El vínculo entre el SMD y el SDN presente en los libros de texto

El quinto objetivo aproximó el estudio al vínculo identificado entre el SDN y el SMD enfocando la incorporación del sistema metrológico como uno de los componentes de la aritmética escolar.

Objetivo 5. Describir la relación planteada entre el Sistema Decimal de Numeración y el SMD en los textos editados en España en el período 1849-1892.

La relación planteada entre ambos sistemas se ha visualizado desde dos perspectivas. Primero, la relación conceptual y procedimental entre la numeración decimal y la definición de las unidades métrico-decimales superiores e inferiores (múltiplos y submúltiplos). Segundo, el enlace entre el SMD y los contenidos aritméticos abordados en los libros de texto.

A pesar de la diferencia en su nomenclatura, el SMD aventajó al Sistema de Medidas de Castilla en la definición de sus unidades con la numeración decimal. Los denominados “números métricos” se asociaron a los números enteros y las fracciones decimales ampliamente conocidos y utilizados por los españoles. Se tendió a establecer lo que podemos denominar como “órdenes métricos” a partir de composiciones entre palabras griegas, latinas y las unidades principales para cada magnitud. Otra preferencia estableció esta relación de forma inversa, es decir, desde la composición gramatical a la asignación de valores decimales. La inclusión del SMD en los contenidos de aritmética respondió a diversas razones de los autores. Estas fueron:

- El objeto de la aritmética se concebía en la composición y descomposición de números y la determinación de tamaños de los objetos mediante una medida establecida. Con el SMD se establecen medidas para las magnitudes de los objetos.
- El SMD trataba con cantidades discretas (números concretos) que se abordaban en la exposición y enseñanza de la aritmética.
- Su vínculo con el sistema de numeración tradicional. Se justificó la incorporación del SMD en los contenidos de aritmética por su relación al SDN y por ser éste uno de los componentes de la aritmética en los planes de estudios de matemáticas. Es decir, siendo el SMD de alguna manera un derivado del SDN, su inclusión debió darse en el área de las matemáticas que lo presentara. Se reconoció esta como el argumento con mayor atribución.

Independiente de los motivos para su inclusión en los contenidos de aritmética se han identificado dos disposiciones para su inclusión en los libros: (a) el SMD se incorporó como componente integral de los contenidos de aritmética, y (b) fue un capítulo independiente de las pretensiones del texto. Esta última fue la de menor frecuencia y se refiere a situar el

apartado sobre medidas métrico-decimales en la sección final del libro de texto, desvinculando su exposición de otros contenidos, debido a la necesidad de agregar la temática en documentos previamente editados. Para el primer caso se han distinguido particularidades en cuanto al orden de los contenidos presente en los libros de texto analizados a lo largo del periodo.

- El SMD siguió la exposición de nociones preliminares de la aritmética, los elementos fundamentales de la numeración y los procedimientos para operar con números naturales. Esto indica un orden estricto en la presentación de nociones aritméticas básicas previo a un abordaje de los sistemas metroológicos.
- Las operaciones enfatizaron en los números naturales con extensiones procedimentales hacia los quebrados, los quebrados decimales y los números métricos mediante el establecimiento de reducciones. Estas últimas fueron abordadas después de la introducción conceptual del sistema.
- El SMD siguió la exposición de los quebrados decimales con excepción de algunos libros para la instrucción primaria y la formación de maestros que lo presentaron previo a las nociones decimales. A pesar de esta particularidad, la tendencia dominante fue abordar el estudio de la metrología decimal después de familiarizar a los estudiantes con las nociones decimales.
- La permanencia del Sistema de Medidas de Castilla en la enseñanza de la aritmética fue notoria en los libros de texto que mantuvieron su exposición de manera preliminar al SMD. Presente en la mayoría de los documentos, esta peculiaridad fue más común en los libros seleccionados para la formación de maestros. Esto ha respaldado los datos históricos sobre el arraigo que el antiguo sistema metroológico tuvo en la sociedad española. Los libros de texto, que respondieron a la reforma curricular mediante la incorporación del nuevo conocimiento metroológico, mantuvieron una exposición de las pesas y medidas de Castilla.

Por tanto, el conocimiento de principios sobre la numeración decimal fue básico para la comprensión conceptual y procedimental de las unidades métrico-decimales; la incorporación del SMD en textos para la enseñanza de las matemáticas fue efectiva, pero no exclusiva como temática metroológica; se ha reconocido en los textos un patrón para presentar los contenidos de aritmética que se diversificó al introducir el SMD dentro de los contenidos establecidos para la enseñanza de esta disciplina matemática.

7.3.1. Conjeturas

La información presentada en los Apartados 7.1, 7.2 y 7.3 ha verificado tres de las conjeturas planteadas. Las afirmaciones expuestas conjuntamente en los tres apartados verificaron que los textos de matemáticas editados en España para la enseñanza del SMD en primaria, secundaria y la formación de maestros pueden caracterizarse mediante etapas, tendencias y contenidos durante el período 1849-1892.

Las aserciones en los Apartados 7.3 verificaron que la inclusión del SMD en los contenidos de aritmética respondió a un vínculo con el Sistema Decimal de Numeración que se puede caracterizar conforme se desarrolla la reforma curricular.

Con los Apartados 7.2 y 7.3 se ha verificado que la inclusión del SMD en el currículo de matemáticas del Sistema Educativo español entre 1849 y 1892 significó una reorganización de los contenidos de Aritmética en los textos editados para los niveles de Primaria, Secundaria y la Escuela Normal.

7.4. Los indicadores de evolución y la caracterización del tratamiento dado al SMD en libros de texto de matemáticas en la segunda mitad del siglo XIX

Analizar el comportamiento del SMD en libros de texto de matemáticas durante 1849-1892 ha permitido reconocer indicadores que caracterizan el desarrollo de esta estructura matemática en la instrucción primaria, la segunda enseñanza y la formación de profesores en la segunda mitad del siglo XIX. Las afirmaciones han tenido como base el logro del objetivo final del estudio.

Objetivo 10. Identificar indicadores que muestren la evolución en los libros de texto vinculados con la implantación del SMD en España en la segunda mitad del siglo XIX y sus posibles tendencias.

7.4.1. Indicadores para la instrucción primaria

- A partir de los niveles de complejidad conceptual⁵⁶, se reconoció en los libros de texto una presentación uniforme de términos, convenios y conceptos.
- Desde los mismos niveles, la presentación de notaciones, resultados y estructuras mostró una disminución conforme sucedieron las etapas. La representatividad de notaciones numéricas, las particularidades de las equivalencias en los múltiplos y submúltiplos para las unidades cuadradas y cúbicas y la presentación de datos que estructuran el SMD y los tipos de medida mostraron una reducción en presencia a partir de 1868.
- La relación con el SDN se mantuvo presente en los libros de texto a lo largo del período en estudio.
- La presentación de los componentes del SMD cambió según acontecieron las etapas. A lo largo del período se mantuvo una presentación básica del sistema (unidad fundamental, tipos de medidas, unidades principales para cada medida, múltiplos y submúltiplos, representaciones y contextos). No obstante, el detalle con que se abordó entre 1880 y 1892 no fue tan específico como en las etapas previas. Es decir, se mantuvo una exposición amplia del sistema como estructura (y las subestructuras que lo conforman) durante 1849-1879 que se redujo a conceptos básicos en la etapa de obligatoriedad.

⁵⁶ Bell, Costello y Küchemann (1983), Hiebert y Lefevre (1986) y Rico (1995)

- Sobresalió el enfoque instrumental en la presentación del metro durante todo el período. Los enfoques científico y etimológico son complementarios.
- Las unidades principales fueron el metro, el área, el litro, el metro cúbico y el kilogramo que correspondían a las medidas de longitud, superficie, capacidad, volumen y peso.
- La unidad monetaria se estableció según la legislación vigente al momento de editar los libros de texto.
- Las unidades de tiempo no fueron comunes en los textos como complemento del SMD.
- En los libros se evidenció una marcada disminución en la cantidad de procedimientos para poner en práctica las unidades métrico-decimales. Los primeros años (primera etapa) destacaron un énfasis en el desarrollo de destrezas, razonamientos y el establecimiento de estrategias para el uso de las unidades métrico-decimales. Esta situación cambió a partir de 1868, cuando se identifica el desarrollo de algunas destrezas y estrategias y la completa ausencia de estas (destrezas, razonamientos y estrategias) en la etapa final del período.
- El uso de modos de representación varía en los libros de texto durante el período. Como caso particular, predominó el modo verbal. El uso de representaciones simbólicas, tabulares, gráficas y la presentación de instrumentos de medida se identificaron en los libros de la primera etapa, reduciéndose a símbolos y tablas en la segunda. En la tercera sólo se reconoció el modo verbal.
- La presentación de ejemplos y ejercicios disminuyó en la segunda y tercera etapa, reduciéndose también el uso de situaciones y contextos en los que se utilizaba el SMD.
- Las finalidades formativa, política y cultural fueron las de mayor tendencia para la elaboración de libros de texto.
- El aprendizaje memorístico fue el método de aprendizaje predominante.
- Los documentos se elaboraron para una exposición de la aritmética con especificidad del SMD en la primera etapa.
- Las dificultades de comprensión de la nueva nomenclatura, por parte de los estudiantes, fueron desapareciendo conforme pasó el tiempo.

Por tanto, desde nuestra perspectiva, los libros de texto para la instrucción primaria presentaron una involución en la manera de abordar el SMD. Hubo una disminución de los contenidos y procedimientos abordados y de las representaciones, ejemplos y ejercicios mostrados conforme sucedieron las etapas; hubo un estancamiento en el aprendizaje memorístico.

7.4.2. Indicadores para la segunda enseñanza

- La presentación de términos, notaciones, convenios y resultados fue uniforme durante todo el período.

- Se concibió el SMD como una nomenclatura novedosa a partir de la segunda etapa histórica. Durante los primeros 30 años se concibió el sistema como una estructura compuesta por conceptos, representaciones y relaciones numéricas entre sus componentes. Los libros analizados para la segunda y tercera etapas lo mostraron como una serie de términos y definiciones nuevas y procedimientos prácticos.
- La estructura básica del SMD se mantuvo a lo largo del período: unidad fundamental, unidades principales, múltiplos, submúltiplos, procedimientos de reducción y establecimiento de equivalencias, y su vínculo con el SDN y determinados conceptos aritméticos preliminares.
- No hubo uniformidad en la presentación de la unidad principal para las medidas de ponderación. Se introdujo el gramo o el kilogramo como tal. Se ha reconocido una disyuntiva en cuanto a la presentación científica o instrumental de esta unidad.
- Se fomentó el desarrollo de destrezas y la aplicación de estrategias de resolución. En las tres etapas destacó la presentación de procedimientos para la enseñanza de las nuevas unidades de medidas.
- Las representaciones utilizadas enfocaron los modos verbal, simbólico y tabular, con descripciones de instrumentos de medición en las etapas finales.
- Los contextos comunes fueron el comercial y el natural. Hubo divergencias en la presentación de situaciones propias de determinados contextos. Los contextos matemático y científico sobresalieron en las dos primeras etapas; el técnico en las dos últimas.
- La presentación de ejemplos y el planteo de problemas constituyeron, junto a la exposición de ideas conceptuales y procedimentales, las tareas más representativas en el período.
- Los libros de texto sometidos a estudio se elaboraron desde las finalidades política, formativa, cultural y social.
- El aprendizaje se concebía con una orientación más práctica, de aplicación, que en los libros de textos de los otros niveles educativos.
- Los objetivos resaltaron la especificidad con que inicialmente se introdujo el SMD para luego pasar a pretensiones más generales sobre la aritmética.
- No hubo una presentación específica de limitaciones que aborden el aprendizaje del SMD.

Los libros de texto para este nivel mostraron un desarrollo uniforme del SMD durante el período. Aunado a esto, la inclusión de descripciones de instrumentos de medición, el fomento de un aprendizaje práctico, la exposición significativa de ejemplos, el planteo de ejercicios y la inclusión de situaciones técnicas en las etapas segunda y tercera que ampliaron el uso del sistema, son indicadores de un progreso en la forma de tratar el SMD en la segunda enseñanza.

7.4.3. Indicadores para la formación de profesores

- La presentación de hechos, conceptos y estructuras mantuvo una uniformidad en las tres etapas. Esta ha destacado un abordaje amplio de conceptos aritméticos y metrológicos durante el período.
- En las etapas entre 1849 y 1879 el SMD se presentó como una estructura novedosa. Para las dos últimas décadas del siglo XIX, se enfatizó en destacar la normativa de su inclusión.
- El SMD se estructuró desde el SDN y el metro. Se componía de unidades principales, múltiplos y submúltiplos para las especies de longitud, superficie, volumen, capacidad y peso. La exposición del gramo como unidad principal fue uniforme en todo el período. El kilogramo apareció como uno de sus múltiplos.
- El metro cúbico se abordó para su instrucción en niveles de formación superiores (titulaciones profesionales).
- La preparación de maestros en materia metrológica se dirigió por fundamentos científicos y la aplicación inmediata en las actividades más frecuentes de la sociedad.
- Durante el periodo, las pesas y medidas de Castilla mantuvieron su presencia en los textos. Es decir, los profesores se formaron en el SMD y la metrología antigua.
- La exposición del SMD se asoció a aspectos históricos, legales y de impacto social que proporcionaron a los maestros una formación integral sobre el sistema y el contexto en que se implantó.
- La reducción de unidades y la resolución de problemas constituyeron las destrezas y estrategias que uniformemente se presentaron en los textos. Otras siguieron un patrón discontinuo en las etapas.
- Los modos de representación utilizados fueron el verbal, el simbólico y el tabular.
- La utilización del SMD se ilustró con situaciones matemáticas, comerciales y naturales en las tres etapas. El uso del contexto técnico se ha identificado en las etapas de generalización y obligatoriedad y el social en la de promulgación y generalización. Así, durante 1868-1879 se presentó la mayor diversidad de situaciones.
- Las tareas se focalizaron desde la presentación de ejemplos y el planteamiento de ejercicios.
- La elaboración de los libros se orientó por las cuatro finalidades descritas: política, formativa, cultural y social. El objetivo es elaborar un texto para formar maestros que enseñaran aritmética.
- No hubo una puesta en común sobre la manera de entender el aprendizaje. Sin embargo, se identificó una tendencia a la concepción memorística que en pocos casos se acompañó de aplicaciones prácticas.
- El reconocimiento de limitaciones se planteó en la primera etapa, dificultades en el establecimiento de correspondencias entre sistemas que han dejado entrever el conflicto de implementar un nuevo sistema metrológico cuando aún se utilizaba otro distinto.

Los libros de texto para la formación de maestros mostraron una estabilidad en la manera de presentar el SMD. Abordado conceptualmente con amplitud, se acompañó en las tres etapas por procedimientos, ejemplos y ejercicios que ilustraron su utilidad, por ideas externas a su estructura que enfatizaron en su origen, legalidad y los beneficios sociales que acarrearba. El tratamiento del SMD para este nivel fue uniforme. No se ha identificado una evolución o una involución significativa que recalcar.

7.4.4. Conjeturas

En este apartado nos referimos a las dos últimas conjeturas del estudio: (a) Los libros de texto de matemáticas editados en España entre 1849 y 1892 presentan un desarrollo progresivo y una mejor organización de las ideas matemáticas relacionadas al SMD y su vínculo con la Aritmética; (b) Existen características comunes entre la estructura conceptual, los sistemas de representación, la fenomenología, las expectativas sobre el aprendizaje, sus limitaciones, las oportunidades, materiales y tareas para la enseñanza del SMD en España durante 1849-1892, o al menos se pueden detectar en los libros de texto analizados.

En cuanto a la primera, los indicadores descritos no han permitido una verificación absoluta de la conjetura. Su comprobación ha sido parcial según el nivel educativo. Para la instrucción primaria, como se ha espuesto, la organización de los libros de texto presentó una reducción en cuanto al número de contenidos, procedimientos, representaciones, contextos y tareas vinculadas a la exposición del SMD; es decir, se identificó una progresiva sistematización en la forma y disminución en la diversidad de los contenidos con que inicialmente se atendió este conocimiento. Los documentos para la segunda enseñanza mostraron un progreso en la forma de abordar el SMD; hubo un aumento en la presentación de resultados, estructuras y el desarrollo de destrezas, así como en el uso de recursos como los sistemas de representación y los contextos. Los demás aspectos mantuvieron una presentación uniforme durante las tres etapas. Para las Escuelas Normales no se han identificado variaciones en los libros de texto que presentaron el sistema; el planteamiento fue uniforme en cuanto a los conocimientos que los maestros en formación debían poseer.

La segunda conjetura se verificó en el entendido que se reconocieron características comunes en los libros de texto, independientemente de la población diana, al mismo tiempo diferencias que caracterizaron de forma particular el tratamiento dado al SMD en los niveles educativos. La dependencia del SMD respecto al SDN y su enlace con determinados conceptos y procedimientos aritméticos fueron notorios en los tres niveles en todo el período.

Así mismo, la presentación de la unidad fundamental, el metro, se enfocó desde las perspectivas científica, instrumental y etimológica. Las unidades principales se definieron desde el metro. Sus múltiplos y submúltiplos se establecieron con la ley decimal y su terminología a partir del empleo de palabras griegas y latinas. Los procedimientos fomentaron el desarrollo de destrezas y la aplicación de estrategias para la resolución de problemas.

Las representaciones se constituyeron desde los modos verbal, simbólico y tabular. La utilidad de las pesas y medidas métrico-decimales se ilustró a partir de situaciones matemáticas, comerciales y naturales, complementadas con algunas circunstancias de los contextos técnico y científico.

Los aspectos cognitivos identificados caracterizaron el aprendizaje desde la memoria; las finalidades de la elaboración de los textos radicaron en consideraciones formativas, políticas, culturales y, menormente, sociales. Los objetivos expresos siguieron una instrucción de la aritmética que subrayó, a inicios del período, la inclusión del SMD. Se reconocieron dificultades en la comprensión de la nueva nomenclatura y el establecimiento de correspondencias por parte de los estudiantes.

Hubo una escasez considerable de materiales para la enseñanza, subsanada en pocos casos con la descripción de instrumentos de medida. La exposición de ideas teóricas, la presentación de ejemplos y el planteamiento de ejercicios constituyeron las ideas predominantes para la enseñanza del SMD.

7.5. Aportes de la investigación

El estudio contribuye a particularizar la forma de presentar el SMD como una estructura matemática. Se describen los conceptos y procedimientos, las representaciones y los contextos y modos de uso, así como las aplicaciones de las unidades métrico-decimales utilizadas para abordar, en libros de texto de matemáticas, este sistema durante el período de 43 años transcurridos para su implantación en España.

En el campo de la metrología el estudio se convierte en un complemento, desde una perspectiva didáctica, de las investigaciones históricas relativas al establecimiento del SMD en España. Como se ha expuesto en el Apartado 2.6.1, los estudios de Aznar (1997), Basas (1962), Puente (1982) y Ten (1989) destacan este proceso desde diversas perspectivas: científica, histórica, económica. Nuestro estudio es un aporte a estas investigaciones desde la didáctica. Hemos analizado libros de texto incluidos en algunos de estos estudios y en otros, como fuentes de difusión de un nuevo sistema de pesas y medidas en el marco de la enseñanza de la aritmética. La revisión de literatura y el análisis preliminar (Picado, 2009) han permitido definir, dentro del período seleccionado, tres etapas históricas para la unificación de la metrología española que proporcionan más especificidad a la cronología establecida por Aznar (1997).

Desde un enfoque curricular, se han descrito y subrayado diversos aspectos del Sistema Educativo español en el siglo XIX. Hemos caracterizado la reforma, los cambios curriculares ocurridos a raíz de la implantación del SMD mediante la identificación de las fuerzas a favor y las barreras en contra del cambio. Aunado a esto, hemos seleccionado y caracterizado libros de texto para la enseñanza del SMD en tres niveles educativos: la instrucción primaria, la segunda enseñanza y la formación de maestros. En los documentos, se han reconocido particularidades que describen y establecen tendencias en la forma de presentar conceptos matemáticos, procedimientos, representaciones y aplicaciones para las unidades métrico-decimales y en la manera de exponer el SMD como estructura matemática. También, se han identificado orientaciones en aspectos cognitivos e instruccionales: el modo de concebir el aprendizaje, las dificultades y errores de los estudiantes reconocidos por los autores de los libros de texto (la mayor parte maestros y profesores) y las metodologías sugeridas por dichos autores y utilizadas por los maestros para la enseñanza del SMD, todo esto en una época y lugar particulares.

En cuanto a la metodología de investigación, se han implementado técnicas de análisis novedosas para el estudio de textos antiguos. Destaca la definición de categorías a partir de determinados componentes del análisis didáctico (análisis de contenido, análisis cognitivo y análisis de instrucción) para el estudio de los textos. Hemos establecido y mejorado criterios para un proceso de selección de las fuentes en este tipo de investigación histórica.

7.6. Limitaciones de la investigación

Acabado el estudio reconocemos las limitaciones que durante el proceso de investigación condicionaron algunas de las actividades realizadas. Estas se localizan en las distintas fases según la metodología utilizada y se refieren directamente al investigador.

La carencia de conocimiento sobre la historia de España fue en un inicio una barrera para abordar de manera ágil y rápida los aspectos vinculados al contexto histórico de la investigación. Se requirió de una intensa búsqueda y lectura de literatura para lograr adentrarse en las distintas esferas del contexto político y social imperante en este país durante el siglo XIX.

Durante las fases de selección y análisis de las fuentes, la falta de disponibilidad de textos por su estado físico que, igualmente, impidió la realización de una copia digitalizada, limitó el acceso a las fuentes documentales seleccionadas en la etapa inicial del proceso. Por su parte, la lejanía a los centros de documentación como la BNE en Madrid y el AGA en Alcalá de Henares ralentizó en ciertos momentos el avance en la fase de análisis de los libros de texto.

7.7. Posibles líneas de investigación

Como futuras líneas de investigación derivadas de la metodología utilizada, los hallazgos y los resultados obtenidos destacamos cuatro de ellas, específicas en los ámbitos español e internacional.

- Estudiar el tratamiento del SMD en períodos posteriores a los delimitados en el estudio. En este sentido, se pretende continuar con el análisis de libros de texto para la enseñanza del SMD y, en su defecto, del Sistema Internacional de Medidas (SI), en el siglo XX y primeros años del siglo XXI, posibilitando una caracterización completa de la evolución en la enseñanza del sistema.
- Estudiar los cambios en la organización del currículo de matemática en el Sistema Educativo español ocurridos con el establecimiento del SI por la Conferencia General de Pesos y Medidas en 1960.
- Estudiar el currículo de matemáticas actual, enfocando la enseñanza de las pesas y las medidas por medio de la utilización de aspectos históricos de la metrología española y sus particularidades (semejanzas y diferencias) respecto a las tendencias definidas en nuestro estudio.
- Estudiar las reformas curriculares, mediante el análisis de libros de texto, vinculadas a la adopción del SMD en otros países, singularmente los iberoamericanos con los que compartimos cultura e historia.

CHAPTER 7

Conclusions

In this chapter the conclusions of the study will be presented. They are based on the data, presented in Chapter 6, obtained from the analysis of 13 textbooks used in teaching the MS (Metric System): four for primary education, four for secondary education and five for teacher training in Spain during the period 1849-1892. The information has been organized starting with the proposed objectives and the assumptions put forth for the study.

7.1. The Historic Context, the Determining Forces in the Establishment of the MS and the Authors of the Textbooks

Considerations about the environment in which the implementation of the MS happened, the pressures detected for and against, and the authors of textbooks under study correspond to the first three proposed objectives.

Objective 1. To characterize the social, political, economic, cultural, scientific and academic contexts that influenced the implementation of the MS in Spain during the second half of the nineteenth century.

Objective 2. To describe the forces that drove and opposed the new system of weights and measures, together with the impact on its implementation.

Objective 3. To place the authors of the mathematic textbooks, edited in Spain between 1849 and 1892, in their academic, occupational, scientific and social environments, and their influence upon the change.

These objectives refer to those conditions that produced and gave place to the adoption of the system, such as the social, economic, cultural, scientific and academic contexts in Spain in that period, the pressures arising from the metrical change and the role of the authors in these settings.

7.1.1. About the Historical Context

As we have shown (Section 2.3), in the second half of the nineteenth century there was a rationalization of the social situation in Spain, governed by new rules and managed by new administrative institutions. It recognizes certain political stability, disturbed during the *Sexenio Revolucionario* between 1868 and 1874. Education experienced a significant progress recognized in the reopening of universities, the creation of new specialized research centers and the enactment of laws to organize the education system. With the entry of the MS, the unification of weights and measures was favored; it brought rationality to political control, it objected to and fought commercial abuse and inserted Spain in international trade and scientific advances of the time.

The headlines also underline the devastation left by dynastic and independent conflicts at the beginning of the century, which deeply marked Spanish society at the time. Power, dominance and wealth of particular groups triumphed, as well as poverty, homelessness and the subjugation of the rest of the population. Disputes over power struggles arose between monarchs. Neglect and ideological resistance to necessary changes in the educational system prevailed. The first third of the nineteenth century was not the period to extend the boom in science achieved in the late eighteenth century; it was a period of decline and decay in this field.

The unfortunate political reality in the first thirty years of the nineteenth century, together with a push for scientific, educational and social revitalization around the middle of the century, had a notable influence upon the change of Spanish metrology. Therefore, the MS burst into Spain as an answer to multiple disagreements and quarrels, as a principal component in the processes of change for political, social, economic, educative and scientific recovery.

7.1.2. About the Forces for Change

The social reality led to the necessity of coordinating the diversity of existing economic power; it promoted initiatives to do away with the absence of criteria regulations in commercial transactions at a local level; it established guidelines to channel the advance of science in Spain and to detain its setbacks; it did away with political and ideological obstacles for advances in education; and it promoted initiatives to introduce Spain into the scientific, educational and commercial development of the times.

In spite of encountering resistance in its introduction (Section 2.5), these happenings, integrated into a social context and in the majority of its expressions, contributed and paved the way for the entrance of the MS in Spain, changing the direction of teaching mathematics in the Educational System.

7.1.3. About the Legislation for Curricular Change in the Educational System

The evidences about the curriculum change in mathematics by the introduction of the MS in the Spanish educational system, beginning with its legal introduction, were obtained by a study of the political-educative context.

The enactment of the Law of Weights and Measures in July of 1849 made official the introduction of the MS in Spain and the Educational System. As an educational tool it was emphatic: the MS should form part of the mathematical content beginning in 1852 in all of the institutions that taught this subject. This order led to the inclusion of the MS in mathematical content. In so doing, its adaptation was promoted in arithmetic texts and in the in the elaboration of a new bibliography for teaching it.

As we have seen in Sections 3.2.5, 3.2.6, and 3.2.8, throughout the period 1849-1892, study plans demonstrated the inclusion of the new system in the contents of the teaching of arithmetic. The indications in these documents were general: to impart concepts of arithmetic, or simply arithmetic concepts, with the legal system of weights and measures. Our study has permitted us to verify that its inclusion in the textbooks, with some particularities of form and content, was effective from 1849 on. To be more precise, from 1852 the MS formed part of the content of the texts for primary instruction; their adaptation to the arithmetic texts expanded in secondary education and in teacher training, the level that was built in by the necessity of training those who would be teaching children in their first years of mathematical formation.

7.1.4. About the Historical Stages

The study of the historical and political environment in Spain during the nineteenth century permitted the identification of three historical stages that accentuated, from our perspective, the implantation of the MS during the period 1849-1892. These stages highlight two points: the years 1868 and 1880, identified and defined by social happenings, political opinions and educational reforms linked with the establishment of the new weights and measures in Spain. Among those, the overthrow of Isabel II in 1868 and the enactment of the decree of compulsory use of the MS in 1880 (and with it the illegality of the use of older weights and measures).

The enactment of the Law of Weights and Measures on the 19th of July, 1849, began a metrological period based in the MS for its inclusion in public administration and in the educational system. From this date until 1867, the actions of the Government focused on the dissemination of the MS in state institutions and their integration in the process of teaching mathematics. At this stage the educational reform of 1852, visible in the regulation of studies and the texts for the teaching of arithmetic, is recognized, as well as the Moyano Law.

Once the preliminary actions for the partial adoption of the MS were carried out, its extension to all Spaniards was enacted in 1868. A stage of generalization was initiated, covering the accession of Spain to the Diplomatic Agreement of the Meter, that is to say, the

first step for the incorporation of Spain in international metrology. It was a stage of internal (national) and external (international) generalization.

Despite being adopted in public administration, incorporated into the education system and generalized into the Spanish and international business activities, several postponements delayed its definitive use in society. In 1880 it became necessary to enact mandatory use of the new units, a decree which became official in 1892 with the enactment of the Law on Weights and Measures on July 19 of that year which declared the single mandatory metrological system of the MS in Spain.

In this way, we establish three historical stages that characterize the process of implementation of the MS in Spain in the second half of the nineteenth century: (a) Legal enactment, governmental introduction and educational dissemination (1849-1867), (b) Widespread initiatives of the MS (1868-1879), and (c) Legality and compulsory nature (1880-1892). In addition to its historic contribution to Spanish metrology, the temporary organization described became one of the components in the process of selecting sources.

7.1.5. About the Authors

In Section 6.2.4 we specified the uniqueness of the authors in the preparation of textbooks. The peculiarities found lead to a classification, for its development, in two groups: (a) primary school teachers and (b) professional mathematics and higher education. All of them are Spanish experts in teaching mathematics in full compliance with their duties. The first group involves practicing teachers, or people of other educational occupations who produced texts as teaching materials for their classes and educational levels in which they worked. The second includes teacher trainers, mathematicians, educators or people with educational-political positions; their texts were directed mostly toward the levels of secondary education and training of teachers in the field of mathematics and other fields of knowledge. It is emphasized that the selection phase of the texts required authors in the field of education. However, studying aspects of their professional and personal lives allowed the identification of certain characteristics described unrecognizable from their link to education.

Moreover, as stated in Chapter 5, the analysis of school textbooks revealed the influence that the authors exercised to implement the MS in society, thereby complying with regulations as well as mathematics syllabi. On the one hand, they spread the MS according to law. On the other, they raised awareness about the advantages and benefits of its adoption. Their ideas highlighted the unchanging nature of the system, its relationship to the SDN, the ease to perform calculations and reductions, and the possibility of eradicating the social, trade and scientific constraints known for their metrological diversity. The authors proceeded according to the rules laid down by law, but they also promoted a culture for dissemination of scientific knowledge. As teachers, they spread the knowledge of mathematics in the classroom; as politicians, they promoted changes to improve education; as mathematicians, they highlighted the development of science.

Some were simply executors and transmitters of educational provisions. Others directed their convictions to scientific advancement and commercial development, social welfare, academic freedom and science education in the classroom, by changes in teaching methods.

7.1.6. Conjectures

The bibliography consulted, and data on the social impact of the MS identified in the texts verified the first of the conjectures. With this we confirm that the political and social events, the scientific and academic scenario and the economic situation of Spain in the nineteenth century provided suitable conditions to implement the MS and thereby generate a change in the teaching of mathematics. Our argument has confirmed some of the results of Aznar (1997) that attribute the foundation for a metrological unification resulting in the effective adoption of the MS to the Spanish historical context of the first half of the nineteenth century.

Also we can verify the changes produced in mathematics texts, in our case educational documents, following established curriculum changes for the dissemination of the MS in the establishments of primary education, secondary education and teacher training at the time. Curriculum reform in mathematics for incorporation of the MS in the educational system has been shown in accurately analyzed textbooks that gave an effective response to curriculum reform.

7.2. Inclusion of the MS in the Mathematics Curriculum for Primary Education, Secondary Education, and Teacher Training

The conceptual, procedural, representative, phenomenological, cognitive and instructional aspects constituted one of the major components of the study. The establishment of statements in this regard was achieved based on five objectives.

Objective 4. Describe and analyze the conceptual structure that presents the MS mathematics textbooks published in Spain in the period 1849-1892.

Objective 6. Describing and analyzing the structural concept used to present the MS in mathematics texts published in Spain between 1849 and 1892.

Objective 7. Describing and analyzing the contents and situations through which the MS was presented the in mathematics textbooks in Spain in the period 1849-1892.

Objective 8. Detail any expectations, limitations and opportunities on the learning of units of weights and measures found in mathematics textbooks published in Spain between 1849 and 1892.

Objective 9. Characterize the materials and learning tasks of the MS considered in mathematics textbooks published in Spain between 1849 and 1892.

These conceptual, procedural and training aspects, used to present the MS in textbooks, are variable. Our conclusions are based on the identification of the common attributes that identify them in each level of education, highlighting in some cases the main differences.

7.2.1. The Conceptual Structure

Preliminary concepts were included to those linked to the MS. Overwhelmingly, these were quantity, unit, measurement and number. From the latter were highlighted the whole number, fractions or mixed numbers, decimal fractions, both complex and simple, as classifications directly related to the MS: fundamental unit, main units of measure, multiples and submultiples. In the presentation of these concepts, the influence of Euler and Newton was emphasized. In the impressions of the authors, some features highlighted the weight of Greek tradition.

The system was formed of five main units derived from the meter, the fundamental unit of the system. These were the meter, area, liter, cubic meter and the kilogram for the classes of length, area, capacity, volume and weight. In the case of weights, the kilogram is emphasized as the usual unit for its usefulness and the gram as the principal unit. Accompanying this were the real and the peseta as the main units of the currency system used in different stages of monetary policy and in some cases at different points in time. These principal units relied on upper and lower decimal equivalents. The multiples amounted to 10, 100, 1000 or 10000 principal units and were named by forming words with the Greek prefixes Deka, Hecto, Kilo and Miria, respectively. The submultiples were named with the Latin prefixes deci, centi and milli to indicate the tenth, hundredth and thousandth of the unit, respectively.

The procedures highlighted writing, reading and operating with metric numbers, forming upper and lower units and making reductions, establishing equivalencies and solving problems. This was accompanied by rounding strategies, moving the comma and the use of tables.

Therefore, the texts showed the MS following a mathematical structure consisting of the basic concepts of its main units, upper and lower, the decimal equivalents and linkage with arithmetic concepts and principles.

7.2.2. The Systems of Representation

Representations were made verbally. It prevailed among the other ways to extensively incorporate the ideas. At a second level of use were symbolic and numerical tabular and simplified concept organization, and description of instruments of measurement. The graphic mode, for the representation of metric units, was an exception in a minority of documents.

7.2.3. The Phenomenological Aspects

Situations of greater significance in textbooks for the application of concepts and processes in the MS were limited to mathematical, commercial, technical and natural contexts. The first related to arithmetic calculations in establishing equivalencies and reductions and how to operate these units; the commercial and technical showed the use and applicability of the units of weights and measures in the buying and selling of merchandise and products, along with building practices, surveying, textiles and topography. The latter was highlighted by the definition of the gram, based on the meter in specific natural-physical conditions. Thus,

textbooks immediately linked the MS with mathematics, commerce and surveying, plus other areas.

7.2.4. Teleological and Cognitive Aspects

Training purposes, both political and cultural, played a large part in the rationale of the authors for the preparation of textbooks. In the textbooks analyzed, the social order, also present, appeared less often, which contrasted with the inclusion of examples and exercises illustrating the social application of the system.

The authors focused the MS transmission through the act of teaching or instruction of teachers: professors and trainers, and student learning. However, when incorporated into previously prepared arithmetic texts, they did not receive the same attention as other mathematical knowledge relating to arithmetic, thereby limiting their social outreach. The authors projected an arithmetic learning style focused on the numbers and basic operations.

The ultimate learning method was by rote. This rote learning interaction was usually between the teacher and student: the teacher asked and the student answered with the correct answer, the one given in the text.

In classrooms, the MS became common by memorizing the nomenclature and practical application of its units in various mechanical problems. However, in secondary education the practical intentions should be highlighted, i.e. more focus on the applicability of the new units than in remembering terms.

The constraints expressed by the authors underlined the difficulty of understanding both the new metrological nomenclature and the problem statement, as well as the retention of extensive definitions. Mainly there were linguistic and interpretational difficulties, to which were added parts of calculations, reductions or equivalencies.

7.2.5. Instructional Aspects

The instruction of the MS was characterized by the teacher presenting conceptual and terminological specifications. These were accompanied by illustrative examples for the use and application of new units of weights and measures and formulation of exercises as a means of learning assessment. Sequentially, the MS teaching was proposed in textbooks starting with the presentation of concepts, specification, modeling and applying procedures, showing examples and giving exercises.

7.3. The Connection Between the MS and the Decimal Numbering System Found in Textbooks

The fifth objective approached the study by identifying the link between the Decimal Numbering System (DNS) and the incorporation of the MS, focusing on the metrology system as a component of school arithmetic.

Objective 5. Describing the relationship suggested between the DNS and MS in the texts edited in Spain during the period 1849-1892.

The relationship suggested between the two systems was viewed from two perspectives. Firstly, the conceptual and procedural relationship between decimal numbering and definition of the decimal metric units above and below (multiples and submultiples) and secondly, the link between the MS and arithmetic content covered in textbooks.

Despite the difference in nomenclature, the MS surpassed the Measurement System of Castile in the definition of their units with decimal numbering. The so-called "metric numbers" were associated with whole numbers and decimal fractions widely known and used by the Spanish. There tended to be established what we call "metric orders" from compositions among Greek and Latin words, and the main units for each quantity. Another priority established this relationship in reverse, i.e. from the grammatical composition to the assignment of decimal values. The inclusion of the MS in the arithmetic content addressed various reasons of the authors. These were:

- The object of arithmetic was conceived in the composition and breaking down of numbers and the determination of the sizes of objects by an established measure. With the MS, the sizes of the objects is provided for.
- The MS dealt with separate quantities (concrete numbers) that were addressed in the exposure and teaching of arithmetic.
- Its link to the traditional numbering system. This was justified in the incorporation of the MS to the contents of arithmetic by their relationship to SDN and because this is one of the components of arithmetic in mathematics curricula. That is, the MS being somehow a derivative of the DNS, it should be included in the mathematical area that presents it. This was recognized as the major argument.

Independent of the reasons for inclusion in the contents of arithmetic, two provisions have been identified for inclusion in the books: (a) the MS was incorporated as an integral component of the contents of arithmetic, and (b) was a separate chapter of the aims of the text. The latter occurred less frequently and refers to placing the section on decimal metric measures in the final section of the textbook, separating its exposition from other content, due to the need of adding the subject matter to previously published documents. In the first case different peculiarities were distinguished as to the order of the content present in the textbooks analyzed throughout the period.

- The MS followed the exposition of preliminary notions of arithmetic, the basic elements of the numeration and procedures to operate with natural numbers. This indicates a strict order in the presentation of basic arithmetic operations prior to a metrological systems approach.
- Operations stressed natural numbers with procedural extensions to fractions, decimal fractions, metric and metric numbers by establishing reductions. The latter were taken up after the conceptual introduction of the system.

- The MS followed the exposure of decimal fractions, with the exception of some books for primary education and teacher training, to whom it was presented before the general teaching of the decimal concepts. Despite this peculiarity, the dominant tendency was approaching the study of decimal metrology after familiarizing students with decimal concepts.
- The permanence of the Measurement System of Castile in the teaching of arithmetic was evident in the textbooks that were published prior to the MS. Present in most documents, this peculiarity was more common in the books selected for training teachers. This backs up historical data as to how deep-rooted the old metrological system was in Spanish society. Textbooks, responding to curricular reform by incorporating new metrological awareness, continued the use of the weights and measures of Castile.

Thus, knowledge of the principles of decimal numbering was basic for the conceptual and procedural understanding of the decimal metric units. The incorporation of the MS texts for mathematics teaching was effective, but not exclusive as a metrological subject matter. A pattern in the texts was recognized regarding the presentation of the arithmetical content, one that was diversified by introducing the MS within the established levels set for the teaching of this mathematical discipline.

7.3.1. Conjectures

The information presented in Sections 7.1, 7.2, and 7.3 has verified three of the assumptions raised. The statements set out together in the three sections verified that mathematics texts published in Spain for the teaching of the MS in primary, secondary and teacher training can be characterized by stages, trends and content during the period 1849-1892.

The assertions in Sections 7.3 verified that the inclusion of MS in the contents of arithmetic, responded to a link to the DNS which can be characterized as the curriculum reform develops.

In Sections 7.2 and 7.3 it has been verified that the inclusion of the MS in the mathematics curriculum Spanish Education System between 1849 and 1892 meant a reorganization of the contents of arithmetic texts edited for the Primary, Secondary and Normal School levels.

7.4. Indicators of Development and Characterization of the MS Treatment Given to Mathematics Textbooks in the Second Half of the Nineteenth Century

Analyzing the behavior of the MS in mathematics textbooks for 1849-1892 has allowed us to recognize indicators that characterize the development of this mathematical structure in primary education, secondary education and teacher training in the second half of the nineteenth century. The statements have been based on achieving the ultimate objective of the study.

Objective 10. Identify indicators that show the development in textbooks related to the implementation of the MS in Spain in the second half of the nineteenth century, along with possible trends.

7.4.1. Indicators for Primary Education

- From the conceptual levels of complexity, a uniform presentation of terms, agreements and concepts was recognized in the textbooks.
- From the same levels, the presentation of notations, results and structures, showed a decrease as the stages progressed. The representation of numerical notation, the specifics of the equivalences in multiples and submultiples for square and cubic units and the presentation of data structure the MS and the types of measurement showed a reduced presence after 1868.
- The relationship with the DNS remained present in the textbooks throughout the period under study.
- The presentation of the MS components changed throughout the different stages. Throughout the period there remained a basic presentation of the system (basic unit, types of measures, main units for each measurement, multiples and submultiples, representations and contexts). However, the details that were addressed between 1880 and 1892 were not as specific in previous stages. That is, a broad exposition of the system and structure (and substructures that comprise it) was maintained from 1849 to 1879 that was reduced to basic concepts in the obligatory stage.
- The instrumental approach excelled in the presentation of meter for the entire period. The etymological and scientific approaches are complementary.
- The main units were the meter, area, liter, cubic meter and kilogram which corresponded to measures of length, area, capacity, volume and weight.
- The monetary unit was established under existing legislation when making up the textbooks.
- The time units were uncommon in the texts as a complement of the MS.
- The books showed a marked decrease in the number of procedures to implement metric-decimal units. The early years (first stage) highlighted an emphasis on skill development, reasoning and establishing strategies for the use of metric-decimal units. This changed after 1868, when it identified the development of some skills and strategies and the complete absence of these (skills, reasoning and strategies) in the final period.
- The use of modes of representation varies in the textbooks over the period. In particular, the verbal mode prevailed. The use of symbolic, tabular and graphical depictions in the presentation of measurement instruments were identified in the books of the first stage, reducing themselves to symbols and tables in the second. In the third, only the verbal mode was recognized.

- The presentation of examples and exercises decreased in the second and third stages, also reducing the use of situations and contexts in which the MS was used.
- The formative purposes, political and cultural, tended to do the most in the development of textbooks.
- Rote learning was the predominant learning method.
- The documents were prepared for an explanation of arithmetic, with specific regard to the MS in the first stage.
- The difficulties of understanding the new nomenclature by the students faded as time passed.

So, from our perspective, the textbooks used in primary education showed a diminishing way of approaching the MS. A decrease was demonstrated in the contents and procedures covered and of the representations, examples and exercises, shown as the stages progressed; rote learning became stagnated.

7.4.2. Indicators for Secondary Education

- The presentation of terms, notations, agreements and results was consistent over the entire period.
- The MS was conceived as a novel nomenclature from the second stage of its history. During the first 30 years the system was conceived as a structure composed of concepts, representations and numerical relationships between its components. The books analyzed for the second and third stages showed it as a series of new terms, definitions and practical procedures.
- The basic structure of the MS was maintained throughout the period: main unit, principal units, multiples, submultiples, reduction procedures and establishment of equivalencies, and its link with the DNS and certain preliminary arithmetical concepts.
- There had been no uniformity in the presentation of the main unit used in measuring weight. The gram or kilogram was introduced as such. A conflict has been recognized regarding the scientific or instrumental presentation of this unit.
- The development of skills and the application of resolution strategies was encouraged. The presentation highlighted the three stages of teaching procedures for the new units of measure.
- The representations used focused on the verbal, symbolic and tabular modes, with descriptions of measuring instruments in the final stages.
- The commercial contexts were common and natural. There were differences in the presentation of situations within certain contexts. Mathematical and scientific contexts excelled in the first two stages, the technical in the last two.
- Providing examples and the posing of problems constituted, together with the exhibition of conceptual and procedural ideas, the tasks most representative of the period.

- The textbooks under study were produced on the basis of the political, educational, cultural and social purposes.
- Learning was conceived with a more practical application than in the textbooks of the other educational levels.
- The objectives highlighted the specificity with which the MS was initially introduced and then moved to more general aims about arithmetic.
- There was no presentation that addressed specific learning limitations of the MS.

Textbooks for this level showed a uniform development of the MS during the period. Added to this, including descriptions of instruments of measure, the promotion of learning by doing, significant exposure to examples, the posing of exercises and the inclusion of technical situations in the second and third phases that expanded use of the system, are indicators of progress in the way of treating the MS in secondary education.

7.4.3. Indicators for Teacher Training

- The presentation of facts, concepts and structures maintained a uniformity in the three stages. This has highlighted a wide exposure of arithmetical and metrological concepts during the period.
- In stages between 1849 and 1879 the MS was presented as a novel structure. For the last two decades of the nineteenth century, the emphasis was on highlighting the rules of its inclusion.
- The MS was structured from the DNS and the meter. It consisted of main units, multiples and submultiples for species of length, area, volume, capacity and weight. The exposure of the gram as the main unit was consistent throughout the period. The kilogram appeared as one of its multiples.
- The cubic meter was approached for its instruction in higher levels of education (professional degrees).
- The preparation of teachers in metrological matters was guided by scientific fundamentals and their immediate application in the most frequent activities of society.
- During the period, the weights and measures of Castile maintained their presence in the texts. That is, teachers were trained both in the MS and older Metrology.
- Explanation of the MS was associated with historical and legal aspects and with such social impact that it provided teachers comprehensive training on the system and the context in which it was implemented.
- The reduction of units and problem solving were the skills and strategies that consistently appeared in the texts. Others followed a discontinuous pattern in the different stages.
- The modes of representation used were verbal, symbolic and tabular.
- The use of the MS was illustrated with mathematical, commercial and natural situations in three stages. The use of technical context has been identified in

the generalization and compulsory stages, and the social context in the enactment and generalization. Thus, the period 1869-1879 presented the greatest diversity of situations.

- Tasks were focused on the basis of presenting examples and laying out the exercises.
- Development of the books was guided by the four purposes described: political, educational, cultural and social. The goal was to develop a text to train teachers to teach arithmetic.
- There was no common point on how to understand learning. However, a trend was identified, that of rote learning, which was rarely accompanied by practical applications.
- Recognition of limitations was raised in the first stage, such as difficulties in establishing correspondence between systems, which hinted at the conflict in implementing a new metrological system while still using a different one.

Textbooks for the training of teachers showed stability in the way of presenting the MS. Amply addressed conceptually, they were accompanied in the three stages by procedures, examples and exercises that illustrated their usefulness, by external ideas outside their structure that emphasized, in origin, legality and the social benefits it entailed. Treatment of the MS for this level was consistent. Significant development or deterioration was not identified.

7.4.4. Conjectures

In this section we refer to the last two assumptions of the study: (a) The math textbooks published in Spain between 1849 and 1892 show a progressive and a better organization of mathematical ideas related to the MS and its link to arithmetic; (b) There are common features between conceptual structure, systems of representation, phenomenology, learning expectations, constraints, opportunities, materials and tasks for teaching the MS in Spain from 1849-1892, or at least that can be detected in the textbooks analyzed.

Regarding the first, the indicators described have not allowed absolute verification of the conjecture. Its verification has been partial according to educational level. For primary education, as has been explained, the organization of the textbooks showed a reduction in the number of contents, procedures, representations, contexts and tasks related to the presentation of the MS i.e. a progressive systematization was identified, that in form and decrease in the diversity of content that initially responded to this knowledge. Documents for secondary schools showed an improvement in how to deal with the MS; there was an increase in the presentation of results, structures and skill development, as well as the use of resources such as systems of representation and contexts. Other aspects maintained a uniform presentation for all three stages. For Normal Schools, variations in the textbooks that presented the system have not been identified; the approach was uniform regarding the knowledge that teachers in training should possess.

The second conjecture was verified with the understanding that common features were recognized in the textbooks, independent of the target population, while at the same time differences in a particular way that characterized a particular form of the treatment given to

the MS in different educational levels. The dependence of the MS on the DNS and its link to certain concepts and arithmetic procedures were notable in the three levels throughout the period.

Also, the presentation of the fundamental unit, the meter, was presented from scientific, instrumental and etymological perspectives. The main units were defined from the meter. Their multiples and submultiples were established with the decimal law and its terminology from the use of Greek and Latin words. The procedures fostered skill development, and application of strategies for problem solving.

The representations were formed from the verbal, symbolic and tabular modes. The usefulness of the decimal-metric weights and measures was illustrated based on mathematical situations, both commercial and natural, supplemented with various circumstances surrounding technical and scientific contexts.

The cognitive aspects identified were characterized by rote learning; the purposes of creating textbooks arose from formative, political, cultural, and to a lesser degree, social considerations. The stated objectives followed an arithmetic instruction which emphasized at the beginning of the period, the inclusion of the MS. Difficulties were recognized in understanding the new nomenclature and the establishment of correspondence by students.

There was a considerable shortage of teaching materials, aided in a few cases by the description of instruments of measure. The exposition of theoretical ideas, the presentation of examples and the postulating of exercises formed the dominant ideas and tasks for the teaching of the MS.

Referencias

- Abellán, J. L. (1981). *Historia crítica del pensamiento español* (Vol. 3). Madrid, España: Espasa-Calpe.
- Aires, A. P. (2006). *O conceito de derivada no ensino secundário em Portugal ao longo do século XX: Uma abordagem histórica através dos planos curriculares e manuais escolares* (Tesis doctoral no publicada). Universidad de Salamanca, España.
- Alder, K. (2003). *La medida de todas las cosas*. Madrid, España: Taurus.
- Alía, F. (2005). *Técnicas de investigación para historiadores*. Madrid, España: Síntesis.
- Almagro-Gorrea, M. (2000). *Las medidas en España de la Prehistoria a la Antigüedad*. Madrid, España: Museo Virtual de la Ciencia. Las Medidas y las Matemáticas Recuperado de: http://museovirtual.csic.es/salas/medida_y_matemáticas/articulo11.htm
- Alonso, F. et al. (1993). *Ideas y actividades para enseñar álgebra*. Madrid, España: Síntesis.
- Amaral, A., Ralha, E. y Gomes, A. (2011). The historical approach of the fundamental concept of measurement in Portuguese mathematics textbooks for 5th and 6th grades. En E. Barbin, M. Kronfellner y C. Tzanakis (Eds.), *Proceedings of the Sixth European Summer University—History and Epistemology in Mathematics Education* [CD-ROM] (pp. 259-270). Vienna, Austria.
- Amaral, A., Ralha, E. y Gomes, A. (2011). A História dos programas de Matemática para a formação dos professores do 1º Ciclo do Ensino Básico em Portugal—O conceito fundamental de Medida. *Actas del I Congreso Ibero-Americano de Historia de la Educación Matemática*. Universidad de Beira Interior, Covilhã, Portugal. Recuperado de http://www.apm.pt/files/177852_C01_4dd79ca909e86.pdf
- Aróstegui, J. (2001). *La investigación histórica: teoría y método*. Barcelona, España: Crítica.

- Artola, M. (1988). *Enciclopedia de Historia de España* (Vol. 1). Madrid, España: Alianza.
- Artola, M. (1996). La década absolutista. En J.M. Jover (Dir.), *Ramón Menéndez Pidal. Historia de España. La España de Fernando VII* (Tomo 32, Vol 1) (pp. 844-952). Madrid, España: Espasa-Calpe.
- Aznar, J. V. (1997). *La unificación de los pesos y medidas en España durante el siglo XIX* (Tesis doctoral no publicada). Universidad de Valencia, España.
- Babini, J. y Pastor, J. (1997). *Historia de la Matemática*. Barcelona, España: Gedisa.
- Balacheff, N., Howson, A. G., Sfard, A., Steinbring, H., Kilpatrick, J. y Sierpiska, A. (1993). What is research in mathematics education, and what are its results? *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 13(1.2), 191-204.
- Barbin, E., Kronfellner, M. y Tzanakiz, C. (2012). *History and epistemology in mathematics education. Proceedings of the 6th European Summer University* [Historia y epistemología de la enseñanza de las matemáticas. Actas de la sexta Universidad Europea de Verano]. Viena, Austria: HPM.
- Bardin, L. (1977). *L'Analyse de contenu* [El Análisis de Contenido]. París, Francia: PUF.
- Basas, M. (1962). *Introducción en España del Sistema Métrico Decimal*. Milán, Italia: Dott. A. Giuffrè.
- Bell, A., Costello, J. y Küchemann, D. (1983). *Research on learning and teaching. A review of research in mathematics education* [Investigación sobre aprender y enseñar. Una revisión de la investigación en educación matemática]. Windsor, Reino Unido: NFER-Nelson.
- Bell, E. T. (1992). *Historia de las matemáticas* (R. Ortiz, Trad.). México D.F., México: Fondo de Cultura Económica.
- Berelson, B. (1952). *Content analysis in communication researches* [El Análisis de Contenido en las investigaciones de comunicación]. Nueva York, Estados Unidos de América: Free Press.
- Best, J. W. (1982). *¿Cómo investigar en educación?* Madrid, España: Morata.
- Bisquerra, R. (1989). *Métodos de investigación educativa: guía práctica*. Barcelona, España: CEAC.
- Bjarnadóttir, K. (2006). *Mathematical education in Iceland in historical context* (Tesis doctoral, Department of Mathematics and Physics, Roskilde University). Recuperado de http://rudar.ruc.dk/bitstream/1800/2914/1/Chapter0_IMFUFA.pdf
- Boyer, C. (2003). *Historia de la matemática*. Madrid, España: Alianza.
- Bruno, A. y Martyinón, A. (2000). Contenidos matemáticos en la segunda enseñanza española del siglo XX. *Suma*, 34, 27-44.
- Cardoso, C. (2000). *Introducción al trabajo de la investigación histórica: conocimiento, método e historia*. Barcelona, España: Crítica.
- Carr, R. (1978). *España 1808-1939*. Barcelona, España: Ariel.
- Carr, R. (2001). Liberalismo y reacción, 1833-1931. En R. Carr (Ed.), *Historia de España* (J. L. Gil, Trad.) (pp. 209-291). Barcelona, España: Atalaya.

- Carreño, M. (1996). Introducción del sistema métrico decimal en el currículo escolar. En P. Ballarín et al. (Ed.), *IX Coloquio de Historia de la Educación. El Currículum: Historia de una Mediación Social y Cultural* (pp. 71-78). Granada, España: Osuna.
- Carrillo, D. (2005). *La metodología de la aritmética en los comienzos de las Escuelas Normales (1838-1868) y sus antecedentes*. Murcia, España: Universidad de Murcia.
- Castillo, S. (Coord.). (1990). *La historia social en España, actualidad y perspectivas: Actas del I Congreso de la Asociación de Historia Social, Zaragoza, septiembre, 1990*. Madrid, España: Siglo Veintiuno Editores.
- Castro, E., Rico, L. y Castro E. (2007). *Números y operaciones. Fundamentos para una aritmética escolar*. Madrid, España: Síntesis.
- Centeno, J. (1997). *Números decimales. ¿Por qué? ¿Para qué?* Madrid, España: Síntesis.
- Chamorro, C. y Belmonte, J.M. (2000). *El problema de la medida. Didáctica de las magnitudes lineales*. Madrid, España: Síntesis.
- Ciscar, G. (1800). *Memoria elemental de los nuevos pesos y medidas decimales, fundados en la naturaleza*. Madrid, España: Imprenta Real.
- Cohen, L. y Manion, L. (2002). *Métodos de Investigación Educativa* (2ª ed.). Madrid, España: La Muralla.
- Collette, J. P. (1973). *Historia de las matemáticas*. México D. F., México: Romont.
- De Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43, 19-58.
- De Lorenzo, J. A. (1998). *La revolución del metro*. Madrid, España: Celeste ediciones.
- De Lorenzo, J. A. (2000). *La medida en el camino entre la significación y la convención*. Recuperado de http://museovirtual.csic.es/salas/medida/medidas_y_matematicas/articulo22.htm.
- Del Olmo, M., Rico, L. y Sierra, M. (1996). Textos de aritmética para la formación inicial del maestro (1830-1930). En P. Ballarín, et al. (Eds.), *IX Coloquio de historia de la educación. El currículum: historia de una mediación social y cultural* (pp. 351-356). Granada, España: Osuna.
- Delgado, B. (2005). *Historia de la educación en España y América*. Madrid, España: Morata.
- Descartes, R. (1995). *Los principios de la filosofía* (G. Quintás, Trad.). Madrid, España: Alianza Universidad.
- Domínguez, A. (2001). *España, tres milenios de historia*. Madrid, España: Marcial Pons.
- Ernest, P. (1994, Febrero). In response to Professor Zheng. *Philosophy of Mathematics Education Newsletter*, 7, 5-8. Recuperado de <http://people.exeter.ac.uk/PErnest/pome/pome7.htm>.
- Escolano, A. (1982). Las escuelas normales. Siglo y medio de perspectiva histórica, *Revista de Educación*, 269, 55-76.
- Escolano, R. y Gairín, J. M. (2007). Enseñanza del número racional positivo en educación primaria: propuesta didáctica con modelos de medida. En E. Castro y J. L. Lupiáñez

- (Eds.), *Investigación en educación matemática: pensamiento numérico. Libro homenaje a Jorge Cázares Solórzano* (pp. 185-212). Granada, España: Universidad de Granada.
- Euler, L. (1810). *Elements of algebra by Leonard Euler, translated from the french; with the additions of La Grange* [Elementos de Álgebra por Leonard Euler, traducido del francés, con las adiciones de La Grange] (2^a ed.). Londres, Reino Unido: J. Johnson and Co.
- Farmaki, V., Klaudatos, N. y Paschos, T. (2004). Integrating the history of mathematics in educational praxis. An euclidean geometry approach to the solution of motion problems. En M. J. Høines and A. B. Fuglestad (Eds.), *PME 28. Vol. 3* (pp. 505-512). Bergen, Noruega: PME.
- Fauvel, J. y Gray, J. (1991). *The history of mathematics: a reader*. Hong Kong, China: Macmillan Press-The Open University.
- Ferrater, J. (1982). *Diccionario de filosofía, 4* (4^a ed.). Madrid, España: Alianza editorial.
- Ferrater, J. (1984). *Diccionario de filosofía, 3* (5^a ed.). Madrid, España: Alianza editorial.
- Figueras, O. (1988). *Dificultades de aprendizaje en dos modelos de enseñanza de los racionales* (Tesis doctoral no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, México D. F., México.
- Figueras, O. (1989). Two different views of fractions: Fractionating and operating [Dos puntos de vista de las fracciones: fraccionar y operar]. En G. Vergnaud, J. Rogalski y M. Artigue (Eds.), *Actas de la 13eme Conference Internationale, Psychology of Mathematics Education* (Vol I, pp. 268-275). París, Francia.
- Fillooy, E., Puig, L. y Rojano, T. (2008). *Educational algebra: a theoretical and empirical approach*. Nueva York, Estados Unidos de América: Springer.
- Fox, D. (1987). *El proceso de investigación en educación*. Pamplona, España: Universidad de Navarra.
- Frege, G. (1984). Sobre sentido y referencia (U. Moulines, Trad). En G. Frege, *Estudios sobre semántica* (pp. 51-86). Madrid, España: Orbis, S. A.
- Fried, M. N. (2001). Can mathematics education and history of mathematics coexist? *Science & Education, 10*, 391-408.
- Fried, M. N. (2008). History of mathematics in mathematics education: A saussurean perspective. *The Montana Mathematics Enthusiast, 5*(2-3), 185-198.
- Furinghetti, F. (1997). History of mathematics, mathematics education, school practice: case studies in linking different domains. *For the Learning of Mathematics, 17*(1), 55-61.
- Furinghetti, F. (2002). On the role of the history of mathematics in mathematics education. En I. Vakalis, D. Hughes Hallett, C. Kourouniotis, D. Quinney y C. Tzanakis (Eds.), *Proceedings of ICTM2* [CD-Rom] (p. 51). Hersonissos, Creta, Grecia: J. Wiley e hijos.
- Furinghetti, F. (2004). History and mathematics education: a look around the world with particular reference to Italy. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education, 3*(1-2), 1-20.
- Furinghetti, F. y Somaglia, A. (1998). History of mathematics in school across disciplines. *Mathematics in School, 24*(4), 48-51.

- Fusi, J. y Palafox, J. (1997). *España: 1808-1996. El desafío de la modernidad*. Madrid, España: Espasa Calpe.
- García, E. y García, E. (1970). *Polémica de la ciencia española*. Madrid, España: Alianza.
- Gerdes, P. y Djebbar, A. (2011). *History of Mathematics in Africa: AMUCHMA 25 Years* (Vol. 1) [Historia de la matemática en África: AMUCHMA 25 años]. Carolina del Norte, Estados Unidos de América: AMUCHMA & Lulu.
- Gillies, D. (Ed.). (1992). *Revolutions in mathematics* [Las revoluciones en las matemáticas]. Oxford, Reino Unido: Clarendon Press.
- Gómez, B. (1999, septiembre). *Cambios en las nociones de número, unidad, cantidad y magnitud*. Ponencia presentada en las Jornadas para el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas (JAEM), Lugo, España.
- Gómez, B. (2003). La investigación histórica en didáctica de la matemática. En E. Castro (Coord.), *Investigación en Educación Matemática. Séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. Granada, España; Universidad de Granada.
- Gómez, B. (2008). Pasado y presente de los manuales escolares. En Associação de Professores de Matemáticas (Eds.), *Actas do SIEM-2007. XVIII SIEM. Seminário de Investigação em Educação Matemática. Painel: Avaliação de Manuais Escolares* (pp. 1-8). Lisboa, Portugal: SIEM.
- Gómez, B. (2010). Concepciones de los números decimales. *Revista de Investigación en Educación*, 8, 97-107.
- Gómez, B. (2011). El análisis de manuales y la identificación de problemas de investigación en didáctica de las matemáticas. *PNA*, 5(2), 49-65.
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *EMA*, 7(3), 251-292.
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria* (Tesis doctoral, Universidad de Granada). Recuperado de http://documat.unirioja.es/servlet/listatesis?tipo_busqueda=INSTITUCIONTEXTOCOMPLETO&clave_busqueda=819043
- González, M. T. y Sierra, M. (2003). El método de investigación histórico en la didáctica del análisis matemático. En E. Castro (Coord.), *Investigación en Educación Matemática. Séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 109-130). Granada, España: Universidad de Granada.
- González, P. (1991). Historia de la matemática: integración cultural de las matemáticas, génesis de los conceptos y orientación de su enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 9(3), 281-289.
- Gordon-Childe, V. (1979). *Los orígenes de la civilización*. Madrid, España: Fondo de Cultura Económica.
- Grajales, T. (2002). La metodología de la investigación histórica: una crisis compartida. *Enfoques*, 14, 5-21.

- Guthrie, J. (Ed.). (2003). *Encyclopedia of education* (2ª ed., Vol. 7). Nueva York, Estados Unidos de América: Macmillan.
- Gutiérrez, A. (1991). La investigación en didáctica de las matemáticas. En A. Gutiérrez (Ed.), *Área de Conocimiento Didáctica de la Matemática* (pp. 149-194). Madrid, España: Síntesis.
- Gutiérrez, J. y Peset, J. (1997). *Historia de la ciencia y de la técnica. Metro y kilo: el sistema métrico decimal en España*. Madrid, España: AKAL.
- Hiebert, J. y Lefevre, P. (1986). *Conceptual and procedural knowledge: the case of mathematics* [Conocimiento conceptual y procedimental: el caso de las matemáticas]. Nueva Jersey, Estados Unidos de América: Lawrence Erlbaum Associates.
- Hofmann, J. (1961). *Historia de la matemática* (V. Valls y G. Fernández, Trads.). México D. F., México: UTEHA.
- Hormigón, M. (1991). *Las matemáticas del siglo XIX*. Madrid, España: Akal.
- Howson G., Keitel, K. y Kilpatrick, J. (1982). *Curriculum Development in Mathematics* [Desarrollo del currículo en matemáticas]. Cambridge, Reino Unido: Cambridge University Press.
- Hull, L. (1981). *Historia y filosofía de la Ciencia* (M. Sacristán, Trad.). Barcelona, España: Ariel.
- Høyrup, J. (1980). Influences of institutionalized mathematics teaching on the development and organization of mathematical thought in the pre-modern period. Investigations into an aspect of the anthropology of mathematics, *Materialien und Studien. Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld*, 20, 7-137.
- Høyrup, J. (1994). *In measure, number, and weight: studies in mathematics and culture* [En medida, número y peso: estudios en cultura y matemáticas]. Nueva York, Estados Unidos de América: SUNY Press.
- Kant, I. (2005). *Crítica de la razón pura* (P. Ribas, Trad.). Madrid, España: Taurus.
- Katz, V. (1997). Some ideas on the use of history in the teaching of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 17(1), 62-63.
- Katz, V. y Tzanakis, C. (Eds.). (2012). *Recent developments on introducing a historical dimension in mathematics education* [Los acontecimientos recientes en la introducción de una dimensión histórica en la enseñanza de las matemáticas]. Washington, Estados Unidos de América: MAA.
- Kilpatrick, J. (1994). Historia de la investigación en educación matemática. En J. Kilpatrick, L. Rico y M. Sierra (Eds.), *Educación matemática e investigación* (L. Rico, Trad.) (pp. 13-96). Madrid, España: Síntesis.
- Kline, M. (1992). *El pensamiento matemático de la Antigüedad a nuestros días* (A. G. Martínez, Trad.) Madrid, España: Alianza.
- Kragh, H. (1989). *Introducción a la historia de la ciencia* (T. de Lazoya, Trad.) Barcelona, España: Crítica.
- Krippendorff, K. (1990). *Metodología del análisis de contenido*. Barcelona, España: Paidós Ibérica.

- Kula, W. (1980). *Las medidas y los hombres* (W. Kuss, Trad.). Madrid, España: Siglo XXI.
- Le Goff, J. (2011). *Pensar la Historia. Modernidad, presente, progreso*. Barcelona, España: Paidós.
- Lizcano, E. (1993). *Imaginario colectivo y creación matemática*. Barcelona, España: Gedisa.
- Llinares, S. y Sánchez, M. V. (1988). *Fraccciones: la relación parte-todo*. Madrid, España: Síntesis.
- López, C. (2011). *La formación de maestros en aritmética y álgebra a través de los libros de texto* (Tesis doctoral, Universidad de Salamanca). Recuperado de <http://gredos.usal.es/jspui/handle/10366/83280>.
- López, I. (2011). *Análisis sistémico de la obra de José Mariano Vallejo desde la perspectiva de la investigación histórica en Educación Matemática* (Tesis doctoral, Universidad de Salamanca). Recuperado de <http://gredos.usal.es/jspui/handle/10366/109111>.
- López-Cordón, M. V. y Martínez, J. U. (1978). *Análisis y comentarios de textos históricos. II. Edad moderna y contemporánea*. Madrid, España: Alhambra.
- Losee, J. (1989). *Filosofía de la ciencia e investigación histórica*. Madrid, España: Alianza.
- Lundgren, U. (1992). *Teoría del currículum y escolarización*. Madrid, España: Morata.
- Lupiáñez, J. L. (2009). *Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria* (Tesis doctoral, Universidad de Granada). Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/798/1/TesisJoseLuisLupianez-web.pdf>
- Martín, A. (2002). Matemáticas, Física y Química. En J. M. Jover (Dir.), *Historia de España Menéndez Pidal. La época de la Restauración (1875-1902). Civilización y Cultura* (Tomo 36, Vol. 2) (pp. 295-312). Madrid, España: Espasa-Calpe.
- Martínez, A. y Rivaya, F. (1989). *Una metodología activa y lúdica para la enseñanza de la geometría*. Madrid, España: Síntesis.
- Matos, J. M. (1989). *Cronologia recente do ensino da Matemática* [Cronología reciente de la enseñanza de la matemática]. Lisboa, Portugal: APM.
- Matos, J. M. (2006). A penetração da Matemática Moderna em Portugal na revista Labor. *Revista Iberoamericana de Educação Matemática*, Março, 5, 91-110.
- Matos, J. M. (2007). História do ensino da matemática em Portugal: a constituição de um campo de investigação. En J. M. Matos y W, Valente (Org.), *A matemática moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: primeiros estudos*. São Paulo, Brasil: CAPES-GRICES.
- Maz, A. (2000). *Tratamiento de los números negativos en textos de matemáticas publicados en España en los siglos XVIII y XIX*. Granada, España: Departamento de Didáctica de la Matemática.
- Maz, A. (2005). *Los números negativos en España en los siglos XVIII y XIX* (Tesis doctoral). Recuperado de <http://0-hera.ugr.es/adrastea.ugr.es/tesisugr/15378184.pdf>
- Maz, A. (2009). Investigación histórica de conceptos en los libros de matemáticas. En M. González, M. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en educación matemática*.

- Decimotercer Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 5-20). Santander, España: Universidad de Cantabria.
- Maz, A., Torralbo, M. y Rico, L. (2006). *José Mariano Vallejo, el matemático ilustrado: una mirada desde la educación matemática*. Córdoba, España: Universidad de Córdoba.
- Menéndez Pidal, R. (2002). *Historia de España*. Madrid, España: Espasa-Calpe.
- Menéndez-Pidal, G. (1988). *La España del siglo XIX vista por sus contemporáneos*. Madrid, España: Centro de Estudios Constitucionales.
- Mialaret, G. y Vial, J. (Dir.). (2010). *Historia mundial de la educación. Desde los orígenes hasta 1515*. Buenos Aires, Argentina: Universidad de Palermo.
- Ministerio de Comercio, Instrucción y Obras Públicas. (1868). *Ley de pesas y medidas de 19 de julio de 1849, reglamento para su ejecución y disposiciones oficiales de carácter general, referentes al planteamiento del Sistema métrico-decimal*. Madrid, España: Imprenta del Colegio de Sordo-Mudos y de Ciegos.
- Ministerio de Fomento. (1857). *Ley de instrucción pública sancionada por S.M. en 9 de Septiembre de 1857*. Madrid, España: Imprenta Nacional.
- Ministerio de Instrucción Pública y Bellas Artes. (1907). *Ley de pesas y medidas de 8 de julio de 1892*. Madrid, España: Imprenta de la Dirección General del Instituto Geográfico y Estadístico.
- Molero, A. (1978). *Una aproximación histórica a la educación española contemporánea: las escuelas normales de magisterio*. Valladolid, España: Universidad de Valladolid.
- Montero, A. (2009, Junio). La ley de instrucción pública (Ley Moyano, 1857). *Cabás: Revista del Centro de Recursos, Interpretación y Estudios en materia educativa (CRIEME) de la Consejería de Educación del Gobierno de Cantabria (España)*, 1, 3-10. Recuperado de <http://revista.muesca.es/index.php/articulos1/71-la-ley-de-instrucción-publica-ley-moyano-1857?showall=1>
- Negrín, O. y Vergara, J. (2009). *Historia de la educación*. Madrid, España: Centro de Estudios Ramón Areces.
- Newton, I. (1761). *Tractatus de Quadratura Curvarum* [Tratado sobre la cuadratura de las curvas]. (s. l.): Sin imprenta.
- Newton, I. (1802). *Arithmétique universelle de Newton, traduite du latin en francais; avec des notes explicatives, par Noel Beaudeau* [Aritmética universal de Newton, traducida del latín al francés, con notas explicativas, por Noel Beaudeau] (Tomo I) (N. Beaudeau, Trad.). París, Francia: Imprenta de Chez Bernard.
- Niss, M. (1999). Aspects of the nature and state of research in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 40(1), 1-24.
- Ordóñez, J., Navarro, V. y Sánchez, J. M. (2005). *La historia de la ciencia*. Madrid, España: Espasa.
- Ortiz, J. (1998). Significado de los conceptos probabilísticos elementales en libros de texto de bachillerato (Tesis doctoral no publicada). Universidad de Granada, España.
- Peralta, J. (2009). La matemática española del siglo XIX. En Consejería de Educación, Universidades, Cultura y Deportes. Fundación Orotava de Historia de la Ciencia (Eds.),

- La ciencia antes de la gran guerra. Actas año XVII. Encuentros educativos* (pp. 211-236). Canarias, España: Imprenta Reyes, S.L.
- Pérez, G. (1998). *Investigación cualitativa. Retos e interrogantes* (2ª ed.). Madrid, España: La Muralla.
- Picado, M. (2009). Tratamiento del Sistema Métrico Decimal en textos de matemáticas en España en el período 1849-1892. Granada, España: Departamento de Didáctica de la Matemática.
- Picado, M. y Rico, L. (2009a). Tratamiento del sistema métrico decimal en textos de matemáticas en España durante el período 1849-1892. En M. J. González, M. T. González, J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XIII Simposio de la SEIEM*. (pp. 49-57, recurso digital). Santander, España: SEIEM. Recuperado de http://www.seiem.es/publicaciones/archivos_publicaciones/comunicacionesgrupos/GruposXIII/GrupoHistEduMat/Picado_Rico_R.pdf
- Picado, M. y Rico, L. (2009b, diciembre). Análisis de textos históricos de matemáticas: tratamiento del sistema métrico decimal en España en la segunda mitad del siglo XIX. En Cañadas, M. C., Contreras, J. M. y Heredia, A. B. (Eds.), *Actas de las XV Jornadas de Investigación en el Aula de Matemáticas: Dimensión Histórica, Social y Cultural de las Matemáticas*. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales. (pp. 225-233). Granada, España: SAEM. Recuperado de <http://thales.cica.es/granada/?q=node/4>
- Picado, M. y Rico, L. (2010a). El sistema métrico decimal en textos de matemáticas en España en la segunda mitad del siglo XIX: una aproximación al marco teórico. En M. T. González, M. Palarea y A. Maz (Eds.), *Seminario de los grupos de investigación: pensamiento numérico y algebraico e historia de la educación matemática* (pp. 84-88). Salamanca, España: SEIEM.
- Picado, M. y Rico, L. (2010b, diciembre). *Avances de un estudio: el Sistema Métrico Decimal en textos de matemáticas en España durante la segunda mitad del siglo XIX (1849-1892)*. Documento presentado en el Seminario de Investigación del módulo obligatorio del Máster de “Didáctica de la Matemática” del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, Granada, España.
- Picado, M. y Rico, L. (2011a). Análisis de contenido en textos históricos de matemáticas. *PNA*, 6(1), 11-27.
- Picado, M. y Rico, L. (2011b). La selección de textos en la investigación histórica. *Épsilon*, 28(1), 99-112.
- Picado, M. y Rico, L. (2011c). Selección de textos para el estudio del sistema métrico decimal en España durante la segunda mitad del siglo XIX. En J.L. Lupiáñez, M. C. Cañadas, M. Molina, M. Palarea y A. Maz (Eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática* (pp. 263-270). Granada, España: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Picado, M. y Rico, L. (2011d, Junio). El sistema métrico decimal en textos de matemáticas en Cuba, Puerto Rico y Filipinas en la segunda mitad del siglo XIX. En Gitirana, A.,

- Bellemain, F., Branco, W., Lisboa, G., Guimarães, G., Gomes, F., et al. (Eds.), *Actas de la XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática*. Recife, Brasil: Laboratório de Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco. Recuperado de http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/view/2537/1235
- Picado, M. y Rico, L. (2011e). *Historical Research in Mathematics Education: The Case of the Metric System in Spain*. Documento presentado en the Second International Congress in the History of Mathematics Education. Lisboa, Portugal.
- Picado, M. (2011f, octubre). La introducción en España del sistema métrico decimal: un estudio de los textos de Gabriel Ciscar y José Mariano Vallejo. En J. M. Matos y M. Saraiva (Eds.), *Actas do I Congresso Ibero-Americano de História da Educação Matemática*. (pp. 449-458). Caparica, Portugal.
- Picado, M. y Rico, L. (en prensa-a). La introducción del sistema métrico decimal y los libros de texto en España. *Suma*.
- Picado, M., Rico, L. y Gómez, B. (2012). *Spanish heritage. The Metric System in textbooks of the Spanish Crown in the Second Half of the nineteenth century* [La herencia española. El Sistema Métrico Decimal en libros de texto de la Corona española en la segunda mitad del siglo XIX]. Póster presentado en el 12º Congreso Internacional sobre Educación Matemática, Seúl, Corea.
- Picado, M., Rico, L. y Gómez, B. (en prensa-b). El Sistema Métrico Decimal en un libro de texto de matemáticas para la instrucción primaria en las Islas Canarias en el siglo XIX. *Números*.
- Plácido, D. (2009). *Historia de España*. Barcelona, España: Crítica/Marcial Pons.
- Prieto, E. (2007). *Breve historia de la metrología*. Madrid, España. Recuperado de <http://www.cem.es/cem/metrologia/historia>
- Prellezo, J. M. (2009). *Diccionario de ciencias de la educación, edición española coordinada por José Manuel Prellezo García*. Madrid, España: CCS.
- Protti, O. (2004, Octubre). La historia de las matemáticas como instrumento pedagógico. En A. Ruiz (Coord.), *La Educación Matemática en Costa Rica: balance y perspectivas para un nuevo siglo* (Cap. 10). Recuperado de <http://www.cimm.ucr.ac.cr/aruiz/libros/Uniciencia/Articulos/Volumen2/Parte10/articulo19.html>.
- Puente, G. (1982). El sistema métrico decimal: su importancia e implantación en España. *Cuadernos de Historia Moderna y Contemporánea*, 3, 95-125.
- Puig, L. (2006). Algunos ejemplos de rigidez en el tratado elemental de matemáticas de D. José Mariano Vallejo. En B. Gómez, M. J. González, P. Bolea, P. Florez y M. Camacho (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Actas de los Grupos de Trabajo del Noveno Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. Santander, España: Universidad de Cantabria [ISBN: 84-8102-413-9].
- Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales [RACEFN]. (1996). *Vocabulario científico y técnico* (3ª ed.). Madrid, España: ESPASA.

- Reed, D. (1995). *Figures of thought. Mathematics and mathematical texts* [Las figuras del pensamiento. Matemáticas y textos matemáticos]. Londres, Reino Unido: Routledge.
- Rico, L. (1995). Consideraciones sobre el currículo escolar de matemáticas. *EMA, a*, 4-24.
- Rico, L. (1997a). Dimensiones y componentes de la noción de currículo. En L. Rico (Ed.), *Bases Teóricas del Currículo de Matemáticas en Educación Secundaria* (pp. 377-420). Madrid, España: Síntesis.
- Rico, L. (1997b). Los organizadores del currículo de matemáticas. En L. Rico (Ed.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona, España: Horsori.
- Rico, L. (1998). Conocimiento numérico y formación del profesorado. *Revista de educación de la Universidad de Granada, 11*, 29-60.
- Rico, L. (2001). El Análisis Conceptual. En P. Gómez y L. Rico (Eds.), *Iniciación a la Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro*. Granada, España: Universidad de Granada.
- Rico, L. (2006). Marco teórico de evaluación PISA sobre matemáticas y resolución de problemas. *Revista de Educación, número extra 1*, 284-285.
- Rico, L. (2007). *Sistema de significados de un concepto en las matemáticas escolares*. Documento no publicado. Granada, España: el autor.
- Rico, L. (2012). Aproximación a la investigación en didáctica de la matemática. *Avances de Investigación en Educación Matemática, 1*, 39-63.
- Rico, L., Castro, E. y Castro E. (1985). Sistemas de numeración. El sistema decimal: evolución histórica. En M. Capel (Coord.), *Libro Homenaje al Profesor Doctor Don Manuel Vallecillo Ávila* (pp. 3-32). Granada, España: Universidad de Granada.
- Rico, L., Castro, E., Castro, E., Coriat, M. y Segovia, I. (1997). Investigación, diseño y desarrollo curricular. En Rico, L. (Ed.), *Bases teóricas del currículo de matemáticas en Educación secundaria*. Madrid, España: Síntesis.
- Rico, L., Díez, A., Castro, E. y Lupiáñez, J.L. (2011). Currículo de matemáticas para la educación obligatoria en España durante el período 1945-2010. *Educatio Siglo XXI, 29(2)*, 139-172.
- Rico, L. y Fernández-Cano, A. (2012). Análisis didáctico y metodología de investigación. En L. Rico, J. L. Lupiáñez y M. Molina (Eds.), *Análisis didáctico en Educación Matemática*. Granada, España: Universidad de Granada.
- Rico, L. y Lupiáñez, J. L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid, España: Alianza Editorial.
- Rico, L., Marín, A., Lupiáñez, J. L. y Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los números naturales. *Suma, 58*, 7-23.
- Rico, L., Sánchez, V. y Llinares, S. (1997). Conceptos de currículo. Desde la educación matemática. En L. Rico (Ed.), *Bases Teóricas del Currículo de Matemáticas en Educación Secundaria* (pp. 211-263). Madrid, España: Síntesis
- Rico, L. y Sierra, M. (1991). La comunidad de educadores matemáticos. En A. Gutiérrez (Ed.), *Área de Conocimiento Didáctica de la Matemática* (pp. 11-58). Madrid, España: Síntesis.

- Rico, L., Sierra, M. y Castro, E. (2002). El área de conocimiento didáctica de la matemática. *Revista de Educación*, 328, 35-58.
- Ros, S. (1821). *Memoria sobre el más adecuado sistema métrico decimal que puede adoptarse para uniformar las monedas, peso y medidas que se usan en España*. Barcelona, España: Imprenta de José Torner. Recuperado de http://books.google.es/books?id=kg5_y17E87EC&pg=PA35&lpg=PA35&dq=Memoria+sobre+el+m%C3%A1s+adecuado+sistema+m%C3%A9trico+decimal+que+puede+adoptarse+para+uniformar+las+monedas,+peso+y+medidas+que+se+usan+en+Espa%C3%B1a&source=bl&ots=6PVv3xV8Vs&sig=mNyjwEyp1v6FXCA3VIQcAwI0EM8&hl=es&sa=X&ei=ITjoT6qSOarS0QWZvZ3QAw&ved=0CEwQ6AEwAA#v=onepage&q&f=false
- Rossi, C. (2009). Mixing, building, and feeding: mathematics and technology in ancient Egypt. En E. Robson y J. Stedall (Eds.), *The Oxford Handbook of the History of Mathematics* (pp. 407-428). Oxford, Reino Unido: Oxford University Press.
- Ruiz, A. (2003). *Historia y filosofía de las matemáticas*. San José, Costa Rica: EUNED.
- Ruiz, A., Alfaro, A. y Morales, Y. (2004). Un cuarto de siglo en la historia de la historia de las matemáticas en Costa Rica. En A. Ruiz (Coord.), *La Educación Matemática en Costa Rica: balance y perspectivas para un nuevo siglo* (Cap. 10). Recuperado de <http://www.cimm.ucr.ac.cr/aruiz/libros/Uniciencia/Articulos/Volumen2/Parte10/articulo18.html>.
- Ruíz, E. (2002). El Bachillerato y la Universidad. En J. M. Jover (Dir.), *Historia de España Menéndez Pidal. La época de la Restauración (1875-1902). Civilización y Cultura* (Tomo 36, Vol. 2) (pp. 335-359). Madrid, España: Espasa-Calpe.
- Ruiz, J. (1997). El método histórico en la investigación histórico-educativa. En N. de Gabriel y A. Viñao (Eds.), *La investigación histórico-educativa: tendencias actuales* (pp. 131-202). Barcelona, España: Ronsel.
- Salkind, N. J. (1999). *Métodos de investigación*. México D.F., México: Prentice-Hall.
- Salvador, F., Rodríguez, J. L. y Bolívar, A. (2004). *Diccionario enciclopédico de didáctica* (Vol. 2). Málaga, España: Aljibe.
- Sánchez, S. (Dir.). (1983). *Diccionario de las ciencias de la educación* (Vol 2). Madrid, España: Santillana.
- Santiago, A. (2008). *Evolução histórica dos problemas de optimização e o seu tratamento no Ensino Secundário português nos séculos XX e XXI* (Tesis doctoral, Universidad de Salamanca). Recuperado de <http://gredos.usal.es/jspui/handle/10366/18419>
- Schubring, G. (1991). Categorías teóricas para la investigación en la historia social de la enseñanza de la matemática y algunos modelos característicos. *Épsilon*, 19, 100-104.
- Segovia, I. y Rico, L. (2001). Unidades didácticas. Organizadores. En E. Castro. (Ed.), *Didáctica de la matemática en la educación primaria* (pp. 83-104). Madrid, España: Síntesis.
- Serres, M. (Ed.). (1991). *Historia de la Ciencia*. Madrid, España: Cátedra.

- Sierra, M. (1997). Notas de historia de las matemáticas para el currículo de secundaria. En L. Rico (Coord.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 179-194). Barcelona, España: Horsori.
- Sierra, M. (2000). El papel de la historia de las matemáticas en la enseñanza. *Números*, 43-44, 93-96.
- Sierra, M. (2010). *Trabajo original de investigación* [diapositivas de PowerPoint]. Universidad de Salamanca, España.
- Sierra, M. (2011). Investigación en Educación Matemática: objetivos, cambios, criterios, métodos y difusión. *Educatio Siglo XXI*, 29(2), 173-198.
- Sierra, M., González, M. y López, C. (1999). Evolución histórica del concepto de límite funcional en los libros de texto de bachillerato y curso de orientación universitaria (C: O. U): 1940-1995. *Enseñanza de las Ciencias*, 17(3), 463-476.
- Sierra, M. y Rico, L. (1996). Contexto y evolución histórica de la formación en matemáticas y su didáctica de los profesores de primaria. En J. Giménez, S. Llinares y V. Sánchez (Eds.), *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática* (pp. 39-61). Granada, España: Comares.
- Smith, D. E. (1958). *History of mathematics* [Historia de las matemáticas] (Vol. I). Nueva York, Estados Unidos de América: Dover Publications, Inc.
- Socas, M., Camacho, M., Palarea, M. y Hernández, J. (1996). *Iniciación al álgebra*. Madrid, España: Síntesis.
- Stenhouse, L. (1984). *Investigación y desarrollo del currículo*. Madrid, España: Morata.
- Stevin, S. (1585). La Disme. En A. Girard (Ed.) (1634), *Les oeuvres mathematiques de Simon Stevin de Bruges*. Leiden, Países Bajos. Recuperado de <http://diglib.hab.de/wdb.php?dir=drucke/n-11-2f-helmst&image=00220>.
- Suárez, F. (1977). *La historia y el método de investigación histórica*. Madrid, España: Rialp.
- Ten, A. (1989). El sistema métrico decimal y España. *Arbor*, (527/528), 101-121.
- Ten, A. (2000). *Viejos y nuevos sistemas metrológicos*. Madrid, España: Museo virtual de la ciencia. Recuperado de: http://museovirtual.csic.es/salas/medida/medidas_y_matematicas/articulo55.htm.
- Topolsky, J. (1992). *Metodología de la historia*. Madrid, España: Cátedra.
- Tuñón, M. (1992). *Historia de España* (2ª ed., Vol. 8). Barcelona, España: Labor.
- Turin, Y. (1967). La Educación y la Escuela en España de 1874 a 1902. Liberalismo y Tradición (J. Hernández, Trad.). Madrid, España: Aguilar.
- Tzanakis, C. y Arcavi, A. (2000). Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey. En J. Fauvel y J. van Maanen (Eds.), *History in Mathematics Education. The ICMI Study* (pp. 201-240). Dordrecht, Países Bajos: Kluwer Academic Publishers.
- Utande, M. (1964). *Planes de estudio de enseñanza media (1787-1963)*. Madrid, España: Dirección General de Enseñanza Media.
- Valdeón, J., Pérez, J. y Juliá, S. (2003). *Historia de España*. Madrid, España: Espasa-Calpe.

- Vallejo, J. M. (1840). *Explicación del sistema decimal ó métrico francés*. Madrid, España: Imprenta de Garrasayaza.
- Van Dalen, D. y Meyer W. (1971). *Manual de técnica de la investigación educacional*. Buenos Aires, Argentina: Paidós.
- Vázquez, V. (1847). *Proyecto de ley para la uniformidad y reforma del Sistema Métrico y monetario de España. Redactado en virtud de real orden de 22 de abril de 1838 y precedido de algunas reflexionas acerca de la actual crisis monetaria*. Madrid, España: Imprenta de J. Martín Alegría.
- Vea, F. (1995). *Las matemáticas en la Enseñanza Secundaria en España en el siglo XIX*. Zaragoza, España: Universidad de Zaragoza.
- Vera, F. (1967). *Matemática* (2ª ed.). Buenos Aires, Argentina: Kapelusz
- Vera, F. (2000a). *Historia de la Ciencia* (Vol. 1). Mérida, España: Editora Regional de Extremadura.
- Vera, F. (2000b). *Historia de la Ciencia* (Vol. 2). Mérida, España: Edirora Regional de Extremadura.
- Vernet, J. (1975). *Historia de la ciencia española*. Madrid, España: Instituto de España Cátedra Alfonso X el Sabio.
- Vernet, J. (1998). *Historia de la ciencia española*. Barcelona, España: Alta Fulla.
- Vernet, J. (2002). Ciencia y pensamiento científico. En J. M. Jover (Dir.), *Historia de España Menéndez Pidal. La época del Romanticismo (1808-1875). Orígenes. Religión. Filosofía. Ciencia* (Tomo 35, Vol. 1) (pp. 421-530). Madrid, España: Espasa-Calpe.
- Vilar, P. (1976). *Crecimiento y desarrollo. Economía e historia. Reflexiones sobre el caso español*. Barcelona, España: Ariel.
- Wartofsky, M. (1987). *Introducción a la filosofía de la ciencia* (M. Andreu, F. Carmona, y V. Sánchez, Trads.). Madrid, España: Alianza.
- Zuin, E. (2007a). Por uma nova Arithmetica: o sistema métrico decimal como um saber escolar no Portugal e no Brasil Oitocentistas (Tesis doctoral no publicada). Pontificia Universidade Católica de São Paulo, Brasil.
- Zuin, E. (2011). Sistema métrico decimal em um best seller de António Trajano. En Gitirana, A., Bellemain, F., Branco, W., Lisboa, G., Guimarães, G., Gomes, F., et al. (Eds.), *Actas de la XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática*. Recife, Brasil: Laboratório de Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco. Recuperado de http://cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/view/2293/569
- Zuin, E. y Picado, M. (2012). *La incorporación temprana del Sistema Métrico Decimal en textos escolares de matemáticas en España, Brasil y Portugal en el siglo XIX*. Manuscrito enviado para publicación.

Anexos

Se presentan en este apartado la información complementaria a las ideas expuestas en los capítulos. Esta incluye las tablas y plantillas utilizadas en las etapas de selección y análisis de las fuentes. Las tablas siguen una numeración diferenciada que hace referencia al apartado “Anexos” (A).

Se incluyen también copias de documentos originales localizados en el expediente administrativo de una parte importante de los autores de los libros de texto estudiados. Estos documentos fueron solicitados y reproducidos en el AGA y se exponen sólo con fines ilustrativos.

Índice de anexos

Anexo 1. Textos localizados en estudios preliminares.....	323
Anexo 2. Tablas de datos de los 114 textos preliminarmente revisados para cada uno de los niveles educativos considerados.....	329
Anexo 3. Plantilla con los datos del libro primero (primera etapa, primaria).....	341
Anexo 4. Plantilla con los datos del libro segundo (primera etapa, primaria).....	345
Anexo 5. Plantilla con los datos del libro tercero (primera etapa, secundaria).....	348
Anexo 6. Plantilla con los datos del libro cuarto (primera etapa, secundaria).....	351
Anexo 7. Plantilla con los datos del libro quinto (primera etapa, formación).....	354
Anexo 8. Plantilla con los datos del libro sexto (primera etapa, formación).....	357
Anexo 9. Plantilla con los datos del libro séptimo (segunda etapa, primaria).....	360
Anexo 10. Plantilla con los datos del libro octavo (segunda etapa, secundaria).....	363
Anexo 11. Plantilla con los datos del libro noveno (segunda etapa, formación).....	366
Anexo 12. Plantilla con los datos del libro séptimo (tercera etapa, primaria).....	369
Anexo 13. Plantilla con los datos del libro décimo primero (tercera etapa, secundaria) ..	372
Anexo 14. Plantilla con los datos del libro octavo (tercera etapa, formación).....	375
Anexo 15. Plantilla con los datos del libro décimo tercero (tercera etapa, formación).....	378
Anexo 16. Certificación notarial de la hoja de servicios de Felipe Picatoste y Rodríguez	381
Anexo 17. Hoja de servicios y merecimientos de Joaquín Avendaño.....	384
Anexo 18. Constancia de examen para maestro de Juan Cortázar.....	388
Anexo 19. Hoja de méritos y servicios de Juan Posegut Dasen.....	392

Anexo 20. Solicitud de cátedra de ciencias físico-naturales y hoja der servicios de Vicente Rubio y Díaz.....	396
Anexo 21. Extracto de la hoja de méritos de Ramón de Bajo e Ibañez.....	403
Anexo 22. Acta de examen para maestra de Dolores Montaner y Fernández Calvillo.....	410
Anexo 23. Hoja de servicios de Joaquín María Fernández Cardín. Certificación de juramento a la Constitución de Estado. Certificado de entrega de la obra Elementos de Matemáticas. Aritmética para trámite de propiedad literaria.	412
Anexo 24. Hoja de servicios de Luis Sevilla González.....	419
Anexo 25. Acta de examen para maestro de Antonio Marín y Rus	423
Anexo 26. Tablas generales para la presentación de datos conceptuales y procedimentales en textos para la instrucción primaria durante 1849-1892	425
Anexo 27. Tablas generales para la presentación de datos conceptuales y procedimentales en textos para la segunda enseñanza durante 1849-1892	426
Anexo 28. Tablas generales para la presentación de datos conceptuales y procedimentales en textos para la formación de maestros y maestras en las Escuelas Normales durante 1849-1892.....	427
En el recurso digital (CD-Rom):	
Anexo 29. Libro de Lorenzo Trauque (1854).....	
Anexo 30. Libro de Profesores del ramo (1860).....	
Anexo 31. Libro de Mariano Vallejo (1855).....	
Anexo 32. Libro de Felipe Picatoste (1861).....	
Anexo 33. Libro de Joaquín Avendaño (1852).....	
Anexo 34. Libro de Juan Cortázar (1856).....	
Anexo 35. Libro de Juan Posegut (1875).....	
Anexo 36. Libro de Vicente Rubio (1872).....	
Anexo 37. Libro de Ramón de Bajo (1877).....	
Anexo 38. Libro de Dolores Montaner (1889).....	
Anexo 39a. Libro de Joaquín Fernández (1880).....	
Anexo 39b. Libro de Joaquín Fernández (1880).....	
Anexo 39c. Libro de Joaquín Fernández (1880).....	
Anexo 40. Libro de Luis Sevilla (1890).....	
Anexo 41. Libro de Antonio Marín (1892).....	

Anexo 1. Textos localizados en estudios preliminares

Tabla A1. *Textos seleccionados a partir de su localización en estudios preliminares*

Título	Autor	Año
Aznar (1997)		
Compendio de Aritmética para el uso de las escuelas de primeras letras y demás personas que no se estén versados en el nuevo sistema de contabilidad, arreglado á la ley de 19 de julio de 1849. Segunda edición nuevamente ordenada y aumentada con la correspondencia recíproca de las nuevas medidas, pesos, monedas y decimales, á las legales de Castilla y demás provincias	Pedro Lara Meliá	1850
Ejercicios de Aritmética, usual y Comercial para uso de las Escuelas, Colegios e Institutos	José Oriol Bernadet	1850
Tratado elemental de Aritmética dispuesto para uso de la juventud por... é incluido en la lista de obras adoptadas para texto por el Consejo de Instrucción Pública. Séptima edición aumentada con la exposición y tablas del sistema métrico mandado establecer por ley de 19 de julio de 1849	Lorenzo de Alemany	1850
Aritmética decimal para uso de los niños en diálogos... con la explicación de los nuevos sistema métricos y monetario y explicación de ambos á los usos de más comunes en la vida	Rosendo Molina	1852
Elementos de Aritmética aprobados para servir de texto en las escuelas de primeras letras, con una sucinta explicación del nuevo sistema métrico decimal puesto al alcance de todos	José Luis Maya	1852
Explicación del sistema legal de medidas, pesos y monedas... á... la niñez	Francisco Merino Ballesteros	1852
Nociones de Aritmética al alcance de los niños con el sistema métrico decimal y el de monedas	Mariano Tejada	1852
Nociones de Aritmética con el sistema métrico decimal y el de medidas para uso de las hermanas terciarias de Nuestra Señora del Carmen y de los alumnos que asisten á los establecimientos confiados a su dirección	José Homs	1852
Nuevo sistema legal de medidas, pesos y monedas, precedido de unas breves nociones de Aritmética decimal para uso de las escuelas de ambos sexos	Juan de la Puerta Canseco	1852
Prontuario de las medidas, pesos y monedas del sistema métrico legal, aprobado por Real Consejo de Instrucción Pública, señalado para que sirva de texto en todas las escuelas del Reino. 2a. Edición, aumentada, corregida e ilustrada	Antonio Alverá Delgrás	1852
Breve exposición del Sistema Métrico Decimal en el que se halla calculada (conforme a los datos publicados por el Gobierno) la relación recíproca de las pesas y medidas métricas con las valencianas, para uso de los niños de esta provincia	Miguel Rosanes Vilardell	1853
Breves nociones del sistema legal de medidas, pesos y monedas, escritos con claridad u sencillez para los niños de las escuelas elementales y superiores. Segunda edición	Juan Ramón Pérez Martínez	1853
Nociones de Aritmética con la explicación del sistema métrico decimal y del de monedas, escrita para uso de los niños. Segunda	Melchor Pérez García	1853

Tabla A1. *Textos seleccionados a partir de su localización en estudios preliminares*

edición, aprobada para que sirva de texto...		
Nociones del sistema métrico decimal para los niños que asisten a las escuelas de instrucción primaria. Segunda edición	Jorge Díez Ruíz	1853
Aritmética decimal y demostrada, para uso de las escuelas primarias, conteniendo todas las operaciones ordinarias del cálculo aplicadas al sistema decimal	Lorenzo Trauque Cassi	1854
Compendio de aritmética de niños con el nuevo sistema de pesas, medidas y monedas... Segunda edición	Juan Posegut Dasen	1854
Definiciones de aritmética métrico-decimal para uso de los niños que concurren á las escuelas del reino	Manuel Lorenzo Cerdeño	1854
Exposición del nuevo sistema legal de medidas, pesas y monedas españolas para la enseñanza de niños. Segunda edición, corregida y aumentada con principios de aritmética decimal y tablas	Francisco Sala Arnella	1854
Aritmética para los establecimientos de instrucción primaria del reino, con el sistema métrico decimal	Magín Lladós Rius	1855
Sistema métrico decimal escrito para uso de los niños y facilitado a la inteligencia de toda clase de personas	Manuel García Retamero	1855
Tablas para los niños que principian el uso de la aritmética en las Escuelas Pías... contienen las tablas de monedas, pesos y medidas según el sistema antiguo y según el nuevo sistema métrico decimal con la correspondencia entre uno y otro	Narciso Tárter	1855
Tablas para niños de las Escuelas Pías. Además de la numeración y tablas de sumar, restar, multiplicar y partir, contienen las tablas de monedas, pesos y medidas según el sistema antiguo y según el nuevo sistema métrico decimal con la correspondencia entre uno y otro sistema	s.a.	1855
Manual de aritmética demostrada al alcance de los niños, con arreglo al sistema métrico decimal...	Mariano Forcada	1856
Resumen de los sistemas métrico y monetario destinado a las escuelas de instrucción primaria	Juan Francisco de Dios	1856
Tratado elemental de aritmética con inclusión del sistema métrico, ó sea, nuevo sistema de pesos y medidas que ha de regir en todos los dominios españoles puesto al alcance de los niños	Vicente Andújar	1856
Cartilla popular del sistema métrico decimal, libro escrito para la enseñanza de esta asignatura en las escuelas de la Provincia de Alicante, seguido de tablas de reducción de las antiguas medidas de Alicante a las métricas y viceversa. Tercera edición publicada bajo los auspicios de la Excm. Diputación Provincial	Máximo Herrero	1857
Sistema Métrico Decimal puesto en preguntas y respuestas para uso de las escuelas de instrucción primaria... Segunda edición, corregida y aumentada	M. G. y B. S.	1857
Tratado auxiliar de aritmética decimal teórico-práctica dispuesta al alcance de los niños	Félix Esteban	1857
Aritmética teórico-práctica de la niñez... Primer cuaderno, contiene... las medidas que se usan actualmente. Quinta edición	Eugenio de Eguilaz	1858
Tratado de Aritmética teórico-práctica con la explicación del sistema decimal para las escuelas de primera enseñanza elemental y superior, por los profesores del ramo	s.a. (dos profesores)	1860

Tabla A1. *Textos seleccionados a partir de su localización en estudios preliminares*

Aritmética decimal analítica... para uso de los niños de instrucción primaria	Manuel Medina	1868
Nociones de Aritmética con el sistema métrico decimal y reducciones del antiguo sistema al nuevo y al contrario, puesto al alcance de los niños	Joaquín Orozco Sánchez (Pascual Orozco y Sánchez)	1869
Nociones de Aritmética y sistema métrico decimal para las escuelas de primera enseñanza elemental y superior. Cuaderno 1° y 2°	Tomás Campos Alfaro	1871
Tablas de Aritmética, ó sea, Aritmética decimal para las escuelas elementales	Joaquín Montoy Escuer	1874
Tratado de aritmética y sistema métrico para uno de los niños	Andrés González Ayensa	1876
Aritmética y sistema métrico para niños	Esteban Oca Merino	1878
Aritmética y Sistema Métrico, escritos expresamente para niños	Santiago Verde	1878
Principios de Aritmética y sistema métrico con grabados intercalados para la mayor inteligencia de los niños de ambos sexos. Cuarta edición	Remigio María Molés	1878
Sistema legal completo de pesas, medidas y monedas para uso de las Escuelas y Colegios de primera enseñanza	Eugenio del Peso Pantoja	1882
Aritmética métrico-decimal para enseñanza y comercio	José Quesada Carvajal	1883
Aritmética decimal para niños y adultos	Ángel Álvarez	1886
Lecciones de aritmética práctica para niños u artesanos... con un cuadro sinóptico del sistema métrico legal. Segunda edición	Aureliano María Oviedo Romero	1888
Tratado elemental de Aritmética decimal para los hermanos de las Escuelas Cristianas	s.a. (hermanos de las escuelas cristianas)	1891
Aritmética. Sistema Métrico y Equivalencias Métricas de las Pesas y Medidas Antiguas de todas las provincias de España para uso de los niños	Eliseo Sanz Sanz	1892
Breves nociones del sistema legal de medidas, pesas y monedas, escritos con claridad u sencillez para los niños de las escuelas elementales y superiores. Segunda edición	Juan Ramón Pérez Martínez	1851
Tratado de Aritmética teórico-práctica con la explicación del sistema decimal para las escuelas de primera enseñanza elemental y superior, por los profesores del ramo	Profesores del ramo	1856
Sistema legal completo de pesas, medidas y monedas para uso de las Escuelas y Colegios de primera enseñanza	Eugenio del Peso Pantoja	1877
Epítome de Aritmética elemental con las nociones más necesarias relativas al sistema decimal dispuesto en forma de diálogo para uso de los Colegios de Instrucción Pública, primera edición	Luis Cerezo Cerezo	1879
Método para aprender y enseñar la aritmética decimal y el sistema métrico	Florencia Sanz Baeza	1853
Discurso leído el día 4 de julio de 1852 en la inauguración de la cátedra para la enseñanza del sistema métrico decimal	Camilo Labrador y Vicuña	1852

Tabla A1. *Textos seleccionados a partir de su localización en estudios preliminares*

Picado (2009)		
Aritmética decimal o tratado elemental de aritmética arreglado al nuevo sistema métrico decimal, puesto en diálogo para uso de las escuelas por...	Mariano Lorente	1853
Nociones del sistema métrico decimal: para los niños que asisten a las escuelas de primera enseñanza	Mariano Tejada (aparece como autor Jorge Díez Ruíz)	1858
Programa de aritmética para uso de las alumnas de la Normal de maestras de Málaga*	Antonio Marín y Rus	1892
Aritmética para uso de los niños	Dolores Montaner	1889
Explicación del sistema métrico decimal o sea sistema de pesas y medidas arreglado para uso de las escuelas	Joaquín Estapé Cardona	1882
Breve sistema métrico decimal compuesto para niños	Domingo Andrés	1885
Aritmética teórico-práctica: con el sistema métrico-decimal...para instrucción de los niños en la primera enseñanza	Ángel Martín y Muñoz	1887
Libro auxiliar para la enseñanza del sistema métrico decimal para uso de las escuelas y colegios	Antonio G. de Chavez	1887
Compendio de aritmética y sistema métrico decimal para uso de las escuelas de la enseñanza	Domingo Lozano y Martínez	1888
Sistema métrico decimal: para uso de las escuelas de primera enseñanza y para que sea de utilidad a las personas adultas	Salvador Sanz Andrés	1888
Libro auxiliar para la enseñanza del sistema métrico decimal para uso de las escuelas y colegios	Antonio G. de Chavez	1880
Explicación del sistema decimal o métrico	Mariano Vallejo	1852
Vea (1995)		
Breve tratado de la aritmética decimal	Rafael Escriche	1849
Elementos de matemáticas. Aritmética	Fernando Boccherini	1849
Elementos de aritmética y elementos de álgebra	Pedro Luis María Bourdon (Trad. Agustín Gómez Santa María)	1850
Elementos de aritmética y elementos de álgebra	Pedro Luis María Bourdon (Trad. Lope Gisbert)	1851
Tratado elemental de matemáticas	Ascisclo Fernández Vallín y Bustillo	1851
Lecciones de aritmética	P. L. Cirodde (Trad. Francisco Zoleo)	1852
Elementos de aritmética	Felipe Picatoste y Rodríguez	1853
Lecciones de aritmética	Bernardino Sánchez Vidal	1855
Principios de aritmética y geometría	Joaquín María Fernández y Cardín y Ambrosio Moya de la Torre	1857

Tabla A1. *Textos seleccionados a partir de su localización en estudios preliminares*

Principios y ejercicios de aritmética y geometría	Felipe Picatoste y Rodríguez	1858
Elementos de matemáticas. Aritmética y álgebra	Ambrosio Moya de la Torre	1860
Lecciones de aritmética	Ambrosio Moya de la Torre	1860
Elementos de matemáticas. Aritmética y álgebra	Vicente Rubio y Díaz	1860
Tratado de aritmética y álgebra	Luciano Navarro e Izquierdo	1861
Nociones de aritmética y álgebra	Ramón de Bajo e Ibáñez	1861
Tratado de aritmética	Eugenio de Angulo y Jacinto Ros	1868
Compendio de aritmética y álgebra	Carlos Botello del Castillo	1871
Aritmética	J. A. Serret (Trad. T. Monterde)	1871
Elementos de matemáticas	Ricardo Baltzer (Trad. Eulogio Jiménez y Manuel Marelo y Calvo)	1872
Elementos de matemáticas. Tomo I	Manuel Burillo de Santiago	1875
Curso completo de matemáticas. Aritmética	A. J. N. Paque	1877
Aritmética	Manuel Benítez y Parodí e Ignacio Salinas y Angulo	1878
Tratado de aritmética	Zoel García de Galdeano y Yanguas	1879
Ejercicios de aritmética	Antonio Terry y Rivas	1879
Aritmética superior mercantil	Vicente Vázquez Queipo de Llano	1882
Compendio de matemáticas	José Mariano Vallejo	1883
Curso completo de matemáticas. Tomo I	José María Odriozola	1884
Ejercicios de matemáticas. Aritmética, adaptados a la obra de Ambrosio Moya	Eulogio Jiménez	1884
Elementos de aritmética	Joaquín Avendaño	1884
Elementos de matemáticas	Santiago Moreno Rey y José Ceruelo y Obispo	1885
Elementos de matemáticas. Aritmética	Joaquín María Fernández y Cardín	1886
Lecciones de matemáticas elementales	Luis García González	1887
Lecciones de matemáticas elementales	Tomás Mallo López	1887
Tratado de aritmética	Bourdon (Trad. Agustín Gómez Santa María)	1889

Tabla A1. *Textos seleccionados a partir de su localización en estudios preliminares*

Del Olmo, et al. (1996)		
Nociones de Aritmética y Álgebra	Ramón Bajo e Ibañez	1877
Manual completo de Instrucción Primaria Elemental y Superior para uso de los aspirantes a maestros y especialmente de los alumnos de las Escuelas Normales de la provincia	Joaquín Avendaño	1880
Elementos de Aritmética	Rafael Zambrano y Rubio	1883
Soluciones Razonadas de los Ejercicios y Problemas contenidos en las Nociones de Aritmética	Ramón Bajo e Ibañez	1889
Explicación de aritmética arreglada al programa de la Escuela Normal superior de Maestras de la Provincia de Murcia	Luis Sevilla	1890
Carrillo (2005)		
Nociones generales de aritmética teórico-práctica	Clemente Fernández, Jorge García de Medrano	1849
Elementos de Aritmética con el nuevo sistema legal de pesas y medidas (2a ed.)	Joaquín Avendaño	1852
Tratado completo de aritmética decimal	Victor Lana	1852
Curso de lectura, escritura, aritmética y gramática, acomodado á la capacidad y desarrollo intelectual de los niños (2a ed.)	Leandro Boned	1854
Elementos de matemáticas. Aritmética	Acisclo Fernández Vallín y Bustillo	1855
Tratado completo de Aritmética para uso de los niños	Genaro del Valle	1855
Aritmética práctica para uso de las escuelas primarias	Juan Cortázar	1856
Aritmética de niños	Gregorio Torrecilla	1856
Aritmética para uso de las escuelas elementales superiores y normales de instrucción primaria. Parte primera: Aritmética	Robustiano Pérez de Santiago	1860
Elementos de matemáticas. Aritmética y Álgebra	Felipe Picatoste Rodríguez	1860
Nuevos principios elementales de aritmética (3a ed.)	José Fernández de Segura	1862
Nuevo compendio de aritmética práctica con el sistema métrico decimal	Juan F. Sánchez Morate Martínez	1862

Nota. s.a.= sin autor; * = corresponde al texto seleccionado de la búsqueda complementaria para este estudio en catálogos electrónicos.

Anexo 2. Tablas de datos de los 114 textos preliminarmente revisados para cada uno de los niveles educativos considerados.

Tabla A2.1

Plantilla de datos textos de primaria (1849-1867)

Campo de contenido	Texto (autor)	Categoría													
		Félix Esteban Vicente Andújar	Jorge Díez	Pedro de Lara	M. arriano Tejada	Mariano Lorente	Mariano Forcada	Magin Liados	Lorenzo Trauke	Lorenzo Alemany	Juan F. de Dios	J. Díez Ruiz	Dos profesores E. de Eguilaz*		
Preliminares	I. histórica		x	x										x	
	C. previos			x	x	x	x	x						x	
	A. legales	x	x			x	x			x	x	x	x	x	
	I. Social	x			x	x				x	x			x	
Finalidades	Fines	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	
	M. aprendiz	x				x	x	x	x	x	x	x	x	x	
Objetivos	Planteados	x	x	x	x		x	x	x	x	x			x	
	Implícitos					x	x				x		x		
Conceptos	Número	x	x			x	x	x	x	x	x			x	
	Fracción	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x			x	
	F. decimal	x	x	x	x	x	x	x		x	x		x	x	
	SDN	x	x			x	x	x	x	x	x		x	x	
	Magnitud			x										x	
	Unidad	x	x			x	x	x	x	x	x			x	
	Cantidad	x	x			x	x	x	x					x	
	Medida			x	x									x	
	S. antiguo	x				x	x	x	x	x	x	x	x		
	SMD	x	x	x			x	x	x	x	x	x	x	x	
	Metro	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	
	U. básicas	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	
	Múlt/submúlt	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	
Procedimientos	Operaciones	x	x	x	x	x	x	x	x	x			x	x	
	Reducciones	x	x	x	x	x	x	x	x	x			x	x	
	Otros	x	x	x	x	x		x	x	x			x	x	
Representaciones	Verbal	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	
	Simbólica	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	
	Gráfica	x	x	x		x			x	x			x	x	
	Tabular	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	
	Instrumentos				x					x	x		x		
Contextos	Natural	x	x			x	x	x	x	x	x	x	x	x	
	Científico						x			x				x	
	Comercial	x	x	x	x	x	x	x	x	x				x	
	Matemático	x	x			x	x	x	x	x	x		x	x	
	Social					x	x		x	x		x			
	Técnico	x	x	x	x	x	x	x	x	x				x	
Limitaciones	Dificultades	x				x	x	x		x	x		x	x	
	Errores			x	x				x		x			x	

Tabla A2.1
Plantilla de datos textos de primaria (1849-1867)

Tareas	Ejemplos	x	x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
	Ejercicios	x		x	x	x	x	x	x	x				x
	Secuencias	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x		x	x
	Materiales						x			x				

Nota. * = no incluye SMD.

Tabla A2.1(continuación)
Plantilla de datos textos de primaria (1849-1867)

Campo de contenido	Texto (autor)	Categoría															
		M.G y B.S**	Rosendo Molina**	J. L. Maya**	Francisco Merino**	José Homs**	Juan de la Puerta	Antonio Alverá	Miguel Rosanes**	Juan R. Pérez**	Melchor Pérez**	Manuel Lorenzo**	Francisco Sala**	Manuel García**	Narciso Tarter**		
Preliminares	I. histórica															x	
	C. previos																
	A. legales						x	x									
	I. Social															x	
Finalidades	Fines						x	x									
	M. aprendizaje						x										
Objetivos	Planteados						x	x									
	Implícitos																
Conceptos	Número																
	Fracción																
	F. decimal						x	x									
	SDN																
	Magnitud						x										
	Unidad																
	Cantidad																
	Medida																
	S. antiguo																
	SMD							x	x								
	Metro							x	x								
	U. básicas							x	x								
	Múlt/submúlt							x	x								
Procedimientos	Operaciones															x	
	Reducciones							x									
	Otros							x	x								
Representaciones	Verbal															x	
	Simbólica							x									
	Gráfica							x	x								
	Tabular							x	x								
	Instrumentos															x	
Contextos	Natural							x	x								
	Científico																
	Comercial							x									
	Matemático															x	
	Social								x								
Técnico																	
Limitaciones	Dificultades																
	Errores																
Tareas	Ejemplos							x	x								
	Ejercicios							x									
	Secuencias							x	x								
	Materiales																

Nota. ** = no ubicado.

Tabla A2.1(continuación)
Plantilla de datos textos de primaria (1849-1867)

Campo de contenido	Texto (autor)	
	Categoría	S.A.** Máximo Herrero**
Preliminares	I. histórica	
	C. previos	
	A. legales	
	I. Social	
Finalidades	Fines	
	M. aprendiz	
Objetivos	Planteados	
	Implícitos	
Conceptos	Número	
	Fracción	
	F. decimal	
	SDN	
	Magnitud	
	Unidad	
	Cantidad	
	Medida	
	S. antiguo	
	SMD	
	Metro	
	U. básicas	
	Múlt/submúlt	
Procedimientos	Operaciones	
	Reducciones	
	Otros	
Representaciones	Verbal	
	Simbólica	
	Gráfica	
	Tabular	
	Instrumentos	
Contextos	Natural	
	Científico	
	Comercial	
	Matemático	
	Social	
	Técnico	
Limitaciones	Dificultades	
	Errores	
Tareas	Ejemplos	
	Ejercicios	
	Secuencias	
	Materiales	

Nota. ** = no ubicado.

Tabla A2.2.
Plantilla de datos textos de primaria (1868-1879)

Campo de contenido	Texto (autor)	Esteban	Juan	Manuel	Santiago	Remigio	Joaquín	Orozco	Montoy**	Andrés	González**
		Oca	Posegut	Medina	Verde	Maria **					
Preliminares	I. histórica										
	C. previos										
	A. legales		x	x	x						
	I. Social	x		x							
Finalidades	Fines	x	x	x	x		x				
	M. aprendiz	x	x	x	x						
Objetivos	Planteados	x	x	x	x						
	Implícitos										
Conceptos	Número	x	x	x	x			x			
	Fracción	x	x	x	x			x			
	F. decimal	x	x	x	x			x			
	SDN	x	x	x	x						
	Magnitud										
	Unidad	x	x	x	x			x			
	Cantidad	x	x	x	x			x			
	Medida										
	S. antiguo	x	x	x	x						
	SMD	x	x	x	x			x			
	Metro	x	x	x	x			x			
	U. básicas	x	x	x	x			x			
	Múlt/submúlt	x	x	x	x			x			
Procedimientos	Operaciones	x	x	x	x			x			
	Reducciones	x	x	x	x			x			
	Otros	x	x	x							
Representaciones	Verbal	x	x	x	x			x			
	Simbólica	x	x	x	x			x			
	Gráfica	x	x	x	x						
	Tabular	x	x	x	x			x			
	Instrumentos	x									
Contextos	Natural	x	x		x			x			
	Científico										
	Comercial	x	x	x				x			
	Matemático	x	x	x	x						
	Social										
Técnico					x		x				
Limitaciones	Dificultades	x	x	x							
	Errores										
Tareas	Ejemplos	x	x	x	x			x			
	Ejercicios	x		x				x			
	Secuencias	x	x	x	x			x			
	Materiales										

Nota. ** = no ubicado.

Tabla A2.3.
Plantilla de datos textos de primaria (1880-1892)

Campo de contenido	Texto (autor)	Categoría													
		Ángel Álvarez	Antonio de Chavez***	Aureliano Ovedo*	Joaquín Estapé****	Ángel Martín	Dolores Montaner	Domingo Andrés	Domingo Lozano	Eliseo Sanz	Eugenio del Peso	Hermanos de las Esc.	José Quesada	Salvador Sanz	Tomás Campos
Preliminares	I. histórica					x			x	x	x	x			
	C. previos							x	x	x		x			
	A. legales					x			x	x		x	x	x	
	I. Social					x					x	x	x	x	
Finalidades	Fines					x	x	x	x	x	x	x	x	x	
	M. aprendizaje					x	x	x	x	x	x	x	x	x	
Objetivos	Planteados					x	x	x	x	x	x	x	x		
	Implícitos													x	
Conceptos	Número					x	x		x	x		x		x	
	Fracción	x				x	x		x	x		x		x	
	F. decimal					x	x		x	x		x	x	x	
	SDN					x	x		x	x		x		x	
	Magnitud											x			
	Unidad					x	x		x	x		x	x	x	
	Cantidad	x				x	x		x	x		x		x	
	Medida											x	x		
	S. antiguo					x	x		x	x	x		x	x	x
	SMD	x				x	x		x	x	x	x	x	x	x
	Metro	x				x	x		x	x	x	x	x	x	x
	U. básicas	x				x	x		x	x	x	x	x	x	x
	Múlt/submúlt	x				x	x		x	x	x	x	x	x	x
Procedimientos	Operaciones					x	x		x	x	x	x	x	x	
	Reducciones	x				x			x	x		x	x	x	
	Otros	x				x			x	x	x	x	x	x	
Representaciones	Verbal					x	x		x	x	x	x	x	x	
	Simbólica	x				x	x		x	x	x	x	x	x	
	Gráfica					x			x	x	x	x	x		
	Tabular	x				x	x		x	x	x	x	x	x	
	Instrumentos					x						x	x		
Contextos	Natural	x				x	x		x	x	x	x	x	x	
	Científico					x						x		x	
	Comercial					x			x	x	x	x	x		
	Matemático	x				x			x	x	x	x	x	x	
	Social					x			x	x			x		
	Técnico					x	x		x	x	x	x	x	x	
Limitaciones	Dificultades								x	x				x	
	Errores														
Tareas	Ejemplos	x				x			x	x	x	x	x	x	
	Ejercicios					x				x	x	x	x	x	
	Secuencias					x	x		x	x	x	x	x	x	
	Materiales									x			x		

Nota. * = no contiene SMD; ** = no ubicado; *** = deteriorado; **** = editado fuera de España.

Tabla A2.4
Plantilla de datos textos de secundaria (1849-1867)

Campo de contenido	Texto (autor)	Categoría														
		Ambrosio Moya	Ascisclo Fernández	Bernardino Sánchez	Felipe Pícatoste	Fernando Boccherini	Joaquín María	José Oriol	Profesores	Vallejo (SMD)	Vallejo	Juan Pérez**	P. L. Cirodde	Pedro Bourdon**	Rafael Esriche**	Pedro Bourdon**
Preliminares	I. histórica		x						x	x	x		x			
	C. previos		x		x		x									
	A. legales		x					x	x	x						
	I. Social				x		x		x	x	x		x			
Finalidades	Fines	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x					
	M. aprendiz		x		x		x	x	x	x						
Objetivos	Planteados		x		x	x	x		x	x	x					
	Implícitos							x								
Conceptos	Número	x	x	x	x	x	x		x		x					
	Fracción	x	x	x	x	x	x		x		x		x			
	F. decimal	x	x	x	x	x	x		x		x		x			
	SDN	x	x		x	x	x		x							
	Magnitud	x		x					x							
	Unidad		x	x	x	x	x		x		x					
	Cantidad		x	x	x	x	x		x		x					
	Medida			x	x	x								x		
	S. antiguo		x	x			x	x		x	x					
	SMD	x	x		x		x	x	x	x	x					
	Metro	x	x		x	x	x		x	x	x			x		
	U. básicas	x	x		x	x	x	x	x	x	x			x		
	Múlt/submúlt	x	x		x	x	x	x	x	x	x			x		
Procedimientos	Operaciones	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x					
	Reducciones	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x		x			
	Otros	x	x					x	x	x	x					
Representaciones	Verbal	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x			x		
	Simbólica	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x			x		
	Gráfica	x	x		x	x	x	x	x		x					
	Tabular	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x			x		
	Instrumentos							x								
Contextos	Natural	x	x		x	x	x		x	x	x			x		
	Científico	x	x		x											
	Comercial	x	x		x	x	x	x	x							
	Matemático	x	x		x	x	x	x	x	x	x					
	Social		x			x		x								
	Técnico	x	x					x	x	x						
Limitaciones	Dificultades								x							
	Errores															
Tareas	Ejemplos	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x					
	Ejercicios	x	x		x	x	x	x	x							
	Secuencias	x	x		x	x	x	x	x	x	x					
	Materiales															

Nota. ** = no ubicado.

Tabla A2.5
 Plantilla de datos textos de secundaria (1868-1879)

Campo de contenido	Texto (autor)	Categoría												
		Carlos Botello	Eugenio de Angulo	Eulogio Jiménez	Luciano Navarro	Ramón Bajo	Vicente Rubio	A.J.N.	Paque****	Antonio Terry**	J. A. Serret**	Manuel Benitez**	Ricardo Baltzer**	Manuel Burillo
Preliminares	I. histórica	x												
	C. previos													
	A. legales	x						x						
	I. Social		x					x						
Finalidades	Fines	x	x	x	x	x	x							
	M. aprendiz	x	x	x		x	x							
Objetivos	Planteados		x	x	x	x	x							
	Implícitos													
Conceptos	Número	x	x		x	x	x							
	Fracción	x	x		x	x	x							
	F. decimal	x			x	x	x							
	SDN	x				x	x							
	Magnitud													
	Unidad	x	x		x	x								
	Cantidad	x	x				x							
	Medida	x					x							
	S. antiguo				x			x						
	SMD	x	x		x	x	x							
	Metro	x	x		x	x	x							
	U. básicas	x	x		x	x	x							
Múlt/submúlt		x		x	x	x								
Procedimientos	Operaciones	x	x	x		x	x							
	Reducciones		x	x		x	x							
	Otros													
Representaciones	Verbal		x	x	x	x	x							
	Simbólica		x	x	x	x	x							
	Gráfica		x	x		x								
	Tabular	x	x		x	x	x							
	Instrumentos						x	x						
Contextos	Natural	x			x		x							
	Científico							x						
	Comercial			x				x						
	Matemático		x	x	x	x	x							
	Social													
	Técnico			x				x						
Limitaciones	Dificultades						x							
	Errores						x							
Tareas	Ejemplos	x	x		x	x	x							
	Ejercicios			x				x						
	Secuencias	x	x					x						
	Materiales													

Nota. ** = no ubicado; **** = editado fuera de España.

Tabla A2.6
Plantilla de datos textos de secundaria (1880-1892)

Campo de contenido	Texto (autor)													
		Eugenio del Peso	Felipe Picatoste Luis	Cerezo	Luis García	Tomás Mallo	Vicente Vázquez*	Ambrosio Moya**	Antonio de Chavez***	Bourdon**	Joaquín Avendaño+	Joaquín Fernández	José Odrizola Santiago Moreno****	Zoel García
Preliminares	I. histórica	x				x								x
	C. previos	x				x								
	A. legales		x									x		
	I. Social	x	x		x	x						x		
Finalidades	Fines	x	x	x	x	x						x	x	
	M. aprendizaje	x		x	x	x	x					x		
Objetivos	Planteados	x	x	x		x						x		x
	Implícitos													
Conceptos	Número		x	x	x	x						x	x	x
	Fracción		x	x	x	x						x	x	x
	F. decimal			x	x	x						x		
	SDN			x	x	x							x	
	Magnitud				x	x								
	Unidad			x	x	x						x	x	x
	Cantidad		x	x	x	x						x	x	x
	Medida		x		x	x								x
	S. antiguo				x							x	x	
	SMD	x	x	x	x	x						x	x	x
	Metro	x	x	x	x	x						x	x	x
	U. básicas	x	x	x	x	x						x	x	x
	Múlt/submúlt	x	x	x	x	x						x	x	x
Procedimientos	Operaciones	x	x	x	x	x								
	Reducciones	x	x	x	x	x								
	Otros	x										x		
Representaciones	Verbal	x	x	x	x	x						x	x	x
	Simbólica	x	x	x	x	x						x	x	x
	Gráfica	x	x	x		x						x	x	
	Tabular	x	x	x	x	x						x	x	
	Instrumentos	x												
Contextos	Natural	x	x	x	x	x						x	x	x
	Científico													
	Comercial	x	x									x		
	Matemático	x	x	x	x	x							x	
	Social													
Limitaciones	Técnico		x									x		
	Dificultades													
Tareas	Errores													
	Ejemplos	x	x	x	x	x						x	x	
	Ejercicios	x	x	x	x									
	Secuencias	x	x	x	x	x								
	Materiales													

Nota. * = no contiene SMD; ** = no ubicado; *** = deteriorado; **** = editado fuera de España; + = otro nivel.

Tabla A2.7

Plantilla general de datos textos de EE.NN (1849-1867)

Campo de contenido	Texto (autor) Categoría	Acisclo	Fernández	Felipe	Picatos	Florencia	Sanz**	J.	Cortázar	Juan F.	Sánchez	Leandro	Boned*	Acisclo	Fernández	Caimlo	Labrado*	Clemente	Fernández	Genaro	del Valle	Gregorio	Torreclilla	Joaquin	Avendañ	Frdz de	Segura	Robustian	o Pérez	Victor	Lana
Prelimina-res	I. histórica															x												x		x	
	C. previos			x						x																				x	
	A. legales			x														x	x	x				x						x	
	I. Social	x	x											x													x		x		
Finalidades	Fines	x	x					x	x		x			x	x	x	x	x	x				x		x	x	x	x	x	x	
	M. aprendiz			x				x										x	x	x						x	x				
Objetivos	Planteados	x	x					x						x				x										x			
	Implícitos																														
Conceptos	Número	x	x					x	x		x			x	x	x	x	x	x	x			x	x	x	x	x	x	x	x	
	Fracción	x	x					x	x		x			x	x	x	x	x	x	x			x	x	x	x	x	x	x	x	
	F. decimal	x	x					x						x	x	x	x	x	x	x			x	x	x	x	x	x	x	x	
	SDN	x	x							x				x				x	x	x						x	x	x	x	x	
	Magnitud			x																				x						x	
	Unidad	x	x					x	x		x				x	x	x	x	x	x			x	x	x	x	x	x	x	x	
	Cantidad			x						x								x	x	x			x	x	x	x	x	x	x	x	
	Medida			x																			x	x							
	S. antiguo																							x				x			
	SMD			x					x	x									x	x	x			x	x	x	x	x	x	x	x
	Metro	x	x						x	x					x	x	x	x	x	x			x	x	x	x	x	x	x	x	x
	U. básicas	x	x							x					x	x	x	x	x	x			x	x	x	x	x	x	x	x	x
	Múlt/submúlt			x					x	x									x	x	x			x	x	x	x	x	x	x	x
Procedimientos	Operaciones	x	x					x	x		x							x	x	x			x	x	x	x	x	x	x	x	
	Reducciones	x	x					x	x					x									x	x	x	x	x	x	x	x	
	Otros							x	x									x	x	x			x	x	x	x	x	x	x	x	
Representaciones	Verbal	x	x					x	x		x			x	x	x	x	x	x			x	x	x	x	x	x	x	x	x	
	Simbólica	x	x					x	x		x			x	x	x	x	x	x			x	x	x	x	x	x	x	x	x	
	Gráfica	x						x										x	x	x			x	x	x	x	x	x	x	x	
	Tabular	x	x					x	x		x				x	x	x	x	x	x			x	x	x	x	x	x	x	x	
	Instrumentos																			x	x										
Contextos	Natural	x	x							x				x	x	x	x	x	x				x				x				
	Científico			x																				x				x			
	Comercial			x																x								x			
	Matemático	x	x					x	x		x									x	x			x		x	x	x	x	x	
	Social																				x								x		
	Técnico	x																			x								x		
Limitaciones	Dificultades								x											x							x				
	Errores																														
Tareas	Ejemplos	x	x					x	x		x									x	x					x	x				
	Ejercicios	x	x							x														x							
	Secuencias	x	x					x	x		x															x	x				
	Materiales																														

Nota. * = No incluye detalles del SMD; ** = no ubicado; EE.NN = Escuelas Normales.

Tabla A2.8.
Plantilla general de datos textos de EE.NN. (1868-1879)

Campo de contenido	Texto (autor)	Bajo de Ibáñez
	Categoría	
Preliminares	I. histórica	x
	C. previos	
	A. legales	
	I. Social	
Finalidades	Fines	x
	M. aprendiz	x
Objetivos	Planteados	x
	Implícitos	
Conceptos	Número	x
	Fracción	x
	F. decimal	x
	SDN	x
	Magnitud	x
	Unidad	x
	Cantidad	x
	Medida	x
	S. antiguo	
	SMD	x
	Metro	x
	U. básicas	x
	Múlt/submúlt	x
Procedimientos	Operaciones	x
	Reducciones	x
	Otros	x
Representaciones	Verbal	x
	Simbólica	x
	Gráfica	x
	Tabular	x
	Instrumentos	
Contextos	Natural	x
	Científico	
	Comercial	
	Matemático	x
	Social	
	Técnico	
Limitaciones	Dificultades	
	Errores	
Tareas	Ejemplos	x
	Ejercicios	x
	Secuencias	x
	Materiales	

Tabla A2.9
Plantilla general de datos textos de EE.NN. (1880-1892)

Campo de contenido	Texto (autor)	Joaquín	Luis	Ramón	Bajo e J**	Antonio	Rafael	Zambrano
		Avendaño*	Sevilla			Marín Rus		
Preliminares	I. histórica		x			x		
	C. previos							
	A. legales		x			x		
	I. Social		x			x		
Finalidades	Fines		x			x	x	
	M. aprendizaje					x	x	
Objetivos	Planteados					x	x	
	Implícitos							
Conceptos	Número		x			x	x	
	Fracción		x			x	x	
	F. decimal		x			x	x	
	SDN		x			x	x	
	Magnitud		x				x	
	Unidad		x			x	x	
	Cantidad		x			x		
	Medida		x				x	
	S. antiguo		x					
	SMD		x			x	x	
	Metro		x			x		
	U. básicas		x			x	x	
	Múlt/submúlt					x	x	
Procedimientos	Operaciones					x	x	
	Reducciones		x			x	x	
	Otros					x	x	
Representaciones	Verbal		x			x	x	
	Simbólica					x	x	
	Gráfica						x	
	Tabular		x			x	x	
	Instrumentos							
Contextos	Natural		x			x	x	
	Científico							
	Comercial		x			x		
	Matemático		x			x	x	
	Social					x		
Técnico					x			
Limitaciones	Dificultades							
	Errores							
Tareas	Ejemplos		x			x	x	
	Ejercicios		x			x	x	
	Secuencias					x	x	
	Materiales							

Nota. * = No incluye detalles del SMD; ** = no ubicado.

Anexo 3. Plantilla con los datos del libro primero (primera etapa, primaria)

PLANTILLA PARA REVISIÓN Y REGISTRO DE DATOS

Primaria: libro 1º

Título: *Aritmética decimal y demostrada, para uso de las escuelas primarias, conteniendo...*

Ubicación: BNE

Signatura: 2/12138

Tipo de fuente: Primaria Secundaria

Comprobación con la versión digitalizada: Corresponde No corresponde

Título

Título completo: Aritmética decimal y demostrada para uso de las escuelas primarias, conteniendo todas las operaciones ordinarias del cálculo aplicadas al sistema métrico, un breve compendio del cálculo antiguo, cambios, progresiones, logaritmos, y reglas de anualidad.

Año: 1854 **Edición:** 1ª **Lugar:** Gerona

Otro: No se incluye

Autor

Nombre: Lorenzo Trauque Cassi

Formación: Escuela Normal de Gerona

Desempeño: Profesor de instrucción primaria superior

Publicaciones: No se incluye

Inf. adicional: No se incluye

Fuentes: No se incluye

Organización

Nivel: Primaria **Nº págs.:** 192 **Nº ediciones:** dato no localizado

Estilo: Compendio **Redacción:** Narrativa

Distribución interna:

1. Aritmética. Definiciones preliminares.
2. Numeración. Objeto de la aritmética y sistema métrico
3. Aumento de los números. Operaciones suma y multiplicación.
4. Disminución de los números. Operaciones resta y división.
5. Cálculo de los quebrados
6. Cálculo antiguo. Operaciones con unidades antiguas.
7. Razones y proporciones
8. De las progresiones y de los logaritmos
9. SUPLEMENTO. De las fracciones periódicas.
10. Tablas de equivalencias de unidades antiguas por provincia (comunidades autónomas) al SMD

Referencias: No se indican

<i>Preliminares</i>	
Introducción histórica	No se incluye
Conocimientos previos al SMD	No se incluye
Aspectos legales	Sistema como imposición legal: “sancionado por S. M. Doña Isabel 2.a en decreto de 19 de Julio de 1849” p. 27
Impacto social	Mayor facilidad para realizar cálculos; sistema invariable que conviene con el sistema de numeración
<i>Finalidades</i>	
Tipos de fines (cultural, formativa, política, social)	Ética/formativa: la enseñanza en la escuela primaria
Modo de entender el aprendizaje	Teórico-práctico. Desarrollar la memoria y la inteligencia del niño
<i>Objetivos</i>	
Planteados	Incluir el SMD como parte integrante de la aritmética, no como un apartado ajeno Facilitar el aprendizaje de los elementos de aritmética y del SMD
Implícitos	No se identifican
<i>Conceptos</i>	
Número	“es el total de unidades de que consta una cantidad: así, 12, por ejemplo es un número porque consta de doce unidades” (p. 12). Se establece una clasificación de número: entero (simple, compuesto), quebrado (decimal, común, propio, impropio), misto; concreto o abstracto; homogéneos, heterogéneos.
Número fraccionario	(quebrado) “es el que indica partes de la unidad” (p. 12)
Fracción decimal	“es aquel cuya unidad está dividida en partes que son de diez en diez veces más pequeñas” p. 12 “es aquel que tiene por denominador tácito la unidad seguida de tantos ceros como notas tenga el numerador” (p. 13)
Número decimal	“el quebrado puede seguir el sistema décuplo de nuestra numeración ó no; en el primer caso se llama decimal” (p. 12) “la progresiva disminución de los números de diez en diez=da lugar á la formación de los quebrados ó números decimales” (p. 21)
SDN	Una parte de la aritmética. Como conjunto de diez palabras que son el fundamento de todas las demás: las decenas, centenas, ... “Nuestro sistema de numeración se llama=sistema decimal, porque diez es su base, y todas sus combinaciones van de diez en diez”(p. 21)
Magnitud	No se incluye
Unidad	“es el elemento primero de toda cantidad tomado como término de comparación” (p. 12)
Cantidad	No se incluye
Medida	No se incluye
Sistema Antiguo	Se presenta como un apartado posterior a la presentación del SMD y lo relacionado al SDN. “es una anomalía de nuestro sistema de numeración, porque las partes subalternas de la unidad principal no siguen el sistema decuplo; cada partido, cada pueblo tenía sus medidas propias y privativas que largo sería enumerar, y que hacían el cálculo tanto más complicado cuanto más se apartaban del sistema decimal” (p. 108)
SMD	“El sistema que ofrece todas esas ventajas=es el sistema métrico sancionado por S. M. Doña Isabel 2.a en decreto de 19 de Julio de 1849. Este sistema se llama métrico=porque el metro, palabra griega que significa medidas, es su base.” (p. 27)

Metro	Unidad base del sistema. “Palabra griega que significa medida” (p. 27). “Medida de longitud que reemplaza la vara, la cana, con todas sus divisiones” (p. 31). “La longitud del metro=se ha buscado en la misma Naturaleza. Calculóse la longitud de la cuarta parte de la circunferencia de la tierra, desde el polo N al ecuador, y se encontró ser de 11,963,073 varas; dividiendo esta longitud en diez millones de partes, una de ellas es el metro; de manera que una cadena de 40 millones de metros rodearía toda la tierra.” (p. 31)
Unidades básicas definidas	Seis especies de medidas: longitud, superficie, volumen o capacidad, peso, monetaria y tiempo. Se presentan individualmente desde el significado de palabras griegas. “gramo=palabra griega que significa peso” (p. 39). Longitud: metro. Superficie: área (decámetro cuadrado). Capacidad: litro (“lo que contendría un cubo vacío de un decímetro de lado”, p. 38). Ponderales: gramo (“lo que pesa un centímetro cúbico de agua destilada, pesada en el vacío, y la temperatura de 4 grados centígrado”, p. 39). Moneda: real. Tiempo: no siguen el SMD
Múltiplos y submúltiplos	A partir de palabras griegas (deca, hecto, kilo, miria) y latinas (deci, centi, mili). “sigue siempre una progresión de diez en diez veces mayor, ó de diez en diez veces menor” (p. 29). Metro: los ya especificados. Área: hectárea, centiárea. Capacidad: kilolitro, hectolitro, decalitro, decilitro, centilitro. Peso: tonelada, quintal, medio quintal métrico, kilogramo, hectogramo, decagramo, decigramo, centigramo, miligramo. Moneda: doblón, escudo, décima, centésima. Otras: peseta, escudo, doble y medio real y décima. Tiempo: siglo, año, mes, semana día, hora, cuarto, minuto, segundo.
<i>Procedimientos</i>	
Operaciones aritméticas	Para efectuar operaciones básicas, se apoyan en ejemplos.
Conversiones (equivalencias)	De quebrado a decimal
Otros	Lectura y escritura de números decimales
<i>Representaciones</i>	
Verbales	Para la presentación de cada unidad de medida, sus múltiplos, divisores, utilidad
Simbólicas	Numéricas, signos de operación, fraccionarias
Ilustraciones, gráficos	Metro y decímetro cuadrado (p. 33). Metro y decímetro cúbico (p. 34)
Figuras geométricas	Cuadrados, cubos
Tablas o cuadros	Para ejemplificar el SDN (pp. 18, 20, 23) Para relacionar metro lineal, cuadrado y cúbico (p. 35) Para las operaciones (p. 46)
Instrumentos	El litro como recipiente
<i>Contextos</i>	
Natural	Utilización de frutos para indicar divisiones decimales
Científico	Medición del meridiano
Comercial	Compra y venta de productos (textiles, alimentos, materiales). Deudas.
Matemático	Aritmético: operaciones. Geométrico: situaciones de perpendicularidad, de espacio. Calculo de áreas comunes (salas)
Social	Edades, calculo de años
Técnico	Medida de terrenos, construcción
<i>Limitaciones</i>	
Dificultades	Lo novedoso del sistema hace difícil su aprendizaje (equivalencias y nomenclatura) Gran número de tablas de equivalencias

Errores No se incluyen

Tareas

Ejemplos	<p>Aplicar operaciones básicas (p. 43). Hay un número considerable de ejemplos que explican las operaciones haciendo uso de las unidades métricas y los números abstractos (p. 76). Pasar quebrados a quebrados decimales.</p> <p>Se utilizan las unidades antiguas y las métricas para ejemplos sobre operaciones con quebrados, fuera de la exposición del SMD</p> <p>Sobre razones y proporciones utilizando unidades métricas (p. 125).</p> <p>Se utilizan ejemplos con unidades métricas para otras temáticas como reglas de regla de compañía, interés compuesto, interés simple, descuento, aligación media, regla conjunta,</p>
Ejercicios	<p>Serie de problemas planteados en las operaciones con su respuesta, pero sin procedimiento. Pasar quebrados a quebrados decimales (p. 90). “A qué equivale $\frac{3}{4}$ de kilogramo?” (p. 90).</p>
Secuencias	<p>Teoría, explicación de procesos, ejemplos (planteo, resolución, respuesta)</p>
Materiales	<p>Tablas de equivalencias adicionales</p>

Anexo 4. Plantilla con los datos del libro segundo (primera etapa, primaria)

PLANTILLA PARA REVISIÓN Y REGISTRO DE DATOS

Primaria: libro 2º

Título: *Tratado de aritmética teórico-práctica con la explicación del sistema decimal para las escuelas de primera enseñanza...*

Ubicación: BNE

Signatura: 1/24919 (1860)

Tipo de fuente: Primaria Secundaria

Comprobación con la versión digitalizada: Corresponde No corresponde

Título

Título completo: Tratado de aritmética teórico-práctica con la explicación del sistema métrico decimal para uso de las escuelas de primera enseñanza elemental y superior

Año: 1860 **Edición:** 1ª **Lugar:** Huesca

Otro:

Autor

Nombre: Profesores del ramo

Formación: No se indica

Desempeño: Profesores de matemáticas

Publicaciones: No se indica

Inf. adicional: No se indica

Fuentes: No se indica

Organización

Nivel: Primaria **Nº págs.:** 343 **Nº ediciones:** dato no localizado

Estilo: Tratado **Redacción:** Narrativo (con secciones de cuestionamientos)

Distribución interna:

1. Nociones preliminares
2. Operaciones de la aritmética con enteros y decimales
3. Sistema métrico. Operaciones con los números métricos
4. Decreto sobre el sistema monetario
5. Propiedades de los números: divisibilidad, mcd, mcm...
6. Quebrados o fracciones
7. Operaciones con quebrados
8. Ideas sobre la resolución de problemas aritméticos
9. Números complejos
10. Potencias y raíces
11. Razones y proporciones
12. Progresiones y logaritmos
13. Reducción de antiguas medidas a las del SMD

	14.	Soluciones a los ejercicios y problemas propuestos en el texto
Referencias:	No se indican	
<i>Preliminares</i>		
Introducción histórica	Sobre la diversidad de pesas y medidas en España y el establecimiento del SMD	
Conocimientos previos al SMD	No se indica	
Aspectos legales	Mención de la Ley de 19 de julio de 1849. Decreto sistema monetario.	
Impacto social	Evitar inconvenientes y perjuicios al comercio	
<i>Finalidades</i>		
Tipos de fines (cultural, formativa, política, social)	Formativa, política, cultural, social	
Modo de entender el aprendizaje	Práctico y memorístico	
<i>Objetivos</i>		
Planteados	Reunir en un solo tratado el sistema antiguo y el métrico decimal Escribir un texto al alcance todos con un gran número de problemas	
Implícitos	No se reconocen	
<i>Conceptos</i>		
Número	“Número es la expresión de la relación entre la cantidad y la unidad” (p. 5). Entero: cuando la cantidad contiene exactamente la unidad de medida.	
Número fraccionario	“Se llama quebrado ó fracción todo número que representa un valor menor que uno, ó de otro modo, todo número que solo representa parte ó partes de la unidad” (p. 115)	
Fracción decimal	No se indica	
Número decimal	Los inferiores a la unidad	
SDN	“El objeto de la numeración es formar los números, enunciarlos y escribirlos” (p. 7)	
Magnitud	Como sinónimo de cantidad	
Unidad	“La unidad ó tipo es otra cantidad que suponemos constante, y con quien se compara la cantidad que es objeto de nuestro examen” (p. 5)	
Cantidad	“Cantidad ó magnitud es todo lo susceptible de aumento ó disminución” (p. 5)	
Medida	No se indica	
Sistema Antiguo	No se indica	
SMD	Nuevo sistema adoptado por el Gobierno	
Metro	Diez millonésima..., unidad usual para las medidas longitudinales (p. 65)	
Unidades básicas definidas	Metro, área, litro, metro cúbico, kilogramo	
Múltiplos y submúltiplos	A partir de palabras griegas y latinas, su significado y equivalencia con la unidad básica	
<i>Procedimientos</i>		
Operaciones aritméticas	Si	
Conversiones (equivalencias)	Reducciones	

<i>Representaciones</i>	
Verbales	Predominio
Simbólicas	Numéricas, signos, letras,
Ilustraciones, gráficos	Metro cuadrado.
Figuras geométricas	No se indican
Tablas o cuadros	Para múltiplos y submúltiplos (equivalencias con la unidad básica) Para reducciones (p. 300) Correspondencias por provincia
Instrumentos	No se indica

<i>Contextos</i>	
Natural	Kilogramo
Científico	No se reconoce
Comercial	Compra y venta
Matemático	De aplicación de operaciones
Social	No se reconocen
Técnico	Medición de terrenos, construcción, agricultura, textil,

<i>Limitaciones</i>	
Dificultades	Comprensión del enunciado de un problema (p. 158)
Errores	No se indican

<i>Tareas</i>	
Ejemplos	Sí. Para aclarar definiciones
Ejercicios	Al final de cada apartado para incentivar y reforzar el aprendizaje
Secuencias	Ideas teóricas, ejemplos, interrogantes y ejercicios
Materiales	No se indican

Anexo 5. Plantilla con los datos del libro tercero (primera etapa, secundaria)

PLANTILLA PARA REVISIÓN Y REGISTRO DE DATOS

Segunda enseñanza: libro 3º

Título: *Compendio de matemáticas puras y mistas*

Ubicación: BNE

Signatura: 1/101134

Tipo de fuente: Primaria Secundaria

Comprobación con la versión digitalizada: Corresponde No corresponde

Título

Título completo: Compendio de matemáticas puras y mistas

Año: 1855 **Edición:** 5ª **Lugar:** Madrid

Otro: Tomo I. Aritmética

Autor

Nombre: José Mariano Vallejo y Ortega

Formación:

Desempeño: Matemático, político, pedagogo

Publicaciones: Ideas primarias de los números; Definiciones y extracto de las reglas de Aritmética; Aritmética de niños escrita para uso de las escuelas del Reino; Complemento de dicha Aritmética; Geometría de niños para uso de las escuelas; Exámenes celebrados (...) en las Escuelas Normales, etc; Tratado elemental de matemáticas; entre otras para diversas asignaturas.

Inf. adicional:

Fuentes:

Organización

Nivel: Segunda enseñanza **Nº págs.:** 533 **Nº ediciones:**

Estilo: Tratado **Redacción:** Narrativa

Distribución interna:

1. Introducción
2. Aritmética: nociones preliminares, numeración, división y subdivisión de las unidades de pesas y medidas.
3. Operaciones
4. Quebrados. Quebrados decimales
5. Algebra
6. Geometría
7. Apéndice. Sobre pesas, medidas y monedas

Referencias: No se indican

<i>Preliminares</i>	
Introducción histórica	Trabajos de medición del meridiano
Conocimientos previos al SMD	No se indican
Aspectos legales	Mandato de la ley de 19 de julio de 1849
Impacto social	Ventajas que ofrece el SMD: patrón tomado de la Naturaleza, divisiones y subdivisiones según el SDN
<i>Finalidades</i>	
Tipos de fines (cultural, formativa, política, social)	Cultural, formativa, política
Modo de entender el aprendizaje	No se define
<i>Objetivos</i>	
Planteados	Publicar una edición corregida y aumentada con lo estipulado en la ley (para el sistema monetario y el SMD)
Implícitos	No se reconocen
<i>Conceptos</i>	
Número	“El agregado, reunión ó conjunto de unidades de una misma especie” (p. 1). Entero: “cuando se compone exactamente de unidades” (p. 11)
Número fraccionario	Quebrado: “Si la cantidad que se compara es menor que la unidad ó cantidad con que se compara, el resultado de la comparación, ó el número que resulta, no puede llegar á equivaler á toda la unidad, y expresará solo parte ó partes de ella; y en este caso el número se llama quebrado ó fracción” (p. 9). “Son aquellos números, que espresan parte ó partes de la unidad” (p. 46)
Fracción decimal	“unos quebrados que tienen por denominador 10; 100; 1000; etc. Y en general la unidad seguida de ceros” (p. 61)
Número decimal	Los guarismos después de la coma
SDN	No se incluye
Magnitud	No se incluye
Unidad	“cualquier cantidad, que se elige ó toma para que sirva de término de comparación ó medida respecto de todas las de su especie” (p. 1)
Cantidad	Propiedad de un cuerpo de “poder ser mayor ó menor” (p. X)
Medida	No se incluye
Sistema Antiguo	Sistema de medidas españolas
SMD	Sistema adoptado en Francia
Metro	“longitud igual á su diezmillonésima parte se tomó por unidad fundamental de dicho sistema”; “voz griega que significa medida” (p. 522)
Unidades básicas definidas	Metro, área, litro, metro cúbico, kilogramo
Múltiplos y submúltiplos	Del significado y la construcción con palabras griegas y latinas “uniendo á la misma palabra metro las partitivas latinas” (p. 522)
<i>Procedimientos</i>	
Operaciones aritméticas	Sí

Conversiones (equivalencias)	Para establecer equivalencias y realizar reducciones
Otros	No se reconocen

Representaciones

Verbales	Predominio
Simbólicas	Numéricas, signos
Ilustraciones, gráficos	No se incluyen
Figuras geométricas	No se indican
Tablas o cuadros	Para las operaciones. Para las equivalencias entre múltiplos, unidades básicas y medidas españolas para cada especie. Correspondencias entre medidas españolas y las métricas. Para el sistema monetario
Instrumentos	No se indican

Contextos

Natural	Para establecer el kilo (temperatura y pureza)
Científico	No se identifica
Comercial	No se identifica
Matemático	Aplicación de operaciones aritméticas
Social	No se identifica
Técnico	No se identifica

Limitaciones

Dificultades	No se identifican
Errores	No se identifican

Tareas

Ejemplos	Si
Ejercicios	No se identifican
Secuencias	Ideas teóricas, ejemplos
Materiales	No se identifican

Anexo 6. Plantilla con los datos del libro cuarto (primera etapa, secundaria)

PLANTILLA PARA REVISIÓN Y REGISTRO DE DATOS

Segunda enseñanza: libro 4º

Título: *Principios y ejercicios de aritmética y geometría*

Ubicación: BNE

Signatura: 1/21621

Tipo de fuente: Primaria Secundaria

Comprobación con la versión digitalizada: Corresponde No corresponde

Título

Título completo: Principios y ejercicios de aritmética y geometría escritos para uso de los alumnos de segunda enseñanza

Año: 1861 **Edición:** 1ª **Lugar:** Madrid

Otro:

Autor

Nombre: Felipe Picatoste y Rodríguez

Formación: Matemático, pedagogo, periodista, político y polígrafo español.

Desempeño: Catedrático suplente de matemáticas en el Instituto de San Isidro de Madrid. Jefe de negociado en el Ministerio de Fomento; Director de la Imprenta Nacional y Gaceta de Madrid.

Publicaciones: Apuntes para una biblioteca española del siglo XVI: estudios biográficos y bibliográficos de ciencias exactas físicas y naturales y sus inmediatas aplicaciones en dicho siglo (1891); Explicación del nuevo sistema legal de pesas y medidas (1853); *Principios y ejercicios de aritmética y geometría : escritos para uso de los alumnos de segunda enseñanza* (1861); *Elementos de matemáticas* (Madrid: 1860); *Elementos de matemáticas: geometría* (1879); *Elementos de matemáticas: aritmética* (1881); *El universo en la ciencia antigua*, (Madrid: Biblioteca Universal, 1881); entre otras más.

Inf. adicional: Participante de las luchas revolucionarias de 1868.

Fuentes: Diccionario Enciclopédico Hispano-Americano.

Organización

Nivel: Segunda enseñanza **Nº págs.:** 116 **Nº ediciones:**

Estilo: Principios **Redacción:** Narrativo

Distribución interna: Aritmética:

1. Nociones preliminares
2. Operaciones. Suma, resta y multiplicación.
3. Medidas y pesas antiguas
4. División
5. Divisibilidad, MCD, MCM
6. Quebrados o fracciones. Simplificación, operaciones

7. Fracciones decimales. Operaciones, reducción de fracciones comunes a decimales
 8. Números complejos. Operaciones con números complejos.
 9. Sistema métrico. Operaciones con los números métricos
 10. Proporciones (utiliza unidades métricas en algunos ejemplos), interés, descuento...
 11. Raíces
- Geometría: Utiliza las unidades métricas en algunos ejemplos

Referencias: No se indican

Preliminares

Introducción histórica	No se indica
Conocimientos previos al SMD	Decimales y cálculo de números complejos (p. vii)
Aspectos legales	Legalidad del sistema
Impacto social	Ventajas del sistema: arreglado al sistema de numeración, uso de quebrados decimales y números decimales, facilidad en la reducción de unidades, unidad básica invariable.

Finalidades

Tipos de fines (cultural, formativa, política, social)	Formativa, político, cultural y social
Modo de entender el aprendizaje	Práctico, memorístico

Objetivos

Planteados	Presentar un texto de aritmética y geometría para segunda enseñanza; presentar un texto práctico para el aprendizaje de estas asignaturas
Implícitos	No se reconocen

Conceptos

Número	“Número es una reunión de unidades ó de partes de la unidad: en el primer caso se llama entero (...) y en el segundo quebrado ó fraccionario” (p. 1)
Número fraccionario	“Se llama quebrado ó fracción un número compuesto de una ó varias partes de la unidad” (p. 17)
Fracción decimal	“Se llaman fracciones decimales una fracciones en que la unidad se considera siempre dividida en 10, 100, 1000,... partes iguales...” (p. 37) Se escriben como los números enteros teniendo cuidado de separar las unidades enteras de las decimales con una coma
Número decimal SDN	No se indica “Se llama numeración el sistema adoptado para nombrar con pocas palabras y escribir con un número limitado de signos todos los números...” (p. 2)
Magnitud	No se incluye
Unidad	“medir una cantidad es compararla con otra de la misma especie, que se llama unidad” (p. 1)
Cantidad	“todo lo que es susceptible de aumento ó de disminución” (p. 1)
Medida	“medir una cantidad es compararla con otra de la misma especie, que se llama unidad” (p. 1)
Sistema Antiguo SMD	No se indica Sistema legal en España que tiene por unidades el metro, el área, el metro cúbico, el litro y el kilogramo (p. 60)
Metro	Diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre (p. 60)

Unidades básicas definidas	Metro, área, metro cúbico, litro, kilogramo
Múltiplos y submúltiplos	Anteponiendo palabras griegas y latinas, luego explica las equivalencias decimales
<i>Procedimientos</i>	
Operaciones aritméticas	Si
Conversiones (equivalencias)	Si. Reducciones.
Otros	No se indican
<i>Representaciones</i>	
Verbales	Predominio
Simbólicas	Numéricas, signos
Ilustraciones, gráficos	No se indican
Figuras geométricas	No se incluyen
Tablas o cuadros	Para la formación de múltiplos y submúltiplos de cada especie (p. 61) Para las correspondencias entre medidas de los sistemas (p. 97)
Instrumentos	No se indican
<i>Contextos</i>	
Natural	Kilogramo
Científico	Física: velocidad
Comercial	Compra y venta de artículos o bienes
Matemático	Conceptos geométricos: cubo, p. 60; de cálculo
Social	No se identifica
Técnico	No se identifica
<i>Limitaciones</i>	
Dificultades	No se indican
Errores	No se indican
<i>Tareas</i>	
Ejemplos	Sí
Ejercicios	Sí
Secuencias	Teoría, ejemplos resueltos, ejercicios y su respuesta (no el procedimiento)
Materiales	No se indican

Anexo 7. Plantilla con los datos del libro quinto (primera etapa, formación)

PLANTILLA PARA REVISIÓN Y REGISTRO DE DATOS

Formación de maestros: libro 5°

Título: *Elementos de aritmética*

Ubicación: BNE

Signatura: 1/76173

Tipo de fuente: Primaria Secundaria

Comprobación con la versión digitalizada: Corresponde No corresponde

Título

Título completo: Elementos de aritmética con el nuevo sistema legal de pesas y medidas

Año: 1852 **Edición:** 2ª **Lugar:** Madrid

Otro: Obra aprobada por Real Decreto para servir de texto en las Escuelas Normales

Autor

Nombre: Joaquín Avendaño

Formación:

Desempeño: Inspector general de instrucción primaria del reino

Publicaciones: Curso elemental de pedagogía (Avendaño y Carderera), Gran cuadro de pesas y medidas métricas y monedas legales, para las escuelas primaria, (Avendaño y Carderera), Cuadro de pesas y medidas métricas para el uso común (Avendaño y Carderera), Revista de instrucción primaria. Entre otras para áreas como historia natural, geografía, gramática castellana, física y química, lectura y escritura.

Inf. adicional: Obra aprobada por el Real Consejo de Instrucción Pública para servir de texto en las escuelas normales.

Fuentes:

Organización

Nivel: Formación de maestros **Nº págs.:** 128 **Nº ediciones:**

Estilo: Tratado **Redacción:** Narrativa

Distribución interna: Primera parte.

1. Elementos de cálculo. Números enteros. Operaciones.
2. Fracciones comunes. Operaciones.
3. Fracciones decimales.
4. Potencias y raíces

Segunda parte.

1. Diferentes medidas. Medidas españolas.
2. El sistema métrico decimal
3. Razones y proporciones

Referencias: No se indican

Preliminares

Introducción histórica No se incluye

Conocimientos previos al SMD No se incluyen

Aspectos legales Mención de leyes

Impacto social No se incluye

Finalidades

Tipos de fines (cultural, formativa, política, social) Cultural, formativo, política

Modo de entender el aprendizaje No se identifica

Objetivos

Planteados No se especifican

Implícitos No se reconocen

Conceptos

Número “Un número entero es la reunión de varias cantidades homogéneas” (p. 5)

Número fraccionario Fracción ó quebrado: “cualquier cantidad menor que la unidad” (p. 31)

Fracción decimal “Llámense fracciones decimales, números decimales, ó simplemente decimales, á las fracciones compuestas de partes que van siendo de diez en diez veces menores que la unidad.” (p. 51)

Número decimal “Se emplea mas particularmente el término de números decimales en aquellas fracciones decimales que están precedidas de una ó varias unidades enteras” (p. 51)

SDN No se incluye

Magnitud Algo perteneciente a las especies de medida (p. 67)

Unidad “es una cantidad convencional, adoptada por término de comparación entre cantidades homogéneas (de la misma especie)” (p. 5)
Unidad de medida “es la cantidad conocida, tomada por término de comparación entre cantidades de una misma especie, cuyas magnitudes se quieren expresar en números” (p. 67)

Cantidad “todo aquello que es susceptible de aumento ó disminución” (p. 5)

Medida “medir es buscar cuántas veces una cantidad contiene á otra de la misma especie, que se toma por unidad de medida” (p. 67)

Sistema Antiguo Sistema de pesas y medidas por real orden de 26 de enero de 1801

SMD Sistema mandado usar por ley de 19 de julio de 1849. “...se llama sistema métrico, por ser el metro su base: llámese también sistema legal por estar prescrito su uso en todos los actos públicos”. Sistema en el que “todas las medidas están ligadas entre sí, y se derivan de una unidad principal dicha metro” (p. 73)

Metro Palabra griega. Diezmillonésima parte del cuadrante de meridiano

Unidades básicas definidas Metro, metro cuadrado y área, metro cúbico, litro, gramo

Múltiplos y submúltiplos Derivados del sistema decimal cuyas denominaciones se sacan del griego y el latín

<i>Procedimientos</i>	
Operaciones aritméticas	Sí
Conversiones (equivalencias)	No se indican
Otros	Escritura y lectura de números
<i>Representaciones</i>	
Verbales	Predominio
Simbólicas	Numéricas, signos
Ilustraciones, gráficos	Se omiten
Figuras geométricas	No se incluyen
Tablas o cuadros	Para las operaciones Para los múltiplos y submúltiplos de cada especie
Instrumentos	No se indican
<i>Contextos</i>	
Natural	Para la definición y presentación del gramo
Científico	Términos geográficos (p. 75)
Comercial	No se identifican
Matemático	Términos geométricos
Social	No se identifican
Técnico	No se identifican
<i>Limitaciones</i>	
Dificultades	No se incluyen
Errores	No se incluyen
<i>Tareas</i>	
Ejemplos	No
Ejercicios	Medidas métricas empleadas como unidades para ejercicios en otros apartados
Secuencias	No se reconocen
Materiales	No se indican

Anexo 8. Plantilla con los datos del libro sexto (primera etapa, formación)

PLANTILLA PARA REVISIÓN Y REGISTRO DE DATOS

Formación de maestros: libro 6°

Título: *Aritmética práctica para uso de las escuelas primarias*

Ubicación: BNE

Signatura: 1/27469

Tipo de fuente: Primaria Secundaria

Comprobación con la versión digitalizada: Corresponde No corresponde

Título

Título completo: Aritmética práctica para uso de las escuelas primarias

Año: 1856 **Edición:** 1ª **Lugar:** Madrid

Otro:

Autor

Nombre: Juan Cortázar

Formación: Escuela Central de Artes y Manufacturas de París

Desempeño: Licenciado en ciencias, ingeniero de puentes y caminos; catedrático de álgebra superior y geometría analítica de la Universidad de Madrid

Publicaciones: Memoria sobre el cálculo de interés, tratado de aritmética, tratado de álgebra elemental, tratado de geometría elemental, tratado de trigonometría, tratado de álgebra superior, de geometría analítica, aritmética práctica

Inf. adicional:

Fuentes: Enciclopedia Espasa. Revista de la Sociedad Matemática Española

Organización

Nivel: Formación de maestros **N° págs.:** 108 **N° ediciones:**

Estilo: Tratado **Redacción:** Narrativa

Distribución interna:

1. Numeración
2. Operaciones fundamentales: suma, resta y multiplicación
3. Medidas, pesas y monedas mas usuales en España (sistema antiguo)
4. División
5. Divisibilidad
6. Quebrados. Operaciones.
7. Cantidades decimales. Operaciones.
8. Números complejos. Operaciones.
9. Proporciones.
10. Sistema métrico de medidas de longitud, capacidad, peso y superficie.
11. Correspondencia entre medidas y pesas de las provincias y las métricas según la comisión de pesas y medidas

Referencias:	No se indican
<i>Preliminares</i>	
Introducción histórica	No se incluye
Conocimientos previos al SMD	No se incluyen
Aspectos legales	No se incluyen
Impacto social	Facilidad por su relación con el SDN
<i>Finalidades</i>	
Tipos de fines (cultural, formativa, política, social)	Formativo, político, social
Modo de entender el aprendizaje	Memorístico
<i>Objetivos</i>	
Planteados	Escribir un tratado de aritmética para uso de los niños y adultos La práctica de la aritmética
Implícitos	No se identifican
<i>Conceptos</i>	
Número	Entero: “una sola cosa ó la reunión de varias cosas iguales ó semejantes” (p. 1)
Número fraccionario	“si una unidad se divide en partes iguales, una de estas partes, ó la reunión de varias de estas partes se llama número quebrado” (p. 1) “Se llama número quebrado ó simplemente quebrado ó fracción una de las partes iguales en que se divide la unida, ó la reunión de varias partes iguales de la unidad” (p. 37)
Fracción decimal	“Se llaman quebrados decimales los quebrados que tienen por denominador la unidad seguida de uno ó mas ceros” (p. 55)
Número decimal	“Llamaremos cantidades decimales á los números mixtos cuya fracción sea decimal, y también a las mismas fracciones ó quebrados decimales” (p. 55)
SDN	No se incluye
Magnitud	No se incluye
Unidad	“Una de las cosas iguales ó semejantes que componen un número” (p. 1)
Cantidad	No se incluye
Medida	No se incluye
Sistema Antiguo	No se incluye
SMD	“En este sistema, ó colección ordenada de medidas y pesas, las unidades de una misma naturaleza son 10, 100, 1000 ó 1000 veces mayores ó menores que la unidad principal de cada clase” (p. 93)
Metro	Unidad principal de la medidas de longitud; diezmillonésima... (como pie de pagina) (p. 93)
Unidades básicas definidas	Metro, litro, gramo, metro cuadrado (área y hectárea)
Múltiplos y submúltiplos	De la anteposición a la unidad principal de cada clase de palabras griegas y latinas. Formada la unidad superior o inferior se expresa su equivalencia
<i>Procedimientos</i>	
Operaciones aritméticas	No para el SMD

Conversiones (equivalencias)	No
Otros	Escritura de números
<i>Representaciones</i>	
Verbales	Predominio
Simbólicas	Numéricas, signos, fracciones
Ilustraciones, gráficos	Cuadrados para las medidas de superficie
Figuras geométricas	No se incluyen
Tablas o cuadros	Para las operaciones. Equivalencias entre sistema para cada clase de medida
Instrumentos	No se indican
<i>Contextos</i>	
Natural	No se identifican
Científico	No se identifican
Comercial	No se identifican
Matemático	Cálculo aritmético
Social	No se identifican
Técnico	No se identifican
<i>Limitaciones</i>	
Dificultades	Homogenizar fracciones
Errores	No se indican
<i>Tareas</i>	
Ejemplos	Si, para las medidas antiguas
Ejercicios	No se incluyen
Secuencias	Operación, procedimiento, ejemplos, prueba, problemas
Materiales	No se indican

Anexo 9. Plantilla con los datos del libro séptimo (segunda etapa, primaria)

PLANTILLA PARA REVISIÓN Y REGISTRO DE DATOS

Primaria: libro 7°

Título: *Compendio de aritmética con el nuevo sistema...*

Ubicación: BNE

Signatura: 2/62357

Tipo de fuente: (x) Primaria () Secundaria

Comprobación con la versión digitalizada: (x) Corresponde () No corresponde

Título

Título completo: Compendio de aritmética, con el nuevo sistema de pesas, medidas y monedas

Año: 1875 **Edición:** 5ª **Lugar:** Málaga

Otro:

Autor

Nombre: Juan Posegut Dasen

Formación: No se indica

Desempeño: Profesor de instrucción primaria

Publicaciones: Principios fundamentales de aritmética; Colección de carteles; Método y reglas que deben seguir los instructores para la enseñanza de la lectura en carteles.

Inf. adicional: Obra aprobada por S.M. para servir de texto en las escuelas. Edición corregida.

Fuentes: No se indica

Organización

Nivel: Primaria **N° págs.:** 98 **N° ediciones:**

Estilo: Compendio **Redacción:** Pregunta-respuesta

Distribución interna:

1. Definiciones generales de la aritmética
2. De la numeración
3. Formación de los números
4. Definiciones generales de las operaciones de la aritmética
5. Suma, resta, multiplicación, división. Otras propiedades.
6. Fracciones decimales.
7. Operaciones con fracciones decimales.
8. Tabla de medidas, pesas y monedas de Castilla.
9. Números complejos. Reducciones. Operaciones con complejos.
10. Sistema métrico decimal
11. Reducciones
12. Operaciones con cantidades métricas
13. Operaciones y propiedades con los quebrados
14. Potencias y raíces

	15. Razones y proporciones
	16. Tabla de equivalencias para algunas provincias
Referencias:	No se indican
<i>Preliminares</i>	
Introducción histórica	No se indica
Conocimientos previos al SMD	No se indican
Aspectos legales	Real Orden de 15 de abril de 1848. Ley de 19 de julio de 1849. Correspondencias según las publicaciones del Gobierno
Impacto social	No se indican
<i>Finalidades</i>	
Tipos de fines (cultural, formativa, política, social)	Cultural, formativo, político y social
Modo de entender el aprendizaje	Memorístico
<i>Objetivos</i>	
Planteados	Servir de texto en las escuelas
Implícitos	No se reconocen
<i>Conceptos</i>	
Número	“El resultado de la comparación de la unidad con la cantidad” p. 5. Se divide en entero, quebrado, quebrado de quebrado, mixto, fraccionario ó complejo, dígito y polidígito. Abstracto, concreto, homogéneo y heterogéneo. Entero “el que consta de unidades completas, como 8” (p. 6)
Número fraccionario	Quebrado: “El que consta de partes de la unidad” (p. 6)
Fracción decimal	“Los quebrados que tienen por denominador la unidad seguida de ceros” (p. 28). Se halla dividida “Primero en diez partes iguales que se llaman décimas: la décima en otras diez que se llaman centésimas, la centésima en otras diez que se llaman milésimas, y así sucesivamente; de modo que una unidad tiene diez décimas, cien centésimas, mil milésimas, etc” (p. 28)
Número decimal	El resultado de dividir el numerador entre el denominador
SDN	Numeración: “el arte de espesar los números” (p. 7)
Magnitud	No se indica
Unidad	“La cantidad que se elige como medida común para compararla con otras de su especie” (p. 5)
Cantidad	“Todo lo es susceptible de aumento ó disminución” (p. 5)
Medida	No se indica
Sistema Antiguo	Sistema de pesas y medidas de Castilla
SMD	“El que trata de las diferentes colecciones de las nuevas pesas y medidas que han de regir en España, según la ley de 19 de Julio de 1849” Se llama métrico “por ser el metro la unidad fundamental ó base del sistema” Decimal “Por aumentarse y disminuirse sus unidades de 10 en 10, siguiendo nuestro orden de numeración” (p. 42)
Metro	“Unidad principal de longitud ó igual á las diezmilésima parte del arco de meridiano terrestre que va del Polo Norte al ecuador” (p. 41)
Unidades básicas definidas	Metro, área, metro cúbico, litro, kilogramo. Incluye monetario.
Múltiplos y	De equivalencias decimales a su construcción etimológica.

submúltiplos	Luego se presentan a partir de los términos ya definidos: “El decímetro igual á 0,1 del metro” (p. 42) Se presenta uno a uno para cada especie de medida.
---------------------	---

Procedimientos

Operaciones aritméticas	Con enteros y fracciones decimales
Conversiones (equivalencias)	Reducciones de las de Castilla a las métricas y viceversa
Otros	Lectura y escritura de números

Representaciones

Verbales	Predominio
Simbólicas	Signos de operaciones.
Ilustraciones, gráficos	Se omiten
Figuras geométricas	No se incluyen
Tablas o cuadros	De multiplicar Para operar con números complejos. De medidas, pesas y monedas del sistema métrico
Instrumentos	No se indican

Contextos

Natural	Agua destilada, temperatura, vacío. Presentación del kilogramo (p. 41)
Científico	No se identifican
Comercial	Precio de cantidades
Matemático	Aplicación de operaciones aritméticas
Social	No se identifican
Técnico	No se identifican

Limitaciones

Dificultades	Tardanza al reducir un quebrado común á decimal
Errores	No de incluyen

Tareas

Ejemplos	De aplicación de las operaciones
Ejercicios	No se incluyen
Secuencias	Definiciones, procedimientos, ejemplos
Materiales	No se indican

Anexo 10. Plantilla con los datos del libro octavo (segunda etapa, secundaria)

PLANTILLA PARA REVISIÓN Y REGISTRO DE DATOS

Segunda enseñanza: libro 8º

Título: Aritmética

Ubicación: BNE

Signatura: 1/42864

Tipo de fuente: Primaria Secundaria

Comprobación con la versión digitalizada: Corresponde No corresponde

Título

Título completo: Elementos de matemáticas. Aritmética y Álgebra

Año: 1872 **Edición:** 1ª **Lugar:** Cádiz

Otro: _____

Autor

Nombre: Vicente Rubio y Díaz

Formación: _____

Desempeño: Licenciado en ciencias exactas; director y catedrático por oposición del Instituto Columela de Cádiz; catedrático de ampliación de física de la facultad de ciencias; miembro de juntas diversas de la provincia

Publicaciones: Tratado elemental de Geometría y Trigonometría; programa de geometría y trigonometría; aritmética para la primera enseñanza elemental y superior

Inf. adicional: Autor oriundo de Sevilla

Fuentes: _____

Organización

Nivel: Segunda enseñanza **Nº págs.:** 245 **Nº ediciones:** _____

Estilo: Elementos **Redacción:** Narrativa

Distribución interna: Sección primera:

1. Nociones preliminares
2. Numeración
3. Operaciones con enteros. Potencias. Raíces.
4. Propiedades de los números enteros.

Sección segunda:

5. Números fraccionarios. Operaciones.
6. Fracciones decimales. Operaciones.

Sección tercera:

7. Números inconmensurables

Sección cuarta:

8. Aplicaciones del cálculo aritmético

9. Medidas, pesas y monedas
10. Números sexagesimales
11. Comparación de números, proporcionalidad

Referencias: No se indican

Preliminares

Introducción histórica	Definición del metro
Conocimientos previos al SMD	No se indican
Aspectos legales	Ley de 26 de julio de 1864 y decreto de 19 de octubre de 1868
Impacto social	Ventajas (p. 188): uniformidad en las divisiones, relación con el SDN, reducciones rápidas, homogeneidad en la formación de nombres

Finalidades

Tipos de fines (cultural, formativa, política, social)	Formativa, cultural
Modo de entender el aprendizaje	Memorística

Objetivos

Planteados	Elaborar un texto que complete su obra matemática
Implícitos	No se reconocen

Conceptos

Número	Entero “es el que expresa una ó más unidades enteras” (p. 12)
Número fraccionario	“es el que expresa una ó mas partes de la unidad” (p. 12)
Fracción decimal	“aquellos cuyo denominador es la unidad seguida de uno ó mas ceros” (p. 13)
Número decimal	No se indica
SDN	“Numeración es el sistema convencional de expresar los números” (p. 13)
Magnitud	No se indica
Unidad	No se indica
Cantidad	No se indica
Medida	No se indica
Sistema Antiguo	Sistema de pesas y medidas de Castilla según pragmática de 1801
SMD	Sistema legal en España, llamado así “porque la unidad fundamental es el metro, y las unidades de cada especie se forman multiplicando ó dividiendo por las potencias sucesivas de diez la unidad principal” (p. 184)
Metro	Unidad fundamental del sistema. Diezmillonésima... (p. 184)
Unidades básicas definidas	Derivadas del metro: metro, metro cuadrado, área, metro cúbico, litro, gramo
Múltiplos y submúltiplos	La nomenclatura a partir de voces griegas y latinas

Procedimientos

Operaciones aritméticas	Sí
--------------------------------	----

Conversiones (equivalencias)	Sí
Otros	No se indican

Representaciones

Verbales	Predominio
Simbólicas	Numéricas, signos
Ilustraciones, gráficos	No se incluyen
Figuras geométricas	No se incluyen
Tablas o cuadros	Para los múltiplos y submúltiplos de cada especie Equivalencias entre unidades
Instrumentos	Pesas de hierro o de latón

Contextos

Natural	Al presentar el gramo
Científico	movimiento rectilíneo
Comercial	costos,
Matemático	De cálculo
Social	No se identifican
Técnico	construcción de caminos, telas

Limitaciones

Dificultades	No se indican
Errores	No se indican

Tareas

Ejemplos	Sí, para ilustrar definiciones y procedimientos.
Ejercicios	Sí, planteados al final del texto
Secuencias	Sí
Materiales	No se indican

Anexo 11. Plantilla con los datos del libro noveno (segunda etapa, formación)

PLANTILLA PARA REVISIÓN Y REGISTRO DE DATOS

Formación de maestros: libro 9º

Título: *Nociones de aritmética y álgebra*

Ubicación: BNE

Signatura: 1/1152

Tipo de fuente: Primaria Secundaria

Comprobación con la versión digitalizada: Corresponde No corresponde

Título

Título completo: Nociones de aritmética y álgebra

Año: 1877 **Edición:** 1ª **Lugar:** Vitoria

Otro:

Autor

Nombre: Ramón de Bajo é Ibáñez

Formación:

Desempeño: Profesor de escuelas normales y de la academia de bellas artes. Licenciado en ciencias (sección de exactas)

Publicaciones:

Inf. adicional:

Fuentes:

Organización

Nivel: Formación de maestros **Nº págs.:** 237 **Nº ediciones:**

Estilo: Nociones **Redacción:** Narrativa

Distribución interna:

1. Nociones preliminares
2. Numeración
3. Medidas usadas actualmente (no incluye de longitud, superficie, capacidad, volumen, peso)
4. Operaciones
5. Potencias
6. Raíces (cuadrada y cúbica)
7. Sistema métrico
8. Operaciones con números métricos
9. Reducción de medidas métricas a las antiguas y viceversa
10. Medidas antiguas de Castilla. Problemas con las medidas de antiguas.
11. Historia del metro
12. Propiedades de los números enteros
13. Quebrados comunes

	14. Reducción de fracciones decimales á ordinarios y viceversa
	15. Razones y proporciones
	16. Reglas proporcionales
	17. NOCIONES DE ÁLGEBRA...
Referencias:	No se indican
<i>Preliminares</i>	
Introducción histórica	Sí
Conocimientos previos al SMD	No se indican
Aspectos legales	Legalidad del sistema en España y otros países de Europa
Impacto social	Ventajas: invariabilidad, uniformidad en divisores y sencillez en su expresión, armonía con el SDN, rapidez para calcular, desaparece la diversidad de pesas y medidas
<i>Finalidades</i>	
Tipos de fines (cultural, formativa, política, social)	Formativa, política
Modo de entender el aprendizaje	Práctico
<i>Objetivos</i>	
Planteados	Que los estudiantes aprueben la asignatura con un aprovechamiento conveniente. Escribir un texto que reúna las condiciones didáctica de sencillez, claridad y aplicación Instruir en las medidas métricas mediante la omisión completa en el texto de las medidas y pesas antiguas
Implícitos	No se identifican
<i>Conceptos</i>	
Número	“.. y número la expresión de la medida” (p. 9) Entero: “el que contiene á la unidad un número exacto de veces” (p. 10)
Número fraccionario	“El que expresa parte ó partes iguales de la unidad” (p. 10)
Fracción decimal	“Cantidades ó fracciones decimales son los quebrados que tienen por denominador callado la unidad seguida de uno ó más ceros y la coma expresa: (ésta significa unidades ó enteros...)” (p. 10). “Número métrico es el que se deriva del metro” (p. 11)
Número decimal	No se incluye
SDN	“Sistema de numeración es el conjunto de principios convencionales que se han admitido para expresar los números” “Sistema decimal que es el usado generalmente, es aquel en que se emplean DIEZ cifras, y por consiguiente una unidad de un órden cualquiera vale diez veces más que la del órden inmediato inferior, ó de su derecha, y diez veces menos que la de órden inmediato superior, ó de su izquierda” (p. 11)
Magnitud	“Es una cualidad cualquiera de un ser ú objeto tal de que por su naturaleza sea dicha cualidad susceptible de aumento ó disminución” (pp. 8-9)
Unidad	“Es una cantidad arbitraria que se toma como término de comparación para medir otra de la misma especie” (p. 9)
Cantidad	“es toda magnitud comparable” (p. 9)
Medida	“Medir es comparar la cantidad con la unidad” (p. 9) “Medida es el resultado de la comparación de la cantidad con la unidad” (p. 9)
Sistema Antiguo	No se incluye

SMD	“es el mismo sistema decimal aplicado á las unidades que se derivan de la unidad fundamental llamado metro” (p. 61)
Metro	Palabra griega que significa medida (p. 61). Diezmillonésima parte... (p. 63)
Unidades básicas definidas	Metro, área, metro cúbico, litro, gramo, peseta
Múltiplos y submúltiplos	Formados a partir de palabras griegas y latinas según su significado
<i>Procedimientos</i>	
Operaciones aritméticas	Si
Conversiones (equivalencias)	Si
Otros	Lectura y escritura
<i>Representaciones</i>	
Verbales	Predominio
Simbólicas	Numéricas, signos, abreviaturas
Ilustraciones, gráficos	Se omiten
Figuras geométricas	No se incluyen
Tablas o cuadros	Para múltiplos y submúltiplos de cada clase de medidas Relación entre medidas de capacidad y ponderales
Instrumentos	No se indican
<i>Contextos</i>	
Natural	Para la definición del gramo
Científico	No se incluyen
Comercial	Compra y venta
Matemático	Cálculo, cálculo de áreas geométricas
Social	Pago de impuestos
Técnico	Distancias
<i>Limitaciones</i>	
Dificultades	No se incluyen
Errores	No se incluyen
<i>Tareas</i>	
Ejemplos	No para los números métricos
Ejercicios	Si
Secuencias	Ideas teórica, ejemplos, problemas
Materiales	No se incluyen

Anexo 12. Plantilla con los datos del libro séptimo (tercera etapa, primaria)

PLANTILLA PARA REVISIÓN Y REGISTRO DE DATOS

Primaria: libro 10°

Título: *Aritmética para uso de los niños*

Ubicación: BNE

Signatura: C 2476-17

Tipo de fuente: Primaria Secundaria

Comprobación con la versión digitalizada: Corresponde No corresponde

Título

Título completo: Aritmética para uso de los niños

Año: 1889 **Edición:** 1ª **Lugar:** Ocaña

Otro:

Autor

Nombre: Dolores Montaner

Formación:

Desempeño: Profesora superior de primera enseñanza

Publicaciones: Nociones elementales de aritmética, higiene y gramática castellana para uso de las escuelas primarias (1887)

Inf. adicional:

Fuentes:

Organización

Nivel: Primaria **Nº págs.:** 24 **Nº ediciones:**

Estilo: Catecismo **Redacción:** Pregunta-respuesta

Distribución interna:

1. Sobre el número
2. Sobre la numeración
3. Las operaciones
4. SMD
5. Quebrados comunes y decimales. Operaciones.
6. Razones y proporciones.
7. Tablas

Referencias: No se indican

Preliminares

Introducción histórica: No se indica

Conocimientos previos al SMD: No se indica

Aspectos legales	No se indica
Impacto social	No se indica
<i>Finalidades</i>	
Tipos de fines (cultural, formativa, política, social)	Formativo, cultural
Modo de entender el aprendizaje	Memorístico
<i>Objetivos</i>	
Planteados	Facilitar el estudio de la aritmética, encomendando solo a la memoria breves definiciones que puedan los niños retener con facilidad y sirvan de sólida base a extensas explicaciones y complicados ejercicios
Implícitos	No se reconocen
<i>Conceptos</i>	
Número	“El resultado de comprar la unidad con la cantidad” El número puede ser entero, quebrado y mixto. Simples y compuestos; abstractos y concretos; homo y heterogéneos. Entero: “el que expresa unidades completas” (p. 5)
Número fraccionario	Quebrado: “El que se compone de parte ó partes de la unidad” (p. 5)
Fracción decimal	Quebrado decimal: “Cuando la unidad se divide en diez, cien ó mil partes iguales” (p. 16)
Número decimal	No se incluye
SDN	Numeración: “el arte de escribir y expresar los números” El Sistema de la numeración decimal, consiste en “aumentar ó disminuir de diez en diez cada una de las diversas especies de unidades” (p. 7)
Magnitud	No se incluye
Unidad	“La cantidad que se dá para comparar” (p. 5)
Cantidad	“Todo lo que puede aumentar ó disminuir” (p. 5)
Medida	No se incluye
Sistema Antiguo	Sistema de pesas, medidas y monedas antiguas
SMD	“El conjunto de reglas sobre los nuevos pesos, medidas y monedas” p. 13. Se llama métrico “Por ser el metro su base” y decimal “por tener sus múltiplos y divisores de diez en diez, es decir, que aumenta y disminuye por decenas” (p. 13)
Metro	“Una medida de extensión” (p. 14)
Unidades básicas definidas	Metro, litro, gramo y peseta. Otras: el metro cúbico y el área. Se presentan como remplazo a las medidas antiguas.
Múltiplos y submúltiplos	Anteponiendo palabras griegas y latinas. Luego sus equivalencias decimales.
<i>Procedimientos</i>	
Operaciones aritméticas	Con números enteros, quebrados comunes y decimales
Conversiones (equivalencias)	No se incluye
Otros	No se incluye
<i>Representaciones</i>	
Verbales	Predominio
Simbólicas	Signos de operaciones

Ilustraciones, gráficos	No se incluye
Figuras geométricas	No se incluye
Tablas o cuadros	De operaciones
Instrumentos	No se incluye
<i>Contextos</i>	
Natural	Agua destilada (definición del gramo)
Científico	No se incluye
Comercial	No se incluye
Matemático	No se incluye
Social	No se incluye
Técnico	Medir terrenos
<i>Limitaciones</i>	
Dificultades	Aprehensión de largas definiciones
Errores	No se incluye
<i>Tareas</i>	
Ejemplos	No se incluye
Ejercicios	No se incluye
Secuencias	Definiciones y procedimientos (todo textual)
Materiales	No se incluye

Anexo 13. Plantilla con los datos del libro décimo primero (tercera etapa, secundaria)

PLANTILLA PARA REVISIÓN Y REGISTRO DE DATOS

Segunda enseñanza: libro 11°

Título: *Elementos de matemáticas. Aritmética*

Ubicación: BNE; BUGR; BUB

Signatura: 4/32068 ó 4/79678 (1862) ó 1/25469 (1880) ó 1/46175 (1860); BHR/B-011-158 (1871) ó BHR/B-010-419 (1871) ó FEG/B 5 18 (1873); Lletres 120/5/40 (1865)

Tipo de fuente: Primaria Secundaria

Comprobación con la versión digitalizada: Corresponde No corresponde

Título

Título completo: Elementos de matemáticas

Año: 1880 **Edición:** 11^a **Lugar:** Madrid

Otro:

Autor

Nombre: Joaquín María Fernández y Cardín

Formación:

Desempeño: Doctor en ciencias, licenciado en jurisprudencia y catedrático de matemáticas en el instituto de San Isidro en Madrid

Publicaciones: Aritmética; álgebra; geometría; principios de aritmética; nociones de aritmética para escuelas de instrucción primera

Inf. adicional:

Fuentes:

Organización

Nivel: Segunda enseñanza **N° págs.:** 176 **N° ediciones:**

Estilo: Elementos **Redacción:** Narrativa

Distribución interna:

1. Preliminares
2. Operaciones aritméticas
3. Quebrados comunes
4. Quebrados decimales
5. Números complejos
6. Sistema de pesas y medidas
7. Complemento: propiedades de los números, mcd, mcm, reducción de quebrados, potencias y raíces

Referencias: No se indican

<i>Preliminares</i>	
Introducción histórica	No se incluye
Conocimientos previos al SMD	No se indican
Aspectos legales	Sí
Impacto social	Sí
<i>Finalidades</i>	
Tipos de fines (cultural, formativa, política, social)	Formativo, político, cultural y social
Modo de entender el aprendizaje	Práctico
<i>Objetivos</i>	
Planteados	Fortalecer el entendimiento de los estudiantes y nutrir este entendimiento de conocimientos útiles para todas las profesiones científicas o industriales y necesarios en todas las situaciones de la vida
Implícitos	No se reconocen
<i>Conceptos</i>	
Número	“es el todo formado de una pluralidad de unidades” (p. 5). Entero: es una totalidad de unidades no referidas como inferiores á otra unidad superior
Número fraccionario	“es una totalidad de unidades inferiores referidas á otra unidad superior” (p. 5)
Fracción decimal	“una totalidad de partes ó unidades decimales” (p. 70)
Número decimal	No se indica
SDN	No se indica
Magnitud	No se indica
Unidad	“es la cantidad que sirve de medida al número, y á la cual éste se refiere como el todo á la parte” (p. 5).
Cantidad	“es todo aquello que se concibe como compuesto de partes y divisible en ellas” (p. 1).
Medida	No se indica
Sistema Antiguo	Sistema antiguo
SMD	Nuevo sistema de pesas y medidas
Metro	Diezmillonésima... (p. 105), unidad fundamental, palabra griega (pp. 104, 105)
Unidades básicas definidas	Metro, litro, gramo, parea, metro cúbico, peseta
Múltiplos y submúltiplos	De construcciones etimológicas
<i>Procedimientos</i>	
Operaciones aritméticas	No se identifican
Conversiones (equivalencias)	No se identifican
Otros	Escritura de números métricos

<i>Representaciones</i>	
Verbales	Predominio
Simbólicas	Numéricas, signos
Ilustraciones, gráficos	No se incluyen
Figuras geométricas	Geométricas
Tablas o cuadros	Para presentar ambos sistemas, para múltiplos y divisores de cada especie
Instrumentos	No se indican

<i>Contextos</i>	
Natural	Para la definición del gramo
Científico	No se identifica
Comercial	Compra y venta
Matemático	Cálculo aritmético
Social	No se identifica
Técnico	Construcción, transporte

<i>Limitaciones</i>	
Dificultades	No se identifican
Errores	No se identifican

<i>Tareas</i>	
Ejemplos	Incluye ejemplos
Ejercicios	No se identifican
Secuencias	Presentación de ideas teóricas, ejemplos
Materiales	No se identifican

Anexo 14. Plantilla con los datos del libro octavo (tercera etapa, formación)

PLANTILLA PARA REVISIÓN Y REGISTRO DE DATOS

Formación de maestros: libro 12°

Título: *Programa de aritmética para exámenes de prueba de curso en la escuela normal superior de maestras...*

Ubicación: BNE

Signatura: 4/210068 (4) (1887)

Tipo de fuente: Primaria Secundaria

Comprobación con la versión digitalizada: Corresponde No corresponde

Título

Título completo: Explicación de Aritmética arreglada al programa de la escuela normal superior de maestras de la provincia de Murcia.

Año: 1890 **Edición:** 1ª **Lugar:** Lorca, Murcia

Otro: Se complementa con el texto de Mariano Faisa Sanz "Programa de aritmética para exámenes de prueba de curso en la escuela normal superior de maestras de la provincia de Murcia"

Autor

Nombre: Luis Sevilla González

Formación:

Desempeño:

Publicaciones:

Inf. adicional: Texto incluye las respuestas a los cuestionamientos incluidos en la obra de Faisa Sanz.

Fuentes:

Organización

Nivel: Formación de maestros **N° págs.:** P1: 64; P2: 17 **N° ediciones:**

Estilo: Lecciones **Redacción:** Narrativo

Distribución interna:

1. Preliminares
2. Numeración
3. Operaciones
4. Decimales
5. Operaciones con decimales
6. Sistema antiguo
7. SMD
8. Problemas

Referencias: No se indican

<i>Preliminares</i>	
Introducción histórica	Sí
Conocimientos previos al SMD	No se indican
Aspectos legales	Sí
Impacto social	Ventajas: uniformidad con las naciones, fundado en un tipo invariable hallado en la Naturaleza, brevedad para realizar cálculos y reducciones, armonía con el SDN, hace desaparecer la diversidad incomprensible de pesas y medidas
<i>Finalidades</i>	
Tipos de fines (cultural, formativa, política, social)	Formatico, político
Modo de entender el aprendizaje	No se indica
<i>Objetivos</i>	
Planteados	No se indican
Implícitos	Formar maestras en nociones de aritmética
<i>Conceptos</i>	
Número	“Es la expresión de las unidades que componen una cantidad, ó sea la relación que existe entre la unidad y la cantidad” (p. 5). Entero: cuando la unidad está contenida en la cantidad que se quiere medir, un número exacto de veces (p. 5)
Número fraccionario	“Cuando una ó varias partes de la unidad están contenidas en la cantidad” (p. 5)
Fracción decimal	“Quebrados que tienen por denominador la unidad seguida de ceros” (p. 34)
Número decimal	Atiende a la notación decimal
SDN	Como conjunto de signos y operaciones para expresar, componer y descomponer los números
Magnitud	Como cantidad
Unidad	“Es una de las entidades ó partes iguales ó semejantes que componen la cantidad, la cual es convencional é indivisible, que sirve de término de comparación respecto de las demás de su misma especie” (p. 4)
Cantidad	“Á todo lo que puede considerarse como compuesto de partes iguales o semejantes apreciablemente distintas” (p. 3)
Medida	Resultado de comparar unidad y cantidad
Sistema Antiguo	“Conjunto de medidas y pesas usadas con anterioridad á la formación del sistema métrico decimal” (p. 40)
SMD	“Conjunto de pesas y medidas mandadas establecer en España por Ley de 19 de Julio de 1849. Se llama métrico porque su unidad fundamental, base de todo el sistema es el metro, voz derivada de la griega metrun que significa medida. Se llama decimal porque sus múltiplos y submúltiplos están subordinados á la ley decimal” (p. 46)
Metro	Unidad fundamental, voz griega, diezmilésima...
Unidades básicas definidas	Metro, área, metro cúbico, litro, gramo
Múltiplos y submúltiplos	De la anteposición de palabras griegas y latinas.

<i>Procedimientos</i>	
Operaciones aritméticas	No se indican
Conversiones (equivalencias)	Para reducción de unidades
Otros	No se indican
<i>Representaciones</i>	
Verbales	Predominio
Simbólicas	Signos para las operaciones, numéricas
Ilustraciones, gráficos	No se incluyen
Figuras geométricas	No se incluyen
Tablas o cuadros	Para el sistema antiguo
Instrumentos	No se indican
<i>Contextos</i>	
Natural	En la presentación del gramo
Científico	No se identifica
Comercial	Precio, costo
Matemático	De cálculo aritmético
Social	No se identifica
Técnico	No se identifica
<i>Limitaciones</i>	
Dificultades	No se incluyen
Errores	No se incluyen
<i>Tareas</i>	
Ejemplos	Sí
Ejercicios	Sí
Secuencias	Ideas teóricas (presentación general), sección de ejemplos y planteo de ejercicios
Materiales	No se indican

Anexo 15. Plantilla con los datos del libro décimo tercero (tercera etapa, formación)

PLANTILLA PARA REVISIÓN Y REGISTRO DE DATOS

Formación de maestros: libro 13°

Título: *Programa de aritmética para uso de las alumnas de la Normal de maestras de Málaga*

Ubicación: BNE

Signatura: 2/36583

Tipo de fuente: Primaria Secundaria

Comprobación con la versión digitalizada: Corresponde No corresponde

Título

Título completo: Programa de aritmética para uso de las alumnas de la Normal de Maestras de Málaga

Año: 1892 **Edición:** 1ª **Lugar:** Málaga

Otro:

Autor

Nombre: Antonio Marín y Rus

Formación: No se incluye

Desempeño: Profesor y secretario de la escuela normal de Málaga

Publicaciones: No se incluye

Inf. adicional: No se reconoce

Fuentes:

Organización

Nivel: Formación **N° págs.:** 109 **N° ediciones:**

Estilo: Lecciones **Redacción:** Pregunta-respuesta (amplia y narrativa)

Distribución interna: Primer curso. Preliminares, operaciones, quebrados, quebrados decimales, SMD, problemas
Segundo curso: quebrados o fracciones; números complejos e incomplejos; operaciones; problemas
Tercer curso: expresiones algebraicas; ley de signos para la multiplicación algebraica; proporciones; problemas

Referencias: No se indican

Preliminares

Introducción histórica: Si (p. 26)

Conocimientos previos al SMD: no se especifican

Aspectos legales: Adoptado por ley (p. 27)

Impacto social: Ventajas: uniformidad en divisiones y facilidad de expresión al estar fundado en el SDN, prontitud para realizar reducciones.

<i>Finalidades</i>	
Tipos de fines (cultural, formativa, política, social)	Formativo, político, social
Modo de entender el aprendizaje	Memorístico

<i>Objetivos</i>	
Planteados	Contesta con integridad las lecciones de aritmética que se relacionan con el programa de la escuela normal de maestras en sus tres cursos
Implícitos	No se identifican

<i>Conceptos</i>	
Número	“Número es la reunión de unidades ó el resultado de comparar varias veces la unidad con la cantidad” (p. 6) Entero: “es la reunión de unidades enteras de las misma especie” (p. 6)
Número fraccionario	Quebrado: “es el que se compone de una ó varias partes iguales de la unidad entera” (p. 6). Se dividen en ordinarios y decimales.
Fracción decimal	“Son decimales, si dicha unidad entera se divide precisamente en 10, 100, 1000 partes iguales” (p. 20)
Número decimal	No se incluye
SDN	Numeración: “es el modo de formar y expresar los números” (p. 7)
Magnitud	No se incluye
Unidad	“es un objeto aislado que se toma como término de comparación para referirse a todas las cantidades de su misma especie. También se define diciendo que es una de las partes iguales en que se divide la cantidad” (p. 5)
Cantidad	“es todo lo que es susceptible a aumento y disminución” (p. 5)
Medida	No se incluye
Sistema Antiguo	No se incluye
SMD	“es el conjunto de pesas y medidas cuya base fundamental es el metro. Se llama decimal porque los múltiplos y divisores de sus unidades principales son potencias de 10, base de nuestro sistema de numeración” (p. 26)
Metro	Una de las diez millones de partes iguales en que se dividió el cuadrante de meridiano terrestre
Unidades básicas definidas	Metro, metro cuadrado y área, metro cúbico, litro y gramo
Múltiplos y submúltiplos	De las palabras griegas y latinas adoptadas por la comisión internacional de pesas y medidas, (p. 27)

<i>Procedimientos</i>	
Operaciones aritméticas	Si
Conversiones (equivalencias)	Si
Otros	Lectura y escritura de números

<i>Representaciones</i>	
Verbales	Predominio
Simbólicas	Numéricas, signos
Ilustraciones, gráficos	No se incluyen
Figuras geométricas	No se incluyen

Tablas o cuadros	Para las equivalencias decimales de los múltiplos y submúltiplos Relaciones entre antiguas pesas y medidas y las métrico decimales
Instrumentos	No se incluyen

Contextos

Natural	Situaciones físicas para al definición del gramo
Científico	No se incluye
Comercial	Situaciones de precio, costo
Matemático	Cálculo aritmético
Social	Sí
Técnico	Construcción, distancia recorrida

Limitaciones

Dificultades	No se incluye
Errores	No se incluye

Tareas

Ejemplos	Si
Ejercicios	Si
Secuencias	Exposición de ideas teóricas y luego un apartado de ejemplos y problemas
Materiales	No se incluye

Anexo 16. Certificación notarial de la hoja de servicios de Felipe Picatoste y Rodríguez



N. 4.795.803

D. Mariano Muñoz Herrera, Licenciado en Administración y en Derecho, Abogado del Ilustre Colegio de esta Capital y Secretario interino del Instituto de San Isidro,

Certifico: Que por D. Felipe Picatoste se me han exhibido unos documentos que se he desuelto por los cuales y los que aquí constan resulta lo siguiente:

- 1.º Que tiene hechos y Aprobados los Ejercicios del grado de Licenciado en la Facultad de Ciencias;*
- 2.º Que ha sido sustituto alternativamente de los años primero y segundo de Matemáticas desde diez y nueve de Noviembre de mil ochocientos cincuenta y dos hasta terminar el curso de mil ochocientos cincuenta y seis a cincuenta y siete; habiendo desempeñado varias veces esta Cátedra por enfermedades o ausencias del Catedrático y por estar vacante; y habiendo asistido como Juez a los tribunales de exámenes y grados de Bachiller;*
- 3.º Que en nueve de Setiembre de mil ochocientos cincuenta y ocho, fue autorizado conforme al Decreto de veintiseis de Agosto del mismo año para dar la enseñanza doméstica de la asignatura de Matemáticas correspondiente a los estudios de la segunda enseñanza, con validez académica;*
- 4.º Que en los trienios de mil ochocientos sesenta y cuatro a mil ochocientos sesenta y siete, y de mil ochocientos sesenta y siete a mil ochocientos setenta,*

fueron declaradas de texto por el Real Consejo de Instrucción pública sus obras, Principios y ejercicios de Aritmética y Geometría (en segundo lugar de las tres aprobadas) y Elementos de Matemáticas.

5.º Que esta última obra ha servido de texto desde mil ochocientos setenta en varios Institutos, entre ellos el de San Isidro de Madrid, según consta en las Memorias y Cuadros de la enseñanza:

6.º Que igualmente ha sido y es obra de texto en algunos Institutos de 2.ª enseñanza su Geografía Elemental.

7.º Que ha servido de premio en algunos Institutos su vocabulario matemático-etimológico, única y primera obra de este género en España.

8.º Que en el concurso de premios de la Biblioteca Nacional correspondiente a mil ochocientos sesenta y ocho fue Premiado por su obra: Apuntes para una Biblioteca científica española del siglo XVI.

9.º Que de orden y a costa del Ministerio de Fomento se publicó su Memoria sobre las Bibliotecas populares, siendo propuesto por este trabajo para la Cruz de Comendador de Isabel la Católica; nombrado Socio fundador, promotor, benemérito de la instrucción popular, por la Scuola Dantesca per l'istruzione popolare de Nápoles, con medalla de oro; y últimamente Premiado en la Exposición de Viena con medalla de mérito.

10.º - Que mencionó se le dieran las gracias por el Ministerio de Fomento por la redacción y publicación del Anuario de Instrucción pública de España, insertándose en esta orden en la Gaceta.

11.º - Que ha publicado dos libros titulados: El tecnicismo matemático en el Diccionario de la Academia Española, y la reproducción y anotación de los Diálogos matemáticos del Bachiller Juan Perez de Moya.

12.º - Que ha sido presidente del Tribunal de oposiciones á las Cátedras de Matemáticas de Badajoz, Cortes, Huelva y Osuna.

Y para que así lo haga constar donde le conviniera, á instancia del interesado, copiado lo presente con el V.º B.º del Ilmo. Sr. Director, y sellado con el de este Instituto, en Madrid á veintitres de Julio de mil ochocientos setenta y cinco.



V.º B.º
El Director,
D.ª Cereva.

Mariano Muñoz Moreno

Anexo 17. Hoja de servicios y merecimientos de Joaquín Avendaño

SERVICIOS Y MEREcimientos

DE

DON JOAQUÍN AVENDAÑO,

INSPECTOR GENERAL DE INSTRUCCION PRIMARIA DEL REINO.



Don Joaquín Avendaño, el más antiguo de los inspectores generales de instrucción primaria, como tal vicepresidente de la *Comisión auxiliar* de gobierno del ramo, (presidida hoy por D. J. Eugenio Hartzenbusch, como Director del Colegio normal central) nació en la ciudad de Vigo, en Galicia, el 19 de marzo de 1812, y es hijo legítimo de don Domingo Antonio de Avendaño y doña Bernardina Bernardes, propietarios en aquella ciudad.

Estudios.

Instrucción primaria elemental, con el profesor don Ángel Moreno en Vigo.—Idioma francés, con el mismo.—Latinidad, con don Sebastián Botana, en Vigo.—Filosofía, en la Universidad literaria de Santiago.—Elementos de matemáticas, teneduría de libros y nociones de comercio, con don Manuel Fernández Carballo.—Idioma inglés, italiano y portugués, derecho internacional de gentes en el viceconsulado de Portugal é Inglaterra, en Vigo.—Estudios lingüísticos y de gramática general comparada por sí mismo.

En el colegio normal central. Educación y sistemas de enseñanza con el ilustrísimo señor don Pablo Montesino.—Estudios morales y religiosos con el ilustrísimo señor don Gregorio Sanz de Villavieja.—Lengua castellana, gramática general, retórica, poética y literatura, con don Mariano de Rementería y Fica.—Matemáticas elementales, Geometría descriptiva y dibujo lineal, con don Eduardo Rodríguez, profesor de la Universidad central.—Física experimental y Química, con don Vicente Masarnau, profesor de la Universidad central.—Historia natural, con don Lucas de Tornos, profesor del Museo de ciencias naturales.—Estudios históricos y geográficos, con don José María Florez, profesor del colegio normal central.

En todas estas materias y en sus diversos cursos obtuvo, sin escepcion, la nota ó censura de *Sobresaliente*.

Así consta en la secretaria del Ministerio de Instrucción pública, (hoy Gracia y Justicia.)

Además, desde 1840 hasta el día, se ocupa muy particularmente de los estudios político-administrativos, y con especialidad de cuanto se refiere á la organización, gobierno y administración de la enseñanza, reuniendo las leyes, decretos y reglamentos que la dirigen en los diversos países y observando sus resultados prácticos y la índole de los pueblos donde están en uso en sus

Viajes

A las diversas provincias de España.—La capital de Portugal y principales poblaciones de aquel reino.—Paris y demas poblaciones notables de Francia.—Londres, y algunas otras ciudades del Reino-unido de la Gran Bretaña.—Bruselas y principales poblaciones de Bélgica.—Aquisgram, Colonia, Coblenza, Maguncia, Frankfur-am-Main, Darmstadt, Heidelberg, Carlsruhe, Rastads, Strasbourg, Baden, y demas pueblos alemanes, franceses y suizos de las dos orillas del Rhin, desde Colonia á Chafaussem.—Berna, Lucerna y Zurich y demas pueblos notables de Suiza.

Ocupaciones y cargos que ha desempeñado fuera de la carrera de la enseñanza.

Empleado en la oficina del viceconsulado de Portugal y de la Gran Bretaña, en Vigo.—Id. en la del viceconsulado de Francia, en el mismo pueblo.—Secretario de los ayuntamientos de Valle Frágoso, Labadores y Vigo.—Auxiliar del gobierno civil de la provincia de Pontevedra, y oficial 2.º —1.º interino del mismo.

En todos estos cargos se portó con inteligencia y moralidad. En certificado dado por el ayuntamiento de Frágoso en 31 de diciembre de 1836, se lee: «Portándose en todas estas operaciones (las de la quinta de 400,000 hombres) con el mayor desinterés, pureza y legalidad, sin que hubiésemos tenido de parte de los pueblos la menor queja suya, ni la hubiésemos sufrido nosotros de parte de la superioridad.»

Y en otro certificado, dado por el gobernador civil interino de Pontevedra, se dice: «ha merecido el aprecio de todos por su irreprochable conducta, su declarada y decidida adhesión al trono legítimo de doña Isabel II y á la justa causa de la Nación, su asiduidad en el trabajo y sus conocimientos.»

Servicios y cargos ejercidos en la carrera de la enseñanza pública.

SERVICIOS Y DESTINOS.

Años Mes.

Abrió por su cuenta, previos los requisitos legales, un colegio de enseñanza popular, lengua francesa é italiana y matemáticas, el 12 de noviembre de 1833, en la ciudad de Pontevedra, y estuvo á su frente. 2 4

El brillante éxito de este establecimiento consta en el ayuntamiento de Pontevedra, en la Diputación provincial y en la Junta inspectora de escuelas de la provincia.

Ganó por oposición el 8 de mayo de 1844 la plaza de alumno pensionado por la provincia de Pontevedra para concurrir al Colegio normal central, seminario de profesores del reino, establecido en la corte, á fin de plantear en seguida el seminario normal de provincia.

El 18 de marzo de 1843, sufrió el exámen correspondiente de *Profesor normal*, con facultad para dirigir colegios normales, y obtuvo la censura de *Sobresaliente*.

El expediente consta en el ministerio de Gracia y Justicia (sección de Instrucción pública.) El 8 de noviembre de 1842, siendo todavía alumno, fué nombrado regente interino de la escuela práctica normal, por su director el Ilmo. señor don Pablo Montesino.

6 de febrero de 1843. Por real orden de esta fecha fué confirmado en dicho destino con el sueldo anual de 6,000 rs., cuyo cargo desempeñó con la cátedra del seminario anexa al mismo hasta 27 de octubre del mismo año. Total de servicios desde que fué nombrado alumno. 3 4

28 de octubre de 1843. Por real orden de esta fecha fué nombrado uno de los tres profesores de planta del Colegio normal central, seminario de profesores del reino, con el sueldo anual de 9,000 rs., cuyo destino desempeñó hasta 1.º de noviembre de 1844. Total de servicios en este último cargo. 4 2

El comportamiento modelo con que desempeñó estos destinos consta en los informes dados por el Ilmo. señor don Pablo Montesino al ministerio del ramo, y cuyos antecedentes obran hoy en el de Gracia y Justicia, antes Instrucción pública.

20 de agosto de 1844. Por real orden de esta fecha y en virtud de propuesta de la Diputación provincial de Zaragoza, fué nombrado director del Colegio normal, seminario de profesores de la provincia de Zaragoza, con el sueldo de 9,000 rs., máximo de reglamento y casa-habitación, por las particulares circunstancias del interesado, dice la mencionada real orden, cuyo nuevo destino empezó á ejercer el 1.º de noviembre de dicho año y desempeñó hasta 4.º de abril de 1847. Total de servicios. 9 5

En real orden de 7 de agosto de 1845 y en otra de 12 de diciembre del mismo año, se dice que la Reina se ha enterado con gusto, y visto con agrado el buen éxito que han ofrecido los exámenes de los alumnos del seminario de profesores y los niños de la escuela práctica modelo, quedando S. M. satisfecha del zelo de los profesores. En iguales términos fué acogida la noticia del éxito de los exámenes para el curso siguiente de 1845 á 1846.

20 de marzo de 1847. Por real orden de esta fecha fué nombrado director del Colegio normal, seminario de profesores de la provincia de Córdoba, con igual sueldo. 2

Estuvo á su cargo este destino desde 1.º de abril hasta 1.º de junio. 2

27 de mayo de 1847. Por real orden de esta fecha fué nombrado vocal con cargo de secretario de la Comisión inspectora de las escuelas de la corte, con el sueldo de 12,000 rs., y cuyo destino desempeñó desde 1.º de junio de 1847 hasta fin de junio de 1849. 2

En real orden de 3 de junio de 1849, al participar el cese de la Comisión inspectora de escuelas de la corte por virtud del decreto en que se crean las inspecciones para todo el reino, y se instala la *Comisión auxiliar de gobierno del ramo*, se le manifiesta la satisfacción por el buen desempeño del cargo de vocal secretario de la Comisión inspectora.

26 de mayo de 1849. Por real orden de esta fecha, y atendiendo á sus buenas circunstancias, se le nombró *inspector general de instrucción primaria*, y como tal vocal de la *Comisión auxiliar del ramo*, cuyos destinos desempeña desde 1.º de julio de 1849, con 15,000 reales de sueldo fijo, el sobresueldo de 30 rs. diarios durante el servicio activo, y además el abono de los gastos de viaje. 4 6

Total de años de servicio en la carrera de la enseñanza. 46 4

Cargos honoríficos y gratuitos en la misma enseñanza.

40 de marzo de 1834. Fue nombrado vocal de la junta provincial inspectora de escuelas de la provincia de Pontevedra, cuyo cargo honorífico y gratuito desempeñó tres años.

2 de febrero de 1845. La Ilma. Comisión superior de Zaragoza le ha nombrado, en uso de las facultades que le concedían los reglamentos, vocal de la Comisión de exámenes de aquella provincia, cuyo cargo honorífico y gratuito desempeñó año y medio.

44 de julio de 1845. La misma Comisión de Zaragoza, en uso también de las facultades concedidas en aquella época á dichas corporaciones, le encargó inspeccionar las escuelas de la provincia de Zaragoza durante las vacaciones de verano, ó de entre curso y curso, del Colegio normal de que era director, cuyo encargo desempeñó también gratuitamente.

15 de febrero de 1848. Fue nombrado director de la sección de instrucción primaria en el establecimiento que se abrió en esta corte bajo el título de *Escuela universal*.

Sin el menor emolumento y con solo el objeto de presentar un modelo en su género, dirigió la organización de la escuela primaria, dividida en tres departamentos, á saber: *escuela de párvulos, escuela elemental y escuela superior*, encargándose de la enseñanza de esta última.

El día de la apertura, en que fue visitado el nuevo establecimiento por las autoridades y personas notables de Madrid, llamaron principalmente la atención el orden y organización material de las tres escuelas.

15 de febrero de 1850. Por disposición del gobernador de la provincia de Madrid, se encargó de la enseñanza de uno de los ramos en las academias de noche habidas para ampliar y perfeccionar los conocimientos de los antiguos maestros de las escuelas públicas de Madrid, continuando hasta su conclusión.

12 de junio de 1851. Por disposicion de la Direccion general de instruccion pública, de dicha fecha, concurrió á los exámenes de reválida de los alumnos del colegio normal central, como uno de los jueces del tribunal que ha entendido en los mismos, conforme á reglamento.

21 de junio de 1851. Por real disposicion de 11 de junio, comunicada en dicha fecha 24, ha sido nombrado vocal de la comision especial para examinar y censurar las obras útiles para texto, cuyo cargo ha desempeñado desde la instalacion de dicha comision hasta que se mandó disolver por el Gobierno en 15 de enero de 1853, dando las gracias á sus individuos por el zelo desplegado en este servicio extraordinario.

Marzo de 1852. Formó parte del tribunal de exámenes del Colegio normal, por nueva disposicion de la direccion general.

Julio de 1852. Presidió y formó parte del tribunal de oposiciones para la regencia de la escuela práctica normal, por virtud de disposicion del Excmo. Sr. gobernador de la provincia de Madrid.

Inspecciones que ha verificado y con qué caracter.

Julio, agosto y setiembre de 1845. Inspeccionó como delegado de la Comision superior de Zaragoza, las diversas escuelas públicas de aquella provincia, dando acerca de su estado y necesarias reformas, informes detallados á aquella corporacion.

1847-1848-1849. Inspeccionó constantemente como vocal de la Comision inspectora de escuelas de la córte, los diversos colegios y escuelas de ambos sexos, públicas y privadas, dando á la direccion general de instruccion pública partes semanales del estado y progresos de todos estos establecimientos.

1851. Inspeccionó el estado de la instruccion primaria, como inspector general, en las provincias de Soria, Logroño, Navarra, Guipúzcoa, Vizcaya, Alava, Búrgos, Santander, Palencia y Valladolid; por virtud de real disposicion de 22 de setiembre de dicho año, dando de ello un informe detallado al Gobierno y manifestando las mejoras que debian introducirse en el ramo, tanto en las provincias visitadas como en toda España, por lo que la observacion ofrecia de positivo para deducir las necesidades generales de la enseñanza popular.

Este informe existe en el ministerio de Gracia y Justicia, seccion de instruccion pública.

1849-50-51-52 y 53. Inspeccionó por repetidas veces, como inspector general y por acuerdo del comisario régio, las escuelas públicas de Madrid.

Informes acerca de varios asuntos interesantes á los progresos de la enseñanza.

13 de diciembre de 1847. Plan de organizacion de las escuelas gratuitas de la córte. Este trabajo ha sido admitido por los demás individuos de la Comision inspectora de escuelas de Madrid y elevado al Gobierno en su nombre. Por consecuencia de él se ha dado el real decreto de 4 de julio de 1849.

4 de enero de 1848. Informe pedido por la Direccion en 26 de noviembre, que contiene un proyecto de las instrucciones que debia circular la Direccion por virtud del artículo 37 del real decreto de 23 de setiembre de 1847.

Este trabajo fué tambien admitido y elevado al Gobierno en nombre de la Comision inspectora de las escuelas de Madrid.

1.º de julio de 1848. Proyecto de un nuevo reglamento orgánico para los colegios normales.

14 de julio de 1848. Informe sobre crear y organizar la inspeccion especial de la instruccion primaria.

Tambien estos dos trabajos fueron admitidos por la Comision inspectora de escuelas de Madrid y elevados al Gobierno en su nombre.

Lo relativo á los cuatro escritos mencionados, consta en el libro de actas y en el copiador de dicha Comision, y obran en la secretaria de la auxiliar de gobierno.

La casi totalidad de las disposiciones contenidas en estos dos últimos escritos pasaron á ser emanaciones del Gobierno por virtud del real decreto de 30 de marzo de 1849 y los reglamentos para las normales é inspecciones publicadas en 15 y 20 de mayo siguiente.

Agosto de 1849. Programa general de enseñanza para los colegios normales. Programa para el régimen y gobierno de las escuelas prácticas normales.

Redactó estos trabajos como vocal de la Comision auxiliar, fueron admitidos por ella y luego publicados por el Gobierno sin alteracion.

22 de setiembre de 1849. Por virtud de oficio de esta fecha del comisario régio para las escuelas de Madrid, redactó un reglamento para las *Academias de noche* de los maestros de Madrid.

Admitido este proyecto por otros dos compañeros que se le habian asociado para llevarle á cabo, se pasó al comisario régio, quien lo elevó al Gobierno, cuya aprobacion mereció en real orden de 28 de diciembre de 1849.

1851. Memoria sobre la organizacion y estado de la instruccion primaria en España hasta 1849, y reseña de sus progresos durante el mismo.

Redactada esta Memoria, fue admitida por la Comision auxiliar y elevada al gobierno, quien la imprimió y circuló de su cuenta.

Octubre de 1852. Proyecto de reglamento para las escuelas públicas de Madrid.

Este escrito, con otros trabajos redactados por otros compañeros, fué presentado al gobernador, quien despues de haberlo examinado, en oficio de 2 de noviembre dice: «Perfectamente identificado con las ideas de V. SS. y conforme con el proyecto de reglamento y demas propuestas... debo manifestarle que vivamente reconocido á la eficacia con que V. SS. han procurado corresponder á mi encargo, estoy no menos satisfecho de la inteligencia y circunspeccion con que lo han desempeñado.»

Obras didácticas publicadas desde 1844.

Manual completo de instrucción elemental y superior para uso de los aspirantes á maestros y especialmente de los alumnos de las escuelas normales de provincia.

Esta obra consta de cuatro tomos en 4.º francés, de 643 páginas cada uno. Es un verdadero curso de enseñanza, y sirve de texto en casi todos los colegios normales, y de guía al profesor. Abraza las materias siguientes:—Nociones morales y religiosas.—Gramática castellana con nociones de Retórica, Poética y literatura española.—Principios caligráficos y de lectura.—Pedagogía ó arte de educar.—Aritmética con el sistema legal de pesas y medidas.—Geometría, y dibujo lineal.—Agromensura.—Álgebra.—Nociones de historia natural, física y química aplicadas á los usos comunes de la vida y la agricultura.—Geografía universal y de España.—Historia universal y de España.

De ella se está haciendo una nueva edición por entregas que cuenta 2.000 suscritores.

Elementos de Gramática castellana con algunas nociones de Retórica, Poética y literatura española, obra de 416 páginas en 4.º prolongado, y de que se han hecho dos numerosas ediciones.

Curso elemental de Pedagogía, obra también de un tomo en 4.º prolongado, de 416 páginas, compuesta en unión con don Mariano Carderera, y único libro de texto del arte de educar.

Cuadro de pesas y medidas métricas y monedas legales. Cuarta edición, dirigida también en unión del señor Carderera, cuyo trabajo contiene en su verdadera magnitud, forma y colorido las medidas, pesas y monedas.

Además compuso otros varios tratados, tomados en gran parte de su primitiva obra el *Manual*; y algunos opúsculos para uso de los niños.

Publicaciones periódicas.

Desde 1849, dirige y redacta *La Revista*, periódico semanal de instrucción pública, en el cual ha publicado últimamente un *proyecto de ley de enseñanza*, precedido de una serie de artículos donde se dilucidan todas las cuestiones capitales de esta importante materia, y *La Aurora*, colección de cuentos morales é instructivos.

Obras inéditas que deben ser pronto la luz pública.

Paseo por el litoral de Galicia desde la Coruña á Vigo en 1850.—Impresiones de mi viaje á Lisboa.—Viaje á algunas poblaciones del Mediodía de España.—Tres meses de viaje de Santaolalla, ó rápida correría á París, Londres, Bélgica, las orillas del Rhin y el Norte de Suiza.

El infrascrito Consúl de España en Portland, remite con Oficio al Excmo. Sr. Ministro de Fomento, la antecedente relación de los servicios que ha prestado en la carrera de la Enseñanza pública, para que se digné disponer, que, por quien corresponda se certifique, á continuación la verdad de los hechos en ella expresados.

Portland - Maine - 22 de Agosto de 1859.

Joaquín de Arandaño



Anexo 18. Constancia de examen para maestro de Juan Cortázar



En infraescritos Presidente y Vocales
de la comisión superior de instrucción primaria de la
Provincia de Buenos Aires =

Certificamos: Que D.^o Juan Cortázar natu-
ral de Montebuseba, de edad de veinte y dos años,
Aspirante al título de Maestro de escuela elemen-
tal, ha sido examinado en los días tres y cuatro de
Marzo del año último, con arreglo a lo dispuesto
en el reglamento de exámenes. Después de haber
cumplido con lo que se previene en los artículos diez y
siete al veinte inclusive del mismo reglamento, se
sacaron por suerte las siguientes preguntas para q.
contestarse por escrito, á saber:

Religion y Moral

- ¿ Quien instituyó la eucaristia? Resucrito.
- ¿ Basta solo la fe para salvarnos?.
- ¿ Que manda la ley divina? Guardar los Mandamientos.

Lecturas

- ¿ Que son diptongos y triptongos? La pronunciacion de
dos ó tres letras vocales pronunciadas de un solo golpe.
- ¿ Que denota el acento? Que carga la pronunciacion
sobre la vocal en que se halla.

¿Cuál es el método silábico?

Escritura.

¿Cuál es la línea arranque? La que principia con el trazo sutil que produce la pluma. Desde uno de los ángulos altos bajando á la izquierda en curva á la parte media del caído, en el vano alto sigue en el punto en trazo mediano hasta la línea de división, y termina en trazo sutil en el ángulo inferior de la izquierda.

¿Qué es arte de escribir? El arte que enseña á formar toda clase de caracteres.

¿Cómo se coloca el papel para escribir? Atendiendo á que la orquilla inferior de la izquierda venga á media del pecho.

Aritmética.

¿Qué es numerar? El arte de representar los números por caracteres.

¿Qué es regla de tres? La que enseña á determinar los efectos por medio de las causas, ó las causas por medio de los efectos.

¿Qué es potencia de número? Aquel número que multiplicado por sí da la potencia.

Gramática Castellana - Ortografía.

¿Qué es sintaxis? La que trata del modo de ordenar las palabras para expresar los conceptos.

¿A qué partes de la oración sigue el verbo? Al nombre sustantivo ó pronombre en acusativo, á otro verbo y al adverbio.

¿Cuándo se usa *Del* acorta aguda? En los esdrújulos, en las voces que acaban en vocal, menos en la penúltima sílaba y en las terminadas en consonante menos en la última.



Métodos generales y especiales de enseñanza.

¿Fue es educacion moral? La instruccion de la doctrina cristiana.

¿Fue se entiendo por sistema De enseñanza? La opinion de un autor.

¿Fue medios pueden emplearse para el mejor metodo de los Maestros? Res. individuales, simultaneos y mixtos.

El procedio despues al examen verbal tambien conforme al reglamento, y fue preguntado por el fiscal eclesiastico y don Juan Senora de la Comision de exámenes, sobre la doctrina cristiana, ramas facultativas y mejora de ella, a lo cual contestó satisfactoriamente, y transcurrido el termino de dos horas se retiró el examinado, segun que todo consta de acta y en el respectiva expediente. A su debido tiempo se procedió a reconocer la censura que habia merecido en el examen por escrito, se cotejó con la Del examen oral y se la graduaron en ocho puntos de diez y ocho en que se regula el maximum, resultando que este candidato habia dado pruebas de capacidad para desempeñar la enseñanza primaria y merecia la nota de Aprobado.

En su

consecuencia de unos acordados de dho. D. Juan Cortés
 el presente certificado por duplicado por haberse extra-
 nido el primer ejemplar de la copia en el Ministerio de
 la Gobernación de la Península se le copia el título
 correspondiente. Dado en Burgo de Burgo a primero de
 Septiembre de mil ochocientos cuarenta y seis.

P. E. D.
 D. Juan Cortés
 D. Miguel de la Cruz
 D. Pedro de la Cruz
 D. Luis de Muscay
 D. Bernardino Velasco

D. Antonio Montoya
 D. Antonio Montoya
 D. Antonio Montoya

El interesado
 Juan Cortés

Anexo 19. Hoja de méritos y servicios de Juan Posegut Dasen



N. 4.324.672

Señor.

El que suscribe, Maestro de Instrucción primaria con título profesional elemental, Ayudante de las escuelas públicas de esta Ciudad (P. R. P. D. V. M.) humildemente expone: Que a su entrada en el Arzobispado de Panamá de la misma, tuvo la honra de hablar y presentar el expediente en V. R. M. una pequeña copia que orjeó y presentó para su consideración al Excmo. Sr. D. José de Alarcón Gijón, Alcalde P. de esta que le acompañaba, conteniendo un Proyecto de organización para la reforma de las escuelas públicas, delicado a V. M. juntamente con los documentos originales de sus servicios y libros de las obras de educación que tiene publicadas, cuyo hecho o marca me podrá recordar cuando por tanto momento del expediente, al cual atendié con la firma y benevolencia que le es propia.

Ahora bien, Sr. si los méritos y servicios prestados a la Instrucción pública son bastantes a la recompensa del distintivo de Inspectores de escuelas de esta Provincia, como acaesce en la carrera, expone de V. M. si digno concedérselo si así lo ve de justicia.

impetrandole por ello su proteccion y valimiento,
 a fin de sujerirle en parte la penosa situacion
 en que se encuentra. Por tanto, ansioso de la
 equidad, recuda a D. D. m =

Sup. ca a fin de concederle lo que solicita y por lo cual
 lo vivira siempre agradecido. Gracias que no
 duda merecer de los nobles sentimientos de V. M.
 cuya intercesante vida que Dios mt. S. para
 gloria y honor de la exponata. Mérida 18
 de Mayo de 1879.

D. L. P. P. D. V. M.

Juan Prugat Dixon

Hoja de los méritos y servicios que tiene prestados a la
 enseñanza pública al Centro de Instrucción primaria D. Juan
 Piquet Dason, con título profesional elemental expuesto por
 el Excmo. Sr. Ministro de Fomento en 2 de Mayo de 1864,
 registrado al folio 187 del libro correspondiente al número 1334
 al de esta Junta Provincial de Instrucción pública con el 137
 del correspondiente al 643, según consta en ve. Minutorio hoy
 día de la fecha.

Méritos.

- 1.º Autor de un compendio de Aritmética con el Sistema
 legal de pesos y medidas, aprobado por S.M.
 la Reina D. Isabel II.ª y Real Consejo de
 Instrucción pública para texto en las escuelas,
 según consta en el libro n.º 1.º y en este Gobierno
 de Provincia
- 2.º Autor de una obra de igual clase, titulada Principios
 generales y fundamentales de Aritmética, según
 consta en el libro n.º 2.º
- 3.º Autor de un compendio de Química Industrial aplicado
 a las artes, dedicado al Excmo. Sr. D. Antonio
 Cánovas del Castillo, el cual lo presentó al
 Real Consejo de Instrucción pública para su
 aprobación, en 15 de Abril de 1864, según consta
 en el documento n.º 3.º
- 4.º Autor de una obra de Gramática Española, titulada
 Nuevo Epítome, corregida a la Real Academia,
 dedicada a esta Junta Provincial de Instrucción
 pública en 24 de Marzo de 1876, según consta
 en el libro n.º 4.º y en este Gobierno.

impetrandole por ello su proteccion y valimiento,
 a fin de regular en parte la preciosa situacion
 en que se encuentra. Por tanto, en vista de lo
 expuesto, recuete a V. M. en =



Sup. ca. a fin de concederle lo que solicita y por lo cual
 le vivirá siempre agradecido. Gracias que no
 duda merecer de los nobles sentimientos de V. M.,
 cuya intercesante vida que Dios m. s. para
 gloria y honor de las Españas. Madrid 18
 de Mayo de 1879.

A. L. P. P. D. V. M.

Juan Prugat Decano

[Signature]

Anexo 20. Solicitud de cátedra de ciencias físico-naturales y hoja der servicios de Vicente Rubio y Díaz

161-188-6-94-2^a

N. 1.882.740



N.º del 9.º 589



Excmo Sr. Ministro de Fomento. —

Excmo Sr.

D.^{no} Vicente Rubio y Díaz, Director del Instituto de Cádiz, Catedrático numerario por oposición en la asignatura de Química aplicada, antes de Elemento de ciencias aplicadas (Física, Química y Mecánica) que ocupa el n.º 58 en el escalafón de Catedráticos de Institutos de 1891, y tiene cédula personal de 4.ª clase, n.º 696, d' F. S. con el mayor respeto espone.

Que estando vacante en este Instituto la cátedra de la Sección de Ciencias físico-naturales, que en la disposición 8.ª del R. D. de 16 de Septiembre último, se designa con el n.º 9, o' sean las asignaturas de Ampliación de Matemáticas 1.ª y 2.ª curso, y la Geografía astronómica y física; á causa de haber optado el único Catedrático de Matemáticas de este Instituto por el grupo 6.º, todo conforme á dicha disposición; desea el que suscribe, haciendo uso del derecho que le concede el artículo 2.º del Real decreto de 23 de Julio último sobre provisión de Cate-

dras, cambiar la que hasta ahora ha venido desempeñando, perteneciente á la misma sección, por la expresada en dicho grupo 9.º—

Entre los méritos y dilatados servicios que constan en la adjunta hoja certificada, llama el exponente la ilustrada atención de V. S. hácia los que se anotan á continuación, porque se relacionan más directamente con aquellas enseñanzas y son:

1.º - Poser el título de Licenciado en Ciencias Exactas desde 1868.—

2.º - Haber sido Jefe de oposiciones á Cátedras de Matemáticas para proveer las de los Institutos de Cádiz, Huelva y Canarias.—

3.º - Haber desempeñado más de cuatro años Cátedras de Matemáticas.—

4.º - Tener publicados unos "Elementos de Matemáticas" (cinco ediciones) aprobados para servir de texto en las provincias de Ultramar con favorable informe del Real Consejo de Instrucción pública, y que han servido de texto en muchos Institutos.—

5.º - Haber publicado un libro de Geografía (la parte astronómica y física) del que se han publicado siete ediciones, sirviendo para texto en muchos establecimientos.—

6.º - Tener concluida la carrera de Ingeniero Industrial, que cursó pensionado por S. M. como alumno sobresaliente.—

7.º - Llevar más de treinta y cuatro años en el desempeño de la cátedra de Ampliación de Física, de la Sección de Ciencias, preparatoria de Medicina en esta Facultad de Cádiz.

Sirvanle también al dicente los muchos servicios gratuitos que ha prestado á la enseñanza y que van certificados en el adjunto documento, así como los 37 años que lleva de Catedrático numerario por oposición. —

Suplica á V. E. se digné nombrale para la Cátedra vacante en este Instituto, en sustitución de la que hoy desempeña, y conforme se dispone en el artículo 3.º del Real decreto de Julio último, ya citado. —

Es gracia que espera alcanzar de la tan justificada rectitud y bondad de V. E. cuya vida que Dios muchos años. —

Cádiz primero de Octubre de mil ochocientos noventa y cuatro. —

Excmo Sr.

Vicente Riera y Sola

PROFESORADO NUMERARIO Y AUXILIAR DE LOS ESTABLECIMIENTOS PÚBLICOS DE ENSEÑANZA.

HOJA DE SERVICIOS.

Don Vicente Rubio y Diaz, natural de Sevilla, provincia de idem, de edad de 60 años, Catedrático titular por oposicion de la asignatura de Elementos de ciencias aplicadas (Elementos de Física, Química y Mecánica) que actualmente desempeña la *Luzmica aplicada* en el Instituto Provincial de 2.ª enseñanza de Cádiz, y ocupa el número 58 en el Escalon del año 1887; tiene los méritos y circunstancias que á continuacion se expresan:

CARGOS QUE HA SERVIDO, en qué concepto y en virtud de qué nombramiento; con expresion de las excedencias, separaciones y salidas del Profesorado.	FECHAS de los nombramientos, excedencias, separaciones y salidas del Profesorado			FECHAS de las tomas de posesion.			TIEMPO de servicio en cada cargo.			TIEMPO de cada excedencia.			TIEMPO que ha estado fuera del Profesorado por separacion ó por salida.			SUELDO que ha disfrutado como activo ó excedente. Pesetas.
	Di...	Me...	Año...	Di...	Me...	Año...	Di...	Me...	Año...	Di...	Me...	Año...	Di...	Me...	Año...	
	
Catedrático de química aplicada á las artes (antes elementos de ciencias aplicadas) obtenida por oposicion.	26 Junio	57	15 Julio	57	37	2	15							6000
Director de este Instituto, nombrado por Real orden de 12 de Noviembre de 1863, en virtud de lo dispuesto en el artículo 1.º del Reglamento de 2.ª enseñanza de 22 de Mayo de 1859, en cuyo cargo continúa.																500
<i>Total tiempo de servicio en propiedad hasta la fecha, treinta y siete años, dos meses y quince dias</i>																
<i>Servicios en interinidad ó sustitucion</i>																
Cátedra de 2.º año de Matemáticas (Geometría y Trigonometría con nociones de Geometría descriptiva) en la Escuela Industrial de Cádiz, en sustitucion y por nombramiento de la Direccion general de Instruccion pública. Cesó en 4 de Abril de 1862 por nombramiento del propietario.....	8 Noviembr.*	57	28 Noviembr.*	57	4	4	6									1250
Cátedra de ampliacion de Física en la Facultad de Ciencias de Cádiz, nombrado por la Direccion general de Instruccion pública y con arreglo á lo resuelto en la Real orden de 8 de Setiembre de 1860, en cuyo cargo continúa.	27 Setiembre.	60	8 Octubre..	60	35	11	22									1500
Cátedra de elementos de Física y Química del Instituto con arreglo á lo dispuesto en el artículo 25 del Reglamento de 2.ª enseñanza, confirmado por orden de la Direccion general de 5 de Enero de 1864. Cesó en 1.º de Junio de 1865 por nombramiento del Catedrático propietario.....	16 Setiembre.	63	16 Setiembre.	63	1	9	14									1250
<i>Total tiempo de servicio en interinidad ó sustitucion</i>																
<i>cuarenta años, once meses y doce dias</i>																
<i>40 1 12</i>																

Carrera literaria.—Honores y condecoraciones.

Licenciado en ciencias exactas.—Tiene aprobados todos los estudios para la licenciatura en Ciencias físicas.—Tiene concluida la carrera de Ingeniero industrial que cursó pensionado por S. M., por Real orden de 21 de Mayo de 1856, como uno de los alumnos más sobresalientes.

En Noviembre de 1855, hizo oposicion á la cátedra de Aritmética y Algebra de la Escuela Industrial de Málaga, le fueron aprobados los ejercicios y recomendado al gobierno de S. M.

En Octubre del mismo año, le fué aprobado el primer ejercicio de oposicion á la cátedra de Geometría y Trigonometría de la Escuela Industrial de Cádiz, no habiendo efectuado los demás por haber quedado suspensa la oposicion en virtud de orden de 6 de Noviembre.

En Mayo de 1857, verificó los ejercicios de oposicion á la cátedra de Elementos de ciencias aplicadas (Elementos de Física, química y mecánica) para la que fué nombrado.

Desde 1866 hasta su nueva reorganizacion fué Vicepresidente de la Seccion de Industria, de la Junta Provincial de Agricultura, Industria y Comercio, y despues de aquella fué nombrado Vicepresidente de la Seccion de Industria y Comercio.

Es vocal desde 1860 de la Junta Provincial de Estadística.

Corresponsal desde 1.º de Junio de 1866 de la Real Academia Sevillana de Buenas Letras.

Fuó Vicepresidente de la Comision Provincial de Cádiz, que en 1867 se ocupó de los trabajos relativos á la Exposicion Universal de Paris, recibiendo por unanimidad un voto de gracias al concluir su mision.

Desde 1875 es Presidente de la Academia de Bellas Artes que reorganizó por Real orden de 14 de Noviembre, y antes fué Académico y bibliotecario.

Es socio fundador, ha sido Presidente y Vicepresidente de la Real Academia Gaditana de Ciencias y Letras.

Fuó Vicepresidente de la Asociacion de Cervantistas de Cádiz.

Por el Ministerio de Fomento fué propuesto, atendiendo al celo é interés demostrado por la enseñanza, y á las obras publicadas, para una encomienda de Carlos III, libre de gastos, que le fué concedida por el Estado en 24 de Setiembre de 1871.

Por Real orden de 20 de Noviembre de 1876 y de acuerdo con el Real Consejo de Instruccion pública, le fué aprobado el programa de la asignatura de ampliacion de la Física experimental, formado para la cátedra de la Facultad de Ciencias que desde 1860 desempeña.

Por Real orden de 29 de Noviembre de 1877 ascendió á la seccion tercera de mérito del escalafon de Catedráticos de Instituto, conforme á la propuesta del Real Consejo de Instruccion pública, que le clasificó en primer lugar de la 3.ª terna, de las 79 ternas formadas por dicho cuerpo superior consultivo.

En 30 de Junio de 1880 fué nombrado corresponsal de la Real Academia de Bellas Artes de San Fernando.

Es académico honorario de la Colombina Onubense, de la de Mont-Real de Toulouse y de otras.

En 4 de Enero del 1884 fué nombrado corresponsal de la Real Academia de la Historia.

Por Real orden de 11 de Diciembre del 1885, conforme á la propuesta del Real Consejo de Instruccion pública, que le clasificó en primer lugar de la 4.ª terna, de las 76 formadas, ascendió á la seccion segunda de mérito del Escalafon de Catedráticos del Instituto.

En Diciembre y Enero del 1884 y 1885 actuó como ponente en la Junta organizadora de la Escuela de Artes y Oficios de Cádiz, y encargado de redactar el Reglamento y proponer el plan de estudios de dicho Establecimiento de enseñanza.

Servicios prestados con anterioridad al nombramiento de Catedrático numerario.

Desde 1.º de Febrero al 26 de Junio de 1857, desempeñó gratuitamente la plaza de Ayudante interino de la Escuela Industrial Superior de Sevilla.

Servicios prestados con posterioridad al nombramiento de Catedrático numerario.

En los meses de Enero y Febrero de 1861, dió gratuitamente varias lecciones de la Real Sociedad Económica de Jerez de la Frontera referentes á la obra que acababa de publicar: *Estudios sobre la evocacion de los espíritus*.

En el curso de 1869 á 70 explicó gratuitamente la Física de ampliacion, en la Facultad de Ciencias agregada á la de Medicina de Cádiz.

En el curso de 1867 á 68, se ofreció á dar la enseñanza del sistema métrico decimal para los obreros.

En el curso de 1868 á 69, gratuitamente la enseñanza de Química del bachillerato en artes sin latin.

Establecida la enseñanza para artesanos, se ofreció á dar la Química aplicada á las artes.

Con fecha 24 de Agosto de 1869, el Excmo. Sr. Gobernador Civil le nombró delegado de su autoridad y Presidente de una Comision compuesta de tres diputados provinciales y tres concejales, la que se ocupó en la reinstalacion de la Escuela de Bellas Artes de Cádiz, y terminadas las diferencias ocurridas entre el Ayuntamiento y la Diputacion Provincial, con fecha 16 de Octubre, se le dieron las más cumplidas gracias por el tacto y buen celo con que habia desempeñado su cometido.

Juez y Secretario del Tribunal que en Mayo de 1862 calificó los ejercicios de oposicion de la Cátedra de Cosmografía y Pilotaje de la Escuela de Cádiz.

Juez del Tribunal que actuó en Mayo de 1865 en la Universidad de Sevilla, para proveer las cátedras de Matemáticas de los Institutos de Cádiz, Canarias y Huelva.

Id. id. en id. para las cátedras de Física y Química de los Institutos de Cádiz, Huelva y Badajoz.

Nombrado en 24 de Mayo de 1865 Juez del Tribunal que calificó los ejercicios de oposición de la cátedra de Mecánica del Instituto de Cádiz.

Id., id., id., para la de Física y Química del Instituto de Jerez de la Frontera.

En 1876 fué nombrado Presidente del Jurado calificador de las Memorias recibidas de España, Italia, Bélgica y Austria en concurso abierto por la Liga de Contribuyentes de Cádiz, para premiar las mejores obras que trataran del establecimiento de industrias fabriles y manufacturas de esta ciudad; trabajo que duró cerca de un año, á causa del número y variedad de los asuntos é índole especial del concurso.

Por Reales órdenes del Ministerio de Fomento fechas 16 de Diciembre de 1870 y 17 de Abril de 1871, se le dieron gracias por las donaciones de ejemplares de sus obras con destino á las Bibliotecas populares.

En Mayo de 1877, invitado por la Junta provincial de agricultura, explicó tres conferencias agrícolas.

Por Real orden de 29 de Mayo de 1871, fué Presidente de los exámenes de reválida de Maestros de Obras, de los alumnos que habian cursado en la extinguida Escuela especial de Cádiz.

Ha sido varias veces Juez del Tribunal de oposiciones á plazas del magisterio público.

Todos los cargos de Juez de oposiciones á cátedras, fueros desempeñados gratuitamente.

En los meses de Enero y Febrero de 1883 presidió el tribunal que calificó los ejercicios de oposición á la clase de Ayudante de Idioma lineal y de adorno perteneciente á la escuela de Bellas Artes de la provincia de Cádiz, por cuyo importante y gratuito servicio se le dieron las gracias por Real orden de 27 de Marzo del mismo año.

Presidió el Tribunal de oposiciones á los plazas de escribientes de la Sección de Fomento de esta provincia, con arreglo á lo dispuesto en el Real decreto de 2 de Septiembre del 1883.

En 1887. — Presidente de la Comisión de estadística de la Exposición nacional de Ginebra.

En 1887. — Presidente de la Comisión de Bellas Artes de la misma Exposición.

En 1887. — Presidente del Jurado de la Sección 5.ª (Ingenieros aplicados á las Ciencias) en la susodicha Exposición Internacional; y Jurado en la Sección 2.ª.

En 1887. — Obtuvo premio de medalla de Oro por libros de texto y otros que expuso en el mismo Certamen.

En 1891. — Presidente del Tribunal de oposiciones á la plaza de Ayudante de la clase de Anatómica y Geometría del Instituto de Bellas Artes de la provincia de Cádiz.

Publicaciones de obras y trabajos científicos ó literarios. Descubrimientos científicos. Comisiones facultativas.

1860.—*Estudios sobre la evocacion de los espíritus*, refutación de las teorías espiritistas. Un volúmen en 4.º de 181 páginas.

1862.—*Creacion de un Instituto Provincial en Cádiz*. Folleto.

Idem.—*Memoria de la Exposicion Universal de Londres*. Un volúmen en 4.º prolongado de 102 páginas y 8 láminas.

1866.—*Consideraciones acerca del escalafon de Cateódráticos*. Folleto.

1866.—*Adelina*, leyenda fantástica.—*Una comedia de aficionados*, cuadros de costumbres. Un volúmen en 8.º, 96 páginas.

1867.—*Memoria de la Exposicion Universal de Paris*. Un volúmen en 4.º prolongado de 228 páginas.

1869, 71 y 73.—*Aritmética para la enseñanza primaria*. Un volúmen en 4.º de 96 páginas; tres ediciones.

1870.—*Tratado elemental de Geometría y Trigonometría*. Un volúmen en 4.º de 414 páginas y 301 grabados en el texto, adoptada en varios Institutos.

1871, 75, 78 y 82.—*Nociones de Geografía*, en colaboracion. Un volúmen en 4.º de 280 páginas y grabados en el texto: cuatro ediciones: adoptadas en varios Institutos.

1872.—*Elementos de Matemáticas* primera parte "Aritmética y Algebra" un volúmen de 464 páginas; adoptada de texto en varios Institutos.

1873, 75 y 78.—*Elementos de Matemáticas*, 2 volúmenes con grabados en el texto: tres ediciones: adoptados en muchos Institutos.

Las obras de Aritmética, de Geometría y Trigonometría, fueron declaradas de texto para la Isla de Cuba en atencion á los favorables informes de la Junta Superior de Instrucción pública, por órdenes del Ministerio de Ultramar fecha 2 de Diciembre de 1870 y 12 de Octubre de 1871, y se insertaron en la Gaceta de la Habana de 25 de Agosto del mismo año de 1871, colocadas en primer lugar de las de su clase.

Los elementos de Matemáticas (Aritmética y Algebra, Geometría y Trigonometría) y la Aritmética para la enseñanza primaria fueron declarados de texto para las provincias de Ultramar durante el trienio de 1874 á 1877 por órden del Poder Ejecutivo de 28 de Junio de 1874, como ya lo habian sido para el anterior de 1871 á 1874, cédos los informes de la Junta Superior de Instrucción pública; la última fué aprobada por Real orden de 7 de Enero de 1880 para texto, de acuerdo con el Real Consejo de Instrucción pública.

El Socialismo.—Mision de las Bellas Artes en la civilizacion de los pueblos.—La Moral en las Artes.—Discursos leídos y publicados en 1879, 1880 y 81, á título de Presidente de la Academia provincial de Bellas Artes.

Las ciencias y las letras constituyen la base fundamental de toda sociedad culta.—Discurso de contestacion al de S. M. el Rey en la Real Academia Gaditana de Ciencias y Letras.—1880.

1881.—*Mapa de la Instrucción Popular en la Provincia de Cádiz*, en colaboracion con el Ilmo. Sr. D. Francisco Fernandez Fontecha.

Se tiraron 500 ejemplares que fueron distribuidos gratuitamente entre los Maestros, Juntas provinciales y locales de instrucción pública.

1882.—*Elementos de Física experimental*. Un volúmen en 4.º con más de 550 páginas, 550 grabados y dos láminas en cromó.

1882.—*Programa detallado de los Elementos de Física*. Un folleto.

En 1862 fué comisionado por la Exema. Diputación Provincial de Cádiz, con el objeto de estudiar la Exposicion Universal de Londres, á cuya capital se trasladó para cumplir su cometido, publicando una Memoria de sus estudios.

En 1888. — Nociones de Química mineral y orgánica. — Dos volúmenes en 4.º con 413 páginas, con numerosos grabados y un pliego cromolitografiado, que contiene 118 bandos, colocadas.

En 1867 la misma Corporacion le nombró delegado de la provincia de Cádiz, para el estudio de la Exposicion Universal de Paris, á donde estuvo el tiempo necesario para cumplir su mision, y al concluiría recibió las gracias por la escrupulosidad y perfeccion con que había desempeñado su trabajo, publicando una Memoria de sus estudios.

En Mayo de 1864 y en Setiembre del mismo año, en representacion del Sr. Gobernador civil y segun lo dispuesto en la Real orden de 11 de Enero de 1849, pasó á reconocer si estaban en uso algunos privilegios de invencion.

Ha sido desde 1859 hasta 1870 que hizo dimision, verificador de los Contadores de gas de Cádiz y Jerez, cuyas plazas obtuvo por concurso.

Organizó en 1870 una comision numerosa compuesta de Catedráticos, Ingenieros, Médicos y otras personas científicas, que observaron el eclipse total de Sol del 22 de Diciembre, cuyos trabajos se publicaron en un folleto, repartido gratuitamente á los centros científicos.

Por Real orden de 14 de Octubre de 1875, fué nombrado Presidente de la Academia provincial de Bellas Artes, con encargo de reorganizarla, á consecuencia de haber sido disuelta, dejando cumplida su comision en 31 del mismo mes, con arreglo al decreto de 31 de Julio de 1849 y Real orden de 1.º de Agosto de 1850.

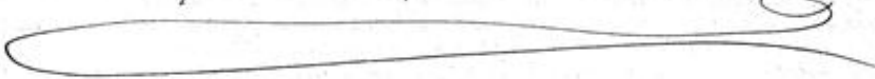
En Febrero de 1879 fué nombrado por unanimidad Presidente de la Real Academia Gaditana de Ciencias y Letras, de la que antes fué Vicepresidente.

Nombrado por Real orden de 31 de Octubre de 1882, Vocal del Consejo de Admon. del Monte de Piedad y Caja de Ahorros, y en Agosto de 1884 de la Junta directiva de dicho Consejo.

Por Real orden de 10 de Marzo de 1885 se le dieron las gracias por los trabajos practicados, relativos al censo de poblacion de 1876.

En 1879. - Jurado de la Exposicion regional verificada en Cádiz.

En 1887. - Nombrado Vocal de la Junta provincial que ha de promover la concurrencia de productos en la Exposicion hemisferial de Barcelona.



D. Ricardo Orodea e' Barra, Catedrático y Secretario del Instituto provincial de 2.ª enseñanza de Cádiz

CERTIFICO: Que la anterior hoja de servicios ha sido escrupulosamente examinada y confrontada y se halla conforme con los documentos originales que bajo su responsabilidad ha presentado el interesado, y le han sido devueltos, y con los que obran en esta Secretaría de mi cargo. Cádiz *primera* de *Octubre* de mil ochocientos ~~ochenta y~~ *noventa y cuatro*

D.º E.º

El Director,

El Vice-Director

Ant.º Lopez Martinez

Ricardo Orodea

Recibí los documentos.

Tuente Rubio y Diaz



Anexo 21. Extracto de la hoja de méritos de Ramón de Bajo e Ibañez

Extracto de la Hoja de méritos
 y servicios contenidos en el expediente personal facultativo de Don Ramón de Bajo e Ibañez, Director de la Escuela Normal Superior de Maestros de Navarra, de 67 años de edad, natural de Bernedo, provincia de Alava.

Fecha de los nombramientos	Cargos que ha servido en propiedad.	Autoridad de quien proceden los nombramientos	Fecha de la toma de posesión.	Sueldos Pesetas	Tiempo de servicios Años Meses Días
	Como Maestro de primera enseñanza	en la ciudad de Vitoria			4 4 20
14 Diciembre 1859	3 ^{er} Maestro de la Normal de Pontevedra.	S. M. en virtud de oposición.	11 de Enero 1860	1750	1 10 10
15 Octubre 1861	id. de León.	id. traslación.	11 Noviembre 1861	1750	2 0 20
30 id. 1863.	id. de Valladolid.	id. id.	1 ^o Diciembre 1863	1750	0 1 14
23 Diciembre 1863	2 ^o Maestro de Ciudad Real.	id. ascenso.	15 Enero 1864	2000	2 5 16
8 Junio 1866	id. de Zaragoza.	id. permuta.	1 ^o Julio 1866	2000	0 1 23
6 Agosto 1866	id. de Vitoria.	id. id.	23 Agosto 1866	2000	18 10 7
En virtud de acuerdo de la Excm. Diputación de Alava por autos de 22 Marzo 1899	Director de la de Navarra.	id. ascenso.	1 ^o Julio de 1899	2500	2 0 0
				2750	9 6 11
			Suma de los años de servicio		42 4 20

Nota. Este interesado percibe actualmente mil quinientas pesetas anuales por diez quinquenios que empezaron el 1^o de Julio de 1877.

Carrera, estudios y antecedentes literarios.

Cursos de 3 ^{er} enseñanza.	Como aprobados con excelentes notas los requeridos para poder optar al título de Profesor Normal, con el que se halla adornado.	4	"	"
Id. de 2 ^o .	Id. con id. los 6 años que se requerían para poder optar al título de Bachiller en Artes, con el que se halla adornado.	6	"	"
Id. superior.	Id. con id. los 4 que también se requerían para el estudio de las asignaturas concernientes al grado de Licenciado en Ciencias sección de exactas, cuyo título aprobó en Madrid en Octubre de 1875.	4	"	"
	Suma de los años empleados en estudios.	14	"	"

Resumen.

Años de servicio en la carrera hasta el 31 de Dic. de 1877	42 4 20
Id. empleados en los estudios	14 0 0
Total en 31 de Dic. de 1877	56 4 20

Destinos que ha servido y méritos alcanzados.

Envió de cuatro á cinco años los conocimientos pertenecientes á la 1.^a enseñanza elemental y superior en la escuela que con el carácter de privada sostuvo en la ciudad de Vitoria. La Comisión provincial, unida á la de Instrucción pública del A. Ayuntamiento, en 30 de Abril de 1854, y como resultado de la visita que girara, dió las gracias al interesado por el celo, exactitud, actividad y buena inteligencia con que se dedicaba al ejercicio de la enseñanza, expresando además que dicha ^{escuela} se encontraba, en el estado más próspero y brillante que distar se puede."

En Setiembre de 1856 hizo oposición á la Cátedra de Aritmética y Geometría de Dibujantes establecida en la ciudad de Vitoria, obteniendo en los ejercicios el 1.^o lugar.

En virtud de propuesta del Tribunal de oposiciones, P. M. le nombró en 14 de Diciembre de 1859, 3.^o Maestro de la Escuela Normal Superior de Pontevedra.

Desempeñó gratuitamente en concepto de interinidad las clases de Religión y Moral de las Normales de Maestros y Maestras de Pontevedra por espacio de ocho meses.

Desde el día que tomó posesión de la plaza de 3.^o Maestro de la Normal de Maestros de Pontevedra, fue nombrado Secretario de la misma, así como también de la de Maestras desde su instalación.

En Abril de 1861 fue nombrado Profesor de la Normal de Maestras de Pontevedra, cuyo cargo desempeñó hasta salir trasladado de dicha ciudad, á petición suya, á la Normal Superior de León.

El Director de la Normal de Pontevedra, en Octubre de 1861, manifiesta que el interesado observó todo el tiempo que residió en aquella capital, una conducta ejemplar, y un celo y actividad en la enseñanza tales que mereció de los V. C. Rector del Distrito y Gobernador de la provincia los más justos elogios por su acertado proceder; concluyendo con que, por encargo de los Facultativos, tuvo que suspender las tareas por varios días, á fin de atender á su salud, algún tanto quebrantada, efecto del trabajo imprevisto que con tantas clases tenía.

En Mayo de 1861 el Señor Rector del distrito Universitario de Santiago manifiesta en un atento oficio al interesado la singular complacencia con que vió que correspondía á las esperanzas concebidas por el Gobierno de P. M., expresando además su especial aptitud y esmero en la enseñanza.

En 15 de Octubre de 1861 fue nombrado, á petición suya, 3.^o Maestro de la Normal Superior de León, y en 30 de Octubre de 1863 de la de Valladolid.

En 27 de Julio de 1863, el Director del Instituto de León, expresa: 1.^o que este interesado desempeñó gratuitamente en aquel establecimiento, durante la ausencia del propietario en el curso de 1861 á 1862, la Cátedra de Aritmética y Algebra; 2.^o que explicó, en virtud de nombramiento, los "Principios de Trib-

mática y Geometría" todo el curso de 1862 á 63; y 3.^o que durante dos meses del mismo curso substituyó también gratuitamente al Profesor encargado de los "Elementos de Aritmética y Álgebra y Geometría y Trigonometría" manifestando siempre notable suficiencia para la enseñanza y gran celo por la misma. En 13 de Septiembre de 1863 el Director de la Normal de León certifica que en todo el tiempo que ha desempeñado en la misma Escuela este interesado su cargo de 3.^o Maestro, así como el de 2.^o, lo ha verificado con mucho celo e inteligencia, habiendo sido muy notables y satisfactorios los resultados obtenidos en las enseñanzas encomendadas al mismo; como igualmente ha desempeñado con no menos acierto y celo la Secretaría del Establecimiento y cuantas comisiones se le han encargado relativas al mismo.

En 23 de Diciembre de 1863 fue nombrado 2.^o Maestro de la Escuela Normal Superior de Ciudad-Real con el sueldo anual de ocho mil reales.

Desde el 1.^o de Marzo de 1864 substituyó gratuitamente durante la enfermedad del propietario la asignatura de Doctrina cristiana e Historia Sagrada en la Escuela Normal de Ciudad-Real hasta el 21 del citado mes, en que por fallecimiento del Profesor, se le encargó por la Dirección continuar en el desempeño de la citada asignatura, explicándola por consiguiente á los alumnos de 1.^o y 3.^o curso hasta el 31 de Diciembre del mismo año, con la gratificación de las dos terceras partes del sueldo que correspondía á aquel destino.

Desde el 15 de Enero de 1864 hasta el 30 de Junio de 1866, en que apelación suya fue trasladado á la Normal Superior de Zaragoza, desempeñó su cargo de 2.^o Maestro de la Normal Superior de Ciudad-Real, así como el de Bibliotecario de la misma, con gran celo e inteligencia á completa satisfacción de sus Superiores, observando siempre una conducta irreprochable. Teniendo en consideración sus recomendables circunstancias, el Excmo. Señor Rector de la Universidad Central le designó para que en el curso de 1866 á 67 asistiera en la Normal de Madrid á las lecciones de Dibujo dadas por el mérito Hendrick, lo que no pudo verificar á causa de haberse trasladado.

Desplegó gran celo para introducir el canto en la Escuela práctica de la Normal Superior de Ciudad-Real, en la que se practica desde aquella fecha; y desempeñó satisfactoriamente en el mismo establecimiento, á causa de enfermedad ó ausencia de sus compañeros, las clases que á estos correspondían, siendo siempre modelo perfecto para los alumnos por su laboriosidad, conducta e interés por la enseñanza.

Desempeñó en el Instituto de 2.^o enseñanza de Ciudad-Real la Cátedra de Principios y ejercicios de Aritmética y Geometría desde el día 15 de Enero de 1864 hasta el 15 de Septiembre del mismo año, en que se encargó de las de "Elementos de Aritmética y Álgebra y Geometría y Trigonometría" las cuales explicó hasta el 15 de Abril de 1865 con retribución, continuando sin retribución alguna en su desempeño hasta fin de curso.

por haber enfermado el Catedrático propietario.

El 11 de Octubre de 1865 volvió á encargarse de la referida Cátedra de "Principios y ejercicios de Aritmética y Geometría" desempeñándola hasta el 11 de Enero de 1866, en que cesó por haber sido nombrado otro sustituto de Matemáticas por la Dirección General.

La Memoria impresa y lida el día 16 de Septiembre de 1865 por el Director del Instituto de 2.^ª enseñanza de Ciudad-Real en la solemne apertura del curso dice así: "Es acreedor á un verdadero reconocimiento por parte de este Claustro, Don Ramón de Gajo y Obanos, digno profesor de la Normal de esta ciudad, el cual con infatigable celo y á riesgo de perder la salud, tuvo á su cargo desde la apertura del curso hasta su terminación, exceptuando unos pocos días de Abril y Mayo, las dos Cátedras de Matemáticas.

Desde el 27 de Abril de 1865 en que fué nombrado por el Director General de Instrucción Pública Profesor auxiliar de la Normal de Maestros de Ciudad-Real con la gratificación anual de doscientos reales, hasta el 1.^º de Julio de 1866 en que verificó la permuta, desempeñó su cometido, así como el cargo de Secretario de la Normal de Maestros, con el celo é inteligencia que le distingue, y con aquella conducta, circunspección y modales, que para educar es indispensable; siendo muy notables y satisfactorios los resultados obtenidos en las enseñanzas que se le encomendaron, como lo han atestiguado las Autoridades de la referida Normal.

En 1.^º de Julio de 1866 tomó posesión del cargo de 2.^º Maestro de la Normal Superior de Zaragoza, en virtud de permuta; y en 23 de Agosto del mismo año lo verificó en la Normal Superior de Vitoria, en virtud también de permuta, desempeñando siempre su cargo con el mayor celo é inteligencia.

En 25 de Septiembre de 1867, en atención á las particulares circunstancias de este Profesor, la Junta de Instrucción pública de la provincia de Alava le nombró Profesor auxiliar de la Escuela Normal de Maestros con la gratificación de cien reales, la cual dejó de percibir al año, obligándole á desempeñar este cargo durante su vida ó sea hasta Diciembre de 1875, sin retribución.

En 18 de Enero de 1868 el Sr. Gobernador Civil de la provincia de Alava dió las gracias á este Profesor, así como á los demás de dicho establecimiento, por haberse suscripto para aliviar las desgracias ocurridas en Peligrosas y Puerto-Rico.

En 31 de Julio de 1868 quedó este Profesor excedente en virtud de la Ley de Instrucción primaria de 2 de Junio de id.; y en 11 de Octubre del mismo año la Excm.^a Diputación de Alava en virtud de órdenes superiores, le repuso en su destino, desempeñando desde entonces por consiguiente los cargos de 2.^º Maestro de la Normal Superior de Maestros, Profesor auxiliar de la de Maestros y Secretario de ambos establecimientos, siendo su conducta siempre irreprochable.

En los días de fiesta del último trimestre de 1868 enseñó gratuitamente durante dos horas cada uno,

el Sistema métrico decimal á todos los artesanos que tuvieron á bien adquirir estos conocimientos, dándole por ello, la Autoridad, las más expresivas gracias.

En 28 de Junio de 1870 fué nombrado en virtud de oposición Profesor de Aritmética y Geometría de la Academia de Bellas-Artes de la Ciudad de Vitoria, con la dotación de sesenta y cinco pesetas anuales, á causa de haberle aumentado desiguando el año 1875, en virtud de los muy satisfactorios resultados obtenidos.

Explicó en el Instituto de 2.^o enseñanza de la provincia de Álava, recibiendo por ello una satisfactoria muestra de reconocimiento; la asignatura de "Geometría y Trigonometría" durante el 1.^o trimestre del curso de 1872 á 1873, toda vez que por hallarse ausente el propietario de dicha Cátedra fué nombrado sustituto por el Director y Claustro de Profesores.

En Mayo de 1882 fué propuesto por la Excmo. Diputación de Álava para que asistiese al Congreso nacional pedagógico, comisión que terminó con una Memoria que dicha Corporación ordenó imprimir para repartirla á todos los Maestros de la provincia, después de abonar al interesado los gastos del viaje y darle las más expresivas gracias por haber cumplido su misión á satisfacción completa de sus mandatarios.

Es autor, 1.^o de una obra titulada Nociones de Aritmética y Álgebra que está aprobada de texto por Real orden y declarada útil para los alumnos de las Escuelas Normales; 2.^o de un Compendio de Aritmética, también aprobado de texto por Real orden para los alumnos de las Escuelas Normales y niños de ambos sexos de las de 1.^o enseñanza; y 3.^o de las Apuntaciones de las Nociones de Geometría y Nociones de Gramática Castellana explicadas en la Academia de Bellas-Artes de Vitoria y Normal de Maestros de la provincia.

En 8 de Enero de 1884, así como en Diciembre del mismo año y en Mayo de 1886, el Sr. Rector del Distrito universitario de Valladolid le nombró vocal del Jurado de la Nación de Ciencias, constituido en el Instituto de 2.^o enseñanza de Álava para los exámenes de asignaturas por estar incluido en el 1.^o lugar de las ternas propuestas.

Desde el día que tomó posesión, tanto en la Normal de Maestros de Álava, como en la de Maestros, desempeñó su cargo con gran celo y suma inteligencia y la Secretaría de ambos establecimientos, percibiendo ciento cincuenta pesetas anuales por la primera y cien por la segunda.

En 22 de Marzo de 1888 fué nombrado en virtud de Concurso de acceso y de acuerdo con la propuesta del Consejo de Instrucción pública, Director en propiedad de la Escuela Normal de Maestros de Navarra con el sueldo de dosmil seiscientas cincuenta pesetas anuales, y mil por razón de quinquenios vencidos en 18 de Junio de 1887.

En 1.^o de Enero de 1892, la Excmo. Diputación foral y provincial de Navarra se dignó aumentarle el sueldo en doscientas cincuenta pesetas.

Con fecha 23 de Septiembre del 74, S. M. el Rey (y D. G.) y en su nombre la Reina Regente del Reino, se sirvió disponer que se le dieran á este interesado las gracias por la manera especial con que intervino en la Asamblea Pedagógica de Vitoria celebrada en dicho mes, y que se hiciera constar este meritosísimo servicio en su hoja profesional.

En 13 de Octubre del mismo año fué nombrado Vice-Presidente de la Junta encargada de allegar y recaudar fondos con el objeto de erigir un monumento que honre y perpetúe la memoria del ilustre patrio Don Claudio Moyano, autor de la Ley de 9 de Septiembre de 1857, nunca bastante encomiada.

Estudios y títulos profesionales.

Cursó en la Normal de Vitoria los dos años de elemental, obteniendo en todos los exámenes la nota de Sobresaliente, y en Valladolid el 3.º de Superior con la nota de Bueno.

Examinose de Maestro elemental en Vitoria en febrero de 1857, obteniendo la nota de Sobresaliente; de Superior en Madrid el mismo mes de febrero de 1859, y de Superior con opción al Profesorado normal en Marzo del último año citado, obteniendo en ambos la nota de Bueno.

Cursó y aprobó el 1.º año de Lengua francesa con la nota de Bueno en el Instituto de Vitoria en el académico de 1855 á 1856. En el curso de 1862 á 63 en el Instituto de León, 1.º de Latín y Castellano con la nota de Bueno; Doctrina Cristiana y Ejercicios de Aritmética con la de Sobresaliente en ambas; en el de 1863 á 64 en el Instituto de Ciudad-Real, 2.º de Latín y Castellano con la nota de Bueno; Geografía con la de Notable y Ejercicios de Geometría con la de Sobresaliente; en el de 1864 á 65 en dicho Instituto de Ciudad-Real, 1.º de Griego, Historia general, Aritmética y Álgebra ó Historia natural con la de Sobresaliente en las cuatro; en el de 1865 á 66 en el mencionado Instituto Retórica y Poesía, Geometría y Trigonometría y 2.º de Griego con la de Sobresaliente en las tres; en el de 1866 á 67, en el Instituto de Vitoria, Psicología, Lógica, Física, Historia de España y Doctrina Cristiana con la de Sobresaliente en las cinco; y en el de 1867 á 1868, en el mismo Instituto, Literatura y Griega con la nota de Bueno en ambos.

En los días 17 y 19 de Junio de 1868 verificó los ejercicios en el Instituto de Vitoria para el grado de Bachiller en Artes, obteniendo en el primero la calificación de aprobado y en el 2.º de Sobresaliente.

En los cursos de 1869 á 70 y de 1870 á 71 ganó y probó en la Universidad de Vitoria con brillantes censuras todas las asignaturas que constituían el Bachillerato en ciencias, obteniendo el premio ordinario en las de Geometría analítica y Cosmografía.

En el curso de 1871 á 72 ganó y probó en la Universidad de Madrid, como alumno oficial, Cálculo diferencial e integral con la censura de Notablemente aprovechado y Geometría descriptiva y Geodesia con la de Aprobado en ambas.

En Septiembre de 1875 aprobó en la Universidad Central las asignaturas de Mecánica racional y Dibujo lineal únicas que le restaban por aprobar de la Licenciatura, y en Octubre del mismo año supuso en dicha Universidad los ejercicios del grado de Licenciado en la Facultad de Ciencias, Sección de exactas, siendo también Aprobado.

Está completamente conforme con lo que indica dicho expediente de Don Ramón de Bajo e. Métrica, archivado en la Secretaría de esta Normal de Maestros, al que en caso necesario me remito.

Pamplona 31 de Diciembre de 1877.

Y.º B.º

El Director accidental,

Janz

El Secretario,

Anexo 22. Acta de examen para maestra de Dolores Montaner y Fernández Calvillo



N.º 2.691.260



Tribunal
 D.º Francisco de Segura
 „ Manuela Rodríguez
 „ Dilecto Luque
 „ Baldomero Bus
 „ Salvador Verjara
Examinandas
 Superior
 D.º Dolores Montaner y Fernández Calvillo

En la ciudad de Málaga a diez días del mes de Marzo de mil ochocientos setenta y ocho, reunidos los Señores que al margen se expresan en el estatuto de los actos de la Junta Normal de Maestros de esta provincia, bajo la presidencia de la Srta. Directora de este establecimiento, para celebrar ejercicios de exámenes de reválida, por mi, el Secretario, se dio cuenta del expediente de D.º Dolores Montaner y Fernández Calvillo, natural de granatilla, provincia de Ciudad Real, que nació el día veinte y ocho de octubre de mil ochocientos cincuenta y cinco, y que, como Maestra elemental, cuyo examen, en el cual fue aprobada por el mismo Tribunal, verificó el día cuatro de Enero último, aspiraba al título Superior; y habiendo sido admitida, verificó en dicho día el ejercicio escrito escribiendo la plana almagistral en tres reglas, el dictado y la disertación de pedagogía, concluyendo con la resolución de tres problemas de aritmética que el Tribunal dictó; todo conforme al Reglamento; cuyos folios, firmados con un sello, puso el Sr. Jefe sobre el libro entregó a la Srta. Directora. Calificado este ejercicio al día siguiente fue aprobado como bueno por unanimidad. A esto seguido practicó el ejercicio oral sacando una bola de las cincuenta que habían sido puestas en la urna y contestando la pregunta del mismo número sobre Religión; y así de las demás

asignaturas del grado. Leyó en voz alta y
 en un escrito verso y prosa; hizo la expli-
 cacion del punto que le tocó en suerte, y ana-
 lizó el párrafo que se le dió por uno de los
 puzos, con lo que condujo este acto.

Calificado, fue tambien aprobado con la mis-
 ma nota que el anterior.

El siguiente dia catorce practicó el ejercicio prác-
 tico de labores, que fue igualmente aprobado.

Trucha la censura definitiva, fue decla-
 rada Maestra de primera enseñanza Superior
 con la nota de sobresaliente por unanimidad;
 concluyendo la sesion, cuya acta firman los
 señores dichos con miigo el Secretario, de que
 certifico.



La Presidente

Fran.ª F. de Aguirre

La Sec.ª.ª.ª.ª.

D. Mercedes Dol.

La Reg.ª.ª.ª.ª.

Dulce Luque

M.ª.ª.ª.ª.ª.ª.

Baldomero Bustamante

El Secretario

Salvador Vergara

CARGOS QUE HA SERVIDO, en qué concepto y en virtud de qué nombramiento; con expresión de las excedencias, separaciones y salidas del Profesorado.	FECHAS de los nombramientos, excedencias, separaciones y salidas del Profesorado.			FECHAS de las tomas de posesión.			TIEMPO de servicio en cada cargo.			TIEMPO de cada excedencia.			TIEMPO que ha estado fuera del Profesorado por separación ó por salida.			
	Año...	Año...	Año...	Año...	Año...	Año...	Año...	Año...	Año...	Año...	Año...	Año...	Año...	Año...	Año...	
	Días...	Días...	Días...	Días...	Días...	Días...	Días...	Días...	Días...	Días...	Días...	Días...	Días...	Días...	Días...	
<p>de este mismo cargo por haber retirado la salvedad en virtud de las expresiones dadas por el Sr. Ministro de Instrucción acerca del sentido del juramento, en la lección del tomo primero.</p> <p>No le hace constar el tiempo de separación sobre el cual corresponde, por haberse repuesto S. A., en la orden de reposición, que vuelve a ocupar el número del local por el que figuró antes al ser separado; lo que demuestra evidentemente que dicha separación no es perjudicial en nada a su antigüedad.</p>																
<p>Fue nombrado por la Sociedad de Amigos del país, Catedrático de Sustitución de Matemáticas, por ausencia del pro- prietario, de la Universidad de Bolí- via, en</p>			1.º Febrero 18													2-14-10
<p>Fue nombrado perteneciente de la misma Catedra por S. A. el Re- gente del Reyno</p>			11 Junio 18													3-6
																5-10-10

CIRCUNSTANCIAS

Y SERVICIOS EXTRAORDINARIOS Y PARTICULARES DEL INTERESADO.

Carrera Literaria

Previs el estudio del Latín, cursó y probó tres años de Filosofía y tres en las facultades de Ciencias y Jurisprudencia. Al final de estos 10 cursos obtuvo otros tantos rectorados. En el 1.º año de Filosofía obtuvo el premio concedido al alumno más sobresaliente en Aritmética y Alg. **O**btuvo los grados de D.º. en Filosofía, D.º. en Ciencias, y D.º. en Jurisprudencia. Regente de 2.ª Clase en Matemáticas, Lic.º. en Jurisprudencia y Lic.º. y Doctor en Ciencias, todos por unanimidad. Los tres primeros los obtuvo antes de ser Catedrático propietario y los restantes después.

Mentor y servicios en la enseñanza

En el curso de 1842 a 1846 estuvo destinado a Ing.º. Superior, Geometría Trascendental y Cálculo, cuyos alumnos examinó públicamente sobre sus propios rectorados.

En los años 45 a 46 y 47 a 49 desempeñó las cátedras de Cálculo y Mecánica.

Publicó una Elementos de Matemáticas: una Principios de Aritmética y Vecinos etc. cuyos tres obros han sido reeditados en total, los dos primeros por la 2.ª edición y el tercero por la primera.

En 1867 se presentó al Concurso por el premio de la Cátedra de Cosmografía en la Facultad de Ciencias en la Universidad Central, y el Real Consejo se gustó publicar la propuesta en primer lugar, por el Sr. Ministro de aquella época, en su justificación, he creído deber advertir y he nombrado al proponente en tales lugares.

He sido rector y es vice-rector del Instituto de Madrid.

He sido Jefe en ocho ocasiones.

Servicios prestados fuera de la enseñanza

Levantó el plano de Oviedo, y he sido presidente de una comisión encargada de organizar el 1.º y el 2.º de la Comedia de Cruz de Isabel la Católica, etc.

OBSERVACIONES.

El Sr. D.^o Joaquín Fernández Cardin, ha desempeñado y desempeña la cátedra de que es titular, y la Vice-Dirección del Instituto.

No indica el interesado que tiene en el escalafón la 1.^a categoría de mérito y la 2.^a por antigüedad.

Ha enriquecido el gabinete de Geometría con una colección de 60 y tantos modelos para la enseñanza de dicha asignatura, que no existe igual en ningún Instituto.

Es uno de los profesores que han intervenido activamente en la gestión para reintegrar a este Establecimiento de los intereses que le correspondían por sus bienes enajenados.

El Director
Manuel de Pereda

D. Mariano Muñoz Herrera ^{Interno} Catedrático y Secretario, del
Instituto de San Isidro

CERTIFICO: Que la anterior hoja de servicios ha sido escrupulosamente examinada y confrontada y se halla conforme con los documentos originales que bajo su responsabilidad ha presentado el interesado, y le han sido devueltos, y con los que obran en esta Secretaría de mi cargo. Madrid a 30 de Diciembre de 1870.

V.º B.º

El Director.

M. Pereda

Mariano Muñoz Herrera

Recibí los documentos

Joaquín Fernández Cardin



D. Sandalio de Pereda, Catedrático y Secretario
del Instituto de 1.^a clase de S. Isidro

Certifico: Que hoy veintinueve del mes y
año de la fecha juró D. Joaquin Fernandez
Cardin la Constitucion del Estado ante el Sr.
Director accidental de este Instituto, segun
aparece de la siguiente Acta que transcribo = "Ac-
..ta del juramento a la Constitucion del Estado por
..el Catedrático de Matemáticas de este Instituto
..D.^o D. Joaquin Fernandez Cardin = Reunidos
..hoy dia de la fecha el Sr. D. Juan José Meilhon,
..Director accidental del Instituto de S. Isidro, D. Joa-
..quin Fernandez Cardin, Catedrático de Matemáticas
..y D. Sandalio de Pereda Secretario de dicho Esta-
..blecimiento, a fin de dar cumplimiento a lo dis-
..puesto en la orden del Ilmo. Sr. Director general
..de Instruccion pública de 17 de Junio actual reci-
..bida ayer en este Instituto, y previa la invitacion
..que en la misma se dispone, prestó el Sr. Cardin
..juramento a la Constitucion del Estado sujeta-
..dose estrictamente a la fórmula establecida por
..el Decreto de 17 de Junio del año próximo pasado.
..Y para los efectos oportunos firman conmigo la
..presente acta los expresados Sr. Director acci-

„dental y D. Joaquin Fernandez Cardin en
 „Madrid á veintinueve de Junio de mil ocho-
 „cientos setenta. = El Director accidental, Juan
 „José Meilhon; hay una rubrica = El Catedrático,
 „Joaquin Fernandez Cardin; hay una rubrica = El Secretario,
 „Sandalio de Pereda; hay una rubrica = Y para que conste y obre los
 efectos oportunos doy del acta del juramento
 la presente certificacion, autorizada con
 el V.º B.º del Sr. Director accidental y el
 sello del Instituto en Madrid á veintinueve
 de Junio de mil ochocientos setenta.



V.º B.º

El Director accidental

Juan José Meilhon

Sandalio de Pereda

BIBLIOTECA NACIONAL DE ESPAÑA

Núm. 934.

MINISTERIO DE FOMENTO.

D. Joaquín María ^{muerto} Penabaz y Casado ha entregado en este Ministerio para los efectos de la Ley de 10 de Junio de 1847 sobre propiedad literaria, *una* ejemplar de la obra que publica, de que es *Propiedad* y cuyo título y demas circunstancias se expresan á continuación.

TÍTULO DE LA OBRA	<i>Elementos de Matemáticas. Arithmetica, por</i>
AUTOR.	<i>D. Joaquín M. Penabaz y Casado.</i>
EDITOR.	<i>El mismo.</i>
IMPRESOR.	<i>D. M. Morales y Rodríguez.</i>
LUGAR DE LA IMPRESION.	<i>Madrid.</i>
AÑO.	<i>1855.</i>
EDICION.	<i>Primera.</i>
TOMOS Y TAMAÑO.	<i>Uno con 8.º mayor.</i>
PÁGINAS.	<i>216.</i>
OBSERVACIONES.	

Madrid 15 de Junio de 1859.

El oficial encargado.

B. Reina


Anexo 24. Hoja de servicios de Luis Sevilla González

PROVINCIA DE Murcia  PUEBLO DE Lorca.

HOJA DE SERVICIOS

D. Luis Sevilla González, Maestro de primera enseñanza con título elemental censura de sobresaliente, expedido en Madrid a siete de Mayo de 1852; de 24 años de edad, de estado casado y registrado en la Secretaría de la Junta provincial de Instrucción pública de Murcia con el núm. 571, folio 70.

ESCUELAS PUBLICAS QUE HA SERVIDO, Y FECHAS DE LOS SOBORNIENTOS.	FECHAS		SUELDO QUE HA DISFRUTADO	TIEMPO QUE HA SERVIDO EN CADA ESCUELA		
	De las tomas de posesión	De los censos.		Años	Meses	Días
La elemental de niños de la villa de <u>Cuervo</u> , provincia de <u>Almería</u> , en virtud de oposición, nombrado por el <u>M. Sr. Director general de Instrucción pública</u> , en <u>28</u> de <u>enero</u> de <u>1860</u>	<u>3 de Mar.</u> <u>20 de 1860</u>	<u>30 de Ab.</u> <u>viembre 1863</u>	<u>1.500</u>	<u>3</u>	<u>8</u>	<u>27</u>
- La elemental de niños de la villa de <u>Albar</u> , <u>Almería</u> , en virtud de <u>permiso</u> , nombrado por el <u>M. Sr. Director general de Instrucción pública</u> , en <u>27</u> de <u>Octubre</u> de <u>1863</u>	<u>1.º Dicim.</u> <u>bre de 1863</u>	<u>22 febrero</u> <u>de 1867</u>	<u>1.500</u>	<u>3</u>	<u>2</u>	<u>22</u>
- La primera elemental de niños de la villa de <u>Alvícal-Ovra</u> , <u>Almería</u> , en virtud de <u>oposición</u> nombrado por el <u>M. Sr. Director general de Instrucción pública</u> , en <u>31</u> de <u>enero</u> de <u>1867</u>	<u>1.º Marzo</u> <u>de 1867</u>	<u>22 Junio</u> <u>de 1880</u>	<u>1.375</u>	<u>13</u>	<u>3</u>	<u>29</u>
- La elemental de niños de la ciudad de <u>Lorca</u> , provincia de <u>Murcia</u> , en virtud de <u>concurso</u> , por <u>Real orden</u> de <u>8</u> de <u>Junio</u> de <u>1880</u>	<u>30 Junio</u> <u>de 1880</u>		<u>650</u>	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>1</u>
		<u>Suma y jiqué</u>		<u>22</u>	<u>3</u>	<u>52</u>

ESCUELAS PUBLICAS QUE HA SERVIDO, Y FECHAS DE LOS NOMBRAMIENTOS.	FECHAS		SUELDO QUE HA PERCIBIDO	TIEMPO QUE HA SERVIDO EN CADA ESCUELA		
	De las tomas de posesión	De los cese		Años	Meses	Días
	<i>Sumas de la vuelta.</i>			22	5	12
<p><i>La misma de Lora con aumento de sueldo hasta completar 2.000 pesetas, y nuevo título administrativo, fecha 5 de Agosto de 1882, por razón del censo oficial de población, y en harmonía con el Real Orden de 4 de Febrero de 1880 y al art. 195 de la Ley de 2 de Septiembre de 1857.</i></p>	<p><i>5.º de Septiembre 1882.</i></p>	<p><i>Continúa</i></p>	2000	30	3	7
<p><u>EN CONCEPTO DE INTERINO</u></p> <p>Obtuvo la escuela de _____ provincia de _____ nombro por _____</p>						
<p><i>En el mes de Noviembre de 1862 hizo oposiciones por segunda vez a la 2.ª escuela de niños de Cuevas de Vera - Almería - y fue uno de los seis que aprobó el Tribunal en veinte nuevos opositores.</i></p> 						
<p>Total de años de servicio en propiedad.</p>			32	8	26	

SERVICIOS ESPECIALES Y MÉRITOS.

Fue auxiliar de la escuela pública de niños de Albol, provincia de Almería desde principios del Curso de mil ochocientos cincuenta y seis hasta fin de Septiembre del mismo año.

Desempeñó interinamente la escuela de niños de Sta. María de Nieva, Almería desde Julio de 1858 hasta el 3 de Marzo de 1860 en que pasó a servir en propiedad a la de Torre en la misma provincia.

Acreditase igualmente haber obtenido este interesado el aprecio y consideración de las autoridades y padres de familia de los distintos puntos donde ha desempeñado sus enseñanzas con notables adelantos, debido al celo, esmero y actividad en el cumplimiento de sus deberes.

Lorca 7 de Noviembre de 1872.

El interesado,
Juan Scilla.



Don Luis Ortiz y Gonzalez
Secretario de la Junta provincial de Instrucción pública de
Murcia

CERTIFICO: Que la hoja de servicios y méritos que antecede de D. Luis Sevilla
se halla en un todo conforme con los originales que ha exhibido
el interesado, y que le han sido devueltos, y con los antecedentes que obran en esta Secretaría, sin que
continuada contrario a su buena conducta.

Y para que conste expido la presente certificación, visada por el Excmo. Sr. Presidente y con sello de la Junta,
en Murcia a sete de Noviembre de mil ochocientos noventa y dos

V.º B.º

EL GOBERNADOR PRESIDENTE



A. M. M.

Luis Ortiz

Anexo 25. Acta de examen para maestro de Antonio Marín y Rus



ESCUELA NORMAL CENTRAL DE MAESTROS.

ACTA de examen de reválida para Maestro de Primera enseñanza

Normal.

Don *Antonio Marín y Rus* natural de *Zorra* provincia de *Álava* que nació el día *veintea* de *Diciembre* de mil ochocientos *cuarenta y siete* habiendo hecho constar los estudios que expresa la adjunta hoja, y sufrido en los días *11, 12, 21 y 22* de *Junio* de mil *ochocientos ochenta y nueve* ejercicios necesarios para obtener el título de Maestro de Primera enseñanza *Normal* ante los Jueces que suscriben, y en la forma que previene el Reglamento de 15 de Junio de 1864, ha sido calificado con la nota de *Aprobado* en el ejercicio escrito la de *Aprobado* en el oral, y la definitiva de *Aprobado* para Maestro de Primera enseñanza *Normal* Madrid *veinte y dos* de *Junio* de mil ochocientos *ochenta y nueve*

EL PRESIDENTE,

José M^o Guzmán

Agustín Lardizábal

Joaquín Valero
Secio



ESCUELA NORMAL CENTRAL DE MAESTROS DE PRIMERA ENSEÑANZA.

Don César de Equilaz y Bengoechea, Secretario-Inspector de este Establecimiento.

CERTIFICO: Que D. *Antonio Marín y Ruiz* natural de *Stros* provincia de *Fuencarral* después de practicar ante el Jurado de reválida de esta Escuela los ejercicios prevenidos en los artículos *24, 25, 26 y 27* del Reglamento de exámenes de 15 de Junio de 1864, fué aprobado para Maestro de primera enseñanza *Normal en el día de la fecha* habiendo satisfecho los derechos correspondientes al título para que ha sido aprobado.

Así resulta de los antecedentes que existen en esta Secretaría de mi cargo; y á petición del interesado y en cumplimiento de lo dispuesto en la Orden de la Dirección general de Instrucción pública de 14 de Marzo de 1877, expido la presente, visada por el Sr. Director de la Escuela y autorizada con el sello de la misma, en Madrid á *veintidos* de *Junio* de mil ochocientos *ochenta y nueve*.



V.º B.º
EL DIRECTOR,

Jacinto Sarrasí

EL SECRETARIO,

César de Equilaz
Sindeputes

Anexo 26. Tablas generales para la presentación de datos conceptuales y procedimentales en textos para la instrucción primaria durante 1849-1892

Tabla A26.1

Conceptos en textos para la instrucción primaria

Etapa de promulgación e inserción 1849-1867	Etapa de generalización 1868-1879	Etapa de obligatoriedad 1880-1892
Conceptos preliminares		
Cantidad, magnitud. Unidad, número. Medida. Clasificación del número. Entero, quebrado, otros. Quebrados decimales. SDN (numeración). Origen, normas legales, impacto social del SMD	Cantidad, unidad, número. Clasificación numérica. Número fraccionario: número complejo. Fracciones decimales. SDN (numeración). Sistema antiguo de pesas y medidas. Normas legales	Cantidad, unidad, número. Clasificación numérica. Número entero, quebrado, otros
Conceptos estructurales		
Cantidad, medida, especies de medida: longitud, superficie, volumen, capacidad, peso, moneda, tiempo. SMD desde el metro y el sistema decimal. El metro desde las perspectivas etimológica, instrumental, científica. Unidades principales metro, área, litro, metro cúbico, kilogramo. Múltiplos y submúltiplos: equivalencias decimales y composición de palabras. El real unidad monetaria principal. Las unidades de tiempo como complemento al SMD	SMD nueva nomenclatura de pesas y medidas. Especies longitud, superficie, solidez, volumen, peso, moneda (metro, área, metro cúbico, litro, kilogramo, real). Enfoque científico e instrumental para presentar el metro. Múltiplos y submúltiplos desde equivalencias decimales	SMD conjunto de reglas sobre las pesas, medidas y monedas. Magnitudes de extensión, capacidad, peso y moneda, volumen y superficie. El metro como unidad genérica de medidas. Unidades Metro, litro, gramo y peseta. Metro cubico, área. Múltiplos y submúltiplos desde los la etimología y los quebrados decimales (sin una presentación previa)

Tabla A26.2

Procedimientos en textos para la instrucción primaria

Etapa de promulgación e inserción 1849-1867	Etapa de generalización 1868-1879	Etapa de obligatoriedad 1880-1892
Procedimientos		
Lectura y escritura de números métricos; formación de unidades superiores e inferiores; operaciones con números métricos; equivalencias y reducciones entre unidades de ambos sistemas	Reducción de unidades, cálculo de costos, operaciones con números métricos	

Anexo 27. Tablas generales para la presentación de datos conceptuales y procedimentales en textos para la segunda enseñanza durante 1849-1892

Tabla A27.1

Conceptos en textos para la segunda enseñanza

Etapa de promulgación e inserción 1849-1867	Etapa de generalización 1868-1879	Etapa de obligatoriedad 1880-1892
Conceptos preliminares		
Cantidad, magnitud, unidad, medida, número. Clasificación del número. Entero, quebrado, fraccionario, quebrados comunes y decimales. Influencia directa de las ideas newtonianas. SDN como expresión, composición y descomposición numérica: numeración convencional. Origen, legalidad del SMD	Clasificación del número. Entero, fraccionario e inconmensurable. Relación cantidad-unidad-número. Medida. Número fraccionario. Quebrados decimales	Cantidad. Número, unidad. Concepciones divergentes a la época. Clasificación del número. Entero, quebrado. Quebrado común, fracción, decimales. SDN: numeración convencional. Sistema legal. Ventajas sociales del sistema
Conceptos estructurales		
SMD: denominación decimal y métrico. Medidas de longitud, superficie o agrarias, capacidad y arqueo, solidez y ponderales. Tiempo. Metro, definición científica e instrumental. Etimológica. Múltiplo del decímetro. Unidades: metro, área, litro, metro cúbico y kilogramo (o gramo) derivadas del metro. No hay detalle específico de la unidad monetaria (real). Múltiplos y divisores desde la etimología. Predominio del sistema antiguo sobre el métrico decimal	Sistema antiguo. SMD: denominación decimal y métrico. Sistema de términos. Metro: científico, etimológico e instrumental. Unidades: metro, metro cuadrado y área; metro cúbico, litro y gramo. Múltiplos y submúltiplos desde la composición de palabras. Predominio del sistema antiguo	SMD: sistema innovador. Medidas de longitud, capacidad, peso, superficie y volumen. Metro: del griego; resultado de trabajos científicos; unidad de longitud. Unidades que derivan del metro: metro, litro, gramo, área y metro cúbico. La peseta como unidad monetaria. Sistema antiguo

Tabla A27.2

Procedimientos en textos para la segunda enseñanza

Etapa de promulgación e inserción 1849-1867	Etapa de generalización 1868-1879	Etapa de obligatoriedad 1880-1892
Procedimientos		
Conversión, reducción. Operar con números métrico-decimales	Operaciones con números métricos, reducciones	Lectura y escritura; establecimiento de equivalencias y reducción de unidades. Aplicación de operaciones aritméticas

Anexo 28. Tablas generales para la presentación de datos conceptuales y procedimentales en textos para la formación de maestros y maestras en las Escuelas Normales durante 1849-1892

Tabla A28.1

Conceptos y procedimientos en textos para la formación de maestros

Etapa de promulgación e inserción 1849-1867	Etapa de generalización 1868-1879	Etapa de obligatoriedad 1880-1892
Conceptos preliminares		
Presentación variada de cantidad, unidad, número. Clasificación numérica. Entero, quebrados, concretos. Fracciones decimales. SDN: numeración convencional. Sistema antiguo. Medida. Magnitud. Normas legales.	Magnitud, cantidad, unidad, número, medida. Clasificación del número: comensurable, incommensurable. Entero, quebrado, fraccionario decimal, concreto, complejo. SDN: numeración convencional. Origen y beneficios del SMD	Cantidad, magnitud, unidad, medida, número. Medida. Clasificación numérica. Entero, fraccionario, fracción común y decimal, comensurables, complejo. SDN: sistema de quebrados decimales, uno de los sistemas de numeración. Origen, legalidad y función social del SMD
Conceptos estructurales		
SMD: nuevo sistema de medidas españolas, estructura matemática. Metro, unidad fundamental, del griego, producto de la medición del arco de meridiano. Clases de medida: lineales, superficiales, volumen o capacidades, pesas, monedas. Tiempo. Unidades metro, metro cuadrado y área, metro cúbico y litro, gramo, real. Múltiplos y submúltiplos desde el SDN. Nomenclatura del griego y latín.	SMD: vinculado al SDN y al metro. Metro desde las perspectivas instrumental, científica y etimológica. Unidades derivadas del metro: metro para longitudes, decámetro cuadrado (área) para superficies, metro cúbico para solidez, litro para la capacidad de áridos y líquidos, gramo para la ponderación, peseta para la moneda. Múltiplos y submúltiplos como composición de palabras y su significado decimal. Sistema antiguo	SMD: sistema legal. Metro desde enfoques instrumental, etimológico, científico. Especies longitud, superficie, volumen capacidad, peso. Del metro las unidades: metro, área, metro cúbico, litro y gramo: Día y peseta para el tiempo y la moneda. Múltiplos y submúltiplos desde la etimología. Presencia considerable del sistema antiguo

Tabla A28.2

Procedimientos en textos para la formación de maestros

Etapa de promulgación e inserción 1849-1867	Etapa de generalización 1868-1879	Etapa de obligatoriedad 1880-1892
Procedimientos		
Escritura y lectura de números métricos. Escasos procedimientos operativos. Reducción de unidades	Operar con números métrico-decimales. Establecer equivalencias o reducciones	Reducción de unidades

